

LÊ BÁ BẢO

TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

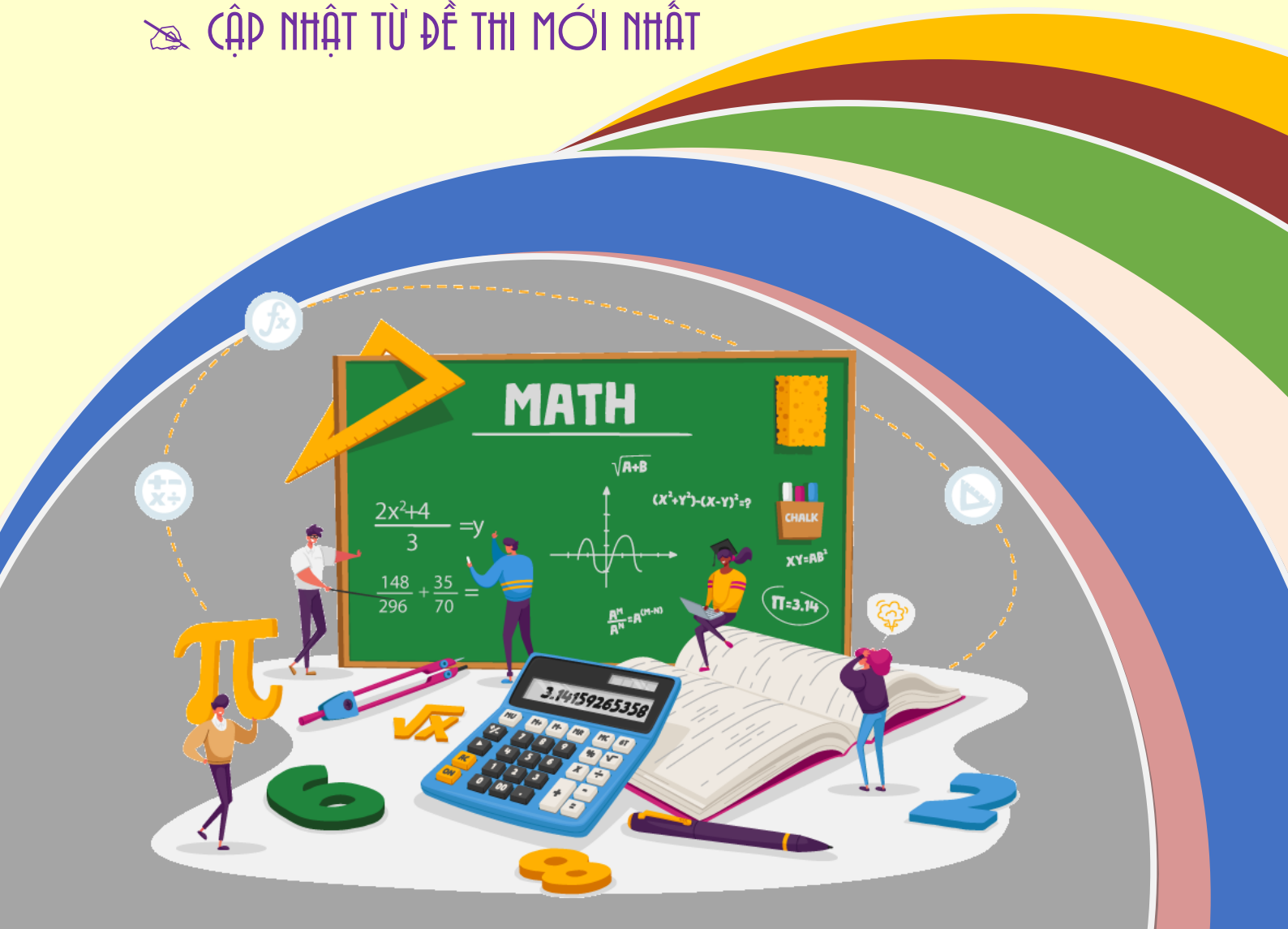
TOÁN 12

Chuyên đề NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

✍ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

✍ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



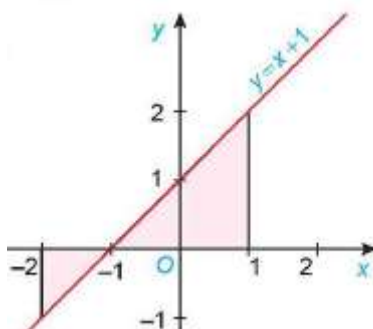
Chủ đề 3:

MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

I. LÝ THUYẾT

1. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng

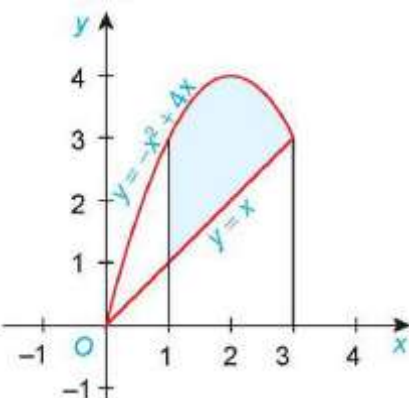
a. Hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$



Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$ ($a < b$), được tính bằng công thức:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

b. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x=a, x=b$



Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x=a, x=b$ ($a < b$), được tính bằng công thức:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

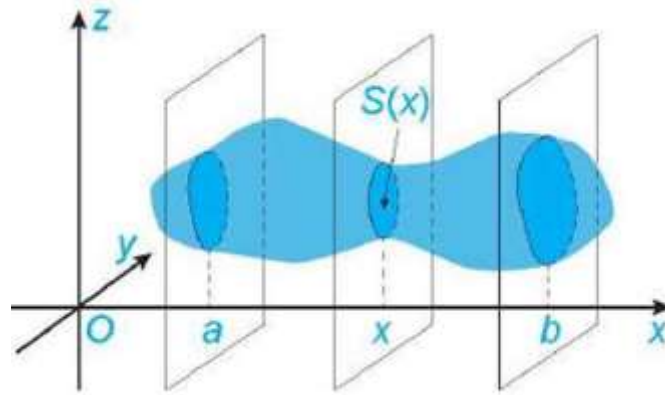
Chú ý. Nếu hiệu $f(x) - g(x)$ không đổi dấu trên đoạn $[a; b]$ thì

$$\int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$$

2. Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể

a. Tính thể tích vật thể

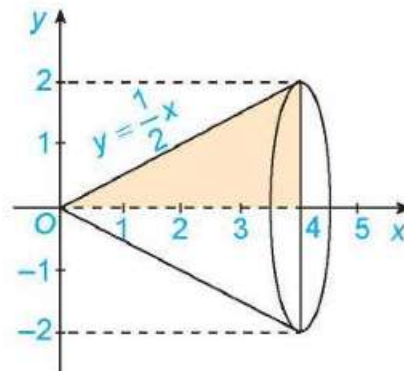
Công thức tính thể tích vật thể



Cho một vật thể trong không gian $Oxyz$. Gọi β là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x=a, x=b$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của phần vật thể β được tính bởi công

thức:
$$V = \int_a^b S(x) dx$$

b. Tính thể tích khối tròn xoay



Công thức tính thể tích khối tròn xoay

Cho hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a; b]$.

Khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$ xung quanh trục hoành, ta được hình khối gọi là **một khối tròn xoay**.

Khi cắt khối tròn xoay đó bởi một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm $x \in [a; b]$ được một hình tròn xoay có bán kính $f(x)$. Thể tích khối tròn xoay này là:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

3. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng

Bài toán: Giả sử một vật chuyển động có vận tốc thay đổi theo thời gian, $v = f(t)$ ($0 < t < T$).

Chúng minh rằng quãng đường L vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=a$ đến thời điểm $t=b$ ($0 < a < b < T$) là:

$$L = \int_a^b v(t) dt = F(b) - F(a)$$

trong đó F là một nguyên hàm bất kì của f trên $(0; T)$.

Nhắc: CÁC BÀI TOÁN DẪN ĐẾN KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM

Kết quả 1: Bài toán tìm vận tốc tức thời

Quãng đường s của chuyển động là một hàm số của thời gian $t: s = s(t)$. Lúc đó, vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0 là: $v(t_0) = s'(t_0)$.

Kết quả 2: Bài toán tìm gia tốc tức thời

Quãng đường s của chuyển động là một hàm số của thời gian $t: s = s(t)$. Lúc đó, gia tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0 là: $a(t_0) = s''(t_0) = v'(t_0)$.

Kết quả 3: Bài toán tìm cường độ tức thời

Điện lượng Q truyền trong dây dẫn là một hàm số của thời gian $t: Q = Q(t)$. Lúc đó, cường độ tức thời của dòng điện tại thời điểm t_0 là: $I_{tb} = Q'(t_0)$.

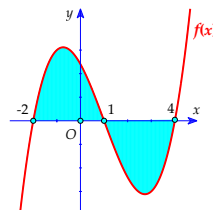
II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_a^b |f(x)| dx$. B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $\int_a^b |f(x)| dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

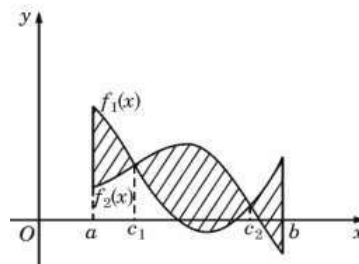
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2, x = 4$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $S_D = \int_{-2}^4 |f(x)| dx$. B. $S_D = \left| \int_{-2}^4 f(x) dx \right|$.
C. $S_D = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^4 f(x) dx \right|$. D. $S_D = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 3: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới).



Công thức tính diện tích của hình (H) là

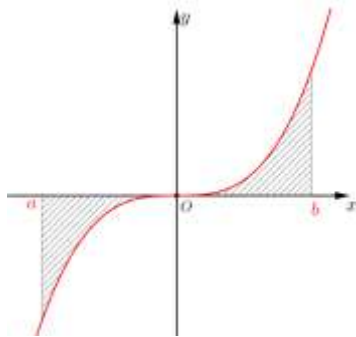
A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx.$

C. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx.$

D. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx.$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ dưới đây).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

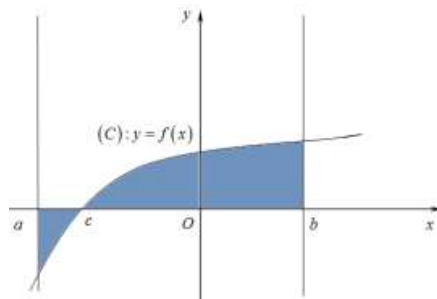
A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

B. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

D. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

Câu 5: Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ dưới đây) tính theo công thức:



A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Câu 6: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$

B. $S = \int_0^2 e^x dx.$

C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx.$

D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx.$

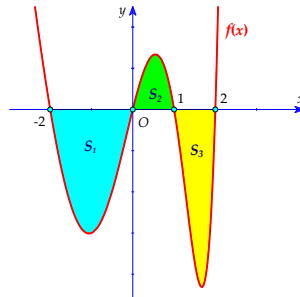
Câu 7: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos^2 x$, $y = 0$ và $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ bằng

- A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$. B. $\frac{\pi}{4} + 1$. C. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$. D. $\frac{\pi}{8}$.

Câu 8: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$. B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$.
C. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx$. D. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx$.

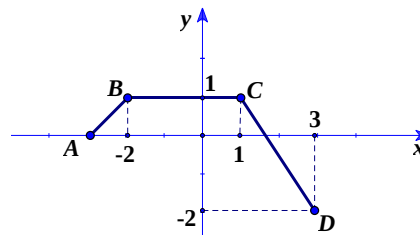
Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$, có đồ thị tạo với trục hoành một hình phẳng gồm 3 phần có diện tích $S_1; S_2; S_3$ như hình vẽ bên dưới:



Tích phân $\int_{-2}^2 f(x) dx$ bằng

- A. $S_2 + S_3 - S_1$. B. $S_1 - S_2 + S_3$. C. $S_1 + S_2 + S_3$. D. $-S_1 + S_2 - S_3$.

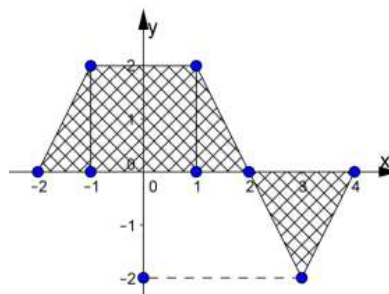
Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.



Tính $\int_{-3}^3 f(x) dx$.

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{35}{6}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. $-\frac{35}{6}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục và có nguyên hàm trên $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tính $I = \int_{-2}^4 f(x) dx$.

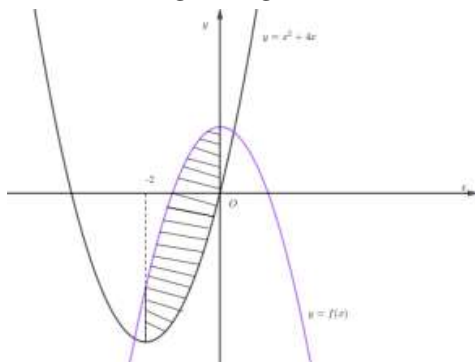
A. $I = 8$.

B. $I = 4$.

C. $I = 6$.

D. $I = 2$.

Câu 12: Phần hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = x^2 + 4x$ và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 0$.



Biết $\int_{-2}^0 f(x) dx = \frac{4}{3}$. Diện tích hình (H) bằng

A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{20}{3}$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

Câu 14: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 7 - 2x^2$, $y = x^2 + 4$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 15: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^3$, $y = -\pi$, $x = 4$ và trục tung được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_0^4 (2x^3 - \pi) dx$.

B. $S = \pi \int_{-\pi}^4 |2x^3| dx$.

C. $S = \int_0^4 (2x^3 + \pi) dx$.

D. $S = \int_{-\pi}^4 |2x^3| dx$.

Câu 16: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (P): $y = x^2 - 4$, tiếp tuyến của (P) tại $M(2;0)$ và trục Oy là

A. $S = \frac{4}{3}$.

B. $S = 2$.

C. $S = \frac{8}{3}$.

D. $S = \frac{7}{3}$.

Câu 17: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 4 - |x|$ và trục hoành là

A. 4.

B. 0.

C. 16.

D. 8.

Câu 18: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y = x - 2$.

A. $S = 2$.

B. $S = \frac{10}{3}$.

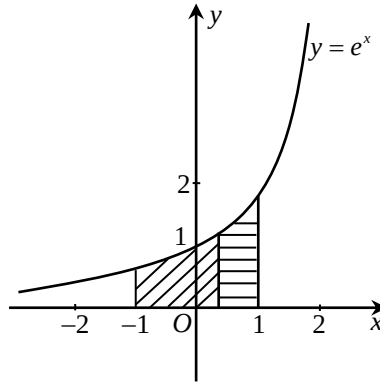
C. $S = \frac{16}{3}$.

D. $S = \frac{22}{3}$.

Câu 19: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $a < b$. Kí hiệu S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3f(x)$, $y = 3g(x)$, $x = a$, $x = b$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x) - 2$, $y = g(x) - 2$, $x = a$, $x = b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S_1 = 2S_2$. B. $S_1 = 3S_2$. C. $S_1 = 2S_2 - 2$. D. $S_1 = 2S_2 + 2$.

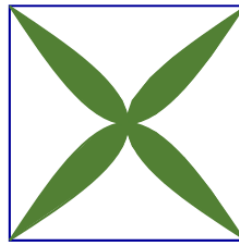
Câu 20: Cho hàm số $y = e^x$, gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $x = -1$; $x = k$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $x = k$; $x = 1$. (tham khảo hình vẽ).



Xác định k để $S_1 = S_2$.

- A. $k = \ln\left(e + \frac{1}{e}\right) - \ln 2$. B. $k = 2\ln\left(e - \frac{1}{e}\right) - 1$. C. $k = 2\ln 2 - 1$. D. $k = \ln 2$.

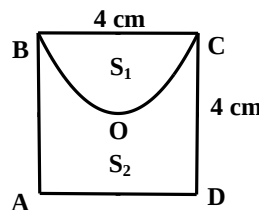
Câu 21: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

- A. 800 cm^2 . B. $\frac{800}{3}\text{ cm}^2$. C. $\frac{400}{3}\text{ cm}^2$. D. 250 cm^2 .

Câu 22: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , độ dài cạnh là 4 cm. Đường cong BOC là một phần của parabol đỉnh O chia hình vuông thành hai hình phẳng có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (tham khảo hình vẽ).



Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

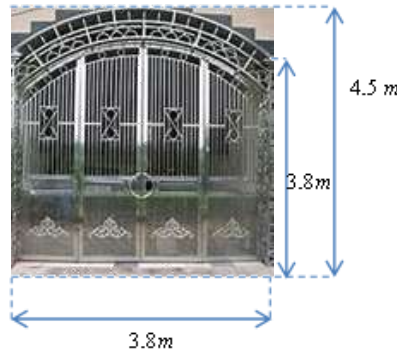
A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

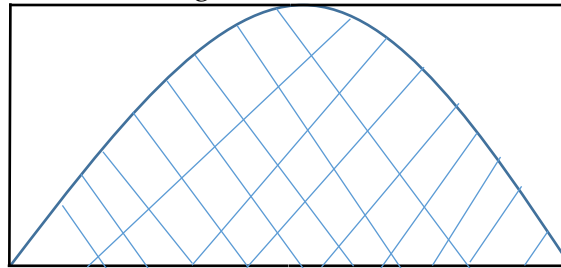
D. $\frac{3}{5}$.

Câu 23: Ông X muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol, chất liệu làm là inox. Giá $1m^2$ vật tư và công làm là 1.300.000 đồng. Hỏi ông X phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng nghìn).



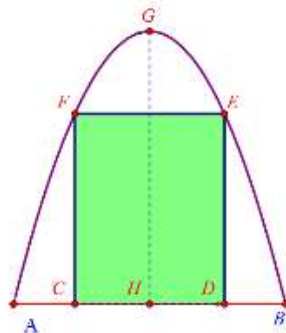
A. 13.050.000 đồng. B. 36.630.000 đồng. C. 19.520.000 đồng. D. 21.077.330 đồng.

Câu 24: Một sân bóng hình chữ nhật với diện tích $200m^2$. Người ta muốn trồng cỏ trên sân bóng theo hình một parabol bậc hai sao cho đỉnh của parabol trùng với trung điểm một cạnh của sân bóng như hình vẽ bên. Biết chi phí trồng cỏ là 300 ngàn đồng cho mỗi mét vuông. Xác định chi phí trồng cỏ cần có cho sân bóng trên?



A. 30 triệu đồng. B. 60 triệu đồng. C. 50 triệu đồng. D. 40 triệu đồng.

Câu 25: Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1200000 đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

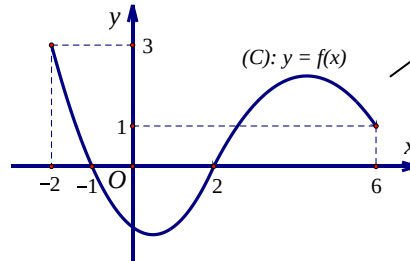


A. 11445000 đồng. B. 4077000 đồng. C. 7368000 đồng. D. 11370000 đồng.

Câu 26: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là

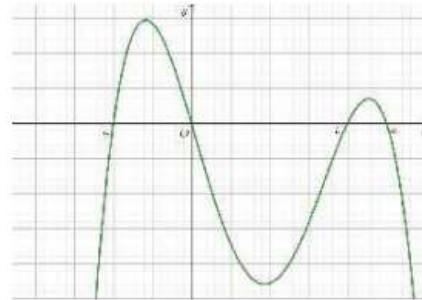
- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A. $f(-2) < f(-1) < f(2) < f(6)$. B. $f(2) < f(-2) < f(-1) < f(6)$.
C. $f(-2) < f(2) < f(-1) < f(6)$. D. $f(6) < f(2) < f(-2) < f(-1)$.

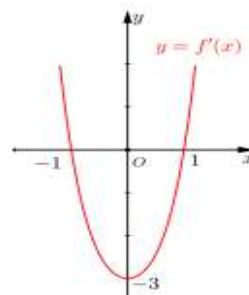
Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Biết phương trình $f'(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $a, 0, b, c$ với $a < 0 < b < c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(a) > f(c) > f(b)$. B. $f(a) > f(b) > f(c)$.
C. $f(c) > f(a) > f(b)$. D. $f(b) > f(a) > f(c)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây:



Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.

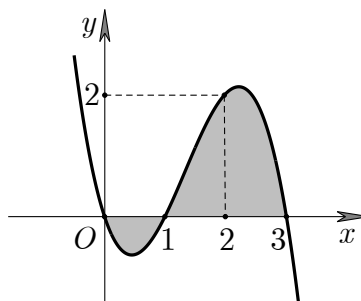
A. $S = 9$.

B. $S = \frac{27}{4}$.

C. $S = \frac{21}{4}$.

D. $S = \frac{5}{4}$.

Câu 30: Cho $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng được tô đậm.



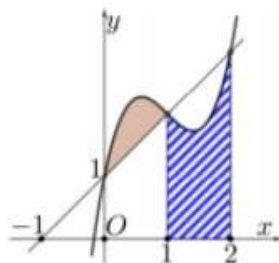
A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đường thẳng $d : g(x) = mx + n$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Nếu diện tích phần tô bằng $\frac{1}{2}$ thì diện tích phần gạch bằng

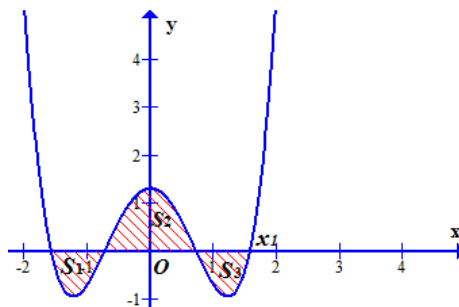
A. $\frac{5}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của m để $S_1 + S_3 = S_2$ là

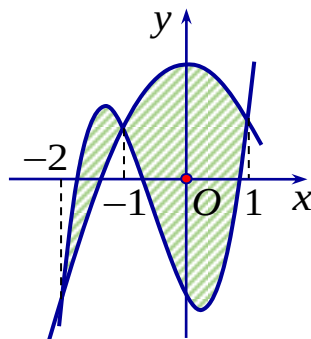
A. $-\frac{5}{2}$

B. $\frac{5}{4}$

C. $-\frac{5}{4}$

D. $\frac{5}{2}$

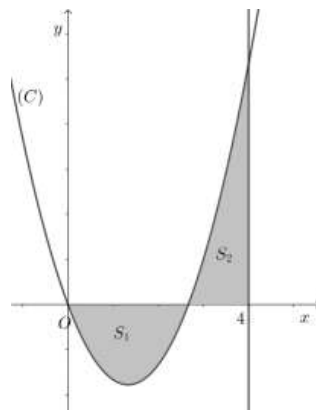
Câu 33: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

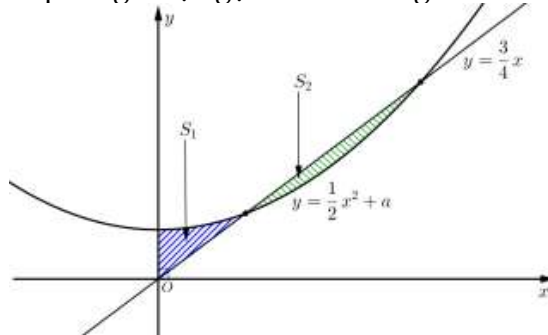
- A. $\frac{37}{6}$. B. $\frac{13}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{37}{12}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = x^2 - mx$ ($0 < m < 4$) có đồ thị (C). Gọi $S_1 + S_2$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên dưới). Giá trị của m sao cho $S_1 = S_2$ là



- A. $m = 3$. B. $m = \frac{10}{3}$. C. $m = 2$. D. $m = \frac{8}{3}$.

Câu 35: Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$. B. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$. C. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$. D. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$.

Dạng 2: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 37: Thể tích khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$ quay quanh trục Ox là:

A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx$. C. $V = \pi \int_0^4 f(x) dx$. D. $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được tính bởi công thức

A. $V = \int_a^b S^2(x) dx$. B. $V = \int_a^b S(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$.

Câu 39: Cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -2$ và $x = 2$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($x \in [-2; 2]$) là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{4 - x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

A. π . B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{32\pi}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

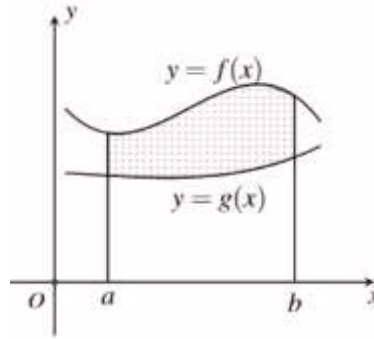
Câu 40: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $2\pi\sqrt{3}$. B. 3. C. $2\sqrt{3}$. D. 3π .

Câu 41: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 4$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kì ($1 \leq x \leq 4$) thì được thiết diện là một nửa lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

A. $21\sqrt{3}$. B. 21. C. $63\sqrt{3}$. D. 63.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$ (có đồ thị như hình vẽ). Gọi H là hình phẳng được tô đậm trong hình, khi quay H quanh trục Ox ta thu được khối tròn xoay có thể tích V . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

Câu 43: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $x=0, x=\pi, y=0$ và $y=-\sin 2x$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình D quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^\pi \sin^2 2x dx.$ B. $\pi \int_0^\pi |\sin 2x| dx.$ C. $\int_0^\pi \sin^2 2x dx.$ D. $\int_0^\pi |\sin 2x| dx.$

Câu 44: Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3\sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1; x=4$ quanh trục hoành được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = 3\pi^2 \int_1^4 x dx.$ B. $V = 3\pi \int_1^4 \sqrt{x} dx.$ C. $V = 9\pi \int_1^4 x dx.$ D. $V = 3 \int_1^4 |\sqrt{x}| dx.$

Câu 45: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $y=(2x-1)\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x=e$. Thể tích V khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \int_1^e (2x-1)^2 \ln x dx.$

B. $V = \int_{\frac{1}{2}}^e (2x-1)^2 \ln x dx.$

C. $V = \pi \int_1^e (2x-1)^2 \ln x dx.$

D. $V = \pi \int_{\frac{1}{2}}^e (2x-1)^2 \ln x dx.$

Câu 46: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\frac{1}{\sqrt{x+1}}, y=0, x=0, x=2$. Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1).$ B. $\pi \ln \sqrt{3}.$ C. $\frac{8\pi}{9}.$ D. $\pi \ln 3.$

Câu 47: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=\frac{\pi}{2}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

A. $V = \pi - 1.$ B. $V = \pi + 1.$ C. $V = \pi(\pi + 1).$ D. $V = \pi(\pi - 1).$

Câu 48: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x-1}$, trục hoành, $x=2$ và $x=5$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{14\pi}{3}$ B. $\frac{14}{3}$ C. $\frac{15\pi}{2}$ D. $\frac{15}{2}$

Câu 49: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{81}{10}\pi$ B. $V = \frac{81}{10}$ C. $V = \frac{9}{2}$ D. $V = \frac{9}{2}\pi$

Câu 50: Giả sử D là hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và trục hoành. Quay D quanh trục hoành ta thu được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = \frac{\pi}{30}$ B. $V = \frac{1}{6}$ C. $V = \frac{\pi}{6}$ D. $V = \frac{1}{30}$

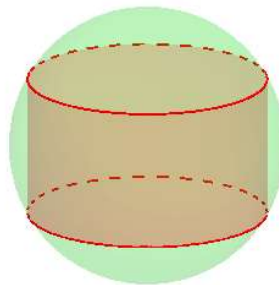
Câu 51: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = -x^2 - 2x + 3$ và trục Ox quanh trục Ox là

A. $V = \frac{16}{15}$ B. $V = \frac{512\pi}{15}$ C. $V = \frac{16\pi^3}{15}$ D. $V = \frac{16\pi}{15}$

Câu 52: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3x + 5$, $y = x + 2$ quay quanh trục Ox là

A. $\frac{16\pi}{15}$ B. $\frac{16}{15}$ C. $\frac{48}{5}$ D. $\frac{48\pi}{5}$

Câu 53: Một khối cầu có bán kính là $5(dm)$, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng $3(dm)$ để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.



A. $\frac{100}{3}\pi(dm^3)$ B. $\frac{43}{3}\pi(dm^3)$ C. $41\pi(dm^3)$ D. $132\pi(dm^3)$

Dạng 3: ỨNG DỤNG VÀO BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

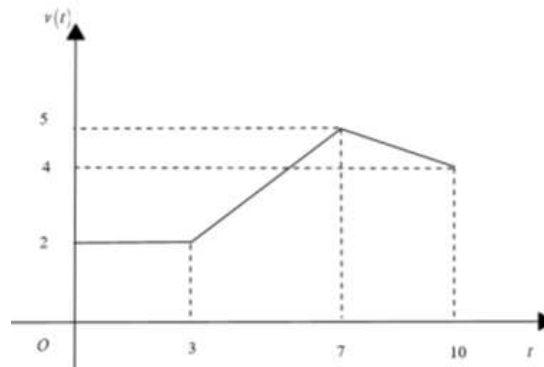
Câu 54: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t$ (m/s). Tính quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm mà vật dừng lại.

A. 810 m. B. 9 m. C. 160 m. D. 180 m.

Câu 55: Một xe ô tô đang đi với vận tốc $10m/s$ thì người lái xe bắt đầu đạp phanh, từ thời điểm đó xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 5t(m/s)$, ở đó t tính bằng giây. Quãng đường ô tô dịch chuyển từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn bằng

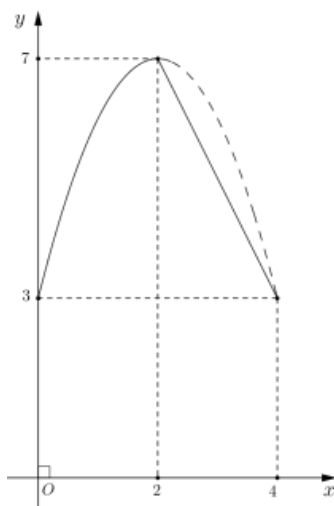
A. 5m. B. 10m. C. 6m. D. 12m.

- Câu 56:** Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t \text{ (m/s)}$. Tính quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ đến thời điểm mà vật dừng lại.
- A. 810 m . B. 9 m . C. 180 m . D. 160 m .
- Câu 57:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn thì ô tô đi được bao nhiêu mét?
- A. 10 m . B. 40 m . C. 20 m . D. 30 m .
- Câu 58:** Hàng ngày anh An đi làm bằng xe máy trên cùng một cung đường từ nhà đến cơ quan mất 15 phút. Hôm nay khi đang di chuyển trên đường với vận tốc v_0 thì bất chợt anh gặp một chướng ngại vật nên anh đã hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -6 \text{ m/s}^2$. Biết rằng tổng quãng đường từ lúc anh nhìn thấy chướng ngại vật và quãng đường anh đã đi được trong 3s đầu tiên kể từ lúc hãm phanh là $35,5 \text{ m}$. Tính v_0 .
- A. $v_0 = 45 \text{ km/h}$. B. $v_0 = 40 \text{ km/h}$. C. $v_0 = 60 \text{ km/h}$. D. $v_0 = 50 \text{ km/h}$.
- Câu 59:** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_t = 8t \text{ (m/s)}$. Đi được 5 (s) , người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -75 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Quãng đường $S \text{ (m)}$ đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn gần nhất với giá trị nào dưới đây?
- A. $94,00 \text{ (m)}$. B. $166,7 \text{ (m)}$. C. $110,7 \text{ (m)}$. D. $95,70 \text{ (m)}$.
- Câu 60:** Một vật chuyển động trong 10 giây với vận tốc $v \text{ (m/s)}$ phụ thuộc vào thời gian $t \text{ (s)}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Quãng đường vật chuyển động được trong 10 giây bằng

- A. $\frac{63}{2} \text{ m}$. B. $\frac{67}{2} \text{ m}$. C. $\frac{61}{2} \text{ m}$. D. $\frac{65}{2} \text{ m}$.
- Câu 61:** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v \text{ (km/h)}$ phụ thuộc thời gian $t \text{ (h)}$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;7)$ và trục đối xứng của parabol song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là đoạn thẳng IA . Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



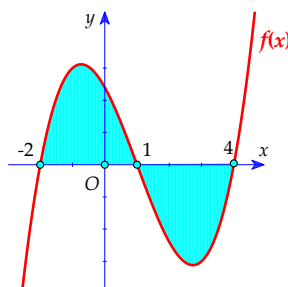
- A. 15,81(km). B. 17,33(km). C. 23,33(km). D. 21,33(km).

III. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_b^a |f(x)| dx$. B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $\int_a^b |f(x)| dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

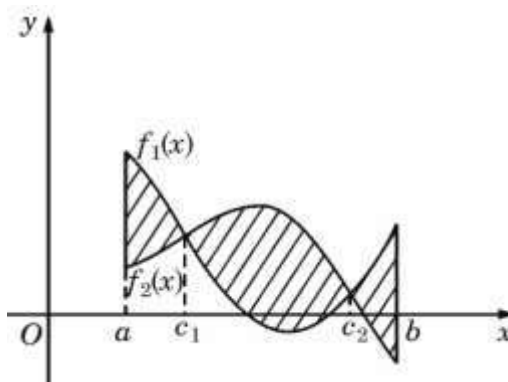
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2, x = 4$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $S_D = \int_{-2}^4 |f(x)| dx$. B. $S_D = \left| \int_{-2}^4 f(x) dx \right|$.
C. $S_D = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^4 f(x) dx \right|$. D. $S_D = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 3: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới).



Công thức tính diện tích của hình (H) là

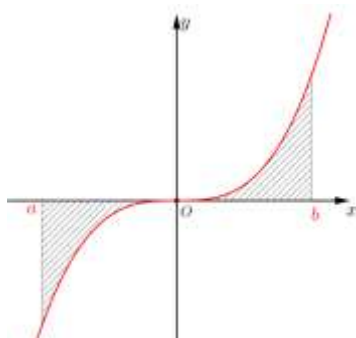
A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx.$

C. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx.$

D. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx.$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ dưới đây).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

B. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

D. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

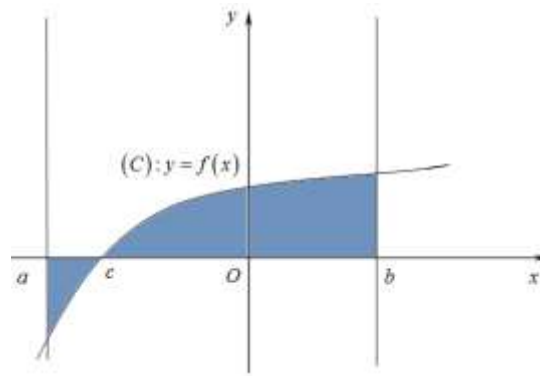
Lời giải:

+ Nhìn đồ thị ta thấy:

- Đồ thị (C) cắt trục hoành tại $O(0;0)$
- Trên đoạn $[a;0]$, đồ thị (C) ở dưới trục hoành nên $|f(x)| = -f(x)$
- Trên đoạn $[0;b]$, đồ thị (C) ở trên trục hoành nên $|f(x)| = f(x)$

+ Do đó: $S_D = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^0 |f(x)| dx + \int_0^b |f(x)| dx = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

Câu 5: Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ dưới đây) tính theo công thức:



A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Lời giải:

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta có:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c [0 - f(x)] dx + \int_c^b [f(x) - 0] dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Câu 6: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$.

B. $S = \int_0^2 e^x dx$.

C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$.

D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ là $S = \int_0^2 e^x dx$.

Câu 7: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos^2 x$; $y = 0$ và $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ bằng

A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

B. $\frac{\pi}{4} + 1$.

C. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$.

D. $\frac{\pi}{8}$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\cos^2 x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}.$$

Câu 8: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$.

B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$.

C. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx$.

D. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx$.

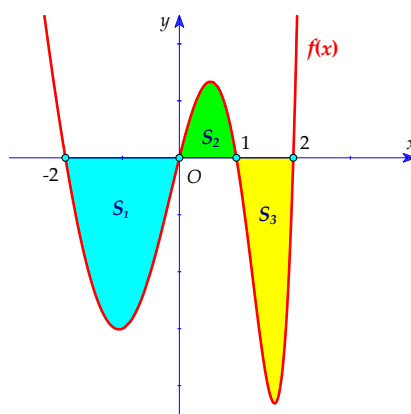
Lời giải:

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$ là:

$$x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là: $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$, có đồ thị tạo với trục hoành một hình phẳng gồm 3 phần có diện tích $S_1; S_2; S_3$ như hình vẽ bên dưới:



Tích phân $\int_{-2}^2 f(x) dx$ bằng

A. $S_2 + S_3 - S_1$.

B. $S_1 - S_2 + S_3$.

C. $S_1 + S_2 + S_3$.

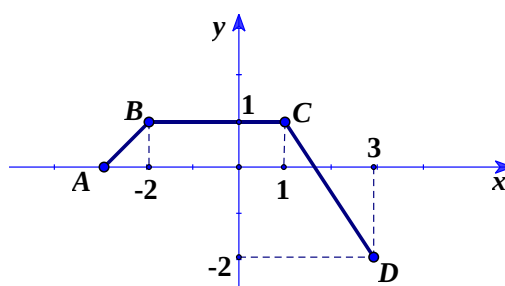
D. $-S_1 + S_2 - S_3$.

Lời giải:

Ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -2; x = 0; x = 1; x = 2$.

Ta có: $\int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = -S_1 + S_2 - S_3$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.



Tính $\int_{-3}^3 f(x) dx$.

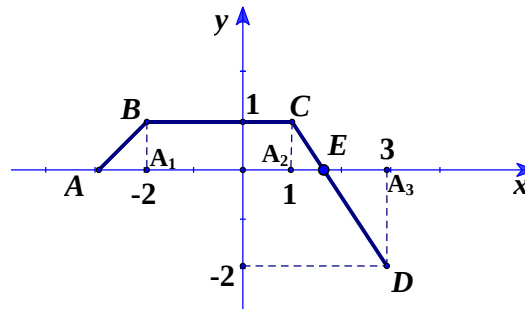
A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{35}{6}$.

C. $\frac{-5}{2}$.

D. $\frac{-35}{6}$.

Lời giải:



Phương trình đường thẳng CD đi qua $C(1;1)$ và nhận $\overrightarrow{CD} = (2; -3)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình chính tắc $(CD): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} \Leftrightarrow -3x - 2y = -5$.

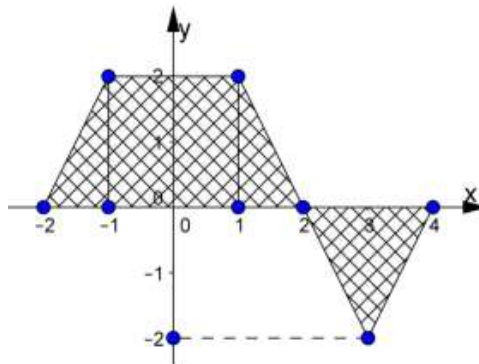
Đặt $E = (CD) \cap Ox$.

$$\text{Ta được } \begin{cases} -3x - 2y = -5 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow E\left(\frac{5}{3}; 0\right).$$

$$\text{Do đó: } \int_{-3}^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^{-2} |f(x)| dx + \int_{-2}^{-1} |f(x)| dx + \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^{\frac{5}{3}} |f(x)| dx + \int_{\frac{5}{3}}^3 |f(x)| dx$$

$$= S_{ABA_1} + S_{A_1BCA_2} + S_{A_2CE} + S_{EDA_3} = \frac{1}{2}(1 \times 1) + (3 \times 1) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} \times 1\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} \times 2\right) = \frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5}{2}.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục và có nguyên hàm trên $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



$$\text{Tính } I = \int_{-2}^4 f(x) dx.$$

A. $I = 8$.

B. $I = 4$.

C. $I = 6$.

D. $I = 2$.

Lời giải:

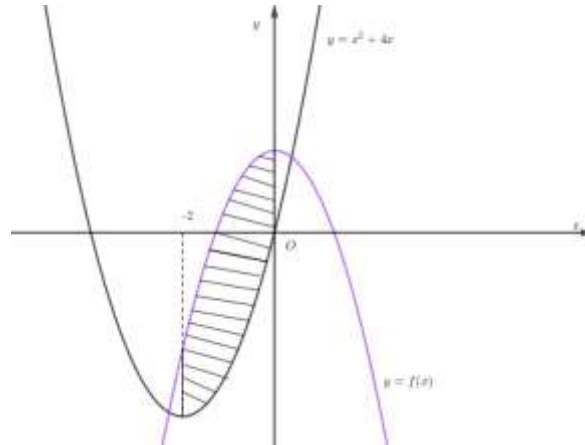
Ta có giá trị của tích phân $I = \int_{-2}^4 f(x) dx$ là hiệu của diện tích hình thang với diện tích tam giác.

Từ hình vẽ ta có hình thang cân, độ dài đáy lớn bằng 4, độ dài đáy bé bằng 2, chiều cao bằng 2. Diện tích hình thang là 6

Tam giác cân có cạnh đáy bằng 2, chiều cao bằng 2. Diện tích của tam giác là 2

$$\text{Vậy } I = \int_{-2}^4 f(x) dx = 6 - 2 = 4.$$

Câu 12: Phần hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = x^2 + 4x$ và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 0$.



Biết $\int_{-2}^0 f(x)dx = \frac{4}{3}$. Diện tích hình (H) bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải:

Diện tích hình (H) là :

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^0 [f(x) - (x^2 + 4x)] dx = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_{-2}^0 (x^2 + 4x) dx \\ &= \frac{4}{3} - \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 = \frac{4}{3} + \frac{(-2)^3}{3} + 2(-2)^2 = \frac{20}{3}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích hình (H) là $S = \frac{20}{3}$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

- A. $S = 8$. B. $S = 4$. C. $S = 12$. D. $S = 16$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Diện tích cần tìm

$$S = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx = \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 = 8.$$

Câu 14: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 7 - 2x^2$, $y = x^2 + 4$ bằng

- A. 5. B. 3. C. 4. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y = 7 - 2x^2$, $y = x^2 + 4$ là

$$7 - 2x^2 = x^2 + 4 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_{-1}^1 \left| (7 - 2x^2) - (x^2 + 4) \right| dx = \int_{-1}^1 |3 - 3x^2| dx = \left| \int_{-1}^1 (3 - 3x^2) dx \right| = 4.$$

Câu 15: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^3$, $y = -\pi$, $x = 4$ và trục tung được tính bởi công thức nào dưới đây ?

A. $S = \int_0^4 (2x^3 - \pi) dx.$

B. $S = \pi \int_{-\pi}^4 |2x^3| dx.$

C. $S = \int_0^4 (2x^3 + \pi) dx.$

D. $S = \int_{-\pi}^4 |2x^3| dx.$

Lời giải:

Diện tích S của hình phẳng được tính bởi công thức: $S = \int_0^4 |2x^3 + \pi| dx = \int_0^4 (2x^3 + \pi) dx.$

Câu 16: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2 - 4$, tiếp tuyến của (P) tại $M(2;0)$ và trục Oy là

A. $S = \frac{4}{3}.$

B. $S = 2.$

C. $S = \frac{8}{3}.$

D. $S = \frac{7}{3}.$

Lời giải:

Ta có: $y' = 2x$; $y'(2) = 4.$

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại $M(2;0)$: $y = 4(x - 2) = 4x - 8.$

$$\begin{aligned} \text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } S &= \int_0^2 |x^2 - 4 - (4x - 8)| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 4x + 4) dx \right| \\ &= \left| \frac{(x-2)^3}{3} \right|_0^2 = \frac{8}{3}. \end{aligned}$$

Câu 17: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 4 - |x|$ và trục hoành là

A. 4.

B. 0.

C. 16.

D. 8.

Lời giải:

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } 4 - |x| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng là.

$$S = \int_{-4}^4 |4 - |x|| dx = \int_{-4}^0 |4 + x| dx + \int_0^4 |4 - x| dx = \left| \int_{-4}^0 (4 + x) dx \right| + \left| \int_0^4 (4 - x) dx \right| = 16.$$

Câu 18: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y = x - 2.$

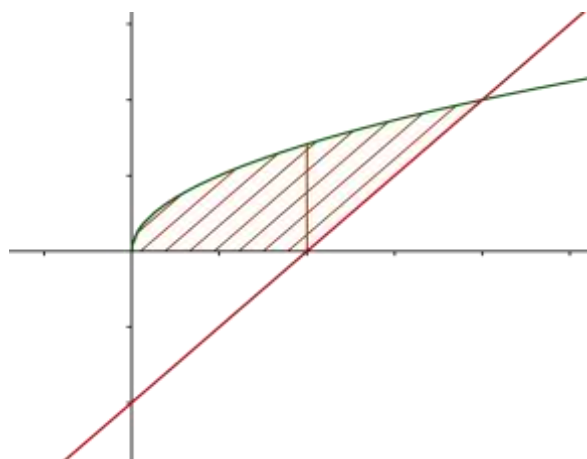
A. $S = 2.$

B. $S = \frac{10}{3}.$

C. $S = \frac{16}{3}.$

D. $S = \frac{22}{3}.$

Lời giải:



Hoành độ giao điểm $\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow x = 4 (x \geq 0)$.

$\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

$$\text{Diện tích } S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \frac{10}{3}.$$

Câu 19: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $a < b$. Kí hiệu S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3f(x)$, $y = 3g(x)$, $x = a$, $x = b$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x) - 2$, $y = g(x) - 2$, $x = a$, $x = b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_1 = 2S_2$.

B. $S_1 = 3S_2$.

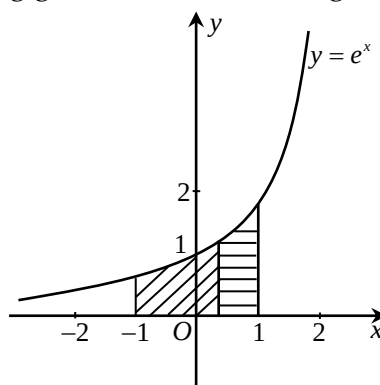
C. $S_1 = 2S_2 - 2$.

D. $S_1 = 2S_2 + 2$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } S_1 = \int_a^b |3f(x) - 3g(x)| dx = 3 \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = 3 \int_a^b [(f(x) - 2) - (g(x) - 2)] dx = 3S_2.$$

Câu 20: Cho hàm số $y = e^x$, gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $x = -1$; $x = k$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $x = k$; $x = 1$. (tham khảo hình vẽ).



Xác định k để $S_1 = S_2$.

A. $k = \ln\left(e + \frac{1}{e}\right) - \ln 2$.

B. $k = 2 \ln\left(e - \frac{1}{e}\right) - 1$.

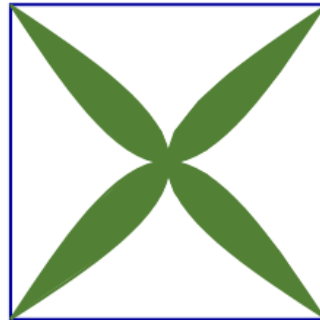
C. $k = 2 \ln 2 - 1$.

D. $k = \ln 2$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int_{-1}^k e^x dx = \int_k^1 e^x dx \Leftrightarrow e^k - \frac{1}{e} = e - e^k \Leftrightarrow k = \ln\left(e + \frac{1}{e}\right) - \ln 2.$$

Câu 21: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

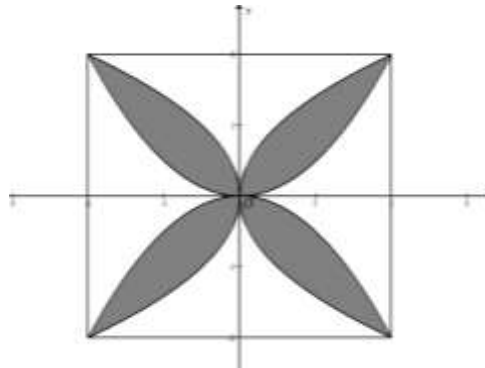
A. 800 cm^2 .

B. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.

D. 250 cm^2 .

Lời giải:



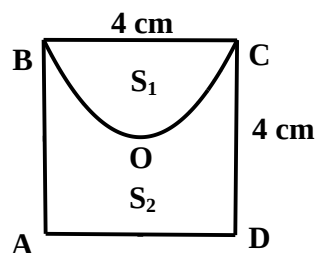
Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng $10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{2}$, $y = -\frac{x^2}{2}$, $x = -\frac{y^2}{2}$, $x = \frac{y^2}{2}$.

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$.

Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{(2x)^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Bigg|_0^2 = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2) = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2).$$

Câu 22: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , độ dài cạnh là 4 cm. Đường cong BOC là một phần của parabol đỉnh O chia hình vuông thành hai hình phẳng có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (tham khảo hình vẽ).



Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

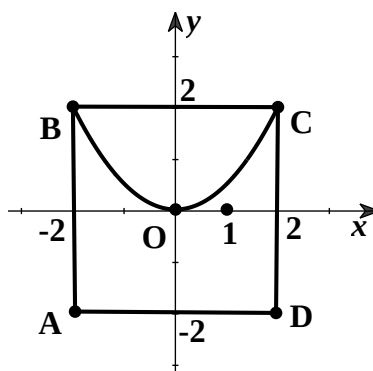
A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải:



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có phương trình parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

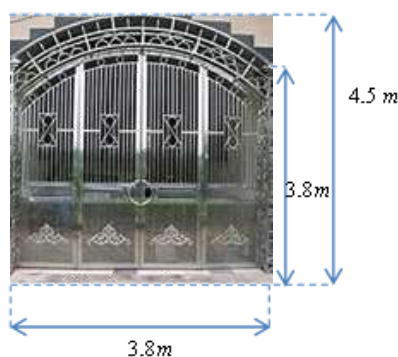
Suy ra $S_1 = \int_{-2}^2 \left(2 - \frac{1}{2}x^2\right) dx = \frac{16}{3}$ (đvdt).

Diện tích hình vuông ABCD là $S_{ABCD} = 4^2 = 16$ (đvdt).

Do đó diện tích S_2 là $S_2 = S_{ABCD} - S_1 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$ (đvdt).

Vậy tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{16}{3} : \frac{32}{3} = \frac{1}{2}$.

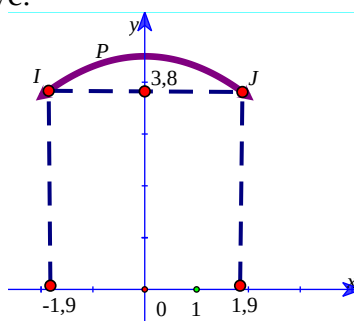
Câu 23: Ông X muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol, chất liệu làm là inox. Giá $1m^2$ vật tư và công làm là 1.300.000 đồng. Hỏi ông X phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 13.050.000 đồng. B. 36.630.000 đồng. C. 19.520.000 đồng. **D. 21.077.330 đồng.**

Lời giải:

Ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Trong đó $I\left(-\frac{19}{10}; \frac{19}{5}\right)$, $J\left(\frac{19}{10}; \frac{19}{5}\right)$.

Đường cong phía trên là một Parabol có phương trình dạng $y = ax^2 + b$, với $a; b \in \mathbb{R}$.

Do Parabol đi qua các điểm I, J và chiều cao cổng là $\frac{9}{2}m$ nên có $y = -\frac{70}{361}x^2 + \frac{9}{2}$.

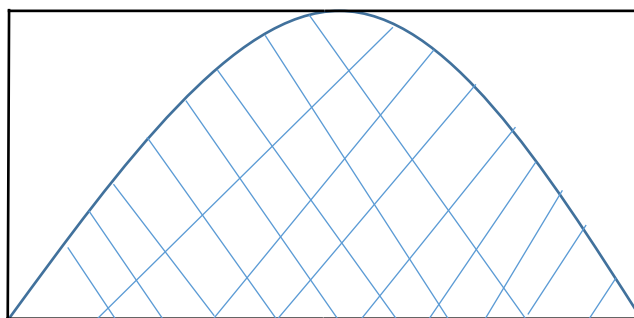
Diện tích S của cửa rào sắt là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

$y = -\frac{70}{361}x^2 + \frac{9}{2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -\frac{19}{10}$; $x = \frac{19}{10}$.

$$\text{Ta có } S = \int_{-\frac{19}{10}}^{\frac{19}{10}} \left(-\frac{70}{361}x^2 + \frac{9}{2} \right) dx = \frac{1216}{75}.$$

Vậy ông X phải trả số tiền để làm cái cửa sắt là: $\frac{1216}{75} \times 1.300.000 \approx 21.077.330$ (đồng).

Câu 24: Một sân bóng hình chữ nhật với diện tích $200m^2$. Người ta muốn trồng cỏ trên sân bóng theo hình một parabol bậc hai sao cho đỉnh của parabol trùng với trung điểm một cạnh của sân bóng như hình vẽ bên. Biết chi phí trồng cỏ là 300 ngàn đồng cho mỗi mét vuông. Xác định chi phí trồng cỏ cần có cho sân bóng trên?



A. 30 triệu đồng.

B. 60 triệu đồng.

C. 50 triệu đồng.

D. 40 triệu đồng.

Lời giải:

Gọi chiều dài của hình chữ nhật là m , chiều rộng là n ($m > n > 0$).

Ta có diện tích hình chữ nhật là $S = mn = 200$ (m^2).

Chọn hệ trục tọa độ Đề các vuông góc Oxy sao cho đỉnh của parabol là $I(0;n)$. Parabol đi qua

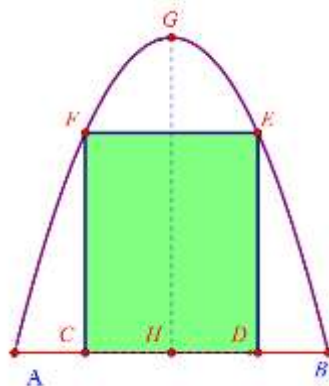
2 điểm $A\left(-\frac{m}{2};0\right)$ và $B\left(\frac{m}{2};0\right)$.

Do đó parabol có dạng $y = \frac{-4n}{m^2}x^2 + n$.

Vậy phần diện tích trồng cỏ là $S = 2 \int_0^{\frac{m}{2}} \left(\frac{-4n}{m^2}x^2 + n \right) dx = \frac{2mn}{3}$.

Vậy số tiền trồng cỏ cần là: $\frac{2mn}{3} \cdot 300000 = \frac{2 \cdot 200}{3} \cdot 300000 = 40000000$.

Câu 25: Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1200000 đồng/ m^2 , còn các phần để trồng làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?



A. 11445000 đồng.

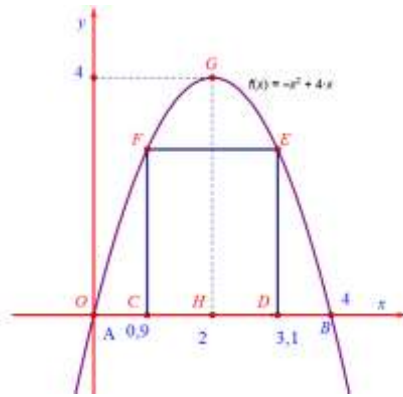
B. 4077000 đồng.

C. 7368000 đồng.

D. 11370000 đồng.

Lời giải:

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Giả sử phương trình của parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol có đỉnh là $G(2; 4)$ và đi qua điểm $O(0; 0)$ nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$.

Diện tích của cả công là $S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$

Mặt khác chiều cao $CF = DE = f(0,9) = 2,79 \text{ (m)}; CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2 \text{ (m)}.$

Diện tích hai cánh công là $S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 \text{ (m}^2\text{)}.$

Diện tích phần xiên hoa là $S_{xh} = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 6,14 = \frac{6793}{1500} \text{ (m}^2\text{)}.$

Vậy tổng số tiền để làm công là $6,138 \cdot 1200000 + \frac{6793}{1500} \cdot 900000 = 11441400 \text{ đồng}.$

Câu 26: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là

A. $\frac{3}{4}.$

B. $\frac{3}{5}.$

C. $\frac{2}{3}.$

D. $\frac{4}{5}.$

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = 3x^2 - 6x + 3m = 3(x^2 - 2x + m)$.

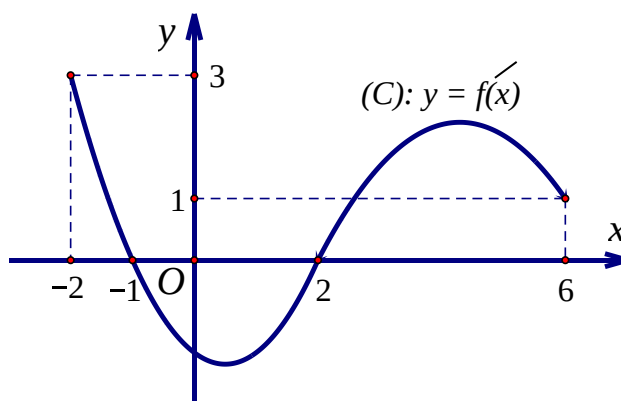
Yêu cầu bài toán suy ra đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt nên.

$x^2 - 2x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Khi đó đồ thị hàm số đối xứng qua tâm $I(1; -3 + 4m)$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $I \in Ox \Leftrightarrow -3 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4} \text{ (t/m)}.$

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $f(-2) < f(-1) < f(2) < f(6)$.

B. $f(2) < f(-2) < f(-1) < f(6)$.

C. $f(-2) < f(2) < f(-1) < f(6)$.

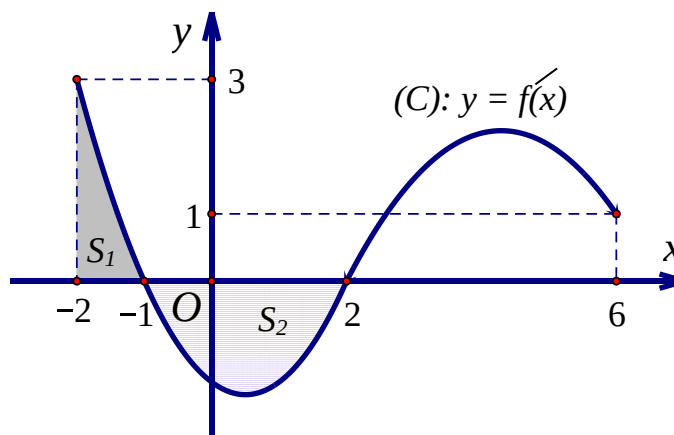
D. $f(6) < f(2) < f(-2) < f(-1)$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như sau:

x	-2	-1	2	6
$f'(x)$	0	+	0	+
$f(x)$	$f(-2)$	$f(-1)$	$f(2)$	$f(6)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\begin{cases} f(-2) < f(-1) \\ f(2) < f(-1) \\ f(2) < f(6) \end{cases}$ nên A, D sai.



Ta cần so sánh $f(-2)$ và $f(2)$.

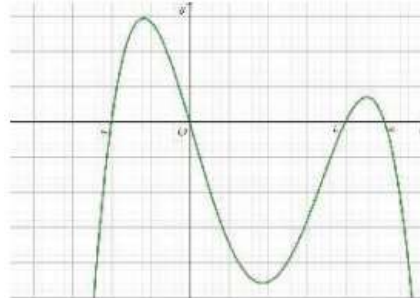
Gọi S_1 , S_2 là diện tích hình phẳng được tô đậm như trên hình vẽ.

Ta có: $S_1 = \int_{-2}^{-1} |f'(x)| dx = \int_{-2}^{-1} f'(x) dx = f(-1) - f(-2)$.

$$S_2 = \int_{-1}^2 |f'(x)| dx = - \int_{-1}^2 f'(x) dx = f(-1) - f(2).$$

Dựa vào đồ thị ta thấy $S_1 < S_2$ nên $f(-1) - f(-2) < f(-1) - f(2) \Leftrightarrow f(-2) > f(2)$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Biết phương trình $f'(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $a, 0, b, c$ với $a < 0 < b < c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(a) > f(c) > f(b)$.

B. $f(a) > f(b) > f(c)$.

C. $f(c) > f(a) > f(b)$.

D. $f(b) > f(a) > f(c)$.

Lời giải:

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	a	0	b	c	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+
$f(x)$		$f(a)$	$f(0)$	$f(b)$	$f(c)$	

Suy ra $f(c) > f(b)$ (1)

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$, đường thẳng $x = a$, $x = 0$.

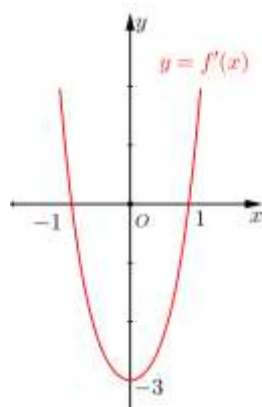
S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$, đường thẳng $x = 0$, $x = b$.

S_3 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$, đường thẳng $x = b$, $x = c$.

$$\begin{aligned} \text{Vì } S_1 + S_3 < S_2 &\Leftrightarrow \int_a^0 |f'(x)| dx + \int_b^c |f'(x)| dx < \int_0^b |f'(x)| dx \\ &\Leftrightarrow \int_a^0 f'(x) dx + \int_b^c f'(x) dx < - \int_0^b f'(x) dx \\ &\Leftrightarrow f(0) - f(a) + f(c) - f(b) < -f(b) + f(0) \\ &\Leftrightarrow f(a) > f(c) \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow f(a) > f(c) > f(b)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây:



Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.

A. $S = 9$.

B. $S = \frac{27}{4}$.

C. $S = \frac{21}{4}$.

D. $S = \frac{5}{4}$.

Lời giải:

Từ đồ thị suy ra $f'(x) = 3x^2 - 3$.

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 - 3) dx = x^3 - 3x + C.$$

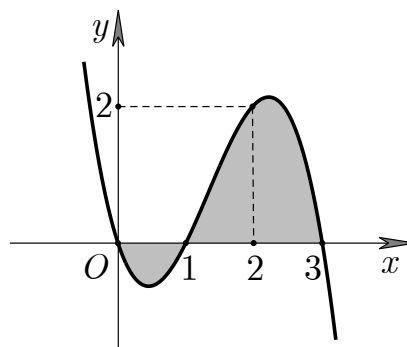
Do (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ x_0 âm nên

$$f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -1. \text{ Suy ra } f(-1) = 4 \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow (C): y = x^3 - 3x + 2$$

$$\text{Xét phương trình } x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm là: } \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx = \frac{27}{4}.$$

Câu 30: Cho $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng được tô đậm.



A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải:

Giả sử $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ trên.

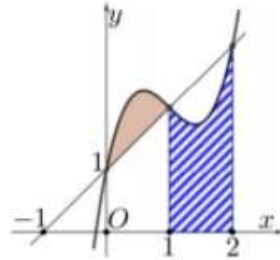
$$\text{Điểm } O(0;0) \in (C) \Rightarrow d = 0 \Rightarrow f(x) = ax^3 + bx^2 + cx.$$

$$\text{Các điểm } A(1;0), B(2;2), D(3;0) \in (C) \Rightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ 4a+2b+c=1 \\ 9a+3b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x^3 + 4x^2 - 3x.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^1 [0 - f(x)]dx + \int_1^3 [f(x) - 0]dx = \int_0^1 (x^3 - 4x^2 + 3x)dx + \int_1^3 (-x^3 + 4x^2 - 3x)dx = \frac{37}{12}.$$

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đường thẳng $d: g(x) = mx + n$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Nếu diện tích phần tô bằng bằng $\frac{1}{2}$ thì diện tích phần gạch bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải:

Cách 1:

Dựa vào đồ thị $\Rightarrow$ đường thẳng $d: g(x) = x + 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của của hai đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ là

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = x + 1 \Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + (c-1)x + d-1 = 0 \quad (1)$$

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ cắt nhau tại ba điểm $x = 0, x = 1, x = 2$.

$$(1) \Rightarrow ax(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow a(x^3 - 3x^2 + 2x) = 0.$$

$$\text{Diện tích phần tô màu: } \int_0^1 a(x^3 - 3x^2 + 2x)dx = \frac{1}{4}a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2.$$

Diện tích phần không tô màu giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ và hai đường thẳng

$$x = 1, x = 2 \text{ là } S_1 = \int_1^2 -2(x^3 - 3x^2 + 2x)dx = \frac{1}{2}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = x + 1$, Ox , $x = 1$, $x = 2$ là $S_2 = \frac{5}{2}$.

$$\text{Diện tích phần gạch chéo là } S = S_2 - S_1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2.$$

Cách 2:

Diện tích phần không tô màu giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ và hai đường thẳng

$$x = 1, x = 2 \text{ là } S_1.$$

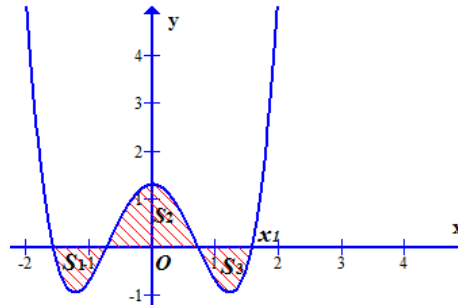
Diện tích phần tô màu là $S_2 = \frac{1}{2}$. Dựa vào đồ thị ta thấy $S_1 = S_2 = \frac{1}{2}$.

Dựa vào đồ thị $\Rightarrow$ đường thẳng $d: g(x) = x + 1$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = x + 1$, Ox , $x = 1$, $x = 2$ là $S_3 = \frac{5}{2}$.

Diện tích phần gạch chéo là $S = S_3 - S_1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2$.

Câu 32: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của m để $S_1 + S_3 = S_2$ là

A. $-\frac{5}{2}$

B. $\frac{5}{4}$

C. $-\frac{5}{4}$

D. $\frac{5}{2}$

Lời giải:

Gọi x_1 là nghiệm dương lớn nhất của phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$, ta có $m = -x_1^4 + 3x_1^2$ (1).

Vì $S_1 + S_3 = S_2$ và $S_1 = S_3$ nên $S_2 = 2S_3$ hay $\int_0^{x_1} f(x) dx = 0$.

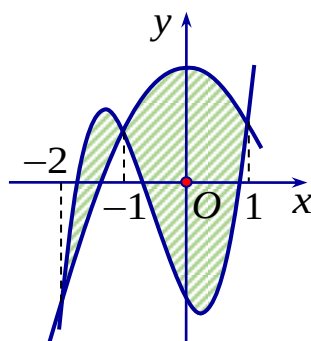
$$\text{Mà } \int_0^{x_1} f(x) dx = \int_0^{x_1} (x^4 - 3x^2 + m) dx = \left(\frac{x^5}{5} - x^3 + mx \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right).$$

$$\text{Do đó, } x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m = 0 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có phương trình } \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 - x_1^4 + 3x_1^2 = 0 \Leftrightarrow -4x_1^4 + 10x_1^2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Vậy } m = -x_1^4 + 3x_1^2 = \frac{5}{4}.$$

Câu 33: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{37}{6}$.

B. $\frac{13}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{37}{12}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ là

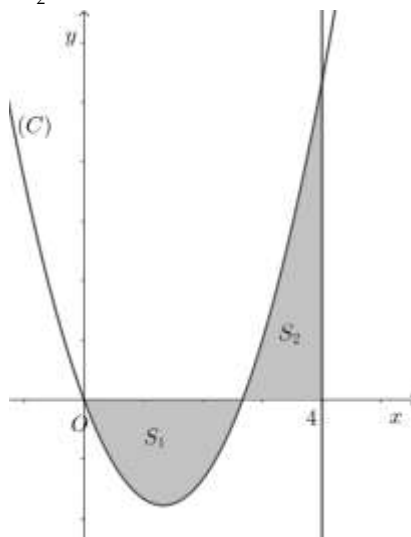
$$ax^3 + bx^2 + cx - 2 = dx^2 + 3x + 2 \Leftrightarrow a^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 = 0. \quad (*)$$

Do đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại ba điểm suy ra phương trình $(*)$ có ba nghiệm $x = -2$; $x = -1$; $x = 1$. Ta được

$$ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 = k(x+2)(x+1)(x-1). \text{ Khi đó } -4 = -2k \Rightarrow k = 2.$$

$$\text{Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là } \int_{-2}^1 |2(x+2)(x+1)(x-1)| dx = \frac{37}{6}.$$

Câu 34: Cho hàm số $y = x^2 - mx$ ($0 < m < 4$) có đồ thị (C) . Gọi $S_1 + S_2$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên dưới). Giá trị của m sao cho $S_1 = S_2$ là



A. $m = 3$.

B. $m = \frac{10}{3}$.

C. $m = 2$.

D. $m = \frac{8}{3}$.

Lời giải:

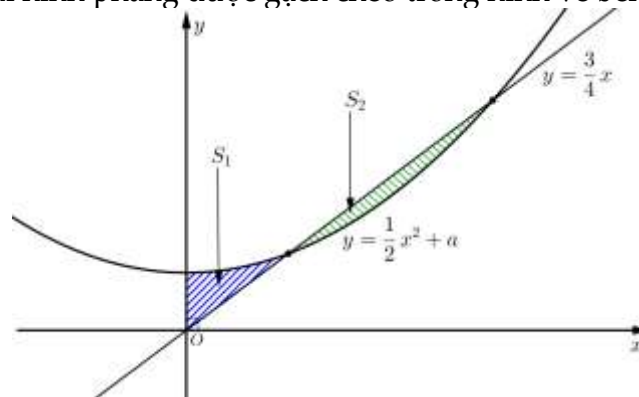
$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } (C) \text{ và trục } Ox \text{ là: } x^2 - mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m (0 < m < 4) \end{cases}$$

$$S_1 = \int_0^m |x^2 - mx| dx = \int_0^m (mx - x^2) dx = \left(m \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^m = \frac{m^3}{6}.$$

$$S_2 = \int_m^4 |x^2 - mx| dx = \int_m^4 (x^2 - mx) dx = \left(\frac{x^3}{3} - m \frac{x^2}{2} \right) \Big|_m^4 = \frac{64}{3} - 8m + \frac{m^3}{6}.$$

$$\text{Ta có: } S_1 = S_2 \Leftrightarrow 8m - \frac{64}{3} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}.$$

Câu 35: Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right).$

B. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right).$

C. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right).$

D. $\left(0; \frac{3}{16}\right).$

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^2 + a = \frac{3}{4}x \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a = 0$ (*).

Do đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ cắt parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương nên phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt $0 < x_1 < x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{16} - 2a > 0 \\ 2a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < \frac{9}{32}.$$

Ta có:

$$S_1 = \int_0^{x_1} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - \frac{3}{4}x \right) dx; S_2 = \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}x^2 + a \right) dx = - \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - \frac{3}{4}x \right) dx.$$

$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow S_1 - S_2 = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_1} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - \frac{3}{4}x \right) dx + \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - \frac{3}{4}x \right) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - \frac{3}{4}x \right) dx = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{6} + ax - \frac{3}{8}x^2 \right) \Big|_0^{x_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}x_2^3 + ax_2 - \frac{3}{8}x_2^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{6}x_2^2 + a - \frac{3}{8}x_2 = 0.$$

Mà x_2 là nghiệm phương trình (*) nên $\frac{1}{2}x_2^2 - \frac{3}{4}x_2 + a = 0$.

Trừ vế với vế hai phương trình được: $-\frac{1}{3}x_2^2 + \frac{3}{8}x_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 0 & (L) \\ x_2 = \frac{9}{8} & (TM) \end{cases}$.

Với $x_2 = \frac{9}{8} \Rightarrow a = \frac{27}{128}$ (tm). Vậy $a = \frac{27}{128} \in \left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$.

Dạng 2: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. **D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.**

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Câu 37: Thể tích khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$ quay quanh trục Ox là:

A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx$. C. $V = \pi \int_0^4 f(x) dx$. **D. $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx$.**

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được tính bởi công thức

A. $V = \int_a^b S^2(x) dx$. **B. $V = \int_a^b S(x) dx$.** C. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$.

Câu 39: Cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -2$ và $x = 2$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($x \in [-2; 2]$) là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{4 - x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

A. π . **B. $\frac{32}{3}$.** C. $\frac{32\pi}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải:

Thể tích của vật thể (T) là $V = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{4 - x^2}\right)^2 dx = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}$.

Câu 40: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq \pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $2\pi\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 3π .

Lời giải:

$$\text{Ta có } V = \int_0^\pi S(x)dx = \int_0^\pi S(x)dx = \int_0^\pi \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2\sqrt{\sin x})^2 dx = \int_0^\pi \sqrt{3} \cdot \sin x dx = -\sqrt{3} \cos x \Big|_0^\pi = 2\sqrt{3}.$$

Câu 41: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=4$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kì $(1 \leq x \leq 4)$ thì được thiết diện là một nửa lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

A. $21\sqrt{3}$.

B. 21.

C. $63\sqrt{3}$.

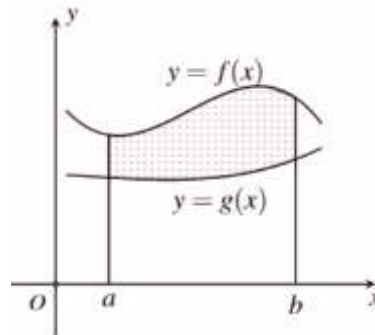
D. 63.

Lời giải:

Diện tích thiết diện tạo ra khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kì $(1 \leq x \leq 4)$ là $S(x) = 3 \cdot \frac{(2x)^2 \sqrt{3}}{4} = 3x^2 \sqrt{3}$ nên thể tích vật thể là

$$V = \int_1^4 3x^2 \sqrt{3} dx = 63\sqrt{3}.$$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$ (có đồ thị như hình vẽ). Gọi H là hình phẳng được tô đậm trong hình, khi quay H quanh trục Ox ta thu được khối tròn xoay có thể tích V . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.

D. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay hình phẳng H quay quanh trục Ox : $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

Câu 43: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $x=0$, $x=\pi$, $y=0$ và $y=-\sin 2x$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình D quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^\pi \sin^2 2x dx$.

B. $\pi \int_0^\pi |\sin 2x| dx$.

C. $\int_0^\pi \sin^2 2x dx$.

D. $\int_0^\pi |\sin 2x| dx$.

Lời giải:

$$V = \pi \int_0^{\pi} (\sin 2x)^2 dx = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 2x dx.$$

Câu 44: Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3\sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1; x=4$ quanh trục hoành được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = 3\pi^2 \int_1^4 x dx$. B. $V = 3\pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$. **C. $V = 9\pi \int_1^4 x dx$.** D. $V = 3 \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

Lời giải:

Áp dụng công thức ta có $V = \pi \int_1^4 (3\sqrt{x})^2 dx = 9\pi \int_1^4 x dx$.

Câu 45: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $y = (2x-1)\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x=e$. Thể tích V khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \int_1^e (2x-1)^2 \ln x dx$. B. $V = \int_{\frac{1}{2}}^e (2x-1)^2 \ln x dx$.
C. $V = \pi \int_1^e (2x-1)^2 \ln x dx$. D. $V = \pi \int_{\frac{1}{2}}^e (2x-1)^2 \ln x dx$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $(2x-1)\sqrt{\ln x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 1. \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy nên thể tích cần tính là $V = \pi \int_1^e (2x-1)^2 \ln x dx$.

Câu 46: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$. B. $\pi \ln \sqrt{3}$. C. $\frac{8\pi}{9}$. **D. $\pi \ln 3$.**

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay bằng $V = \pi \int_0^2 \left[\frac{1}{\sqrt{x+1}} \right]^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{1}{x+1} dx = \pi \ln(x+1)_0^2 = \pi \ln 3$.

Câu 47: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

A. $V = \pi - 1$. B. $V = \pi + 1$. **C. $V = \pi(\pi+1)$.** D. $V = \pi(\pi-1)$.

Lời giải:

Hình phẳng D giới hạn bởi $\begin{cases} y = \sqrt{2 + \cos x} \\ y = 0 \\ x = 0, x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay

D quanh trục hoành được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{2 + \cos x})^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1).$$

Câu 48: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x = 2$ và $x = 5$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{14\pi}{3}$ B. $\frac{14}{3}$ **C. $\frac{15\pi}{2}$.** D. $\frac{15}{2}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng D quanh trục Ox ta có:

$$V = \pi \int_2^5 (\sqrt{x-1})^2 dx = \pi \int_2^5 (x-1) dx = \frac{15\pi}{2}.$$

Câu 49: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{81}{10}\pi$.** B. $V = \frac{81}{10}$ C. $V = \frac{9}{2}$ D. $V = \frac{9}{2}\pi$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(3x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 \\ &= \pi \left(3 \cdot 3^3 - \frac{3}{2} \cdot 3^4 + \frac{3^5}{5} \right) = \frac{81}{10}\pi. \end{aligned}$$

Câu 50: Giả sử D là hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và trục hoành. Quay D quanh trục hoành ta thu được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $V = \frac{\pi}{30}$.** B. $V = \frac{1}{6}$ C. $V = \frac{\pi}{6}$ D. $V = \frac{1}{30}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} \text{Thể tích của vật thể là: } V &= \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx = \pi \int_1^2 (x^4 + 9x^2 + 4 - 6x^3 + 4x^2 - 12x) dx \\ &= \pi \left(\frac{x^5}{5} + 3x^3 + 4x - \frac{3}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 6x^2 \right) \Big|_1^2 = \frac{\pi}{30}. \end{aligned}$$

Câu 51: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = -x^2 - 2x + 3$ và trục Ox quanh trục Ox là

- A. $V = \frac{16}{15}$. B. $V = \frac{512\pi}{15}$. C. $V = \frac{16\pi^3}{15}$. D. $V = \frac{16\pi}{15}$.

Lời giải:

Hoành độ giao điểm của đường $y = -x^2 - 2x + 3$ với $y = 0$ là $x = 1; x = -3$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3)^2 dx = \frac{512\pi}{15}$.

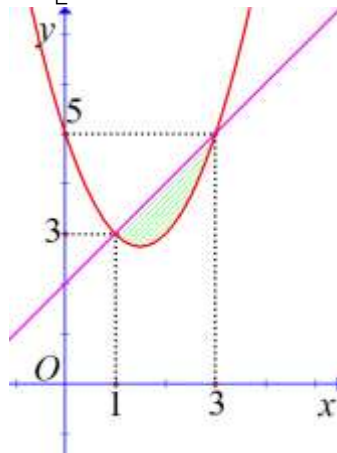
Câu 52: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3x + 5$, $y = x + 2$ quay quanh trục Ox là

- A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{16}{15}$. C. $\frac{48}{5}$. D. $\frac{48\pi}{5}$.

Lời giải:

Hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là nghiệm của phương trình:

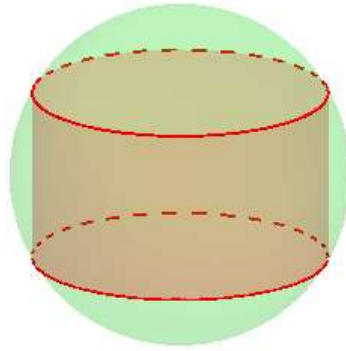
$$x^2 - 3x + 5 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$



Nhìn vào đồ thị ta có thể tích tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3x + 5$, $y = x + 2$ quay quanh trục Ox là:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_1^3 \left| (x^2 - 3x + 5)^2 - (x + 2)^2 \right| dx = \pi \int_1^3 \left[(x + 2)^2 - (x^2 - 3x + 5)^2 \right] dx \\ &= \pi \int_1^3 \left[(x^2 + 4x + 4) - (x^4 + 9x^2 + 25 - 6x^3 + 10x^2 - 30x) \right] dx = \pi \int_1^3 (-x^4 + 6x^3 - 18x^2 + 34x - 21) dx \\ &= \pi \left(-\frac{x^5}{5} + \frac{3x^4}{2} - 6x^3 + 17x^2 - 21x \right) \Big|_1^3 = \frac{48\pi}{5}. \end{aligned}$$

Câu 53: Một khối cầu có bán kính là $5(dm)$, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng $3(dm)$ để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.



- A. $\frac{100}{3}\pi (dm^3)$. B. $\frac{43}{3}\pi (dm^3)$. C. $41\pi (dm^3)$. **D. $132\pi (dm^3)$.**

Lời giải:

Trên hệ trục tọa độ Oxy , xét đường tròn $(C): (x-5)^2 + y^2 = 25$. Ta thấy nếu cho nửa trên trục Ox của (C) quay quanh trục Ox ta được mặt cầu bán kính bằng 5. Nếu cho hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa trên trục Ox của (C) , trục Ox , hai đường thẳng $x=0, x=2$ quay xung quanh trục Ox ta sẽ được khối tròn xoay chính là phần cắt đi của khối cầu trong đề bài.

Ta có $(x-5)^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{25 - (x-5)^2}$.

$\Rightarrow$ Nửa trên trục Ox của (C) có phương trình $y = \sqrt{25 - (x-5)^2} = \sqrt{10x - x^2}$.

$\Rightarrow$ Thể tích vật thể tròn xoay khi cho (H) quay quanh Ox là:

$$V_1 = \pi \int_0^2 (10x - x^2) dx = \pi \left(5x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{52\pi}{3}.$$

Thể tích khối cầu là: $V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3}.$

Thể tích cần tìm: $V = V_2 - 2V_1 = \frac{500\pi}{3} - 2 \cdot \frac{52\pi}{3} = 132\pi (dm^3).$

Dạng 3: ỨNG DỤNG VÀO BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

Câu 54: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t$ (m/s). Tính quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm mà vật dừng lại.

- A. 810 m.** B. 9 m. C. 160 m. D. 180 m.

Lời giải:

Thời điểm vật dừng lại là $v = 0 \Leftrightarrow 180 - 20t = 0 \Leftrightarrow t = 9(s)$

Quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm mà vật dừng lại là:

$$s(t) = \int_0^9 (180 - 20t) dt = 810(m)$$

Câu 55: Một xe ô tô đang đi với vận tốc 10 m/s thì người lái xe bắt đầu đạp phanh, từ thời điểm đó xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 5t$ (m/s), ở đó t tính bằng giây. Quãng đường ô tô dịch chuyển từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn bằng

- A. 5m.** **B. 10m.** C. 6m. D. 12m.

Lời giải:

Thời điểm xe dừng hẳn là: $v(t) = 10 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ (s)}$

Vậy quãng đường ô tô dịch chuyển từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn là:

$$S = \int_0^2 |v(t)| dt = \int_0^2 |10 - 5t| dt = 10 \text{ (m)}.$$

Câu 56: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t \text{ (m/s)}$. Tính quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ đến thời điểm mà vật dừng lại.

A. 810m.

B. 9m.

C. 180m.

D. 160m.

Lời giải:

Gọi $t_1 \text{ (s)}$ là thời điểm vật dừng lại.

$$\text{Suy ra: } v(t_1) = 0 \Leftrightarrow 180 - 20t_1 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 9 \text{ (s)}$$

$$\text{Quãng đường vật di chuyển là: } S = \int_0^9 (180 - 20t) dt = (180t - 10t^2) \Big|_0^9 = 810.$$

Câu 57: Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn thì ô tô đi được bao nhiêu mét?

A. 10m.

B. 40m.

C. 20m.

D. 30m.

Lời giải:

$$\text{Khi xe dừng hẳn thì } v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4 \text{ (s)}.$$

Khi đó quãng đường xe đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là:

$$S = \int_0^4 (-5t + 20) dt = \left(-\frac{5t^2}{2} + 10t \right) \Big|_0^4 = 40 \text{ (m)}.$$

Câu 58: Hàng ngày anh An đi làm bằng xe máy trên cùng một cung đường từ nhà đến cơ quan mất 15 phút. Hôm nay khi đang di chuyển trên đường với vận tốc v_0 thì bất chợt anh gặp một chướng ngại vật nên anh đã hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -6 \text{ m/s}^2$. Biết rằng tổng quãng đường từ lúc anh nhìn thấy chướng ngại vật và quãng đường anh đã đi được trong 3s đầu tiên kể từ lúc hãm phanh là 35,5m. Tính v_0 .

A. $v_0 = 45 \text{ km/h}$.

B. $v_0 = 40 \text{ km/h}$.

C. $v_0 = 60 \text{ km/h}$.

D. $v_0 = 50 \text{ km/h}$.

Lời giải:

Khi chưa hãm phanh thì quãng đường đi được của anh An được tính theo công thức

$$S(t) = v_0 \cdot t$$

$$\text{Suy ra quãng đường anh An đã đi được trong 2s trước khi hãm phanh là } S_1 = 2v_0$$

$$\text{Sau khi hãm phanh thì xe chuyển động với vận tốc là } v(t) = -6t + v_0.$$

Quãng đường anh An đi được trong 3s đầu tiên kể từ lúc hãm phanh là

$$S_2 = \int_0^3 (-6t + v_0) dt = (-3t^2 + v_0 t) \Big|_0^3 = -27 + 3v_0$$

$$\text{Khi đó ta có } S_1 + S_2 = 35,5 \Leftrightarrow 2v_0 + (-27 + 3v_0) = 35,5 \Leftrightarrow v_0 = 12,5 \text{ (m/s)} = 45 \text{ km/h}.$$

Câu 59: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_t = 8t \text{ (m/s)}$. Đi được 5(s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với

gia tốc $a = -75 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Quãng đường $S(m)$ đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 94,00(m). B. 166,7(m). **C. 110,7(m).** D. 95,70(m).

Lời giải:

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe lăn bánh đến khi được phanh:

$$S_1 = \int_0^5 v_1(t) dt = \int_0^5 8t dt = 8 \frac{t^2}{2} \Big|_0^5 = 100(m).$$

Vận tốc $v_2(t)(m/s)$ của ô tô từ lúc được phanh đến khi dừng hẳn thoả mãn $v_2(t) = \int (-75) dt = -75t + C$, $v_2(5) = v_1(5) = 40 \Rightarrow C = 415$. Vậy $v_2(t) = -75t + 415$.

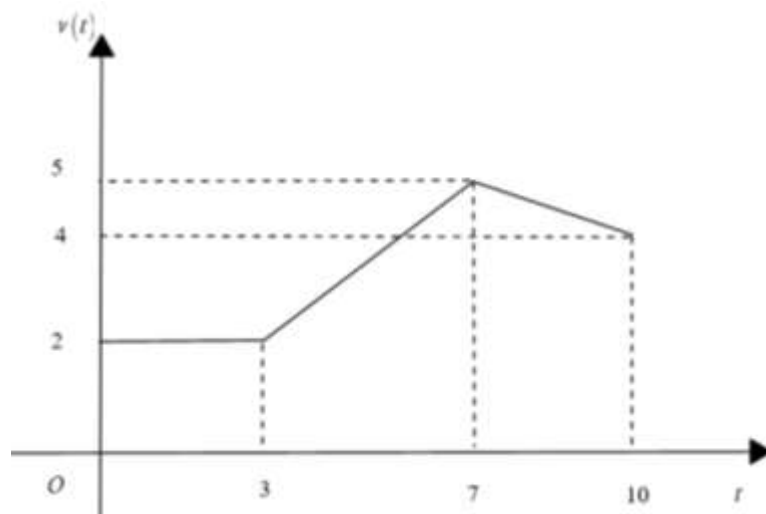
Thời điểm xe dừng hẳn tương ứng với t thoả mãn $v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{83}{15}(s)$.

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe được phanh đến khi dừng hẳn:

$$S_2 = \int_5^{\frac{83}{15}} v_2(t) dt = \int_5^{\frac{83}{15}} (-75t + 415) dt = \frac{32}{3} (m).$$

$$\text{Quãng đường cần tìm: } S = S_1 + S_2 = 100 + \frac{32}{3} = \frac{332}{3} (m).$$

Câu 60: Một vật chuyển động trong 10 giây với vận tốc $v(m/s)$ phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Quãng đường vật chuyển động được trong 10 giây bằng

- A. $\frac{63}{2}m$. **B. $\frac{67}{2}m$.** C. $\frac{61}{2}m$. D. $\frac{65}{2}m$.

Lời giải:

Vận tốc chuyển động của vật trong 3 giây đầu là $v_1(t) = 2$.

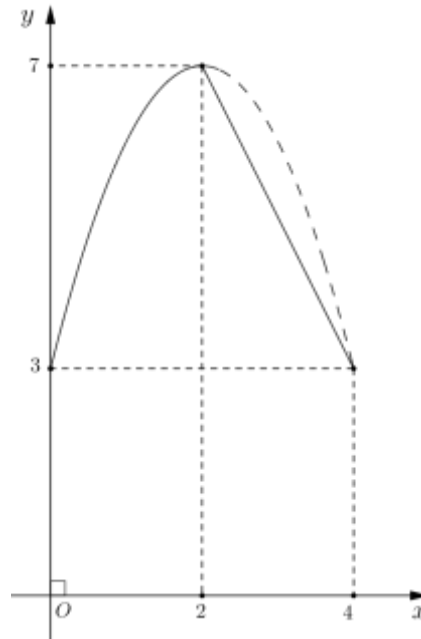
Vận tốc chuyển động của vật từ giây thứ 3 đến giây thứ 7 là $v_2(t) = \frac{3}{4}t - \frac{1}{4}$.

Vận tốc chuyển động của vật từ giây thứ 7 đến giây thứ 10 là $v_3(t) = -\frac{1}{3}t + \frac{22}{3}$.

Ta có $S'(t) = v(t)$, suy ra

$$S = \int_0^3 v_1(t) dt + \int_3^7 v_2(t) dt + \int_7^{10} v_3(t) dt = \int_0^3 2dt + \int_3^7 \left(\frac{3}{4}t - \frac{1}{4} \right) dt + \int_7^{10} \left(-\frac{1}{3}t + \frac{22}{3} \right) dt = \frac{67}{2} \text{ (m)}.$$

Câu 61: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;7)$ và trục đối xứng của parabol song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là đoạn thẳng IA . Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. 15,81(km).

B. 17,33(km).

C. 23,33(km).

D. 21,33(km).

Lời giải:

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $(0;3)$ và có đỉnh $I(2;7)$ nên có

$$\begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow y = -x^2 + 4x + 3$$

Đường thẳng IA đi qua $A(4;3)$ nhận vectơ $\overrightarrow{IA} = (2;-4)$ làm vectơ chỉ phương, suy ra có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4;2)$

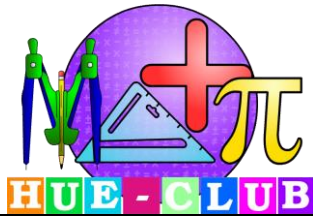
Phương trình đường thẳng IA là $4(x-4) + 2(y-3) = 0 \Leftrightarrow y = -2x + 11$

Quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ là:

$$s = \int_0^2 (-t^2 + 4t + 3) dt + \int_2^4 (-2t + 11) dt = \frac{64}{3} \text{ (km)}.$$

HẾT

Huế, 10h00' Ngày 02 tháng 10 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 0_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

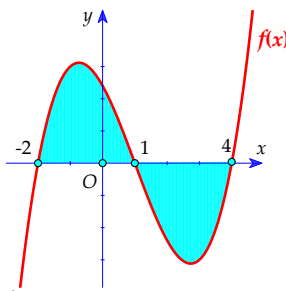
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_a^b |f(x)| dx$. B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $\int_a^b |f(x)| dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

- A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2, x = 4$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



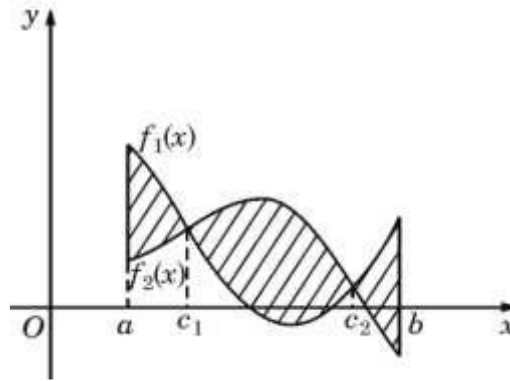
Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $S_D = \int_{-2}^4 |f(x)| dx$. B. $S_D = \left| \int_{-2}^4 f(x) dx \right|$.
C. $S_D = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^4 f(x) dx \right|$. D. $S_D = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được tính bởi công thức

A. $V = \int_a^b S^2(x)dx$. B. $V = \int_a^b S(x)dx$. C. $V = \pi \int_a^b S^2(x)dx$. D. $V = \pi \int_a^b S(x)dx$.

Câu 5: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới).



Công thức tính diện tích của hình (H) là

A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)|dx$. B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))dx$.
C. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)|dx$. D. $S = \int_a^b f_2(x)dx - \int_a^b f_1(x)dx$.

Câu 6: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0 \leq x \leq \pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $2\pi\sqrt{3}$. B. 3. C. $2\sqrt{3}$. D. 3π .

Câu 7: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x}dx$. B. $S = \int_0^2 e^x dx$. C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$. D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$.

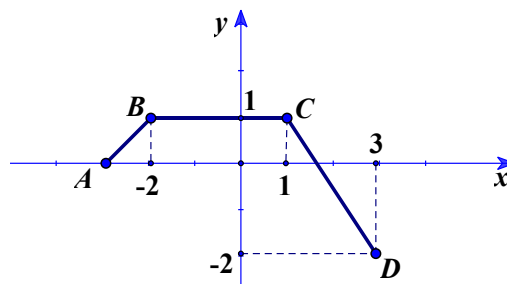
Câu 8: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos^2 x$; $y = 0$ và $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ bằng

A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$. B. $\frac{\pi}{4} + 1$. C. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$. D. $\frac{\pi}{8}$.

Câu 9: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3|dx$. B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)dx$.
C. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|)dx$. D. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3|dx$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.



Tính $\int_{-3}^3 f(x) dx$.

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{35}{6}$.

C. $\frac{-5}{2}$.

D. $\frac{-35}{6}$.

Câu 11: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x = 2$ và $x = 5$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{14\pi}{3}$

B. $\frac{14}{3}$.

C. $\frac{15\pi}{2}$.

D. $\frac{15}{2}$.

Câu 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

A. $S = 8$.

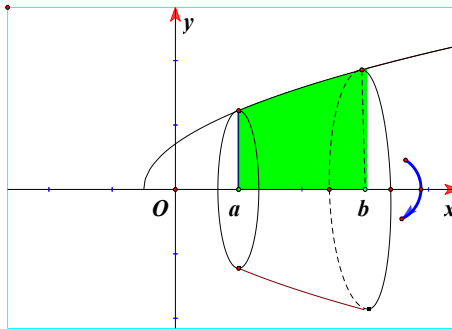
B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho vật thể tròn xoay như hình bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .		
b)	Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .		
c)	Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.		
d)	Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.		

Câu 2: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s), trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a = -8$ (m/s²) cho đến khi dừng hẳn.

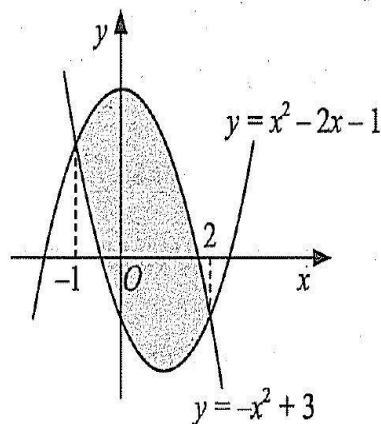
Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144 m.		
b)	Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24 m/s.		

c)	Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.		
d)	Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168 m.		

Câu 3: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 6$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Diện tích hình phẳng (H) là $S = 4 + \ln 3$.		
b)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2; x = 6$ là $S = 2\ln 3$.		
c)	Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là $V = \frac{(13 + 6\ln 3)\pi}{3}$.		
d)	Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 1, x = 2, x = 6$ quanh trục Ox là $V = \frac{1 + 6\ln 3}{3}$.		

Câu 4: Cho hình phẳng (H) là phần tô đậm trong hình bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1, y = -x^2 + 3$ và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$.		
b)	Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^2 \left (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right dx$.		
c)	Diện tích hình phẳng (H) là $S = 2 \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$.		
d)	Nếu $\ln S = a \ln b$ (với a, b là các số nguyên tố) thì $a^2 + b^2 = 29$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 4 - |x|$ và trục hoành.

Kết quả:

Trình bày:
.....
.....
.....
.....

Câu 2: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính gần đúng đến hàng phần chục thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

Kết quả:

Trình bày:
.....
.....
.....
.....

Câu 3: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng bao nhiêu cm^2 ? (kết quả quy tròn đến hàng đơn vị)

Kết quả:

Trình bày:
.....
.....
.....
.....

Câu 4: Hàng ngày anh An đi làm bằng xe máy trên cùng một cung đường từ nhà đến cơ quan mất 15 phút. Hôm nay khi đang di chuyển trên đường với vận tốc v_0 thì bất chợt anh gặp một chướng ngại vật nên anh đã hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -6\text{ m/s}^2$. Biết rằng tổng quãng đường từ lúc anh nhìn thấy chướng ngại vật (trước khi hãm phanh $2s$) và quãng đường anh đã đi được trong $3s$ đầu tiên kể từ lúc hãm phanh là $35,5\text{ m}$. Tính v_0 (km/h).

Kết quả:

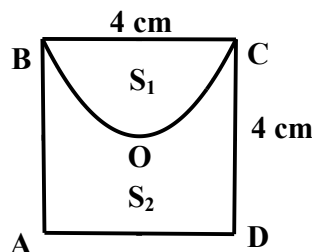
Trình bày:
.....

.....

.....

.....

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , độ dài cạnh là 4 cm. Đường cong BOC là một phần của parabol đỉnh O chia hình vuông thành hai hình phẳng có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (tham khảo hình vẽ).



Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

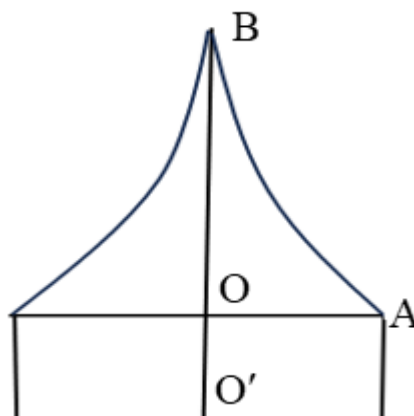
Trình bày:

.....

.....

.....

Câu 6: Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, nhóm bạn Lan đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 6cm$, $OA = 10cm$, $OB = 20cm$, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm B . Tính thể tích của chiếc mũ (làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị cm^3).



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 8 tháng 10 năm 2025



TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: Toán 12 - KNTT

CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_a^b |f(x)| dx$. B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $\int_a^b |f(x)| dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

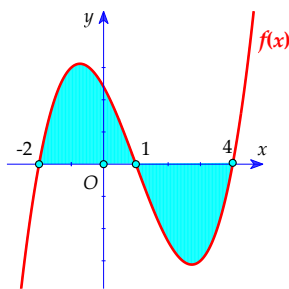
- A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2, x = 4$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $S_D = \int_{-2}^4 |f(x)| dx$. B. $S_D = \left| \int_{-2}^4 f(x) dx \right|$.
C. $S_D = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^4 f(x) dx \right|$. D. $S_D = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được tính bởi công thức

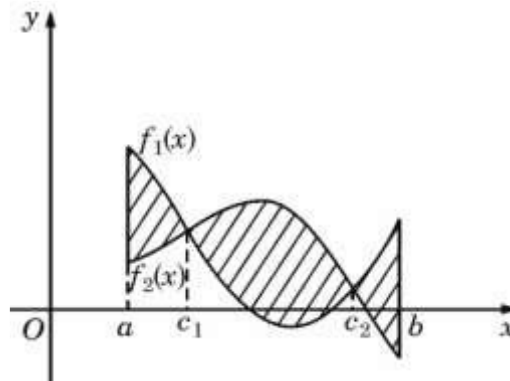
A. $V = \int_a^b S^2(x)dx.$

B. $V = \int_a^b S(x)dx.$

C. $V = \pi \int_a^b S^2(x)dx.$

D. $V = \pi \int_a^b S(x)dx.$

Câu 5: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới).



Công thức tính diện tích của hình (H) là

A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx.$

C. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx.$

D. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx.$

Câu 6: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq \pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $2\pi\sqrt{3}.$

B. 3.

C. $2\sqrt{3}.$

D. $3\pi.$

Lời giải:

Ta có $V = \int_0^\pi S(x)dx = \int_0^\pi S(x)dx = \int_0^\pi \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2\sqrt{\sin x})^2 dx = \int_0^\pi \sqrt{3} \cdot \sin x dx = -\sqrt{3} \cos x \Big|_0^\pi = 2\sqrt{3}.$

Câu 7: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$

B. $S = \int_0^2 e^x dx.$

C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx.$

D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx.$

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ là $S = \int_0^2 e^x dx.$

Câu 8: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos^2 x; y = 0$ và $x = 0; x = \frac{\pi}{4}$ bằng

A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}.$

B. $\frac{\pi}{4} + 1.$

C. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}.$

D. $\frac{\pi}{8}.$

Lời giải:

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\cos^2 x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}.$$

Câu 9: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$

B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx.$

$$\text{C. } S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx.$$

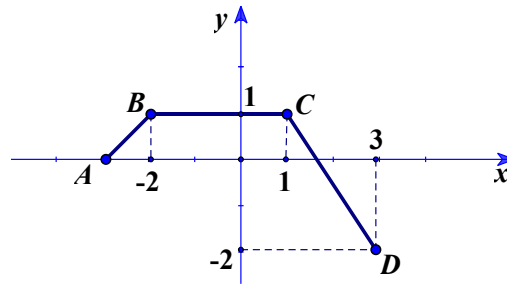
Lời giải:

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$ là:

$$x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là: $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.



Tính $\int_{-3}^3 f(x) dx.$

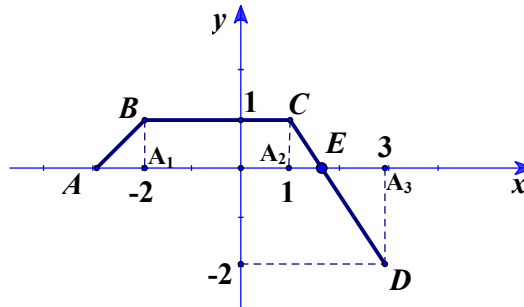
$$\text{A. } \frac{5}{2}.$$

$$\text{B. } \frac{35}{6}.$$

$$\text{C. } \frac{-5}{2}.$$

$$\text{D. } \frac{-35}{6}.$$

Lời giải:



Phương trình đường thẳng CD đi qua $C(1; 1)$ và nhận $\overrightarrow{CD} = (2; -3)$ làm vector chỉ phương.

Phương trình chính tắc $(CD): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} \Leftrightarrow -3x-2y=-5.$

Đặt $E = (CD) \cap Ox.$

$$\text{Ta được } \begin{cases} -3x-2y=-5 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{3} \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow E\left(\frac{5}{3}; 0\right).$$

$$\text{Do đó: } \int_{-3}^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^{-2} |f(x)| dx + \int_{-2}^1 |f(x)| dx + \int_1^{\frac{5}{3}} |f(x)| dx + \int_{\frac{5}{3}}^3 |f(x)| dx$$

$$= S_{ABA_1} + S_{A_1BCA_2} + S_{A_2CE} + S_{EDA_3} = \frac{1}{2}(1 \times 1) + (3 \times 1) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} \times 1\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} \times 2\right) = \frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5}{2}.$$

Câu 11: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x = 2$ và $x = 5$ quanh trục Ox bằng

$$\text{A. } \frac{14\pi}{3}$$

$$\text{B. } \frac{14}{3}.$$

$$\text{C. } \frac{15\pi}{2}.$$

$$\text{D. } \frac{15}{2}.$$

Lời giải:

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng D quanh trục Ox ta có:

$$V = \pi \int_2^5 (\sqrt{x-1})^2 dx = \pi \int_2^5 (x-1) dx = \frac{15\pi}{2}.$$

Câu 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

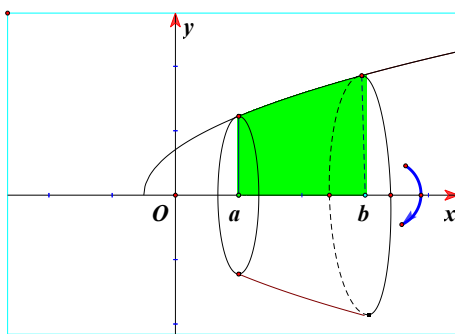
Diện tích cần tìm

$$S = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 = 8.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)

Câu 1: Cho vật thể tròn xoay như hình bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .		
b)	Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .		
c)	Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.		
d)	Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Theo lý thuyết về thể tích vật tròn xoay thì b, d đúng.

Câu 2: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s), trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a = -8$ (m/s²) cho đến khi dừng hẳn.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144 m.		
b)	Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24 m/s.		
c)	Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.		
d)	Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168 m.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng.

$$\int_0^{12} |v_1(t)| dt = \int_0^{12} |2t| dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144$$

b) Đúng.

$$v_1(12) = 2 \cdot 12 = 24 \text{ (m/s)}$$

c) Đúng.

$$v_2(t) = 24 - 8(t - 12) = 120 - 8t; v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15$$

Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là $15 - 12 = 3$ (giây).

d) Sai.

$$S = \int_0^{15} |v(t)| dt = \int_0^{12} |v_1(t)| dt + \int_{12}^{15} |v_2(t)| dt;$$

$$S_1 = \int_0^{12} |v_1(t)| dt = \int_0^{12} |2t| dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144$$

$$S_2 = \int_{12}^{15} |v_2(t)| dt = \int_{12}^{15} (120 - 8t) dt = (120t - 4t^2) \Big|_{12}^{15} = 36$$

$$\text{Vậy } S = S_1 + S_2 = 144 + 36 = 180 \text{ (m).}$$

Câu 3: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 6$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Diện tích hình phẳng (H) là $S = 4 + \ln 3$.		
b)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2; x = 6$ là $S = 2\ln 3$.		
c)	Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là $V = \frac{(13 + 6\ln 3)\pi}{3}$.		

d)	Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 1, x = 2, x = 6$ quanh trục Ox là $V = \frac{1+6\ln 3}{3}$.		
----	--	--	--

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

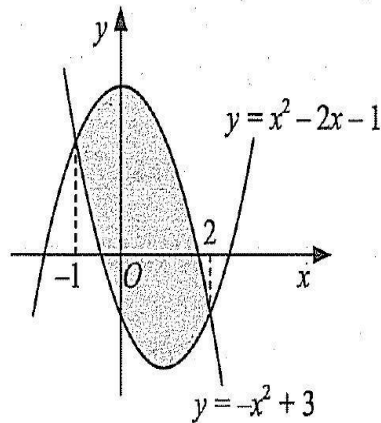
$$a) S = \int_2^6 \left| \frac{x+1}{x} \right| dx = \int_2^6 \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx = (x + \ln x) \Big|_2^6 = (6 + \ln 6) - (2 + \ln 2) = 4 + \ln 3.$$

$$b) S = \int_2^6 |f(x) - 1| dx = \int_2^6 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_2^6 = \ln 6 - \ln 2 = \ln 3$$

$$c) V = \pi \int_2^6 f^2(x) dx = \pi \int_2^6 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \pi \left(x + 2\ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_2^6 = \pi \left(2\ln 3 + \frac{13}{3} \right) = \frac{(13 + 6\ln 3)\pi}{3}.$$

$$d) V = \pi \int_2^6 [f^2(x) - 1] dx = \pi \int_2^6 \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \pi \left(2\ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_2^6 = \pi \left(2\ln 3 + \frac{1}{3} \right) = \frac{(1 + 6\ln 3)\pi}{3}$$

Câu 4: Cho hình phẳng (H) là phần tô đậm trong hình bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1, y = -x^2 + 3$ và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$.		
b)	Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^2 \left (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right dx$.		
c)	Diện tích hình phẳng (H) là $S = 2 \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$.		
d)	Nếu $\ln S = a \ln b$ (với a, b là các số nguyên tố) thì $a^2 + b^2 = 29$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

$$c) S = \int_{-1}^2 \left| (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right| dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx = -2 \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$$

$$d) S = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx = \left(-\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 4x \right) \Big|_{-1}^2 = 9, \text{ suy ra } \ln S = 2\ln 3$$

Vậy $a^2 + b^2 = 13$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 4 - |x|$ và trục hoành.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đáp án: 16.

Phương trình hoành độ giao điểm: $4 - |x| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng là:

$$S = \int_{-4}^4 |4 - |x|| dx = \int_{-4}^0 |4 + x| dx + \int_0^4 |4 - x| dx = \left| \int_{-4}^0 (4 + x) dx \right| + \left| \int_0^4 (4 - x) dx \right| = 16.$$

Câu 2: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính gần đúng đến hàng phần chục thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

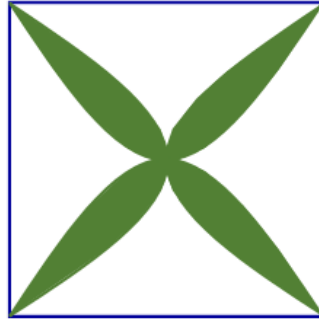
Đáp án: 25,4.

Phương trình hoành độ giao điểm: $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

$$V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(3x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3$$

$$= \pi \left(3 \cdot 3^3 - \frac{3}{2} \cdot 3^4 + \frac{3^5}{5} \right) = \frac{81}{10} \pi \approx 25,4.$$

Câu 3: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng bao nhiêu cm^2 ? (kết quả quy tròn đến hàng đơn vị)

Kết quả:

Trình bày:

.....

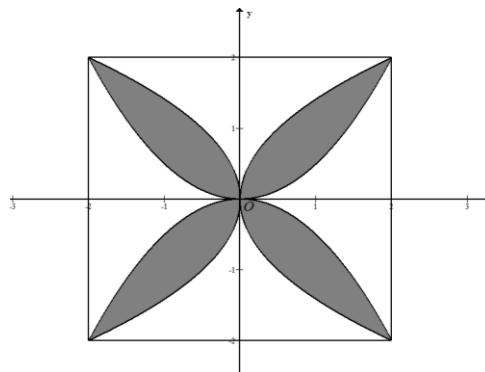
.....

.....

.....

Lời giải:

Đáp án: 133.



Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng $10\text{cm} = 1\text{dm}$), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{2}$, $y = -\frac{x^2}{2}$, $x = -\frac{y^2}{2}$, $x = \frac{y^2}{2}$.

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$.

Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{(2x)^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Bigg|_0^2 = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2) = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2) \approx 133.$$

Câu 4: Hàng ngày anh An đi làm bằng xe máy trên cùng một cung đường từ nhà đến cơ quan mất 15 phút. Hôm nay khi đang di chuyển trên đường với vận tốc v_0 thì bất chợt anh gặp một chướng ngại vật nên anh đã hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -6\text{m/s}^2$. Biết rằng tổng quãng đường từ lúc anh nhìn thấy chướng ngại vật (trước khi hãm phanh $2s$) và quãng đường anh đã đi được trong $3s$ đầu tiên kể từ lúc hãm phanh là $35,5\text{m}$. Tính v_0 (km/h).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
.....
Lời giải:

Đáp án: 45.

Khi chưa hãm phanh thì quãng đường đi được của anh An được tính theo công thức

$$S(t) = v_0 \cdot t$$

Suy ra quãng đường anh An đã đi được trong $2s$ trước khi hãm phanh là $S_1 = 2v_0$

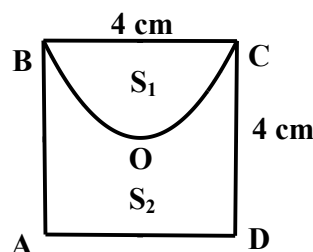
Sau khi hãm phanh thì xe chuyển động với vận tốc là $v(t) = -6t + v_0$.

Quãng đường anh An đi được trong $3s$ đầu tiên kể từ lúc hãm phanh là

$$S_2 = \int_0^3 (-6t + v_0) dt = (-3t^2 + v_0 t) \Big|_0^3 = -27 + 3v_0$$

Khi đó ta có $S_1 + S_2 = 35,5 \Leftrightarrow 2v_0 + (-27 + 3v_0) = 35,5 \Leftrightarrow v_0 = 12,5 (m/s) = 45 km/h$.

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , độ dài cạnh là 4 cm. Đường cong BOC là một phần của parabol đỉnh O chia hình vuông thành hai hình phẳng có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (tham khảo hình vẽ).



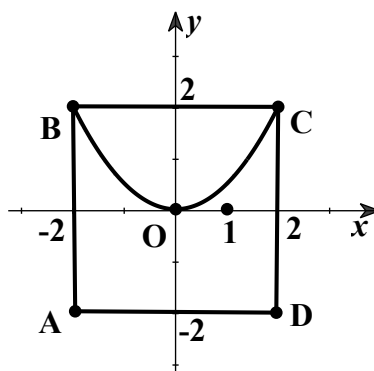
Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
Lời giải:

Đáp án: 0,5.



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có phương trình parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$.

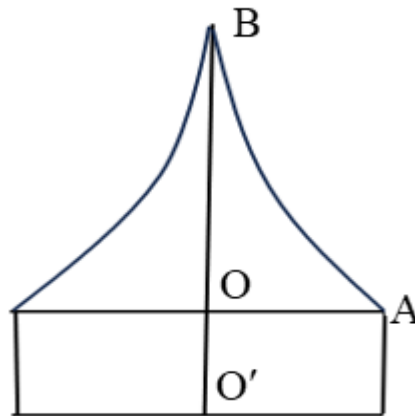
Suy ra $S_1 = \int_{-2}^2 \left(2 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \frac{16}{3}$ (đvdt).

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = 4^2 = 16$ (đvdt).

Do đó diện tích S_2 là $S_2 = S_{ABCD} - S_1 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$ (đvdt).

Vậy tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{16}{3} : \frac{32}{3} = \frac{1}{2}$.

Câu 6: Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, nhóm bạn Lan đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 6cm$, $OA = 10cm$, $OB = 20cm$, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm B . Tính thể tích của chiếc mũ (làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị cm^3).



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

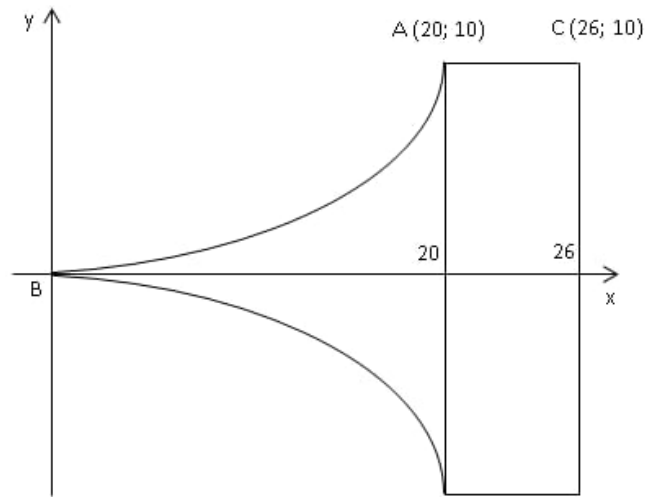
.....

.....

Lời giải:

Đáp án: 3142.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Parabol (P) đi qua 2 điểm A, B và có B là đỉnh $\Rightarrow (P)$ đi qua $A(20;10)$ và $B(0;0)$

Ta có $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Vì (P) qua $B(0;0) \Rightarrow c = 0$.

Vì (P) qua $A(20;10) \Rightarrow 10 = 20^2 a + 20b$ (1).

Mà B là đỉnh của parabol (P) nên $\frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$.

Thay $b = 0$ vào (1) $\Rightarrow a = \frac{1}{40}$.

$\Rightarrow (P): y = \frac{x^2}{40}$.

$\Rightarrow V = \pi \int_0^{20} \left(\frac{x^2}{40} \right)^2 dx + \pi \int_{20}^{26} (10)^2 dx = 1000\pi \approx 3142 (cm^3)$.

Vậy thể tích của chiếc mũ là: $3142 (cm^3)$.

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 8 tháng 10 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

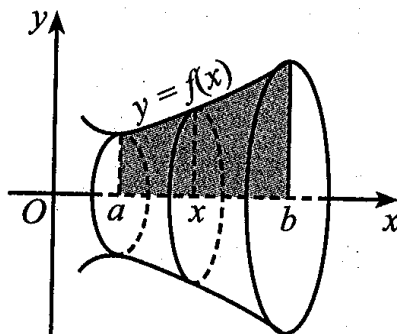
Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 3$ là

A. $S = \int_1^3 |f(x)| dx$. B. $S = \int_1^3 f(x) dx$. C. $S = -\int_1^3 f(x) dx$. D. $S = \int_3^1 |f(x)| dx$.

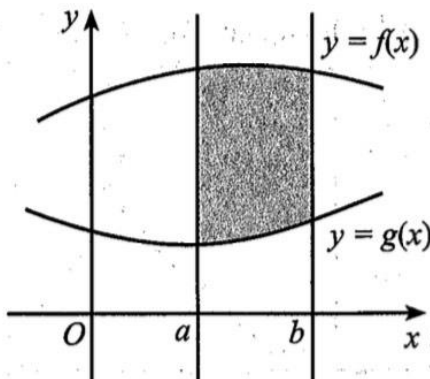
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a; b]$ như hình bên dưới:



Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 3: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình bên dưới:



Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

A. $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$

C. $S = \int_b^a [f(x) - g(x)] dx.$

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là

A. $S = \int_0^\pi \cos x dx$

B. $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx.$

C. $S = \int_0^\pi |\cos x| dx.$

D. $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx.$

Câu 5: Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ quay quanh Ox . Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$

B. $V = \int_0^2 e^x dx.$

C. $V = \pi \int_0^2 e^x dx.$

D. $V = \int_0^2 e^{2x} dx.$

Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2; x = 3$ bằng

A. $\frac{27}{4}.$

B. $\frac{11}{4}.$

C. $\frac{75}{4}.$

D. 12.

Câu 7: Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và trục hoành quanh trục hoành bằng

A. $\frac{4}{3}.$

B. $\frac{4\pi}{3}.$

C. $\frac{16}{15}.$

D. $\frac{16\pi}{15}.$

Câu 8: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2 \sin 2t$ (m/s). Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $t = 0$ (giây) đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$ (giây) được tính theo công thức:

A. $s(t) = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2 \sin 2t) dt.$

B. $s(t) = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2 \sin 2t)^2 dt.$

C. $s(t) = \left| \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2 \sin 2t) dt \right|.$

D. $s(t) = v\left(\frac{3\pi}{4}\right) - v(0).$

Câu 9: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = f(x) = x^2 - 1$, trục tung và tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(-1; 0)$ bằng

A. $\frac{5}{3}.$

B. $\frac{2}{3}.$

C. $\frac{1}{3}.$

D. $\frac{4}{3}.$

Câu 10: Cho một vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = -1$ và $x = 1$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x ($-1 \leq x \leq 1$) cắt vật thể đó theo một mặt cắt là hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{1 - x^4}$. Thể tích của vật thể đó bằng

A. $\frac{4}{5}.$

B. $\frac{4\pi}{5}.$

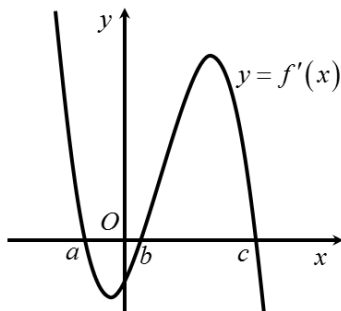
C. $\frac{8}{5}.$

D. $\frac{8\pi}{5}.$

Câu 11: Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = a$ ($a > 0$). Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = b$ ($b > 0$). Biết $S_2 = 5S_1 + 4$, khi đó $b - a$ bằng

A. $\ln 5$. **B.** $-\ln 5$. **C.** 5 . **D.** -5 .

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $f(c) > f(a) > f(b)$. **B.** $f(c) > f(b) > f(a)$.
C. $f(a) > f(b) > f(c)$. **D.** $f(b) > f(a) > f(c)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2x + 1$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ là $F(x) = x^2 - x + C$.		
b)	$\int_0^1 f(x)dx = 2$.		
c)	$\int_{-2}^1 f(x) dx = \frac{9}{2}$.		
d)	Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$ ta có $S = 4$.		

Câu 2: Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2,01t - 0,025t^2$, ($0 \leq t \leq 10$). Trong đó $v(t)$ tính theo m/s, thời gian t tính theo s với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát. Khi đó

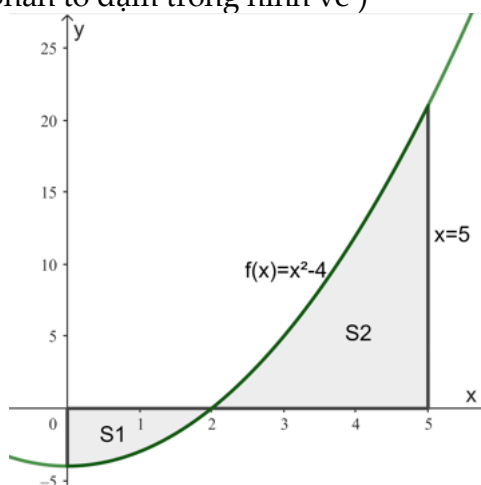
Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là 8,82m.		
b)	Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2,01t - 0,05t^2$ ($0 \leq t \leq 10$).		
c)	Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 xấp xỉ 15,277m.		
d)	Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51(m/s^2)$.		

Câu 3: Tại một nhà máy sản xuất một loại phân bón, gọi $P(x)$ là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần. Khi đó đạo hàm $P'(x)$ gọi là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức

$P'(x) = 17 - 0,025x$ với $0 \leq x \leq 100$. Biết nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần là 1 tỉ 256 triệu đồng.		
b)	Có thể tính được lợi nhuận của nhà máy thu được khi bán 120 tấn sản phẩm trong tuần.		
c)	Công thức lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần là $P(x) = 17x - 0,0125x^2 + C$ với C là một hằng số bất kỳ.		
d)	Nếu nhà máy bán được từ 1,3 tấn sản phẩm trên tuần trở lên thì nhà máy luôn có lãi.		

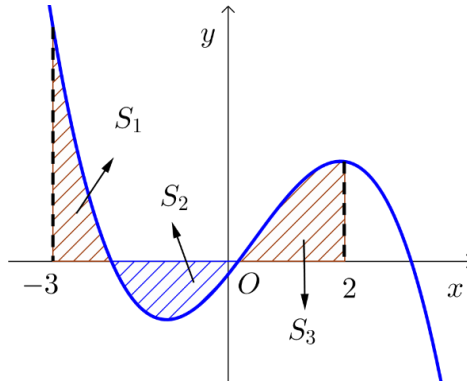
Câu 4: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 5$ (phần tô đậm trong hình vẽ)



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$. Ta có $S_1 = \int_0^2 (x^2 - 4)dx$.		
b)	S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 5$. Ta có $S_2 = \int_2^5 (x^2 - 4)dx$.		
c)	$S = S_1 + S_2 = \frac{65}{3}$.		
d)	Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 5$ quanh trục hoành là $V = \frac{1115}{3}\pi$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các hình phẳng được gạch trong hình. Biết $S_1 = S_3 = 3$ và $S_2 = 2$, tính $I = \int_{-3}^2 f(x) dx$.

Kết quả:

Trình bày:

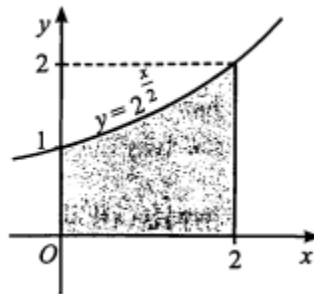
.....

.....

.....

.....

Câu 2: Cho đồ thị hàm số $y = 2^{\frac{x}{2}}$ và hình phẳng được tô đậm như hình bên dưới:



Tính diện tích hình phẳng đó (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 5 \cos t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc $2,5 \text{ m/s}$. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong $\pi \text{ (s)}$ đầu tiên.

Kết quả:

Trình bày:

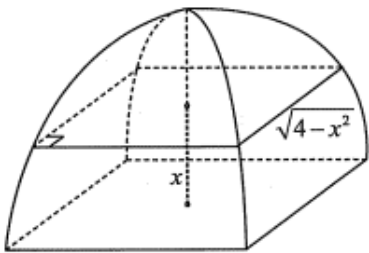
.....

.....

.....

.....

Câu 4: Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên dưới:



Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng bằng $x(m)$, $0 \leq x \leq 2$ là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}(m)$. Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Kết quả:

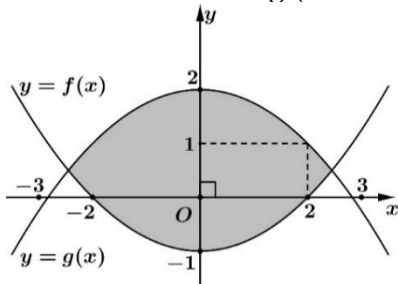
Trình bày:

.....

.....

.....

Câu 5: Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như Hình 7 (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét). Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R})$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2 sao cho $f(x_2) = f(x_1) + 64$. Gọi $y = g(x)$ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 30 tháng 10 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN****Định hướng cấu trúc 2025****LỜI GIẢI CHI TIẾT**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

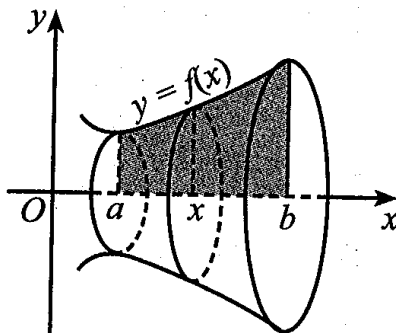
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 3$ là

A. $S = \int_1^3 |f(x)| dx$. **B.** $S = \int_1^3 f(x) dx$. **C.** $S = -\int_1^3 f(x) dx$. **D.** $S = \int_3^1 |f(x)| dx$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng: $S = \int_1^3 |f(x)| dx$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a; b]$ như hình bên dưới:



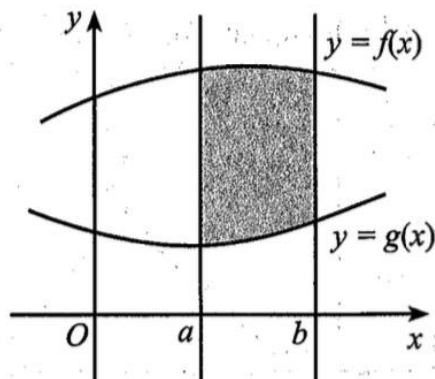
Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. **B.** $V = \int_a^b |f(x)| dx$. **C.** $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. **D.** $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Lời giải:

Ta có: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 3: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình bên dưới:



Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$

C. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là

A. $S = \int_0^\pi \cos x dx$

B. $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx.$

C. $S = \int_0^\pi |\cos x| dx.$

D. $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx.$

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ và các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$ Khi đó, theo đề bài, ta có: $S = \int_0^\pi |\cos x| dx.$

Câu 5: Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ quay quanh Ox . Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$

B. $V = \int_0^2 e^x dx.$

C. $V = \pi \int_0^2 e^x dx.$

D. $V = \int_0^2 e^{2x} dx.$

Lời giải:

Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ quay quanh Ox sẽ tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$

Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 3$ bằng

A. $\frac{27}{4}.$

B. $\frac{11}{4}.$

C. $\frac{75}{4}.$

D. 12.

Lời giải:

$$S = \int_{-2}^3 |x^3 - 3x^2| dx = \left| \int_{-2}^3 (x^3 - 3x^2) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - x^3 \right) \right|_{-2}^3 = \frac{75}{4}.$$

Câu 7: Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và trục hoành quanh trục hoành bằng

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{16}{15}$. **D. $\frac{16\pi}{15}$.**

Lời giải:

Ta có $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Thể tích cần tìm là

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 8: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2\sin 2t$ (m/s). Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $t = 0$ (giây) đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$ (giây) được tính theo công thức:

A. $s(t) = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2\sin 2t) dt$. B. $s(t) = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2\sin 2t)^2 dt$.

C. $s(t) = \left| \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2\sin 2t) dt \right|$. D. $s(t) = v\left(\frac{3\pi}{4}\right) - v(0)$.

Lời giải:

Gọi $s(t)$ là quãng đường mà vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $t = 0$ (giây) đến $t = \frac{3\pi}{4}$

(giây). Mà $s'(t) = v(t)$ nên ta có $s(t) = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2\sin 2t) dt$.

Câu 9: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = f(x) = x^2 - 1$, trục tung và tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(-1; 0)$ bằng

A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. **C. $\frac{1}{3}$.** D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = (x^2 - 1)' = 2x; f'(-1) = -2$.

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(-1; 0)$ là

$$y = f'(-1) \cdot (x + 1) + f(-1) \Leftrightarrow y = -2(x + 1) + 0 \Leftrightarrow y = -2x - 2.$$

$$\text{Diện tích cần tìm là } S = \int_{-1}^0 \left| (x^2 - 1) - (-2x - 2) \right| dx = \int_{-1}^0 |x^2 + 2x + 1| dx = \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right) \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{3}.$$

Câu 10: Cho một vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = -1$ và $x = 1$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x ($-1 \leq x \leq 1$) cắt vật thể đó theo

một mặt cắt là hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{1 - x^4}$. Thể tích của vật thể đó bằng

A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{4\pi}{5}$. **C. $\frac{8}{5}$.** D. $\frac{8\pi}{5}$.

Lời giải:

Diện tích hình vuông cạnh $\sqrt{1-x^4}$ là $S(x) = (\sqrt{1-x^4})^2 = 1-x^4$.

Thể tích cần tìm là $V = \int_{-1}^1 S(x) dx = \int_{-1}^1 (1-x^4) dx = \left(x - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{8}{5}$.

Câu 11: Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = a$ ($a > 0$). Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = b$ ($b > 0$). Biết $S_2 = 5S_1 + 4$, khi đó $b - a$ bằng

A. $\ln 5$.

B. $-\ln 5$.

C. 5 .

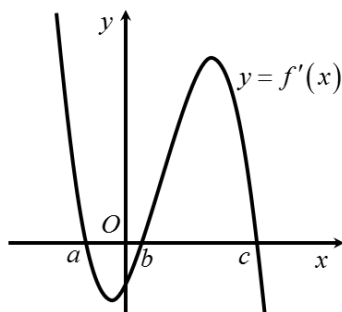
D. -5 .

Lời giải:

Ta có: $S_1 = \int_0^a e^x dx = e^x \Big|_0^a = e^a - 1$; $S_2 = \int_0^b e^x dx = e^x \Big|_0^b = e^b - 1$ (vì $e^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$)

Vì $S_2 = 5S_1 + 4$ nên $e^b - 1 = 5(e^a - 1) + 4 \Leftrightarrow e^b = 5e^a \Leftrightarrow e^{b-a} = 5 \Leftrightarrow b - a = \ln 5$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(c) > f(a) > f(b)$.

B. $f(c) > f(b) > f(a)$.

C. $f(a) > f(b) > f(c)$.

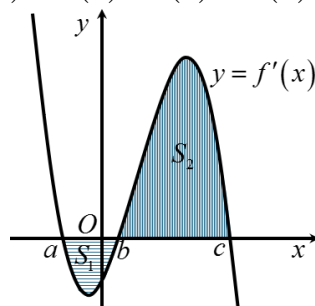
D. $f(b) > f(a) > f(c)$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	-
			$f(a)$		$f(c)$	
$f(x)$				$f(b)$		

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $f(a) > f(b)$; $f(c) > f(b)$ (1).



Gọi S_1 là diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a; x = b$.

Gọi S_2 là diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = b; x = c$.

$$\text{Ta có: } S_1 = \int_a^b (-f'(x)) dx = \int_b^a f'(x) dx = f(a) - f(b); S_2 = \int_b^c f'(x) dx = f(c) - f(b).$$

$$\text{Quan sát hình vẽ ta thấy } S_2 > S_1 \Rightarrow f(c) - f(b) > f(a) - f(b) \Rightarrow f(c) > f(a) \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có $f(c) > f(a) > f(b)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2x + 1$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ là $F(x) = x^2 - x + C$.		
b)	$\int_0^1 f(x) dx = 2$.		
c)	$\int_{-2}^1 f(x) dx = \frac{9}{2}$.		
d)	Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$ ta có $S = 4$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

$$\text{a) } \int f(x) dx = \int (2x + 1) dx = x^2 + x + C.$$

$$\text{b) } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (2x + 1) dx = (x^2 + x) \Big|_0^1 = 2.$$

$$\text{c) } \int_{-2}^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^{-\frac{1}{2}} |2x + 1| dx = - \int_{-2}^{-\frac{1}{2}} (2x + 1) dx + \int_{-\frac{1}{2}}^1 (2x + 1) dx = \frac{9}{2}.$$

$$\text{d) } S = \int_1^2 |2x + 1| dx = 4.$$

Câu 2: Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2,01t - 0,025t^2$, ($0 \leq t \leq 10$). Trong đó $v(t)$ tính theo m/s, thời gian t tính theo s với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát. Khi đó

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là 8,82m.		
b)	Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2,01t - 0,05t^2$ ($0 \leq t \leq 10$).		
c)	Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 xấp xỉ 15,277m.		
d)	Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51(m/s^2)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là $\int_0^3 (2,01t - 0,025t^2) dt = 8,82m$.

b) Sai

Quãng đường xe di chuyển được phải là nguyên hàm của $v(t)$,
 $v'(t) = 2,01 - 0,05t (0 \leq t \leq 10)$ là công thức tính gia tốc của vật.

c) Đúng

Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 :

$$s(9) - s(8) = \int_8^9 (2,01t - 0,025t^2) dt \approx 15,277m$$

d) Đúng

$$v(t) = 2,01t - 0,025t^2 (0 \leq t \leq 10) \Rightarrow \max_{[0;10]} v(t) = 17,6m/s \text{ khi } t = 10s$$

$$\text{Gia tốc vật khi đó là } a(10) = v'(10) = 2,01 - 0,05 \cdot 10 = 1,51m/s^2$$

Câu 3: Tại một nhà máy sản xuất một loại phân bón, gọi $P(x)$ là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần. Khi đó đạo hàm $P'(x)$ gọi là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức $P'(x) = 17 - 0,025x$ với $0 \leq x \leq 100$. Biết nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần là 1 tỉ 256 triệu đồng.		
b)	Có thể tính được lợi nhuận của nhà máy thu được khi bán 120 tấn sản phẩm trong tuần.		
c)	Công thức lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần là $P(x) = 17x - 0,0125x^2 + C$ với C là một hằng số bất kỳ.		
d)	Nếu nhà máy bán được từ 1,3 tấn sản phẩm trên tuần trở lên thì nhà máy luôn có lãi.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) **Đúng**

$$\text{Ta có: } P(x) = \int P'(x) dx = \int (17 - 0,025x) dx = 17x - 0,0125x^2 + C.$$

Do nhà máy sẽ lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được sản phẩm nào, tức là:

$$P(0) = -24 \Rightarrow C = -24 \Rightarrow P(x) = 17x - 0,0125x^2 - 24.$$

Khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần thì $x = 80$

$$P(80) = 1256 \text{ triệu đồng.}$$

b) **Sai** vì chưa có công thức tính $P'(x)$ khi x lớn hơn 100. Công thức $P'(x)$ đề cho chỉ áp dụng được khi $0 \leq x \leq 100$

c)

Sai vì $C = -24$, không phải C bất kỳ.

$$P(x) = \int P'(x)dx = \int (17 - 0,025x)dx = 17x - 0,0125x^2 + C \text{ với } 0 \leq x \leq 100$$

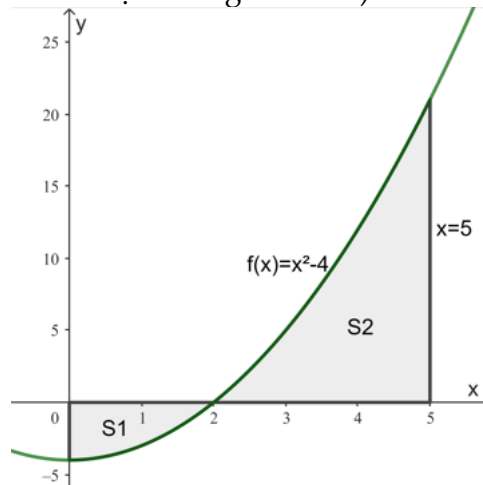
Vì nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần nên $x = 0$ thì $P(x) = -24$, suy ra $P(0) = -24 \Leftrightarrow C = -24 \Rightarrow P(x) = 17x - 0,0125x^2 - 24$

d) Sai

Nhà máy chỉ bắt đầu có lãi khi $P(x) > 0 \Rightarrow 17x - 0,0125x^2 - 24 > 0 \Rightarrow 1,41 < x < 1358,6$

Vậy nếu $1,3 \leq x \leq 1,41$ nhà máy vẫn có thể bị lỗ.

Câu 4: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 5$ (phần tô đậm trong hình vẽ)



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$. Ta có $S_1 = \int_0^2 (x^2 - 4)dx$.		
b)	S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 5$. Ta có $S_2 = \int_2^5 (x^2 - 4)dx$.		
c)	$S = S_1 + S_2 = \frac{65}{3}$.		
d)	Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 5$ quanh trục hoành là $V = \frac{1115}{3}\pi$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$. Ta có $S_1 = \int_0^2 |x^2 - 4|dx = \int_0^2 (4 - x^2)dx$ (vì $f(x) < 0$ trên $[0; 2]$).

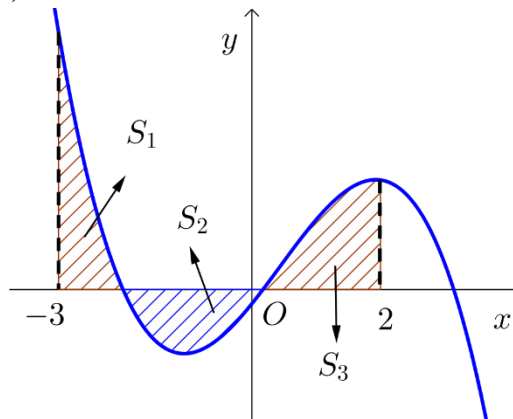
b) S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 5$. Ta có $S_2 = \int_2^5 |x^2 - 4| dx = \int_2^5 (x^2 - 4) dx$.

c) $S = S_1 + S_2 = \int_0^2 (4 - x^2) dx + \int_2^5 (x^2 - 4) dx = \frac{97}{3}$.

d) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 5$ quanh trục hoành là $V = \pi \int_0^5 (x^2 - 4)^2 dx = \frac{1115}{3} \pi$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các hình phẳng được gạch trong hình. Biết $S_1 = S_3 = 3$ và $S_2 = 2$, tính $I = \int_{-3}^2 f(x) dx$.

Kết quả:

4

Trình bày:

.....

.....

.....

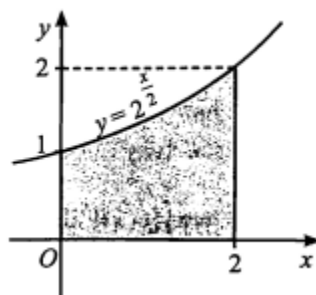
.....

.....

Lời giải:

Ta có: $I = \int_{-3}^2 f(x) dx = \int_{-3}^a f(x) dx + \int_a^b f(x) dx + \int_b^2 f(x) dx = S_1 - S_2 + S_3 = 4$.

Câu 2: Cho đồ thị hàm số $y = 2^{\frac{x}{2}}$ và hình phẳng được tô đậm như hình bên dưới:



Tính diện tích hình phẳng đó (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Kết quả:

2,89

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Hình phẳng đã cho ở hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2^{\frac{x}{2}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$.

$$\text{Khi đó, diện tích hình phẳng là } S = \int_0^2 2^{\frac{x}{2}} dx = \int_0^2 \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^x dx = \frac{\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^x}{\ln 2^{\frac{1}{2}}} \bigg|_0^2 = \frac{2}{\ln 2} \approx 2,89.$$

Câu 3: Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 5 \cos t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc $2,5 \text{ m/s}$. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong $\pi \text{ (s)}$ đầu tiên.

Kết quả:

0

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = \int a(t) dt = \int 5 \cos t dt = 5 \sin t + C$.

Khi bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc $2,5 \text{ m/s}$ nên ta có:

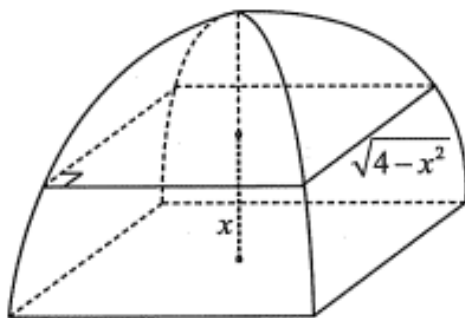
$$v(0) = 2,5 \Leftrightarrow 5 \sin 0 + C = 2,5 \Leftrightarrow C = 2,5.$$

Suy ra $v(t) = 5 \sin t + 2,5$. Mặt khác: $\forall t \in [0; \pi]: 5 \sin t + 2,5 \leq 7,5$.

Vậy vận tốc đạt giá trị lớn nhất tại $t = \frac{\pi}{2}$.

Khi đó, gia tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là $a\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Câu 4: Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên dưới:



Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng bằng $x(m)$, $0 \leq x \leq 2$ là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}(m)$. Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Kết quả:

5,3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

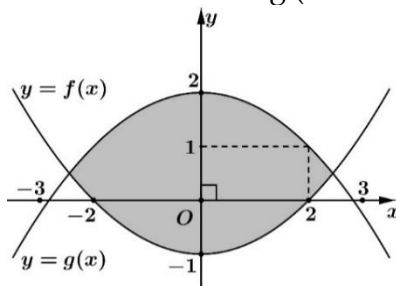
.....

Lời giải:

Diện tích mặt cắt: $S(x) = (\sqrt{4-x^2})^2 = 4-x^2$.

Thể tích cái màn: $V = \int_0^2 S(x)dx = \int_0^2 (4-x^2)dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^2 = \frac{16}{3} \approx 5,3(m^3)$.

Câu 5: Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như Hình 7 (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét). Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Kết quả:

9,8

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi parabol $y = f(x)$ có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$. Parabol $y = f(x)$ nhận Oy làm trục đối xứng nên ta có $\frac{-b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$. Lại có đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $(0; -1)$ và điểm $(2; 0)$ nên $a = \frac{1}{4}$ và $c = -1$.

Vậy parabol $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$.

Tương tự, ta cũng có parabol $y = g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và $g(x)$ là: $\frac{1}{4}x^2 - 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$.

Khi đó, diện tích của logo là:

$$S = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left[\left(-\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left(\frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right] dx = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left(3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \left(3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6} \approx 9,8 (dm^2).$$

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R})$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2 sao cho $f(x_2) = f(x_1) + 64$. Gọi $y = g(x)$ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

Kết quả:

16

Trình bày:

.....

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 6x^2 + 2ax + b = 6(x - x_1)(x - x_2)$ vì x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $f(x)$

Theo Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{a}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3(x_1 + x_2) \\ b = 6x_1 \cdot x_2 \end{cases}.$$

Mà $f(x_2) = f(x_1) + 64 \Leftrightarrow f(x_2) - f(x_1) = 64$

$$\Leftrightarrow 2(x_2^3 - x_1^3) + a(x_2^2 - x_1^2) + b(x_2 - x_1) = 64$$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1) \left[2(x_2^2 + x_1x_2 + x_1^2) + a(x_2 + x_1) + b \right] = 64$$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1) \left[2x_2^2 + 2x_1x_2 + 2x_1^2 - 3(x_2 + x_1)^2 + 6x_1x_2 \right] = 64$$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1) \left[-x_2^2 + 2x_1x_2 - x_1^2 \right] = 64 \Leftrightarrow (x_2 - x_1) \left[-(x_2 - x_1)^2 \right] = 64$$

$$\Leftrightarrow -(x_2 - x_1)^3 = 64 \Leftrightarrow x_2 - x_1 = -4.$$

Mặt khác đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm bậc ba sẽ cắt đồ thị tại điểm thứ ba là điểm uốn của đồ thị hàm bậc ba và là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị.

Vậy $f(x) - g(x) = 2(x - x_1)(x - x_2) \left(x - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) = (x - x_1)(x - x_2) \left[(x - x_1) + (x - x_2) \right].$

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = (x - x_1)^2 (x - x_2) + (x - x_1)(x - x_2)^2$$

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = (x - x_1)^2 \cdot \left[\frac{(x - x_2)^2}{2} \right]' + \left[(x - x_1)^2 \right]' \cdot \frac{(x - x_2)^2}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = \left[(x - x_1)^2 \cdot \frac{(x - x_2)^2}{2} \right]' = \left[\frac{(x - x_1)^2 (x - x_2)^2}{2} \right]'$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_2} |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_{x_1}^{\frac{x_1+x_2}{2}} f(x) - g(x) dx \right| + \left| \int_{\frac{x_1+x_2}{2}}^{x_2} f(x) - g(x) dx \right| \\ &= \left| \int_{x_1}^{\frac{x_1+x_2}{2}} \left[\frac{(x - x_1)^2 (x - x_2)^2}{2} \right]' dx \right| + \left| \int_{\frac{x_1+x_2}{2}}^{x_2} \left[\frac{(x - x_1)^2 (x - x_2)^2}{2} \right]' dx \right| \\ &= \left| \frac{(x - x_1)^2 (x - x_2)^2}{2} \right|_{x_1}^{\frac{x_1+x_2}{2}} + \left| \frac{(x - x_1)^2 (x - x_2)^2}{2} \right|_{\frac{x_1+x_2}{2}}^{x_2} \\ &= \left| \frac{(x_2 - x_1)^2 (x_1 - x_2)^2}{32} \right| + \left| -\frac{(x_2 - x_1)^2 (x_1 - x_2)^2}{32} \right| \\ &= \frac{(x_2 - x_1)^2 (x_1 - x_2)^2}{16} = \frac{(x_2 - x_1)^4}{16} = \frac{1}{16} (x_2 - x_1)^4 = \frac{1}{16} \cdot (-4)^4 = 16. \end{aligned}$$

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 30 tháng 10 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

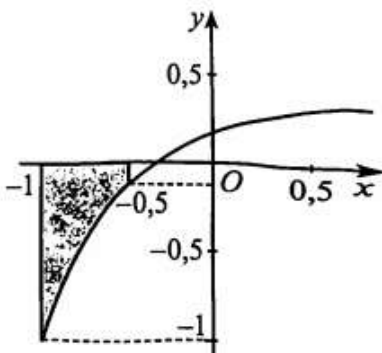
116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

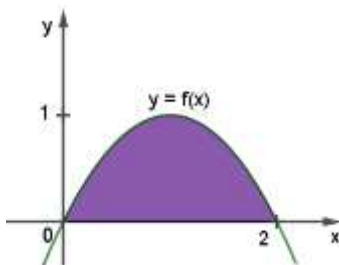
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Gọi S là phần diện tích hình phẳng được tô đậm. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $S = \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$. B. $S = \int_{-1}^0 f(x) dx$. C. $S = - \left| \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx \right|$. D. $S = - \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$.

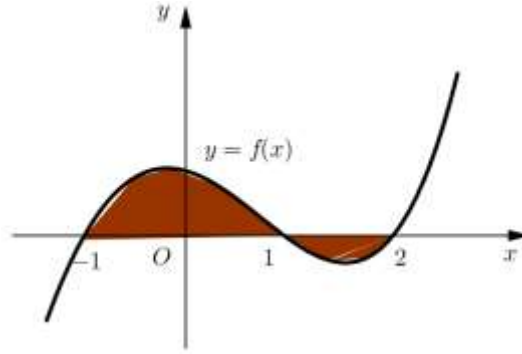
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Gọi H là diện tích hình phẳng được tô đậm. Thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng H quanh trục Ox là

- A. $V = \pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$. B. $V = \int_0^2 [f(x)]^2 dx$. C. $V = \int_0^2 [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$.

Câu 3: Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên dưới:



Công thức tính S là

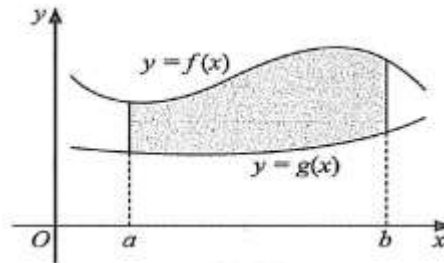
A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx.$

D. $S = -\int_{-1}^2 f(x) dx.$

Câu 4: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình bên dưới:



Xét khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay đó được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

D. $V = \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{3}$ bằng

A. $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}.$

B. $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}.$

C. $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}.$

D. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}.$

Câu 6: Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ quanh trục hoành là

A. $V = \int_{-1}^2 (x + 1)^2 dx.$

B. $V = \pi \int_{-1}^2 (x + 1)^2 dx.$

C. $V = \int_{-1}^2 |x + 1| dx.$

D. $V = \pi \int_{-1}^2 |x + 1| dx.$

Câu 7: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x^2 - 2x$.

A. $S = \frac{1}{3}.$

B. $S = \frac{4}{3}.$

C. $S = 3.$

D. $S = 4.$

Câu 8: Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng H quay quanh trục Ox là

A. $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x} dx$. B. $V = \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$. C. $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$. D. $V = \pi^2 \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$.

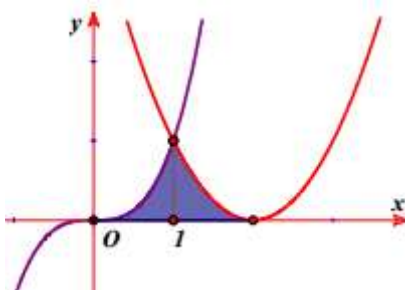
Câu 9: Giả sử một chất điểm chuyển động với gia tốc tại thời điểm t (giây) được xác định bởi công thức $a(t) = 2t - 1$ (m/s²). Biết rằng vận tốc của chất điểm tại thời điểm ban đầu là $v_0 = 2$ (m/s). Vận tốc của chất điểm đó tại thời điểm t (giây) là

A. $v(t) = 2t^2 - t + 2$ (m/s). B. $v(t) = t^2 - t + 2$ (m/s).
C. $v(t) = 2t^2 - t$ (m/s). D. $v(t) = t^2 - t$ (m/s).

Câu 10: Biết rằng hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 2 - x$, $y = 0$, $x = k$, $x = 3$ ($k < 2$) và có diện tích bằng S_k . Xác định giá trị k để $S_k = 16$.

A. $k = -2 - \sqrt{15}$. B. $k = 2 - \sqrt{31}$. C. $k = 2 - \sqrt{15}$. D. $k = -2 - \sqrt{31}$.

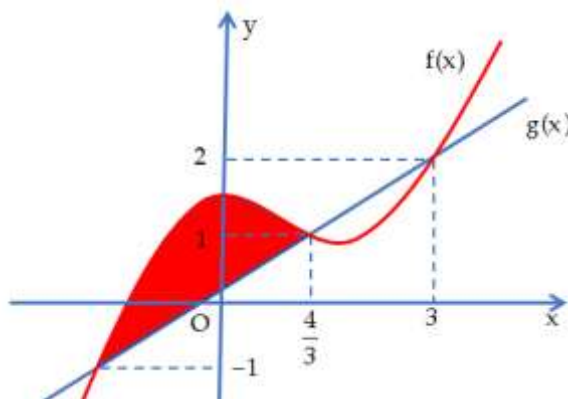
Câu 11: Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4x + 4$, đường cong $y = x^3$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).



Tính diện tích S của hình (H).

A. $S = \frac{11}{2}$. B. $S = \frac{7}{12}$. C. $S = \frac{20}{3}$. D. $S = -\frac{11}{2}$.

Câu 12: Cho $f(x), g(x)$ lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ bên dưới, biết $f\left(\frac{4}{3}\right) = g\left(\frac{4}{3}\right) = 1$:



Biết diện tích hình S (được in đậm) bằng $\frac{250}{81}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

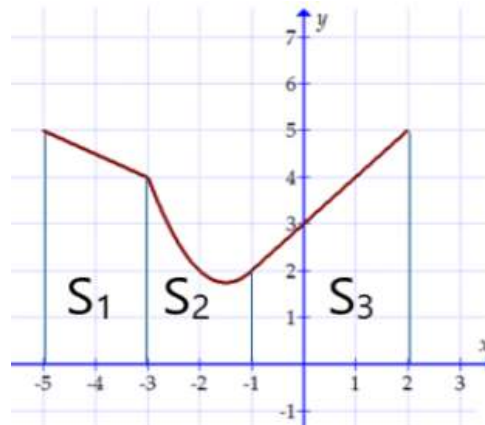
A. $\frac{61}{48}$. B. $\frac{34}{27}$. C. $\frac{17}{15}$. D. $\frac{43}{35}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)

Câu 1: Cho hai đường cong $(C): y = -x^3 + 12x$ và $(P): y = -x^2$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	(P) cắt (C) tại ba điểm phân biệt.		
b)	$S = \int_0^4 x^3 - x^2 - 12x dx$.		
c)	$S = \left \int_{-3}^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right $.		
d)	$S = \frac{937}{12}$.		

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-5; 2]$ có đồ thị như hình bên dưới:



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích hình phẳng giới hạn theo hình vẽ. Biết $F'(x) = f(x), \forall x \in [-5; 2]$ và

$$\int_{-3}^{-1} f(x) dx = \frac{14}{3}.$$

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$S_2 = \int_{-3}^{-1} f(x) dx = \frac{14}{3}$.		
b)	$S_1 = 9$.		
c)	$S_3 = 8$.		
d)	Ta có $F(2) - F(-5) = \frac{145}{6}$.		

Câu 3: Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó cho bởi $v(t) = 120 - 10t(m/s)$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Vận tốc của viên đạn ở giây thứ 5 là $v(t) = 70(m/s)$.		
b)	Độ cao viên đạn sau 3 giây bằng $h = 310m$.		
c)	Thời điểm viên đạn rơi xuống mặt đất là $t = 24(s)$.		
d)	Độ cao lớn nhất mà viên đạn được bắn lên là $720m$.		

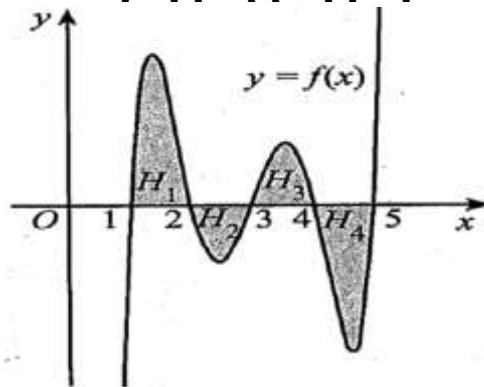
Câu 4: Một quả bóng bầu dục dạng khối elipsoid như hình vẽ bên, biết chiều dài quả bóng là 40cm , chiều rộng là 20cm . Nếu đặt trục lớn nằm trên trục Ox , trục bé nằm trên trục Oy , tâm quả bóng trùng với gốc tọa độ O . Mặt phẳng (Oxy) cắt khối elipsoid được thiết diện là hình elip



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$		
b)	Phương trình chính tắc của elip đó có là $\frac{x^2}{20^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1.$		
c)	Thể tích quả bóng trên là $V = \int_{-20}^{20} \left(100 - \frac{x^2}{4}\right) dx.$		
d)	Thể tích quả bóng trên là $\frac{4000}{3} \pi (\text{cm}^3).$		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Gọi $H_1; H_2; H_3; H_4$ là các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$ và trục hoành với x lần lượt thuộc các đoạn $[1; 2], [2; 3], [3; 4], [4; 5]$ (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng các hình $H_1; H_2; H_3; H_4$ lần lượt có diện tích bằng $\frac{9}{4}, \frac{11}{12}, \frac{11}{12}, \frac{9}{4}$. Giá trị $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

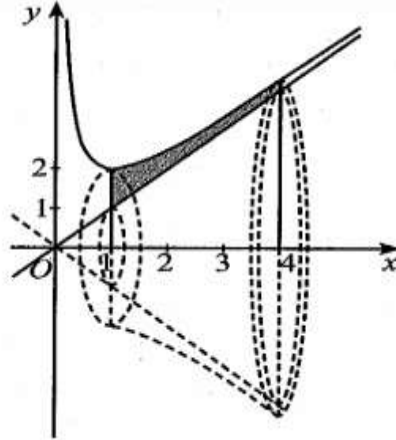
.....

.....

.....

.....

Câu 2: Một chiếc bát thủy tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimet) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng với trục Ox . Khi đó hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó bằng bao nhiêu decimet khối? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

Câu 3: Một ô tô đang chạy với vận tốc 20m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào chắn ngang đường ở phía trước cách xe 45m (tính từ đầu xe tới hàng rào) nên người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian được tính từ lúc người lái đạp phanh. Khi xe dừng hẳn, khoảng cách từ xe đến hàng rào là bao nhiêu mét?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

Câu 4: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{m^2 - x^2}$ (m là tham số khác 0) và trục hoành. Khi (H) quay quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích là V . Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $V < 1000\pi$?

Kết quả:

Trình bày:

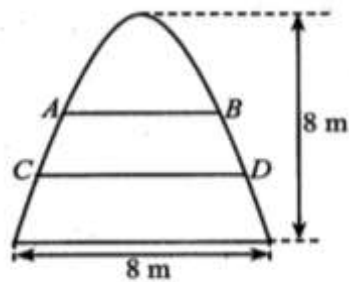
.....

.....

.....

.....

Câu 5: Một cổng có dạng hình parabol với chiều cao 8m , chiều rộng chân đế 8m , (tham khảo hình vẽ).



Hình 5

Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang, đồng thời chia cổng thành ba phần sao cho hai phần ở phía trên có diện tích bằng nhau. Tỉ số $\frac{CD}{AB}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Kết quả:

Trình bày:

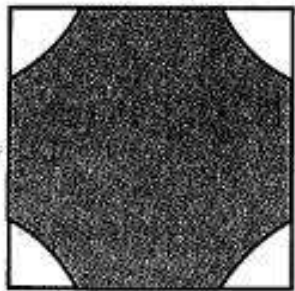
.....

.....

.....

.....

Câu 6: Người ta thiết kế một mẫu gạch lát nền nhà có dạng hình vuông cạnh 4dm. Bốn góc viên gạch màu trắng, phần ở giữa màu sẫm như hình bên dưới:



Đường viền của phần màu xanh bao gồm bốn đoạn thẳng nằm trên các cạnh hình vuông và bốn đường cong có tính chất: Tích khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường cong đó đến hai trục đối xứng của viên gạch (hai đường thẳng đi qua tâm viên gạch và lần lượt song song với hai cạnh vuông góc) bằng 2 dm².

Hãy cho biết phần màu xanh có diện tích bằng bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 30 tháng 10 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

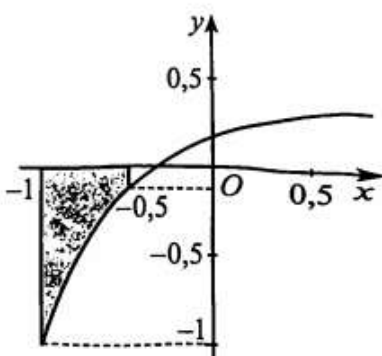
CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



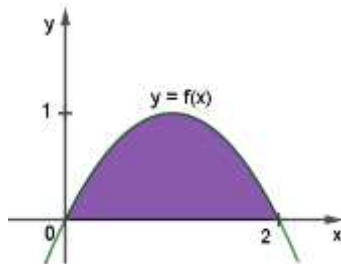
Gọi S là phần diện tích hình phẳng được tô đậm. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $S = \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$. B. $S = \int_{-1}^0 f(x) dx$. C. $S = - \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$. **D. $S = - \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$.**

Lời giải:

Ta có $S = \int_{-1}^{-0.5} [0 - f(x)] dx = - \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Gọi H là diện tích hình phẳng được tô đậm. Thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng H quanh trục Ox là

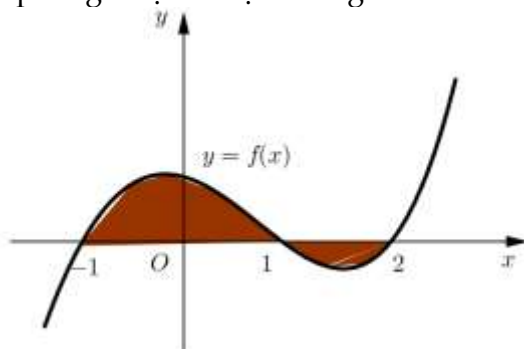
A. $V = \pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$. B. $V = \int_0^2 [f(x)]^2 dx$. C. $V = \int_0^2 [f(x)]^2 dx$. **D. $V = \pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$.**

Lời giải:

Hình phẳng H được giới hạn bởi 4 đường: Đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$. Do đó khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng H quay quanh

trục Ox có thể tích là $V = \pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$.

Câu 3: Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên dưới:



Công thức tính S là

A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

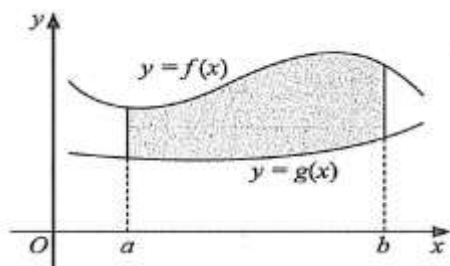
C. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

D. $S = -\int_{-1}^2 f(x) dx$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị, suy ra diện tích hình phẳng là $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 4: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình bên dưới:



Xét khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay đó được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx$.

B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.

C. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

D. $V = \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$

và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành: $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{3}$ bằng

- A. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. D. $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải:

$$S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} |\sin x| dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = -\cos x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = -\left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{2}.$$

Câu 6: Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ quanh trục hoành là

- A. $V = \int_{-1}^2 (x+1)^2 dx$. B. $V = \pi \int_{-1}^2 (x+1)^2 dx$. C. $V = \int_{-1}^2 |x+1| dx$. D. $V = \pi \int_{-1}^2 |x+1| dx$.

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ quanh trục hoành: $V = \pi \int_{-1}^2 (x+1)^2 dx$

Câu 7: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x^2 - 2x$.

- A. $S = \frac{1}{3}$. B. $S = \frac{4}{3}$. C. $S = 3$. D. $S = 4$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = 2x^2 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

$$\text{Suy ra: } S = \int_0^2 |2x - x^2| dx = \frac{4}{3}.$$

Câu 8: Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng H quay quanh trục Ox là

- A. $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x} dx$. B. $V = \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$. C. $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$. D. $V = \pi^2 \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$.

Lời giải:

Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng H giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox là $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$.

Câu 9: Giả sử một chất điểm chuyển động với gia tốc tại thời điểm t (giây) được xác định bởi công thức $a(t) = 2t - 1$ (m/s²). Biết rằng vận tốc của chất điểm tại thời điểm ban đầu là $v_0 = 2$ (m/s). Vận tốc của chất điểm đó tại thời điểm t (giây) là

- A. $v(t) = 2t^2 - t + 2$ (m/s). B. $v(t) = t^2 - t + 2$ (m/s).
C. $v(t) = 2t^2 - t$ (m/s). D. $v(t) = t^2 - t$ (m/s).

Lời giải:

Ta có: $v(t) = \int a(t) dt = \int (2t - 1) dt = t^2 - t + C; v(0) = 0^2 - 0 + C = 2$, suy ra $C = 2$.

Do đó $v(t) = t^2 - t + 2$.

Câu 10: Biết rằng hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 2 - x$, $y = 0$, $x = k$, $x = 3$ ($k < 2$) và có diện tích bằng S_k . Xác định giá trị k để $S_k = 16$.

A. $k = -2 - \sqrt{15}$.

B. $k = 2 - \sqrt{31}$.

C. $k = 2 - \sqrt{15}$.

D. $k = -2 - \sqrt{31}$.

Lời giải:

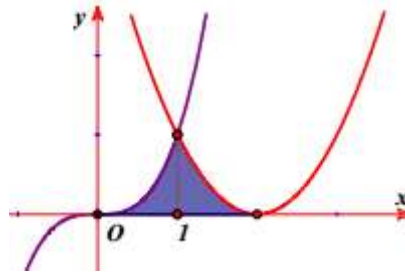
$$S_k = \int_k^3 |2 - x| dx = \int_k^2 |2 - x| dx + \int_2^3 |2 - x| dx = \int_k^2 (2 - x) dx - \int_2^3 (2 - x) dx$$

$$= \left(2x - \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_k^2 - \left(2x - \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_2^3 = \left(2 - 2k + \frac{1}{2}k^2 \right) - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}k^2 - 2k + \frac{5}{2}$$

Mà $S_k = 16$ nên suy ra $\frac{1}{2}k^2 - 2k + \frac{5}{2} = 16 \Leftrightarrow \frac{1}{2}k^2 - 2k - \frac{27}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 + \sqrt{31} \\ k = 2 - \sqrt{31} \end{cases}$.

Vì $k < 2$ nên $k = 2 - \sqrt{31}$.

Câu 11: Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4x + 4$, đường cong $y = x^3$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).



Tính diện tích S của hình (H) .

A. $S = \frac{11}{2}$.

B. $S = \frac{7}{12}$.

C. $S = \frac{20}{3}$.

D. $S = -\frac{11}{2}$.

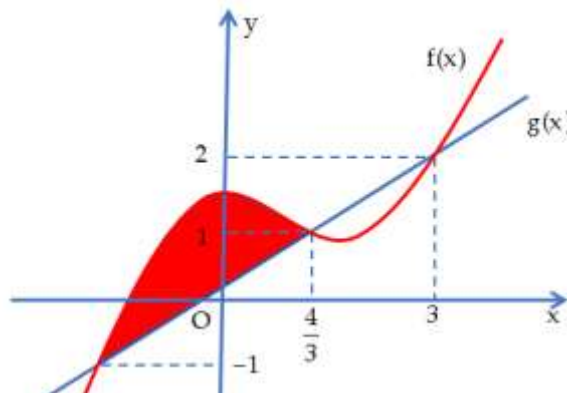
Lời giải:

Parabol $y = x^2 - 4x + 4$ có đỉnh $I(2; 0)$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4x + 4 = x^3 \Leftrightarrow x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có $S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx = \frac{7}{12}$.

Câu 12: Cho $f(x), g(x)$ lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ bên dưới, biết $f\left(\frac{4}{3}\right) = g\left(\frac{4}{3}\right) = 1$:



Biết diện tích hình S (được in đậm) bằng $\frac{250}{81}$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. $\frac{61}{48}$.

B. $\frac{34}{27}$.

C. $\frac{17}{15}$.

D. $\frac{43}{35}$.

Lời giải:

Gọi $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$; $g(x) = ex + f$

Do đồ thị hàm số $g(x) = ex + f$ đi qua $\left(\frac{4}{3}; 1\right); (3; 2)$ nên suy ra $g(x) = \frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$

Và có $\frac{3}{5}x + \frac{1}{5} = -1 \Leftrightarrow x = -2$

Xét phương trình: $f(x) - g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d - \frac{3}{5}x - \frac{1}{5} = a(x+2)\left(x - \frac{4}{3}\right)(x-3) (*)$

Và $S = \int_{-2}^{\frac{4}{3}} a(x+2)\left(x - \frac{4}{3}\right)(x-3)dx = a \cdot \frac{5000}{243} = \frac{250}{81} \Leftrightarrow a = \frac{3}{20}$

Từ (*) đồng nhất các hệ số tìm được $b = -\frac{7}{20}$; $c = -\frac{1}{10}$; $d = \frac{7}{5}$

Vậy $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \left(\frac{3}{20}x^3 - \frac{7}{20}x^2 - \frac{1}{10}x + \frac{7}{5}\right)dx = \frac{61}{48}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)

Câu 1: Cho hai đường cong $(C): y = -x^3 + 12x$ và $(P): y = -x^2$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	(P) cắt (C) tại ba điểm phân biệt.		
b)	$S = \int_0^4 x^3 - x^2 - 12x dx$.		
c)	$S = \left \int_{-3}^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right $.		
d)	$S = \frac{937}{12}$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **Đúng** vì phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là

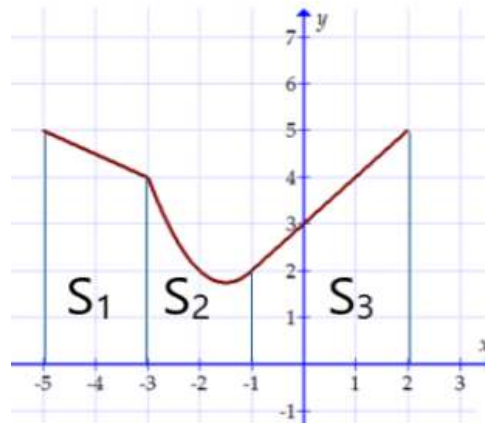
$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = -3 \end{cases}.$$

b) **Sai** vì $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$.

c) **Sai** vì $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \left| \int_{-3}^0 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| + \left| \int_0^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right|$.

d) **Đúng** vì $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \frac{99}{4} + \frac{160}{3} = \frac{937}{12}$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-5; 2]$ có đồ thị như hình bên dưới:



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích hình phẳng giới hạn theo hình vẽ. Biết $F'(x) = f(x), \forall x \in [-5; 2]$ và

$$\int_{-3}^{-1} f(x) dx = \frac{14}{3}.$$

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$S_2 = \int_{-3}^{-1} f(x) dx = \frac{14}{3}.$		
b)	$S_1 = 9.$		
c)	$S_3 = 8.$		
d)	Ta có $F(2) - F(-5) = \frac{145}{6}.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) **Đúng.** $S_2 = \int_{-3}^{-1} |f(x)| dx = \int_{-3}^{-1} f(x) dx = \frac{14}{3}.$

b) **Đúng.** $S_1 = 2.4 + \frac{1}{2}.2.1 = 9.$

c) **Sai.** $S_3 = 2.3 + \frac{1}{2}.3.3 = \frac{21}{2}.$

d) **Đúng.** Gọi $S = S_1 + S_2 + S_3 = 9 + \frac{14}{3} + \frac{21}{2} = \frac{145}{6}.$

Ta có: $F(2) - F(-5) = \int_{-5}^2 f(x) dx = \underbrace{\int_{-5}^{-3} f(x) dx}_{S_1} + \underbrace{\int_{-3}^{-1} f(x) dx}_{S_2} + \underbrace{\int_{-1}^2 f(x) dx}_{S_3} = 9 + \frac{14}{3} + \frac{21}{2} = \frac{145}{6}.$

Câu 3: Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó cho bởi $v(t) = 120 - 10t(m/s)$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Vận tốc của viên đạn ở giây thứ 5 là $v(t) = 70(m/s)$.		
b)	Độ cao viên đạn sau 3 giây bằng $h = 310m$.		
c)	Thời điểm viên đạn rơi xuống mặt đất là $t = 24(s)$.		

d)	Độ cao lớn nhất mà viên đạn được bắn lên là $720m$.		
----	--	--	--

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) **Đúng.** Vận tốc của viên đạn ở giây thứ 5 là $v(5) = 120 - 10 \cdot 5 = 70(m/s)$.

b) **Sai.** Độ cao viên đạn sau 3 giây.

Độ cao $h(t)$ của viên đạn tại điểm t là: $h(t) = \int (120 - 10t)dt = 120t - 5t^2 + C$

Do $t = 0 \Rightarrow h(0) = C = 0$.

Vậy $h(t) = 120t - 5t^2$.

Độ cao viên đạn sau 3 giây là $h(3) = 120 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 315m$.

c) **Đúng.** Viên đạn rơi xuống mặt đất thì $h(t) = 0 \Leftrightarrow 120t - 5t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 24 \end{cases}$

Thời điểm viên đạn rơi xuống mặt đất là $t = 24(s)$.

d) **Đúng.** Độ cao $h(t) = 120t - 5t^2 \Rightarrow h'(t) = 120 - 10t \Leftrightarrow h'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 12$

Ta có bảng xét dấu:

x	0	12	$+\infty$
y'		+	-
y		720	

Vậy $h_{\max} = 720m$.

Câu 4: Một quả bóng bầu dục dạng khối elipsoid như hình vẽ bên, biết chiều dài quả bóng là $40cm$, chiều rộng là $20cm$. Nếu đặt trục lớn nằm trên trục Ox , trục bé nằm trên trục Oy , tâm quả bóng trùng với gốc tọa độ O . Mặt phẳng (Oxy) cắt khối elipsoid được thiết diện là hình elip



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.		
b)	Phương trình chính tắc của elip đó có là $\frac{x^2}{20^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1$.		
c)	Thể tích quả bóng trên là $V = \int_{-20}^{20} \left(100 - \frac{x^2}{4}\right) dx$.		
d)	Thể tích quả bóng trên là $\frac{4000}{3} \pi (cm^3)$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) **Sai.** Với cách đặt như trên thì phương trình chính tắc (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

b) **Đúng.** Elip đó có $a = 20(\text{cm}), b = 10(\text{cm}) \longrightarrow (E): \frac{x^2}{20^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1$.

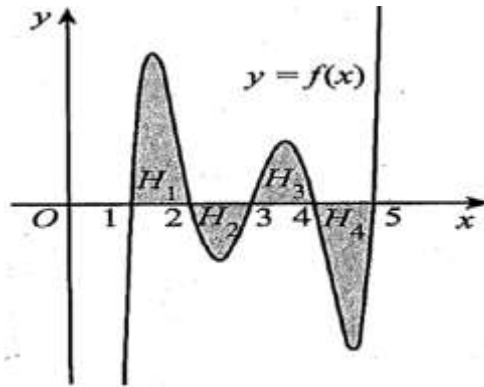
c) **Sai.** Phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{20^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1 \Rightarrow y^2 = 100 - \frac{x^2}{4}$.

$$\Rightarrow V = \pi \int_{-20}^{20} y^2 dx = \pi \int_{-20}^{20} \left(100 - \frac{x^2}{4} \right) dx.$$

d) **Sai.** Thể tích quả bóng trên là $V = \pi \int_{-20}^{20} y^2 dx = \pi \int_{-20}^{20} \left(100 - \frac{x^2}{4} \right) dx = \frac{8000}{3} \pi (\text{cm}^3)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Gọi $H_1; H_2; H_3; H_4$ là các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$ và trục hoành với x lần lượt thuộc các đoạn $[1; 2], [2; 3], [3; 4], [4; 5]$ (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng các hình $H_1; H_2; H_3; H_4$ lần lượt có diện tích bằng $\frac{9}{4}, \frac{11}{12}, \frac{11}{12}, \frac{9}{4}$. Giá trị $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

bao nhiêu?

Kết quả:

0

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

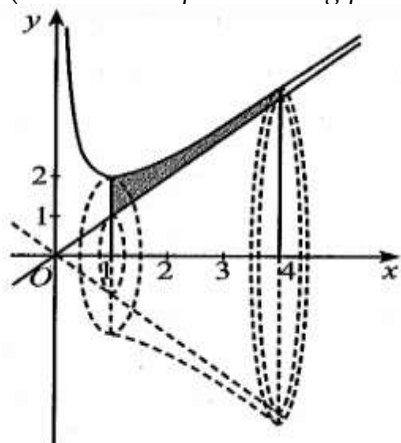
.....

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_1^5 f(x) dx &= \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx + \int_4^5 f(x) dx \\ &= \int_1^2 |f(x)| dx - \int_2^3 |f(x)| dx + \int_3^4 |f(x)| dx - \int_4^5 |f(x)| dx \\ &= S_{H_1} - S_{H_2} + S_{H_3} - S_{H_4} = \frac{9}{4} - \frac{11}{12} + \frac{11}{12} - \frac{9}{4} = 0. \end{aligned}$$

Câu 2: Một chiếc bát thủy tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimet) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng

với trục Ox . Khi đó hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó bằng bao nhiêu decimet khối? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Kết quả:

21,2

Trình bày:

.....

Lời giải:

Gọi V_1 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox . Khi đó

$$V_1 = \pi \int_1^4 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx = \frac{111\pi}{4} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

• Gọi V_2 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox . Khi đó

$$V_2 = \pi \int_1^4 x^2 dx = 21 \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Vậy thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó là:

$$V = V_1 - V_2 = \frac{111\pi}{4} - 21\pi = \frac{27\pi}{4} \approx 21,2 \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Câu 3: Một ô tô đang chạy với vận tốc 20m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào chắn ngang đường ở phía trước cách xe 45m (tính từ đầu xe tới hàng rào) nên người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian được tính từ lúc người lái đạp phanh. Khi xe dừng hẳn, khoảng cách từ xe đến hàng rào là bao nhiêu mét?

Kết quả:

5

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
.....
.....
Lời giải:

Xe đang chạy với vận tốc 20 m/s thì bắt đầu chuyển động chậm dần đều với vận tốc

$$v(t) = -5t + 20 \text{ (m/s)} \text{ hay } -5t + 20 = 20 \Leftrightarrow t = 0.$$

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0$ hay $-5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Suy ra quãng đường xe chạy được từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn là

$$s = \int_0^4 (-5t + 20) dt = 40 \text{ m}.$$

Vậy khi xe dừng hẳn thì khoảng cách từ xe đến hàng rào là $45 - 40 = 5 \text{ m}$.

Câu 4: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{m^2 - x^2}$ (m là tham số khác 0) và trục hoành. Khi (H) quay quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích là V . Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $V < 1000\pi$?

Kết quả:

18

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{m^2 - x^2} = 0 \Leftrightarrow m^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = -m \end{cases}$.

Trường hợp 1: $m > 0$

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_{-m}^m (m^2 - x^2) dx = \pi \left(m^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-m}^m = \frac{4\pi m^3}{3}$

$$\text{Để } V < 1000\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{4\pi m^3}{3} < 1000\pi \Leftrightarrow 0 < m^3 < 750 \Leftrightarrow 0 < m < 5\sqrt[3]{6}.$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}.$$

Trường hợp 2: $m < 0$

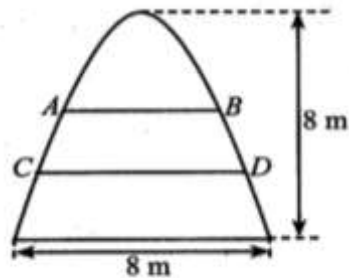
Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_m^{-m} (m^2 - x^2) dx = \pi \left(m^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_m^{-m} = -\frac{4\pi m^3}{3}$

$$\text{Để } V < 1000\pi \Leftrightarrow 0 < -\frac{4\pi m^3}{3} < 1000\pi \Leftrightarrow 0 > m^3 > -750 \Leftrightarrow 0 > m > -5\sqrt[3]{6}.$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$$

Vậy có 18 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 5: Một cổng có dạng hình parabol với chiều cao 8 m , chiều rộng chân đế 8 m , (tham khảo hình vẽ).



Hình 5

Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang, đồng thời chia cổng thành ba phần sao cho hai phần ở phía trên có diện tích bằng nhau. Tỉ số $\frac{CD}{AB}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Kết quả:

1,26

Trình bày:

.....

.....

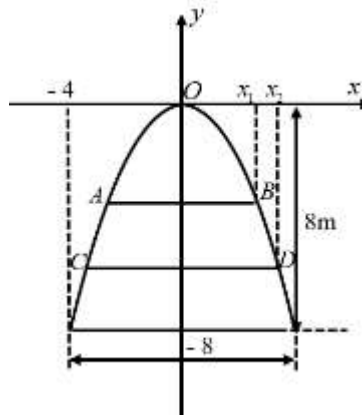
.....

.....

.....

Lời giải:

Gắn hệ trục tọa độ Oxy vào cổng parabol như hình bên với trục Oy trùng với đường đối xứng của parabol. Gốc O nằm ở đỉnh của parabol, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét.



Khi đó, phương trình parabol có dạng $y = ax^2$. Vì parabol đi qua điểm có tọa độ $(-4; -8)$ nên $a = -\frac{1}{2}$. Suy ra phương trình parabol là $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Giả sử B có hoành độ x_1 , D có hoành độ x_2 . Khi đó phương trình đường thẳng AB là $y = -\frac{1}{2}x_1^2$, phương trình đường thẳng CD là $y = -\frac{1}{2}x_2^2$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng AB là:

$$S_1 = 2 \int_0^{x_1} \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_1^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{x^3}{6} + \frac{x_1^2}{2}x \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{2}{3}x_1^3 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng CD là:

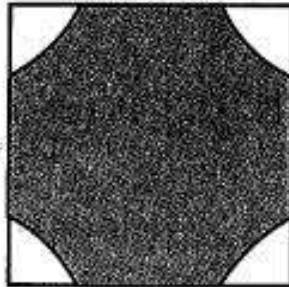
$$S_2 = 2 \int_0^{x_2} \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_2^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{x^3}{6} + \frac{x_2^2}{2}x \right) \Big|_0^{x_2} = \frac{2}{3}x_2^3 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Theo giả thiết hai phần ở phía trên có diện tích bằng nhau nên ta có

$$S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2 \cdot x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_2}{x_1} = \sqrt[3]{2} \approx 1,26.$$

$$\text{Khi đó, } \frac{CD}{AB} = \frac{2x_2}{2x_1} \approx 1,26.$$

Câu 6: Người ta thiết kế một mẫu gạch lát nền nhà có dạng hình vuông cạnh 4dm. Bốn góc viên gạch màu trắng, phần ở giữa màu sẫm như hình bên dưới:



Đường viền của phần màu xanh bao gồm bốn đoạn thẳng nằm trên các cạnh hình vuông và bốn đường cong có tính chất: Tích khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường cong đó đến hai trục đối xứng của viên gạch (hai đường thẳng đi qua tâm viên gạch và lần lượt song song với hai cạnh vuông góc) bằng 2 dm^2 .

Hãy cho biết phần màu xanh có diện tích bằng bao nhiêu decimét vuông (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)?

Kết quả:

13,5

Trình bày:

.....

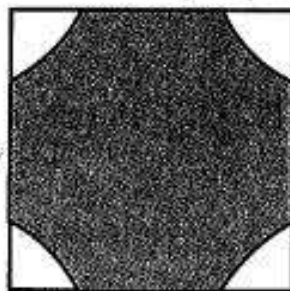
.....

.....

.....

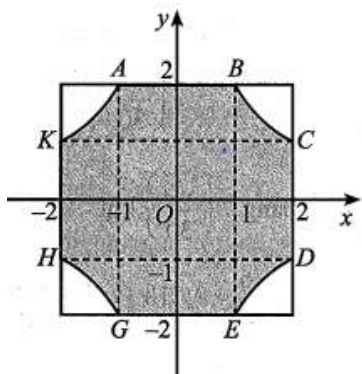
.....

Lời giải:



Gắn trục tọa độ Oxy vào viên gạch sao cho hai trục trùng với hai đường đối xứng, gốc O ở tâm hình vuông như hình dưới. Giả sử tọa độ một điểm trên đường viền cong là $(x; y)$. Theo giả thiết, ta có: $|xy| = 2$. Suy ra $y = \frac{2}{x}$ hoặc $y = -\frac{2}{x}$. Ứng với hình bên, ta có các đường viền

cong AK, DE là một phần của đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{x}$; các đường viền cong BC, GH là một phần của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x}$.



Khi đó, diện tích phần màu xanh bằng:

$$\int_{-2}^{-1} \left| -\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right| dx + \int_1^2 \left| \frac{2}{x} - \frac{-2}{x} \right| dx + S_{ABEG} = \int_{-2}^{-1} \left(-\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right) dx + \int_1^2 \left(\frac{2}{x} - \frac{-2}{x} \right) dx + 4.2$$

$$= -4 \ln |x| \Big|_{-2}^{-1} + 4 \ln |x| \Big|_1^2 + 8 \approx 13,5 \text{ (dm}^2 \text{)}.$$

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 30 tháng 10 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

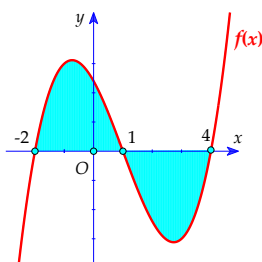
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_b^a |f(x)| dx$. B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $\int_a^b |f(x)| dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

Câu 2: Thể tích khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$ quay quanh trục Ox là:

- A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx$. C. $V = \pi \int_0^4 f(x) dx$. D. $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2, x = 4$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $S_D = \int_{-2}^4 |f(x)| dx$. B. $S_D = \left| \int_{-2}^4 f(x) dx \right|$.
 C. $S_D = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^4 f(x) dx \right|$. D. $S_D = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 4: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$. B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$.

C. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx.$

D. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx.$

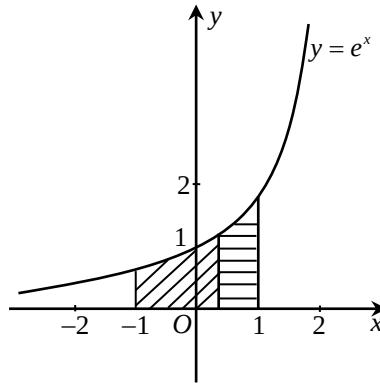
Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 7 - 2x^2$, $y = x^2 + 4$ bằng

- A. 5. B. 3. C. 4. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 6: Cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -2$ và $x = 2$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(x \in [-2; 2])$ là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{4 - x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

- A. π . B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{32\pi}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = e^x$, gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = 0$; $x = -1$; $x = k$, $(k \in (0; 1))$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = 0$; $x = k$; $x = 1$ (tham khảo hình vẽ).



Xác định k để $S_1 = S_2$.

- A. $k = \ln\left(e + \frac{1}{e}\right) - \ln 2$. B. $k = 2\ln\left(e - \frac{1}{e}\right) - 1$. C. $k = 2\ln 2 - 1$. D. $k = \ln 2$.

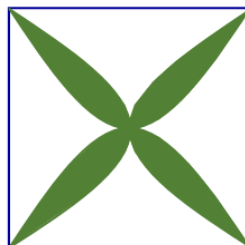
Câu 8: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = \pi + 1$. C. $V = \pi(\pi + 1)$. D. $V = \pi(\pi - 1)$.

Câu 9: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t$ (m/s). Tính quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm mà vật dừng lại.

- A. 810 m. B. 9 m. C. 160 m. D. 180 m.

Câu 10: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

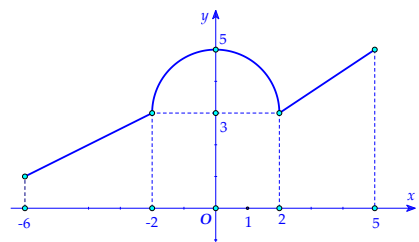
Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .		
b)	Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .		
c)	Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.		
d)	Thể tích của vật thể được tính theo công thức		

	$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$		
--	---------------------------------	--	--

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7-4x^3 & \text{ khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x^2 & \text{ khi } x > 1 \end{cases}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x=0, x=3, y=0$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$S = \left \int_0^3 f(x) dx \right .$		
b)	$S = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$		
c)	$S = \left \int_0^1 (7-4x^3) dx \right + \left \int_1^3 (4-x^2) dx \right .$		
d)	$S = 10.$		

Câu 3: Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-6; 5]$, có đồ thị gồm 2 đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ bên dưới, $f(-6)=1, f(5)=5$:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int_{-6}^{-2} f(x) dx = 8.$		
b)	$\int_{-2}^2 f(x) dx = 6 + 12\pi.$		
c)	$\int_2^5 f(x) dx = 12.$		
d)	$\int_{-6}^5 f(x) dx = 26 + 12\pi.$		

Câu 4: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 2 \sin t \text{ (m/s)}$.		
b)	Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là 1 m/s .		
c)	Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \pi \text{ (s)}$ là 4 m .		

d)	Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ (s) đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$ (s) là $2m$.		
----	---	--	--

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x + 3$. (quy tròn đến hàng phần chục)

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox . (quy tròn đến hàng phần chục)

Kết quả:

Trình bày:

.....

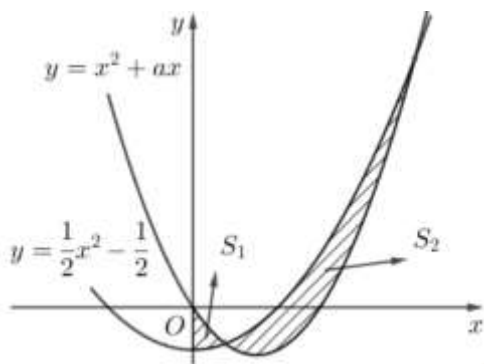
.....

.....

.....

.....

Câu 3: Hai parabol $y = x^2 + ax; y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ cùng với trục tung tạo thành hai hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên dưới:



Tính giá trị tham số a thỏa mãn $S_1 = S_2$. (quy tròn đến hàng phần chục)

Kết quả:

Trình bày:

.....

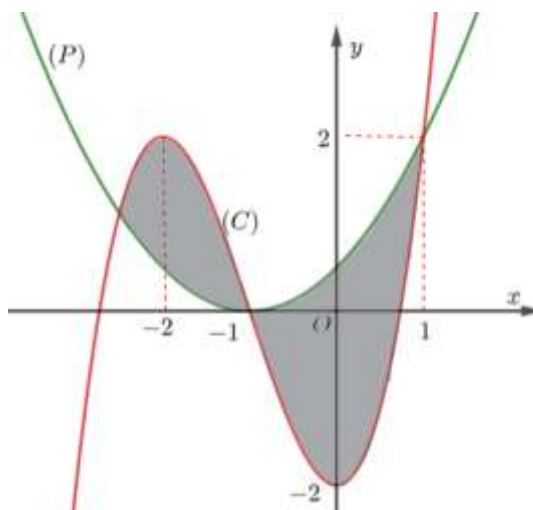
.....

.....

.....

.....

Câu 4: Cho đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba và parabol (P) có đỉnh trên Ox và trục đối xứng của (P) vuông góc với trục hoành như hình vẽ bên dưới:



Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đen) (quy tròn đến hàng phần trăm)

Kết quả:

Trình bày:

.....

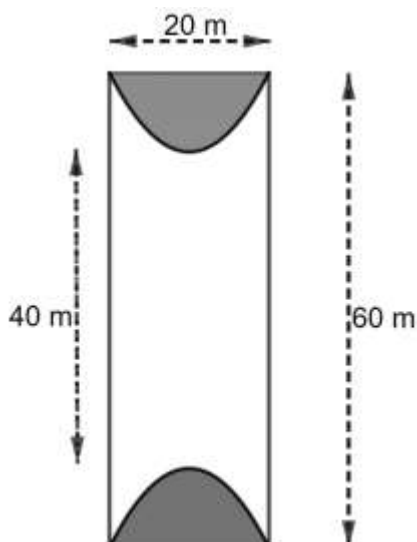
.....

.....

.....

.....

Câu 5: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60m$, chiều rộng $20m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường Parabol có hai đỉnh cách nhau $40m$ (như hình vẽ bên). Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch với chi phí là $200.000đ/m^2$. Tính gần đúng tổng số tiền để lát gạch (quy tròn đến hàng triệu, đơn vị triệu đồng).



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Tính vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A . (đơn vị m/s)

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 30 tháng 10 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN****Định hướng cấu trúc 2025****LỜI GIẢI CHI TIẾT**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_b^a f(x) dx$.

B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

C. $\int_a^b |f(x)| dx$.

D. $\int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 2: Thể tích khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$ quay quanh trục Ox là:

A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx$.

B. $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx$.

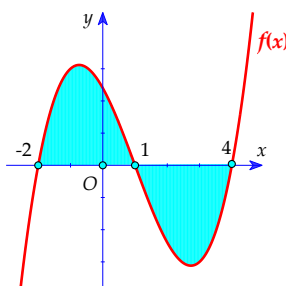
C. $V = \pi \int_0^4 f(x) dx$.

D. $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$: $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2, x = 4$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $S_D = \int_{-2}^4 |f(x)| dx$.

B. $S_D = \left| \int_{-2}^4 f(x) dx \right|$.

$$\text{C. } S_D = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^4 f(x) dx \right|.$$

$$\text{D. } S_D = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$$

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2$,

$$x = 4 \text{ là } S_D = \int_{-2}^4 |f(x)| dx = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^4 f(x) dx \right| = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$$

Câu 4: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$$

$$\text{B. } S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx.$$

$$\text{C. } S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx.$$

Lời giải:

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$ là:

$$x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là: $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$.

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 7 - 2x^2$, $y = x^2 + 4$ bằng

$$\text{A. } 5.$$

$$\text{B. } 3.$$

$$\text{C. } 4.$$

$$\text{D. } \frac{5}{2}.$$

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y = 7 - 2x^2$, $y = x^2 + 4$ là

$$7 - 2x^2 = x^2 + 4 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_{-1}^1 |(7 - 2x^2) - (x^2 + 4)| dx = \int_{-1}^1 |3 - 3x^2| dx = \left| \int_{-1}^1 (3 - 3x^2) dx \right| = 4.$$

Câu 6: Cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -2$ và $x = 2$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(x \in [-2; 2])$ là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{4 - x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

$$\text{A. } \pi.$$

$$\text{B. } \frac{32}{3}.$$

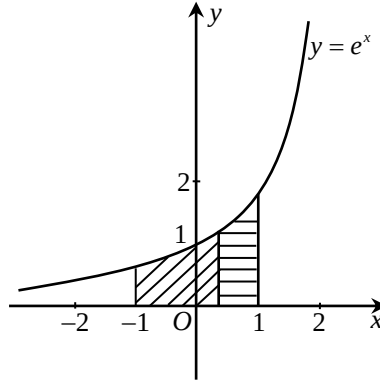
$$\text{C. } \frac{32\pi}{3}.$$

$$\text{D. } \frac{8}{3}.$$

Lời giải:

$$\text{Thể tích của vật thể } (T) \text{ là } V = \int_{-2}^2 (\sqrt{4 - x^2})^2 dx = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}.$$

Câu 7: Cho hàm số $y = e^x$, gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = 0$; $x = -1$; $x = k$, $(k \in (0; 1))$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = 0$; $x = k$; $x = 1$ (tham khảo hình vẽ).



Xác định k để $S_1 = S_2$.

A. $k = \ln\left(e + \frac{1}{e}\right) - \ln 2$. **B.** $k = 2\ln\left(e - \frac{1}{e}\right) - 1$. **C.** $k = 2\ln 2 - 1$. **D.** $k = \ln 2$.

Lời giải:

Ta có $S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int_{-1}^k e^x dx = \int_k^1 e^x dx \Leftrightarrow e^k - \frac{1}{e} = e - e^k \Leftrightarrow 2e^k = e + \frac{1}{e} \Leftrightarrow k = \ln\left(e + \frac{1}{e}\right) - \ln 2$.

Câu 8: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

A. $V = \pi - 1$. **B.** $V = \pi + 1$. **C.** $V = \pi(\pi + 1)$. **D.** $V = \pi(\pi - 1)$.

Lời giải:

Hình phẳng D giới hạn bởi $\begin{cases} y = \sqrt{2 + \cos x} \\ y = 0 \\ x = 0, x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay

D quanh trục hoành được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{2 + \cos x})^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1).$$

Câu 9: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t$ (m/s). Tính quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm mà vật dừng lại.

A. 810 m. **B.** 9 m. **C.** 160 m. **D.** 180 m.

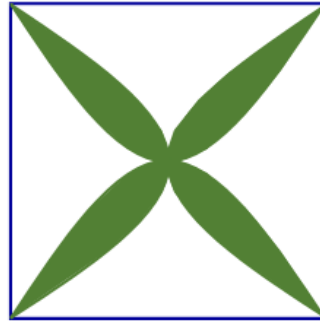
Lời giải:

Thời điểm vật dừng lại là $v = 0 \Leftrightarrow 180 - 20t = 0 \Leftrightarrow t = 9(s)$

Quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm mà vật dừng lại là:

$$s(t) = \int_0^9 (180 - 20t) dt = 810(m).$$

Câu 10: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

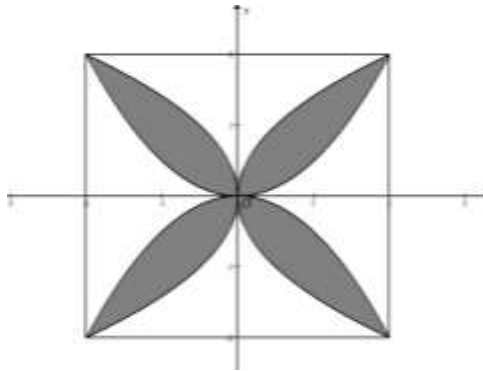
A. 800 cm^2 .

B. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.

D. 250 cm^2 .

Lời giải:



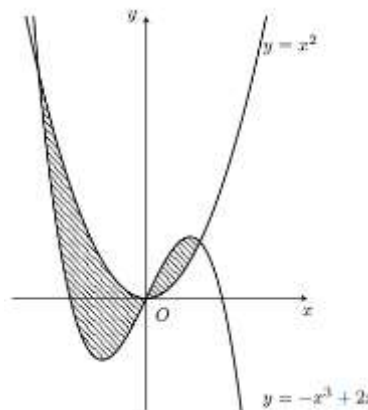
Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng $10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{2}$, $y = -\frac{x^2}{2}$, $x = -\frac{y^2}{2} \Rightarrow y = \pm\sqrt{-2x}$, $x = \frac{y^2}{2} \Rightarrow y = \pm\sqrt{2x}$.

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$.

Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left(\frac{1}{3} \sqrt{(2x)^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2).$$

Câu 11: Diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình bên bằng bao nhiêu?



A. $\frac{55}{12}$.

B. $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải:

$$\text{Giải phương trình } x^2 = -x^3 + 2x \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

$$\text{Diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình bên bằng } S = \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \frac{37}{12}.$$

Câu 12: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = \frac{1}{t^2 + 3t + 2} (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ thời điểm ban đầu. Vận tốc chuyển động của vật là $v(t)$. Hỏi vào thời điểm $t = 10(s)$ thì vận tốc của vật là bao nhiêu, biết $v'(t) = a(t)$ và vận tốc ban đầu của vật là $v_0 = 3\ln 2 (m/s)$?

A. $2,69(m/s)$.

B. $2,31(m/s)$.

C. $2,86(m/s)$.

D. $1,23(m/s)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } v(t) = \int a(t) dt = \int \frac{1}{t^2 + 3t + 2} dt = \int \frac{1}{(t+1)(t+2)} dt$$

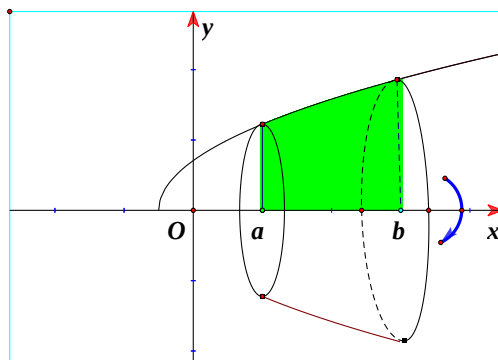
$$= \int \left(\frac{1}{t+1} - \frac{1}{t+2} \right) dt = \ln \left| \frac{t+1}{t+2} \right| + C$$

$$+ v(0) = \ln \left(\frac{1}{2} \right) + C = 3\ln 2 \Rightarrow C = 4\ln 2$$

$$+ \text{Tính } v(10) = \ln \left(\frac{11}{12} \right) + 4\ln 2 \approx 2,69.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho vật thể tròn xoay như hình sau:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .		
b)	Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .		
c)	Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.		

d)	Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.		
----	---	--	--

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Giả thiết thiếu trục Ox.

Theo lý thuyết về thể tích vật tròn xoay thì b, d đúng.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7-4x^3 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x=0, x=3, y=0$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$S = \left \int_0^3 f(x) dx \right $.		
b)	$S = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.		
c)	$S = \left \int_0^1 (7-4x^3) dx \right + \left \int_1^3 (4-x^2) dx \right $.		
d)	$S = 10$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

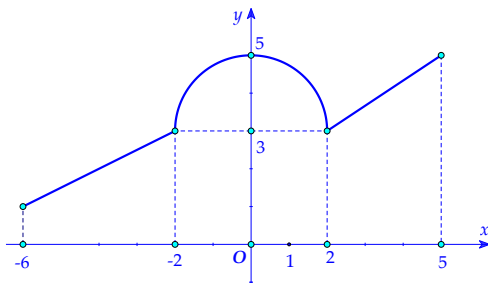
a) Sai. Ta có: $S = \int_0^3 |f(x)| dx$.

b) Đúng. Ta có: $S = \int_0^3 |f(x)| dx = \int_0^1 |f(x)| dx + \int_1^3 |f(x)| dx$.

c) Sai. Ta có: $S = \left| \int_0^1 (7-4x^3) dx \right| + \left| \int_1^2 (4-x^2) dx \right| + \left| \int_2^3 (4-x^2) dx \right|$.

d) Đúng. Vì: $S = \int_0^1 (7-4x^3) dx + \int_1^2 (4-x^2) dx + \int_2^3 (x^2-4) dx$
 $= (7x - x^4) \Big|_0^1 + \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3 = 6 + \left(\frac{16}{3} - \frac{11}{3} \right) + \left(-3 + \frac{16}{3} \right) = 10$.

Câu 3: Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-6; 5]$, có đồ thị gồm 2 đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ bên dưới, $f(-6)=1, f(5)=5$:

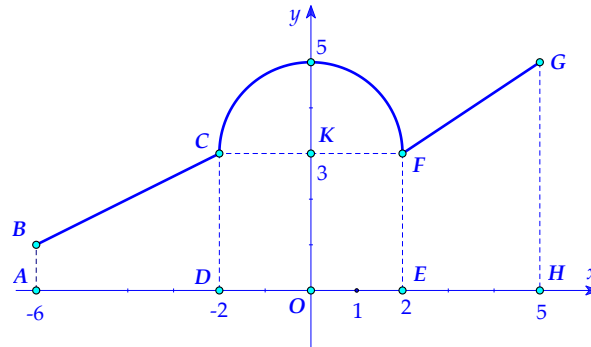


Khẳng định	Đúng	Sai
------------	------	-----

a)	$\int_{-6}^{-2} f(x) dx = 8.$		
b)	$\int_{-2}^2 f(x) dx = 6 + 12\pi.$		
c)	$\int_2^5 f(x) dx = 12.$		
d)	$\int_{-6}^5 f(x) dx = 26 + 12\pi.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



$$\text{Xét } I = \int_{-6}^5 f(x) dx = \int_{-6}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = S_1 + (S_2 + S_3) + S_4$$

Có $I = S_1 + (S_2 + S_3) + S_4$ trong đó:

$$S_1 \text{ là diện tích hình thang vuông } ABCD \Rightarrow \int_{-6}^{-2} f(x) dx = S_1 = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(1 + 3) \cdot 4}{2} = 8,$$

$$S_2 \text{ là diện tích hình chữ nhật } CDEF \Rightarrow S_2 = 3 \cdot 4 = 12,$$

$$S_3 \text{ là diện tích nửa hình tròn tâm } I, \text{ bán kính } R = 2 \Rightarrow S_3 = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} = 2\pi,$$

$$\text{Suy ra: } \int_{-2}^2 f(x) dx = S_2 + S_3 = 12 + 2\pi.$$

$$S_4 \text{ là diện tích hình thang vuông } EFGH \Rightarrow \int_2^5 f(x) dx = S_4 = \frac{(EF + GH) \cdot EH}{2} = \frac{(3 + 5) \cdot 3}{2} = 12.$$

$$\text{Suy ra } I = 8 + 12 + 2\pi + 12 = 2\pi + 32 \approx 38,3.$$

Câu 4: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 2 \sin t \text{ (m/s)}$.		
b)	Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là 1 m/s .		
c)	Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \pi \text{ (s)}$ là 4 m .		

d)	Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ (s) đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$ (s) là 2 m .		
----	---	--	--

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có $v(t) = \int a(t)dt = \int 2 \cos t dt = 2 \sin t + C$.

Mà tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0 nên ta có $v(0) = 0$ hay $C = 0$.
Vậy $v(t) = 2 \sin t$.

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là $v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2(\text{m/s})$.

c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \pi$ (s) là
 $\int_0^{\pi} v(t)dt = \int_0^{\pi} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_0^{\pi} = -2 \cos \pi - (-2 \cos 0) = 4(\text{m})$.

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ (s) đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$ (s) là

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} v(t)dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} = -2 \cos \frac{3\pi}{4} - \left(-2 \cos \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2}(\text{m}).$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x + 3$. (quy tròn đến hàng phần chục)

Kết quả:

10,7

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng $S = \int_{-1}^3 |x^2 - 2x - 3| dx = \left| \int_{-1}^3 (x^2 - 2x - 3) dx \right| = \left| -\frac{32}{3} \right| = \frac{32}{3} \approx 10,7$.

Câu 2: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox . (quy tròn đến hàng phần chục)

Kết quả:

25,4

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....
.....
Lời giải:

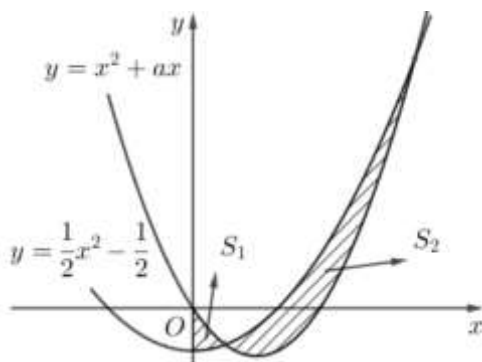
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox ta có:

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox

$$V = \pi \int_1^4 f^2(x) dx = \pi \int_1^4 (x^2 - 5x + 4)^2 dx = \frac{81\pi}{10} \approx 25,4.$$

Câu 3: Hai parabol $y = x^2 + ax$; $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ cùng với trục tung tạo thành hai hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên dưới:



Tính giá trị tham số a thỏa mãn $S_1 = S_2$. (quy tròn đến hàng phần chục)

Kết quả:

-1,2

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 + ax = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 2ax + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -a - \sqrt{a^2 - 1} \\ x_2 = -a + \sqrt{a^2 - 1} \end{cases} \quad (x_1, x_2 > 0.)$$

$$\text{Ta có: } S_1 = \int_0^{x_1} \left(\frac{1}{2}x^2 + ax + \frac{1}{2} \right) dx = \left(\frac{1}{6}x^3 + \frac{ax^2}{2} + \frac{x}{2} \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{1}{6}x_1^3 + \frac{ax_1^2}{2} + \frac{x_1}{2};$$

$$S_2 = - \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 + ax + \frac{1}{2} \right) dx = - \left(\frac{1}{6}x^3 + \frac{ax^2}{2} + \frac{x}{2} \right) \Big|_{x_1}^{x_2} = \left(\frac{1}{6}x_1^3 + \frac{ax_1^2}{2} + \frac{x_1}{2} \right) - \left(\frac{1}{6}x_2^3 + \frac{ax_2^2}{2} + \frac{x_2}{2} \right).$$

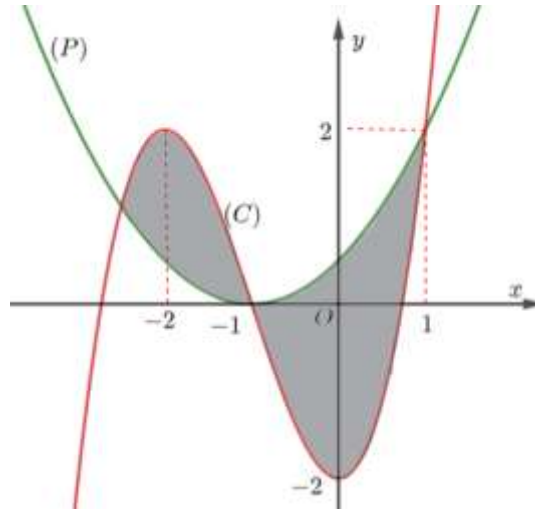
$$\text{Do đó } S_1 = S_2 \Leftrightarrow \frac{1}{6}x_2^3 + \frac{ax_2^2}{2} + \frac{1}{2}x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_2^3 + 3ax_2^2 + 3x_2}{6} = 0 \Leftrightarrow x_2^3 + 3ax_2^2 + 3x_2 = 0 \Leftrightarrow x_2^2 + 3ax_2 + 3 = 0 \quad (\text{do } x_2 > 0)$$

$$\Leftrightarrow \left(-a + \sqrt{a^2 - 1}\right)^2 + 3a\left(-a + \sqrt{a^2 - 1}\right) + 3 = 0 \Leftrightarrow -a^2 + a\sqrt{a^2 - 1} + 2 = 0 \Leftrightarrow a\sqrt{a^2 - 1} = a^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow a^2(a^2 - 1) = (a^2 - 2)^2 \Leftrightarrow 3a^2 = 4 \Leftrightarrow a^2 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{\sqrt{3}} \approx -1,2 \text{ (Nhận vì làm cho } x_2 > 0) \\ a = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,2 \text{ (Loại vì làm cho } x_2 < 0) \end{cases}.$$

Câu 4: Cho đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba và parabol (P) có đỉnh trên Ox và trục đối xứng của (P) vuông góc với trục hoành như hình vẽ bên dưới:



Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đen) (quy tròn đến hàng phần trăm)

Kết quả:

4,88

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

(P): $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đỉnh $I(-1; 0)$ và có $f(-1) = 0$; $f(1) = 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ a - b + c = 0 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy (P): $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}$.

(C): $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow g'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Ta có:
$$\begin{cases} g'(-2) = 0 \\ g'(0) = 0 \\ g(0) = -2 \\ g(1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a - 4b + c = 0 \\ c = 0 \\ d = -2 \\ a + b + c + d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 0 \\ d = -2 \end{cases}$$

Vậy $(C): g(x) = x^3 + 3x^2 - 2$.

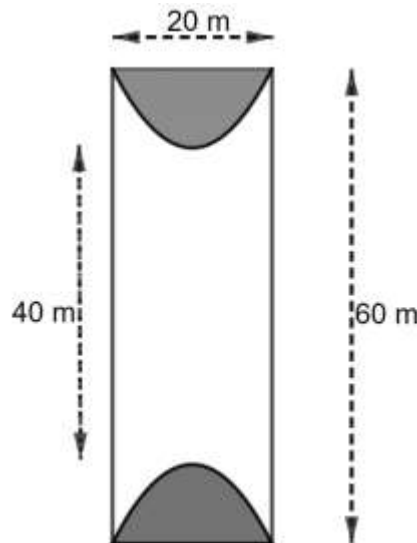
Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 + 3x^2 - 2 = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5}{2}; x = -1; x = 1$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\frac{5}{2}}^1 \left((x^3 + 3x^2 - 2) - \left(\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} \right) \right) dx \\ &= \int_{-\frac{5}{2}}^1 \left(x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x - \frac{5}{2} \right) dx = \int_{-\frac{5}{2}}^{-1} \left(x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x - \frac{5}{2} \right) dx + \int_{-1}^1 \left(x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x - \frac{5}{2} \right) dx \\ &= \int_{-\frac{5}{2}}^{-1} \left(x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x - \frac{5}{2} \right) dx + \int_{-1}^1 \left(-x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{5}{2} \right) dx = \frac{99}{64} + \frac{10}{3} = \frac{937}{192} \approx 4,88. \end{aligned}$$

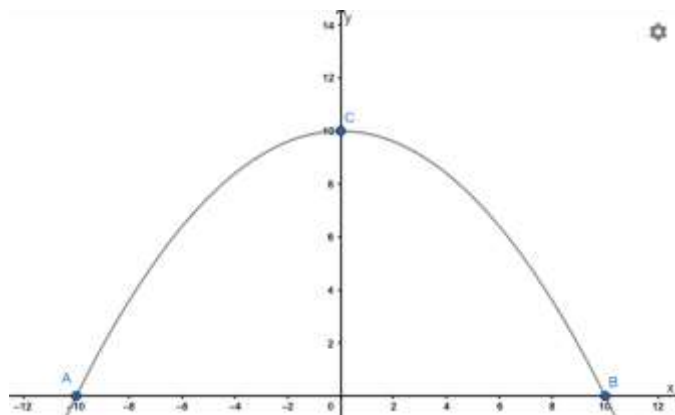
Câu 5: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60m$, chiều rộng $20m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường Parabol có hai đỉnh cách nhau $40m$ (như hình vẽ bên). Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch với chi phí là $200.000đ/m^2$. Tính gần đúng tổng số tiền để lát gạch (quy tròn đến hàng triệu, đơn vị triệu đồng).



Kết quả:

Trình bày:

Lời giải:



Ta có diện tích mảnh đất hình chữ nhật trên là. $S = 60.20 = 1200 \text{ (m}^2\text{)}$

Chọn hệ trục tọa độ Oxy , như hình vẽ thỏa mãn. $A(-10;0); B(10;0); C(0;10)$.

Phương trình (P) có dạng: $y = a.x^2 + b.x + c, (1)$. Do (P) đi qua các điểm A, B, C nên tọa độ các điểm $A(-10;0); B(10;0); C(0;10)$ thỏa mãn phương trình (1) nên ta có hệ phương trình.

$$\begin{cases} 100a - 10b + c = 0 \\ 100a + 10b + c = 0 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{10} \\ b = 0 \\ c = 10 \end{cases} \text{ . Vậy phương trình } P \text{ . } y = -\frac{1}{10}x^2 + 10 \quad (1)$$

Diện tích trồng cỏ ở hai đầu là

$$S = 2. \int_{-10}^{10} \left(-\frac{1}{10}x^2 + 10 \right) dx = 2. \int_{-10}^{10} \left(-\frac{1}{10}x^2 + 10 \right) dx = 2. \left(-\frac{x^3}{30} + 10x \right) \Big|_{-10}^{10} = \frac{400}{3} - \left(-\frac{400}{3} \right) = \frac{800}{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

Vậy tổng số tiền để lát gạch là. $T = \left(1200 - \frac{800}{3} \right). 200.000 \approx 187 \text{ (triệu đồng)}$.

Câu 6: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t \text{ (m/s)}$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Tính vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A . (đơn vị m/s)

Kết quả:

15

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Quãng đường chất điểm A đi tới khi gặp chất điểm B :

$$s = \int_0^{15} \left(\frac{1}{180} t^2 + \frac{11}{18} t \right) dt = \left(\frac{1}{540} t^3 + \frac{11}{36} t^2 \right) \Big|_0^{15} = 75(\text{m}).$$

Vận tốc của chất điểm B : $v_B(t) = \int a dt = at$ (do $v_B(0) = 0$ nên $C = 0$).

Quãng đường chất điểm B đi tới khi gặp chất điểm A : $s = \int_0^{10} at dt = \left(\frac{1}{2} at^2 \right) \Big|_0^{10} = 50a$.

Suy ra $50a = 75 \Leftrightarrow a = 1,5$.

Vận tốc chất điểm B tại thời điểm gặp chất điểm A : $v_B(10) = 15(\text{m/s})$.

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 30 tháng 10 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: Toán 12 - KNTT

CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

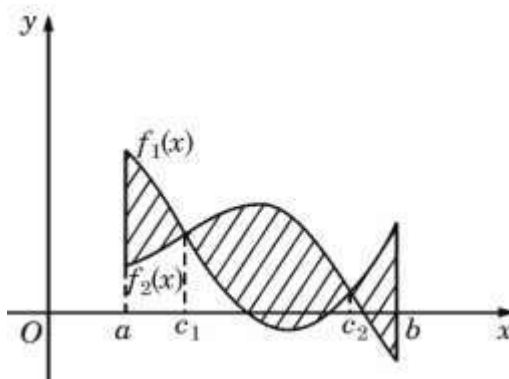
116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới).



Công thức tính diện tích của hình (H) là

A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx.$

C. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx.$

D. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx.$

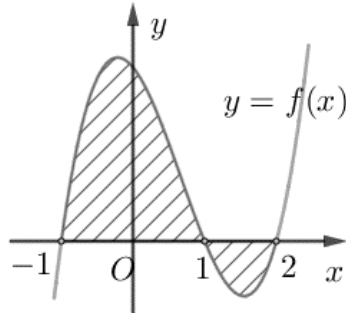
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$ B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$ C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$ D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 3: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x = 2$ và $x = 5$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{14\pi}{3}$ B. $\frac{14}{3}$ C. $\frac{15\pi}{2}$ D. $\frac{15}{2}$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.
 B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.
 C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.
 D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 5: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos^2 x$; $y = 0$ và $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ bằng

- A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.
 B. $\frac{\pi}{4} + 1$.
 C. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$.
 D. $\frac{\pi}{8}$.

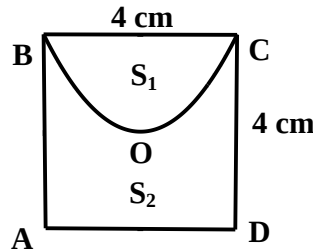
Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

- A. $S = 8$.
 B. $S = 4$.
 C. $S = 12$.
 D. $S = 16$.

Câu 7: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0 \leq x \leq \pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

- A. $2\pi\sqrt{3}$.
 B. 3 .
 C. $2\sqrt{3}$.
 D. 3π .

Câu 8: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , độ dài cạnh là 4 cm. Đường cong BOC là một phần của parabol đỉnh O chia hình vuông thành hai hình phẳng có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (tham khảo hình vẽ).



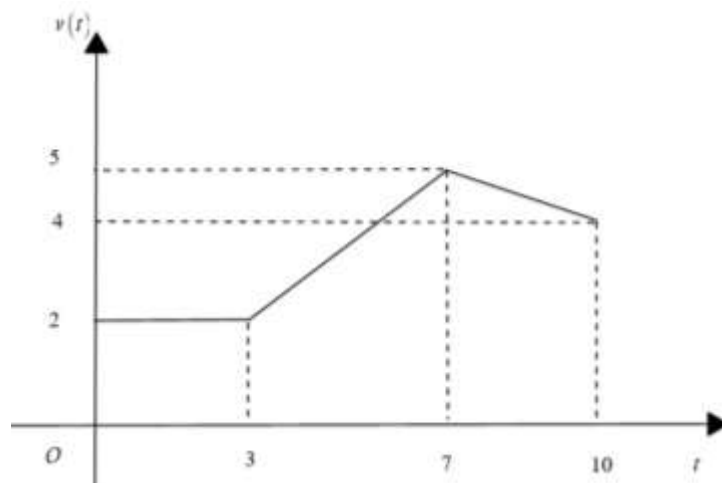
Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{5}$.
 B. $\frac{1}{2}$.
 C. $\frac{1}{3}$.
 D. $\frac{3}{5}$.

Câu 9: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{81}{10}\pi$.
 B. $V = \frac{81}{10}$.
 C. $V = \frac{9}{2}$.
 D. $V = \frac{9}{2}\pi$.

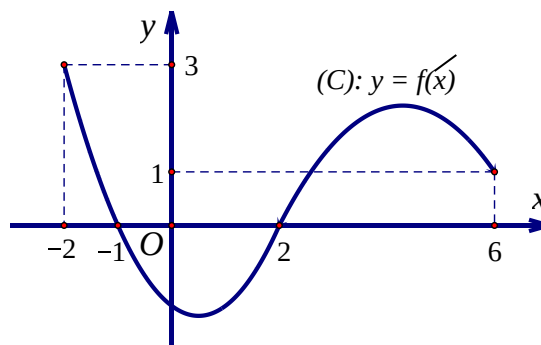
Câu 10: Một vật chuyển động trong 10 giây với vận tốc $v(m/s)$ phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Quãng đường vật chuyển động được trong 10 giây bằng

- A. $\frac{63}{2}m$. B. $\frac{67}{2}m$. C. $\frac{61}{2}m$. D. $\frac{65}{2}m$.

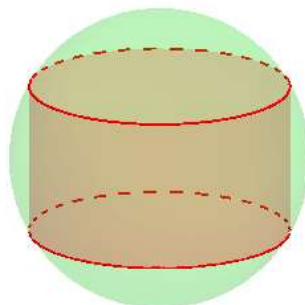
Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình bên dưới.



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(-2) < f(-1) < f(2) < f(6)$. B. $f(2) < f(-2) < f(-1) < f(6)$.
C. $f(-2) < f(2) < f(-1) < f(6)$. D. $f(6) < f(2) < f(-2) < f(-1)$.

Câu 12: Một khối cầu có bán kính là $5(dm)$, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng $3(dm)$ để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.



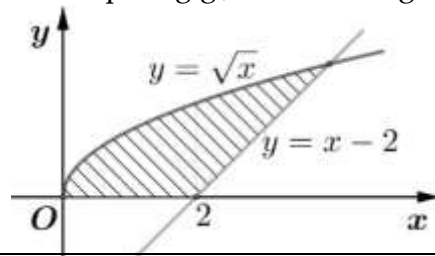
- A. $\frac{100}{3}\pi(dm^3)$. B. $\frac{43}{3}\pi(dm^3)$. C. $41\pi(dm^3)$. D. $132\pi(dm^3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)

Câu 1: Gọi S là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $f(x) = x^2 + x - 1$ và $g(x) = x^4 + x - 1$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = x^4 + x - 1$.		
b)	$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.		
c)	$S = \int_{-1}^1 (x^2 - x^4) dx$.		
d)	$S = \frac{4}{15}$.		

Câu 2: Gọi S là diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$.		
b)	$S = \int_0^4 \sqrt{x} - (x - 2) dx$.		
c)	$S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 [\sqrt{x} - (x - 2)] dx$.		
d)	$S = \frac{10}{3}$.		

Câu 3: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.		
b)	$s(t) = -5t^2 + 20t$.		
c)	Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 3 giây.		
d)	Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.		

Câu 4: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0, y = \sqrt{x}, x = 0, x = 4$ quanh trục Ox . Khi đó: $V_1 = \pi \int_0^4 x dx$.		
b)	Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0, y = \frac{1}{2}\sqrt{x}, x = 0, x = 4$ quanh trục Ox . Khi đó: $V_2 = \pi \int_0^4 \frac{1}{4} x dx$.		
c)	Giá trị của biểu thức $V_1 - V_2$ bằng 12π .		
d)	Một vật thể A có hình dạng được tạo thành khi quay hình phẳng D quanh trục Ox (đơn vị trên hai trục tính theo cm). Thể tích của vật thể đó (làm tròn đến hàng phần mười, đơn vị cm^3) là $37,7 cm^3$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(-1 \leq x \leq 1)$ là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{1 - x^4}$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2 - x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 2$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành. (quy tròn đến hàng phần trăm)

Kết quả:

Trình bày:

.....

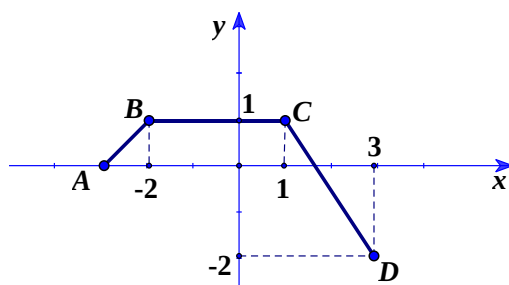
.....

.....

.....

.....

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ bên dưới:



Tính $\int_{-3}^3 f(x) dx$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Một vật đang chuyển động đều với vận tốc $v_0 = 15m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t (m/s^2)$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây từ lúc bắt đầu tăng tốc. (quy tròn đến hàng phần chục)

Kết quả:

Trình bày:

.....

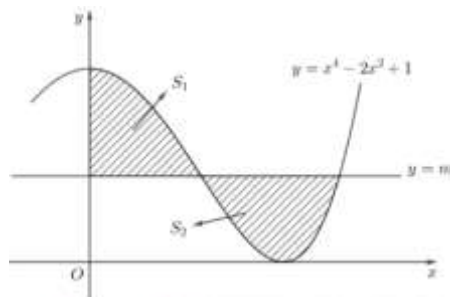
.....

.....

.....

.....

Câu 5: Đường thẳng $y = m$ ($0 < m < 1$) cắt đường cong $y = x^4 - 2x^2 + 1$ tại hai điểm thuộc góc phần tư thứ nhất của hệ tọa độ Oxy và chia thành hai hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên dưới:



Tìm giá trị tham số m thỏa mãn $S_1 = S_2$. (quy tròn đến hàng phần trăm)

Kết quả:

Trình bày:

.....

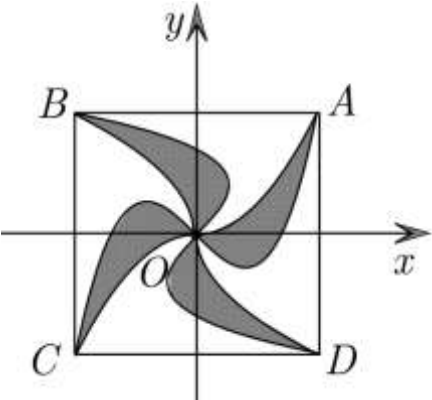
.....

.....

.....

.....

Câu 6: Mặt sàn của một thang máy có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh 2m được lát gạch màu trắng và trang trí bởi một hình 4 cánh giống nhau màu sẫm. Khi đặt trong hệ trục tọa độ Oxy với O là tâm hình vuông sao cho $A(1;1)$ như hình vẽ bên thì các đường cong OA có phương trình $y = x^2$ và $y = ax^3 + bx$. Tính giá trị $a.b$ biết rằng diện tích trang trí màu sẫm chiếm $\frac{1}{3}$ diện tích mặt sàn.



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 30 tháng 10 năm 2024

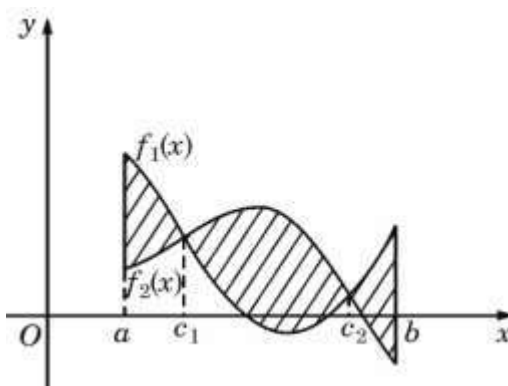


ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN****Định hướng cấu trúc 2025****LỜI GIẢI CHI TIẾT**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới).



Công thức tính diện tích của hình (H) là

A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx.$

C. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx.$

D. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx.$

Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Câu 3: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x=2$ và $x=5$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{14\pi}{3}$

B. $\frac{14}{3}$.

C. $\frac{15\pi}{2}$.

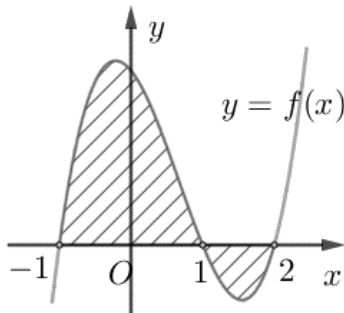
D. $\frac{15}{2}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng D quanh trục Ox ta có:

$$V = \pi \int_2^5 (\sqrt{x-1})^2 dx = \pi \int_2^5 (x-1) dx = \frac{15\pi}{2}.$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y=0$, $x=-1$, $x=2$ như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta có $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 5: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos^2 x$; $y=0$ và $x=0$; $x = \frac{\pi}{4}$ bằng

A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

B. $\frac{\pi}{4} + 1$.

C. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$.

D. $\frac{\pi}{8}$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\cos^2 x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}.$$

Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

$$\text{Diện tích cần tìm } S = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx$$

$$= \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx = \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 = 8.$$

Câu 7: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq \pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $2\pi\sqrt{3}$.

B. 3.

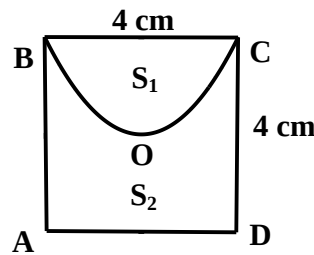
C. $2\sqrt{3}$.

D. 3π .

Lời giải:

$$\text{Ta có } V = \int_0^\pi S(x) dx = \int_0^\pi S(x) dx = \int_0^\pi \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2\sqrt{\sin x})^2 dx = \int_0^\pi \sqrt{3} \cdot \sin x dx = -\sqrt{3} \cos x \Big|_0^\pi = 2\sqrt{3}.$$

Câu 8: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , độ dài cạnh là 4 cm. Đường cong BOC là một phần của parabol đỉnh O chia hình vuông thành hai hình phẳng có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (tham khảo hình vẽ).



Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

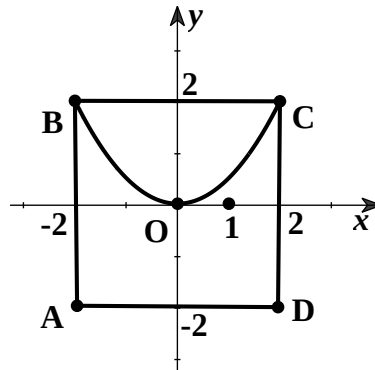
A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải:



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có phương trình parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$.

$$\text{Suy ra } S_1 = \int_{-2}^2 \left(2 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \frac{16}{3} \text{ (đvdt)}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = 4^2 = 16$ (đvdt).

$$\text{Do đó diện tích } S_2 \text{ là } S_2 = S_{ABCD} - S_1 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3} \text{ (đvdt)}.$$

$$\text{Vậy tỉ số } \frac{S_1}{S_2} = \frac{16}{3} : \frac{32}{3} = \frac{1}{2}.$$

Câu 9: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{81}{10}\pi$.

B. $V = \frac{81}{10}$.

C. $V = \frac{9}{2}$.

D. $V = \frac{9}{2}\pi$.

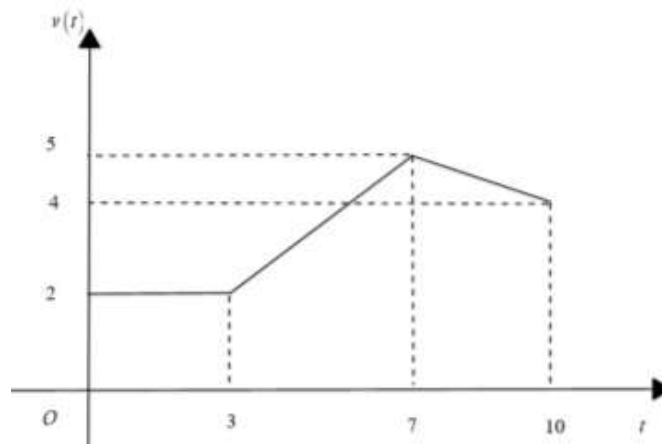
Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

$$V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(3x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3$$

$$= \pi \left(3 \cdot 3^3 - \frac{3}{2} \cdot 3^4 + \frac{3^5}{5} \right) = \frac{81}{10}\pi.$$

Câu 10: Một vật chuyển động trong 10 giây với vận tốc $v(m/s)$ phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Quãng đường vật chuyển động được trong 10 giây bằng

A. $\frac{63}{2}m$.

B. $\frac{67}{2}m$.

C. $\frac{61}{2}m$.

D. $\frac{65}{2}m$.

Lời giải:

Vận tốc chuyển động của vật trong 3 giây đầu là $v_1(t) = 2$.

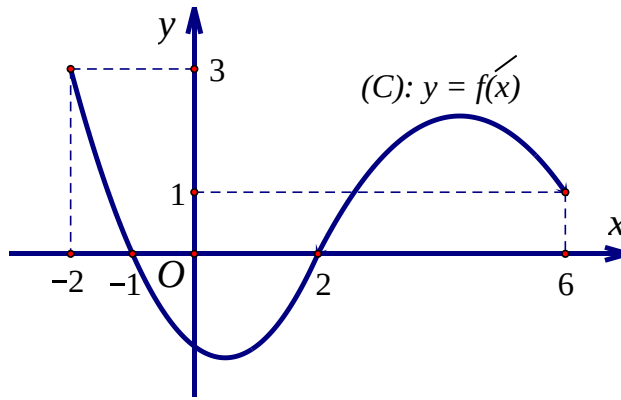
Vận tốc chuyển động của vật từ giây thứ 3 đến giây thứ 7 là $v_2(t) = \frac{3}{4}t - \frac{1}{4}$.

Vận tốc chuyển động của vật từ giây thứ 7 đến giây thứ 10 là $v_3(t) = -\frac{1}{3}t + \frac{22}{3}$.

Ta có $S'(t) = v(t)$, suy ra

$$S = \int_0^3 v_1(t) dt + \int_3^7 v_2(t) dt + \int_7^{10} v_3(t) dt = \int_0^3 2 dt + \int_3^7 \left(\frac{3}{4}t - \frac{1}{4} \right) dt + \int_7^{10} \left(-\frac{1}{3}t + \frac{22}{3} \right) dt = \frac{67}{2} \text{ (m)}.$$

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình bên dưới.



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(-2) < f(-1) < f(2) < f(6)$.

B. $f(2) < f(-2) < f(-1) < f(6)$.

C. $f(-2) < f(2) < f(-1) < f(6)$.

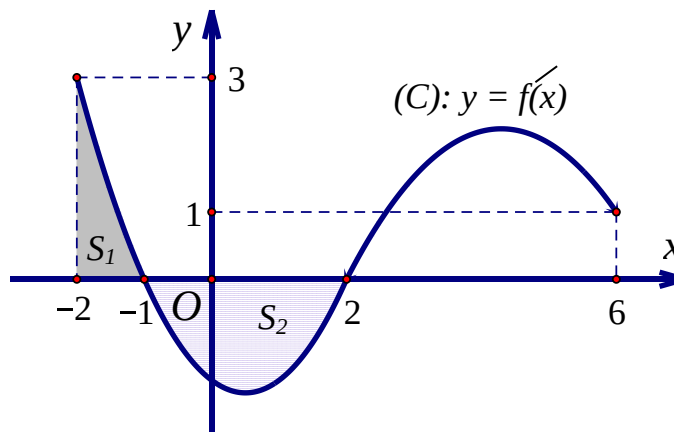
D. $f(6) < f(2) < f(-2) < f(-1)$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như sau:

x	-2	-1	2	6
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$f(-2)$	$f(-1)$	$f(2)$	$f(6)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$$\begin{cases} f(-2) < f(-1) \\ f(2) < f(-1) \\ f(2) < f(6) \end{cases} \text{ nên A, D sai.}$$


Ta cần so sánh $f(-2)$ và $f(2)$.

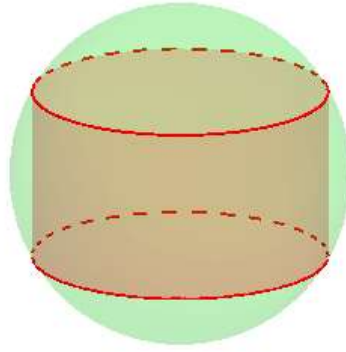
Gọi S_1 , S_2 là diện tích hình phẳng được tô đậm như trên hình vẽ.

Ta có: $S_1 = \int_{-2}^{-1} |f'(x)| dx = \int_{-2}^{-1} f'(x) dx = f(-1) - f(-2)$.

$$S_2 = \int_{-1}^2 |f'(x)| dx = - \int_{-1}^2 f'(x) dx = f(-1) - f(2).$$

Dựa vào đồ thị ta thấy $S_1 < S_2$ nên $f(-1) - f(-2) < f(-1) - f(2) \Leftrightarrow f(-2) > f(2)$.

Câu 12: Một khối cầu có bán kính là $5(dm)$, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng $3(dm)$ để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.



A. $\frac{100}{3}\pi(dm^3)$.

B. $\frac{43}{3}\pi(dm^3)$.

C. $41\pi(dm^3)$.

D. $132\pi(dm^3)$.

Lời giải:

Trên hệ trục tọa độ Oxy, xét đường tròn (C): $(x-5)^2 + y^2 = 25$. Ta thấy nếu cho nửa trên trục Ox của (C) quay quanh trục Ox ta được mặt cầu bán kính bằng 5. Nếu cho hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa trên trục Ox của (C), trục Ox, hai đường thẳng $x=0, x=2$ quay xung quanh trục Ox ta sẽ được khối tròn xoay chính là phần cắt đi của khối cầu trong đề bài.

Ta có $(x-5)^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{25-(x-5)^2}$.

$\Rightarrow$ Nửa trên trục Ox của (C) có phương trình $y = \sqrt{25-(x-5)^2} = \sqrt{10x-x^2}$.

$\Rightarrow$ Thể tích vật thể tròn xoay khi cho (H) quay quanh Ox là:

$$V_1 = \pi \int_0^2 (10x - x^2) dx = \pi \left(5x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{52\pi}{3}.$$

Thể tích khối cầu là: $V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3}$.

Thể tích cần tìm: $V = V_2 - 2V_1 = \frac{500\pi}{3} - 2 \cdot \frac{52\pi}{3} = 132\pi(dm^3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Gọi S là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $f(x) = x^2 + x - 1$ và $g(x) = x^4 + x - 1$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = x^4 + x - 1$.		

b)	$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$		
c)	$S = \int_{-1}^1 (x^2 - x^4) dx.$		
d)	$S = \frac{4}{15}.$		

Lời giải:

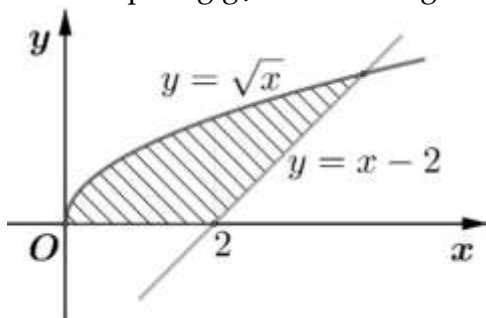
a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$ là

$$x^2 + x - 1 = x^4 + x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } S &= \int_{-1}^1 |x^2 - x^4| dx = \int_{-1}^0 |x^2 - x^4| dx + \int_0^1 |x^2 - x^4| dx \\ &= \left| \int_{-1}^0 (x^2 - x^4) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^2 - x^4) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15}. \end{aligned}$$

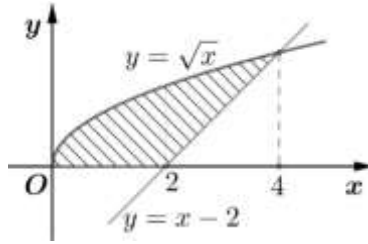
Câu 2: Gọi S là diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}.$		
b)	$S = \int_0^4 \sqrt{x} - (x - 2) dx.$		
c)	$S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 [\sqrt{x} - (x - 2)] dx.$		
d)	$S = \frac{10}{3}.$		

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



Phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$:

$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 [\sqrt{x} - (x - 2)] dx = \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x - 2) dx = \frac{10}{3}.$$

Câu 3: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.		
b)	$s(t) = -5t^2 + 20t$.		
c)	Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 3 giây.		
d)	Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) Ta có: $\int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số. Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

d) Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$ nên quãng đường xe ô tô di chuyển trong 1 giây từ khi phát hiện chướng ngại vật đến khi đạp phanh là 18 (m) .

Quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là: $s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là: $18 + 20 \approx 38 \text{ (m)}$.

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm vào chướng ngại vật trên đường.

Câu 4: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0, y = \sqrt{x}, x = 0, x = 4$ quanh trục Ox . Khi đó: $V_1 = \pi \int_0^4 x dx$.		
b)	Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0, y = \frac{1}{2}\sqrt{x}, x = 0, x = 4$ quanh trục Ox . Khi đó: $V_2 = \pi \int_0^4 \frac{1}{4} x dx$.		
c)	Giá trị của biểu thức $V_1 - V_2$ bằng 12π .		
d)	Một vật thể A có hình dạng được tạo thành khi quay hình phẳng D quanh trục Ox (đơn vị trên hai trục tính theo cm). Thể tích của vật thể đó (làm tròn đến hàng phần mười, đơn vị cm^3) là $37,7 cm^3$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $V_1 = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$; $V_2 = \pi \int_0^4 \left(\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2 dx = \pi \int_0^4 \frac{1}{4} x dx = 2\pi$.

Khi đó, $V_1 - V_2 = 6\pi$.

Vậy thể tích của vật thể A là $V_1 = \pi \int_0^4 \left| (\sqrt{x})^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2 \right| dx = V_1 - V_2 = 6\pi \approx 18,8 (cm^3)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (-1 \leq x \leq 1)$ là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{1 - x^4}$.

Kết quả:

1,6

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Thể tích của vật thể là $V = \int_{-1}^1 (\sqrt{1 - x^4})^2 dx = \frac{8}{5} = 1,6$.

Câu 2: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2-x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 2$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành. (quy tròn đến hàng phần trăm)

Kết quả:

1,68

Trình bày:

.....

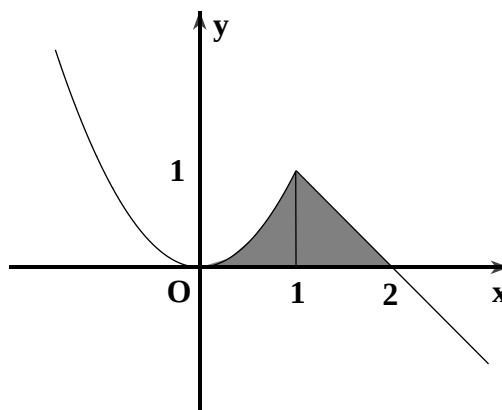
.....

.....

.....

.....

Lời giải:

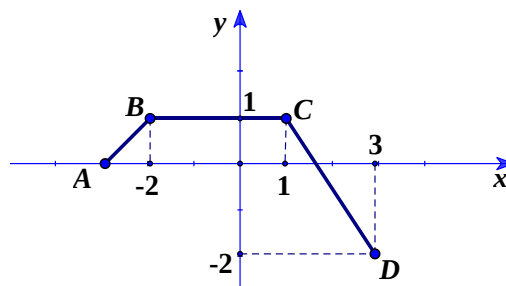


Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_0^1 f^2(x) \cdot dx + \pi \int_1^2 f^2(x) \cdot dx = \pi \int_0^1 x^4 \cdot dx + \pi \int_1^2 (2-x)^2 \cdot dx = \pi \left. \frac{x^5}{5} \right|_0^1 - \pi \left. \frac{(2-x)^3}{3} \right|_1^2$$

$$= \frac{\pi}{5} - \pi \left(0 - \frac{1}{3} \right) = \frac{8\pi}{15} \approx 1,68.$$

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ bên dưới:



Tính $\int_{-3}^3 f(x) \cdot dx$.

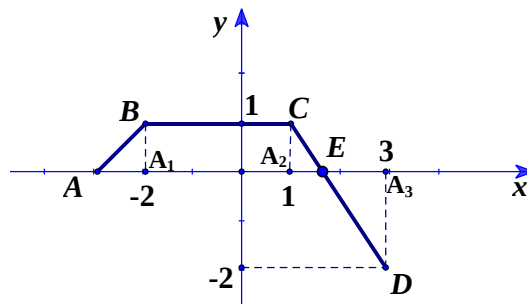
Kết quả:

2,5

Trình bày:

.....

Lời giải:



Phương trình đường thẳng CD đi qua $C(1;1)$ và nhận $\overrightarrow{CD} = (2; -3)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình chính tắc $(CD): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} \Leftrightarrow -3x-2y = -5$.

Đặt $E = (CD) \cap Ox$.

$$\text{Ta được } \begin{cases} -3x-2y = -5 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow E\left(\frac{5}{3}; 0\right).$$

$$\text{Do đó: } \int_{-3}^3 f(x) dx = \int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^{\frac{5}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{5}{3}}^3 f(x) dx$$

$$= S_{ABA_1} + S_{A_1BCA_2} + S_{A_2CE} - S_{EDA_3}$$

$$= \frac{1}{2}(1 \times 1) + (3 \times 1) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} \times 1\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} \times 2\right) = \frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Câu 4: Một vật đang chuyển động đều với vận tốc $v_0 = 15 \text{ m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây từ lúc bắt đầu tăng tốc. (quy tròn đến hàng phần chục)

Kết quả:

69,8

Trình bày:

Lời giải:

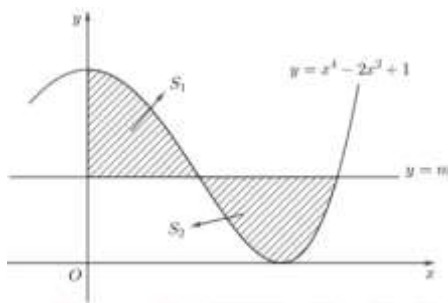
$$\text{Ta có } v(t) = \int a(t) dt = \int (t^2 + 4t) dt = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + C.$$

$$\text{Mà } v(0) = 15 \Rightarrow C = 15.$$

$$\text{Khi đó } v(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15.$$

Vậy $S = \int_0^3 \left(\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15 \right) dt = 69,75m \approx 69,8m$.

Câu 5: Đường thẳng $y = m$ ($0 < m < 1$) cắt đường cong $y = x^4 - 2x^2 + 1$ tại hai điểm thuộc góc phần tư thứ nhất của hệ tọa độ Oxy và chia thành hai hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên dưới:



Tìm giá trị tham số m thỏa mãn $S_1 = S_2$. (quy tròn đến hàng phần trăm)

Kết quả:

0,44

Trình bày:

.....

Lời giải:

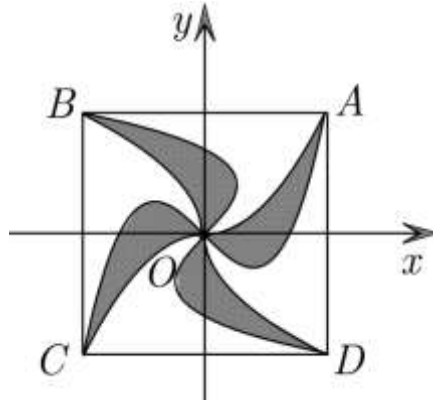
Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - 2x^2 + 1 = m \Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 = m \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{1 \pm \sqrt{m}}$.

Vậy các giao điểm thuộc góc phần tư thứ nhất của hệ tọa độ Oxy có hoành độ bằng $x = \sqrt{1 - \sqrt{m}}$ và $x = \sqrt{1 + \sqrt{m}}$.

Diện tích $S_1 = \int_0^{\sqrt{1 - \sqrt{m}}} (x^4 - 2x^2 + 1 - m) dx$ và $S_2 = - \int_{\sqrt{1 - \sqrt{m}}}^{\sqrt{1 + \sqrt{m}}} (x^4 - 2x^2 + 1 - m) dx$.

$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(1 + \sqrt{m})^5}}{5} - \frac{2}{3} \sqrt{(1 + \sqrt{m})^3} + (1 - m) \sqrt{1 + \sqrt{m}} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4}{9} \approx 0,44.$$

Câu 6: Mặt sàn của một thang máy có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh 2m được lát gạch màu trắng và trang trí bởi một hình 4 cánh giống nhau màu sẫm. Khi đặt trong hệ trục tọa độ Oxy với O là tâm hình vuông sao cho $A(1;1)$ như hình vẽ bên thì các đường cong OA có phương trình $y = x^2$ và $y = ax^3 + bx$. Tính giá trị $a.b$ biết rằng diện tích trang trí màu sẫm chiếm $\frac{1}{3}$ diện tích mặt sàn.



Kết quả:

-2

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx$ đi qua điểm $A(1;1) \Rightarrow a + b = 1$.

$$S_{ABCD} = 4(\text{m}^2).$$

$$\text{Diện tích của 4 cánh hoa: } S_1 = \frac{1}{3} S_{ABCD} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Diện tích của một cánh hoa: } S_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Mặt khác: } S_2 = \int_0^1 (x^2 - ax^3 - bx) dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{ax^4}{4} - \frac{bx^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{a}{4} - \frac{b}{2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{a}{4} + \frac{b}{2} = 0.$$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} a + b = 1 \\ \frac{a}{4} + \frac{b}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow ab = -2.$$

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 30 tháng 10 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 05_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = -\int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

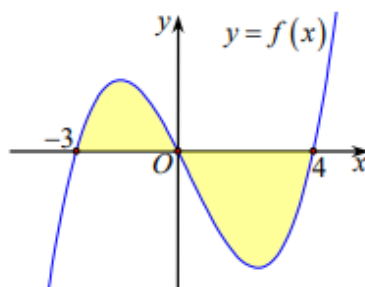
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 3: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $(H): y = \frac{x-2}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó, giá trị của S bằng

A. $2 + 3 \ln 3$. B. $3 - 2 \ln 2$. C. $3 + 2 \ln 2$. D. $-2 + 3 \ln 3$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình bên dưới. Gọi A_1 ; A_2 là các số dương biểu diễn cho diện tích của các phần tô đậm phía trên và phía dưới Ox . Khi đó $\int_{-3}^4 f(x) dx$ bằng



A. $2A_1 - A_2$. B. $A_1 + A_2$. C. $A_1 - A_2$. D. $A_2 - A_1$.

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2$ và $y = x$ bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{125\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{125}{6}$.

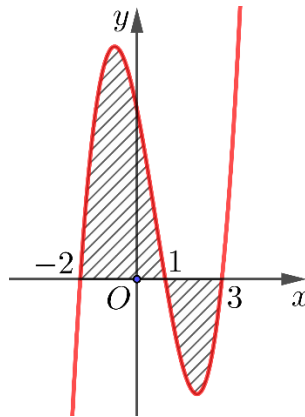
Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^3 + 2x$, $y = 3x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ bằng:

- A. -2 . B. $\frac{5}{2}$. C. 2 . D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 7: Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$ khi quay quanh trục Ox là:

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{13\pi}{15}$. C. $\frac{14\pi}{15}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx$. B. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx$.
C. $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx$. D. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx$.

Câu 9: Khối chỏm cầu có bán kính $R = 3$ và chiều cao $h = 1$ sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi cung tròn có phương trình $y = \sqrt{9 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2$, $x = 3$ xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối chỏm cầu này.

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 2π . C. $\frac{10\pi}{3}$. D. π .

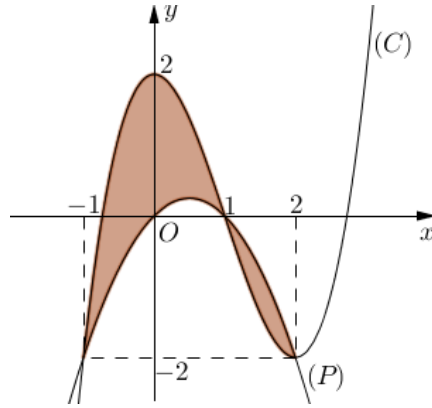
Câu 10: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

- A. $2\pi\sqrt{3}$. B. 3 . C. $2\sqrt{3}$. D. 3π .

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x - 3$; $g(x) = x - 3$ là:

- A. $S = 8$. B. $S = 4$. C. $S = 12$. D. $S = 16$.

Câu 12: Gọi (H) là phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba với đồ thị (P) của hàm số bậc hai (phần tô đậm) như hình vẽ bên. Diện tích của hình phẳng (H) bằng



A. $\frac{37}{12}$.

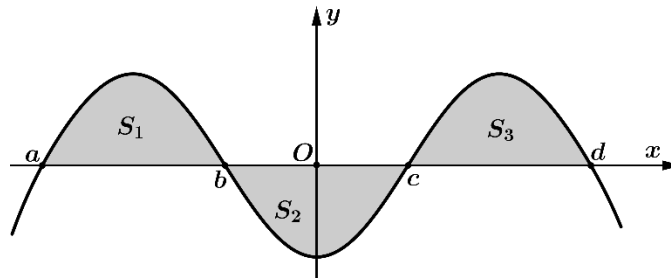
B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{11}{12}$.

D. $\frac{5}{12}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; d]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết đồ thị $f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm a, b, c, d , đồng thời tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = a, x = d$ thành một hình phẳng (H) gồm 3 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2, S_3 như hình vẽ.



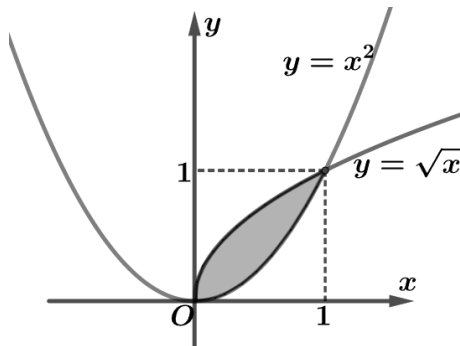
a) $S_1 = \int_a^b f(x) dx$.

b) $S_2 = -\int_b^c |f(x)| dx$.

c) $S_3 = -\int_c^d f(x) dx$.

d) $S_{(H)} = \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx$.

Câu 14: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$.



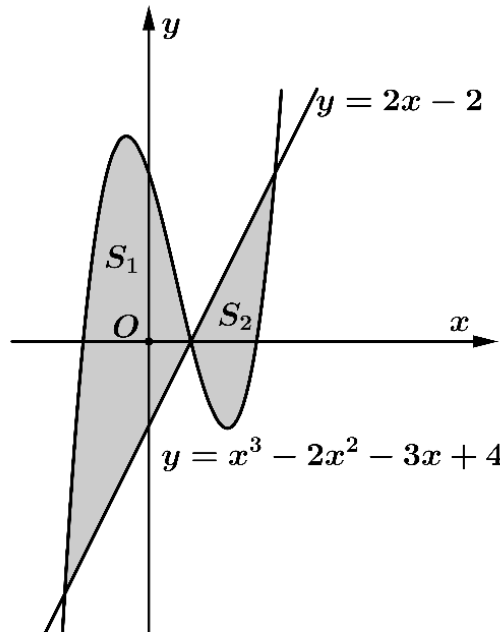
a) Diện tích phần tô đậm là $S = \int_0^1 (x^2 - \sqrt{x}) dx$.

b) Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay $(H_1): y = x^2; Ox; x = 0; x = 1$ quanh Ox là $V_1 = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx$.

c) Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay $(H_2): y = \sqrt{x}; Ox; x = 0; x = 1$ quanh Ox là $V_2 = \pi \int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx$.

d) Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox bằng $\frac{3\pi}{10}$.

Câu 15: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 4$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = 2x - 2$.



a) Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2; -6), B(1; 0), C(3; 4)$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành, đường thẳng $x = -1; x = 2$ bằng $\frac{21}{4}$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng d bằng $\frac{253}{12}$.

d) Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) thành hai miền S_1 và S_2 . Khi đó tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{63}{16}$.

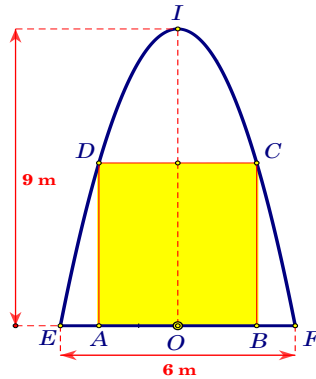
Câu 16: Một cánh cổng của tòa nhà có dạng parabol gồm hai phần: Phần làm cửa lối vào là hình chữ nhật $ABCD$, còn lại là phần tường trang trí. Biết rằng chiều cao cổng là $IO = 9m, EF = 6m, AB = 4m$. S_1 là diện tích phần cánh cửa của lối vào hình chữ nhật, S_2 là diện tích phần tường trang trí.

a) Giả sử parabol có phương trình là $y = f(x)$ thì diện tích cánh cổng là $S = \int_{-3}^3 f(x) dx$.

b) Diện tích phần cửa vào là $S_1 = 4\sqrt{5} (m^2)$.

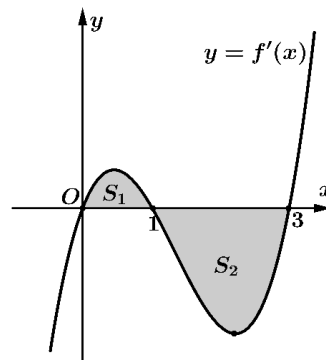
c) Diện tích phần tường trang trí là $S_2 = 16(m^2)$.

d) Giả sử phần tường trang trí hai bên cửa vào cần ốp kính cường lực. Khi đó diện tích kính cần dùng là $\frac{16}{3}(m^2)$.



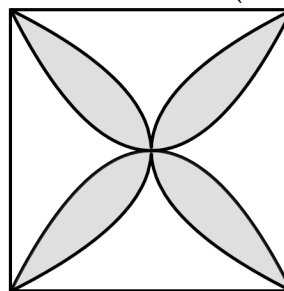
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình dưới. Biết rằng diện tích của các phần hình phẳng A và B lần lượt là $S_1 = 4$ và $S_2 = 10$. Tính giá trị của $f(3)$, biết giá trị của $f(0) = 2$.



Kết quả:

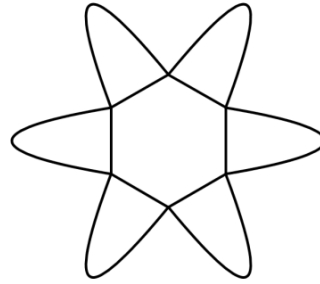
Câu 18: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 60 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).



Tính diện tích phần cánh hoa của viên gạch.

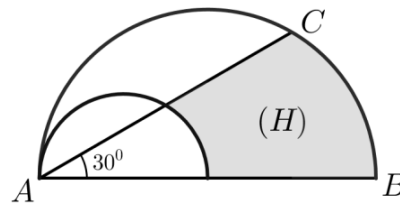
Kết quả:

Câu 19: Để trang trí cho một phòng trong một tòa nhà, người ta vẽ lên tường một hình như sau: trên mỗi cạnh của hình lục giác đều có cạnh bằng 2 dm có một cánh hoa hình parabol, đỉnh của parabol cách cạnh 3 dm và nằm phía ngoài hình lục giác, đường parabol đó đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh (xem hình sau). Hãy tính diện tích của hình nói trên (kể cả hình lục giác đều) để mua sơn trang trí cho phù hợp (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



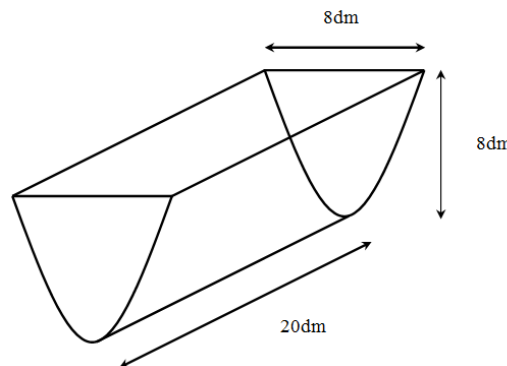
Kết quả:

Câu 20: Cho các nửa đường tròn như hình vẽ sau, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $BAC = 30^\circ$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB .



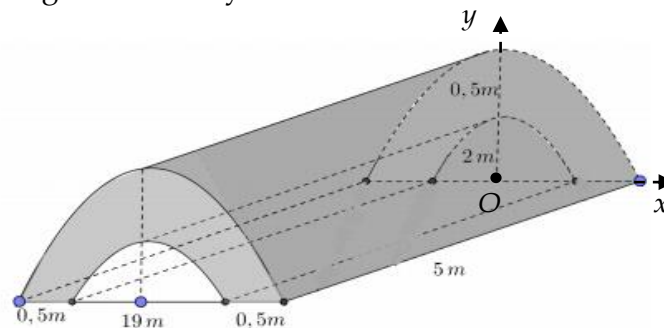
Kết quả:

Câu 21: Một bồn nước được thiết kế với chiều cao 8 dm, ngang 8 dm, dài 2 m, bề mặt cong đều nhau với mặt cắt ngang là một hình parabol như hình vẽ bên dưới. Bồn chứa được tối đa bao nhiêu lít nước.



Kết quả:

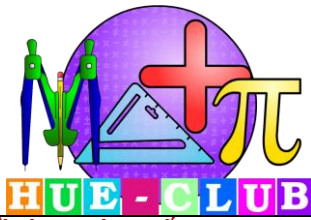
Câu 22: Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. .



Kết quả:

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 30 tháng 10 năm 2024

**TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ****Môn: Toán 12 - KNTT****CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN****Định hướng cấu trúc 2025****LỜI GIẢI CHI TIẾT**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = -\int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 3: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $(H): y = \frac{x-2}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó, giá trị của S bằng

A. $2 + 3 \ln 3$. B. $3 - 2 \ln 2$ C. $3 + 2 \ln 2$. D. $-2 + 3 \ln 3$.

Lời giải:

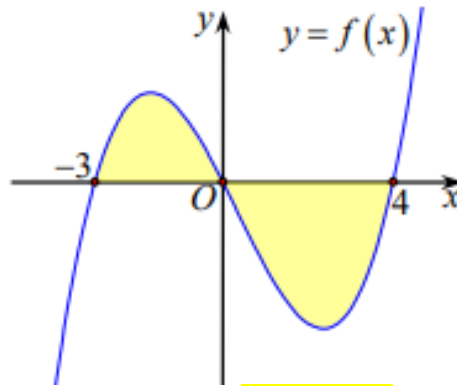
Hoành độ giao điểm của đồ thị (H) và trục hoành là nghiệm phương trình

$\frac{x-2}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H) và các trục tọa độ là

$S = \int_0^2 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| dx = \int_0^2 \frac{-x+2}{x+1} dx = \int_0^2 \left(-1 + \frac{3}{x+1} \right) dx = \left(-x + 3 \ln |x+1| \right) \Big|_0^2 = -2 + 3 \ln 3$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình bên dưới. Gọi $A_1; A_2$ là các số dương biểu diễn cho diện tích của các phần tô đậm phía trên và phía dưới Ox . Khi đó $\int_{-3}^4 f(x) dx$ bằng



A. $2A_1 - A_2$.

B. $A_1 + A_2$.

C. $A_1 - A_2$.

D. $A_2 - A_1$.

Lời giải:

Ta có $A_1 = \int_{-3}^0 f(x) dx$; $A_2 = -\int_0^4 f(x) dx$.

Khi đó $\int_{-3}^4 f(x) dx = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx = A_1 - A_2$.

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2$ và $y = x$ bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{125\pi}{6}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{125}{6}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = x$ là:

$$x = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng $S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}$.

Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^3 + 2x$, $y = 3x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ bằng:

A. -2 .

B. $\frac{5}{2}$.

C. 2 .

D. $\frac{-5}{2}$.

Lời giải:

Diện tích cần tìm là

$$S = \int_0^2 |x^3 + 2x - 3x| dx = \int_0^2 |x^3 - x| dx.$$

$$\text{Ta có: } x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm thuộc đoạn $[0; 2]$ là $x = 0, x = 1$.

$$\begin{aligned}\text{Vậy } S &= \int_0^2 |x^3 - x| dx = \int_0^1 |x^3 - x| dx + \int_1^2 |x^3 - x| dx \\ &= \left| \int_0^1 (x^3 - x) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^3 - x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 \right| = \left| -\frac{1}{4} \right| + \left| \frac{9}{4} \right| = \frac{5}{2}.\end{aligned}$$

Câu 7: Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$ khi quay quanh trục Ox là:

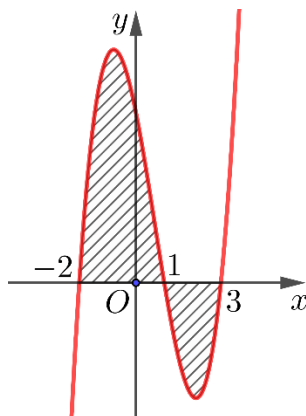
- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{13\pi}{15}$. C. $\frac{14\pi}{15}$. **D. $\frac{16\pi}{15}$.**

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm là: $-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

$$\text{Thể tích khối tròn xoay là: } V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$. **B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.**
- C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$. **D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.**

Lời giải:

$$\text{Ta có } S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx = \int_{-2}^1 |f(x)| dx + \int_1^3 |f(x)| dx = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$$

Câu 9: Khối chỏm cầu có bán kính $R = 3$ và chiều cao $h = 1$ sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi cung tròn có phương trình $y = \sqrt{9 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2$, $x = 3$ xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối chỏm cầu này.

- A. $\frac{8\pi}{3}$.** B. 2π . C. $\frac{10\pi}{3}$. D. π .

Lời giải:

$$\text{Ta có thể tích khối chỏm cầu là } V = \pi \int_2^3 (9 - x^2) dx = \pi \left(9x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^3 = \frac{8\pi}{3}.$$

Câu 10: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0 \leq x \leq \pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $2\pi\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 3π .

Lời giải:

$$\text{Ta có } V = \int_0^\pi S(x)dx = \int_0^\pi S(x)dx = \int_0^\pi \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2\sqrt{\sin x})^2 dx = \int_0^\pi \sqrt{3} \cdot \sin x dx = -\sqrt{3} \cos x \Big|_0^\pi = 2\sqrt{3}.$$

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x - 3$; $g(x) = x - 3$ là:

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

Lời giải:

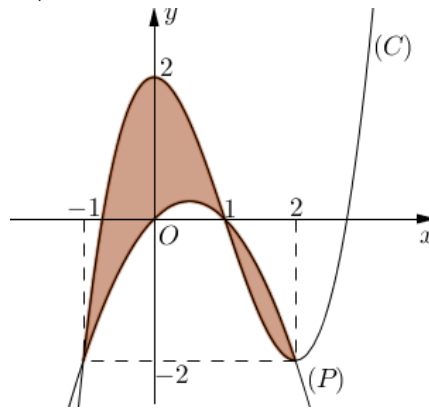
Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x - 3$ và $g(x) = x - 3$:

$$x^3 - 3x - 3 = x - 3 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Diện tích cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 = 8. \end{aligned}$$

Câu 12: Gọi (H) là phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba với đồ thị (P) của hàm số bậc hai (phần tô đậm) như hình vẽ bên. Diện tích của hình phẳng (H) bằng



A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{11}{12}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải:

Dựa vào giả thiết và hình vẽ ta có:

+ (C) là đồ thị của hàm số có dạng $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$).

+ (P) là đồ thị của hàm số có dạng $g(x) = dx^2 + ex$ ($d, e \in \mathbb{R}, d \neq 0$).

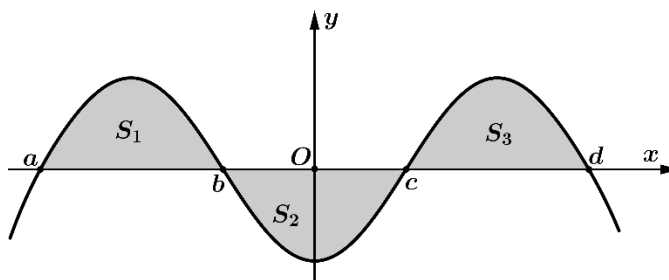
Do (C) và (P) cắt nhau tại các điểm có hoành độ $x = -1; x = 1; x = 2$ nên ta có $f(x) - g(x) = a(x+1)(x-1)(x-2)$.

Với $x = 0$, ta có $f(0) - g(0) = a(0+1)(0-1)(0-2) = 2 \Rightarrow a = 1$.

$$\text{Diện tích của hình phẳng } (H) \text{ là } S = \int_{-1}^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-1}^2 |(x+1)(x-1)(x-2)| dx = \frac{37}{12}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; d]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết đồ thị $f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm a, b, c, d , đồng thời tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = a, x = d$ thành một hình phẳng (H) gồm 3 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2, S_3 như hình vẽ.



a) $S_1 = \int_a^b f(x) dx.$

b) $S_2 = -\int_c^b |f(x)| dx.$

c) $S_3 = -\int_c^d f(x) dx.$

d) $S_{(H)} = \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx.$

Lời giải:

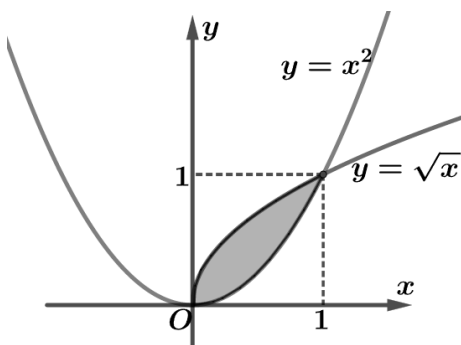
a) Đúng: Dựa vào hình vẽ, ta có: $S_1 = \int_a^b f(x) dx.$

b) Đúng: Dựa vào hình vẽ, ta có: $S_2 = -\int_c^b |f(x)| dx = \int_b^c |f(x)| dx.$

c) Sai: Dựa vào hình vẽ, ta có: $S_3 = \int_c^d |f(x)| dx = \int_c^d f(x) dx$ (do $f(x) \geq 0, x \in [c; d]$).

d) Đúng: Dựa vào hình vẽ, ta có: $S_{(H)} = \int_a^d |f(x)| dx = \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx.$

Câu 14: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$.



a) Diện tích phần tô đậm là $S = \int_0^1 (x^2 - \sqrt{x}) dx.$

b) Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay $(H_1): y = x^2; Ox; x = 0; x = 1$ quanh Ox là

$$V_1 = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx.$$

c) Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay $(H_2): y = \sqrt{x}; Ox; x = 0; x = 1$ quanh Ox là

$$V_2 = \pi \int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx.$$

d) Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox bằng $\frac{3\pi}{10}$.

Lời giải:

a) Sai.

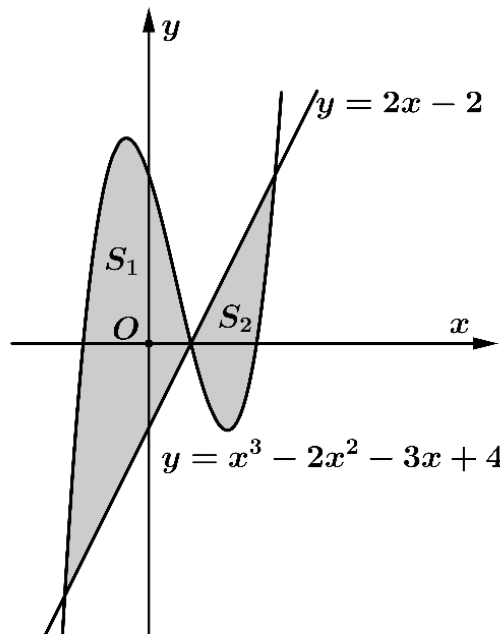
Diện tích phần tô đậm là $S = \int_0^1 |x^2 - \sqrt{x}| dx = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx.$

b) c) Đúng.

d) Đúng.

Thể tích khối tròn xoay thu được là $V = \pi \int_0^1 |x^4 - x| dx = \frac{3\pi}{10}.$

Câu 15: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 4$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = 2x - 2$.



a) Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2; -6), B(1; 0), C(3; 4)$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành, đường thẳng $x = -1; x = 2$ bằng $\frac{21}{4}$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng d bằng $\frac{253}{12}$.

d) Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) thành hai miền S_1 và S_2 . Khi đó tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{63}{16}$.

Lời giải:

a) Đúng: Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 4 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow y = -6 \\ x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 3 \Rightarrow y = 4 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2; -6), B(1; 0), C(3; 4)$.

b) Sai: Diện tích cần tính là: $S = \int_{-1}^2 |x^3 - 2x^2 - 3x + 4| dx = \frac{97}{12}$.

c) Đúng: Ta có (S) :
$$\begin{cases} y = f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 4 \\ y = g(x) = 2x - 2 \\ x = -2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) - g(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6.$$

Diện tích $S = S_1 + S_2 = \int_{-2}^1 |x^3 - 2x^2 - 5x + 6| dx + \int_1^3 |x^3 - 2x^2 - 5x + 6| dx = \frac{63}{4} + \frac{16}{3} = \frac{253}{12}$.

d) Sai: Ta có $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{63}{4}}{\frac{16}{3}} = \frac{189}{64}$.

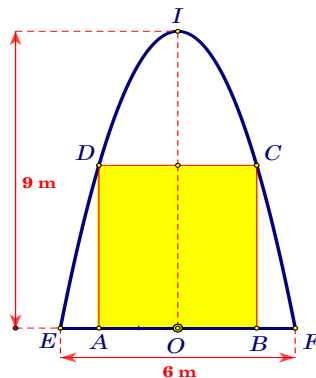
Câu 16: Một cánh cổng của tòa nhà có dạng parabol gồm hai phần: Phần làm cửa lối vào là hình chữ nhật $ABCD$, còn lại là phần tường trang trí. Biết rằng chiều cao cổng là $IO = 9m, EF = 6m, AB = 4m$. S_1 là diện tích phần cánh cửa của lối vào hình chữ nhật, S_2 là diện tích phần tường trang trí.

a) Giả sử parabol có phương trình là $y = f(x)$ thì diện tích cánh cổng là $S = \int_{-3}^3 f(x) dx$.

b) Diện tích phần cửa vào là $S_1 = 4\sqrt{5}(m^2)$.

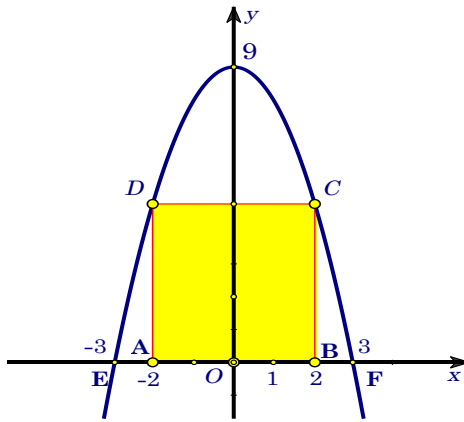
c) Diện tích phần tường trang trí là $S_2 = 16(m^2)$.

d) Giả sử phần tường trang trí hai bên cửa vào cần ốp kính cường lực. Khi đó diện tích kính cần dùng là $\frac{16}{3}(m^2)$.



Lời giải:

a) Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho EF trùng Ox , gốc tọa độ O . Khi đó parabol có đỉnh là $I(0; 9) \in Oy$; $E(-3; 0), F(3; 0), A(-2; 0), B(2; 0)$.



Suy ra parabol có dạng $y = f(x) = ax^2 + c (a \neq 0)$. Vì parabol có đỉnh là $I(0;9)$ và đi qua điểm $F(3;0)$ nên phương trình của parabol là $y = f(x) = -x^2 + 9 \Rightarrow C(2;5); D(-2;5)$.

Diện tích của cánh cổng là $S = \int_{-3}^3 f(x) dx = \int_{-3}^3 (9 - x^2) dx = \left(\frac{-x^3}{3} + 9x \right) \Big|_{-3}^3 = 36 (m^2)$

Vậy a) **đúng**.

b) Chiều cao của cửa là $CB = DA = f(2) = 5(m)$, chiều ngang của cửa là $AB = 4(m)$

Diện tích phần cánh cửa là $S_1 = AB.BC = 4.5 = 20(m^2)$

Vậy b) **sai**.

c) Diện tích phần tường trang trí là $S_2 = S - S_1 = 36 - 20 = 16(m^2)$.

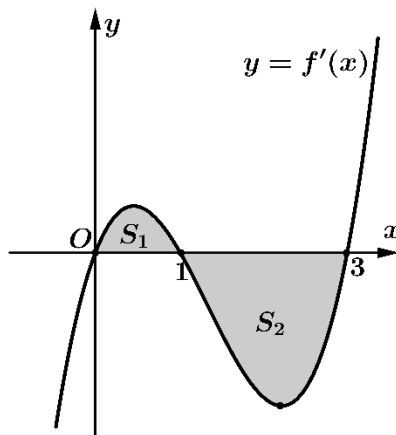
Vậy c) **đúng**.

d) Diện tích phần tường hai bên cửa dùng ốp kính là $S_3 = S - \int_{-2}^2 (9 - x^2) dx = \frac{16}{3} (m^2)$.

Vậy d) **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình dưới. Biết rằng diện tích của các phần hình phẳng A và B lần lượt là $S_1 = 4$ và $S_2 = 10$. Tính giá trị của $f(3)$, biết giá trị của $f(0) = 2$.



Lời giải:

Hình phẳng A được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành $y = 0$, trục tung $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ nên diện tích hình phẳng A là:

$$S_1 = \int_0^1 |f'(x)| dx = \int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = f(1) - f(0) \Rightarrow f(1) = S_A + f(0) = 4 + 2 = 6.$$

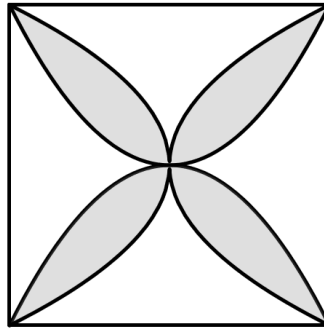
Hình phẳng B được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành $y = 0$, đường thẳng $x = 1$ và đường thẳng $x = 3$ nên diện tích hình phẳng B là:

$$S_2 = \int_1^3 |f'(x)| dx = -\int_1^3 f'(x) dx = -f(x) \Big|_1^3 = -[f(3) - f(1)] = -f(3) + f(1).$$

$$\text{Suy ra } f(3) = f(1) - S_B = 6 - 10 = -4.$$

$$\text{Vậy } f(3) = -4.$$

Câu 18: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 60 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).



Tính diện tích phần cánh hoa của viên gạch.

Lời giải:

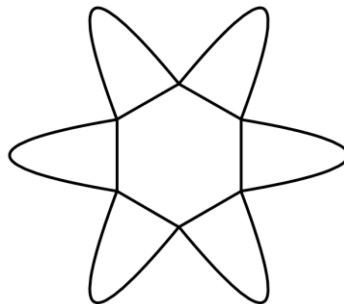
Đáp án: $1200(\text{cm}^2)$.

Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng $10\text{cm} = 1\text{dm}$), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{3}$, $y = -\frac{x^2}{3}$, $x = -\frac{y^2}{3}$, $x = \frac{y^2}{3}$.

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{3}$, $y = \sqrt{3x}$ và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 3$.

$$\text{Do đó diện tích một cánh hoa bằng: } \int_0^3 \left(\sqrt{3x} - \frac{x^2}{3} \right) dx = 3(\text{dm}^2) = 300(\text{cm}^2).$$

Câu 19: Để trang trí cho một phòng trong một tòa nhà, người ta vẽ lên tường một hình như sau: trên mỗi cạnh của hình lục giác đều có cạnh bằng 2 dm có một cánh hoa hình parabol, đỉnh của parabol cách cạnh 3 dm và nằm phía ngoài hình lục giác, đường parabol đó đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh (xem hình sau). Hãy tính diện tích của hình nói trên (kể cả hình lục giác đều) để mua sơn trang trí cho phù hợp (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



Lời giải:

Hình lục giác đều có cạnh bằng 2dm .

Diện tích của hình lục giác đều có thể được tính bằng công thức: $S_{\text{Lục giác}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$ với $a = 2\text{dm}$

Thay vào công thức ta có: $S_{\text{Lục giác}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 2^2 = 6\sqrt{3} (\text{dm}^2)$

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho trung điểm của cạnh là AB , với $A(1,0), B(-1,0)$ và đỉnh $I(0,3)$ của parabol.

Phương trình của parabol có dạng: $y = ax^2 + b$

Do parabol đi qua các điểm A và B nên ta có: $y = -3x^2 + 3$

Diện tích mỗi cánh hoa được tính bằng tích phân: $S_{\text{Cánh hoa}} = \int_{-1}^1 (-3x^2 + 3) dx$

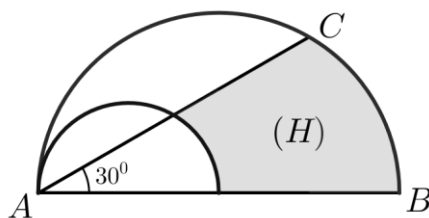
Tính tích phân: $S_{\text{cánh hoa}} = \left[-x^3 + 3x \right]_{-1}^1 = (-1+3) - (1-3) = 4\text{dm}^2$

Hình có 6 cánh hoa nên tổng diện tích của các cánh hoa là: $S_{\text{Tổng cánh hoa}} = 6 \cdot 4 = 24 \text{ dm}^2$

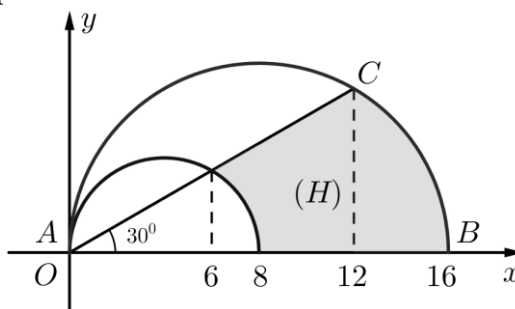
Tổng diện tích của hình bao gồm cả hình lục giác và các cánh hoa là:

$$S_{\text{Tổng}} = S_{\text{Lục giác}} + S_{\text{Tổng cánh hoa}} = 6\sqrt{3} + 24 \approx 34,39 \text{ dm}^2$$

Câu 20: Cho các nửa đường tròn như hình vẽ sau, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $BAC = 30^\circ$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB .

**Lời giải:**

Chọn hệ trục Oxy thích hợp như hình sau:



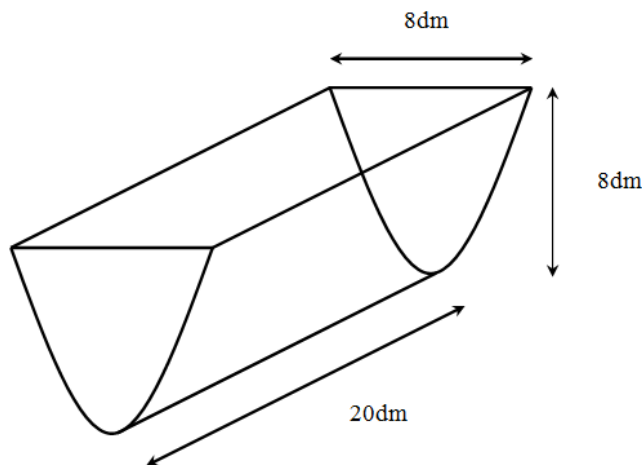
Phương trình nửa đường tròn lớn: $f(x) = \sqrt{16x - x^2}$.

Phương trình nửa đường tròn nhỏ: $g(x) = \sqrt{8x - x^2}$.

Phương trình đường thẳng AC : $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

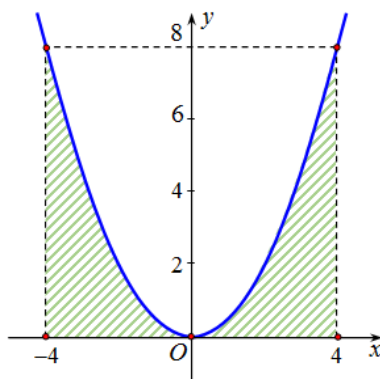
$$\text{Khi đó } V = \pi \int_6^8 \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{3} x \right)^2 - (8x - x^2) \right) dx + \pi \int_8^{12} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} x \right)^2 dx + \pi \int_{12}^{16} (16x - x^2) dx = \frac{784\pi}{3} \approx 821.$$

Câu 21: Một bồn nước được thiết kế với chiều cao 8 dm, ngang 8 dm, dài 20 m, bề mặt cong đều nhau với mặt cắt ngang là một hình parabol như hình vẽ bên dưới. Bồn chứa được tối đa bao nhiêu lít nước.



Lời giải:

Xét mặt cắt parabol, chọn hệ trục như hình vẽ. Ta thấy Parabol đi qua các điểm $A(-4;4)$, $B(4;4)$, $C(0;0)$ nên có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$. Diện tích phần mặt cắt tính như sau:

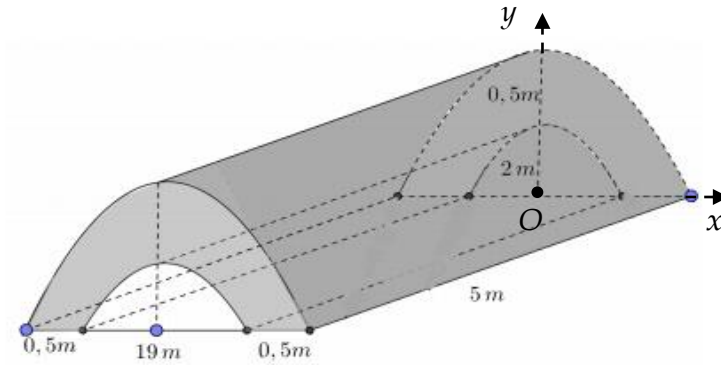


$$S = S_{hv} - \int_{-4}^4 \frac{1}{2} x^2 dx = 64 - \frac{64}{3} = \frac{128}{3} (\text{dm}^2).$$

Do đó thể tích của bồn.

$$V = \int_0^{20} S dx = \int_0^{20} \frac{128}{3} dx = \frac{2560}{3} \approx 853,3 (\text{dm}^3).$$

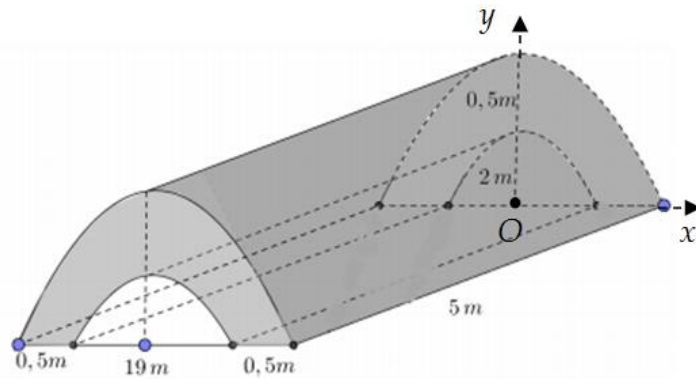
Câu 22: Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu.



Lời giải:

Trả lời: 40

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P_1): y = a_1x^2 + b_1$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_1 \cdot \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2.$$

Gọi $(P_2): y = a_2x^2 + b_2$ là Parabol đi qua hai điểm $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_2 \cdot (10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}.$$

Ta có thể tích của bê tông là:
$$V = 5.2 \left[\int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2 \right) dx \right] = 40 \text{ m}^3.$$

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 30 tháng 10 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 06_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

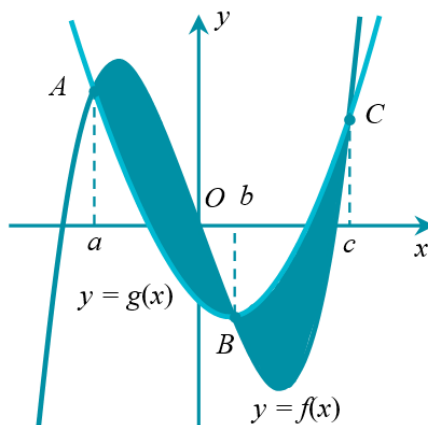
Trong quá trình **sưu tầm** và **biên soạn**, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Thể tích khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$ quay quanh trục Ox là

A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx$. C. $V = \pi \int_0^4 f(x) dx$. D. $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx$. B. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx$.
C. $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right|$. D. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 3: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2(\pi + 1)$. B. $V = 2\pi(\pi + 1)$. C. $V = 2\pi^2$. D. $V = 2\pi$.

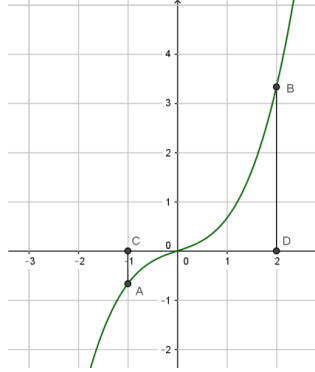
Câu 4: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 2^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$. C. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$. D. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$.

Câu 5: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

Câu 6: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$. Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$, $b = \int_0^2 f(x) dx$, mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $S = b - a$. B. $S = b + a$. C. $S = -b + a$. D. $S = -b - a$.

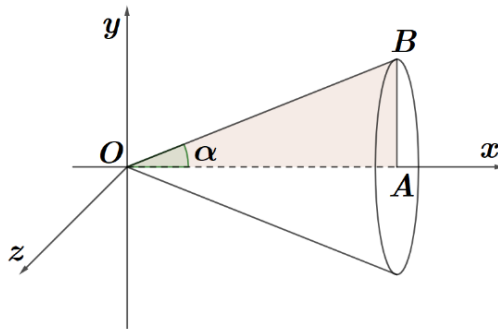
Câu 7: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$ bằng

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{13}{6}$. C. $\frac{13\pi}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 8: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$; tiếp tuyến với đồ thị tại $M(4; 2)$ và trục hoành là

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 9: Cho tam giác vuông OAB có cạnh $OA = a$ nằm trên trục Ox và $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$.



Gọi β là khối tròn xoay sinh ra khi quay miền tam giác OAB xung quanh trục Ox .

- A. $3\pi a^3$. B. πa^3 . C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{9}$.

Câu 10: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 2$, $y = 2x + 4$, $x = 1$ và $x = 4$.

Cho diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{a}{b}$ (đvdt), với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $T = a + b$ bằng:

- A. $T = 67$. B. $T = 25$. C. $T = 76$. D. $T = 23$.

Câu 11: Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích hình vuông cạnh bằng 1 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_1 = S_2$.

B. $S_1 > S_2$.

C. $2S_1 = S_2$.

D. $6S_1 = S_2$.

Câu 12: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_t = 8t$ (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -75$ (m/s²). Quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $S = 94,0$ (m).

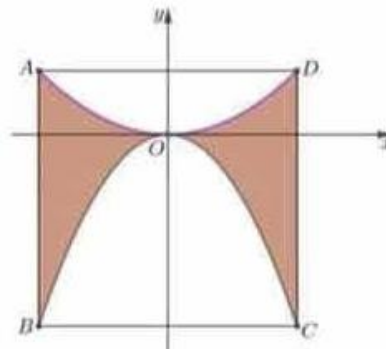
B. $S = 166,7$ (m).

C. $S = 110,7$ (m).

D. $S = 95,7$ (m).

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình vẽ bên dưới). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 4cm , các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O . Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cen-timet) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 triệu đồng/ cm^2 , phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/ cm^2 , các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.



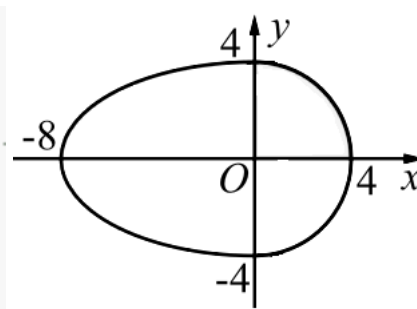
a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = \frac{1}{16}x^2$.

b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = -\frac{3}{4}x^2$.

c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5\text{cm}^2$.

d) Chi sản xuất 1 chiếc huy hiệu trên nhỏ hơn 9. triệu đồng.

Câu 14: Một nhà sản xuất muốn thiết kế một hộp đựng kẹo dạng hình tròn xoay gồm hai phần: Phần thứ nhất được tạo thành khi quay "nửa" hình elip quanh một trục; phần thứ hai là nửa hình cầu có bán kính bằng 4 cm. Nếu xét trong hệ trục tọa độ Oxy , đơn vị trên trục là cm thì "nửa" hình elip quay quanh trục Ox để tạo thành phần thứ nhất có phương trình là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$ với $-8 \leq x \leq 0$ (xem hình minh họa).



a) Thể tích của phần không gian "chứa" trong phần thứ hai (nửa khối cầu) bằng $\frac{32}{3}\pi$ (cm³).

b) Đường thuộc góc phần tư thứ hai trong hệ trục Oxy là đồ thị của hàm số

$$y = \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}}, -8 \leq x \leq 0.$$

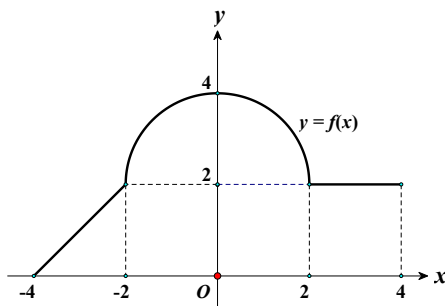
c) Thể tích của phần không gian “chứa” trong phần thứ nhất được tính bởi công thức

$$V = \pi \int_{-8}^0 \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}} dx \text{ (cm}^3\text{)}.$$

d) Thể tích phần không gian bên trong của hộp đựng kẹo cần thiết kể là 24π (cm³).

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-4; 4]$ như hình vẽ bên dưới:



Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, tính giá trị của $S = F(4) - F(-4)$ (kết quả quy tròn đến hàng phần chục).

Kết quả:

Trình bày:

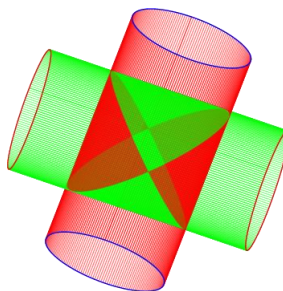
.....

.....

.....

.....

Câu 16: Cho hai khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và có trục là hai đường thẳng cắt nhau và vuông góc với nhau (xem hình vẽ).



Gọi (H) là phần giao nhau của hai khối trụ đó. Tính thể tích của (H) .

Kết quả:

Trình bày:

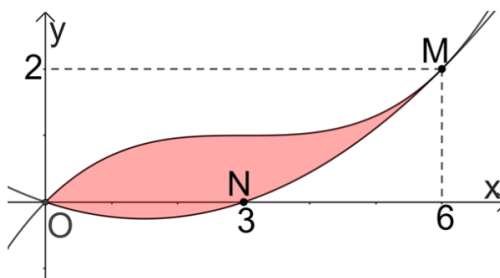
.....

.....

.....

.....

Câu 17: Một công ty thuê thợ vẽ logo công ty như hình vẽ lên một bức tường lớn. Logo có dạng là một bông hoa có 6 cánh hoa giống nhau, sắp xếp cách đều như hình vẽ.



Để chính xác hóa kích thước và hình dạng như hình vẽ, mỗi cánh hoa được thiết kế như sau: Trong mặt phẳng Oxy (một đơn vị ứng với 1 mét trên thực tế), một cánh hoa được

xem là một hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba $y = \frac{(x-3)^3}{27} + 1$ (C) và một đường

parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). (C) và (P) cắt nhau tại hai điểm $O(0;0)$, $M(6;2)$ và (P) đi qua điểm $N(3;0)$. Biết rằng chi phí vẽ logo nói trên được tính dựa trên mỗi mét vuông cánh hoa được vẽ, mỗi mét vuông được báo giá là 210 nghìn đồng.

Hãy tính chi phí vẽ logo đó (đơn vị: nghìn đồng, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Kết quả:

Trình bày:

.....

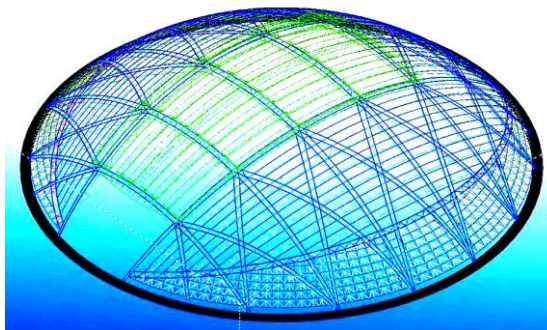
.....

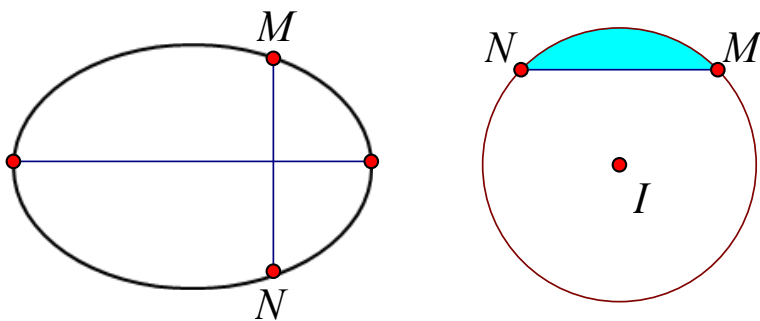
.....

.....

.....

Câu 18: Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$ (hình vẽ). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip ở M, N (hình vẽ) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc $MIN = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đáng kể. Biết rằng cách tính công suất cần đủ là $200 \text{ BTU} / m^3$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chiếc điều hòa công suất 50000 BTU?





Kết quả:

--	--	--	--

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Gọi (H) là phần hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = 3x^2$, $y = 4 - x$ và trục hoành. Diện tích của (H) là bằng bao nhiêu?

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 20: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) khi quay quanh trục Ox .

Trình bày:

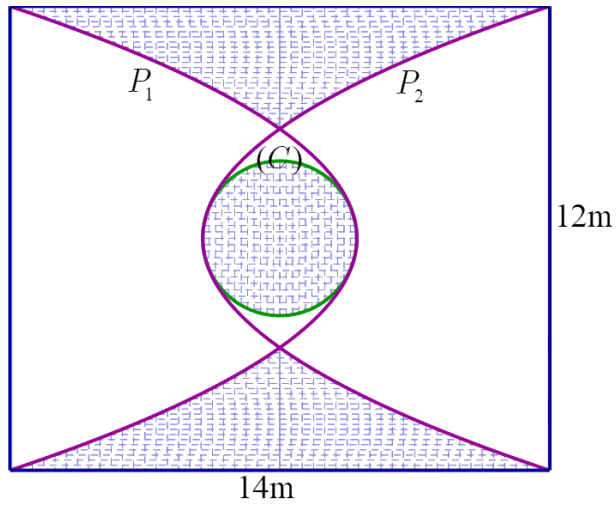
.....

.....

.....

.....

Câu 21: Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật có kích thước $14m \times 12m$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $(P_1), (P_2)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, (C) là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol đó (tham khảo hình vẽ biết phần gạch đậm là phần lát gạch). Chi phí cho phần lát gạch là 240 nghìn đồng một mét vuông. Trong trường hợp hình tròn (C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng phần đơn vị).



Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 16h20' Ngày 25 tháng 10 năm 2025



TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: Toán 12 - KNTT

CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025+

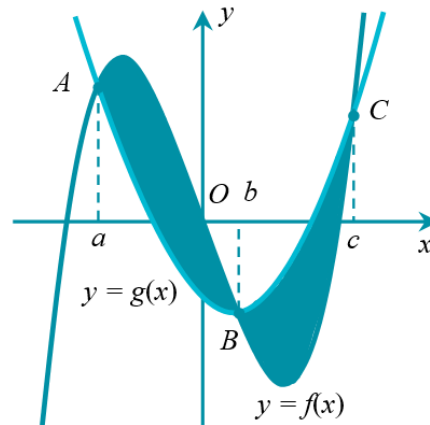
LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Thể tích khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=0, x=4$ quay quanh trục Ox là

A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx$. C. $V = \pi \int_0^4 f(x) dx$. **D. $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx$.**

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx$. **B. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx$.**
 C. $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right|$. D. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$.

Lời giải:

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = f(x)$,

$y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = c$ ta có $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 3: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2(\pi + 1)$. **B. $V = 2\pi(\pi + 1)$.** C. $V = 2\pi^2$. D. $V = 2\pi$.

Lời giải:

Ta có: $V = \pi \int_0^\pi (\sqrt{2 + \sin x})^2 dx = \pi \int_0^\pi (2 + \sin x) dx = \pi (2x - \cos x) \Big|_0^\pi = 2\pi(\pi + 1)$.

Câu 4: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 2^x dx$.

B. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$.

C. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$.

D. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$.

Lời giải:

$$S = \int_0^2 |2^x| dx = \int_0^2 2^x dx \quad (\text{do } 2^x > 0, \forall x \in [0; 2]).$$

Câu 5: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

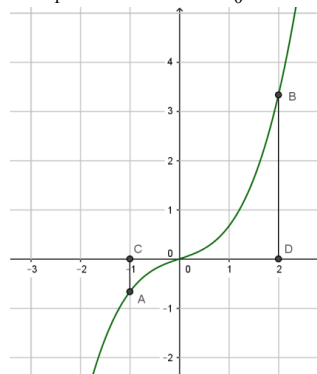
D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

Lời giải:

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

Câu 6: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$. Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$, $b = \int_0^2 f(x) dx$, mệnh đề nào sau đây đúng?



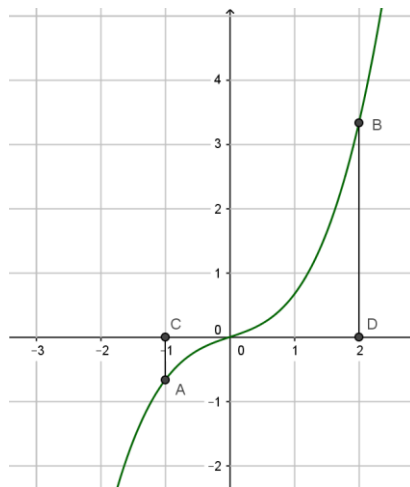
A. $S = b - a$.

B. $S = b + a$.

C. $S = -b + a$.

D. $S = -b - a$.

Lời giải:



Ta có:

$$S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x)| dx + \int_0^2 |f(x)| dx = -\int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = -a + b.$$

- Câu 7:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$ bằng
- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{13}{6}$. C. $\frac{13\pi}{6}$. **D. $\frac{1}{6}$.**

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm hai đường là: $x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

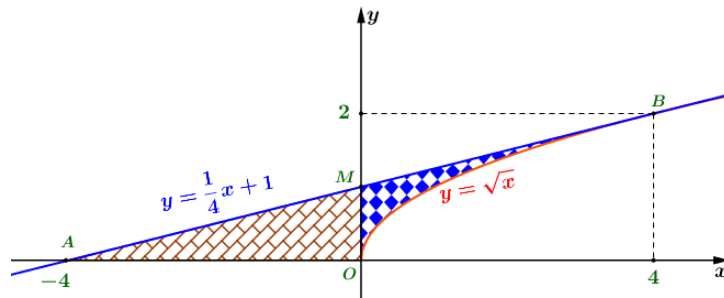
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường là $S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}$.

- Câu 8:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$; tiếp tuyến với đồ thị tại $M(4; 2)$ và trục hoành là
- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{2}{3}$. **C. $\frac{8}{3}$.** D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải:

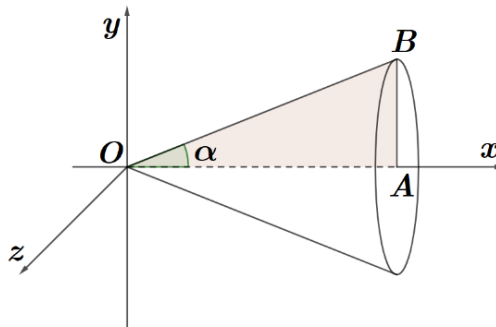
Xét hàm số $y = \sqrt{x}$ ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'(4) = \frac{1}{4}$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(4; 2)$ là $y = \frac{1}{4}(x - 4) + 2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x + 1$.



Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = S_{OAM} + S_{OMB} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 + \int_0^4 \left(\frac{1}{4}x + 1 - \sqrt{x} \right) dx = \frac{8}{3}$.

- Câu 9:** Cho tam giác vuông OAB có cạnh $OA = a$ nằm trên trục Ox và $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$.



Gọi β là khối tròn xoay sinh ra khi quay miền tam giác OAB xung quanh trục Ox .

- A. $3\pi a^3$. **B. πa^3 .** C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{9}$.

Lời giải:

Do OB đi qua gốc tọa độ và tạo với Ox một góc $\frac{\pi}{3}$ nên $OB: y = \tan \frac{\pi}{3} \cdot x = \sqrt{3}x$.

Khi đó, thể tích của khối β là: $V = \pi \int_0^a (\sqrt{3}x)^2 dx = \pi \int_0^a 3x^2 dx = \pi x^3 \Big|_0^a = \pi a^3$ (đvtt).

Câu 10: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 2$, $y = 2x + 4$, $x = 1$ và $x = 4$.

Cho diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{a}{b}$ (đvdt), với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $T = a + b$ bằng:

A. $T = 67$.

B. $T = 25$.

C. $T = 76$.

D. $T = 23$.

Lời giải:

Ta có diện tích hình phẳng (H) bằng $S = \int_1^4 \left| (x^2 + x - 2) - (2x + 4) \right| dx = \int_1^4 |x^2 - x - 6| dx$.

Phương trình $x^2 - x - 6 = 0$ có nghiệm $x = -2$ (loại), $x = 3$ (nhận).

$$\text{Suy ra } S = \left| \int_1^3 (x^2 - x - 6) dx \right| + \left| \int_3^4 (x^2 - x - 6) dx \right| = \frac{22}{3} + \frac{17}{6} = \frac{61}{6}.$$

Do đó $a = 61$ và $b = 6$.

Vậy $T = a + b = 67$.

Câu 11: Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích hình vuông cạnh bằng 1 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_1 = S_2$.

B. $S_1 > S_2$.

C. $2S_1 = S_2$.

D. $6S_1 = S_2$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} S_1 = 1 \\ S_2 = \int_{-1}^2 |x^2 + 1 - 0| dx = 6 \end{cases} \Rightarrow 6S_1 = S_2.$$

Câu 12: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_t = 8t$ (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -75$ (m/s^2). Quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $S = 94,0$ (m).

B. $S = 166,7$ (m).

C. $S = 110,7$ (m).

D. $S = 95,7$ (m).

Lời giải:

$$\text{Quãng đường đi được trong 5 (s) giây đầu } \int_0^5 8t dt = 100 \text{ (m)}.$$

Vận tốc tại thời điểm giây thứ 5 là $v_5 = 8 \cdot 5 = 40$ (m/s).

Phương trình vận tốc ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -75$ (m/s^2) là $v(t) = 40 - 75t$.

$$\text{Xe dừng hẳn khi } v(t) = 0 \Leftrightarrow 40 - 75t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{8}{15}.$$

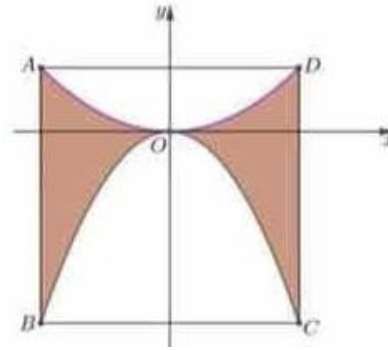
$$\text{Quãng đường ô tô đi được khi bắt đầu hãm phanh } \int_0^{\frac{8}{15}} (40 - 75t) dt = \frac{32}{3} \text{ (m)}.$$

$$\text{Quãng đường đi được của ô tô } 100 + \frac{32}{3} \approx 110,7 \text{ (m)}.$$

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

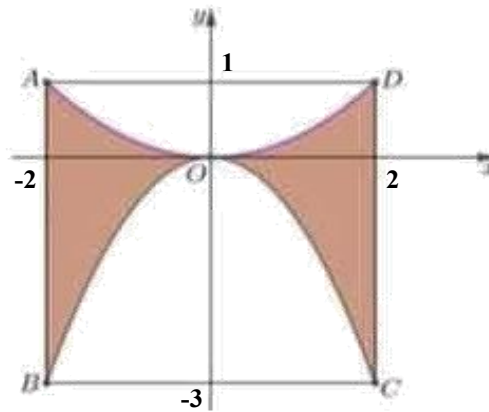
Câu 13: Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình vẽ bên dưới). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $4cm$, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O . Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cen-timet) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được

phủ vàng với chi phí 1 một triệu đồng/ $1cm^2$, phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/ $1cm^2$, các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.



- a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = \frac{1}{16}x^2$.
 b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = -\frac{3}{4}x^2$.
 c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5cm^2$.
 d) Chi sản xuất 1 chiếc huy hiệu trên nhỏ hơn 9. triệu đồng.

Lời giải:



a) **Sai.**

Gọi Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = ax^2$.

Vì Parabol đi qua điểm $A(-2; 1)$ nên ta có: $1 = a \cdot (-2)^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2$

b) **Đúng.**

Gọi Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = a'x^2$.

Vì Parabol đi qua điểm $C(2; -3)$ nên ta có: $-3 = a' \cdot 2^2 \Leftrightarrow a' = -\frac{3}{4} \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x^2$

c) **Sai.**

Diện tích phần tô đậm chứa đường cong BOC

$$S_1 = \int_{-2}^0 \frac{3}{4}x^2 dx + \int_0^2 \frac{3}{4}x^2 dx = 4(cm^2).$$

d) **Sai.**

Diện tích phần tô đậm chứa đường cong AOD

$$S_2 = \int_{-2}^0 \frac{1}{4}x^2 dx + \int_0^2 \frac{1}{4}x^2 dx = \frac{10}{3}(cm^2).$$

Diện tích hình vuông $ABCD$

$$S_{h\vee} = 4 \cdot 4 = 16(cm^2).$$

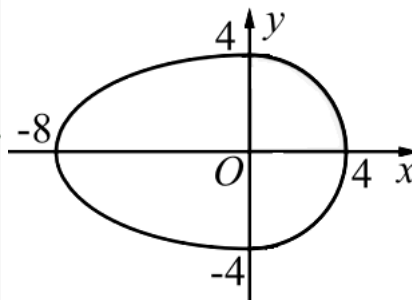
Diện tích phần không tô đậm

$$S_k = 16 - \left(\frac{10}{3} + 4 \right) = \frac{26}{3} (cm^2).$$

Tổng chi phí để làm chiếc huy hiệu

$$T = 1000000 \cdot \frac{22}{3} + 300000 \cdot \frac{26}{3} \approx 9.933.000 (cm^2).$$

Câu 14: Một nhà sản xuất muốn thiết kế một hộp đựng kẹo dạng hình tròn xoay gồm hai phần: Phần thứ nhất được tạo thành khi quay “nửa” hình elip quanh một trục; phần thứ hai là nửa hình cầu có bán kính bằng 4 cm. Nếu xét trong hệ trục tọa độ Oxy, đơn vị trên trục là cm thì “nửa” hình elip quay quanh trục Ox để tạo thành phần thứ nhất có phương trình là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$ với $-8 \leq x \leq 0$ (xem hình minh họa).



a) Thể tích của phần không gian “chứa” trong phần thứ hai (nửa khối cầu) bằng $\frac{32}{3}\pi$ (cm³).

b) Đường thuộc góc phần tư thứ hai trong hệ trục Oxy là đồ thị của hàm số

$$y = \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}}, -8 \leq x \leq 0.$$

c) Thể tích của phần không gian “chứa” trong phần thứ nhất được tính bởi công thức

$$V = \pi \int_{-8}^0 \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}} dx \text{ (cm}^3\text{)}.$$

d) Thể tích phần không gian bên trong của hộp đựng kẹo cần thiết kế là 24π (cm³).

Lời giải:

a) Sai.

Thể tích của phần không gian “chứa” trong phần thứ hai (nửa khối cầu) bằng

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 = \frac{128\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

b) Đúng.

$$\text{Ta có } \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1 \Leftrightarrow y^2 = 16 - \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}}.$$

Suy ra đường thuộc góc phần tư thứ hai trong hệ trục Oxy là đồ thị của hàm số

$$y = \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}}, -8 \leq x \leq 0.$$

c) Sai.

Phần không gian “chứa” trong phần thứ nhất sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$y = \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}}, y = 0, x = -8, x = 0 \text{ quay xung quanh trục hoành.}$$

Thể tích của phần không gian này được tính bởi công thức

$$V = \pi \int_{-8}^0 \left(\sqrt{16 - \frac{x^2}{4}} \right)^2 dx = \pi \int_{-8}^0 \left(16 - \frac{x^2}{4} \right) dx \text{ (cm}^3\text{)}.$$

d) Sai.

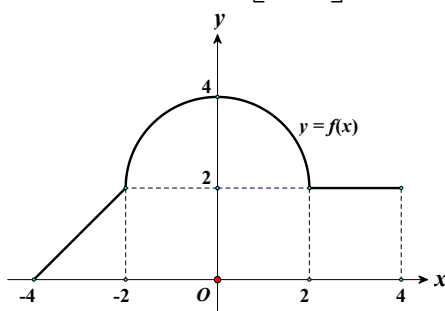
Thể tích của phần không gian “chứa” trong phần thứ nhất là

$$V = \pi \int_{-8}^0 \left(16 - \frac{x^2}{4} \right) dx = \pi \left(16x - \frac{x^3}{12} \right) \Big|_{-8}^0 = \frac{256\pi}{3}.$$

Thể tích phần không gian bên trong của hộp đựng kẹo cần thiết kể là $\frac{128\pi}{3} + \frac{256\pi}{3} = 128\pi$ (cm³).

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-4; 4]$ như hình vẽ bên dưới:



Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, tính giá trị của $S = F(4) - F(-4)$ (kết quả quy tròn đến hàng phần chục).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

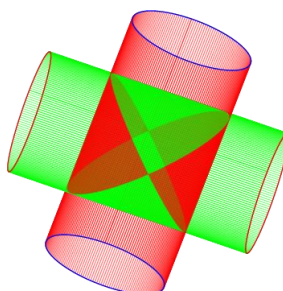
Kết quả: 20,1.

$$S = F(4) - F(-4) = \int_{-4}^4 f(x) dx = \int_{-4}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$$

$$\text{Ta có: } \int_{-4}^{-2} f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2; \int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \pi \cdot 2^2 = 8 + 2\pi; \int_2^4 f(x) dx = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\text{Vậy } S = 14 + 2\pi \approx 20,1.$$

Câu 16: Cho hai khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và có trục là hai đường thẳng cắt nhau và vuông góc với nhau (xem hình vẽ).



Gọi (H) là phần giao nhau của hai khối trụ đó. Tính thể tích của (H) .

Kết quả:

--	--	--	--

Trình bày:

.....

.....

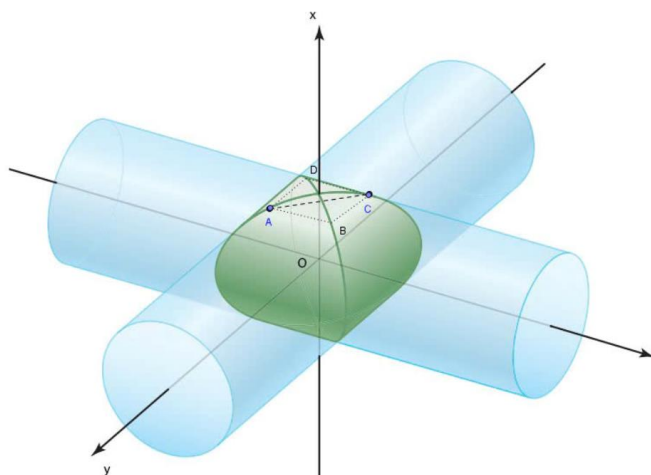
.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 144.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Mặt phẳng vuông góc với tia Ox tại điểm có hoành độ x , cắt hình (H) theo thiết diện là một hình vuông có cạnh AB .

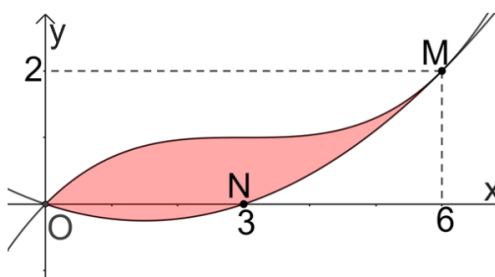
$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2} AB\right)^2 = R^2 - x^2 = 9 - x^2 \Rightarrow AB^2 = 36 - 4x^2.$$

Vậy nên diện tích thiết diện là

$$S(x) = AB^2 = 36 - 4x^2$$

$$\text{Thể tích của } (H) \text{ là } V = 2 \int_0^3 S(x) dx = 2 \int_0^3 (36 - 4x^2) dx = 144 (\text{d.v.t.t}).$$

Câu 17: Một công ty thuê thợ vẽ logo công ty như hình vẽ lên một bức tường lớn. Logo có dạng là một bông hoa có 6 cánh hoa giống nhau, sắp xếp cách đều như hình vẽ.



Để chính xác hóa kích thước và hình dạng như hình vẽ, mỗi cánh hoa được thiết kế như sau: Trong mặt phẳng Oxy (một đơn vị ứng với 1 mét trên thực tế), một cánh hoa được xem là một hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba $y = \frac{(x-3)^3}{27} + 1$ (C) và một đường parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). (C) và (P) cắt nhau tại hai điểm $O(0;0)$, $M(6;2)$ và

(P) đi qua điểm $N(3;0)$. Biết rằng chi phí vẽ logo nói trên được tính dựa trên mỗi mét vuông cánh hoa được vẽ, mỗi mét vuông được báo giá là 210 nghìn đồng.
 Hãy tính chi phí vẽ logo đó (đơn vị: nghìn đồng, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 5040.

(P) đi qua điểm $O(0;0)$ nên

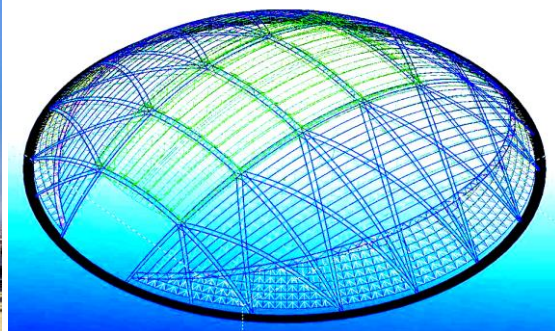
$$(P) \text{ đi qua 2 điểm } M(6;2) \text{ và } N(3;0) \text{ nên ta có hệ phương trình } \begin{cases} 36a + 6b = 2 \\ 9a + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{9} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

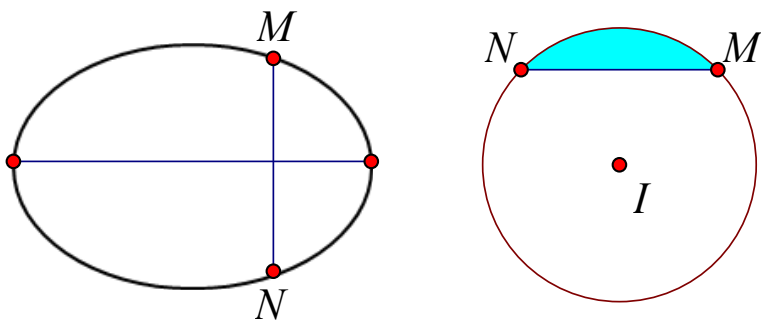
$$\text{Suy ra: } (P): y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{3}x$$

$$\text{Khi đó, diện tích của logo là } S = 6 \int_0^6 \left(\frac{(x-3)^3}{27} + 1 \right) - \left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{3}x \right) dx = 24$$

Chi phí vẽ logo là $24 \cdot 210 = 5040$ (nghìn đồng)

Câu 18: Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài 150m, trục bé dài 90m (hình vẽ). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip ở M, N (hình vẽ) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN} = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đáng kể. Biết rằng cách tính công suất cần đủ là $200 \text{ BTU} / m^3$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chiếc điều hòa công suất 50000 BTU?





Kết quả:

--	--	--	--

Trình bày:

.....

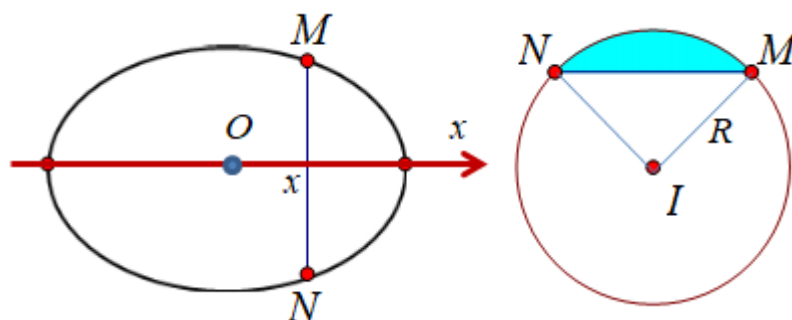
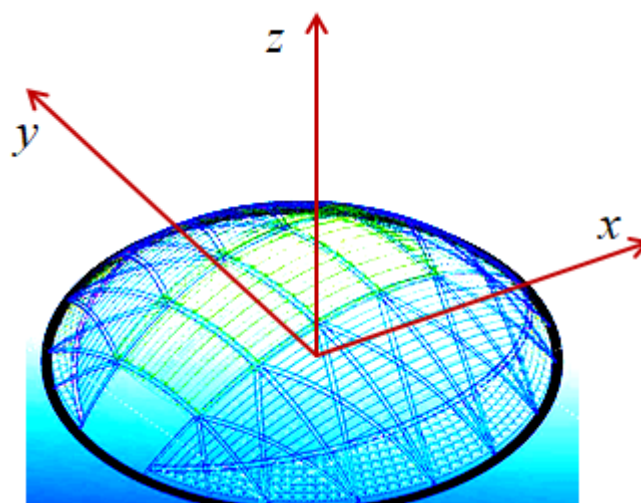
.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 463.



Chọn hệ trục như hình vẽ

Ta cần tìm diện tích của $S(x)$ thiết diện.

Gọi $d(O, MN) = x$

$$(E): \frac{x^2}{75^2} + \frac{y^2}{45^2} = 1.$$

$$\text{Lúc đó } MN = 2y = 2\sqrt{45^2 \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right)} = 90\sqrt{1 - \frac{x^2}{75^2}}$$

$$\Rightarrow R = \frac{MN}{\sqrt{2}} = \frac{90}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{75^2}} \Rightarrow R^2 = \frac{90^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right)$$

$$S(x) = \frac{1}{4}\pi R^2 - \frac{1}{2}R^2 = \left(\frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2}\right)R^2 = (\pi - 2)\frac{2025}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right).$$

Vậy thể tích khoảng không bên dưới mái che và bên trên mặt sân là

$$V = \int_{-75}^{75} (\pi - 2)\frac{2025}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right) \approx 115586m^3.$$

Số chiếc điều hòa cần lắp là

$$115586.200 : 50000 = 462,344$$

Vậy cần 463 chiếc điều hòa.

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Gọi (H) là phần hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = 3x^2$, $y = 4 - x$ và trục hoành. Diện tích của (H) là bằng bao nhiêu?

Trình bày:

.....

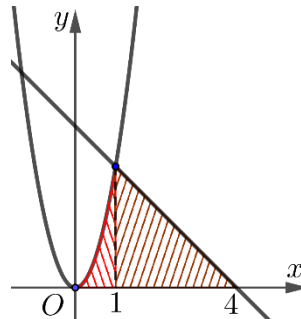
.....

.....

.....

.....

Lời giải:



$$(H): \begin{cases} y = 3x^2 \\ y = 4 - x \\ y = 0 \end{cases}$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$* 4 - x = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

$$* 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$* 3x^2 = 4 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (t/m)} \\ x = \frac{-4}{3} \text{ (Loại)} \end{cases}$$

$$\text{Diện tích hình phẳng } S_{(H)} = \int_0^1 3x^2 dx + \int_1^4 (4 - x) dx = x^3 \Big|_0^1 + \left(4x - \frac{x^2}{2}\right) \Big|_1^4 = \frac{11}{2} = 5,5.$$

Câu 20: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) khi quay quanh trục Ox .

Trình bày:

.....

.....

.....

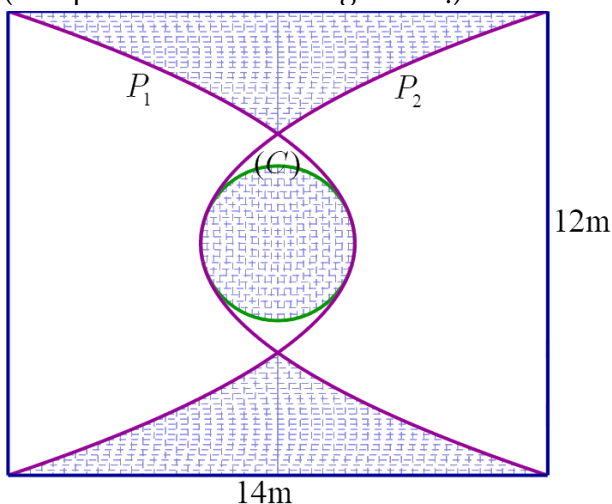
.....

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

$$V = \pi \int_0^2 \left[(2x)^2 - (x^2)^2 \right] dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4) dx = \pi \left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{64\pi}{15}.$$

Câu 21: Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật có kích thước $14\text{m} \times 12\text{m}$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $(P_1), (P_2)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, (C) là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol đó (tham khảo hình vẽ biết phần gạch đậm là phần lát gạch). Chi phí cho phần lát gạch là 240 nghìn đồng một mét vuông. Trong trường hợp hình tròn (C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị).



Trình bày:

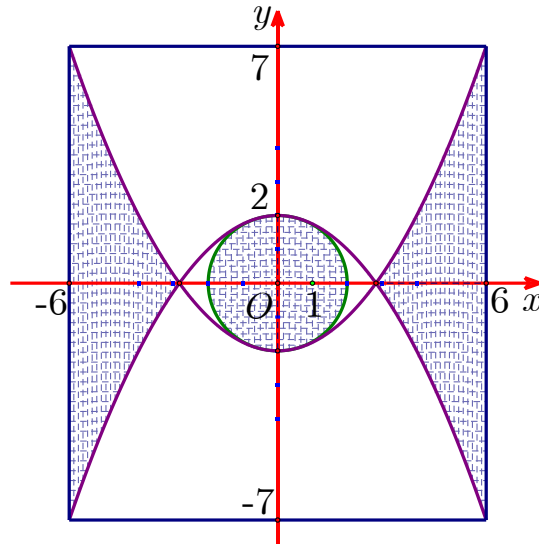
.....

.....

.....

.....

Lời giải:



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ với $M(0; m) (m < 0)$ là đỉnh của parabol P_1 .

Khi đó $P_1: y = \frac{7-m}{36}x^2 + m$ và $(C): x^2 + y^2 = m^2$.

Để $P_1, (C)$ có một điểm chung duy nhất thì phương trình sau có nghiệm duy nhất.

$$x^2 + \left(\frac{7-m}{36}x^2 + m \right)^2 = m^2 \Leftrightarrow x^2 \left[\left(\frac{7-m}{36} \right)^2 x^2 + \frac{-m^2 + 7m + 18}{18} \right] = 0$$

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow -m^2 + 7m + 18 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 9$$

Khi đó, bán kính lớn nhất của (C) khi $m = -2 \Rightarrow r = 2$.

Hoành độ giao điểm của $(P_1): y = \frac{1}{4}x^2 - 2$ và trục hoành là $x = \pm 2\sqrt{2}$.

$$\text{Diện tích phần lát gạch là } S = 4 \int_{2\sqrt{2}}^6 \left(\frac{1}{4}x^2 - 2 \right) dx + \pi r^2.$$

Số tiền lát gạch là: $240S \approx 27866$ nghìn đồng.

HẾT

Huế, 16h20' Ngày 25 tháng 10 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 07_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế

Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình **sưu tầm** và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

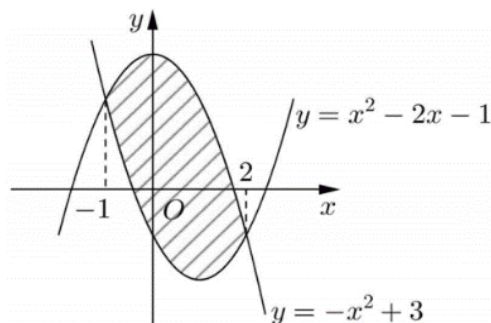
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = -\int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 2: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Câu 3: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

Câu 4: Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\ln x}$, $x = 1$, $x = e$, $y = 0$ quanh trục Ox được tính bởi biểu thức nào sau đây?

A. $\int_1^e \sqrt{\ln x} dx$. B. $\pi \int_1^e \sqrt{\ln x} dx$. C. $\pi \int_1^e \ln x dx$. D. $\int_1^e \pi^2 \ln x dx$.

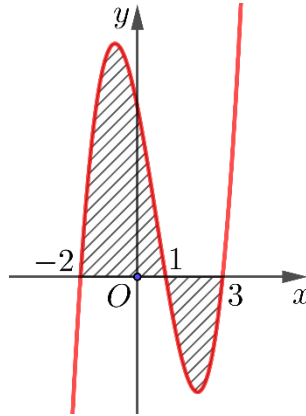
Câu 5: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a > b$) diện tích của D được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

C. $\int_b^a |f(x) - g(x)| dx$.

D. $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

Câu 7: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 4x - x^2$, $y = 2x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ bằng

A. 4.

B. $\frac{20}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Câu 8: Khối chỏm cầu có bán kính $R = 3$ và chiều cao $h = 1$ sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi cung tròn có phương trình $y = \sqrt{9 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2$, $x = 3$ xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối chỏm cầu này.

A. $\frac{8\pi}{3}$.

B. 2π .

C. $\frac{10\pi}{3}$.

D. π .

Câu 9: Vận tốc của một vật chuyển động là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là

A. 669 m.

B. 696 m.

C. 699 m.

D. 966 m.

Câu 10: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành, quanh trục hoành.

A. $\frac{81\pi}{10}$.

B. $\frac{85\pi}{10}$.

C. $\frac{41\pi}{7}$.

D. $\frac{8\pi}{7}$.

Câu 11: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $(H): y = \frac{x-2}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó, giá trị của S bằng

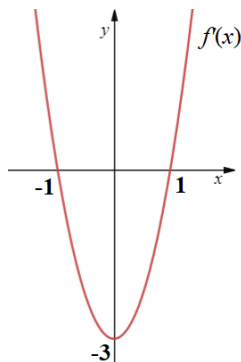
A. $2 + 3 \ln 3$.

B. $3 - 2 \ln 2$.

C. $3 + 2 \ln 2$.

D. $-2 + 3 \ln 3$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây:

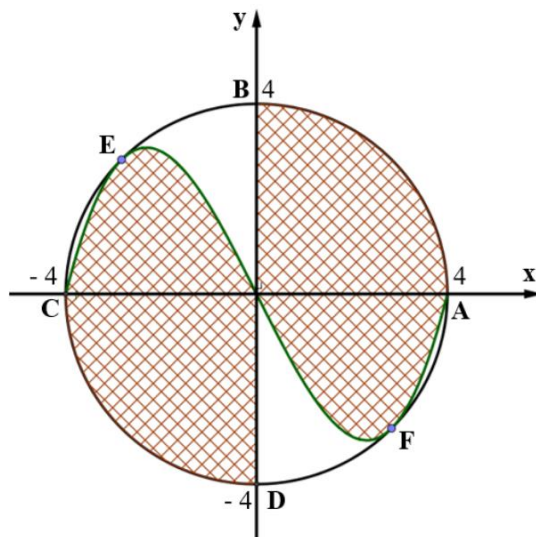


Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng H giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox .

- A. $\frac{725}{35}\pi$. B. $\frac{729}{35}\pi$. C. 6π . D. $\frac{1}{35}\pi$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Chào mừng tháng Thanh niên. Đoàn trường THPT X tổ chức cải tạo một khoảng đất trong khuôn viên nhà trường có hình dạng là một đường tròn có đường kính $8m$. Để tăng tính thẩm mỹ, khi thực hiện cải tạo đã chia mảnh đất đó thành hai phần bằng một đường cong là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$, phần gạch chéo dùng để trồng hoa và phần còn lại dùng để trồng cỏ, được mô hình hóa trong hệ trục Oxy như hình vẽ dưới đây:



Biết đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ có tâm đối xứng trùng với gốc tọa độ; đi qua các điểm E, F lần lượt là các điểm chính giữa của các cung BC, DA và đi qua các giao điểm của đường tròn với trục Ox .

a) Tọa độ các điểm E, F là $E(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}), F(2\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$.

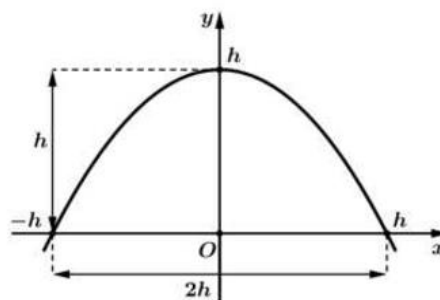
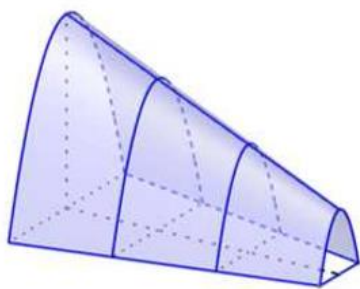
b) Biết $y = f(x) = ax^3 + bx$. Khi đó $a + b = -15$.

c) Diện tích phần trồng hoa là $S = 16 + 8\pi (m^2)$.

d) Biết chi phí trồng hoa $1m^2$ là 180 nghìn đồng, trồng cỏ $1m^2$ là 100 nghìn đồng. Chi phí để hoàn thành công trình trên là 8117 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).

Câu 14: Một kỹ sư A thiết kế một mô hình đường hầm như bên dưới. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 (m). Khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao của parabol (như hình vẽ). Diện tích của thiết diện là $S(x)$ và chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi

công thức $h = 3 - \frac{2}{5}x$ với x (mét) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình đến mặt phẳng chứa thiết diện.



- a) Diện tích thiết diện được tính bởi công thức $S = 2 \int_0^h \left(h - \frac{x^2}{h} \right) dx$.
- b) Thể tích của đường hầm được tính theo công thức: $V = \pi \int_0^5 S^2(x) dx \text{ (m}^3\text{)}.$
- c) Parabol có chiều cao h , độ dài đáy bằng $2h$ có phương trình là $y = -\frac{x^2}{h} + h$.
- d) Thể tích của hầm là $29,89 \text{ (m}^3\text{)}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$; $y = x$ và hai đường thẳng $x = 2$; $x = 3$ bằng $S = a \ln 2 + b$. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

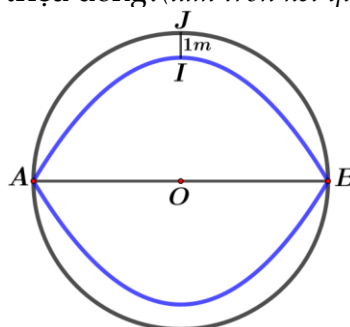
.....

.....

.....

.....

Câu 16: Khu vực trung tâm một quảng trường (xem hình vẽ bên dưới) có dạng hình tròn đường kính AB bằng $12m$. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường parabol đối xứng nhau qua AB , nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B , và có đỉnh cách mép hình tròn $1m$. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 300 nghìn đồng mỗi mét vuông, phần còn lại được lát gạch sứ với chi phí 900 nghìn đồng mỗi mét vuông. Tổng chi phí để hoàn thành khu vực này là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



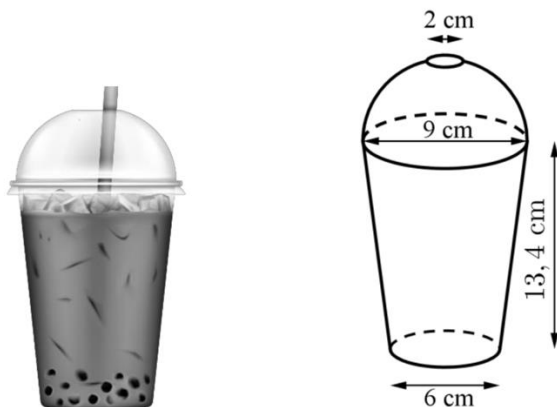
Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

Câu 17: Một ly trà sữa dạng hình nón cụt, có đường kính đáy ly 6cm, đường kính miệng ly 9cm, chiều cao 13,4cm, ở miệng ly có sử dụng một nắp đậy có hình dạng nửa mặt cầu và ở đỉnh của nửa mặt cầu này có một hình tròn có đường kính 2cm để cắm ống hút, mặt phẳng chứa hình tròn này song song với mặt phẳng chứa miệng ly (tham khảo hình vẽ sau).

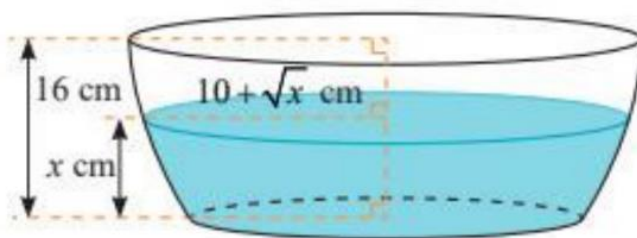


Thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp là bao nhiêu cm^3 ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Kết quả:

Trình bày:

Câu 18: Nếu cắt chậu nước có hình dạng như hình bên dưới bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy x (cm) ($0 \leq x \leq 16$) thì mặt cắt là hình tròn có bán kính $R = 10 + \sqrt{x}$ (cm). Tìm x (đơn vị cm, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) để dung tích nước trong chậu bằng $\frac{1}{2}$ thể tích của chậu?



Kết quả:

Trình bày:

Câu 19: Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có phương trình $y = \frac{10}{3}x - x^2$, $y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 1 \\ x - 2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích của hình phẳng (H) .

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 20: Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4x + 3$ và $y = 0$ quanh trục Ox .

Trình bày:

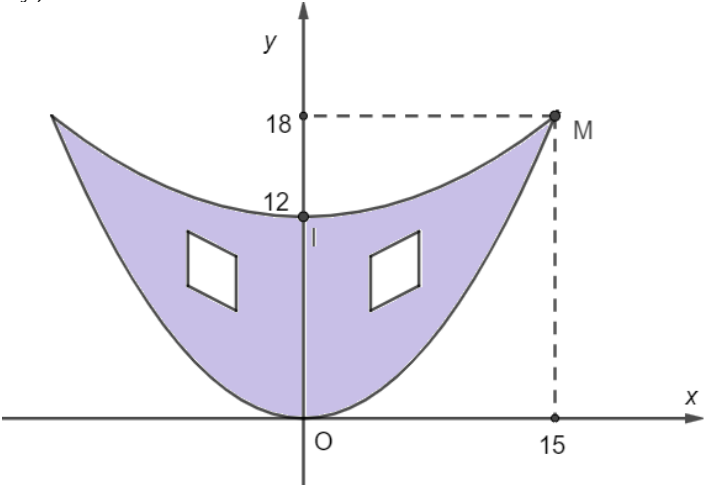
.....

.....

.....

.....

Câu 21: Để tham gia lễ hội hóa trang, Bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1), (P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm $I(0;12)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(15;18)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 1cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}$ cm và $4\sqrt{2}$ cm để khoét làm mắt (minh họa như hình vẽ dưới đây)



Công đoạn cuối cùng là tô màu xám cho một mặt của mặt nạ. Tính diện tích cần tô màu theo đơn vị cm^2 .

Trình bày:

.....

.....

.....

.....



TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: Toán 12 - KNTT

CHƯƠNG 4: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = -\int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. **C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.** D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

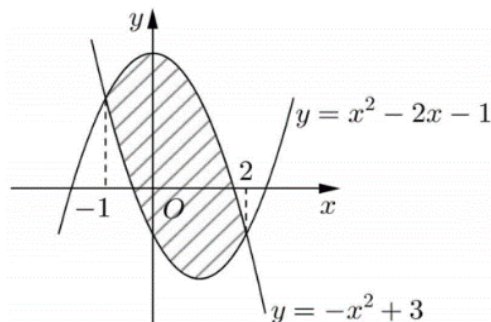
Câu 2: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng đã cho được tính bởi công thức $S = \int_0^2 3^x dx$.

Câu 3: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. **C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.** D. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là:

$$S = \int_{-1}^2 \left| (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right| dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Câu 4: Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\ln x}, x = 1, x = e, y = 0$ quanh trục Ox được tính bởi biểu thức nào sau đây?

A. $\int_1^e \sqrt{\ln x} dx$. B. $\pi \int_1^e \sqrt{\ln x} dx$. **C. $\pi \int_1^e \ln x dx$.** D. $\int_1^e \pi^2 \ln x dx$.

Lời giải:

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\ln x}, x = 1, x = e, y = 0$ quanh trục Ox là: $V = \pi \int_1^e \ln x \, dx$.

Câu 5: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a > b$) diện tích của D được theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_a^b f(x) \, dx - \int_a^b g(x) \, dx$.

B. $\int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx$.

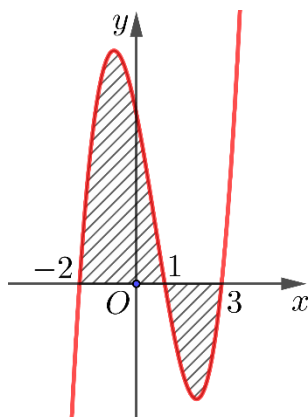
C. $\int_b^a |f(x) - g(x)| \, dx$.

D. $\int_a^b (f(x) - g(x)) \, dx$.

Lời giải:

Theo công thức tính diện tích hình phẳng kết hợp với điều kiện $a > b$, vậy a là cận trên và b là cận dưới $\Rightarrow$ Diện tích $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| \, dx$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = -\int_{-2}^1 f(x) \, dx - \int_1^3 f(x) \, dx$.

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) \, dx - \int_1^3 f(x) \, dx$.

C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) \, dx + \int_1^3 f(x) \, dx$.

D. $S = \int_{-2}^1 f(x) \, dx + \int_1^3 f(x) \, dx$.

Lời giải:

Ta có $S = \int_{-2}^3 |f(x)| \, dx = \int_{-2}^1 |f(x)| \, dx + \int_1^3 |f(x)| \, dx = \int_{-2}^1 -f(x) \, dx - \int_1^3 f(x) \, dx$.

Câu 7: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 4x - x^2, y = 2x$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng

A. 4.

B. $\frac{20}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| \, dx = \int_0^2 (2x - x^2) \, dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}$.

Câu 8: Khối chỏm cầu có bán kính $R = 3$ và chiều cao $h = 1$ sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi cung tròn có phương trình $y = \sqrt{9 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 3$ xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối chỏm cầu này.

A. $\frac{8\pi}{3}$.

B. 2π .

C. $\frac{10\pi}{3}$.

D. π .

Lời giải:

Ta có thể tích khối chỏm cầu là $V = \pi \int_2^3 (9 - x^2) dx = \pi \left(9x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^3 = \frac{8\pi}{3}$.

Câu 9: Vận tốc của một vật chuyển động là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là

A. 669 m.

B. 696 m.

C. 699 m.

D. 966 m.

Lời giải:

Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là $S = \int_4^{10} (3t^2 + 5) dt = 966$ m.

Câu 10: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành, quanh trục hoành.

A. $\frac{81\pi}{10}$.

B. $\frac{85\pi}{10}$.

C. $\frac{41\pi}{7}$.

D. $\frac{8\pi}{7}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ với trục hoành là:

$$3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là:

$$V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(3x^3 - \frac{3x^4}{2} + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 = \frac{81\pi}{10}.$$

Câu 11: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $(H): y = \frac{x-2}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó, giá trị của S bằng

A. $2 + 3 \ln 3$.

B. $3 - 2 \ln 2$

C. $3 + 2 \ln 2$.

D. $-2 + 3 \ln 3$.

Lời giải:

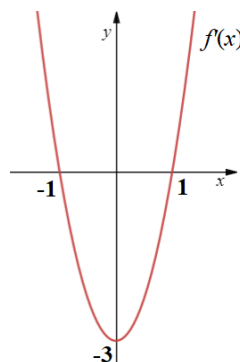
Hoành độ giao điểm của đồ thị (H) và trục hoành là nghiệm phương trình

$$\frac{x-2}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H) và các trục tọa độ là

$$S = \int_0^2 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| dx = \int_0^2 \frac{-x+2}{x+1} dx = \int_0^2 \left(-1 + \frac{3}{x+1} \right) dx = \left(-x + 3 \ln |x+1| \right) \Big|_0^2 = -2 + 3 \ln 3.$$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây:



Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng H giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox .

A. $\frac{725}{35}\pi$.

B. $\frac{729}{35}\pi$.

C. 6π .

D. $\frac{1}{35}\pi$.

Lời giải:

Từ hình vẽ ta có được $f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + d$

Ta có $y = 4$ là đường thẳng có hệ số góc bằng 0 nên $y = 4$ là tiếp tuyến tại điểm cực trị x_0 có hoành độ âm của hàm số $f(x) \Rightarrow f(x_0) = 4$.

Từ hình vẽ ta thấy được $f(x)$ có một điểm cực trị âm là $x = -1$

$\Rightarrow f(-1) = 4 \Rightarrow d = 2 \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 2$.

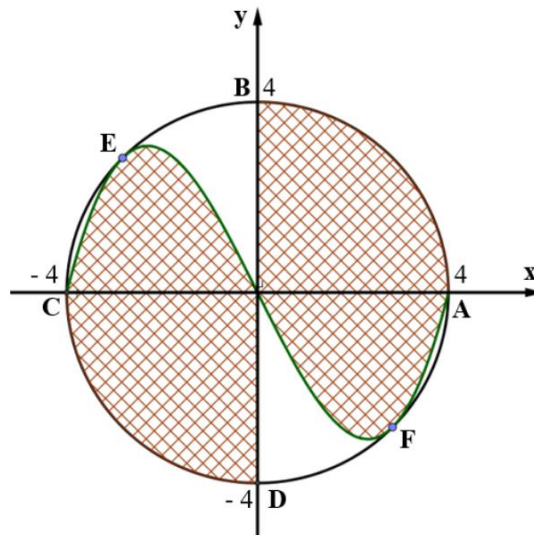
Xét phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$.

Khi đó thể tích vật thể được tạo ra khi xoay hình phẳng H quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2)^2 dx = \frac{729}{35}\pi.$$

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Chào mừng tháng Thanh niên. Đoàn trường THPT X tổ chức cải tạo một khoảng đất trong khuôn viên nhà trường có hình dạng là một đường tròn có đường kính $8m$. Để tăng tính thẩm mỹ, khi thực hiện cải tạo đã chia mảnh đất đó thành hai phần bằng một đường cong là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$, phần gạch chéo dùng để trồng hoa và phần còn lại dùng để trồng cỏ, được mô hình hóa trong hệ trục Oxy như hình vẽ dưới đây:



Biết đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ có tâm đối xứng trùng với gốc tọa độ; đi qua các điểm E, F lần lượt là các điểm chính giữa của các cung BC, DA và đi qua các giao điểm của đường tròn với trục Ox .

a) Tọa độ các điểm E, F là $E(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}), F(2\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$.

b) Biết $y = f(x) = ax^3 + bx$. Khi đó $a + b = -15$.

c) Diện tích phần trồng hoa là $S = 16 + 8\pi(m^2)$.

d) Biết chi phí trồng hoa $1m^2$ là 180 nghìn đồng, trồng cỏ $1m^2$ là 100 nghìn đồng. Chi phí để hoàn thành công trình trên là 8117 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).

Lời giải:

a) Vì các điểm E, F lần lượt là các điểm chính giữa của các cung BC, DA nên $E(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}), F(2\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$.

Suy ra a) đúng.

b) Hàm số bậc ba có dạng: $y = f(x) = ax^3 + cx^2 + bx + d (a \neq 0)$.

Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2cx + b; f''(x) = 6ax + 2c$.

Đồ thị hàm số đi qua các điểm: $C(-4; 0), A(4; 0)$ và có tâm đối xứng là gốc tọa độ nên ta có:

$$\begin{cases} f(-4) = 0 \\ f(4) = 0 \\ f''(0) = 0 \\ f(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 64a + 4b = 0 \\ c = 0 \\ d = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -16a \Rightarrow f(x) = ax^3 - 16ax.$$

Đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 - 16ax$ đi qua các điểm $E(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}), F(2\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$ nên $a = \frac{1}{8}; b = -16a = -2$. Suy ra $a + b = -\frac{15}{8}$.

Suy ra b) sai.

c) Diện tích phần trồng hoa là $S = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 + 2 \cdot \int_{-4}^0 \left(\frac{1}{8}x^3 - 2x \right) dx = 8\pi + 16 (m^2)$.

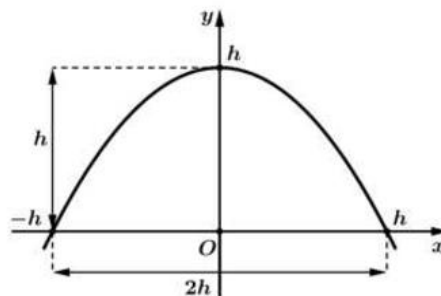
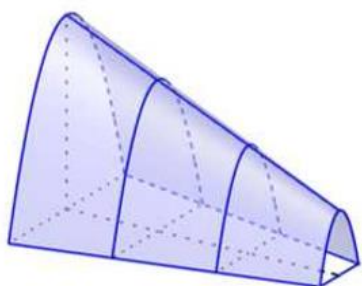
Suy ra c) đúng.

d) Diện tích phần trồng cỏ là $S = \pi \cdot 4^2 - (8\pi + 16) = 8\pi - 16 (m^2)$.

Chi phí để hoàn thành công trình trên là $(8\pi + 16) \cdot 180 + (8\pi - 16) \cdot 100 \approx 8317$ (nghìn đồng).

Suy ra d) sai.

Câu 14: Một kỹ sư A thiết kế một mô hình đường hầm như bên dưới. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 (m). Khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao của parabol (như hình vẽ). Diện tích của thiết diện là $S(x)$ và chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $h = 3 - \frac{2}{5}x$ với x (mét) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình đến mặt phẳng chứa thiết diện.



a) Diện tích thiết diện được tính bởi công thức $S = 2 \int_0^h \left(h - \frac{x^2}{h} \right) dx$.

b) Thể tích của đường hầm được tính theo công thức: $V = \pi \int_0^5 S^2(x) dx (m^3)$.

c) Parabol có chiều cao h , độ dài đáy bằng $2h$ có phương trình là $y = -\frac{x^2}{h} + h$.

d) Thể tích của hàm là $29,89 \text{ (m}^3\text{)}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải:

Thiết diện parabol có chiều cao h , độ dài đáy bằng $2h$ có phương trình: $(P): y = ax^2 + h \text{ (} a < 0 \text{)}$.

Theo hình vẽ, điểm $(h; 0) \in (P) \Rightarrow 0 = ah^2 + h \Leftrightarrow a = -\frac{1}{h} \text{ (do } h > 0 \text{)}$.

$\Rightarrow (P): y = -\frac{x^2}{h} + h$.

a) Diện tích của thiết diện: $S = \int_{-h}^h \left(h - \frac{x^2}{h} \right) dx = 2 \int_0^h \left(h - \frac{x^2}{h} \right) dx$.

b) Thể tích của đường hàm được tính theo công thức: $V = \int_0^5 S(x) dx \text{ (m}^3\text{)}$.

c) Parabol có chiều cao h , độ dài đáy bằng $2h$ có phương trình là $y = -\frac{x^2}{h} + h$.

d) Ta có $S = 2 \int_0^h \left(h - \frac{x^2}{h} \right) dx = 2 \left(hx - \frac{x^3}{3h} \right) \Big|_0^h = \frac{4h^2}{3}$. Mà $h = 3 - \frac{2}{5}x$ nên $S(x) = \frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x \right)^2$.

Thể tích của đường hàm đã cho là:

$$V = \int_0^5 S(x) dx = \int_0^5 \left[\frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x \right)^2 \right] dx \approx 28,89 \text{ (m}^3\text{)}$$

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$; $y = x$ và hai đường thẳng $x = 2$; $x = 3$ bằng $S = a \ln 2 + b$. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 1.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$; $y = x$ và hai đường

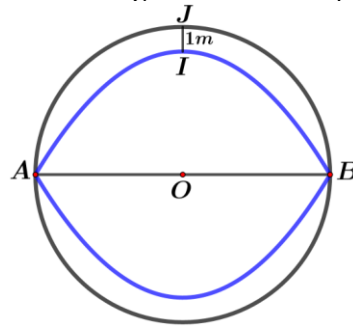
thẳng $x = 2$; $x = 3$ là: $S = \int_2^3 \left| \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} - x \right| dx = \int_2^3 \left| \frac{-x + 3}{x - 1} \right| dx = \int_2^3 \left| -1 + \frac{2}{x - 1} \right| dx =$

$$= \left(-x + 2 \ln |x - 1| \right) \Big|_2^3 = (-3 + 2 \ln 2) + 2 = -1 + 2 \ln 2$$

Vậy $a = 2$; $b = -1 \Rightarrow a + b = 1$.

Câu 16: Khu vực trung tâm một quảng trường (xem hình vẽ bên dưới) có dạng hình tròn đường kính AB bằng $12m$. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường parabol đối xứng nhau qua AB , nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B , và có đỉnh cách mép hình tròn $1m$. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 300 nghìn đồng mỗi mét vuông, phần

còn lại được lát gốm sứ với chi phí 900 nghìn đồng mỗi mét vuông. Tổng chi phí để hoàn thành khu vực này là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Kết quả:

--	--	--	--

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 54.

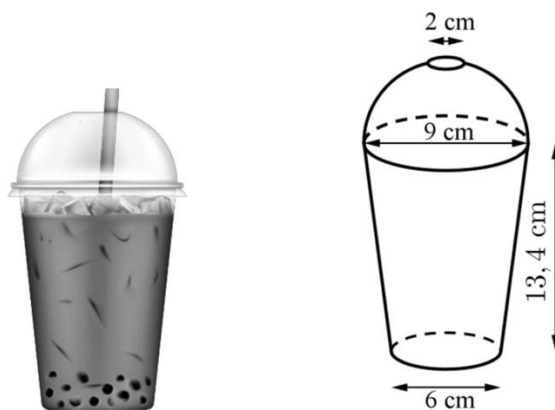
Ta có diện tích phần parabol giới hạn bởi parabol đi qua A, I, B và đường thẳng AB bằng $\frac{2}{3} AB \cdot OI = \frac{2}{3} \cdot 12 \cdot 5 = 40 (m^2)$.

Do đó diện tích phần trồng hoa bằng $40 \cdot 2 = 80 (m^2)$.

Suy ra diện tích phần lát gốm sứ bằng $\pi \cdot 6^2 - 80 = 36\pi - 80 (m^2)$.

Vậy tổng chi phí bằng $80 \cdot 0,3 + 0,9 \cdot (36\pi - 80) \approx 53,7876$ (triệu đồng).

Câu 17: Một ly trà sữa dạng hình nón cụt, có đường kính đáy ly 6cm, đường kính miệng ly 9cm, chiều cao 13,4cm, ở miệng ly có sử dụng một nắp đậy có hình dạng nửa mặt cầu và ở đỉnh của nửa mặt cầu này có một hình tròn có đường kính 2cm để cắm ống hút, mặt phẳng chứa hình tròn này song song với mặt phẳng chứa miệng ly (tham khảo hình vẽ sau).



Thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp là bao nhiêu cm^3 ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Kết quả:

--	--	--	--

Trình bày:

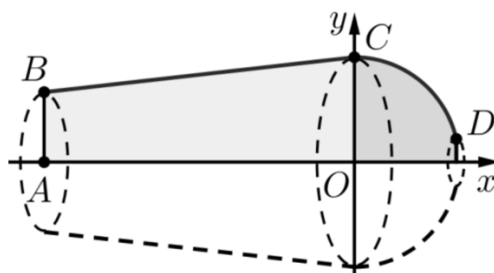
.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 791.



Chọn hệ trục Oxy (đơn vị trên trục là centimet) với trục Ox đi qua tâm của 2 đáy hình nón cụt và gốc tọa độ O trùng với tâm của đáy lớn như hình vẽ trên.

Khi đó tọa độ các điểm A, B, C lần lượt là $A(-13,4;0), B(-13,4;3), C(0;4,5)$.

Gọi phương trình đường thẳng đi qua BC có dạng $y = ax + b$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -13,4a + b = 3 \\ 0a + b = 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{15}{134} \\ b = \frac{9}{2} \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng BC là $y = \frac{15}{134}x + \frac{9}{2}$

Khi đó thể tích của phần thân ly trà sữa chưa bao gồm nắp là

$$V_1 = \pi \int_{-13,4}^0 \left(\frac{15}{134}x + \frac{9}{2} \right)^2 dx = \frac{3819\pi}{20} \quad (1)$$

Điểm C, D thuộc phương trình đường tròn tâm $O(0;0), R = 4,5$ có dạng: $x^2 + y^2 = \frac{81}{4}$

$$\text{Thay } y = 1, \text{ ta được: } x = \sqrt{\frac{81}{4} - 1} = \frac{\sqrt{77}}{2} \Rightarrow D\left(\frac{\sqrt{77}}{2}; 1\right)$$

$$\text{Suy ra } y = \sqrt{\frac{81}{4} - x^2}$$

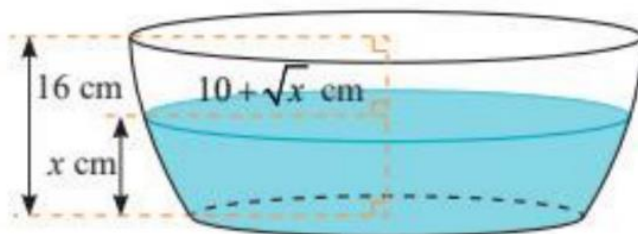
Khi đó thể tích nắp của ly trà sữa là

$$V_2 = \int_0^{\frac{\sqrt{77}}{2}} \left(\sqrt{\frac{81}{4} - x^2} \right)^2 dx = \frac{83\pi\sqrt{77}}{12} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp là

$$V = V_1 + V_2 = \frac{3819\pi}{20} + \frac{83\pi\sqrt{77}}{12} \approx 791(\text{cm}^3).$$

Câu 18: Nếu cắt chậu nước có hình dạng như hình bên dưới bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy x (cm) ($0 \leq x \leq 16$) thì mặt cắt là hình tròn có bán kính $R = 10 + \sqrt{x}$ (cm). Tìm x (đơn vị cm, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) để dung tích nước trong chậu bằng $\frac{1}{2}$ thể tích của chậu?



Kết quả:

Trình bày:

Lời giải:

Kết quả: 8,94.

Diện tích mặt cắt của chậu là $S(x) = \pi \cdot (10 + \sqrt{x})^2 = \pi \cdot (100 + x + 20\sqrt{x})$

Thể tích của chậu là $V = \int_0^{16} S(x) dx = \pi \cdot \left(100x + \frac{x^2}{2} + 20 \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} \right) \Big|_0^{16} = \frac{7744}{3} \pi$.

Dung tích nước trong chậu là

$$V_{\text{nước}} = \int_0^x S(x) dx = \pi \cdot \left(100x + \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3} \cdot \sqrt{x^3} \right)$$

Để dung tích nước trong chậu bằng $\frac{1}{2}$ thể tích của chậu thì

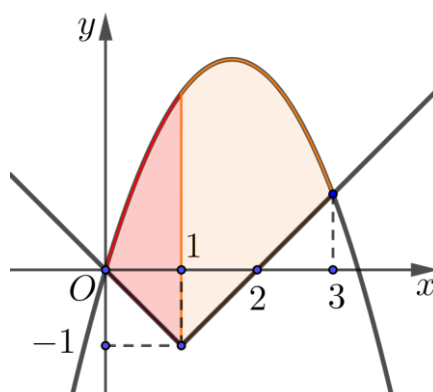
$$\pi \cdot \left(100x + \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3} \cdot \sqrt{x^3} \right) = \frac{3872}{3} \pi \Leftrightarrow 100x + \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3} \cdot \sqrt{x^3} = \frac{3872}{3} \Leftrightarrow x \approx 8,94$$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có phương trình $y = \frac{10}{3}x - x^2$, $y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 1 \\ x-2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích của hình phẳng (H) .

Trình bày:

Lời giải:



$$\text{Xét: } y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 1 \\ x-2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-2) = -1$ và $y(1) = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} y = y(1)$. Do đó hàm số liên tục tại $x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S = \int_0^1 \left(\frac{10}{3}x - x^2 + x \right) dx + \int_1^3 \left(\frac{10}{3}x - x^2 - x + 2 \right) dx.$$

$$\Leftrightarrow S = \int_0^1 \left(\frac{13}{3}x - x^2 \right) dx + \int_1^3 \left(\frac{7}{3}x - x^2 + 2 \right) dx$$

$$\Leftrightarrow S = \left(\frac{13}{6}x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{7}{6}x^2 - \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_1^3 = \frac{13}{2} = 6,5.$$

Câu 20: Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4x + 3$ và $y = 0$ quanh trục Ox .

Trình bày:

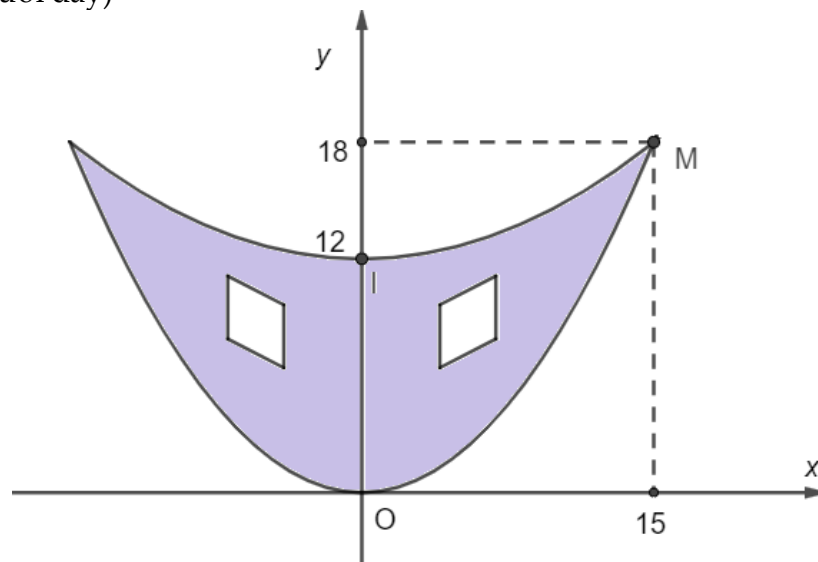
.....

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4x + 3$ và $y = 0$ quanh trục Ox là: $V = \pi \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 21: Để tham gia lễ hội hóa trang, Bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1), (P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm $I(0;12)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(15;18)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 1cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}$ cm và $4\sqrt{2}$ cm để khoét làm mắt (minh họa như hình vẽ dưới đây)



Công đoạn cuối cùng là tô màu xám cho một mặt của mặt nạ. Tính diện tích cần tô màu theo đơn vị cm^2 .

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi parabol có đỉnh O có phương trình là $y = ax^2$ ($a > 0$), ta có parabol đi qua điểm $M(15;18)$ nên ta có $15^2 a = 18 \Leftrightarrow a = \frac{18}{225}$, phương trình parabol là $y = \frac{18}{225} x^2$.

Gọi parabol có đỉnh là I có phương trình dạng $y = bx^2 + 12$, parabol đi qua điểm M nên ta có phương trình $15^2 b + 12 = 18 \Leftrightarrow b = \frac{6}{225}$, phương trình parabol là $y = \frac{6}{225} x^2$.

Diện tích mặt nạ là $S_1 = 2 \int_0^{15} \left[\frac{6}{225} x^2 + 12 - \frac{18}{225} x^2 \right] dx = 240 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích hai hình thoi làm mắt là $S_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} 2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích cần sơn mặt nạ là $S = S_1 - S_2 = 240 - 16 = 224 \text{ (cm}^2\text{)}$.

HẾT

Huế, 16h20' Ngày 26 tháng 10 năm 2025