

Họ và tên học sinh:..... Số báo danh:.....

PHẦN I. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Kết quả kiểm tra Toán của 40 học sinh lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Khoảng điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	0	8	15	10	7

Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng điểm nào sau đây?

- A. $[2; 4)$. B. $[6; 8)$. C. $[4; 6)$. D. $[8; 10)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0; 2]$. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

- A. $\int_0^2 [f(x)]^2 dx$. B. $\pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$. C. $\pi \int_0^2 f(x) dx$. D. $\int_0^2 f(x) dx$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) \leq 3$ là

- A. $[1; 9]$. B. $(1; 9]$. C. $(-\infty; 9]$. D. $(1; 9)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

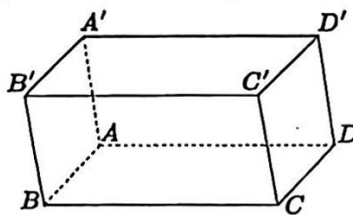
Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 2)$. B. $(-1; -2; 2)$. C. $(1; 2; 2)$. D. $(-1; 1; 2)$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ tư của cấp số nhân đã cho là

- A. $u_4 = -48$. B. $u_4 = -24$. C. $u_4 = -4$. D. $u_4 = 48$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó, tổng $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DD'}$ bằng



- A. $\overline{AD'}$. B. $\overline{C'A}$. C. $\overline{AC'}$. D. $\overline{D'A}$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^7$ là

- A. $\frac{x^8}{8} + C$. B. $7x^6 + C$. C. $8x^8 + C$. D. $\frac{x^7}{7} + C$.

Câu 9. Cho hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng

- A. abc . B. $\frac{abc}{3}$. C. $\frac{abc}{2}$. D. $\frac{abc}{6}$.

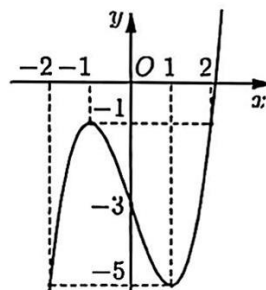
Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

- A. $(1; 3; -2)$. B. $(3; 1; -2)$. C. $(3; -2; 1)$. D. $(-2; 3; 1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 2]$ bằng



- A. 0.
B. -1.
C. -5.
D. -6.

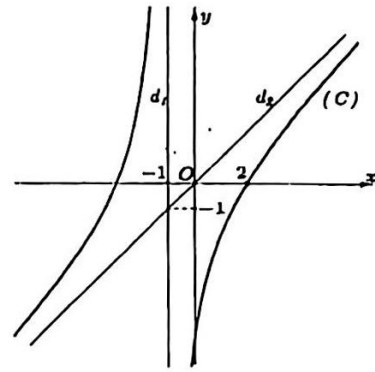
PHẦN II. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một người đang điều khiển ô tô chạy trên đường cao tốc. Khi cách trạm thu phí 1000 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Sau đó 20 giây, người điều khiển ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc và $v(t) > 0$ với mọi $t \in [0; 30]$. Sau 30 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc, ô tô đến trạm thu phí.

- a) Quãng đường từ vị trí ô tô bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là 500 m.
b) Giá trị của b là 90.
c) Giá trị của a là $-\frac{5}{9}$.

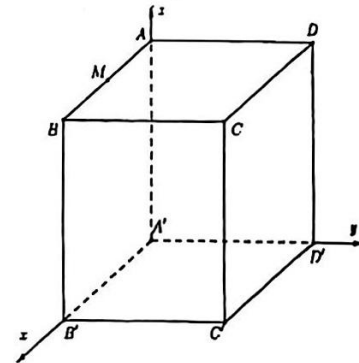
d) Tốc độ tối đa cho phép của phương tiện khi qua trạm thu phí là 30 km/h. Người điều khiển ô tô đó đã tuân thủ đúng tốc độ quy định khi đi qua trạm thu phí.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong (C) . Các đường thẳng d_1, d_2 lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đường cong (C) như hình vẽ.



- Đồ thị (C) đi qua điểm có tọa độ là $(0; 2)$.
- Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.
- Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x$.
- Giá trị của tổng $a + b + c + d$ là một số âm.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 4, AD = 3$ và $AA' = 12$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O trùng với điểm A' ; các tia $A'B', A'D', A'A$ lần lượt trùng với các tia Ox, Oy, Oz (tham khảo hình vẽ). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB .



- Tọa độ của điểm D là $(0; 3; 12)$.
- Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MD}$ là $(2; -3; 0)$.
- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (MDC') có tọa độ là $(3; 2; 1)$.
- Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (MDC') lớn hơn 5.

Câu 4. Trong vòng chung kết của cuộc thi ĐƯỜNG ĐẾN VINH QUANG có 4 thí sinh An, Bình, Toàn và Phương tham gia thi đấu. Sau khi An, Bình và Toàn hoàn thành phần thi cuối của mình, điểm số của ba bạn đạt được lần lượt là 180 điểm, 200 điểm và 170 điểm. Bạn Phương là thí sinh cuối cùng bước vào phần thi cuối với điểm số hiện có là 190 điểm.

Tại phần thi cuối, mỗi thí sinh phải trả lời 3 câu hỏi thuộc ba lĩnh vực: Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh. Mỗi câu trả lời đúng được 20 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 10 điểm. Thí sinh có quyền sử dụng “Ngôi sao hy vọng” tối đa một lần cho một trong ba câu hỏi, nếu trả lời đúng nhận được 40 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 20 điểm.

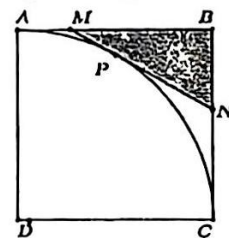
Biết xác suất Phương trả lời đúng câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh lần lượt là 0,7; 0,4 và 0,3. Giả thiết rằng việc trả lời đúng mỗi câu hỏi không làm thay đổi xác suất trả lời đúng hoặc sai các câu hỏi còn lại.

- Xác suất để Phương trả lời sai câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên là 0,3.
- Xác suất để Phương trả lời đúng cả ba câu hỏi là 0,084.
- Xác suất để Phương trả lời đúng ít nhất một trong ba câu hỏi là 0,916.
- Nếu Phương chọn “Ngôi sao hy vọng” ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên thì xác suất để Phương trở thành quán quân của cuộc thi này là 0,736.

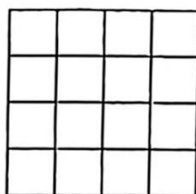
PHẦN III. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Anh Tú vay ngân hàng 300 triệu đồng để mua xe ô tô với lãi suất cố định 7,2%/năm theo hình thức trả góp hằng tháng, trong thời hạn 12 tháng (ứng với 12 kì trả nợ). Trong thời hạn đó, cuối mỗi kì trả nợ, anh Tú phải trả 25 triệu đồng tiền gốc (ứng với 300 triệu đồng chia đều cho 12 tháng) và một khoản tiền lãi được tính theo số tiền dư nợ còn lại. Sau 12 tháng, tổng số tiền lãi anh Tú phải trả ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

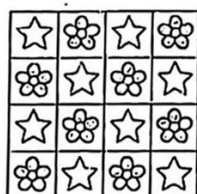
Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 1. Cung AC là một phần tư đường tròn tâm D , bán kính DA (tham khảo hình vẽ). Giả sử P là điểm thay đổi trên cung AC (P khác A và C). Tiếp tuyến tại điểm P của cung AC cắt các đoạn thẳng AB, BC theo thứ tự tại các điểm M, N . Diện tích lớn nhất của tam giác BMN bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 3. Người ta trang trí một bảng ô vuông 4×4 (như hình 1) bởi các ngôi sao và các bông hoa giống nhau. Mỗi ô vuông nhỏ được dán một ngôi sao hoặc một bông hoa, sao cho trong mỗi hàng hoặc mỗi cột của bảng ô vuông đều có 2 ngôi sao và 2 bông hoa (tham khảo một cách dán trong hình 2). Có tất cả bao nhiêu cách trang trí bảng ô vuông thỏa mãn yêu cầu trên?

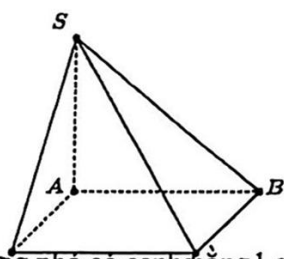


Hình 1

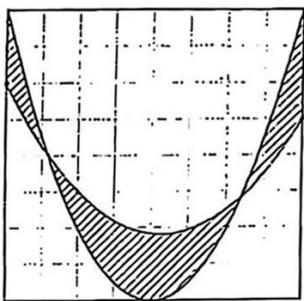


Hình 2

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Biết rằng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ có số đo bằng bao nhiêu độ?



Câu 5. Trong lưới ô vuông có hai đường parabol như hình vẽ. Biết rằng mỗi ô vuông nhỏ có cạnh bằng 1 cm. Diện tích của hình phẳng trong lưới ô vuông được giới hạn bởi hai đường parabol (phần gạch chéo) bằng bao nhiêu centimet vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 6. Sau khi một loại thuốc kháng sinh được tiêm vào cơ thể thì nồng độ của thuốc trong máu sẽ giảm dần theo thời gian do quá trình chuyển hóa. Nồng độ thuốc trong máu sau t giờ kể từ khi tiêm được mô hình hóa bởi công thức $C(t) = C_0 \cdot e^{-rt}$ (mg/lít).

Trong đó;

- * C_0 là nồng độ thuốc trong máu ngay sau khi tiêm.
- * r là hằng số dương đo tốc độ phân hủy của thuốc.
- * $e \approx 2,718$.

Biết rằng ngay sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 15 mg/lít và sau đó 4 giờ nồng độ thuốc giảm còn 10 mg/lít. Để đạt hiệu quả điều trị, bác sĩ sẽ tiêm lại một liều mới khi nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm xuống và còn ít nhất 6 mg/lít.

Theo mô hình trên, để đạt hiệu quả điều trị thì khoảng thời gian nhiều nhất giữa hai lần tiêm thuốc là bao nhiêu giờ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

----- HẾT -----

- Học sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Câu/Mã đề	1301	1302	1303	1304	1305	1306	1307	1308	1309	1310	1311	1312	1313	1314	1315	1316	1317	1318	1319	1320	1321	1322	1323	1324
1	C	C	D	D	C	D	C	C	A	A	C	B	A	B	A	A	B	C	A	C	A	A	C	B
2	D	B	D	C	C	A	B	C	A	A	D	C	A	A	D	D	D	C	C	C	A	A	C	B
3	D	A	C	B	A	A	B	A	C	C	A	C	D	C	D	B	C	A	A	A	B	C	A	D
4	B	D	C	A	B	D	A	D	C	C	B	D	B	C	B	D	C	D	B	B	B	D	A	D
5	C	C	D	C	B	C	A	C	D	D	B	D	A	A	B	C	A	A	D	C	A	B	B	C
6	C	B	B	D	C	B	B	A	B	D	D	A	B	B	D	A	D	A	A	B	D	A	B	C
7	B	A	B	D	C	A	C	A	A	C	D	C	C	D	A	B	A	C	C	A	B	C	A	D
8	B	D	A	C	D	C	A	D	D	B	C	A	D	C	B	B	D	D	B	A	D	B	D	B
9	A	C	C	A	B	C	D	D	D	B	A	D	B	A	A	A	C	D	B	B	D	C	D	C
10	A	B	B	A	D	D	D	C	B	D	C	A	D	B	C	C	A	B	C	B	C	B	B	A
11	D	D	A	D	A	B	C	B	B	A	B	B	C	D	C	D	B	B	C	D	C	D	C	A
12	A	C	C	B	D	B	D	B	C	B	A	B	D	D	C	D	B	B	A	B	D	D	D	A
1	eSeS	eSeS	eeSe	eSeS	eSeS	SeSS	eSeS	eeSe	eSeS	eSeS	eSeS	eeSe	eSeS	eSeS	SeSS	eeSe	eSeS	eSeS	eeSe	SeSS	SeSS	eeSe	eeSe	eSeS
2	SeSS	SeSS	eSeS	eeSe	eSeS	eSeS	SeSS	SeSS	eSeS	eeSe	SeSS	eSeS	eSeS	eSeS	eSeS	SeSS	eeSe	SeSS	eSeS	eeSe	eSeS	eSeS	SeSS	eSeS
3	eSeS	eSeS	eSeS	eSeS	SeSS	eeSe	eSeS	eSeS	eeSe	SeSS	eSeS	SeSS	eeSe	SeSS	eSeS	eSeS	SeSS	eSeS	eSeS	eSeS	eeSe	eSeS	eSeS	SeSS
4	eeSe	eeSe	SeSS	SeSS	eeSe	eSeS	eeSe	eSeS	SeSS	eSeS	eeSe	eSeS	SeSS	eeSe	eeSe	eSeS	eSeS	eeSe	SeSS	eSeS	eSeS	SeSS	eSeS	eeSe
1	9	11,7	9	90	11,7	9,76	11,7	9,76	0,34	9	120	9	120	11,7	11,7	11,7	120	120	90	9,76	120	90	90	9
2	11,7	0,34	90	9	9	120	0,34	0,34	9,76	90	90	0,34	9	0,34	9,76	9	11,7	11,7	11,7	90	11,7	0,34	9	0,34
3	90	9,76	11,7	11,7	0,34	11,7	90	11,7	90	0,34	9,76	9,76	9,76	9	90	120	0,34	9,76	9,76	0,34	9,76	9	9,76	9,76
4	0,34	120	0,34	9,76	120	90	120	120	120	9,76	11,7	11,7	90	9,76	0,34	90	9	0,34	120	9	0,34	11,7	11,7	90
5	120	9	9,76	120	9,76	9	9,76	90	11,7	120	9	90	11,7	90	9	9,76	9,76	9	0,34	11,7	90	9,76	120	120
6	9,76	90	120	0,34	90	0,34	9	9	9	11,7	0,34	120	0,34	120	120	0,34	90	90	9	120	9	120	0,34	11,7

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy , cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A.** $(1; -2; 2)$. **B.** $(-1; 1; 2)$. **C.** $(-1; -2; 2)$. **D.** $(1; 2; 2)$.

Lời giải

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là $(1; -2; 2)$.

Câu 2. Kết quả kiểm tra Toán của 40 học sinh lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Khoảng điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	0	8	15	10	7

Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng điểm nào sau đây?

- A.** $[4; 6)$. **B.** $[8; 10)$. **C.** $[6; 8)$. **D.** $[2; 4)$.

Lời giải

Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng điểm $[4; 6)$.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ tư của cấp số nhân đã cho là

- A.** $u_4 = -48$. **B.** $u_4 = 48$. **C.** $u_4 = -24$. **D.** $u_4 = -4$.

Lời giải

Số hạng thứ tư của cấp số nhân đã cho là $u_4 = u_1 \cdot q^3 = -24$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 1) \leq 3$ là

- A.** $[1; 9]$. **B.** $(1; 9)$. **C.** $(-\infty; 9]$. **D.** $(1; 9]$.

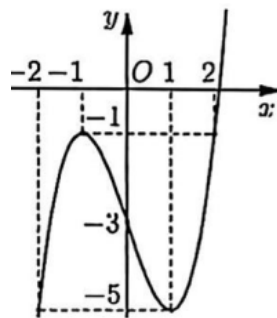
Lời giải

Điều kiện $x > 1$.

$$\log_2(x - 1) \leq 3 \Rightarrow x - 1 \leq 8 \Rightarrow x \leq 9.$$

So với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 1) \leq 3$ là $(1; 9]$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 2]$ như hình vẽ. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 2]$ bằng



- A.** 0. **B.** -1. **C.** -5. **D.** -6.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có $\max_{[-2; 2]} f(x) + \min_{[-2; 2]} f(x) = -1 + (-5) = -6$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

A. $(3; -2; 1)$.

B. $(1; 3; -2)$.

C. $(3; 1; -2)$.

D. $(-2; 3; 1)$.

Lời giải

Vectơ $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là $(3; -2; 1)$.

Câu 7. Cho hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng

A. $\frac{abc}{3}$.

B. abc .

C. $\frac{abc}{6}$.

D. $\frac{abc}{2}$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp $O.ABC$ là: $V = \frac{1}{6}.OA.OB.OC = \frac{abc}{6}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0; 2]$. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

A. $\int_0^2 f(x)dx$.

B. $\pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$.

C. $\int_0^2 [f(x)]^2 dx$.

D. $\pi \int_0^2 f(x)dx$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 1.

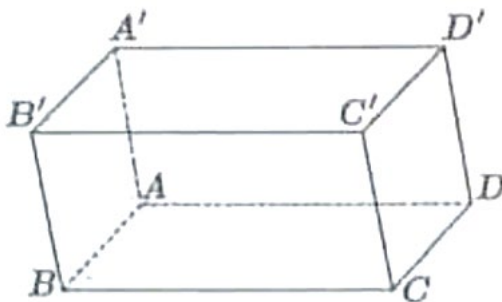
C. 2.

D. 0.

Lời giải

Hàm số có đạo hàm đổi dấu hai lần tại các điểm $x = -3; x = 2$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).



Khi đó, tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$ bằng

A. $\overrightarrow{C'A}$.

B. $\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AD'}$.

D. $\overrightarrow{D'A}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^7$ là

A. $8x^8 + C$.

B. $7x^6 + C$.

C. $\frac{x^7}{7} + C$.

D. $\frac{x^8}{8} + C$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong vòng chung kết của cuộc thi ĐƯỜNG ĐẾN VINH QUANG có 4 thí sinh An, Bình, Toàn và Phương tham gia thi đấu. Sau khi An, Bình và Toàn hoàn thành phần thi cuối của mình, điểm số của ba bạn đạt được lần lượt là 180 điểm, 200 điểm và 170 điểm. Bạn Phương là thí sinh cuối cùng bước vào phần thi cuối với điểm số hiện có là 190 điểm.

Tại phần thi cuối, mỗi thí sinh phải trả lời 3 câu hỏi thuộc ba lĩnh vực: Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh. Mỗi câu trả lời đúng được 20 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 10 điểm. Thí sinh có quyền sử dụng "Ngôi sao hy vọng" tối đa một lần cho một trong ba câu hỏi, nếu trả lời đúng nhận được 40 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 20 điểm.

Biết xác suất Phương trả lời đúng câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh lần lượt là 0,7; 0,4 và 0,3. Giả thiết rằng việc trả lời đúng mỗi câu hỏi không làm thay đổi xác suất trả lời đúng hoặc sai các câu hỏi còn lại.

a) Xác suất để Phương trả lời sai câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên là 0,3.

b) Xác suất để Phương trả lời đúng cả ba câu hỏi là 0,084.

c) Xác suất để Phương trả lời đúng ít nhất một trong ba câu hỏi là 0,916.

d) Nếu Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên thì xác suất để Phương trở thành quán quân của cuộc thi này là 0,736.

Lời giải

a) Đúng.

Xác suất để Phương trả lời sai câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên là $1 - 0,7 = 0,3$.

b) Đúng.

Xác suất để Phương trả lời đúng cả ba câu hỏi là $0,7 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = 0,084$.

c) Sai.

Xác suất để Phương trả lời đúng ít nhất một trong ba câu hỏi là $1 - 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0,7 = 0,874$.

d) Đúng.

Nếu Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên.

Trường hợp 1: Phương trả lời đúng câu Tự nhiên. Khi đó số điểm sẽ là 230 điểm, vì vậy Phương sẽ thành quán quân cho dù trả lời sai hai câu kia.

Xác suất của trường hợp này là 0,7.

Trường hợp 2: Phương trả lời sai câu tự nhiên. Khi đó số điểm sẽ là 170 điểm, vì vậy muốn trở thành quán quân thì Phương phải trả lời đúng hai câu còn lại.

Xác suất của trường hợp này là $0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = 0,036$.

Do đó xác suất để Phương trở thành quán quân của cuộc thi này là $0,7 + 0,036 = 0,736$.

Câu 2. Một người đang điều khiển ô tô chạy trên đường cao tốc. Khi cách trạm thu phí 1000m, tốc độ của ô tô là 90 km/h . Sau 20 giây, người điều khiển ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc và $v(t) > 0$ với mọi $t \in [0; 30]$. Sau 30 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc, ô tô đến trạm thu phí.

a) Quãng đường từ vị trí ô tô bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là 500m.

b) Giá trị của b là 90.

c) Giá trị của a là $-\frac{5}{9}$.

d) Tốc độ tối đa cho phép của phương tiện khi qua trạm thu phí là 30 km/h . Người điều khiển ô tô đó đã tuân thủ đúng tốc độ quy định khi đi qua trạm thu phí.

Lời giải

a) Đúng.

Quãng đường từ vị trí ô tô bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là 500 m .

Từ đầu đến khi ô tô bắt đầu giảm tốc, quãng đường đi được là $90 \cdot \frac{20}{3600} = 0,5 \text{ km}$

Sau 20s quãng đường từ vị trí ô tô bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là $1000 - 500 = 500 \text{ (m)}$.

b) Sai.

Vận tốc lúc giảm phanh là $90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$. Giá trị của b là 25.

c) Đúng.

Quãng đường đi được sau 30s lúc giảm phanh là $s = \int_0^{30} (at + 25) dt = \frac{a}{2} 30^2 + 750$.

Theo đề bài ta được $\frac{a}{2} 30^2 + 750 = 500 \Leftrightarrow a = -\frac{5}{9}$.

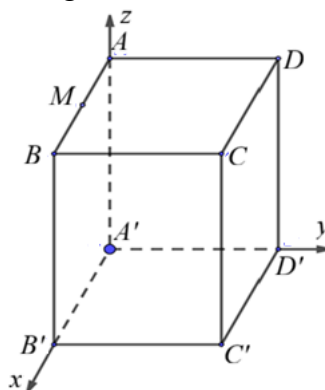
d) Đúng.

Vận tốc sau 30s là $v(30) = -\frac{5}{9} 30 + 25 = \frac{25}{3} \text{ (m/s)}$, suy ra vận tốc khi qua trạm thu phí là 30 km/h .

Tốc độ tối đa cho phép của phương tiện khi qua trạm thu phí là 30 km/h .

Người điều khiển ô tô đó đã tuân thủ đúng tốc độ quy định khi đi qua trạm thu phí.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 4$, $AD = 3$ và $AA' = 12$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O trùng với điểm A' ; các tia $A'B'$, $A'D'$, $A'A$ lần lượt trùng với các tia Ox , Oy , Oz (tham khảo hình vẽ). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB .



a) Tọa độ của điểm D là $(0;3;12)$.

b) Tọa độ của vector $\overrightarrow{MD}$ là $(2;-3;0)$.

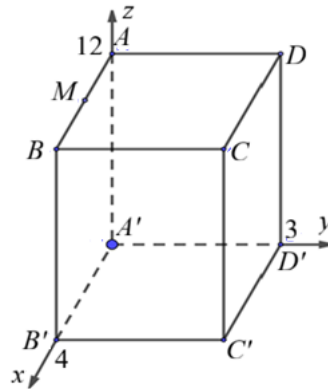
c) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (MDC') có tọa độ là $(3;2;1)$.

d) Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (MDC') lớn hơn 5.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 4$, $AD = 3$ và $AA' = 12$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O trùng với điểm A' ; các tia $A'B'$, $A'D'$, $A'A$ lần lượt trùng với các tia Ox , Oy , Oz (tham khảo hình vẽ). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB .



a) Đúng

Toạ độ của điểm D là $(0;3;12)$.

b) Sai

Toạ độ của vector $\overrightarrow{MD}$ là $(2;-3;0)$.

$$A(0;0;12), B(4;0;12) \Rightarrow M(2;0;12).$$

$$D(0;3;12) \Rightarrow \overrightarrow{MD}(-2;3;0)$$

c) Đúng

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (MDC') có toạ độ là $(3;2;1)$.

$$C'(4;3;0).$$

$$(MDC') \text{ có hai VTCP là } \overrightarrow{MD}(-2;3;0) \text{ và } \overrightarrow{MC'}(2;3;-12).$$

$$[\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{MC'}] = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -12 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -12 & 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = (-36; -24; -12).$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (MDC') là:

$$\vec{n} = -\frac{1}{12} \cdot [\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{MC'}] = -\frac{1}{12} \cdot (-36; -24; -12) = (3; 2; 1)$$

d) Sai

Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (MDC') lớn hơn 5.

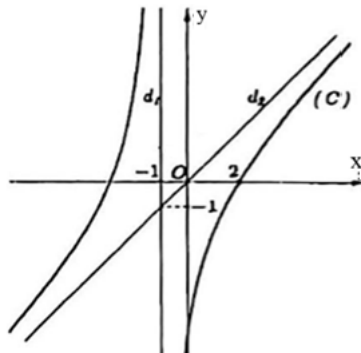
+ Mp (MDC') đi qua điểm $C'(4;3;0)$ và có một vector pháp tuyến là $\vec{n}(3;2;1)$

$$\Rightarrow \text{Mp}(MDC') \text{ có phương trình: } 3(x-4) + 2(y-3) + 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z - 18 = 0.$$

+ Khoảng cách từ điểm $A'(0;0;0)$ đến mặt phẳng (MDC') :

$$d(A';(MDC')) = \frac{|3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 0 - 18|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{18}{\sqrt{14}} \approx 4,81 < 5$$

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong (C) . Các đường thẳng d_1, d_2 lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đường cong (C) như hình vẽ.

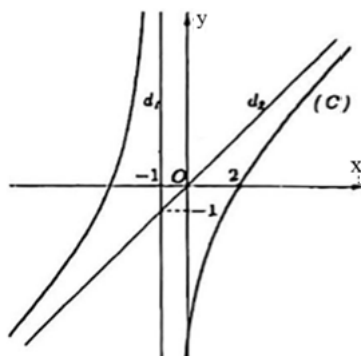


- a) Đồ thị (C) đi qua điểm có tọa độ $(0;2)$.
- b) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.
- c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x$.
- d) Giá trị của tổng $a + b + c + d$ là một số âm.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

Hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong (C) . Các đường thẳng d_1, d_2 lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đường cong (C) như hình vẽ.



a) Sai

Đồ thị (C) đi qua điểm có tọa độ $(0;2)$.

Đồ thị (C) có điểm chung với trục Oy và điểm chung này có tung độ âm.

b) Đúng

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

c) Đúng

Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x$.

d) Đúng

Giá trị của tổng $a + b + c + d$ là một số âm.

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$ nên $d = 1$ (*) $\Rightarrow y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 1}$.

+ Đồ thị (C) đi qua điểm $(2; 0)$ nên $0 = \frac{a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c}{2 + 1} \Rightarrow 4a + 2b + c = 0$ (1).

$$+ y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 1} = ax + b - a + \frac{a - b + c}{x + 1}$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 1}$ có đường TCX là đường thẳng $y = ax + b - a$.

Dựa vào hình vẽ thì đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 1}$ có TCX là đường thẳng $y = x$ nên

$$\begin{cases} a = 1 \\ b - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 1 \text{ (2)}.$$

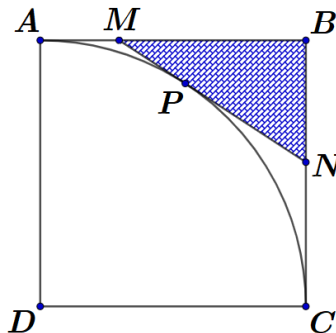
(1), (2) $\Rightarrow a = b = 1, c = -6$ (**).

(*), (**) $\Rightarrow a + b + c + d = 1 + 1 - 6 + 1 = -3$.

Vậy, $a + b + c + d$ là một số âm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 1. Cung AC là một phần tư đường tròn tâm D , bán kính DA (tham khảo hình vẽ). Giả sử P là điểm thay đổi trên cung AC (P khác A và C). Tiếp tuyến tại điểm P của cung AC cắt các đoạn thẳng AB , BC theo thứ tự tại các điểm M , N .



Diện tích lớn nhất của tam giác BMN bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp số : 0,17

Đặt $AM = x$ và $CN = y$.

Do AM , PM và CN , PN là các tiếp tuyến cắt nhau nên $MP = AM = x$ và $PN = CN = y$.

Tam giác BMN vuông tại B nên $MN^2 = MB^2 + BN^2 \Leftrightarrow (x + y)^2 = (1 - x)^2 + (1 - y)^2$

$$\Leftrightarrow xy + x + y = 1 \Leftrightarrow (x+1)(y+1) = 2.$$

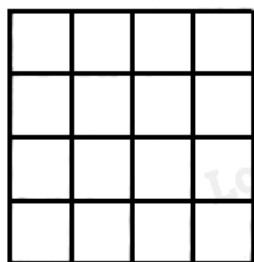
$$\text{Ta có: } S_{BMN} = \frac{1}{2} BM \cdot BN = \frac{1}{2} (1-x)(1-y) = \frac{1}{2} (1-x-y+xy) = xy.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Swarchz:

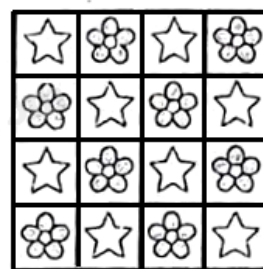
$$\sqrt{x}\sqrt{y} + 1.1 \leq \sqrt{(x+1)(y+1)} \Rightarrow \sqrt{x}\sqrt{y} \leq \sqrt{(x+1)(y+1)} - 1 = \sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow xy \leq (\sqrt{2} - 1)^2.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \sqrt{x} = \sqrt{y} \\ (x+1)(y+1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \sqrt{2} - 1.$$

Câu 2. Người ta trang trí một bảng ở vuông 4×4 (như hình 1) bởi các ngôi sao và các bông hoa giống nhau. Mỗi ô vuông nhỏ được dán một ngôi sao hoặc một bông hoa, sao cho trong mỗi hàng hoặc mỗi cột của bảng ô vuông đều có 2 ngôi sao và 2 bông hoa (tham khảo một cách dán trong hình 2).



Hình 1



Hình 2

Có tất cả bao nhiêu cách trang trí bảng ô vuông thỏa mãn yêu cầu trên?

Lời giải

Đáp số : 2502

Cách 1:

Đặt mỗi ngôi sao là 1 điểm và mỗi bông hoa là 0 điểm, khi đó bài toán trở thành xếp các số vào bảng sao cho tổng mỗi hàng hoặc mỗi cột bằng 2.

Gọi A : “Tổng mỗi hàng bằng 2” và B : “Tổng mỗi cột là 2”

$$\text{Ta có: } n(A) = n(B) = (C_4^2)^4 = 1296.$$

Khi đó ta cần tìm số phần tử của tập $A \cup B$.

Ta xét biến cố $A \cap B$: “Tổng mỗi hàng và cột bằng 2”

Ta xét các trường hợp hàng ngang thỏa mãn là:

Loại I: $(1;1;0;0)$, $(0;0;1;1)$.

Loại II: $(0;1;1;0)$, $(1;0;0;1)$.

Loại III: $(1;0;1;0)$, $(0;1;0;1)$.

Trường hợp 1: Nếu cộng mỗi cặp cùng loại ta thấy rằng tổng các hàng sẽ bằng 1 nên ta sẽ dùng 2 hàng loại I là $(1;1;0;0)$, $(0;0;1;1)$.

Xếp 2 hàng $(1;1;0;0)$ vào 2 trong 4 hàng có C_4^2 cách và xếp 2 hàng $(0;0;1;1)$ vào 2 hàng còn lại có 1 cách.

Tương tự với loại II và III, trường hợp này ta có $C_4^2 \cdot 1 \cdot 3 = 18$ cách.

Trường hợp 2: Nếu cộng 4 cặp khác nhau ở 2 loại ta thấy rằng tổng các hàng sẽ là 2 nên ta sẽ dùng 4 hàng từ 2 loại.

Chọn 2 loại từ 3 loại có C_3^2 cách.

Sau khi chọn được 2 loại, ta sẽ có 4 hàng. Do các hàng đôi một khác nhau nên hoán vị hàng có $4!$ cách.

Trường hợp này ta có $C_3^2 \cdot 4! = 72$

Vậy các trường hợp của biến cố $A \cap B$ là $18 + 72 = 90$.

Khi đó, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 2502$.

Cách 2:

Đặt mỗi ngôi sao biểu diễn bởi số 1 và mỗi bông hoa biểu diễn bởi số 0.

Ta sẽ xếp lần lượt từng hàng:

Hàng I: Chọn vị trí cho 2 số 1 có C_4^2 và 2 số 0 vào hai vị trí còn lại có 1 cách, nên hàng I có 6 cách xếp:

Hàng II và III ta sẽ xét ba trường hợp:

Trường hợp 1:

1	0	0	1
1	0	0	1
0	1	1	0

Hàng thứ II giống hàng I sẽ có 1 cách xếp.

Hàng thứ III do đã có 2 cột đủ số 1 nên hàng thứ III chỉ có 1 cách xếp vào 2 cột còn lại.

Trường hợp 2:

1	0	0	1
0	1	0	1
1	0	1	0

Hàng thứ II có vị trí 1 số 1 giống với vị trí của 1 số 1 trên hàng I và số 1 còn khác vị trí số còn lại của hàng I, lúc này hàng II sẽ có $2 \cdot 2 = 4$ cách xếp.

Hàng thứ III phải có 1 số 1 vào cột chưa có số 1 nên có 1 cách. Số 1 còn lại vào 2 cột chỉ có số 1 sẽ có 2, lúc này hàng III sẽ có $1 \cdot 2 = 2$ cách xếp.

Trường hợp 3:

1	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0

Hàng thứ II không có vị trí số 1 trùng vị trí số 1 ở hàng I nên có 1 cách xếp.

Do mỗi cột chỉ mới có 1 số 1 nên hàng thứ III xếp bất kì nên hàng III có 6 cách xếp.

Hàng IV :

Hàng thứ IV sẽ điều chỉnh để thỏa theo hàng I , II và III nên chỉ có 1 cách xếp.

Vậy có tất cả $6 \cdot (1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 1 \cdot 6) \cdot 1 = 90$ cách xếp thỏa.

Câu 3. Sau khi một loại thuốc kháng sinh được tiêm vào cơ thể thì nồng độ của thuốc trong máu sẽ giảm dần theo thời gian do quá trình chuyển hóa. Nồng độ thuốc trong máu sau t giờ kể từ khi tiêm được mô hình hóa bởi công thức $C(t) = C_0 e^{-rt}$ (mg/lít). Trong đó:

- ☐ C_0 là nồng độ thuốc trong máu ngay sau khi tiêm.
- ☐ r là hằng số dương đo tốc độ phân hủy của thuốc.
- ☐ $e \approx 2,718$.

Biết rằng ngay sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 15 mg/lít và sau đó 4 giờ nồng độ thuốc giảm còn 10 mg/lít. Để đạt hiệu quả điều trị, bác sĩ sẽ tiêm lại một liều mới khi nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm xuống và còn ít nhất 6 mg/lít. Theo mô hình trên, để đạt hiệu quả điều trị thì khoảng thời gian nhiều nhất giữa hai lần tiêm thuốc là bao nhiêu giờ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải**Trả lời: 9**

Ngay sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 15 mg/lít: $C(0) = C_0 e^{-r \cdot 0} = 15 \Leftrightarrow C_0 = 15$.

Sau đó 4 giờ nồng độ thuốc giảm còn 10 mg/lít: $C(4) = 15e^{-r \cdot 4} = 10 \Leftrightarrow r = \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$.

Để đạt hiệu quả điều trị, nồng độ thuốc trong máu còn ít nhất 6 mg/lít:

$$C(t) = 15e^{-\frac{1}{4} \ln \left(\frac{3}{2} \right) \cdot t} \geq 6 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \ln \left(\frac{3}{2} \right) \cdot t \geq \ln \frac{6}{15} \Leftrightarrow t \leq \frac{\ln \frac{6}{15}}{-\frac{1}{4} \ln \left(\frac{3}{2} \right)} \approx 9.$$

Câu 4. Anh Tú vay ngân hàng 300 triệu đồng để mua xe ô tô với lãi suất cố định 7,2%/năm theo hình thức trả góp hằng tháng, trong thời hạn 12 tháng (ứng với 12 kì trả nợ). Trong thời hạn đó, cuối mỗi kì trả nợ, anh Tú phải trả 25 triệu đồng tiền gốc (ứng với 300 triệu đồng chia đều cho 12 tháng) và một khoản tiền lãi được tính theo số tiền dư nợ còn lại. Sau 12 tháng, tổng số tiền lãi anh Tú phải trả ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Lời giải**Trả lời: 11,7**

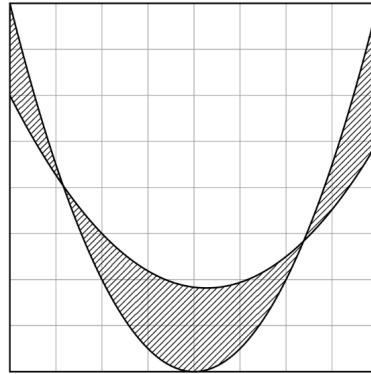
Số tiền còn nợ mỗi tháng tạo thành cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 300$, công sai $d = -25$ và

$$\text{số số hạng } n = 12 \Rightarrow S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{12[2 \times 300 + (12-1) \times (-25)]}{2} = 1950.$$

Lãi suất tương ứng theo tháng: $\frac{7,2\%}{12} = 0,6\%$.

Tổng số tiền lãi anh Tú phải trả: $1950 \times 0,6\% = 11,7$ triệu đồng.

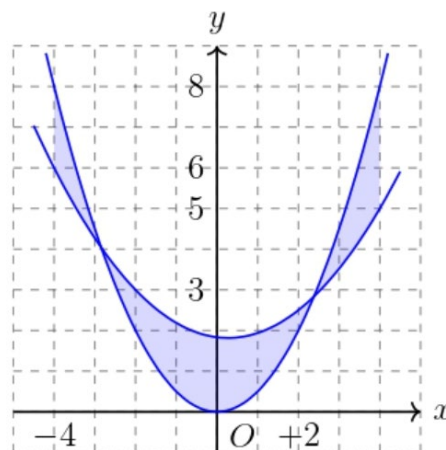
Câu 5. Trong lưới ô vuông có hai đường parabol như hình vẽ. Biết rằng mỗi ô vuông nhỏ có cạnh bằng 1 cm. Diện tích của hình phẳng trong lưới ô vuông được giới hạn bởi hai đường parabol (phần gạch chéo) bằng bao nhiêu centimet vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Lời giải

Trả lời: 9,76

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P_1): y = ax^2 + bx + c$ với $a > 0$ đi qua các điểm $A(-4;8)$, $O(0;0)$, $B(4;8)$ nên ta có

$$\begin{cases} 16a - 4b + c = 8 \\ 16a + 4b + c = 8 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = c = 0 \end{cases}.$$

Suy ra $(P_1): y = \frac{1}{2}x^2$.

Gọi $(P_2): y = mx^2 + nx + p$ với $m > 0$ đi qua các điểm $D(-4;6)$, $E(-2;3)$, $F(4;5)$ nên ta có

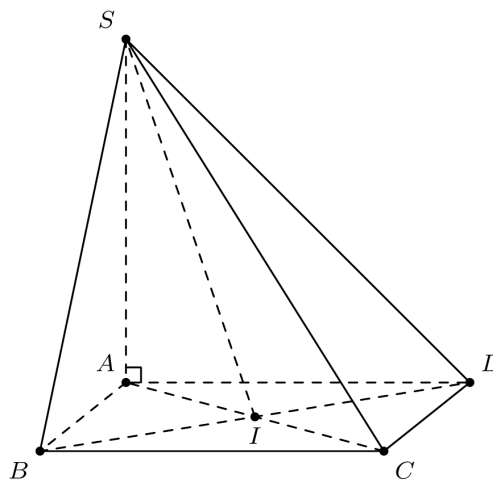
$$\begin{cases} 16a - 4b + c = 6 \\ 16a + 4b + c = 5 \\ 4a - 2b + c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{11}{48} \\ b = -\frac{1}{8} \\ c = \frac{11}{6} \end{cases}.$$

Suy ra $(P_1): y = \frac{11}{48}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{11}{6}$.

Diện tích của hình phẳng trong lưới ô vuông được giới hạn bởi hai đường parabol

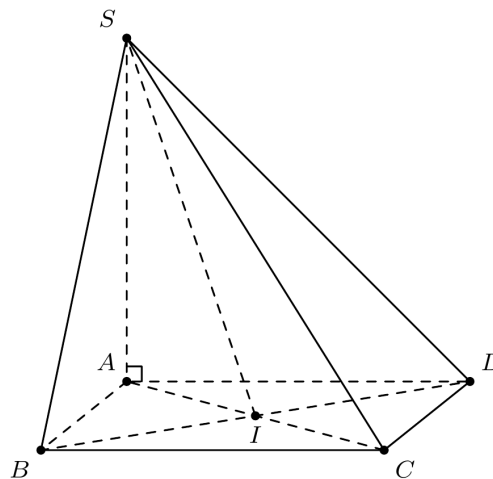
$$S = \int_{-4}^4 \left| \frac{1}{2}x^2 - \left(\frac{11}{48}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{11}{6} \right) \right| dx \approx 9,76 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Biết rằng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ có số đo bằng bao nhiêu độ?



Lời giải

Trả lời: 120



Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AI, BD \perp SI.$$

$$\text{Suy ra } [S, BD, C] = \widehat{SIC} = 180^\circ - \widehat{SIA}.$$

$$\text{Trong } \triangle SAI \text{ vuông tại } I \text{ ta có } SA = \sqrt{6}, AI = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó } \tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIA} = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } [S, BD, C] = \widehat{SIC} = 180^\circ - \widehat{SIA} = 120^\circ.$$