

BÀI TẬP TÍNH ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LŨY THỪA – MŨ – LOGARIT.

Câu 1. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x + \log x$

A. $y' = \log_3 x + \ln 3.$

B. $y' = \frac{1 - \ln x}{\ln 3}.$

C. $y' = 3^x \ln 3 + \frac{1}{x \ln 10}.$

D. $y' = \log_3 x + \frac{1}{x \ln 3}.$

Lời giải.

Chọn C.

Ta có: $y' = 3^x \ln 3 + \frac{1}{x \ln 10}.$

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ bằng

A. $\frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2}.$

B. $e^x + e^{-x}.$

C. $\frac{e^x}{(e^x - e^{-x})^2}.$

D. $\frac{-5}{(e^x - e^{-x})^2}.$

Lời giải.

Chọn A.

$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \right)' = \frac{(e^x - e^{-x})(e^x - e^{-x}) - (e^x + e^{-x})(e^x + e^{-x})}{(e^x - e^{-x})^2} \\ &= \frac{e^{2x} - 1 - 1 + e^{-2x} - e^{2x} - 1 - 1 - e^{-2x}}{(e^x - e^{-x})^2} = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2}. \end{aligned}$$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \ln(4x - x^2)$ chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $f'(5) = \frac{1}{2}.$

B. $f'(2) = 1.$

C. $f'(2) = 0.$

D. $f'(-1) = \frac{6}{5}.$

Lời giải.

Chọn C.

$$f(x) = \ln(4x - x^2) \Rightarrow f'(x) = \frac{4 - 2x}{4x - x^2} \Rightarrow f'(2) = \frac{4 - 2 \cdot 2}{4 \cdot 2 - 2^2} = 0.$$

Câu 4. Cho $a > 0, a \neq 1$, tính đạo hàm y' của hàm số $y = \log_a x$ ($x > 0$)

A. $y' = \frac{1}{x \ln a}.$

B. $y' = \frac{1}{x}.$

C. $y' = \frac{\ln a}{x}.$

D. $y' = \frac{a}{x}.$

Lời giải.

Chọn A.

Ta có $y' = \frac{1}{x \ln a}.$

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 \cdot e^{\sqrt[3]{x}}$.

A. $y' = \frac{1}{3} x e^{\sqrt[3]{x}} \left(6 + \sqrt[3]{x} \right).$

B. $y' = \frac{2}{3} x e^{\sqrt[3]{x}} \left(6 + \sqrt[3]{x} \right).$

C. $y' = \frac{1}{3} x^2 e^{\sqrt[3]{x}} \left(6 + \sqrt[3]{x^2} \right).$

D. $y' = \frac{2}{3} x^2 e^{\sqrt[3]{x}} \left(6 + \sqrt[3]{x} \right).$

Lời giải.

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= \left(x^2 \right)' e^{\sqrt[3]{x}} + x^2 \left(e^{\sqrt[3]{x}} \right)' = 2x e^{\sqrt[3]{x}} + x^2 \left(\sqrt[3]{x} \right)' e^{\sqrt[3]{x}} = 2x e^{\sqrt[3]{x}} + x^2 \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} e^{\sqrt[3]{x}}. \\ &= 2x e^{\sqrt[3]{x}} + x \frac{\sqrt[3]{x}}{3} e^{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{3} x e^{\sqrt[3]{x}} \left(6 + \sqrt[3]{x} \right). \end{aligned}$$

Câu 6. Trong các hàm số $f(x) = \ln \frac{1}{\sin x}$, $g(x) = \ln \frac{1 + \sin x}{\cos x}$, $h(x) = \ln \frac{1}{\cos x}$, hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\frac{1}{\cos x}$?

A. $g(x)$ và $h(x)$.

B. $g(x)$.

C. $f(x)$.

D. $h(x)$.

Lời giải.

Chọn B.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{\sin x} \right)'}{\frac{1}{\sin x}} = \frac{\frac{-\cos x}{\sin^2 x}}{\frac{1}{\sin x}} = -\frac{\cos x}{\sin x}.$$

$$g'(x) = \frac{\left(\frac{1 + \sin x}{\cos x} \right)'}{\frac{1 + \sin x}{\cos x}} = \frac{\frac{1 + \sin x}{\cos^2 x}}{\frac{1 + \sin x}{\cos x}} = \frac{1}{\cos x}.$$

$$h'(x) = \frac{\left(\frac{1}{\cos x} \right)'}{\frac{1}{\cos x}} = \frac{\frac{\sin x}{\cos^2 x}}{\frac{1}{\cos x}} = \frac{\sin x}{\cos x}.$$

Câu 7. Cho hàm số $y = 5^{-x^2 + 6x - 8}$. Gọi m là giá trị thực để $y'(2) = 6m \ln 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m < \frac{1}{3}$.

B. $0 < m < \frac{1}{2}$.

C. $m \geq \frac{1}{2}$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải.

Chọn B.

$$\text{Ta có } y' = 5^{-x^2 + 6x - 8} (-2x + 6) \cdot \ln 5 \Rightarrow y'(2) = 2 \ln 5 \Rightarrow 6m \ln 5 = 2 \ln 5 \Rightarrow m = \frac{1}{3}.$$

Câu 8. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 1)$

A. $y' = \frac{-(2x+1)}{x^2+x+1}$. B. $y' = \frac{-1}{x^2+x+1}$. C. $y' = \frac{1}{x^2+x+1}$. D. $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$.

Lời giải.

Chọn.D.

Ta có $y' = \left(\ln(x^2+x+1) \right)' = \frac{(x^2+x+1)'}{x^2+x+1} = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$.

Câu 9. Cho $f(x) = x^\pi \cdot \pi^x$. Khi đó giá trị $f'(1)$ bằng

A. $\pi(1 + \ln 2)$. B. $\pi(\pi + \ln \pi)$. C. $\pi \ln \pi$. D. $\pi^2 \ln \pi$.

Lời giải.

Chọn.B.

$f'(x) = \pi x^{\pi-1} \cdot \pi^x + x^\pi \cdot \pi^x \cdot \ln \pi = x^{\pi-1} \cdot \pi^x (\pi + x \ln \pi) \Rightarrow f'(1) = \pi(\pi + \ln \pi)$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 10^x$ là

A. $\frac{10^x}{\ln 10}$. B. $10^x \cdot \ln 10$. C. $x \cdot 10^{x-1}$. D. 10^x .

Lời giải.

Chọn.B.

Ta có: $y' = 10^x \ln 10$.

Câu 11. Hàm số $y = (3 - x^2)^{\frac{4}{3}}$ có đạo hàm trên khoảng $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ là

A. $y = -\frac{4}{3}(3 - x^2)^{\frac{-7}{3}}$. B. $y = \frac{8}{3}x(3 - x^2)^{\frac{-7}{3}}$.
C. $y = -\frac{8}{3}x(3 - x^2)^{\frac{-7}{3}}$. D. $y = -\frac{4}{3}x^2(3 - x^2)^{\frac{-7}{3}}$.

Lời giải.

Chọn.B.

Ta có $y = (3 - x^2)^{\frac{4}{3}} \Rightarrow y' = \frac{8}{3}x(3 - x^2)^{\frac{-7}{3}}$.

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{2017}(x^2 + 1)$

A. $y' = \frac{2x}{2017}$. B. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2017}$.
C. $y' = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 2017}$. D. $y' = \frac{1}{(x^2 + 1)}$.

Lời giải.

Chọn.B.

$y = \log_{2017}(x^2 + 1) \Rightarrow y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2017}$.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2}$

A. $y' = 2x.e^x$. B. $y' = 2x.e^{x^2-1}$. C. $y' = 2x.e^{x^2}$. D. $y' = x^2.e^{x^2-1}$.

Lời giải.

Chọn.C.

$$y' = (x^2)' \cdot e^{x^2} = 2x.e^{x^2}.$$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = x^2.e^x$. Tìm tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$

A. $S = \{-2; 0\}$. B. $S = \{-2\}$. C. $S = \emptyset$. D. $S = \{0\}$.

Lời giải.

Chọn.A.

Ta có $f'(x) = (2x + x^2)e^x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x + x^2)e^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = \log_{\pi}(3^x - 3)$ là

A. $y' = \frac{3^x}{3^x - 3}$. B. $y' = \frac{3^x \ln 3}{(3^x - 3) \ln \pi}$. C. $y' = \frac{3^x}{(3^x - 3) \ln \pi}$. D. $y' = \frac{3^x \ln 3}{3^x - 3}$.

Lời giải.

Chọn.B.

Ta có: $y' = \frac{(3^x - 3)'}{(3^x - 3) \ln \pi} = \frac{3^x \ln 3}{(3^x - 3) \ln \pi}$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}}$ là

A. $y' = \sqrt[3]{x}$. B. $y' = \frac{7}{6}\sqrt[6]{x}$. C. $y' = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$. D. $y' = \frac{6}{7\sqrt[7]{x}}$.

Lời giải.

Chọn.B.

Ta có: $y' = \left(\sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}} \right)' = \left(x^{\frac{7}{6}} \right)' = \frac{7}{6} x^{\frac{1}{6}} = \frac{7}{6} \sqrt[6]{x}$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(1 + \sqrt{x})$ là

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) \ln 2}$. B. $y' = \frac{\ln 2}{2\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})}$.
C. $y' = \frac{1}{(1 + \sqrt{x}) \ln 2}$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) \ln 4}$.

Lời giải.

Chọn.D.

Ta có: $y' = (1 + \sqrt{x})' \cdot \frac{1}{(1 + \sqrt{x}) \cdot \ln 2} = \frac{1}{2\sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) \cdot \ln 2} = \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) \cdot \ln 4}.$

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 3)^{\frac{1}{3}}$ là:

A. $y' = \frac{1}{3}(x^2 + 3)^{-\frac{2}{3}}..$

B. $y' = \frac{2}{3}x(x^2 + 3)^{-\frac{2}{3}}..$

C. $y' = 2x(x^2 + 3)^{\frac{1}{3}} \ln(x^2 + 3)..$

D. $y' = (x^2 + 3)^{\frac{1}{3}} \ln(x^2 + 3)..$

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: $y' = \frac{1}{3}(x^2 + 3)^{\frac{1}{3}-1} (x^2 + 3)' = \frac{2}{3}x(x^2 + 3)^{-\frac{2}{3}}.$

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos x}} - x$ là

A. $f'(x) = \frac{\sqrt[3]{\cos^4 x} - \frac{1}{3} \sin x \sqrt[3]{\cos^{-2} x}}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} - 1.$

B. $f'(x) = \frac{\sqrt[3]{\cos^4 x} + \frac{1}{3} \sin^2 x \sqrt[3]{\cos^{-2} x}}{\sqrt[6]{\cos x}} - 1.$

C. $f'(x) = \frac{\sqrt[3]{\cos^4 x} + \frac{1}{3} \sin^2 x \sqrt[3]{\cos x}}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} - 1.$

D. $f'(x) = \frac{(\sqrt[3]{\cos^2 x} - 1)^2 (2\sqrt[3]{\cos^2 x} + 1)}{3 \cos x \sqrt[3]{\cos x}}.$

Lời giải.

Chọn C.

$$f'(x) = \frac{(\sin x)' \sqrt[3]{\cos x} - (\sqrt[3]{\cos x})' \cdot \sin x}{(\sqrt[3]{\cos x})^2} - 1 = \frac{\cos x \cdot \sqrt[3]{\cos x} + \frac{1}{3} \sin^2 x \sqrt[3]{\cos^{-2} x}}{(\sqrt[3]{\cos x})^2} - 1.$$

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x.$

A. $y' = 2^x \cdot \ln 2..$

B. $y' = 2^x..$

C. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}..$

D. $y' = x \cdot 2^{x-1}..$

Lời giải.

Chọn A.

$$y = 2^x \Rightarrow y' = 2^x \cdot \ln 2..$$

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y = 5^{\log_2 x}$

A. $y' = \frac{5^{\log_2 x} \cdot \ln 5}{x \ln 2}..$

B. $y' = \frac{5 \ln 5 \cdot \log_2 x}{x \ln 2}..$

C. $y' = 5^{\log_2 x-1} \cdot \log_2 x..$

D. $y' = 5^{\log_2 x} \ln 5..$

Lời giải.

Chọn A.

$$(5^{\log_2 x})' = 5^{\log_2 x} \cdot \ln 5 \cdot (\log_2 x)' = 5^{\log_2 x} \cdot \ln 5 \cdot \frac{1}{x \cdot \ln 2} = \frac{\ln 5 \cdot 5^{\log_2 x}}{x \cdot \ln 2}.$$

Câu 22. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log_7 x$

A. $y' = \frac{1}{x \log 7} \dots$ B. $y' = \frac{1}{x} \dots$ C. $y' = \frac{1}{x \ln 7} \dots$ D. $y' = \frac{\ln 7}{x} \dots$

Lời giải.

Chọn.C.

Ta có: $y' = (\log_7 x)' = \frac{1}{x \cdot \ln 7}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \log_2(2^x + 1)$. Khi đó $y'(1)$ bằng

A. $\frac{2}{3 \ln 2} \dots$ B. $\frac{2}{3} \dots$ C. $\frac{2 \ln 2}{3} \dots$ D. $\frac{1}{3 \ln 2} \dots$

Lời giải.

Chọn.B.

Ta có $y' = [\log_2(2^x + 1)]' = \frac{1}{(2^x + 1) \cdot \ln 2} \cdot (2^x + 1)' = \frac{2^x \cdot \ln 2}{(2^x + 1) \cdot \ln 2} = \frac{2^x}{2^x + 1}$.

Do đó $y'(1) = \frac{2}{3}$.

Câu 24. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{\frac{5}{2}}(-x^2 + 2x + 1)$

A. $y' = \frac{\ln 5}{(1 + 2x - x^2) \ln 2} \dots$ B. $y' = \frac{2(x + 1) \ln 5}{(1 + 2x - x^2) \ln 2} \dots$
C. $y' = \frac{1}{2(1 - x)(1 + 2x - x^2)(\ln 2 - \ln 5)} \dots$ D. $y' = \frac{2(1 - x)}{(1 + 2x - x^2)(\ln 2 - \ln 5)} \dots$

Lời giải.

Chọn.D.

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a} \Rightarrow y' = \frac{(-x^2 + 2x + 1)'}{(1 + 2x - x^2) \ln \frac{2}{5}} = \frac{2(1 - x)}{(1 + 2x - x^2)(\ln 2 - \ln 5)}$.

Câu 25. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 2^x$.

A. $y' = 2x 2^x \ln 2 \dots$ B. $y' = 2^x \left(2x + \frac{x^2}{\ln 2} \right) \dots$
C. $y' = 2^x (2x + x^2 \ln 2) \dots$ D. $y' = 2^x (2x - x^2 \ln 2) \dots$

Lời giải.

Chọn.C.

Ta có.

$y = x^2 2^x \Rightarrow y' = (x^2 2^x)' = (x^2)' \cdot 2^x + (2^x)' \cdot x^2 = 2x \cdot 2^x + 2^x \cdot \ln 2 \cdot x^2 = 2^x (2x + x^2 \ln 2)$.

Câu 26. Đạo hàm hàm số $y = 2^x \cdot 3^x$ bằng:

A. $6^x \ln 6$.

B. 6^x .

C. $2^x + 3^x$.

D. $2^{x+1} + 3^{x+1}$.

Lời giải.

$$y = 2^x \cdot 3^x = 6^x \Rightarrow y' = 6^x \ln 6.$$

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{81^x}$ là

A. $y' = \frac{1 - 4(x+1) \ln 3}{3^{4x}}$.

B. $y' = \frac{4 \ln 3 - x - 1}{4 \ln 3 \cdot 3^{4x}}$.

C. $y' = \frac{1 - 4(x+1) \ln 3}{3^{x^4}}$.

D. $y' = \frac{4 \ln 3 - x - 1}{4 \ln 3 \cdot 3^{x^4}}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có:

$$y = \frac{x+1}{81^x} \Rightarrow y' = \frac{(x+1)' \cdot 81^x - (81^x)'(x+1)}{81^{2x}} = \frac{81^x - (x+1)81^x \ln 81}{81^{2x}} = \frac{1 - 4(x+1) \ln 3}{3^{4x}}.$$

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \ln(e^{-x} + xe^{-x})$. Tính $f'(2)$.

A. $f'(2) = \frac{1}{3}$.

B. $f'(2) = \frac{2}{3}$.

C. $f'(2) = \frac{-1}{3}$.

D. $f'(2) = \frac{-2}{3}$.

Lời giải.

Chọn D.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(e^{-x} + xe^{-x})'}{e^{-x} + xe^{-x}} = \frac{-xe^{-x}}{e^{-x} + xe^{-x}} \text{ nên } f'(2) = \frac{-2e^{-2}}{e^{-2} + 2e^{-2}} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 29. Hàm số $y = \ln(x^2 + 1) + \tan 3x$ có đạo hàm là:

A. $\frac{2x}{x^2 + 1} + 3 \tan^2 3x + 3$.

B. $\frac{2x}{x^2 + 1} + \tan^2 3x$.

C. $2x \ln(x^2 + 1) + \tan^2 3x$.

D. $2x \ln(x^2 + 1) + 3 \tan^2 3x$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} + \frac{(3x)'}{\cos^2(3x)} = \frac{2x}{x^2 + 1} + 3(1 + \tan^2(3x)) = \frac{2x}{x^2 + 1} + 3 \tan^2(3x) + 3.$$

Câu 30. Giải phương trình $y'' = 0$ biết $y = e^{x-x^2}$

A. $x = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}, x = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$.

B. $x = \frac{1 - \sqrt{3}}{3}, x = \frac{1 + \sqrt{3}}{3}$.

C. $x = \frac{-1 - \sqrt{2}}{2}, x = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$.

D. $x = \frac{1 + \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $y' = (x - x^2)' \cdot e^{x-x^2} = (1 - 2x) \cdot e^{x-x^2}$, $y'' = (4x^2 - 4x - 1)e^{x-x^2}$.

$$y'' = 0 \Leftrightarrow (4x^2 - 4x - 1)e^{x-x^2} = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \end{cases}.$$

Câu 31. Cho hàm số $y = e^{3x} \cdot \sin 5x$. Tính m để $6y' - y'' + my = 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$:

- A. $m = -30$. B. $m = -34$. C. $m = 30$. D. $m = 34$.

Lời giải.

Chọn B.

$$y' = (e^{3x})' \cdot \sin 5x + e^{3x} \cdot (\sin 5x)' = 3e^{3x} \cdot \sin 5x + 5e^{3x} \cdot \cos 5x = e^{3x} (3 \sin 5x + 5 \cos 5x).$$

$$y'' = (e^{3x})' \cdot (3 \sin 5x + 5 \cos 5x) + e^{3x} (3 \sin 5x + 5 \cos 5x)'$$

$$= 9e^{3x} \cdot \sin 5x + 15e^{3x} \cos 5x + 15e^{3x} \cos 5x - 25e^{3x} \cdot \sin 5x = 30e^{3x} \cos 5x - 16e^{3x} \sin 5x.$$

Theo đề: $6y' - y'' + my = 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow 18e^{3x} \sin 5x + 30e^{3x} \cos 5x - 30e^{3x} \cos 5x + 16e^{3x} \sin 5x + me^{3x} \cdot \sin 5x = 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow 34e^{3x} \cdot \sin 5x + me^{3x} \cdot \sin 5x = 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow m = -34.$$

Câu 32. Tính đạo hàm của hàm số $y = 5^{2x} - \log_2(3x)$.

A. $y' = 2 \cdot 5^{2x} \cdot \ln 5 - \frac{1}{x \ln 2}$.

B. $y' = \frac{2 \cdot 5^{2x}}{\ln 5} - \frac{\ln 2}{x}$.

C. $y' = 2 \cdot 5^{2x} \cdot \ln 5 - \frac{1}{3x \ln 2}$.

D. $y' = \frac{2 \cdot 5^{2x}}{\ln 5} - \frac{\ln 2}{3x}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y' = 2 \cdot 5^{2x} \cdot \ln 5 - \frac{1}{x \ln 2}.$$

CT: $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$ và $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$.

Câu 33. Đạo hàm của hàm số $y = (2x + 1) \ln(1 - x)$ là

A. $y' = 2 \ln(1 - x) + \frac{2x + 1}{1 - x}$.

B. $y' = 2 \ln(1 - x) - \frac{1}{1 - x}$.

C. $y' = 2 \ln(1 - x) - \frac{2x + 1}{1 - x}$.

D. $y' = 2 \ln(1 - x)$.

Lời giải.

Chọn C.

$$y' = 2 \ln(1 - x) - \frac{2x + 1}{1 - x}.$$

Câu 34. Đạo hàm của hàm số $y = \log_8(x^2 - 3x - 4)$ là:

- A. $\frac{2x-3}{(x^2-3x-4)\ln 8}$. B. $\frac{2x-3}{(x^2-3x-4)\ln 2}$. C. $\frac{2x-3}{(x^2-3x-4)}$. D. $\frac{1}{(x^2-3x-4)\ln 8}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y' = \frac{(x^2 - 3x - 4)'}{(x^2 - 3x - 4)\ln 8} = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x - 4)\ln 8}.$$

Câu 35. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{\frac{2}{3}}|x|$

- A. $y' = \frac{\ln 3}{x \ln 2}$. B. $y' = \frac{\ln 3}{|x| \ln 2}$.
C. $y' = \frac{1}{|x|(\ln 2 - \ln 3)}$. D. $y' = \frac{1}{x(\ln 2 - \ln 3)}$.

Lời giải.

Chọn. D.

$$y' = \log_{\frac{2}{3}}|x| = \frac{1}{x \ln \frac{2}{3}} = \frac{1}{x(\ln 2 - \ln 3)}.$$

Câu 36. Cho hàm số $y = \ln \frac{7}{x+7}$. Hệ thức nào sau đây là hệ thức đúng?

- A. $xy' + 7 = -e^y$. B. $xy' - 1 = e^y$. C. $xy' + 1 = e^y$. D. $xy' - 7 = e^y$.

Lời giải.

Chọn. C.

$$y = \ln \frac{7}{x+7} \Rightarrow y' = \frac{-\frac{7}{(x+7)^2}}{\frac{7}{x+7}} = -\frac{1}{x+7} \Rightarrow xy' = -\frac{x}{x+7} = -1 + \frac{7}{x+7}.$$

$$e^y = e^{\ln \frac{7}{x+7}} = \frac{7}{x+7}.$$

$$\Rightarrow xy' + 1 = e^y.$$

Câu 37. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$

- A. $y' = \frac{2x}{(x^2+2)\ln 5}$. B. $y' = \frac{1}{(x^2+2)\ln 5}$. C. $y' = \frac{2x}{(x^2+2)}$. D. $y' = \frac{2x \ln 5}{(x^2+2)}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y = \log_5(x^2 + 2) \Rightarrow y' = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5}.$$

Câu 38. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{1+x}$

A. $y' = (1+x) \cdot 3^x$. B. $y' = 3 \cdot 3^x \cdot \ln 3$. C. $y' = \frac{3}{\ln 3} \cdot 3^x$. D. $y' = \frac{3^{1+x} \cdot \ln 3}{1+x}$.

Lời giải.

Chọn B.

$$y = 3^{1+x} = 3 \cdot 3^x \Rightarrow y' = 3 \cdot 3^x \cdot \ln 3.$$

Câu 39. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x-1}{x+2}$

A. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)^2}$. B. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$.
C. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)}$. D. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)^2}$.

Lời giải.

Mũ e hai vế ta có: $e^y = \frac{x-1}{x+2}$.

Đạo hàm hai vế ta có: $e^y \cdot y' = \frac{3}{(x+2)^2} \Leftrightarrow y' = \frac{3}{(x+2)^2 \cdot e^y} = \frac{3}{(x+2)(x-1)}$.

Đáp án B.

Câu 40. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x \cdot e^x$

A. $x \cdot (3e)^{x-1}$. B. $3^x \cdot e^x \ln(3+e)$. C. $3^x \cdot e^x (\ln 3 + \ln 1)$. D. $3^x \cdot e^x (\ln 3 + 1)$.

Giải.

Đáp án. D.

Xét: $y = 3^x \cdot e^x$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3^x \cdot e^x \ln 3 + 3^x \cdot e^x = 3^x \cdot e^x (\ln 3 + 1).$$

Câu 41. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3^x + 1)$.

A. $y' = \frac{3^x}{3^x + 1}$. B. $y' = \frac{3^x \ln 3}{3^x + 1}$. C. $y' = \frac{\ln 3}{3^x + 1}$. D. $y' = \frac{1}{(3^x + 1) \ln 3}$.

Giải.

Đáp án. B.

Xét: $y = \log_3(3^x + 1)$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = \frac{(3^x + 1)'}{3^x + 1} = \frac{3^x \ln 3}{3^x + 1}.$$

Câu 42. Cho hàm số $y = e^{2x}$. Khi đó

- A. $y' = 2xe^{2x}$. B. $y' = \frac{1}{2}e^{2x+1}$. C. $y' = 2xe^{2x-1}$. D. $y' = 2e^{2x}$.

Lời giải.

Chọn. D.

Áp dụng công thức đạo hàm $(e^u)' = u'e^u$, ta có $y' = (2x)'e^{2x} = 2e^{2x}$.

Câu 43. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)e^x$

- A. $y' = e^x(x+1)^2$. B. $y' = e^x(x^2 + 2x)$. C. $y' = e^x(x^2 - 1)$. D. $y' = e^x(x-1)^2$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có $y' = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (x+1)^2 e^x$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = (x+1)e^x$. Tính $f'(0)$

- A. $2e$. B. 0 . C. 1 . D. 2 .

Lời giải.

Chọn. D.

Ta có $f'(x) = e^x + (x+1)e^x = (x+2)e^x$. Do đó $f'(0) = 2$.

Câu 45. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{\sqrt{1-x}}$

- A. $y' = \frac{2^{\sqrt{1-x}}}{2\sqrt{1-x}}$. B. $y' = \frac{-\ln 2}{2\sqrt{1-x}} 2^{\sqrt{1-x}}$. C. $y' = \frac{\ln 2}{2\sqrt{1-x}} 2^{\sqrt{1-x}}$. D. $y' = \frac{-2^{\sqrt{1-x}}}{2\sqrt{1-x}}$.

Lời giải.

Chọn. B.

Ta có $y' = \left(\sqrt{1-x}\right)' 2^{\sqrt{1-x}} \ln 2 = \frac{-2^{\sqrt{1-x}} \ln 2}{2\sqrt{1-x}}$.

Câu 46. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$.

- A. $y' = \pi^x \ln \pi$. B. $y' = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$. C. $y' = x\pi^{x-1}$. D. $y' = x\pi^{x-1} \ln \pi$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có $y' = \left(\pi^x\right)' = \pi^x \cdot \ln \pi$.

Câu 47. Tìm đạo hàm của hàm số $y = e^{-x} \ln 3x$

- A. $y' = -e^{-x} \left(\ln 3x + \frac{1}{3x} \right)$. B. $y' = -e^{-x} \left(\frac{1}{3x} - \ln 3x \right)$.

C. $y' = e^{-x} \left(\frac{1}{x} - \ln 3x \right)$. D. $y' = -e^{-x} \left(\ln 3x + \frac{1}{x} \right)$.

Lời giải.

Chọn. C.

Ta có $y' = \left(e^{-x} \ln 3x \right)' = \left(e^{-x} \right)' \ln 3x + e^{-x} (\ln 3x)' = -e^{-x} \ln 3x + e^{-x} \cdot \frac{3}{3x} = e^{-x} \left(\frac{1}{x} - \ln 3x \right)$.

Câu 48. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{\log 2x}{x^2}$.

A. $y' = \frac{1 - 2 \ln 2x}{x^3 \ln 10}$. B. $y' = \frac{1 - 4 \ln 2x}{2x^3 \ln 10}$. C. $y' = \frac{1 - 2 \log 2x}{x^3}$. D. $y' = \frac{1}{2x^2 \ln 10}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta

có:

$$y' = \left(\frac{\log 2x}{x^2} \right)' = \frac{(\log 2x)' \cdot x^2 - \log 2x \cdot (x^2)'}{x^4} = \frac{\frac{2}{2x \cdot \ln 10} \cdot x^2 - 2x \cdot \log 2x}{x^4} = \frac{1 - 2 \ln 10 \cdot \log 2x}{x^3 \cdot \ln 10} = \frac{1 - 2 \ln 2x}{x^3 \cdot \ln 10}$$

Câu 49. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\log_2(x)}{x+1}$ là

A. $y = \frac{x(1 - \ln x) + 1}{x(x+1)^2}$. B. $y = \frac{(x+1) \ln 2 + x \log_2 x}{x(x+1)^2}$.
C. $y = \frac{(x+1) \ln 2 - x \log_2 x}{x(x+1)^2}$. D. $y = \frac{x(1 - \ln x) + 1}{x(x+1)^2 \ln 2}$.

Lời giải.

Chọn. D.

Ta có

$$y' = \left(\frac{\log_2 x}{x+1} \right)' = \frac{(\log_2 x)' (x+1) - (x+1)' (\log_2 x)}{(x+1)^2} = \frac{\frac{x+1}{x \ln 2} - \log_2 x}{(x+1)^2} = \frac{x(1 - \ln x) + 1}{x(x+1)^2 \ln 2}$$

Câu 50. Cho hàm số $\frac{3}{4}$, tính $f'(1)$.

A. $f'(1) = \frac{1}{2}$. B. $f'(1) = \frac{1}{2} \ln 2$. C. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$. D. $f'(1) = 2 \log_2 2$.

Lời giải.

Chọn. C.

$$f(x) = \log_2(x^2 + 1) \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{\ln 2}.$$

Câu 51. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(2x + 1)$.

- A. $y' = \frac{1}{2x + 1}$. B. $y' = \frac{2}{2x + 1}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = 2$.

Lời giải.

Chọn. B.

$$y = \ln(2x + 1) \Rightarrow y' = \frac{2}{2x + 1}.$$

Câu 52. Tìm đạo hàm của hàm số $y = x^2 \ln \sqrt{x^2 + 1}$

- A. $y' = x \ln(x^2 + 1) + \frac{x^3}{x^2 + 1}$. B. $y' = 2x \ln \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2 + 1}{x^3}$.
C. $y' = x \ln(x^2 + 1) + \frac{x^3 + 1}{x^2}$. D. $y' = 2x \ln \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2}{x^3 + 1}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\begin{aligned} y = x^2 \ln \sqrt{x^2 + 1} &\Rightarrow y' = 2x \ln \sqrt{x^2 + 1} + x^2 \frac{(\sqrt{x^2 + 1})'}{\sqrt{x^2 + 1}} = 2x \ln \sqrt{x^2 + 1} + x^2 \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \\ &\Rightarrow y' = 2x \ln \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^3}{x^2 + 1} = x \ln(x^2 + 1) + \frac{x^3}{x^2 + 1}. \end{aligned}$$

Câu 53. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{1 + x}$. Tìm hệ thức liên hệ giữa y và y'

- A. $y' + e^y = 0$. B. $y' - e^y = 0$. C. $\frac{1}{y'} - e^y = 0$. D. $\ln y' - y = 0$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y = \ln \frac{1}{1 + x} \Rightarrow y' = \frac{\left(\frac{1}{1 + x}\right)'}{\frac{1}{1 + x}} = \frac{-1}{1 + x} \Rightarrow y' + e^y = 0.$$

Câu 54. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 1)^{\frac{2}{3}}$.

- A. $\frac{4}{3}x(x^2 + 1)^{\frac{1}{3}}$. B. $\frac{2}{3}(x^2 + 1)^{\frac{1}{3}}$. C. $\frac{2}{3}x(x^2 + 1)^{\frac{1}{3}}$. D. $\frac{4}{3}x(x^2 + 1)^{-\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$f(x) = (x^2 + 1)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{-\frac{1}{3}} \cdot (2x) = \frac{4}{3}x(x^2 + 1)^{-\frac{1}{3}}.$$

Câu 55. Cho hàm số $y = x.e^{x-x^2}$. Nghiệm phương trình $y' = 0$ là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ C. $x = \frac{3}{2}$ D. $\begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

Lời giải.

Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = e^{x^2-3x} + x \cdot (2x-3) \cdot e^{x^2-3x} = e^{x^2-3x} \cdot (2x^2 - 3x + 1) \dots$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \dots$$

Câu 56. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $xy' + 1 = e^y$. B. $xe^y + y' = 0$. C. $xy' + e^y = 1$. D. $xe^y + y' = 1$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\text{Ta có } y = \ln \frac{1}{x+1} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x+1} \dots$$

$$x \cdot y' + 1 = -\frac{x}{x+1} + 1 = \frac{1}{x+1} = e^{\ln \frac{1}{x+1}} = e^y \dots$$

Câu 57. Tính đạo hàm của hàm số $y = 7^{x^2+x-2}$

A. $y' = 7^{x^2+x-2} \cdot (x+1) \ln 7$. B. $y' = 7^{x^2+x-2} (2x+1) \ln 7$.
C. $y' = 7^{x^2+x-3} \cdot (x^2+x-2)$. D. $y' = \frac{7^{x^2+x-2} \cdot (2x+1)}{\ln 7}$.

Lời giải.

Chọn B.

$$y' = \left(7^{x^2+x-2} \right)' = (x^2+x-2)' \cdot 7^{x^2+x-2} \cdot \ln 7 = (2x+1) \cdot 7^{x^2+x-2} \cdot \ln 7.$$

Câu 58. Cho hàm số $f(x) = \log_3(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm S của phương trình $f''(x) = 0$ là

A. $S = \emptyset$. B. $S = \{1 \pm \sqrt{2}\}$. C. $S = \{0; 2\}$. D. $S = \{1\}$.

Lời giải.

Chọn A.

Điều kiện xác định $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \dots$

Ta có $f'(x) = \frac{2x-2}{(x^2-2x) \cdot \ln 3}$; $f''(x) = \frac{2(x^2-2x) \cdot \ln 3 - (2x-2) \cdot \ln 3 \cdot (2x-2)}{[(x^2-2x) \cdot \ln 3]^2} \dots$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x^2-2x) \cdot \ln 3 - (2x-2) \cdot \ln 3 \cdot (2x-2) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 4x^2 + 8x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

Có $\Delta' = 1 - 2 = -1 < 0$. Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 59. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}}$

A. $y' = (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}} \ln \sqrt{2}$.

B. $y' = \sqrt{2} (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}-1}$.

C. $y' = (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}} \ln(x^2 + x + 1)$.

D. $y' = \sqrt{2} (2x + 1) (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}-1}$.

Lời giải.

Chọn. D.

$$y' = \sqrt{2} (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}-1} (x^2 + x + 1)' = \sqrt{2} (2x + 1) (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}-1} \dots$$

Câu 60. Tìm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

A. $f'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.

B. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

C. $f'(x) = \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.

D. $f'(x) = \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{2(x + \sqrt{x^2 + 1})}$.

Lời giải.

Chọn. B.

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \Rightarrow f'(x) = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \dots$$

Câu 61. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{5} e^{4x}$

A. $y' = \frac{4}{5} e^{4x}$.

B. $y' = -\frac{4}{5} e^{4x}$.

C. $y' = \frac{4}{5} e^{4x-1}$.

D. $y' = \frac{1}{20} e^{4x}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y = \frac{1}{5} e^{4x} \Rightarrow y' = \frac{1}{5} (e^{4x})' = \frac{4x'}{5} e^{4x} = \frac{4}{5} e^{4x} \dots$$

Câu 62. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{2x-1} + \ln(1-x^2)$ là

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} - \frac{2x}{1-x^2}$.

B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x-1}} + \frac{2x}{1-x^2}$.

C. $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x-1}} - \frac{2x}{1-x^2}$.

D. $y' = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} + \frac{2x}{1-x^2}$.

Lời giải.

Chọn **A.**

$$y = \sqrt{2x-1} + \ln(1-x^2) \Rightarrow y' = \frac{(2x-1)'}{2\sqrt{2x-1}} + \frac{(1-x^2)'}{1-x^2} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} - \frac{2x}{1-x^2} \dots$$

Câu 63. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

A. $\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

C. $x + \sqrt{x^2 + 1}$.

D. $\frac{x}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.

Lời giải.

Chọn **B.**

$$y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \Rightarrow y' = \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})'}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \dots$$

Câu 64. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2 24x$ trên $(0; +\infty)$

A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.

B. $y' = \frac{12}{\ln 24x}$.

C. $y' = \frac{1}{14x \ln 2}$.

D. $y' = \frac{2}{x \ln 2}$.

Lời giải.

Chọn **A.**

$$y = \log_2 24x \Rightarrow y' = \frac{(24x)'}{24x \cdot \ln 2} = \frac{1}{x \ln 2} \dots$$

Câu 65. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

B. $y' = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.

C. $y' = \frac{1+2x}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.

D. $y' = \frac{1}{x^2 + 1}$.

Lời giải.

Chọn **A.**

$$y' = \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})'}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \dots$$

Câu 66. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(\tan x)$ ta được kết quả

A. $y' = \frac{1}{\tan x}$. B. $y' = \frac{2}{\sin 2x}$. C. $y' = \frac{1}{\sin 2x}$. D. $y' = \frac{\sin x}{\cos^3 x}$.

Lời giải.

Chọn. B.

$$y' = \frac{(\tan x)'}{\tan x} = \frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{2}{\sin 2x}.$$

Câu 67. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2017^x$

A. $y' = 2017^x \cdot \ln 2017$. B. $y' = 2017^x$. C. $y' = x \cdot 2017^{x-1}$. D. $y' = \frac{2017^x}{\ln 2017}$.

Lời giải.

Chọn A.

Câu 68. Tính đạo hàm của hàm số $y = (2e)^{2x}$

A. $y' = 2 \cdot 2^{2x} \cdot e^{2x} (1 + \ln 2)$. B. $y' = 2 \cdot 2^{2x} \cdot e^{2x}$.
C. $y' = 2 \cdot 2^{2x} \cdot e^{2x} \ln 2$. D. $y' = 2x \cdot (2e)^{2x-1}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có $y' = (2e)^{2x} \cdot \ln(2e) = 2 \cdot 2^{2x} \cdot e^{2x} (\ln 2 + \ln e) = 2 \cdot 2^{2x} \cdot e^{2x} (1 + \ln 2)$.

Câu 69. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2}{2017^x}$

A. $y' = \frac{2x + x^2 \ln 2017}{2017^x}$. B. $y' = \frac{2x - x^2 \ln 2017}{2017^x}$.
C. $y' = \frac{2 - x \ln 2017}{2017^x}$. D. $y' = \frac{2x - x^2 \ln 2017}{(2017^x)^2}$.

Lời giải.

Chọn. B.

$$y' = \left(\frac{x^2}{2017^x} \right)' = \frac{2x \cdot 2017^x - 2017^x \cdot x^2 \cdot \ln 2017}{(2017^x)^2} = \frac{2x - x^2 \cdot \ln 2017}{2017^x}.$$

Câu 70. Hàm số $y = e^x (\sin x - \cos x)$ có đạo hàm là:

A. $e^x \sin 2x$. B. $2e^x \sin x$. C. $2e^x \cdot \cos x$. D. $e^x (\sin x + \cos x)$.

Lời giải.

Ta có $y' = e^x (\sin x - \cos x) + e^x (\cos x + \sin x) = 2e^x \sin x$.

Câu 71. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 1)$ là hàm số nào sau đây?

A. $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$. B. $y' = \frac{1}{x^2+x+1}$. C. $y' = \frac{-(2x+1)}{x^2+x+1}$. D. $y' = \frac{-1}{x^2+x+1}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{x^2 + x + 1} = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}.$$

Câu 72. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x)^\alpha$ là:

A. $2\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}$. B. $\alpha(x^2 + x)^{\alpha+1}(2x + 1)$.
C. $\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}(2x + 1)$. D. $\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$y' = \alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}(x^2 + x)' = \alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}(2x + 1).$$

Câu 73. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[5]{x^3 + 8}$ là:

A. $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^6}}$. B. $y' = \frac{3x^3}{2\sqrt[5]{x^3 + 8}}$. C. $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{x^3 + 8}}$. D. $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^4}}$.

Lời giải.

Chọn D.

Áp dụng công thức $(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$, ($n \in \mathbb{Z}^+$) ta có $y' = \frac{(x^3 + 8)'}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^4}} = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^4}}$.

Câu 74. Hàm số $y = 2^x$ có đạo hàm là:

A. $y' = 2^x$. B. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. C. $y' = 2^x \ln 2$. D. $y' = x2^{x-1}$.

Lời giải.

Chọn C.

Câu 75. Cho hàm số: $y = \ln(2x^2 + e^2)$. Tìm đạo hàm cấp 1 của hàm số trên

A. $y' = \frac{4x}{(2x^2 + e^2)^2}$. B. $y' = \frac{4x + 2e}{(2x^2 + e^2)^2}$. C. $y' = \frac{4x}{(2x^2 + e^2)}$. D. $y' = \frac{x}{(2x^2 + e^2)^2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(2x^2 + e^2)'}{2x^2 + e^2} = \frac{4x}{2x^2 + e^2}$.

Câu 76. Tính đạo hàm của hàm số $y = 4^x$

A. $y' = x.4^{x-1}$. B. $y' = 4^x \ln 4$.

C. $y' = \frac{1}{2} 4^x \ln 2$. D. $y' = \frac{4^x}{\ln 4}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức có $y' = 4^x \ln 4$.

Câu 77. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+2} \ln^2 x$. Tính $f'(1)$.

A. $\sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. 1. D. 0.

Lời giải:

Chọn. D.

$$f(x) = \sqrt{x+2} \ln^2 x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} \ln^2 x + 2 \frac{\sqrt{x+2}}{x} \ln x \Rightarrow f'(1) = 0. \text{ Đáp án.}$$

D.

Câu 78. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$, ta được kết quả nào sau đây:

A. $\frac{3}{2}(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$. B. $\frac{3x}{2}(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$. C. $3x(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$. D. $3x(x^2 + 1)$.

Lời giải.

Chọn. C.

$$\text{Ta có } y' = \left((x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} \right)' = \frac{3}{2} (x^2 + 1)' (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}-1} = \frac{3}{2} \cdot 2x \cdot (x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} = 3x(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}.$$

Câu 79. Đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x+1}{x-2}$ là:

A. $\frac{x-2}{(x+1)\ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right)}$. B. $\frac{x-2}{x+1}$. C. $\frac{-3}{x^2 - x - 2}$. D. $\frac{x+1}{(x-2)^2}$.

Lời giải.

Chọn. C.

$$y' = \left(\ln \frac{x+1}{x-2} \right)' = \frac{\left(\frac{x+1}{x-2} \right)'}{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{\frac{-3}{(x-2)^2}}{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{-3}{x^2 - x - 2} \dots$$

Câu 80. Tính đạo hàm các hàm số $y = \frac{e^x + 2}{\sin x}$

A. $\frac{e^x (\sin x - \cos x) - \cos x}{\sin^2 x}$. B. $\frac{e^x (\sin x + \cos x) - 2 \cos x}{\sin^2 x}$.
C. $\frac{e^x (\sin x - \cos x) - 2 \cos x}{\sin^2 x}$. D. $\frac{e^x (\sin x - \cos x) + 2 \cos x}{\sin^2 x}$.

Lời giải:

Đáp án. C.

- Sử dụng đạo hàm của một thương ta có:.

$$y' = \frac{(e^x + 2)' \sin x - (\sin x)' (e^x + 2)}{\sin^2 x} = \frac{e^x \sin x - \cos x (e^x + 2)}{\sin^2 x} = \frac{e^x (\sin x - \cos x) - 2 \cos x}{\sin^2 x}$$

.

Câu 81. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x} + 3x + 1$. Tìm đạo hàm của hàm số

- A. $3 + \frac{\ln x}{x^2}$. B. $3 - \frac{\ln x}{x^2}$. C. $\frac{\ln x}{x}$. D. $3 - \frac{\ln x}{x}$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có : $y' = \left(\frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x} + 3x + 1 \right)' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1 - \ln x}{x^2} + 3 = 3 - \frac{\ln x}{x^2} \Rightarrow$ Đáp án. B.

Câu 82. Đạo hàm của hàm số $y = (x + 2) \ln^2(2x)$ là

- A. $\ln^2(2x) + \frac{2x}{x+2} \ln(2x)$. B. $\ln^2(2x) + \frac{2x+2}{x} \ln(2x)$.
C. $\ln^2(2x) + \frac{2x+4}{x} \ln(2x)$. D. $\ln^2(2x) + \frac{x}{x+2} \ln 2x$.

Lời giải.

Chọn A.

Sử dụng đạo hàm của một tích ta được:.

$$\begin{aligned} y' &= \left[(x+2) \ln^2(2x) \right]' = \ln^2(2x) + (x+2) 2 \ln(2x) (\ln 2x)' \\ &= \ln^2(2x) + (x+2) 2 \ln(2x) \frac{2}{2x} = \ln^2(2x) + \frac{2x+4}{x} \ln(2x). \end{aligned}$$

Đáp án A.

Câu 83. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x}{x+1}$

- A. $y' = \frac{x.e^x}{(x+1)^2}$. B. $y' = \frac{x.e^x}{x+1}$. C. $y' = \frac{x+e^x}{(x+1)^2}$. D. $y' = \frac{x-e^x}{(x+1)^2}$.

Lời giải:.

Chọn B.

- Sử dụng đạo hàm của một thương ta có:.

$$y' = \frac{e^x (x+1) - e^x}{(x+1)^2} = \frac{e^x x}{(x+1)^2} \rightarrow \text{Đáp án. B.}$$

Câu 84. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3.3^x$

- A. $y' = 3^{x+1}$. B. $y' = 3^{x-1}$. C. $y' = 3^{x+1} \ln 3$. D. $y' = 3^{x-1} \ln 3$.

Lời giải.

Chọn. C.

$$y' = (3 \cdot 3^x)' = 3 \cdot 3^x \cdot \ln 3 = 3^{x+1} \ln 3.$$

Câu 85. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x \cdot \ln(2 + \sin x)$

A. $y' = \frac{e^x \cdot \cos x}{2 + \sin x}$. B. $y' = e^x \left[\ln(2 + \sin x) + \frac{\cos x}{2 + \sin x} \right]$.
C. $y' = -\frac{e^x \cdot \cos x}{2 + \sin x}$. D. $y' = e^x \left[\ln(2 + \sin x) - \frac{\cos x}{2 + \sin x} \right]$.

Lời giải.

Chọn. B.

$$\begin{aligned} y' &= [e^x \cdot \ln(2 + \sin x)]' = (e^x)' \cdot \ln(2 + \sin x) + e^x \cdot [\ln(2 + \sin x)]' \\ &= e^x \cdot \ln(2 + \sin x) + e^x \cdot \frac{\cos x}{2 + \sin x} = e^x \left[\ln(2 + \sin x) + \frac{\cos x}{2 + \sin x} \right]. \end{aligned}$$

Câu 86. Tính đạo hàm của hàm số $y = 5^x$

A. $y' = 5^x \cdot \ln 5$. B. $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$. C. $y' = 5^x$. D. $y' = x \cdot 5^{x-1}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y' = (5^x)' = 5^x \cdot \ln 5.$$

Câu 87. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x-1}{x+2}$

A. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$. B. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)}$. C.
D. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)^2}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y' = \left(\ln \frac{x-1}{x+2} \right)' = \frac{\left(\frac{x-1}{x+2} \right)'}{\frac{x-1}{x+2}} = \frac{\frac{(x-1)'}{x+2} - \frac{x-1}{(x+2)^2}}{\frac{x-1}{x+2}} = \frac{\frac{1}{x+2} - \frac{x-1}{(x+2)^2}}{\frac{x-1}{x+2}} = \frac{3}{(x-1)(x+2)}.$$

Câu 88. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 1)$ là hàm số nào sau đây?

A. $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$. B. $y' = \frac{1}{x^2+x+1}$.
C. $y' = \frac{-(2x+1)}{x^2+x+1}$. D. $y' = \frac{-1}{x^2+x+1}$.

Lời giải.

Chọn **A.**

Sử dụng công thức $(\ln u)' = \frac{u'}{u} \Rightarrow y' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{x^2 + x + 1} = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$. Chọn **A.**

Câu 89. Đạo hàm của hàm số: $y = (x^2 + x)^\alpha$ là:

- A.** $2\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}$. **B.** $\alpha(x^2 + x)^{\alpha+1}(2x + 1)$.
C. $\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}(2x + 1)$. **D.** $\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}$.

Lời giải.

Chọn **C.**

Áp dụng công thức $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$ nên:

$$\left((x^2 + x)^\alpha\right)' = \alpha(x^2 + x)^{\alpha-1} \cdot (x^2 + x)' = \alpha(x^2 + x)^{\alpha-1} \cdot (2x + 1). \text{ Chọn B.}$$

Câu 90. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[5]{x^3 + 8}$ là:

- A.** $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^6}}$. **B.** $y' = \frac{3x^3}{2\sqrt[5]{x^3 + 8}}$.
C. $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{x^3 + 8}}$. **D.** $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^4}}$.

Lời giải.

Chọn **D.**

$$\text{Có } y = \sqrt[5]{x^3 + 8} \Leftrightarrow y^5 = x^3 + 8$$

$$\Rightarrow (y^5)' = (x^3 + 8)' \Leftrightarrow 5 \cdot y^4 \cdot y' = 3x^2 \Rightarrow y' = \frac{3x^2}{5 \cdot y^4} = \frac{3x^2}{5 \cdot (\sqrt[5]{x^3 + 8})^4}.$$

Câu 91. Đạo hàm của hàm số $y = x \cdot 5^x$ là

- A.** $(x \ln 5 + 1)5^x$. **B.** $x5^x \ln 5$. **C.** $5^x \ln 5$. **D.** $(x + 1)5^x$.

Lời giải.

Chọn **A.**

Áp dụng công thức $(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$; $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$.

Ta có $y = x \cdot 5^x \Rightarrow y' = 5^x + x \cdot 5^x \cdot \ln 5 = 5^x (1 + x \ln 5)$. Chọn **A.**

Câu 92. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} + 1})$ là

- A.** $f'(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1}}$. **B.** $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + 1}}$.

C. $f'(x) = \frac{1}{e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}}$.

D. $f'(x) = \frac{e^x}{e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}}$.

Lời giải.

Chọn **A.**

Áp dụng công thức: $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$; $(e^u)' = e^u \cdot u'$; $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Ta có:

$$f'(x) = \frac{(e^x + \sqrt{e^{2x} + 1})'}{e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}} = \frac{1}{e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}} \cdot \left(e^x + \frac{(e^{2x} + 1)'}{2\sqrt{e^{2x} + 1}} \right) = \frac{1}{e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}} \cdot \left(e^x + \frac{2e^{2x}}{2\sqrt{e^{2x} + 1}} \right)$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}} \cdot \left(e^x + \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x} + 1}} \right).$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}} \cdot e^x \cdot \left(1 + \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1}} \right) = \frac{e^x \cdot (e^x + \sqrt{e^{2x} + 1})}{(e^x + \sqrt{e^{2x} + 1})^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + 1}} = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1}}.$$

Chọn **A.**

Câu 93. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{2^x + 1}$ là

A. $\frac{2^x(2x - x^2 \ln 2) + 2x}{(2^x + 1)^2}$.

B. $\frac{2^x(2x + x^2 \ln 2) + 2x}{(2^x + 1)^2}$.

C. $\frac{2^x(2x - x^2 \ln 2) - 2x}{(2^x + 1)^2}$.

D. $\frac{2x - 2^x \ln 2}{(2^x + 1)^2}$.

Lời giải.

Chọn **A.**

Ta

có

$$f'(x) = \frac{(x^2)'(2^x + 1) - x^2 \cdot (2^x + 1)'}{(2^x + 1)^2} = \frac{2x(2^x + 1) - x^2 \cdot 2^x \cdot \ln 2}{(2^x + 1)^2} = \frac{2^x(2x - x^2 \ln 2) + 2x}{(2^x + 1)^2}.$$

Câu 94. Cho $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$. Khi đó $f'(1)$ bằng :

A. e^2 .

B. $-e$.

C. $4e$.

D. $6e$.

Lời giải.

Chọn **B.**

$$f'(x) = \frac{e^x \cdot x^2 - e^x \cdot 2x}{x^4} = \frac{e^x(x - 2)}{x^3}.$$

$$f'(1) = \frac{e^1(1-2)}{1^3} = -e.$$

Câu 95. Hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ có đạo hàm là:

- A. $y' = x^2e^x$. B. $y' = -2xe^x$. C. $y' = (2x - 2)e^x$. D. $y' = -x^2e^x$.

Lời giải.

Chọn **A.**

$$\text{Ta có: } y' = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 2)e^x = x^2e^x.$$

Câu 96. Kết quả tính đạo hàm nào sau đây sai?

- A. $(e^{5x})' = e^{5x}$. B. $(2^x)' = 2^x \ln 2$. C. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$. D. $(\log_3 x)' = \frac{1}{x \ln 3}$.

Lời giải.

Chọn **A.**

$$\text{Ta có: } (e^{5x})' = 5e^{5x}.$$

Câu 97. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2(2x^2 + 1)$ là

- A. $f'(x) = \frac{4x}{(2x^2 + 1) \ln 2}$. B. $f'(x) = \frac{1}{(2x^2 + 1) \ln 2}$.
C. $f'(x) = \frac{4}{(2x^2 + 1) \ln 2}$. D. $f'(x) = \frac{-4x}{(2x^2 + 1) \ln 2}$.

Lời giải.

Chọn **A.**

$$(\log_2(2x^2 + 1))' = \frac{(2x^2 + 1)'}{(2x^2 + 1) \ln 2} = \frac{4x}{(2x^2 + 1) \ln 2}.$$

Câu 98. Cho hàm số $f(x) = \ln \left| \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} \right|$. Khi đó tính giá trị $f''\left(\frac{\pi}{3}\right)$

- A. $f''\left(\frac{\pi}{3}\right) = 8\sqrt{3}$. B. $f''\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$. C. $f''\left(\frac{\pi}{3}\right) = -4$. D. $f''\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Chọn **A.**

$$\text{Vì } \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} < 0 \text{ nên chọn } f(x) = \ln \frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x}.$$

Ta có

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x} \right)'}{\left(\frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x} \right)} = \frac{-2 \sin^2 x - 2 \cos^2 x}{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)} = \frac{-2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{2}{\cos 2x}.$$

$$\text{Do đó } f''(x) = \left(\frac{2}{\cos 2x} \right)' = \frac{4 \sin 2x}{\cos^2 2x}.$$

$$\text{Vậy } f''\left(\frac{\pi}{3}\right) = 8\sqrt{3}.$$

Câu 99. Tính đạo hàm y' của hàm số $y = x^2 \log_3 x$.

A. $y' = \frac{2}{\ln 3}.$

B. $y' = 2x \log_3 x + x.$

C. $y' = \frac{x(2 \ln x + 1)}{\ln 3}.$

D. $y' = \frac{x(2 \ln x - 1)}{\ln 3}.$

Lời giải.

Chọn. C.

$$y' = 2x \cdot \log_3 x + x^2 \cdot \frac{1}{x \cdot \ln 3} = \frac{x(2 \ln x + 1)}{\ln 3}.$$

Câu 100. Tính đạo hàm của hàm số $y = x \cdot 5^x$

A. $y' = 5^x(1 + x \ln 5).$

B. $y' = 5^x(1 + \ln 5).$

C. $y' = 5^x \ln 5.$

D. $y' = 5^x(1 + x).$

Lời giải.

Chọn A.

$$(x \cdot 5^x)' = 5^x + x \cdot 5^x \cdot \ln 5 = 5^x(1 + x \ln 5).$$

Câu 101. Tìm đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x}$

A. $y' = 2^{2x} \cdot \ln 2.$

B. $y' = 2^{2x+1} \cdot \ln 2.$

C. $y' = x^2 \cdot 2^{2x} \cdot \ln 2.$

D. $y' = 2x \cdot 2^{2x-1}.$

Hướng dẫn giải.

Chọn: B.

$$y' = 2^{2x} \cdot \ln 2 \cdot (2x)' = 2 \ln 2 \cdot 2^{2x} = \ln 2 \cdot 2^{2x+1}.$$

Câu 102. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$ là

A. $2 \cdot 2^{2x+3}.$

B. $2 \cdot 2^{2x+3} \cdot \ln 2.$

C. $2^{2x+3} \cdot \ln 2.$

D. $(2x + 3)2^{2x+2}.$

Lời giải.

Chọn. B.

$$\text{Ta có: } y' = (2x + 3)' \cdot 2^{2x+3} \cdot \ln 2 = 2 \cdot 2^{2x+3} \cdot \ln 2.$$

Câu 103. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x}.$

A. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$. B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. C. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x}}$. D. $y' = \frac{1}{2\sqrt[3]{x}}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}.$$

$$y' = \frac{1}{3} x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}.$$

Câu 104. Tính đạo hàm của hàm số $y = x(\ln x - 1)$

A. $\ln x$. B. $\ln x - 1$. C. $\frac{1}{x} - 1$. D. 1.

Lời giải.

Chọn A.

$$y' = \ln x - 1 + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x.$$

Câu 105. Cho hàm số $y = (x + 2)^{-2}$. Hệ thức nào sau đây **ĐÚNG**?

A. $y'' - y^2 = 0$. B. $y'' - 6y^2 = 0$. C. $y'' - 8y^4 = 0$. D. $y'' - y = 0$.

Lời giải.

Chọn B.

$$y' = \frac{-2}{(x+2)^3}; y'' = \frac{6}{(x+2)^4} \Rightarrow y'' - 6y^2 = 0.$$

Câu 106. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2 + \ln x}$

A. $y' = \left(2x + \frac{1}{x}\right) \cdot 2^{x^2 + \ln x}$. B. $y' = \left(2x + \frac{1}{x}\right) \cdot 2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2$.
C. $y' = \frac{3 \cdot 2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2}{x^2 + \ln x}$. D. $y' = \frac{2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2}{2x + \frac{1}{x}}$.

Lời giải.

Chọn B.

$$y' = \left(2x + \frac{1}{x}\right) \cdot 2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2.$$

Câu 107. Cho $f(x) = x^2 \ln x$. Tìm đạo hàm cấp hai $f''(e)$

A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Lời giải.

Chọn C.

$$f'(x) = 2x \ln x + x$$

$$f''(x) = 2 \ln x + 3$$

$$f''(e) = 5$$

Câu 108. Hàm số $g(x) = e^{\sin x}$ có đạo hàm là:

A. $g'(x) = e^{\sin x} \cdot \cos x$. B. $g'(x) = e^{\sin x-1}$.

C. $g'(x) = -e^{\sin x} \cdot \cos x$. D. $g'(x) = e^{\sin x-1} \sin x$.

Lời giải.

Chọn A.

$$g'(x) = e^{\sin x} \cdot \cos x.$$

Câu 109. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2}$

A. $y' = 2x.e^x$.

B. $y' = 2x.e^{x^2-1}$.

C. $y' = 2x.e^{x^2}$.

D. $y' = x^2.e^{x^2-1}$.

Lời giải.

Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = (x^2)' e^{x^2} = 2x e^{x^2}.$$

Câu 110. Cho $f(x) = x^2 e^x$. Tìm tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$

A. $S = \{-2; 0\}$.

B. $S = \{-2\}$.

C. $S = \emptyset$.

D. $S = \{0\}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$f(x) = x^2 e^x \Rightarrow f'(x) = (2x + x^2) e^x;$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x + x^2) e^x = 0 \Leftrightarrow 2x + x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Câu 111. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \cdot x^2$

A. $y' = 2^x \cdot x(x \ln 2 + 2)$.

B. $y' = x \cdot 2^{x+1} + x^3 \cdot 2^{x-1}$.

C. $y' = 2x \cdot 2^x$.

D. $y = 2x \cdot 2^x \cdot \ln 2$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y = 2^x \cdot x^2 \Rightarrow y' = 2^x x^2 \ln 2 + 2^x \cdot 2x = 2^x \cdot x(x \ln 2 + 2).$$

Câu 112. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{9^x}$

A. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 3}{3^{2x}}$.

B. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 3}{3^{x^2}}$.

C. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 3}{3^{2x}}$.

D. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 3}{3^{x^2}}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$y' = \frac{9^x - (x+1)9^x \ln 9}{(9^x)^2} = \frac{1 - 2(x+1) \ln 3}{3^{2x}}.$$

Câu 113. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(e^x + 1)$

- A. $\frac{e^x}{e^x + 1}$. B. $\frac{xe^{x-1}}{e^x + 1}$. C. $\frac{1}{e^x + 1}$. D. $\frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$.

Lời giải.

Chọn **A.**

$$y' = \frac{(e^x + 1)'}{e^x + 1} = \frac{e^x}{e^x + 1}.$$

Câu 114. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$, ta được kết quả nào sau đây

- A. $3x(x^2 + 1)$. B. $\frac{3x}{2}(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$. C. $\frac{3}{2}(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$. D. $3x(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải.

Chọn **D.**

$$y' = \frac{3}{2}(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \cdot (x^2 + 1)' = 3x(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}.$$

Câu 115. Tính đạo hàm của hàm số $y = 10^x$

- A. $y' = 10^x \ln 10$. B. $y' = x10^{x-1}$. C. $y' = \frac{10^x}{\ln 10}$. D. $y' = 10^x \ln x$.

Lời giải.

Chọn **A.**

$$\text{Vì } (a^x)' = a^x \ln a.$$

Câu 116. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$

- A. $y' = \frac{1 + \ln x}{x^2}$. B. $y' = \frac{1}{x}$. C. $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$. D. $y' = \frac{1}{x^2}$.

Lời giải.

Chọn **C.**

$$y' = \frac{(\ln x)' \cdot x - \ln x \cdot (x)'}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$

Câu 117. Tìm đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+3x-1}$?

- A. $y' = e^{x^2+3x-1}$. B. $y' = (2x + 3)e^{x^2+3x-1}$.
C. $y' = (2x + 3)e^x$. D. $y' = e^x$.

Lời giải.

Chọn **B.**

$$y' = \left(e^{x^2+3x-1} \right)' = \left(x^2 + 3x - 1 \right)' \cdot e^{x^2+3x-1} = (2x + 3) \cdot e^{x^2+3x-1}.$$

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TÍNH ĐƠN ĐIỀU - CỰC TRỊ - TIỆM CẬN HÀM SỐ LŨY THỪA - MŨ - LOGA

Tài liệu được mình tổng hợp và chỉnh sửa lại từ các tài liệu mà các thầy cô trong nhóm Word Toan đã gửi cho mình. Trong quá trình tổng hợp, phân dạng có gì sai sót mong các bạn đọc hồi âm qua fb : <https://www.facebook.com/phong.baovuong> để mình chỉnh sửa phục vụ tài liệu tốt hơn cho các năm học sau.

Chân thành cảm ơn !

Nguyễn Bảo Vương

Câu 1. Tìm tập các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(3x - 1) - \frac{m}{x} + 2$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

- A. $\left[\frac{-7}{3}; +\infty\right)$. B. $\left[\frac{-1}{3}; +\infty\right)$. C. $\left[\frac{-4}{3}; +\infty\right)$. D. $\left[\frac{2}{9}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Xét $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ hàm số xác định.

Ta có $y' = \frac{3}{3x-1} + \frac{m}{x^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

thì $y' \geq 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm.

$$\Leftrightarrow \frac{3}{3x-1} + \frac{m}{x^2} \geq 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{-3x^2}{3x-1}, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow m \geq \max_{\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)} f(x) \text{ với } f(x) = \frac{-3x^2}{3x-1}$$

$$f'(x) = \frac{-9x^2 + 6x}{(3x-1)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	-
$f(x)$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{4}{3}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên có $m \geq \frac{-4}{3}$.

Câu 2. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $y = \log_2(x^2 + 1)$. B. $y = 3^{x^2}$. C. $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$.

Lời giải

Chọn D.

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 2^x$. Theo định nghĩa hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. Hàm số $y = \log_2(x^3 - 4x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $x^3 - 4x \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ 2 < x \end{cases}$

$$y' = \frac{(x^3 - 4x)'}{(x^3 - 4x) \ln 2} = \frac{3x^2 - 4}{(x^3 - 4x) \ln 2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{\sqrt{3}}(TM) \\ x = \frac{2}{\sqrt{3}}(L) \end{cases}.$$

Ta thấy hàm số có 1 cực trị.

Câu 4. Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$. D. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$ có đạo hàm $y' = \frac{e^x(x-1)^2}{(x^2 + 1)^2} \geq 0$ với mọi x và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Nên hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 6. Hàm số nào trong bốn hàm số sau đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $y = 1 - x^2$. B. $y = x \ln x$ C. $y = e^x - \frac{1}{x}$ D. $y = x^{-\pi}$

Lời giải

Chọn C:

Ta có: $y' = e^x + \frac{1}{x^2} > 0 \quad \forall x \neq 0$.

Khi $x = 0$ thì đạo hàm y' không xác định nên $x = 0$ là điểm tới hạn.

Do đó hàm số $y = e^x - \frac{1}{x}$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 7. Cho các hàm số $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$, $y = \log x$, $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số nghịch biến trên tập xác định của hàm số đó?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ vì $0 < \frac{e}{\pi} < 1$.

Hàm số $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ vì $0 < \frac{\sqrt{3}}{2} < 1$.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. B. $y = \frac{1}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})^x}$. C. $y = \frac{1}{5^x}$. D. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Lời giải

Nhận xét: Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 1$.

Ta có $\frac{1}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})} \approx 2,441 > 1$ nên hàm số $y = \frac{1}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})^x} = \left(\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 5^x$. B. $y = \log_5 x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{5}\right)^x$. D. $y = \log_{\frac{1}{5}} x$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có hàm số $y = f(x) = a^x$ nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Do $0 < \frac{\pi}{5} < 1$ nên $y = f(x) = \left(\frac{\pi}{5}\right)^x$ nghịch biến.

Câu 10. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 3^{\log_2 x}$. B. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2x}$. C. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$. D. $y = (2 - \sqrt{3})^x$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = a^x$ đồng biến với $a > 1$.

Do $\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 > 1$ nên $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2x} = \left[\left(\frac{\pi}{3}\right)^2\right]^x$ đồng biến.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{e^x - m - 2}{e^x - m^2}$ đồng biến trên

khoảng $\left(\ln \frac{1}{4}; 0\right)$

- A. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \cup [1; 2]$ B. $m \in [-1; 2]$
C. $m \in (1; 2)$ D. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{\ln m^2\}$

Ta có $y' = \frac{(-m^2 + m + 2)e^x}{(e^x - m^2)^2} > 0 \Leftrightarrow -m^2 + m + 2 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$ thì hàm số đồng

biến trên các khoảng $(-\infty; \ln m^2)$ và $(\ln m^2; +\infty)$

Do đó để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\ln \frac{1}{4}; 0\right)$ thì $\begin{cases} \ln m^2 \leq \frac{1}{4} \\ \ln m^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2} \\ m \leq -1 \vee m \geq 1 \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện $-1 < m < 2$ suy ra $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \cup [1; 2)$.

Câu 12. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \left(\frac{\pi}{2}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Lời giải

Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{2}\right)^x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có cơ số lớn hơn 1

nên hàm số $y = \left(\frac{\pi}{2}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$

- A. $y = 2^x - 1$. B. $y = 3^{-x}$. C. $y = \left(\sqrt{\pi}\right)^x$. D. $y = e^x$.

Lời giải

Chọn B.

Xét A: $y' = 2^x \ln 2 > 0, \forall x$ nên A Sai.

B. $y = -3^{-x} \ln 3 < 0, \forall x$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 14. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \log x$. Tìm khẳng định **đúng**?

- A. Đồ thị (C) có tiệm cận đứng. B. Đồ thị (C) có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị (C) cắt trục tung. D. Đồ thị (C) không cắt trục hoành.

Lời giải.

Chọn A

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng.

Câu 15. Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-2x+2}$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; 1)$. D. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C.

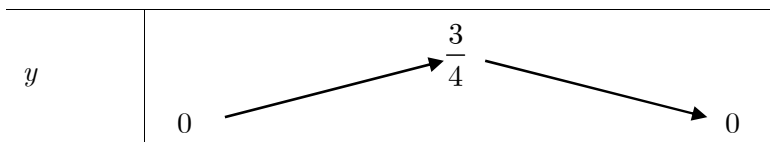
TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$+ y' = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-2x+2} \cdot \ln\left(\frac{3}{4}\right) \cdot (2x-2).$$

$$+ y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

BBT.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+	0	-	



Vậy hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

Câu 16. Với những giá trị nào của x thì đồ thị hàm số $y = 3^{x+1}$ nằm phía trên đường thẳng $y = 27$.

- A. $x > 2$. B. $x > 3$. C. $x \leq 2$. D. $x \leq 3$.

Lời giải

Chọn A.

Yêu cầu bài toán tương đương $3^{x+1} > 27 \Leftrightarrow x > 2$.

Câu 17. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.
 B. Hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đồng biến trên mỗi khoảng mà hàm số xác định.
 C. Đồ thị hàm số $y = \log_{2^{-1}} x$ nằm phía trên trục hoành.
 D. Đồ thị hàm số $y = 2^{-x}$ nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số $y = \log_{2^{-1}} x$ nằm cả ở phía dưới Ox .

Câu 18. Với hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$, kết luận nào sau đây là sai?

- A. Hàm số này đồng biến trên tập xác định. B. Đồ thị hàm số này có tiệm cận.
 B. Đồ thị hàm số này đi qua điểm $(1; 1)$. D. Tập xác định của hàm số này là $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có TXĐ: $(0; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} > 0; \forall x \neq 0$. Hàm số đồng biến trên khoảng xác định.

Ta có đồ thị hàm số đi qua $(1; 1)$.

Vậy đáp án sai là B.

Câu 19. Trong các hàm số sau đây hàm số nào nghịch biến trên tập xác định?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = e^x$. D. $y = (1 + \sqrt{2})^x$.

Lời giải

Chọn B.

Do $0 < \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là hàm số nghịch biến trên tập xác định.

Câu 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = a^x$ ($0 < a < 1$) đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$, ($a > 1$) nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) luôn đi qua $(a; 1)$.

D. Đồ thị $y = a^x$, $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ ($0 < a \neq 1$) đối xứng qua trục Ox .

Lời giải

Chọn B.

Câu 21. Trên khoảng $(0; +\infty)$ cho hàm số $y = \log_b \frac{1}{x}$ đồng biến và hàm số $y = \log_a \frac{2}{x}$ nghịch biến. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $0 < b < a < 1$.

B. $0 < a < 1 < b$.

C. $1 < b < a$.

D. $0 < b < 1 < a$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = \log_b \frac{1}{x} = -\log_b x$ có đạo hàm $y' = \frac{-1}{x \cdot \ln b}$. Hàm số đồng biến trên khoảng

$(0; +\infty)$ nên $y' > 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{x \cdot \ln b} > 0 \Leftrightarrow \ln b < 0 \Leftrightarrow 0 < b < 1$.

Hàm số $y = \log_a \frac{2}{x} = \log_a 2 - \log_a x$ có đạo hàm $y' = \frac{-1}{x \cdot \ln a}$. Hàm số nghịch biến trên

khoảng $(0; +\infty)$ nên $y' < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{x \cdot \ln a} < 0 \Leftrightarrow \ln a > 0 \Leftrightarrow a > 1$.

Vậy $0 < b < 1 < a$.

Câu 22. Tập hợp các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{e^{4x} + m - 2}{e^{2x}}$ đồng biến trên

khoảng $\left[\ln \frac{1}{4}; 0\right)$ là

A. $m \in \left[-\infty; \frac{1}{16}\right]$.

B. $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

C. $\left[-\infty; \frac{513}{256}\right]$.

D. $[-1; 2]$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = e^{2x}$. Vì $x \in \left(\ln \frac{1}{2}; 0\right)$ nên $t \in \left(\frac{1}{16}; 1\right)$. Khi đó $y = \frac{t^2 + m - 2}{t}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$ thì $y' > 0, \forall t \in \left(\frac{1}{16}; 1\right)$.

Có $y' = \frac{2t \cdot t - t^2 - m + 2}{t^2} = \frac{t^2 - m + 2}{t^2} > 0 \Leftrightarrow t^2 - m + 2 > 0 \Leftrightarrow m < t^2 + 2$.

Đặt $f(t) = t^2 + 2$ là hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{16}; 1\right)$.

Do đó $m \leq f\left(\frac{1}{16}\right) = \frac{513}{256}$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\ln \frac{1}{4}; 0\right)$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \log[100(x-3)]$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = [3; +\infty)$.
- B. $f(x) = 2 + \log(x-3)$ với $x > 3$.
- C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(4; 2)$.
- D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $100(x-3) > 0 \Leftrightarrow x > 3$. Vậy khẳng định A sai.

Câu 24. Cho hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$, có các khẳng định sau

- I. Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.
- II. Hàm số luôn đồng biến với mọi x thuộc tập xác định của nó.
- III. Hàm số luôn đi qua điểm $M(1; 1)$.
- IV. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Hỏi có bao nhiêu khẳng định đúng?

- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Do $\alpha = \sqrt{2}$ nên hàm số xác định với mọi $x > 0$. Vậy khẳng định I đúng.

Do $y' = \sqrt{2} \cdot x^{\sqrt{2}-1} > 0$ với mọi $x > 0$ nên hàm số đồng biến trên tập xác định. Khẳng định II đúng.

Do $y(1) = 1^{\sqrt{2}} = 1$ nên khẳng định III đúng.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\sqrt{2}} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sqrt{2}} = 0$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận. Vậy IV đúng.

Câu 25. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $y = x + \log_2 x$. B. $y = x + \log_2 \frac{1}{x}$. C. $y = x^2 + \log_2 x$. D. $y = -\log_2 x$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = -\log_2 x$ có $y'(x) = -\frac{1}{x \ln 2} < 0, \forall x > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số có đạo hàm $y' = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$. B. Hàm số tăng trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số giảm trên khoảng $(0; +\infty)$. D. Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$$\begin{aligned} y' &= \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + x \cdot \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})'}{x + \sqrt{x^2 + 1}} - \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \\ y' &= \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + x \cdot \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \\ &= \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \\ &= \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}). \end{aligned}$$

Câu 27. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau không đúng?

- A. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
B. Hàm số $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Do $0 < \frac{1}{\pi} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 28. Hàm số $y = \log_{a^2-2a+1} x$ nghịch biến trong khoảng $(0; +\infty)$ khi

A. $a \neq 1$ và $0 < a < 2$. B. $a > 1$.

C. $a < 0$.

D. $a \neq 1$ và $a > \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = \log_{a^2-2a+1} x$ nghịch biến trong khoảng $(0; +\infty)$ khi

$$0 < a^2 - 2a + 1 < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 > 0 \\ a^2 - 2a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 1 \\ 0 < a < 2 \end{cases}.$$

Câu 29. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó:

A. $y = \log_6 x$.

B. $y = \log x$.

C. $y = \log_{\frac{e}{\pi}} x$.

D. $y = \ln x$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = \log_{\frac{e}{\pi}} x$ có cơ số $a = \frac{e}{\pi} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên tập xác định.

Vậy chọn đáp án C

Câu 30. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là một hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

B. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ là một hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$ luôn đi qua điểm $(a; 1)$.

D. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ với $0 < a \neq 1$ thì đối xứng với nhau qua trục tung.

Lời giải

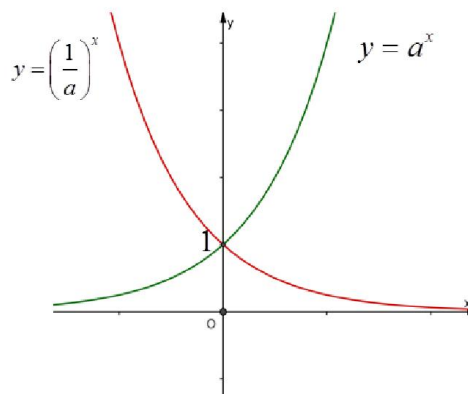
Chọn D.

Đáp án A sai: Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là một hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Đáp án B sai: Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ là một hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Đáp án C sai: Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$ luôn đi qua điểm $(a; a^a)$.

Đáp án D đúng: Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ với $0 < a \neq 1$ thì đối xứng với nhau qua trục tung.



Câu 31. Cho hàm số $y = x^{-\frac{1}{3}}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang và có một tiệm cận đứng.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D = (0; +\infty)$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-\frac{1}{3}} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-\frac{1}{3}} = 0$.

Đồ thị hàm số $y = x^{-\frac{1}{3}}$ nhận Oy là tiệm cận đứng và nhận Ox là tiệm cận ngang.

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{1}{3^x}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A. Toàn bộ đồ thị hàm số đã cho nằm phía trên trục hoành.
- B. $y' = \frac{1}{3^x} \cdot \ln \frac{1}{3}$.
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là trục Ox .

Lời giải

Chọn C.

Vì $y' = \frac{1}{3^x} \cdot \ln \frac{1}{3} < 0, \forall x$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 33. Cho hàm số $y = 2^x$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- B. Trục Ox là tiệm cận ngang.
- C. Hàm số có đạo hàm $y' = 2^x \cdot \ln 2$.
- D. Trục Oy là tiệm cận đứng.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} 2^x = 1 \Rightarrow x = 0$ không phải là tiệm cận đứng.

Câu 34. Hàm số $y = \log_{a^2-2a+1} x$ nghịch biến trong khoảng $(0; +\infty)$ khi

- A. $a \neq 1$ và $0 < a < 2$. B. $a > 1$. C. $a < 0$. D. $a \neq 1$ và $a > \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = \log_{a^2-2a+1} x$ nghịch biến trong khoảng $(0; +\infty)$ khi

$$\begin{cases} a^2 - 2a + 1 < 1 \\ a^2 - 2a + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 2a < 0 \\ (a-1)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 2 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

Câu 35. Hàm số $y = \log_{a^2-2a+1} x$ nghịch biến trong khoảng $(0; +\infty)$ khi

- A. $a \neq 1$ và $0 < a < 2$. B. $a > 1$. C. $a < 0$. D. $a \neq 1$ và $a > \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: hàm số $y = \log_{a^2-2a+1} x$ nghịch biến trong khoảng $(0; +\infty)$ khi

$$0 < a^2 - 2a + 1 < 1 \Leftrightarrow 0 < (a-1)^2 < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 \neq 0 \\ -1 < a-1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 1 \\ 0 < a < 2 \end{cases}$$

Câu 36. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là một hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
 B. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ là một hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
 C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) luôn đi qua điểm $(a; 1)$.
 D. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$, ($0 < a \neq 1$) thì đối xứng với nhau qua trục tung

Câu 37. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D.

Vì $\frac{\pi}{3} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 38. Hàm số $f(x) = x^2 \ln x$ đạt cực trị tại điểm.

A. $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

B. $x = \sqrt{e}$.

C. $x = e$.

D. $x = \frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn A.

ĐK: $x > 0$.

$$f'(x) = 2x \ln x + x.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}.$$

$$f''(x) = 2 \ln x + 3 \Rightarrow f''\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = \frac{5}{2} \text{ nên hàm số đạt cực trị tại } x = \frac{1}{\sqrt{e}}.$$

Câu 39. Hàm số $y = \log_2(x^3 - 4x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện: } x^3 - 4x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$y' = \frac{3x^2 - 4}{(x^3 - 4x) \ln 2} \cdot y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3} (L) \\ x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}.$$

$$y' < 0 \left(\forall x \in \left(-2, -\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) \right) \quad y' > 0 \left(\forall x \in \left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right) \right) \text{ nên } x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ là điểm cực trị.}$$

Vậy hàm số $y = \log_2(x^3 - 4x)$ có một điểm cực trị.

Câu 40. Hàm số $y = (x^2 - 2x + 1)e^{2x}$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$y = (x^2 - 2x + 1)e^{2x} \Rightarrow y' = 2(x^2 - 2x + 1)e^{2x} + (2x - 2)e^{2x} \Rightarrow y' = 2(x^2 - x)e^{2x}, \text{ Hàm số}$$

$$\text{nghịch biến khi } y' < 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - x)e^{2x} < 0 \Leftrightarrow x^2 - x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1.$$

Câu 41. Hàm số $y = x \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) - \sqrt{1 + x^2}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có đạo hàm $y' = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$y = x \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) - \sqrt{1 + x^2} \Rightarrow y' = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}),$$

$$y' > 0 \Leftrightarrow \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) > 0 \Leftrightarrow x + \sqrt{1 + x^2} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{1 + x^2} > 1 - x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x < 0 \\ 1 - x \geq 0 \\ 1 + x^2 > (1 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 1 \\ 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$$

Câu 42. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $(1; +\infty)$?

A. $y = \frac{x-1}{x^2+2}$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y = \log_3 x$.

D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

Chọn C.

$y = \log_3 x$ có $3 > 1 \Rightarrow$ hàm số đồng biến

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ LŨY THỪA – MŨ - LOGARIT.

Tài liệu được mình tổng hợp và chỉnh sửa lại từ các tài liệu mà các thầy cô trong nhóm Word Toan đã gửi cho mình. Trong quá trình tổng hợp, phân dạng có gì sai sót mong các bạn đọc hồi âm qua fb : <https://www.facebook.com/phong.baovuong> để mình chỉnh sửa phục vụ tài liệu tốt hơn cho các năm học sau.

Chân thành cảm ơn !

Nguyễn Bảo Vương

Câu 1. Hàm số $y = \ln(\sqrt{5x-1} + x - 5)$ có tập xác định là

- A. $(2; 2017)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Điều kiện: } \begin{cases} \sqrt{5x-1} + x - 5 > 0 \\ 5x - 1 \geq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{5x-1} > 5 - x \\ 5x - 1 \geq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 5 - x \geq 0 \\ 5x - 1 > (5 - x)^2 \\ 5 - x < 0 \\ x > -\frac{1}{5} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq 5 \\ 2 < x < 13 \\ x > 5 \\ x > -\frac{1}{5} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > -\frac{1}{5} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x > 2 \end{aligned}$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(5x+1)}$. Tập hợp nào dưới đây là tập xác định của $f(x)$?

- A. $[0; +\infty)$. B. $\left(-\frac{1}{5}; +\infty\right)$. C. $\left(-\frac{1}{5}; 0\right]$. D. $\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(5x+1) \geq 0 \\ 5x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+1 \leq 1 \\ x > -\frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x > -\frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{5} < x \leq 0.$$

Câu 3. Hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ có tập xác định là

- A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(2; 3)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ xác định khi $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$.

Câu 4. Cho $a > 0, a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là tập $\mathbb{R}$.
 B. Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là tập $\mathbb{R}$.
 C. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là khoảng $(0; +\infty)$.
 D. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là tập $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào lý thuyết.

Câu 5. Tìm tập xác định hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

- A. $D = (-\infty; +\infty)$. B. $D = (0; +\infty)$. C. $D = (0; 1)$. D. $D = (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 6. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 4x - 5)$.

- A. $D = (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$. B. $D = (-\infty; -1) \cup (-1; 5)$.
 C. $D = (5; +\infty)$. D. $D = (-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < -1 \end{cases}$.

Câu 7. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\log_3(2x^2 - x)}$

- A. $D = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $D = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \left\{\frac{-1}{2}; 1\right\}$.
 C. $D = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \left\{\frac{-1}{2}; 1\right\}$. D. $D = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x > 0 \\ \log_3(2x^2 - x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x > 0 \\ 2x^2 - x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 0 \\ 2x^2 - x - 1 \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \neq x < 0 \\ \frac{1}{2} < x \neq 1 \end{cases}.$$

Câu 8. Tìm tập xác định hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^e$.

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 4)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Lời giải

Chọn **B.**

Hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^e$ có nghĩa khi $-x^2 + 3x + 4 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 4$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-1; 4)$.

Câu 9. Hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$ có tập xác định là

- A. $D = (6; +\infty)$. B. $D = (0; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 6)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn **C.**

Hàm số đã cho xác định khi: $\begin{cases} \frac{1}{6-x} > 0 \\ 6-x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < 6$. Vậy TXĐ: $D = (-\infty; 6)$.

Câu 10. Hàm số $y = \log_2(-x^2 + 5x - 6)$ có tập xác định là

- A. $(2; 3)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn **A.**

Hàm số xác định khi $(-x^2 + 5x - 6) > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$.

Câu 11. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-6}$.

- A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$. D. $(0; 3)$.

Lời giải

Chọn **C.**

Ta có: hàm số xác định khi $x^2 - 3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ và $x \neq 3$.

Câu 12. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_9(\sqrt{x - 2x^2})$.

- A. $D = \left[0; \frac{1}{2}\right]$. B. $D = (-\infty; 0) \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $D = \left(0; \frac{1}{2}\right)$

D. $D = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện hàm số xác định là: $x - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}$.

Vậy $D = \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số $y = \left(\frac{6-x}{x}\right)^3$.

A. $\mathbb{R}$.

B. $(0; 6)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0; 6\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện hàm số xác định là $x \neq 0$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2 - \log_2(1-x)}$.

A. $[-3; 1)$.

B. $[-3; +\infty)$

C. $[-3; 1]$.

D. $(-\infty; 3]$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện hàm số xác định là: $\begin{cases} 1-x > 0 \\ 2 - \log_2(1-x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ \log_2(1-x) \leq 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ 1-x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x < 1$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = \log(x^2 + 5x - 6)$ là

A. $D = (-6; 1)$.

B. $D = \{-6; 1\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -6\}$.

D. $D = (-\infty; -6) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log(x^2 + 5x - 6)$ là:

$x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -6 \end{cases}$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \ln(\log x)$ là:

A. $(0; 1)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B:

Hàm số xác định: $\log x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$

Câu 17. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)}$

- A. $D = (1; +\infty).$ B. $D = [1; +\infty).$ C. $D = \left(\frac{1}{2}; 1\right].$ D. $D = \left[\frac{1}{2}; 1\right).$

Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 1.$

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - x - 6)^{-4}$ là

- A. $D = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty).$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 3\}.$
C. $D = \mathbb{R}.$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$

Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định khi: $x^2 - x - 6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3, x \neq -2$

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 3\}.$

Câu 19. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^4 - 3x^2 - 4)^{\sqrt{2}}$?

- A. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty).$ B. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty).$
C. $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty).$ D. $D = (-\infty; +\infty).$

Lời giải

Điều kiện $x^4 - 3x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}.$

Vậy tập xác định $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty).$

Câu 20. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 3x + 2).$

- A. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$ B. $D = (1; 2).$
C. $D = \mathbb{R}.$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}.$

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}.$

Câu 21. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. B. $\mathbb{R}$.
C. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y = \frac{1}{(4x^2 - 1)^4}$ có nghĩa khi $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(5x+1)}$. Tập hợp nào sau đây là tập xác định của $f(x)$?

- A. $[0; +\infty)$. B. $\left[-\frac{1}{5}; 0\right]$. C. $\left(-\frac{1}{5}; +\infty\right)$. D. $\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y = f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(5x+1)}$ có nghĩa khi

$$\begin{cases} 5x+1 > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}}(5x+1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{5} \\ 5x+1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{5} \\ x \leq 0 \end{cases}$$

Câu 23. Hàm số $y = (9 - x^2)^{\sqrt{5}}$ có tập xác định là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-3; 3)$. C. $[-3; 3]$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = (9 - x^2)^{\sqrt{5}}$ có nghĩa khi $9 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}}$ xác định khi $x^2 - 3x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Câu 25. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2x - 1)^{-\frac{7}{8}}$

- A. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn **A.**

Ta có: $y = (2x - 1)^{-\frac{7}{8}} = \frac{1}{\sqrt[8]{(2x - 1)^7}}$ có nghĩa khi $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Câu 26. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\ln(x^2 - 16)}{x - 5 + \sqrt{x^2 - 10x + 25}}$.

- A. $D = (-\infty; 5)$. B. $D = (5; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

Lời giải

Chọn **B.**

Ta có: $x - 5 + \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 5 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x \geq 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq 5$

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 16 > 0 \\ x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$

Câu 27. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi:

- A. $m \geq \frac{1}{4}$. B. $m > \frac{1}{4}$. C. $m < \frac{1}{4}$. D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn **B.**

y xác định khi $4^x - 2^x + m > 0 \Leftrightarrow t^2 - t + m > 0 (*)$ với $t = 2^x (t > 0)$

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta = 1^2 - 4.1.m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Câu 28. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,3}(\log_3(x + 2))}$ là:

- A. $[-1; 1]$ B. $[1; +\infty)$ C. $(-1; 1]$ D. $(-\infty; 0)$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$\log_{0,3}(\log_3(x + 2)) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x + 2) > 0 \\ \log_3(x + 2) \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 > 1 \\ x + 2 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq 1.$$

Câu 29. Tập xác định của hàm số $y = \log_{x+1}(2 - x)$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-1; 2) \setminus \{0\}$. C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; 2) \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2-x > 0 \\ x+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Nên TXĐ $D = (-1; 2) \setminus \{0\}$.

Câu 30. Tìm tập xác định của D của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-1}}{\log(3x)}$

- A. $D = (0; +\infty) \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$. B. $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ C. $D = (0; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi: } \begin{cases} 3x-1 \geq 0 \\ 3x > 0 \\ \log(3x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x > 0 \\ 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x > 0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}.$$

Câu 31. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\ln(x^2-16)}{x-5+\sqrt{x^2-10x+25}}$ là:

- A. $(-\infty; 5)$ B. $(5; +\infty)$ C. $\mathbb{R}$ D. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$

Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} x^2-16 \geq 0 \\ x^2-10x+25 \geq 0, \forall x \\ x-5+\sqrt{x^2-10x+25} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \\ x \geq 4 \\ x-5+|x-5| \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \\ x \geq 4 \\ x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5.$$

Câu 32. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(\sqrt{x^2-x})$.

- A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ B. $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$
C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ D. $D = (-1; 3)$

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi: $x^2 - x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$.

Vậy tập xác định là $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Câu 33. : Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,3}(x+3)}$.

- A. $D = (-3; -2]$. B. $D = (-3; -2)$. C. $D = (-3; +\infty)$. D. $D = [-3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x+3 > 0 \\ \log_{0,3}(x+3) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x+3 \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

Vậy TXĐ: $D = (-3; -2]$.

Câu 34. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (9 - x^2)^{\frac{1}{\pi}}$.

- A. $D = (-3; 3)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = [-3; 3]$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐK: } 9 - x^2 > 0 \Rightarrow -3 < x < 3$$

Vậy TXĐ: $D = (-3; 3)$.

Câu 35. Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{-3}$ là:

- A. $(2; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 2)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện } x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2.$$

Câu 36. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt[3]{x^2-4} + \sqrt{\frac{x+3}{2-x}}$ là:

- A. $[-3; 2)$. B. $[-3; 2]$.
C. $(-\infty; -3] \cup (2; +\infty)$. D. $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \frac{x+3}{2-x} \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x < 2.$$

Vậy $D = [-3; 2)$.

Câu 37. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{-2}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$. B. $D = \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$.
 C. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty \right)$. D. $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$.

Lời giải

Chọn **A**.

Điều kiện $3x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq \frac{1}{3} \Leftrightarrow x \neq \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$.

Câu 38. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3)}$.

A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = (3; 4]$. C. $D = [4; +\infty)$. D. $D = (0; 4]$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(x-3) \geq 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \leq 1 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow D = (3; 4]$$

Đáp án B

Câu 39. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. B. $[-3; 1]$. C. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$

Đáp án: C

Câu 40. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(4x - x^2)$ là

A. $(0; 4)$. B. $[0; 4]$. C. $(4; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn **A**.

Điều kiện: $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$. Do đó, tập xác định $D = (0; 4)$.

Câu 41. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log(x^2 + 3x) - 1}$

A. $(-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$.
 C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn **A**.

$$\text{Điều kiện } \log(x^2 + 3x) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \log(x^2 + 3x) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 + 3x \geq 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5 \\ x \geq 2 \end{cases}.$$

Câu 42. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2017}(x^2 - 3x + 2)$

- A. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
 B. $D = [1; 2]$.
 C. $D = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.
 D. $D = (1; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Hàm số } y = \log_{2017}(x^2 - 3x + 2) \text{ xác định} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy TXĐ là } D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$$

Câu 43. Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^e$.

- A. $D = (-\infty; 0)$.
 B. $D = \mathbb{R}$.
 C. $D = (0; +\infty)$.
 D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Hàm số lũy thừa } y = x^e \text{ với số mũ vô tỉ (không nguyên) nên có TXĐ là } D = (0; +\infty).$$

Câu 44. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x}{e^{x-1}} - \log(x-2)^2$ là D bằng

- A. $(0; +\infty) \setminus \{2\}$.
 B. $(2; +\infty)$.
 C. $(-\infty; +\infty) \setminus \{0; 2\}$.
 D. $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có hàm số xác định khi } x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2. \text{ Vậy } D = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty).$$

Câu 45. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ là:

- A. $[1; +\infty)$.
 B. $(1; +\infty)$.
 C. $(-\infty; 1)$.
 D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{3} \text{ là số hữu tỷ, suy ra } x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1.$$

Câu 46. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{-2}$.

- A. $D = \mathbb{R}$.
 B. $D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$.
 D. $D = (-3; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện xác định: } x^2 + 2x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -3 \end{cases}.$$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$.

Câu 47. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_5 \frac{x+1}{x-2}$.

A. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. B. $D = (-1; 2)$.

C. $D = (-2; 1)$.

D. $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện } \frac{x+1}{x-2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Câu 48. Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{3}}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $D = (3; +\infty)$.

C. $D = [3; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(3; +\infty)$.

Câu 49. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 (49 - x^2)$ là

A. $D = (-\infty; -7] \cup [7; +\infty)$.

B. $D = (7; +\infty)$.

C. $D = (-7; 7)$.

D. $D = [-7; 7)$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $49 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-7; 7)$.

Câu 50. Hàm số $y = e^x$ có tập xác định là

A. $(0; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định của hàm số mũ là tập số thực $\mathbb{R}$.

Câu 51. Tập xác định của hàm số $y = (x+3)^{\frac{3}{2}} - \sqrt[4]{5-x}$ là

A. $D = (-3; +\infty)$. B. $D = (-3; 5)$. C. $D = (-3; +\infty) \setminus \{5\}$. D. $D = (-3; 5]$.

Lời giải

Chọn **D**.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x+3 > 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \leq 5$.

Câu 52. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x + 3)^\pi$

A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$. B. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn **D**.

$y = (x^2 - 4x + 3)^\pi$ có nghĩa khi $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$.

Câu 53. Tìm miền xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1}$.

A. $\left[3; \frac{10}{3}\right]$. B. $\left(3; \frac{10}{3}\right]$. C. $\left(-\infty; \frac{10}{3}\right]$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn **B**.

$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1}$ xác định khi $\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 \geq 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3) \leq \frac{1}{3} \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq \frac{10}{3}$.

Câu 54. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_9 \frac{2x}{x+1} - \frac{1}{2}}}$ là

A. $-3 < x < -1$. B. $x > -1$. C. $x < -3$. D. $0 < x < 3$.

Lời giải

Chọn **A**.

Điều kiện $\begin{cases} \frac{2x}{x+1} > 0 \\ \log_9 \left(\frac{2x}{x+1} \right) - \frac{1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x}{x+1} > 0 \\ \frac{2x}{x+1} > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2x}{x+1} > 3 \Leftrightarrow \frac{x+3}{x+1} < 0 \Leftrightarrow -3 < x < -1$.

Câu 55. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$.

A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 0) \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

$$x^2 - 2x > 0 \Rightarrow x(x - 2) > 0 \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty).$$

Câu 56. Tìm tập xác định φ của hàm số $y = (-x^2 + 5x - 6)^{\sqrt{2}}$.

A. $\varphi = (2; 3)$.

B. $\varphi = [2; 3]$.

C. $\varphi = (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.

D. $\varphi = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Rightarrow 2 < x < 3$.

Câu 57. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3 \frac{x+1}{\sqrt{x^2-x-2}}$.

A. $D = (2; +\infty)$

B. $D = (-\infty; -2)$

C. $D = (-2; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x-2}} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2-x-2 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 2$.

Câu 58. Tập xác định của hàm số $y = (1 - 4x^2)^{\frac{-1}{3}}$?

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$.

B. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2} \right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

C. $D = \left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2} \right)$.

D. $D = \left\{ \frac{-1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $1 - 4x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2} \right)$.

Câu 59. Tập xác định của hàm số $y = \ln \frac{(3x-1)^5(x-2)^2}{(7-x)^3}$ có bao nhiêu số nguyên?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện xác định } \frac{(3x-1)^5(x-2)^2}{(7-x)^3} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} < x < 7 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Mà x nhận giá trị nguyên nên $x \in \{1; 3; 4; 5; 6\}$.

Câu 60. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \ln(x+2) + \ln(1-x) + 2016$.

A. $D = (-2; +\infty)$. B. $D = (-1; 2)$. C. $D = (-\infty; 1)$. D. $D = (-2; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện xác định là } \begin{cases} x+2 > 0 \\ 1-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1.$$

Câu 61. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \ln(-2x^2 + 7x - 3)$.

A. $D = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. B. $D = \left[\frac{1}{2}; 3\right]$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [3; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện xác định: } -2x^2 + 7x - 3 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 3 \text{ suy ra tập xác định } D = \left(\frac{1}{2}; 3\right).$$

Câu 62. Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) có tập xác định là:

A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 0)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 63. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 3x - 4)$.

A. $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. B. $[-1; 4]$.
C. $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$. D. $(-1; 4)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Hàm số } y = \log_2(x^2 - 3x - 4) \text{ xác định khi và chỉ khi } x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 4 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định là $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Câu 64. Tập xác định của hàm số $y = \ln(\sqrt{-x^2 + 3x - 2})$ là:

A. $D = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

B. $D = (1; 2)$.

C. $D = [1; 2]$.

D. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = \ln(\sqrt{-x^2 + 3x - 2})$ xác định khi và chỉ khi

$$\sqrt{-x^2 + 3x - 2} > 0 \Leftrightarrow -x^2 + 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Vậy tập xác định là $D = (1; 2)$.

Câu 65. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \ln(x^2 + x - 6)$.

A. $D = (-3; 2)$.

B. $D = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

D. $D = [-3; 2]$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện } x^2 + x - 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 2 \end{cases}.$$

Câu 66. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R}$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định khi $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$. Vậy chọn đáp án C

Câu 67. Hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + x - 2} - x)$ có tập xác định là:

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Hàm số xác định khi: } \begin{cases} x^2 + x - 2 \geq 0 & (1) \\ \sqrt{x^2 + x - 2} - x > 0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Giải (1): } x^2 + x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -2 \end{cases}.$$

$$\text{Giải (2): } \sqrt{x^2 + x - 2} - x > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x - 2} > x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x^2 + x - 2 > x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x > 2 \end{cases}.$$

Kết hợp (1) và (2) ta được tập xác định hàm số là $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$.

Câu 68. Hàm số $y = \log_7(3x + 1)$ có tập xác định là

- A. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn **A**.

Hàm số xác định khi: $3x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$. Tập xác định $D = \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 69. Tập nào sau đây là tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 1)^{-25}$?

- A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn **B**.

Hàm số $y = x^\alpha$ xác định tùy thuộc vào giá trị của α .

$+\alpha \in \mathbb{Z}^+$, tập xác định là $\mathbb{R}$.

$+\alpha \in \mathbb{Z}^-$ hoặc $\alpha = 0$, tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$+\alpha \notin \mathbb{Z}$, tập xác định là $(0; +\infty)$.

Ta có $-25 \in \mathbb{Z}^- \Rightarrow x^2 + 1 \neq 0$, đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 70. Tập xác định của hàm số $f(x) = (4x^2 - 1)^{-4}$ là:

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn **C**.

Ta có $-4 \in \mathbb{Z}^- \Rightarrow 4x^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq \frac{1}{4} \Rightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

Câu 71. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là:

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn **A.**

Ta có $\alpha \notin \mathbb{Z} \Rightarrow x > 0$. Tập xác định là $(0; +\infty)$.

Câu 72. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (9x - x^2)^{-\frac{1}{3}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 9\}$.

B. $D = (-\infty; 0) \cup (9; +\infty)$.

C. $D = (0; 9)$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn **C.**

Điều kiện: $9x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 9$.

Câu 73. Hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ có tập xác định là:

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(2; 3)$.

D.

$(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn **C.**

Điều kiện: $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$.

Câu 74. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} - \ln(x^2 - 1)$.

A. $(-\infty; -1) \cup (1; 2)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $(-\infty; 1) \cup (1; 2)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn **A.**

Điều kiện: $\begin{cases} 2-x > 0 \\ x^2-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 1 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$.

Câu 75. Cho hàm số $y = (x + 1 - \sqrt{x+4})^{10}$ Tìm tập xác định của hàm số.

A. $D = [-4; +\infty)$

B. $D = (-4; +\infty)$

C. $D = \mathbb{R}$

D. $D = (-\infty; -4)$

Lời giải

Chọn **A**

Điều kiện: $x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4 \longrightarrow D = [-4; +\infty)$. Đáp án **A.**

Câu 76. Tập xác định của hàm số $y = \log \frac{x+1}{2-x}$ là

A. $D = (-1; 2)$.

B. $D = [-1; 2]$.

C. $D = (-1; +\infty)$.

D. $D = (-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $\frac{x+1}{2-x} > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2$. Vậy tập xác định $D = (-1; 2)$.

Câu 77. Cho hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$. Tập xác định của hàm số là

A. $D = (0; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = [0; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ có số mũ $\frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$ nên tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

Câu 78. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(4 - 2x)$.

A. $D = (-\infty; 2]$.

B. $D = (-\infty; 2)$.

C. $D = (2; +\infty)$.

D. $D = [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $4 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Câu 79. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 3x - 4)$.

A. $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

B. $[-1; 4]$.

C. $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

D. $(-1; 4)$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = \log_a u$ ($0 < a \neq 1$) xác định khi $u > 0$, nên $y = \log_2(x^2 - 3x - 4)$ xác định khi:

$x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow x < -1; x > 4$. **Chọn A.**

Câu 80. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 4x + 3)$ là

A. $D = (1; 3)$

B. $D = (1; 4)$

C. $D = [1; 3]$

D. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = \log_a u$ ($0 < a \neq 1$) xác định khi $u > 0$, nên $y = \log_2(x^2 - 4x + 3)$ xác định khi:

$$x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow x < 1; x > 3. \text{Chọn D.}$$

Câu 81. Hàm số $y = \sqrt{3 - 2^{x+1} - 4^x}$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R}$. B. $[0; +\infty)$. C. $[-3; 1]$. D. $(-\infty; 0]$.

Lời giải

Chọn D.

Đk: $3 - 2^{x+1} - 4^x \geq 0 \Leftrightarrow 4^x + 2 \cdot 2^x - 3 \leq 0$. Đặt $t = 2^x, t > 0$ bất phương trình trở thành $t^2 + 2t - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq t \leq 1 \Rightarrow t \leq 1 \Rightarrow 2^x \leq 1 \Rightarrow x \leq 0$.

Câu 82. Tập xác định D của hàm số $y = \log_3 \frac{10 - x}{x^2 - 3x + 2}$ là

- A. $D = (1; +\infty)$. B. $D = (-\infty; 10)$.
C. $D = (-\infty; 1) \cup (2; 10)$. D. $D = (2; 10)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện xác định: $\frac{10 - x}{x^2 - 3x + 2} > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; 10)$.

Câu 83. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x + 5)$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (-5; +\infty)$. C. $D = [-5; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện xác định: $x + 5 > 0 \Leftrightarrow x > -5$.

Câu 84. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(-x^2 + 5x - 6)$.

- A. $D = (2; 3)$. B. $D = \mathbb{R}$.
C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow -x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$.

Câu 85. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3(x^2 + 2x)$.

- A. $D = [-2; 0]$. B. $D = (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.
C. $D = (-2; 0)$. D. $D = (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } x^2 + 2x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -2 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } D = (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$$

Câu 86. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x + 3)^{-2}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện } x^2 - 4x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}. \text{ Suy ra } D = \mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$$

Câu 87. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ là.

- A. $[0; 2]$. B. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. C. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 0 \vee x > 2.$$

Câu 88. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(2x - 10) + 1$ là.

- A. $D = (-5; +\infty)$. B. $D = \left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$. C. $D = (5; +\infty)$. D. $D = \left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow 2x - 10 > 0 \Leftrightarrow x > 5.$$

Câu 89. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 9)^{\frac{3}{2}}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$. D. $D = (-3; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow x^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty).$$

Câu 90. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \log_3(-2 \cdot 4^x + 5 \cdot 2^x - 2)$.

- A. $D = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. D. $D = (-1; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số xác định khi $-2.4^x + 5.2^x - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < 2^x < 2 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Câu 91. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\ln x + 2}$?

A. $D = [e^2; +\infty)$ B. $D = \left[\frac{1}{e^2}; +\infty\right)$ C. $D = [0; +\infty)$ D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $\ln x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \ln x \geq -2 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{e^2}$.

Câu 92. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-6}$

A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$. D. $D = (0; 3)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $x^2 - 3x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

Câu 93. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(2x^2 + 3x + 1)$.

A. $D = (-\infty; -1) \cup \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$. B. $D = \left[-1; -\frac{1}{2}\right)$.
C. $D = \left[-1; -\frac{1}{2}\right]$. D. $D = (-\infty; -1] \cup \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$y = \log_3(2x^2 + 3x + 1)$ có tập xác định là $2x^2 + 3x + 1 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

Câu 94. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt[5]{1 - 2x}$.

A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. C. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 95. Tập xác định của hàm số $y = (2x^2 - x - 3)^{-7}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -1; \frac{3}{2} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R}.$

C. $D = \left(-1; \frac{3}{2} \right).$

D. $D = \left(-\infty; -1 \right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty \right).$

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = \left(2x^2 - x - 3 \right)^{-7}$ xác định $\Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases}.$

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI LŨY THỪA – MŨ - LOGARIT.

Tài liệu được mình tổng hợp và chỉnh sửa lại từ các tài liệu mà các thầy cô trong nhóm Word Toan đã gửi cho mình. Trong quá trình tổng hợp, phân dạng có gì sai sót mong các bạn đọc hồi âm qua fb : <https://www.facebook.com/phong.baovuong> để mình chỉnh sửa phục vụ tài liệu tốt hơn cho các năm học sau.

Chân thành cảm ơn !

Nguyễn Bảo Vương

Câu 1. Cho $0 < a, b, c \neq 1$. Công thức nào dưới đây **sai**?

- A. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$. B. $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$.
C. $\log_a c = \log_b a \cdot \log_c b$. D. $\log_b c = \log_a c \cdot \log_b a$.

Lời giải

Chọn **C**.

Câu 2. Cho các số dương a, b khác 1 sao cho $\log_{16} \sqrt[3]{a} = \log_{a^2} \sqrt[9]{b} = \log_b 2$. Tính giá trị của $\frac{b}{a^2}$.

- A. 16. B. 8. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn **D**.

$$\text{Ta có } \log_{16} \sqrt[3]{a} = \log_b 2 \Leftrightarrow \frac{1}{4 \cdot 3} \log_2 a = \frac{1}{\log_2 b} \Leftrightarrow \log_2 a \cdot \log_2 b = 12 \quad (1).$$

Mặt khác ta có

$$\log_{a^2} \sqrt[9]{b} = \log_b 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2 \cdot 9} \log_a b = \frac{1}{\log_2 b} \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log_2 b = 18 \Leftrightarrow \frac{(\log_2 b)^2}{\log_2 a} = 18 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \begin{cases} (\log_2 b)^3 = 216 \\ \log_2 b \cdot \log_2 a = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 b = 6 \\ \log_2 a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 64 \\ a = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a^2} = 4.$$

Câu 3. Cho $x > 1$ và các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn điều kiện $\log_a x > 0 > \log_b x > \log_c x$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $b > c > a$. B. $b > a > c$. C. $a > c > b$. D. $a > b > c$.

Lời giải

Chọn **C**.

$$\text{Ta có: } \log_a x > 0 > \log_b x > \log_c x \Rightarrow \frac{1}{\log_x a} > 0 > \frac{1}{\log_x b} > \frac{1}{\log_x c} \\ \Rightarrow \log_x a > 0 > \log_x c > \log_x b \Rightarrow a > c > b$$

Câu 4. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $0 < a < b < 1$. Trong các khẳng định sau, chọn khẳng định **sai**?

- A. $0 < \log_a b < 1 < \log_b a$. B. $0 < \log_b a < 1 < \log_a b$.

C. $0 < \log_b a < \log_a b < 1$.

D. $0 < \log_a b < \log_b a < 1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $0 < a < b < 1 \Rightarrow \log_a 1 < \log_a b < \log_a a \Rightarrow 0 < \log_a b < 1$.

Ta có: $0 < a < b < 1 \Rightarrow \log_b 1 < \log_b b < \log_b a \Rightarrow 0 < 1 < \log_b a$.

Vậy $0 < \log_a b < 1 < \log_b a$.

Câu 5. Cho a, b là các số thực dương, khác 1. Đặt $\log_a b = \alpha$. Tính theo α giá trị của biểu thức

$$P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3.$$

A. $P = \frac{\alpha^2 - 12}{\alpha}$. **B.** $P = \frac{\alpha^2 - 12}{2\alpha}$. **C.** $P = \frac{4\alpha^2 - 1}{2\alpha}$. **D.** $P = \frac{\alpha^2 - 2}{2\alpha}$.

B. $P = \frac{\alpha^2 - 12}{2\alpha}$.

$$\text{C. } P = \frac{4\alpha^2 - 1}{2\alpha}.$$

$$\text{D. } P = \frac{\alpha^2 - 2}{2\alpha}.$$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3 = \frac{1}{2} \log_a b - 6 \log_b a = \frac{1}{2} \alpha - \frac{6}{\alpha} = \frac{\alpha^2 - 12}{2\alpha}$.

Câu 6. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt[5]{a}} \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. $P = 3$. **B.** $P = 15$. **C.** $P = \frac{93}{32}$. **D.** $P = \frac{45}{16}$.

B. $P = 15$.

$$\text{C. } P = \frac{93}{32}.$$

D. $P = \frac{45}{16}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } P = \log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}} = \log_{a^{\frac{1}{3}}} a^{\frac{31}{32}} = \frac{31}{32} \cdot 3 = \frac{93}{32}.$$

Câu 7. Cho $a > 0, a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\log_a x^n = n \log_a x \left(x > 0, n \neq 0 \right).$

B. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x \in \mathbb{R}$.

C. $\log_a 1 = a$, $\log_a a = 0$.

D. $\log_a x \cdot y = \log_a x \cdot \log_a y \ (x > 0, y > 0).$

Lời giải

Chọn A.

Áp dụng tính chất logarit của một lũy thừa.

Câu 8. Nếu $a = \log_{15} 3$ thì

A. $\log_{25} 15 = \frac{3}{5(1-a)}$. **B.** $\log_{25} 15 = \frac{5}{3(1-a)}$.

B. $\log_{25} 15 = \frac{5}{3(1-a)}$.

C. $\log_{25} 15 = \frac{1}{2(1-a)}$. **D.** $\log_{25} 15 = \frac{1}{5(1-a)}$.

D. $\log_{25} 15 = \frac{1}{5(1-a)}$.

Lời giải

Chọn C.

$$a = \log_{15} 3 = \frac{1}{\log_3 15} = \frac{1}{\log_3 3 \cdot 5} = \frac{1}{1 + \log_3 5} \Rightarrow \log_3 5 = \frac{1-a}{a}$$

$$\log_{25} 15 = \frac{\log_3 15}{\log_3 25} = \frac{\frac{1}{a}}{2 \log_3 5} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{2(1-a)}{a}} = \frac{1}{2(1-a)}.$$

Câu 9. Giá trị của $K = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$ bằng

- A. $K = 16$. B. $K = 24$. C. $K = 18$. D. $K = 12$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } K = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}} = (2^{-4})^{-0,75} + (2^{-3})^{-\frac{4}{3}} = 2^3 + 2^4 = 24.$$

Câu 10. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $4^{-\sqrt{3}} > 4^{-\sqrt{2}}$. B. $3^{\sqrt{3}} < 3^{1,7}$. C. $\left(\frac{1}{3}\right)^{1,4} < \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$. D. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\pi} < \left(\frac{2}{3}\right)^e$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng tính chất:

Nếu cơ số $a > 1$ thì $\alpha > \beta \Leftrightarrow a^\alpha > a^\beta$.

Nếu cơ số $0 < a < 1$ thì $\alpha > \beta \Leftrightarrow a^\alpha < a^\beta$.

Các đáp án A, B, C bị sai tính chất trên.

Ta có cơ số $\frac{2}{3} < 1$ thì $\pi > e \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^\pi < \left(\frac{2}{3}\right)^e$. Ta chọn đáp án D.

Câu 11. Cho a, b, c, d là các số dương và $a \neq 1$, khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a b \cdot \log_a c = \log_a (b + c)$. B. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$.
C. $\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$. D. $-\log_a b = \log_a \left(\frac{1}{b}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Đáp án B, C, D là những công thức của logarit.

Câu 12. Biết $\log 2 = a$, khi đó $\log 16$ tính theo a là

- A. $4a$. B. $2a$. C. $8a$. D. $16a$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log 16 = \log 2^4 = 4 \log 2 = 4a$.

Câu 13. Cho a, b là các số thực dương, khác 1 và $\log_a b = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{b\sqrt{a}} (a\sqrt{b})$.

A. $P = \frac{4}{5}$.

B. $P = \frac{1}{4}$.

C. $P = \frac{1}{5}$.

D. $P = \frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } P = \frac{\log_a(a\sqrt{b})}{\log_a(b\sqrt{a})} = \frac{\log_a a + \log_a \sqrt{b}}{\log_a b + \log_a \sqrt{a}} = \frac{1 + \frac{1}{2}\log_a b}{\log_a b + \frac{1}{2}} = \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot 2}{2 + \frac{1}{2}} = \frac{4}{5}.$$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$. Tính tổng

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f(1).$$

A. $S = \frac{4035}{4}$.

B. $S = \frac{8067}{4}$.

C. $S = 1008$.

D. $S = \frac{8071}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Xét } f(x) + f(1-x) = \frac{9^x}{9^x + 3} + \frac{9^{1-x}}{9^{1-x} + 3} = \frac{9^x}{9^x + 3} + \frac{9}{9 + 3 \cdot 9^x} = \frac{9^x}{9^x + 3} + \frac{3}{9^x + 3} = \frac{9^x + 3}{9^x + 3} = 1.$$

$$\text{Khi đó } S = \left[f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) \right] + \left[f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{2015}{2017}\right) \right] + \dots$$

$$+ \left[f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1009}{2017}\right) \right] + f(1) = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{1008 \text{ số}} + f(1) = 1008 + \frac{9}{9 + 3} = 1008 + \frac{3}{4} = \frac{4035}{4}.$$

Câu 15. Với số dương a và các số nguyên dương m, n bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^{m^n} = (a^m)^n$.

B. $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$.

C. $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a}$.

D. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 16. Đặt $a = \log 3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\frac{1}{\log_{81} 100} = \frac{a}{8}$.

B. $\frac{1}{\log_{81} 100} = 2a$.

C. $\frac{1}{\log_{81} 100} = 16a$.

D. $\frac{1}{\log_{81} 100} = a^4$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \frac{1}{\log_{81} 100} = \log_{100} 81 = \frac{\log 81}{\log 100} = \frac{\log 3^4}{\log 10^2} = \frac{4 \log 3}{2} = 2 \log 3 = 2a.$$

Câu 17. Với số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Cho các biểu thức:

$$A = \log_a \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}} \right); B = \log_a 1; C = \log_a \left(\log_2 2^{\frac{1}{a}} \right); D = \log_2 \left(\log_{\sqrt[4]{a}} a \right).$$

Gọi m là số biểu thức có giá trị dương. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $m = 2$.

B. $m = 0$.

C. $m = 3$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } A = \log_a \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}} \right) = \log_a a^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4}$$

$$B = \log_a 1 = 0$$

$$C = \log_a \left(\log_2 2^{\frac{1}{a}} \right) = \log_a \left(\frac{1}{a} \right) = \log_a a^{-1} = -1$$

$$D = \log_2 \left(\log_{\sqrt[4]{a}} a \right) = \log_2 \left(\log_{\frac{1}{a^4}} a \right) = \log_2 (4) = \log_2 2^2 = 2$$

Câu 18. Cho $a, b, x, y \in R, 0 < a \neq 1, b > 0, xy > 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. B. $a^{\log_a 3 \sqrt{b}} = \sqrt[6]{a}$.

C. $\log_{\sqrt[3]{a}} b^3 = 18 \log_a b$. D. $\log_a x^{2018} = 2018 \cdot \log_a x$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt[3]{a}} b^3 = \log_{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}} b^3 = 18 \log_a b.$$

Câu 19. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$ với mọi $x > 0, y > 0$.

C. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.

D. $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$).

Lời giải

Chọn D.

Câu 20. Cho $\log_2 5 = a$ và $\log_3 5 = b$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$. B. $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$. C. $\log_6 5 = \frac{1}{ab}$. D. $\log_6 5 = \frac{a+b}{ab}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \log_2 5 = a \Rightarrow \log_5 2 = \frac{1}{a}, \log_3 5 = b \Rightarrow \log_5 3 = \frac{1}{b}.$$

$$\text{Vậy } \log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Câu 21. Cho $a > 0, b > 0$ và $a \neq 1, b \neq 1; x$ và y là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$. B. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

C. $\log_a (x+y) = \log_a x + \log_a y$. D. $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Do } \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \Leftrightarrow \log_b x = \log_b a \cdot \log_a x.$$

$$\text{Ta có } \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y, \log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} = -\log_a x, \log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

Nên đáp án A, B, C là các đáp án sai.

Câu 22. Cho $a > 0$ và $b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $3\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

B. $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

C. $2(\log_a + \log_b) = \log(7ab)$.

D. $\log(a+b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab \Leftrightarrow \log\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log ab$$

$$\Leftrightarrow 2\log \frac{a+b}{3} = \log a + \log b \Leftrightarrow \log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b) \text{ (do } a > 0, b > 0).$$

Câu 23. Biểu thức $Q = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ với $(x > 0)$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $Q = x^{\frac{2}{3}}$.

B. $Q = x^{\frac{5}{3}}$.

C. $Q = x^{\frac{5}{2}}$.

D. $Q = x^{\frac{7}{3}}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Do } x > 0 \text{ nên } Q = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6}} = x^{\frac{5}{3}}.$$

Câu 24. Giá trị của biểu thức $E = 3^{\sqrt{2}-1} \cdot 9^{\sqrt{2}} \cdot 27^{1-\sqrt{2}}$ bằng

A. 1.

B. 27.

C. 9.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$E = 3^{\sqrt{2}-1} \cdot 9^{\sqrt{2}} \cdot 27^{1-\sqrt{2}} = 3^{\sqrt{2}-1} \cdot 3^{2\sqrt{2}} \cdot 3^{3-3\sqrt{2}} = 3^2 = 9.$$

Câu 25. Đặt $a = \log_3 15$ và $b = \log_3 10$. Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b .

A. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a+b-1)$.

B. $\log_{\sqrt{3}} 50 = (a+b-1)$.

C. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a+b-1)$.

D. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a+b-1)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(\log_3 50) = 2(\log_3 15 + \log_3 10 - 1) = 2(a+b-1).$$

Câu 26. Đặt $a = \log_3 5$; $b = \log_4 5$. Hãy biểu diễn $\log_{15} 20$ theo a và b .

$$\begin{aligned} \text{A. } \log_{15} 20 &= \frac{a(1+a)}{b(a+b)} & \text{B. } \log_{15} 20 &= \frac{b(1+a)}{a(1+b)} & \text{C. } \log_{15} 20 &= \frac{b(1+b)}{a(1+a)} \\ \text{D. } \log_{15} 20 &= \frac{a(1+b)}{b(1+a)} \end{aligned}$$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \log_{15} 20 = \frac{\log_5 20}{\log_5 15} = \frac{1 + \log_5 4}{1 + \log_5 3} = \frac{1 + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{a(b+1)}{b(a+1)}.$$

Câu 27. Cho số thực dương a . Biểu thức $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$ được viết lại dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là gì?

$$\begin{aligned} \text{A. } a^{\frac{1}{9}} & & \text{B. } a^{\frac{2}{3}} & \\ \text{C. } a^{\frac{5}{6}} & & \text{D. } a^{\frac{7}{6}} & \end{aligned}$$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} = \left(a^2 \cdot a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(a^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{6}}.$$

Câu 28. Đặt $\log_5 20 = a$, biểu diễn $\log_2 5$ theo a là

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{2}{a+1} & & \text{B. } \frac{2}{a-1} & & \text{C. } 2(a-1) & & \text{D. } \frac{a-1}{2} \end{aligned}$$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_5 20 = a \Leftrightarrow \log_5 (2^2 \cdot 5) = a \Leftrightarrow 2\log_5 2 + 1 = a \Leftrightarrow \log_5 2 = \frac{a-1}{2} \Leftrightarrow \log_2 5 = \frac{2}{a-1}.$$

Câu 29. Cho $\log_2 x = 4; \log_x y = 4; \log_y z = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $x + y + z$ là

$$\begin{aligned} \text{A. } 65808 & & \text{B. } 65880 & & \text{C. } 65088 & & \text{D. } 65080 \end{aligned}$$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 16$$

$$\log_x y = 4 \Rightarrow \log_{16} y = 4 \Leftrightarrow y = 65536$$

$$\log_y z = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_{65536} z = \frac{1}{2} \Leftrightarrow z = 256$$

$$\text{Vậy } x + y + z = 16 + 65536 + 256 = 65808.$$

Câu 30. Cho $2^x = \sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{2}}}}}$. Khi đó giá trị của x là

A. $\frac{1}{6!}$.

B. $\frac{1}{5!}$.

C. $\frac{1}{4!}$.

D. $\frac{1}{3!}$.

Lời giải

Chọn **A.**

$$\text{Ta có: } 2^x = \sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{2}}}}} \Leftrightarrow 2^x = 2^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6}} \Leftrightarrow 2^x = 2^{\frac{1}{6!}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{6!}.$$

Câu 31. Cho a, b là các số thực dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ B. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$

C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$ D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Lời giải

Chọn **A:**

Câu 32. Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy + 1}{bxy + cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$.

B. $S = 19$.

C. $S = 10$.

D. $S = 15$.

Lời giải

Chọn **D.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_{54} 168 &= \frac{\log_7 (24 \cdot 7)}{\log_7 54} = \frac{\log_7 24 + 1}{\log_7 54} = \frac{\log_7 12 \log_{12} 24 + 1}{\log_7 54} \\ &= \frac{\log_7 12 \log_{12} 24 + 1}{\log_7 12 \log_{12} 54} = \frac{xy + 1}{x \cdot \log_{12} 54} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tính } \log_{12} 54 &= \log_{12} (27 \cdot 2) = 3 \log_{12} 3 + \log_{12} 2 = 3 \log_{12} \frac{3 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 24}{2 \cdot 12 \cdot 24} + \log_{12} \frac{24}{12} \\ &= 3 \log_{12} \frac{12^3}{24^2} + \log_{12} \frac{24}{12} = 3(3 - 2 \log_{12} 24) + (\log_{12} 24 - 1) = 8 - 5 \log_{12} 24 = 8 - 5y. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó: } \log_{54} 168 = \frac{xy + 1}{x(8 - 5y)} = \frac{xy + 1}{-5xy + 8x}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 8 \end{cases} \Rightarrow S = a + 2b + 3c = 15$$

Câu 33. Nếu $a = \log_2 3$, $b = \log_2 5$ thì

A. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}a + \frac{1}{6}b$.

B. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}a + \frac{1}{3}b$.

C. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b$.

D. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b$.

Lời giải

Chọn **C.**

$$\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} \log_2 360 = \frac{1}{6} \log_2 (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) = \frac{1}{6} (3 + 2a + b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b.$$

Câu 34. Cho $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Giá trị của $\log_a \left(\frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3} \right)$ bằng

- A. -2 . B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. 11 .

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \log_a \left(\frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3} \right) &= \log_a a^4 b^{\frac{1}{3}} - \log_a c^3 = \log_a a^4 + \log_a b^{\frac{1}{3}} - \log_a c^3 = 4 + \frac{1}{3} \log_a b - 3 \log_a c \\ &= 4 + \frac{1}{3} \cdot 3 - 3(-2) = 11. \end{aligned}$$

Câu 35. Giả sử p, q là các số thực dương sao cho $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p + q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

- A. $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})$. B. $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Đặt } \log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p + q) = u \Rightarrow \begin{cases} p = 9^u \\ q = 12^u \\ p + q = 16^u \end{cases}$$

$$\text{Đặt } x = \frac{q}{p} = \frac{12^u}{9^u} = \left(\frac{4}{3} \right)^u \Rightarrow x^2 = \left(\frac{16}{9} \right)^u = \left(\frac{p+q}{p} \right)^u = 1 + x \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Câu 36. Cho $a > 0$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\sqrt{a} \sqrt[3]{a} = \sqrt[4]{a}$. B. $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = a^{\frac{5}{6}}$. C. $(a^2)^4 = a^6$. D. $\sqrt[7]{a^5} = a^{\frac{7}{5}}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = a^{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}} = a^{\frac{5}{6}}.$$

Câu 37. Biết $\log(xy^3) = 1$ và $\log(x^2y) = 1$, tìm $\log(xy)$?

- A. $\log(xy) = \frac{5}{3}$. B. $\log(xy) = \frac{1}{2}$. C. $\log(xy) = \frac{3}{5}$. D. $\log(xy) = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log(xy^3) = 1 \Leftrightarrow \log(xy) + 2\log y = 1$$

$$\log(x^2y) = 1 \Leftrightarrow \log(xy) + \log x = 1$$

$$\text{Vậy } \log x = 2\log y \Leftrightarrow x = y^2$$

Câu 42. Giả sử ta có hệ thức $a^2 + 4b^2 = 5ab$ ($a, b > 0$). Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức **đúng**?

A. $2\log_2(a + 2b) = \log_2 a + \log_2 b$

B. $2\log_2(a + 2b) = \log_2 a + \log_2(9b)$

C. $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$

D. $2\log_2 \frac{a+2b}{3} = \log_2 a - \log_2 b$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\log_2(a + 2b) = \log_2 a + \log_2(9b) \Leftrightarrow \log_2(a + 2b)^2 = \log_2 9ab$

$\Leftrightarrow (a + 2b)^2 = 9ab \Leftrightarrow a^2 + 4b^2 = 5ab$

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \frac{16^x}{16^x + 4}$. Tính tổng $S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2017}{2017}\right)$.

Lời giải

Nhận xét: Cho $x + y = 1$

Ta có $f(x) + f(y) = \frac{16^x}{16^x + 4} + \frac{16^y}{16^y + 4} = \frac{16 + 4 \cdot 16^x + 16 + 4 \cdot 16^y}{16 + 4 \cdot 16^x + 4 \cdot 16^y + 16} = 1$

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{2015}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1009}{2017}\right) + f\left(\frac{2017}{2017}\right)$$

$$= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{1008 \text{ số hạng}} + \frac{16}{16 + 4} = 1008 + \frac{4}{5} = \frac{5044}{5}$$

Câu 44. Cho hai số thực a, b thỏa mãn đồng thời đẳng thức $3^{-a} \cdot 2^b = 1152$ và $\log_{\sqrt{5}}(a + b) = 2$. Tính $P = a - b$.

A. $P = -9$.

B. $P = -3$.

C. $P = 8$.

D. $P = -6$.

Lời giải

Chọn A.

Theo đề ta có:

⊙ $\log_{\sqrt{5}}(a + b) = 2 \Rightarrow a + b = 5$

⊙ $3^{-a} \cdot 2^b = 1152 \Leftrightarrow 3^{-a} \cdot 2^{-a} \cdot 2^a \cdot 2^b = 1152$

$\Leftrightarrow 6^{-a} \cdot 2^{a+b} = 1152$

$\Leftrightarrow 6^{-a} \cdot 2^5 = 1152$

$\Leftrightarrow 6^{-a} = 36$

$\Leftrightarrow -a = 2 \Leftrightarrow a = -2 \Leftrightarrow b = 7$

Vậy $P = a - b = -9$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = \frac{16^x}{16^x + 4}$. Tính tổng $S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2017}{2017}\right)$.

A. $S = \frac{5044}{5}$.

B. $S = \frac{10084}{5}$.

C. $S = 1008$.

D. $S = \frac{10089}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Nhận xét: Cho $x + y = 1$

$$\text{Ta có } f(x) + f(y) = \frac{16^x}{16^x + 4} + \frac{16^y}{16^y + 4} = \frac{16 + 4 \cdot 16^x + 16 + 4 \cdot 16^y}{16 + 4 \cdot 16^x + 4 \cdot 16^y + 16} = 1$$

$$\begin{aligned} S &= f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{2015}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1009}{2017}\right) + f\left(\frac{2017}{2017}\right) \\ &= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{1008 \text{ số hạng}} + \frac{16}{16 + 4} = 1008 + \frac{4}{5} = \frac{5044}{5}. \end{aligned}$$

Câu 46. Cho các số thực $a, b > 0$ với $a \neq 1$, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$

B. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b.$

C. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b.$

D. $\log_{a^2}(ab) = \log_{a^2} a \cdot \log_{a^2} b.$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có : } \log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$$

Câu 47. Nếu $\log_{12} 18 = a$ thì $\log_2 3$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1-2a}{a-2}.$

B. $\frac{2a-1}{a-2}.$

C. $\frac{a-1}{2a-2}.$

D. $\frac{1-a}{a-2}.$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \log_{12} 18 = \frac{\ln 18}{\ln 12} = \frac{\ln 3^2 \cdot 2}{\ln 2^2 \cdot 3} = \frac{2 \ln 3 + \ln 2}{2 \ln 2 + \ln 3} = \frac{2 \frac{\ln 3}{\ln 2} + 1}{2 + \frac{\ln 3}{\ln 2}} = \frac{2 \log_2 3 + 1}{2 + \log_2 3} = a$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_2 3 + 1 = 2a + a \log_2 3 \Leftrightarrow \log_2 3 = \frac{2a-1}{2-a} = \frac{1-2a}{a-2}.$$

Câu 48. Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{5}{4}}y + xy^{\frac{5}{4}}}{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}} (x, y > 0).$

A. $P = \frac{x}{y}.$

B. $P = xy.$

C. $P = \sqrt[4]{xy}.$

D. $P = \sqrt[4]{\frac{x}{y}}.$

Lời giải

Chọn B.

$$P = \frac{x^{\frac{5}{4}}y + xy^{\frac{5}{4}}}{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}} = \frac{xy(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})}{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}} = xy.$$

Câu 49. Đặt $a = \log_2 5, b = \log_3 2$. Hãy biểu diễn $\log_{10} 15$ theo a và b

A. $\log_{10} 15 = \frac{1+ab}{1+a}$. B. $\log_{10} 15 = \frac{1+ab}{b+ab}$. C. $\log_{10} 15 = \frac{a+b}{b+ab}$. D. $\log_{10} 15 = \frac{b+a}{1+a}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned}\log_{10} 15 &= \log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \frac{\log_2 3}{\log_2 10} + \frac{\log_2 5}{\log_2 10} \\ &= \frac{\log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 5 + 1} = \frac{\frac{1}{b} + a}{a + 1} = \frac{1+ab}{b+ab}.\end{aligned}$$

Câu 50. Đặt $a = \ln 2$, $b = \ln 5$, hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b

A. $-2(a-b)$. B. $-2(a+b)$. C. $2(a-b)$. D. $2(a+b)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $I = \ln \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100}$

$$I = \ln \frac{1}{100} = \ln (2^2 \cdot 5^2)^{-1} = -2 \ln 2 - 2 \ln 5 = -2(a+b).$$

Câu 51. Rút gọn biểu thức $P = 3^{2 \log_3 a} - \log_5 a^2 \cdot \log_a 25$, ta được:

A. $P = a^2 - 4$. B. $P = a^2 - 2$. C. $P = a^2 + 4$. D. $P = a^2 + 2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$$P = 3^{2 \log_3 a} - \log_5 a^2 \cdot \log_a 25 = 3^{\log_3 a^2} - 2 \cdot \log_5 a \cdot 2 \log_a 5 = a^2 - 4.$$

Câu 52. Cho biểu thức với giả thiết biểu thức có nghĩa.

$$D = \frac{a^{-n} + b^{-n}}{a^{-n} - b^{-n}} - \frac{a^{-n} - b^{-n}}{a^{-n} + b^{-n}}, (ab \neq 0; a \neq \pm b; n \in \mathbb{N}). \text{ Chọn đáp án đúng}$$

A. $D = \frac{4a^n b^n}{b^{2n} - a^{2n}}$ B. $D = \frac{2a^n b^n}{b^{2n} - a^{2n}}$ C. $D = \frac{3a^n b^n}{b^{2n} - a^{2n}}$ D. $D = \frac{a^n b^n}{b^{2n} - a^{2n}}$

Lời giải

Chọn A.

$$D = \frac{a^{-n} + b^{-n}}{a^{-n} - b^{-n}} - \frac{a^{-n} - b^{-n}}{a^{-n} + b^{-n}} = \frac{4a^{-n}b^{-n}}{a^{-2n} - b^{-2n}} = \frac{4(a^{2n}b^{2n})}{a^n b^n (b^{2n} - a^{2n})} = \frac{4a^n b^n}{b^{2n} - a^{2n}}$$

Câu 53. Cho các số thực $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\ln(\sqrt{ab}) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$. B. $\ln(ab)^2 = \ln(a^2) + \ln(b^2)$.

C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln(a^2) - \ln(b^2).$

D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| - \ln|b|.$

Lời giải

Chọn C.

Câu 54. Biết $\log 5 = a$ và $\log 3 = b$. Tính $\log_{30} 8$ theo a và b được kết quả là:

A. $\log_{30} 8 = \frac{3(1-a)}{1+b}$ B. $\log_{30} 8 = \frac{3(1-a)}{1-b}$ C. $\log_{30} 8 = \frac{3(1+a)}{1+b}$ D. $\log_{30} 8 = \frac{3(a-1)}{1+b}$

Lời giải

Chọn A.

$$a = \log 5 = \log_{10} 5 = \frac{1}{\log_5 10} = \frac{1}{1 + \log_5 2} \Rightarrow \log_5 2 = \frac{1-a}{a}$$

$$b = \log 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 10} = \frac{\log_2 3}{1 + \log_2 5} \Rightarrow \log_2 3 = b(1 + \log_2 5)$$

$$\log_{30} 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 30} = \frac{3}{1 + \log_2 5 + \log_2 3} = \frac{3}{1 + \frac{a}{1-a} + b\left(1 + \frac{a}{1-a}\right)} = \frac{3(1-a)}{1+b}$$

Câu 55. Rút gọn biểu thức $A = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$ ta được kết quả là:

A. $\frac{1}{\log_b a}$ B. $-\log_b a$ C. $\log_b a$ D. $\frac{\log_b a}{3}$

Lời giải

Chọn A.

$$A = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$$

$$= (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$$

$$= (\log_a b + \log_b a + 2)(1 - \log_{ab} b \log_b a) - 1$$

$$= (\log_a b + \log_b a + 2)(1 - \log_{ab} a) - 1$$

$$= \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b} + 2 \right) \left(1 - \frac{1}{1 + \log_a b} \right) - 1$$

$$= \left(\frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a b} \right) \left(\frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) - 1$$

$$= 1 + \log_a b - 1$$

$$= \log_a b$$

Câu 56. Cho x là số thực dương, viết biểu thức $Q = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2}} \cdot \sqrt[6]{x}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $Q = x^{\frac{5}{36}}$ B. $Q = x^{\frac{2}{3}}$ C. $Q = x$ D. $Q = x^2$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } Q = \sqrt{x \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[6]{x}} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{6}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}} = x.$$

Câu 57. Cho a, b là các số thực dương và khác 1. Chọn đẳng thức đúng.

A. $\log_a \sqrt{ab^3} = \frac{1}{6}(1 + \log_a b).$

B. $\log_a \sqrt{ab^3} = 6(1 + \log_a b).$

C. $\log_a \sqrt{ab^3} = 2\left(1 + \frac{1}{3}\log_a b\right).$

D. $\log_a \sqrt{ab^3} = \frac{1}{2}(1 + 3\log_a b).$

Lời giải

$$\log_a \sqrt{ab^3} = \frac{1}{2}\log_a (ab^3) = \frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b^3) = \frac{1}{2}(1 + 3\log_a b).$$

Câu 58. Cho các số thực $a, b > 0, a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^3} a\sqrt{b} = \frac{1}{6}\log_a b.$ B. $\log_{a^3} a\sqrt{b} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\log_a b.$

C. $\log_{a^3} a\sqrt{b} = \frac{1}{3} + \log_a b.$

D. $\log_{a^3} a\sqrt{b} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\log_a b.$

Lời giải

$$\log_{a^3} a\sqrt{b} = \frac{1}{3}\log_a a\sqrt{b} = \frac{1}{3}(\log_a a + \log_a \sqrt{b}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\log_a b$$

Câu 59. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^5}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $P = x^{\frac{5}{4}}.$

B. $P = x^{\frac{4}{5}}.$

C. $P = x^{20}.$

D. $P = x^9.$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } P = \sqrt[4]{x^5} = x^{\frac{5}{4}}.$$

Câu 60. Cho a là số thực dương và b là số thực khác 0. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_3 a - 2\log_3 |b|.$

B. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2}\right) = 1 + 3\log_3 a - 2\log_3 b.$

C. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2}\right) = 1 + 3\log_3 a + 2\log_3 b.$

D. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2}\right) = 1 + 3\log_3 a - 2\log_3 |b|.$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2}\right) = \log_3 3 + \log_3 a^3 - \log_3 b^2 = 1 + 3\log_3 a - 2\log_3 |b|.$$

Câu 61. Cho a, b, c là ba số thực dương, khác 1 và $abc \neq 1$. Biết $\log_a 3 = 2$, $\log_b 3 = \frac{1}{4}$ và

$\log_{abc} 3 = \frac{2}{15}$. Khi đó, giá trị của $\log_c 3$ bằng bao nhiêu?

- A. $\log_c 3 = \frac{1}{2}$. B. $\log_c 3 = 3$. C. $\log_c 3 = 2$. D. $\log_c 3 = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn **D**.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_{abc} 3 &= \frac{2}{15} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 abc} = \frac{2}{15} \Leftrightarrow \log_3 abc = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \log_3 a + \log_3 b + \log_3 c = \frac{15}{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{\log_a 3} + \frac{1}{\log_b 3} + \frac{1}{\log_c 3} = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} + 4 + \frac{1}{\log_c 3} = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_c 3} = 3 \Leftrightarrow \log_c 3 = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Câu 62. Cho $\log_2 5 = x$, $\log_3 5 = y$ Tính $\log_3 60$ theo x và y

- A. $\log_3 60 = 2 + \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$. B. $\log_3 60 = 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{y}$.
C. $\log_3 60 = 1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$. D. $\log_3 60 = 2 + \frac{2}{x} + \frac{1}{y}$.

Lời giải

Chọn **C**.

Câu 63. Cho $\log_a x = \log_b y = N$, ($0 < a, b, x, y$) và ($a, b \neq 1$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $N = \log_{a+b}(xy)$ B. $N = \log_{ab} \frac{x}{y}$ C. $N = \log_{a+b} \frac{x}{y}$ D. $N = \log_{ab}(xy)$.

Lời giải

Chọn **D**.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_a x = N \\ \log_b y = N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a^N \\ y = b^N \end{cases} \Rightarrow xy = (ab)^N \Rightarrow N = \log_{ab}(xy).$$

Câu 64. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính tổng $S = f\left(\frac{1}{2018}\right) + f\left(\frac{2}{2018}\right) + f\left(\frac{3}{2018}\right) + \dots + f\left(\frac{2017}{2018}\right)$.

- A. $S = \frac{2017}{2}$. B. $S = 2018$. C. $S = \frac{2019}{2}$. D. $S = 2017$.

Lời giải

Chọn **A**

$$\text{Ta có: } f(1-x) = \frac{4^{1-x}}{4^{1-x} + 2} = \frac{4}{4 + 2 \cdot 4^x} = \frac{2}{2 + 4^x} \Rightarrow f(1) + f(1-x) = 1$$

$$\text{Do đó: } f\left(\frac{1}{2018}\right) + f\left(\frac{2017}{2018}\right) = 1, f\left(\frac{2}{2018}\right) + f\left(\frac{2016}{2018}\right) = 1, \dots, f\left(\frac{1008}{2018}\right) + f\left(\frac{1010}{2018}\right) = 1$$

$$\Rightarrow S = 1008 + \frac{1009}{2018} = \frac{2017}{2}.$$

Câu 65. Cho a, b là các số thực dương và c là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây *sai*?

A. $\log_c(a+b) = (\log_c a) \cdot \log_c b$.

B. $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$.

C. $\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b$.

D. $\log_c \frac{1}{a} = -\log_c a$.

Lời giải

Chọn A

Câu 66. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x - 2}{9^x + 3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f\left(\frac{2017}{2017}\right).$$

A. 336.

B. 1008.

C. $\frac{4039}{12}$.

D. $\frac{8071}{12}$.

Lời giải

Chọn C.

Xét: $f(x) + f(1-x) = \frac{9^x - 2}{9^x + 3} + \frac{9^{1-x} - 2}{9^{1-x} + 3} = \frac{1}{3}$.

Vậy ta có:

$$P = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f\left(\frac{2017}{2017}\right) = \sum_1^{1008} \left[f\left(\frac{k}{2017}\right) + f\left(1 - \frac{k}{2017}\right) \right] + f\left(\frac{2017}{2017}\right).$$

$$\Leftrightarrow P = \sum_1^{1008} \frac{1}{3} + f(1) = 336 + \frac{7}{12} = \frac{4039}{12}.$$

Câu 67. Cho các số thực $a, b > 0$ và $\alpha \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.

B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

C. $\ln a^\alpha = \alpha \ln a$.

D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 68. : Cho $a, b, c > 0, c \neq 1$ và đặt $\log_c a = m, \log_c b = n, T = \log_{\sqrt{c}} \left(\frac{a^3}{\sqrt[4]{b^3}} \right)$. Tính T theo m, n .

A. $T = \frac{3}{2}m - \frac{3}{8}n$.

B. $T = 6n - \frac{3}{2}m$.

C. $T = \frac{3}{2}m + \frac{3}{8}n$.

D. $T = 6m - \frac{3}{2}n$.

Lời giải

Chọn D.

$$T = \log_{\sqrt{c}} \left(\frac{a^3}{\sqrt[4]{b^3}} \right) = \log \left(\frac{1}{c^{\frac{1}{2}}} \right)^{\left(\frac{a^3}{b^{\frac{3}{4}}} \right)} = 2 \left[\log_c a^3 - \log_c b^{\frac{3}{4}} \right] = 2 \left[3 \log_c a - \frac{3}{4} \log_c b \right] \Leftrightarrow T = 6m - \frac{3}{2}n$$

Câu 69. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_a \frac{1}{a^2}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.

A. $A = -2$.

B. $A = -\frac{1}{2}$.

C. $A = 2$.

D. $A = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Chọn A

$$A = \log_a \frac{1}{a^2} = \log_a a^{-2} = -2.$$

Câu 70. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây SAI?

A. $\log_a \frac{1}{\sqrt[3]{a}} = -\frac{1}{3}$.

B. $9^{\log_3 a} = 2a$.

C. $\log_a \frac{1}{a} = -1$.

D. $(0,125)^{\log_{0,5} 1} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

$$9^{\log_3 a} = 3^{2\log_3 a} = a^2 \text{ nên } 9^{\log_3 a} = 2a \text{ sai.}$$

Câu 71. Giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0}$ là:

A. 9.

B. -9.

C. -10.

D. 10.

Lời giải

Chọn C.

$$P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0} = \frac{2^2 + 5}{10^{-1} - 1} = \frac{9}{\frac{1}{10} - 1} = -10.$$

Câu 72. Cho $a = \log_2 m$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\log_m 8m = \frac{3+a}{a}$.

B. $\log_m 8m = (3-a)a$.

C. $\log_m 8m = \frac{3-a}{a}$.

D. $\log_m 8m = (3+a)a$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_m 8m = \frac{\log_2 8m}{\log_2 m} = \frac{3 + \log_2 m}{\log_2 m} = \frac{3+a}{a}.$$

Câu 73. Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_{18} 42$ theo a và b

A. $\log_{18} 42 = \frac{a+b}{2b+1}$.

B. $\log_{18} 42 = \frac{1+a+b}{2a+1}$.

C. $\log_{18} 42 = \frac{1+a+b}{2a-1}$.

D. $\log_{18} 42 = \frac{a+b}{2b-1}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_{18} 42 = \frac{\log_2 42}{\log_2 18} = \frac{1 + \log_2 3 + \log_2 7}{1 + 2\log_2 3} = \frac{1+a+b}{1+2a}.$$

Câu 74. Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $a^{28\log_a 2 \sqrt{5}}$.

- A. $125\sqrt{5}$. B. 5^{14} . C. $7\sqrt{5}$. D. 5^7 .

Lời giải

Chọn D.

$$a^{28\log_a 2 \sqrt{5}} = a^{14\log_a \sqrt{5}} = a^{\log_a (\sqrt{5})^{14}} = 5^7.$$

Câu 75. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}} \right)$.

- A. $T = \frac{11}{4}$ B. $T = \frac{11}{24}$ C. $T = \frac{11}{6}$ D. $T = \frac{11}{12}$

Lời giải

$$T = \log_{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}} \right) = \log_{\sqrt{3}} (\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9}) - \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} = 2 \log_{\sqrt{3}} \left(3^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \right) - 1 = 2 \log_{\sqrt{3}} \left(3^{\frac{17}{12}} \right) - 1 = 2 \cdot \frac{17}{12} - 1 = \frac{11}{6}$$

Đáp án C

Câu 76. Cho a, b, x là các số thực dương. Biết $\log_3 x = 2 \log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$. Tính x theo a và b :

- A. $x = 4a - b$ B. $x = \frac{a^4}{b}$ C. $x = a^4 - b$ D. $x = \frac{a}{b}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \log_3 x &= 2 \log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow \log_3 x = 2 \log_{\frac{1}{3^2}} a + \log_{3^{-1}} b \\ &\Leftrightarrow \log_3 x = 4 \log_3 a - \log_3 b \\ &\Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 a^4 - \log_3 b = \log_3 \frac{a^4}{b} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{a^4}{b} \end{aligned}$$

Đáp án D

Câu 77. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính tỉ số $T = \frac{a}{b}$.

- A. $T = \frac{5}{4}$ B. $T = \frac{2}{3}$ C. $T = \frac{3}{2}$ D. $T = \frac{4}{5}$

Lời giải

$$\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3} = t \Rightarrow a = 16^t, b = 20^t; \frac{2a-b}{3} = 25^t$$

$$\text{thay } a = 16^t, b = 20^t \text{ vào } \frac{2a-b}{3} = 25^t$$

$$\text{Ta có: } \frac{2 \cdot 16^t - 20^t}{3} = 25^t \Leftrightarrow 2 \cdot 16^t - 20^t = 3 \cdot 25^t$$

$$2\left(\frac{4}{5}\right)^{2t} - \left(\frac{4}{5}\right)^t - 3 = 0$$

Chia 2 vế cho 25^t ta có:

$$\begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{2}{3} \\ \leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^t = -1(L) \end{cases}$$

Ta lại có: $\frac{a}{b} = \frac{16^t}{20^t} = \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{2}{3}$

Vậy đáp án C

Câu 78. Cho $1 < x < 64$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x}$.

A. 64.

B. 96.

C. 82.

D. 81.

Lời giải

$$P = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x} = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x (\log_2 8 - \log_2 x)$$

Vì $1 < x < 64$ nên $\log_2 1 < \log_2 x < \log_2 64 \Leftrightarrow 0 < \log_2 x < 6$

Đặt $t = \log_2 x$ với $0 < t < 6$.

Ta có $P = t^4 + 12t^2(3 - t) = t^4 - 12t^3 + 36t^2$

$$P' = 4t^3 - 36t^2 + 72t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0(L) \\ t = 6(L) \\ t = 3(TM) \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta: $P_{\max} = 81$ khi $x = 3$

Đáp án D

Câu 79. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$, $x \in \mathbb{R}$ và hai số a, b thỏa mãn $a + b = 1$. Tính $f(a) + f(b)$.

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$f(a) + f(b) = \frac{9^{1-b}}{9^{1-b} + 3} + \frac{9^b}{9^b + 3} = \frac{\frac{9}{9^b}}{\frac{9}{9^b} + 3} + \frac{9^b}{9^b + 3} = \frac{9}{9 + 3 \cdot 9^b} + \frac{9^b}{9^b + 3} = 1$$

Đáp án A

Câu 80. Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\lg \frac{a}{b} = \frac{\lg a}{\lg b}$.

B. $\lg(ab) = \lg a + \lg b$.

C. $\lg \frac{a}{b} = \lg b - \lg a$.

D. $\lg(ab) = \lg a \cdot \lg b$.

Lời giải

Theo công thức sgk đáp án B

Câu 81. Cho $a = \log_{25} 7$; $b = \log_2 5$. Tính $\log_5 \frac{49}{8}$ theo a, b .

- A. $\frac{5ab - 3}{b}$. B. $\frac{4ab + 3}{b}$. C. $\frac{4ab - 3}{b}$. D. $\frac{4ab - 5}{b}$.

Lời giải

Ta có:

$$a = \log_{25} 7 = \frac{1}{2} \log_5 7 \rightarrow \log_5 7 = 2a$$

$$b = \log_2 5 \rightarrow \frac{1}{b} = \log_5 2$$

$$\log_5 \frac{49}{8} = 2 \log_5 7 - 3 \log_5 2 = 2.2a - 3. \frac{1}{b} = \frac{4ab - 3}{b}$$

Đáp án C

Câu 82. Cho x, y là các số thực dương; u, v là các số thực. Khẳng định nào sau đây không phải luôn luôn đúng?

- A. $(y^u)^v = y^{uv}$. B. $x^u \cdot x^v = x^{u \cdot v}$. C. $\frac{x^u}{x^v} = x^{u-v}$. D. $x^u \cdot y^u = (x \cdot y)^u$.

Lời giải

đáp án B

Câu 83. Biết $\log_6 \sqrt{a} = 3$, tính giá trị của $\log_a \sqrt{6}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{12}$. C. 3. D. $\frac{4}{3}$.

Giải

Đáp án B.

$$\text{Ta có: } \log_6 \sqrt{a} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \sqrt{a} = 6^3 \end{cases} \Leftrightarrow a = 6^6$$

$$\text{Do đó: } \log_{6^6} \sqrt{6} = \frac{1}{6} \log_6 6^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{12}$$

Câu 84. Với các số thực dương a, b, c bất kì. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

- A. $\ln \frac{a}{bc} = \ln a - \ln bc$. B. $\ln(abc) = \ln a + \ln bc$.
C. $\ln \frac{1}{abc} = \ln a - \ln bc$. D. $\ln \frac{ab}{c} = \ln a + \ln \frac{b}{c}$.

Giải

Đáp án C.

$$\ln \frac{1}{abc} = -\ln(abc) = -\ln a - \ln bc \neq \ln a - \ln bc$$

Câu 85. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a - \frac{\ln b}{3 \ln 3}.$

B. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a - \frac{3 \ln 3}{\ln b}.$

C. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a + \frac{\ln b}{3 \ln 3}.$

D. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a + \frac{3 \ln 3}{\ln b}.$

Giải

Chọn A

$$\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \frac{1}{3} (\log_3 a^3 - \log_3 b) = \frac{1}{3} \left(3 \log_3 a - \frac{\ln b}{\ln 3} \right) = \log_3 a - \frac{\ln b}{3 \ln 3}$$

Câu 86. Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{47}{48}}.$

B. $P = x^{\frac{15}{16}}.$

C. $P = x^{\frac{7}{16}}.$

D. $P = x^{\frac{5}{42}}.$

Giải

Chọn C

$$P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^{5+\frac{3}{2}}}} = \sqrt[6]{x \cdot x^{\frac{13}{8}}} = \sqrt[6]{x \cdot x^{\frac{13}{8}}} = \sqrt[6]{x^{\frac{21}{8}}} = x^{\frac{7}{16}}$$

Câu 87. Cho $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng

A. 13.

B. 8.

C. 10.

D. 5.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

⊙ $\log_a b = 3 \Leftrightarrow b = a^3.$

⊙ $\log_a c = -2 \Leftrightarrow c = a^{-2}.$

Khi đó, $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a (a^3 a^6 a^{-1}) = 8.$

Câu 88. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$. Rút gọn biểu thức P được kết quả

A. $P = a^5.$

B. $P = a^3.$

C. $P = a^4.$

D. $P = a.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{7}+1+2-\sqrt{7}}}{a^{2-4}} = a^5.$

Câu 89. Biết $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}.$

A. $P = -\sqrt{3}$. B. $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $P = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $P = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log_a b = \sqrt{3} \Rightarrow b = a^{\sqrt{3}}$.

$$\text{Do đó } P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} = \log_{\frac{\sqrt{a^{\sqrt{3}}}}{a}} \frac{\sqrt[3]{a^{\sqrt{3}}}}{\sqrt{a}} = \log_{a^{\frac{\sqrt{3}}{2}-1}} a^{\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}-1} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 90. Đặt $\log_{12} 6 = a$, $\log_{12} 7 = b$. Tính $\log_2 7$ theo a, b

A. $\frac{b}{1-a}$. B. $\frac{a}{b+1}$. C. $\frac{a}{b-1}$. D. $\frac{a}{a-1}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \log_2 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 12 - \log_{12} 6} = \frac{b}{1-a}.$$

Câu 91. Giả thuyết các biểu thức có nghĩa. Tìm mệnh đề SAI

A. $\log_{ab} c = \log_a c(1 + \log_a b)$. B. $\log_{ax}(bx) = \frac{\log_a b + \log_a x}{1 + \log_a x}$.
C. $\log_a c + \log_b c = \frac{\log_a c \cdot \log_b c}{\log_{ab} c}$. D. $b^{\log_c a} = a^{\log_c b}$.

Lời giải

Chọn.

Ta có

⊙ $\log_{ab} c = \frac{\log_a c}{\log_a(ab)} = \frac{\log_a c}{1 + \log_a b}$, do đó mệnh đề sai.

⊙ $\log_{ax}(bx) = \frac{\log_a(bx)}{\log_a(ax)} = \frac{\log_a b + \log_a x}{1 + \log_a x}$, do đó mệnh đề đúng.

⊙ $\frac{\log_a c \cdot \log_b c}{\log_{ab} c} = \log_a c \cdot \log_b c \cdot \log_c(ab) = \log_a c \cdot \log_b(ab) = \log_a c(1 + \log_b a) = \log_a c + \log_b c$ do đó mệnh đề đúng.

⊙ $b^{\log_c a} = b^{\log_c b \cdot \log_b a} = (b^{\log_b a})^{\log_c b} = a^{\log_c b}$, do đó mệnh đề đúng.

Câu 92. Cho $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $\cos x = \frac{3}{\sqrt{10}}$. Tính $P = \lg \sin x + \lg \cos x + \lg \tan x$

A. -1 . B. $\frac{3}{10}$. C. $-\frac{3}{\sqrt{10}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$P = \lg \sin x + \lg \cos x + \lg \tan x = \lg (\sin x \cdot \cos x \cdot \tan x) = \lg (\sin^2 x) = \lg (1 - \cos^2 x) \\ = \lg \left(1 - \frac{9}{10}\right) = -1$$

Câu 93. Cho $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt[3]{a}} \left(\frac{1}{a^3}\right)$

A. -9 .

B. $P = -1$.

C. 9 .

D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } P = \log_{\sqrt[3]{a}} \left(\frac{1}{a^3}\right) = \log_{a^{\frac{1}{3}}} a^{-3} = \frac{-3}{\frac{1}{3}} \log_a a = -9.$$

Câu 94. Cho hai số thực dương a, b bất kì thì thỏa mãn: $4 \ln^2 a + 9 \ln^2 b = 12 \ln a \cdot \ln b$. Mệnh đề nào dưới đây ĐÚNG?

A. $3a = 2b$.

B. $2a = 3b$.

C. $a^2 = b^3$.

D. $a^3 = b^2$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có

$$4 \ln^2 a + 9 \ln^2 b = 12 \ln a \cdot \ln b \Leftrightarrow 4 \ln^2 a - 12 \ln a \ln b + 9 \ln^2 b = 0 \\ \Leftrightarrow (2 \ln a - 3 \ln b)^2 = 0 \\ \Leftrightarrow 2 \ln a = 3 \ln b \\ \Leftrightarrow a^2 = b^3$$

Câu 95. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{20}{9}}$.

B. $P = x^{\frac{21}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{25}{12}}$.

D. $P = x^{\frac{23}{12}}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt[4]{x}} = x^{\frac{5}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{5}{3} + \frac{1}{4}} = x^{\frac{21}{12}}.$$

Câu 96. Với các số thực dương a, b bất kì, $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2 \log_a b.$

B. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_a b.$

C. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log_a b.$

D. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2 \log_a b.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \log_a \sqrt[3]{a} - \log_a b^2 = \frac{1}{3} - 2\log_a b$.

Câu 97. Cho n là số nguyên dương, tìm n sao cho

$$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$$

- A. 2017. B. 2019.
C. 2016. D. 2018.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019 (*)$$

Ta có $n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = n^2 \cdot n \cdot \log_a 2019 = n^3 \log_a 2019$. Suy ra

$$VT (*) = (1^3 + 2^3 + \dots + n^3) \cdot \log_a 2019 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \cdot \log_a 2019$$

VP (*) = $1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$. Khi đó (*) được:

$$n^2(n+1)^2 = 2^2 \cdot 1008^2 \cdot 2017^2 = 2016^2 \cdot 2017^2 \Rightarrow n = 2016.$$

Câu 98. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\sqrt[3]{-1} = (-1)^{\frac{1}{3}}$. B. $(-0,1)^0 = 1$. C. $(-\pi)^1 = -\pi$. D. $(-0,5)^{-1} = -2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có lũy thừa với số mũ hữu tỉ $(a)^{\frac{m}{n}}$ thì cơ số $a > 0$ nên khẳng định **sai** là $\sqrt[3]{-1} = (-1)^{\frac{1}{3}}$.

Câu 99. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log(0,1)^{-1} = -1$. B. $\log(xy) = \log x + \log y$ ($xy > 0$).
C. $\log \frac{1}{v} = \log v^{-1}$ ($v \neq 0$). D. $-2^{\log_2 3} = -3$.

Lời giải

Chọn D.

$$+ \log(0,1)^{-1} = -1: \text{SAI, vì } \log(0,1)^{-1} = -1 \cdot \log(0,1) = 1 \text{ hay } \log(0,1)^{-1} = \log 10 = 1.$$

$$+ \log(xy) = \log x + \log y, (xy > 0): \text{SAI điều kiện. Chỉ đúng với điều kiện } x > 0, y > 0.$$

$$+ \log \frac{1}{v} = \log v^{-1} (v \neq 0): \text{SAI điều kiện. Chỉ đúng với điều kiện } v > 0.$$

$$+ -2^{\log_2 3} = -3: \text{ĐÚNG theo tính chất của Lôgarit.}$$

Câu 100. Cho biểu thức $P = \left\{ a^{\frac{1}{3}} \left[a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{3}} (a^2 b^2)^{\frac{2}{3}} \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}^6$ với, a, b là các số dương. Khẳng định nào sau đây là

đúng?

A. $P = \frac{\sqrt{a}}{ab^3}$. B. $P = b^3\sqrt{a}$. C. $P = \frac{\sqrt{a}}{b^3}$. D. $P = \frac{b^3\sqrt{a}}{a}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } P = \frac{\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^6}{\left(a^{-\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{4}{3}} \cdot b^{\frac{4}{3}}\right)^3} = \frac{a^2}{a^{-\frac{3}{2}} \cdot a^4 \cdot b^3} = \frac{1}{a^{-\frac{3}{2}+2} \cdot b^3} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^3} = \frac{\sqrt{a}}{a \cdot b^3}.$$

Câu 101. Cho $\log_6 9 = a$. Tính $\log_3 2$ theo a .

A. $\frac{a}{2-a}$. B. $\frac{a+2}{a}$. C. $\frac{a-2}{a}$. D. $\frac{2-a}{a}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \log_6 9 = a = \log_6 3^2 = 2 \log_6 3 = \frac{2}{\log_3 6} = \frac{2}{\log_3(3 \cdot 2)} = \frac{2}{1 + \log_3 2}$$

$$\Rightarrow \log_3 2 = \frac{2}{a} - 1 = \frac{2-a}{a}.$$

Câu 102. Biểu diễn $\log_2 5$ theo $\alpha = \log_{10} 20$ ta được $\log_2 5$ nhận giá trị

A. $\frac{\alpha-2}{\alpha-1}$. B. $\frac{2+\alpha}{\alpha+1}$. C. $\frac{2-\alpha}{\alpha-1}$. D. $\frac{1}{\alpha-1}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có

$$\log_{10} 20 = \frac{\log_2 20}{\log_2 10} = \frac{\log_2 4 + \log_2 5}{\log_2 2 + \log_2 5} = \frac{2 + \log_2 5}{1 + \log_2 5} \Rightarrow \alpha = \frac{2 + \log_2 5}{1 + \log_2 5}$$

$$\Leftrightarrow \alpha + \alpha \log_2 5 = 2 + \log_2 5 \Leftrightarrow \log_2 5 = \frac{\alpha - 2}{1 - \alpha} = \frac{2 - \alpha}{\alpha - 1}.$$

Câu 103. Cho a, b là hai số thực dương bất kì, $a \neq 1$ và $M = \frac{3}{\log_a 3} \left(1 + \log_a 3 - \frac{\log_3 b \cdot \log_a 3}{3} \right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M = \log_3 \left(\frac{27a^3}{b} \right)$. B. $M = 3 \log_3 \frac{a}{b}$.

C. $M = 3 \left(1 + \log_3 \frac{a}{b} \right)$. D. $M = 2 + \log_3 \frac{a^3}{b}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } M = \frac{3}{\log_a 3} \left(1 + \log_a 3 - \frac{\log_3 b \cdot \log_a 3}{3} \right) = 3 \log_3 a + 3 - \log_3 b = \log_3 \left(\frac{27a^3}{b} \right).$$

Câu 104. Cho $a = \log_3 45$. Tính $N = \log_{15} 135$ theo a .

- A. $N = \frac{a+1}{a-1}$. B. $N = \frac{a}{a-2}$. C. $N = \frac{a+3}{a+1}$. D. $N = \frac{a+3}{a-2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $a = \log_3 45 \Leftrightarrow a = 2 + \log_3 5 \Leftrightarrow \log_3 5 = a - 2 \Leftrightarrow \log_5 3 = \frac{1}{a-2}$.

$$\begin{aligned} N &= \log_{15} 135 = \log_{3.5} 27.5 = \log_{3.5} 27 + \log_{3.5} 5 \\ &= \frac{3}{\log_3 3.5} + \frac{1}{\log_5 3.5} = \frac{3}{\log_5 3 + 1} + \frac{1}{\log_5 3 + 1} = \frac{a+1}{a-1}. \end{aligned}$$

Câu 105. Cho hàm số $f(x) = \frac{25^x}{25^x + 5}$.

Tính tổng $S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + f\left(\frac{4}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2017}{2017}\right)$.

- A. $S = \frac{6053}{6}$. B. $S = \frac{12101}{6}$. C. $S = 1008$. D. $S = \frac{12107}{6}$.

Lời giải

Chọn C.

Sử dụng máy tính cầm tay để tính tổng ta tính được kết quả: $S = 1008$.

Câu 106. Rút gọn của biểu thức $\frac{\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}{x^{\frac{11}{16}}}$ ($x > 0$), ta được:

- A. $\sqrt[16]{x}$. B. $\sqrt[8]{x}$. C. $x^{\frac{7}{16}}$. D. $\sqrt[4]{x}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$$\frac{\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}{x^{\frac{11}{16}}} = \frac{x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}}}{x^{\frac{11}{16}}} = \sqrt[4]{x} \quad (x > 0).$$

Câu 107. Cho $a = \log_2 3$; $b = \log_3 5$; $c = \log_7 2$. Hãy tính $\log_{140} 63$ theo a, b, c .

- A. $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. B. $\frac{2ac+1}{abc+2c-1}$. C. $\frac{2ac+1}{abc-2c+1}$. D. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_{140} 63 &= \log_{7.5.2^2} 3^2.7 = 2\log_{7.5.2^2} 3 + \log_{7.5.2^2} 7 = \frac{2}{\log_7 7.5.2^2} + \frac{1}{\log_7 7.5.2^2} \\&= \frac{2}{1 + \log_7 5 + 2\log_7 2} + \frac{1}{1 + \log_7 5 + 2\log_7 2} \\&= \frac{2}{1 + \log_7 2 \cdot \log_2 3 \cdot \log_3 5 + 2\log_7 2} + \frac{1}{1 + \log_7 2 \cdot \log_2 3 \cdot \log_3 5 + 2\log_7 2} \\&= \frac{2ac + 1}{abc + 2c + 1}.\end{aligned}$$

Câu 108. Cho $f(x) = \frac{2016^x}{2016^x + \sqrt{2016}}$. Tính giá trị biểu thức

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$$

A. $S = 2016$

B. $S = 2017$

C. $S = 1008$

D. $S = \sqrt{2016}$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $f(1-x) = \frac{\sqrt{2016}}{2016^x + \sqrt{2016}} \rightarrow f(x) + f(1-x) = 1$

Suy ra $S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{2015}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1009}{2017}\right) = 1008.$

Câu 109. Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_{18} 42$ theo a, b .

A. $\log_{18} 42 = \frac{1+a+b}{2a}.$

B. $\log_{18} 42 = \frac{1+ab}{1+a}.$ C. $\log_{18} 42 = \frac{a+b}{1+2a}.$ D.

$\log_{18} 42 = \frac{1+a+b}{1+2a}.$

Lời giải

Chọn D.

$$\log_{18} 42 = \frac{\log_2 42}{\log_2 18} = \frac{\log_2 (2.3.7)}{\log_2 (2.3^2)} = \frac{1 + \log_2 3 + \log_2 7}{1 + 2\log_2 3} = \frac{1 + a + b}{1 + 2a}.$$

Câu 110. Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. $\log_{\frac{1}{a}} b = \log_a b.$

B. $\log_a \frac{1}{a} = -1.$

C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b.$

D. $\log_a 1 = 1.$

Lời giải

Chọn B.

$$\log_a \frac{1}{a} = \log_a a^{-1} = -1.$$

Câu 111. Cho $a > 0$, viết biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[6]{a}}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- A. $P = a$. B. $P = a^{\frac{1}{6}}$. C. $P = a^{\frac{1}{3}}$. D. $P = a^2$.

Lời giải

Chọn A.

$$P = \frac{a^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[6]{a}} = \frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}} = a.$$

Câu 112. Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$, $c = \log_7 2$. Tính $\log_{140} 63$ theo a, b, c .

- A. $\log_{140} 63 = \frac{2ac + 1}{abc + 2c + 1}$. B. $\log_{140} 63 = \frac{2ac - 1}{abc + 2c + 1}$.
C. $\log_{140} 63 = \frac{2ac + 1}{abc - 2c + 1}$. D. $\log_{140} 63 = \frac{2ac + 1}{abc + 2c - 1}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_2 3 \cdot \log_3 5 = \log_2 5 = a \cdot b$$

$$\log_{140} 63 = \frac{\log_2 (7 \cdot 3^2)}{\log_2 (7 \cdot 2^2 \cdot 5)} = \frac{\log_2 7 + 2 \log_2 3}{\log_2 7 + 2 + \log_2 5} = \frac{\frac{1}{c} + 2a}{\frac{1}{c} + 2 + ab} = \frac{1 + 2ac}{1 + 2c + abc}$$

Câu 113. Cho $\log_2 5 = a$, $\log_3 5 = b$. Tính $\log_6 5$ theo a và b .

- A. $\log_6 5 = a + b$. B. $\log_6 5 = a^2 + b^2$. C. $\log_6 5 = \frac{ab}{a + b}$. D. $\log_6 5 = \frac{1}{a + b}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 (2 \cdot 3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_3 5}} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a + b}.$$

Câu 114. Cho $a^2 + b^2 = 7ab$ ($a, b > 0$). Tìm hệ thức đúng.

- A. $4 \log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$. B. $2 \log_2 (a+b) = \log_2 a + \log_2 b$.
C. $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$. D. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có

$$a^2 + b^2 = 7ab (a, b > 0) \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log_2(ab) \Leftrightarrow 2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b.$$

Câu 115. Giá trị của biểu thức $\log_a \left(a \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^3}\right)$ (với $0 < a \neq 1$) là

A. $\frac{25}{12}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\sqrt[12]{a^{25}}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_a \left(a \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^3}\right) = \log_a \left(a \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{3}{4}}\right) = \log_a a^{\frac{25}{12}} = \frac{25}{12}$.

Câu 116. Rút gọn biểu thức $A = \frac{1+a^{-1}}{a^{-2}} \cdot \frac{a^{-3}}{a^{-2}+a^{-3}}$.

A. $A = a$.

B. $A = a + 1$.

C. $A = \frac{1}{a}$.

D. $A = \frac{1}{a+1}$.

Lời giải

Chọn A. Ta có $A = \frac{1+a^{-1}}{a^{-2}} \cdot \frac{a^{-3}}{a^{-2}+a^{-3}} = \frac{(1+a^{-1}) \cdot a^{-1}}{a^{-2}+a^{-3}} = \frac{(1+a^{-1}) \cdot a^{-1}}{a^{-2}(1+a^{-1})} = \frac{1}{a^{-1}} = a$.

Câu 117. Cho $\log_3 x = \sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \log_3 x^2 + \log_{\frac{1}{3}} x^3 + \log_9 x$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{11\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{6-5\sqrt{3}}{2}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$$P = \log_3 x^2 + \log_{\frac{1}{3}} x^3 + \log_9 x = 2\log_3 x - 3\log_3 x + \frac{1}{2}\log_3 x = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 118. Khẳng định nào sau đây là luôn luôn đúng với mọi a, b dương phân biệt khác 1?

A. $a^{\log b} = b^{\log a}$.

B. $a^{2\log b} = b^{2\log a}$.

C. $a = \ln a^a$.

D. $\log_a b = \log_{10} b$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $a^{2\log b} = b^{2\log a} \Leftrightarrow \log_a a^{2\log b} = \log_a b^{2\log a} \Leftrightarrow 2\log b = 2\log a \cdot \log_a b$

$$\Leftrightarrow \log b = \log a \cdot \frac{\log b}{\log a} \Leftrightarrow \log b = \log b.$$

Câu 119. Cho biểu thức $P = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{\sqrt{5}-3} \cdot a^{4-\sqrt{5}}}$, với $a > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3x^2 + 1) > \log(4x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 1 > 4x \\ 4x > 0 \end{cases}$. B. $P = a$. C. $P = a^{\frac{3}{2}}$. D. $P = a^{\sqrt{3}}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x + 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{3} \\ x > 1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn **B.**

$$P = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{\sqrt{5}-3} \cdot a^{4-\sqrt{5}}} = \frac{a^{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}}{a^{\sqrt{5}-3+4-\sqrt{5}}} = \frac{a^2}{a} = a.$$

Câu 120. Cho a, b là hai số thực dương khác 1 và x, y là hai số thực dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$. B. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

C. $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$. D. $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$.

Lời giải

Chọn **D.**

Ta có: $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. Vậy đáp án A sai.

• $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} = -\log_a x$. Vậy đáp án B sai.

• $\log_a x + \log_a y = \log_a x \cdot y$. Vậy đáp án C sai.

• $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b} = \log_a x \cdot \log_b a = \log_b a \cdot \log_a x$.

Câu 121. Cho $\log_3 15 = a$. Tính $A = \log_{25} 15$ theo a .

A. $A = \frac{a}{2(1-a)}$. B. $A = \frac{2a}{a-1}$. C. $A = \frac{a}{2(a-1)}$. D. $A = \frac{a}{a-1}$.

Lời giải

Chọn **C.**

Ta có $\log_3 15 = a \Leftrightarrow \log_3 (3 \cdot 5) = a \Leftrightarrow 1 + \log_3 5 = a \Leftrightarrow \log_3 5 = a - 1$.

$$A = \log_{25} 15 = \log_{5^2} (3 \cdot 5) = \frac{1}{2} \log_5 (3 \cdot 5) = \frac{1}{2} (\log_5 3 + \log_5 5) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a-1} + 1 \right) = \frac{a}{2(a-1)}.$$

Câu 122. Cho hai số thực dương a và b . Tìm x biết rằng $\log_2 x = 3 \log_{0.5} a + \log_{\sqrt{2}} b$.

A. $x = 3a + 3b$. B. $x = b^2 - a^3$. C. $x = \frac{b^2}{a^3}$. D. $x = \frac{2b}{3a}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_2 x = 3 \log_{0,5} a + \log_{\sqrt{2}} b = \log_{\frac{1}{2}} a^3 + \log_{\frac{1}{2^2}} b = -\log_2 a^3 + \log_2 b^2 = \log_2 \frac{b^2}{a^3} \Leftrightarrow x = \frac{b^2}{a^3}.$$

Câu 123. Cho $\log 3 = m$; $\ln 3 = n$. Hãy biểu diễn $\ln 30$ theo m và n .

A. $\ln 30 = \frac{n}{m} + 1$. B. $\ln 30 = \frac{m}{n} + n$. C. $\ln 30 = \frac{n+m}{n}$. D. $\ln 30 = \frac{n}{m} + n$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log 3 = m \Leftrightarrow 3 = 10^m$; $\ln 3 = n \Leftrightarrow 3 = e^n$. Suy ra

$$10^m = e^n \Leftrightarrow \ln 10^m = \ln e^n \Leftrightarrow \ln 10 = \frac{n}{m}.$$

$$\text{Ta có } \ln 30 = \ln(3 \cdot 10) = \ln 3 + \ln 10 = n + \frac{n}{m}.$$

Câu 124. Mọi số thực dương a, b , mệnh đề nào đúng?

A. $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a > b$. B. $\log_2(a^2 + b^2) = 2 \log(a + b)$.
C. $\log_{a^2+1} a \geq \log_{a^2+1} b$. D. $\log_2 a^2 = \frac{1}{2} \log_2 a$.

Lời giải

Chọn A.

Vì cơ số $0 < \frac{3}{4} < 1$ nên $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a > b$. Vậy mệnh đề A đúng.

Câu 125. Rút gọn biểu thức: $P = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{-\sqrt{3}+2} \cdot a^{2+\sqrt{3}}} (a > 0)$. Kết quả là

A. 1. B. a^6 . C. a^4 . D. $\frac{1}{a^2}$.

Lời giải

Chọn D.

$$P = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{-\sqrt{3}+2} \cdot a^{2+\sqrt{3}}} = \frac{a^{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}}{a^{-\sqrt{3}+2+2+\sqrt{3}}} = \frac{a^2}{a^4} = \frac{1}{a^2}.$$

Câu 126. Đặt $a = \log_3 15$, $b = \log_3 10$. Hãy biểu diễn $\log_3 50$ theo a và b .

A. $3a + b - 1$. B. $4a + b - 1$. C. $a + b - 1$. D. $2a + b - 1$.

Lời giải

Chọn C.

$$a = \log_3 15 = \log_3 3 + \log_3 5 = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = a - 1$$

$$\log_3 50 = \log_3 5 + \log_3 10 = a - 1 + b = a + b - 1.$$

Câu 127. Giá trị của $\log_{a^3} a$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng

A. 3.

B. $\frac{1}{3}$.

C. -3.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}.$$

Câu 128. Cho a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông, trong đó $c - b \neq 1$ và $c + b \neq 1$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

B. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

C. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

D. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow a^2 = c^2 - b^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_{c+b} a + \log_{c-b} a &= \log_{c+b} a + \frac{\log_{c+b} a}{\log_{c+b}(c-b)} = \log_{c+b} a \left(\frac{\log_{c+b}(c-b) + 1}{\log_{c+b}(c-b)} \right) \\ &= \log_{c+b} a \left(\frac{\log_{c+b}(c^2 - b^2)}{\log_{c+b}(c-b)} \right) = \log_{c+b} a \left(\frac{\log_{c+b} a^2}{\log_{c+b}(c-b)} \right) = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a \end{aligned}$$

Vậy khẳng định A đúng.

Câu 129. Một học sinh giải bài toán: “Biết $\log_{27} 5 = a; \log_8 7 = b; \log_2 3 = c$. Tính $\log_6 35$ ” lần lượt như sau:

I. Ta có $a = \log_{27} 5 = \log_{3^3} 5 = \frac{1}{3} \log_3 5$. Suy ra $\log_3 5 = 3a$ nên $\log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = 3ac$.

II. Tương tự, $b = \log_8 7 = \log_{2^3} 7 = \frac{1}{3} \log_2 7 \Rightarrow \log_2 7 = 3b$.

III. Từ đó $\log_6 35 = \log_6 2 \cdot \log_2 (5 \cdot 7) = \frac{1}{\log_2 6} (\log_2 5 + \log_2 7) = \frac{3ac + 3b}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{3ac + 3b}{1 + c}$

Kết luận nào sau đây là đúng

A. Lời giải trên sai từ giai đoạn I

B. Lời giải trên sai từ giai đoạn II.

C. Lời giải trên sai từ giai đoạn III.

D. Lời giải trên đúng.

Lời giải

Chọn D.

Câu 130. Gọi $T = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x} + \frac{1}{\log_d x}}$, với a, b, c, x thích hợp để biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A. $T = \log_{abcd} x$. B. $T = \log_x abcd$.
C. $T = \frac{1}{\log_x abcd}$. D. $T = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d}$.

Lời giải

Chọn B.

$$T = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x} + \frac{1}{\log_d x}} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d} = \frac{1}{\log_x abcd} = \log_{abcd} x.$$

Câu 131. Cho $\log_3 15 = a, \log_3 10 = b$. Giá trị của biểu thức $P = \log_3 50$ tính theo a và b là.

- A. $P = a + b - 1$. B. $P = a - b - 1$. C. $P = 2a + b - 1$. D. $P = a + 2b - 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_3 15 = \log_3 (5 \cdot 3) = \log_3 5 + \log_3 3 \Rightarrow \log_3 5 = a - 1.$$

$$\log_3 50 = \log_3 (5 \cdot 10) = \log_3 5 + \log_3 10 = a + b - 1.$$

Câu 132. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Nếu $M, N > 0$ và $0 < a \neq 1$ thì $\log_a (M \cdot N) = \log_a M \cdot \log_a N$.
B. Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a M > \log_a N \Leftrightarrow 0 < M < N$.
C. Nếu $a > 1$ thì $\log_a M > \log_a N \Leftrightarrow M > N > 0$.
D. Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a 2016 > \log_a 2017$.

Lời giải

Chọn A.

Nếu $M, N > 0$ và $0 < a \neq 1$ thì $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$.
Vậy A sai.

Câu 133. Cho biểu thức $P = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{7}{3}}$. B. $P = x^{\frac{5}{2}}$. C. $P = x^{\frac{2}{3}}$. D. $P = x^{\frac{5}{3}}$.

Lời giải

Chọn D.

$$P = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{5}{3}}.$$

Câu 134. Cho $\log_b a = x$ và $\log_b c = y$. Hãy biểu diễn $\log_{a^2} \left(\sqrt[3]{b^5 c^4} \right)$ theo x và y .

- A. $\frac{5+4y}{6x}$. B. $\frac{20y}{3x}$. C. $\frac{5+3y^4}{3x^2}$. D. $20x + \frac{20y}{3}$.

Lời giải

Chọn **A.**

$$\begin{aligned} \log_{a^2} \left(\sqrt[3]{b^5 c^4} \right) &= \frac{1}{2} \log_a \left(b^5 c^4 \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{6} \log_a \left(b^5 c^4 \right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{\log_b b^5 c^4}{\log_b a} \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{\log_b b^5 + \log_b c^4}{\log_b a} = \frac{1}{6} \cdot \frac{5 + 4 \log_b c}{\log_b a} = \frac{5+4y}{6x}. \end{aligned}$$

Câu 135. Cho các số dương a, x, y ; $a \notin \{1; e; 10\}$ và $x \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln x = \frac{\log_a e}{\log_a 10}$. B. $\ln x = \frac{\log_a x}{\log e}$. C. $\ln x = \frac{\log_a x}{\log_a e}$. D. $\ln x = \frac{\log_x a}{\ln a}$.

Lời giải

Chọn **C.**

Áp dụng công thức $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$, ta có $\frac{\log_b x}{\log_b e} = \log_e x = \ln x$.

Câu 136. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a + 3b - 2c$. B. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a + 3b + 2c$.
C. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a - 3b + 2c$. D. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a - 3b - 2c$.

Lời giải

Chọn **A.**

Theo đề bài, ta có

$$\begin{cases} \log_3 5 = a \\ \log_3 6 = b \\ \log_3 22 = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_3 5 = a \\ \log_3 2 + 1 = b \\ \log_3 2 + \log_3 11 = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_3 5 = a \\ \log_3 2 = b - 1 \\ \log_3 11 = c - b + 1 \end{cases}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} \log_3 \left(\frac{270}{121} \right) &= \log_3 270 - \log_3 121 = \log_3 (2 \cdot 5 \cdot 3^3) - \log_3 11^2 = \log_3 2 + \log_3 5 + 3 - 2 \log_3 11 \\ &= b - 1 + a + 3 - 2(c - b + 1) = a + 3b - 2c. \end{aligned}$$

Câu 137. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $y = 10^{\frac{1}{1-\log x}}$, $z = 10^{\frac{1}{1-\log y}}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x = 10^{\frac{-1}{1-\log z}}$. B. $x = 10^{\frac{1}{1-\ln z}}$. C. $x = 10^{\frac{1}{1+\log z}}$. D. $x = 10^{\frac{1}{1-\log z}}$.

Lời giải

Chọn **D.**

$$y = 10^{\frac{1}{1-\log x}} \Rightarrow \log y = \frac{1}{1-\log x}; z = 10^{\frac{1}{1-\log y}} \Rightarrow \log y = 1 - \frac{1}{\log z}$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{1-\log x} = 1 - \frac{1}{\log z} \Rightarrow \log x = \frac{1}{1-\log z} \Rightarrow x = 10^{\frac{1}{1-\log z}}.$$

Câu 138. Cho x, y là các số thực dương thỏa $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

A. $\frac{x}{y} = 4$. B. $\frac{x}{y} = 3$. C. $\frac{x}{y} = 5$. D. $\frac{x}{y} = 2$.

Lời giải

Chọn **D.**

$$\text{Đặt } \log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right) = t \Rightarrow x = 9^t; y = 6^t; \frac{x+y}{6} = 4^t.$$

$$\text{Suy ra } \frac{9^t + 6^t}{6} = 4^t \Rightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^{2t} + \left(\frac{3}{2} \right)^t - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2} \right)^t = -3 \\ \left(\frac{3}{2} \right)^t = 2 \end{cases} \Rightarrow t = \log_{3/2} 2.$$

$$\text{Suy ra } \frac{x}{y} = \frac{9^t}{6^t} = \left(\frac{3}{2} \right)^{\log_{3/2} 2} = 2.$$

Câu 139. Cho a, b, x là các số thực dương. Biết $\log_3 x = 2 \log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$, tính x theo a và b .

A. $x = \frac{a^4}{b}$. B. $x = 4a - b$. C. $x = \frac{a}{b}$. D. $x = a^4 - b$.

Lời giải

Chọn **A.**

$$\log_3 x = 2 \log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b = 4 \log_3 a - \log_3 b = \log_3 \frac{a^4}{b} \Rightarrow x = \frac{a^4}{b}.$$

Câu 140. Cho biết $\log_a b = 3$; $\log_a c = -2$ và $x = a^3 b^2 \sqrt{c}$. Tính $\log_a x$.

A. $\log_a x = 8$. B. $\log_a x = 10$. C. $\log_a x = 9$. D. $\log_a x = 11$.

Lời giải

Chọn **A.**

$$\log_a b = 3 \Rightarrow b = a^3; \log_a c = -2 \Rightarrow c = a^{-2} \text{ và } x = a^3 b^2 \sqrt{c} = a^3 \cdot (a^3) 2 \cdot \sqrt{a^{-2}} = a^8 \Rightarrow \log_a x = 8.$$

Câu 141. Cho $b = \log_3 a$ với $a > 0; a \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\log_a(27a) = 3b + 1$. B. $\log_a(27a) = \frac{3-b}{b}$. C. $\log_a(27a) = 1 - 3b$. D. $\log_a(27a) = \frac{3+b}{b}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_a(27a) = \log_a 27 + \log_a a = \frac{\log_3 27}{\log_3 a} + 1 = \frac{3}{b} + 1 = \frac{b+3}{b}.$$

Câu 142. Cho hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab (a, b > 0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $4 \log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$. B. $2 \log_2 (a+b) = \log_2 a + \log_2 b$.
C. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$. D. $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } a^2 + b^2 = 7ab (a, b > 0) &\Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab \\ &\Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log_2(ab) \Leftrightarrow 2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b. \end{aligned}$$

Câu 143. Biết $\log_2 3 = a, \log_3 5 = b$. Biểu diễn $\log_{15} 18$ theo a, b là:

A. $\frac{2a-1}{b(a+1)}$. B. $\frac{2b+1}{a(b+1)}$. C. $\frac{2a+1}{a(b+1)}$. D. $\frac{2b+1}{b(a+1)}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{15} 18 = \frac{\log_3 18}{\log_3 15} = \frac{\log_3 (2 \cdot 3^2)}{\log_3 (3 \cdot 5)} = \frac{\log_3 2 + 2}{1 + \log_3 5} = \left(\frac{1}{a} + 2\right) : (1 + b) = \frac{2a+1}{a(b+1)}.$$

Câu 144. Cho $\log_2 5 = a; \log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là:

A. $\frac{1}{a+b}$. B. $\frac{ab}{a+b}$. C. $a+b$. D. $a^2 + b^2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Câu 145. Cho $\log 2 = a, \log 3 = b$. Hãy biểu diễn $\log_{15} 20$ theo a và b :

A. $\log_{15} 20 = \frac{1+3a}{1-2b-a}.$

B. $\log_{15} 20 = \frac{1+a}{1+b-a}.$

C. $\log_{15} 20 = \frac{1+b}{1+a-b}.$

D. $\log_{15} 20 = \frac{1+3a}{1-2a+b}.$

Lời giải

Chọn **B.**

$$\log_{15} 20 = \frac{\log 20}{\log 15} = \frac{\log(2 \cdot 10)}{\log \frac{30}{2}} = \frac{1 + \log 2}{1 + \log 3 - \log 2} = \frac{1+a}{1+b-a}.$$

Câu 146. Cho a, b là các số thực dương thỏa $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $4 \log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b.$

B. $2 \log_2 (a+b) = \log_2 a + \log_2 b.$

C. $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b.$

D. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b).$

Lời giải

Chọn **C.**

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 9ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab.$$

$$\text{Nên } \log_2 \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log_2 (ab) \Leftrightarrow 2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b.$$

Câu 147. Cho $D = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$. Biểu thức rút gọn của D là:

A. $x.$

B. $2x.$

C. $x+1.$

D. $x-1.$

Lời giải

Chọn **A.**

$$D = \left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)^2 \left(\frac{x - 2\sqrt{xy} + y}{x}\right)^{-1} = \left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)^2 \frac{x}{\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)^2} = x.$$

Câu 148. Cho $a > 0; b < 0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\sqrt[4]{a^4 b^4} = ab.$

B. $\sqrt[3]{a^3 b^3} = ab.$

C. $\sqrt{a^4 b^2} = -a^2 b.$

D. $\sqrt{a^2 b^2} = |ab|.$

Lời giải

Chọn **A.**

$$\text{A sai vì } \sqrt[4]{a^4 b^4} = |ab| = |a||b| = a \cdot (-b) = -ab.$$

Câu 149. Cho $\log_2 5 = a; \log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là:

A. $\frac{1}{a+b}.$

B. $\frac{ab}{a+b}.$

C. $a+b.$

D. $a^2 + b^2.$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_6 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 6} = \frac{a}{1 + \log_2 3}$$

$$\text{Từ } \log_2 5 = a; \log_3 5 = b \Rightarrow a = \frac{1}{\log_5 2}; b = \frac{1}{\log_5 3} \Rightarrow \log_5 2 = \frac{1}{a}; \log_5 3 = \frac{1}{b}$$

$$\Rightarrow \log_2 3 = \frac{\log_5 3}{\log_5 2} = \frac{\frac{1}{b}}{\frac{1}{a}} = \frac{a}{b}$$

$$\text{Vậy } \log_6 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 6} = \frac{a}{1 + \log_2 3} = \frac{a}{1 + \frac{a}{b}} = \frac{ab}{a + b}$$

Cách 2 sử dụng máy tính thử trực tiếp từng đáp án.

Câu 150. Nếu $\log_7 x = 8 \log_7 ab^2 - 2 \log_7 a^3 b$ ($a, b > 0$) thì x bằng:

A. $a^4 b^6$.

B. $a^2 b^{14}$.

C. $a^6 b^{12}$.

D. $a^8 b^{14}$.

Lời giải:

Chọn B.

$$\log_7 x = 8 \log_7 ab^2 - 2 \log_7 a^3 b \Leftrightarrow \log_7 x = \log_7 \frac{(ab^2)^8}{(a^3 b)^2}$$

$$\Leftrightarrow x = a^2 b^{14}$$

Vậy chọn đáp án B

Câu 151. Cho $\log_2 5 = a; \log_3 5 = b$. Giá trị của $\log_6 5$ tính theo a và b là:

A. $\frac{1}{a + b}$.

B. $\frac{ab}{a + b}$.

C. $a + b$.

D. $a^2 + b^2$.

Lời giải:

Chọn B.

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a + b}$$

Vậy chọn đáp án B

Câu 152. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{3}{4}} \sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $a^{\frac{3}{8}}$.

B. $a^{\frac{5}{4}}$.

C. $a^{\frac{6}{5}}$.

D. $a^{\frac{7}{4}}$.

Lời giải:

Chọn B.

$$a^{\frac{3}{4}} \sqrt{a} = a^{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{4}}. \text{ Vậy chọn đáp án B}$$

Câu 153. Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị biểu thức $(\sqrt{a})^{\log_a 4}$ bằng:

- A. 2. B. 16. C. 4. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải:

Chọn A.

$$(\sqrt{a})^{\log_a 4} = a^{\frac{1}{2} \log_a 4} = a^{\log_a 2} = 2. \text{ Vậy chọn đáp án } \mathbf{A}.$$

Câu 154. Cho $\log 5 = a$. Tính $\log 20$ theo a là:

- A. $2 - a$. B. $2 + 3a$. C. $2(1 - a)$. D. $5 - 2a$.

Lời giải:

Chọn A.

$$\log 20 = \log 100 - \log 5 = 2 - a. \text{ Vậy chọn } \mathbf{A}.$$

Câu 155. Tính $N = \log_{49} 32$ nếu $\log_2 14 = m$.

- A. $N = 3m + 1$ B. $N = 3m - 2$ C. $N = \frac{5}{2m - 2}$ D. $N = \frac{1}{m - 1}$

Lời giải:

Chọn C.

$$N = \log_{49} 32 = \frac{\log_2 32}{\log_2 49} = \frac{5}{2 \log_2 7} = \frac{5}{2(\log_2 14 - 1)} = \frac{5}{2m - 2}. \text{ Chọn đáp án } \mathbf{C}.$$

Câu 156. Cho $\log_2 5 = m; \log_3 5 = n$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo m và n là:

- A. $\frac{1}{m + n}$. B. $\frac{mn}{m + n}$. C. $m + n$. D. $m^2 + n^2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_3 5}} = \frac{1}{\frac{\log_2 5 + \log_3 5}{\log_2 5 \cdot \log_3 5}}$$

$$\Rightarrow \log_6 5 = \frac{\log_2 5 \cdot \log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \frac{mn}{m + n}.$$

Câu 157. Nếu $a = \log_2 3, b = \log_2 5$ thì

- A. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}a + \frac{1}{6}b$. B. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b$.
C. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}a + \frac{1}{3}b$. D. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} \log_2 360 = \frac{1}{6} \log_2 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = \frac{1}{6} (3 + 2 \log_2 3 + \log_2 5) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b.$$

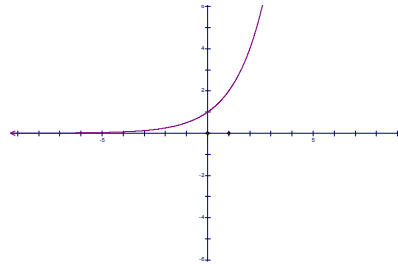
CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN ĐỒ THỊ HÀM SỐ LŨY THỪA – MŨ - LOGA

Tài liệu được mình tổng hợp và chỉnh sửa lại từ các tài liệu mà các thầy cô trong nhóm Word Toan đã gửi cho mình. Trong quá trình tổng hợp, phân dạng có gì sai sót mong các bạn đọc hồi âm qua fb : <https://www.facebook.com/phong.baovuong> để mình chỉnh sửa phục vụ tài liệu tốt hơn cho các năm học sau.

Chân thành cảm ơn !

Nguyễn Bảo Vương

Câu 1. Đồ thị hàm số cho dưới đây là đồ thị của hàm số nào.



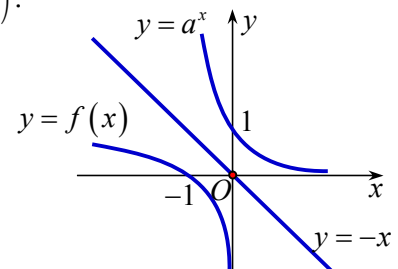
- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn **A.**

Câu 2. Biết hai hàm số $y = a^x$, $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ đồng thời đồ thị của hai hàm số này đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$. Tính $f(-a^3)$.

- A. $f(-a^3) = -a^{-3a}$. B. $f(-a^3) = \frac{-1}{3}$.
C. $f(-a^3) = -3$. D. $f(-a^3) = -a^{3a}$.



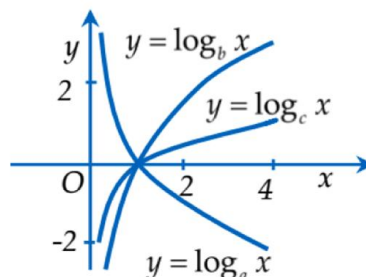
Lời giải

Chọn **C.**

Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$, ($0 < a < 1$) qua đường thẳng $y = -x$. Nên ta có hàm số $y = f(x) = -\log_a(-x)$.

Vậy ta có $f(-a^3) = -\log_a(-(-a^3)) = -3$.

Câu 3. Cho ba số dương a, b, c khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ như hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a < b < c$. B. $a < c < b$. C. $c < a < b$. D. $b < a < c$.

Lời giải

Chọn A.

Dựng đường thẳng $y = 1$ cắt các đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ lần lượt tại các điểm $A(a;1)$, $B(b;1)$, $C(c;1)$.

Từ đó suy ra $a < b < c$.

Câu 4. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 12}$ tại điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ $x = 2$ có phương trình là

- A. $y = \frac{1}{8}x + \frac{7}{4}$. B. $y = \frac{1}{4}x - \frac{7}{4}$. C. $y = \frac{-1}{16}x + \frac{7}{8}$. D. $y = \frac{1}{8}x + \frac{7}{8}$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } y' = f'(x) = \left(\sqrt[4]{x^2 + 12} \right)' = \left[(x^2 + 12)^{\frac{1}{4}} \right]' = \frac{1}{4} (x^2 + 12)^{-\frac{3}{4}} \cdot 2x = \frac{1}{2} x (x^2 + 12)^{-\frac{3}{4}}$$

Tại điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ $x = 2$ thì có tung độ $y = f(2) = 2$

Ta có phương trình tiếp tuyến:

$$y = f'(2) \cdot (x - 2) + f(2) = \frac{1}{8} (x - 2) + 2 = \frac{1}{8} x + \frac{7}{4}.$$

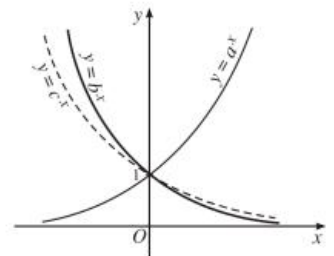
Câu 5. Trên hình bên cho đồ thị của các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ (với a, b, c là các số thực dương và khác 1) được vẽ trong cùng một mặt phẳng tọa độ. Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG**?

- A. $a > b > c$. B. $a > c > b$.
C. $b > c > a$. D. $a < b < c$.

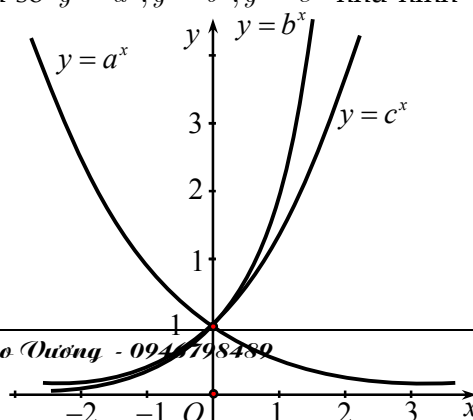
Lời giải

Chọn B.

$$a > 1, \begin{cases} b, c < 1 \\ b^x > c^x \end{cases} \Rightarrow b < c \text{ Vậy } a > c > b.$$



Câu 6. Cho đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ như hình vẽ dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



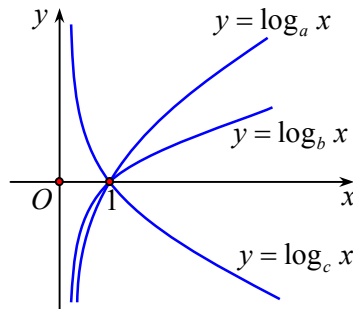
- A. $c > b > a$. B. $b > a > c$. C. $c > a > b$. D. $b > c > a$.

Lời giải

Chọn D.

$$a < 1, \begin{cases} b, c > 1 \\ b^x > c^x \end{cases} \Rightarrow b > c. \text{ Vậy } b > c > a.$$

Câu 7. Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ được cho như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $c > b > a$. B. $a > b > c$. C. $c > a > b$. D. $b > a > c$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta có $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ đồng biến

Suy ra $a, b > 1$. Còn $y = \log_c x$ nghịch biến suy ra $0 < c < 1$.

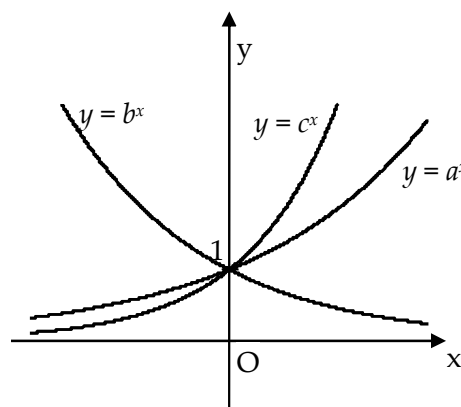
Tại $x_0 > 1$ ta có $\log_a x_0 > \log_b x_0 > 0$

Suy ra $\log_{x_0} a < \log_{x_0} b \Rightarrow a < b$

Vậy $b > a > c$.

Câu 8. Cho đồ thị ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ như trong hình vẽ sau.

Khẳng định nào sau đây đúng



- A. $c > a > b$. B. $c > b > a$. C. $a > c > b$. D. $b > a > c$.

Lời giải

Chọn A.

Do hàm số $y = b^x$ giảm, $y = a^x, y = c^x$ tăng nên $0 < b < 1 < a, c$

Dựng đường thẳng $x = 1$ cắt đồ thị 2 hàm số $y = a^x, y = c^x$ tại 2 điểm. Suy ra $a < c$

Vậy $b < a < c$.

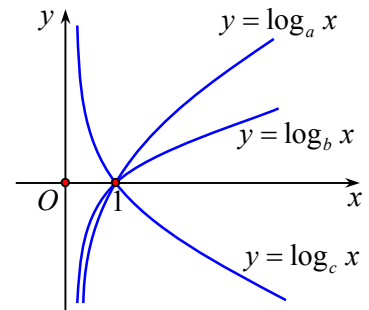
Câu 9. Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $a < b < c$.

B. $c < a < b$.

C. $c < b < a$.

D. $b < c < a$.



Lời giải

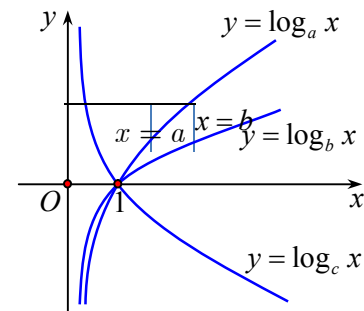
Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $y = \log_a x; y = \log_b x$ đồng biến nên $a > 1, b > 1$

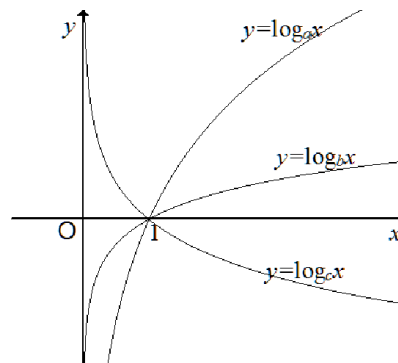
Còn đồ thị hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến nên $0 < c < 1$

Với $y = 1 \Rightarrow a < b$

do đó $c < a < b$



Câu 10. Hình bên là đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ (a, b, c là các số dương khác 1). Mệnh đề nào sau đây là đúng



A. $a > b > c$.

B. $b > c > a$.

C. $a > b > c$.

D. $b > a > c$.

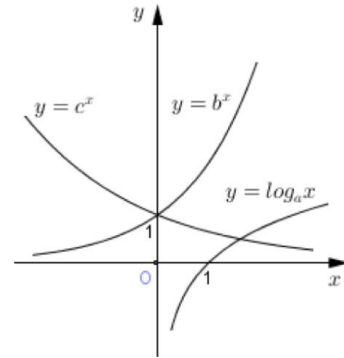
Lời giải

Chọn A.

Dựa vào dạng đồ thị ta có: $0 < c < 1$ và $a > 1, b > 1$.

Vì $\log_a x > \log_b x$ khi $x > 1$ nên $a > b$. Vậy $a > b > c$.

Câu 11. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



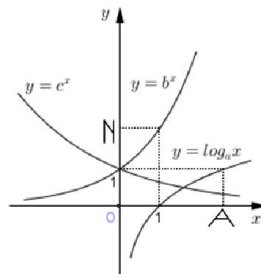
- A. $b < c < a$. B. $a < b < c$. C. $c < a < b$. D. $c < b < a$.

Giải

Chọn D

Hàm số $y = b^x$ đồng biến nên $b > 1$

Hàm số $y = c^x$ nghịch biến nên $c < 1 \Rightarrow c < b$



Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đi qua điểm $S(a;1)$ và đồ thị hàm số $y = b^x$ đi qua điểm $R(1;b)$

Từ đó ta xác định điểm $A(a;0)$ là hình chiếu của $S(a;1)$ lên trục hoành và $N(0;b)$ là hình chiếu của $R(1;b)$ lên trục tung như trên hình vẽ. Ta thấy $OA > ON \Rightarrow a > b$.

Câu 12. Tìm tọa độ giao điểm M của đồ thị hai hàm số $y = 4^x$ và $y = -2^{x+1} + 3$.

- A. $M(0;1)$. B. $M(1;4)$. C. $M(2;16)$. D. $M\left(-1; \frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$4^x = -2^{x+1} + 3 \Leftrightarrow (2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Tọa độ giao điểm là: $M(0;1)$.

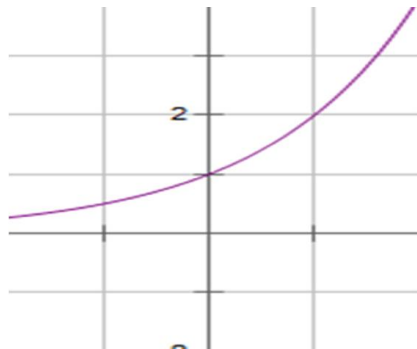
Câu 13. Hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = \log_3 x$.

B. $y = 0,5^x$.

C. $y = \log_2 x$.

D. $y = 2^x$.



Lời giải

Chọn D.

Nhận thấy đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0; 1)$ và $(-1; \frac{1}{2})$ nên đó là đồ thị của hàm số mũ.

Vì đồ thị là đồ thị của một hàm số đồng biến nên cơ số lớn hơn 1.

Vậy đó là đồ thị của hàm số $y = 2^x$.

Câu 14. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1.

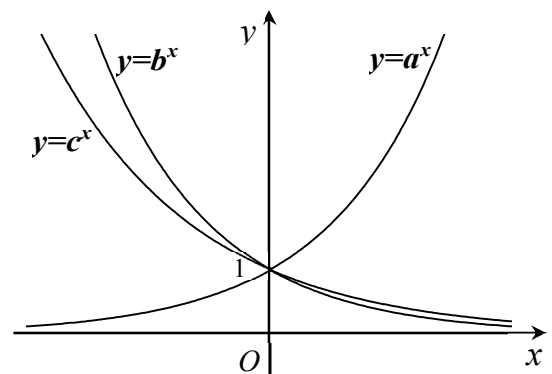
Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < b < c$.

B. $a < c < b$.

C. $b < c < a$.

D. $c < a < b$.



Lời giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số $y = a^x$ có hướng đi lên nên hàm số đồng biến. Vậy $a > 1$.

Các hàm số $y = b^x$ và $y = c^x$ nghịch biến nên $0 < b < 1$ và $0 < c < 1$.

Với $x > 0$, ta có

$$b^x < c^x \Leftrightarrow \log_b b^x > \log_b c^x \Leftrightarrow x > x \log_b c \Leftrightarrow x(1 - \log_b c) > 0$$

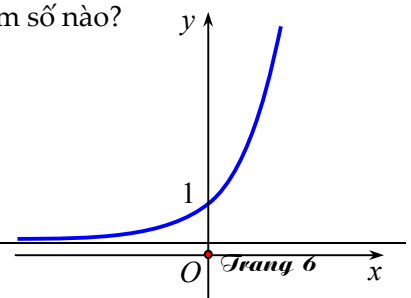
$$\Leftrightarrow 1 - \log_b c > 0 \Leftrightarrow \log_b c < 1 \Leftrightarrow \log_b c < \log_b b \Leftrightarrow c > b.$$

Vậy $b < c < a$.

Câu 15. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

B. $y = x^2$.



C. $y = \log_2 x$.

D. $y = 2^x$.

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ và nhận trục hoành làm tiệm cận ngang nên A, D thỏa mãn.

Đồ thị có hướng đi lên nên hàm số luôn đồng biến. Vậy phương án đúng là D.

Câu 16. Với giá trị nào của x thì đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ nằm phía trên đường thẳng $y = 16$?

A. $x < -5$.

B. $x > -5$.

C. $x \leq -5$.

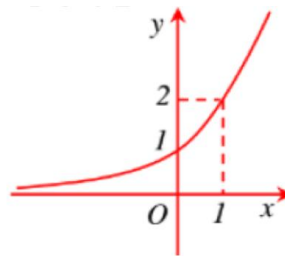
D. $x \geq -5$.

Lời giải

Chọn A.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} > 16 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \Leftrightarrow x+1 < -4 \Leftrightarrow x < -5.$$

Câu 17. Đường cong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = 2^x$.

B. $y = 2^{-x}$.

C. $y = \log_2 x$.

D. $y = -\log_2 x$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, đồ thị đi qua các điểm $(0;1)$, $(1;2)$ và nhận trục hoành là tiệm cận ngang.

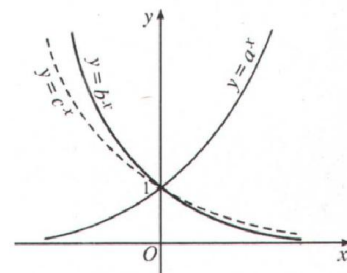
Câu 18. Trên hình 2.13, đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ (a, b, c là ba số dương khác 1 cho trước) được vẽ trong cùng một mặt phẳng tọa độ. Dựa vào đồ thị và các tính chất của lũy thừa, hãy so sánh ba số a, b và c

A. $a > b > c$.

B. $a > c > b$.

C. $c > b > a$.

D. $b > c > a$.



Hình 2.13

Lời giải:

Chọn A

Cho $x = 1 \xrightarrow{\text{Do thì}} a > b > c$. Đáp án A.

Câu 19. Tìm tung độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2^{x+1}$ và đồ thị hàm số $y = 2^{3-x}$

- A. $y = 4$. B. $y = 1$. C. $y = 2$. D. $y = 0$.

Lời giải:

Chọn C

Xét phương trình: $2^{x+1} = 2^{3-x} \Leftrightarrow 2 \cdot 2^x = \frac{8}{2^x} \Leftrightarrow 4^x = 16 = 4^2 \Leftrightarrow x = 2 \longrightarrow$ Đáp án

C.

Câu 20. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \log_3(2x + 1)$ là.

- A. (1,1). B. (-1,0). C. (1,0). D. (-1,1).

Lời giải

Chọn A.

$$\log_3(2 \cdot 1 + 1) = 1.$$

Câu 21. Tìm tọa độ giao điểm M của hai đồ thị hàm số $y = 3^x$ và $y = \frac{1}{3}$.

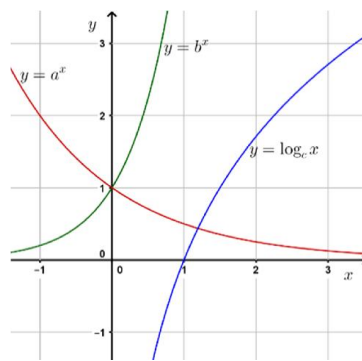
- A. $M\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$. B. $M\left(-1; \frac{1}{3}\right)$.
C. $M\left(1; \frac{1}{3}\right)$. D. $M\left(1; -\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Pt hoành độ giao điểm: } 3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 22. Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.



Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

- A. $c < a < b$. B. $a < c < b$. C. $b < c < a$. D. $a < b = c$.

Lời giải

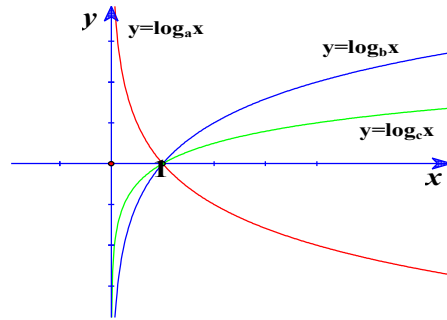
Chọn B.

Cách khác: Dựa vào đồ thị ta có $0 < a < 1$; $b, c > 1$

$$\log_c x = 1 \Leftrightarrow x = c \in (1, 2)$$

Khi $x = 1$ thì hàm số $y = b^x$ có $y(1) > 3 \Leftrightarrow b > 3$

Câu 23. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $b > a > c$. B. $a > c > b$. C. $b > c > a$. D. $c > b > a$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào hình vẽ ta thấy hàm $\log_a x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$, hàm $\log_b x$ và $\log_c x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 0 < a < 1 \\ b, c > 1 \end{cases} \Rightarrow a < b, c$$

$$\text{Ta có } \log_b x_0 > \log_c x_0 \left(\forall x_0 > 1 \right) \Rightarrow b > c$$

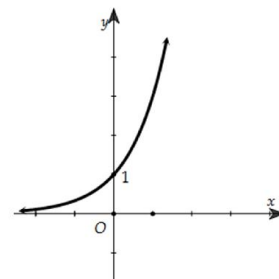
Do đó $b > c > a$.

ĐỌC NHANH ĐỒ THỊ HÀM LŨY THỪA – MŨ – LOGARIT KHÔNG CÓ LỜI GIẢI

Câu 1. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

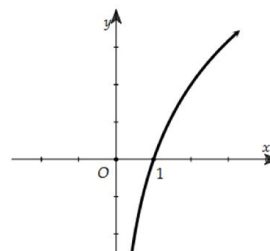
Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = 3^{-x}$.
B. $y = 3^x$.
C. $y = \log_3 x$.
D. $y = -\log_3 x$.



Câu 2. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có đồ thị phù hợp với hình vẽ bên:

- A. $y = e^x$.
B. $y = e^{-x}$.
C. $y = \log_{\sqrt{2}} x$.



D. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

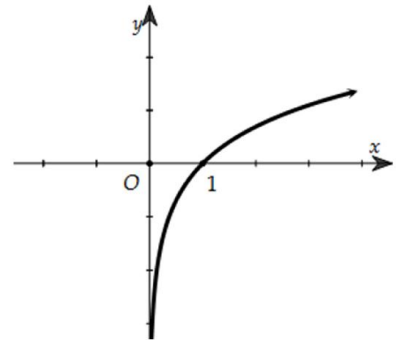
Biết rằng $f(x)$ là một trong bốn hàm số được liệt kê ở phương án A,B,C,D dưới đây. Tìm $f(x)$:

A. $f(x) = \log_{\frac{3}{\pi}} x$

B. $f(x) = x^{\frac{3}{\pi}}$

C. $f(x) = \ln x$.

D. $y = e^x$



Câu 4. Cho hai hàm số $y = a^x, y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên.

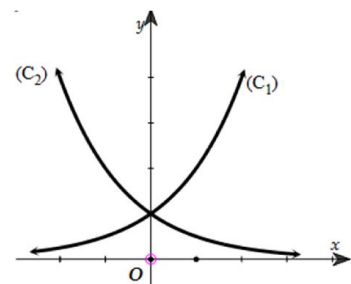
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0 < a < b < 1$.

B. $0 < b < 1 < a$.

C. $0 < a < 1 < b$.

D. $0 < b < a < 1$.



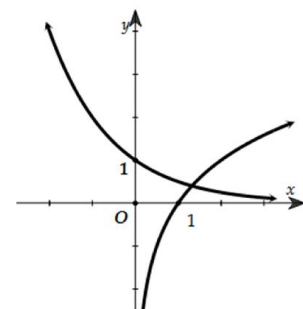
Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = a^x, y = \log_b x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0 < a < 1 < b$.

B. $0 < b < 1 < a$.

C. $0 < a < b < 1$.

D. $1 < b < a$.



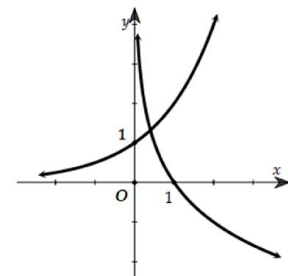
Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y = a^x, y = \log_b x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0 < a < 1$ và $0 < b < 1$

B. $a > 1$ và $b > 1$

C. $0 < b < 1 < a$.

D. $0 < a < 1 < b$.



Câu 7. Cho hai hàm số $y = a^x, y = \log_a x$ với $a > 0; a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định $D = (0; +\infty)$

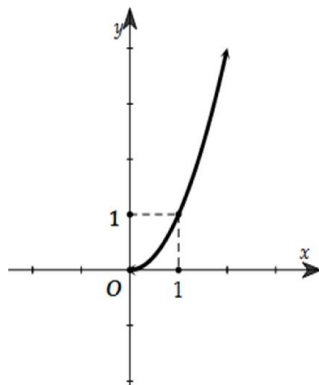
B. Đồ thị hàm số $y = a^x$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.

C. Hàm số $y = a^x, y = \log_a x$ đồng biến trên mỗi tập xác định tương ứng của nó khi

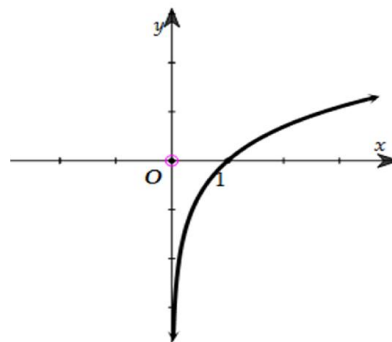
$a > 1$

D. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nằm phía trên trục hoành

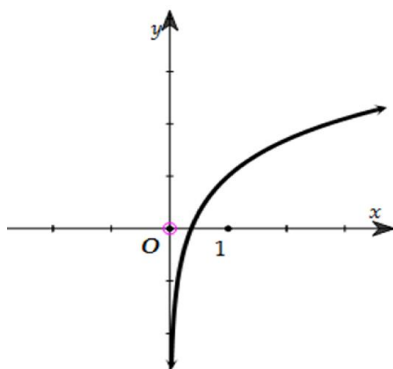
Câu 8. Cho hàm số $f(x) = x \ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A,B,C,D dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Tìm đồ thị đó.



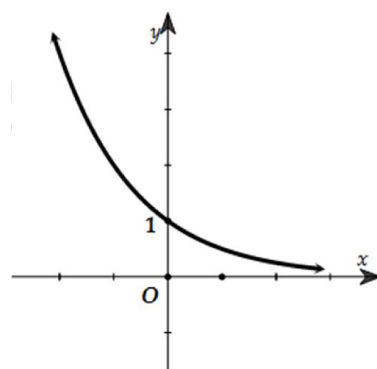
A



B



C



D

Câu 9. Biết $(C_1); (C_2)$ ở hình bên là hai trong bốn đồ thị của các hàm số

$$y = (\sqrt{3})^x, y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x, y = 5^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x.$$

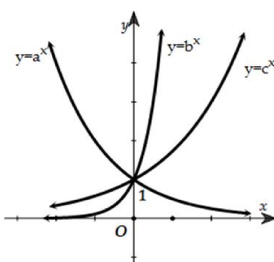
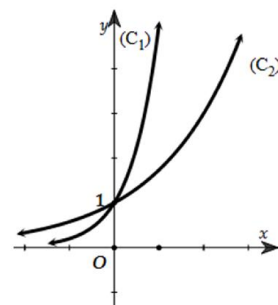
Hỏi (C_2) là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = (\sqrt{3})^x$

B. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$

C. $y = 5^x$

D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

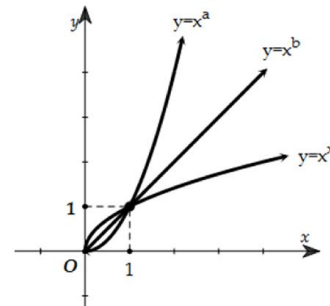


Câu 10. Cho a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < b < c$
- B. $a < c < b$
- C. $b < c < a$
- D. $c < a < b$

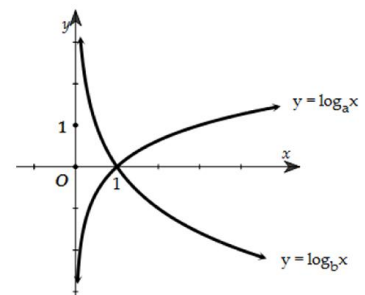
Câu 11. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = x^a, y = x^b, y = x^c$ trên miền $(0; +\infty)$. Hỏi trong các số a, b, c số nào nhận giá trị trong khoảng $(0; 1)$?

- A. Số b
- B. Số a và số c
- C. Số c .
- D. Số a .



Câu 12. Cho hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các kết luận dưới đây, đâu là kết luận đúng?

- A. $0 < a < 1 < b$.
- B. $0 < b < a < 1$.
- C. $0 < a < b < 1$.
- D. $0 < b < 1 < a$.



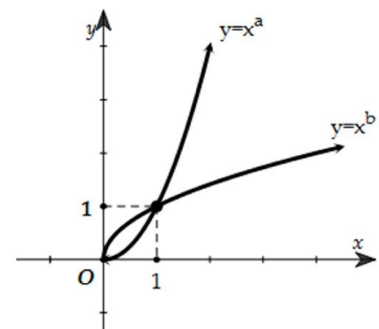
Câu 13. Đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng nào dưới đây?

- A. $x = 0$
- B. $y = x$
- C. $y = -x$
- D. $y = 1$

Câu 14. Cho a, b là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^a, y = x^b$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên.

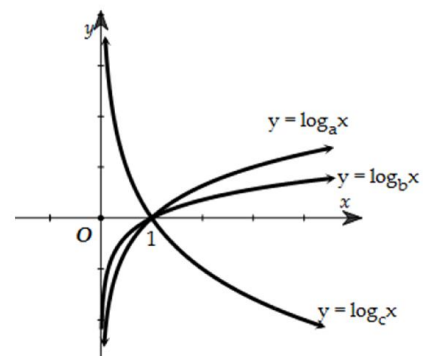
Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $0 < b < 1 < a$.
- B. $b < 0 < 1 < a$.
- C. $0 < a < 1 < b$.
- D. $a < 0 < 1 < b$.



Câu 15. Cho a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_b x < 0 \Leftrightarrow x \in (1; +\infty)$
- B. Hàm số $\log_c x$ đồng biến trên $(0; 1)$
- C. Hàm số $\log_a x$ nghịch biến trên $(0; 1)$

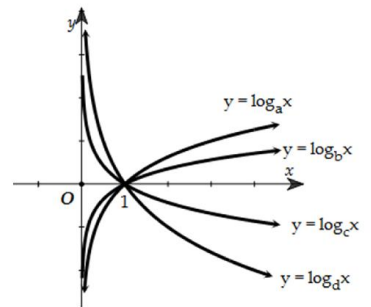


D. $b > a > c$

Câu 16. Cho các số thực dương a, b, c, d khác 1.

Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$, $y = \log_d x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

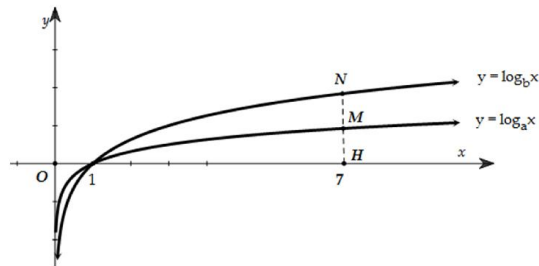
- A. $a > b > 1 > c > d$.
- B. $d > c > 1 > a > b$.
- C. $a > b > 1 > d > c$.
- D. $b > a > 1 > d > c$.



Câu 17. Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 7$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$

lần lượt tại H , M , N . Biết rằng $HM = MN$.
Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a = 7b$.
- B. $a = 2b$.
- C. $a = b^7$.
- D. $a = b^2$.

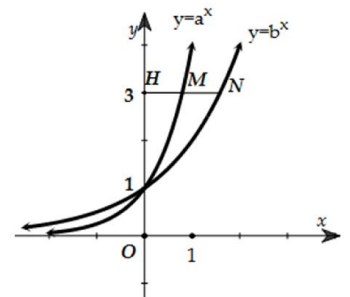


Câu 18. Cho các hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Đường thẳng $y = 3$ cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ lần lượt tại H , M , N . Biết rằng $HM = 2MN$.

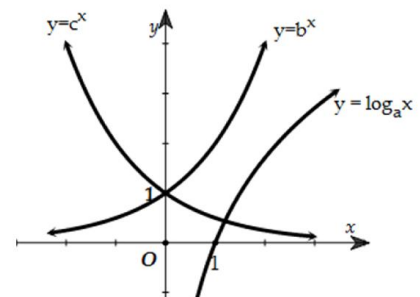
Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $3a = 2b$.
- B. $2a = b$.
- C. $a^3 = b^2$.
- D. $a^2 = b^3$.

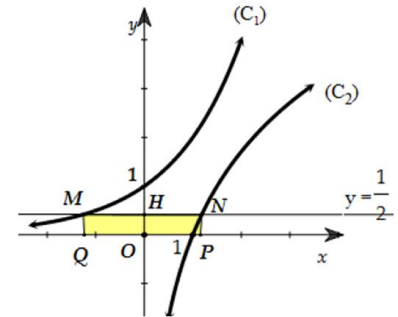


Câu 19. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = b^x$, $y = c^x$, được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $c < a < b$
- B. $b < c < a$
- C. $a < b < c$
- D. $c < b < a$



- Câu 20.** Cho các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ lần lượt có đồ thị $(C_1); (C_2)$ như hình vẽ bên. Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt (C_1) , trục Oy, (C_2) lần lượt tại M, H, N . Biết H là trung điểm của MN và MNPQ có diện tích $\frac{3}{2}$ (với P,Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của N,M trên trục hoành). Giá trị của biểu thức $T = a^3 + 4b$ bằng bao nhiêu?
- A. 16.
B. 15.
C. 13.
D. 17.



ĐÁP ÁN.

1B	2C	3C	4B	5A	6C	7D	8C	9A	10B
11C	12D	13B	14A	15D	16D	17D	18C	19A	20C

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

Tài liệu được mình tổng hợp và chỉnh sửa lại từ các tài liệu mà các thầy cô trong nhóm Word Toan đã gửi cho mình. Trong quá trình tổng hợp, phân dạng có gì sai sót mong các bạn đọc hồi âm qua fb : <https://www.facebook.com/phong.baovuong> để mình chỉnh sửa phục vụ tài liệu tốt hơn cho các năm học sau.

Chân thành cảm ơn !

Nguyễn Bảo Vương

Câu 1. Giải phương trình $2^{1+2x} = 0,125$ được nghiệm là

- A. $x = -1$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $2^{1+2x} = 0,125 \Leftrightarrow 2^{1+2x} = 2^{-3} \Leftrightarrow 1 + 2x = -3 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 2. Phương trình $\left(2 + \sqrt{3}\right)^{x^2 - 2x - 2} = 7 - 4\sqrt{3}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó giá trị của $P = x_1 + x_2$ bằng

- A. $P = -1$. B. $P = 4$. C. $P = 3$. D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\left(2 + \sqrt{3}\right)^{x^2 - 2x - 2} = 7 - 4\sqrt{3} \Leftrightarrow \left(2 + \sqrt{3}\right)^{x^2 - 2x - 2} = \left(2 - \sqrt{3}\right)^2$
 $\Leftrightarrow \left(2 + \sqrt{3}\right)^{x^2 - 2x - 2} = \left(2 + \sqrt{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow P = x_1 + x_2 = 2$.

Câu 3. Phương trình $4^{3x-2} = 16$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{4}{3}$. B. $x = \frac{3}{4}$. C. $x = 3$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn A.

$4^{3x-2} = 16 \Leftrightarrow 4^{3x-2} = 4^2 \Leftrightarrow 3x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$.

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$ bằng

- A. $\{-1; 5\}$. B. $\{5\}$. C. $\{6\}$. D.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > 3$.

Ta có $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-1)] = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 8 \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện suy ra $x = 5$.

Câu 5. Phương trình $4^{3x-2} = 16$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{4}{3}$. B. $x = \frac{3}{4}$. C. $x = 3$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn A.

$$4^{3x-2} = 16 \Leftrightarrow 4^{3x-2} = 4^2 \Leftrightarrow 3x-2 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}.$$

Câu 6. Tìm tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-1} = 256$.

- A. $\{-3; 3\}$. B. $\{2; 3\}$. C. $\{-2; 2\}$. D. $\{-3; 2\}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 2^{x^2-1} = 2^8 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3.$$

Câu 7. Cho phương trình $4^{2x} - 10 \cdot 4^x + 16 = 0$. Tính tổng các nghiệm của phương trình đó.

- A. 16. B. $\frac{7}{2}$. C. 2. D. 10.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } t = 4^x, (t > 0).$$

$$\text{Khi đó ta có phương trình } t^2 - 10t + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 8 \end{cases}.$$

$$\text{Với } t = 2 \Rightarrow 4^x = 2 \Rightarrow x = \log_4 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Với } t = 8 \Rightarrow 4^x = 8 \Rightarrow x = \log_4 8 \Rightarrow x = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy tổng hai nghiệm của phương trình là } \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2.$$

Câu 8. Tìm nghiệm của phương trình $4^{x+1} = 64^a$ với a là số thực cho trước.

- A. $3a - 1$. B. $3a + 1$. C. $a - 1$. D. $a^3 - 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } 4^{x+1} = 64^a \Leftrightarrow 4^{x+1} = (4^3)^a \Leftrightarrow x+1 = 3a \Leftrightarrow x = 3a - 1.$$

Câu 9. Phương trình $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 + x_2 + x_1 x_2$.

- A. 2. B. 11. C. 3. D. 9.

Lời giải

Chọn **A.**

Điều kiện $5 - 2^x > 0$.

Khi đó ta có $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x \Leftrightarrow 5 - 2^x = 2^{2-x} \Leftrightarrow 5 - 2^x = \frac{4}{2^x} \Leftrightarrow 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$.

Đặt $t = 2^x, (t > 0)$ ta có phương trình $t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \end{cases}$.

Với $t = 1$ ta có $2^x = 1 \Rightarrow x = 0$.

Với $t = 4$ ta có $2^x = 4 \Rightarrow x = 2$.

Vậy $P = 0 + 2 + 0.2 = 2$.

Câu 10. Giải phương trình $\log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x + 2) = \log_{\sqrt{2}}(2x + 3)$.

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn **B.**

Điều kiện $\begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Với điều kiện trên ta có $\log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x + 2) = \log_{\sqrt{2}}(2x + 3)$

$$\Leftrightarrow \log_2 x^2 - \log_2(x + 2) = 2\log_2(2x + 3)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2(2x + 3)^2 + \log_2(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2((2x + 3)^2(x + 2))$$

$$\Leftrightarrow x^2 = (2x + 3)^2(x + 2) \Leftrightarrow x^2 = (2x + 3)^2(x + 2) \Leftrightarrow 4x^3 + 19x^2 + 33x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 11. Giải phương trình $\log_2(x - 1) = 3$.

A. $x = 9$.

B. $x = 7$.

C. $x = 4$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn **A.**

Ta có: $\log_2(x - 1) = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$.

Câu 12. Giải phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

A. $x = 1$.

B. $x = 0; x = 2$.

C. $x = 1; x = 2$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn **C.**

$$\text{Ta có: } 4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^x$. Tìm tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$.

- A. $S = \{-2; 0\}$. B. $S = \{-2\}$.
C. $S = \emptyset$. D. $S = \{0\}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f'(x) = (2x + x^2)e^x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x + x^2)e^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Câu 14. Tìm tập nghiệm của phương trình $64^x - 8^x - 56 = 0$.

- A. $S = \{8\}$ B. $S = \{8; -7\}$ C. $S = \{1\}$ D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 64^x - 8^x - 56 = 0 \Leftrightarrow (8^x)^2 - 8^x - 56 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 8^x = 8 \\ 8^x = -7 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 15. Gọi x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm của phương trình $9^{x^2} + (x^2 - 3)3^{x^2} - 2x^2 + 2 = 0$. Tính tổng $P = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

- A. 0 B. $\log_3 4$. C. $\log_3 2$. D. 6.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 9^{x^2} + (x^2 - 3)3^{x^2} - 2x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} = 2 \\ 3^{x^2} = -x^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \sqrt{\log_3 2} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = 2\log_3 2 = \log_3 4.$$

Câu 16. Phương trình $2^{x^2-3x+2} = 4$ có tập nghiệm là

- A. $\{1\}$. B. $\{0; 3\}$. C. $\{1; 2\}$. D. $\{2; 3\}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 2^{x^2-3x+2} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+2} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 17. Phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = 11$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x \geq 3$

Ta có: $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$

$$\Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-1)] = 3$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-1) = 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -1 \end{cases} (L)$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 5$.

Câu 18. Phương trình $3^x + 4^x = 5^x$ có tập nghiệm là

- A. $\{0\}$. B. $\{2\}$. C. $\{0; 2\}$. D. $\{0; 1; 2\}$.

Lời giải

Chọn B.

Chia cả hai vế cho 5^x ta có: $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$

Xét hàm số $f(t) = \left(\frac{3}{5}\right)^t + \left(\frac{4}{5}\right)^t$ có đạo hàm $f'(t) = \left(\frac{3}{5}\right)^t \cdot \ln \frac{3}{5} + \left(\frac{4}{5}\right)^t \cdot \ln \frac{4}{5} < 0$ với mọi $t \in \mathbb{R}$

nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$, có tối đa một nghiệm.

Xét thấy $x = 2$ thỏa mãn nên $x = 2$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$ là

- A. $x = 3; x = 9$. B. $x = 9; x = 27$. C. $x = 27; x = 81$. D. $x = 81; x = 3$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x \geq 1$.

Ta có: $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 x - \log_3 3 - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow -\log_3 x + 3\sqrt{\log_3 x} - 2 = 0$$

Đặt $\sqrt{\log_3 x} = t$ ($t \geq 0$), phương trình đã cho trở thành:

$$-t^2 + 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\log_3 x} = 1 \\ \sqrt{\log_3 x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 81 \end{cases}$$

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $\log^3[x^2(2-x)] + \log^2 x \cdot \log[x(2-x)^2] = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số nghiệm.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $0 < x < 2$

Đặt $\log x = u$; $\log(2-x) = v$, ta có:

$$\begin{aligned} & \log^3 [x^2(2-x)] + \log^2 x \cdot \log [x(2-x)^2] \\ &= [\log x^2 + \log(2-x)]^3 + \log^2 x \cdot [\log x + \log(2-x)^2] \\ &= [2\log x + \log(2-x)]^3 + \log^2 x \cdot [\log x + 2\log(2-x)] \\ &= (2u+v)^3 + u^2(u+2v) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } (2u+v)^3 + u^2(u+2v) = 0$$

$$\Leftrightarrow 9u^3 + 14u^2v + 6uv^2 + v^3 = 0$$

Xét $v = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow u = 0$ thỏa mãn phương trình nên $x = 1$ là nghiệm

Xét $v \neq 0$ ta chia cả hai vế cho v^3 thì

$$9\left(\frac{u}{v}\right)^3 + 14\left(\frac{u}{v}\right)^2 + 6\left(\frac{u}{v}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{u}{v} = -1 \Leftrightarrow u = -v$$

$$\Leftrightarrow \log x = -\log(2-x) \Leftrightarrow \log x = \log \frac{1}{2-x} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2-x} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 1$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $36^{2x-m} = \sqrt{6^x}$ (với m là tham số) là

A. $x = \frac{m}{7}$. B. $x = \frac{2m}{7}$. C. $x = \frac{3m}{7}$. D. $x = \frac{4m}{7}$.

Lời giải

Chọn **D.**

$$\text{Ta có: } 36^{2x-m} = \sqrt{6^x} \Leftrightarrow 6^{4x-2m} = 6^{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow 4x - 2m = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = \frac{4m}{7}.$$

Câu 22. Tính tích t của tất cả các nghiệm của phương trình $(3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3-2\sqrt{2})^{x^3-2}$.

A. $t = 0$. B. $t = -2$. C. $t = -1$. D. $t = 1$.

Lời giải

Chọn **A:**

$$\text{Ta có: } (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 1 \text{ nên } 3-2\sqrt{2} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = (3+2\sqrt{2})^{-1}$$

$$\text{Do đó: } (3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3+2\sqrt{2})^{-(x^3-2)} \Leftrightarrow x^2-x+2 = -(x^3-2) \Leftrightarrow x(x^2+x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Câu 23. Phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong $[-5\pi; 2017\pi]$?

A. vô nghiệm B. 2017 C. 2022 D. 2023

Lời giải

Chọn D:

Ta thấy $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) là một nghiệm của phương trình.

Theo đề bài: $x \in [-5\pi; 2017\pi]$

Do đó: $-5\pi \leq k\pi \leq 2017\pi \Rightarrow -5 \leq k \leq 2017$

Suy ra số lượng giá trị k (số nguyên) là: $2017 - (-5) + 1 = 2023$

Câu 24. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^x - 5.2^x + 6 = 0$.

A. $S = \{2; 3\}$. B. $S = \{1; 6\}$. C. $S = \{1; \log_3 2\}$. D. $S = \{1; \log_2 3\}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $4^x - 5.2^x + 6 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 5.2^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_2 3 \end{cases}$.

Câu 25. Phương trình $x(\ln x - 1) = 0$ có số nghiệm là

A. 0. B. 1. C. 2. D. e .

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $x(\ln x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \ln x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10 \end{cases}$.

So điều kiện suy ra: $x = 10$.

Câu 26. Giả sử phương trình $\log_5^2 x - 2\log_{25} x^2 - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó giá trị biểu thức $P = 15x_1 + \frac{1}{5}x_2$ bằng

A. $\frac{1876}{625}$. B. 100. C. $\frac{28}{25}$. D. 28.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x > 0$

$\log_5^2 x - 2\log_{25} x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \log_5^2 x - 2\log_5 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = -1 \\ \log_5 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ x = 125 \end{cases}$

Vậy $P = 15x_1 + \frac{1}{5}x_2 = 15 \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot 125 = 28$.

Câu 27. Giả sử hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 6 \\ \log_2 x + \log_2 y = 3 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$. Khi đó tổng $x_1 + x_2 + y_1 + y_2$ là

A. 15.

B. 18.

C. 12.

D. 16.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $x, y > 0$

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ \log_2 x + \log_2 y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = 2 + 4 + 4 + 2 = 12$.

Câu 28. Tìm nghiệm của phương trình $10^x \cdot 10^{2x} = 1000$.

A. $x = 1$.

B. $x = 4$.

C. $x = 2$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $10^x \cdot 10^{2x} = 1000 \Leftrightarrow 10^{3x} = 10^3 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 29. Giải phương trình $\log_4(x - 1) = 3$

A. $x = 63$.

B. $x = 65$.

C. $x = 80$.

D. $x = 82$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\log_4(x - 1) = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65$.

Câu 30. Giải phương trình: $3^x - 8 \cdot 3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$

A. $x = 2 \vee x = \log_3 5$. B. $x = \log_3 5 \vee x = \log_3 25$.

C. $x = 2 \vee x = \log_3 25$. D. $x = 2 \vee x = 3$.

Lời giải

$$3^x - 8 \cdot 3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{\frac{x}{2}} = 3 \\ 3^{\frac{x}{2}} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \log_3 5 \end{cases}$$

Câu 31. Cho phương trình $4^x - 2^{x+1} - 3 = 0$ có một nghiệm duy nhất là a . Tính $P = a \log_3 4 + 1$.

A. $P = 3$.

B. $P = 4$.

C. $P = 2$.

D. $P = 5$.

Lời giải

Chọn A.

$$4^x - 2^{x+1} - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = -1(VN) \\ 2^x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \log_2 3 \Rightarrow a = \log_2 3$$

$$P = \log_2 3 \cdot \log_3 4 + 1 = 2 \log_2 3 \log_3 2 + 1 = 2 + 1 = 3.$$

Câu 32. Phương trình $2 \log_2 (\cot x) = \log_2 (\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{6}; 2\pi\right)$?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Đk: } \begin{cases} \cot x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow k2\pi < x < \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Xét trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{6}; 2\pi\right)$ thì pt xác định trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

$$\text{Ta có pt } \Leftrightarrow \cot^2 x = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \sin^2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 (loại) \\ \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 (1) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ \cos x = \frac{-\sqrt{5}-1}{2} (loại) \end{cases}. \text{ Trên } \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \text{ chỉ có 1 giá trị } \alpha \text{ thỏa } \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Câu 33. Nghiệm của phương trình $\log_2 (x-3) = 1$ là

A. $x = 5$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \log_2 (x-3) = 1 \Leftrightarrow x-3 = 2 \Leftrightarrow x = 5.$$

Câu 34. Số nghiệm của phương trình $2^{-x^2+x+2} = 1$ là:

A. 1.

B. Vô nghiệm.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Câu 35. $2^{-x^2+x+2} = 1 \Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$. Phương trình $6^x - 3^x = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. Vô nghiệm.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 6^x - 3^x = 3 \Leftrightarrow 6^x = 3^x + 3 \Leftrightarrow 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x$$

$$\text{Đặt } f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x \text{ ta có } f(x) \text{ nghịch biến.}$$

Mặt khác $x = 1$ thỏa $f(x) = 1$ nên suy ra pt $f(x) = 1$ có một nghiệm duy nhất.

Câu 36. Phương trình $\log_4 \sqrt[4]{x^2 - 2} + 16 \log_2 \frac{2}{x} = \log_{16} \sqrt{x^4 + 2x^2 + 4} - 4 \log_{\sqrt[4]{2}} \left(\frac{1}{2}x\right)$ có tập nghiệm là S. Tìm số phần tử của S.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn **A.**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 > 2 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \log_4 \sqrt[4]{x^2 - 2} + 16 \log_2 \frac{2}{x} = \log_{16} \sqrt{x^4 + 2x^2 + 4} - 4 \log_{\sqrt[4]{2}} \left(\frac{1}{2}x\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{8} \log_2 (x^2 - 2) + 16(1 - \log_2 x) = \frac{1}{8} \log_2 (x^4 + 2x^2 + 4) - 16(-1 + \log_2 x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{8} \log_2 (x^2 - 2) = \frac{1}{8} \log_2 (x^4 + 2x^2 + 4)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 2 \\ x^2 - 2 = x^4 + 2x^2 + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 2 \\ x^4 + x^2 + 6 = 0 \end{cases}$$

Câu 37. Tổng các nghiệm của phương trình $(0,4)^{8-2x^2} = (6,25)^{3x}$ bằng:

A. 3.

B. 5.

C. -5.

D. -3.

Lời giải

Chọn **A.**

$$\text{Ta có } (0,4)^{8-2x^2} = (6,25)^{3x} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{8-2x^2} = \left(\frac{25}{4}\right)^{3x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{8-2x^2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{6x} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x^2-8} = \left(\frac{5}{2}\right)^{6x}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8 = 6x \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } x_1 + x_2 = 4 + (-1) = 3$$

Câu 38. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3^2(9x) - \log_3 x - 2 = 0$ bằng:

A. $\frac{4}{9}$.

B. -3 .

C. -12 .

D. $-\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ $D = (0; +\infty)$

Ta có $\log_3^2(9x) - \log_3 x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow (\log_3 9 + \log_3 x)^2 - \log_3 x - 2 = 0$

Đặt $t = \log_3 x$

$\Leftrightarrow (2 + t)^2 - t - 2 = 0$

$\Leftrightarrow 4 + 4t + t^2 - t - 2 = 0$

$\Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases}$

Với $t = \log_3 x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

Với $t = \log_3 x = -2 \Leftrightarrow x = (3)^{-2} = \frac{1}{9}$

Ta có tổng các nghiệm bằng $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$

Câu 39. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + 2(2 - \sqrt{3})^x = 3$. Tính $P = x_1 x_2$.

A. $P = -3$.

B. $P = 2$.

C. $P = 3$.

D. $P = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $(2 + \sqrt{3})^x + 2(2 - \sqrt{3})^x = 3 \Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^x + 2\left(\frac{1}{2 + \sqrt{3}}\right)^x = 3$

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x, t > 0$ ta có pt tương đương

$\Leftrightarrow t + 2 \cdot \frac{1}{t} = 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 2 \end{cases} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = 0$

Câu 40. Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$. Giá trị của $A = 2x_1 + 3x_2$ là

A. $4 \log_3 2$.

B. 1 .

C. $3 \log_3 2$.

D. $2 \log_3 4$.

Lời giải

$9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{cases}$. Suy ra

$A = 2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 0 + 3 \cdot \log_3 2 = 3 \log_3 2$.

Câu 41. Tìm tổng các nghiệm của phương trình $6.4^x - 13.6^x + 6.9^x = 0$.

- A. -2 . B. -1 . C. 0 . D. $\frac{13}{6}$.

Lời giải

$$6.4^x - 13.6^x + 6.9^x = 0 \Leftrightarrow 6.\left(\frac{9}{4}\right)^x - 13.\left(\frac{3}{2}\right)^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Suy ra tổng các nghiệm bằng 0 .

Câu 42. Cho phương trình $\log_3(x^2 + 10x + 34) = 2$. Gọi x_0 là nghiệm của phương trình. Tính giá trị của $A = \log_2(9 + x_0)$.

- A. $A = 1$. B. $A = \log_2 10$. C. $A = 2$. D. $A = \log_2 14$.

Lời giải

$$\log_3(x^2 + 10x + 34) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 10x + 34 > 0 \\ x^2 + 10x + 34 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = -5. \text{ Suy ra}$$

$$A = \log_2(9 + x_0) = \log_2(9 - 5) = 2.$$

Câu 43. Phương trình $8^x = 16$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{4}{3}$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } 8^x = 16 \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^4 \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}.$$

Câu 44. Tìm tập nghiệm S của phương trình: $\log_{\sqrt{2}}(x - 3)^2 = 8$.

- A. $S = \{-7; -1\}$. B. $S = \{-1; 7\}$. C. $S = \{-1; 5\}$. D. $S = \{1; 5\}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } x \neq 3. \text{ Phương trình } \Leftrightarrow (x - 3)^2 = (\sqrt{2})^8 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 4^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Câu 45. Giải phương trình $y'' = 0$ biết $y = e^{x-x^2}$

- A. $x = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}, x = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ B. $x = \frac{1 - \sqrt{3}}{3}, x = \frac{1 + \sqrt{3}}{3}$

C. $x = \frac{-1-\sqrt{2}}{2}, x = \frac{-1+\sqrt{2}}{2}$

D. $x = \frac{1+\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y' = (x - x^2)' \cdot e^{x-x^2} = (1-2x) \cdot e^{x-x^2}$, $y'' = (4x^2 - 4x - 1)e^{x-x^2}$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow (4x^2 - 4x - 1)e^{x-x^2} = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Câu 46. Cho phương trình $\frac{\log_2 x}{\log_4 2x} = \frac{\log_8 4x}{\log_{16} 8x}$ khẳng định nào sau đây đúng:

A. Phương trình này có hai nghiệm.

B. Tổng các nghiệm là 17.

C. Phương trình có ba nghiệm.

D. Phương trình có 4 nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_4 2x \neq 0 \\ \log_{16} 8x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ x \neq \frac{1}{8} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \frac{\log_2 x}{\log_4 2x} = \frac{\log_8 4x}{\log_{16} 8x} &\Leftrightarrow \frac{\log_2 x}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_2 x} = \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \log_2 x}{\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \log_2 x} \\ \Leftrightarrow \frac{3}{4} \log_2 x + \frac{1}{4} \log_2^2 x &= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \log_2 x + \frac{1}{3} \log_2 x + \frac{1}{6} \log_2^2 x \\ \Leftrightarrow \log_2^2 x + 3 \log_2 x - 4 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{16} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

Câu 47. Giải phương trình $(33 - 8\sqrt{17})^{x-3} - (\sqrt{17} - 4)^x = 0$.

A. $x = 6$.

B. $x = 110$.

C. $x \in \{6; 110\}$.

D. $x \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn A

$$(33 - 8\sqrt{17})^{x-3} - (\sqrt{17} - 4)^x = 0 \Leftrightarrow (16 - 2.4.\sqrt{17} + 17)^{x-3} - (\sqrt{17} - 4)^x = 0$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow (\sqrt{17} - 4)^{2x-6} - (\sqrt{17} - 4) = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{17} - 4)^{2x}}{(\sqrt{17} - 4)^6} - (\sqrt{17} - 4)^x = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{17} - 4)^x = (\sqrt{17} - 4)^6 \\ &\Leftrightarrow x = 6 \end{aligned}$$

Câu 48. Giải phương trình $\log_3(x + 2) = 210$.

- A. $x = 3^{210} - 2$. B. $x = 3^{210} + 2$. C. $x = 210^3 + 2$. D. $x = 210^3 - 2$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$

Có: $x + 2 = 3^{210} \Rightarrow x = 3^{210} - 2$

Câu 49. Phương trình $8^x = 4$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{2}{3}$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = -2$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có: $8^x = 4 \Leftrightarrow x = \log_8 4 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

Câu 50. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4.9^x - 13.6^x + 9.4^x = 0$.

- A. $T = 2$. B. $T = 3$. C. $T = \frac{13}{4}$. D. $T = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn A

$$4.9^x - 13.6^x + 9.4^x = 0 \Leftrightarrow 4.\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13\left(\frac{3}{2}\right)^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng: $T = 2$.

Câu 51. Hỏi phương trình $2\log_3(\cot x) = \log_2(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2017\pi)$?

- A. 1009 nghiệm. B. 1008 nghiệm. C. 2017 nghiệm. D. 2018 nghiệm.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases} \cot x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$.

$$2\log_3(\cot x) = \log_2(\cos x) = t \Leftrightarrow \begin{cases} \cot^2 x = 3^t \\ \cos x = 2^t \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cot^2 x = 3^t \\ \cos^2 x = 4^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = 3^t \\ \cos^2 x = 4^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4^t}{1-4^t} = 3^t \\ \cos^2 x = 4^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4^t - 3^t + 12^t = 0^{(*)} \\ \cos^2 x = 4^t \end{cases}.$$

Để thấy $t = -1$ là một nghiệm của phương trình (*).

Xét hàm $f(t) = 4^t - 3^t + 12^t$; $f'(t) = 4^t \ln 4 - 3^t \ln 3 + 12^t \ln 12 > 0 \forall t$.

Vậy pt(*) có nghiệm duy nhất $t = -1$.

$$\Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy có 2018 nghiệm thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Câu 52. Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là:

A. $\frac{29}{3}$.

B. 87.

C. $\frac{25}{3}$.

D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_3(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow 3x - 2 = 3^3 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}.$$

Câu 53. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^x$ là:

A. $\frac{-2}{5}$.

B. 4.

C. $\frac{-1}{8}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^x \Leftrightarrow 5^{-2(x+1)} = 5^{3x} \Leftrightarrow -2(x+1) = 3x \Leftrightarrow x = \frac{-2}{5}.$$

Câu 54. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 3$.

A. $x = 5$

B. $x = 13$

C. $x = 14$

D. $x = 4$

Lời giải

$$\log_3(2x - 1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 2x - 1 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x = 14(TM) \end{cases}$$

Đáp án C

Câu 55. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(\log_2 x) = 1$.

A. $x = 8$.

B. $x = 6$.

C. $x = 9$.

D. $x = 2$.

Lời giải

$$\log_3(\log_2 x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \Leftrightarrow x = 2^3 = 9 \text{ (TM)} \\ \log_2 x = 3^1 \end{cases}$$

Đáp án C

Câu 56. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

A. $S = \{-3, 3\}$.

B. $S = \{\sqrt{10}\}$.

C. $S = \{3\}$.

D. $S = \{-\sqrt{10}, \sqrt{10}\}$.

Lời giải

Đáp án C.

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

Ta

có:

$$\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3 \Leftrightarrow \log_2(x-1)(x+1) = 3 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 3 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có $x = 3$ là nghiệm.

Câu 57. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3 x + 1 = 0$.

A. $x = -\frac{1}{3}$.

B. $x = \frac{1}{3}$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Đáp án B.

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_3 x + 1 = 0 \Leftrightarrow \log_3 x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} > 0$$

Câu 58. Biết phương trình $2.16^x - 17.4^x + 8 = 0$ có 2 nghiệm. Tính tổng $x_1 + x_2$.

A. $x_1 + x_2 = -\frac{17}{4}$.

B. $x_1 + x_2 = 1$.

C. $x_1 + x_2 = 4$.

D. $x_1 + x_2 = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = 4^x$, điều kiện $t > 0$, phương trình trở thành $2t^2 - 17t + 8 = 0$. Vì phương trình $2.16^x - 17.4^x + 8 = 0$ đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 nên phương trình $2t^2 - 17t + 8 = 0$ có hai nghiệm t_1, t_2 .

$$\text{Vì } t_1 t_2 = 4^{x_1+x_2} \text{ nên } x_1 + x_2 = \log_4(t_1 t_2) = \log_4\left(\frac{8}{2}\right) = 1.$$

Câu 59. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$.

A. $S = \left\{ \frac{11}{2} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{61}}{2}; \frac{3 - \sqrt{61}}{2} \right\}$.
C. $S = \{6\}$. D. $S = \{-3; 6\}$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1.

Điều kiện $x > 5$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3 &\Leftrightarrow \log_2[(x-5)(x+2)] = 3 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 2^3 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 & (N) \\ x = -3 & (L) \end{cases} \end{aligned}$$

Cách 2. Sử dụng máy tính bỏ túi thử nghiệm.

Câu 60. Nghiệm của PT $(\sqrt{3})^{x^2} = 9$ là

A. $x = \pm 2$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(\sqrt{3})^{x^2} = 9 \Leftrightarrow 3^{\frac{x^2}{2}} = 3^2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{2} = 2 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Câu 61. Tập nghiệm của phương trình $\ln x^2 = 2 \ln x$ là:

A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x > 0$.

Ta có $\ln x^2 = 2 \ln x \Leftrightarrow 2 \ln x = 2 \ln x$ (luôn đúng với mọi $x > 0$). Vậy tập nghiệm phương trình là $S = (0, +\infty)$.

Câu 62. Phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{5}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x^2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5} > 0$ nên phương trình có hai nghiệm.

Câu 63. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log^2 x + \log_3 x \cdot \log 27 - 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log x_1 + \log x_2$.

- A. $A = 3$. B. $A = -3$.
C. $A = -2$. D. $A = 4$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$$\log^2 x + \log_3 x \cdot \log 27 - 4 = 0 \Leftrightarrow \log^2 x + 3 \log 3 \cdot \log_3 x - 4 = 0 \Leftrightarrow \log^2 x + 3 \log x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 10^{-4} \end{cases}. \text{ Khi đó } A = \log x_1 + \log x_2 = \log 10 + \log 10^{-4} = 1 - 4 = -3.$$

Câu 64. Tìm số nghiệm của phương trình $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2016^x + 2017^x = 2016 - x$.

- A. 1. B. 2016.
C. 2017. D. 0.

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2016^x + 2017^x = 2016 - x$ (*) có:

Vế trái (*): $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2016^x + 2017^x = f(x)$ là hàm số đồng biến trên R .

Vế phải (*): $2016 - x = g(x)$ là hàm số nghịch biến trên R .

Khi đó phương trình (*) có không quá 1 nghiệm.

Mà $f(0) = 2016 = g(0)$ nên suy ra (*) có 1 nghiệm duy nhất là $x = 0$.

Câu 65. Số nghiệm của phương trình $8^{x^2-x} = 2$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$8^{x^2-x} = 2 \Leftrightarrow 2^{3x^2-3x} = 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x = 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{21}}{6} \\ x = \frac{3 - \sqrt{21}}{6} \end{cases}$$

Câu 66. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ 3 \log_9(9x^2) - \log_3 y^3 = 3 \end{cases}$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x \geq 1 \\ 0 < y \leq 2 \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} 3\log_9(9x^2) - \log_3 y^2 &= 3 \Leftrightarrow 3\log_3 3x - 3\log_3 y = 3 \Leftrightarrow \log_3 3x - \log_3 y = 1 \Leftrightarrow \log_3 \frac{3x}{y} = 1 \\ \Leftrightarrow \frac{3x}{y} &= 3 \Leftrightarrow x = y \end{aligned}$$

Thay $x = y$ vào phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1$

$$\text{Ta có } \sqrt{x-1} + \sqrt{2-x} = 1 \Leftrightarrow x-1+2-x+2\sqrt{(x-1)(2-x)} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Câu 67. Biết phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_3 2$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$.

A. $S = 27 + 3\sqrt{3}$. B. $S = 9$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = \frac{9}{8}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{ĐKXĐ: } 3^{x+1} - 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3(3^{x+1} - 1) &= 2x + \log_3 2 \Leftrightarrow \log_3(3^{x+1} - 1) - \log_3 2 = 2x \Leftrightarrow \log_3 \frac{(3^{x+1} - 1)}{2} = 2x \\ \Leftrightarrow \frac{(3^{x+1} - 1)}{2} &= 3^{2x} \Leftrightarrow 3^{x+1} - 1 = 2 \cdot 3^{2x} \Leftrightarrow 2 \cdot 3^{2x} - 3 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 \frac{1}{2} \end{cases} \\ \Rightarrow 27^0 + 27^{\log_3 \frac{1}{2}} &= 1 + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}. \end{aligned}$$

Câu 68. Số nghiệm của phương trình $2^{1-x^4} = 4$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } 2^{1-x^4} = 4 \Leftrightarrow 2^{1-x^4} = 2^2 \Leftrightarrow 1 - x^4 = 2 \Leftrightarrow x^4 = -1$$

Phương trình vô nghiệm.

Câu 69. Tính tổng S các giá trị nghiệm của phương trình $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$.

A. $S = 12$. B. $S = 5$. C. $S = 4$. D. $S = 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} \log_2 x \neq -1 \\ \log_2 x \neq 5 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)(5 - \log_2 x) = 1 + \log_2 x + 10 - 2\log_2 x$$

$$\Leftrightarrow -\log_2^2 x + 4\log_2 x + 5 = 11 - \log_2 x \Leftrightarrow \log_2^2 x - 5\log_2 x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow S = 12.$$

Câu 70. Phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$ có 2 nghiệm. Khi đó tổng hai nghiệm bằng:

- A. 2. B. 4. C. $6 + 4\sqrt{2}$. D. $6 - 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 4^{x-1} \Leftrightarrow 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 4 = 0$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt $2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 4 = 0$, theo định lý Viète ta có

$$2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 4 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 4 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2$$

Câu 71. Giải phương trình $4^{2x+3} = 8^{4-x}$.

- A. $x = \frac{6}{7}$. B. $x = \frac{2}{3}$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

$$4^{2x+3} = 8^{4-x} \Leftrightarrow 2^{4x+6} = 2^{12-3x} \Leftrightarrow 4x + 6 = 12 - 3x \Leftrightarrow x = \frac{6}{7}.$$

Câu 72. Số nghiệm của phương trình $2^{x+1} - 2^{3-x} + 6 = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B.

$$2^{x+1} - 2^{3-x} + 6 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^x - \frac{8}{2^x} + 6 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2^x)^2 + 6 \cdot 2^x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Câu 73. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^{x^2+6x+5} + 4^{x^2-3x+2} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$.

- A. 0. B. 3. C. -3. D. 6.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình có dạng $a + b = a.b + 1 \Leftrightarrow (a - 1)(b - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$.

$$4^{x^2+6x+5} + 4^{x^2-3x+2} = 4^{2x^2+3x+7} + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^{x^2+6x+5} = 1 \\ 4^{x^2-3x+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 6x + 5 = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là -3 .

Câu 74. Cho phương trình $2^{x+1}.4^{x-1}.\frac{1}{8^{1-x}} = 16^x$. Gọi x_0 là nghiệm của phương trình đã cho, tính

giá trị biểu thức $A = \frac{\sqrt{4^{x_0} - 2^{x_0-1}}}{2^{x_0-2}}$.

A. 14.

B. -14 .

C. 2.

D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn D.

$$2^{x+1}.4^{x-1}.\frac{1}{8^{1-x}} = 16^x \Leftrightarrow 2^{x+1}.2^{2x-2}.2^{3x-3} = 2^{4x} \Leftrightarrow 6x - 4 = 4x \Leftrightarrow x = 2.$$

$$A = \frac{\sqrt{4^{x_0} - 2^{x_0-1}}}{2^{x_0-2}} = \frac{\sqrt{4^2 - 2^{2-1}}}{2^{2-2}} = \sqrt{14}.$$

Câu 75. Gọi a là nghiệm của phương trình $\log_2 \left(\frac{5.2^x - 8}{2^x + 2} \right) = 3 - x$. Tính giá trị $P = a^{\log_2 4a}$.

A. $P = 8$.

B. $P = 4$.

C. $P = 1$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_2 \left(\frac{5.2^x - 8}{2^x + 2} \right) = 3 - x \Leftrightarrow \frac{5.2^x - 8}{2^x + 2} = 2^{3-x} \Leftrightarrow \frac{5.2^x - 8}{2^x + 2} = \frac{8}{2^x} \Leftrightarrow 5.(2^x)^2 - 8.2^x = 8.2^x + 16$$

$$\Leftrightarrow 5.(2^x)^2 - 16.2^x - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = -\frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{Vậy } a = 2 \Rightarrow P = a^{\log_2 4a} = 2^{\log_2 4.2} = 8.$$

Câu 76. Phương trình $\lg(x - 3) + \lg(x - 2) = 1 - \lg 5$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$$

Ta có

$$\begin{aligned} \lg(x-3) + \lg(x-2) &= 1 - \lg 5 \Leftrightarrow \lg[(x-3)(x-2).5] = 1 \Leftrightarrow 5x^2 - 25x + 10 = 10 \\ \Leftrightarrow x^2 - 25x &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, ta có nghiệm $x = 5$.

Câu 77. Nghiệm của phương trình $2^{x^2+1} = 32$ là

A. $\begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$. B. $x = 2$. C. $x = \sqrt{15}$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } 2^{x^2+1} = 32 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Câu 78. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+3}$. Tính $A = x_1 + x_2$.

A. -1. B. 1. C. -2. D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-x-5} &= \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+3} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-x-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2x-3} \Leftrightarrow x^2 - x - 5 = -2x - 3 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 2 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow A = 1 + (-2) = -1. \end{aligned}$$

Câu 79. Số nghiệm của phương trình $\log_3 x + 2\log_9(x-6) = 3$ là

A. 1. B. 2. C. 0. D. 9.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-6 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 6.$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_3 x + 2\log_9(x-6) &= 3 \Leftrightarrow \log_3 x + \log_3(x-6) = 3 \Leftrightarrow \log_3[x.(x-6)] = 3 \\ \Leftrightarrow x.(x-6) &= 27 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Do điều kiện $x > 6$ nên phương trình có một nghiệm là $x = 9$.

Câu 80. Tập nghiệm của phương trình: $2^{x^2-x-4} = \frac{1}{16}$.

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{2; 4\}$. C. $S = \{0; 1\}$. D. $S = \{-2; 2\}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } 2^{x^2-x-4} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow 2^{x^2-x-4} = 2^{-4} \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Câu 81. Giải bất phương trình $9^{x-1} - 36 \cdot 3^{x-3} + 3 \leq 0$.

- A. $1 \leq x \leq 3$. B. $1 \leq x \leq 2$. C. $x \geq 1$. D. $x \leq 3$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Bất phương trình } 9^{x-1} - 36 \cdot 3^{x-3} + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 3^{2(x-1)} - 4 \cdot 3^{x-1} + 3 \leq 0.$$

$$\text{Đặt } 3^{x-1} = t, (t > 0). \text{ Bất phương trình trở thành } t^2 - 4t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 3.$$

$$\text{Do đó } 1 \leq 3^{x-1} \leq 3 \Leftrightarrow 0 \leq x-1 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

Câu 82. Phương trình $9^x = \frac{1}{27}$ có nghiệm là

- A. $x = -\frac{2}{3}$. B. $x = -\frac{3}{2}$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = \frac{1}{243}$.

Lời giải

Chọn B.

$$9^x = \frac{1}{27} \Leftrightarrow 3^{2x} = 3^{-3} \Leftrightarrow 2x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}.$$

Câu 83. Cho hàm số $f(x) = \log_3(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm S của phương trình $f''(x) = 0$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{1 \pm \sqrt{2}\}$. C. $S = \{0; 2\}$. D. $S = \{1\}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện xác định } x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{2x-2}{(x^2-2x) \cdot \ln 3}; f''(x) = \frac{2(x^2-2x) \cdot \ln 3 - (2x-2) \cdot \ln 3 \cdot (2x-2)}{[(x^2-2x) \cdot \ln 3]^2}.$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 2x) \cdot \ln 3 - (2x - 2)^2 \cdot \ln 3 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 4x^2 + 8x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

Có $\Delta' = 1 - 2 = -1 < 0$. Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 84. Giải phương trình $x^2 \cdot 5^{x-1} - (3^x - 3 \cdot 5^{x-1})x + 2 \cdot 5^{x-1} - 3^x = 0$.

- A. $x = 1, x = 2$. B. $x = 0, x = 1$. C. $x = \pm 1$. D. $x = \pm 2$.

Lời giải

Chọn C.

$$x^2 \cdot 5^{x-1} - (3^x - 3 \cdot 5^{x-1})x + 2 \cdot 5^{x-1} - 3^x = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot 5^{x-1} - x \cdot 3^x + 3x \cdot 5^{x-1} + 2 \cdot 5^{x-1} - 3^x = 0$$

$$\Leftrightarrow 5^{x-1}(x^2 + 3x + 2) - 3^x(x + 1) = 0 \Leftrightarrow 5^x \frac{(x^2 + 3x + 2)}{5} - 3^x(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x (x + 1) = \frac{(x^2 + 3x + 2)}{5} \quad (*).$$

TH 1: $x = -1$ là nghiệm của (*).

TH 2: $x \neq -1$, ta có

$$(*) \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{(x + 2)}{5}.$$

$y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$ là hàm nghịch biến và $y = \frac{x + 2}{5}$ là hàm đồng biến.

Mặt khác $x = 1$ là nghiệm nên $x = 1$ duy nhất của (*).

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 1\}$.

Câu 85. Phương trình $(3 + \sqrt{5})^x + (3 - \sqrt{5})^x = 3 \cdot 2^x$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

$$(3 + \sqrt{5})^x + (3 - \sqrt{5})^x = 3 \cdot 2^x \Leftrightarrow \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^x + \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)^x = 3 \quad (*).$$

$$\text{Đặt } \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^x = t (t > 0) \Rightarrow \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)^x = \frac{1}{t} \text{ vì } \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^x \cdot \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)^x = 1.$$

$$(*) \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} (tm) \\ t = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} (tm) \end{cases}.$$

$$\Rightarrow x = \pm 1.$$

Câu 86. Phương trình $\log_3(3x^2 - 5x + 1) = 2$ có tập nghiệm S là

A. $S = \left\{1; -\frac{8}{3}\right\}$. B. $S = \left\{-1; \frac{8}{3}\right\}$. C. $S = \left\{2; -\frac{8}{3}\right\}$. D. $S = \left\{-1; -\frac{8}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn **B.**

$$\text{Điều kiện } 3x^2 - 5x + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5 + \sqrt{13}}{6} \\ x < \frac{5 - \sqrt{13}}{6} \end{cases}.$$

Ta có

$$\log_3(3x^2 - 5x + 1) = 2 = \log_3 3^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 5x + 1 = 9 \Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(tm) \\ x = \frac{8}{3}(tm) \end{cases}.$$

Câu 87. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2 - 7x + 5} = 1$ là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn **B.**

$$2^{2x^2 - 7x + 5} = 1 = 2^0 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 88. Giải phương trình $16^{-x} = 8^{2(1-x)}$.

A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = -3$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn **A.**

$$16^{-x} = 8^{2(1-x)} \Leftrightarrow 2^{-4x} = 2^{6(1-x)} \Leftrightarrow -4x = 6 - 6x \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 89. Giải phương trình $\log_3(x - 1) = 0$.

A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn **C.**

$$\text{Điều kiện } x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\log_3(x - 1) = 0 = \log_3 1 \Leftrightarrow x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 2(tm).$$

Câu 90. Phương trình $\log_3 \frac{x^2 - 2x + 1}{x} + x^2 + 1 = 3x$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. 5.

B. 3.

C. $\sqrt{5}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 2x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

$$\log_3 \frac{x^2 - 2x + 1}{x} + x^2 + 1 = 3x \Leftrightarrow \left[\log_3 (x^2 - 2x + 1) + x^2 - 2x + 1 \right] - \left[\log_3 x + x \right] = 0.$$

$$\text{Xét } f(t) = \log_3 t + t \ (t > 0); \quad f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0 \quad \forall t > 0$$

Suy ra $f(t)$ đồng biến trên khoảng xác định.

Do đó, ta có

$$\begin{aligned} \left[\log_3 (x^2 - 2x + 1) + x^2 - 2x + 1 \right] - \left[\log_3 x + x \right] = 0 &\Leftrightarrow \log_3 (x^2 - 2x + 1) + x^2 - 2x + 1 = \log_3 x + x \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = x &\Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 3. \end{aligned}$$

Câu 91. Giải phương trình $3^{x+2} = \frac{1}{3}$.

A. Nghiệm $x = -3$. B. Nghiệm $x = -\frac{5}{3}$.

C. Nghiệm $x = \frac{7}{3}$. D. Nghiệm $x = 3$.

Lời giải

Chọn A.

$$3^{x+2} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^{x+2} = 3^{-1} \Rightarrow x + 2 = -1 \Rightarrow x = -3.$$

Câu 92. Giải phương trình $2^{\frac{3(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}} = 4$.

A. Nghiệm $x = 9$. B. Nghiệm $x = 3$. C. Nghiệm $x = 2$. D. Nghiệm $x = 6$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x > 0, \ x \neq 1$.

$$2^{\frac{3(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}} = 4 \Rightarrow \frac{3(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = 2 \Rightarrow 2x - 5\sqrt{x} - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \\ \sqrt{x} = \frac{-1}{2} \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow x = 9.$$

Câu 93. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn A.

$$2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 94. Nghiệm của phương trình $10^{\log 9} = 8x + 5$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{5}{8}$. C. $x = \frac{7}{4}$. D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$10^{\log 9} = 8x + 5 \Leftrightarrow 8x + 5 = 9 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Câu 95. Phương trình $3^{2x+1} - 4.3^x + 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Chọn phát biểu đúng?

- A. $x_1 + x_2 = -2$. B. $x_1 + 2x_2 = -1$. C. $x_1.x_2 = -1$. D. $2x_1 + x_2 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$3^{2x+1} - 4.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3.3^{2x} - 4.3^x + 1 = 0.$$

Đặt $t = 3^x (t > 0)$.

$$\text{Khi đó, phương trình trên trở thành } 3t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Vậy khẳng định đúng là B.

Câu 96. Nghiệm của phương trình $2\log_2 \sqrt{x+1} = 2 - \log_2(x-2)$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x > 2$.

$$2\log_2 \sqrt{x+1} = 2 - \log_2(x-2) \Leftrightarrow \log_2(x+1) = \log_2 4 - \log_2(x-2)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+1) = \log_2 \frac{4}{x-2} \Leftrightarrow x+1 = \frac{4}{x-2} \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(tm) \\ x = -2(loai) \end{cases}$$

Câu 97. Giải phương trình $\log_2(3x-2) = 3$.

- A. $x = 2$. B. $x = \frac{10}{3}$. C. $x = \frac{11}{3}$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_2(3x-2) = 3 = \log_2 9 \Leftrightarrow 3x-2 = 9 \Leftrightarrow x = \frac{11}{3}.$$

Câu 98. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}} x \cdot \log_3 x \cdot \log_9 x = 8$.

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C.

ĐKXĐ: $x > 0$.

$$\text{Với đkxđ, } \log_{\sqrt{3}} x \cdot \log_3 x \cdot \log_9 x = 8 \Leftrightarrow (\log_3 x)^3 = 2^3 \Leftrightarrow \log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 9.$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Câu 99. Giải phương trình $\log(x-3) = 2$.

- A. 103. B. 3. C. $e^2 + 3$. D. $e^2 + 3$.

Lời giải

Chọn A.

ĐKXĐ: $x > 3$.

$$\text{Với đkxđ, } \log(x-3) = 2 \Leftrightarrow x-3 = 100 \Leftrightarrow x = 103 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Câu 100. Phương trình $\log_2(4x) - \log_{\frac{x}{2}} 2 = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1 nghiệm. B. Vô nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 3 nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\log_2(4x) - \log_{\frac{x}{2}} 2 = 3 \Leftrightarrow 2 + \log_2 x - \frac{1}{\log_2 x - 1} = 3 \Leftrightarrow \log_2 x - \frac{1}{\log_2 x - 1} = 1.$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x (t \neq 1) \text{ thì phương trình trở thành } t - \frac{1}{t-1} = 1 \Leftrightarrow t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}.$$

Nên $\begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$. Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 101. Giải phương trình $2^x + 2^{x+1} = 12$.

- A. $x = 3$. B. $x = \log_2 5$. C. $x = 2$. D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$2^x + 2^{x+1} = 12 \Leftrightarrow 2^x + 2 \cdot 2^x = 12 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x = 12 \Leftrightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 102. Phương trình $5^{2x-1} = 1$ có nghiệm là

- A. $x = 1$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = \frac{1}{3}$. D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$5^{2x-1} = 1 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Câu 103. Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $(x_1 < x_2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x_1 + x_2 = \frac{4}{3}$. B. $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}$. C. $x_1 + 2x_2 = -1$. D. $2x_1 + x_2 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 (*)$$

$$\text{Đặt } t = 3^x \text{ thì phương trình trở thành } 3t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Nên } \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} \text{ do đó } x_1 = -1 \text{ và } x_2 = 0, \text{ suy ra } x_1 + 2x_2 = -1.$$

Câu 104. Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{27}{3}$. B. $x = \frac{29}{3}$. C. $x = 27$. D. $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_3(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow 3x - 2 = 3^3 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}.$$

Câu 105. Giải phương trình: $3^x - 8 \cdot 3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$

A. $\begin{cases} x = 2 \\ x = \log_3 5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \log_3 5 \\ x = \log_3 25 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = \log_3 25 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C.

$$3^x - 8.3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0 \Leftrightarrow \left(3^{\frac{x}{2}}\right)^2 - 8.3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{\frac{x}{2}} = 3 \\ 3^{\frac{x}{2}} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2\log_3 5 = \log_3 25 \end{cases}$$

Câu 106. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$.

A. $x = \frac{10}{3}$ B. $x = \frac{16}{3}$ C. $x = \frac{11}{3}$ D. $x = \frac{8}{3}$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \log_2(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ 3x - 2 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}.$$

Câu 107. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_3 x + \frac{1}{\log_9 x} = 3$.

A. $\{1; 2\}$ B. $\left\{\frac{1}{3}; 9\right\}$ C. $\left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$ D. $\{3; 9\}$

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_3 x + \frac{1}{\log_9 x} = 3 &\Leftrightarrow \log_3 x + 2\frac{1}{\log_3 x} = 3 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 9 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 108. Phương trình $\log_5^2 x + \frac{1}{2}\log_5(5x) - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm tích hai nghiệm $x_1.x_2$.

A. $x_1.x_2 = \frac{\sqrt{5}}{25}$ B. $x_1.x_2 = 5$ C. $x_1.x_2 = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $x_1.x_2 = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \log_5^2 x + \frac{1}{2}\log_5(5x) - 2 &= 0 \text{ (ĐK: } x > 0) \\ \Leftrightarrow \log_5^2 x + \frac{1}{2}(1 + \log_5 x) - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \log_5^2 x + \frac{1}{2} \log_5 x - \frac{3}{2} = 0$$

Đặt $t = \log_5 x$, phương trình trở thành

$$t^2 + \frac{1}{2}t - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 1 \\ \log_5 x = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5(N) \\ x_2 = 5^{-\frac{3}{2}}(N) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 5^{-\frac{3}{2}} = 5^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 109. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{5}}(x+2) = \log_5(4x+6)$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Điều kiện $x > -\frac{3}{2}$.

Ta có $\log_{\sqrt{5}}(x+2) = \log_5(4x+6) \Leftrightarrow \log_5(x+2)^2 = \log_5(4x+6)$.

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 4x+6 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}.$$

Câu 110. Cho phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$. Nếu đặt $t = 2^x$ với $t > 0$ thì phương trình trở thành phương trình nào sau đây?

A. $t^2 + 3t - 2 = 0$. B. $t^2 - 3t + 2 = 0$. C. $t^2 + 3t + 2 = 0$. D. $t^2 - 3t - 2 = 0$

Lời giải

Chọn B.

Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$, đặt $t = 2^x$ với $t > 0$ ta được phương trình mới ẩn t là $t^2 - 3t + 2 = 0$

Câu 111. Phương trình $\log_2(x+2) + \log_4 x^2 = 3$ có nghiệm là:

A. $x = -2, x = 4$.

B. $x = 2, x = 4$.

C. $x = 2$.

D. $x = 0$.

Lời giải:

Chọn C.

ĐK: $\begin{cases} x > -2 \\ x \neq 0 \end{cases}$

$$\log_2(x+2) + \log_4 x^2 = 3 \Leftrightarrow \log_4 (x+2)^2 \cdot x^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 \cdot x^2 = 64$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = 8 \\ x^2 + 2x = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4(l) \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy chọn C.

Câu 112. Tập nghiệm của phương trình $\log_3^2(4-x) - 2\log_{\frac{1}{3}}(4-x) = 15$ là:

- A. $\{5; -3\}$. B. $\left\{\frac{971}{243}; -23\right\}$. C. $\{3^5; 3^{-3}\}$. D. $\left\{\frac{107}{27}; -239\right\}$.

Lời giải:

Chọn B.

Điều kiện: $x < 4$

$$\log_3^2(4-x) - 2\log_{\frac{1}{3}}(4-x) = 15 \Leftrightarrow \log_3^2(4-x) + 2\log_3(4-x) - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(4-x) = -5 \\ \log_3(4-x) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -23 \\ x = \frac{971}{243} \end{cases}$$

Đáp án B.

Câu 113. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(\log_y x + \log_x y) = 5 \\ xy = 8 \end{cases}$

- A. (4; 16), (2; 4) B. (2; 4), (4; 3) C. (1; 4), (4; 2) D. (2; 4), (4; 2)

Lời giải:

Chọn D.

Điều kiện: $x > 0, x \neq 1; y > 0, y \neq 1$.

$$\begin{cases} 2(\log_y x + \log_x y) = 5^{(1)} \\ xy = 8 \end{cases}$$

Từ phương trình (1), đặt $u = \log_x y$ ta có:

$$2u^2 - 5u + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ u = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_x y = 2 \\ \log_x y = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$$

• Trường hợp 1: $\begin{cases} y = x^2 \\ x.y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x^3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$.

• Trường hợp 1: $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ x.y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y^2 \\ y^3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$.

Vậy đáp án D.

Câu 114. Tập nào là tập nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$.

- A. $\{11\}$. B. $\{9\}$. C. $\{7\}$. D. $\{5\}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x > 3$

Ta có: $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \log_2(x-3)(x-1) = 3 \Leftrightarrow (x-3)(x-1) = 2^3$
 $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 8 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}.$

Kết hợp với điều kiện ta được $x = 5$. Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{5\}$.

Câu 115. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4$ ($x \in \mathbb{R}$) là:

- A. $\frac{17}{4}$. B. 0. C. 4. D. $\frac{65}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4 \Leftrightarrow \log_2^2 x = \log_2 x - \log_2 4 + 4$.

$\Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = \frac{65}{4}.$

Câu 116. Số nghiệm của phương trình $4 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2x} + 25 \cdot 2^x = 100 + 100^{\frac{x}{2}}$ là:

- A. 2. B. 3. C. 1. D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $4 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2x} + 25 \cdot 2^x = 100 + 100^{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow 4 \cdot 5^x + 25 \cdot 2^x = 100 + 10^x$

$\Leftrightarrow 4 \cdot 5^x - 100 + 25 \cdot 2^x - 10^x = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot (5^x - 25) - 2^x \cdot (5^x - 25) = 0$

$\Leftrightarrow (4 - 2^x) \cdot (5^x - 25) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 2^x = 0 \\ 5^x - 25 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 5^x = 25 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Câu 117. Phương trình $\left(\frac{7}{11}\right)^{3x+2} = \left(\frac{11}{7}\right)^{x^2}$ có nghiệm là:

- A. $x = -1; x = 2$. B. $x = 0; x = -1$. C. $x = -1; x = -2$. D. $x = 1; x = 2$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \left(\frac{7}{11}\right)^{3x+2} &= \left(\frac{11}{7}\right)^{x^2} \Leftrightarrow \left(\frac{7}{11}\right)^{3x+2} = \left(\frac{7}{11}\right)^{-x^2} \\ \Leftrightarrow 3x+2 &= -x^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 118. Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị $A = 2x_1 + 3x_2$ là:

- A. $4 \log_3 2$. B. 1. C. $3 \log_3 2$. D. $2 \log_2 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{cases}$$

$$\text{Do } 0 < \log_3 2 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \log_3 2 \Rightarrow A = 2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 0 + 3 \cdot \log_3 2 = 3 \log_3 2.$$

Câu 119. Phương trình $\log_4(x-1) = 3$ có nghiệm là:

- A. $x = 82$. B. $x = 63$. C. $x = 80$. D. $x = 65$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65.$$

Câu 120. Phương trình sau $\log_2(x+1) = 2$ có nghiệm là:

- A. $x = 1$. B. $x = 4$. C. $x = 8$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_2(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 2^2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 121. Phương trình $4^{3x-2} = 16$ có nghiệm là:

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 3. D. 5.

Lời giải

Chọn B.

$$4^{3x-2} = 16 \Leftrightarrow 4^{3x-2} = 4^2 \Leftrightarrow 3x-2 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}.$$

Câu 122. Giải phương trình: $2 \log_3(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$.

Một học sinh làm như sau:

Bước 1. Điều kiện: $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \end{cases} (*)$.

Bước 2. Phương trình đã cho tương đương với

$$2\log_3(x-2) + 2\log_3(x-4) = 0$$

Bước 3. Hay là $\log_3[(x-2)(x-4)] = 2$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \\ x = 3 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện (*), suy ra phương trình đã cho có nghiệm là $x = 3 + \sqrt{2}$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Bước 1.

B. Bước 2.

C. Bước 3.

D. Đúng.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \end{cases} (*)$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$2\log_3(x-2) + 2\log_3|x-4| = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3(x-2) \cdot |x-4| = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x-2) \cdot |x-4| = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2) \cdot |x-4| = 1 \quad (*)$$

+) Với $x > 4$:

$$(*) \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \quad (\text{chọn}) \\ x = 3 - \sqrt{2} \quad (\text{loại}) \end{cases}$$

+) Với $2 < x < 4$:

$$(*) \Leftrightarrow (x-2)(4-x) = 1$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \quad (\text{chọn})$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = 3; x = 3 + \sqrt{2}$.

Câu 123. Tìm tích các nghiệm của phương trình $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$.

A. 2.

B. -1.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Nhận xét: $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 1$

Đặt $(\sqrt{2} - 1)^x = t (t > 0) \Rightarrow (\sqrt{2} + 1)^x = \frac{1}{t}$.

Phương trình trên có dạng:

$$t + \frac{1}{t} - 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2\sqrt{2}t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} - 1 \\ t = \sqrt{2} + 1 \end{cases}$$

Với $t = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow x_1 = 1$.

Với $t = \sqrt{2} + 1 \Rightarrow x_2 = -1$.

Vậy $x_1 \cdot x_2 = -1$.

Câu 124. Cho phương trình $5^x - 3^{x^2+x} = 0$. Tìm số nghiệm thực của phương trình.

A. 1 nghiệm

B. 2 nghiệm

C. 3 nghiệm

D. 0 nghiệm

Lời giải

Chọn B

- TXĐ: $D = R$.

- Ta có: $5^x = 3^{x^2+x} \Leftrightarrow \log_3(5^x) = \log_3(3^{x^2+x}) \Leftrightarrow x \cdot \log_3 5 = x^2 + x \Leftrightarrow x^2 + x(1 - \log_3 5) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 + \log_3 5 = \log_3 \frac{5}{3} \end{cases} \longrightarrow \text{Phương trình đã cho có 2 nghiệm thực. Đáp án B}$$

Câu 125. Phương trình $3^x \cdot 5^{x-1} = 7$ có nghiệm là:

A. $\log_{15} 35$.

B. $\log_{21} 5$.

C. $\log_{21} 35$.

D. $\log_{15} 21$.

Lời giải

Ta có: $3^x \cdot \frac{5^x}{5} = 7 \Leftrightarrow 3^x \cdot 5^x = 35 \Leftrightarrow 15^x = 35 \Leftrightarrow x = \log_{15} 35 \longrightarrow \text{Đáp án A.}$

Câu 126. Số nghiệm của phương trình: $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

Lời giải:

Chọn A

- Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 6 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \sqrt{6}$

- Biến đổi phương trình về dạng đại số như sau:

$$x^2 - 6 = 3(x - 2) \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (L)} \\ x = 3 \text{ (TM)} \end{cases} \longrightarrow \text{Phương trình có 1 nghiệm. Đáp}$$

án A.

Câu 127. Giải phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$.

A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn.D.

Cách 1:

$$\begin{aligned} \log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1 &\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 6) = \log_3 3(x - 2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x - 2) > 0 \\ x^2 - 6 = 3(x - 2) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x = 0 \Leftrightarrow x = 3. \\ x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 128. Giải phương trình $4^x - 3.2^x + 2 = 0$ ta được tất cả các nghiệm là

A. $x = 0$ hoặc $x = 1$.

B. $x = 0$ hoặc $x = -1$.

C. $x = 1$ hoặc $x = 2$.

D. $x = 1$ hoặc $x = -2$.

Lời giải

Chọn A.

$$4^x - 3.2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 3.2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Câu 129. Giải phương trình $9^x - 4.3^x - 45 = 0$.

A. $x = 9$.

B. $x = 2$.

C. $x = -5$ hoặc $x = 9$.

D. $x = 2$ hoặc $x = \log_3 5$.

Lời giải

Chọn.B.

$$9^x - 4.3^x - 45 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 4.3^x - 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 130. Phương trình $5^{2x-1} = 1$ có nghiệm là

A. $x = 1$.

B. $x = \frac{1}{2}$.

C. $x = \frac{1}{3}$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$5^{2x-1} = 1 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 131. Tập nghiệm của phương trình: $2^{x^2-x-4} = \frac{1}{16}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\{2; 4\}$. C. $\{0; 1\}$. D. $\{-2; 2\}$.

Lời giải

Chọn C.

$$2^{x^2-x-4} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow 2^{x^2-x-4} = 2^{-4} \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm là $S = \{0; 1\}$.

Câu 132. Hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 7 \\ \lg x + \lg y = 1 \end{cases}$ với $x \geq y$ có nghiệm là

- A. $(4; 3)$. B. $(6; 1)$. C. $(5; 2)$. D. $(2; 5)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } x \geq y > 0. \text{ Khi đó xét hệ } \begin{cases} x + y = 7 \\ \lg x + \lg y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ \lg(xy) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 10 \end{cases}$$

Khi đó x, y là hai nghiệm của phương trình $X^2 - 7X + 10 = 0 \Leftrightarrow X = 2; X = 5$.

Vì $x \geq y > 0 \Rightarrow x = 5; y = 2$

Câu 133. Giải phương trình: $3^x - 8.3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$

- A. $\begin{cases} x = 2 \\ x = \log_3 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \log_3 5 \\ x = \log_3 25 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = \log_3 25 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 3^x - 8.3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0 \Leftrightarrow 3^x - 8.\sqrt{3^x} + 15 = 0$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3^x} > 0 \text{ khi đó pt đã cho trở thành } t^2 - 8t + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 = 25 \\ t^2 = 9 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 3^x = 25 \\ 3^x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 25 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Câu 134. Phương trình $2\log_9 x + \log_3(10 - x) = \log_2 9.\log_3 2$ có hai nghiệm. Tích của hai nghiệm đó bằng

- A. 10. B. 4. C. 9. D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Đk. $x \in (0; 10)$

Xét phương trình $2\log_9 x + \log_3(10 - x) = \log_2 9 \cdot \log_3 2 \Leftrightarrow \log_3 x(10 - x) = 2$

$$\Leftrightarrow x(10 - x) = 9 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 9 \end{cases} (TM)$$

Ta có $x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot 9 = 9$.

Câu 135. Phương trình $5^{2x+1} - 13 \cdot 5^x + 6 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 , khi đó, tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A. $1 - \log_5 6$. B. $-2 + \log_5 6$. C. $2 - \log_5 6$. D. $-1 + \log_5 6$.

Lời giải

Chọn D.

Xét phương trình

$$5^{2x+1} - 13 \cdot 5^x + 6 = 0 \Leftrightarrow 5 \cdot 5^{2x} - 13 \cdot 5^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 2 \\ 5^x = \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \log_5 2 \\ x_2 = \log_5 \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } x_1 + x_2 = \log_5 2 + \log_5 \frac{3}{5} = \log_5 \frac{6}{5} = \log_5 6 - 1.$$

Câu 136. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là:

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn D.

ĐK: $x > 0$. Xét phương trình

$$\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x^2 + 4x) = \log_3(2x + 3) \Leftrightarrow (x^2 + 4x) = (2x + 3)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} (l)$$

Câu 137. Số nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_3(x + 2) = 1$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_3 x + \log_3(x + 2) = 1 \Leftrightarrow \log_3 x(x + 2) = 1 \Leftrightarrow x(x + 2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} (l)$$

Câu 138. Giải phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

- A. $x = 1$. B. $x = 0; x = 2$. C. $x = 1; x = 2$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } 4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Câu 139. Tìm nghiệm của phương trình $e^{6x} - 3e^{3x} + 2 = 0$.

A. $x = \frac{1}{3} \ln 2$; $x = 0$. **B.** $x = \ln 4$; $x = 1$.

C. $x = \frac{1}{3} \ln 3$; $x = -1$. **D.** $x = \frac{1}{3} \ln 4$; $x = -1$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = e^{3x}, t > 0$. Ta có phương trình: $t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$.

Với $t = 1$ thì $e^{3x} = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Với $t = 2$ thì $e^{3x} = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \ln 2$.

Câu 140. Số nghiệm của phương trình $\log(x-3) - \log(x+9) = \log(x-2)$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện xác định: $x > 3$.

Ta có: $\log(x-3) - \log(x+9) = \log(x-2) \Leftrightarrow \log\left(\frac{x-3}{x+9}\right) = \log(x-2)$.

$$\Rightarrow \frac{x-3}{x+9} = x-2 \Rightarrow x^2 + 6x - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 + 2\sqrt{6} \\ x = -3 - 2\sqrt{6} \end{cases}.$$

Vì cả 2 giá trị x đều không thỏa điều kiện bài toán nên phương trình vô nghiệm.

Câu 141. Phương trình $\ln x + \ln(3x-2) = 0$ có mấy nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện xác định: $x > \frac{2}{3}$.

$$\text{Ta có } \ln x + \ln(3x-2) = 0 \Leftrightarrow \ln(3x^2 - 2x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}.$$

So với điều kiện chọn $x = 1$.

Câu 142. Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{x^2-3x+2} = 25$.

- A. $S = \{0; 3\}$. B. $S = \{0; 1\}$. C. $S = \{1; 3\}$. D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Chọn A.

$$5^{x^2-3x+2} = 25 \Leftrightarrow 5^{x^2-3x+2} = 5^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Câu 143. Giải phương trình $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$?

- A. $x = 1; x = -4$. B. $x = -4$.
C. $x = 1$. D. Phương trình vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > -1$.

$$\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7) \Leftrightarrow (x+1)(x+3) = x+7 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases} (L)$$

Câu 144. Tìm x biết $-8^x + 2.4^x + 2^x - 2 = 0$

- A. $x = 1; x = -1; x = 2$. B. $x = 1; x = 2$ C. $x = 0; x = 2$ D. $x = 1; x = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = 2^x > 0. \text{ Phương trình theo } t \text{ là } -t^3 + 2t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & (N) \\ t = 1 & (N) \\ t = -1 & (L) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 2 \Leftrightarrow 2^x = 2 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Với } t = 1 \Leftrightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 145. Giải phương trình $\log_2(x+1) - 3\log_2(x+1) + 2 = 0$.

- A. $x = 1; x = 3$. B. $x = 1; x = 0$. C. $x = 1; x = 2$. D. $x = 0; x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > -2$.

$$\text{Đặt } t = \log_2(x+1). \text{ Phương trình theo } t \text{ là } t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Với } t = 1 \Leftrightarrow \log_2(x+1) = 1 \Leftrightarrow x = 1.$$

Với $t = 2 \Leftrightarrow \log_2(x+1) = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 146. Tính giá trị $P = x^{\log_2 4x}$, với x là nghiệm của phương trình $\log_2 \left(\frac{5 \cdot 2^x - 8}{2^x + 2} \right) = 3 - x$.

- A. $P = 2$. B. $P = 4$. C. $P = 8$. D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_2 \left(\frac{5 \cdot 2^x - 8}{2^x + 2} \right) = 3 - x \quad (1)$$

(ĐK: $5 \cdot 2^x - 8 > 0$)

$$(1) \Leftrightarrow \frac{5 \cdot 2^x - 8}{2^x + 2} = 2^{3-x} \Leftrightarrow 5 \cdot 2^{2x} - 16 \cdot 2^x - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2 \\ 2^x = \frac{-4}{5} \text{ (VN)} \end{cases}.$$

$$P = 2^{\log_2 4 \cdot 2} = 8.$$

Câu 147. Giải phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$.

- A. $x = 9$. B. $x = 2$.
C. $x = -5$ hoặc $x = 9$ D. $x = 2 \forall x = \log_3 5$.

Lời giải

Chọn B.

$$pt \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 148. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $\log_2(x^2 + x + 2) = 3$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng.

- A. -1. B. -3. C. -2. D. 2.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_2(x^2 + x + 2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 2 > 0 \\ x^2 + x + 2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Câu 149. Phương trình $\lg(x^2 - 6x + 7) = \lg(x - 3)$ có tập nghiệm là

- A. $\{5\}$. B. $\{5; 2\}$. C. $\{1; 4\}$. D. $\{4\}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x > 3$

$$\lg(x^2 - 6x + 7) = \lg(x - 3) \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (N)} \\ x = 2 \text{ (L)} \end{cases}.$$

Câu 150. Biết rằng phương trình $(x-2)^{\log_2[4(x-2)]} = 4 \cdot (x-2)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2 , ($x_1 < x_2$). Tính

$$2x_1 - x_2$$

A. 1.

B. 3.

C. -5.

D. -1.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $a = x - 2 \Rightarrow a > 0$

$$(x-2)^{\log_2[4(x-2)]} = 4 \cdot (x-2)^3 \Leftrightarrow a^{\log_2 4a} = 4a^3$$

$$\Leftrightarrow 2 + \log_2 a = \frac{2}{\log_2 a} + 3 \Leftrightarrow \log_2^2 a - \log_2 a - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = -1 \Rightarrow x_1 = \frac{5}{2} \\ \log_2 a = 2 \Rightarrow x_2 = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x_1 - x_2 = -1.$$

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

Tài liệu được mình tổng hợp và chỉnh sửa lại từ các tài liệu mà các thầy cô trong nhóm Word Toan đã gửi cho mình. Trong quá trình tổng hợp, phân dạng có gì sai sót mong các bạn đọc hồi âm qua fb : <https://www.facebook.com/phong.baovuong> để mình chỉnh sửa phục vụ tài liệu tốt hơn cho các năm học sau.

Chân thành cảm ơn !

Nguyễn Bảo Vương

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{2}{3}} \frac{2x-1}{x+1} \right) > 1$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{13}{14} \right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 2 \right)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $\left(\frac{13}{14}; +\infty \right)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \log_2 \left(\log_{\frac{2}{3}} \frac{2x-1}{x+1} \right) > 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{2}{3}} \frac{2x-1}{x+1} > 2$$

$$\Leftrightarrow 0 < \frac{2x-1}{x+1} < \frac{4}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \frac{2x-1}{x+1} \\ \frac{14x-13}{9(x+1)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < -1 \\ -1 < x < \frac{13}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{13}{14}.$$

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \geq 1$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup \left[\log_{\frac{3}{2}} 3; +\infty \right)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $\left[\log_{\frac{3}{2}} 3; +\infty \right)$. D. $\left(0; \log_{\frac{3}{2}} 3 \right]$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{3^x - 3 \cdot 2^x}{3^x - 2^x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 3}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x > 3 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \log_{\frac{3}{2}} 3 \\ x < 0 \end{cases}.$$

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{3\sqrt{x+2}} > 8^{-x}$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; -1)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \left(\frac{1}{2}\right)^{3\sqrt{x+2}} > 8^{-x} &\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3\sqrt{x+2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{3x} \\ &\Leftrightarrow 3\sqrt{x+2} < 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x+2 < x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x > 2 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2. \end{aligned}$$

Câu 4. Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm thực của phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. $2x_2 - x_1 = -2$. B. $2x_1 - x_2 = -2$. C. $x_1 + 2x_2 = 0$. D. $2x_1 + x_2 = 2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 &\Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} \\ &\Rightarrow x_1 = -1; x_2 = 0 \Rightarrow 2x_1 - x_2 = -2. \end{aligned}$$

Câu 5. Bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$ có nghiệm là

- A. $x > \frac{10}{3}$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > 3$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \log_2(3x-1) > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ 3x-1 > 8 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$$

Câu 6. Bất phương trình $2^x > 4$ có tập nghiệm là

- A. $T = (2; +\infty)$. B. $T = (-\infty; 2)$. C. $T = (0; 2)$. D. $T = \emptyset$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow 2^x > 2^2 \Leftrightarrow x > 2.$$

Câu 7. Bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{ĐK: } \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}.$$

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow 3x - 2 > 6 - 5x \Leftrightarrow 8x > 8 \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện được } 1 < x < \frac{6}{5}.$$

Câu 8. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2(2-x) + 4\log_2(2-x) \geq 5$.

- A. $S = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{63}{32}; 2\right)$. B. $S = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{63}{32}; +\infty\right)$.
C. $[2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 0]$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{ĐK: } x < 2$$

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow \log_2^2(2-x) + 4\log_2(2-x) - 5 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(2-x) \geq 1 \\ \log_2(2-x) \leq -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 2 \\ 2-x \leq 2^{-5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq \frac{63}{32} \end{cases}.$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện được } \begin{cases} x \leq 0 \\ \frac{63}{32} \leq x < 2 \end{cases}.$$

Câu 9. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_2 \frac{2x+3}{x+1}\right) \geq 0$.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số nghiệm.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \frac{2x+3}{x+1} > 1 \\ \frac{2x+3}{x+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > -1 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{3}}\left(\log_2 \frac{2x+3}{x+1}\right) \geq 0 \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{2x+3}{x+1}\right) \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2x+3}{x+1} \leq 2 \Leftrightarrow x < -1.$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là } S = (-\infty; -2).$$

Câu 10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$.

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x} \Leftrightarrow x^2 - x < 4 - x \Leftrightarrow x^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < x < 2.$$

Câu 11. Nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$ là

- A. $-4 < x < -1$. B. $\frac{1}{16} < x < \frac{1}{2}$. C. $2 < x < 4$. D. $1 < x < 4$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = 2^x$, điều kiện $t > 0$.

$$\text{Ta có bất phương trình } 32t^2 - 18t + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{16} < t < \frac{1}{2}.$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện } t > 0 \text{ ta được } \frac{1}{16} < t < \frac{1}{2}.$$

$$\text{Với } \frac{1}{16} < t < \frac{1}{2} \text{ suy ra } \frac{1}{16} < 2^x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{-4} < 2^x < 2^{-1} \Leftrightarrow -4 < x < -1.$$

Câu 12. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$.

- A. $x \in (-\infty; 1)$. B. $x \in [0; 2)$.
C. $x \in [0; 1) \cup (2; 3]$. D. $x \in [0; 2) \cup (3; 7]$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x \leq 3 \\ 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0; 1) \cup (2; 3]$.

Câu 13. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) > 1$.

- A. $x > \frac{1}{2}$. B. $x < \frac{3}{4}$. C. $0 < x < \frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{4}$.

Lời Giải

Chọn D.

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) > 1 \Leftrightarrow 2x - 1 < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x < \frac{3}{2} \Leftrightarrow x < \frac{3}{4}.$$

Câu 14. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x + 2 \log_{\frac{1}{4}}(x - 1) + \log_2 6 \leq 0$.

- A. $x \geq 3$ B. $-2 \leq x \leq 3$

C. $1 < x \leq 3$

D. $x \leq -2$ hoặc $x \geq 3$

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x > 1$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}} x + 2\log_{\frac{1}{4}}(x-1) + \log_2 6 \leq 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} x(x-1) + \log_2 6 \leq 0$

$$\Leftrightarrow \log_2 x(x-1) \geq \log_2 6 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm: $x \geq 3$.

Câu 15. Giải bất phương trình $2^{-x^2+3x} < 4$.

A. $(0; 3)$

B. $(1; 2)$

C. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

D. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $2^{-x^2+3x} < 4 \Leftrightarrow -x^2 + 3x < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$

Câu 16. Bất phương trình $\log_2 x + \log_3(x+1) < 2$ có tập nghiệm là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x > 0$

Ta xét hàm số: $y = f(x) = \log_2 x + \log_3(x+1)$ có đạo hàm $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 2} + \frac{1}{(x+1) \cdot \ln 3} > 0$

với mọi $x \in D$ nên hàm số là hàm đồng biến.

Ta có $f(2) = 2$ nên $\log_2 x + \log_3(x+1) < 2 \Leftrightarrow x < 2$

Kết hợp điều kiện ta có $x \in (0; 2)$.

Câu 17. Bất phương trình $\log_2 x \cdot \log_2(x-1) > \log_2 x$ có nghiệm là

A. $x > 3$.

B. $x < 1$.

C. $x < 3$.

D. $1 < x < 2$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x > 1$

Ta có: $\log_2 x \cdot \log_2(x-1) > \log_2 x \Leftrightarrow \log_2 x \cdot [\log_2(x-1) - 1] > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > 0 \\ \log_2(x-1) - 1 > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} \log_2 x < 0 \\ \log_2(x-1) - 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x < 1 \\ x < 3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, ta có $x > 3$ thỏa mãn.

Câu 18. Cho hai số dương m, n sao thỏa mãn $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)^m < \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^n$.

Khi đó:

A. $m > n$.

B. $m < n$.

C. $m = n$.

D. $m \geq n$.

Lời giải

Chọn B.

Vì m, n dương nên $\left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^m < \left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)^m$

Lại có $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)^m < \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^m < \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^n \Rightarrow m < n$.

Câu 19. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{2}\right) \geq 1$ là

A. vô số.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B:

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{2}\right) \geq 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} \left[x \left(x + \frac{1}{2}\right)\right] \geq 1 \Leftrightarrow x \left(x + \frac{1}{2}\right) \leq \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện: $0 < x \leq \frac{1}{2}$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{2x^2+x+1} \leq \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{1-x}$ là

A. $\left[-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

B. $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

C. $(-1; 0)$.

D. $\left[-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D.

$$\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{2x^2+x+1} \leq \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{1-x} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + \frac{1}{2} \geq 1 \\ 2x^2 + x + 1 \leq 1 - x \\ x^2 + \frac{1}{2} < 1 \\ 2x^2 + x + 1 \geq 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - \frac{1}{2} \geq 0 \\ 2x^2 + 2x \leq 0 \\ x^2 - \frac{1}{2} < 0 \\ 2x^2 + 2x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)(x^2 + x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}.$$

Câu 21. Nghiệm nguyên dương lớn nhất của bất phương trình: $4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

$$4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3 \Leftrightarrow \frac{4^x}{4} - \frac{2^x}{2} - 3 \leq 0 \Leftrightarrow 4^x - 2 \cdot 2^x - 12 \leq 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{13} \leq 2^x \leq 1 + \sqrt{13}$$

$$\Leftrightarrow 0 < 2^x \leq 1 + \sqrt{13} \Leftrightarrow x \leq \log_2(1 + \sqrt{13}) \approx 2,2034$$

Vậy nghiệm nguyên dương lớn nhất là 2.

Cách 2: Thế đáp án (từ lớn đến nhỏ) vào bất phương trình kiểm tra, ta được $x = 2$ là số nguyên dương lớn nhất thỏa mãn.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 5x + 7)$. Nghiệm của bất phương trình $f(x) > 0$ là

A. $x > 3$.

B. $x < 2$ hoặc $x > 3$.

C. $2 < x < 3$.

D. $x < 2$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x^2 - 5x + 7 > 0$ Đúng $\forall x \in R$

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 5x + 7) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 < \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Câu 23. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn điều kiện $\log(x - 40) + \log(60 - x) < 2$?

A. 20.

B. 18.

C. 21.

D. 19.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $40 < x < 60$

Ta có

$$\log(x - 40) + \log(60 - x) < 2 \Leftrightarrow \log((x - 40)(60 - x)) < 2 \Leftrightarrow (x - 40)(60 - x) < 100$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 100x + 2500 > 0 \Leftrightarrow (x - 50)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 50$$

Kết hợp điều kiện ta suy ra có 18 số thỏa mãn bài toán.

Câu 24. Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$.

A. $x \in (-\infty; -2) \cup (\log_2 5; +\infty)$.

B. $x \in (-\infty; -2] \cup [\log_2 5; +\infty)$

C. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2) \cup (2; +\infty)$

D. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2] \cup [2; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

$$2^{x^2-4} \geq 5^{x-2} \Leftrightarrow (x^2 - 4) \geq (x - 2) \log_2 5 \Leftrightarrow [x - 2][x + 2 - \log_2 5] \geq 0$$

$$2^{x^2-4} \geq 5^{x-2} \Leftrightarrow (x^2 - 4) \geq (x - 2) \log_2 5 \Leftrightarrow [x - 2][x + 2 - \log_2 5] \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq \log_2 5 - 2 \\ x \leq 2 \\ x \leq \log_2 5 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \log_2 5 - 2 \end{cases}$$

Câu 25. Biết $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình

$2 \log_a (23x - 23) > \log_{\sqrt{a}} (x^2 + 2x + 15) \quad (*)$. Tập nghiệm T của bất phương trình $(*)$ là

A. $T = \left(-\infty; \frac{19}{2}\right)$.

B. $T = (2; 19)$.

C. $T = (2; 8)$.

D. $T = \left(1; \frac{17}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 2 \log_a (23x - 23) > \log_{\sqrt{a}} (x^2 + 2x + 15) \Leftrightarrow \log_a (23x - 23) > \log_a (x^2 + 2x + 15)$$

$$x = \frac{15}{2} \text{ là một nghiệm của bất phương trình nên } \log_a \frac{299}{2} > \log_a \frac{345}{4} \text{ . Do đó } a > 1$$

$$\text{Ta có: } (*) \Leftrightarrow 23x - 23 > x^2 + 2x + 15 \Leftrightarrow x^2 - 21x + 38 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 19$$

Câu 26. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (4 - 3x) < -4$.

A. $S = (-\infty; -4)$.

B. $S = \left(\frac{4}{3}; 2\right)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{2}} (4 - 3x) < -4$$

$$\Leftrightarrow 4 - 3x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$$

$$\Leftrightarrow 4 - 3x > 16$$

$$\Leftrightarrow x < -4.$$

Câu 27. Cho hàm số $y = 3^{x^2} \cdot 4^x$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \ln 3 + x \ln 4 > 2 \ln 3.$

B. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \log_2 3 + 2x > 2 \log_2 3.$

C. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2.$

D. $f(x) > 9 \Leftrightarrow 2x \log 3 + x \log 4 > \log 9.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $f(x) > 9 \Leftrightarrow 3^{x^2} \cdot 4^x > 9$

$\Leftrightarrow \log_3 3^{x^2} \cdot 4^x > \log_3 9$

$\Leftrightarrow x^2 + \log_3 4^x > 2$

$\Leftrightarrow x^2 + \log_3 2^{2x} > 2$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2.$

Câu 28. Bất phương trình $\left(2 + \sqrt{3}\right)^{\frac{2-x}{x-1}} < \left(2 - \sqrt{3}\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 3.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Đk: $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -3 \end{cases}$

Bpt $\Leftrightarrow \left(2 + \sqrt{3}\right)^{\frac{2-x}{x-1}} < \left(2 + \sqrt{3}\right)^{-\frac{x+1}{x+3}}$

$\Leftrightarrow \frac{2-x}{x-1} < -\frac{x+1}{x+3}$

$\Leftrightarrow \frac{2-x}{x-1} + \frac{x+1}{x+3} < 0$

$\Leftrightarrow \frac{6-x^2-x+x^2-1}{(x-1)(x+3)} < 0$

$\Leftrightarrow \frac{5-x}{(x-1)(x+3)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ -3 < x < 1 \end{cases}$

Suy ra bpt có vô số nghiệm nguyên.

Câu 29. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$ là

A. $S = (-\infty; 3).$

B. $S = (1; +\infty).$

C. $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty).$

D. $S = (1; 3).$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x^2 - 4x > -3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$

Câu 30. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > 0$

- A. $x > -1$. B. $x > 0$. C. $x < 0$. D. $-1 < x < 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > 0 \Leftrightarrow x+1 < 1 \Leftrightarrow x < 0.$$

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình.

$$\log(x-40) + \log(60-x) < 2$$

- A. 10. B. 19. C. 18. D. 20.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{ĐK: } 40 < x < 60.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log(x-40) + \log(60-x) < 2 &\Leftrightarrow \log(x-40)(60-x) < 2 \\ &\Leftrightarrow (x-40)(60-x) < 100 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 100x - 2500 < 0 \Leftrightarrow (x-50)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 50.$$

$$\text{Số giá trị nguyên dương thỏa bpt là } (59 - 41 + 1) = 18.$$

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} - \frac{3}{2} > 0$ là:

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} - \frac{3}{2} > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow x+1 < 1 \text{ (do } 0 < \frac{2}{3} < 1) \Leftrightarrow x < 0.$$

Câu 33. Nghiệm của bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \right) \leq 2$ là:

- A. $\log_2 \frac{15}{16} < x < \log_2 \frac{31}{16}$. B. $x \geq 0$.
C. $0 \leq x < \log_2 \frac{31}{16}$. D. $\log_2 \frac{15}{16} < x \leq 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \right) \leq 2 \Leftrightarrow 0 < \log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{16} \leq 2^x - \frac{15}{16} < 1 \Leftrightarrow 1 \leq 2^x < \frac{31}{16} \Leftrightarrow 0 \leq x < \log_2 \frac{31}{16}$$

Câu 34. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -1$.

A. $S = [4; +\infty)$. **B.** $S = \emptyset$. **C.** $S = (-\infty; 4]$. **D.** $S = (1; 4]$.

Lời giải

Chọn D.

TXĐ $D = (1; +\infty)$

Ta có $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -1 \Leftrightarrow x-1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \Leftrightarrow x-1 \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 4$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của phương trình là $S = (1; 4]$.

Câu 35. Tìm tổng tất cả các nghiệm là số nguyên của bất phương trình $\ln(x+1) < 2$?

A. 21. **B.** 20. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x > -1$

Khi đó $\ln(x+1) < 2 \Leftrightarrow x+1 < e^2 \Leftrightarrow x < e^2 - 1$

Vì nghiệm nguyên nên $S = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Do đó: $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$ là tập con của tập:

A. $(-5; -2)$. **B.** $(-4; 0)$. **C.** $(1; 4)$. **D.** $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

$$32.4^x - 18.2^x + 1 < 0 \Leftrightarrow 32.2^{2x} - 18.2^x + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{16} < 2^x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow -4 < x < -1$$

Do đó: $S = (-4; -1) \Rightarrow S \subset (-4; 0)$.

Câu 37. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(5-x)$ có tập nghiệm là:

- A. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $[2; 5)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 5 - x > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} < x < 5$$

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow 2x - 1 \leq 5 - x \Leftrightarrow 3x \leq 6 \Rightarrow x \leq 2$$

$$\text{Đối chiếu điều kiện: } x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$$

Câu 38. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$.

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = \left(2; \frac{5}{2}\right)$. C. $S = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (1; 2)$.

Lời giải.

Chọn D.

$$\text{Điều kiện: } 1 < x < \frac{5}{2}.$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}(5-2x) \Leftrightarrow x-1 < 5-2x \Leftrightarrow x < 2.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là: } S = (1; 2).$$

Câu 39. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{\log(x^2-1)}{\log(1-x)} \leq 1$.

- A. $S = (-2; -1)$. B. $S = [-2; -1)$. C. $S = [-2; 1)$. D. $S = [-2; -1]$.

Lời giải.

Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x < -1; x > 1 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x < -1.$$

$$\frac{\log(x^2-1)}{\log(1-x)} \leq 1 \Leftrightarrow \log_{(1-x)}(x^2-1) \leq 1.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x > 1 \\ x^2+x-2 \leq 0 \\ 0 < x < 1 \\ x^2-x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ -2 \leq x \leq 1 \\ 0 < x < 1 \\ x \leq -1; x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < 0.$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta có } S = [-2; -1).$$

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $3 < \log_2 x < 4$ là:

- A. $(8; 16)$. B. $(0; 16)$. C. $(8; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A.

$$3 < \log_2 x < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2^3 \\ x < 2^4 \end{cases} \Leftrightarrow 8 < x < 16.$$

Câu 41. Phương trình $5^{x-1} + 5 \cdot (0,2)^{x-2} = 26$ có tổng các nghiệm là:

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B.

$$5^{x-1} + 5 \cdot (0,2)^{x-2} = 26 \Leftrightarrow 5^{x-1} + 5^{3-x} = 26 \Leftrightarrow \frac{5^x}{5} + \frac{125}{5^x} - 26 = 0.$$

$$\text{Đặt } 5^x = t > 0 \Rightarrow \frac{t}{5} + \frac{125}{t} - 26 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 130t + 625 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \Rightarrow x = 1 \\ t = 125 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

(thỏa mãn).

Câu 42. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ là:

A. 1.

B. 0.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Chọn C.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x-10} < x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-10 \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \\ x^2-3x-10 < (x-2)^2 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 5 \\ x \geq 2 \\ x < 14 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 14.$$

Vậy số nghiệm nguyên là: $13 - 5 + 1 = 9$.

Câu 43. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+2} < \left(\frac{1}{4}\right)^x$ là:

A. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

B. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A.

$$2^{x+2} < \left(\frac{1}{4}\right)^x \Leftrightarrow 2^{x+2} < 2^{-2x} \Leftrightarrow x+2 < -2x \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } S = \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right).$$

Câu 44. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,8}(x^2 + x) < \log_{0,8}(-2x + 4)$ là:

- A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; -4) \cup (1; 2)$. C. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$. D. $(-4; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 + x > 0 \\ -2x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 2 \end{cases}.$$

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow x^2 + x > -2x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x > 1 \end{cases}.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta được: } \begin{cases} x < -4 \\ 1 < x < 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = (-\infty; -4) \cup (1; 2).$$

Câu 45. Tìm nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3(1 - x^2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1 - x)$

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$. D. $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 1 - x^2 > 0 \\ 1 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Vậy nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình nếu có là $x = 0$.

Kiểm tra lại thấy $x = 0$ thỏa mãn.

Câu 46. Một học sinh giải bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{-\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{-5}$.

Bước 1: Điều kiện $x \neq 0$.

$$\text{Bước 2: Vì } 0 < \frac{2}{\sqrt{5}} < 1 \text{ nên } \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{-\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{-5} \Leftrightarrow \frac{1}{x} \leq 5.$$

Bước 3: Từ đó suy ra $1 \leq 5x \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{5}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là

$$S = \left[\frac{1}{5}; +\infty \right).$$

- A. Sai ở bước 1. B. Sai ở bước 2. C. Sai ở bước 3. D. Đúng.

Lời giải

Chọn C.

$$\left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^{-\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^{-5} \Leftrightarrow \frac{1}{x} \leq 5 \Leftrightarrow \frac{1-5x}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{5} \\ x < 0 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; 0) \cup \left[\frac{1}{5}; +\infty \right)$.

Câu 47. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 2$.

- A. $S = \left(-\infty; \frac{5}{4} \right)$. B. $S = \left(1; \frac{5}{4} \right)$. C. $S = \left(\frac{5}{4}; +\infty \right)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải

$$\log_{0,5}(x-1) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 0,5^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{5}{4} \end{cases}$$

Đáp án B

Câu 48. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2} \right)^x \geq 2$.

- A. $(-\infty; -1]$. B. $[-1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Đáp án A.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{2} \right)^x \geq 2 \Leftrightarrow 2^{-x} \geq 2 \Leftrightarrow -x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq -1$$

Câu 49. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) > 0$.

- A. $S = \left(0; \frac{1}{2} \right)$. B. $S = (0; 1)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2} \right)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải

Đáp án A.

$$\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) > 0. \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} x > 1 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}$$

Câu 50. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x+2) - 2 \geq 6 \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x-5}$.

- A. $\left[-2; \frac{5}{3}\right]$. B. $\left[-2; \frac{5}{3}\right)$. C. $\left(\frac{5}{3}; 2\right]$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases} 3x-5 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(x+2) - 2 \geq 6 \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x-5} &\Leftrightarrow \log_2(x+2) - 2 \geq -\log_2(3x-5) \\ &\Leftrightarrow \log_2[(x+2)(3x-5)] \geq 2 \\ &\Leftrightarrow (x+2)(3x-5) \geq 2^2 \\ &\Leftrightarrow 3x^2 + x - 14 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{7}{3} \\ x \geq 2 \end{cases} \end{aligned}$$

So với điều kiện, tập nghiệm bất phương trình là $S = [2; +\infty)$.

Câu 51. Tập nghiệm của bất PT $\log_{\frac{1}{3}}(5x-1) > -2$ là

- A. $S = \left(\frac{1}{5}; 2\right)$. B. $S = \left[\frac{1}{5}; 2\right]$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_{\frac{1}{3}}(5x-1) > -2 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-1 > 0 \\ 5x-1 < 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{5} \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{5} < x < 2$.

Câu 52. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{\pi}}(x^2 - x) < \log_{\frac{1}{\pi}}(45 - x^2)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 3. B. 6. C. 9. D. 8.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\log_{\frac{1}{\pi}}(x^2 - x) < \log_{\frac{1}{\pi}}(45 - x^2) \Leftrightarrow \begin{cases} 45 - x^2 > 0 \\ x^2 - x > 45 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < x < 3\sqrt{5} \\ x < -\frac{9}{2} \\ x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < x < -\frac{9}{2} \\ 5 < x < 3\sqrt{5} \end{cases}$$

Với $-6,7 \approx -3\sqrt{5} < x < -\frac{9}{2} = -4,5 \Rightarrow$ giá trị nguyên của x là $-6, -5$.

Với $5 < x < 3\sqrt{5} \approx 6,7 \Rightarrow$ giá trị nguyên của x là 6 .

Vậy bất phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên.

Câu 53. Giải bất phương trình $(2,5)^{5x-7} > \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$.

A. $x \geq 1$.

B. $x > 1$.

C. $x < 1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } (2,5)^{5x-7} > \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{7-5x} > \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} \Leftrightarrow 7-5x < x+1 \Leftrightarrow x > 1.$$

Câu 54. Giải bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^x - 2\left(\frac{3}{2}\right)^x < 1$

A. $x = \log_{\frac{2}{3}} 2$.

B. $x < \log_{\frac{2}{3}} 2$.

C. $x < \log_{\frac{2}{3}} 2$.

D. $x > \log_{\frac{2}{3}} 2$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x, t > 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{t}$. Khi đó BPT trở thành

$$t - \frac{2}{t} < 1 \Leftrightarrow t^2 - t - 2 < 0 \Leftrightarrow -1 < t < 2$$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow 0 < t < 2$. Trở lại phép đặt ta có: $0 < \left(\frac{2}{3}\right)^x < 2 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{2}{3}} 2$.

Câu 55. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -2$.

A. $S = [5; +\infty)$.

B. $S = (1; 5]$.

C. $S = (-\infty; 5]$.

D. $S = [1; 5]$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -2 \Leftrightarrow 0 < x-1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 5 \end{cases}$. Vậy $S = (1; 5]$.

Câu 56. Giải bất phương trình $8^{\frac{x}{x+2}} > 36 \cdot 3^{2-x}$.

A. $\begin{cases} -3 < x < 2 \\ x > 4 \end{cases}$. B. $\begin{cases} -\log_2 6 < x < -2 \\ x > 4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} -4 < x < -2 \\ x > 1 \end{cases}$. D.

$\begin{cases} -\log_3 18 < x < -2 \\ x > 4 \end{cases}$.

Lời giải

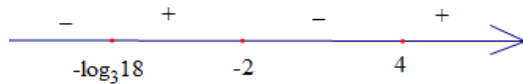
Chọn D.

Ta có $8^{\frac{x}{x+2}} > 36 \cdot 3^{2-x}, (x \neq -2)$

$$\Leftrightarrow 2^{\frac{3x}{x+2}} > 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^{2-x} \Leftrightarrow 2^{\frac{3x}{x+2}-2} > 3^{4-x} \Leftrightarrow 2^{\frac{x-4}{x+2}} > 3^{4-x} \Leftrightarrow \frac{x-4}{x+2} > \log_2 3^{4-x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-4}{x+2} - (4-x) \cdot \frac{1}{\log_3 2} > 0 \Leftrightarrow \frac{(x-4) \cdot [x+2 + \log_3 2]}{(x+2) \cdot \log_3 2} > 0 \quad (*)$$

Xét dấu VT (*) ta có:



$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} -\log_3 2 - 2 < x < -2 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\log_3 18 < x < -2 \\ x > 4 \end{cases}$.

Câu 57. Tập nghiệm của bất phương trình $2 \log_5 x - \log_x 125 < 1$ là

A. $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup \left(1; 5\sqrt{5}\right)$. B. $(-\infty; -1) \cup \left(0; \frac{3}{2}\right)$. C. $(-\infty; 1) \cup \left(0; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (1; 5)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có TXĐ: $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Ta có $2 \log_5 x - \log_x 125 < 1 \Leftrightarrow 2 \log_5 x - 3 \log_x 5 < 1$.

Đặt $t = \log_5 x; t \in \mathbb{R}$ ta có phương trình mới

$$2t - \frac{3}{t} < 1 \Leftrightarrow \frac{2t^2 - t - 3}{t} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2t^2 - t - 3 > 0 \\ t < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t < -1 \\ 0 < t < \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_5 x < -1 \\ 0 < \log_5 x < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{5} \\ 1 < x < 5\sqrt{5} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup \left(1; 5\sqrt{5}\right)$.

Câu 58. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3 \left(\frac{x+1}{243}\right) + \log_{x+1} 729 \leq 0$.

A. $S = (-1; 0) \cup [8; 26]$. B. $S = [8; 26]$. C. $S = (-1; 8]$. D. $S = (-1; 0) \cup (0; 8]$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \log_3 \left(\frac{x+1}{243}\right) + \log_{x+1} 729 \leq 0 &\Leftrightarrow \log_3 (x+1) - 5 + \frac{6}{\log_3 (x+1)} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{\log_3^2 (x+1) - 5 \log_3 (x+1) + 6}{\log_3 (x+1)} \leq 0 \end{aligned}$$

Lập bảng xét dấu ta có tập nghiệm là $S = (-1; 0) \cup [8; 26]$.

Câu 59. Bất phương trình $\log_4 x - \log_x 4 \leq \frac{3}{2}$ có mấy nghiệm nguyên trên đoạn $[1; 25]$?

A. 17. B. 15. C. 16. D. 14.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{ĐK: } x > 0, x \neq 1$$

$$\text{Ta có: } \log_4 x - \log_x 4 \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2(\log_4 x)^2 - 3\log_4 x - 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \log_4 x \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 16.$$

Do x nguyên và $x \in [1; 25]$, suy ra x có 16 nghiệm.

Câu 60. Tìm nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 3x + 2) \geq -1$.

A. $x \in [0; 2)$. B. $x \in (-\infty; 1)$. C. $x \in [0; 1) \cup (2; 3]$. D. $x \in [0; 2) \cup (3; 7]$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện } x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$$

Ta có

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3.$$

Kết hợp điều kiện, ta có $x \in [0;1) \cup (2;3]$.

Câu 61. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - x) + \log_{\frac{1}{2}} x > 0$ là

- A. $x > 2$. B. $\begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$. C. $x < 0$. D. $x > 1$.

Lời giải

Chọn **A.**

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(x^2 - x) + \log_{\frac{1}{2}} x > 0 &\Leftrightarrow \log_2(x^2 - x) - \log_2 x > 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2 - x}{x} > 0 \\ &\Leftrightarrow \log_2(x - 1) > 0 \Leftrightarrow x - 1 > 1 \Leftrightarrow x > 2. \end{aligned}$$

Câu 62. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \leq -4$.

- A. $-6 \leq x < -4$ hoặc $2 < x \leq 4$. B. $-6 \leq x < -4$ hoặc $2 < x < 4$.
C. $x \leq -6$ hoặc $x \geq 4$. D. $x < -6$ hoặc $x > 4$.

Lời giải

Chọn **C.**

$$\text{Điều kiện xác định } x^2 + 2x - 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -4 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \leq -4 &= \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \\ &\Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 \geq 16 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -6 \end{cases}. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, ta có nghiệm của bất phương trình là $\begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -6 \end{cases}$.

Câu 63. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x + 1) - 2\log_2(5 - x) < 1 - \log_2(x - 2)$ là:

- A. $2 < x < 3$. B. $-4 < x < 3$. C. $1 < x < 2$. D. $2 < x < 5$.

Lời giải

Chọn **D.**

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 5-x > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 5 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 5.$$

$$\begin{aligned} \log_2(x+1) - 2\log_2(5-x) < 1 - \log_2(x-2) &\Leftrightarrow \log_2(x+1) + \log_2(x-2) < 1 + 2\log_2(5-x) \\ &\Leftrightarrow \log_2(x+1)(x-2) < \log_2 2(5-x)^2 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) < 2(5-x)^2 \Leftrightarrow x^2 - 19x + 52 > 0 \\ &\Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{19 - \sqrt{53}}{2}\right) \cup \left(\frac{19 + \sqrt{53}}{2}; +\infty\right). \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện, ta có nghiệm của bất phương trình là $2 < x < 5$.

Câu 64. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(3^x - 2) + x < 1$ bằng

- A. $(\log_3 2; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(\log_3 2; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện xác định $3^x - 2 > 0 \Leftrightarrow 3^x > 2 \Leftrightarrow x > \log_3 2$.

$$\log_3(3^x - 2) + x < 1 \Leftrightarrow \log_3(3^x - 2) < 1 - x \Leftrightarrow 3^x - 2 < 3^{1-x} \Leftrightarrow 3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 < 0.$$

Đặt $t = 3^x, (t > 0)$ bất phương trình trở thành $t^2 - 2t - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < t < 3$.

Kết hợp điều kiện thì $0 < t < 3$.

Vậy $0 < 3^x < 3 \Leftrightarrow x < 1$. Nghiệm của bất phương trình là $x \in (\log_3 2; 1)$.

Câu 65. Bất phương trình $3\log_3(x-1) + \log_{\sqrt[3]{3}}(2x-1) \leq 3$ có tập nghiệm là

- A. $(1; 2]$. B. $[1; 2]$. C. $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. D. $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x-1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Ta có

$$\begin{aligned} 3\log_3(x-1) + \log_{\sqrt[3]{3}}(2x-1) &\leq 3 \Leftrightarrow \log_3(x-1)^3 + \log_3(2x-1)^3 \leq \log_3 27 \\ &\Leftrightarrow \log_3[(x-1)^3 \cdot (2x-1)^3] \leq \log_3 27 \Leftrightarrow [(x-1)(2x-1)]^3 \leq 27 \\ &\Leftrightarrow (x-1)(2x-1) \leq 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện thì $S = (1; 2]$.

Câu 66. Tập nghiệm của bất phương trình: $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ là

A. $[-1; 0)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 1]$.

D. $[-1; 1]$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $3^x = t (t > 0)$

$$3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0 \Rightarrow 3t^2 - 10t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 3$$

$$\Leftrightarrow 3^{-1} \leq 3^x \leq 3^1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

Câu 67. Giải bất phương trình $\log(3x^2 + 1) > \log(4x)$.

A. $x < \frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$. B. $0 < x < \frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$.

C. $0 < x < 1$. D. $\frac{1}{3} < x < 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$$\log(3x^2 + 1) > \log(4x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 1 > 4x \\ 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x + 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{3} \\ x > 1 \end{cases}.$$

Câu 68. Giải bất phương trình $\log_9(3^x - 1) \cdot \log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{3^x - 1}{81}\right) \leq \frac{3}{4}$. Ta được tập nghiệm

A. $S = (-\infty; 2 \log_3 2] \cup [\log_3 28; +\infty)$. B. $S = [2 \log_3 2; \log_3 28]$.

C. $S = (0; 2 \log_3 2] \cup [\log_3 28; +\infty)$. D. $S = (2 \log_3 2; \log_3 28)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Ta có } \log_9(3^x - 1) \cdot \log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{3^x - 1}{81}\right) \leq \frac{3}{4} \Leftrightarrow \log_9(3^x - 1) \cdot (\log_9 9^2 - \log_9(3^x - 1)) \leq \frac{3}{4}.$$

Đặt $t = \log_9(3^x - 1)$. Khi đó, bất phương trình trên trở thành

$$-t^2 + 2t - \frac{3}{4} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq \frac{3}{2} \\ t \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_9(3^x - 1) \geq \frac{3}{2} \\ \log_9(3^x - 1) \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3^x - 1) \geq 9^{3/2} \\ 0 < (3^x - 1) \leq 9^{1/2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \log_3 28 \\ 0 < x \leq 2 \log_3 2 \end{cases}.$$

Câu 69. Giải bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$.

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 6 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}.$$

$$\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x) \Leftrightarrow 3x - 2 > 6 - 5x \Leftrightarrow x > 1.$$

Kết hợp điều kiện, ta có $1 < x < \frac{6}{5}$.

Câu 70. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $(\sqrt{3} - 1)^{x+1} > 4 - 2\sqrt{3}$.

- A. $S = [1; +\infty)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 1]$. D. $S = (-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

$$(\sqrt{3} - 1)^{x+1} > 4 - 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (\sqrt{3} - 1)^{x+1} > (\sqrt{3} - 1)^2$$

Do $0 < \sqrt{3} - 1 < 1$ nên

$$(\sqrt{3} - 1)^{x+1} > 4 - 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (\sqrt{3} - 1)^{x+1} > (\sqrt{3} - 1)^2 \Rightarrow x + 1 < 2 \Rightarrow x < 1.$$

Câu 71. Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Lời giải

Chọn D.

$$2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10} \Rightarrow 2^{x^2-3x+4} \leq 2^{10-2x} \Rightarrow x^2 - 3x + 4 \leq 10 - 2x \Rightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 3$$

.

Suy ra các nghiệm nguyên dương là $x = 1; 2; 3$.

Câu 72. Giải bất phương trình $2^{3x+1} > 8$.

- A. Tập nghiệm $S = \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. Tập nghiệm $S = \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$.
C. Tập nghiệm $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. D. Tập nghiệm $S = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A.

$$2^{3x+1} > 8 \Rightarrow 2^{3x+1} > 2^3 \Rightarrow 3x+1 > 3 \Rightarrow x > \frac{2}{3}.$$

Câu 73. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là

- A. $x > 3$. B. $x < 2$. C. $2 < x < 3$. D. $x < 2$ hoặc $x > 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 7 < 1 \\ x^2 - 5x + 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Câu 74. Giải bất phương trình $\log_2(x+1) > 2$.

- A. $x > 2$. B. $x < 2$. C. $x > 3$. D. $x < 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_2(x+1) > 2 = \log_2 4 \Leftrightarrow x+1 > 4 \Leftrightarrow x > 3.$$

Câu 75. Giải bất phương trình $2^{\sqrt{x+2}} - 2^{\sqrt{x+1}} \geq 12 + 2^{\sqrt{x-1}}$.

- A. $x \geq 3$. B. $x \geq 9$. C. $x \leq 9$. D. $x \leq 3$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} 2^{\sqrt{x+2}} - 2^{\sqrt{x+1}} &\geq 12 + 2^{\sqrt{x-1}} \Leftrightarrow 2^{\sqrt{x}} \cdot 4 - 2^{\sqrt{x}} \cdot 2 \geq 12 + \frac{2^{\sqrt{x}}}{2} \\ \Leftrightarrow 2^{\sqrt{x}} \cdot 4 - 2^{\sqrt{x}} \cdot 2 - \frac{2^{\sqrt{x}}}{2} &\geq 12 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \cdot 2^{\sqrt{x}} \geq 12 \Leftrightarrow 2^{\sqrt{x}} \geq 8 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 9. \end{aligned}$$

Câu 76. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(3^x - 2) < 0$ là:

- A. $\log_3 2 < x < 1$. B. $x > 1$. C. $0 < x < 1$. D. $x < 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{ĐKXĐ: } 3^x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \log_3 2.$$

$$\text{Với đkxđ, } \log_2(3^x - 2) < \log_2 1 \Leftrightarrow 3^x - 2 < 1 \Leftrightarrow 3^x < 3 \Leftrightarrow x < 1.$$

Vậy bất phương trình có nghiệm $\log_3 2 < x < 1$.

Câu 77. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$.

- A. $x \in (1; +\infty)$. B. $x \in [0; 2)$. C. $[0; 1) \cup (2; 3]$. D. $x \in [0; 2) \cup (3; 7]$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{ĐKXĐ: } x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$$

$$\text{Với đkxđ, } \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq \log_{\frac{1}{2}} 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 2 \Leftrightarrow x \in [0; 3].$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $[0; 1) \cup (2; 3]$.

Câu 78. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) > -1$.

- A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{ĐKXĐ: } 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

$$\text{Với đkxđ, } \log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) > -1 \Leftrightarrow 2x - 1 < 2 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 79. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(1 - x) < 0$.

- A. $x = 0$. B. $x < 0$. C. $x > 0$. D. $-1 < x < 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}}(1 - x) < 0 \Leftrightarrow 1 - x > 1 \Leftrightarrow x < 0.$$

Câu 80. Nghiệm của bất phương trình $3^{x-4} > \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ là

- A. $x > \frac{1}{3}$. B. $x < 1$. C. $x > \frac{6}{7}$. D. $x < \frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn C.

$$3^{x-4} > \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1} \Leftrightarrow 3^{x-4} > 3^{-2(3x-1)} \Leftrightarrow x - 4 > -6x + 2 \Leftrightarrow x > \frac{6}{7}.$$

Câu 81. Bất phương trình $\log_3(2x - 1) > 2$ có nghiệm là:

- A. $\frac{1}{2} < x < 5$. B. $x > \frac{9}{2}$. C. $x > 5$. D. $x < 5$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_3(2x-1) > 2 \Leftrightarrow 2x-1 > 3^2 \Leftrightarrow 2x-1 > 9 \Leftrightarrow x > 5.$$

Câu 82. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 6 \leq 0$ có nghiệm là:

- A. $0 < x \leq \frac{1}{729}$ hoặc $x > 3$. B. $\frac{1}{729} \leq x \leq 3$.
C. $9 \leq x \leq 27$. D. $2 \leq x \leq 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 5\log_3 x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq \log_3 x \leq 3 \Leftrightarrow 3^2 \leq x \leq 3^3 \Leftrightarrow 9 \leq x \leq 27.$$

Câu 83. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x < 1$.

- A. $T = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. B. $T = (-\infty; 2)$. C. $T = (2; +\infty)$. D. $T = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_{\frac{1}{2}} x < 1 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \Rightarrow T = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Câu 84. Nghiệm của bất phương trình $\log_5(3x+2) > 1$ là:

- A. $x > 1$. B. $x < 1$. C. $x > -\frac{2}{3}$. D. $x < -1$.

Lời giải:

Chọn A.

$$\log_5(3x+2) > 1 \Leftrightarrow 3x+2 > 5 \Leftrightarrow x > 1.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 85. Bất phương trình $2\log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}}(3-2x)$ có tập nghiệm là:

- A. $S = (-3; 1)$ B. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$
C. $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ D. $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$

Lời giải:

Chọn D.

$$\text{Điều kiện: } 0 < x < \frac{3}{2}$$

$$2 \log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}} (3 - 2x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện: } S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$$

Câu 86. Giải bất phương trình $\log_2 (x^2 - 4x + 5) \leq 4$

A. $-7 \leq x \leq -1$. B. $-3 \leq x < -1$ hoặc $5 < x \leq 7$.

C. $-3 \leq x \leq 7$. D. $2 - \sqrt{15} \leq x \leq 2 + \sqrt{15}$.

Lời giải:

Chọn D.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$\log_2 (x^2 - 4x + 5) \leq 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 11 \leq 0 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{15} \leq x \leq 2 + \sqrt{15}$$

Câu 87. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 3x + 2) \geq -1$

A. $x \in (-\infty; 1)$. B. $x \in [0; 2)$. C. $x \in [0; 1) \cup (2; 3]$. D. $x \in [0; 2) \cup (3; 7]$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 3x + 2) \geq \log_{\frac{1}{2}} 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta được: } x \in [0; 1) \cup (2; 3].$$

Câu 88. Tập nào sau đây là tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

A. $x \leq 3$.

B. $x \geq 3$.

C. $x > 3$.

D. $1 < x \leq 3$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x - 1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

Câu 89. Giải bất phương trình $2 \log_3 (4x - 3) + \log_{\frac{1}{9}} (2x + 3)^2 \leq 2$.

- A. $x > \frac{3}{4}$. B. $-\frac{3}{8} \leq x \leq 3$. C. $\frac{3}{4} < x \leq 3$. D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > \frac{3}{4}$.

Ta có: $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{9}}(2x+3)^2 \leq 2 \Leftrightarrow 2\log_3(4x-3) + \log_{3^{-2}}(2x+3)^2 \leq 2$

$$\Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 - \log_3(2x+3) \leq 2 \Leftrightarrow \log_3 \frac{(4x-3)^2}{2x+3} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{(4x-3)^2}{2x+3} \leq 9$$

$$\text{Do } x > \frac{3}{4} \Rightarrow 2x+3 > 0 \text{ nên } \frac{(4x-3)^2}{2x+3} \leq 9 \Leftrightarrow 16x^2 - 24x + 9 \leq 9(2x+3)$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow 8x^2 - 21x - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3.$$

Kết hợp với điều kiện ta được $\frac{3}{4} < x \leq 3$.

Câu 90. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^x + 8 \leq 6 \cdot 2^{-x}$ là:

- A. $(-\infty; -2] \cup [-1; +\infty)$. B. $[-2; -1]$. C. $(-1; 0]$. D. $[-2; -1] \cup [0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x + 8 \leq 6 \cdot 2^{-x} \Leftrightarrow 2^{-2x} - 6 \cdot 2^{-x} + 8 \leq 0 \quad (1)$$

Đặt $2^{-x} = t$ ($t \geq 0$). Phương trình (1) có dạng:

$$\begin{aligned} t^2 - 6t + 8 &\leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq t \leq 4 \\ &\Rightarrow 2 \leq 2^{-x} \leq 4 \\ &\Leftrightarrow 1 \leq -x \leq 2 \\ &\Leftrightarrow -2 \leq x \leq -1. \end{aligned}$$

Câu 91. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$.

- A. 1. B. 0. C. 9. D. 11.

Lời giải

Chọn C.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x-10} < x-2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-10 \geq 0 \\ x-2 > 0 \\ x^2-3x-10 < (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -2 \\ x > 2 \\ x < 14 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 14.$$

$$\begin{cases} 5 \leq x < 14 \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13\}. \text{ Bất phương trình có 9 nghiệm nguyên.}$$

Câu 92. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$.

- A. $(-\infty; 1)$. B. $[0; 1) \cup (2; 3]$. C. $[0; 2) \cup (3; 7]$. D. $[0; 2)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases} \cdot (*)$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện } (*), \text{ suy ra: } \begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ 2 < x \leq 3 \end{cases}.$$

Câu 93. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $0,3^{x^2+x} > 0,09$.

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.
C. $(-2; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

$$0,3^{x^2+x} > 0,09 \Leftrightarrow x^2 + x < 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 1.$$

Câu 94. Cho $3^{x^2} - 2^x \leq 0$. Tìm mệnh đề đúng

- A. $x^2 \cdot \log_3 2 \leq x$ B. $x^2 \cdot \log_2 3 - x \geq 0$ C. $x^2 \cdot \log_2 3 - x \leq 0$ D. $x^2 \cdot \log_2 3 \geq 1$

Lời giải

Chọn C

Chuyển vế, rồi logarit hai vế theo cơ số 2 ta có:

$$3^{x^2} \leq 2^x \Leftrightarrow x^2 \log_2 3 \leq x \Leftrightarrow x^2 \log_2 3 - x \leq 0 \longrightarrow \text{Đáp án C.}$$

Câu 95. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(5x+1) < -5$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right)$.
 B. $\left(-\frac{1}{5}; \frac{31}{5}\right)$.
 C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$.
 D. $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 5x+1 > 0 \\ 5x+1 > \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+1 > 0 \\ 5x+1 > 32 \end{cases} \Leftrightarrow 5x+1 > 32 \Leftrightarrow x > \frac{31}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{31}{5}; +\infty\right) \longrightarrow \text{Đáp}$$

án C.

Câu 96. Giải bất phương trình $\log_2(x+1) > 1 + \log_2(x-2)$.

- A. $1 < x < 2$.
 B. $-4 < x < 3$.
 C. $2 < x < 5$.
 D. $2 < x < 3$.

Lời giải

Chọn.C.

Cách 1:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

$$\log_2(x+1) > 1 + \log_2(x-2) \Leftrightarrow \log_2(x+1) > \log_2 2(x-2) \Leftrightarrow x+1 > 2(x-2) \Leftrightarrow x < 5.$$

So với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $2 < x < 5$.

Câu 97. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+2}{3-2x} \geq 0$ là

- A. $T = \left[-2; \frac{1}{3}\right]$.
 B. $T = \left[-2; \frac{1}{3}\right)$.
 C. $T = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.
 D. $T = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+2}{3-2x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < \frac{x+2}{3-2x} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{3-2x} > 0 \\ \frac{3x-1}{3-2x} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-2; \frac{3}{2}\right) \\ x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left[-2; \frac{1}{3}\right].$$

Câu 98. Giải bất phương trình $\log_{0.5}(2x+3) > \log_{0.5}(3x+1)$.

A. $x > -\frac{3}{2}$. B. $x > 2$. C. $x < 2$. D. $x > -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_{0,5}(2x+3) > \log_{0,5}(3x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 < 3x+1 \\ 2x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

Câu 99. Nghiệm của bất phương trình $3^{x-4} > \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ là

A. $x > \frac{1}{3}$. B. $x < 1$. C. $x > \frac{6}{7}$. D. $x < \frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 3^{x-4} > \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1} \Leftrightarrow 3^{x-4} > (3^{-2})^{3x-1} = 3^{2-6x} \Leftrightarrow x-4 > 2-6x \Leftrightarrow x > \frac{6}{7}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 100. Nghiệm của bất phương trình $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$ là

A. $1 < x < 2$ B. $2 < x < 4$ C. $0 < x < 2$ D. $-1 < x < 2$

Lời giải

Chọn A.

$$2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 < 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 8 < 0 \Leftrightarrow 2 < 2^x < 4 \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Câu 101. Nghiệm của bất phương trình $\log_4(2x+6) > \log_2(x-1)$ là:

A. $-1 < x < 5$ B. $1 < x < 5$ C. $x \leq -1, x \geq 5$ D. $x < -1, x > 5$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x+6 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{Khi đó: } \log_4(2x+6) > \log_2(x-1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2(2x+6) > \log_2(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x+6) > \log_2(x-1)^2 \Leftrightarrow 2x+6 > (x-1)^2 \Leftrightarrow 2x+6 > x^2-2x+1 \Leftrightarrow x^2-4x-5 < 0$$

$$-1 < x < 5.$$

Câu 102. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$

A. $x \in (-\infty; 1)$. B. $x \in [0; 2)$. C. $x \in [0; 1) \cup (2; 3]$. D. $x \in [0; 2) \cup (3; 7]$.

Lời giải

Chọn C.

ĐK: $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x < 1$ và $x > 2$

$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$ kết hợp điều kiện suy ra

Nghiệm của bất phương trình là $x \in [0;1) \cup (2;3]$.

Câu 103. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$

A. $x \in (-\infty;1)$.

B. $x \in [0;2)$.

C. $x \in [0;1) \cup (2;3]$.

D. $x \in [0;2) \cup (3;7]$.

Lời giải

Chọn C.

ĐK: $(x^2 - 3x + 2) > 0 \Leftrightarrow x < 1$ hoặc $x > 2$

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$

Kết hợp điều kiện ta có $x \in [0;1) \cup (2;3]$.

Câu 104. Cho bất phương trình: $\log_4 x \cdot \log_2(4x) + \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right) < 0$. Nếu đặt $t = \log_2 x$, ta được bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2 + 14t - 4 < 0$

B. $t^2 + 11t - 3 < 0$

C. $t^2 + 14t - 2 < 0$

D. $t^2 + 11t - 2 < 0$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_4 x \cdot \log_2(4x) + \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x \cdot (2 + \log_2 x) + 6 \log_2 x - 2 < 0$

$\Leftrightarrow \log_2 x \cdot (2 + \log_2 x) + 12 \log_2 x - 4 < 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + 14 \log_2 x - 4 < 0$

Đặt $t = \log_2 x$ khi đó phương trình trở thành $t^2 + 14t - 4 < 0$.

Câu 105. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 3) + \log_2 x \geq 2$.

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

C. $[4; +\infty)$.

D. $(3; 4]$

Lời giải

Chọn C.

ĐK: $x > 3$. Bất phương trình đã cho trở thành

$\log_2(x - 3) \cdot x \geq 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x \geq 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 4 \end{cases}$. Kết hợp điều kiện

Suy ra $x \geq 4$.

Câu 106. Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$. Khi đó $b - a$ bằng

- A. 1. ' B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$3.9^x - 10.3^x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow 3^{-1} \leq 3^x \leq 3^1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

Khi đó $a = -1; b = 1 \Rightarrow b - a = 2$.

Câu 107. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{2017}$ là

- A. $S = \left[-\infty; \frac{1}{2017}\right] \setminus \{0\}$. B. $S = \left[0; \frac{1}{2017}\right]$.
C. $S = \left[\frac{1}{2017}; 0\right)$ D. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x \neq 0$.

$$\text{Ta có } \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{2017} \Leftrightarrow \frac{1}{x} \geq 2017 \Leftrightarrow x \leq 2017.$$

Câu 108. Tìm tập hợp nghiệm S của bất phương trình: $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 + 1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(2x + 4)$.

- A. $S = (-2; -1)$. B. $S = (-2; +\infty)$.
C. $S = (3; +\infty) \cup (-2; -1)$. D. $S = (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > -2$.

$$\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 + 1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(2x + 4) \Leftrightarrow x^2 + 1 > 2x + 4 \Leftrightarrow x \in (-2; -1) \cup (3; +\infty).$$

Câu 109. Giải bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \right) \leq 2$.

- A. $x \geq 0$. B. $\log_2 \frac{15}{16} < x < \log_2 \frac{31}{16}$.
C. $0 \leq x < \log_2 \frac{31}{16}$. D. $\log_2 \frac{15}{16} < x \leq 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có

$$\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \right) \leq 2 \Leftrightarrow 0 < \log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \leq 4 \Leftrightarrow 1 > 2^x - \frac{15}{16} \geq \frac{1}{16} \Leftrightarrow \frac{31}{16} > 2^x \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{31}{16} > x \geq 0.$$

Câu 110. Tổng các nghiệm nguyên dương của bất phương trình $(x^2 - 5x + 4) \log_3 (x - 2) \leq 0$ là

A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện xác định: $x > 2, x \in \mathbb{Z}^+$.

Khi $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$, chọn $x = 4$ thỏa điều kiện bài toán, thì phương trình thỏa mãn.

Khi $x^2 - 5x + 4 \neq 0$ thì phương trình trở thành

$$\begin{cases} \log_3 (x - 2) \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \\ \log_3 (x - 2) \geq 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \leq 1 \\ x < 1 \\ x > 4 \\ x - 2 \geq 1 \\ 1 < x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ 3 \leq x < 4 \end{cases}.$$

Từ điều kiện chọn $x = 3$. Vậy tổng các nghiệm nguyên dương là 7.

Câu 111. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2 \log_3 (4x - 3) + \log_{\frac{1}{3}} (2x + 3) \leq 2$.

A. $S = \left[\frac{3}{4}; +\infty \right)$. B. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty \right)$. C. $S = \left(\frac{3}{4}; 3 \right)$. D. $S = \left[\frac{3}{4}; 3 \right]$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > \frac{3}{4}$.

$$2 \log_3 (4x - 3) + \log_{\frac{1}{3}} (2x + 3) \leq 2 \Leftrightarrow \log_3 (4x - 3)^2 \leq 2 + \log_3 (2x + 3)$$

$$\Leftrightarrow (4x - 3)^2 \leq 9(2x + 3) \Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3.$$

Kết hợp điều kiện ta được nghiệm $S = \left(\frac{3}{4}; 3 \right]$.

Câu 112. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ là.

A. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

D. $(-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A.

$$bpt \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x + 1 > 0 \\ 2x^2 - x + 1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Câu 113. Giải bất phương trình $\log_3 x + \log_3(x - 2) > 1$ được tập nghiệm là

A. $x > 2$.

B. $x > 3$.

C. $x < -1$.

D. $2 < x < 3$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x > 2$

$$\log_3 x + \log_3(x - 2) > 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1 \vee x > 3$$

So với điều kiện suy ra $x > 3$.

Câu 114. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{3x-2} \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{2-x}$

A. $[4; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1]$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{3x-2} \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{2-x} \Leftrightarrow 3x - 2 \geq 2 - x \Leftrightarrow x \geq 1.$$

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ – LOGARIT CHỨA THAM SỐ.

Tài liệu được mình tổng hợp và chỉnh sửa lại từ các tài liệu mà các thầy cô trong nhóm Word Toan đã gửi cho mình. Trong quá trình tổng hợp, phân dạng có gì sai sót mong các bạn đọc hồi âm qua fb : <https://www.facebook.com/phong.baovuong> để mình chỉnh sửa phục vụ tài liệu tốt hơn cho các năm học sau.

Chân thành cảm ơn !

Nguyễn Bảo Vương

Câu 1. Tập hợp các giá trị của m để phương trình $m \cdot \ln(1 - 2^x) - x = m$ có nghiệm thuộc $(-\infty; 0)$ là

- A. $(\ln 2; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(1; e)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $1 - 2^x > 0 \Leftrightarrow x < 0$.

Phương trình đã cho tương đương với: $m = \frac{x}{\ln(1 - 2^x) - 1}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x}{\ln(1 - 2^x) - 1}$ với $x < 0$. Có $f' = \frac{\ln(1 - 2^x) - 1 - x \cdot \frac{-2^x \cdot \ln 2}{1 - 2^x}}{(\ln(1 - 2^x) - 1)^2}$

$$= \frac{(1 - 2^x) \ln(1 - 2^x) - (1 - 2^x) + x \cdot 2^x \cdot \ln 2}{(1 - 2^x)(\ln(1 - 2^x) - 1)^2}.$$

Vì $x < 0$ nên $0 < 1 - 2^x < 1$, do đó

$f'(x) < 0 \quad \forall x < 0$. Vậy $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Mặt khác, dễ thấy $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$. Ta có BBT sau:

x	$-\infty$	0
$f'(x)$		—
$f(x)$	$+\infty$	0

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm thuộc $(0; 1)$.

- A. $m \leq \frac{1}{4}$. B. $0 < m < \frac{1}{4}$. C. $0 \leq m$. D. $m \geq \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn **A.**

ĐK: $x > 0$.

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \log_2^2 x + \log_2 x + m = 0 \quad (1).$$

Do xét $x \in (0;1)$ nên đặt $t = \log_2 x, t < 0$. Phương trình (1) thành $t^2 + t + m = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 + t = -m.$$

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ với $t < 0$.

$$\text{Có } f'(t) = 2t + 1; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	0

Từ bảng biến thiên suy ra $-m \geq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = 5^{-x^2+6x-8}$. Gọi m là giá trị thực để $y'(2) = 6m \ln 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m < \frac{1}{3}$.

B. $0 < m < \frac{1}{2}$.

C. $m \geq \frac{1}{2}$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn **B.**

$$\text{Ta có } y' = 5^{-x^2+6x-8} (-2x+6) \cdot \ln 5 \Rightarrow y'(2) = 2 \ln 5 \Rightarrow 6m \ln 5 = 2 \ln 5 \Rightarrow m = \frac{1}{3}.$$

Câu 4. Tìm m để bất phương trình $m.9^x - (2m+1).6^x + m.4^x \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;1)$.

A. $0 \leq m \leq 6$

B. $m \leq 6$.

C. $m \geq 6$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn **B.**

$$\text{Ta có } m.9^x - (2m+1).6^x + m.4^x \leq 0 \Leftrightarrow m.\left(\frac{9}{4}\right)^x - (2m+1)\left(\frac{3}{2}\right)^x + m \leq 0.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{3}{2}\right)^x. \text{ Vì } x \in (0;1) \text{ nên } 1 < t < \frac{3}{2}$$

$$\text{Khi đó bất phương trình trở thành } m.t^2 - (2m+1)t + m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{t}{(t-1)^2}.$$

Đặt $f(t) = \frac{t}{(t-1)^2}$.

Ta có $f'(t) = \frac{-t-1}{(t-1)^3}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

t	-1	1	$\frac{3}{2}$
$f'(t)$	+ 0 -	-	
$f(t)$		$+\infty$	6

Bảng biến thiên.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \leq \lim_{t \rightarrow \frac{3}{2}} f(t) = 6$.

Câu 5. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 9 = 0$ có nghiệm duy nhất sao cho nghiệm đó nhỏ hơn 1.

A. $m = -4$.

B. $m = \pm 6$.

C. $m = -6$.

D. Không tồn tại m .

Lời giải

Chọn C.

Cách 1.

Đặt $t = \log_{\sqrt{3}} x$, $t < 0$ vì $x < 1$.

Khi đó ta có phương trình $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 9 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1 khi

và chỉ khi phương trình $t^2 - mt + 9 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 0.

Vậy ta có $\begin{cases} \Delta = 0 \\ -\frac{b}{2a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 36 = 0 \\ \frac{m}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 6 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -6$.

Cách 2.

Đặt $t = \log_{\sqrt{3}} x$, $t < 0$ vì $x < 1$.

Ta được phương trình $t^2 - mt + 9 = 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 + 9}{t}, (t \neq 0)$.

Đặt $f(t) = \frac{t^2 + 9}{t}$, $t < 0$.

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 - 9}{t^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên.

t	$-\infty$	-3	0	3
$f'(t)$		+ 0 -		- 0
$f(t)$	$-\infty$	-6		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \leq \max_{(-\infty;0)} f(t) = f(-3) = -6$.

Câu 6. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2) \cdot \log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 27$.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{4}{3}$. C. $m = 25$. D. $m = \frac{28}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_3^2 x - (m+2) \cdot \log_3 x + 3m - 1 = 0 \quad (1).$$

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Đặt $t = \log_3 x$. Ta có phương trình: $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0 \quad (2)$.

Để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 27$.

Thì phương trình (2) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = 3$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ m+2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 8 > 0 \\ m = 1 \end{cases} \Rightarrow m = 1.$$

Câu 7. Giá trị của m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ là

- A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = \frac{9}{2}$. D. $m = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = 2^x, t > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m = 0$

Pt có 2 nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

$$P = S = 2m, P = 2m = t_1 t_2 = 2^{x_1+x_2} = 2^3 = 8 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 8. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = m$ có nghiệm $x \geq 1$.

- A. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. C. $[1; +\infty)$. D. $[3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:

$$\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = m \quad (1)$$

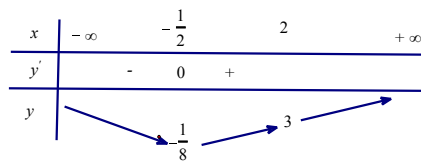
$$\Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \cdot \frac{1}{2} \log_2[(5^x - 1)2] = m$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2(5^x - 1) [\log_2(5^x - 1) + 1] = m$$

Đặt $t = \log_2(5^x - 1)$, PTTT: $\frac{1}{2}t(t+1) = m \Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t = m \quad (2)$

PT (1) có nghiệm $x \geq 1$ khi và chỉ khi PT(2) có nghiệm $t \geq 2$

Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t \quad f'(t) = t + \frac{1}{2}$



Dựa vào BBT, PT(2) có nghiệm $t \geq 2$ khi và chỉ khi $m \geq 3$.

Câu 9. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình

$$(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0 \quad \text{có nghiệm thực trong đoạn}$$

$$\left[\frac{5}{4}; 4\right]:$$

A. $m < -3$.

B. $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

C. $m > \frac{7}{3}$.

D. $-3 < m < \frac{7}{3}$.

Lời giải.

Chọn B.

Điều kiện: $x > 2$.

$$\begin{aligned} & (m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & 4(m-1)\log_2(x-2) + 4(m-5)\log_2(x-2) + 4m - 4 = 0^{(*)} \end{aligned}$$

Đặt $\log_2(x-2) = t$.

$$x \in \left[\frac{5}{4}; 4\right] \Rightarrow 0 \leq x-2 \leq 2 \text{ (Kết hợp với điều kiện). Vậy } t \leq 1.$$

Phương trình (*) có dạng: $\Leftrightarrow 4(m-1)t^2 + 4(m-5)t + 4m - 4 = 0^{(**)}$

Ta cần tìm m sao cho PT (**) có nghiệm thỏa mãn $t \leq 1$.

$$\Leftrightarrow (m-1)t^2 + (m-5)t + m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}.$$

Đặt $f(t) = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}; f'(t) = \frac{-4t^2 + 4}{(t^2 + t + 1)^2}.$

Lập bảng biến thiên ta có

t	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$	
$f(t)$	1	-3	$\frac{7}{3}$	

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0$ nghiệm đúng mọi giá trị $x \in (1; 64)$.

A. $m < 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $m \geq 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện: $x > 0$.

$$4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + \log_2 x + m \geq 0 (*).$$

$$\text{Đặt } \log_2 x = t \Rightarrow 1 < x < 64 \Leftrightarrow 0 < \log_2 x < 6 \Leftrightarrow 0 < t < 6.$$

Phương (*) có dạng: $t^2 + t + m \geq 0$.

Vậy ta tìm m để $t^2 + t + m \geq 0$ có nghiệm với $0 < t < 6$.

Xét hàm $f(t) = t^2 + t$.

$$f'(t) = 2t + 1.$$

Lập bảng biến thiên ta có

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	6	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$		
$f(t)$			0	42	

Câu 11. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 1} - 2m - 5 = 0$ có nghiệm trên đoạn $[1; 2^{\sqrt{3}}]$.

A. $m \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$.

B. $[-2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0)$.

D. $m \in [-2; 0]$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 1} - 2m - 5 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 1} = 2m + 5.$$

$$\text{Xét } f(x) = \log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 1}, x \in [1; 2^{\sqrt{3}}].$$

$$f'(x) = \frac{2 \log_2 x}{x \cdot \ln 2} + \frac{\frac{2 \log_2 x}{x \cdot \ln 2}}{2 \sqrt{\log_2^2 x + 1}} = \frac{2 \log_2 x}{x \cdot \ln 2} \left(1 + \frac{1}{2 \sqrt{\log_2^2 x + 1}} \right).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (Tm)}.$$

$f'(x)$ không xác định tại $x = 0$ (loại).

BBT

x	1	$2^{\sqrt{3}}$
$f'(x)$	0	+
$f(x)$	1	5

Vậy phương trình có nghiệm khi: $1 \leq 2m + 5 \leq 5 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0.$

Câu 12. Tìm tập hợp các giá trị của m để phương trình $3^x + 3 = m \cdot \sqrt{9^x + 1}$ (1) có đúng 1 nghiệm.

A. $(1, 3]$

B. $(3; \sqrt{10})$

C. $\{\sqrt{10}\}$

D. $(1; 3) \cup \{\sqrt{10}\}$

Lời giải

Phương trình (1) tương đương: $\frac{3^x + 3}{\sqrt{9^x + 1}} = m$ đặt $t = 3^x$ ($t > 0$)

Phương trình (1) trở thành: $\frac{t + 3}{\sqrt{t^2 + 1}} = m$

Lập bảng biến thiên của hàm số $y = \frac{t + 3}{\sqrt{t^2 + 1}}$ với ($t > 0$)

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1 - 3t}{(t^2 + 1)\sqrt{t^2 + 1}} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$$

Dựa vào đồ thị ta có: $m \in (1, 3]$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
y'		+	0	-
y		3	$\sqrt{10}$	1

Đáp án A

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $2\log_2|x| + \log_2|x+3| = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (0; 2)$. B. $m \in \{0; 2\}$. C. $m \in (-\infty; 2)$. D. $m \in \{2\}$.

Giải:

Đáp án C.

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq 0 \end{cases}$

$$2\log_2|x| + \log_2|x+3| = m \Leftrightarrow \log_2 x^2|x+3| = m \Leftrightarrow x^2|x+3| = 2^m$$

Xét hàm số: $y = x^2|x+3|$ với $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0\}$

$$\Rightarrow y' = \begin{cases} 3x^2 + 6x & x > -3 \\ -3x^2 - 6x & x < -3 \end{cases}$$

Bảng biến

Thiên

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	0	4	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có phương trình có hai nghiệm khi: $\begin{cases} 2^m = 0 \\ 2^m > 4 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m + e^{\frac{x}{2}} = \sqrt[4]{e^{2x} + 1}$ có nghiệm thực.

A. $0 < m \leq \frac{2}{e}$. B. $\frac{1}{e} \leq m < 1$. C. $0 < m < 1$. D. $-1 < m < 0$.

Giải

Chọn C

Biến đổi phương trình về dạng $m = \sqrt[4]{(e^x)^2 + 1} - \sqrt{e^x}$. Đặt $t = e^x; (t > 0)$ ta xét hàm số

$y = \sqrt[4]{t^2 + 1} - \sqrt{t}$ trên $(0; +\infty)$.

$$y' = \frac{t}{2\sqrt[4]{(t^2 + 1)^3}} - \frac{1}{2\sqrt{t}} = \frac{\sqrt{t^3} - \sqrt[4]{(t^2 + 1)^3}}{2\sqrt{t}\sqrt[4]{(t^2 + 1)^3}} = \frac{\sqrt[4]{(t^2)^3} - \sqrt[4]{(t^2 + 1)^3}}{2\sqrt{t}\sqrt[4]{(t^2 + 1)^3}} < 0 \quad (\forall t > 0)$$

Bảng biến thiên

x	0	$+\infty$
y'	$-$	
y	1	0

Vậy điều kiện cần tìm là $0 < m < 1$

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4\log_4^2 x - 2\log_2 x + 3 - m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$.

- A. $m \in [2; 3]$. B. $m \in [2; 6]$. C. $m \in \left[\frac{11}{4}; 15\right]$. D. $m \in \left[\frac{11}{4}; 9\right]$.

Giải

Chọn B

Biến đổi phương trình về dạng $(\log_2 x)^2 - 2\log_2 x + 3 = m$

Với $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ thì $-1 \leq \log_2 x \leq 2$. Ta tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ trên $[-1; 2]$

$$y = 2x - 2; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$y(1) = 2; y(-1) = 6; y(2) = 3$$

Vậy GTLN của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ trên $[-1; 2]$ bằng 6

GTNN của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ trên $[-1; 2]$ bằng 2

Suy ra $2 \leq m \leq 6$

Câu 16. Hệ bất phương trình $\begin{cases} \ln^2 x - m \ln x + m + 4 \leq 0 \\ \frac{x-3}{x^2} > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi

- A. $m < -3$ hoặc $m \geq 6$. B. $m \leq -3$.
C. $m < -3$. D. $m \geq 6$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$$\frac{x-3}{x^2} > 0 \Leftrightarrow x > 3$$

$$\ln^2 x - m \ln x + m + 3 \leq 0 \Leftrightarrow m(\ln x - 1) \leq \ln^2 x + 3$$

$$m \leq \frac{\ln^2 x + 3}{\ln x - 1}$$

Đặt $t = \ln x$; $t \geq \ln 3$

Ta xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 3}{t - 1}$

$$f(t) = \frac{t^2 + 3}{t - 1} = t + 1 + \frac{4}{t - 1}$$

$$\Rightarrow f'(t) = 1 - \frac{4}{(t - 1)^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(t - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -1 \end{cases}$$

x	$\ln 3$	3	$+\infty$
f'	-	0	+
f			

Vậy hệ có nghiệm khi $m \geq 6$.

Câu 17. Cho phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2) \cdot 3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình có nghiệm.

- A. $4 \leq m \leq \frac{64}{7}$ B. $4 \leq m \leq 8$ C. $3 \leq m \leq \frac{64}{7}$ D. $m \geq \frac{64}{7}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}} \rightarrow t \in [3; 9]$

Phương trình có dạng $t^2 - (m+2)t + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 2t + 1}{t - 2}$ (do $t \in [3; 9]$).

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 2t + 1}{t - 2}$ trên $t \in [3; 9]$

Ta có: $f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 3}{(t - 2)^2} > 0, \forall t \in [3; 9]$, nên hàm số đồng biến trên $[3; 9]$. Vậy để phương

trình có nghiệm thì $\min_{[3; 9]} f(t) \leq m \leq \max_{[3; 9]} f(t) \Leftrightarrow f(3) \leq m \leq f(9) \Leftrightarrow 4 \leq m \leq \frac{64}{7}$.

Câu 18. Số giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi x thuộc tập số thực $\mathbb{R}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện xác định:

$$mx^2 + 4x + m > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 16 - 4m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

$$\begin{aligned} \log 5 + \log(x^2 + 1) &\geq \log(mx^2 + 4x + m) \Leftrightarrow \log 5(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m) \\ \Leftrightarrow 5(x^2 + 1) &\geq (mx^2 + 4x + m) \Leftrightarrow (5 - m)x^2 - 4x + 5 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - m > 0 \\ 16 - 4(5 - m)^2 \geq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ 4 \geq (5 - m)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ -2 \leq 5 - m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m \leq 7 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq m < 5. \end{aligned}$$

Có 2 giá trị nguyên thỏa mãn $m \in \{3; 4\}$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) < 10 \Leftrightarrow x - 1 + (x^2 - 3)\log_2 5 < 1 + \log_2 5$ có đúng một nghiệm.

- A. $\frac{1}{4} < m < 4$. B. $m = 4$.
C. $m = \frac{1}{4}$. D. $0 < m < \frac{1}{4}$ hoặc $m > 4$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $m > 0$.

Ta có: $x^3 - 3x - \log_2 m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x = \log_2 m$ (*).

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ với đường thẳng $y = \log_2 m$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3; y'' = 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (y = -2) \\ x = -1 (y = 2) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy (*) có đúng một nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 m > 2 \\ \log_2 m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ 0 < m < \frac{1}{4} \end{cases}.$

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $9^x - 2 \cdot 3^x + 3 - m > 0$ được nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m < 2$. B. $m < 3$. C. $2 < m < 3$. D. $m > 2$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $3^x = t, (t > 0)$. Bất phương trình trở thành $t^2 - 2t + 3 - m > 0 \Leftrightarrow m < t^2 - 2t + 3$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 3$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Có $f'(t) = 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Ta có bảng biến thiên

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $m < 2$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

t	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+
$f(t)$		3		$+\infty$

Câu 21. Điều kiện cần và đủ của tham số m để phương trình $\log_2^2 x - (m-1)\log_2 x + 4 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1; 4]$ là

- A. $3 < m \leq 4$. B. $3 \leq m \leq \frac{10}{3}$. C. $\frac{10}{3} < m \leq 4$. D. $3 < m \leq \frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = \log_2 x$. Vì $x \in [1; 4]$ nên $t \in [0; 2]$.

Phương trình trở thành $t^2 - (m-1)t + 4 - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 3}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-3	0	1	2	$+\infty$
$f'(t)$			-	0	+	
$f(t)$				4	$\frac{10}{3}$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 4]$ thì

$$3 < m \leq \frac{10}{3}.$$

Câu 22. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $5^{\sqrt{x+2}-x} - 5m = 0$ có nghiệm thực.

- A. $(0; 5\sqrt[4]{5}]$. B. $[5\sqrt[4]{5}; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; 5\sqrt[4]{5}]$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $m > 0$.

$$5^{\sqrt{x+2}-x} - 5m = 0 \Rightarrow \sqrt{x+2} - x = 1 + \log_5 m \quad (1) \quad (x \geq -2).$$

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x+2} - x$ ($x \geq -2$) với đường thẳng $y = 1 + \log_5 m$.

Xét hàm số $y = \sqrt{x+2} - x$ ($x \geq -2$).

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - 1; y' = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{4}.$$

Bảng biến thiên

x	-2	$-\frac{7}{4}$	$+\infty$
y'		+	0
y	2	$\frac{9}{4}$	$-\infty$

Để phương trình ban đầu có nghiệm thực thì $1 + \log_5 m \leq \frac{9}{4} \Rightarrow 0 < m \leq 5\sqrt[4]{5}$.

Câu 23. Tìm các giá trị của m để phương trình $4^x - 2^{x+2} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- A. $m > 0$. B. $0 < m < 4$. C. $m < 4$. D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = 2^x$, phương trình đã cho trở thành $t^2 - 4t + m = 0$ (2).

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai

$$\text{nghiệm phân biệt dương, hay } \begin{cases} 4 - m > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 4.$$

Câu 24. Với giá trị nào của m thì phương trình $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 = 3$?

- A. $m = 1$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Lời Giải

Chọn B.

Đặt $t = 2^x > 0$

Ta có $t^2 - 2mt + 2m = 0$.

PT có 2 nghiệm phân biệt khi: $m^2 - 2m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$.

$$x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 8 \Leftrightarrow t_1 \cdot t_2 = 8 \Leftrightarrow 2m = 8 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 25. Xác định tham số m để phương trình: $9^x + 2m \cdot 3^x + m + 2 = 0$ có nghiệm là:

A. $-2 < m \leq 1$. B. $m \leq -1$. C. $-2 < m \leq -1$. D. $m \geq 1$.

Lời giải:

Chọn B.

Đặt $t = 3^x, t > 0$ thì phương trình trở thành:

$$t^2 + 2m \cdot t + m + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 + 2}{2t + 1} = -m, (t > 0). \text{ Xét hàm số } f(t) = \frac{t^2 + 2}{2t + 1} \text{ trên } (0; +\infty) \text{ có:}$$

$$f'(t) = \frac{2t^2 + 2t - 4}{(2t + 1)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

x	0	1	$+\infty$
y'		0	
y	2	1	$+\infty$

Từ bảng biến thiên chọn đáp án B.

PP trắc nghiệm: Dùng giá trị m đặc biệt thay vào thử đáp án.

Câu 26. Tìm m để phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 3 - m = 0$ có nghiệm $x \in [1; 27]$.

A. $2 < m < 6$. B. $3 \leq m \leq 6$. C. $2 \leq m \leq 3$. D. $2 \leq m \leq 6$.

Lời giải:

Chọn D.

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 3 - m = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 2\log_3 x + 3 = m. \text{ Đặt } u = \log_3 x.$$

Khi $1 \leq x \leq 27 \Rightarrow 0 \leq u \leq 3$

Xét $f(u) = u^2 - 2u + 3 = (u - 1)^2 + 2$ trên $[1; 3]$ ta có $\max_{[1; 3]} f(u) = 6, \min_{[1; 3]} f(u) = 2$ suy ra

đáp án D.

PP trắc nghiệm: Dùng máy tính thử bằng tính năng table.

Câu 27. Tìm m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm $x \in [1; 8]$.

A. $2 \leq m \leq 6$. B. $2 \leq m \leq 3$. C. $3 \leq m \leq 6$. D. $6 \leq m \leq 9$.

Lời giải

Chọn **A.**

Điều kiện: $x \in [1; 8]$.

Ta có: $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x + 3 = m$

Đặt $\log_2 x = t, t \in [0; 3]$. Phương trình trở thành: $t^2 - 2t + 3 = m$

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 3$, với $t \in [0; 3]$.

$f'(t) = 2t - 2, f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$		3	2	6	

Để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm $x \in [1; 8]$ thì phương trình:

$t^2 - 2t + 3 = m$ có nghiệm $t \in [0; 3]$. Do đó đồ thị hàm số $y = f(t)$ phải cắt đường thẳng $y = m$.

Từ bảng biến thiên ta thấy $2 \leq m \leq 6$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 28. Cho phương trình $7^{2x} - (m+1).7^x + m = 0$. Tìm m để phương trình có duy nhất một nghiệm.

A. $m > 0$

B. $m < 0$

C. $-2 \leq m \leq 0$

D. $m \leq 0$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 7^x > 0$ thì t là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên tương ứng với mỗi x có một giá trị t tương ứng.

Phương trình trở thành:

$$t^2 - (m+1)t + m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + t}{1-t} \quad \forall t > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{t^2 + t}{1-t} \\ y = m \end{cases} \quad \forall t > 0$$

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{t^2 + t}{1-t} \quad \forall t > 0 \text{ có } y' = \frac{-t^2 + 2t + 1}{(1-t)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 - \sqrt{2} < 0(L) \\ t = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Từ bảng biến thiên ta có $m > 0 \longrightarrow$ Đáp án **A.**

Câu 29. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $3^{\cos^2 x} + 2^{\sin^2 x} \geq m.3^{\sin^2 x}$ có nghiệm là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Chọn C

- Chia cả hai vế cho $3^{\sin^2 x} > 0$ ta được:

$$3^{\cos^2 x - \sin^2 x} + \left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} \geq m \Leftrightarrow 3\left(\frac{1}{3^{\sin^2 x}}\right)^2 - \left(\frac{1}{3^{\sin^2 x}}\right) + 1 \geq m \Leftrightarrow \begin{cases} 3t^2 - t + 1 \geq m \\ t = \frac{1}{3^{\sin^2 x}} \end{cases} (*)$$

$$DK : 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{3^{\sin^2 x}} \leq 1 \Rightarrow t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right]$$

$$(*) \Rightarrow m \leq \max_{t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right]} y = \max_{t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right]} (3t^2 - t + 1) \Rightarrow m \leq y(1) = 3$$

$$m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m = \{1; 2; 3\}$$

- Chú ý : ở đây chúng ta sử dụng phương pháp hàm số ; phân biệt bpt có nghiệm và bpt có nghiệm với mọi x.

Câu 30. Tìm m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm $x \in [1; 8]$

A. $2 \leq m \leq 6$.

B. $2 \leq m \leq 3$.

C. $3 \leq m \leq 6$.

D. $6 \leq m \leq 9$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x + 3 = m$$

$$\text{Đặt } \log_2 x = t \ (0 \leq t \leq 3)$$

$$t^2 - 2t + 3 = m \text{ với } (0 \leq t \leq 3)$$

$$\text{Xét } f(t) = t^2 - 2t + 3$$

$$f'(t) = 2t - 2, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$		3	2	6	

Dựa và BBT suy ra $2 \leq m \leq 6$.

Câu 31. Với giá trị nào của tham số m , phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \leq 0$.

B. $m < 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } t = 2^x \ (t > 0). \text{ Ta được phương trình : } 4t^2 - 4t + m = 0 \quad (2)$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 4m > 0 \\ -\frac{-4}{4} > 0 \\ \frac{m}{4} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x + 2\log_2 x - m = 0$ có nghiệm $x > 2$.

- A. $m < -1$. B. $m \geq 3$. C. $m < 3$. D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_2^2 x + 2\log_2 x - m = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = \log_2 x$, phương trình (1) trở thành: $t^2 + 2t - m = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t = m \quad (2)$.

Phương trình (1) có nghiệm $x > 2 \Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm

$$t > 1 \quad \left(\text{do } t = \log_2 x > \log_2 2 = 1 \right).$$

Xét hàm số $y = t^2 + 2t \Rightarrow y' = 2t + 2, y' = 0 \Leftrightarrow t = -1$ (loại).

Bảng biến thiên	x	1	$+\infty$
	y'		+
	y	3	$+\infty$

Từ Bảng biến thiên suy ra phương trình (2) có nghiệm $t > 1 \Leftrightarrow m > 3$.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $49^x - 2m7^x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

- A. $m < -1$. B. $-1 < m < 2$. C. $m > 2$. D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $7^x = t \quad (t > 0)$ phương trình trở thành: $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$.

Để phương trình đầu có 2 nghiệm thì $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$ có hai nghiệm dương do đó

$$\text{điều kiện cần và đủ là: } \begin{cases} \Delta'_m > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log_2(-x^2 - 3x - m + 10) = 3$ có 2 nghiệm thực phân biệt trái dấu.

A. $m < 4$.

B. $m > 2$.

C. $m < 2$.

D. $m > 4$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_2(-x^2 - 3x - m + 10) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 - 3x - m + 10 > 0 \\ -x^2 - 3x - m + 2 = 0 \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt trái dấu

$$\Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2.$$

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 2 - m = 0$ có nghiệm $x \in [1; 9]$.

A. $0 \leq m \leq 1$.

B. $1 \leq m \leq 2$.

C. $m \leq 1$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt: $t = \log_3 x$. Vì $x \in [1; 9]$ nên $t \in [0; 2]$

$$pt \Leftrightarrow t^2 - 2t + 2 - m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t + 2 = m$$

Đặt $h(t) = t^2 - 2t + 2$ với $t \in [0; 2]$

$$h'(t) = 2t - 2, h'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$h(1) = 1, h(0) = h(2) = 2$$

$$\Rightarrow \max_{[0,2]} h(t) = 2, \min_{[0,2]} h(t) = 1$$

Pt có nghiệm $\Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$.

Câu 36. Tìm m để phương trình $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó 3 nghiệm lớn hơn -1.

A. $\frac{1}{2^5} < m < 1$.

B. $\frac{1}{2^9} < m < 1$.

C. $\frac{1}{2^9} \leq m < 1$.

D. $\frac{1}{2^5} \leq m < 1$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $x^2 = t$ ($t > 0$)

Khi đó pt $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0$ (1) trở thành $t^2 - 6t - \log_2 m = 0$ (2)

Để pt (1) có bốn nghiệm phân biệt trong đó có ba nghiệm lớn hơn -1 thì pt (2) phải có hai nghiệm dương phân biệt trong đó có một nghiệm nhỏ hơn 1 ($t_1 < 1 < t_2$)

$$\text{Tức là: } \begin{cases} 9 + \log_2 m > 0 \\ -\log_2 m > 0 \\ -5 - \log_2 m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2^9} \\ m < 1 \\ m > \frac{1}{2^5} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2^5} < m < 1$$

Câu 37. Tìm m để phương trình $9^x + \frac{54}{3^x} + 3 = m$ có nghiệm.

- A. $m \geq 30$. B. $m \geq 27$. C. $m \geq 18$. D. $m < 9$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $f(x) = 9^x + \frac{54}{3^x} + 3$. Khi đó, số nghiệm phương trình là số giao điểm của đồ

thị hàm số $f(x) = 9^x + \frac{54}{3^x} + 3$ và đường thẳng $y = m$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 9^x \ln 9 - \frac{54 \ln 3}{3^x} = 2 \ln 3 \left(9^x - \frac{27}{3^x} \right).$$

$$\text{Rõ ràng } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	30	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \geq 30$. thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 38. Cho phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2) \cdot 3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình có nghiệm.

- A. $4 \leq m \leq \frac{64}{7}$. B. $4 \leq m \leq 8$. C. $3 \leq m \leq \frac{64}{7}$. D. $m \geq \frac{64}{7}$.

Lời giải

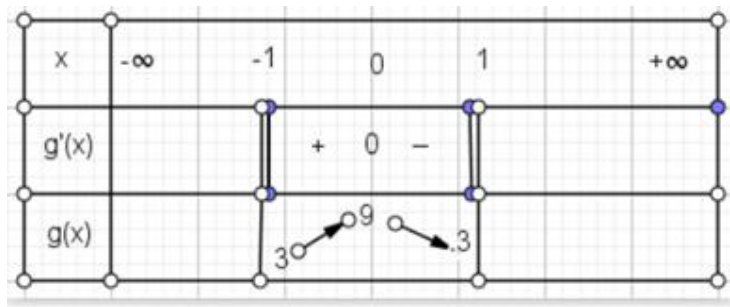
Chọn A.

Điều kiện $-1 \leq x \leq 1$.

Xét $g(x) = 3^{1+\sqrt{1-x^2}}$ với $-1 \leq x \leq 1$.

$$\text{Khi đó: } g'(x) = 3^{1+\sqrt{1-x^2}} \cdot \ln 3 \cdot \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}. \text{ Suy ra } g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Từ bảng biến thiên của $g(x)$.



Đặt $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}}$ Suy ra $\forall x \in [-1; 1] \Rightarrow t \in [3; 9]$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - (m+2)t + 2m+1 = 0$ (1), $t \in [3; 9]$.

Ta có, (1) $\Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 2t + 1}{t - 2}, t \in [3; 9]$.

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số

$f(t) = \frac{t^2 - 2t + 1}{t - 2}, t \in [3; 9]$ có điểm chung.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 2t + 1}{t - 2}, t \in [3; 9]: f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 3}{(t - 2)^2}$.

Từ bảng biến thiên của $f(x)$. Vậy phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $4 \leq m \leq \frac{64}{7}$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $3^{2x-1} + 2m^2 - m - 3 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in (0; 1)$. B. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. C. $m \in \left(-1; \frac{3}{2}\right)$. D. $m \in (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình $3^{2x-1} + 2m^2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = -2m^2 + m + 3$ có nghiệm khi $-2m^2 + m + 3 > 0$
 $\Leftrightarrow m \in \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 40. Giá trị của m để phương trình $9^x + 3^x + m = 0$ có nghiệm là:

- A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m > 1$. D. $0 < m < 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $9^x + 3^x + m = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 + 3^x + m = 0 \Leftrightarrow t^2 + t + m = 0$ (1) với $t = 3^x (t > 0)$.

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có ít nhất 1 nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - 4m \geq 0 \\ \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{1 - 4m}}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{4} \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0. (\text{vì tổng hai nghiệm}$$

$t_1 + t_2 = -1 < 0$ nên không xảy ra trường hợp có hai nghiệm dương)

Câu 41. Tìm m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm $x \in [1; 8]$.

A. $3 \leq m \leq 6..$

B. $6 \leq m \leq 9..$

C. $2 \leq m \leq 6..$

D. $2 \leq m \leq 3..$

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $x > 0$

$$\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x + 3 = m$$

Đặt $t = \log_2 x$

Phương trình trở thành $t^2 - 2t + 3 = m$ (1)

Phương trình đã cho có nghiệm $x \in [1; 8] \Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm $x \in [0; 3]$.

Đặt $g(t) = t^2 - 2t + 3$

$$g'(t) = 2t - 2. \quad g'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

BBT

x	0	1	3	
$g'(t)$		-	0	+
$g(t)$	3		2	6

Từ BBT ta suy ra để phương trình đã có nghiệm $x \in [1; 8]$ thì $2 \leq m \leq 6$.

Câu 42. Tìm m để phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - m = 0$ có nghiệm.

A. $m \geq 2$.

B. $m > 0$.

C. $m \leq -2$.

D. $m < 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{TA có } (\sqrt{2} - 1)^x \cdot (\sqrt{2} + 1)^x = [(\sqrt{2} - 1) \cdot (\sqrt{2} + 1)]^x = 1.$$

$$\text{Đặt } (\sqrt{2} - 1)^x = t \quad (t > 0) \Rightarrow (\sqrt{2} + 1)^x = \frac{1}{t}.$$

$$PT \Leftrightarrow t + \frac{1}{t} - m = 0. \Leftrightarrow t^2 - mt + 1 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đề phương trình có nghiệm} \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -2] \cap [2; +\infty)$$

$$\text{Mà ta có } t > 0 \Rightarrow t + \frac{1}{t} > 0$$

$$\Rightarrow m \in [2; m).$$

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \cdot \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$ có nghiệm.

A. $m > 2\sqrt{3}$. **B.** $m \geq 2\sqrt{3}$. **C.** $m \geq 12 \log_3 5$. **D.** $2 \leq m \leq 12 \log_3 5$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \cdot \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$$

$$\Leftrightarrow (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \frac{1}{\log_{(5-\sqrt{4-x})} 3} \leq m$$

$$\Leftrightarrow (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \log_3 (5 - \sqrt{4-x}) \leq m$$

$$\text{Đặt } g(x) = (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \log_3 (5 - \sqrt{4-x}).$$

$$\text{Yêu cầu bài toán trở thành } m \geq \max g(x)$$

Điều kiện

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x+12 \geq 0 \\ 5 - \sqrt{4-x} > 0 \\ 5 - \sqrt{4-x} \neq 1 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x > -21 \\ x \neq -12 \\ x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4.$$

$$g'(x) = \left(\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x+12}} \right) \cdot \log_3 (5 - \sqrt{4-x}) + (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \frac{\frac{1}{2\sqrt{4-x}}}{(5 - \sqrt{4-x}) \cdot \ln 3}$$

$$\Rightarrow g'(x) = \left(\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x+12}} \right) \cdot \log_3 (5 - \sqrt{4-x}) + (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{4-x} \cdot (5 - \sqrt{4-x}) \cdot \ln 3}$$

$$\Rightarrow g'(x) > 0 \quad \forall x \in [0; 4]$$

$$\Rightarrow g(x) \text{ đồng biến trên } [0; 4].$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow GTLN_{x \in [0;4]} g(x) &= g(4) = (4\sqrt{4} + \sqrt{4+12}) \cdot \log_3(5 - \sqrt{4-4}). \\ \Rightarrow GTLN_{x \in [0;4]} g(x) &= 12 \log_3 5. \\ \Rightarrow m &\geq 12 \log_3 5. \end{aligned}$$

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT, TÍNH TỔNG CỦA BIỂU THỨC.

Tài liệu được mình tổng hợp và chỉnh sửa lại từ các tài liệu mà các thầy cô trong nhóm Word Toan đã gửi cho mình. Trong quá trình tổng hợp, phân dạng có gì sai sót mong các bạn đọc hồi âm qua fb : <https://www.facebook.com/phong.baovuong> để mình chỉnh sửa phục vụ tài liệu tốt hơn cho các năm học sau.

Chân thành cảm ơn !
Nguyễn Bảo Vương

Câu 1. Cho $0 < a < 1 < b$, $ab > 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \log_a ab + \frac{4}{(1 - \log_a b) \cdot \log_{\frac{a}{b}} ab}.$$

- A. $P = 2$. B. $P = 4$. C. $P = 3$. D. $P = -4$.

Lời giải

Chọn D.

Do $0 < a < 1 < b$, $ab > 1$ nên suy ra $\log_a b < 0$.

Mặt khác ta có $\log_b ab > 0 \Leftrightarrow \log_b a + 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1 + \log_a b}{\log_a b} > 0 \Rightarrow \log_a b + 1 < 0$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= \log_a ab + \frac{4}{(1 - \log_a b) \cdot \log_{\frac{a}{b}} ab} = 1 + \log_a b + \frac{4}{(1 - \log_a b)(\log_{ab^{-1}} a + \log_{ab^{-1}} b)} \\ &= 1 + \log_a b + \frac{4}{(1 - \log_a b) \left(\frac{1}{1 - \log_a b} + \frac{\log_a b}{1 - \log_a b} \right)} = 1 + \log_a b + \frac{4}{1 + \log_a b}. \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có : $-P = (-1 - \log_a b) + \frac{4}{-1 - \log_a b} \geq 4$.

Suy ra $P \leq -4$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow 1 + \log_a b = -2 \Leftrightarrow \log_a b = -3 \Leftrightarrow a^3 b = 1$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$. Tính tổng

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f(1).$$

- A. $S = \frac{4035}{4}$. B. $S = \frac{8067}{4}$. C. $S = 1008$. D. $S = \frac{8071}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Xét } f(x) + f(1-x) &= \frac{9^x}{9^x + 3} + \frac{9^{1-x}}{9^{1-x} + 3} = \frac{9^x}{9^x + 3} + \frac{9}{9 + 3 \cdot 9^x} = \frac{9^x}{9^x + 3} + \frac{3}{9^x + 3} \\ &= \frac{9^x + 3}{9^x + 3} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } S &= \left[f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) \right] + \left[f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{2015}{2017}\right) \right] + \dots \\ &+ \left[f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1009}{2017}\right) \right] + f(1) = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{1008 \text{ số}} + f(1) = 1008 + \frac{9}{9 + 3} = 1008 + \frac{3}{4} = \frac{4035}{4}. \end{aligned}$$

Câu 3. Cho $m = \log_a \left(\sqrt[3]{ab} \right)$, với $a > 1, b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Vì } a > 1, b > 1, \text{ ta có: } \begin{cases} m = \frac{1}{3}(1 + \log_a b) \\ \log_a b > 0 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } t = \log_a b, (t > 0) \Rightarrow P = (\log_a b)^2 + \frac{16}{\log_a b} = t^2 + \frac{16}{t} = t^2 + \frac{8}{t} + \frac{8}{t} \geq 3 \sqrt[3]{t^2 \cdot \frac{8}{t} \cdot \frac{8}{t}} = 12.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } t^2 = \frac{8}{t} \Leftrightarrow t^3 = 8 \Leftrightarrow t = 2.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 12$ khi $\log_a b = 2$. Suy ra $m = \frac{1}{3}(1 + 2) = 1$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của $P = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2$ với a, b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\sqrt{b} > a > 1$ là

- A. 30. B. 40. C. 18. D. 60.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2 &= 4(\log_a b)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{a} \cdot \sqrt{a} \right)^2 = 4(\log_a b)^2 + 6 \left(1 + \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{a} \right)^2 \\ &= 4(\log_a b)^2 + 6 \left(1 + \frac{1}{\log_{\sqrt{a}} \frac{\sqrt{b}}{a}} \right)^2 = 4(\log_a b)^2 + 6 \left(1 + \frac{1}{\log_a b - 2} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } t = \log_a b \Rightarrow P = 4t^2 + 6 \left(1 + \frac{1}{t-2} \right)^2 = 4t^2 + 6 \left(\frac{t-1}{t-2} \right)^2 \geq 2 \sqrt{4t^2 \cdot 6 \left(\frac{t-1}{t-2} \right)^2} \text{ Theo BĐT}$$

Cosy

$$\Rightarrow P_{\min} = 2 \sqrt{4t^2 \cdot 6 \left(\frac{t-1}{t-2} \right)^2} \text{ Dấu bằng xảy ra khi:}$$

$$4t^2 = 6 \left(\frac{t-1}{t-2} \right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2t = \sqrt{6} \left(\frac{t-1}{t-2} \right) \\ 2t = -\sqrt{6} \left(\frac{t-1}{t-2} \right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2t(t-2) = \sqrt{6}(t-1) \\ 2t(t-2) = -\sqrt{6}(t-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t^2 - (4 + \sqrt{6})t + \sqrt{6} = 0 \\ 2t^2 - (4 - \sqrt{6})t - \sqrt{6} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4 + \sqrt{6} - \sqrt{22}}{4} \\ t = \frac{4 + \sqrt{6} + \sqrt{22}}{4} \\ t = \frac{4 - \sqrt{6} - \sqrt{22}}{4} \\ t = \frac{4 + \sqrt{6} + \sqrt{22}}{4} \end{cases}$$

Câu 5. Cho m và n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $8(\log_m x)(\log_n x) - 7\log_m x - 6\log_n x - 2017 = 0$. Khi P là một số nguyên, tìm tổng $m + n$ để P nhận giá trị nhỏ nhất?

A. $m + n = 20$.

B. $m + n = 48$.

C. $m + n = 12$.

D. $m + n = 24$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = \log_m x$, lúc đó $x = m^t$

Phương trình trở thành

$$8t(\log_n m^t) - 7t - 6\log_n m^t - 2017 = 0 \Leftrightarrow 8t^2 \log_n m - 7t - 6t \log_n m - 2017 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8(\log_n m)t^2 - (7 + 6\log_n m)t - 2017 = 0$$

$$\text{Ta có } \Delta = (7 + 6\log_n m)^2 + 4 \cdot 2017 \cdot 8\log_n m$$

$$\text{Lúc đó } x_1 = m^{t_1}; x_2 = m^{t_2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = m^{t_1+t_2} = m^{\frac{7+6\log_n m}{8\log_n m}} = P \text{ nguyên}$$

Lần lượt thử các đáp án ta chọn được đáp án **C**.

Câu 6. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $1 \leq b < a^3$. Biểu thức

$$P = 2 \left(1 + \log_a \frac{b}{a} \right)^3 + \left(4 - 2\log_a^2 \sqrt{b} \right)^3 + 3 \text{ có giá trị lớn nhất bằng}$$

- A. 67. B. $\frac{31455}{512}$. C. 27. D. $\frac{455}{8}$.

Lời giải

Chọn A

$$1 \leq b < a^3 \Leftrightarrow \log_a 1 \leq \log_a b \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \log_a b \leq 1$$

$$P = 2 \left(1 + \log_a \frac{b}{a} \right)^3 + \left(4 - 2 \log_a^2 \sqrt{b} \right)^3 + 3 = 2 \log_a^3 b + \left(4 - \frac{1}{2} \log_a^2 b \right)^3 + 3.$$

Đặt $x = \log_a b$.

$$\text{Xét } P = 2x^3 + \left(4 - \frac{1}{2}x^2 \right)^3 + 3 \text{ với } 0 \leq x \leq 1$$

$$P' = 6x^2 - 3x \left(4 - \frac{1}{2}x^2 \right)^2$$

$$6x^2 - 3x \left(4 - \frac{1}{2}x^2 \right)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 \left(4 - \frac{1}{2}x^2 \right)^2 = 0 \text{ (VN)} \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta có $P(0) = 67$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{16^x}{16^x + 4}$. Tính tổng

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2017}{2017}\right).$$

- A. $S = \frac{5044}{5}$. B. $S = \frac{10084}{5}$. C. $S = 1008$. D. $S = \frac{10089}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Nhận xét: Cho $x + y = 1$

$$\text{Ta có } f(x) + f(y) = \frac{16^x}{16^x + 4} + \frac{16^y}{16^y + 4} = \frac{16 + 4 \cdot 16^x}{16 + 4 \cdot 16^x + 4 \cdot 16^y + 16} = 1$$

$$\begin{aligned} S &= f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{2015}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1009}{2017}\right) + f\left(\frac{2017}{2017}\right) \\ &= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{1008 \text{ số hạng}} + \frac{16}{16 + 4} = 1008 + \frac{4}{5} = \frac{5044}{5}. \end{aligned}$$

Câu 8. Cho 2 số dương a và b thỏa mãn $\log_2(a+1) + \log_2(b+1) \geq 6$. Giá trị nhỏ nhất của $S = a + b$ là

- A. $\min S = 12$. B. $\min S = 14$. C. $\min S = 8$. D. $\min S = 16$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\log_2(a+1) + \log_2(b+1) \geq 6 \Leftrightarrow \log_2(a+1)(b+1) \geq 6 \Leftrightarrow (a+1)(b+1) \geq 64$

Mà $64 \leq (a+1)(b+1) \leq \left(\frac{a+b+2}{2}\right)^2 \Leftrightarrow (a+b)^2 + 4(a+b) - 252 \geq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b \geq 14 \\ a+b \leq -18(L) \end{cases}$$

Nên $\min S = 14$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính tổng

$$S = f\left(\frac{1}{2018}\right) + f\left(\frac{2}{2018}\right) + f\left(\frac{3}{2018}\right) + \dots + f\left(\frac{2017}{2018}\right).$$

A. $S = \frac{2017}{2}$. B. $S = 2018$. C. $S = \frac{2019}{2}$. D. $S = 2017$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(1-x) = \frac{4^{1-x}}{4^{1-x} + 2} = \frac{4}{4 + 2 \cdot 4^x} = \frac{2}{2 + 4^x} \Rightarrow f(1) + f(1-x) = 1$

Do đó: $f\left(\frac{1}{2018}\right) + f\left(\frac{2017}{2018}\right) = 1, f\left(\frac{2}{2018}\right) + f\left(\frac{2016}{2018}\right) = 1, \dots, f\left(\frac{1008}{2018}\right) + f\left(\frac{1010}{2018}\right) = 1$

$$\Rightarrow S = 1008 + \frac{1009}{2018} = \frac{2017}{2}.$$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x - 2}{9^x + 3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f\left(\frac{2017}{2017}\right).$$

A. 336. B. 1008. C. $\frac{4039}{12}$. D. $\frac{8071}{12}$.

Lời giải

Chọn C.

Xét: $f(x) + f(1-x) = \frac{9^x - 2}{9^x + 3} + \frac{9^{1-x} - 2}{9^{1-x} + 3} = \frac{1}{3}.$

Vậy ta có:

$$P = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f\left(\frac{2017}{2017}\right) = \sum_1^{1008} \left[f\left(\frac{k}{2017}\right) + f\left(1 - \frac{k}{2017}\right) \right] + f\left(\frac{2017}{2017}\right)$$

$$\Leftrightarrow P = \sum_1^{1008} \frac{1}{3} + f(1) = 336 + \frac{7}{12} = \frac{4039}{12}.$$

Câu 11. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = 2x - y$.

- A. $P_{\min} = 4$. B. $P_{\min} = -4$. C. $P_{\min} = 2\sqrt{3}$. D. $P_{\min} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Đáp án C.

Điều kiện: $\begin{cases} x - y > 0 \\ x + y > 0 \end{cases}$

Từ điều kiện ta có: $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$

Ta có: $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1 \Leftrightarrow \log_4(x^2 - y^2) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 \geq 4$

Vì $x^2 - y^2 \geq 4$ và $x > 0$ ta có: $x \geq \sqrt{y^2 + 4}$

$P = 2x - y = 2\sqrt{y^2 + 4} - y$

Xét: $f(y) = 2\sqrt{y^2 + 4} - y \Rightarrow f'(y) = \frac{2y}{\sqrt{y^2 + 4}} - 1 \Rightarrow f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \frac{2}{\sqrt{5}}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{2}{\sqrt{5}}$	$+\infty$
y'	0		
y		$2\sqrt{3}$	

Từ bảng biến thiên ta có: $P_{\min} = 2\sqrt{3}$

Câu 12. Cho n là số nguyên dương, tìm n sao cho

$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$

- A. 2017. B. 2019. C. 2016. D. 2018.

Lời giải

Chọn C.

$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$ (*)

Ta có $n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = n^2 \cdot n \cdot \log_a 2019 = n^3 \log_a 2019$. Suy ra

VT (*) = $(1^3 + 2^3 + \dots + n^3) \cdot \log_a 2019 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \cdot \log_a 2019$

VP (*) = $1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$. Khi đó (*) được:

$n^2(n+1)^2 = 2^2 \cdot 1008^2 \cdot 2017^2 = 2016^2 \cdot 2017^2 \Rightarrow n = 2016$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \frac{25^x}{25^x + 5}$.

Tính tổng $S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + f\left(\frac{4}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2017}{2017}\right)$.

- A. $S = \frac{6053}{6}$. B. $S = \frac{12101}{6}$. C. $S = 1008$. D. $S = \frac{12107}{6}$.

Lời giải

Chọn C.

Sử dụng máy tính cầm tay để tính tổng ta tính được kết quả: $S = 1008$.

Câu 14. Cho $f(x) = \frac{2016^x}{2016^x + \sqrt{2016}}$. Tính giá trị biểu thức

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$$

- A. $S = 2016$ B. $S = 2017$ C. $S = 1008$ D. $S = \sqrt{2016}$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $f(1-x) = \frac{\sqrt{2016}}{2016^x + \sqrt{2016}} \rightarrow f(x) + f(1-x) = 1$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } S &= f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) \\ &+ f\left(\frac{2015}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1009}{2017}\right) = 1008. \end{aligned}$$

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (20x^2 + 20x - 1283)e^{40x}$ trên tập hợp các số tự nhiên là

- A. -1283 . B. $-163.e^{280}$. C. $157.e^{320}$. D. $-8.e^{300}$.

Lời giải

Chọn B.

$$y' = (40x + 20)e^{40x} + (20x^2 + 20x - 1283)40e^{40x} = (800x^2 + 840x - 51300)e^{40x}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = -\frac{342}{40}; x = \frac{300}{40}.$$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	$-\frac{342}{40}$	$\frac{300}{40} = 7,5$	$+\infty$
y'		+	0 -	0 +

$$y(7) = -163.e^{280}; y(8) = 157.e^{320}.$$

$$\text{Vậy min } y = -163.e^{280}.$$

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$.

Tính tổng $S = f\left(\frac{1}{2007}\right) + f\left(\frac{2}{2007}\right) + f\left(\frac{3}{2007}\right) + \dots + f(1)$?

- A. $S = 2016$. B. $S = 1008$. C. $S = \frac{4015}{4}$. D. $S = \frac{4035}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

$$f(1-x) = \frac{9^{1-x}}{9^{1-x} + 3} = \frac{\frac{9}{9^x}}{\frac{9}{9^x} + 3} = \frac{\frac{9}{9^x}}{\frac{9 + 3 \cdot 9^x}{9^x}} = \frac{9}{9 + 3 \cdot 9^x}.$$

$$\Rightarrow f(x) + f(1-x) = \frac{9^x}{9^x + 3} + \frac{9}{9 + 3 \cdot 9^x} = \frac{9^x \cdot (9 + 3 \cdot 9^x) + 9 \cdot (9^x + 3)}{(9^x + 3)(9 + 3 \cdot 9^x)} = \frac{9^{x+1} + 3 \cdot 9^{2x} + 9^{x+1} + 27}{9^{x+1} + 3 \cdot 9^{2x} + 9^{x+1} + 27} = 1.$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2007}\right) + f\left(\frac{2006}{2007}\right) = 1; f\left(\frac{2}{2007}\right) + f\left(\frac{2005}{2007}\right) = 1; \dots; f\left(\frac{1003}{2007}\right) + f\left(\frac{1004}{2007}\right) = 1.$$

Vậy

$$S = f\left(\frac{1}{2007}\right) + f\left(\frac{2}{2007}\right) + f\left(\frac{3}{2007}\right) + \dots + f(1) = 1 + 1 + \dots + 1 + \frac{9}{9 + 3} = 1003 + \frac{3}{4} = \frac{4015}{4}.$$

Câu 17. Cho x, y là các số dương thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của

$P = \frac{6(2x + y)}{x} + \ln \frac{x + 2y}{y}$ là $a + \ln b$. Giá trị của tích ab là

- A. 45. B. 81. C. 108. D. 115.

Lời giải:

Chọn B

- Ta có:

$$\begin{cases} x, y > 0 \\ xy \leq 4y - 1 \end{cases} \xrightarrow[\text{cho } y^2]{\text{chia 2 vế}} \frac{x}{y} < -\frac{1}{y^2} + \frac{4}{y} = -\left(\frac{1}{y^2} - 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{y} + 4\right) + 4 = -\left(\frac{1}{y} - 2\right)^2 + 4 \leq 4 \Rightarrow \frac{x}{y} \leq 4.$$

$$\text{- Đặt } t = \frac{x}{y} \Rightarrow 0 < t \leq 4 \longrightarrow D = (0; 4]$$

- Biến đổi biểu thức P về dạng:

$$P = 6\left(2 + \frac{1}{t}\right) + \ln(t + 2) \Rightarrow P'(t) = -\frac{6}{t^2} + \frac{1}{t + 2} = \frac{t^2 - 6t - 12}{t^2(t + 2)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \sqrt{21} \notin D \\ x = 3 + \sqrt{21} \notin D \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên, từ đó ta thấy rằng, trong khoảng $(0; 4]$ thì hàm $P(t)$ nghịch biến

$$\text{nên } \min P(t) = P(4) = \frac{27}{2} + \ln 6 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{27}{2} \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow a.b = 81 \longrightarrow \text{Đáp án B.}$$

Câu 18. Cho $f(x) = \frac{2016^x}{2016^x + \sqrt{2016}}$. Tính giá trị biểu thức $S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$

A. $S = 2016$. B. $S = 2017$. C. $S = 1008$. D. $S = \sqrt{2016}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{1}{1 + 2016^{\frac{1}{2}-x}}.$$

$$\text{Với } a + b = 1 \Rightarrow f(a) + f(b) = 1.$$

$$\text{Do đó, } S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) = 1.1008 = 1008.$$

$$\text{Vậy } S = 1008.$$

Câu 19. Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị lớn nhất P_{Max} của biểu thức

$$P = \frac{-1}{\log_b^2 a} + \log_a \left(\frac{b}{a}\right) + \frac{7}{4}.$$

A. $P_{Max} = 2$. B. $P_{Max} = 1$. C. $P_{Max} = 0$. D. $P_{Max} = 3$.

Lời giải

Chọn B.

$$P = \frac{-1}{\log_b^2 a} + \log_a \left(\frac{b}{a}\right) + \frac{7}{4} = -\log_a^2 b + \log_a b + \frac{3}{4} = -\left(\log_a b - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 \leq 1$$

$$\Rightarrow P_{Max} = 1.$$

Vì tỉ lệ giảm hàng năm bằng với tỉ lệ tuyển dụng mới nên tỉ lệ tuyển dụng mới hàng năm là 1,85%.

- Câu 3. (CHUYÊN LÊ KHIẾT)** Bác B gửi tiết kiệm số tiền ban đầu là 50 triệu đồng theo kỳ hạn 3 tháng với lãi suất 0,72% tháng. Sau một năm bác B rút cả vốn lẫn lãi và gửi theo kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 0,78% tháng. Sau khi gửi đúng một kỳ hạn 6 tháng do gia đình có việc bác gửi thêm 3 tháng nữa thì phải rút tiền trước hạn cả gốc lẫn lãi được số tiền là 57.694.945,55 đồng (chưa làm tròn). Biết rằng khi rút tiền trước hạn lãi suất được tính theo lãi suất không kỳ hạn, tức tính theo hàng tháng. Trong số 3 tháng bác gửi thêm lãi suất là
- A. 0,55%. B. 0,3%. C. 0,4%. D. 0,5%.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số tiền bác B rút ra sau năm đầu: $T_1 = 50.000.000 * (1 + 0,0072 * 3)^4$

Số tiền bác B rút ra sau sáu tháng tiếp theo: $T_2 = T_1 * (1 + 0,0078 * 6)$

Số tiền bác B rút ra sau ba tháng tiếp theo:

$$T_3 = T_2 * (1 + r)^3 = 57.694.945,55 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{57.694.945,55}{T_2}} - 1 \approx 0,004 = 0,4\%.$$

- Câu 4. (CHUYÊN NGOẠI NGỮ)** Một người muốn có 2 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách mỗi năm gửi vào ngân hàng số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng số tiền hàng năm là bao nhiêu (với giả thiết lãi suất không thay đổi), số tiền được làm tròn đến đơn vị nghìn đồng?
- A. 252.436.000. B. 272.631.000. C. 252.435.000. D. 272.630.000.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi T_n là số tiền vốn lẫn lãi sau n tháng, a là số tiền hàng tháng gửi vào ngân hàng và

$r(\%)$ là lãi suất kép. Ta có

$$T_1 = a.(1 + r),$$

$$T_2 = (a + T_1)(1 + r) = (a + a(r + 1))(1 + r) = a(1 + r) + a(1 + r)^2$$

$$T_3 = (a + T_2)(1 + r) = a(1 + r) + a(1 + r)^2 + a(1 + r)^3$$

....

$$T_6 = a((1 + r) + (1 + r)^2 + \dots + (1 + r)^6) = a.S_6$$

S_6 là tổng cấp số nhân lùi vô hạn với dãy $(u_n) = 1 + r = 1,08; q = 1,08$.

$$S_6 = \frac{u_1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{1,08(1 - 1,08^6)}{1 - 1,08}$$

$$\text{Theo đề ra } a = \frac{T_6}{S_6} = \frac{2 \cdot 10^9}{\frac{1,08(1-1,08^6)}{1-1,08}} = 252435900,4. \text{ Quy tròn đến phần nghìn}$$

- Câu 5. (SỞ NAM ĐỊNH)** Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp (chịu lãi số tiền chưa trả) với lãi suất 0,5%/ tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?
- A. 35 tháng. B. 36 tháng. C. 37 tháng. D. 38 tháng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi a là số tiền vay, r là lãi, m là số tiền hàng tháng trả.

Số tiền nợ sau tháng thứ nhất là: $N_1 = a(1+r) - m$.

$$\begin{aligned} \text{Số tiền nợ sau tháng thứ hai là: } N_2 &= [a(1+r) - m] + [a(1+r) - m]r - m \\ &= a(1+r)^2 - m[(1+r) + 1] \end{aligned}$$

....

$$\text{Số tiền nợ sau } n \text{ tháng là: } N_n = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

$$\text{Sau } n \text{ tháng anh Nam trả hết nợ: } N_n = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0.$$

$$\Leftrightarrow 1000(1+0,005)^n - 30 \frac{(1+0,005)^n - 1}{0,0005} = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 36,55$$

Vậy 37 tháng thì anh Nam trả hết nợ.

- Câu 6. (QUỐC HỌC HUẾ)** Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải kinh phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).
- A. 46794000 đồng. B. 44163000 đồng. C. 42465000 đồng. D. 41600000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tổng số tiền bạn Nam vay (gốc và lãi) sau 4 năm là:

$$\begin{aligned} A &= 10^6(1+0,04)^4 + 10^6(1+0,04)^3 + 10^6(1+0,04)^2 + 10^6(1+0,04) \\ &= 10^6(1+0,04)[1 + (1+0,04) + (1+0,04)^2 + (1+0,04)^3] \\ &= 10^6(1+0,04) \cdot \frac{1-(1+0,04)^4}{1-(1+0,04)} = 44163256 \end{aligned}$$

Nên $A = 44163000$ đồng

- Câu 7. (SỞ QUẢNG NAM)** Một kỹ sư được nhận lương khởi điểm là 8.000.000 đồng/tháng. Cứ sau hai năm lương mỗi tháng của kỹ sư đó được tăng thêm 10% so với mức lương hiện tại. Tính tổng số tiền T (đồng) kỹ sư đó nhận được sau 6 năm làm việc.
- A. 633.600.000. B. 635.520.000. C. 696.960.000. D. 766.656.000.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Lương 2 năm đầu tiên của công nhân đó nhận được là $T_1 = 8.10^6.24 = 192.10^6$ (đồng)

Theo công thức tính lãi kép, lương 2 năm tiếp theo công nhân đó nhận được :

$$T_2 = 24.8.10^6.(1+10\%)^1 = 212,2.10^6 \text{ (đồng)}$$

Lương 2 năm cuối cùng công nhân đó nhận được :

$$T_3 = 24.8.10^6.(1+10\%)^2 = 232,32.10^6 \text{ (đồng)}$$

Tổng số tiền T (đồng) kỹ sư đó nhận được sau 6 năm làm việc:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = 635,520,000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 8. (VÕ NGUYỄN GIÁP) Anh Hưng đi làm được lĩnh lương khởi điểm 4.000.000 đồng/tháng. Cứ 3 năm, lương của anh Hưng lại được tăng thêm 7% /1 tháng. Hỏi sau 36 năm làm việc anh Hưng nhận được tất cả bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

A. 1.287.968.000 đồng B. 1.931.953.000 đồng.

C. 2.575.937.000 đồng.

D. 3.219.921.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi a là số tiền lương khởi điểm, r là lương được tăng thêm.

+ Số tiền lương trong ba năm đầu tiên: $36a$

+ Số tiền lương trong ba năm kế tiếp: $36[a + a.r] = 36a(1+r)^1$

+ Số tiền lương trong ba năm kế tiếp: $36a(1+r)^2$

...

+ Số tiền lương trong ba năm cuối: $36a(1+r)^{11}$.

Vậy sau 36 năm làm việc anh Hưng nhận được:

$$\left[1 + (1+r)^1 + (1+r)^2 + (1+r)^3 + \dots + (1+r)^{11}\right].a.36 = 2.575.936983 \approx 2.575.937.000 \text{ đồng}.$$

Câu 9. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ LẦN 8) Một người vay ngân hàng 200.000.000 đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 48 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,8%/ tháng. Mỗi tháng người đó phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 48 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi người đó đã trả trong toàn bộ quá trình nợ là bao nhiêu?

A. 38.400.000 đồng.

B. 10.451.777 đồng.

C. 76.800.000 đồng.

D. 39.200.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Để thuận tiện trong trình bày, tất cả các số tiền dưới đây được tính theo đơn vị triệu đồng.

Số tiền phải trả tháng thứ 1: $\frac{200}{48} + 200.0,8\%$.

Số tiền phải trả tháng thứ 2:

$$\frac{200}{48} + \left(200 - \frac{200}{48}\right).0,8\% = \frac{200}{48} + 47.\frac{200}{48}.0,8\%.$$

Số tiền phải trả tháng thứ 3:

$$\frac{200}{48} + \left(200 - 2.\frac{200}{48}\right).0,8\% = \frac{200}{48} + 46.\frac{200}{48}.0,8\%.$$

Số tiền phải trả tháng thứ 48

$$\frac{200}{48} + \left(200 - 47.\frac{200}{48}\right).0,8\% = \frac{200}{48} + 1.\frac{200}{48}.0,8\%.$$

Suy ra tổng số tiền lãi phải trả là:

$$\begin{aligned} & 1 \cdot \frac{200}{48} \cdot 0,8\% + 2 \cdot \frac{200}{48} \cdot 0,8\% + \dots + 47 \cdot \frac{200}{48} \cdot 0,8\% + 200 \cdot 0,8\% \\ &= \frac{200}{48} \cdot 0,8\% (1 + 2 + \dots + 48) = \frac{200}{48} \cdot 0,8\% \cdot \frac{48(1+48)}{2} = 39,2 \end{aligned}$$

Câu 10. (PHÚ XUYỀN) Một người đem gửi tiền tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 1% một tháng. Biết rằng cứ sau mỗi quý (3 tháng) thì lãi sẽ được cộng dồn vào vốn gốc. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì người đó nhận lại được số tiền bao gồm cả vốn lẫn lãi gấp ba lần số tiền ban đầu

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi a là số tiền người đó gửi ban đầu

Số tiền nhận được cả gốc lẫn lãi sau N năm là $T = a(1 + 0,03)^{\frac{N}{4}}$

$$\frac{T}{a} = 3 \Leftrightarrow (1 + 0,03)^{\frac{N}{4}} = 3 \Leftrightarrow 4N \cdot \ln 1,03 = \ln 3 \Rightarrow N = \frac{\ln 3}{4 \ln 1,03} \approx 9,29$$

Câu 11. (SỞ HẢI PHÒNG) Một người vay ngân hàng một tỷ đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất người đó trả 40 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu người đó trả hết số tiền trên?

A. 29 tháng.

B. 27 tháng.

C. 26 tháng.

D. 28 tháng.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi A là số tiền vay, a là số tiền gửi hàng tháng r là lãi suất mỗi tháng.

Đến cuối tháng thứ n thì số tiền còn nợ là:

$$T = A(1+r)^n - a \left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + 1 \right] = A(1+r)^n - \frac{a \left[(1+r)^n - 1 \right]}{r}$$

$$\text{Hết nợ đồng nghĩa } T = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^n - \frac{a \left[(1+r)^n - 1 \right]}{r} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a - Ar}{r} (1+r)^n = \frac{a}{r} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{a}{a - Ar}$$

Áp dụng với $A = 1$ (tỷ), $a = 0,04$ (tỷ), $r = 0,0065$ ta được $n \approx 27,37$.

Vậy cần trả 28 tháng.

Câu 12. (TT DIỆU HIỀN) Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo thể thức lãi kép, lãi suất 0,5% một tháng. Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu?

A. 46 tháng.

B. 45 tháng.

C. 44 tháng.

D. 47 tháng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Sau 1 tháng, người đó nhận được $100 + 100 \cdot 0,5\%$ (triệu đồng) $= 100,1,005^1$ triệu đồng.

Sau 2 tháng, người đó nhận được:

$$100,1,005 + 100,1,005 \cdot 0,005 = 100,1,005(1 + 0,005) = 100,1,005^2 \text{ triệu đồng}$$

Sau n tháng, người đó nhận được: $100,1,005^n$ triệu đồng.

Theo đề: $100.(1,005)^n > 125 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} 1,25 = 44,7$ tháng.

Vậy sau 45 tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng.

Câu 13. (TT DIỆU HIỀN) Năm 2014, một người đã tiết kiệm được x triệu đồng và dùng số tiền đó để mua nhà nhưng trên thực tế người đó phải cần $1,55x$ triệu đồng. Người đó quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất là $6,9\%$ / năm theo hình thức lãi kép và không rút trước kỳ hạn. Hỏi năm nào người đó mua được căn nhà đó (giả sử rằng giá bán căn nhà đó không thay đổi).

A. Năm 2019.

B. Năm 2020.

C. Năm 2021.

D. Năm 2022.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số tiền người gửi tiết kiệm sau n năm là $x(1+6,9\%)^n$

Ta cần tìm n để $x(1+6,9\%)^n = 1,55x \Leftrightarrow (1+6,9\%)^n = 1,55 \Leftrightarrow n \approx 6,56...$

Do đó, người gửi tiết kiệm cần gửi tròn 7 kỳ hạn, tức là 7 năm.

Vậy đến năm 2021 người đó sẽ có đủ tiền cần thiết.

Câu 14. (CHUYÊN TUYẾN QUANG) Ông A vay ngân hàng 220 triệu đồng và trả góp trong vòng 1 năm với lãi suất $1,15\%$ mỗi tháng. Sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay, ông sẽ hoàn nợ cho ngân hàng với số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau, hỏi mỗi tháng ông A sẽ phải trả bao nhiêu tiền cho ngân hàng, biết lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $\frac{220.(1,0115)^{12}.0,0115}{(1,0115)^{12}-1}$ (triệu đồng).

B. $\frac{220.(1,0115)^{12}}{(1,0115)^{12}-1}$ (triệu đồng).

C. $\frac{55.(1,0115)^{12}.0,0115}{3}$ (triệu đồng).

D. $\frac{220.(1,0115)^{12}}{3}$ (triệu đồng).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mỗi tháng ông A sẽ phải trả bao nhiêu tiền cho ngân hàng $x = \frac{a(1+r)^n.r}{(1+r)^n-1}$

$$= \frac{220(1+1,15\%)^{12}.1,15\%}{(1+1,15\%)^{12}-1} = \frac{220.(1,0115)^{12}.0,0115}{(1,0115)^{12}-1} \text{ với } a=200, r=1,15\%, n=12$$

Chứng minh công thức tổng quát: **Trả góp ngân hàng hoặc mua đồ trả góp.**

Ta xét bài toán tổng quát sau: Một người vay số tiền là a đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất cho số tiền chưa trả là $r\%$ một tháng (hình thức này gọi là *tính lãi trên dư nợ giảm dần nghĩa là tính lãi trên số tiền mà người vay còn nợ ở thời điểm hiện tại*), số tháng vay là n tháng, sau đúng một tháng kể từ ngày vay, người này bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau, số tiền đều đặn trả vào ngân hàng là x đồng. Tìm công thức tính x ? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian vay.

Chứng minh

Gọi P_n là số tiền còn lại sau tháng thứ n .

Sau tháng thứ nhất số tiền gốc và lãi là: $a+ar=a(1+r)=ad$ với $d=1+r$

Trả x đồng thì số tiền còn lại **sau tháng thứ nhất** là: $P_1=ad-x=ad-x\frac{d-1}{d-1}$

Sau tháng thứ hai số tiền gốc và lãi là: $ad - x + (ad - x)r = (ad - x)(1 + r) = (ad - x)d$

Trả x đồng thì số tiền còn lại **sau tháng thứ 2** là:

$$P_2 = (ad - x)d - x = ad^2 - xd - x = ad^2 - x(d + 1) = ad^2 - x \frac{d^2 - 1}{d - 1}$$

Sau tháng thứ ba số tiền gốc và lãi là:

$$ad^2 - x(d + 1) + [ad^2 - x(d + 1)]r = [ad^2 - x(d + 1)](1 + r) = [ad^2 - x(d + 1)]d$$

Trả x đồng thì số tiền còn lại **sau tháng thứ 3** là:

$$P_3 = [ad^2 - x(d + 1)]d - x = ad^3 - xd^2 - xd - x = ad^3 - x(d^2 + d + 1) = ad^3 - x \frac{d^3 - 1}{d - 1}$$

.....

Số tiền còn lại **sau tháng thứ n** là: $P_n = ad^n - x \frac{d^n - 1}{d - 1} \Leftrightarrow P_n = a(1 + r)^n - x \frac{(1 + r)^n - 1}{r} \quad (5a)$ với

$$d = 1 + r$$

Do sau tháng thứ n người vay tiền đã trả hết số tiền đã vay ta có

$$P_n = 0 \Leftrightarrow ad^n - x \frac{d^n - 1}{d - 1} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{ad^n(d - 1)}{d^n - 1} \Leftrightarrow x = \frac{a(1 + r)^n \cdot r}{(1 + r)^n - 1}$$

Câu 15. (QUỐC HỌC QUY NHƠN) Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,5% một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng sau đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng?

- A. 47 tháng. B. 46 tháng. C. 45 tháng. D. 44 tháng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

- Số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi có sau n tháng là $S = 100(1 + 0,005)^n = 100.1,005^n$ (triệu đồng) $\Rightarrow 1,005^n = \frac{S}{100} \Rightarrow n = \log_{1,005} \frac{S}{100}$.

- Để có số tiền $S = 125$ (triệu đồng) thì phải sau thời gian

$$n = \log_{1,005} \frac{S}{100} = \log_{1,005} \frac{125}{100} \approx 44,74 \text{ (tháng)}$$

- Vậy: sau ít nhất 45 tháng người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng.

Câu 16. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN) Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi)

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi T_n là tiền vốn lẫn lãi sau t tháng, a là số tiền ban đầu

$$\text{Tháng 1 } (t = 1): T_1 = a(1 + r)$$

$$\text{Tháng 2 } (t = 2): T_2 = a(1 + r)^2$$

.....

$$\text{Tháng } n(t = n): T_n = a(1 + r)^t$$

$$T_n = a(1+r)^t \Rightarrow t = \frac{\ln \frac{T_n}{a}}{\ln(1+r)} = \frac{\ln \frac{140}{100}}{\ln(1+1\%)} \approx 33,815 \text{ (tháng)}$$

Để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu thì $n > \frac{t}{12} \approx 2,818$

Vậy $n = 3$.

- Câu 17. (Nguyễn Hữu Quang)** Tỉ lệ lạm phát hàng năm của một quốc gia trong 10 năm là 5%. Năm 2012, chi phí tiền xăng cho một ô tô là 24,95 USD. Hỏi năm 2017, chi phí tiền xăng cho ô tô đó là bao nhiêu?
- A. 33,44 USD B. 31,84 USD C. 32,44 USD D. 31,19 USD.
- Câu 18. (PHAN BỘI CHÂU)** Ông Minh gửi tiết kiệm vào ngân hàng số tiền tỷ đồng sau 1 năm với lãi suất 0,7% một tháng, theo phương thức lãi đơn. Hỏi sau 1 năm ông Minh thu được số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức nào?
- A. $10^9 + 12 \cdot 10^8 \cdot 7\%$. B. $12 \cdot 10^8 \cdot 7\%$. C. $10^9(1 + 7 \cdot 10^{-1}\%)^{12}$. D. $12 \cdot 10^9(1 + 7 \cdot 10^{-1}\%)$.
- Câu 19. (PHÙ CÁT)** Để đầu tư cho con, một người đã gửi tiết kiệm 500 triệu đồng với lãi suất 7,5%/năm theo thể thức lãi kép. Biết rằng lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi. Số tiền người đó nhận được sau 18 năm là:
- A. 1.837.902.044. B. 1.637.902.044. C. 2.837.902.044. D. 3.837.902.044.
- Câu 20. (TAM QUAN)** Một người đầu tư vào 25 tờ trái phiếu mỗi tờ có mệnh giá là 2 triệu đồng với lãi suất $\frac{r\%}{\text{năm}}$ trong vòng 5 năm. Sau 5 năm người đó có được số tiền cả gốc lẫn lãi là gần 73,5 triệu đồng. Hỏi lãi suất r của tờ trái phiếu đó là bao nhiêu phần trăm một năm.
- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.
- Câu 21. (TUY PHƯỚC)** Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý với hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tính tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi?
- A. $\approx 176,676$ triệu đồng. B. $\approx 177,676$ triệu đồng.
C. $\approx 178,676$ triệu đồng. D. $\approx 179,676$ triệu đồng.
- Câu 22. (VÂN CANH)** Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4% năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn, hỏi sau bao nhiêu tháng người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu (lấy giá trị quy tròn) ?
- A. 96. B. 97. C. 98. D. 99.
- Câu 23. (SỞ HẢI PHÒNG)** Một bác nông dân vừa bán một con trâu được số tiền là 20.000.000 (đồng). Do chưa cần dùng đến số tiền nên bác nông dân mang toàn bộ số tiền đó đi gửi tiết kiệm ngân hàng loại kỳ hạn 6 tháng với lãi suất kép là 8,5% một năm. Hỏi sau 5 năm 8 tháng bác nông dân nhận được bao nhiêu tiền cả vốn lẫn lãi (làm tròn đến hàng đơn vị)? Biết rằng bác nông dân đó không rút vốn cũng như lãi trong tất cả các định kì trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kì hạn 0,01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày).
- A. 30803311 B. 31803311 C. 32833110 D. 33083311

- Câu 24. (NINH GIANG)** Ông B đến siêu thị điện máy để mua một cái laptop với giá 16,5 triệu đồng theo hình thức trả góp với lãi suất 1,5% /tháng. Để mua trả góp ông B phải trả trước 20% số tiền, số tiền còn lại ông sẽ trả dần trong thời gian 8 tháng kể từ ngày mua, mỗi lần trả cách nhau 1 tháng. Số tiền mỗi tháng ông B phải trả là như nhau và tiền lãi được tính theo nợ gốc còn lại ở cuối mỗi tháng. Hỏi, nếu ông B mua theo hình thức trả góp như trên thì số tiền phải trả nhiều hơn so với giá niêm yết là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không đổi trong thời gian ông B hoàn nợ. (làm tròn đến chữ số hàng nghìn)
- A. 1.628.000 đồng. B. 2.125.000 đồng. C. 907.000 đồng. D. 906.000 đồng.
- Câu 25. (HÀ HUY TẬP)** Một công nhân thử việc (lương 4.000.000 đ/tháng), người đó muốn tiết kiệm tiền để mua xe máy bằng cách mỗi tháng người đó trích một khoản tiền lương nhất định gửi vào ngân hàng. Người đó quyết định sẽ gửi tiết kiệm trong 20 tháng theo hình thức lãi kép, với lãi suất 0,7 %/tháng. Giả sử người đó cần 25.000.000 đ vừa đủ để mua xe máy (với lãi suất không thay đổi trong quá trình gửi). Hỏi số tiền người đó gửi vào ngân hàng mỗi tháng gần bằng bao nhiêu? (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng).
- A. 1.226.238đ . B. 1.168.904đ . C. 1.234.822đ . D. 1.160.778đ .
- Câu 26. (HẢI HẬU)** Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1%/ tháng. Gửi được hai năm sáu tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó rút được là
- A. $101 \cdot [(1,01)^{30} - 1]$ (triệu đồng). B. $100 \cdot [(1,01)^{30} - 1]$ (triệu đồng).
C. $101 \cdot [(1,01)^{29} - 1]$ (triệu đồng). D. $100 \cdot [(1,01)^{29} - 1]$ (triệu đồng).
- Câu 27. (CHUYÊN VĨNH PHÚC)** Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1% trên tháng. Gửi được hai năm 3 tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó được rút là
- A. $101 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng. B. $101 \cdot [(1,01)^{26} - 1]$ triệu đồng.
C. $100 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng. D. $100 \cdot [(1,01)^{26} - 1]$ triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Đáp án A.

Phương pháp: Quy bài toán về tính tổng cấp số nhân, rồi áp dụng công thức tính tổng cấp số nhân.

Dãy $U_1; U_2; U_3; \dots; U_n$ được gọi là 1 CSN có công bội q nếu: $U_k = U_{k-1} \cdot q$.

Tổng n số hạng đầu tiên: $s_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$.

+ Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân.

Cách giải: + Gọi số tiền người đó gửi hàng tháng là $a = 1$ triệu.

+ Đầu tháng 1: người đó có a.

Cuối tháng 1: người đó có $a \cdot (1 + 0,01) = a \cdot 1,01$.

+ Đầu tháng 2 người đó có : $a + a \cdot 1,01$.

Cuối tháng 2 người đó có: $1,01(a + a \cdot 1,01) = a(1,01 + 1,01^2)$.

+ Đầu tháng 3 người đó có: $a(1 + 1,01 + 1,01^2)$.

Cuối tháng 3 người đó có: $a(1 + 1,01 + 1,01^2) \cdot 1,01 = a(1 + 1,01^2 + 1,01^3)$.

....

+ Đến cuối tháng thứ 27 người đó có: $a(1+1,01+1,01^2+\dots+1,01^{27})$.

Ta cần tính tổng: $a(1+1,01+1,01^2+\dots+1,01^{27})$.

Áp dụng công thức cấp số nhân trên với công bội là 1,01 ta được

$$\frac{1-1,01^{27}}{1-0,01} = 100.(1,01^{27}-1) \text{ triệu đồng.}$$

Câu 28. (CHUYÊN VĨNH PHÚC) Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 2 triệu đồng, với lãi suất kép 2% trên tháng. Gửi được ba năm bốn tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó rút được là

- A. $\frac{100}{103} \cdot [(2,02)^{39} - 1]$ (triệu đồng). B. $\frac{102}{103} \cdot [(2,02)^{40} - 1]$ (triệu đồng).
C. $\frac{100}{103} \cdot [(2,02)^{40} - 1]$ (triệu đồng). D. $\frac{102}{103} \cdot [(2,02)^{39} - 1]$ (triệu đồng).

Câu 29. (CHUYÊN NGUYỄN TRÃI) Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

- A. 535.000. B. 635.000. C. 613.000. D. 643.000.

Câu 30. (LƯƠNG ĐẮC BẰNG) Một người gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

- A. 70,128 triệu đồng. B. 50,7 triệu đồng. C. 20,128 triệu đồng. D. 3,5 triệu đồng.

Câu 31. (QUẢNG XƯƠNG) Bạn Hùng trúng tuyển vào trường đại học A nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm vay 3.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học bạn Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T hàng tháng mà bạn Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị) là:

- A. 232518 đồng. B. 309604 đồng. C. 215456 đồng. D. 232289 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vậy sau 4 năm bạn Hùng nợ ngân hàng số tiền là:

$$s = 3000000 \left[(1+3\%)^4 + (1+3\%)^3 + (1+3\%)^2 + (1+3\%) \right] = 12927407,43$$

Lúc này ta coi như bạn Hùng nợ ngân hàng khoản tiền ban đầu là 12.927.407,43 đồng, số tiền này bắt đầu được tính lãi và được trả góp trong 5 năm.

Ta có công thức:

$$\Rightarrow T = \frac{N(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1} = \frac{12927407,4(1+0,0025)^{60} \cdot 0,0025}{(1+0,0025)^{60} - 1} \approx 232289$$

Câu 32. (CHUYÊN NGUYỄN QUANG ĐIỀU) Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 6,5%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi khoảng bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

- A. 11 năm. B. 9 năm. C. 8 năm. D. 12 năm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi là x số tiền gửi ban đầu.

Giả sử sau n năm số tiền vốn và lãi là $2x$.

Ta có $2x \approx x \cdot (1,065)^n \Leftrightarrow (1,065)^n \approx 2 \Leftrightarrow n \approx \log_2 1,065 \Leftrightarrow n \approx 11$.

Câu 33. (TRUNG GIÃ) Ông X gửi tiết kiệm 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi 0,5% một tháng. Do nhu cầu cần chi tiêu, cứ mỗi tháng sau đó, ông rút ra 1 triệu đồng từ số tiền của mình. Hỏi cứ như vậy thì tháng cuối cùng, ông X rút nốt được bao nhiêu tiền?

- A. 4879 đồng. B. 975781 đồng. C. 4903 đồng. D. 970926 đồng.

Câu 34. (CHUYÊN ĐHS) Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu.

- A. 45 tháng. B. 47 tháng. C. 44 tháng. D. 46 tháng.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng công thức lãi kép gửi 1 lần: $N = A(1+r)^n$, Với $A = 100.10^6$ và $r = 0,5\%$.

Theo đề bài ta tìm n bé nhất sao cho: $10^8 (1+0,5\%)^n > 125.10^6$

$$\Leftrightarrow (1+0,5\%)^n > \frac{5}{4} \Leftrightarrow n > \log_{\frac{201}{200}} \frac{5}{4} \approx 44,74$$

Câu 35. (LƯƠNG TÂM) Một người gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng trong thời gian 10 năm với lãi suất 5% năm. Hỏi người đó nhận được số tiền nhiều hơn hay ít hơn bao nhiêu nếu ngân hàng trả lại suất $\frac{5}{12}\%$ tháng?

- A. Nhiều hơn. B. Ít hơn. C. Không thay đổi. D. Không tính được.

Hướng dẫn giải

Gọi a là tiền gửi tiết kiệm ban đầu, r là lãi suất, sau một tháng sẽ là: $a(1+r)$

Sau n tháng số tiền cả gốc lãi là: $T = a(1+r)^n$

Số tiền sau 10 năm với lãi suất 5% một năm:

$$10\,000\,000(1+5\%)^{10} = 16\,288\,946,27 \text{ đ}$$

Số tiền nhận sau 10 năm (120 tháng) với lãi suất $\frac{5}{12}\%$ tháng:

$$10\,000\,000 \left(1 + \frac{5}{12}\%\right)^{120} = 16\,470\,094,98 \text{ đ}$$

Vậy số tiền gửi theo lãi suất $\frac{5}{12}\%$ tháng nhiều hơn: 1 811 486,7069 đ. **Chọn (A)**

Câu 36. (ĐOÀN THUẬN) Ông A gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng Vietinbank. Lãi suất hàng năm không thay đổi là 7,5%/năm và được tính theo kì hạn là một năm. Nếu ông A hàng năm không rút lãi thì sau 5 năm số tiền ông A nhận được cả vốn và tiền lãi là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng ngàn)

- A. 287126000 đồng B. 267094000 đồng C. 248459000 đồng D. 231125000 đồng

- Câu 37. (TRẦN HƯNG ĐẠO)** Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng A với số tiền là 100 triệu đồng với lãi suất mỗi quý (3 tháng) là $2,1\%$. Số tiền lãi được cộng vào vốn sau mỗi quý. Sau 2 năm người đó vẫn tiếp tục gửi tiết kiệm số tiền thu được từ trên nhưng với lãi suất $1,1\%$ mỗi tháng. Số tiền lãi được cộng vào vốn sau mỗi tháng. Hỏi sau 3 năm kể từ ngày gửi tiết kiệm vào ngân hàng A người đó thu được số tiền gần nhất với giá trị nào sau đây?
A. 134,65 triệu đồng. **B.** 130,1 triệu đồng. **C.** 156,25 triệu đồng. **D.** 140,2 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có 2 năm có 8 quý.

Tổng số tiền người đó thu được sau 3 năm: $100000000 \times (1,021)^8 \times (1,011)^{12} \approx 134654169$ đồng.

- Câu 38. (BẮC YÊN THÀNH)** Ông A gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7% trên năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. sau thời gian 10 năm nếu không rút lãi lần nào thì số tiền mà ông A nhận được tính cả gốc lẫn lãi là
A. $10^8 \cdot (1 + 0,07)^{10}$. **B.** $10^8 \cdot 0,07^{10}$. **C.** $10^8 \cdot (1 + 0,7)^{10}$. **D.** $10^8 \cdot (1 + 0,007)^{10}$.

Chọn A.

Theo công thức lãi kép $C = A(1+r)^N$ với giả thiết

$$A = 100.000.000 = 10^8; r = 7\% = 0,07 \text{ và } N = 10.$$

Vậy số tiền nhận được ... $10^8 \cdot (1 + 0,07)^{10}$, nên chọn **A**.

- Câu 39. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG)** Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm n nguyên dương nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được hơn 40 triệu đồng. (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không thay đổi).
A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số tiền thu được cả gốc lẫn lãi sau n năm là $C = 100(1 + 0,12)^n$

Số tiền lãi thu được sau n năm là $L = 100(1 + 0,12)^n - 100$

$$L > 40 \Leftrightarrow 100(1 + 0,12)^n - 100 > 40 \Leftrightarrow 1,12^n > \frac{7}{5} \Leftrightarrow n > \log_{1,12} \frac{7}{5} \approx 2,97.$$

- Câu 40. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU)** Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 năm thì ông An được tăng lương 40% . Hỏi sau tròn 20 năm đi làm tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?
A. 726,74 triệu. **B.** 71674 triệu. **C.** 858,72 triệu. **D.** 768,37 triệu.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mức lương 3 năm đầu: 1 triệu	Tổng lương 3 năm đầu: 36. 1
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36 \left(1 + \frac{2}{5}\right)$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^2$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^2$

Mức lương 3 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^3$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^3$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^4$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^4$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^5$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^5$
Mức lương 2 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^6$	Tổng lương 2 năm tiếp theo: $24 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^6$

Tổng lương sau tròn 20 năm là

$$\begin{aligned}
 S &= 36 \left[1 + \left(1 + \frac{2}{5}\right) + \left(1 + \frac{2}{5}\right)^2 + \dots + \left(1 + \frac{2}{5}\right)^5 \right] + 24 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^6 \\
 &= 36 \cdot \frac{1 \left[1 - \left(1 + \frac{2}{5}\right)^6 \right]}{1 - \left(1 + \frac{2}{5}\right)} + 24 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^6 \approx 768,37
 \end{aligned}$$

Câu 41. (LÝ TỰ TRỌNG) Giả sử vào cuối năm thì một đơn vị tiền tệ mất 10% giá trị so với đầu năm. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất sao cho sau n năm, đơn vị tiền tệ sẽ mất đi ít nhất 90% giá trị của nó?

A. 16

B. 18.

C. 20.

D. 22.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi x ($x > 0$) là giá trị tiền tệ lúc ban đầu. Theo đề bài thì sau 1 năm, giá trị tiền tệ sẽ còn $0,9x$.

Cuối năm 1 còn $0,9x$

Cuối năm 2 còn $0,9 \cdot 0,9x = 0,9^2 x$

...

Cuối năm n còn $0,9^n x$

Ycgt $\Leftrightarrow 0,9^n x = 0,1x \Rightarrow n \approx 21,58$. Vì n nguyên dương nên $n = 22$.

Câu 42. (TRẦN HƯNG ĐẠO) Bạn Hùng trúng tuyển vào đại học nhưng vì không đủ nộp tiền học phí Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm 3.000.000 đồng để nộp học với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T mà Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến hàng đơn vị) là

A. 232518 đồng.

B. 309604 đồng.

C. 215456 đồng.

D. 232289 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

+ Tính tổng số tiền mà Hùng nợ sau 4 năm học:

Sau 1 năm số tiền Hùng nợ là: $3 + 3r = 3(1 + r)$

Sau 2 năm số tiền Hùng nợ là: $3(1 + r)^2 + 3(1 + r)$

Tương tự: Sau 4 năm số tiền Hùng nợ là:

$$3(1 + r)^4 + 3(1 + r)^3 + 3(1 + r)^2 + 3(1 + r) = 12927407,43 = A$$

+ Tính số tiền T mà Hùng phải trả trong 1 tháng:

Sau 1 tháng số tiền còn nợ là: $A + Ar - T = A(1 + r) - T$.

Sau 2 tháng số tiền còn nợ là: $A(1+r) - T + (A(1+r) - T)r - T = A(1+r)^2 - T(1+r) - T$

Tương tự sau 60 tháng số tiền còn nợ là:

$$A(1+r)^{60} - T(1+r)^{59} - T(1+r)^{58} - \dots - T(1+r) - T.$$

Hùng trả hết nợ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & A(1+r)^{60} - T(1+r)^{59} - T(1+r)^{58} - \dots - T(1+r) - T = 0 \\ \Leftrightarrow & A(1+r)^{60} - T[(1+r)^{59} + (1+r)^{58} + \dots + (1+r) + 1] = 0 \\ \Leftrightarrow & A(1+r)^{60} - T \frac{(1+r)^{60} - 1}{1+r-1} = 0 \\ \Leftrightarrow & A(1+r)^{60} - T \frac{(1+r)^{60} - 1}{r} = 0 \\ \Leftrightarrow & T = \frac{Ar(1+r)^{60}}{(1+r)^{60} - 1} \\ \Leftrightarrow & T \approx 232.289 \end{aligned}$$

Câu 43. (SỞ HÀ NỘI) Ông Việt dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Việt gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

- A. 140 triệu đồng. B. 154 triệu đồng. C. 145 triệu đồng. D. 150 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Áp dụng công thức lãi kép: $P_n = x(1+r)^n$, trong đó

P_n là tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì.

x là vốn gốc.

r là lãi suất mỗi kì.

Ta cũng tính được số tiền lãi thu được sau n kì là: $P_n - x = x(1+r)^n - x = x[(1+r)^n - 1]$ (*)

Áp dụng công thức (*) với $n = 3, r = 6,5\%$, số tiền lãi là 30 triệu đồng.

$$\text{Ta được } 30 = x[(1+6,5\%)^3 - 1] \Rightarrow x \approx 144,27$$

Số tiền tối thiểu là 145 triệu đồng.

Câu 44. (TT DIỆU HIỀN) Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 200 triệu đồng, với lãi suất 12% năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: sau một tháng bắt đầu từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 10 tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó, tổng số tiền lãi m mà ông A phải trả cho ngân hàng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{20 \cdot (1,01)^{10}}{(1,01)^{10} - 1}$ (triệu đồng).

B. $m = \frac{200 \cdot (1,12)^{10}}{10}$ (triệu đồng).

C. $m = \frac{20 \cdot (1,01)^{10}}{(1,01)^{10} - 1} - 200$ (triệu đồng).

D. $m = \frac{10 \cdot (1,12)^{10}}{(1,12)^{10} - 1} - 200$ (triệu đồng).

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $T = 200$ triệu, M là số tiền phải trả hàng tháng mà ông A trả cho ngân hàng
Lãi suất 12% trên năm tương ứng 1% trên tháng, tức là $r = 0,01$.

Số tiền gốc sau 1 tháng là: $T + T.r - M = T(1+r) - M$

Số tiền gốc sau 2 tháng là: $T(1+r)^2 - M[(1+r)+1]$

....

Số tiền gốc sau 10 tháng là: $T(1+r)^{10} - M[(1+r)^9 + (1+r)^8 + \dots + (1+r) + 1] = 0$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } M &= \frac{T(1+r)^{10}}{(1+r)^9 + (1+r)^8 + \dots + (1+r) + 1} \\ &= \frac{T \cdot (1+r)^{10} \cdot r}{(1+r)^{10} - 1} = \frac{200 \cdot (1+0,01)^{10} \cdot 0,01}{(1+0,01)^{10} - 1} = \frac{2 \cdot (1,01)^{10}}{(1,01)^{10} - 1} \text{ (triệu đồng)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Tổng số tiền lại phải trả cho ngân hàng là: } m = 10M = \frac{20 \cdot (1,01)^{10}}{(1,01)^{10} - 1} - 200 \text{ (triệu đồng)}$$

- Câu 45. (TT DIỆU HIỀN)** Thầy Đông gửi 5 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,7%/tháng. Chưa đầy một năm thì lãi suất tăng lên thành 1,15%/tháng. Tiếp theo, sáu tháng sau lãi suất chỉ còn 0,9%/tháng. Thầy Đông tiếp tục gửi thêm một số tháng nữa rồi rút cả vốn lẫn lãi được 5787710,707 đồng. Hỏi thầy Đông đã gửi tổng thời gian bao nhiêu tháng?
- A. 18 tháng. B. 17 tháng. C. 16 tháng. D. 15 tháng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

☑ Gọi a là số tháng mà thầy Đông gửi tiền với lãi suất 0,7%.

Gọi b là số tháng mà thầy Đông gửi tiền với lãi suất 0,9%.

☑ Theo đề bài, ta có phương trình:

$$5000000(1+0,7\%)^a \cdot (1+1,15\%)^6 \cdot (1+0,9\%)^b = 5787710,707 \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow (1+0,7\%)^a \cdot (1+0,9\%)^b = 1,080790424$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 < a < \log_{1,007} 1,080790424 \\ 0 < b < \log_{1,009} 1,080790424 \\ a, b \in N \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{1,009} 1,080790424 < a+b < \log_{1,007} 1,080790424 \Rightarrow 9 \leq a+b \leq 11$$

☑ Với $a+b=9$, thử $a, b \in N$ ta thấy (*) không thoả mãn.

Với $a+b=10$, thử $a, b \in N$ ta được $a=6; b=4$ thoả mãn (*).

Với $a+b=11$, thử $a, b \in N$ ta thấy (*) không thoả mãn.

☑ Vậy thầy Đông gửi tổng thời gian là 16 tháng.

- Câu 46. (AN LÃO)** Ngày 01 tháng 01 năm 2017, ông An đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 01 năm 2018, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi

- A. $800 \cdot (1,005)^{11} - 72$ (triệu đồng). B. $1200 - 400 \cdot (1,005)^{12}$ (triệu đồng).

C. $800.(1,005)^{12} - 72$ (triệu đồng).

D. $1200 - 400.(1,005)^{11}$ (triệu đồng).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Từ ngày 01 tháng 01 năm 2017 đến ngày 01 tháng 01 năm 2018, ông An gửi được tròn 12 tháng.

Gọi a là số tiền ban đầu, r là lãi suất hàng tháng, n là số tháng gửi, x là số tiền rút ra hàng tháng, P_n là số tiền còn lại sau n tháng.

Khi gửi được tròn 1 tháng, sau khi rút số tiền là x , số tiền còn lại là:

$$P_1 = a + ar - x = a(r+1) - x = ad - x, d = r+1$$

Khi gửi được tròn 2 tháng, sau khi rút số tiền là x , số tiền còn lại là:

$$P_2 = P_1 + P_1.r - x = ad^2 - x(d+1) = ad^2 - x \cdot \frac{d^2-1}{d-1}.$$

Khi gửi được tròn 3 tháng, sau khi rút số tiền là x , số tiền còn lại là:

$$P_3 = P_2 + P_2.r - x = ad^3 - x(d^2 + d + 1) = ad^3 - x \cdot \frac{d^3-1}{d-1}$$

Tương tự, khi gửi được tròn n tháng, sau khi rút số tiền là x , số tiền còn lại là:

$$P_n = ad^n - x \cdot \frac{d^n-1}{d-1}.$$

Áp dụng với $a = 800$ triệu, $r = 0,5\%$, $n = 12$, $x = 6$ triệu, số tiền còn lại của ông An là:

$$P_{12} = 800.(1,005)^{12} - 6 \cdot \frac{1,005^{12}-1}{0,005} = 800.(1,005)^{12} - 1200.(1,005^{12}-1) = 1200 - 400.1,005^{12}$$

(triệu đồng).

Câu 47. (NGÔ QUYỀN) Ngày 01 tháng 6 năm 2016 ông An đem một tỉ đồng gửi vào ngân hàng với lãi suất 0.5% một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng ông đến ngân hàng rút 4 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 6 năm 2017, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi.

A. $200.(1,005)^{12} + 800$ (triệu đồng).

B. $1000.(1,005)^{12} - 48$ (triệu đồng).

C. $200.(1,005)^{11} + 800$ (triệu đồng).

D. $1000.(1,005)^{11} - 48$ (triệu đồng).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số tiền gửi ban đầu là 1000 (triệu đồng)

Số tiền tiết kiệm của ông An sau tháng thứ n là: $1000.(1+0.005)^n$ (triệu đồng).

Kể từ ngày gửi cứ tròn mỗi tháng ông đến ngân hàng rút 4 triệu, vậy số tiền của ông An sau 12 tháng là $1000.(1,005)^{12} - 48$ (triệu đồng).

Câu 48. (HAI BÀ TRƯNG) Một người lần đầu gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 3% của một quý và lãi từng quý sẽ được nhập vào vốn (hình thức lãi kép). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai sẽ gần với kết quả nào sau đây?

A. 232 triệu.

B. 262 triệu.

C. 313 triệu.

D. 219 triệu.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Công thức tính lãi suất kép là $A = a(1+r)^n$.

Trong đó a là số tiền gửi vào ban đầu, r là lãi suất của một kì hạn (có thể là tháng; quý; năm), n là kì hạn.

Sau 1 năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai thì 100 triệu gửi lần đầu được gửi là 18 tháng, tương ứng với 6 quý. Khi đó số tiền thu được cả gốc và lãi của 100 triệu gửi lần đầu là

$$A_1 = 100 \left(1 + \frac{3}{100}\right)^6 \text{ (triệu)}.$$

Sau 1 năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai thì 100 triệu gửi lần hai được gửi là 12 tháng, tương ứng với 4 quý. Khi đó số tiền thu được cả gốc và lãi của 100 triệu gửi lần hai là

$$A_2 = 100 \left(1 + \frac{3}{100}\right)^4 \text{ (triệu)}.$$

Vậy tổng số tiền người đó nhận được 1 năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai là

$$A = A_1 + A_2 = 100 \left(1 + \frac{3}{100}\right)^6 + 100 \left(1 + \frac{3}{100}\right)^4 \approx 232 \text{ triệu}.$$

Câu 49. (TT DIỆU HIỀN) Thầy Đông gửi tổng cộng 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng tiền lãi đạt được ở hai ngân hàng là 27 507 768,13 đồng (chưa làm tròn). Hỏi số tiền Thầy Đông gửi lần lượt ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

- A. 140 triệu và 180 triệu. B. 120 triệu và 200 triệu.
C. 200 triệu và 120 triệu. D. 180 triệu và 140 triệu.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi số tiền Thầy Đông gửi ở hai ngân hàng X và Y lần lượt là x, y (triệu)

Theo giả thiết $x + y = 320.10^6$ (1)

- Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi nhận được ở ngân hàng X sau 15 tháng (5 quý) là

$$A = x(1 + 0,021)^5 = x(1,021)^5$$

$$\Rightarrow \text{Số lãi sau 15 tháng là } r_A = x(1,021)^5 - x = x[(1,021)^5 - 1]$$

- Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi nhận được ở ngân hàng Y sau 9 tháng là

$$B = y(1 + 0,0073)^9 = y(1,0073)^9$$

$$\Rightarrow \text{Số lãi sau 9 tháng là } r_B = y(1,0073)^9 - y = y[(1,0073)^9 - 1]$$

$$\text{Theo giả thiết } x[(1,021)^5 - 1] + y[(1,0073)^9 - 1] = 27\,507\,768,13 \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} x \approx 140 \\ y \approx 180 \end{cases}$$

Câu 50. (PHAN ĐÌNH PHÙNG) Một người gửi tiền tiết kiệm 200 triệu đồng vào một ngân hàng với kỳ hạn một năm và lãi suất 8,25% một năm, theo thể thức lãi kép. Sau 3 năm tổng số tiền cả gốc và lãi người đó nhận được là (làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 124,750 triệu đồng. B. 253,696 triệu đồng.
C. 250,236 triệu đồng. D. 224,750 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số tiền người gửi nhận được sau 3 năm cả gốc lẫn lãi là $S_3 = 200(1 + 8,25\%)^3 = 253,696$ triệu đồng.

- Câu 51. (CHUYÊN QUANG TRUNG)** Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi)
- A. 4 năm 1 quý B. 4 năm 2 quý C. 4 năm 3 quý D. 5 năm

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số tiền của người ấy sau n kỳ hạn là $T = 15 \left(1 + \frac{1,65}{100}\right)^n$.

Theo đề bài, ta có $15 \left(1 + \frac{1,65}{100}\right)^n > 20 \Leftrightarrow n > \log_{1+\frac{1,65}{100}} \frac{4}{3} \approx 17,56$

- Câu 52. (TIỀN LÃNG)** Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, ông An đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng với số tiền 800 triệu đồng với lãi suất $x\%/năm$, điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi tháng trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho tháng sau. Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, ông An đã thanh toán hợp đồng ngân hàng số tiền là 1.058 triệu đồng. Hỏi lãi suất trong hợp đồng giữa ông An và ngân hàng là bao nhiêu?
- A. $13\%/năm$. B. $14\%/năm$. C. $12\%/năm$. D. $15\%/năm$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Công thức tính tiền vay lãi kép $T_n = a(1+x)^n$.

Trong đó a : số tiền vay ban đầu, x : lãi suất $x\%/năm$, n : số năm $\Rightarrow x = \sqrt[n]{\frac{T_n}{a}} - 1$

Vậy $x = \sqrt[2]{\frac{1\,058}{800}} - 1 = 0,15$ tức là $15\%/năm$

- Câu 53. (TT DIỆU HIỂN)** Một người có số tiền là 20.000.000 đồng đem gửi tiết kiệm loại kỳ hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất $8,5\%/năm$. Vậy sau thời gian 5 năm 8 tháng, người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (số tiền được làm tròn đến 100 đồng). Biết rằng người đó không rút cả vốn lẫn lãi tất cả các định kỳ trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kỳ hạn $0,01\%$ một ngày. (1 tháng tính 30 ngày).
- A. 31.802.700 đồng. B. 30.802.700 đồng. C. 32.802.700 đồng. D. 33.802.700 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Lãi suất $8,5\%/năm$ tương ứng với $\frac{8,5}{2}\%/6$ tháng.

Đổi 5 năm 8 tháng bằng 11×6 tháng + 2 tháng. Áp dụng công thức tính lãi suất $P_n = P(1+r)^n$

Số tiền được lĩnh sau 5 năm 6 tháng là $P_{11} = 20.000.000 \left(1 + \frac{8,5}{200}\right)^{11} = 31.613.071,66$ đồng.

Do hai tháng còn lại rút trước hạn nên lãi suất là $0,01\%$ một ngày.

Suy ra số tiền được lĩnh là $T = P_{11} + P_{11} \cdot \frac{0.01}{100} \cdot 60 \approx 31.802.700$ đồng.

BÀI TOÁN TĂNG TRƯỞNG

- Câu 1. (Lương Thế Vinh)** Số lượng của một loài vi khuẩn sau t (giờ) được xấp xỉ bởi đẳng thức $Q(t) = Q_0 \cdot e^{0.195t}$, trong đó Q_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu. Nếu số lượng vi khuẩn ban đầu là 5000 con thì sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn có 100.000 con?
- A. 20. B. 24. C. 15,36. D. 3,55.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Từ giả thiết ta suy ra $Q(t) = 5000 \cdot e^{0.195t}$. Để số lượng vi khuẩn là 100.000 con thì

$$Q(t) = 5000 \cdot e^{0.195t} = 100.000 \Leftrightarrow e^{0.195t} = 20 \Leftrightarrow t = \frac{1}{0.195} \ln 20 \approx 15.36(h).$$

- Câu 2. (QUẢNG XƯƠNG 1)** Theo số liệu của Tổng cục thống kê, năm 2016 dân số Việt Nam ước tính khoảng 94.444.200 người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,07%. Cho biết sự tăng dân số được tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỷ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỷ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người
- A. 2040. B. 2037. C. 2038. D. 2039.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi n là số năm để dân số đạt mức 120 triệu người tính mốc từ năm 2016

$$\text{Ta có: } 120.000.000 = 94.444.200 e^{n \cdot 0,0107} \Rightarrow n \approx \frac{\ln 1,27}{0,0107} \approx 22.34.$$

Vậy trong năm thứ 23 (tức là năm $2016 + 23 = 2039$) thì dân số đạt mức 120 triệu người

- Câu 3. (HÀ HUY TẬP)** Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỷ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ (trong đó A : là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỷ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỷ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người
- A. 2020. B. 2022. C. 2026. D. 2025.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } S = A \cdot e^{Nr} \Leftrightarrow N = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A}.$$

Để dân số nước ta ở mức 120 triệu người thì cần số năm

$$N = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A} = \frac{100}{1,7} \cdot \ln \frac{120000000}{78685800} \approx 25 (\text{năm}).$$

Vậy thì đến năm 2026 dân số nước ta ở mức 120 triệu người

- Câu 4. (HÀ HUY TẬP)** Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con.

Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu gần đúng nhất với kết quả nào trong các kết quả sau đây.

- A. 3 giờ 20 phút. B. 3 giờ 9 phút. C. 3 giờ 40 phút. D. 3 giờ 2 phút.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có : } 300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$$

Gọi thời gian cần tìm là t .

$$\text{Theo yêu cầu bài toán, ta có : } 200 = 100.e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 2 \Leftrightarrow rt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \frac{5 \cdot \ln 2}{\ln 3} \approx 3,15(h)$$

Vậy $t = 3$ giờ 9 phút

- Câu 5. (SỞ BẮC GIANG)** Thang đo Richtơ được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richtơ. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L = \log A - \log A_0$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang đo Richtơ, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một chấn động đất 7 độ Richtơ sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richtơ?

- A. 2. B. 20. C. 100. D. $10^{\frac{5}{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Với trận động đất 7 độ Richtơ ta có biểu thức

$$7 = M_L = \log A - \log A_0 = \log \frac{A}{A_0} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = 10^7 \Rightarrow A = A_0 \cdot 10^7.$$

Tương tự ta suy ra được $A' = A_0 \cdot 10^5$.

$$\text{Từ đó ta tính được tỉ lệ } \frac{A}{A'} = \frac{A_0 \cdot 10^7}{A_0 \cdot 10^5} = 100.$$

- Câu 6. (TT DIỆU HIỀN)** Ngày 1/7/2016, dân số Việt Nam khoảng 91,7 triệu người. Nếu tỉ lệ tăng dân số Việt Nam hàng năm là 1,2% và tỉ lệ này ổn định 10 năm liên tiếp thì ngày 1/7/2026 dân số Việt Nam khoảng bao nhiêu triệu người?
- A. 104,3 triệu người. B. 105,3 triệu người. C. 103,3 triệu người. D. 106,3 triệu người.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo công thức $S = A.e^{ni} = 91,7.e^{10 \cdot 0,012} = 103,3$ triệu người.

Chú ý: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A.e^{ni}$: Trong đó

A : Dân số của năm lấy làm mốc tính.

S : Dân số sau n năm.

i : Tỉ lệ tăng dân số hằng năm.

- Câu 7. (SỞ QUẢNG NINH)** Một loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận một lượng nhỏ Carbon 14 (một đơn vị của Carbon). Khi cây đó chết đi thì hiện tượng quang hợp cũng sẽ ngưng và nó sẽ không nhận Carbon 14 nữa. Lượng Carbon 14 của nó sẽ phân hủy chậm chạp và chuyển hóa thành Nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm Carbon 14 còn lại trong một bộ phận của cây sinh trưởng t năm trước đây thì $P(t)$ được cho bởi công thức

$P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} \%$. Phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc gỗ, người ta thấy lượng Carbon 14 còn lại trong gỗ là 65,21%. Hãy xác định số tuổi của công trình kiến trúc đó.

- A. 3574 (năm). B. 3754 (năm). C. 3475 (năm). D. 3547 (năm).

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 65,21 \Leftrightarrow \frac{t}{5750} = \log_{0,5} \frac{65,21}{100} \Leftrightarrow t = 5750 \cdot \log_{0,5} \frac{65,21}{100} \Leftrightarrow t = 3547.$$

Câu 8. (Chuyên Thái Bình) Biết chu kỳ bán hủy của chất phóng xạ plutoni Pu^{239} là 24360 năm (tức là một lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r < 0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t . Hỏi 10 gam Pu^{239} sau khoảng bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1 gam?

- A. 82230 (năm). B. 82232 (năm). C. 82238 (năm). D. 82235 (năm).

Hướng dẫn giải.

Chọn D

- Pu^{239} có chu kỳ bán hủy là 24360 năm, do đó ta có:

$$5 = 10 \cdot e^{r \cdot 24360} \Rightarrow r = \frac{\ln 5 - \ln 10}{24360} \approx -0,000028.$$

- Vậy sự phân hủy của Pu^{239} được tính theo công thức $S = A \cdot e^{\frac{\ln 5 - \ln 10}{24360} t}$.

$$\text{- Theo đề: } 1 = 10 \cdot e^{\frac{\ln 5 - \ln 10}{24360} t} \Rightarrow t = \frac{-\ln 10}{\frac{\ln 5 - \ln 10}{24360}} \approx \frac{-\ln 10}{-0,000028} \approx 82235 \text{ (năm)}.$$

Chú ý: Theo đáp án gốc là D (SGK). **Tuy nhiên:** nếu không làm tròn r thì kết quả

$$1 = 10 \cdot e^{\frac{\ln 5 - \ln 10}{24360} t} \Rightarrow t = \frac{-\ln 10}{\frac{\ln 5 - \ln 10}{24360}} \approx 80922 \Rightarrow \text{Kết quả gần A nhất.}$$

Câu 9. (QUỐC HỌC QUY NHƠN) Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng $N(t)$, biết rằng

$N'(t) = \frac{7000}{t+2}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Hỏi sau 10 ngày, đám vi trùng có bao nhiêu con (làm tròn số đến hàng đơn vị)?

- A. 322542 con. B. 332542 con. C. 302542 con. D. 312542 con.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$N(t) = \int N'(t) dt = \int \frac{7000}{t+2} dt = 7000 \cdot \ln|t+2| + C.$$

$$N(0) = 7000 \ln 2 + C \Rightarrow 7000 \ln 2 + C = 300000 \Rightarrow C = 300000 - 7000 \ln 2.$$

$$N(10) = 7000 \ln(10+2) + C = 7000 \ln(10+2) + 300000 - 7000 \ln 2 \approx 312542,3163.$$

Câu 10. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN) Khi ánh sáng đi qua một môi trường (chẳng hạn như không khí, nước, sương mù, ...) cường độ sẽ giảm dần theo quãng đường truyền x , theo công thức $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$, trong đó I_0 là cường độ của ánh sáng khi bắt đầu truyền vào môi trường và μ là hệ số hấp thụ của môi trường đó. Biết rằng nước biển có hệ số hấp thụ

$\mu = 1,4$ và người ta tính được rằng khi đi từ độ sâu 2 m xuống đến độ sâu 20 m thì cường độ ánh sáng giảm $l.10^{10}$ lần. Số nguyên nào sau đây gần với l nhất?

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 90.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có

- Ở độ sâu 2 m: $I(2) = I_0 e^{-2,8}$
- Ở độ sâu 20 m: $I(20) = I_0 e^{-28}$

$$\begin{aligned} \text{Theo giả thiết } I(20) = l.10^{10} I(2) &\Leftrightarrow e^{-28} = l.10^{10} . e^{-2,8} \\ &\Leftrightarrow l = 10^{-10} . e^{25,2} \approx 8,79. \end{aligned}$$

Câu 11. (CHUYÊN NGUYỄN QUANG ĐIỀU) Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ được bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh tính theo công thức $M(t) = 75 - 20 \ln(t+1), t \geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì số học sinh nhớ được danh sách đó là dưới 10%.

- A. Sau khoảng 24 tháng. B. Sau khoảng 22 tháng.
C. Sau khoảng 23 tháng. D. Sau khoảng 25 tháng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $75 - 20 \ln(t+1) \leq 10$

$$\Leftrightarrow \ln(t+1) \geq 3,25 \Leftrightarrow t \geq 24,79. \text{ Khoảng 25 tháng.}$$

Câu 12. (CHU VĂN AN) Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức $Q(t) = Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}})$ với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn hết pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $t \approx 1,65$ giờ. B. $t \approx 1,61$ giờ. C. $t \approx 1,63$ giờ. D. $t \approx 1,50$ giờ.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo bài ta có

$$\begin{aligned} Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}}) &= 0,9 \cdot Q_0 \Leftrightarrow 1 - e^{-t\sqrt{2}} = 0,9 \Leftrightarrow e^{-t\sqrt{2}} = 0,1 \\ &\Leftrightarrow t = -\frac{\ln(0,1)}{\sqrt{2}} \approx 1,63. \end{aligned}$$

Câu 13. (THẦY HIẾU LIVE) Cường độ một trận động đất M (richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là

- A. 11 B. 2.075 C. 33.2 D. 8.9

- Câu 14. (Lạc Hồng)** Một khu rừng có trữ lượng gỗ $4.10^5 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của khu rừng đó là 4% trên năm. Hỏi sau năm năm khu rừng đó sẽ có bao nhiêu m^3 gỗ. (Lấy chính xác đến sau hai chữ số thập phân)
- A. $4,47.10^5 m^3$. B. $4,57.10^5 m^3$. C. $4,67.10^5 m^3$. D. $4,87.10^5 m^3$.
- Câu 15. (KIM LIÊN)** Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A.e^{r.N}$ trong đó: A là dân số của năm lấy mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỷ lệ tăng dân số hàng năm. Cho biết năm 2001, dân số Việt Nam có khoảng 78.685.000 người và tỷ lệ tăng dân số hàng năm là 1,7% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức khoảng 120 triệu người?
- A. 2020. B. 2026. C. 2022. D. 2024.
- Câu 16. (ĐỀ MINH HỌA LẦN 2)** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?
- A. 48 phút. B. 19 phút. C. 7 phút. D. 12 phút.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } s(3) = s(0).2^3 \Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{2^3} = 78125; \quad s(t) = s(0).2^t \Rightarrow 2^t = \frac{s(t)}{s(0)} = 128 \Rightarrow t = 7.$$

- Câu 17. (YÊN LẠC)** Một loại virus có số lượng cá thể tăng trưởng mũ với tốc độ $x\%/h$, tức là cứ sau 1 giờ thì số lượng của chúng tăng lên $x\%$. Người ta thả vào ống nghiệm 20 cá thể, sau 53 giờ số lượng cá thể virus đếm được trong ống nghiệm là 1,2 triệu. Tìm x ? (tính chính xác đến hàng phần trăm)
- A. $x \approx 13,17\%$. B. $x \approx 23,07\%$. C. $x \approx 7,32\%$. D. $x \approx 71,13\%$.
- Câu 18. (SỞ BẮC NINH)** Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Đầu năm 2010 dân số tỉnh Bắc Ninh là 1.038.229 người tính đến đầu năm 2015 dân số của tỉnh là 1.153.600 người. Hỏi nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm giữ nguyên thì đầu năm 2025 dân số của tỉnh nằm trong khoảng nào?
- A. $(1.424.300; 1.424.400)$. B. $(1.424.000; 1.424.100)$.
C. $(1.424.200; 1.424.300)$. D. $(1.424.100; 1.424.200)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi S_1 là dân số năm 2015, ta có $S_1 = 1.153.600, N = 5, A = 1.038.229$

$$\text{Ta có: } S_1 = A.e^{Nr} \Rightarrow e^{Nr} = \frac{S_1}{A} \Rightarrow r = \frac{\ln \frac{S_1}{A}}{N}$$

$$\text{Gọi } S_2 \text{ là dân số đầu năm 2025, ta có } S_2 = A.e^{15.r} = 1.038.229.e^{15 \cdot \frac{\ln \frac{S_1}{A}}{5}} \approx 1.424.227,71$$

- Câu 19. (CHUYÊN THÁI BÌNH)** Một bể nước có dung tích 1000 lít. Người ta mở vòi cho nước chảy vào bể, ban đầu bể cạn nước. Trong giờ đầu vận tốc nước chảy vào bể là 1 lít/1phút.

Trong các giờ tiếp theo vận tốc nước chảy giờ sau gấp đôi giờ liền trước. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì bể đầy nước (kết quả gần đúng nhất).

- A. 3,14 giờ. B. 4,64 giờ. C. 4,14 giờ. D. 3,64 giờ.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Trong giờ đầu tiên, vòi nước chảy được $60 \cdot 1 = 60$ lít nước.

Giờ thứ 2 vòi chảy với vận tốc 2 lít/1phút nên vòi chảy được $60 \cdot 2 = 120$ lít nước.

Giờ thứ 3 vòi chảy với vận tốc 4 lít/1phút nên vòi chảy được $60 \cdot 4 = 240$ lít nước.

Giờ thứ 4 vòi chảy với vận tốc 8 lít/1phút nên vòi chảy được $60 \cdot 8 = 480$ lít nước.

Trong 4 giờ đầu tiên, vòi chảy được: $60 + 120 + 240 + 480 = 900$ lít nước.

Vậy trong giờ thứ 5 vòi phải chảy lượng nước là $1000 - 900 = 100$ lít nước.

Số phút chảy trong giờ thứ 5 là $100 : 16 = 6,25$ phút

Đổi $6,25 : 60 \approx 0,1$ giờ

Vậy thời gian chảy đầy bể là khoảng 4,1 giờ.

- Câu 20. (HỒNG QUANG)** Dân số tỉnh Hải Dương năm 2013 là 1,748 triệu người với tỉ lệ tăng dân số hàng năm là $r = 1,04\%$. Hỏi, đến năm nào thì dân số tỉnh Hải Dương đạt 3 triệu người? (Giả sử tỉ lệ tăng dân số không thay đổi).

- A. 2065 B. 2067 C. 2066 D. 2030

- Câu 21. (ĐỨC THỌ)** E. coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau bao lâu, số lượng vi khuẩn E. coli là 671088640 con?

- A. 48 giờ. B. 24 giờ. C. 12 giờ. D. 8 giờ.

- Câu 22. (NGÔ SĨ LIÊN)** Biết thể tích khí CO_2 năm 1998 là $V(m^3)$. 10 năm tiếp theo, thể tích CO_2 tăng $a\%$, 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO_2 tăng $n\%$. Thể tích khí CO_2 năm 2016 là

- A. $V_{2016} = V \cdot \frac{(100+a)^{10} \cdot (100+n)^8}{10^{36}} (m^3)$. B. $V_{2016} = V \cdot (1+a+n)^{18} (m^3)$.
C. $V_{2016} = V \cdot \frac{((100+a)(100+n))^{10}}{10^{20}} (m^3)$. D. $V_{2016} = V + V \cdot (1+a+n)^{18} (m^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có:

$$\text{Sau 10 năm thể tích khí } CO_2 \text{ là } V_{2008} = V \left(1 + \frac{a}{100}\right)^{10} = V \frac{(100+a)^{10}}{10^{20}}$$

Do đó, 8 năm tiếp theo thể tích khí CO_2 là

$$\begin{aligned} V_{2016} &= V_{2008} \left(1 + \frac{n}{100}\right)^8 = V \frac{(100+a)^{10}}{10^{20}} \left(1 + \frac{n}{100}\right)^8 \\ &= V \frac{(100+a)^{10}}{10^{20}} \frac{(100+n)^8}{10^{16}} = V \frac{(100+a)^{10} \cdot (100+n)^8}{10^{36}} \end{aligned}$$

- Câu 23. (CHUYÊN KHTN)** Tại Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = Ae^{ni}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, i là tỷ lệ tăng dân số hàng năm. Theo thống kê dân số thế giới tính đến tháng 01/2017, dân số Việt Nam có 94,970,597

người và có tỉ lệ tăng dân số là 1,03%. Nếu tỷ lệ tăng dân số không đổi thì đến năm 2020 dân số nước ta có bao nhiêu triệu người, chọn đáp án gần nhất.

- A. 98 triệu người. B. 100 triệu người. C. 102 triệu người. D. 104 triệu người.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng công thức với $A = 94,970,597$, $n = 3$, $i = 1,03\%$ ta được $S \approx 98$ triệu người.

Câu 24. (CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH) Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

- A. $7 \times \log_3 25$. B. $3^{\frac{25}{7}}$. C. $7 \times \frac{24}{3}$. D. $7 \times \log_3 24$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Theo đề bài số lượng bèo ban đầu chiếm 0,04 diện tích mặt hồ.

Sau 7 ngày số lượng bèo là $0,04 \times 3^1$ diện tích mặt hồ.

Sau 14 ngày số lượng bèo là $0,04 \times 3^2$ diện tích mặt hồ.

...

Sau $7 \times n$ ngày số lượng bèo là $0,04 \times 3^n$ diện tích mặt hồ.

Để bèo phủ kín mặt hồ thì $0,04 \times 3^n = 1 \Leftrightarrow 3^n = 25 \Leftrightarrow n = \log_3 25$.

Vậy sau $7 \times \log_3 25$ ngày thì bèo vừa phủ kín mặt hồ

Câu 25. (PHAN ĐÌNH PHÙNG) Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

- A. 35 (giờ). B. 45 (giờ). C. 25 (giờ). D. 15 (giờ).

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $A = 500$, 5 giờ = 300 phút.

Sau 5 giờ, số vi khuẩn là $S(300) = 500 \cdot e^{300r} = 1500 \Rightarrow r = \frac{\ln 300}{3}$

Gọi t_0 (phút) là khoảng thời gian, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con. Ta có $121500 = 500 \cdot e^{rt_0}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow t_0 &= \frac{\ln 243}{r} = \frac{300 \ln 243}{\ln 3} = 1500 \text{ (phút)} \\ &= 25 \text{ (giờ)}. \end{aligned}$$

Câu 26. (PHAN ĐÌNH PHÙNG) Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) tại độ cao x (đo bằng mét) so với mực nước biển được tính theo công thức

$P = P_0 e^{kl}$, trong đó $P_0 = 760$ mmHg là áp suất không khí ở mức nước biển, l là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 mét thì áp suất không khí là 672,71 mmHg. Hỏi áp suất ở đỉnh Fanxipan cao mét là bao nhiêu?

- A. 22,24 mmHg. B. 519,58 mmHg. C. 517,94 mmHg. D. 530,23 mmHg.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ở độ cao 1000 mét áp suất không khí là 672,71 mmHg

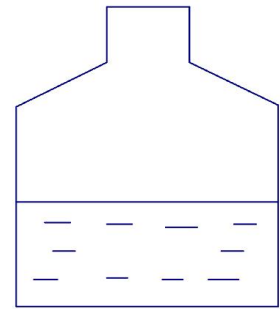
$$\text{Nên } 672,71 = 760e^{1000l}$$

$$\Leftrightarrow e^{1000l} = \frac{672,71}{760}$$

$$\Leftrightarrow l = \frac{1}{1000} \ln \frac{672,71}{760}$$

$$\text{Áp suất ở đỉnh Fanxipan } P = 760e^{3143l} = 760e^{3143 \cdot \frac{1}{1000} \ln \frac{672,71}{760}} \approx 717,94$$

- Câu 27. (PHẠM VĂN ĐỒNG)** Khoảng 200 năm trước, hai nhà khoa E.Clapeyron đã thấy rằng áp suất p của hơi nước (tính bằng mm) khoảng trống phía trên mặt nước chứa trong một bình kín (hình thức $p = a \cdot 10^{\frac{k}{t+273}}$, trong đó t là nhiệt độ C của nước, a và k $k \approx -2258,624$ và khi nhiệt độ của nước là 100°C thì áp suất của hơi nước khi nhiệt độ của nước là 40°C (tính ra chục)?



- A. $\approx 50,5 \text{ mmHg}$. B. $\approx 52,5 \text{ mmHg}$. C. $\approx 55,5 \text{ mmHg}$. D. $\approx 60,5 \text{ mmHg}$.

- Câu 28. (PHẠM VĂN ĐỒNG)** Số nguyên tố dạng $M_p = 2^p - 1$, trong đó p là một số nguyên tố được gọi là số nguyên tố Mersenne (M.Mersenne, 1588-1648, người Pháp). Năm 1876, E.Lucas phát hiện ra M_{127} . Hỏi nếu viết M_{127} trong hệ thập phân thì M_{127} có bao nhiêu chữ số?

- A. 38. B. 39. C. 40. D. 41.

- Câu 29. (PHẢI LẠI)** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn ban đầu tăng lên gấp 10 lần?

- A. 6 giờ 29 phút. B. 8 giờ 29 phút. C. 10 giờ 29 phút D. 7 giờ 29 phút

- Câu 30. (LẠNG GIANG)** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn theo công thức $S = Ae^{rt}$ trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Khi đó sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần so với số lượng ban đầu

- A. $t = \frac{3}{\log 5}$ (giờ). B. $t = \frac{3 \ln 5}{\ln 10}$ (giờ). C. $t = \frac{5}{\log 3}$ (giờ). D. $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ (giờ).

- Câu 31. (LÝ THÁI TỔ)** Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu lần diện tích hiện nay?

A. $1 - \frac{4x}{100}$. B. $1 - \frac{x^4}{100}$. C. $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$. D. $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi S_0 là diện tích rừng hiện tại.

Sau n năm, diện tích rừng sẽ là $S = S_0 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^n$.

Do đó, sau 4 năm diện tích rừng sẽ là $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$ lần diện tích rừng hiện tại.

- Câu 32. (CHUYÊN ĐỀ HSP)** Chuyện kể rằng: Ngày xưa, có ông vua hứa sẽ thưởng cho một vị quan món quà mà vị quan được chọn. Vị quan tâu: “Hạ thần chỉ xin Bệ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ! Cụ thể như sau: Bàn cờ vua có 64 ô thì với ô thứ nhất xin nhận 1 hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ 2, ... ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước”. Giá trị nhỏ nhất của n để tổng số hạt thóc mà vị quan từ n ô đầu tiên (từ ô thứ nhất đến ô thứ n) lớn hơn 1 triệu là
- A. 18. B. 19. C. 20. D. 21.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Bài toán dùng tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân.

Ta có: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1 + 1.2 + 1.2^2 + \dots + 1.2^{n-1} = 1. \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 2^n - 1$

$S_n = 2^n - 1 > 10^6 \Leftrightarrow n > \log_2(10^6 + 1) \cong 19.93$. Vậy n nhỏ nhất thỏa yêu cầu bài là 20.

- Câu 33. (CHUYÊN ĐỀ HSP)** Ngày 1/7/2016, dân số Việt Nam khoảng 91,7 triệu người. Nếu tỉ lệ tăng dân số Việt Nam hàng năm là 1,2% và tỉ lệ này ổn định trong 10 năm liên tiếp thì ngày 1/7/2026 dân số Việt Nam khoảng bao nhiêu triệu người?
- A. 106,3 triệu người. B. 104,3 triệu người. C. 105,3 triệu người. D. 103,3 triệu người.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ngày 1/7/2026 dân số Việt Nam khoảng $Ae^{r \cdot t} = 91,7.e^{1,2.10} = 103,39$.

- Câu 34. (SỞ BÌNH PHƯỚC)** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số con vi khuẩn sau 10 giờ?
- A. 1000. B. 850. C. 800. D. 900.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Trước tiên, ta tìm tỉ lệ tăng trưởng mỗi giờ của loại vi khuẩn này.

Từ giả thiết ta có: $300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow r = \frac{\ln 300 - \ln 100}{5} = \frac{\ln 3}{5}$

Tức tỉ lệ tăng trưởng của loại vi khuẩn này là $r = \frac{\ln 3}{5}$ mỗi giờ.

Sau 10 giờ, từ 100 con vi khuẩn sẽ có $100.e^{10 \cdot \frac{\ln 3}{5}} = 900$ con.

- Câu 35. (CHUYÊN BIÊN HÒA)** Một người thả 1 lá bèo vào một cái ao, sau 12 giờ thì bèo sinh sôi phủ kín mặt ao. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt ao, biết rằng sau mỗi giờ thì lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi.
- A. $12 - \log 5$ (giờ). B. $\frac{12}{5}$ (giờ). C. $12 - \log 2$ (giờ). D. $12 + \ln 5$ (giờ).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta gọi u_i là số lá bèo ở giờ thứ i .

Ta có $u_0 = 1 = 10^0, u_1 = 10, u_2 = 10^2, \dots, u_{12} = 10^{12}$.

Ta có số lá bèo để phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt hồ là $\frac{1}{5} \cdot 10^{12} \Rightarrow$ thời gian mà số lá bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt hồ là $12 - \log 5$.

- Câu 36. (CHUYÊN HÙNG YÊN)** Số nguyên tố dạng $M_p = 2^p - 1$, trong đó p là một số nguyên tố, được gọi là số nguyên tố Mersenne (M.Mersenne, 1588 – 1648, người Pháp). Số $M_{6972593}$ được phát hiện năm 1999. Hỏi rằng nếu viết số đó trong hệ thập phân thì có bao nhiêu chữ số?
- A. 6972592 chữ số. B. 2098961 chữ số. C. 6972593 chữ số. D. 2098960 chữ số.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$M_{6972593}$ có số chữ số bằng số $2^{6972593}$ và là

$[6972593 \cdot \log 2] + 1 = [6972593 \cdot 0,3010] + 1 = 2098960$ số.

- Câu 37. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU)** Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức $L_M = \log \frac{k}{R^2}$ (Ben) với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là $L_A = 3$ (Ben) và $L_B = 5$ (Ben). Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy).
- A. 3,59 (Ben). B. 3,06 (Ben). C. 3,69 (Ben). D. 4 (Ben).

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $L_A < L_B \Rightarrow OA > OB$.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có:

$$L_A = \log \frac{k}{OA^2} \Rightarrow \frac{k}{OA^2} = 10^{L_A} \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_A}}$$

$$L_B = \log \frac{k}{OB^2} \Rightarrow \frac{k}{OB^2} = 10^{L_B} \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_B}}$$

$$L_I = \log \frac{k}{OI^2} \Rightarrow \frac{k}{OI^2} = 10^{L_I} \Rightarrow OI = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_I}}$$

$$\text{Ta có: } OI = \frac{1}{2}(OA + OB) \Rightarrow \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_I}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_A}} + \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_B}} \right) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{10}^{L_I}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{10}^{L_A}} + \frac{1}{\sqrt{10}^{L_B}} \right)$$

$$\Rightarrow L_I = -2 \log \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{10}^{L_A}} - \frac{1}{\sqrt{10}^{L_B}} \right) \right] \Rightarrow L_I \approx 3,69.$$

Câu 38. (LANG GIANG) Một lon nước soda $80^\circ F$ được đưa vào một máy làm lạnh chứa đá tại $32^\circ F$. Nhiệt độ của soda ở phút thứ t được tính theo định luật Newton bởi công thức $T(t) = 32 + 48.(0.9)^t$. Phải làm mát soda trong bao lâu để nhiệt độ là $50^\circ F$?

- A. 1,56. B. 9,3. C. 2. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

• Gọi t_0 là thời điểm nhiệt độ lon nước $80^\circ F \Rightarrow T(t_0) = 32 + 48.(0,9)^{t_0} = 80$ (1)

Gọi t_1 là thời điểm nhiệt độ lon nước $50^\circ F \Rightarrow T(t_1) = 32 + 48.(0,9)^{t_1} = 50$ (2)

• (1) $\Leftrightarrow (0,9)^{t_0} = 1 \Leftrightarrow t_0 = 0$

(2) $\Leftrightarrow (0,9)^{t_1} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow t_1 = \log_{0,9} \frac{3}{8} \approx 9,3$

Câu 39. (TT DIỆU HIỀN) Trung tâm luyện thi Đại học Diệu Hiền muốn gửi số tiền M vào ngân hàng và dùng số tiền thu được (cả lãi và tiền gốc) để trao 10 suất học bổng hằng tháng cho học sinh nghèo ở TP. Cần Thơ, mỗi suất 1 triệu đồng. Biết lãi suất ngân hàng là $1\% / \text{tháng}$, và Trung tâm Diệu Hiền bắt đầu trao học bổng sau một tháng gửi tiền. Để đủ tiền trao học bổng cho học sinh trong 10 tháng, trung tâm cần gửi vào ngân hàng số tiền M ít nhất là:

- A. 108500000 đồng. B. 119100000 đồng. C. 94800000 đồng. D. 120000000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi M (triệu). Lãi suất là a

Số tiền sau tháng thứ nhất và đã phát học bổng là $M(1+a) - 10$

Số tiền sau tháng thứ hai và đã phát học bổng là

$$(M(1+a) - 10)(1+a) - 10 = M(1+a)^2 - 10(1+a) - 10$$

Số tiền sau tháng thứ ba và đã phát học bổng là

$$(M(1+a)^2 - 10(1+a) - 10)(1+a) - 10 = M(1+a)^3 - 10[(1+a)^2 + (1+a) + 1]$$

.....

Số tiền sau tháng thứ 10 và đã phát học bổng là

$$M(1+a)^{10} - 10[(1+a)^9 + \dots + (1+a) + 1] = M(1+a)^{10} - 10 \cdot \frac{(1+a)^{10} - 1}{a}$$

Theo yêu cầu đề bài

$$M(1+a)^{10} - 10 \cdot \frac{(1+a)^{10} - 1}{a} = 0 \Leftrightarrow M = \frac{10[(1+a)^{10} - 1]}{a(1+a)^{10}}$$

Thay $a = 1\%$. Ta tìm được $M = 94713045 \approx 94800000$

Câu 40. (TT DIỆU HIỀN) Cường độ của một trận động đất được đo bằng độ Richter. Độ Richter được tính bằng công thức $M = \log A - \log A_0$, trong đó A là biên độ rung tối đa đo được bằng địa chấn kế và là biên độ chuẩn (hằng số). Vào ngày 3-12-2016, một trận động đất cường độ 2,4 độ Richter xảy ra ở khu vực huyện Bắc Trà My, tỉnh Quảng Nam; còn ngày 16-10-2016 xảy ra một trận động đất cường độ 3,1 độ Richter ở khu vực huyện Phước

Son, tỉnh Quảng Nam. Biết rằng biên độ chuẩn được dùng chung cho cả tỉnh Quảng Nam, hỏi biên độ tối đa của trận động đất Phước Sơn ngày 16–10 gấp khoảng mấy lần biên độ tối đa của trận động đất Bắc Trà My ngày 3–12?

- A. 7 lần. B. 5 lần. C. 4 lần. D. 3 lần.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi A_1 là biên độ rung tối đa ở Phước Sơn.

Gọi A_2 là biên độ rung tối đa ở Trà My.

$$M_1 = \log A_1 - \log A_0 = 3,1 \quad (1).$$

$$M_2 = \log A_2 - \log A_0 = 2,4 \quad (2).$$

$$\text{Lấy (1)–(2): } \log A_1 - \log A_2 = 0,7 \Leftrightarrow \log \frac{A_2}{A_1} = 0,7 \Leftrightarrow \frac{A_2}{A_1} = 10^{0,7}$$

Câu 41. (NGUYỄN TRÃI) Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{Nr}$ (trong đó A : là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 150 triệu người?

- A. 2035. B. 2030. C. 2038. D. 2042.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo giả thiết ta có phương trình $150.000.000 = 78.685.800.e^{0,017N} \Leftrightarrow N \approx 37,95$ (năm)

Tức là đến năm 2038 dân số nước ta ở mức 150 triệu người.

Câu 42. (Lê Hồng Phong) Huyện A có 300 nghìn người. Với mức tăng dân số bình quân 1,2%/năm thì sau n năm dân số sẽ vượt lên 330 nghìn người. Hỏi n nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. 8 năm. B. 9 năm. C. 7 năm. D. 10 năm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Số dân của huyện A sau n năm là $x = 300.000(1 + 0,012)^n$.

$$x > 330.000 \Leftrightarrow 300.000(1 + 0,012)^n > 330.000 \Leftrightarrow n > \log_{1,012} \frac{33}{30} \Leftrightarrow n > 7,99.$$

Câu 43. (ĐẠI HỌC VINH) Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức hợp tác và phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng khi nhiệt độ trái đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%, còn khi nhiệt độ trái đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng nếu nhiệt độ trái đất tăng thêm $t^\circ\text{C}$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k.a^t$ (trong đó a, k là các hằng số dương). Nhiệt độ trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 20%?



- A. $9,3^\circ\text{C}$. B. $7,6^\circ\text{C}$. C. $6,7^\circ\text{C}$. D. $8,4^\circ\text{C}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} k.a^2 = 3\% \\ k.a^5 = 10\% \end{cases}$ (1). Cần tìm t thỏa mãn $k.a^t = 20\%$.

Từ (1) $\Rightarrow k = \frac{3\%}{a^2}$ và $a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$. Khi đó $k.a^t = 20\% \Rightarrow \frac{3\%}{a^2}.a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3}$

$\Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \Rightarrow t \approx 6,7$.

Câu 44. (CHUYÊN BẮC GIANG) Sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công

thức $m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm

$t=0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Biết chu kì bán rã của chất phóng xạ Po^{210} là 138 ngày đêm. Hỏi 0,168 gam Po^{210} sau 414 ngày đêm sẽ còn lại bao nhiêu gam?

A. 0,021.

B. 0,056.

C. 0,045.

D. 0,102.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Với $t = 414, T = 138, m_0 = 0,168$ g.

Áp dụng công thức ta được $m(414) = 0,168 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{414}{138}} = 0,021$.