

Thời gian làm bài 180 phút không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{-x+1}{2x+3}$.

Câu 2 (1,0 điểm) Tìm m để hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + (m^2 - m + 2)x^2 + (5m^2 + 7)x + 2m$ đạt cực tiểu tại $x = -2$.

Câu 3 (1,0 điểm)

a) Gọi $z_1; z_2$ là 2 nghiệm phức của phương trình: $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1| + |z_2|$

b) Giải phương trình: $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} = (\sqrt{5} - 2)^{-x^2+3}$.

Câu 4 (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sin 2x + 4 = 8 \cos x + \sin x$.

b) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 = 2C_{n+1}^2 - 24$. Tìm số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(nx - \sqrt[3]{x})^n, x > 0$.

Câu 5 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^4 \left(x + \frac{2x-1}{\sqrt{2x+1}} \right) dx$.

Câu 6 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; -1; 2)$ và mặt phẳng (P) :

$2x - y - 3z - 2 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Tìm tọa độ điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (P) .

Câu 7 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a, AC = 2a, \widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) , góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a và tính góc giữa hai đường thẳng AM và BN .

Câu 8 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có N là trung điểm của cạnh CD và đường thẳng BN có phương trình là $13x - 10y + 7 = 0$; điểm $M(1; 4)$ thuộc đoạn thẳng AC sao cho $AC = 4AM$. Gọi K là điểm đối xứng với N qua C . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết rằng $3AC = 2AB$ và điểm K thuộc đường thẳng $\Delta: x - y - 1 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy + 2 = y\sqrt{x^2 + 2} \\ y^2 + 2(x+1)\sqrt{x^2 + 2x + 3} = 2x^2 - 4x \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 10 (1,0 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{4}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 4}} - \frac{4}{(x+y)\sqrt{(x+2z)(y+2z)}} - \frac{5}{(y+z)\sqrt{(y+2x)(z+2x)}}.$$

.... Hết....

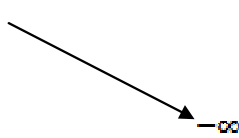
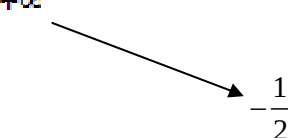
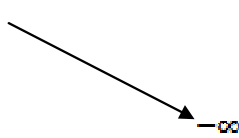
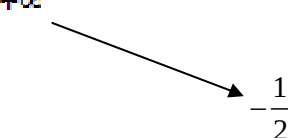
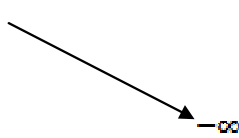
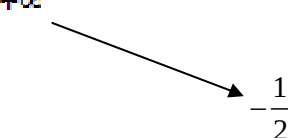
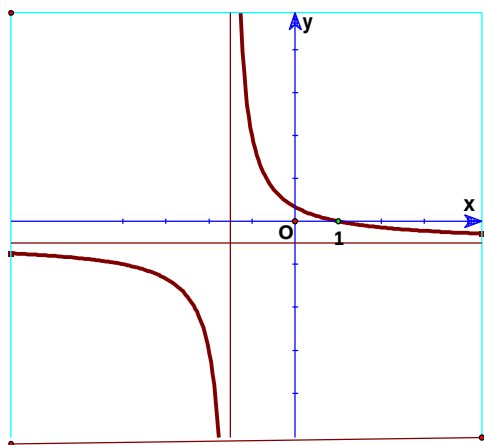
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM.

Chú ý:

+) Đáp án dưới đây có bước chỉ là hướng dẫn chấm, nên thí sinh phải làm chi tiết mới được điểm tối đa.

+) Thí sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

Câu	Đáp án	Điểm												
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{-x+1}{2x+3}$ 1)Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$ 2)Sự biến thiên: +)Chiều biến thiên: $y' = \frac{-5}{(2x+3)^2} < 0, \forall x \in D$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$ và $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. +) Cực trị: hàm số không có cực trị. Lưu ý: Thí sinh có thể không nêu kết luận về cực trị của hàm số.	0,25												
	+)Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{2}; \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} y = +\infty$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{3}{2}$	0,25												
	+)Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{3}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\frac{1}{2}$ </td><td></td><td>$+\infty$ </td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$	y'	-		-	y	$-\frac{1}{2}$ 		$+\infty$ 	0,25
x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$											
y'	-		-											
y	$-\frac{1}{2}$ 		$+\infty$ 											
	3)Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại A(1;0) và cắt trục Oy tại B(0;$\frac{1}{3}$) 	0,25												

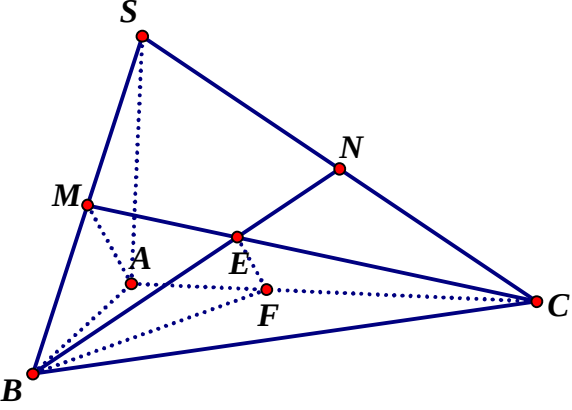
Câu	Đáp án	Điểm
2	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ $y'(x) = x^2 + 2(m^2 - m + 2)x + 5m^2 + 7$	0,25
	$y''(x) = 2x + 2(m^2 - m + 2)$	0,25
	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2 \Rightarrow y'(-2) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}$	0,25
	- Với $m = -1$ ta có $y' = 2x + 8$; $y''(-2) = 4 > 0 \Rightarrow m = -1$ (tm) - Với $m = -3$ ta có $y' = 2x + 28$; $y''(-2) = 24 > 0 \Rightarrow m = -3$ (tm) Vậy giá trị m cần tìm là : $m = -1$ hay $m = -3$.	0,25

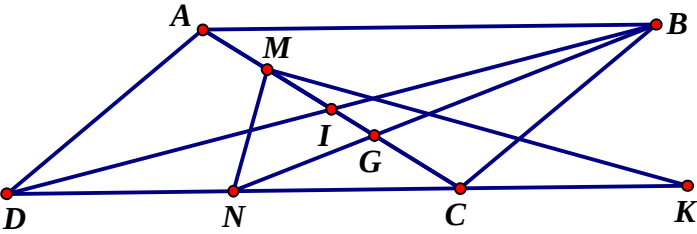
Câu	Đáp án	Điểm
3	a) Phương trình : $z^2 - 2z + 2 = 0$ có $\Delta' = 1 - 2 = -1 < 0$ Nên phương trình có hai nghiệm phức phân biệt: $z_1 = 1 - i$; $z_2 = 1 + i$	0,25
	$A = z_1 + z_2 = \sqrt{1^2 + (-1)^2} + \sqrt{1^2 + 1^2} = 2\sqrt{2}$	0,25
	b) Ta có: $(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) = 1 \Leftrightarrow \sqrt{5} - 2 = \frac{1}{\sqrt{5} + 2} = (\sqrt{5} + 2)^{-1}$ Do đó ta có: $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} = (\sqrt{5} - 2)^{-x^2+3} \Leftrightarrow (\sqrt{5} + 2)^{x-1} = (\sqrt{5} + 2)^{x^2-3}$	0,25
	$\Leftrightarrow x - 1 = x^2 - 3 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-1; 2\}$.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
4	a) Biến đổi phương trình về dạng: $(\sin x - 4)(2 \cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 4 \text{ (vn)} \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
	Với $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ Kết luận: phương trình có nghiệm: $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.	0,25
	b) Ta có: $A_n^2 = 2C_{n+1}^2 - 24 \Leftrightarrow n(n-1) = n(n+1) - 24$ (với đk $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$;) $\Leftrightarrow n = 12$	0,25
	Xét khai triển nhị thức Niu-tơn của: $(12x - \sqrt[3]{x})^{12}$, số hạng tổng quát của khai triển là: $T_{k+1} = C_{12}^k 12^{12-k} x^{12-k} (-\sqrt[3]{x})^k = C_{12}^k 12^{12-k} x^{12-k} (-1)^k (x^{\frac{1}{3}})^k = C_{12}^k 12^{12-k} (-1)^k x^{12-k+\frac{k}{3}}$ (đk $0 \leq k \leq 12; k \in \mathbb{Z}$) Số hạng chứa x^6 tương ứng với $12 - k + \frac{k}{3} = 6 \Leftrightarrow k = 9$ (tm). Do đó số hạng cần tìm là: $C_{12}^9 12^3 (-1)^9 x^6 = -C_{12}^9 \cdot 12^3 \cdot x^6$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm						
5	Ta có $I = \int_1^4 x dx + \int_1^4 \frac{2x-1}{\sqrt{2x+1}} dx$ Tính $I_1 = \int_1^4 x dx = \frac{1}{2} x^2 \Big _1^4 = \frac{15}{2}$	0,25						
	Tính $I_2 = \int_1^4 \frac{2x-1}{\sqrt{2x+1}} dx$ Đặt $t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow dt = \frac{dx}{\sqrt{x+1}} \Rightarrow dx = t dt$ Đổi cận: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>4</td></tr> <tr> <td>t</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>3</td></tr> </table> Suy ra $I_2 = \int_{\sqrt{3}}^3 \frac{(t^2-2)t}{t} dt$	x	1	4	t	$\sqrt{3}$	3	0,25
x	1	4						
t	$\sqrt{3}$	3						
	$= \int_{\sqrt{3}}^3 (t^2-2) dt = \left(\frac{1}{3} t^3 - 2t \right) \Big _{\sqrt{3}}^3 = (9-6) - (\sqrt{3}-2\sqrt{3}) = 3+\sqrt{3}$	0,25						
	Vậy $I = \frac{15}{2} + 3 + \sqrt{3} = \frac{21}{2} + \sqrt{3}$	0,25						

Câu	Đáp án	Điểm
6.	+) Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -1; -3)$ +) Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, $\Delta \perp (P) \Rightarrow \Delta$ nhận $\vec{n} = (2; -1; -3)$ làm một vec tơ chỉ phương.	0,25
	+) Đường thẳng Δ đi qua $A(0; -1; 2)$ và nhận vector $\vec{n} = (2; -1; -3)$ làm vec tơ chỉ phương nên phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 2t \\ y = -1-t \\ z = 2-3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$	0,25
	+) Gọi B là điểm đối xứng của A qua $(P) \Rightarrow B \in \Delta \Rightarrow B(2t; -1-t; 2-3t)$	0,25
	+) Trung điểm của AB thuộc mặt phẳng (P) nên ta có $2t - \left(-1 - \frac{1}{2}t \right) - 3 \left(2 - \frac{3}{2}t \right) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ Do đó $B(2; -2; -1)$	0,25

Câu 7 (1,0 điểm)		
	+) Lập luận chỉ ra $\widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{SBA} = 60^\circ$ +) $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$	0,25
	$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3}{2}$	0,25
	+) $CM \cap NB = E$ (E là trọng tâm tam giác SBC). +) Xét ΔAMC: Kẻ $EF \parallel AM$ ($F \in AC$) $\Rightarrow \frac{EF}{AM} = \frac{CF}{CA} = \frac{2}{3}$ +) $\widehat{(AM, BN)} = \widehat{(EF, BN)}$.	0,25
	+) $SB^2 = 4a^2, SC^2 = 7a^2, BC^2 = 7a^2$ +) ΔSBC có $BN^2 = \frac{2BS^2 + 2BC^2 - SC^2}{4} = \frac{15a^2}{4} \Rightarrow BE^2 = \frac{4}{9}BN^2 = \frac{15a^2}{9}$ +) $EF = \frac{2}{3}AM = \frac{1}{3}SB = \frac{2a}{3}, AF = \frac{2a}{3}, BF^2 = BA^2 + AF^2 - 2BA \cdot AF \cdot \cos \widehat{BAF} = \frac{19a^2}{9}$ +) $\cos \widehat{BEF} = \frac{BE^2 + EF^2 - BF^2}{2BE \cdot EF} = 0 \Rightarrow \widehat{(EF, BN)} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{(AM, BN)} = 90^\circ$.	0,25

Câu 8	Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành ABCD.	Điểm
	 +) $d(M, BN) = \frac{ 13 - 10 \cdot 4 + 7 }{\sqrt{13^2 + 10^2}} = \frac{20}{\sqrt{269}}$ +) $K \in \Delta \Rightarrow K(m, m-1)$	0,25

	+)Gọi I là tâm của hình bình hành $ABCD$, G là giao điểm của BN & $AC \Rightarrow G$ là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow CG = \frac{2}{3}CI = \frac{1}{3}AC$ +)Có $AM = \frac{1}{4}AC \Rightarrow MG = \frac{5}{12}AC \Rightarrow CG = \frac{4}{5}MG \Rightarrow d(C, BN) = \frac{4}{5}d(M, BN)$ Có C là trung điểm của $KN \Rightarrow d(K, BN) = 2d(C, BN) = \frac{8}{5}d(M, BN) = \frac{32}{\sqrt{269}}$ $\Rightarrow \frac{ 13m - 10(m-1) + 7 }{\sqrt{269}} = \frac{32}{\sqrt{269}} \Leftrightarrow 3m + 17 = 32 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -\frac{49}{3} \end{cases}$ +)Với $m = 5 \Rightarrow K(5; 4)$ Với $m = -\frac{49}{3} \Rightarrow K\left(-\frac{49}{3}; -\frac{52}{3}\right)$ Có M & K nằm khác phía với $BN \Rightarrow K(5; 4)$ thỏa mãn.	0,25
	+)Có $CM = \frac{3}{4}AC = \frac{2AB}{4} = \frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} = CN = CK \Rightarrow \Delta MNK$ là tam giác vuông tại $M \Rightarrow MN \perp MK$ Phương trình đường thẳng $MK : y - 4 = 0 \Rightarrow MN : x - 1 = 0$ +) $N = BN \cap MN \Rightarrow N(1; 2)$ C là trung điểm của $NK \Rightarrow C(3; 3)$, N là trung điểm của $CD \Rightarrow D(-1; 1)$	0,25
	+) $\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{MA} \Rightarrow A\left(\frac{1}{3}; \frac{13}{3}\right)$ $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow B\left(\frac{13}{3}; \frac{19}{3}\right)$ +) Kết luận: $A\left(\frac{1}{3}; \frac{13}{3}\right), B\left(\frac{13}{3}; \frac{19}{3}\right), C(3; 3), D(-1; 1)$	0,25

	Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy + 2 = y\sqrt{x^2 + 2} & (1) \\ y^2 + 2(x+1)\sqrt{x^2 + 2x + 3} = 2x^2 - 4x & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$	Điểm
Câu 9 (1,0 điểm)	+)Ta có: $(1) \Leftrightarrow y(\sqrt{x^2 + 2} - x) = 2 \quad (3)$ +) Vì $\sqrt{x^2 + 2} - x > \sqrt{x^2} - x = x - x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, nên: $(3) \Leftrightarrow y = \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2} - x} = \sqrt{x^2 + 2} + x$	0,25
	+) Thay vào phương trình (2) ta được: $(2) \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 2} + x)^2 + 2(x+1)\sqrt{x^2 + 2x + 3} = 2x^2 - 4x$ $\Leftrightarrow 1 + x\sqrt{x^2 + 2} + 2x + (x+1)\sqrt{x^2 + 2x + 3} = 0$ $\Leftrightarrow (x+1)\left(1 + \sqrt{(x+1)^2 + 2}\right) = (-x)\left(1 + \sqrt{(-x)^2 + 2}\right) \quad (3)$	0,25

	+) Xét hàm số đặc trưng: $f(t) = t(1 + \sqrt{t^2 + 2}) \quad (t \in \mathbb{R})$ $f'(t) = 1 + \sqrt{t^2 + 2} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 2}} > 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$	0,25
	+) Khi đó $(3) \Leftrightarrow f(x+1) = f(-x) \Leftrightarrow x+1 = -x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = 1$ +) Vậy hệ có 1 nghiệm $(x; y) = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$	0,25

Câu 10 (1,0 điểm)	+) Với mọi số thực dương x, y, z. Ta có: $\sqrt{(x+2z)(y+2z)} \leq \frac{x+y+4z}{2} \Rightarrow (x+y)\sqrt{(x+2z)(y+2z)} \leq (x+y)\frac{x+y+4z}{2}$ +) Mặt khác $(x+y)\frac{x+y+4z}{2} = \frac{x^2+y^2+2xy+4yz+4xz}{2} \leq 2(x^2+y^2+z^2)$ Vì $2xy \leq x^2+y^2; 4yz \leq 2(y^2+z^2); 4xz \leq 2(x^2+z^2)$ +) Tương tự $(z+y)\sqrt{(y+2x)(z+2x)} \leq 2(x^2+y^2+x^2)$	0,25
	+) Từ đó suy ra $P \leq \frac{4}{\sqrt{x^2+y^2+z^2+4}} - \frac{9}{2(x^2+y^2+z^2)}$ +) Đặt $\sqrt{x^2+y^2+z^2+4} = t \quad (t > 2)$. Khi đó $P \leq \frac{4}{t} - \frac{9}{2(t^2-4)}$	0,25
	+) Xét hàm số $f(t) = \frac{4}{t} - \frac{9}{2(t^2-4)} \quad (t > 2); f'(t) = -\frac{4}{t^2} + \frac{9t}{(t^2-4)^2}$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4 \quad (tm)$	0,25
	+) Lập bảng biến thiên của hàm số ta được $\underset{[2;+\infty)}{\text{Max}} f(t) = f(4) = \frac{5}{8}$ +) Khi $x = y = z = 2 \Rightarrow P = \frac{5}{8}$. Vậy $\text{Max} P = \frac{5}{8}$ khi $(x; y; z) = (2; 2; 2)$	0,25