


# CHƯƠNG 1
# KHẢO SÁT HÀM SỐ

## KHÓA 2023 - 2024

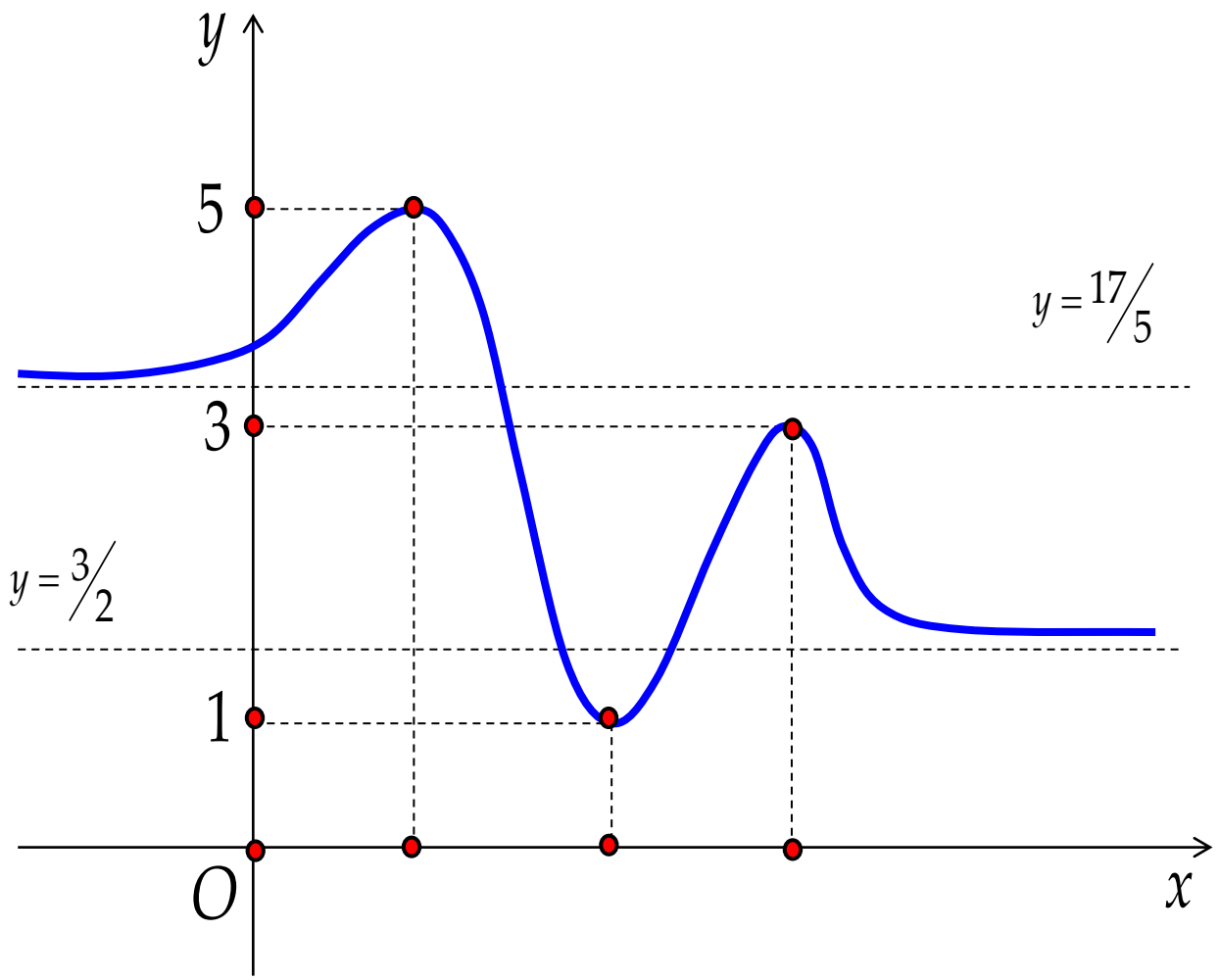
Biên soạn
**LÊ MINH TÂM**

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ
KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

- SỰ ĐỒNG BIẾN - NGHỊCH BIẾN
- CỰC TRỊ
- GIÁ TRỊ LỚN NHẤT - NHỎ NHẤT
- TIỆM CẬN
- ĐỒ THỊ HÀM SỐ
- SỰ TƯƠNG GIAO

# MỤC LỤC


Chủ đề 01. ĐƠN ĐIỆU ..... 3
Chủ đề 02. CỰC TRỊ ..... 16
Chủ đề 03. MAX – MIN ..... 29
Chủ đề 04. TIỆM CẬN ..... 38
Chủ đề 05. ĐỒ THỊ HÀM SỐ ..... 56
Chủ đề 06. TƯƠNG GIAO ..... 81

# Chủ đề 01. ĐƠN ĐIỆU

**Câu 1.** Kí hiệu $K$ là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa đoạn. Giả sử $y=f(x)$ xác định trên $K$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $y=f(x)$ đồng biến (tăng) trên $K$ nếu $\forall x_1,x_2\in K$ mà $x_1<x_2$ thì $f(x_1)<f(x_2)$.

**B.** $y=f(x)$ nghịch biến (giảm) trên $K$ nếu $\forall x_1,x_2\in K$ mà $x_1<x_2$ thì $f(x_1)>f(x_2)$.

**C.** $y=f(x)$ không đổi trên $K$ nếu $\forall x_1,x_2\in K$ mà $x_1\neq x_2$ thì $f(x_1)=f(x_2)$.

**D.** Cả 3 khẳng định trên đều đúng.

**Câu 2.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a\neq 0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $\begin{cases}b^2-3ac<0\\ a>0\end{cases}$.

**B.** $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $\begin{cases}b^2-3ac<0\\ a<0\end{cases}$.

**C.** $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $\begin{cases}b^2-3ac>0\\ a>0\end{cases}$.

**D.** $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $\begin{cases}b^2-3ac>0\\ a<0\end{cases}$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có $ad-bc<0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{d}{c}\right)$ và $\left(-\dfrac{d}{c};+\infty\right)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{d}{c}\right)$ và $\left(-\dfrac{d}{c};+\infty\right)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{d}{c}\right)\cup\left(-\dfrac{d}{c};+\infty\right)$.

**Câu 4.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có $ad-bc>0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

**C.** Hàm số đồng biến tại mọi x thuộc tập xác định.

**D.** Hàm số đồng biến trên tập xác định.

**Câu 5.** Cho số thực $a>0$, hàm số nào sau đây có thể đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

**A.** $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$.

**B.** $f(x)=ax^4+bx^2+c$.

**C.** $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có $ad-bc\neq 0$.

**D.** $f(x)=ax^2+bx+c$.

**Câu 6.** Cho hàm $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**Câu 7.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**C.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 8.** Hàm số nào đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

**A.** $y=\sqrt{x+1}$. **B.** $y=x^3+x-2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

**Câu 9.** Hàm số $y=\sqrt{4+2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;3)$.

**Câu 10.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| x | -∞ | | -1 | | 0 | | 3 | | +∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | |

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

**Câu 11.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| x | -∞ | | -1 | | 1 | | 2 | | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | - | 0 | + | 0 | - | 0 | - | |

Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;5)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

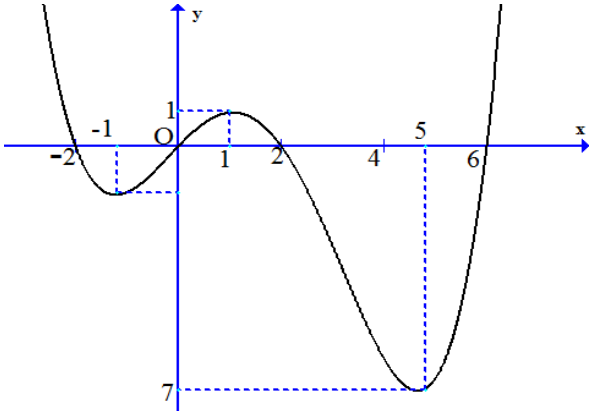
**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;-2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(-x+1)(x-3)^2(x+4)^3$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-4)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;4)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

**Câu 13.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như sau:

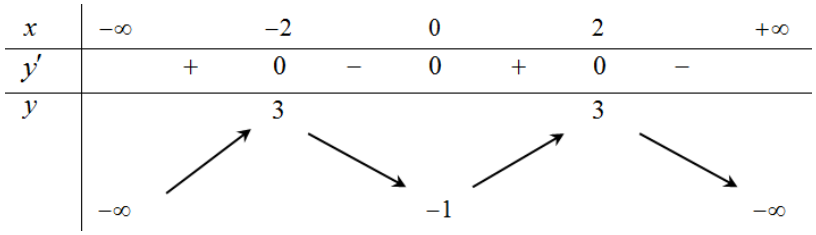


Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;5)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

**Câu 14.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

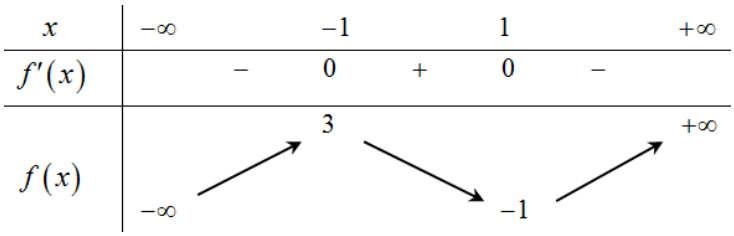



Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

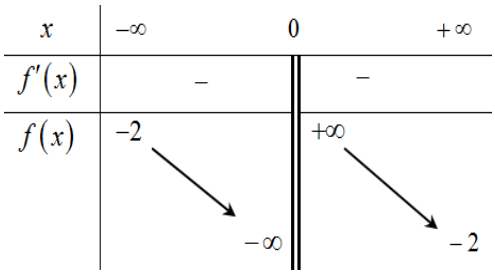
**Câu 15.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

**Câu16.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

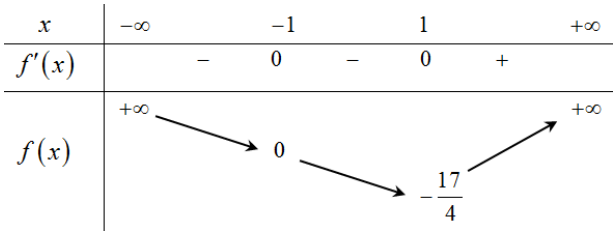
**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$, $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

**Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây?

i. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

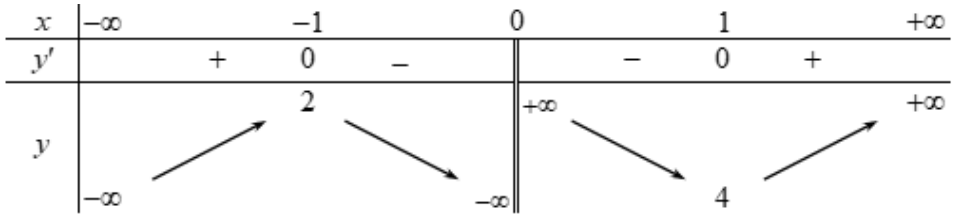
ii. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

iii. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

iv. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{17}{4};+\infty\right)$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

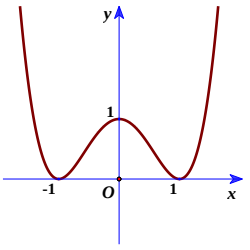
**Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Câu 19.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

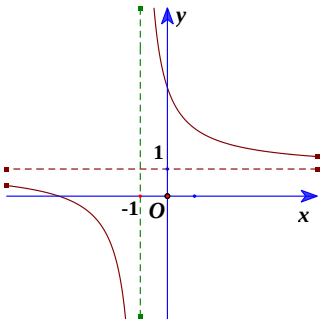



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$.

**C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 20.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.




Xét các mệnh đề sau:

i. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

ii. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

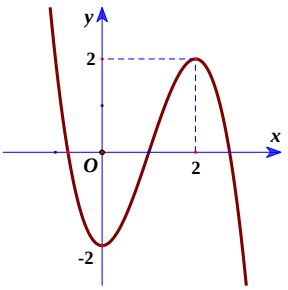
iii. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

iv. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

Số các mệnh đề đúng là

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 21.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Khẳng định nào sau đây là **sai**?

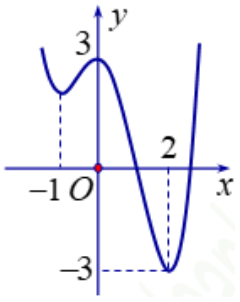
**A.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(-2;2)$.

**Câu 22.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

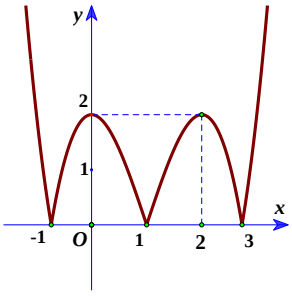
**A.** $(0;2)$.

**B.** $(-3;3)$.

**C.** $(-1;0)$.

**D.** $(-1;2)$.

**Câu 23.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường tô đậm trong hình vẽ:




Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(-1;2)$.

**Câu 24.** Cho $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

**Câu 25.** Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**Câu 26.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-5$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $5$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

**Câu 27.** Cho $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Câu 28.** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

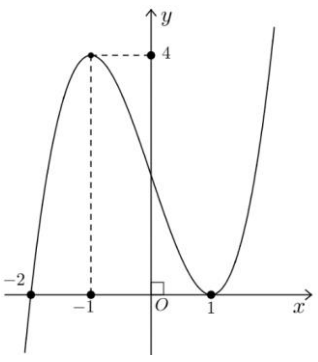
**A.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

**Câu 29.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.




Khẳng định nào sau đây là **sai**?

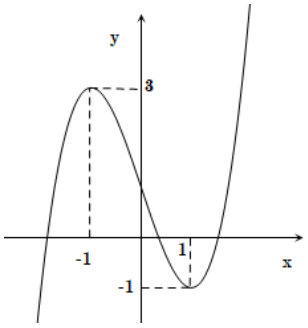
**A.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

**B.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**C.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

**D.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**Câu 30.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.




Mệnh đề nào dưới đây là **SAI?**

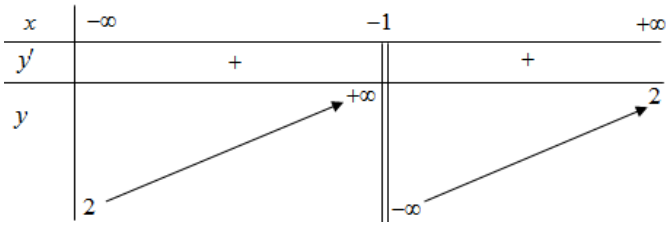
**A.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $(-2;1)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(3;+\infty)$.

**Câu 31.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên.




Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

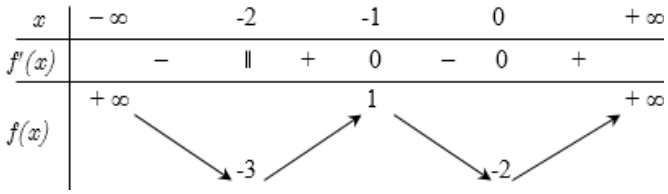
**A.** $(2;+\infty)$.

**B.** $(-2;+\infty)$.

**C.** $(-\infty;0)$.

**D.** $(-\infty;2)$.

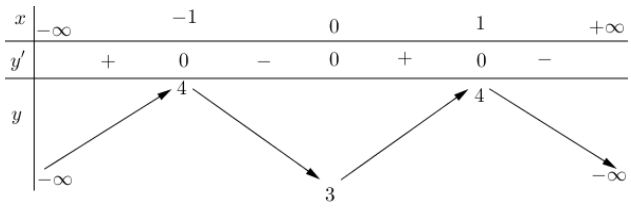
**Câu 32.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:




Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-3;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

**Câu 33.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên.

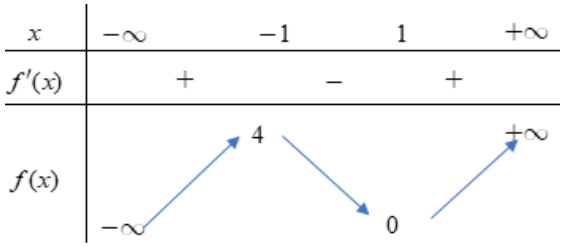



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;4)$. **B.** $(-1;0)$.

**C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

**Câu 34.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên.

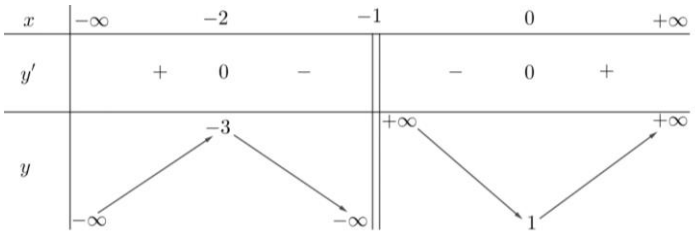



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(0;2)$.

**C.** $(0;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

**Câu 35.** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

**Câu 36.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

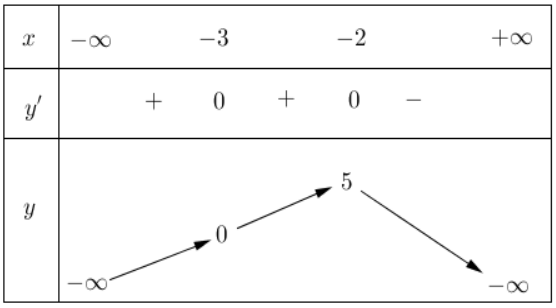
Số mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây ?

I. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-2)$.

II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

III. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

IV. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

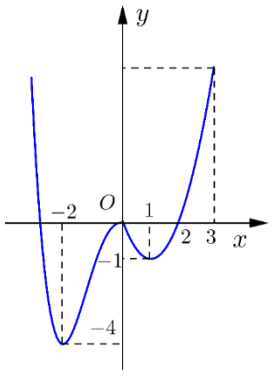



**A.** 2. **B.** 3.

**C.** 4. **D.** 1.

**Câu 37.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng được chỉ ra dưới đây?



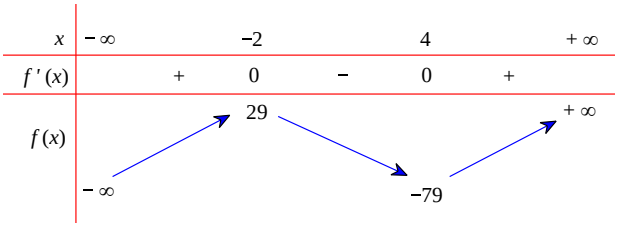

**A.** $(-1;0)$.

**B.** $(-2;-1)$.

**C.** $(0;1)$.

**D.** $(1;3)$.

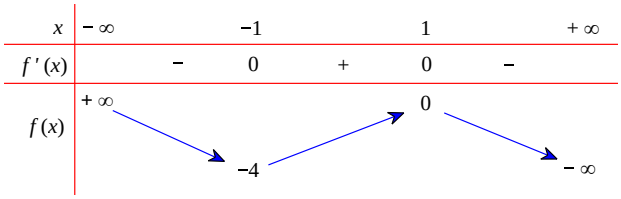
**Câu 38.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-\infty;-3)$. **B.** $(-\infty;-2)$.

**C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-79;+\infty)$.

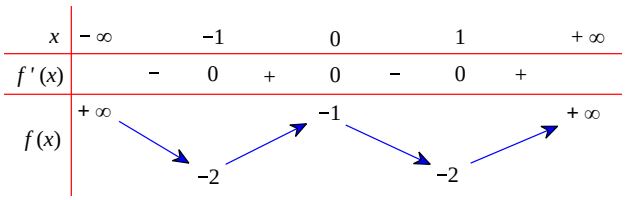
**Câu 39.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(3-x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-1;1)$. **B.** $(2;4)$.

**C.** $(-4;0)$. **D.** $(-4;-2)$.

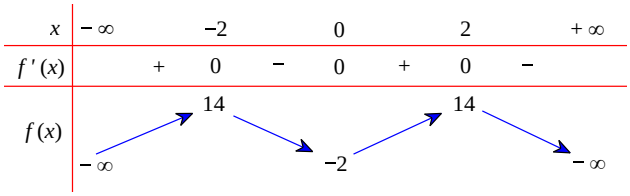
**Câu 40.** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$.

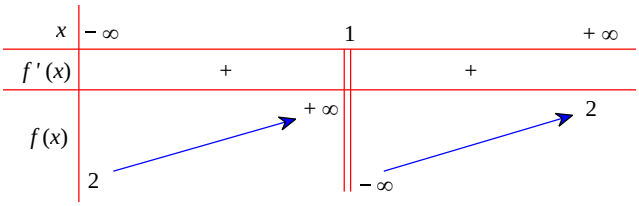
**C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(0;1)$.

**Câu 41.** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(2-3x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



**A.** $\left(-\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$.

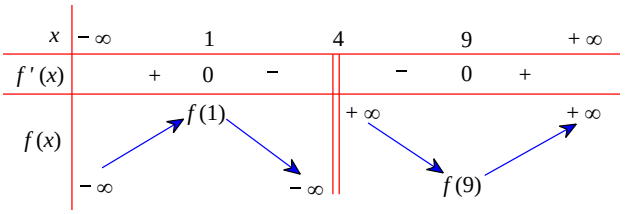
**Câu 42.** Cho hàm số phân thức $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(4x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(3;4)$. **B.** $(-\infty;1)$.

**C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $(-2;3)$.

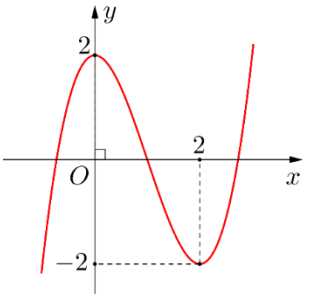
**Câu 43.** Cho hàm số phân thức $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(2x-5)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(1;4)$. **B.** $(5;7)$.

**C.** $(4;9)$. **D.** $(3;9)$.

**Câu 44.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

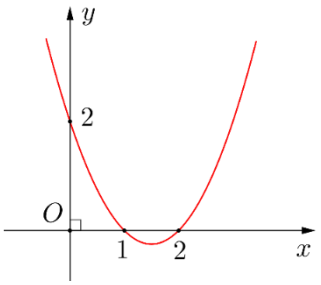



Hỏi hàm số $y=f\left(x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$. **B.** $\left(0;\sqrt{2}\right)$.

**C.** $\left(-\sqrt{2};0\right)$. **D.** $(0;+\infty)$.

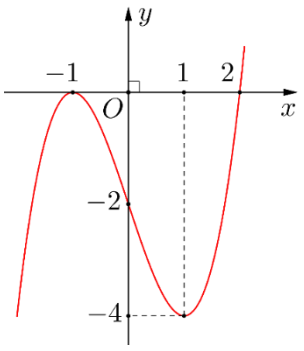
**Câu 45.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại $\forall x\in\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số $y=f'(x)$. Hỏi hàm số $g(x)=f\left(x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây




**A.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\mathbb{R}$.

**C.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

**Câu 46.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào về hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)$ dưới đây là **sai**?



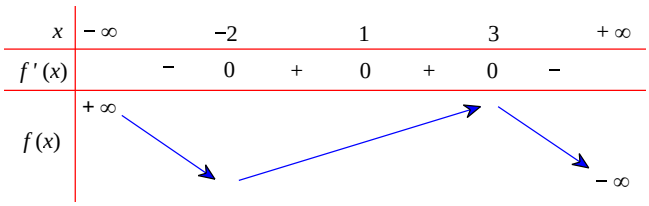

**A.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

**B.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**D.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

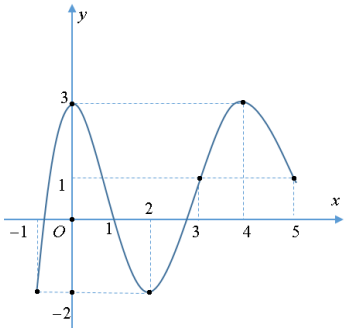
**Câu 47.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $g(x)=f\left(x^2+2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;-1)$.

**C.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

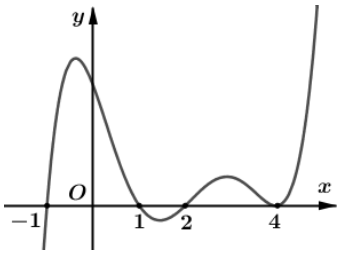
**Câu 48.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;5]$ có đồ thị của hàm $y=f'(x)$ được cho như hình bên dưới. Hàm số $g(x)=-2f(x)+x^2-4x+4$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?




**A.** $(-1;0)$. **B.** $(0;2)$.

**C.** $(2;3)$. **D.** $(-2;-1)$.

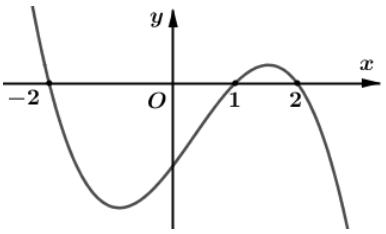
**Câu 49.** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới Hàm số $g(x)=f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?




**A.** $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$.

**C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

**Câu 50.** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới và $f(-2)=f(2)=0$. Hàm số $g(x)=\left[f(3-x)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?




**A.** $(-2;-1)$. **B.** $(1;2)$.

**C.** $(2;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

**Câu 51.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biên thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số $g(x)=f\left(2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

**A.** $\left(-1;\frac{1}{4}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};1\right)$.

**C.** $\left(1;\frac{5}{4}\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{4};+\infty\right)$.

**Câu 52.** Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-mx^2+(3m+2)x-2020$. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**A.** $\left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m\leq -1 \end{array}\right.$. **B.** $m\leq 2$. **C.** $-2\leq m\leq -1$. **D.** $-1\leq m\leq 0$.

**Câu 53.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**A.** $-1<m<1$. **B.** $-1\leq m\leq 1$. **C.** $0\leq m\leq 1$. **D.** $0<m<1$.

**Câu 54.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-(m+1)x^2+(m-2)x-3m$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

**A.** $\frac{-1}{4}\leq m<0$. **B.** $m\leq -\frac{1}{4}$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

**Câu 55.** Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+8$, với $m$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

**A.** 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

**Câu 56.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2-4mx$ đồng biến trên đoạn $[1;\ 4]$.

**A.** $m\le\frac{1}{2}$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $\frac{1}{2}<m<2$. **D.** $m\le 2$

**Câu 57.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2-3(m+1)x-m-1$ nghịch biến biến trên đoạn $[-1;3]$.

**A.** $m\ge 2$. **B.** $m\ge\frac{1}{2}$. **C.** $m<\frac{1}{2}$. **D.** $m\le 2$

**Câu 58.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-x^2-mx+2$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**A.** $m\le\frac{-1}{3}$. **B.** $m\ge\frac{-1}{3}$. **C.** $m\le -3$. **D.** $m\ge -3$.

**Câu 59.** Xác định các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3mx^2-m$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

**A.** $m\ge\frac{1}{2}$. **B.** $m<\frac{1}{2}$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge 0$.

**Câu 60.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực $m$ để hàm số $y=\frac{mx-6}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

**A.** 4. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 2.

**Câu 61.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

**A.** $m\in(-\infty;2)$. **B.** $m\in(1;2)$. **C.** $m\in[2;+\infty)$. **D.** $m\in(2;+\infty)$.

**Câu 62.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{mx+3}{3x+m}$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó

**A.** $-3<m<3$.. **B.** $m<-3$.. **C.** $-3<m<0$.. **D.** $m>3$.

**Câu 63.** Cho hàm số $y=\frac{mx+4-3m}{x+m}$, $m$ là tham số. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**A.** $m>1$. **B.** $m<-4$. **C.** $-4<\mathrm{m}<1$. **D.** $m\le -4\vee m\ge 1$.

**Câu 64.** Cho hàm số $y=\frac{(m+1)x-2}{x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

**A.** $-2<m<1$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m\le -2\end{array}\right.$. **C.** $-2\le m\le 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>1\\ m<-2\end{array}\right.$.

**Câu 65.** Cho hàm số $y=\frac{mx+4m}{x+m}$. Gọi $S$ là tập hợp hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng xác định. Khi đó số phần tử của tập $S$ bằng

**A.** 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

**Câu 66.** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của $m$ để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

**Câu 67.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx+7m-8}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$

**A.** $-8<m\le 1$. **B.** $-8<m<1$. **C.** $\dfrac{4}{5}<m\le 3$. **D.** $\dfrac{4}{5}<m<3$.

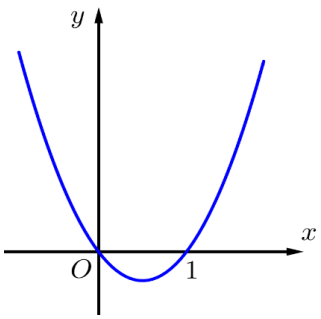
**Câu 68.** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+8}{x+2m}$ ($m$ là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

**A.** 2018. **B.** 2017. **C.** 4036. **D.** 4034.

**Câu 69.** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+2}{2x+m}$, $m$ là tham số thực. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 70.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Hàm số $g(x)=f\left(-x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-2;-1)$. **B.** $(1;2)$.

**C.** $(-1;0)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$.

**Câu 71.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y=f(3x+1)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

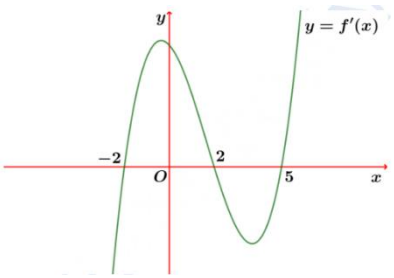
**A.** $\left(-1;-\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{2}{3};1\right)$. **D.** $\left(\dfrac{3}{4};1\right)$

**Câu 72.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y=f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $0$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

**A.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2};3\right)$.

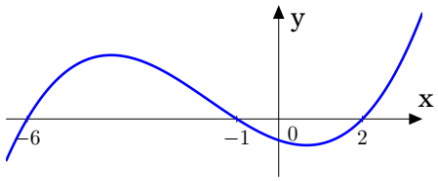
**Câu 73.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x)=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?




**A.** $(-1;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-1)$

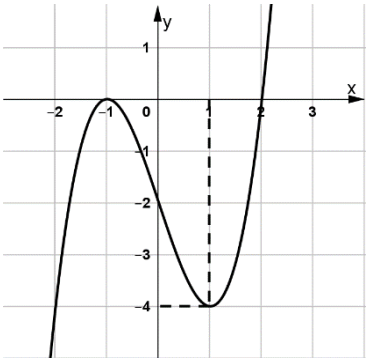
**C.** $(1;3)$ **D.** $(0;2)$

**Câu 74.** Cho hàm số $y=f(x)$. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(3-x^2)+2018$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-1;0)$ **B.** $(2;3)$ **C.** $(-2;-1)$ **D.** $(0;1)$

**Câu 75.** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x^2-2)$ Mệnh đề nào **sai**?




**A.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$

**B.** Hàm số $g(x)$đồng biến trên $(2;+\infty)$

**C.** Hàm số $g(x)$nghịch biến trên $(-1;0)$

**D.** Hàm số $g(x)$nghịch biến trên $(0;2)$

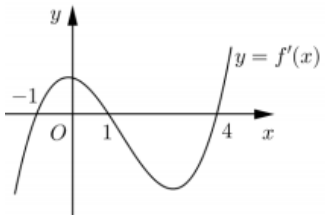
**Câu 76.** Cho hàm số $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ $0$ $+$ | $0$ | $-$ |

Hàm số $y=f(x^2+2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-2;1)$. **B.** $(-4;-3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

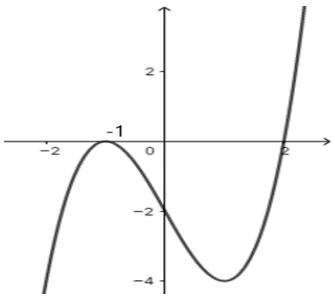
**Câu 77.** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(2-x)$đồng biến trên khoảng




**A.** $(1;3)$. **B.** $(2;+\infty)$.

**C.** $(-2;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

**Câu 78.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?




**A.** Hàm số $g(x)$nghịch biến trên$(-1;0)$.

**B.** Hàm số $g(x)$nghịch biến trên$(-\infty;-2)$.

**C.** Hàm số $g(x)$nghịch biến trên$(0;2)$.

**D.** Hàm số $g(x)$đồng biến trên$(2;+\infty)$.

**Câu 79.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số $y=f(x^2-2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-2)$ **B.** $(0;2)$ **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

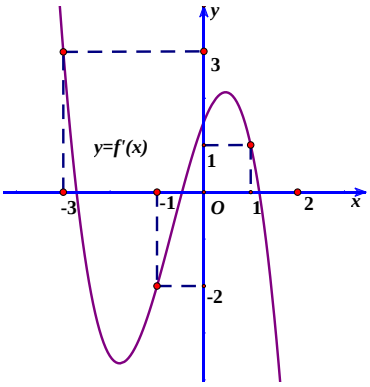
**Câu 80.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-2;1)$. **B.** $(-4;-3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

**Câu 81.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Đặt $y=g(x)=f(x)-\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{4}+\frac{3x}{2}+1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-3)$.

**B.** Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$.

**C.** Hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên $(-1;1)$.

**D.** Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

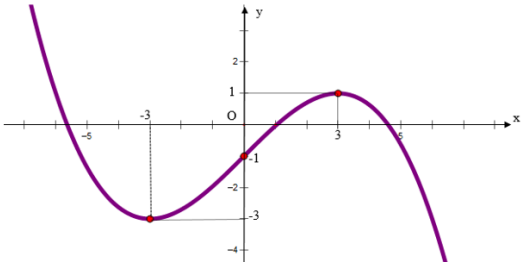
**Câu 82.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $2$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y=f\left(6-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(-3;-2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

**Câu 83.** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=f(3x+1)-3x^2+x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



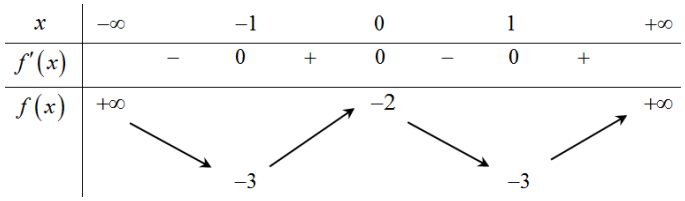

**A.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{2}{3}\right)$.

**C.** $(-1;0)$. **D.** $\left(\frac{2}{3};2\right)$.

---------- **HẾT** ----------

# Chủ đề 02. CỰC TRỊ

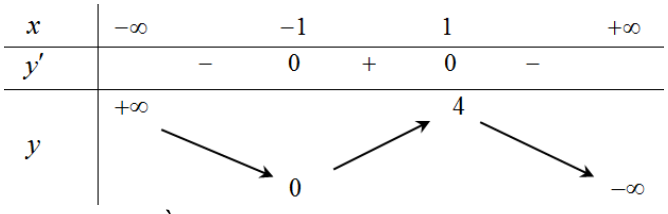
**Câu 1.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Hàm số đạt cực đại tại

**A.** $x=-3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\pm 1$. **D.** $x=-2$.

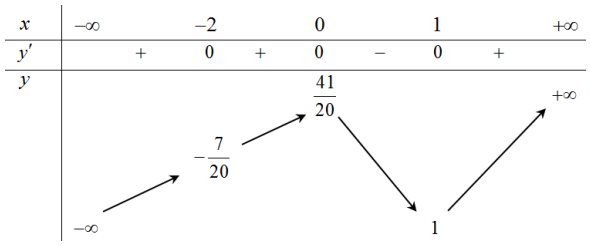
**Câu 2.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

**A.** 0. **B.** −1. **C.** 1. **D.** 4.

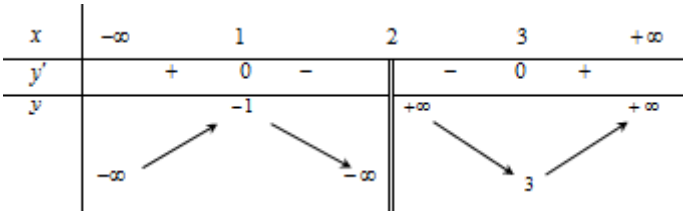
**Câu 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Số điểm cực trị của hàm số là

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 4.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như sau:




Khẳng định nào sau đây **đúng**?

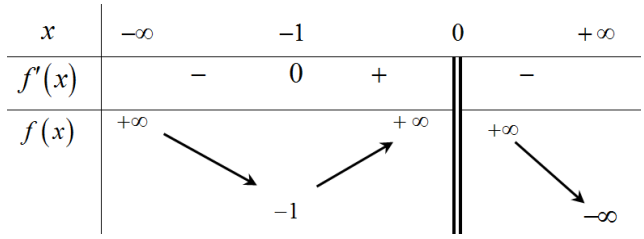
**A.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

**B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ và đạt cực đại tại điểm $x=3$.

**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và đạt cực đại tại điểm $x=3$.

**Câu 5.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

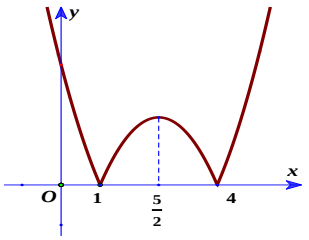



Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Giá trị cực tiểu của hàm số là −1. **B.** Hàm số có 1 điểm cực trị.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

**Câu 6.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?

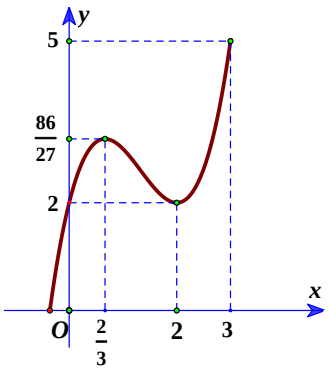
**A.** 0.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 3.

**Câu 7.** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $[0;3]$, có đồ thị như hình bên dưới.




Xét các mệnh đề sau:

i. Hàm số đạt cực đại tại $x=\dfrac{86}{27}$.

ii. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

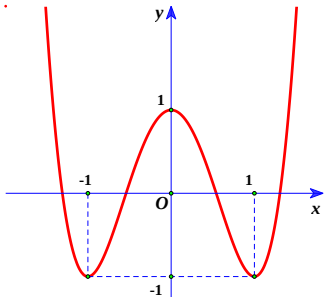
iii. Giá trị cực tiểu của hàm số là 2.

iv. Hàm số có 2 điểm cực trị.

Số các mệnh đề đúng là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 8.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Khẳng định nào sau đây là **sai**?

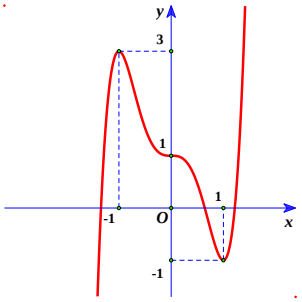
**A.** Hàm có 3 điểm cực trị.

**B.** Giá trị cực tiểu của hàm số là 1.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**D.** Hàm số có 2 điểm cực tiểu.

**Câu 9.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Tổng tất cả các giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số là

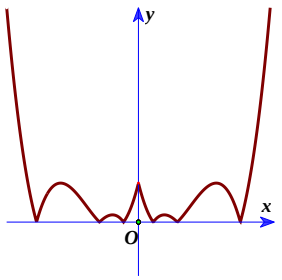
**A.** 2.

**B.** 4.

**C.** 0.

**D.** 3.

**Câu 10.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường tô đậm trong hình vẽ:




Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 9.

**B.** 11.

**C.** 4.

**D.** 5.

**Câu 11.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào **không** có cực trị?

**A.** $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=x^3+2$. **D.** $y=-x^4+3$.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=\sqrt{5-4x-x^2}$. Tìm mệnh đề đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

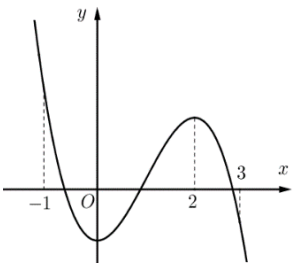
**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$

**Câu 13.** Hàm số có điểm cực trị là

**A.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=-x^3+2$.

**Câu 14.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



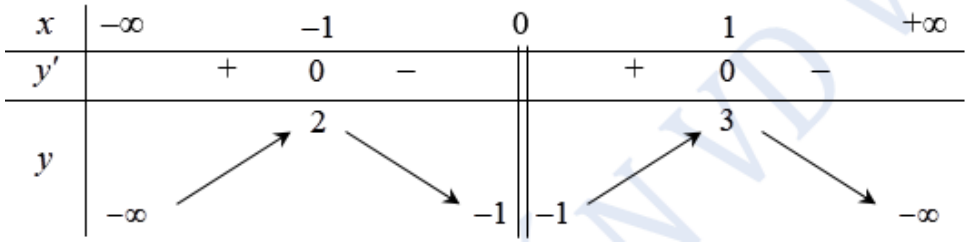

**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=-1$.

**B.** Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x=0, x=3$.

**C.** Hàm số có hai điểm cực đại là $x=-1, x=2$.

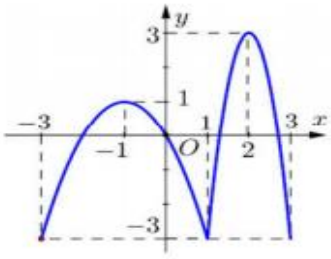
**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=2$.

**Câu 15.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** Có ba điểm. **B.** Có hai điểm. **C.** Có một điểm. **D.** Có bốn điểm.

**Câu 16.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Trên đoạn $[-3;3]$ hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



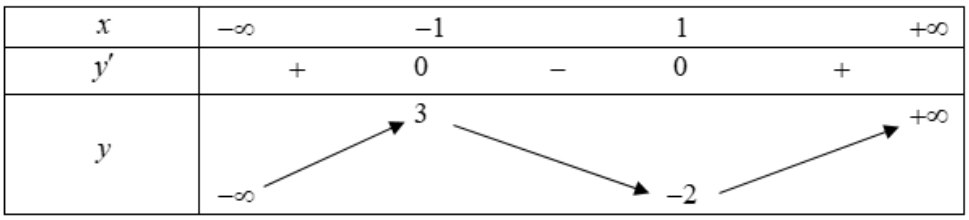

**A.** 4.

**B.** 2.

**C.** 5.

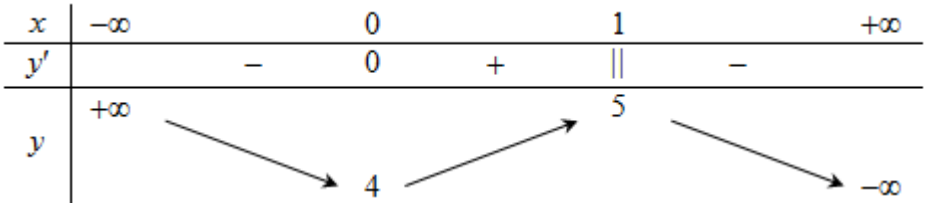
**D.** 3.

**Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Gọi $D$ là giá trị cực đại và $d$ là giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$. Tính giá trị $D-d$.




**A.** $-5$. **B.** 5. **C.** $-2$. **D.** 2.

**Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $y_{CT}=0$. **B.** $x_{CT}=4$.

**C.** $y_{CĐ}=5$. **D.** Hàm số có một điểm cực trị.

**Câu 19.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-\infty$ |

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là

**A.** $y=-2x+1$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=3x-1$. **D.** $y=2x+1$.

**Câu 20.** Hàm số $y=x^3-3x^2+3x-4$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Câu 21.** Cho hàm số $y=x^3-3x$. Tọa độ của điểm cực đại của đồ thị hàm số là

**A.** $(2;-2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $\left(3;\frac{2}{3}\right)$. **D.** $(1;-2)$.

**Câu 22.** Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

**A.** 3. **B.** $-20$. **C.** 7. **D.** $-25$.

**Câu 23.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $M(0;0)$.

**B.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $M_1(-1;-1)$ và $M_2(1;-1)$.

**C.** Hàm số không có cực trị.

**D.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $M_1(1;1)$ và $M_2(-1;1)$.

**Câu 24.** Chọn khẳng định đúng về hàm số $y=x^4-3x^3+2$.

**A.** Hàm số không có cực trị. **B.** Số điểm cực trị của hàm số là 2.

**C.** Số điểm cực trị của hàm số là 1. **D.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-27$.

**Câu 25.** Tìm giá trị cực tiểu $y_{CT}$ của hàm số $y=-x^3+3x-4$.

**A.** $y_{CT}=-6$. **B.** $y_{CT}=-1$. **C.** $y_{CT}=-2$. **D.** $y_{CT}=1$.

**Câu 26.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Câu 27.** Hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Câu 28.** Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

**A.** $y=2x^4-4x^2+1$. **B.** $y=(x^2+1)^2$.

**C.** $y=x^3-6x^2+9x-5$. **D.** $y=-x^4-3x^2+4$.

**Câu 29.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Câu 30.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-2)^4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là.

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Câu 31.** Hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt cực trị tại các điểm nào sau đây ?

**A.** $x=0, x=2$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=\pm 1$. **D.** $x=0, x=1$.

**Câu 32.** Điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+4$ là:

**A.** $x=-3.$ **B.** $x=3.$ **C.** $x=-1.$ **D.** $x=1.$

**Câu 33.** Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=-2(x-1)^2(x+1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số $f(x)$.đạt cực tiểu tại điểm $x=-1.$

**B.** Hàm số $f(x)$.đạt cực tiểu tại điểm $x=1.$

**C.** Hàm số $f(x)$.đạt cực đại tại điểm $x=-1.$

**D.** Hàm số $f(x)$.đạt cực đại tại điểm $x=1.$

**Câu 34.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?

**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x+2}.$ **B.** $y=-x^2+2x.$ **C.** $y=2x^4+x^2.$ **D.** $y=-x^4+3x^2+1.$

**Câu 35.** Gọi $M$, $n$ lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$. Khi đó giá trị của biểu thức $M^2-2n$ bằng

**A.** $7.$ **B.** $9.$ **C.** $8.$ **D.** $6.$

**Câu 36.** Điểm cực tiểu của hàm số $y=x\sqrt{4-x^2}$ là

**A.** $x=-2\sqrt{3}.$ **B.** $x=2.$ **C.** $x=-\sqrt{2}.$ **D.** $x=\sqrt{2}.$

**Câu 37.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-3)^2(x+2)(\sqrt{x}-1)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

**A.** $0.$ **B.** $2.$ **C.** $3.$ **D.** $1.$

**Câu 38.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-2)^3(x+3)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

**A.** $3.$ **B.** $1.$ **C.** $2.$ **D.** $4.$

**Câu 39.** Tìm tất cả tham số thực $m$ để hàm số $y=(m-1)x^4-(m^2-2)x^2+2019$ đạt cực tiểu tại $x=-1$

**A.** $m=0.$ **B.** $m=-2.$ **C.** $m=1.$ **D.** $m=2.$

**Câu 40.** Giá trị của $m$ để hàm số $y=(m+1)x^4-2mx^2+2m+m^4$ đạt cực đại tại $x=2$ là

**A.** $m=\dfrac{4}{3}.$ **B.** $m=-\dfrac{4}{3}.$ **C.** $m=-\dfrac{3}{4}.$ **D.** $\varnothing.$

**Câu 41.** Tìm giá trị của $m$ để hàm số $y=x^3-3mx^2+(2m+1)x-2$ đạt cực trị tại $x=1.$

**A.** $m=2.$ **B.** Không tồn tại $m.$ **C.** $m=1.$ **D.** $m=-1.$

**Câu 42.** Tìm điều kiện của tham số thực $m$ để hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2-3$ có $3$ cực trị.

**A.** $m>0.$ **B.** $m>1.$ **C.** $m>-1.$ **D.** $m\geq 0.$

**Câu 43.** Tìm tất cả tham số thực của $m$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}(m+2)x^3+x^2+\dfrac{1}{3}mx-2$ có cực đại, cực tiểu.

**A.** $m\in(-3;-2)\cup(-2;1).$ **B.** $m\in(-3;1).$

**C.** $m\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty).$ **D.** $m\in(-2;1).$

**Câu 44.** Cho hàm số $y=(m+1)x^4-(m-1)x^2+1$. Số các giá trị nguyên của $m$ để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu là:

**A.** $1.$ **B.** $0.$ **C.** $3.$ **D.** $2.$

**Câu 45.** Hàm số $y=x^4+mx^2-m-5$ ($m$ là tham số) có $3$ điểm cực trị khi các giá trị của $m$ là:

**A.** $4<m<5$. **B.** $m<0$. **C.** $m>8$. **D.** $m=1$.

**Câu 46.** Có bao nhiêu số thực $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại $x=1$.

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Câu 47.** Tìm tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m+2\right)x+2018$ không có cực trị.

**A.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 2$. **B.** $m\le -1$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $-1\le m\le 2$.

**Câu 48.** Cho hàm số $y=\left(m+1\right)x^4-mx^2+3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số có ba điểm cực trị.

**A.** $m\in\left(-\infty;-1\right)\cup\left[0;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-1;0\right)$.

**C.** $m\in\left(-\infty;-1\right]\cup\left[0;+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;-1\right)\cup\left(0;+\infty\right)$.

**Câu 49.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=mx^4-m^3x^2+2018$ có ba điểm cực trị

**A.** $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ne 0$. **D.** Không tồn tại $m$.

**Câu 50.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=mx^3-\left(m+1\right)x^2+\left(2m-\frac{2}{3}\right)x+1$ có cực trị.

**A.** $\left[\begin{array}{l} m<-\frac{1}{5} \\ m>1 \end{array}\right.$. **B.** $-\frac{1}{5}\le m\le 1$. **C.** $\left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{5}<m<1 \\ m\ne 0 \end{array}\right.$. **D.** $-\frac{1}{5}<m<1$.

**Câu 51.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+2mx+m$ có cực đại, cực tiểu.

**A.** $m>\frac{3}{2}$. **B.** $m<-\frac{3}{2}$. **C.** $m<\frac{3}{2}$. **D.** $m\le\frac{3}{2}$.

**Câu 52.** Tìm m để hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+\left(m^2-4\right)x$ đạt cực đại tại $x=1$

**A.** $m=1;m=-3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=3$.

**Câu 53.** Tìm điều kiện của $a$, $b$ để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a\ne 0$ có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu?

**A.** $a<0$, $b\le 0$. **B.** $a>0$, $b\ge 0$. **C.** $a>0$, $b<0$. **D.** $a<0$, $b>0$.

**Câu 54.** Với giá trị nào của $m$ thì hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m-2$ nằm về hai phía so với trục hoành?

**A.** $m>3$. **B.** $-1<m<\sqrt{2}$. **C.** $m<3$. **D.** $2<m<3$.

**Câu 55.** Tìm các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

**A.** $m=1,m=5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

**Câu 56.** Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^3+\left(m+1\right)x^2+\left(m^2+4m+3\right)x-3$, ($m$ là tham số thực). Tìm điều kiện của $m$ để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung.

**A.** $-5<m<-1$. **B.** $-5<m<-3$. **C.** $-3<m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>-1 \\ m<-5 \end{array}\right.$.

**Câu 57.** Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+\left(2m+3\right)x^2+m^2x-2m+1$ không có cực trị khi và chỉ khi

**A.** $\left[\begin{array}{l} m \le -3 \\ m \ge -1 \end{array}\right.$. **B.** $m \ge -1$. **C.** $m \ge -3$. **D.** $-3 \le m \le -1$.

**Câu 58.** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y = \left(m^2 - 1\right)x^4 + mx^2 + m - 2$ chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

**A.** $m \le -1$. **B.** $-1 \le m \le 0$. **C.** $-1 < m < \frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2} < m \le 0$.

**Câu 59.** Cho hàm số $y = -2x^3 + \left(2m - 1\right)x^2 - \left(m^2 - 1\right)x + 2$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**A.** 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

**Câu 60.** Có bao nhiêu số nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 4$ có hai điểm cực trị thuộc khoảng $\left(-3;3\right)$.

**A.** 12. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 10.

**Câu 61.** Với tất cả giá trị thực nào của tham số $m$ thì hàm số $y = mx^4 + \left(m - 1\right)x^2 + 1 - 2m$ chỉ có một cực trị:

**A.** $m \ge 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$. **C.** $0 \le m \le 1$. **D.** $m \le 0$.

**Câu 62.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y = \left(m - 1\right)x^4 + mx^2 + 2017 \quad (1)$ có đúng một cực trị và là cực tiểu.

**A.** $m \in \left(0;+\infty\right)$. **B.** $m \in \left[1;+\infty\right)$. **C.** $m \in \left(0;1\right) \cup \left(1;+\infty\right)$. **D.** $m \in \left[0;1\right]$.

**Câu 63.** Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - 3m^2 - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu nằm bên trái đường thẳng $x = 2$?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

**Câu 64.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = \left(m + 1\right)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

**A.** $m < -1$. **B.** $-1 \le m \le 0$. **C.** $m > 1$. **D.** $-1 \le m < 0$.

**Câu 65.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = \left(m - 1\right)^2 x^4 - \left(m^2 - 2020m\right)x^2 + 3$ có đúng một điểm cực trị?.

**A.** 2020. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2022.

**Câu 66.** Cho hàm số $f\left(x\right) = \frac{1}{3}x^3 - \left(m + 1\right)x^2 - \left(2m - 1\right)x + m + 2$, $m$ là tham số. Biết hàm số có hai điểm cực trị $x_1, x_2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - 10\left(x_1 + x_2\right)$.

**A.** 78. **B.** $-18$. **C.** 1. **D.** $-22$.

**Câu 67.** Cho hàm số $f\left(x\right) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$, tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1^{\,2} + x_2^{\,2} = 3$.

**A.** $m = \frac{3}{2}$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

**Câu 68.** Cho hàm số $y = x^3 - 3m^2x + m$, ($m$ là tham số thực). Giá trị của $m$ để trung điểm của hai điểm cực trị của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng $d : y = 1$ là

**A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

**Câu 69.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị là các đỉnh của một tam giác có diện tích bằng $4$.

**A.** $m=\pm\sqrt[5]{16}$. **B.** $m=\sqrt[5]{4}$. **C.** $m=\sqrt[5]{16}$. **D.** $m=\pm\sqrt[5]{4}$.

**Câu 70.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba điểm cực trị.

**A.** $-1<m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $-1\le m\le 2$. **D.** $m<-1$.

**Câu 71.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn $1$.

**A.** $m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **D.** $m>0$.

**Câu 72.** Gọi $m_1$, $m_2$ là các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+m-1$ có hai điểm cực trị là $B$, $C$ sao cho tam giác $OBC$ có diện tích bằng $2$, với $O$ là gốc tọa độ. Tính $m_1m_2$.

**A.** $-15$. **B.** $12$. **C.** $6$. **D.** $-20$.

**Câu 73.** Cho hàm số $y=mx^4-(2m+1)x^2+1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số có một điểm cực đại?

**A.** $-\frac{1}{2}\le m\le 0$ **B.** $m\ge -\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{1}{2}\le m<0$ **D.** $m\le -\frac{1}{2}$

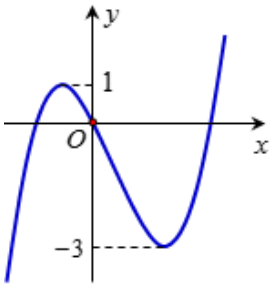
**Câu 74.** Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-\frac{m}{2}x^2-m^2x+2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A$, $B$ sao cho ba điểm $O$, $A$, $B$ thẳng hàng, trong đó $O$ là gốc tọa độ.

**A.** $m=0$ **B.** $m=\sqrt{3}$ **C.** $m=\sqrt[3]{24}$ **D.** $m=\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Câu 75.** Số nguyên bé nhất của tham số $m$ sao cho hàm số $y=|x|^3-2mx^2+5|x|-3$ có $5$ điểm cực trị là

**A.** $-2$ **B.** $2$ **C.** $5$ **D.** $0$

**Câu 76.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.




Tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị là

**A.** $m=-1$ hoặc $m=3$.

**B.** $1\le m\le 3$.

**C.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.

**D.** $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$.

**Câu 77.** Tìm tất cả giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-8m^2x^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $64$ là

**A.** $m=\sqrt[3]{2}$; $m=-\sqrt[3]{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$; $m=-\sqrt{2}$. **C.** $m=2$; $m=-2$. **D.** $m=\sqrt[5]{2}$; $m=-\sqrt[5]{2}$.

**Câu 78.** Tập hợp các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-1$ đạt cực trị tại các điểm $x_1$ và $x_2$ thỏa mãn $x_1<-1<x_2$ là

**A.** $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Câu 79.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

**A.** $m=1$. **B.** $m=\sqrt[3]{3}$. **C.** $m=\frac{\sqrt[3]{6}}{2}$. **D.** $m=\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$.

**Câu 80.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^4+(m+1)x^2-2m-1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có một góc bằng $120°$

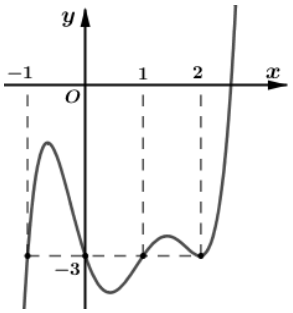
**A.** $m=-1-\dfrac{2}{\sqrt[3]{3}}$.

**B.** $m=-1-\dfrac{2}{\sqrt[3]{3}}, m=-1$.

**C.** $m=\dfrac{-1}{\sqrt[3]{3}}$.

**D.** $m<-1$.

**Câu 81.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=f(x)+3x$ có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** 2.

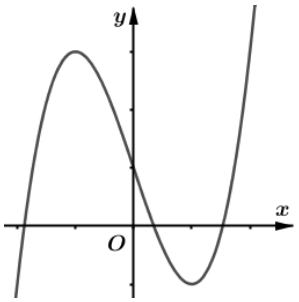
**B.** 3.

**C.** 4.

**D.** 7.

**Câu 82.** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên

Hỏi hàm số $g(x)=f(|x|)+2020$ có bao nhiêu điểm cực trị ?




**A.** 2.

**B.** 3.

**C.** 5.

**D.** 7.

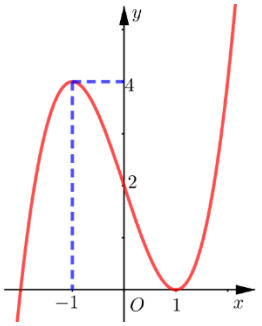
**Câu 83.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $f(-1)$ | ↘ | $f(3)$ | ↗ | $+\infty$ |

Hỏi số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(|x|)\right|$ nhiều nhất là bao nhiêu?

**A.** 5. **B.** 7. **C.** 11. **D.** 13.

**Câu 84.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.




Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)-5x$ là:

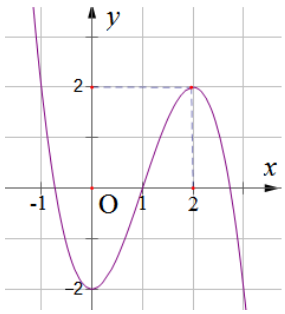
**A.** 2.

**B.** 3.

**C.** 4.

**D.** 1.

**Câu 85.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(x)+x$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực đại và bao nhiêu điểm cực tiểu?



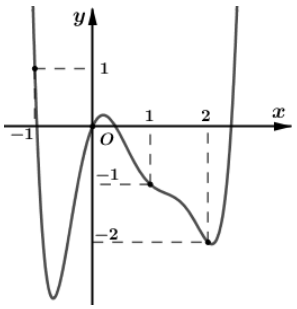

**A.** Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**B.** Hàm số không có điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**C.** Hàm số có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

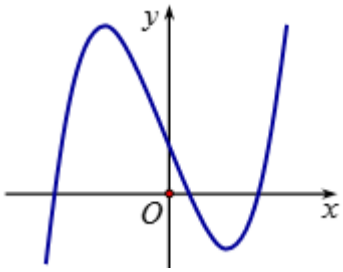
**D.** Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**Câu 86.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x)=2f(x)+x^2$ đạt cực tiểu tại điểm nào trong các điểm dưới đây?



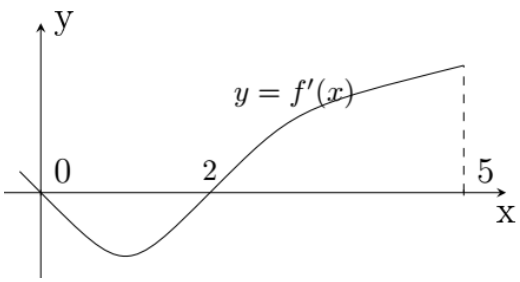

**A.** 2.
**B.** −1.
**C.** 0.
**D.** 1.

**Câu 87.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



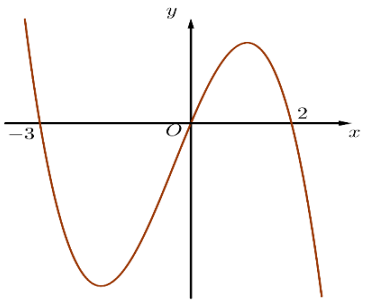

**A.** 5.
**B.** 3.
**C.** 2.
**D.** 4.

**Câu 88.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Tính số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2)$ trên khoảng $(-\sqrt{5};\sqrt{5})$.




**A.** 2.
**B.** 5.
**C.** 4.
**D.** 3.

**Câu 89.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(6-x^2)$ là




**A.** 4.
**B.** 3.
**C.** 1.
**D.** 7.

**Câu 90.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(x-4)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f(3-x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 0.
**B.** 1.
**C.** 2
**D.** 3.

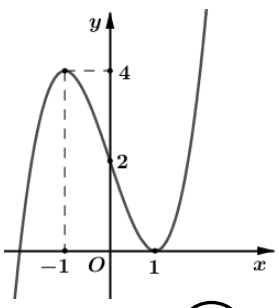
**Câu 91.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $y=f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hỏi hàm số $g(x)=f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

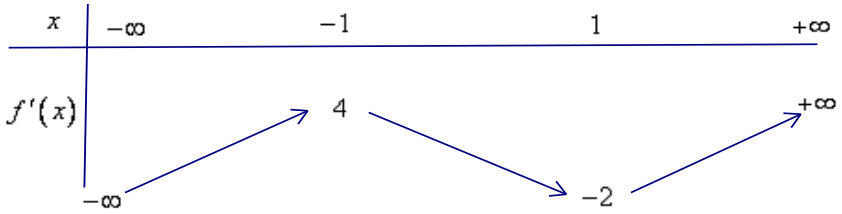
**A.** 1.
**B.** 2.
**C.** 3.
**D.** 4.

**Câu 92.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x-2017)-2018x+2019$ là




**A.** 1.
**B.** 2.
**C.** 3.
**D.** 4.

**Câu 93.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau




Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ là

**A.** 4. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 7.

**Câu 94.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Tổng giá trị tất cả các điểm cực trị hàm số $y=f(x-2019)+2020$ là

**A.** 2021. **B.** 6080. **C.** 2. **D.** 4040.

**Câu 95.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$ và $f(2)=1$. Hàm số $g(x)=\left[f\left(x^2\right)\right]^2$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

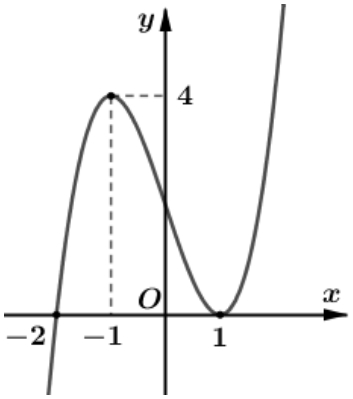
**Câu 96.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $y=f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hỏi hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

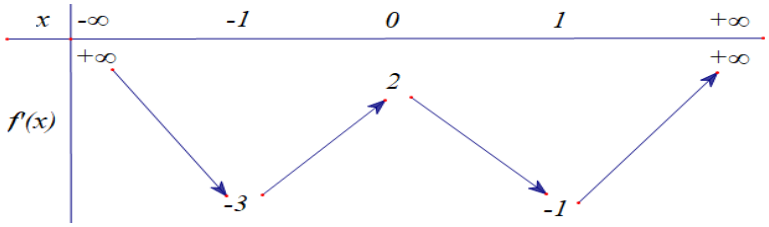
**Câu 97.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)<0$, đồng thời đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới




Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f^2(x)$ là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

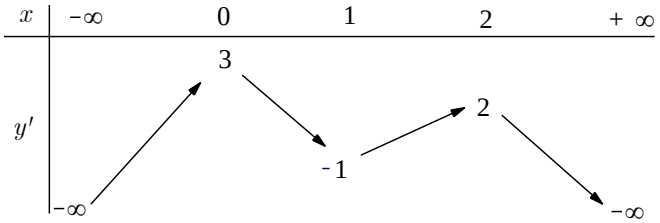
**Câu 98.** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Câu 99.** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:




Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là

**A.** 4. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

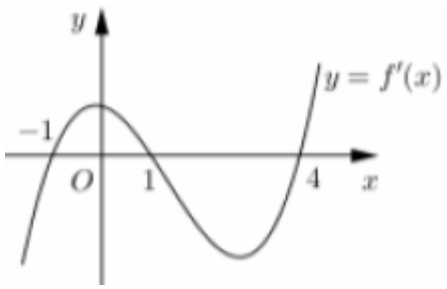
**Câu 100.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ $0$ $+$ | $0$ | $-$ |

Hỏi hàm số $y=f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

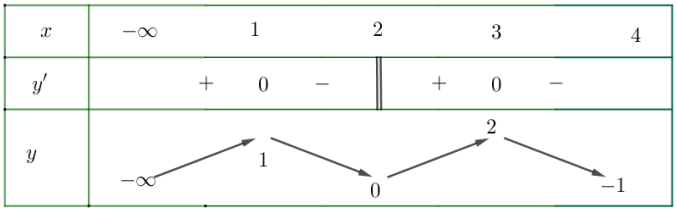
**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 101.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu



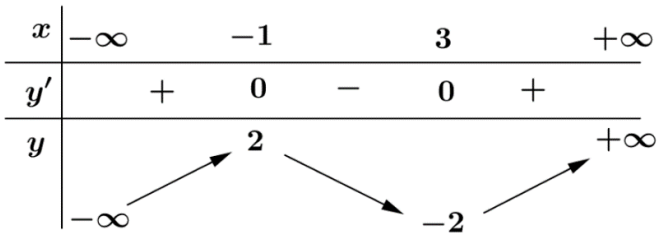

**A.** 3.
**B.** 2.
**C.** 1.
**D.** 4.

**Câu 102.** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=|f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu trên $(-\infty;4]$.



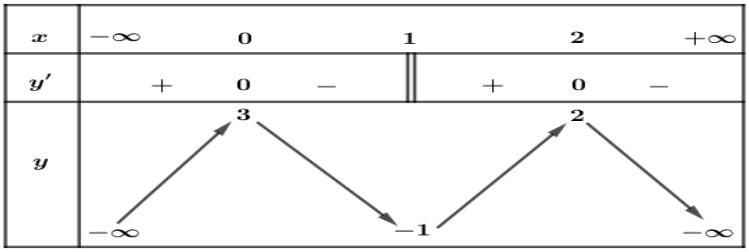

**A.** 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 103.** Cho hàm số bậc ba: $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như hình sau.
Tính tổng $T=a+b+c$.




**A.** $-\frac{11}{8}$. **B.** $\frac{3}{8}$.
**C.** $\frac{7}{8}$. **D.** $-\frac{9}{8}$.

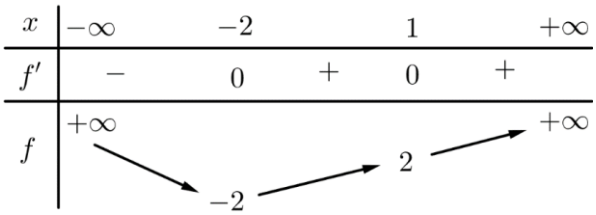
**Câu 104.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau?



Hàm số $g(x)=f(3-x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

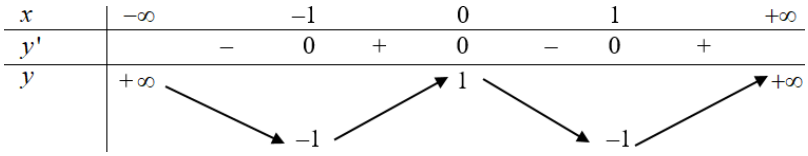
**Câu 105.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên. Hàm số $g(x)=f(x^2+1)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?




**A.** 1. **B.** 2.

**C.** 3. **D.** 0.

**Câu 106.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Số điểm cực trị của hàm số $y=f(-2x)$ là

**A.** 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

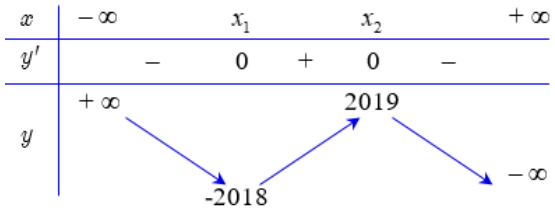
**Câu 107.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hỏi hàm số $y=f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

**Câu 108.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.




Đồ thị hàm số $y=\left|f(x-2001)-2019\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 5. **B.** 4.

**C.** 2. **D.** 3.

**Câu 109.** Cho hàm số: $y=\frac{2}{3}x^3+(m+1)x^2+(m^2+4m+3)x-3$ ($m$ là tham số thực). Tìm điều kiện của tham số thực $m$ để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung

**A.** $-5<m<-1$. **B.** $-5<m<-3$. **C.** $-3<m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>-1 \\ m<-5 \end{array}\right.$.

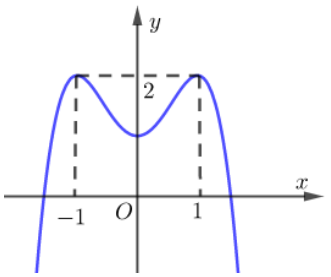
**Câu 110.** Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-ax^2-3ax+4$. Để hàm số đạt cực trị tại $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $\frac{x_1^2+2ax_2+9a}{a^2}+\frac{a^2}{x_2^2+2ax_1+9a}=2$ thì $a$ thuộc khoảng nào ?

**A.** $a\in\left(-3;-\frac{5}{2}\right)$. **B.** $a\in\left(-5;-\frac{7}{2}\right)$. **C.** $a\in(-2;-1)$. **D.** $a\in\left(-\frac{7}{2};-3\right)$.

**---------- HẾT ----------**

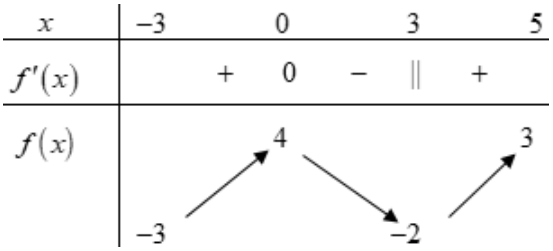
# Chủ đề 03. MAX – MIN

**Câu 1.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c, a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ
Số điểm cực đại của hàm số là



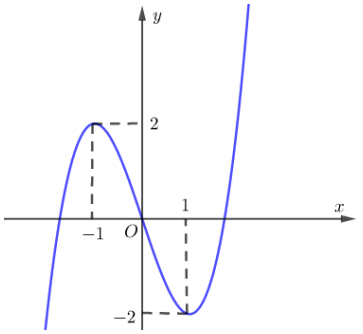

**A.** 1.
**B.** 2.
**C.** 3.
**D.** 4.

**Câu 2.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-3;5)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số trên khoảng $(-3;5)$ là



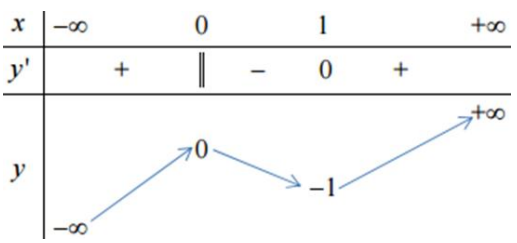

**A.** 2. **B.** 3.
**C.** 4. **D.** 1.

**Câu 3.** Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ
Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại




**A.** $x=2$.
**B.** $x=1$.
**C.** $x=-1$.
**D.** $x=-2$.

**Câu 4.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

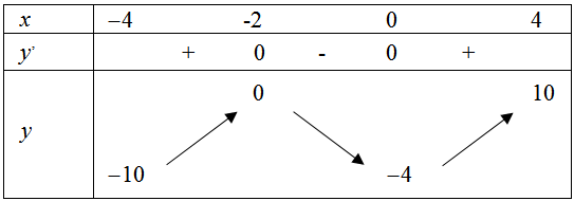



**A.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng $-1$.
**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.
**D.** Hàm số có đúng một cực trị.

**Câu 5.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^2 x-4\sin x-5$.

**A.** $-20$. **B.** $-8$. **C.** $-9$. **D.** 0.

**Câu 6.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $(-4;4)$ và có bảng biến thiên trên $(-4;4)$ như bên. Phát biểu nào sau đây đúng?




**A.** $\max\limits_{(-4;4)} y=10$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-10$.
**B.** Hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4;4)$.
**C.** $\max\limits_{(-4;4)} y=0$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$.
**D.** $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$ và $\max\limits_{(-4;4)} y=10$.

**Câu 7.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$. Kí hiệu $M=\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)$, $m=\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)$. Khi đó $M+m$ bằng:

**A.** $\dfrac{-4}{3}$. **B.** $\dfrac{-2}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 1.

**Câu 8.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên $\left[0;2\right]$ là:

**A.** $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-5$. **C.** $5$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

**Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-5+\dfrac{1}{x}$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ là

**A.** $-3$. **B.** $1$. **C.** $-1$. **D.** $3$.

**Câu 10.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x}{x+3}$ trên đoạn $\left[-2;3\right]$ bằng

**A.** $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-2$. **C.** **3.** **D.** **2**

**Câu 11.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

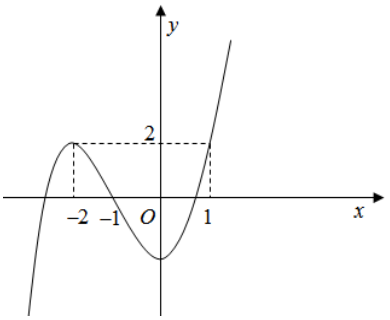
| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Mệnh đề nào sau đây đúng

**A.** $\max\limits_{(0;+\infty)} f\left(x\right)=f\left(1\right)$ **B.** $\max\limits_{(-1;1]} f\left(x\right)=f\left(0\right)$

**C.** $\min\limits_{(-\infty;-1)} f\left(x\right)=f\left(-1\right)$ **D.** $\min\limits_{(-1;+\infty)} f\left(x\right)=f\left(0\right)$

**Câu 12.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, với $a$, $b$, $c$, $d$ là các số thực và $a\neq 0$ (có đồ thị như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây **sai** ?




**A.** $y'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$

**B.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=-2$

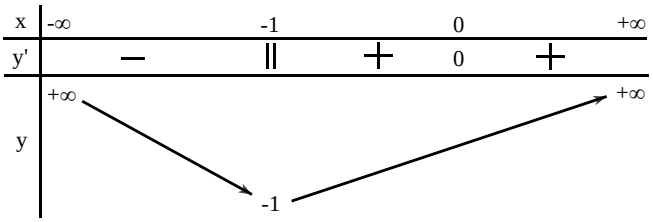
**C.** $y'<0,\forall x\in\left(-2;0\right)$

**D.** Đồ thị có đúng hai điểm cực trị

**Câu 13.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ đạt được tại $x_0$. Giá trị $x_0$ bằng

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $-2$. **D.** $-1$.

**Câu 14.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?




**A.** Hàm số có đúng hai cực trị.

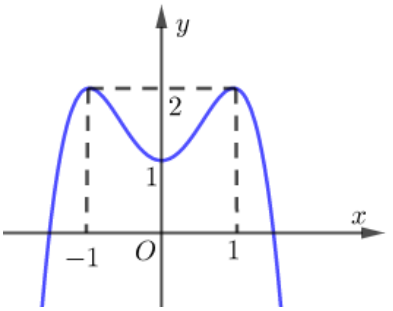
**B.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-1$.

**C.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $0$.

**D.** Hàm số không xác định tại $x=-1$.

**Câu 15.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c, a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ

Giá trị cực tiểu của hàm số là




**A.** $1$.

**B.** $2$.

**C.** $-1$.

**D.** $0$.

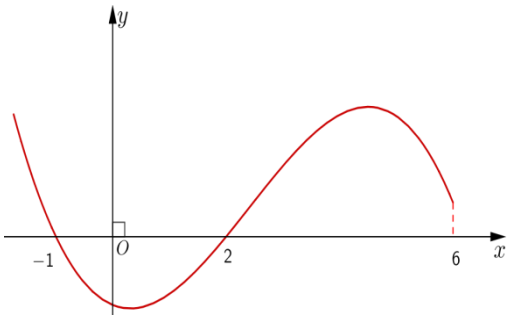
**Câu 16.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng

**A.** $y=4$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=0$. **D.** $x=3$.

**Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ. Biết rằng $f(-1)+f(0)=f(2)+f(6)$. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $[-1;6]$ là:



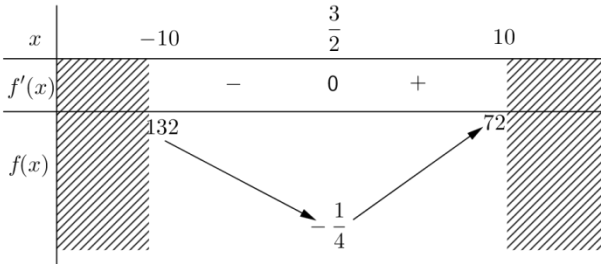

**A.** $f(-1);f(2)$.

**B.** $f(-1);f(6)$.

**C.** $f(2);f(0)$.

**D.** $f(2);f(6)$.

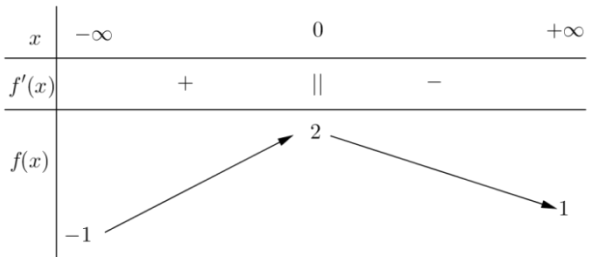
**Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[-10;10]$ bằng?




**A.** 132. **B.** 0.

**C.** 72. **D.** $\frac{1}{4}$.

**Câu 19.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?



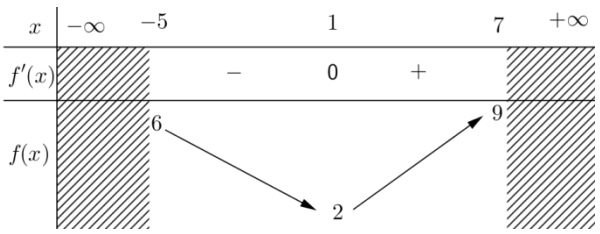

**A.** Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

**B.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-1$.

**C.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 1.

**D.**Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-1$ và 1.

**Câu 20.** Cho hàm số $y=f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5;7)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



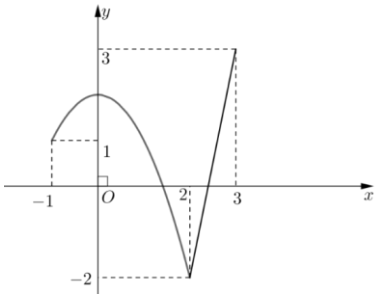

**A.** $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$ và hàm số không đạt GTLN trên $[-5;7)$.

**B.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=6$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$.

**C.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$.

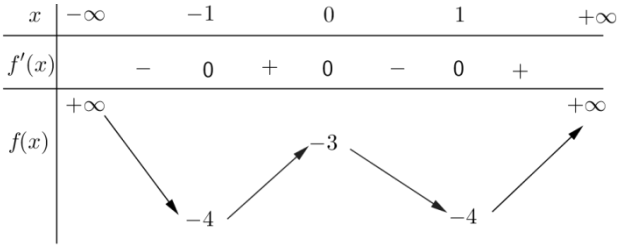
**D.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=6$.

**Câu 21.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng



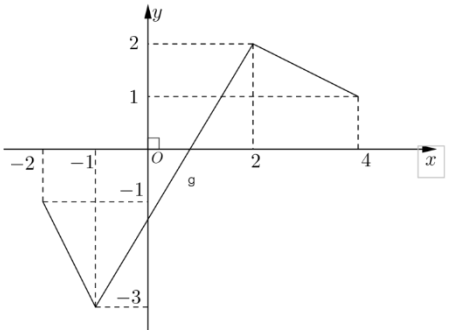

**A.** 1.
**B.** 4.
**C.** 5.
**D.** 0.

**Câu 22.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:



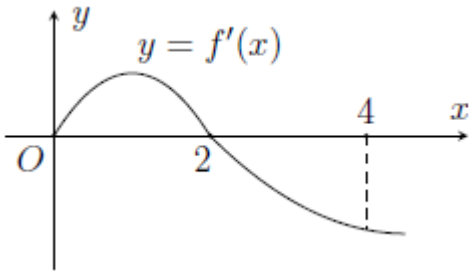

Khẳng định nào sau đây là đúng?
**A.** Hàm số có hai điểm cực trị.
**B.** Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $-4$.
**C.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $-3$.
**D.** Hàm số có một điểm cực tiểu.

**Câu 23.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[-2;4.]$



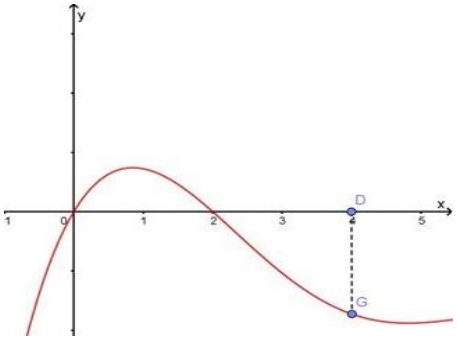

**A.** $M=2.$.
**B.** $M=|f(0)|$.
**C.** $M=3.$.
**D.** $M=1.$.

**Câu 24.** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(0)+f(1)-2f(2)=f(4)-f(3)$. Giá trị nhỏ nhất $m$, giá trị lớn nhất $M$ của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ là



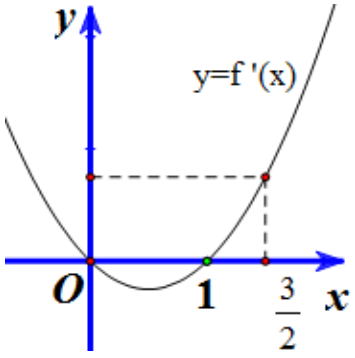

**A.** $m=f(4),\ M=f(1)$.
**B.** $m=f(4),\ M=f(2)$.
**C.** $m=f(1),\ M=f(2)$.
**D.** $m=f(0),\ M=f(2)$.

**Câu 25.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ cho như hình vẽ. Biết rằng $f(2)+f(4)=f(3)+f(0)$. Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ lần lượt là



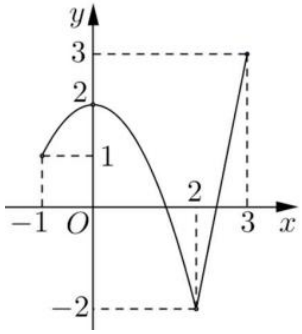

**A.** $f(2),f(0)$.
**B.** $f(4),f(2)$.
**C.** $f(0),f(2)$.
**D.** $f(2),f(4)$.

**Câu 26.** Cho hàm số $y=f(x)$, biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$ tại điểm nào sau đây?



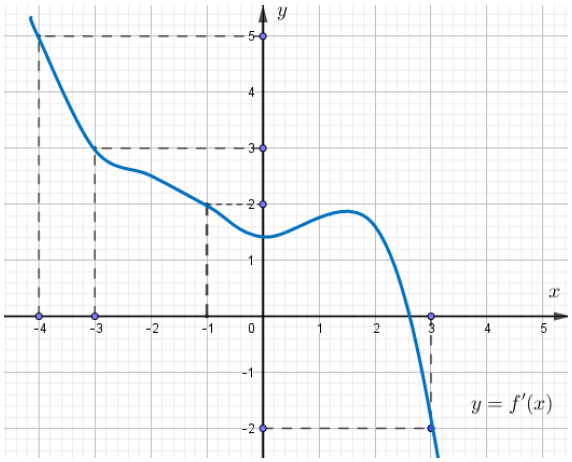

**A.** $x=\frac{3}{2}$.
**B.** $x=\frac{1}{2}$.
**C.** $x=1$.
**D.** $x=0$.

**Câu 27.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(-\sin x+2)$. Giá trị của $M-m$ bằng




**A.** $0$.
**B.** $1$.
**C.** $4$.
**D.** $5$.

**Câu 28.** Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4;3]$, hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

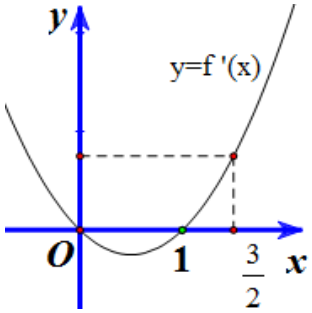



**A.** $x_0=-4$.
**B.** $x_0=-1$.
**C.** $x_0=3$.
**D.** $x_0=-3$.

**Câu 29.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2-5x+1$ trên đoạn $[0;2018]$ là:

**A.** $-5$. **B.** $0$. **C.** $-\frac{5}{3}$. **D.** $1$.

**Câu 30.** Cho hàm số $y=f(x)$, biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$ tại điểm nào sau đây?




**A.** $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=\frac{1}{2}$.
**C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

**Câu 31.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

**A.** $2$. **B.** $-23$. **C.** $-22$. **D.** $-7$.

**Câu 32.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+1$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

**A.** $1$. **B.** $-23$. **C.** $-24$. **D.** $-8$.

**Câu 33.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-6x^2+3$ trên đoạn $[1;2]$ bằng

**A.** $-5$. **B.** $3$. **C.** $-2$. **D.** $-6$.

**Câu 34.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4+x^2-2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

**A.** $18$. **B.** $0$. **C.** $-2$. **D.** $20$.

**Câu 35.** Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[0;2]$. Khi đó tổng $M+m$ bằng.

**A.** $4$. **B.** $16$. **C.** $2$. **D.** $6$.

**Câu 36.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-x^2-2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

**A.** $-\frac{9}{4}$. **B.** $0$. **C.** $-2$. **D.** $70$.

**Câu 37.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+5$ trên đoạn $[0;2]$ bằng:

**A.** 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 0.

**Câu 38.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$. Chọn phương án đúng trong các phương án sau?

**A.** $\max\limits_{[0;2]} y=3,\ \min\limits_{[0;2]} y=2$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} y=11,\ \min\limits_{[0;2]} y=3$.

**C.** $\max\limits_{[0;2]} y=11,\ \min\limits_{[0;2]} y=2$. **D.** $\max\limits_{[0;2]} y=2,\ \min\limits_{[0;2]} y=0$.

**Câu 39.** Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-1$ trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt là

**A.** 0 và $-1$. **B.** 1 và $-2$. **C.** 7 và $-10$. **D.** 4 và $-5$.

**Câu 40.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-x^2-8x$ trên $[1;3]$ bằng:

**A.** $-8$. **B.** $-6$. **C.** $\dfrac{176}{27}$. **D.** $-4$.

**Câu 41.** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$.

**A.** $M=10$. **B.** $M=6$. **C.** $M=11$. **D.** $M=15$.

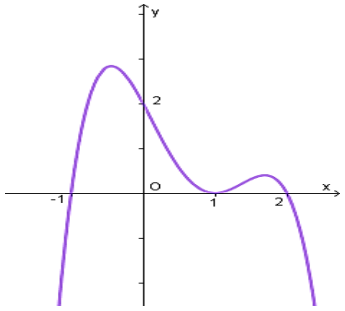
**Câu 42.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+3$ trên $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$.

**A.** $\max\limits_{x\in\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=3$. **B.** $\max\limits_{x\in\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=6$. **C.** $\max\limits_{x\in\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=5$. **D.** $\max\limits_{x\in\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=4$.

**Câu 43.** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm $y=f(x)=x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$.

**A.** $M=1$. **B.** $M=0$. **C.** $M=10$. **D.** $M=9$.

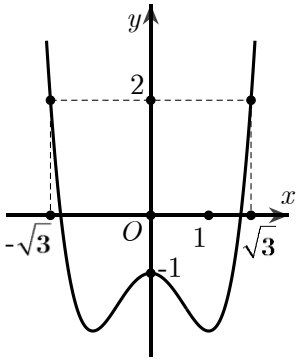
**Câu 44.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{3}x^3+x-1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng




**A.** $f(-1)-\dfrac{5}{3}$. **B.** $f(1)-\dfrac{1}{3}$.

**C.** $f(2)-\dfrac{5}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

**Câu 45.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x)=3f(x)-x^3+3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:



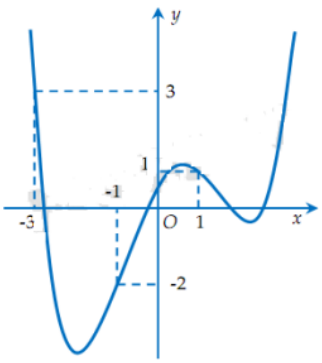

**A.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(1)$.

**B.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f\left(\sqrt{3}\right)$.

**C.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(0)$.

**D.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f\left(-\sqrt{3}\right)$.

**Câu 46.** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.




Xét hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{3}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x+2017$

Trong các mệnh đề dưới đây:

I) $g(0)<g(1)$

II) $\min\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=g(-1)$

III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$

IV) $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=\max\{g(-3);g(1)\}$

Số mệnh đề đúng là

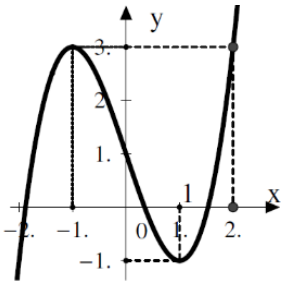
**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 47.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(4x-x^2)+\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+\frac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

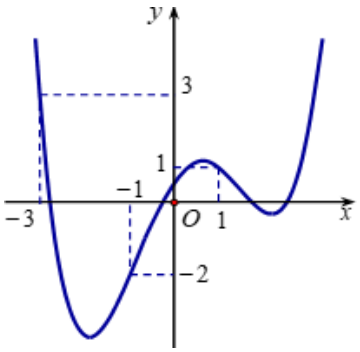
**A.** 15. **B.** $\frac{25}{3}$. **C.** $\frac{19}{3}$. **D.** 12.

**Câu 48.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $R$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $y=g(x)=f(2x^3+x-1)+m$. Tìm $m$ để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$




**A.** $m=-13$.
**B.** $m=3$.
**C.** $m=-12$.
**D.** $m=-1$.

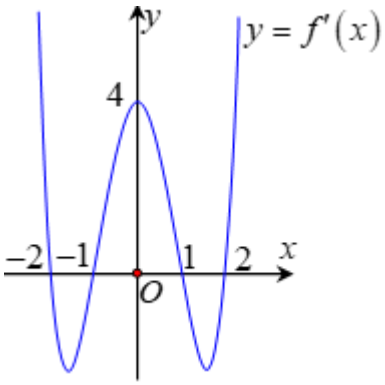
**Câu 49.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-1)$. **B.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(1)$

**C.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-3)$ **D.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=\frac{g(-3)+g(1)}{2}$

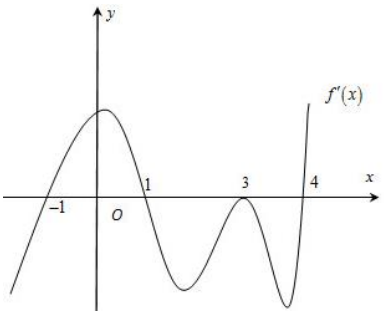
**Câu 50.** Cho hàm số $f(x)=x^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex\,(b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Tính $M+m$.




**A.** $\frac{250}{3}$. **B.** $\frac{38}{3}$.

**C.** $\frac{196}{3}$. **D.** $\frac{272}{3}$.

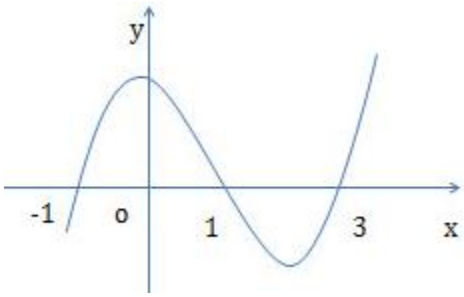
**Câu 51.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $f(1)<0$. Tìm giá trị lớn nhất $M$ và giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số $g(x)=|f(x)|$ trên đoạn $[1;4]$




**A.** $M=f(4), m=f(1)$. **B.** $M=f(3), m=f(1)$.

**C.** $M=|f(4)|, m=|f(1)|$. **D.** $M=|f(1)|, m=|f(4)|$.

**Câu 52.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1)<0$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi $M,m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=|f(x)|$ trên $[-1;1]$. Khi đó $M;m$ là




**A.** $M=f(-1),m=f(1)$. **B.** $M=|f(1)|,m=|f(-1)|$.

**C.** $M=|f(-1)|,m=|f(1)|$. **D.** $M=f(-1),m=|f(1)|$.

**Câu 53.** Tìm tất cả tham số thực $m$ sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m^2-2m+3)x+1$ trên đoạn $[1;3]$ bằng $\frac{31}{3}$?

**A.** $m=\frac{3\pm\sqrt{57}}{4}$. **B.** $m=\frac{15\pm\sqrt{17}}{12}$. **C.** $m=\frac{31}{3}$. **D.** $m=\frac{3}{13}$.

**Câu 54.** Tìm tất cả tham số thực $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3-2x^2-2x+1+m^2$ trên đoạn $\left[-1;\frac{5}{2}\right]$ bằng $\frac{2019}{4}$?

**A.** $m=\pm\sqrt{1+\sqrt{2019}}$. **B.** $m=\pm7\sqrt{10}$. **C.** $m=\pm10\sqrt{7}$. **D.** $m=\pm\frac{\sqrt{2019}}{2}$.

**Câu 55.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-m^2-3m+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bé hơn 0?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 56.** Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+(m^2+1)x+m^2-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 7. Giá trị của tham số $m$ bằng

**A.** $m=\pm3$. **B.** $m=\pm1$. **C.** $m=\pm\sqrt{7}$. **D.** $m=\pm\sqrt{2}$.

**Câu 57.** Cho hàm số $y=-x^3-3x^2+m$. Tìm $m$ biết giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[-1;1]$ bằng 0.

**A.** $m=2$. **B.** $m=4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=6$.

**Câu 58.** Cho hàm số $y=x^3+3x+m$ $(1)$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $(1)$ trên $[0;1]$ bằng 4.

**A.** $m=4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=8$.

**Câu 59.** Tìm $m$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3mx^2+6$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 2.

**A.** $m=2$. **B.** $m=\frac{31}{27}$. **C.** $m>\frac{3}{2}$. **D.** $m=1$.

**Câu 60.** Gọi $S$ là tổng tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+(m^2+1)x-m+1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn [0;1] bằng 9. Giá trị của $S$ bằng

**A.** $S=5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=-5$. **D.** $S=1$.

**Câu 61.** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+m^2x-2m^2+2m-9$, $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị của $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;3]$ không vượt quá 3. Khi đó $S$ bằng

**A.** $S=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$. **B.** $S=(-3;1)$.

**C.** $S=(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **D.** $S=[-3;1]$.

**Câu 62.** Tìm số nguyên $m_0$ nhỏ nhất trong số các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^4+2x^2+m^2-4$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[-1;2\right]$ không vượt quá 36.

**A.** $m_0=0$. **B.** $m_0=-5$. **C.** $m_0=4$. **D.** $m_0=-4$.

**Câu 63.** Trên đoạn $\left[-1;1\right]$, hàm số $y=-x^3-3x^2+a$ có giá trị nhỏ nhất bằng $0$ thì $a$ bằng:

**A.** $a=2$. **B.** $a=6$. **C.** $a=0$. **D.** $a=4$.

**Câu 64.** Tìm $m$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+\left(m^2+1\right)x+m^2-2$ trên $\left[0;2\right]$ bằng $7$

**A.** $m=\pm 3$ **B.** $m=\pm 1$ **C.** $m=\pm\sqrt{7}$ **D.** $m=\pm\sqrt{2}$

**Câu 65.** Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2-2x+m\right|$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng $5$.

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**Câu 66.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)\left(x-2\right)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ là

**A.** $f\left(-1\right)$. **B.** $f\left(0\right)$. **C.** $f\left(3\right)$. **D.** $f\left(2\right)$.

**Câu 67.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2+2x+m-4\right|$ trên đoạn $\left[-2;1\right]$ bằng $4$

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 68.** Có bao nhiêu số nguyên $m$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=\left|2x^3-3x^2+m\right|$ trên đoạn $\left[-1;3\right]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** 33. **B.** 21. **C.** 18. **D.** 7.

**---------- HẾT ----------**

# Chủ đề 04. TIỆM CẬN

**Câu 1.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

**A.** $x=-1;y=1$. **B.** $x=1;y=1$. **C.** $x=1;y=-1$. **D.** $x=-1;y=-2$ .

**Câu 2.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{1-x^2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 3.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{1+x}$ là

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 4.** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận.

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Câu 5.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

**Câu 6.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2}$ là bao nhiêu?

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 7.** Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$. **D.** $y=x-\sqrt{x^2+1}$.

**Câu 8.** Trong các hàm số được cho bởi các phương án A, B, C, D dưới đây, đồ thị của hàm số nào không có đường tiệm cận?

**A.** $y=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{2-x}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x^2+1}$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

**Câu 9.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận.

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

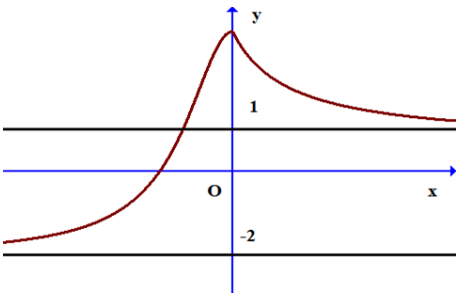
**Câu 10.** Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 đường tiệm cận?

**A.** $y=\dfrac{x+1}{x^2-9}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x^2+3x+6}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+8}}$.

**Câu 11.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+4}{x^2-9}$ có mấy đường tiệm cận

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3 .

**Câu 12.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang là?




**A.** $y=1;y=-2$.

**B.** $y=-1;y=-2$.

**C.** $y=1;y=2$.

**D.** $y=1$.

**Câu 13.** Cho hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x)\neq g(x)\neq 0$, có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

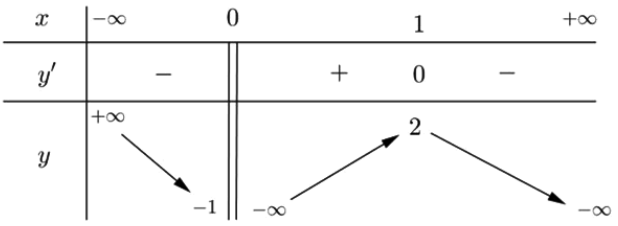
**A.** Đồ thị hàm số có thể có nhiều hơn một tiệm cận ngang.

**B.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

**C.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

**D.** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

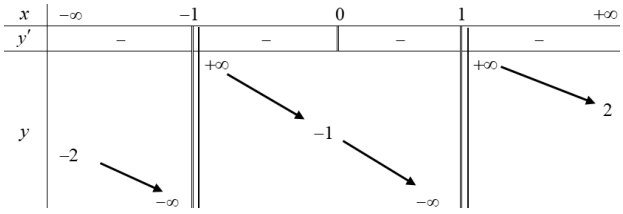
**Câu 14.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên. Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?




**A.** 2. **B.** 1.

**C.** 3. **D.** 4.

**Câu 15.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?



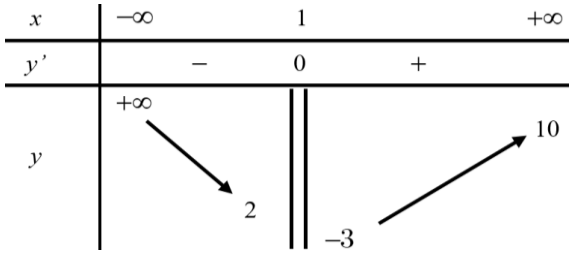

**A.** Hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và $x=-1$.

**B.** Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=0$.

**C.** Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-2$ và một tiệm cận ngang $y=1$.

**D.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-2$ và $y=2$.

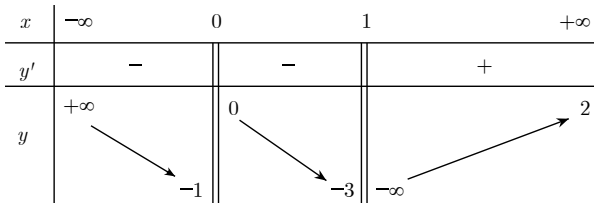
**Câu 16.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên. Số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là?




**A.** 2. **B.** 1.

**C.** 3. **D.** 4.

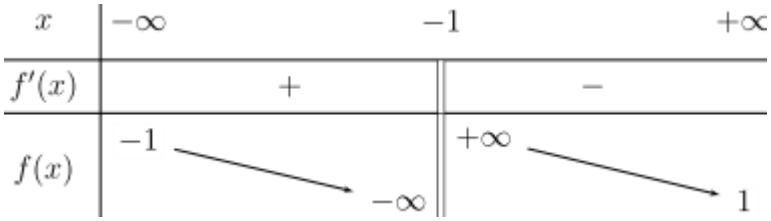
**Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số này là




**A.** 2. **B.** 3.

**C.** 1. **D.** 4.

**Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bảng dưới đây




Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

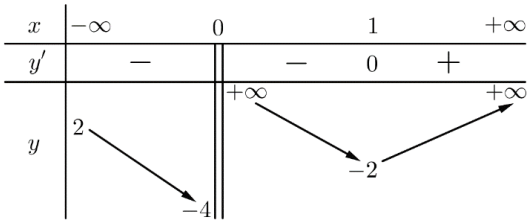
**A.** Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có đúng 2 tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.

**B.** Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

**C.** Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có đúng 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

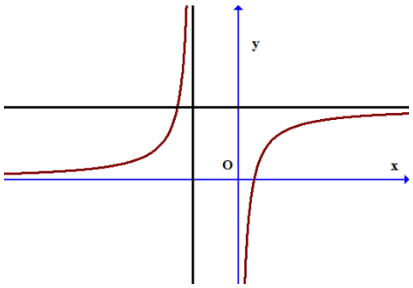
**D.** Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

**Câu 19.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là




**A.** 2. **B.** 3.
**C.** 1. **D.** 4.

**Câu 20.** Cho đồ thị một hàm số có hình vẽ như hình dưới đây. Hỏi đồ thị trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

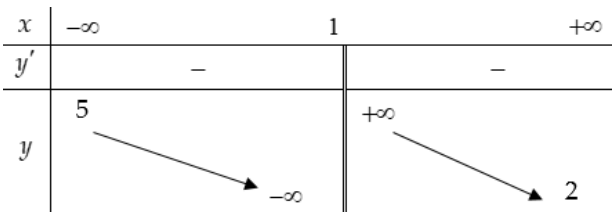



**A.** 2.
**B.** 1.
**C.** 4.
**D.** 3.

**Câu 21.** Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng là $x=1$.

**A.** $y=\sqrt{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^3-2x+7}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

**Câu 22.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên sau. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số này là




**A.** 1. **B.** 2.
**C.** 3. **D.** 0.

**Câu 23.** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 24.** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}}$ là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

**Câu 25.** Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5-x^2}-2}{x^2-1}$ là

**A.** $\dfrac{a}{b}$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Câu 26.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}$ là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Câu 27.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$

**A.** $\dfrac{a}{b}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 28.** Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\sqrt{x^2+2x+3}-x$ là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

**Câu 29.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

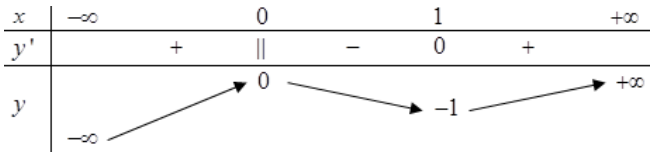
**Câu 30.** Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y=\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$ là:

**A.** $\frac{a}{b}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Câu 31.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{3}{3x+1}+\sqrt{x}$ là

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

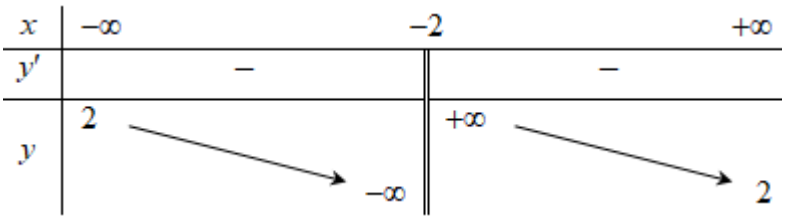
**Câu 32.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là




**A.** 3. **B.** 2.

**C.** 1. **D.** 0.

**Câu 33.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

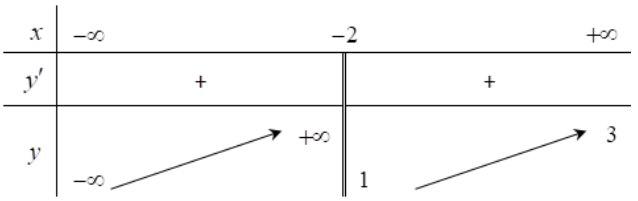
**A.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$ và tiệm cận ngang là $y=2$

**B.** Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

**C.** Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

**D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $x=1$ và tiệm cận đứng là $y=2$.

**Câu 34.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên.

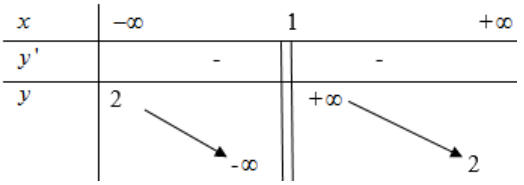



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

**A.** 3. **B.** 4.

**C.** 1. **D.** 2.

**Câu 35.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

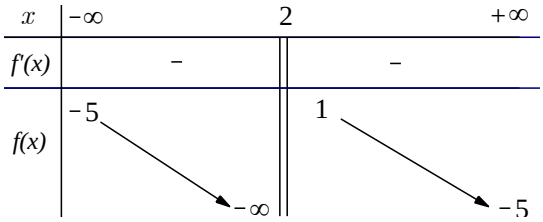



Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là

**A.** $x=2, y=1$. **B.** $x=1, y=2$.

**C.** $x=1, y=1$. **D.** $x=2, y=2$.

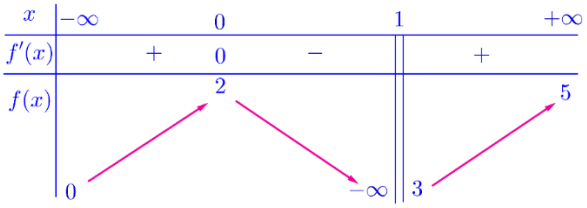
**Câu 36.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là




**A.** 4. **B.** 2.

**C.** 3. **D.** 1

**Câu 37.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?



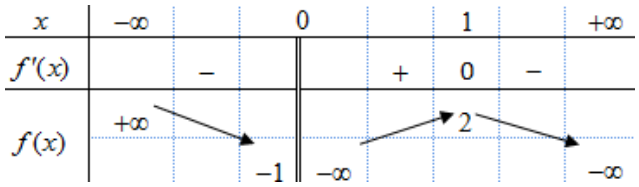

**A.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=0$, $y=5$ và tiệm cận đứng là $x=1$.

**B.** Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=3$.

**C.** Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD}=5$.

**D.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $5$.

**Câu 38.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên. Chọn khẳng định đúng về đồ thị hàm số



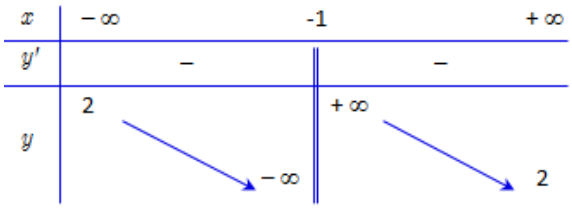

**A.** Đồ thị có đúng một tiệm cận ngang.

**B.** Đồ thị có đúng $2$ tiệm cận ngang.

**C.** Đồ thị có đúng một tiệm cận đứng.

**D.** Đồ thị không có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

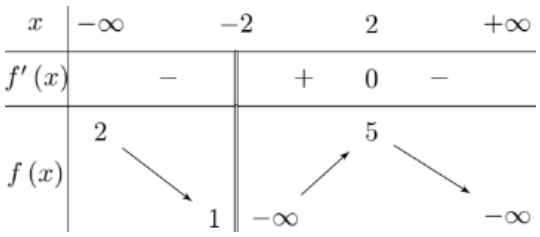
**Câu 39.** Cho hàm số $y=f(x)$ $(C)$ có bảng biến thiên. Đồ thị $(C)$ của hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận ?




**A.** $2$.  **B.** $1$.

**C.** $0$.  **D.** $3$.

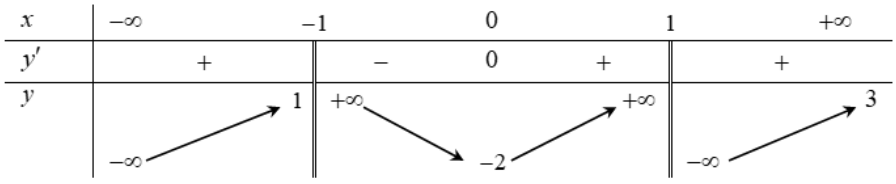
**Câu 40.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là




**A.** $4$.  **B.** $2$.

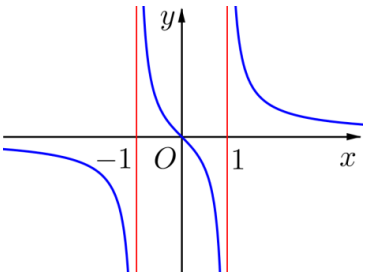
**C.** $3$.  **D.** $1$.

**Câu 41.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận:




**A.** $3$.  **B.** $4$.  **C.** $2$.  **D.** $1$.

**Câu 42.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

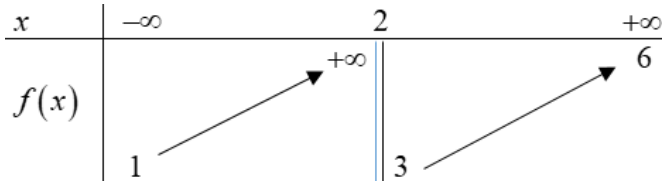



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ thuộc đoạn $[-2019;2020]$ để đồ thị hàm số $y=f\left(x^2-2x+m\right)-m$ có 5 đường tiệm cận?

**A.** $4038$.  **B.** $2019$.

**C.** $2020$.  **D.** $4040$.

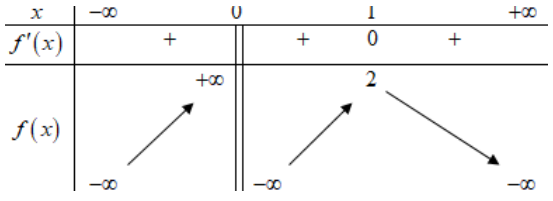
**Câu 43.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên.




Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{f^2(x)}{f(x)-m}$ có đúng 3 tiệm cận đứng.

**A.** $1$.  **B.** $2$.  **C.** $3$.  **D.** $4$.

**Câu 44.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiênTìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{\left(x^2+1\right)\left[f(x)-m\right]}$ có đúng ba đường tiệm cận.



**A.** $m>2$. **B.** $\nexists m$ **C.** $m\le 2$. **D.** $m<2$.

**Câu 45.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

**A.** $0<m\le\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}<m\le 1$. **C.** $1<m\le\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}<m\le 2$.

**Câu 46.** Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}$ có một tiệm cận ngang là $y=1$. Tổng các giá trị của tham số $m$ bằng

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 47.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có $f(2)=-1$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Với giá trị nào của tham số $m$ thì đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x(x-1)^2}{f^2(x)-(m+1)f(x)+m}$ không có tiệm cận đứng và ngang?

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-1$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $1$ |

**A.** $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} -1<m<1 \\ m=-4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>1 \end{array}\right.$. **D.** $-4\le m<1$.

**Câu 48.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R, $f(0)=1$ và có bảng biến thiên. Với giá trị nào của tham số $m$ thì tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f^2(x)-m}$ là 3 ?

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ | ↗ | $4$ | ↘ | $1$ |

**A.** $\left[\begin{array}{l} 0<m\le 1 \\ m=16 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} 0<m<1 \\ m=4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} 1<m\le 4 \\ m=0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} 0<m\le 1 \\ m=4 \end{array}\right.$.

**Câu 49.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{3-x}}{\sqrt{x^2-mx+m-3}}$ có hai đường tiệm cận đứng?

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Câu 50.** Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-8x-m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Tổng tất cả các phần tử của $S$ bằng

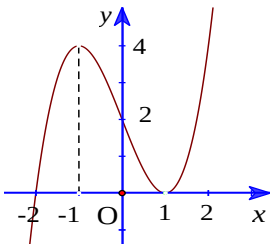
**A.** 34. **B.** –84. **C.** –91. **D.** 33.

**Câu 51.** Tập hợp các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{\left(mx^2-2x+1\right)\left(4x^2+4mx+1\right)}$ có đúng 1 đường tiệm cận là

**A.** $\varnothing$ **B.** $\{0\}$.

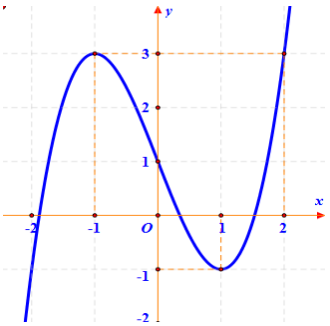
**C.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup\{0\}\cup(1;+\infty)$.

**Câu 52.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi $S$ là tập hợp các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-1)(x+m)}{f^2(x)-4f(x)}$ có 3 tiệm cận đứng và ngang. Tính tích các phần tử của $S$.




**A.** –2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** –6.

**Câu 53.** Cho hàm đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau. Có bao nhiêu giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $h(x)=\dfrac{(x+\sqrt{3})^2(x-2)}{f\left(\sqrt{4-x^2}\right)-m}$ $(C)$ có 1 tiệm cận đứng ?




**A.** 1. **B.** 2.
**C.** 3. **D.** 4.

**Câu 54.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng 1 tiệm cận đứng.

**A.** $m=1;\ m=4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-1;\ m=-4$. **D.** $m=4$.

**Câu 55.** Tập hợp các giá trị thực của $m$ để hàm số $y=\dfrac{2x-1}{4x^2+4mx+1}$ có đúng 1 đường tiệm cận là

**A.** $[-1;1]$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

**Câu 56.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng.

**A.** $m>1$. **B.** $m<1$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m=1;\ m=0$.

**Câu 57.** Tìm tất cả giá trị thực của $m$ để đồ thị hàm $y=\dfrac{x-1}{x^2-mx+m}$ có đúng 1 tiệm cận đứng.

**A.** $m=0;\ m=4$. **B.** $m=0$. **C.** $m\leq 0$. **D.** $m\geq 4$.

**Câu 58.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để đồ thị hàm $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có đúng 2 tiệm cận đứng.

**A.** $\begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq -8 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m>-1 \\ m\neq 8 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m<1 \\ m\neq -8 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m=1 \\ m=-8 \end{cases}$.

**Câu 59.** Cho $f(x)=x^2-4x+3$, số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{f(x+1)}-\sqrt{f(x+2)-x+1}}$ là:

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Câu 60.** Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{(m+2)x^2-3x-3m}-|x|}{x-2}$ có đồ thị $(C)$. Đồ thị $(C)$ có 3 đường tiệm cận khi tham số thực $m$ thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

**A.** $(-2;2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-3;-1)$

**Câu 61.** Tập hợp các giá trị thực của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{(mx^2-2x+1)(4x^2+4mx+1)}$ có đúng một đường tiệm cận là

**A.** $\{0\}$. **B.** $(-\infty;-1)\cup\{0\}\cup(1;+\infty)$.
**C.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $\varnothing$

**Câu 62.** Điều kiện cần và đủ của tham số thực $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{mx^2+4}}$ có đúng 1 tiệm cận ngang là

**A.** $m=4$. **B.** $0\leq m\leq 4$. **C.** $m=0$.. **D.** $m=0$ hoặc $m=4$.

**Câu 63.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có 2 tiệm cận ngang.

**A.** $-1<m\le 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m=0$. **D.** $m>0$.

**Câu 64.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

**A.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

**Câu 65.** Có bao nhiêu giá trị $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

**Câu 66.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-(1-m)x+2m}}$ có hai tiệm cận đứng?

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 67.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-9}{\sqrt{x^2+2mx+2m+8}}$ có đúng hai đường tiệm cận.

**A.** $-2<m<4$. **B.** $-2<m<5$. **C.** $-1<m<5$. **D.** $-1<m<4$.

**Câu 68.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng:

**A.** $m<0$. **B.** $m=0$. **C.** $\begin{cases}m<0\\ m\neq 1\end{cases}$. **D.** $m<1$.

**Câu 69.** Tìm $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+m-1}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm $A(5;2)$.

**A.** $m=-4$. **B.** $m=1$. **C.** $m=6$. **D.** $m=4$.

**Câu 70.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x^2-4x+m}$ có tiệm cận ngang mà không có tiệm cận đứng.

**A.** $m>4$. **B.** $m=-12$. **C.** $m<4$. **D.** $m=4$.

**Câu 71.** Tìm giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+1}{4-2x}$ nhận đường thẳng $y=1$ làm tiệm cận ngang.

**A.** $m>4$. **B.** $m=-2$. **C.** $m<4$. **D.** $m=4$.

**Câu 72.** Tìm giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2m+4}{x-1}$ không có tiệm cận đứng.

**A.** $m\neq -1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m\neq 1$. **D.** $m=1$.

**Câu 73.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-3;3]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$ có ba đường tiệm cận?

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1

**Câu 74.** Tìm giá trị của $m+n$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-3}{x+n}$ nhận đường thẳng $x=2$ làm tiệm cận đứng và đường thẳng $y=2$ làm tiệm cận ngang.

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4

**Câu 75.** Tìm tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{4x^2+4mx+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

**A.** $m>1$. **B.** $m<-1$. **C.** $-1\le m<1$. **D.** $m\in R$

**Câu 76.** Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^2-6x+m}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị tham số m để đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang. Tìm số phần tử của tập hợp S.

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1

**Câu 77.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$ là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 78.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}$ là:

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Câu 79.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, không âm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$ , $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2\sqrt{x^2+1}.f(x)+1}{x+3}$ là:

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1

**Câu 80.** Tính tổng $S$ tất cả các giá trị nguyên dương của $m$ sao cho đồ thị $y=\dfrac{\sqrt{(4-m)x^2+2mx-3-m}}{x-2}$ có 2 tiệm cận ngang.

**A.** 3. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 5

**Câu 81.** Có bao nhiêu giá trị $m$ nguyên để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-3mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Câu 82.** Cho hàm bậc ba $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị đi qua các điểm $A(0;2);B(1;0);C(2;4)$. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4-4x^2+3}{(x-1)\left(f^2(x)-2f(x)\right)}$.

**A.** 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 83.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+2017}{\sqrt{x^2-2mx+m+2}}$ có đúng ba đường tiệm cận?

**A.** $m>2$ hoặc $m<-1$. **B.** $2<m<3$. **C.** $2\le m\le 3$. **D.** $m<2$.

**Câu 84.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2-m}}$ có 3 tiệm cận.

**A.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-16 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-16 \\ m=0 \\ m=4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-8 \\ m=-16 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=16 \end{array}\right.$.

**Câu 85.** Gọi $(C)$ là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-3x+m}$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để $(C)$ có đúng 2 đường tiệm cận

**A.** $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right]$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right)$. **D.** $\left\{2;\dfrac{9}{4}\right\}$.

**Câu 86.** Tìm tất cả các giá trị $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

**A.** $m\in\{-1;-4\}$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=4$. **D.** $m\in\{1;4\}$.

**Câu 87.** Tìm tất cả giá trị thực của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

**A.** $m=0$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m\in\{0;4\}$. **D.** $m\ge 4$.

**Câu 88.** Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-mx-m+5}$ không có tiệm cận đứng?

A. 9. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 10.

**Câu 89.** Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-2n)x^2+mx+1}{x^2-mx+m-n}$ nhận đường thẳng $x=1$ là một tiệm cận đứng và trục hoành làm tiệm cận ngang thì $m+n$ bằng

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

**Câu 90.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$, số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2f(x)+3}{f^2(x)-1}$ là :

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

**Câu 91.** Cho hàm số $f(x)=x^2+bx+c$ có đồ thị là parabol có đỉnh $I\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{4}\right)$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{f(x)}{4-x^2}$ là

**A.** 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 92.** Tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+2mx-m}$ có ba đường tiệm cận là

**A.** $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{1;\dfrac{1}{3}\right\}$. **B.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

**C.** $m\in(-1;0)\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$.

**Câu 93.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}-m}{x-1}$ có đúng hai đường tiệm cận.

**A.** $(-\infty;+\infty)\setminus\{1\}$. **B.** $(-\infty;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

**C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)\setminus\{0\}$.

**Câu 94.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+2017}{\sqrt{x^2-2mx+m+2}}$ có đúng ba đường tiệm cận?

**A.** $2<m<3$. **B.** $2\le m\le 3$. **C.** $m<2$. **D.** $m>2$ hoặc $m<-1$.

**Câu 95.** Cho hàm số $y=\dfrac{20+\sqrt{6x-x^2}}{\sqrt{x^2-8x+2m}}$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ sao cho đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng.

**A.** $m\in[6;8)$. **B.** $m\in(6;8)$. **C.** $m\in[12;16)$. **D.** $m\in(0;16)$.

**Câu 96.** Các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có bốn đường tiệm cận phân biệt là

**A.** $m>0$. **B.** $m>\dfrac{9}{8}$. **C.** $m>\dfrac{8}{9}$. **D.** $m>\dfrac{8}{9}, m\neq 1$.

**Câu 97.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+2018x+2019}-24\sqrt{14}}{x^2-(m+1)x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

**A.** 2020. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2021.

**Câu 98.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$ có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6;6]$ của tham số $m$ để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận?

**A.** 12. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

**Câu 99.** Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

**A.** $-1\le m<0$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>0$.

**Câu 100.** Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ ($m,n$ là tham số) nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$.

**A.** –6. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 8.

**Câu 101.** Có bao nhiêu giá trị $m$ nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

**A.** 12. **B.** 11. **C.** 0. **D.** 10.

**Câu 102.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+m}-3}{x+5}$ có đúng một đường tiệm cận?

**A.** 5. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 6.

**Câu 103.** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x^2+m-1}}$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

**A.** $1<m<5$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$.

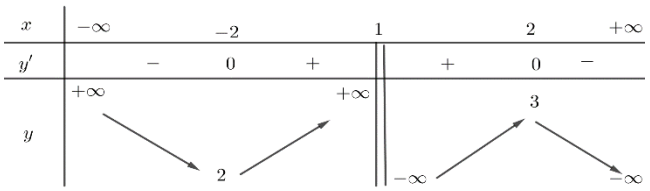
**Câu 104.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{2x^2-2x+m}-(x+1)}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

**A.** $m\in[-4;5)\setminus\{1\}$. **B.** $m\in[-4;5]$. **C.** $m\in(-4;5]\setminus\{1\}$. **D.** $m\in(-5;4]\setminus\{1\}$.

**Câu 105.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng.

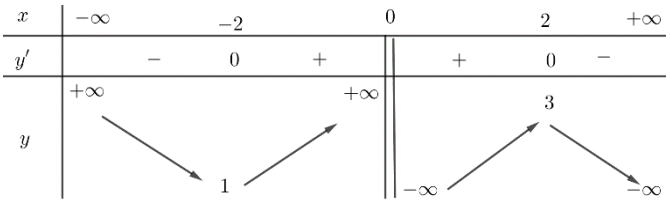
**A.** $\left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>-1 \end{array}\right.$. **B.** $-5\le m<-1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le -5 \\ m>-1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m>0 \end{array}\right.$.

**Câu 106.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?



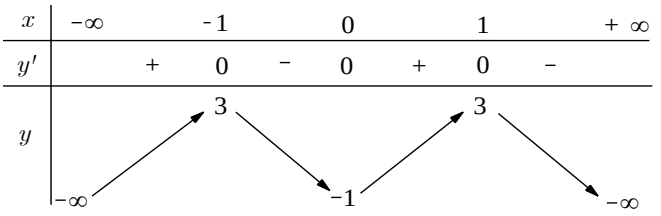

**A.** 0. **B.** 4.
**C.** 2. **D.**1.

**Câu 107.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{x[f(x)-3]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?



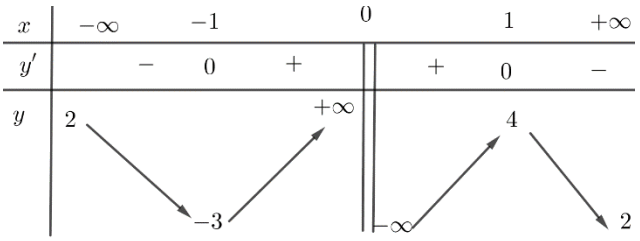

**A.** 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.**1.

**Câu 108.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2+1}{x[f(x)-m]}$ có 3 tiệm cận đứng?



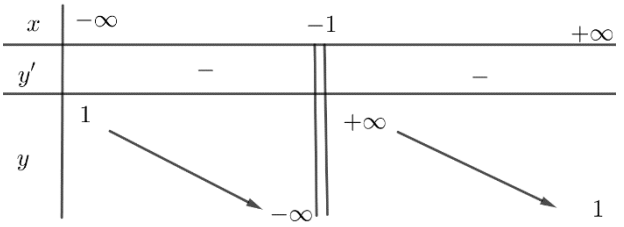

**A.** 0. **B.** 4.
**C.** 2. **D.** 1.

**Câu 109.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên. Đồ thị hàm số $y=2f(x)-\dfrac{3}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận ?



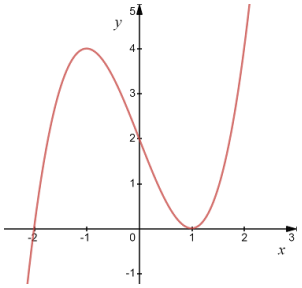

**A.** 0. **B.** 4.
**C.** 2. **D.**1.

**Câu 110.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\sqrt{4f(x)+2021}$ là ?




**A.** $y=45$. **B.** $y=4$.
**C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

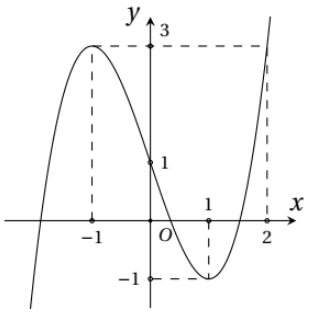
**Câu 111.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{f(x)+m}$ có 3 tiệm cận đứng?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

**Câu 112.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xét đồ thị hàm số $y=\dfrac{2021f(x)}{f(x)-3}$. Khẳng định nào sau đây là ***Sai***?



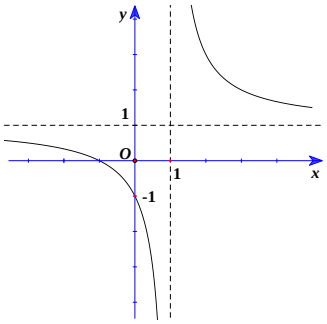
**A.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2021$

**B.** Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

**C.** Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

**D.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=3$

**Câu 113.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới.



Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2x+1)f(x)+1}{x-1}$ là ?

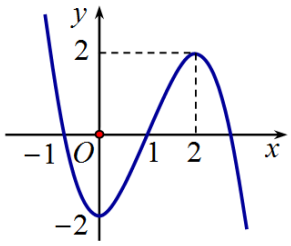
**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 0.

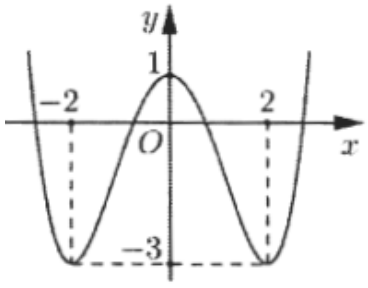
**Câu 114.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2f(x)+5}{f(x)-m}$ (1) có 4 tiệm cận?



**A.** 4. **B.** 2.

**C.** 0. **D.** 1.

**Câu 115.** Cho hàm $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xét đồ thị hàm số $y=\sqrt{\dfrac{f(x)}{f(x)-1}}$ $(C)$. Mệnh đề nào sau đây là ***sai***?



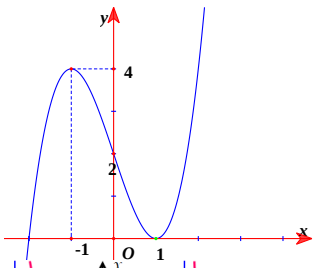
**A.** Đồ thị $(C)$ có một tiệm cận ngang.

**B.** Trục $Oy$ là tiệm cận đứng của đồ thị $(C)$

**C.** Đồ thị $(C)$ có 4 tiệm cận.

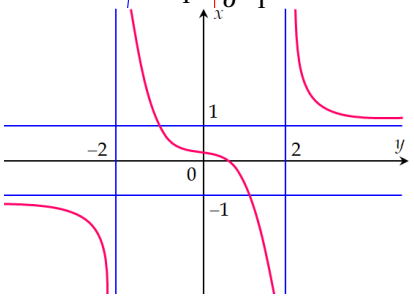
**D.** Đồ thị $(C)$ không có tiệm cận.

**Câu 116.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x-1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?




**A.** 1. **B.** 2.
**C.** 3. **D.** 4.

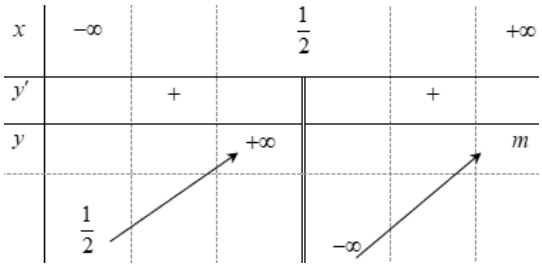
**Câu 117.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ




Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2}{3f(x)-2}$.

**A.** 2. **B.** 3.
**C.** 4. **D.** 5.

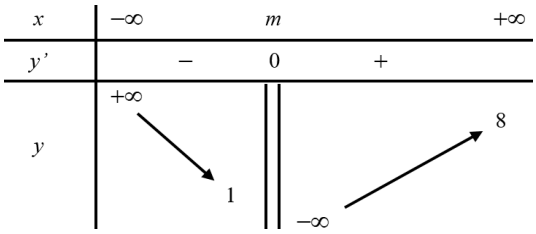
**Câu 118.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.




Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang

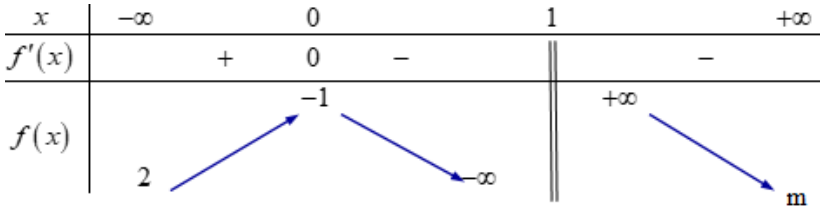
**A.** Không có $m$. **B.** $m=0$.
**C.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

**Câu 119.** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên xác định như hình. Biết rằng đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=x_0$, tiệm cận ngang là $y=y_0$ và $x_0y_0=16$. Hỏi $m$ bằng?




**A.** $m=8$. **B.** $m=-16$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

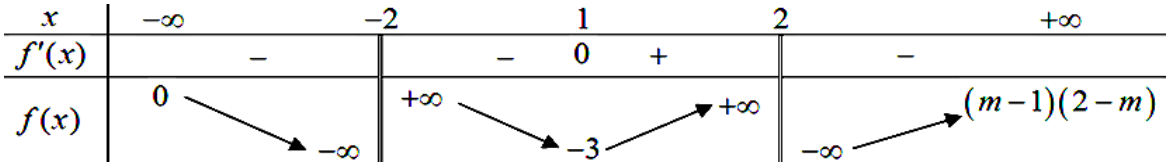
**Câu 120.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:




Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[0;3]$ để đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 đường tiệm cận?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

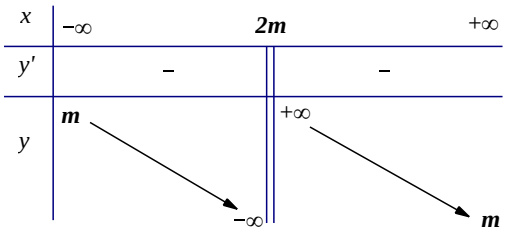
**Câu 121.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:




Tìm tổng số các giá trị nguyên dương của tham số $m\in(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang là 4.

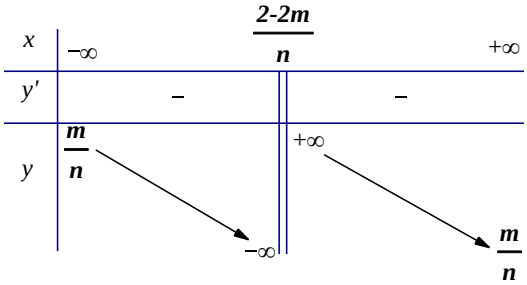
**A.** 42. **B.** 45. **C.** −3. **D.** 0.

**Câu 122.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Định tham số $m$ để giao điểm của đường tiện cận đứng và tiệm cận ngang nằm trên đường thẳng $d: y=x+5$.



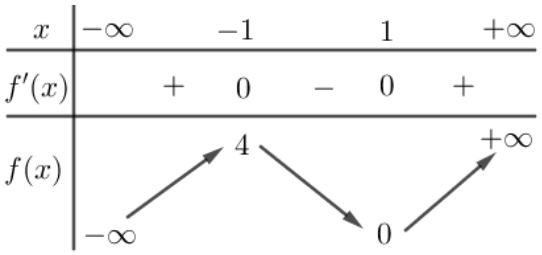

**A.** $m=5$. **B.** $m=-5$.
**C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

**Câu 123.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Định tham số $m$ và $n$ để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$, $y=2$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang thì biểu thức $9m^2+6mn+36n^2$ có giá trị là




**A.** $\frac{28}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

**Câu 124.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau :



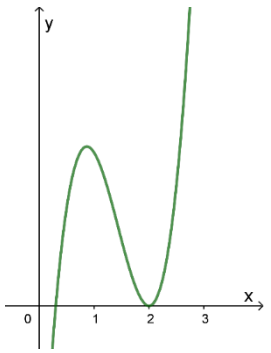

Hỏi đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

**A.** 5. **B.** 2.
**C.** 3. **D.** 4.

**Câu 125.** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có đồ thị $(C)$, tìm $m$ để $(C)$ có tiệm cận ngang.

**A.** $m=0$. **B.** $m>0$. **C.** $m<0$. **D.** $m\neq 0$.

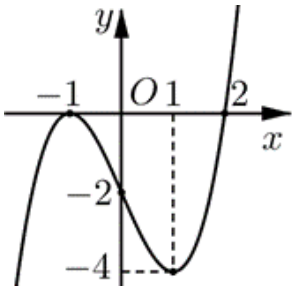
**Câu 126.** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Biết đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{2x+1}}{(x^4-5x^2+4).f(x)}$ có hai đường tiệm cận đứng $x=a$, $x=b$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

**A.** $3<a+b<4$. **B.** $a+b<2$.
**C.** $2<a+b<3$. **D.** $a+b=-1$.

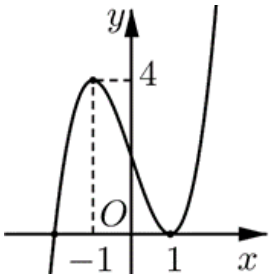
**Câu 127.** Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình.




Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{(x+1)^2(x-2)}}{(x+1)^2(x-1)(x-3)}$ là

**A.** $x=-1$. **B.** $x=1$.
**C.** $x=-1, x=3$. **D.** $x=3$.

**Câu 128.** Cho hàm bậc ba $y=f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ .

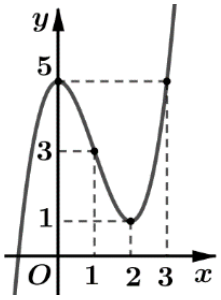



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x^2-1}{f^2(x)-4f(x)}$ là

**A.** $x=-2,x=2$. **B.** $x=1,x=-1$.

**C.** $x=\pm1,x=\pm2$. **D.** $x=1;x=-2$.

**Câu 129.** Cho hàm bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ .




Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{10x+9}+\sqrt{5-2x}}{8f^2(x)-13f(x)}$ có hai tiệm cận đứng $x=a,x=b$.

Khi đó khẳng định nào dưới đây đúng ?

**A.** $\dfrac{7}{2}<a+b<4$. **B.** $a+b=\dfrac{7}{2}$. **C.** $-3<a+b<2$. **D.** $a+b\geq 8$.

**Câu 130.** Cho hàm bậc ba $y=f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số hàm số $g(x)=\dfrac{2021\sqrt{1-2x}}{f^2(x-2)-2f(x-2)-3}$

**A.** $x=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=\dfrac{1}{3}$.

**Câu 131.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số hàm số $g(x)=\dfrac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|f(x)|-1}$.

**A.** $x=1,x=\sqrt{2}$. **B.** $x=0,x=\sqrt{3}$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2,x=1$.

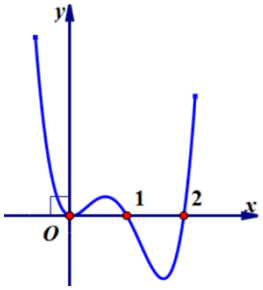
**Câu 132.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ có bảng biến thiên như sau :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ $-\infty$ |

Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số hàm số $y=g(x)=f(x^2-2x-2)$.

**A.** $x=1,x=2$. **B.** $x=0,x=\sqrt{3}$. **C.** $x=-1,x=3$. **D.** $x=2,x=-1$.

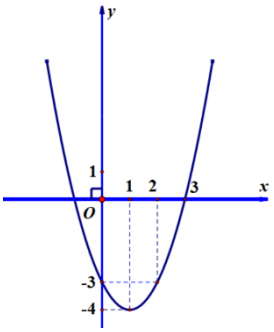
**Câu 133.** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số hàm số $y=g(x)=\dfrac{(x^2+1)(x^2-3x)\sqrt{x^2-x-2}}{\left[(f(x))^3+2f(x)\right](2x-6)}$.




**A.** $x=1,x=2$. **B.** $x=0,x=\sqrt{3}$.

**C.** $x=-1,x=3$. **D.** $x=2,x=-1$.

**Câu 134.** Cho $y=f(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình.

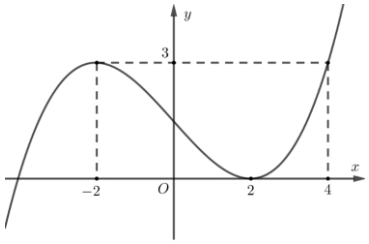


Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số hàm số $y=g(x)=f\left(\dfrac{3x+1}{x-2}\right)$.

**A.** $x=1, y=2$. **B.** $x=2, y=3$.

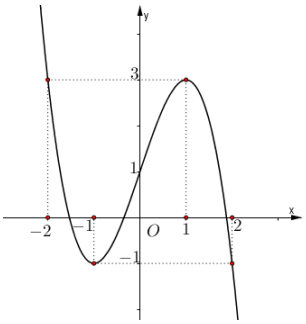
**C.** $x=1, y=0$. **D.** $x=2, y=0$.

**Câu 135.** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(4-x^2)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?



**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Câu 136.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ

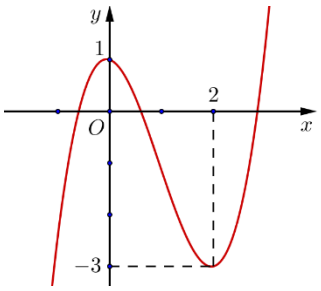


Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng ?

**A.** 3. **B.** 0.

**C.** 1. **D.** 2.

**Câu 137.** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ

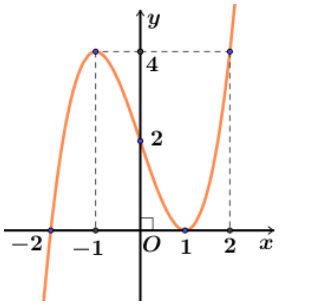


Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-2x)\sqrt{1-x}}{(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** 5. **B.** 4.

**C.** 6. **D.** 3.

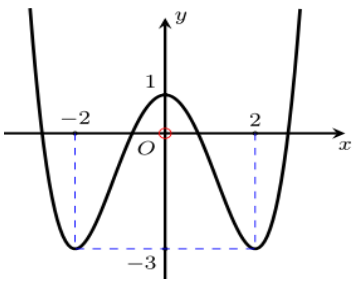
**Câu 138.** Cho hàm bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4-4x^2+3}{(x-1)\left(f^2(x)-2f(x)\right)}$.



**A.** 4. **B.** 5.

**C.** 2. **D.** 3.

**Câu 139.** Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

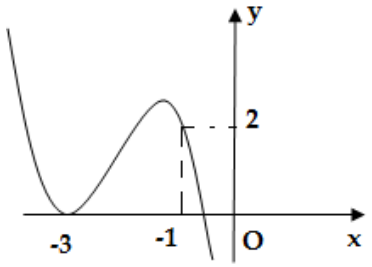


Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x^2-4)(x^2+2x)}{\left[f(x)\right]^2+2f(x)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** 4. **B.** 5.

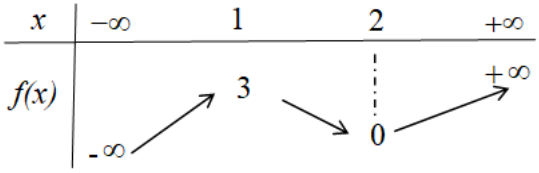
**C.** 3. **D.** 2.

**Câu 140.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in R)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{x\left[(f(x))^2-2f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



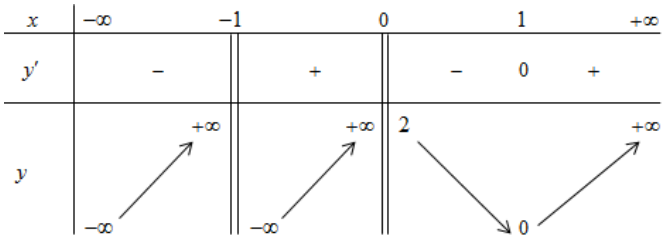

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

**Câu 141.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x^3+x)+3}$ là




**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

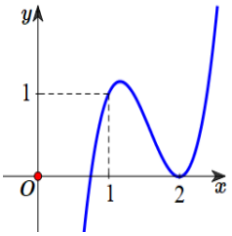
**Câu 142.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị $y=\dfrac{1}{2f(x)-3}$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

**Câu 143.** Cho hàm số bậc ba: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới. Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-1}}{(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

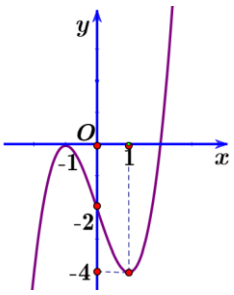



**A.** 5 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 3

---------- **HẾT** ----------

# Chủ đề 05. ĐỒ THỊ HÀM SỐ

**Câu 1.** Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào ?



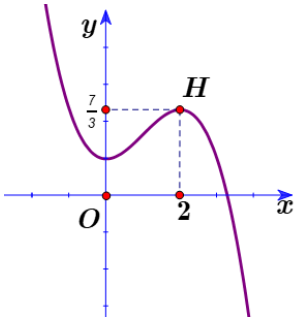

**A.** $y=x^3-3x+2$.

**B.** $y=-x^3+3x-2$

**C.** $y=x^3-3x-2$

**D.** $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{7}{3}x-2$

**Câu 2.** Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây?



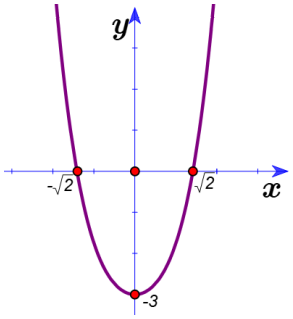

**A.** $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+1$.

**B.** $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2+1$.

**C.** $y=x^4-x^2+1$.

**D.** $y=-\frac{1}{3}x^3-x+1$

**Câu 3.** Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



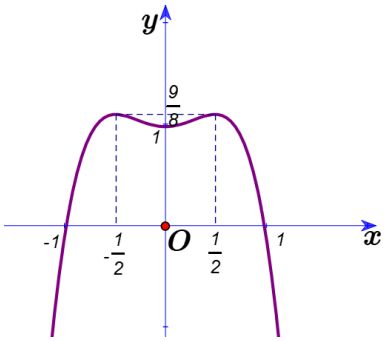

**A.** $y=x^4-2x^2-3$

**B.** $y=-x^4+x^2-3$

**C.** $y=x^2-2$

**D.** $y=\frac{1}{4}x^4+x^2-3$

**Câu 4.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình sau.




$f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

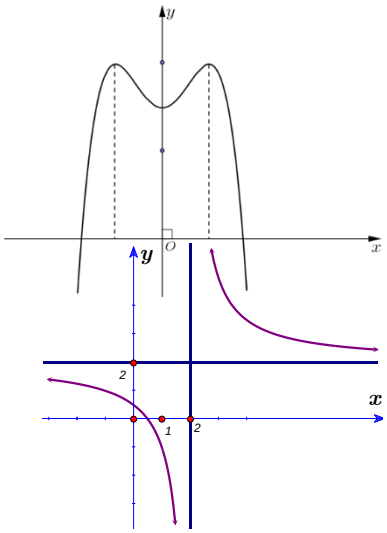
**A.** $f(x)=-x^4+x^2-1$

**B.** $f(x)=-2x^4+x^2+1$

**C.** $f(x)=2x^4-x^2+1$

**D.** $f(x)=-2x^3+x^2+1$.

**Câu 5.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định dấu của $a$, $b$, $c$.




**A.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.

**B.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.

**D.** $a<0,\ b>0,\ c>0$.

**Câu 6.** Hàm số nào sau đây cóđồ thị như hình vẽ bên dưới?

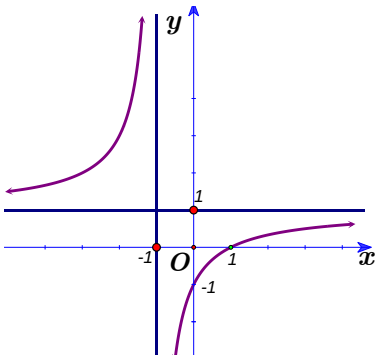
**A.** $y=\frac{2x+1}{x-2}$.

**B.** $y=\frac{2x-1}{x-1}$

**C.** $y=\frac{x-1}{x-2}$

**D.** $y=\frac{2x-1}{x-2}$.

**Câu 7.** Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới?




**A.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

**B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

**C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

**D.** $y=\dfrac{1-x}{x+1}$.

**Câu 8.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** $y=x^2+2x+1$

**B.** $y=x^4+x^2+2$.

**C.** $y=x^3+x^2+2x-5$.

**D.** $y=\dfrac{x+1}{x+2}$.

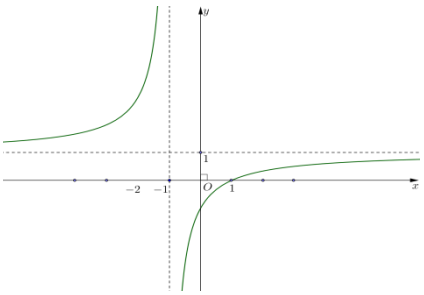
**Câu 9.** Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**A.** $y=-x^2+x+1$.  **B.** $y=x^4-x^2+1$.

**C.** $y=-x^4+x^2+1$.  **D.** $y=-x^4-x^2+1$

**Câu 10.** Xác định các số thực $a$, $b$ để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



**A.** $a=1,\ b=-1$.

**B.** $a=1,\ b=1$.

**C.** $a=-1,\ b=1$.

**D.** $a=-1,\ b=-1$.

**Câu 11.** Hãy chọn hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

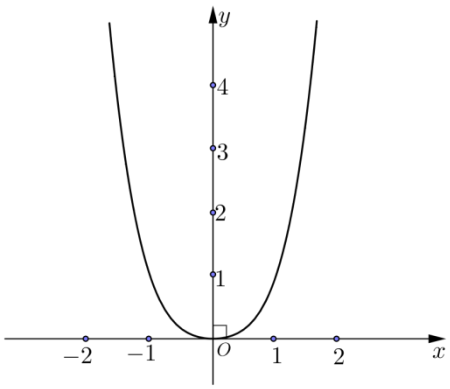
**A.** $y=-x^4+2x^2$.  **B.** $y=x^4-2x^2$.  **C.** $y=x^3-2x^2$.  **D.** $y=x^4+2x^2$.

**Câu 12.** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | |
| $y$ | $-2$ | $\searrow$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-2$ |
| | | $-\infty$ | | | |

**A.** $y=\dfrac{-2x-3}{x+1}$.  **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$.  **C.** $y=\dfrac{2x}{1+x}$.  **D.** $y=\dfrac{-2x}{x-1}$.

**Câu 13.** Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ.




Khi đó

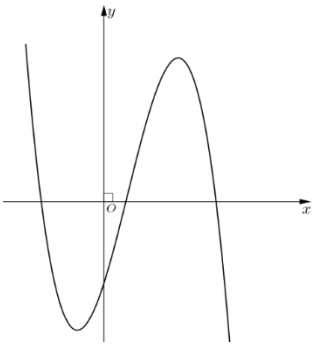
**A.** $a>0,\ b>0,\ c>0$.

**B.** $a>0,\ b\geq 0,\ c=0$.

**C.** $a<0,\ b\leq 0,\ c=0$.

**D.** $a>0,\ b<0,\ c=0$.

**Câu 14.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



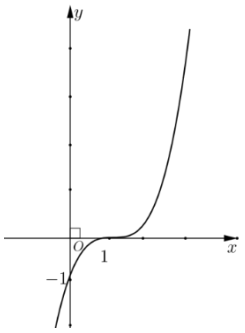

**A.** $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.

**B.** $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

**D.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$.

**Câu 15.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



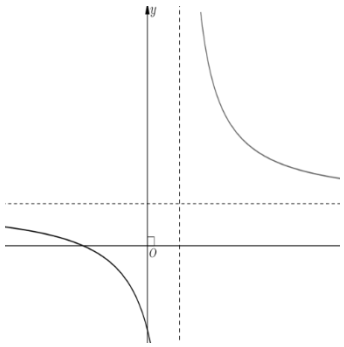

**A.** $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.

**B.** $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

**D.** $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.

**Câu 16.** Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a>0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



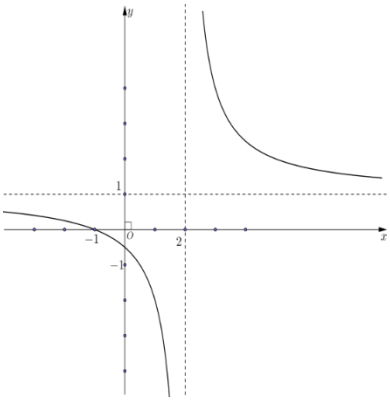

**A.** $b>0,\ c>0,\ d<0$.

**B.** $b>0,\ c<0,\ d<0$.

**C.** $b<0,\ c<0,\ d<0$.

**D.** $b<0,\ c>0,\ d<0$.

**Câu 17.** Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-2}$ với $a$, $b$ là các số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



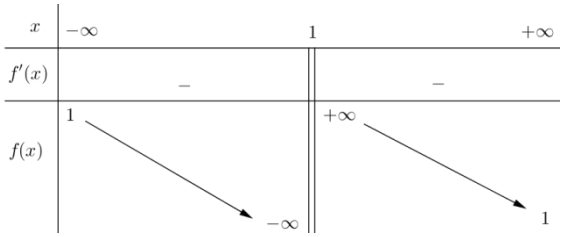

**A.** $a>0$.

**B.** $a<0$.

**C.** $a\geq 0$.

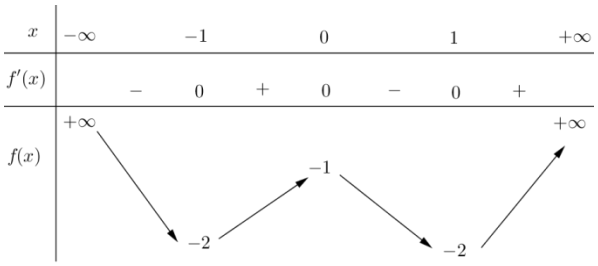
**D.** $a\leq 0$.

**Câu 18.** Hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ $\left(a\neq 0;\ a,\ b,\ c\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



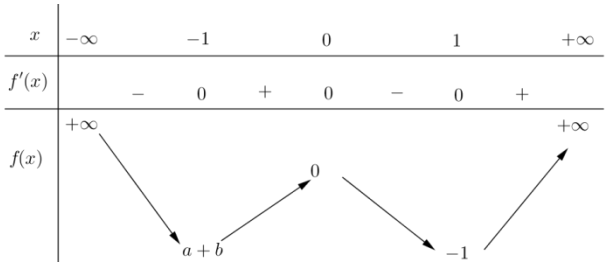

**A.** $a>0,\ b>0\ c-ab<0$.
**B.** $a>0,\ b>0\ c-ab>0$.
**C.** $a>0,\ b>0\ c-ab=0$.
**D.** $a>0,\ b<0\ c-ab<0$.

**Câu 19.** Hỏi $a$ và $b$ thỏa mãn điều kiện nào để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $\left(a\neq 0\right)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới?



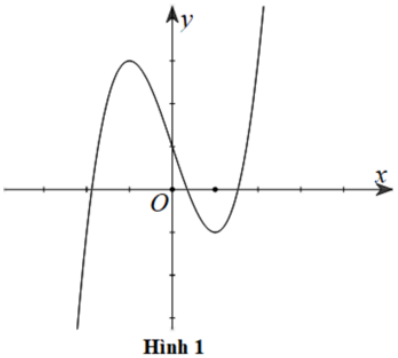

**A.** $a>0,\ b>0$.
**B.** $a>0,\ b<0$.
**C.** $a<0,\ b>0$.
**D.** $a<0,\ b<0$.

**Câu 20.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau, mệnh đề nào sau đây là đúng?

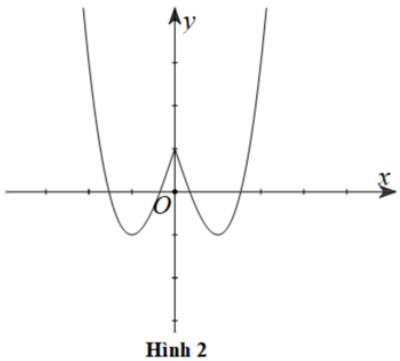



**A.** $a>0,\ b>0$.
**B.** $a>0,\ b<0$.
**C.** $a<0,\ b>0$.
**D.** $a<0,\ b<0$.

**Câu 21.** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



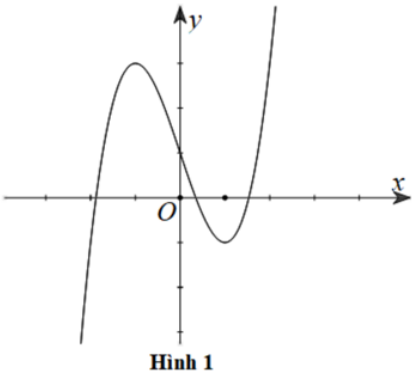
Hình 1



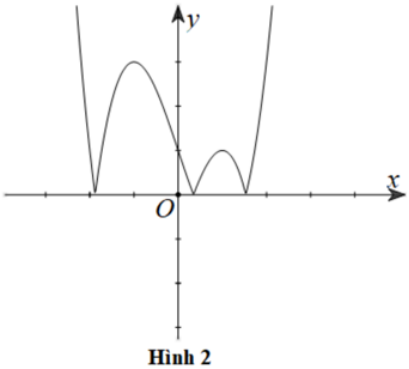
Hình 2

**A.** $y=\left|x\right|^3-3\left|x\right|+1$.
**B.** $y=\left|x^3-3x+1\right|$.
**C.** $y=\left(x-1\right)^3-3\left(x-1\right)+1$.
**D.** $y=x^3-3x+2$.

**Câu 22.** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

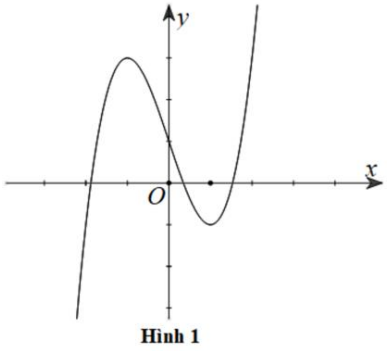
**A.** $y=|x|^3-3|x|+1$.

**B.** $y=|x^3-3x+1|$.

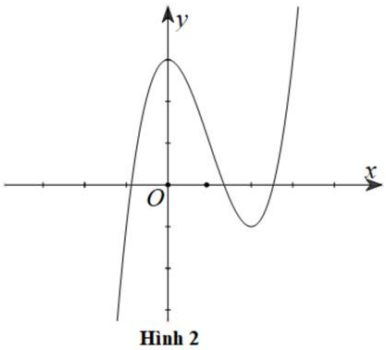
**C.** $y=(x-1)^3-3(x-1)+1$.

**D.** $y=x^3-3x+2$.

**Câu 23.** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

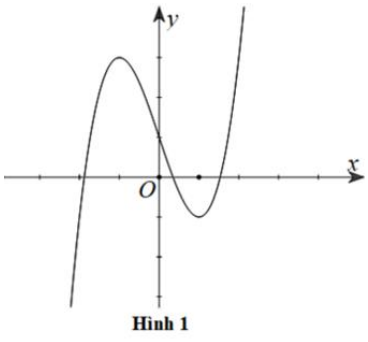
**A.** $y=|x|^3-3|x|+1$.

**B.** $y=|x^3-3x+1|$.

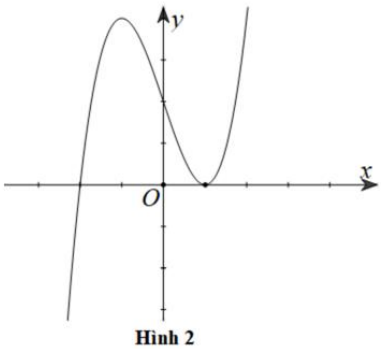
**C.** $y=(x-1)^3-3(x-1)+1$.

**D.** $y=x^3-3x+2$.

**Câu 24.** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

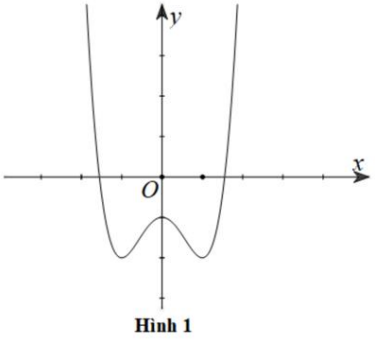
**A.** $y=|x|^3-3|x|+1$.

**B.** $y=|x^3-3x+1|$.

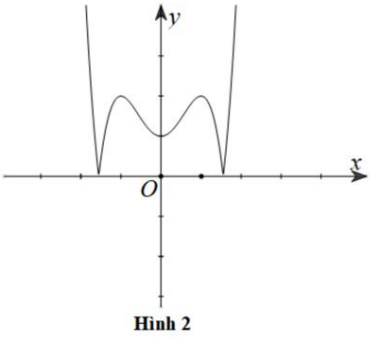
**C.** $y=(x-1)^3-3(x-1)+1$.

**D.** $y=x^3-3x+2$.

**Câu 25.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1

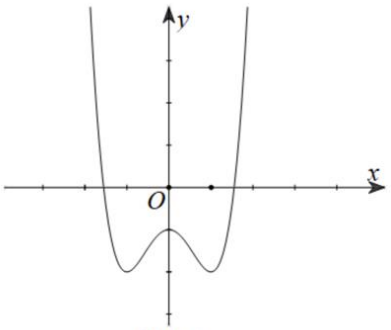


Hình 2

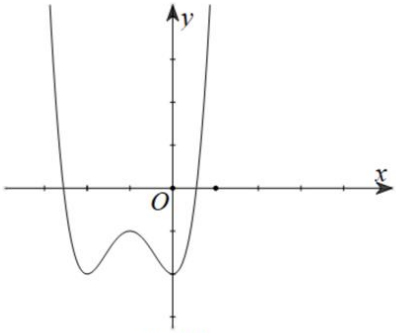
**A.** $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$. **B.** $y=(x+1)^4-2(x+1)^2-1$.

**C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=(x-1)^4-2(x-1)^2-1$.

**Câu 26.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1

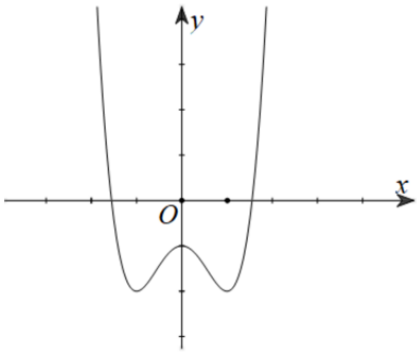


Hình 2

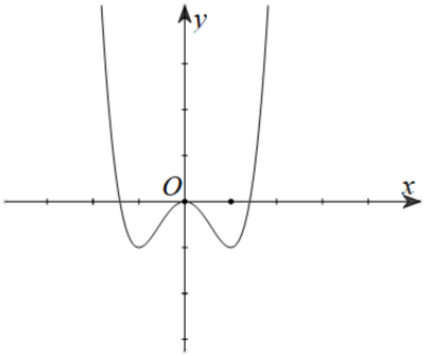
**A.** $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$. **B.** $y=(x+1)^4-2(x+1)^2-1$.

**C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=(x-1)^4-2(x-1)^2-1$.

**Câu 27.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1

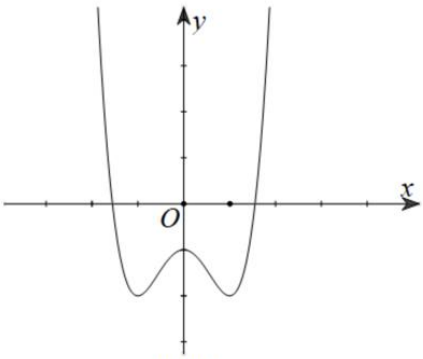


Hình 2

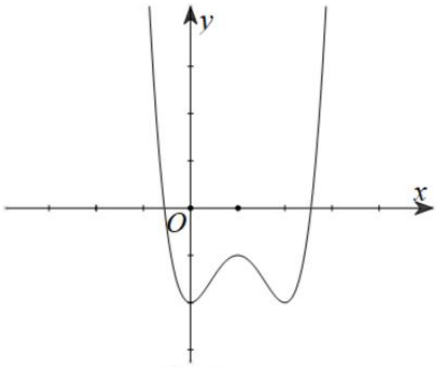
**A.** $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$. **B.** $y=(x+1)^4-2(x+1)^2-1$.

**C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=(x-1)^4-2(x-1)^2-1$.

**Câu 28.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1

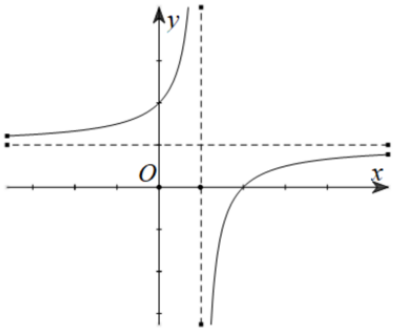


Hình 2

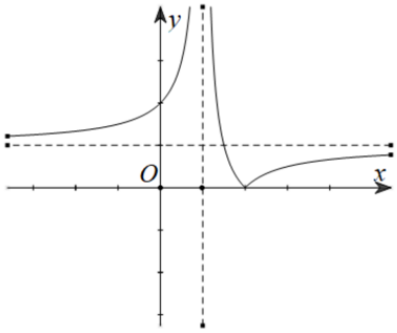
**A.** $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$. **B.** $y=(x+1)^4-2(x+1)^2-1$.

**C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=(x-1)^4-2(x-1)^2-1$.

**Câu 29.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



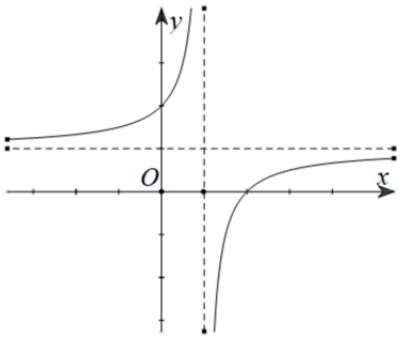
Hình 1



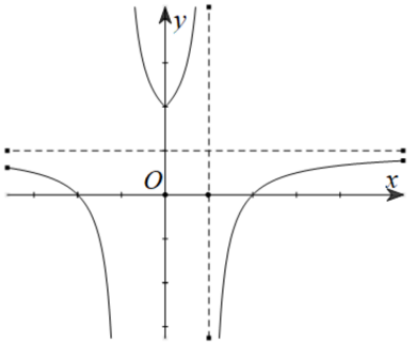
Hình 2

**A.** $y=\dfrac{|x-2|}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{|x-1|}$. **C.** $y=\left|\dfrac{x-2}{x-1}\right|$. **D.** $y=\dfrac{|x|-2}{|x|-1}$.

**Câu 30.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



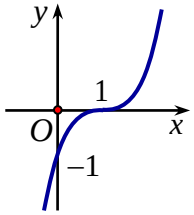
Hình 1



Hình 2

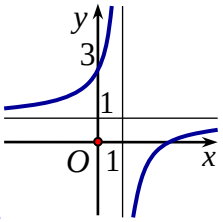
**A.** $y=\dfrac{|x-2|}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{|x-1|}$. **C.** $y=\left|\dfrac{x-2}{x-1}\right|$. **D.** $y=\dfrac{|x|-2}{|x|-1}$.

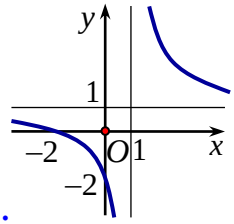
**Câu 31.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$ như hình vẽ. Hỏi $(C)$ là đồ thị của hàm số nào ?

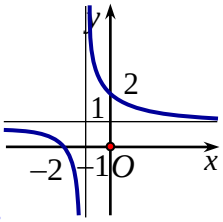


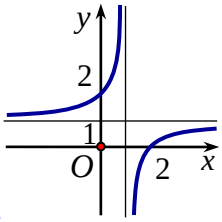

**A.** $y=x^3+1$. **B.** $y=(x-1)^3$. **C.** $y=(x+1)^3$. **D.** $y=x^3-1$.

**Câu 32.** Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào dưới đây ?

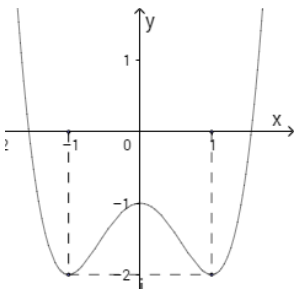
**A.** 


**B.** 

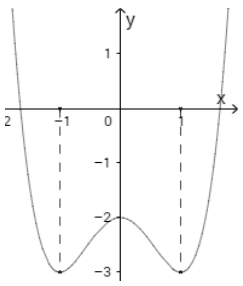

**C.** 


**D.** 

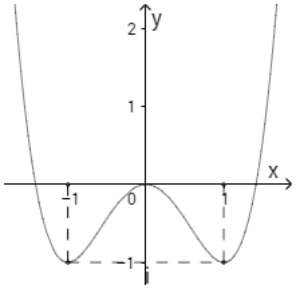

**Câu 33.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



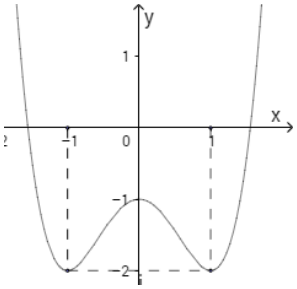
Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f(x)+1$ ?.



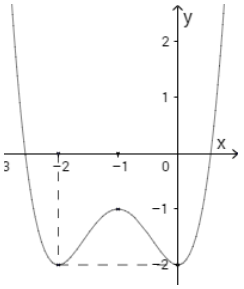
$(I)$



$(II)$



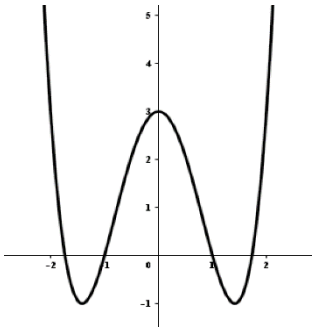
$(III)$



$(IV)$

**A.** $(III)$. **B.** $(II)$. **C.** $(IV)$. **D.** $(I)$.

**Câu 34.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?



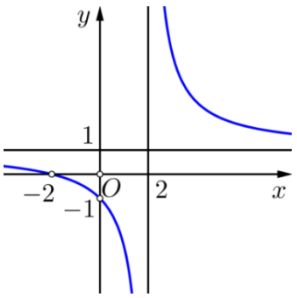
**A.** $y=\left(x^2-2\right)^2-1$.

**B.** $y=\left(x^2+2\right)^2-1$.

**C.** $y=-x^4+2x^2+3$.

**D.** $y=-x^4+4x^2+3$.

**Câu 35.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$



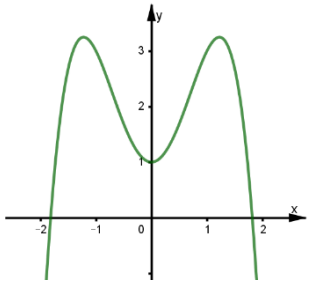

**A.** $P=-3$.

**B.** $P=1$.

**C.** $P=5$.

**D.** $P=2$.

**Câu 36.** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:

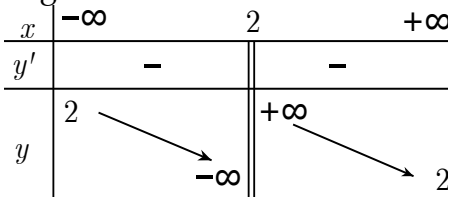


Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

**A.** $a<0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$.

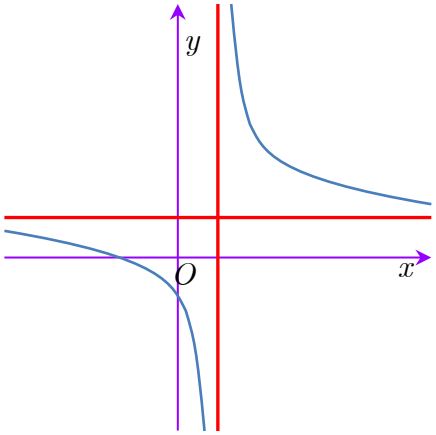
**C.** $a<0;\ b<0;\ c>0$. **D.** $a<0;\ b>0;\ c<0$.

**Câu 37.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ



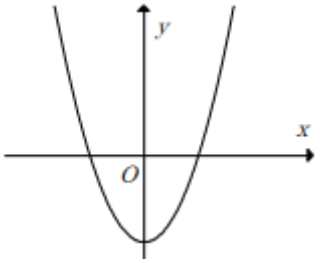

**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$.

**Câu 38.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



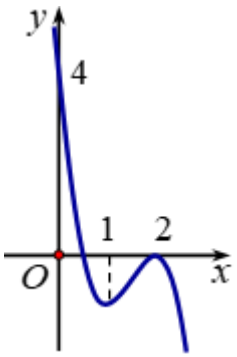

**A.** $ab<0,\ cd<0$. **B.** $bc>0,\ ad<0$. **C.** $ac>0,\ bd>0$. **D.** $bd<0,\ ad>0$.

**Câu 39.** Hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



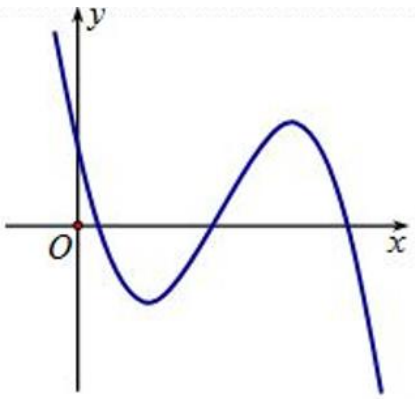

**A.** $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b\geq 0,c>0$. **C.** $a>0,b\geq 0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c\leq 0$.

**Câu 40.** Cho hàm số $y=-2x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?




**A.** $bcd=-144$. **B.** $c^2<b^2+d^2$. **C.** $b+c+d=1$. **D.** $b+d<c$.

**Câu 41.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ:

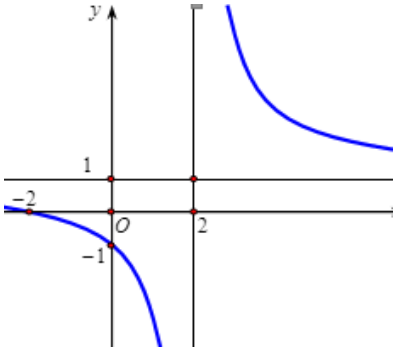



Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$. **B.** $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

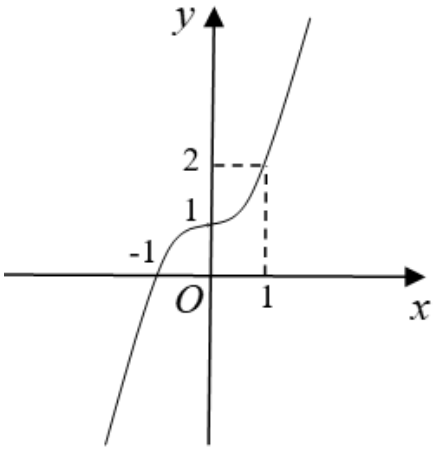
**C.** $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$.

**Câu 42.** Tìm $a,\ b,\ c$ để hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



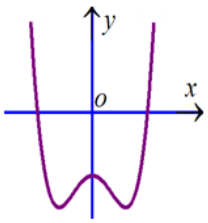

**A.** $a=1;\ b=-2;\ c=1$.
**B.** $a=1;\ b=2;\ c=1$.
**C.** $a=2;\ b=-2;\ c=-1$.
**D.** $a=1;\ b=1;\ c=-1$.

**Câu 43.** Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$.



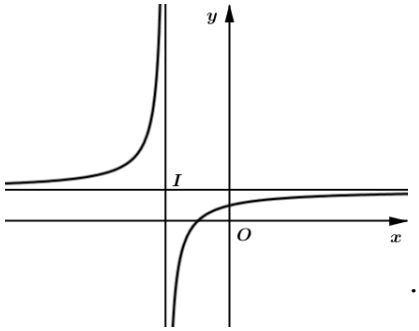

Xét các mệnh đề sau:
$(I)$: $a=-1$. $(II)$: $ad>0$. $(III)$: $d=-1$. $(IV)$: $a+c=b+1$.
Tìm số mệnh đề **sai**.
**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Câu 44.** Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a$, $b$, $c$ là các số thực.



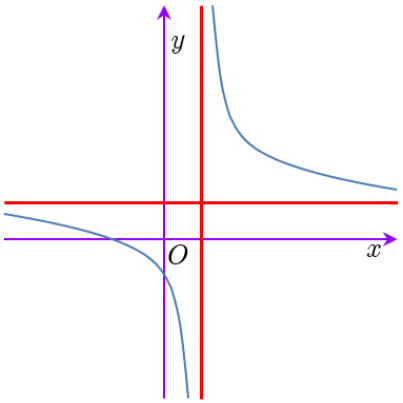

Mệnh đề nào dưới đây đúng?
**A.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.
**B.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.
**C.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.
**D.** $a>0,\ b<0,\ c>0$.

**Câu 45.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Mệnh đề nào sau đây đúng?
**A.** $a>0>b$.
**B.** $a>b>0$.
**C.** $a<b<0$.
**D.** $a<0<b$.

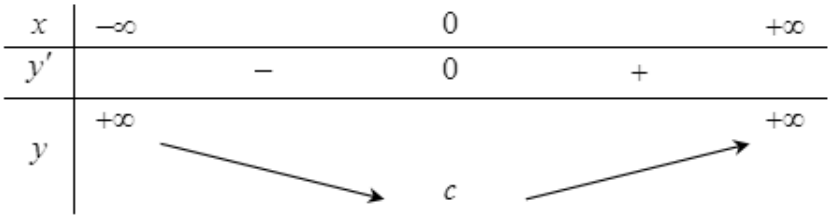
**Câu 46.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên.




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $ab<0,\ cd<0$. **B.** $bc>0,\ ad<0$. **C.** $ac>0,\ bd>0$. **D.** $bd<0,\ ad>0$.

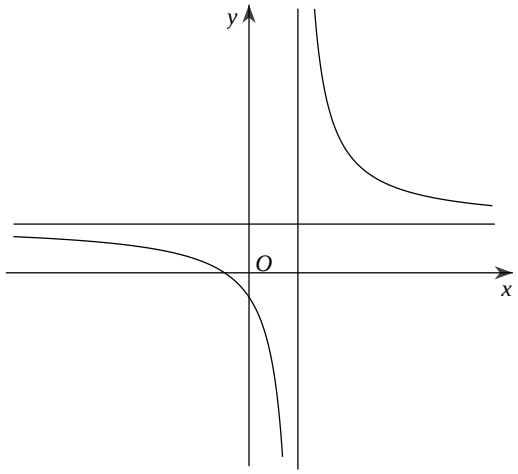
**Câu 47.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \left(a\neq 0\right)$ và có bảng biến thiên như hình sau:




Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** $a<0$ và $b\geq 0$. **B.** $a>0$ và $b\geq 0$. **C.** $a<0$ và $b\leq 0$. **D.** $a>0$ và $b\leq 0$.

**Câu 48.** Cho hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a\neq 0$ và $a,\ b,\ c\in\mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên.

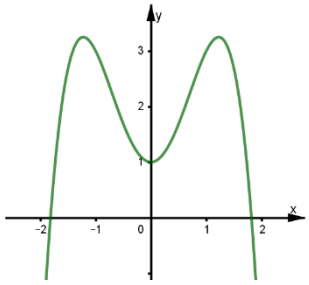



Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** $a>0,\ b<0,\ c-ab<0$. **B.** $a>0,\ b>0,\ c-ab<0$.

**C.** $a<0,\ b>0,\ c-ab<0$. **D.** $a<0,\ b<0,\ c-ab>0$.

**Câu 49.** Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:

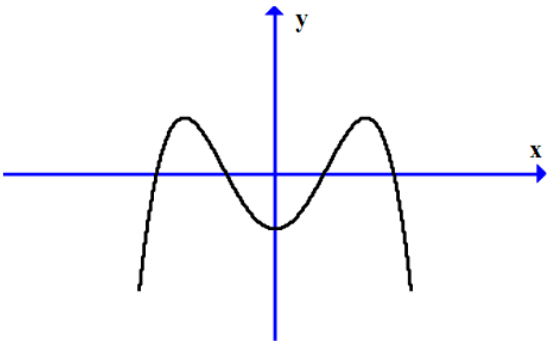


Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

**A.** $a<0;\ b>0;\ c>0$.  **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$.

**C.** $a<0;\ b<0;\ c>0$.  **D.** $a<0;\ b>0;\ c<0$.

**Câu 50.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ như hình vẽ dưới đây.

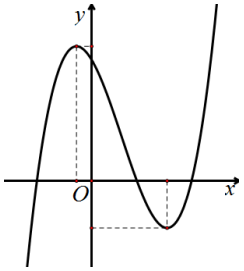



Dấu của $a$, $b$ và $c$ là

**A.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.  **B.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.

**C.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.  **D.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.

**Câu 51.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên.

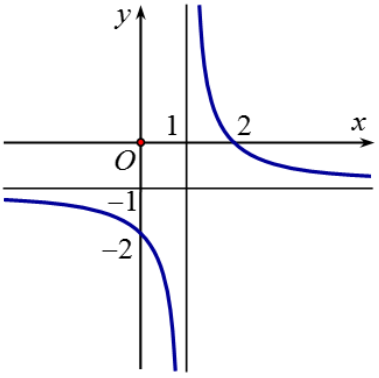



Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.  **B.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$.  **D.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

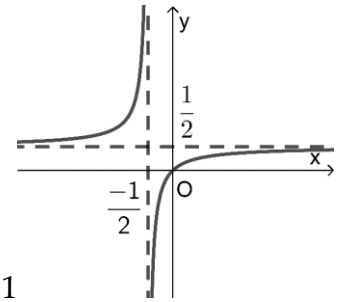
**Câu 52.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



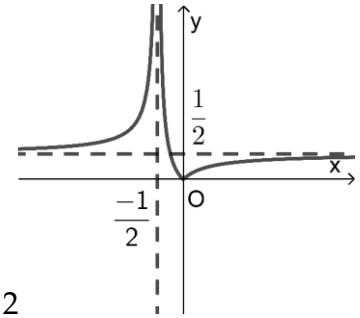

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.** $b<0<a$.  **B.** $0<b<a$.  **C.** $b<a<0$.  **D.** $0<a<b$.

**Câu 53.** Cho hàm số $y=\dfrac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án $A,B,C,D$ dưới đây?



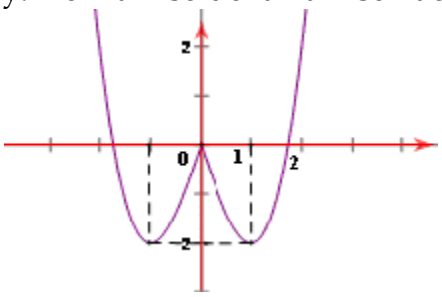

Hình 1




Hình 2

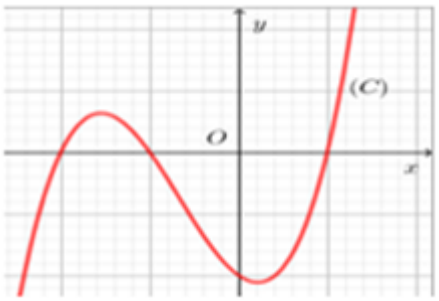
**A.** $y=\left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$. **B.** $y=\dfrac{|x|}{2|x|+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{2|x|+1}$. **D.** $y=\left|\dfrac{|x|}{2|x|+1}\right|$.

**Câu 54.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

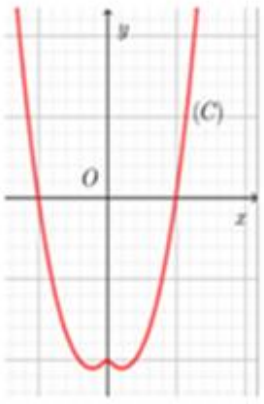



**A.** $y=\left|x^3\right|-3|x|$. **B.** $y=|x|^3+3|x|$. **C.** $y=\left|x^3+3x\right|$. **D.** $y=\left|x^3-3x\right|$.

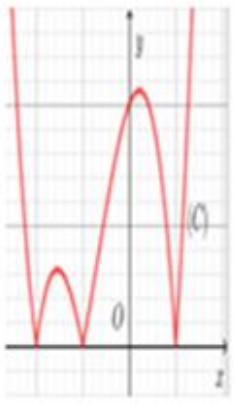
**Câu 55.** Cho hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ có đồ thị $(C)$ như hình vẽ bên.



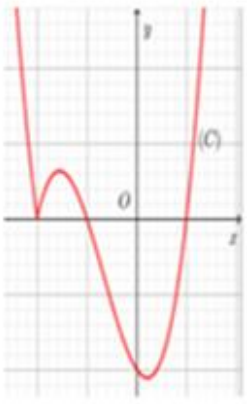

Đồ thị của hàm số $y=\left|x^3+2x^2-x-2\right|$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?



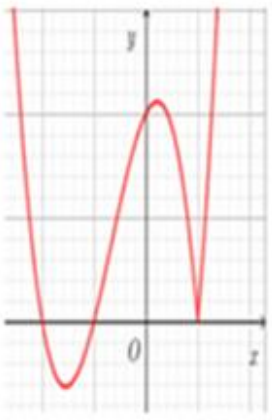

**Hình 1**




**Hình 2**



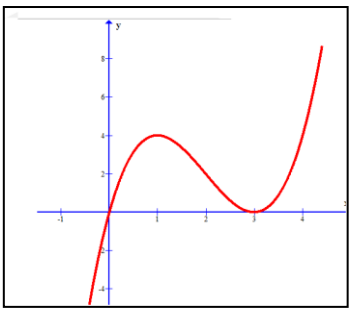

**Hình 3**



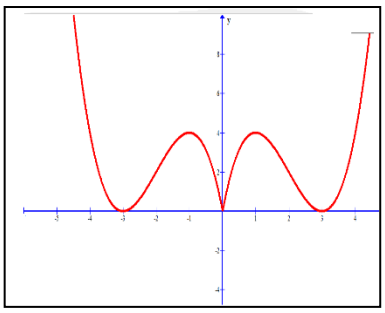

**Hình 4**

**A.** Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

**Câu 56.** Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=|x|^3+6|x|^2+9|x|$.

**B.** $y=|x|^3-6x^2+9|x|$.

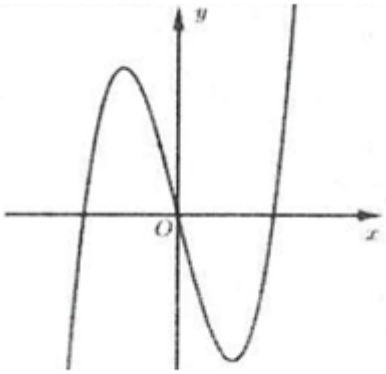
**C.** $y=-x^3+6x^2-9x$.

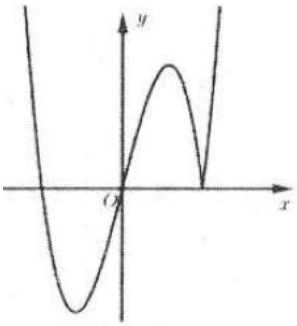
**D.** $y=|x^3-6x^2+9x|$.

**Câu 57.** Phương trình $|x|^3-3x^2-m^2=0$ (với $m$ là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm phân biệt?

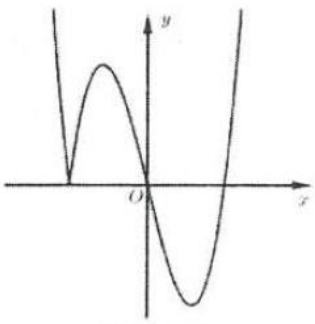
**A.** 3 nghiệm. **B.** 4 nghiệm. **C.** 2 nghiệm. **D.** 6 nghiệm.

**Câu 58.** Hàm số $y=x^3-4x$ có đồ thị nào như hình vẽ bên dưới. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|\left(x^2+2x\right)$?

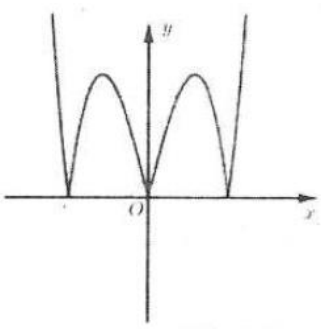




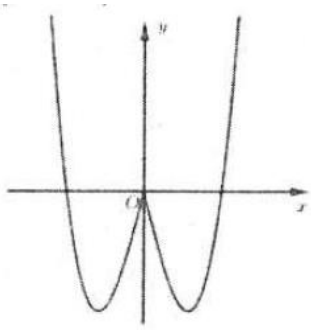
Hình 1



Hình 2



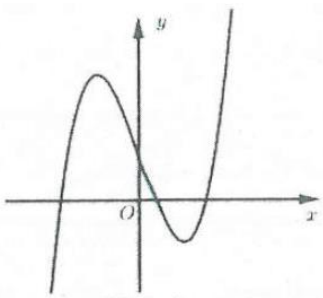
Hình 3



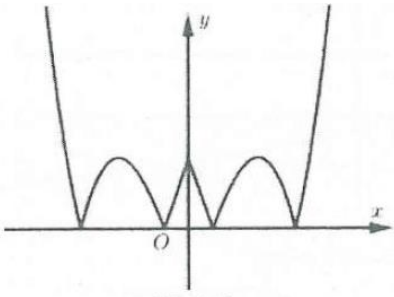
Hình 4

**A.** Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

**Câu 59.** Hình 1 là đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



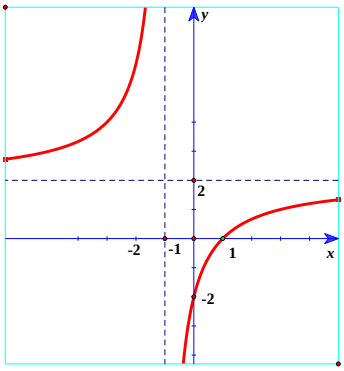
Hình 1



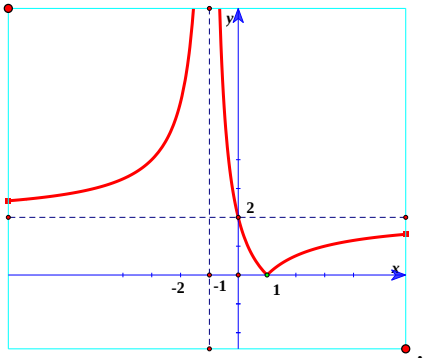
Hình 2

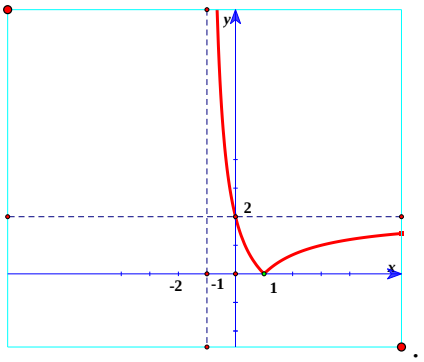
**A.** $y=\left|x^3\right|-3\left|x\right|+1$. **B.** $y=\left|x^3\right|+3\left|x\right|+1$. **C.** $y=\left|\left|x^3\right|-3\left|x\right|+1\right|$. **D.** $y=\left|\left|x^3\right|+3\left|x\right|+1\right|$.

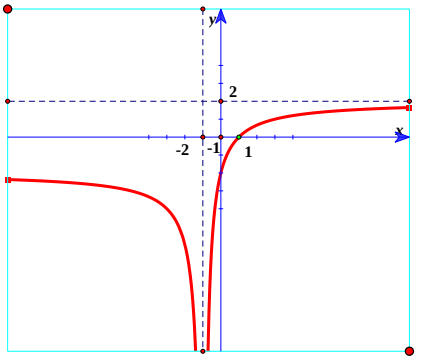
**Câu 60.** Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là hình vẽ sau:

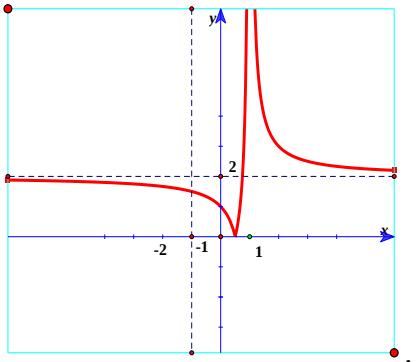



Đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2x-2}{x+1}\right|$ là hình vẽ nào trong 4 hình vẽ sau:

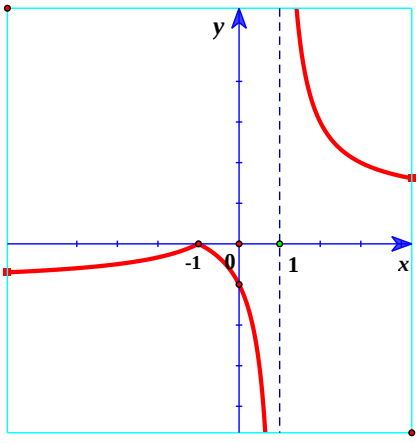
**A.**


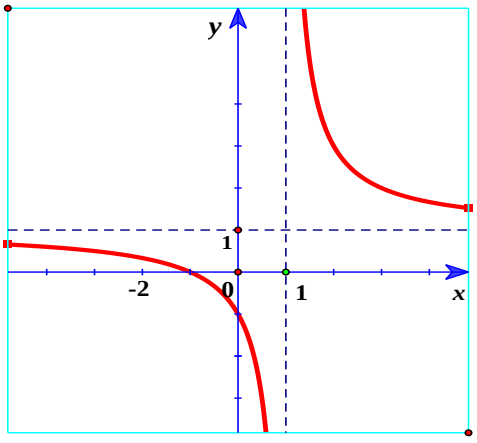

**B.**


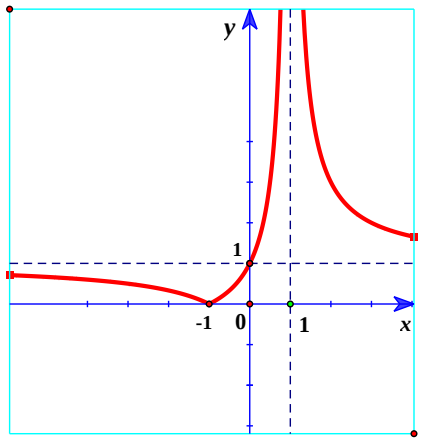

**C.**


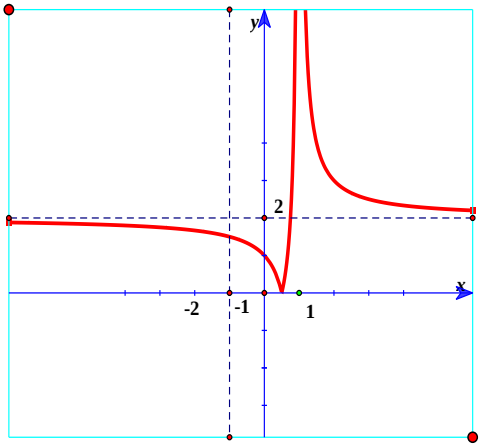

**D.**



**Câu 61.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left|x+1\right|}{x-1}$ là hình vẽ nào trong các hình vẽ sau

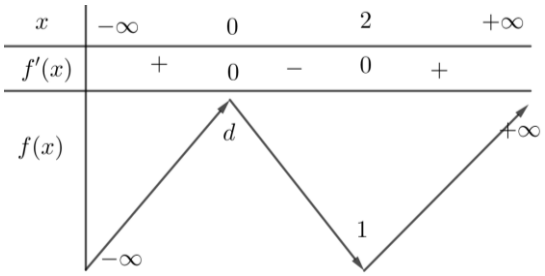
**A.**



**B.**


**C.** 


**D.** 

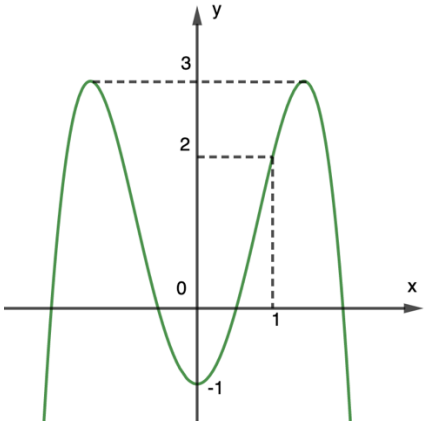

**Câu 62.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a,b,c,d\in R)$ có bảng biến thiên sau




Xác định dấu của $a,b,d$.

**A.** $a>0,b<0,d<0$.
**B.** $a<0,b<0,d>0$.
**C.** $a<0,b>0,d>0$.
**D.** $a>0,b<0,d>0$.

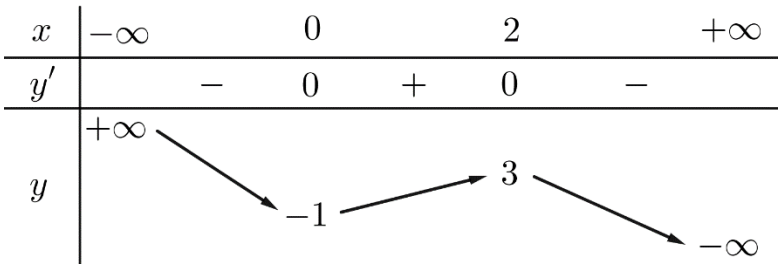
**Câu 63.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.




Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=a^2+b^2+c^2$.

**A.** $M=18$.
**B.** $M=6$.
**C.** $M=20$.
**D.** $M=24$.

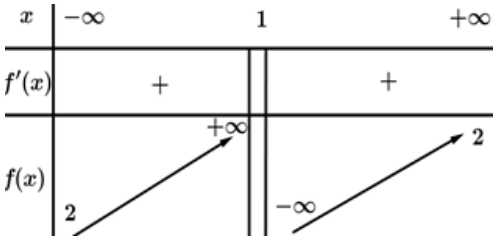
**Câu 64.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số âm?

**A.** 2.
**B.** 3.
**C.** 1.
**D.** 0.

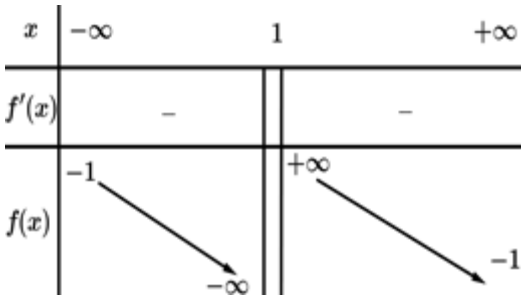
**Câu 65.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ có bảng biến thiên sau




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b>0,c<0$. **C.** $a<0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b<0,c<0$.

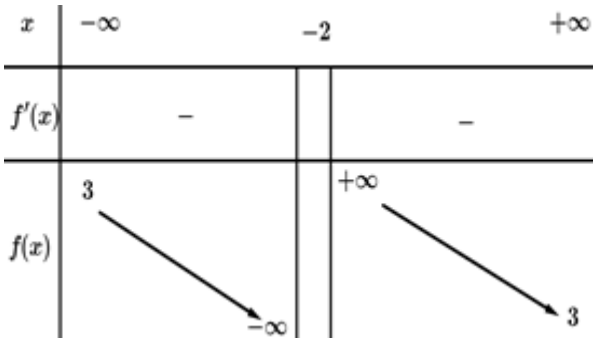
**Câu 66.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có bảng biến thiên sau




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$. **C.** $a<0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b<0,c<0$.

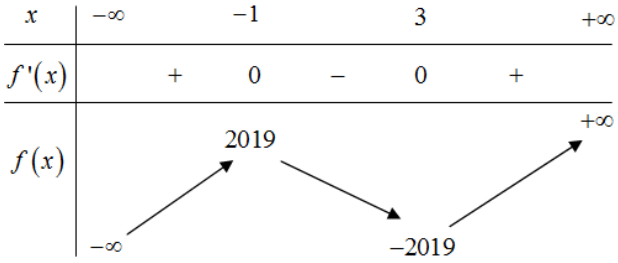
**Câu 67.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax-3}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các số $a,b$ và $c$ có bao nhiêu số âm?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

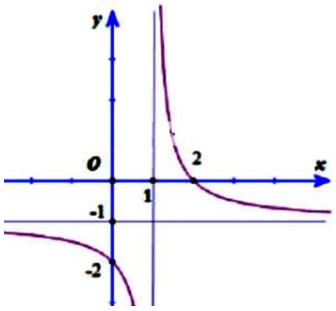
**Câu 68.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Đồ thị hàm số $y=\left|f(x-2018)+2019\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

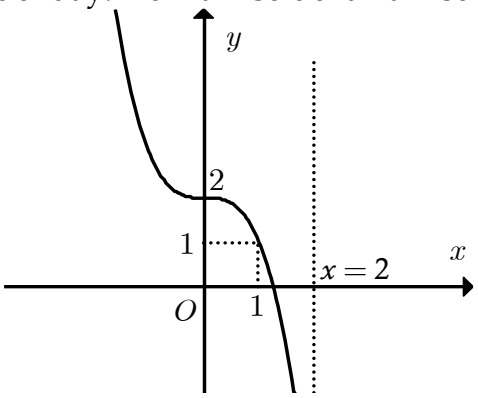
**A.** 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 69.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ $a$, $b$, $c$ là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$ bằng:




**A.** $T=12$. **B.** $T=10$. **C.** $T=-7$. **D.** $T=-9$.

**Câu 70.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?




**A.** $y=-x^3+1$. **B.** $y=-x^3+3x+2$.

**C.** $y=-x^3+3x^2-3x+2$. **D.** $y=-x^3+2$.

**Câu 71.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | | $+$ | |
| $y$ | $-1$ | ↘ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $1$ |
| | | | $-\infty$ | | | | |

Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây:

**A.** $y=\dfrac{1}{x(x+1)}$. **B.** $y=|x|(x+1)$. **C.** $y=\dfrac{x}{|x+1|}$. **D.** $y=\dfrac{|x|}{x+1}$.

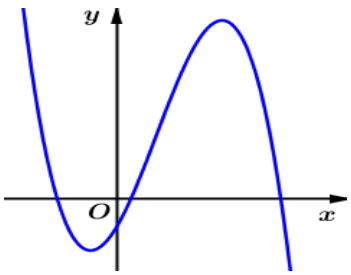
**Câu 72.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $-2c+1$ | ↘ | $-a$ | ↗ | $+\infty$ |

Tìm $S=a+b+c+d$.

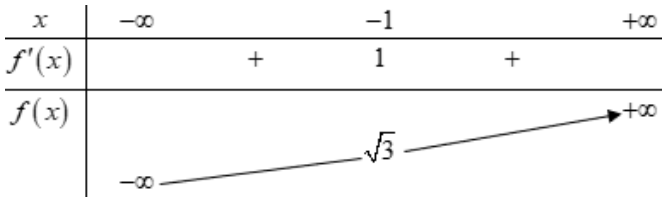
**A.** 1. **B.** $-2$. **C.** $-1$. **D.** 2.

**Câu 73.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới đây. Trong các giá trị $a$, $b$, $c$, $d$ có bao nhiêu giá trị âm?



**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

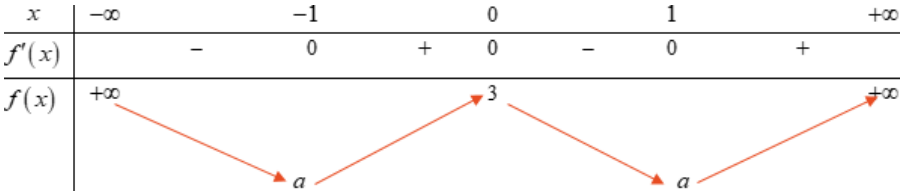
**Câu 74.** Hàm số $y=f(x)=\frac{x^3}{3}+ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên được cho như hình vẽ.




Hỏi có bao nhiêu số âm trong các hệ số $a$, $b$, $c$?

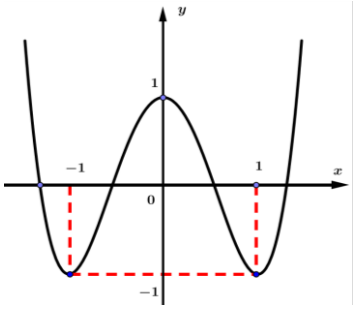
**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 75.** Cho hàm số $f(x)=(m-1)x^4-mx^2+m^2-1$ $(m\neq 1)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tính giá trị $T=m^2-2a+1$.




**A.** −6. **B.** 1. **C.** 8. **D.** 5.

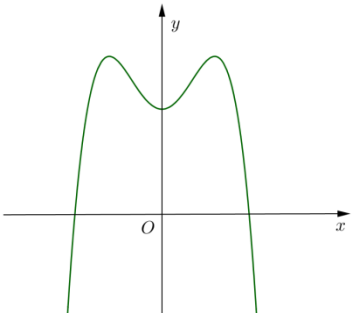
**Câu 76.** Biết rằng hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.




Giá trị $f(a+b+c)$ bằng

**A.** −2. **B.** 2. **C.** −1. **D.** 1.

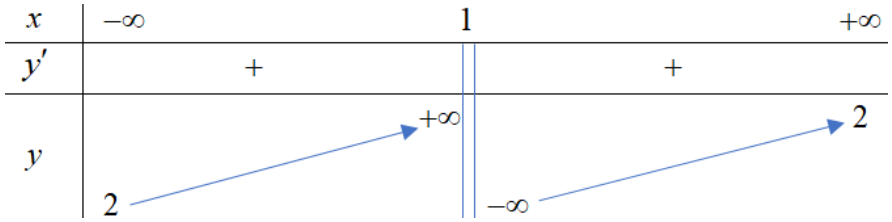
**Câu 77.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ:




Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

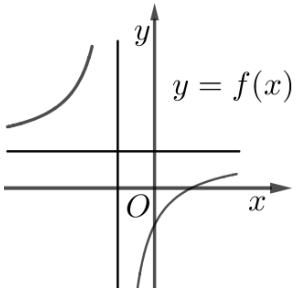
**Câu 78.** Cho hàm số $y=f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:




Biết $f(2)+f(-1)-2$ là số nguyên dương. Tính $f(2020)$.

**A.** $\frac{4036}{2019}$. **B.** $\frac{4044}{2019}$. **C.** $\frac{4039}{2019}$. **D.** $\frac{4041}{2019}$.

**Câu 79.** Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ ($c\neq 0$ và $ad-bc\neq 0$) có đồ thị như hình vẽ:




Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.** $ad<0,\ ab>0$. **B.** $bd>0,\ ad<0$. **C.** $ad>0,\ ab<0$. **D.** $ab<0,\ ad<0$.

**Câu 80.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+m^2+4}{bx+c}$ $(a,b,c,m\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ \| $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ |

Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Câu 81.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+9}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | $3$ | $\searrow$ | $+\infty$ \| $-\infty$ | $\searrow$ | $3$ |

Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Câu 82.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a>0)$ có bảng biến thiên như sau:

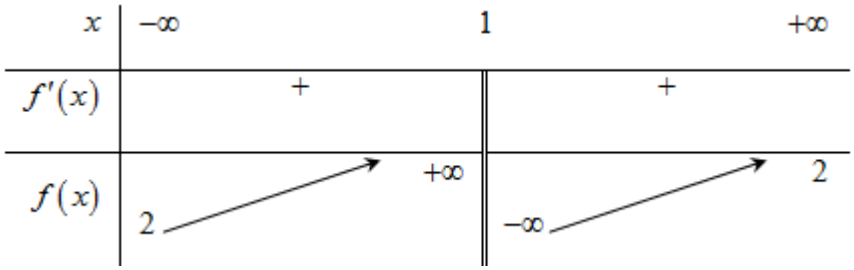
| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | $2$ | $\searrow$ | $+\infty$ \| $-\infty$ | $\searrow$ | $2$ |

Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

**A.** $b>0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $b<0,\ c>0,\ d<0$.

**C.** $b<0,\ c<0,\ d<0$. **D.** $b>0,\ c<0,\ d<0$.

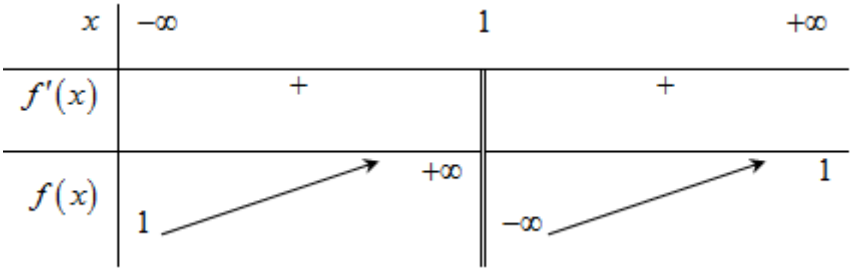
**Câu 83.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a<0)$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

**A.** $b>0,\ c>0,\ d>0$.
**B.** $b<0,\ c>0,\ d<0$.
**C.** $b<0,\ c<0,\ d<0$.
**D.** $b>0,\ c<0,\ d>0$.

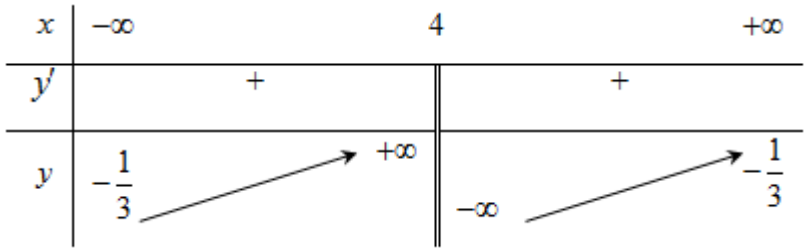
**Câu 84.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax-2}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

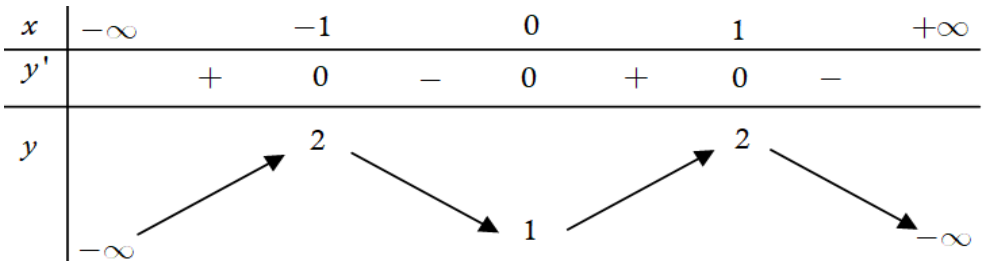
**Câu 85.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+2020}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:




Kết quả nào sau đây đúng?

**A.** $a<0,\ b>0,\ c>0$.
**B.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.
**C.** $a>0,\ b>0,\ c<0$.
**D.** $a>0,\ b>0,\ c>0$.

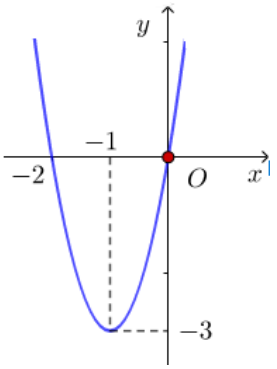
**Câu 86.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có bảng biến thiên dưới đây:




Tính $P=a-2b+3c$.

**A.** $P=3$. **B.** $P=6$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=2$.

**Câu 87.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đạo hàm là hàm số $y=f'(x)$ với đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?




**A.** 4. **B.** 1. **C.** −4. **D.** 2.

**Câu 88.** Cho đồ thị hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $3$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $a>0,\ b<0,\ c>0$. **B.** $a>0,\ b>0,\ c>0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c<0$. **D.** $a<0,\ b<0,\ c>0$.

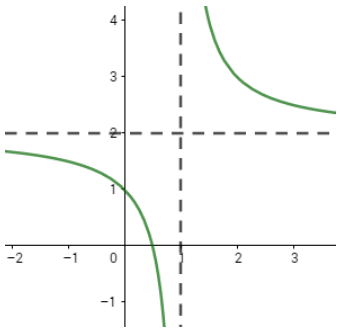
**Câu 89.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0,d<0)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Câu 90.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. Đồ thị hàm số đó cùng với đường tiệm cận đứng $x=1$ và đường tiệm cận ngang $y=2$ như hình vẽ




Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $f(|x|)=m$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2$ sao cho $|x_1.x_2|<1$.

**A.** $m\geq 1$. **B.** $m<1$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m>2$.

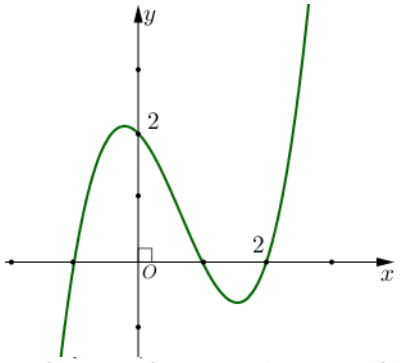
**Câu 91.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

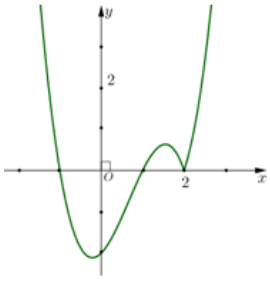
| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-10$ | ↗ | $20$ | ↘ | $-\infty$ |

Hỏi phương trình $\left|f\left(x-2\right)+10\right|=40$ có bao nhiêu nghiệm?

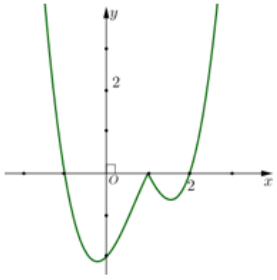
**A.** 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

**Câu 92.** Hàm số $y=\left(x-2\right)\left(x^2-1\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới dây là đồ thị hàm số $y=\left|x-2\right|\left(x^2-1\right)$ ?

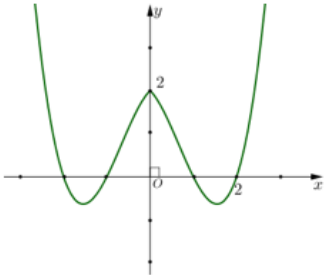


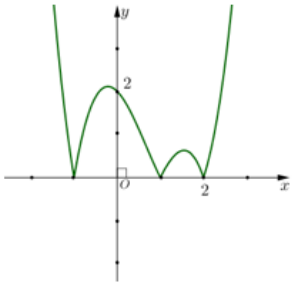

HÌNH 1




HÌNH 2



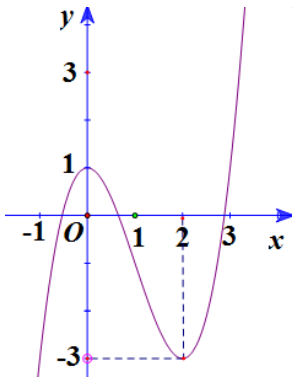

HÌNH 3




HÌNH 4

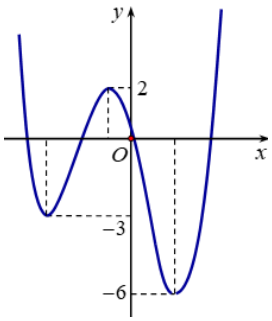
**A.** HÌNH 3. **B.** HÌNH 2. **C.** HÌNH 1. **D.** HÌNH 4.

**Câu 93.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị của tham số $m$ để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-2=m$ có 4 nghiệm phân biệt?




**A.** $-1<m<1$. **B.** $0<m<2$. **C.** $m>5$. **D.** $1<m<3$.

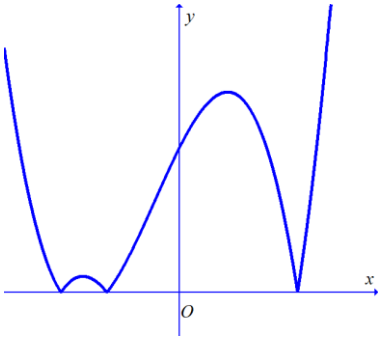
**Câu 94.** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$.




Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng

**A.** 12. **B.** 15. **C.** 18. **D.** 9.

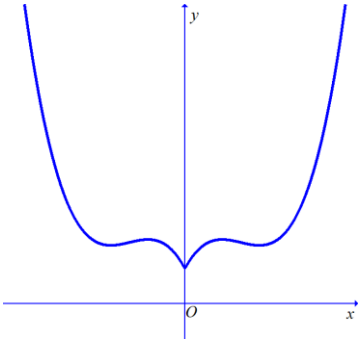
**Câu 95.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$. Biết rằng hàm số $y=|f(x)|$ có đồ thị như hình bên dưới và đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-3$.




Hỏi trong các số $a$, $b$, $c$, $d$ có tất cả bao nhiêu số dương?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

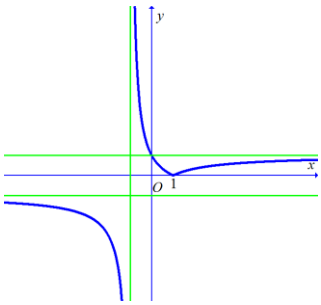
**Câu 96.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$. Biết rằng hàm số $y=f(|x|)$ có đồ thị như hình bên dưới.




Trong các số $a$, $b$, $c$, $d$ có tất cả bao nhiêu số âm?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Câu 97.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax-a}{cx+d}\ (a,c,d\in\mathbb{R})$, biết rằng hàm số $y=\dfrac{|ax-a|}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

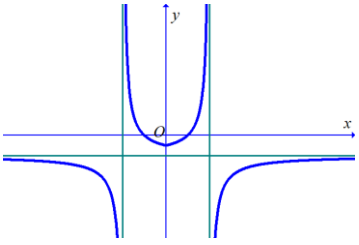
**A.** Trong ba số $a$, $b$, $c$ luôn có hai số dương và một số âm.

**B.** $d+c>0$.

**C.** $a>0$, $d>0$, $c<0$.

**D.** $a<0$, $d>0$, $c>0$.

**Câu 98.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$, giả sử hàm số $y=f(|x|)$ có đồ thị như hình vẽ:




Trong các số $a$, $b$, $c$, $d$ có tất cả bao nhiêu số dương?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Không xác định được.

**Câu 99.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ (với $a$, $b$, $c$ là các tham số) có bảng biến thiên như sau:

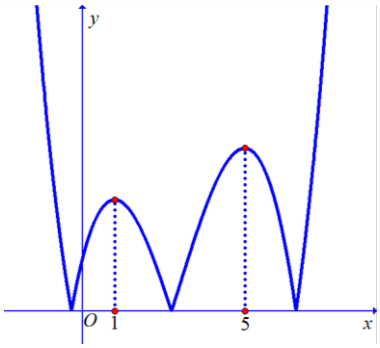
| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | | $\|$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $1$ | $\nearrow$ $+\infty$ | $\|$ | $-\infty$ $\nearrow$ | $1$ |

Xét bốn phát biểu sau: $(1):c>1$ $(2):a+b<0$ $(3):a+b+c=0$ $(4):a>0$.

Số phát biểu đúng trong bốn phát biểu đã nêu là

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Câu 100.** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Biết rằng hàm số $f(x)$ nghịch biến trên một khoảng có độ dài bằng 2020 và đồ thị hàm số $y=\left|f(x-2)\right|$ như hình vẽ.




Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $\begin{cases}a<0\\d<0\\b>0\\c>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\d>0\\b<0\\c<0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\d<0\\b>0\\c<0\end{cases}$. **D.** $a+b+c<0$.

**---------- HẾT ----------**

# Chủ đề 06. TƯƠNG GIAO

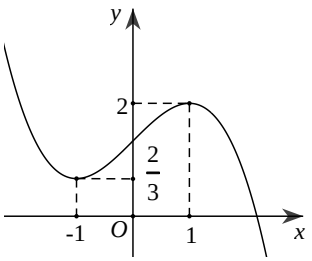
**Câu 1.** Đường thẳng $y=4x-2$ và đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+3x$ có tất cả bao nhiêu giao điểm?

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

**Câu 2.** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

**A.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2018)=1$.




**A.** 2
**B.** 1
**C.** 3
**D.** 4

**Câu 4.** Đồ thị của hàm số $y=4x^4-2x^2+1$ và đồ thị của hàm số $y=x^2+x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

**A.** 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

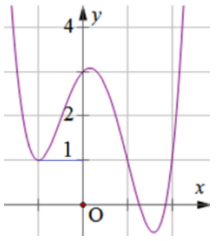
**Câu 5.** Đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+x-1$ tại hai điểm. Tìm tổng tung độ các giao điểm đó.

**A.** 0. **B.** $-1$. **C.** $-3$. **D.** 2.

**Câu 6.** Đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+x^2+\dfrac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

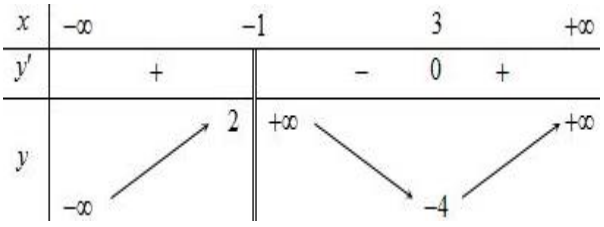
**A.** 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 0

**Câu 7.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm?




**A.** 2.
**B.** 4.
**C.** 1.
**D.** 3.

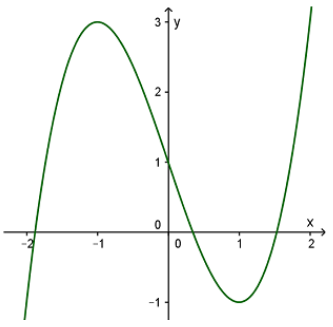
**Câu 8.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực $m$ sao cho phương trình $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt




**A.** $(-4;2)$. **B.** $[-4;2)$. **C.** $(-4;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

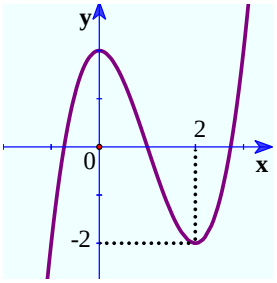
**Câu 9.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thi $(C)$ như hình vẽ

Số nghiệm phân biệt của phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ là :



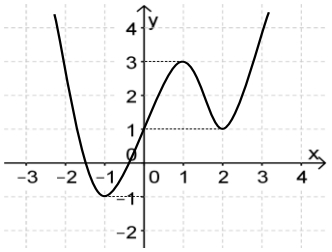

**A.** 2.
**B.** 3.
**C.** 0.
**D.** 1.

**Câu 10.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là



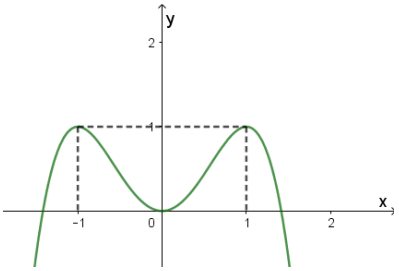

**A.** 3.
**B.** 0.
**C.** 1.
**D.** 2.

**Câu 11.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm?



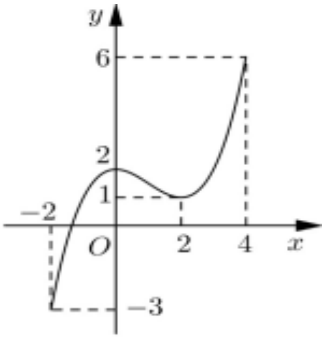

**A.** 0.
**B.** 1.
**C.** 4.
**D.** 3.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $1-2.f(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?



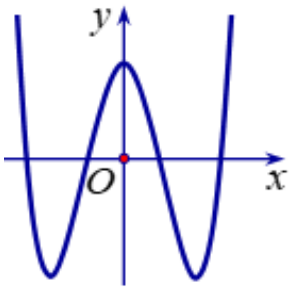

**A.** 2.
**B.** Vô nghiệm.
**C.** 3.
**D.** 4.

**Câu 13.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ trên đoạn $[-2;4]$ là



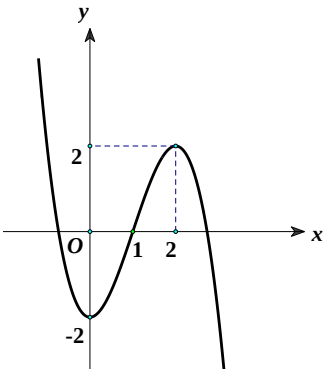

**A.** 1.
**B.** 0.
**C.** 2.
**D.** 3.

**Câu 14.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Biết phương trình $f(x)=0$ có $k$ nghiệm thực phân biệt, $k\in\mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



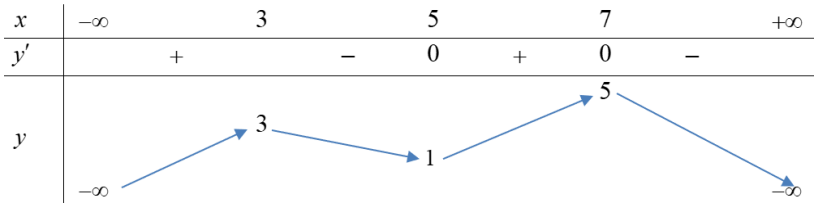

**A.** $k=2$.
**B.** $k=4$.
**C.** $k=3$.
**D.** $k=0$.

**Câu 15.** Biết rằng hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị được cho trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x)+5=0$ là




**A.** 1
**B.** 2.
**C.** 3.
**D.** 4.

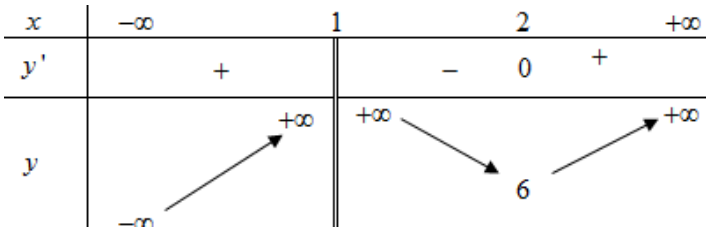
**Câu 16.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau:




Phương trình $f(x)=4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

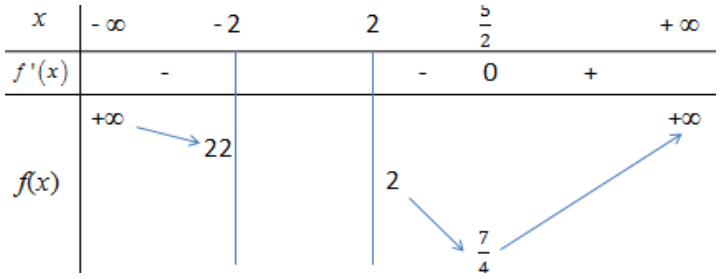
**Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và liên tục trên mỗi khoảng xác định của nó. Biết $f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Số nghiệm của phương trình $f(x)-6=0$ là

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

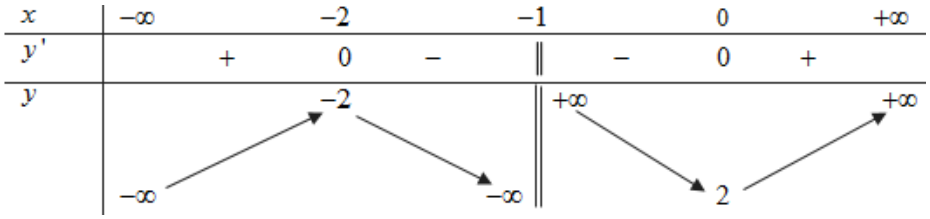
**Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty;-2]$ và $[2;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình bên.




Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)-9=0$ là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

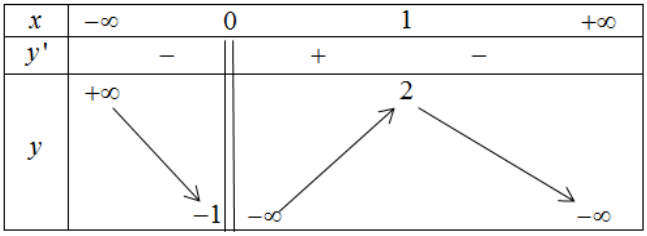
**Câu 19.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=4$ bằng

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Câu 20.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên.




Số nghiệm thực của phương trình $f(x)+4=0$ bằng

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

**Câu 21.** Hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}\,(C)$ và đường thẳng $d: y=x-2$ là

**A.** $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=1+\sqrt{6} \\ x=1-\sqrt{6} \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

**Câu 22.** Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2-3x+1$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$. Tính độ dài đoạn thẳng $AB$.

**A.** $AB=3$. **B.** $AB=2\sqrt{2}$. **C.** $AB=2$. **D.** $AB=1$.

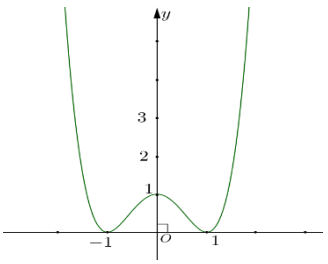
**Câu 23.** Gọi $M,N$ là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đường cong $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Tìm hoành độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$.

**A.** $-\dfrac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

**Câu 24.** Biết rằng đồ thị của hàm số $y=2x^3+3x^2-3x+1$ cắt đường thẳng $y=2x^2+1$ tại ba điểm phân biệt. Kí hiệu ba điểm đó là $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ và $C(x_3;y_3)$. Tính tổng $S=x_1+x_2+x_3$.

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

**Câu 25.** Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có đồ thị như hình bên. Dựa vào đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$. Tìm số nghiệm của phương trình $-x^4+2x^2+1=0$.




**A.** 3.
**B.** 2.
**C.** 4.
**D.** 0.

**Câu 26.** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-2$?

**A.** $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{-x+1}$.

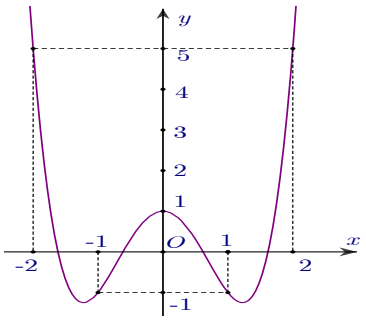
**Câu 27.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2-1$ với trục hoành là.

**A.** $y=1$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 28.** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ dương?

**A.** $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{-x+1}$.

**Câu 29.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số giao điểm của đồ thị với trục hoành là?

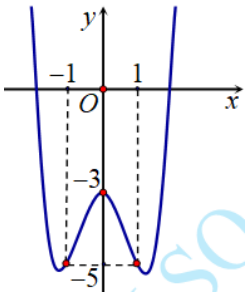



**A.** 1
**B.** 2
**C.** 3
**D.** 4.

**Câu 30.** Tọa độ giao điểm có hoành độ nhỏ hơn 1 của đường $(C): y=\dfrac{3x-1}{x-1}$ và đường thẳng $(d): y=x+1$ là:

**A.** $A(0;-1)$ **B.** $A(0;1)$ **C.** $A(-1;2)$ **D.** $A(-2;7)$.

**Câu 31.** Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$. Với giá trị nào của $m$ thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt?




**A.** $m=-3$.
**B.** $m=-4$.
**C.** $m=0$.
**D.** $m=4$.

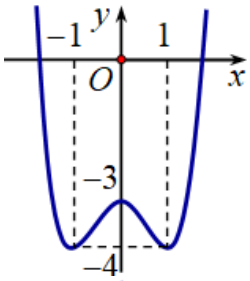
**Câu 32.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là

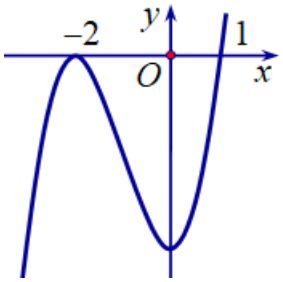
**A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 33.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm $m$ để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt.




**A.** $m>-4$.
**B.** $-4<m<-3$.
**C.** $-4\le m<-3$.
**D.** $-4<m\le -3$.

**Câu 34.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)=1$.

**A.** 2.
**B.** 1.
**C.** 0.
**D.** 3.

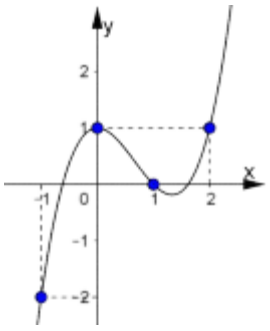
**Câu 35.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$.

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

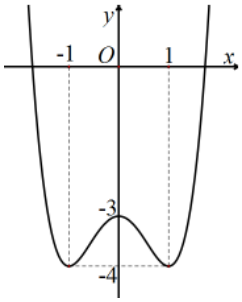
**Câu 36.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

**A.** 0.
**B.** 3.
**C.** 1.
**D.** 2.

**Câu 37.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:




Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt

**A.** $m<3$.

**B.** $m=-3$.

**C.** $-4<m<-3$.

**D.** $m=3$.

**Câu 38.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Câu 39.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $(C): y=(x-2)(x^2-2mx+m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.

**A.** $m\in(1;+\infty)$.

**B.** $m\in(-\infty;0)\cup\left(1;\frac{4}{3}\right)\cup\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$.

**C.** $m\in(1;+\infty)\setminus\left\{\frac{4}{3}\right\}$.

**D.** $m\in(0;+\infty)$.

**Câu 40.** Tìm $m$ để đường thẳng $y=x+m\ (d)$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-2}\ (C)$ tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị $(C)$.

**A.** $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $m>-\frac{1}{2}$. **D.** $m<-\frac{1}{2}$.

**Câu 41.** Tìm $m$ để đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm thuộc hai nhánh của đồ thị.

**A.** $m\in\left(-\frac{1}{4};+\infty\right)\setminus\{0\}$.

**B.** $m\in(0;+\infty)$.

**C.** $m\in(-\infty;0)$.

**D.** $m=0$.

**Câu 42.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ có hoành độ $x_1, x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=7$.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Câu 43.** Để đường thẳng $d: y=x-m+2$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x}{x-1}\ (C)$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$ sao cho độ dài $AB$ ngắn nhất thì giá trị của $m$ thuộc khoảng nào?

**A.** $m\in(-4;-2)$. **B.** $m\in(2;4)$. **C.** $m\in(-2;0)$. **D.** $m\in(0;2)$.

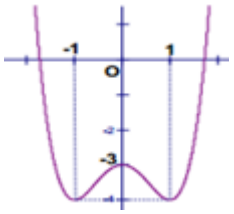
**Câu 44.** Cho hàm số $y=x^3-mx+m-1$ có đồ thị $(C)$. Gọi $m_0$ là giá trị của $m$ để đồ thị $(C)$ cắt trục $Ox$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $x_1;x_2;x_3$ thỏa mãn $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=2$. Khi đó $m_0$ thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** $(-2;0)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(5;7)$.

**Câu 45.** Cho phương trình $x^3-3x^2+1-m=0\ (1)$. Điều kiện của tham số $m$ để phương trình $(1)$ có ba nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<1<x_2<x_3$ là

**A.** $m=-1$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $-3<m<-1$. **D.** $-3\le m\le -1$.

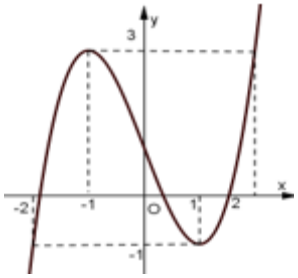
**Câu 46.** Cho đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$. Tìm tham số $m$ sao cho phương trình $x^4-2x^2-m=0$ có 2 nghiệm.




**A.** $m>-3$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

**C.** $-4<m<-3$. **D.** $-1<m<1$.

**Câu 47.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm $m$ để phương trình $3f(x)-m=0$ có nghiệm trên đoạn $[-2;2]$ là;




**A.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-\frac{1}{3} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 9 \\ m\le -3 \end{array}\right.$.

**C.** $-3\le m\le 9$. **D.** $-1<m<3$.

**Câu 48.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $R$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ để phương trình $f(x)=2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**A.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m<-3 \end{array}\right.$. **B.** $m<-3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m<-\frac{3}{2} \end{array}\right.$. **D.** $m<-\frac{3}{2}$.

**Câu 49.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Khi đó tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực là .

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** $m\in[3;5]$.

**B.** $m\in(4;6)$.

**C.** $m\in(-\infty;3)\cup(5;+\infty)$.

**D.** $m\in[4;6]$.

**Câu 50.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $x^2-5x+7+2m=0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$.

**A.** $\frac{3}{4}\le m\le 7$. **B.** $-\frac{7}{2}\le m\le -\frac{3}{8}$. **C.** $3\le m\le 7$. **D.** $\frac{3}{8}\le m\le \frac{7}{2}$.

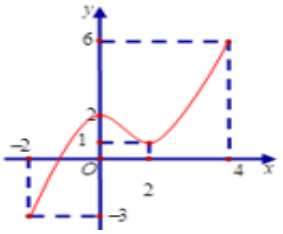
**Câu 51.** Tìm các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $x^3-3x-m+1=0$ có ba nghiệm phân biệt.

**A.** $-1\le m\le 3$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $m=1$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>3$.

**Câu 52.** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $x^4-6x^2+3-m=0$ vô nghiệm.

**A.** $m>3$ **B.** $m\ge 6$. **C.** $m<-6$. **D.** $-6<m<3$.

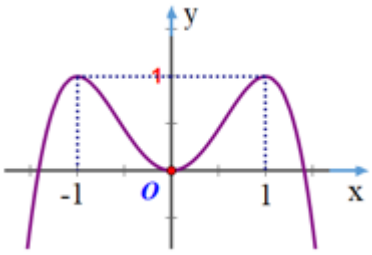
**Câu 53.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm m để phương trình $3f(x)-m=0$ có 1 nghiệm.



**A.** $\left[\begin{array}{l} m>18 \\ m<-9 \end{array}\right.$. **B.** $3<m<6$.

**C.** $m>6$. **D.** $m<-3$.

**Câu 54.** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Tìm m để phương trình $f(x)-m+1=0$ có 2 nghiệm.




**A.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m<0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m<1 \end{array}\right.$.

**C.** $m>2$. **D.** $m<1$.

**Câu 55.** Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị $(C)$. Giả sử $a,b,c$ thay đổi nhưng luôn thỏa mãn điều kiện $b+1<a+c<-(b+1)$. Khi đó $(C)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

**Câu 56.** Biết rằng đường thẳng $d: y=-x+m$ luôn cắt đường cong $(C): y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$. Độ dài đoạn $AB$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

**A.** $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** 4.

**Câu 57.** Đường thẳng $(d): y=12x+m\,(m<0)$ là tiếp tuyến của đường cong $(C): y=x^3+2$. Khi đó đường thẳng $(d)$ cắt trục hoành và trục tung tại hai điểm $A,B$. Tính diện tích $\Delta OAB$.

**A.** $\dfrac{49}{2}$. **B.** 49. **C.** $\dfrac{49}{8}$. **D.** $\dfrac{49}{4}$.

**Câu 58.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}(C)$ và đường thẳng $d_m: y=-x+m$. Đường thẳng $d_m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho độ dài $AB$ ngắn nhất thì giá trị của $m$ là

**A.** $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** Không tồn tại $m$.

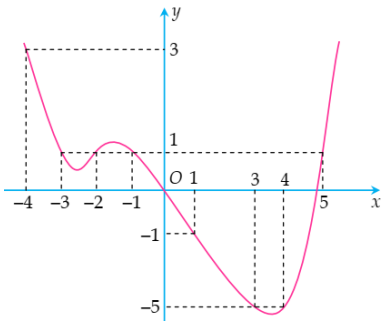
**Câu 59.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | ‖ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |
| | | | $-\infty$ | | | | |

Số nghiệm của phương trình $2f(3x-5)-7=0$ là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

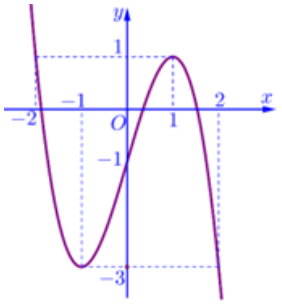
**Câu 60.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Số nghiệm của phương trình $f(2\sin x)=1$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là

**A.** 1.
**B.** 2.
**C.** 3.
**D.** 4.

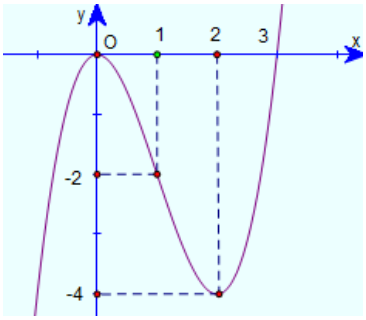
**Câu 61.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ bên.



Phương trình $f(2-f(x))=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt.

**A.** 4.
**B.** 5.
**C.** 6.
**D.** 7.

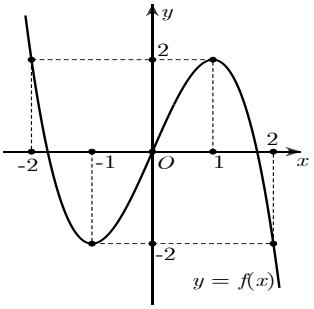
**Câu 62.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Tìm số nghiệm thực của phương trình $f\left(\sqrt{-x^2+4x-3}\right)=-2$.

**A.** 1
**B.** 3.
**C.** 4.
**D.** 5.

**Câu 63.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(f(x))=2$ có bao nhiêu nghiệm?

**A.** 3
**B.** 4.
**C.** 5.
**D.** 6.

**Câu 64.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | 0 | + | 0 | - | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-7$ | ↗ | $1$ |

Số nghiệm thuộc đoạn $[-3;3]$ của phương trình $2f(x^2-2x)+1=0$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Câu 65.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | 0 | + | 0 | - | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-\frac{3}{2}$ | ↗ | $1$ |

Số nghiệm thuộc nửa khoảng $(-\infty;2020]$ của phương trình $2f(f(2x-1))+3=0$ là

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

**Câu 66.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Số nghiệm dương của phương trình $2f\left(f\left(x-1\right)\right)+3=0$ là

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

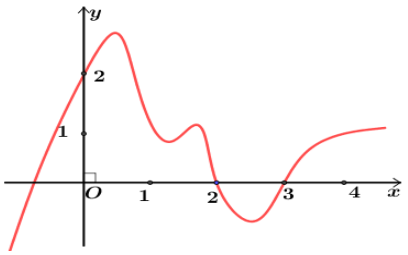
**Câu 67.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Số nghiệm dương của phương trình $2f\left(\sqrt{x^2-2x}\right)-5=0$ là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

**Câu 68.** Cho hàm số $f(x)$ có liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f\left(x^3-3x\right)+3x^3-3x-13=\left(x^2-2\right)^3-3\left(x-1\right)^2$.




**A.** 3. **B.** 4.
**C.** 5. **D.** 6.

**Câu 69.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3\left|f\left(2x-1\right)\right|-10=0$ là

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** 2. **B.** 1.
**C.** 4. **D.** 3.

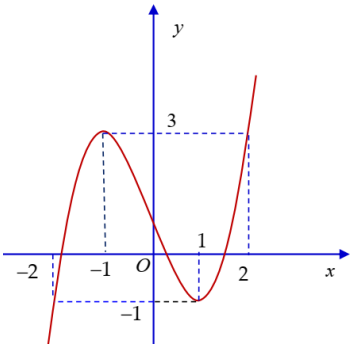
**Câu 70.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0,5$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $1$ |

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;2\pi\right]$ của phương trình $3f\left(\tan x\right)+1=0$ là

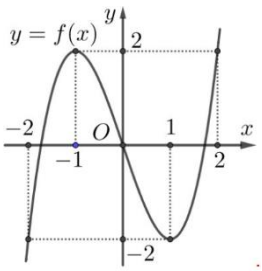
**A.** 2. **B.** 3.
**C.** 4. **D.** 5.

**Câu 71.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;2\right]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-1=0$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ là



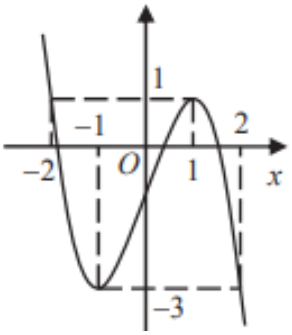

**A.** 0.
**B.** 3.
**C.** 2.
**D.** 1.

**Câu 72.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=f(x)$ bằng



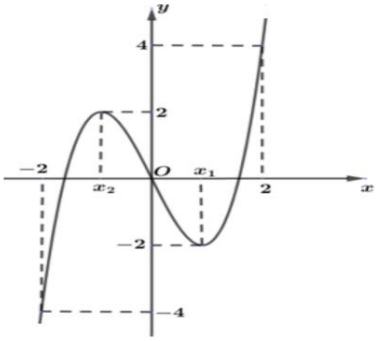

**A.** 7.
**B.** 3.
**C.** 6.
**D.** 9.

**Câu 73.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi phương trình $f(2-f(x))=1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?




**A.** 5.
**B.** 6.
**C.** 3.
**D.** 4.

**Câu 74.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ. Hỏi phương trình $|f(x)-1|=1$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $[-2;2]$?




**A.** 3.
**B.** 4.
**C.** 5.
**D.** 6.

**Câu 75.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên. Tìm điều kiện của $m$ để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↗ | $+\infty$ \| $+\infty$ | ↘ | $\frac{27}{4}$ | ↗ | $+\infty$ |

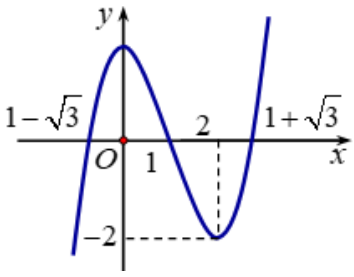
**A.** $m<0$.
**B.** $m>0$.
**C.** $0<m<\frac{27}{4}$.
**D.** $m>\frac{27}{4}$.

**Câu 76.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi phương trình $|f(x+2017)-2018|=2019$ có bao nhiêu nghiệm?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-2018$ | ↗ | $2018$ | ↘ | $-\infty$ |

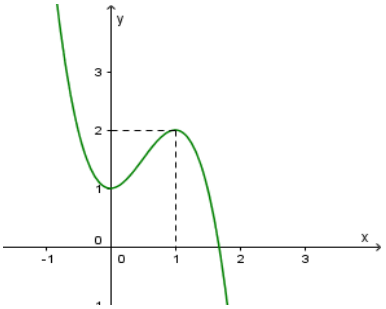
**A.** 6.
**B.** 4.
**C.** 2.
**D.** 3.

**Câu 77.** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?




**A.** 7.
**B.** 9.
**C.** 6.
**D.** 5.

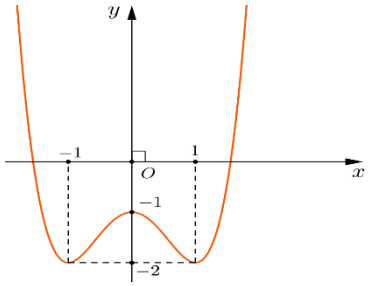
**Câu 78.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2.\left|f\left(x^2-1\right)\right|-3=0$ là

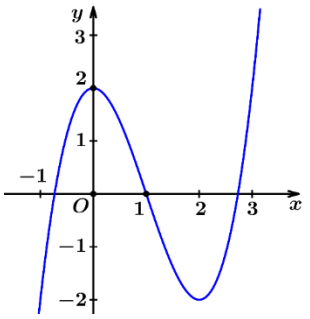
**A.** 3.
**B.** 4.
**C.** 8.
**D.** 6.

**Câu 79.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x)+3=0$ là



**A.** 4.
**B.** 6.
**C.** 3.
**D.** 8.

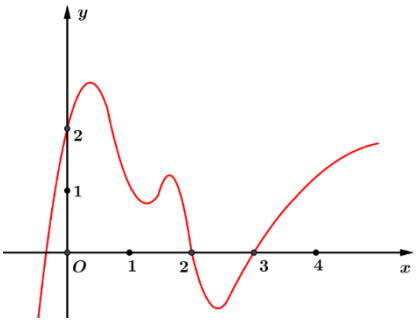
**Câu 80.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

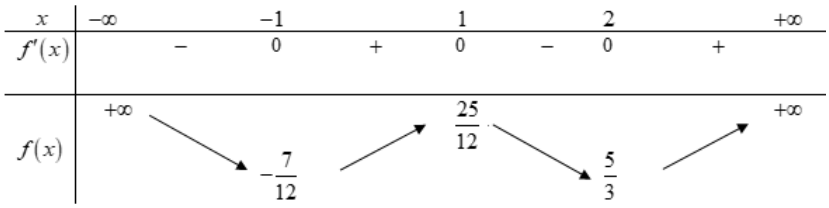
**A.** $m=9$.
**B.** $m=6$.
**C.** $m=5$.
**D.** $m=7$.

**Câu 81.** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f\left(x^3-3x\right)+3x^3-3x-13=\left(x^2-2\right)^3-3\left(x-1\right)^2$ là



**A.** 3.
**B.** 4.
**C.** 5.
**D.** 6.

**Câu 82.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-\frac{7}{12}$ | $\nearrow$ | $\frac{25}{12}$ | $\searrow$ | $\frac{5}{3}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Biết $f(-2)>2$, $3f\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)-5=0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{6}\right]$?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

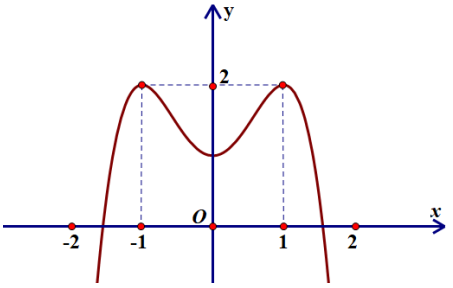
**Câu 83.** Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c\ \ (a\neq 0)$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Số nghiệm của phương trình $f\left(\cos x\right)=1$ trên đoạn $[-3\pi;3\pi]$ **không** thể nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

**A.** 0. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 3.

**Câu 84.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Số nghiệm thuộc đoạn $[-2\pi;2\pi]$ của phương trình $f^2(\cos 2x)=4$ là

**A.** 7.
**B.** 9.
**C.** 11.
**D.** 8.

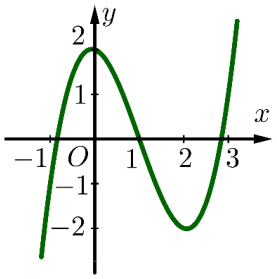
**Câu 85.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Số nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ của phương trình $3f(2+2\cos x)-4=0$ bằng

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Câu 86.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?




**A.** $m=6$.
**B.** $m=7$.
**C.** $m=5$.
**D.** $m=9$.

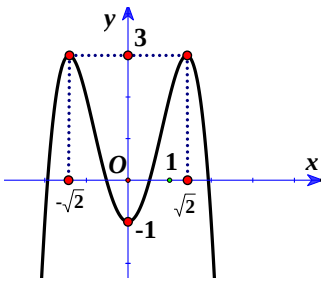
**Câu 87.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Phương trình $f(4x-x^2)=-\dfrac{1}{3}x^3+3x^2-8x+3$ có bao nhiêu nghiệm thực trên khoảng $(0;4)$?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

**Câu 88.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ




Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x)-x^2-2x=0$.

**A.** 4.
**B.** 3.
**C.** 2.
**D.** 0.

**Câu 89.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[1;3]$ và có bảng biến thiên như hình. Hỏi phương trình $f(x-1)=\dfrac{-5}{x^2-6x+12}$ có bao nhiêu nghiệm trên $[2;4]$?

| $x$ | $1$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f$ | $-5$ | $\nearrow$ | $-1$ | $\searrow$ | $-2$ |

**A.** 1. **B.** 0.
**C.** 2. **D.** 3.

**Câu 90.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ \| $-\infty$ | $\nearrow$ | $-1$ |

Số nghiệm của phương trình $f(x)-x^2+2x-1=0$ là

**A.** vô số. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $1$.

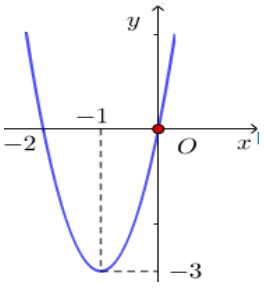
**Câu 91.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f(x^2)=0$ là

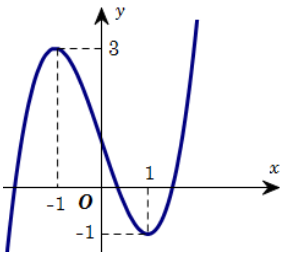
**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Câu 92.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đạo hàm là hàm số $y=f'(x)$ với đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?




**A.** $4$. **B.** $1$. **C.** $-4$. **D.** $2$.

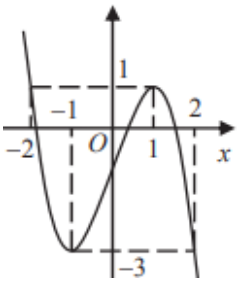
**Câu 93.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.




Khi đó, phương trình $f(|x-2|)=-\dfrac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

**A.** $2$. **B.** $0$. **C.** $6$. **D.** $4$.

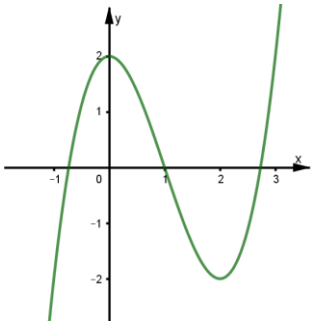
**Câu 94.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.




Hỏi phương trình $f(2-f(x))=1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

**A.** $5$. **B.** $6$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Câu 95.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ




Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $m=7$. **B.** $m=5$.

**C.** $m=9$. **D.** $m=6$.

---------- **HẾT** ----------




# CHƯƠNG 1
# KHẢO SÁT HÀM SỐ

## KHÓA 2023 - 2024

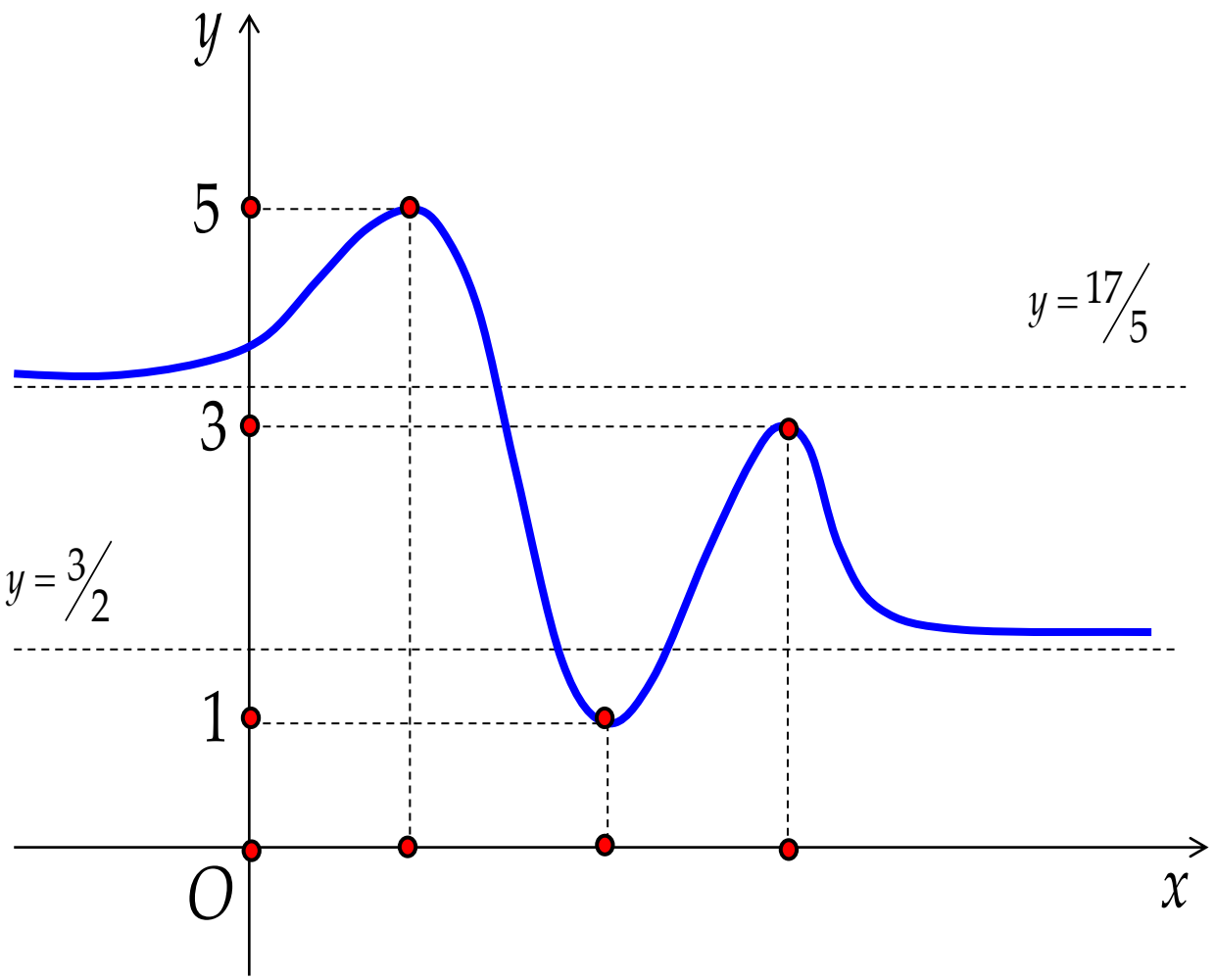
Biên soạn
**LÊ MINH TÂM**

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ
KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

- SỰ ĐỒNG BIẾN - NGHỊCH BIẾN
- CỰC TRỊ
- GIÁ TRỊ LỚN NHẤT - NHỎ NHẤT
- TIỆM CẬN
- ĐỒ THỊ HÀM SỐ
- SỰ TƯƠNG GIAO

# MỤC LỤC


Chủ đề 01. ĐƠN ĐIỆU ..... 3
Chủ đề 02. CỰC TRỊ ..... 40
Chủ đề 03. MAX – MIN ..... 78
Chủ đề 04. TIỆM CẬN ..... 107
Chủ đề 05. ĐỒ THỊ HÀM SỐ ..... 170
Chủ đề 06. TƯƠNG GIAO ..... 221

# Chủ đề 01. ĐƠN ĐIỆU

**Câu 1.** Kí hiệu $K$ là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa đoạn. Giả sử $y=f(x)$ xác định trên $K$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $y=f(x)$ đồng biến (tăng) trên $K$ nếu $\forall x_1,x_2\in K$ mà $x_1<x_2$ thì $f(x_1)<f(x_2)$.

**B.** $y=f(x)$ nghịch biến (giảm) trên $K$ nếu $\forall x_1,x_2\in K$ mà $x_1<x_2$ thì $f(x_1)>f(x_2)$.

**C.** $y=f(x)$ không đổi trên $K$ nếu $\forall x_1,x_2\in K$ mà $x_1\neq x_2$ thì $f(x_1)=f(x_2)$.

**D.** Cả 3 khẳng định trên đều đúng.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo định nghĩa về sự đồng biến, nghịch biến của hàm số ta thấy cả 3 khẳng định A, B, C đều đúng. Do đó chọn phương án D.

**Câu 2.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a\neq 0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $\begin{cases} b^2-3ac<0 \\ a>0 \end{cases}$.

**B.** $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $\begin{cases} b^2-3ac<0 \\ a<0 \end{cases}$.

**C.** $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $\begin{cases} b^2-3ac>0 \\ a>0 \end{cases}$.

**D.** $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $\begin{cases} b^2-3ac>0 \\ a<0 \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$ có $\Delta'=b^2-3ac$.

Theo định lý về dấu của tam thức bậc 2 ta có $f'(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases} b^2-3ac<0 \\ a>0 \end{cases}$.

Mặt khác nếu $f'(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ thì $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có $ad-bc<0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{d}{c}\right)$ và $\left(-\dfrac{d}{c};+\infty\right)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{d}{c}\right)$ và $\left(-\dfrac{d}{c};+\infty\right)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{d}{c}\right)\cup\left(-\dfrac{d}{c};+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$.

Do $f'(x)=ad-cb<0,\ \forall x\in D$ nên hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{d}{c}\right)$ và $\left(-\frac{d}{c};+\infty\right)$. Do đó chọn phương án C.

**Câu 4.** Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có $ad-bc>0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

**C.** Hàm số đồng biến tại mọi x thuộc tập xác định.

**D.** Hàm số đồng biến trên tập xác định.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{d}{c}\right\}$.

$y'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$; vì $ad-bc>0$ nên $y'>0,\ \forall x\in D$. Do đó hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

**Câu 5.** Cho số thực $a>0$, hàm số nào sau đây có thể đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

**A.** $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$.

**B.** $f(x)=ax^4+bx^2+c$.

**C.** $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ có $ad-bc\neq 0$.

**D.** $f(x)=ax^2+bx+c$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương án A: $f'(x)=3ax^2+2bx+c$. Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ thì $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra $\Delta\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow b^2-3ac\leq 0$. Phương án A đúng.

Xét phương án B: $f'(x)=4ax^3+2bx$. Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ thì $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra $f'(x)=4ax^3+2bx\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vì $a>0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}f'(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(4ax^3+2bx)=-\infty$.

Do đó không tồn tại $a$, $b$ để $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Vậy phương án B sai.

Xét phương án C: Vì Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{d}{c}\right\}$ nên hàm số không thể đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$. Do đó phương án C sai.

Xét phương án D: $f'(x)=2ax+b$.

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ thì $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra $f'(x)=2ax+b\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vì $a>0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}f'(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(2ax+b)=-\infty$.

Do đó không tồn tại $a$, $b$ để $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Vậy phương án D sai.

**Câu 6.** Cho hàm $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=(-\infty;1]\cup[5;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}}>0,\ \forall x\in(5;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

**Câu 7.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**C.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=\dfrac{5}{(x+3)^2}>0,\ \forall x\in D$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-3;+\infty)$.

**Câu 8.** Hàm số nào đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

**A.** $y=\sqrt{x+1}$. **B.** $y=x^3+x-2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y=x^3+x-2\Rightarrow y'=3x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 9.** Hàm số $y=\sqrt{4+2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số: $y=\sqrt{4+2x-x^2}$ có:

Tập xác định: $D=\left[1-\sqrt{5};1+\sqrt{5}\right]$.

$y'=\dfrac{\left(4+2x-x^2\right)'}{2\sqrt{4+2x-x^2}}=\dfrac{2-2x}{2\sqrt{4+2x-x^2}}=\dfrac{1-x}{\sqrt{8+2x-x^2}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $1-\sqrt{5}$ | | $1$ | | $1+\sqrt{5}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $0$ | ↗ | $\sqrt{5}$ | ↘ | $0$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=\sqrt{4+2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

**Câu 10.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| x | $-\infty$ | | -1 | | 0 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | |

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có $y'<0$, $\forall x\in(-\infty;-1)$ và $(0;3)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;3)$.

**Câu 11.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| x | $-\infty$ | | -1 | | 1 | | 2 | | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | - | 0 | + | 0 | - | 0 | - | |

Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;5)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;-2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y'<0$, $\forall x\in(-\infty;-1);(1;-2)$ và $(2;5)$.

Vậy $y'<0$, $\forall x\in(1;5)$ (không thỏa mãn ). Suy ra hàm số không nghịch biến trên $(1;5)$.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(-x+1)(x-3)^2(x+4)^3$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-4)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;4)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

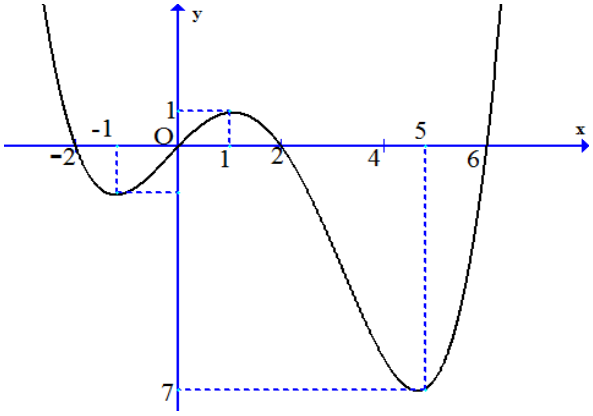
Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\-x+1=0\\(x-3)^2=0\\(x+4)^3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=3\\x=-4\end{array}\right..$$

| $x$ | $-\infty$ | $-4$ | | $1$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ |

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 13.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như sau:




Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;5)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Từ đồ thị ta có trên khoảng $(3;5)$ thì đồ thị $y=f'(x)$ nằm dưới trục hoành.

Suy ra hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3;5)$.

**Câu 14.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |

Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

$f'(x)>0,\ \forall x\in(-\infty;-2)\cup(0;2)$ và $f'(x)<0,\ \forall x\in(-2;0)\cup(2;+\infty)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Vậy mệnh đề C đúng.

**Câu 15.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↘ | $3$ | ↗ | $-1$ | ↘ | $+\infty$ |

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy: $f'(x)>0,\ \forall x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu16.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $f(x)$ | $-2$ | ↘ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↘ | $-2$ |

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$, $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

+ $f'(x)<0\ \ \forall x\in D$. Suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↘ | $-\frac{17}{4}$ | ↗ | $+\infty$ |

Có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây?

i. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

ii. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

iii. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

iv. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{17}{4};+\infty\right)$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

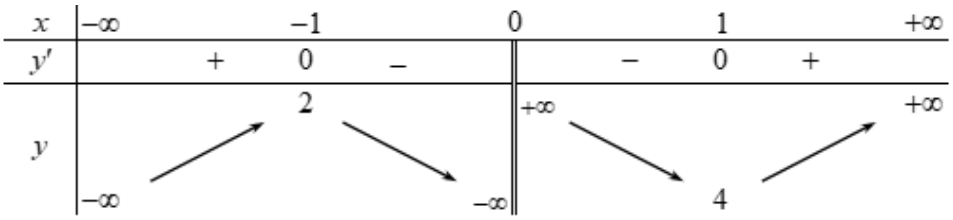
+ $f'(x)\le 0\ \forall x\in(-\infty;1)$ và $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1\in(-\infty;1)$. Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. Mệnh đề ii, iii đúng.

+ $f'(x)>0\ \forall x\in(1;+\infty)$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. Mệnh đề i đúng.

+ Trên khoảng $\left(-\frac{17}{4};+\infty\right)$, $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua 1 nên hàm số không đơn điệu trên khoảng $\left(-\frac{17}{4};+\infty\right)$. Mệnh đề iv sai.

Vậy, có 1 mệnh đề sai.

**Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

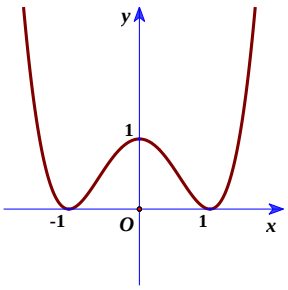
Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

+ $f'(x)<0\ \forall x\in(-1;0)\cup(0;1)$. Suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

+ $f'(x)>0\ \forall x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. Suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 19.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

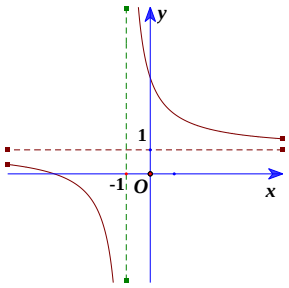
**Lời giải**

**Chọn C**

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy: $f'(x)>0\ \forall x\in(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 20.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.




Xét các mệnh đề sau:

i. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

ii. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

iii. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

iv. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

Số các mệnh đề đúng là

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

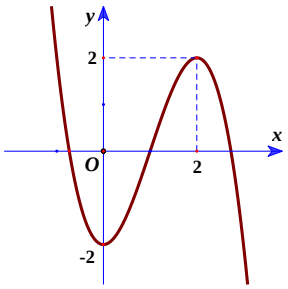
Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

+ 2 nhánh đồ thị đi xuống suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$

.

**Câu 21.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $(0;2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-2;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

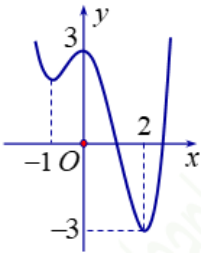
Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

+ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

+ Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Vậy, khẳng định D sai.

**Câu 22.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

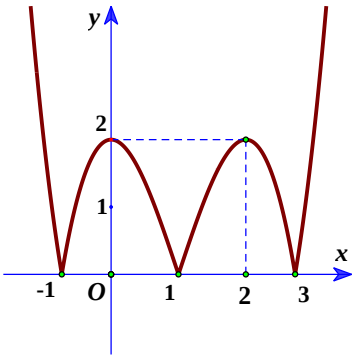
**A.** $(0;2)$. **B.** $(-3;3)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 23.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường tô đậm trong hình vẽ:




Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

+ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$; $(1;2)$ và $(3;+\infty)$.

+ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$; $(0;1)$ và $(2;3)$.

Vậy, các khẳng định A, C, D sai. Khẳng định B đúng.

**Câu 24.** Cho $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 25.** Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện: $x^2-6x+5\ge 0\Leftrightarrow (x-1)(x-5)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 5\\ x\le 1\end{array}\right.$.

Do đó ta loại đáp án B, D.

Ta có $y'=\dfrac{\left(x^2-6x+5\right)'}{2\sqrt{x^2-6x+5}}=\dfrac{2x-6}{2\sqrt{x^2-6x+5}}=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}}$.

Để hàm số đồng biến thì điều kiện là $y'>0\Leftrightarrow \dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}}>0\Leftrightarrow \begin{cases} x>3\\ x\ne 1,5\end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện xác định của hàm số ta nhận được hàm số đồng biến khi $x>5$.

**Câu 26.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-5$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $5$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 27.** Cho $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 28.** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

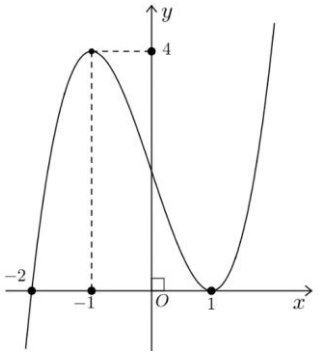
**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Có: $y'=\dfrac{3}{(1-x)^2}>0,\forall x\neq 1\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 29.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.




Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

**B.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**C.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

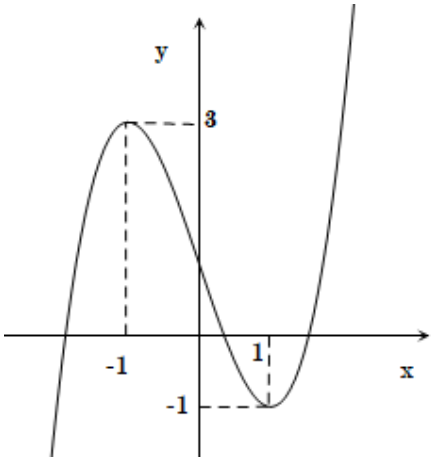
**D.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Dựa vào đồ thị suy ra $f'(x)\geq 0$ khi $x\geq -2$ (dấu "=" xảy ra tại $x=-2$ và $x=0$), $f'(x)<0$ khi $x<-2$. Do đó hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

**Câu 30.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.




Mệnh đề nào dưới đây là **SAI?**

**A.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $(-2;1)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(3;+\infty)$.

**Lời giải**

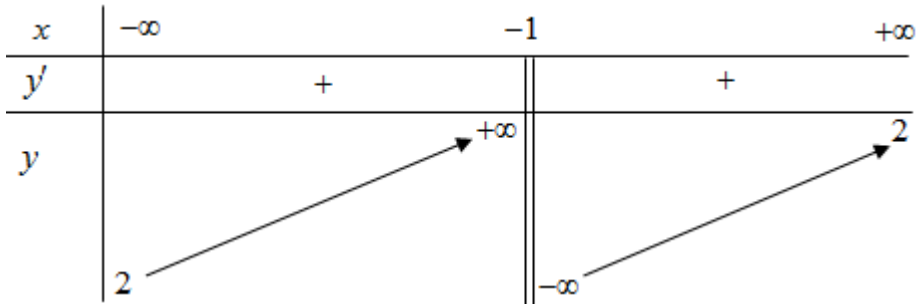
**Chọn C**

Từ đồ thị ta có kết luận về sự đơn điệu của $f(x)$ như sau:

Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$ do đó các đáp án A, D là đúng.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ do đó đáp án B đúng và C là sai.

**Câu 31.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

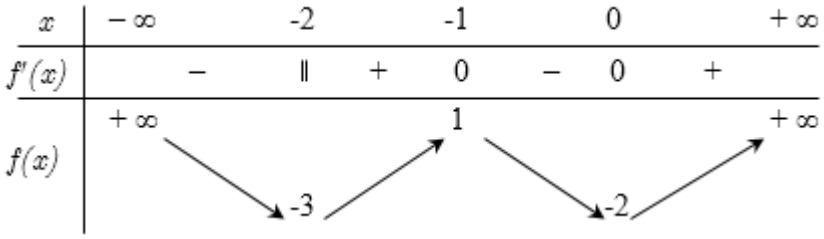
**A.** $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ do vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**Câu 32.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:




Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-3;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

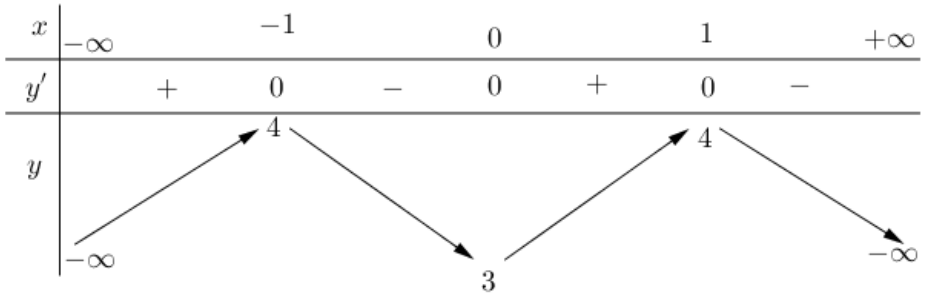
**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;-1)$ và $(0;+\infty)$ đồng thời nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-1;0)$.

Do đó chọn đáp án đúng là B.

**Câu 33.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;4)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

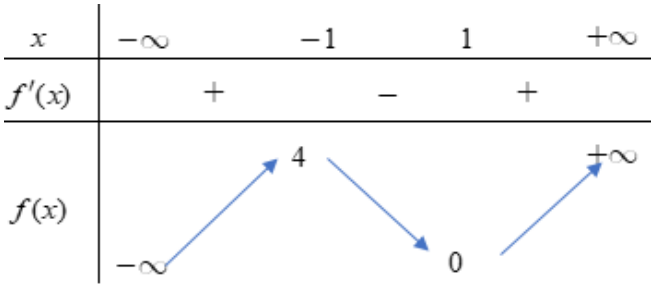
**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Do đó hàm số đồng biên trên khoảng $(0;1)$.

**Câu 34.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

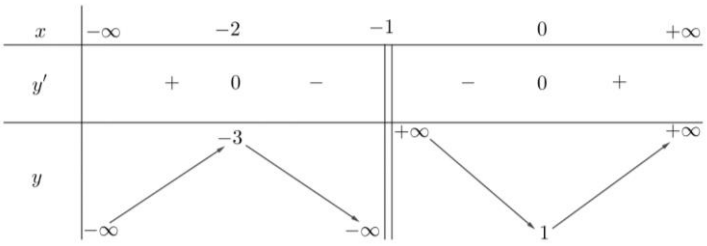
**A.** $(-1;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 35.** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

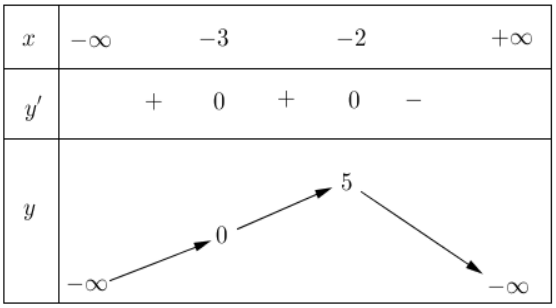
**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$ do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

**Câu 36.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.




Số mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây ?

I. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-2)$.

II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

III. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

IV. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

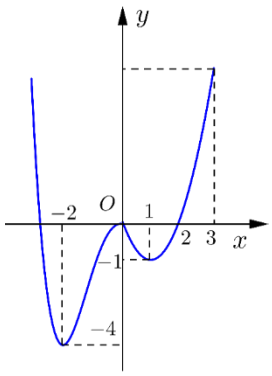
**Chọn D.**

Từ bảng biến thiên trên ta được hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-2)$ và không đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

Như vậy I đúng, II sai, III đúng, IV đúng.

**Câu 37.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng được chỉ ra dưới đây?

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;1)$.

**Câu 38.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $29$ | ↘ | $-79$ | ↗ | $+\infty$ |

Hỏi hàm số $y=f(x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-3)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-79;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=f'(x+1)$.

Khi đó $y'>0 \Leftrightarrow f'(x+1)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1<-2 \\ x+1>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-3 \\ x>3 \end{array}\right.$.

Vậy $(-\infty;-3)$ là một khoảng đồng biến của hàm số $y=f(x+1)$.

**Câu 39.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-\infty$ |

Hỏi hàm số $y=f(3-x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(-4;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=-f'(3-x)$.

Khi đó $y'<0 \Leftrightarrow f'(3-x)>0 \Leftrightarrow -1<3-x<1 \Leftrightarrow 2<x<4$.

Vậy hàm số $y=f(3-x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.

**Câu 40.** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $-1$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Hỏi hàm số $y=f(2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=2f'(2x)$.

Khi đó $y'<0 \Leftrightarrow f'(2x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x<-1\\0<2x<1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-\frac{1}{2}\\0<x<\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Vậy $(-\infty;-2)$ là một khoảng nghịch biến của hàm số $y=f(2x)$.

**Câu 41.** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $14$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $14$ | ↘ | $-\infty$ |

Hỏi hàm số $y=f(2-3x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(-\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$.

**Lời giải**

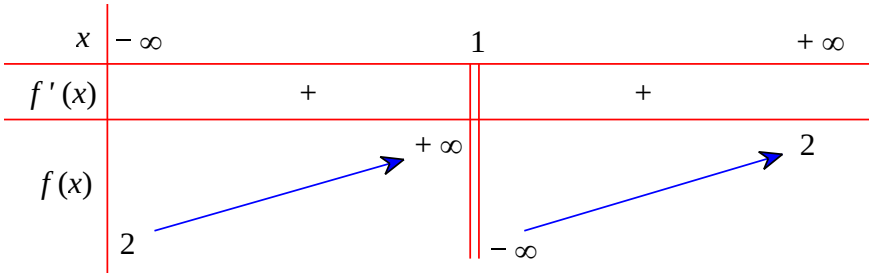
**Chọn D**

Ta có: $y'=-3f'(2-3x)$.

Khi đó $y'>0 \Leftrightarrow f'(2-3x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<2-3x<0\\2-3x>2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{4}{3}>x>\frac{2}{3}\\x<0\end{array}\right.$.

Vậy $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$ là một khoảng đồng biến của hàm số $y=f\left(2-3x\right)$.

**Câu 42.** Cho hàm số phân thức $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ




Hỏi hàm số $y=f\left(4x+1\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(3;4\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$. **D.** $\left(-2;3\right)$.

**Lời giải**

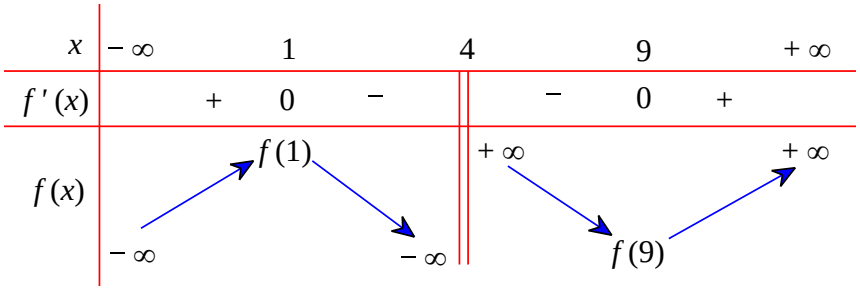
**Chọn A**

Ta có: $y'=4f'\left(4x+1\right)$.

Khi đó $y'>0\Leftrightarrow f'\left(4x+1\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x+1<1\\4x+1>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\x>0\end{array}\right.$.

Vậy $\left(3;4\right)$ là một khoảng đồng biến của hàm số $y=f\left(4x+1\right)$.

**Câu 43.** Cho hàm số phân thức $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ




Hỏi hàm số $y=f\left(2x-5\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(1;4\right)$. **B.** $\left(5;7\right)$. **C.** $\left(4;9\right)$. **D.** $\left(3;9\right)$.

**Lời giải**

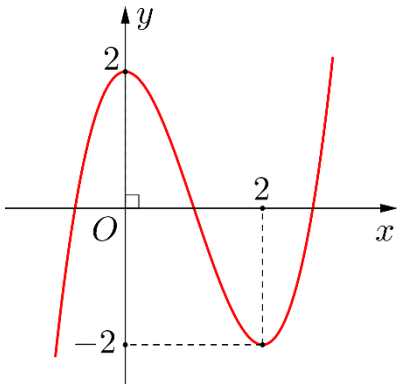
**Chọn B**

Ta có: $y'=2f'\left(2x-5\right)$.

Khi đó $y'<0\Leftrightarrow f'\left(2x-5\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<2x-5<4\\4<2x-5<9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3<x<\frac{9}{2}\\\frac{9}{2}<x<7\end{array}\right.$.

Vậy $\left(5;7\right)$ là một khoảng nghịch biến của hàm số $y=f\left(2x-5\right)$.

**Câu 44.** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ




Hỏi hàm số $y=f\left(x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$. **B.** $\left(0;\sqrt{2}\right)$. **C.** $\left(-\sqrt{2};0\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

**Lời giải**

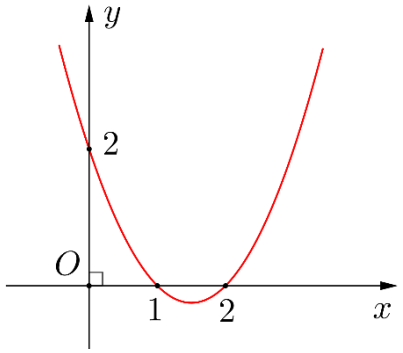
**Chọn C**

Ta có: $y'=2x.f'\left(x^2\right)$.

Khi đó $y'>0\Leftrightarrow x.f'\left(x^2\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\f'\left(x^2\right)>0\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\f'\left(x^2\right)<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\\left[\begin{array}{l}x^2<0\\x^2>2\end{array}\right.\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\0<x^2<2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>\sqrt{2}\\-\sqrt{2}<x<0\end{array}\right.$.

Vậy $\left(-\sqrt{2};0\right)$ là một khoảng nghịch biến của hàm số $y=f\left(2x-5\right)$.

**Câu 45.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm tại $\forall x\in\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$.




Hỏi hàm số $g\left(x\right)=f\left(x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

**A.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $g'\left(x\right)=\left(1-2x\right).f'\left(x-x^2\right)$.

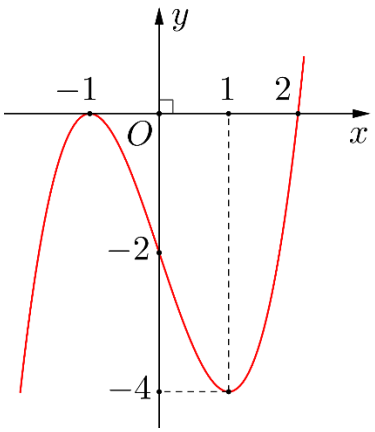
Khi đó:

$g'\left(x\right)<0\Leftrightarrow\left(1-2x\right).f'\left(x-x^2\right)<0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}1-2x<0\\ f'\left(x-x^2\right)>0\end{cases}\\ \begin{cases}1-2x>0\\ f'\left(x-x^2\right)<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>\dfrac{1}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x-x^2<1\\ x-x^2>2\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}x<\dfrac{1}{2}\\ 1<x-x^2<2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>\dfrac{1}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x\in\mathbb{R}\\ x\in\varnothing\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}x<\dfrac{1}{2}\\ x\in\varnothing\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}.$$

Vậy hàm số $g(x)=f\left(x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

**Câu 46.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Kết luận nào về hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)$ dưới đây là **sai**?

**A.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

**B.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**D.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $g'(x)=2x.f'\left(x^2-2\right)$.

Khi đó: $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2-2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-2=-1\\ x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm1\\ x=\pm2\end{array}\right.$.

Mặt khác, $f'\left(x^2-2\right)>0\Leftrightarrow x^2-2>2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\ x<-2\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | ↘ | | ↗ | | ↗ | | ↘ | | ↘ | | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)$ không thể nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

**Câu 47.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | | ↗ | | ↗ | | ↘ | $-\infty$ |

Hỏi hàm số $g(x)=f(x^2+2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $g'(x)=(2x+2).f'(x^2+2x)$.

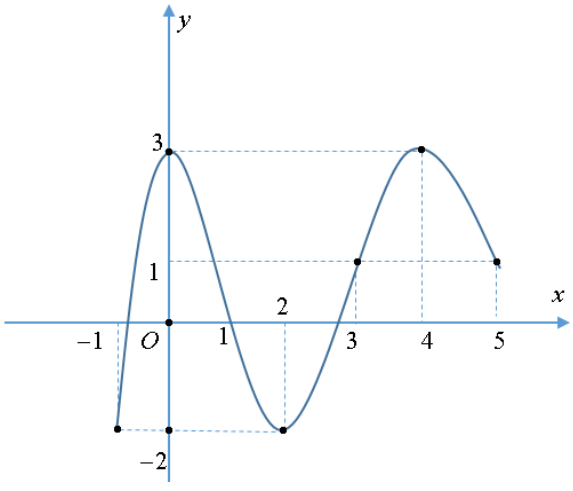
Khi đó: $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x+2=0\\ f'(x^2+2x)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\ x^2+2x=-2\\ x^2+2x=1\\ x^2+2x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=-1-\sqrt{2}\\ x=-1+\sqrt{2}\\ x=1\\ x=-3\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1-\sqrt{2}$ | | $-1$ | | $-1+\sqrt{2}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | ↗ | | ↘ | | ↘ | | ↗ | | ↗ | | ↘ | $-\infty$ |

Vậy $(-2;-1)$ là một khoảng nghịch biến của hàm số $g(x)=f(x^2+2x)$.

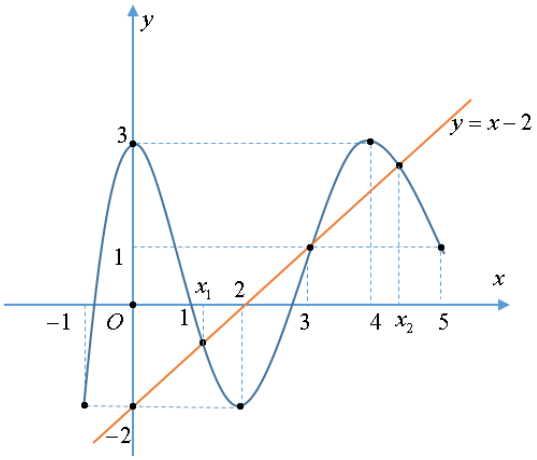
**Câu 48.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;5]$ có đồ thị của hàm $y=f'(x)$ được cho như hình bên dưới. Hàm số $g(x)=-2f(x)+x^2-4x+4$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



**A.** $(-1;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-2;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Xét hàm số $g(x)=-2f(x)+x^2-4x+4$ trên $[-1;5]$ ta có:

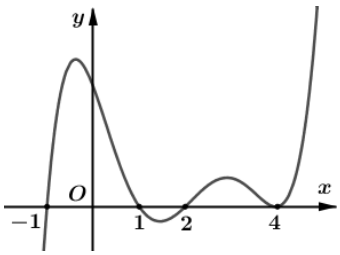
$$g'(x)=-2f'(x)+2x-4;\ g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\in(0;\,2)\\x=3\\x=x_2\in(4;\,5)\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $g'(x)$:

| $x$ | $-1$ | | 0 | | $x_1$ | | 2 | | 3 | | 4 | | $x_2$ | | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | − | | + | 0 | + | | + | 0 | − | | − | 0 | + | |

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

**Câu 49.** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới




Hàm số $g(x)=f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

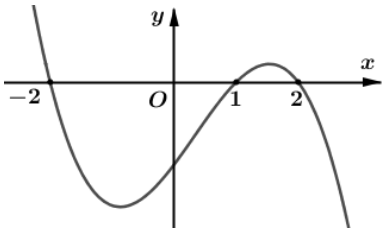
$$\text{Ta có } g'(x)=0\Leftrightarrow -2f'(1-2x)=0\xleftarrow{\text{theo đồ thị } f'(x)}\left[\begin{array}{l}1-2x=-1\\1-2x=1\\1-2x=2\\1-2x=4\,(\text{kép})\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\\x=-\dfrac{1}{2}\\x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1,5$ | | $-0,5$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Dựa vào bảng biến thiên và đối chiếu với các đáp án, ta **chọn D.**

**Câu 50.** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới và $f(-2)=f(2)=0$.




Hàm số $g(x)=\left[f(3-x)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

**A.** $(-2;-1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $y(1)$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x)\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có $g'(x)=-2f'(3-x).f(3-x)$.

Xét $g'(x)<0\Leftrightarrow f'(3-x).f(3-x)>0\Leftrightarrow \begin{cases} f'(3-x)<0 \\ f(3-x)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<3-x<1 \\ 3-x>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} 2<x<5 \\ x<1 \end{cases}$.

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$, $(2;5)$. **Chọn C.**

**Câu 51.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biên thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số $g(x)=f\left(2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

**A.** $\left(-1;\dfrac{1}{4}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{4};1\right)$. **C.** $\left(1;\dfrac{5}{4}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{9}{4};+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $f'(x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>3\end{array}\right.$ và $f'(x)<0\Leftrightarrow -2<x<3.$

Ta có $g'(x)=\left(4x-\frac{5}{2}\right)f'\left(2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)$. Xét $g'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}4x-\frac{5}{2}>0\\f'\left(2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)<0\end{cases}\\\begin{cases}4x-\frac{5}{2}<0\\f'\left(2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)>0\end{cases}\end{array}\right.$.

- $\begin{cases}4x-\frac{5}{2}>0\\f'\left(2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{5}{8}\\-2<2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}<3\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<\frac{9}{4}.$
- $\begin{cases}4x-\frac{5}{2}<0\\f'\left(2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<\frac{5}{8}\\2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}>3\end{cases}\\\begin{cases}x<\frac{5}{8}\\2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}<-2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\\frac{1}{4}<x<\frac{5}{8}\end{array}\right.$.

Đối chiếu các đáp án, ta **chọn C.**

**Câu 52.** Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-mx^2+(3m+2)x-2020$. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**A.** $\left[\begin{array}{l}m\geq 2\\m\leq -1\end{array}\right.$. **B.** $m\leq 2$. **C.** $-2\leq m\leq -1$. **D.** $-1\leq m\leq 0$.

**Lời giải.**

**Chọn C**

Ta có $y'=-x^2-2mx+3m+2$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\leq 0,\ \forall x\in(-\infty;+\infty)$.

$\Leftrightarrow -x^2-2mx+3m+2\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\\Delta'\leq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-1<0,\forall m\\m^2+3m+2\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow -2\leq m\leq -1.$

Vậy $-2\leq m\leq -1$.

**Câu 53.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**A.** $-1<m<1$. **B.** $-1\leq m\leq 1$. **C.** $0\leq m\leq 1$. **D.** $0<m<1$.

**Lời giải.**

**Chọn B**

Ta có $y' = x^2 - 4mx + 4$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0,\ \forall x \in (-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow x^2 - 4mx + 4 \geq 0,\ \forall x \in (-\infty;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0, \forall m \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 4m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

Vậy $-1 \leq m \leq 1$.

**Câu 54.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x - 3m$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

**A.** $\frac{-1}{4} \leq m < 0$. **B.** $m \leq -\frac{1}{4}$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > 0$.

**Lời giải.**

**Chọn B**

Với $m = 0 \Rightarrow y = -x^2 - 2x$ hàm số này là một parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, do đó $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m \neq 0$ thì $y' = mx^2 - 2(m+1)x + m - 2$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$ thì $y' \leq 0,\ \forall x \in (-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow mx^2 - 2m(m+1)x + m - 2 \leq 0, \forall x \in (-\infty;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ (m+1)^2 - m(m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + 2m + 1 - m^2 + 2m \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 4m + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{4}$. Vậy $m \leq -\frac{1}{4}$.

**Câu 55.** Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 8$, với $m$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

**A.** 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

**Lời giải.**

**Chọn C**

Ta có $y' - 3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$ thì $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0,\ \forall x \in (-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 3(4m+9) \leq 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$.

Do $m$ nguyên nên $m = \{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$.

Vậy $m = 7$.

**Câu 56.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2-4mx$ đồng biến trên đoạn $[1;\ 4]$.

**A.** $m\le\frac{1}{2}$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $\frac{1}{2}<m<2$. **D.** $m\le 2$

**Lời giải.**

**Chọn A**

Ta có $y'=x^2-2(m-1)x-4m$.

Để hàm số đồng biến trên đoạn $[1;\ 4]$ thì $y'\ge 0,\ \forall x\in[1;4]$

$\Leftrightarrow m\le\frac{x(x+2)}{2(x+2)}=\frac{x}{2}\Leftrightarrow m\le\frac{1}{2}x;\forall x\in[1;4]$

Đặt $g(x)=\frac{1}{2}x,\ \forall x\in[1;4]\Rightarrow g'(x)=\frac{1}{2}>0$

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên đoạn $[1;\ 4]$

Khi đó $g(1)=\frac{1}{2},\ g(4)=2$.

Từ đó ta có $m\le\min\limits_{[1,4]}g(x)=\frac{1}{2}$.

Vậy $m\le\frac{1}{2}$.

**Câu 57.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2-3(m+1)x-m-1$ nghịch biến biến trên đoạn $[-1;3]$.

**A.** $m\ge 2$. **B.** $m\ge\frac{1}{2}$. **C.** $m<\frac{1}{2}$. **D.** $m\le 2$

**Lời giải.**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-6x-3(m+1)$.

Để hàm số nghịch biến trên $[-1;3]$ thì $y'\le 0,\forall x\in[-1;3]$

$\Leftrightarrow 3x^2-6x-3(m+1)\le 0\Leftrightarrow 3m\ge 3x^2-6x-3\Leftrightarrow m\ge x^2-2x-1,\ \forall x\in[-1;3]$.

Đặt $g(x)=x^2-2x-1,\ \forall x\in[-1;3]$.

$g'(x)=2x-2$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow x=1\in[-1;3]$.

Khi đó $g(1)=-2,\ g(-1)=2,\ g(3)=2$.

Từ đó ta có $m\ge\max\limits_{[-1,3]}g(x)=2$.

Vậy $m\ge 2$.

**Câu 58.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-x^2-mx+2$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**A.** $m\le\frac{-1}{3}$. **B.** $m\ge\frac{-1}{3}$. **C.** $m\le -3$. **D.** $m\ge -3$.

**Lời giải.**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2-2x-m$.

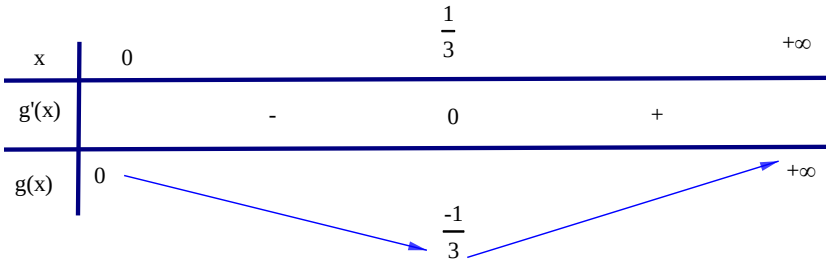
Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ thì $y'\ge 0,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2-2x-m\ge 0\Leftrightarrow m\le 3x^2-2x,\ \forall x\in(0;+\infty)$.

Đặt $g(x)=3x^2-2x,\ \forall x\in(0;+\infty)$.

Ta có $g'(x)=6x-2$.

Khi đó $g'(x)=0\Leftrightarrow 6x-2=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}\in(0;+\infty)$.




Dựa bảng biến thiên ta có $\min\limits_{(0;+\infty)}g(x)=\dfrac{-1}{3}\Rightarrow m\le \min\limits_{(0;+\infty)}g(x)=\dfrac{-1}{3}$.

Vậy $m\le\dfrac{-1}{3}$.

**Câu 59.** Xác định các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3mx^2-m$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

**A.** $m\ge\dfrac{1}{2}$. **B.** $m<\dfrac{1}{2}$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge 0$.

**Lời giải.**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=3x^2-6mx$.

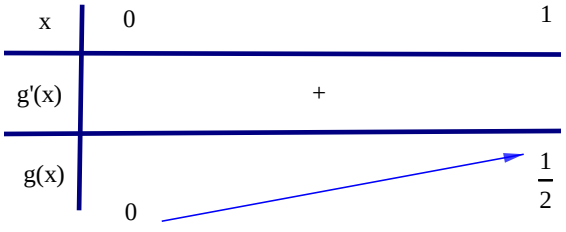
Để hàm số ngịch biến trên khoảng $(0;1)$ thì $y'\le 0,\ \forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow 3x^2-6mx\le 0\Leftrightarrow m\ge\dfrac{1}{2}x,\ \forall x\in(0;1)$.

Đặt $g(x)=\dfrac{1}{2}x,\ \forall x\in(0;1)$

$\Rightarrow g'(x)=\dfrac{1}{2}>0$

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.




Ta được $m\ge\dfrac{1}{2}$.

**Câu 60.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx-6}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

**A.** 4. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m-1\}$

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+m+6}{(x-m+1)^2}$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định khi và chỉ khi $y'>0,\forall x\in D$

$\Leftrightarrow -m^2+m+6>0\Leftrightarrow -2<m<3.$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-1;0;1;2\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 61.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

**A.** $m\in(-\infty;2)$. **B.** $m\in(1;2)$. **C.** $m\in[2;+\infty)$. **D.** $m\in(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có $y'=\dfrac{m-2}{(x-1)^2}$.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định khi và chỉ khi

$y'>0,\ \forall x\in D\Leftrightarrow\dfrac{m-2}{(x-1)^2}>0,\ \forall x\in D\Leftrightarrow m>2.$

Suy ra $m\in(2;+\infty)$.

**Câu 62.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx+3}{3x+m}$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó

**A.** $-3<m<3$.. **B.** $m<-3$.. **C.** $-3<m<0$.. **D.** $m>3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

ĐKXĐ: $x\neq-\dfrac{m}{3}$.

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-9}{(3x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định thì $y'<0$ với mọi $x\neq-\dfrac{m}{3}$

Suy ra. $m^2-9<0\Leftrightarrow-3<m<3$.

**Câu 63.** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+4-3m}{x+m}$, $m$ là tham số. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**A.** $m>1$. **B.** $m<-4$. **C.** $-4<m<1$. **D.** $m\le-4\vee m\ge1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Đạo hàm: $y'=\dfrac{m^2+3m-4}{(x+m)^2}$.

Hàm số đã cho giảm trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'<0,\forall x\neq -m$

$\Leftrightarrow m^2+3m-4<0\Leftrightarrow -4<m<1.$

Vậy với $-4<m<1$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 64.** Cho hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-2}{x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

**A.** $-2<m<1.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m\geq 1 \\ m\leq -2 \end{array}\right.$. **C.** $-2\leq m\leq 1.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-2 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$

$y'=\dfrac{(m+1)(x-m)-(m+1)x+2}{(x-m)^2}=\dfrac{-m^2-m+2}{(x-m)^2}.$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng của tập xác định $\Leftrightarrow y'>0;\ \forall x\in D\Leftrightarrow -m^2-m+2>0\forall x\in D\Leftrightarrow m\in(-2;1).$

**Câu 65.** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+4m}{x+m}$. Gọi $S$ là tập hợp hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng xác định. Khi đó số phần tử của tập $S$ bằng

**A.** 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=\dfrac{m^2-4m}{(x+m)^2}$ với $\forall x\neq -m.$

Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $y'<0,\forall x\neq -m$

$\Leftrightarrow m^2-4m<0\Leftrightarrow 0<m<4$. Vậy có 3 giá trị của $m$ thoả mãn bài yêu cầu.

**Câu 66.** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của $m$ để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$ với $\forall x\neq m.$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y'>0\Leftrightarrow -m^2+2m+3>0\Leftrightarrow -1<m<3.$

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2\}.$

**Câu 67.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx+7m-8}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$

**A.** $-8<m\leq 1.$ **B.** $-8<m<1.$ **C.** $\dfrac{4}{5}<m\leq 3.$ **D.** $\dfrac{4}{5}<m<3.$

**Lời giải**

**Chọn B**

$y=\dfrac{mx+7m-8}{x-m}\Rightarrow y'=\dfrac{-m^2-7m+8}{(x-m)^2},\forall x\neq m$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$

$$\begin{cases} y'>0,\forall x\in(3;+\infty) \\ m\notin(3;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2-7m+8>0 \\ m\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-8;1)$$

**Câu 68.** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+8}{x+2m}$ ($m$ là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

**A.** 2018. **B.** 2017. **C.** 4036. **D.** 4034.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2m\}$.

$$y'=\frac{2m^2-8}{(x+2m)^2}.$$

Hàm số $y=\dfrac{mx+8}{x+2m}$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty) \Leftrightarrow y'=\dfrac{2m^2-8}{(x+2m)^2}>0,\forall x\in(2;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2-8>0 \\ -2m\notin(2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2-8>0 \\ -2m\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right. \\ m\ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow m>2.$$

Kết hợp điều kiện $m>2$ với $m$ nguyên và $m$ thuộc đoạn $[-2020;2020]$ ta được $m\in\{3;4;5;....;2020\}$.

Vậy có 2018 giá trị của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 69.** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+2}{2x+m}$, $m$ là tham số thực. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

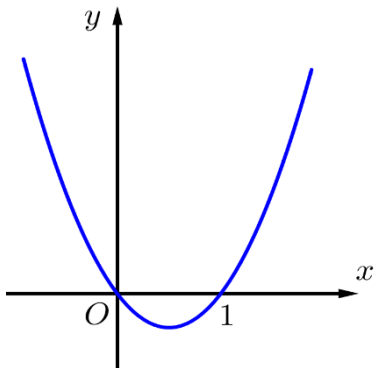
**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{m}{2}\right\}$

$$y'=\frac{m^2-4}{(2x+m)^2}.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4<0 \\ \dfrac{-m}{2}\notin(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{-m}{2}\le 0 \\ \dfrac{-m}{2}\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ \left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 0\le m<2.$

**Câu 70.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Hàm số $g(x)=f\left(-x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-2;-1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Cách 1: Phương pháp loại trừ

Ta có: $g'(x)=-(1+2x)f\left(-x-x^2\right)$.

Với $x\in(-2;-1)$ thì $-2<-x-x^2<0\Rightarrow\begin{cases}f'\left(-x-x^2\right)>0\\1+2x<0\end{cases}\Rightarrow g'(x)>0$, nên loại **A**

Với $x\in\left(-\frac{1}{2};0\right)$ thì $0<-x-x^2<\frac{1}{4}\Rightarrow\begin{cases}f'\left(-x-x^2\right)<0\\1+2x>0\end{cases}\Rightarrow g'(x)>0$, nên loại **C**, **D**

Cách 2:

Ta có: $g'(x)=-(1+2x)f\left(-x-x^2\right)$.

Với $x>1\Rightarrow -x-x^2<-2\Rightarrow f'\left(-x-x^2\right)>0$ và $1+2x>0$.

Do đó $g'(x)=-(1+2x)f\left(-x-x^2\right)<0$, $\forall x>1$.

**Câu 71.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y=f(3x+1)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(-1;-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3};1\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{4};1\right)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3f'(3x+1)-3x^2+3$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $K$ ta cần có $y'=3f'(3x+1)-3x^2+3\geq 0$, $\forall x\in K$

$\Leftrightarrow f'(3x+1)+\left(-x^2+1\right)\geq 0, \forall x\in K$ ta chỉ cần chọn $x$ thỏa mãn $\begin{cases}f'(3x+1)\geq 0\\-x^2+1\geq 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 1 \le 3x+1 \le 3 \\ 3x+1 \ge 4 \end{array}\right. \\ -1 \le x \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 0 \le x \le \dfrac{2}{3} \\ x \ge 1 \end{array}\right. \\ -1 \le x \le 1 \end{cases} \Rightarrow 0 \le x \le \frac{2}{3}$$, ta thấy $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{3}\right) \subset \left[0;\frac{2}{3}\right]$.

**Câu 72.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $0$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

**A.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$.

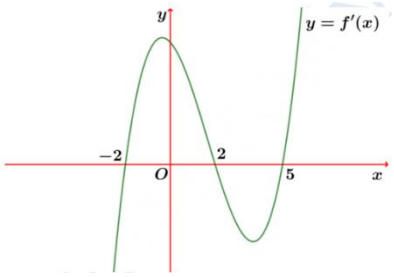
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y = f(1-2x) \Rightarrow y' = -f'(1-2x)$.

Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow y' \ge 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-2x \le -3 \\ -2 \le 1-2x \le 1 \\ 1-2x \ge 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 2 \\ 0 \le x \le \dfrac{3}{2} \\ x \le -1 \end{array}\right.$.

**Câu 73.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.




Hỏi hàm số $g(x) = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

**A.** $(-1;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-1)$ **C.** $(1;3)$ **D.** $(0;2)$

**Lời giải**

**Chọn B**

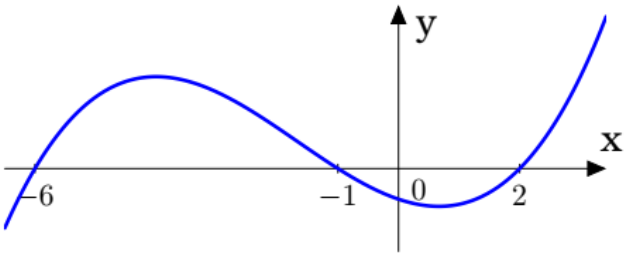
Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{array}\right.$

Khi đó $g'(x) = -2f'(3-2x)$

Với $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-2x = -2 \\ 3-2x = 2 \\ 3-2x = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5}{2} \\ x = \dfrac{1}{2} \\ x = -1 \end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $\frac{1}{2}$ | | $\frac{5}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $g(-1)$ | $\nearrow$ | $g\left(\frac{1}{2}\right)$ | $\searrow$ | $g\left(\frac{5}{2}\right)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**Câu 74.** Cho hàm số $y=f(x)$. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(3-x^2)+2018$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-1;0)$ **B.** $(2;3)$ **C.** $(-2;-1)$ **D.** $(0;1)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\left[f(3-x^2)+2018\right]'=-2x.f'(3-x^2)$.

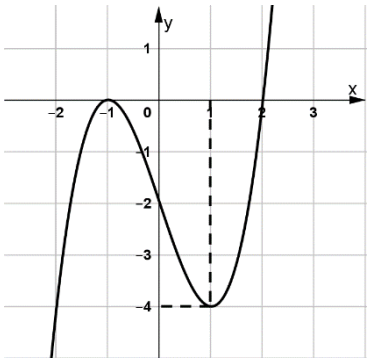
Khi đó $-2x.f'(3-x^2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\3-x^2=-6\\3-x^2=-1\\3-x^2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm3\\x=\pm2\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của đạo hàm hàm số đã cho

| $x$ | $-\infty$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(3-x^2)$ | $-$ $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $-2xf'(3-x^2)$ | $-$ $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

**Câu 75.** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x^2-2)$ Mệnh đề nào **sai**?



**A.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$

**B.** Hàm số $g(x)$đồng biến trên $(2;+\infty)$

**C.** Hàm số $g(x)$nghịch biến trên $(-1;0)$

**D.** Hàm số $g(x)$nghịch biến trên $(0;2)$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $g'(x)=2x.f'(x^2-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f(x^2-2)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-2=-1\\x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right.$

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x^2-2)>0\Leftrightarrow x^2-2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\x<-2\end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ $0$ $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ $0$ $+$ |
| $g(x)$ | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ |

Từ BBT ta thấy đáp án **C** sai

**Câu 76.** Cho hàm số $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ $0$ $+$ | $0$ | $-$ |

Hàm số $y=f(x^2+2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-2;1)$. **B.** $(-4;-3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

**Lời giải**

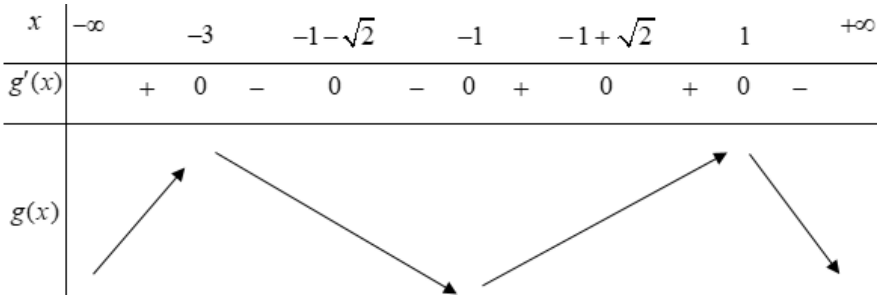
**Chọn D**

Đặt: $y=g(x)=f(x^2+2x)$.

Ta có $g'(x)=\left[f(x^2+2x)\right]'=(2x+2).f'(x^2+2x)$.

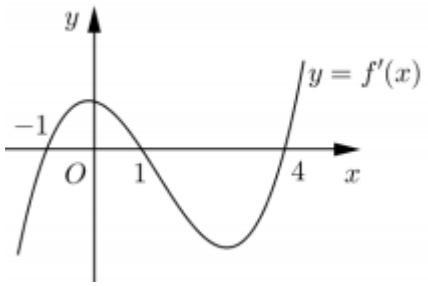
$g'(x)=0\Leftrightarrow(2x+2).f'(x^2+2x)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+2=0\\f'(x^2+2x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x^2+2x=-2\ (\text{vô nghiệm})\\x^2+2x=1\\x^2+2x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-1-\sqrt{2}\\x=-1+\sqrt{2}\\x=1\\x=-3\end{array}\right.$$




Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

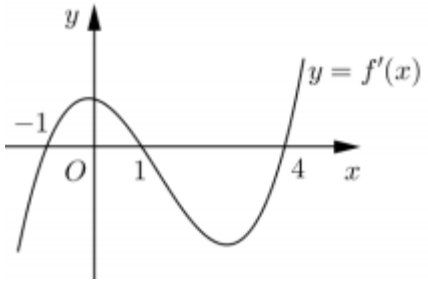
**Câu 77.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f\left(2-x\right)$ đồng biến trên khoảng




**A.** $(1;3)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

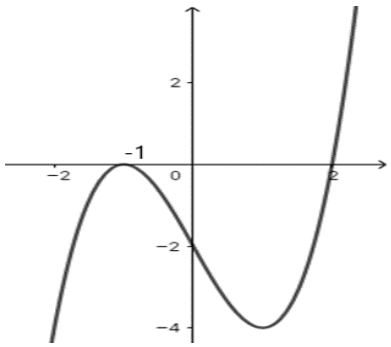



Ta có $y'=\left(f\left(2-x\right)\right)'=\left(2-x\right)'.f'\left(2-x\right)=-f'\left(2-x\right)$.

Để hàm số $y=f\left(2-x\right)$ đồng biến thì $\left(f\left(2-x\right)\right)'>0\Leftrightarrow f'\left(2-x\right)<0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x<-1\\1<2-x<4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\-2<x<1\end{array}\right.$

**Câu 78.** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



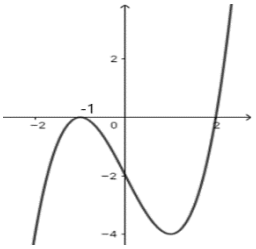

Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-2\right)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số $g\left(x\right)$ nghịch biến trên $(-1;0)$. **B.** Hàm số $g\left(x\right)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

**C.** Hàm số $g\left(x\right)$ nghịch biến trên $(0;2)$. **D.** Hàm số $g\left(x\right)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**



Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;2)$.

Ta có $g'(x)=2x.f'(x^2-2)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow 2x.f'(x^2-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2=-1 \\ x^2-2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$$

Trong đó $x=\pm 1$ là hai nghiệm kép, $x=0, x=\pm 2$ là các nghiệm đơn

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

**Câu 79.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số $y=f(x^2-2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-2)$ **B.** $(0;2)$ **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Với $y=f(x^2-2)$ ta có $y'=2x.f'(x^2-2)$.

Vậy $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=0 \\ f(x^2-2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2=0 \\ x^2-2=\pm 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | | $-\sqrt{2}$ | | $0$ | | $\sqrt{2}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f'(x^2-2)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y'$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Vậy $y=f(x^2-2)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**Câu 80.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-2;1)$. **B.** $(-4;-3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt: $y=g(x)=f\left(x^2+2x\right)$; $g'(x)=\left(f\left(x^2+2x\right)\right)'=(2x+2).f'\left(x^2+2x\right)$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow (2x+2).f'\left(x^2+2x\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+2=0 \\ f'\left(x^2+2x\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x^2+2x=-2 \text{ (vô nghiệm)} \\ x^2+2x=1 \\ x^2+2x=3 \end{array}\right.$$

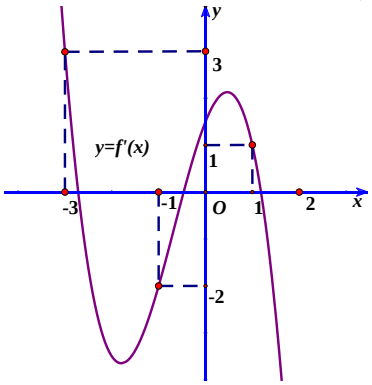
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-1-\sqrt{2} \\ x=-1+\sqrt{2} \\ x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$$ (trong đó $x=-1\pm\sqrt{2}$ là các nghiệm kép).

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1-\sqrt{2}$ | | $-1$ | | $-1+\sqrt{2}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

**Câu 81.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Đặt $y=g(x)=f(x)-\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{4}+\frac{3x}{2}+1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-3)$.

**B.** Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$.

**C.** Hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên $(-1;1)$.

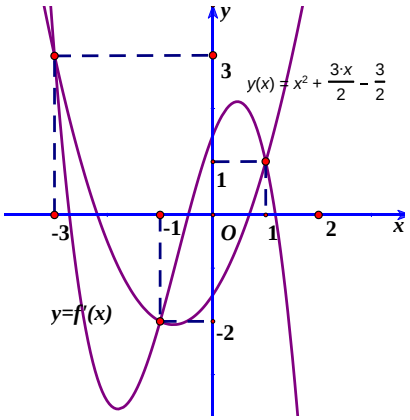
**D.** Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $g'(x)=f'(x)-\left(x^2+\frac{3x}{2}-\frac{3}{2}\right)$

Xét vị trí tương đối của hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=x^2+\dfrac{3x}{2}-\dfrac{3}{2}$ thể hiện trong đồ thị




| $x$ | $-\infty$ | -3 | -1 | 1 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)=f'(x)-\left(x^2+\dfrac{3x}{2}-\dfrac{3}{2}\right)$ | | + 0 | - 0 | + 0 | - |

Mệnh đề **sai** là " Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-3)$".

**Câu 82.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu sau

| $x$ | $-\infty$ | $-3$ | | $2$ | | $5$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

Hàm số $y=f\left(6-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(-3;-2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $g'(x)=-2x.f'\left(6-x^2\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(6-x^2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\6-x^2=-3\\6-x^2=2\\6-x^2=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm3\\x=\pm2\\x=\pm1\end{array}\right.$$

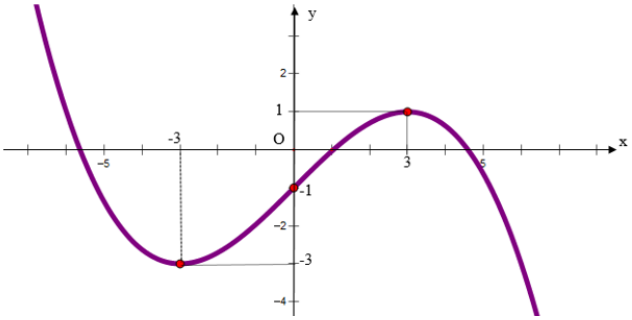
Ta có $f'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-3\\2<x<5\end{array}\right.\Rightarrow f'\left(6-x^2\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}6-x^2<-3\\2<6-x^2<5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\x<-3\\-2<x<-1\\1<x<2\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu $f'(x)$ không có nghiệm bội chẵn.

| $x$ | $-\infty$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $g(x)$ | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ |

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0;1)$

**Câu 83.** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.




Hàm số $g(x)=f(3x+1)-3x^2+x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{2}{3}\right)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $\left(\frac{2}{3};2\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $g'(x)=3f'(3x+1)-(6x+2)+3$.

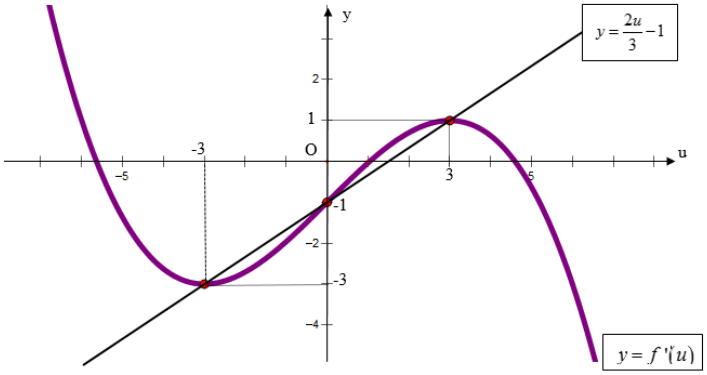
Hàm $g(x)$ đồng biến trên khoảng $K$ khi $g'(x)\ge 0$ (dấu = xảy ra tại một số hữu hạn điểm)

$\Leftrightarrow 3f'(3x+1)-(6x+2)+3\ge 0$ (1)

Đặt $u=3x+1$ ta được: $h(u)=3f'(u)-2u+3$.

Ta có: (1) $\Rightarrow 3f'(u)-2u+3\ge 0\Leftrightarrow f'(u)\ge \frac{2u}{3}-1$.

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có đồ thị hàm số $y=f'(u)$ và $y=\frac{2u}{3}-1$ như hình vẽ




Để $h(u)\ge 0$ ta cần có đồ thị $y=f'(u)$ phải nằm bên trên của đồ thị hàm $y=\frac{2u}{3}-1$.

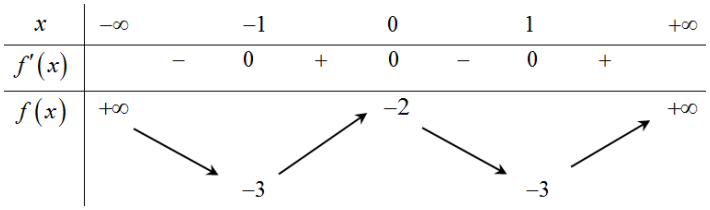
Từ đó ta có $h(u)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0\le u\le 3\\ u\le -3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0\le 3x+1\le 3\\ 3x+1\le -3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\in\left[-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right]\\ x\le -\frac{4}{3}\end{array}\right.$.

Cho nên ta chọn đáp án B vì $\left(0;\frac{2}{3}\right)\subset\left[-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right]$.

**---------- HẾT ----------**

# Chủ đề 02. CỰC TRỊ

**Câu 1.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên.




Hàm số đạt cực đại tại

**A.** $x=-3$. **B.** $x=0$.

**C.** $x=\pm 1$. **D.** $x=-2$.

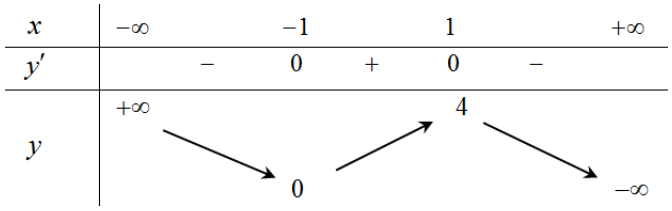
**Lời giải**

**Chọn B**

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi đi qua điểm $x=0$.

Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 2.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên.




Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

**A.** 0. **B.** $-1$.

**C.** 1. **D.** 4.

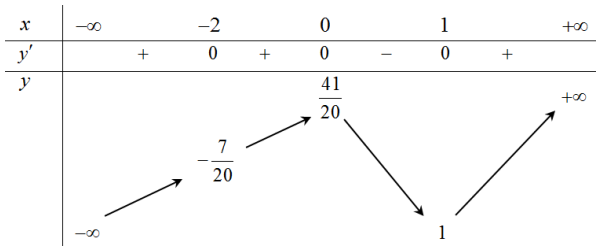
**Lời giải**

**Chọn A**

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi đi qua điểm $x=-1$.

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$; Giá trị cực tiểu là $f(-1)=0$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên.




Số điểm cực trị của hàm số là

**A.** 0. **B.** 1.

**C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

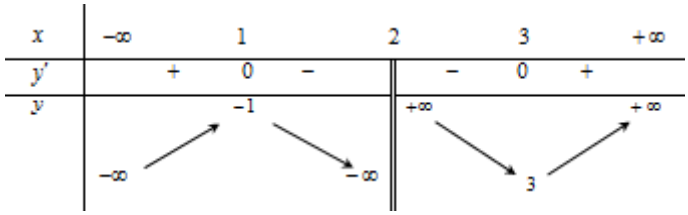
Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

+ $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=0;x=1$.

Suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

**Câu 4.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như sau:




Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

**B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ và đạt cực đại tại điểm $x=3$.

**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và đạt cực đại tại điểm $x=3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

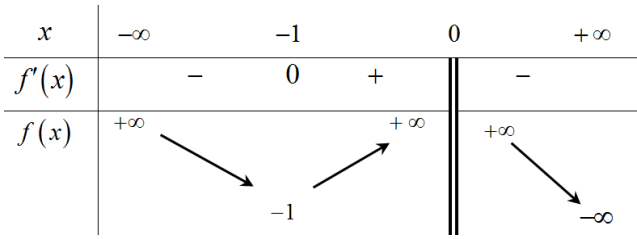
Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

+ $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi đi qua điểm $x=1$. Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

+ $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi đi qua điểm $x=3$. Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Vậy, mệnh đề B đúng.

**Câu 5.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Giá trị cực tiểu của hàm số là $-1$.

**B.** Hàm số có 1 điểm cực trị.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

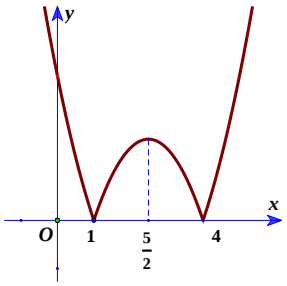
Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}\Rightarrow$ Hàm số không đạt cực trị tại $x=0$.

+ $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi đi qua điểm $x=1$. Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$, giá trị cực tiểu là $-1$.

Vậy, khẳng định D sai.

**Câu 6.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?

**A.** 0.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 3.

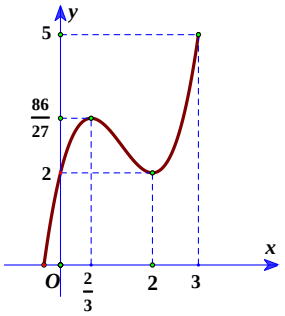
**Lời giải**

**Chọn C**

Quan sát đồ thị nhận thấy: Đồ thị hàm số đang đi xuống đổi thành đi lên khi đi qua điểm $x=1$ và $x=4$.

Hàm số có 2 điểm cực tiểu.

**Câu 7.** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $[0;3]$, có đồ thị như hình bên dưới.




Xét các mệnh đề sau:

i. Hàm số đạt cực đại tại $x=\dfrac{86}{27}$.

ii. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

iii. Giá trị cực tiểu của hàm số là $2$.

iv. Hàm số có 2 điểm cực trị.

Số các mệnh đề đúng là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

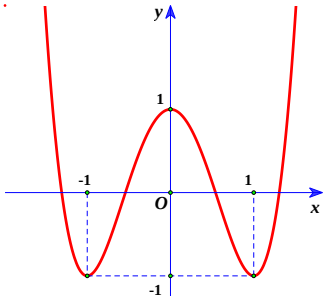
Quan sát đồ thị đã cho nhận thấy:

+ Đồ thị hàm số đang đi xuống đổi thành đi lên khi đi qua điểm $x=2$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$, giá trị cực tiểu $f(2)=2$.

+ Đồ thị hàm số đang đi lên đổi thành đi xuống khi đi qua điểm $x=\dfrac{2}{3}$. Hàm số đạt cực đại tại $x=\dfrac{2}{3}$, giá trị cực đại $f\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{86}{27}$.

Suy ra: các mệnh đề (ii) ; (iii) ; (iv) đúng; mệnh đề (i) sai.
Vậy, có 3 mệnh đề đúng.

**Câu 8.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.** Hàm có 3 điểm cực trị.

**B.** Giá trị cực tiểu của hàm số là 1.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**D.** Hàm số có 2 điểm cực tiểu.

**Lời giải**

**Chọn D**

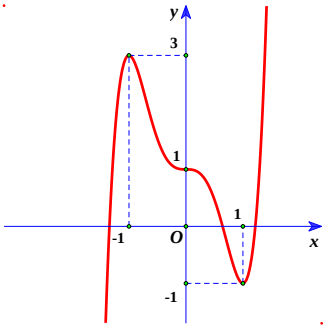
Quan sát đồ thị nhận thấy:

+ Đồ thị hàm số đang đi xuống đổi thành đi lên khi đi qua điểm $x=\pm 1$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$, giá trị cực tiểu $f(\pm 1)=-1$.

+ Đồ thị hàm số đang đi lên đổi thành đi xuống khi đi qua điểm $x=0$. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, giá trị cực đại $f(0)=1$.

Vậy khẳng định B sai.

**Câu 9.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Tổng tất cả các giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số là

**A.** 2. **B.** 4.

**C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

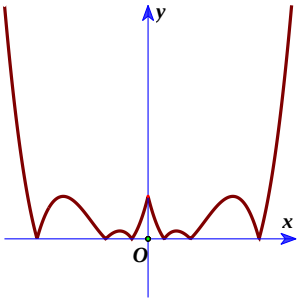
Quan sát đồ thị nhận thấy:

+ Đồ thị hàm số đang đi xuống đổi thành đi lên khi đi qua điểm $x=1$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$, giá trị cực tiểu $f(1)=-1$.

+ Đồ thị hàm số đang đi lên đổi thành đi xuống khi đi qua điểm $x=-1$. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$, giá trị cực đại $f(-1)=3$.

Vậy tổng tất cả các giá trị cực đại và giá trị cực tiểu củahàm số là $-1+3=2$.

**Câu 10.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường tô đậm trong hình vẽ:




Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 9.

**B.** 11.

**C.** 4.

**D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

Quan sát đồ thị nhận thấy: Hàm số đổi hướng (từ đi lên đổi thành đi xuống hoặc từ đi xuống đổi thành đi lên) 11 lần.

Vậy, đồ thị hàm số đã cho có 11 điểm cực trị.

**Câu 11.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào **không** có cực trị?

**A.** $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=x^3+2$. **D.** $y=-x^4+3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Nhận thấy hàm số trùng phương luôn có cực trị nên loại phương án $B, D$.

Ta có $y=x^3-3x^2+3\Rightarrow y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ nên hàm số có cực trị, suy ra $A$.

Chọn $C$ vì $y'=3x^2=0\Leftrightarrow x=0$ và $y'$ qua $x_0=0$ không đổi dấu nên hàm số không có cực trị.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=\sqrt{5-4x-x^2}$. Tìm mệnh đề đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=[-5;-1]$.

$y=\sqrt{5-4x-x^2}\Rightarrow y'=\dfrac{-4-2x}{2\sqrt{5-4x-x^2}}, y'=0\Rightarrow x=-2$.

| $x$ | $-5$ | | $-2$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | |

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

**Câu 13.** Hàm số có điểm cực trị là

**A.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=-x^3+2$.

**Lời giải**

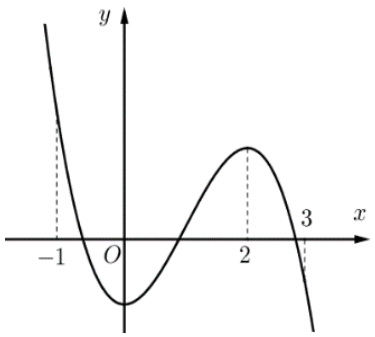
**Chọn C**

Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ không có cực trị nên loại A, B.

Xét phương án $C$ ta có $y=x^3-3x^2\Rightarrow y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ nên hàm số có cực trị.

Xét phương án $D$ ta có $y=-x^3+2\Rightarrow y'=-3x^2\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị.

**Câu 14.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?




**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=-1$.

**B.** Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x=0, x=3$.

**C.** Hàm số có hai điểm cực đại là $x=-1, x=2$.

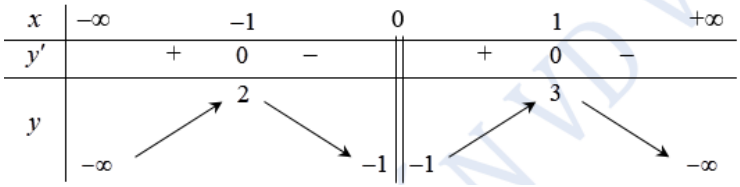
**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT}=0$ và đạt cực đại tại $x_{CD}=2$.

**Câu 15.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** Có ba điểm. **B.** Có hai điểm. **C.** Có một điểm. **D.** Có bốn điểm.

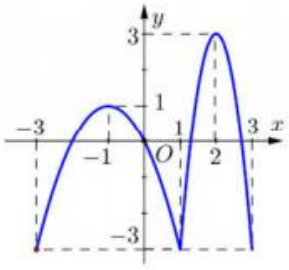
**Lời giải**

**Chọn B**

Từ BBT thấy rằng $y'$ đổi dấu khi qua $x=-1$ và $x=1$ nên $x=-1$ và $x=1$ là hai điểm cực trị.

Giá trị của hàm số tại $x=0$ không xác định nên $x=0$ không là điểm cực trị.

**Câu 16.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Trên đoạn $[-3;3]$ hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?




**A.** 4. **B.** 2.

**C.** 5. **D.** 3.

**Lời giải**

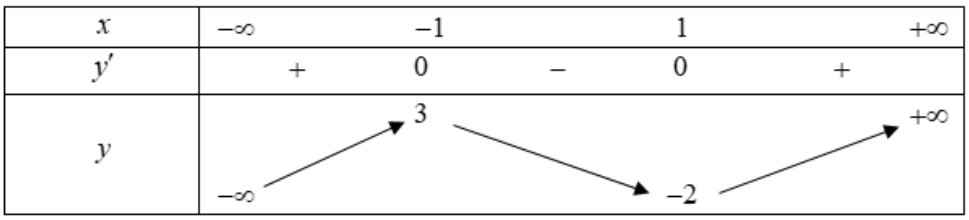
**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy, trên đoạn $[-3;3]$ hàm số có 3 điểm cực trị.

***Nhận xét:*** Đây là một bài toán xác định số điểm cực trị dựa vào đồ thị.

***Phương pháp:*** Hàm số đạt cực trị tại điểm $x_0$ khi qua điểm $x_0$ đồ thị hàm số thay đổi chiều biến thiên.

**Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Gọi $D$ là giá trị cực đại và $d$ là giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$. Tính giá trị $D-d$.




**A.** $-5$. **B.** 5. **C.** $-2$. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

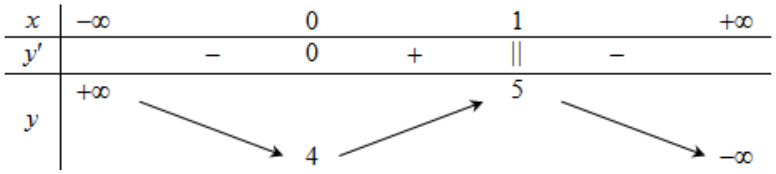
Từ bảng biến thiên trên ta thấy:

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $D=3$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là $d=-2$

Suy ra $D-d=3-(-2)=5$.

**Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $y_{CT}=0$. **B.** $x_{CT}=4$.

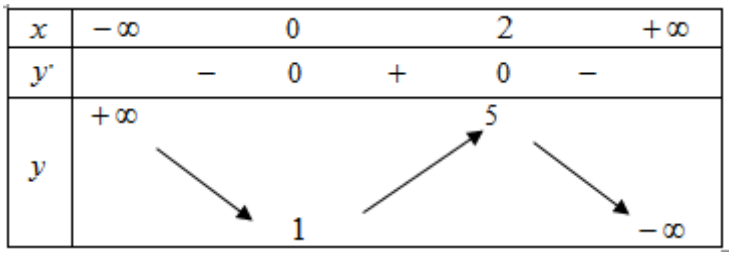
**C.** $y_{CĐ}=5$. **D.** Hàm số có một điểm cực trị.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ BBT suy ra giá trị cực đại của hàm số bằng $5$ đạt được tại $x=1$ (đạo hàm không xác định).

**Câu 19.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là

**A.** $y=-2x+1$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=3x-1$. **D.** $y=2x+1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hai điểm cực trị của đồ thì hàm số là $A(0;1)$, $B(2;5)$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có có dạng $y=ax+b$ $(a\neq 0)$.

Thay tọa độ của hai điểm cực trị $A$ và $B$ vào phương trình trên ta được

$$\begin{cases}1=a.0+b\\5=a.2+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}.$$

Suy ra phương trình đường thẳng cần tìm: $y=2x+1$.

**Câu 20.** Hàm số $y=x^3-3x^2+3x-4$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $0$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Hàm số đã cho có đạo hàm không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên nó không có cực trị.

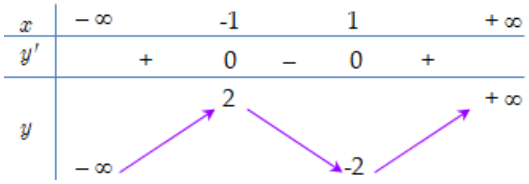
**Câu 21.** Cho hàm số $y=x^3-3x$. Tọa độ của điểm cực đại của đồ thị hàm số là

**A.** $(2;-2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $\left(3;\frac{2}{3}\right)$. **D.** $(1;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$$




Vậy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;2)$.

**Câu 22.** Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

**A.** $3$. **B.** $-20$. **C.** $7$. **D.** $-25$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=3x^2-6x-9$. Để $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Do hệ số $a>0$ nên hàm số bậc ba $y=x^3-3x-9+2$ đạt cực tiểu tại $x=3$; giá trị cực tiểu $y(3)=-25$.

**Câu 23.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $M(0;0)$.

**B.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $M_1(-1;-1)$ và $M_2(1;-1)$.

**C.** Hàm số không có cực trị.

**D.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $M_1(1;1)$ và $M_2(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y=x^4-2x^2 \Rightarrow y'=4x^3-4x \Rightarrow y''=12x^2-4$.

Khi đó $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Ta có $y''(0)=-4<0, y''(1)=y''(-1)=8>0$ nên đồ thị hàm số có hai điểm cực tiểu là $M_1(1;1)$ và $M_2(-1;1)$.

**Câu 24.** Chọn khẳng định đúng về hàm số $y=x^4-3x^3+2$.

**A.** Hàm số không có cực trị.

**B.** Số điểm cực trị của hàm số là $2$.

**C.** Số điểm cực trị của hàm số là $1$.

**D.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-27$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$y'=4x^3-9x^2=x^2(4x-9) \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{9}{4} \end{array}\right.$$

Đạo hàm chỉ đổi dấu qua điểm $x=\dfrac{9}{4}$ nên hàm số chỉ có một cực trị.

**Câu 25.** Tìm giá trị cực tiểu $y_{CT}$ của hàm số $y=-x^3+3x-4$.

**A.** $y_{CT}=-6$. **B.** $y_{CT}=-1$. **C.** $y_{CT}=-2$. **D.** $y_{CT}=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đạo hàm: $y'=-3x^2+3$.

Xét $y'=0 \Leftrightarrow -3x^2+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-6$ | $\nearrow$ | $-2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có giá trị cực tiểu là $y_{CT}=-6$.

**Câu 26.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là.

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right. .$$

| x | $-\infty$ | | 0 | | 1 | | 2 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | - | 0 | - | 0 | + | 0 | + | |

Dựa vào Bxd ta có $f'(x)$ đổi dấu 2 lần nên hàm số có 2 cực trị.

**Câu 27.** Hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=4ax^3+2bx$.

Với $a\neq 0$, phương trình $y'=0$ có tối đa 3 nghiệm phân biệt, suy ra $y'$ đổi dấu tối đa 3 lần.

Do đó, hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có tối đa 3 điểm cực trị.

**Câu 28.** Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

**A.** $y=2x^4-4x^2+1$. **B.** $y=(x^2+1)^2$.

**C.** $y=x^3-6x^2+9x-5$. **D.** $y=-x^4-3x^2+4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm $y=2x^4-4x^2+1$ là hàm trùng phương có $ab<0$ nên có 3 điểm cực trị.

**Câu 29.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+1)^2(x-2)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right. .$

Ta thấy các nghiệm $x=-1$, $x=2$ là các nghiệm bội chẵn nên đạo hàm chỉ đổi dấu khi đi qua $x=0$.

Vậy hàm số chỉ có một điểm cực trị.

**Câu 30.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-2)^4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là.

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+1)^2(x-2)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right. .$

Ta thấy các nghiệm $x=-1$, $x=2$ là các nghiệm bội chẵn nên hàm số có 1 cực trị.

**Câu 31.** Hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt cực trị tại các điểm nào sau đây ?

**A.** $x=0, x=2$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=\pm 1$. **D.** $x=0, x=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2-6x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

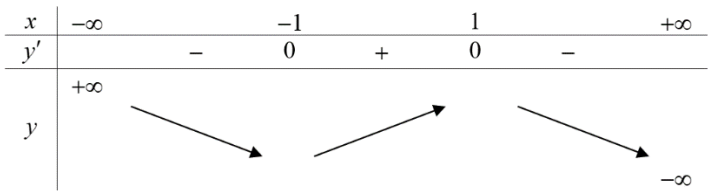
**Câu 32.** Điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+4$ là:

**A.** $x=-3$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=-3x^2+3 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=-1$.




Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $x=-1$là điểm cực tiểu của hàm số

**Câu 33.** Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=-2(x-1)^2(x+1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số $f(x)$.đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$.

**B.** Hàm số $f(x)$.đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

**C.** Hàm số $f(x)$.đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

**D.** Hàm số $f(x)$.đạt cực đại tại điểm $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2(x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Suy ra hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-1$.

**Câu 34.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?

**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. **B.** $y=-x^2+2x$. **C.** $y=2x^4+x^2$. **D.** $y=-x^4+3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Nhận xét:** Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ có $y'=\dfrac{5}{(x+2)^2}>0,\ \forall x\neq 1$ nên hàm số không có cực trị

**Câu 35.** Gọi $M$, $n$ lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$. Khi đó giá trị của biểu thức $M^2-2n$ bằng

**A.** 7. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đạo hàm $y'=\dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$; $y'=0 \Rightarrow x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y(-1)=1=m \\ y(-3)=-3=M \end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $0$ | | $0$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ $-3$ | $\searrow -\infty$ | $+\infty \searrow 1$ | $\nearrow +\infty$ |

Khi đó $M^2-2n=(-3)^2-2.1=7$.

**Câu 36.** Điểm cực tiểu của hàm số $y=x\sqrt{4-x^2}$ là

**A.** $x=-2\sqrt{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-\sqrt{2}$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định của hàm số là $D=[-2;2]$.

$y'=\sqrt{4-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}=\dfrac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$. Ta có $y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

| $x$ | $-2$ | | $-\sqrt{2}$ | | $\sqrt{2}$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ |
| $y$ | $0$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | $0$ |

Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x=-\sqrt{2}$

**Câu 37.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-3)^2(x+2)(\sqrt{x}-1)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện $x\ge 0$.

$f'(x)$ chỉ đổi dấu qua nghiệm $x=1$. Vậy số cực trị của $y=f(x)$ là 1.

**Câu 38.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-2)^3(x+3)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét $y'=0\Leftrightarrow f'(x)=x(x+1)^2(x-2)^3(x+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=2\\x=-3\end{array}\right.$

Nhận xét : tại $x=-1$ đây là nghiệm bội chẵn thì $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua điểm đó.

Do đó, hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 39.** Tìm tất cả tham số thực $m$ để hàm số $y=(m-1)x^4-(m^2-2)x^2+2019$ đạt cực tiểu tại $x=-1$

**A.** $m=0$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4(m-1)x^3-2(m^2-2)x$

$y''=12(m-1)x^2-2(m^2-2)$

+ Điều kiện cần : để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$

$$\Rightarrow\begin{cases}f'(-1)=0\\f''(-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4(m-1)+2(m^2-2)=0\\12(m-1)-2(m^2-2)>0\end{cases}\Leftrightarrow m=2$$

+ Điều kiện đủ : Với $m=2$ hàm số trở thành $y=x^4-2x^2+2019$

Có $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=1\end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $2018$ | ↗ | $2019$ | ↘ | $2018$ | ↗ | $+\infty$ |

Như vậy, hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

**Câu 40.** Giá trị của $m$ để hàm số $y=(m+1)x^4-2mx^2+2m+m^4$ đạt cực đại tại $x=2$ là

**A.** $m=\dfrac{4}{3}$. **B.** $m=-\dfrac{4}{3}$. **C.** $m=-\dfrac{3}{4}$. **D.** $\varnothing$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=4(m+1)x^3-4mx\Rightarrow y''=12(m+1)x^2-4m$

Để hàm số đạt cực đại tại $x=2$ thì $y'(2)=0\Rightarrow 32(m+1)-8m=0\Rightarrow m=-\dfrac{4}{3}$

Với $m=\dfrac{-4}{3}$ thì $y''(2)=12\left(-\dfrac{4}{3}+1\right).2^2-4\left(-\dfrac{4}{3}\right)<0$, suy ra $x=2$ là điểm cực đại.

**Câu 41.** Tìm giá trị của $m$ để hàm số $y=x^3-3mx^2+(2m+1)x-2$ đạt cực trị tại $x=1$.

**A.** $m=2$. **B.** Không tồn tại $m$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\begin{cases}y'=3x^2-6mx+(2m+1)\\y''=6x-6m\end{cases}$.

Hàm số đã cho đạt cực trị tại $x=1$ khi và chỉ khi $\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)\neq 0\end{cases}$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3.1^2-6m.1+(2m+1)=0\\6.1-6m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow m\in\varnothing.$$

Vậy không tồn tại giá trị $m$ thỏa đề bài.

**Câu 42.** Tìm điều kiện của tham số thực $m$ để hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2-3$ có 3 cực trị.

**A.** $m>0$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m\geq 0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-4(m+1)x$.

$YCBT \Leftrightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$.

**Câu 43.** Tìm tất cả tham số thực của $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}(m+2)x^3+x^2+\frac{1}{3}mx-2$ có cực đại, cực tiểu.

**A.** $m\in(-3;-2)\cup(-2;1)$. **B.** $m\in(-3;1)$.

**C.** $m\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **D.** $m\in(-2;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=(m+2)x^2+2x+\frac{1}{3}m$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ m+2\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}1-\frac{1}{3}m^2-\frac{2}{3}m>0\\ m\neq -2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3<m<1\\ m\neq -2\end{cases} \Leftrightarrow -3<m<-2$ hoặc $-2<m<1$.

**Câu 44.** Cho hàm số $y=(m+1)x^4-(m-1)x^2+1$. Số các giá trị nguyên của $m$ để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu là:

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ g(x)=2(m+1)x^2-(m-1)=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{m-1}{2(m+1)}\end{array}\right.(*)$

Vì hàm trùng phương luôn đạt cực trị tại điểm $x=0$ nên để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x=0$ và $m+1<0$. Tức là :

$\begin{cases}m+1<0\\ \frac{m-1}{2(m+1)}\leq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<-1\\ m\geq 1\end{cases}$, suy ra không tồn tại $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 45.** Hàm số $y=x^4+mx^2-m-5$ ($m$ là tham số) có 3 điểm cực trị khi các giá trị của $m$ là:

**A.** $4<m<5$. **B.** $m<0$. **C.** $m>8$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$.

**Câu 46.** Có bao nhiêu số thực $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-m+1)x+1$ đạt cực đại tại $x=1$.

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-m+1$

Ta có $y''=2x-2m$

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ nên ta có

$$\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2=0 \\ 2-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \vee m=2 \\ m>1 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$$

Thử lại với $m=2$ ta có $y''=2x-4 \Rightarrow y''(1)=-2<0$

Do đó Hàm số đạt cực đại tại $x=1$

**Câu 47.** Tìm tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x+2018$ không có cực trị.

**A.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 2$. **B.** $m\le -1$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $-1\le m\le 2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=x^2-2mx+m+2$

Để hàm số đã cho không có cực trị khi phương trình $y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép hay $\Delta'\le 0 \Leftrightarrow m^2-(m+2)\le 0 \Leftrightarrow -1\le m\le 2$.

**Câu 48.** Cho hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số có ba điểm cực trị.

**A.** $m\in(-\infty;-1)\cup[0;+\infty)$. **B.** $m\in(-1;0)$.

**C.** $m\in(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Để hàm số có ba điểm cực trị thì $(m+1)m>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>0 \end{array}\right.$. Vậy $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

**Câu 49.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=mx^4-m^3x^2+2018$ có ba điểm cực trị

**A.** $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ne 0$. **D.** Không tồn tại $m$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=4mx^3-2m^3x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow 4mx^3-2m^3x=0 \ (*)$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt, suy ra $m\ne 0$.

**Câu 50.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=mx^3-(m+1)x^2+\left(2m-\frac{2}{3}\right)x+1$ có cực trị.

**A.** $\left[\begin{array}{l} m<-\frac{1}{5} \\ m>1 \end{array}\right.$. **B.** $-\frac{1}{5}\le m\le 1$. **C.** $\begin{cases} -\frac{1}{5}<m<1 \\ m\ne 0 \end{cases}$. **D.** $-\frac{1}{5}<m<1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

* Nếu $m=0 \Rightarrow y=-x^2-\frac{2}{3}x+1$ là hàm số bậc hai nên luôn có cực trị.

* Nếu $m\ne 0$, ta có $y'=3mx^2-2(m+1)x+2m-\frac{2}{3}$.

$y'=0 \Leftrightarrow 3mx^2-2(m+1)x+2m-\frac{2}{3}=0$ ; $\Delta'=(m+1)^2-3m\left(2m-\frac{2}{3}\right)=-5m^2+4m+1$.

Do đó, hàm số có cực trị khi và chỉ khi $-5m^2+4m+1>0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}<m<1$. Suy ra: $\begin{cases} -\frac{1}{5}<m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}$.

* Kết hợp với trường hợp $m=0$ suy ra $-\frac{1}{5}<m<1$ là các giá trị cần tìm.

**Câu 51.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+2mx+m$ có cực đại, cực tiểu.

**A.** $m>\frac{3}{2}$. **B.** $m<-\frac{3}{2}$. **C.** $m<\frac{3}{2}$. **D.** $m\leq\frac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=x^3-3x^2+2mx+m$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y'=3x^2-6x+2m$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt, tức là $\Delta'_{y'}>0 \Leftrightarrow 9-6m>0 \Leftrightarrow m<\frac{3}{2}$.

**Câu 52.** Tìm m để hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(m^2-4)x$ đạt cực đại tại $x=1$

**A.** $m=1; m=-3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

$f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(m^2-4)x$

$f'(x)=x^2+2mx+(m^2-4)$

$f''(x)=2x+2m$

*Lý thuyết: Nếu* $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{cases} \Rightarrow y=f(x)$ *đạt cực đại tại* $x_0$

Xét $\begin{cases} f'(1)=0 \\ f''(1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+2m+m^2-4=0 \\ 2+2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3=0 \\ m+1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1(L) \\ m=-3(N) \end{array}\right.$

Vậy $m=-3$. Chọn C

**Câu 53.** Tìm điều kiện của $a$, $b$ để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu?

**A.** $a<0, b\leq 0$. **B.** $a>0, b\geq 0$. **C.** $a>0, b<0$. **D.** $a<0, b>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

* Ta có $f'(x)=4ax^3+2bx=2x(2ax^2+b)$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\frac{b}{2a} \end{array}\right.$.

* Hàm số có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu khi và chỉ khi $\begin{cases} a>0 \\ -\frac{b}{2a}\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b\geq 0 \end{cases}$.

**Câu 54.** Với giá trị nào của $m$ thì hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m-2$ nằm về hai phía so với trục hoành?

**A.** $m>3$. **B.** $-1<m<\sqrt{2}$. **C.** $m<3$. **D.** $2<m<3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=3x^2+6x+m$.

Hàm số có hai điểm cực đại và cực tiểu nên phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Do đó $\Delta'=9-3m>0\Leftrightarrow m<3$.

Gọi $x_1$, $x_2$ là điểm cực trị của hàm số và $y_1$, $y_2$ là các giá trị cực trị tương ứng.

Ta có: $y=x^3+3x^2+mx+m-2=y'.\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{2}{3}m-2\right)x+\frac{2}{3}m-2$ nên $y_1=k\left(x_1+1\right)$,

$y_2=k\left(x_2+1\right)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y_1.y_2<0$

$\Leftrightarrow k^2\left(x_1+1\right)\left(x_2+1\right)<0\Leftrightarrow x_1x_2+x_1+x_2+1<0\Leftrightarrow \frac{m}{3}-2+1<0\Leftrightarrow m<3$.

Vậy $m<3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 55.** Tìm các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

**A.** $m=1, m=5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-4,\ y''=2x-2m.$

Để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$ thì

$$\begin{cases}y'(3)=0\\ y''(3)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+5=0\\ 6-2m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=5\\ m=1\end{array}\right.\Leftrightarrow m=5.\\ 3<m\end{cases}$$

**Câu 56.** Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^3+\left(m+1\right)x^2+\left(m^2+4m+3\right)x-3$, ($m$ là tham số thực). Tìm điều kiện của $m$ để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung.

**A.** $-5<m<-1$. **B.** $-5<m<-3$. **C.** $-3<m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>-1\\ m<-5\end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=2x^2+2\left(m+1\right)x+\left(m^2+4m+3\right)$.

Yêu cầu bài toán được thỏa mãn $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(m+1\right)^2-2\left(m^2+4m+3\right)>0\\ -\left(m+1\right)>0\\ \frac{m^2+4m+3}{2}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in\left(-5;-1\right)\\ m<-1\\ m\in\left(-\infty;-3\right)\cup\left(-1;+\infty\right)\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left(-5;-3\right).$$

**Câu 57.** Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+\left(2m+3\right)x^2+m^2x-2m+1$ không có cực trị khi và chỉ khi

**A.** $\left[\begin{array}{l} m\le -3 \\ m\ge -1 \end{array}\right.$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m\ge -3$. **D.** $-3\le m\le -1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=x^2+2\left(2m+3\right)x+m^2$.

Hàm số đã cho không có cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta'\le 0\Leftrightarrow 3m^2+12m+9\le 0\Leftrightarrow -3\le m\le -1$.

**Câu 58.** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^4+mx^2+m-2$ chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

**A.** $m\le -1$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $-1<m<\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}<m\le 0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Trường hợp 1:** $m^2-1=0\Leftrightarrow m=\pm 1$, hàm số đã cho trở thành hàm số bậc hai.
Để đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có cực tiểu thì $m<0$, do đó $m=-1$, thỏa mãn.

**Trường hợp 2:** $m^2-1\ne 0\Leftrightarrow m\ne \pm 1$, hàm số đã cho là hàm trùng phương dạng $y=ax^4+bx^2+c$.

Để đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu thì $\left\{\begin{array}{l} a<0 \\ ab\ge 0 \end{array}\right.$.

Do đó ta có $\left\{\begin{array}{l} m^2-1<0 \\ \left(m^2-1\right).m\ge 0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -1<m<1 \\ m\le 0 \end{array}\right.\Leftrightarrow -1<m\le 0$.

Vậy với $-1\le m\le 0$ thì đồ thị hàm số đã cho chỉ có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu.

**Câu 59.** Cho hàm số $y=-2x^3+\left(2m-1\right)x^2-\left(m^2-1\right)x+2$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**A.** 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=-6x^2+2\left(2m-1\right)x-\left(m^2-1\right)$.

Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=-2m^2-4m+7>0\Leftrightarrow -1,8\approx \frac{2-\sqrt{32}}{2}<m<\frac{2+\sqrt{32}}{2}\approx 3,8$; $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{-1;0;1;2;3\right\}$

Vậy có tất cả năm giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**Câu 60.** Có bao nhiêu số nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2-mx+4$ có hai điểm cực trị thuộc khoảng $\left(-3;3\right)$.

**A.** 12. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-6x-m$

Hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-3;3)$ khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\in(-3;3)$.

$\Leftrightarrow 3x^2-6x-m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\in(-3;3)$.

$\Leftrightarrow m=3x^2-6x$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\in(-3;3)$.

Xét hàm số $f(x)=3x^2-6x$.

Ta có $f'(x)=6x-6$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

| $x$ | $-3$ | | $1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $45$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $9$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-3<m<9$.

Vậy $m\in\{-2;-1;0;...;8\}$.

**Câu 61.** Với tất cả giá trị thực nào của tham số $m$ thì hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ chỉ có một cực trị:

**A.** $m\geq 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\leq 0 \\ m\geq 1 \end{array}\right.$. **C.** $0\leq m\leq 1$. **D.** $m\leq 0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

* Nếu $m=0$ thì $y=-x^2+1$ là hàm bậc hai nên chỉ có duy nhất một cực trị.

* Khi $m\neq 0$, ta có: $y'=4mx^3+2(m-1)x=2x\left[2mx^2+(m-1)\right]; y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\dfrac{1-m}{2m} \end{array}\right.$.

Để hàm số có một cực trị khi $\dfrac{1-m}{2m}\leq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\geq 1 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $\left[\begin{array}{l} m\leq 0 \\ m\geq 1 \end{array}\right.$.

**Câu 62.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=(m-1)x^4+mx^2+2017$ $(1)$ có đúng một cực trị và là cực tiểu.

**A.** $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in[1;+\infty)$. **C.** $m\in(0;1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $m\in[0;1]$.

**Lời giải**

**Chọn B**

TH1: $a=0\Leftrightarrow m=1\Rightarrow(1)\Leftrightarrow y=x^2+2017$ có 1 cực tiểu.

TH2: $a\neq 0\Leftrightarrow m\neq 1$. Hàm số có đúng 1 cực tiểu $\Leftrightarrow\begin{cases} a>0 \\ b\geq 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m-1>0 \\ m\geq 0 \end{cases}\Leftrightarrow m>1$.

**Câu 63.** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+3(m^2-1)x-3m^2-1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu nằm bên trái đường thẳng $x=2$?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y=-x^3+3x^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2-1 \Rightarrow y'=-3x^2+6x+3\left(m^2-1\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1-m \\ x=1+m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu nằm bên trái đường thẳng $x=2$ thì

$\left\{\begin{array}{l} m\neq 0 \\ 1+m<2 \\ 1-m<2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq 0 \\ m<1 \\ m>-1 \end{array}\right.$.

Vậy không có giá trị nguyên nào của $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 64.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\left(m+1\right)x^4-mx^2+\dfrac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

**A.** $m<-1$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $m>1$. **D.** $-1\le m<0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$. Khi đó $y=x^2+\dfrac{3}{2} \Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x=0$) mà không có cực đại $\Rightarrow m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m+1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có:

$y'=4\left(m+1\right)x^3-2mx=4\left(m+1\right)x\left[x^2-\dfrac{m}{2\left(m+1\right)}\right]$.

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow y'$ có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang dương khi $x$ đi qua nghiệm này $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 4\left(m+1\right)>0 \\ \dfrac{m}{2\left(m+1\right)}\le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -1<m\le 0$.

Kết hợp những giá trị $m$ tìm được, ta có $-1\le m\le 0$.

**Câu 65.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\left(m-1\right)^2x^4-\left(m^2-2020m\right)x^2+3$ có đúng một điểm cực trị?.

**A.** 2020. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2022.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Trường hợp 1:** $\left(m-1\right)^2=0 \Leftrightarrow m=1$, hàm số đã cho trở thành hàm số bậc hai nên thỏa mãn.

**Trường hợp 2:** $\left(m-1\right)^2\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 1$, hàm số đã cho là hàm trùng phương dạng $y=ax^4+bx^2+c$.

Hàm số có đúng một điểm cực trị $\Leftrightarrow ab\ge 0 \Leftrightarrow \left(m-1\right)^2\left[-\left(m^2-2020m\right)\right]\ge 0$

$\Rightarrow \left(m^2-2020m\right)\le 0 \Rightarrow m\in\left[0;1\right)\cup\left(1;2020\right]$. (do $m\neq 1$)

Kết hợp cả hai trường hợp ta có $m\in\left[0;2020\right]$ mà $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\left\{0;1;2...;2020\right\}$.

Vậy có 2021 giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.

**Câu 66.** Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2-(2m-1)x+m+2$, $m$ là tham số. Biết hàm số có hai điểm cực trị $x_1, x_2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x_1^2+x_2^2-10(x_1+x_2)$.

**A.** 78. **B.** $-18$. **C.** 1. **D.** $-22$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $f'(x)=x^2-2(m+1)x-2m+1$.

Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ khi và chỉ khi phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$

$\Leftrightarrow \Delta'=m^2+4m>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-4 \end{array}\right.$.

Theo đinh lí Vi-et ta có $x_1+x_2=2(m+1)$, $x_1x_2=1-2m$.

$T=x_1^2+x_2^2-10(x_1+x_2)=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-10(x_1+x_2)$.

$\Rightarrow T=4m^2-8m-18=4(m-1)^2-22\geq -22, \forall m\in\mathbb{R}$.

Vậy $\min T=-22 \Leftrightarrow m=1$.

**Câu 67.** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+mx-1$, tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$.

**A.** $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f'(x)=3x^2-6x+m$.

Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ khi và chỉ khi phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 9-3m>0 \Leftrightarrow m<3$.

Theo định lí Vi-et, ta có $x_1+x_2=2$, $x_1.x_2=\frac{m}{3}$.

Theo bài ra $x_1^2+x_2^2=3 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=3 \Leftrightarrow 2^2-2\frac{m}{3}=3 \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$ (thỏa mãn).

**Câu 68.** Cho hàm số $y=x^3-3m^2x+m$, ($m$ là tham số thực). Giá trị của $m$ để trung điểm của hai điểm cực trị của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng $d: y=1$ là

**A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^2-3m^2$;

$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-3m^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=m & \Rightarrow y=-2m^3+m \\ x=-m & \Rightarrow y=2m^3+m \end{array}\right.$.

Để hàm số có hai đểm cực trị cần có $m\neq -m \Leftrightarrow m\neq 0$.

Trung điểm $I$ của hai điểm cực trị có tọa độ $(0;m)$.

Vì $I\in d \Rightarrow m=1$ (thỏa mãn).

**Câu 69.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị là các đỉnh của một tam giác có diện tích bằng $4$.

**A.** $m=\pm\sqrt[5]{16}$. **B.** $m=\sqrt[5]{4}$. **C.** $m=\sqrt[5]{16}$. **D.** $m=\pm\sqrt[5]{4}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=4x^3-4mx$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$. Khi đó các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A\left(0;2m+m^4\right)$, $B\left(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$ và $C\left(\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$.

Gọi $H$ là trung điểm của $BC$. Khi đó $H\left(0;m^4-m^2+2m\right)$.

Ta có: $S_{ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}\sqrt{\left(-m^2\right)^2}.\sqrt{\left(2\sqrt{m}\right)^2}=m^2\sqrt{m}=4\Leftrightarrow m^5=16\Leftrightarrow m=\sqrt[5]{16}$ (thỏa mãn).

Vậy $m=\sqrt[5]{16}$.

**Câu 70.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\left(m+1\right)x^4+2\left(m-2\right)x^2+1$ có ba điểm cực trị.

**A.** $-1<m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $-1\le m\le 2$. **D.** $m<-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=4\left(m+1\right)x^3+4\left(m-2\right)x=4x\left(\left(m+1\right)x^2+m-2\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\\left(m+1\right)x^2+m-2=0\end{array}\right.$.

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\frac{2-m}{m+1}>0\Leftrightarrow-1<m<2$.

**Câu 71.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn $1$.

**A.** $m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **D.** $m>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=4x^3-4mx$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$.

Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $O\left(0;0\right)$, $B\left(-\sqrt{m};-m^2\right)$, $C\left(\sqrt{m};-m^2\right)$.

$B$, $C$ đối xứng với nhau qua trục $Oy$ nên tam giác $OBC$ cân tại $O$.

Gọi $I$ là trung điểm của $BC\Rightarrow I\left(0;-m^2\right)$.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}OI.BC=\frac{1}{2}\left|-m^2\right|.2\sqrt{m}<1\Leftrightarrow 0<m<1$.

**Câu 72.** Gọi $m_1$, $m_2$ là các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+m-1$ có hai điểm cực trị là $B$, $C$ sao cho tam giác $OBC$ có diện tích bằng $2$, với $O$ là gốc tọa độ. Tính $m_1m_2$.

**A.** $-15$. **B.** $12$. **C.** $6$. **D.** $-20$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=6x^2-6x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow B(0;m-1)\\ x=1\Rightarrow C(1;m-2)\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{OB}=(0;m-1)\\ \overrightarrow{OC}=(1;m-2)\end{array}\right.$

$\Rightarrow S_{OBC}=\frac{1}{2}\left|0.(m-2)-(m-1).1\right|=\frac{1}{2}|m-1|$.

Theo giả thiết $S_{OBC}=2\Rightarrow\frac{1}{2}|m-1|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=5\\ m=-3\end{array}\right.\Rightarrow m_1m_2=-15$.

**Câu 73.** Cho hàm số $y=mx^4-(2m+1)x^2+1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số có một điểm cực đại?

**A.** $-\frac{1}{2}\le m\le 0$ **B.** $m\ge-\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{1}{2}\le m<0$ **D.** $m\le-\frac{1}{2}$

**Lời giải**

**Chọn B**

Với $m=0$, $y=-x^2+1$ là một parabol có một điểm cực đại.

Với $m\neq 0$, $y'=4mx^3-2(2m+1)x=2x\left(2mx^2-2m-1\right)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=\frac{2m+1}{2m}\end{array}\right.$.

Hàm số $y=mx^4-(2m+1)x^2+1$ là hàm trùng phương, khi đó hàm số có một điểm cực đại khi và chỉ khi $m>0$ và phương trình $y'=0$ có ba nghiệm hoặc $m<0$ phương trình $y'=0$ có một nghiệm.

Trường hợp 1: $m>0$ và phương trình $y'=0$ có ba nghiệm $\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m>0\\ \frac{2m+1}{2m}>0\end{array}\right.\Leftrightarrow m>0$.

Trường hợp 2: $m<0$ phương trình $y'=0$ có một nghiệm $\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m<0\\ \frac{2m+1}{2m}\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow-\frac{1}{2}\le m<0$.

Vậy với $m\ge-\frac{1}{2}$ thì hàm số có một điểm cực đại.

**Câu 74.** Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-\frac{m}{2}x^2-m^2x+2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A$, $B$ sao cho ba điểm $O$, $A$, $B$ thẳng hàng, trong đó $O$ là gốc tọa độ.

**A.** $m=0$ **B.** $m=\sqrt{3}$ **C.** $m=\sqrt[3]{24}$ **D.** $m=\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $y'=2x^2-mx-m^2$, hàm số có hai cực trị khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ $\Leftrightarrow\Delta=9m^2>0\Leftrightarrow m\neq 0$. Khi đó $x_1=m$, $x_2=-\frac{m}{2}$

$\Rightarrow A\left(m;-\frac{5}{6}m^3+2\right)$, $B\left(-\frac{m}{2};\frac{7}{24}m^3+2\right)$, $\overrightarrow{OA}=\left(m;-\frac{5}{6}m^3+2\right)$, $\overrightarrow{OB}=\left(-\frac{m}{2};\frac{7}{24}m^3+2\right)$

Ta có ba điểm $O$, $A$, $B$ thẳng hàng khi $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ cùng phương $\Rightarrow \dfrac{m}{-\dfrac{m}{2}} = \dfrac{-\dfrac{5}{6}m^3+2}{\dfrac{7}{24}m^3+2}$

$\Leftrightarrow -2\left(\dfrac{7}{24}m^3+2\right) = -\dfrac{5}{6}m^3+2 \Leftrightarrow m^3 = 24 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{24}$.

**Câu 75.** Số nguyên bé nhất của tham số $m$ sao cho hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị là

**A.** $-2$ **B.** 2 **C.** 5 **D.** 0

**Lời giải**

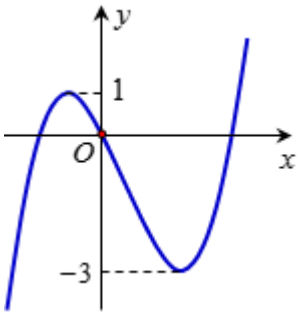
**Chọn B**

Hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $y = f(x) = x^3 - 2mx^2 + 5x - 3$ có hai điểm cực trị dương $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt (trong đó $f'(x) = 3x^2 - 4mx + 5$).

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 15 > 0 \\ \dfrac{4m}{3} > 0 \\ \dfrac{5}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \sqrt{\frac{15}{4}}.$$

Do đó, giá trị nguyên bé nhất của tham số $m$ sao cho hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị là 2.

**Câu 76.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.




Tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị là

**A.** $m = -1$ hoặc $m = 3$.

**B.** $1 \le m \le 3$.

**C.** $m \le -1$ hoặc $m \ge 3$.

**D.** $m \le -3$ hoặc $m \ge 1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1:** Ta có $y = |f(x) + m| = \sqrt{(f(x) + m)^2}$ ; $y' = \dfrac{f'(x).(f(x) + m)}{\sqrt{(f(x) + m)^2}}$.

Để tìm cực trị của hàm số $y = |f(x) + m|$, ta tìm $x$ thỏa mãn $y' = 0$ hoặc $y'$ không xác định

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} f'(x) = 0 & (1) \\ f(x) = -m & (2) \end{bmatrix}.$$

Dựa vào đồ thị ta có $(1)$ có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ trái dấu. Vậy để đồ thị hàm số có 3 cực trị thì $(2)$ có một nghiệm khác $x_1$, $x_2$.

Dựa vào đồ thị ta có điều kiện: $\begin{bmatrix} -m \ge 1 \\ -m \le -3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m \le -1 \\ m \ge 3 \end{bmatrix}$.

**Cách 2:** Đồ thị hàm $f(x)+m$

$+)\, m>0$ thì tịnh tiến đồ thị của hàm $f(x)$ lên trên so với trục $Oy$ $m$ đơn vị

$+)\, m<0$ thì tịnh tiến đồ thị của hàm $f(x)$ xuống dưới so với trục $Oy$ $|m|$ đơn vị

+) Đồ thị $|f(x)+m|$ là gồm phần đồ thị trên $Ox$ và phần đồ thị đối xứng của phần dưới trục $Ox$ lên trên trục $Ox$ . Để $|f(x)+m|$ có 3 cực trị thì hai điểm cực trị của $f(x)+m$ nằm cùng phía so với $Ox$ nên ta có $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.

**Câu 77.** Tìm tất cả giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-8m^2x^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $64$ là

**A.** $m=\sqrt[3]{2}$; $m=-\sqrt[3]{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$; $m=-\sqrt{2}$. **C.** $m=2$; $m=-2$. **D.** $m=\sqrt[5]{2}$; $m=-\sqrt[5]{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có đạo hàm $y'=4x^3-16m^2x$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 2m\end{array}\right.$$

Do đó với điều kiện $m\neq 0$ hàm số có 3 cực trị tạo thành tam giác cân $ABC$ với $A(0;1)$, $B(2m;-16m^4+1)$ và $C(-2m;-16m^4+1)$. Gọi $H$ là trung điểm của $BC$ $\Rightarrow H(0;-16m^4+1)$

Ta có $BC=|4m|$, chiều cao $AH=16m^4$.Theo đề bài thì

$$S_{\Delta ABC}=64\Leftrightarrow\frac{1}{2}|4m|16m^4=64\Leftrightarrow|m|^5=2\Leftrightarrow m=\pm\sqrt[5]{2}.$$

**Câu 78.** Tập hợp các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-1$ đạt cực trị tại các điểm $x_1$ và $x_2$ thỏa mãn $x_1<-1<x_2$ là

**A.** $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2+12x+3(m+2)$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+4x+m+2=0$ $(*)$.

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1$ và $x_2$ thỏa mãn $x_1<-1<x_2\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$ và $x_2$ thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1)<0\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=4-(m+2)>0\\x_1x_2+x_1+x_2+1<0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\m<1\end{cases}\Leftrightarrow m<1.$$

**Câu 79.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

**A.** $m=1$. **B.** $m=\sqrt[3]{3}$. **C.** $m=\frac{\sqrt[3]{6}}{2}$. **D.** $m=\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=4x^3-4mx$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0$

Gọi tọa độ của 3 điểm cực trị là :

$A\left(0;2m+m^4\right);B\left(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right);C\left(\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$

Ta thấy $\Delta ABC$ cân tại $A$ nên $\Delta ABC$ đều $\Leftrightarrow AB=BC\Leftrightarrow\sqrt{\left(\sqrt{m}\right)^2+\left(m^2\right)^2}=2\sqrt{m}$.

$\Leftrightarrow m+m^4=4m\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\sqrt[3]{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow m=\sqrt[3]{3}\left(do\ m>0\right)$.

**Câu 80.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^4+\left(m+1\right)x^2-2m-1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có một góc bằng 120°

**A.** $m=-1-\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$.  **B.** $m=-1-\frac{2}{\sqrt[3]{3}},m=-1$.

**C.** $m=\frac{-1}{\sqrt[3]{3}}$.  **D.** $m<-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=4x^3+2\left(m+1\right)x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-\frac{m+1}{2}\end{array}\right.$

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m<-1$. Hàm số có ba cực trị:

$A\left(0;-2m-1\right),B\left(\sqrt{\frac{-m-1}{2}};\frac{-m^2-10m-5}{4}\right),C\left(-\sqrt{\frac{-m-1}{2}};\frac{-m^2-10m-5}{4}\right)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{\frac{-m-1}{2}};\frac{-m^2-2m-1}{4}\right),\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{\frac{-m-1}{2}};\frac{-m^2-2m-1}{4}\right)$, nên

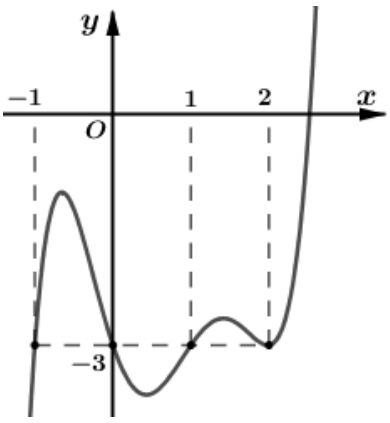
$AB^2=AC^2=\left(\frac{m+1}{2}\right)^4=\frac{m+1}{2}$

Tam giác ABC cân tại A do đó tam giác này có một góc bằng 120° khi

$\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{AB.AC}=-\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2\left(\left(\frac{m+1}{2}\right)^4=\frac{m+1}{2}\right)=\frac{m+1}{2}-\left(\frac{m+1}{2}\right)^4\Leftrightarrow m=-1-\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$

**Câu 81.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+3x$ có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** 2.  **B.** 3.

**C.** 4.  **D.** 7.

**Lời giải.**

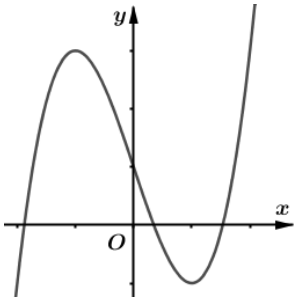
**Chọn B.**

Ta có $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)+3;\ \ g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=-3.$

Suy ra số nghiệm của phương trình $g'\left(x\right)=0$ chính là số giao điểm giữa đồ thị của hàm số $f'\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-3$.

Dựa vào đồ thị ta suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$. Ta thấy $x=-1,\ x=0,\ x=1$ là các nghiệm đơn và $x=2$ là nghiệm kép nên đồ thị hàm số $g(x)=f(x)+3x$ có 3 điểm cực trị. **Chọn B.**

**Câu 82.** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới




Hỏi hàm số $g(x)=f(|x|)+2020$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

**Lời giải.**

**Chọn C.**

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ dương (và 1 điểm có hoành độ âm)

$\longrightarrow f(x)$ có 2 điểm cực trị dương.

$\longrightarrow f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

$\longrightarrow f(|x|)+2020$ có 5 điểm cực trị với mọi $m$ (vì tịnh tiến lên trên hay xuống dưới không ảnh hưởng đến số điểm cực trị của hàm số). **Chọn C.**

**Câu 83.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $f(-1)$ | ↘ | $f(3)$ | ↗ | $+\infty$ |

Hỏi số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(|x|)\right|$ nhiều nhất là bao nhiêu?

**A.** 5. **B.** 7. **C.** 11. **D.** 13.

**Lời giải.**

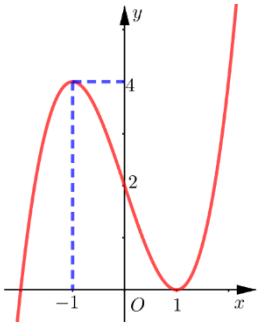
**Chọn B.**

Ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu nằm bên phải trục tung nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại tối đa 2 điểm có hoành độ dương. Khi đó

- Đồ thị hàm số $f(|x|)$ cắt trục hoành tối đa 4 điểm.
- Hàm số $f(|x|)$ có 3 điểm cực trị.

Suy ra hàm số $g(x)=\left|f(|x|)\right|$ sẽ có tối đa 7 điểm cực trị.

**Câu 84.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:




Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)-5x$ là:

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

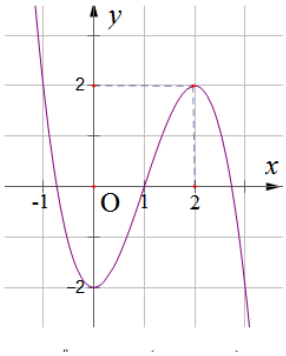
**Chọn D**

Ta có: $y'=f'(x)-5;\ y=0\Leftrightarrow f'(x)=5$.

Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình $f'(x)=5$ có nghiệm duy nhất và đó là nghiệm đơn.

Vậy hàm số $y=f(x)-5x$ có một điểm cực trị.

**Câu 85.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(x)+x$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực đại và bao nhiêu điểm cực tiểu?




**A.** Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**B.** Hàm số không có điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

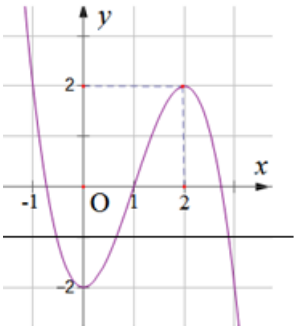
**C.** Hàm số có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

**D.** Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ nên $g(x)=f(x)+x$ cũng có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $g'(x)=f'(x)+1;\ g'(x)=0\ \Leftrightarrow f'(x)=-1$.



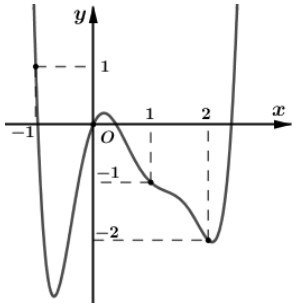

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có $\forall x\in[1;4]$ có ba nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ và $x_3$ với $x_1<x_2<x_3$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $x_3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | + | 0 | − | 0 | + | 0 | − | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $g(x_1)$ | ↘ | $g(x_2)$ | ↗ | $g(x_3)$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**Câu 86.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x)=2f(x)+x^2$ đạt cực tiểu tại điểm nào trong các điểm dưới đây?



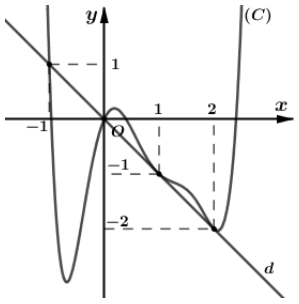

**A.** 2. **B.** $-1$.

**C.** $x=0$. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $g'(x)=2f'(x)+2x;\quad g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=-x.$



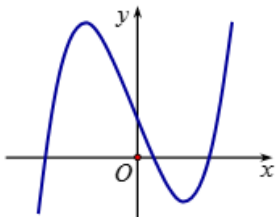

Suy ra số nghiệm của phương trình $g'(x)=0$ chính là số giao điểm giữa đồ thị của hàm số $f'(x)$ và đường thẳng $y=-x$.

Dựa vào đồ thị ta suy ra $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ |
| $g$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↗ | |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

**Câu 87.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



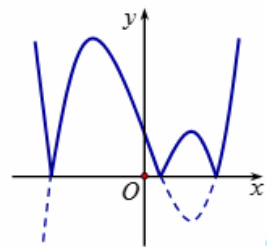

**A.** 5. **B.** 3.

**C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

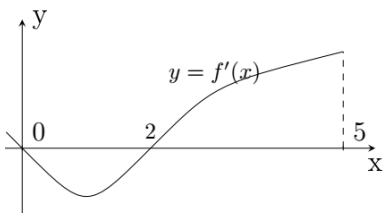
**Chọn A**

Ta có đồ thị hàm $y=|f(x)|$ như hình vẽ sau: ( đường liền nét)




Từ đồ thị ta thấy ngay đồ thị hàm số có năm điểm cực trị.

**Câu 88.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Tính số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2)$ trên khoảng $(-\sqrt{5};\sqrt{5})$.




**A.** 2. **B.** 5.

**C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

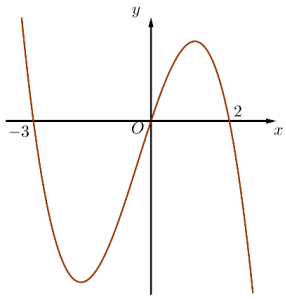
$$g(x)=f(x^2)\Rightarrow g'(x)=2x.f'(x^2)\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Ta thấy $x=0$ là nghiệm bội 3.

| x | $-\infty$ | | $-\sqrt{2}$ | | 0 | | $\sqrt{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| g'(x) | | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | |

Vậy đồ thị có 3 điểm cực trị.

**Câu 89.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(6-x^2)$ là




**A.** 4.
**B.** 3.
**C.** 1.
**D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=-2x\,f'(6-x^2)$.

$$y'<0\Leftrightarrow x.f'(6-x^2)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\f'(6-x^2)>0\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\f'(6-x^2)<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\2<x<\sqrt{6}\\-3<x<-\sqrt{6}\\-2<x<0\end{array}\right.$$

$$y'>0\Leftrightarrow x.f'(6-x^2)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\f'(6-x^2)<0\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\f'(6-x^2)>0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-3\\-\sqrt{6}<x<-2\\0<x<2\\\sqrt{6}<x<3\end{array}\right.$$

| x | $-\infty$ | $-3$ | $-\sqrt{6}$ | $-2$ | 0 | 2 | $\sqrt{6}$ | 3 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | + | 0 | − 0 | + | 0 | − | 0 + 0 | − 0 | + 0 − |
| y | ↗ | | ↘ ↗ | | ↘ | | ↗ ↘ | | ↗ ↘ |

Suy ra hàm số có 7 cực trị.

**Câu 90.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(x-4)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f(3-x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2 **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có : $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-1=0\\x-4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=4\end{array}\right.$

$g(x)=f(3-x)\Leftrightarrow g'(x)=-f'(3-x)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-x=1\\3-x=-1\\3-x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=4\\x=-1\end{array}\right.$

$g'(x)=0$ có 3 nghiệm đơn nên hàm số $g(x)=f(3-x)$ có 3 điểm cực trị.

**Câu 91.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $y=f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | | $1$ | | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |

Hỏi hàm số $g(x)=f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $g'(x)=(2x-2).f'(x^2-2x)$.

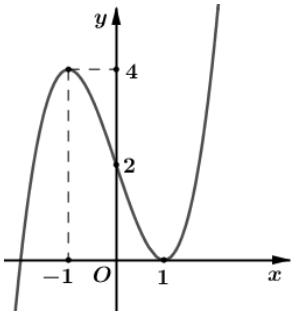
Suy ra: $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x=-2\\x^2-2x=1\\x^2-2x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=1\pm\sqrt{2}(nghiem\,kep)\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g'(x)$

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | | $1-\sqrt{2}$ | | $1$ | | $1+\sqrt{2}$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g$ | | ↗ | | ↘ | | | ↗ | | | ↘ | | |

Đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương 1 lần nên hàm số đã cho có 1 điểm cực tiểu (tại $x=1$).

**Câu 92.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x-2017)-2018x+2019$ là




**A.** 1.
**B.** 2.
**C.** 3.
**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

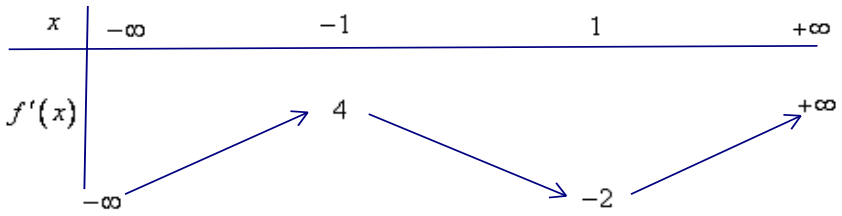
Ta có $g'(x)=f'(x-2017)-2018$; $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x-2017)=2018$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra đồ thị hàm số $y=f'(x-2017)$ là đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tịnh tiến qua phải 2017 đơn vị.

Vậy phương trình $f'(x-2017)=2018$ có 1 nghiệm đơn duy nhất.

Suy ra hàm số $g(x)$ có 1 điểm cực trị.

**Câu 93.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau




Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ là

**A.** 4. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có : $y'=2\left(x+1\right)f'\left(x^2+2x\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow 2\left(x+1\right)f'\left(x^2+2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\f'\left(x^2+2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x^2+2x=a\\x^2+2x=b\\x^2+2x=c\end{array}\right.$$

với $a\in\left(-\infty;-1\right);\ b\in\left(-1;1\right);c\in\left(1;+\infty\right)$

+) Xét phương trình : $x^2+2x=a$ với $a\in\left(-\infty;-1\right)\Rightarrow$Phương trình vô nghiệm.

+) Xét phương trình : $x^2+2x=b$ với $b\in\left(-1;1\right)\Rightarrow$Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác $-1$.

+) Xét phương trình : $x^2+2x=c$ với $c\in\left(1;+\infty\right)\Rightarrow$Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác $-1$

Vậy hàm số có 5 điểm cực trị.

**Câu 94.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Tổng giá trị tất cả các điểm cực trị hàm số $y=f\left(x-2019\right)+2020$ là

**A.** 2021. **B.** 6080. **C.** 2. **D.** 4040.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y=g\left(x\right)=f\left(x-2019\right)+2020\rightarrow y'=g'\left(x\right)=f'\left(x-2019\right).$

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x-2019\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2019=0\\x-2019=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2019\\x=2021\end{array}\right.$$

Như vậy, phương trình $g'\left(x\right)=0$ có tất cả 2 nghiệm đơn phân biệt.

Suy ra tổng giá trị tất cả các điểm cực trị của hàm số bằng 4040.

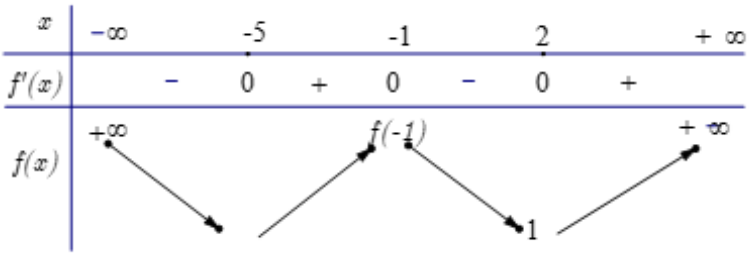
**Câu 95.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'\left(x\right)=\left(x-2\right)\left(x+5\right)\left(x+1\right)$ và $f\left(2\right)=1$. Hàm số $g\left(x\right)=\left[f\left(x^2\right)\right]^2$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ giả thiết ta có $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-5\\x=-1\end{array}\right.$

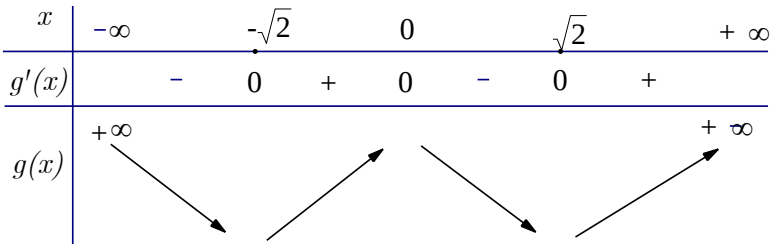



Từ BBT suy ra $f(x)>0,\ \forall x\ge 0$ nên $f(x^2)>0,\forall x\in\mathbb{R}$

Xét hàm số $g(x)=\left[f(x^2)\right]^2$

$g'(x)=\left(\left(f(x^2)\right)^2\right)'=4x.f(x^2)f'(x^2)=4x(x^2-2)(x^2+5)(x^2+1)f(x^2)$

Xét $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$




Từ BBT trên suy ra hàm số $g(x)=\left[f(x^2)\right]^2$ có ba điểm cực trị.

**Câu 96.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $y=f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | | $1$ | | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |

Hỏi hàm số $g(x)=f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải.**

**Chọn A**

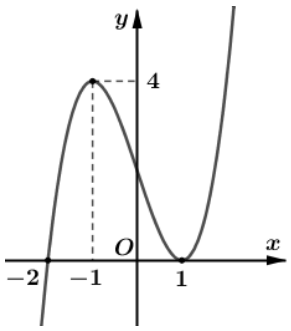
Ta có $g'(x)=(2x-2)f'(x^2-2x)$;

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\f'(x^2-2x)=0\end{array}\right.\xleftrightarrow{\text{theo BBT } f'(x)}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x=-2\\x^2-2x=1(\text{nghiem kep})\\x^2-2x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=1\pm\sqrt{2}(\text{nghiem kep})\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$$

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | | $1-\sqrt{2}$ | | $1$ | | $1+\sqrt{2}$ | | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $g$ | | | | | | | | | | | |

Dựa vào bảng biến thiên hàm số có 1 điểm cực tiểu.

**Câu 97.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)<0$, đồng thời đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f^2(x)$ là




**A.** 1. **B.** 2.
**C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải.**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị, ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\quad(\text{nghiem kep})\end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | | $0$ | | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $+$ | $0$ | $+$ |
| $f$ | $+\infty$ | ↘ | | ↗ | | ↗ | $y=0$ |
| | | | | $f(0)$ | | | |

Xét $g'(x)=2f'(x)f(x)$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=0\end{array}\right.\xleftrightarrow{\text{theo BBT } f(x)}\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\quad(\text{nghiem kep})\\x=a\,(a<-2)\\x=b\,(b>0)\end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | $a$ | | $-2$ | | $b$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $g$ | $+\infty$ | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ |

Vậy hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị. **Chọn C.**

**Câu 98.** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

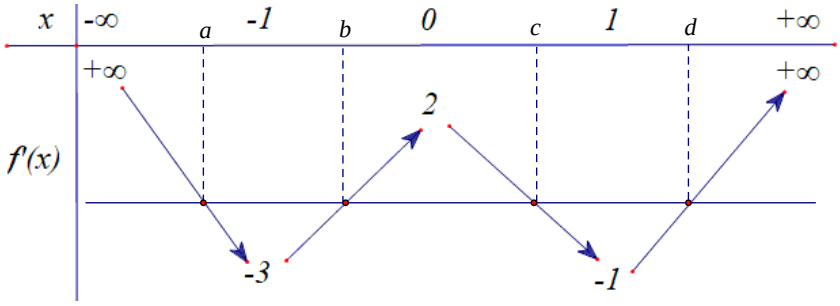
**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình $f'(x)=0\quad(1)$

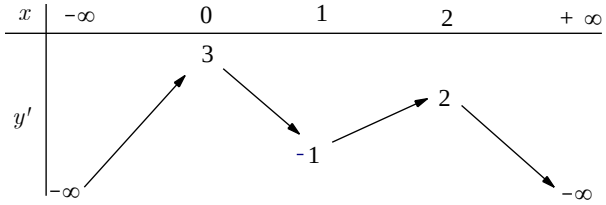
Số nghiệm của phương trình $(1)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=0$.




Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f'(x)=0$ có bốn nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị.

**Câu 99.** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:




Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là

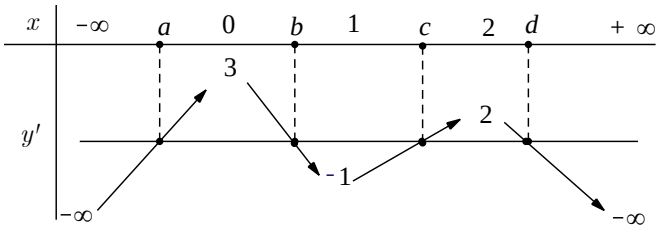
**A.** 4. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét phương trình $f'(x)=0 \quad (1)$

Số nghiệm của phương trình $(1)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=0$.

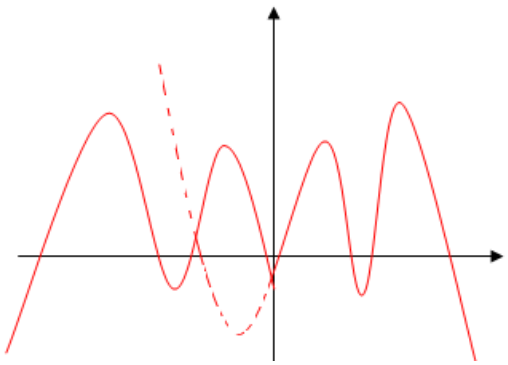



Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a<0 \\ x=b\in(0;1) \\ x=c\in(1;2) \\ x=d\in(2;+\infty) \end{array}\right.$

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị, trong đó có 3 điểm cực trị dương.

Vậy hàm số $y=f(|x|)$ có 7 điểm cực trị

Minh họa bằng hình vẽ ( đồ thị $y=f(|x|)$ là đường liền nét, đối xứng qua $Oy$



**Câu 100.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hỏi hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$. Ta có $g'(x)=(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x=-2\\x^2-2x=1\\x^2-2x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x+2=0\\x^2-2x-1=0\\x^2-2x-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=1\pm\sqrt{2}\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$$

Trong đó các nghiệm $-1, 1, 3$ là nghiệm bội lẻ và $1\pm\sqrt{2}$ là nghiệm bội chẵn. Vì vậy hàm số $g'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua các nghiệm $-1, 1, 3$.

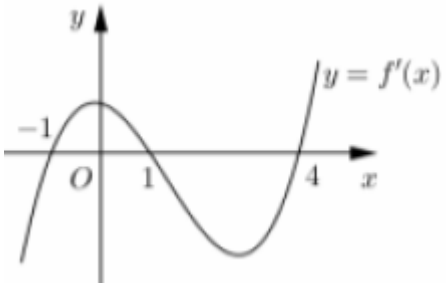
Ta có $g'(0)=-2f'(0)<0$ (do $f'(0)>0$).

Bảng xét dấu $g'(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1-\sqrt{2}$ | | $1$ | | $1+\sqrt{2}$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Vậy hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có đúng 1 điểm cực tiểu là $x=1$.

**Câu 101.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu




**A.** 3. **B.** 2.
**C.** 1. **D.** 4.

**Lời giải**

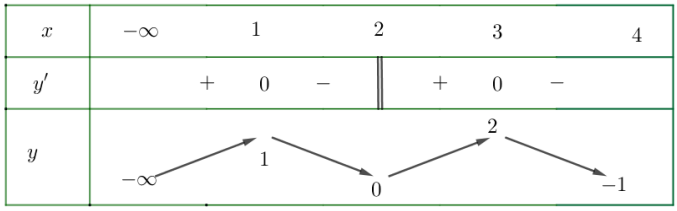
**Chọn A**

$$y'=\left[f'\left(x^2\right)\right]=2xf'\left(x^2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=4\\x^2=1\\x^2=-1\,(L)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right.$$

| x | -∞ | | -2 | | -1 | | 0 | | 1 | | 2 | | +∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | |

Hàm số có ba điểm cực tiểu.

**Câu 102.** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=|f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu trên $(-\infty;4]$.



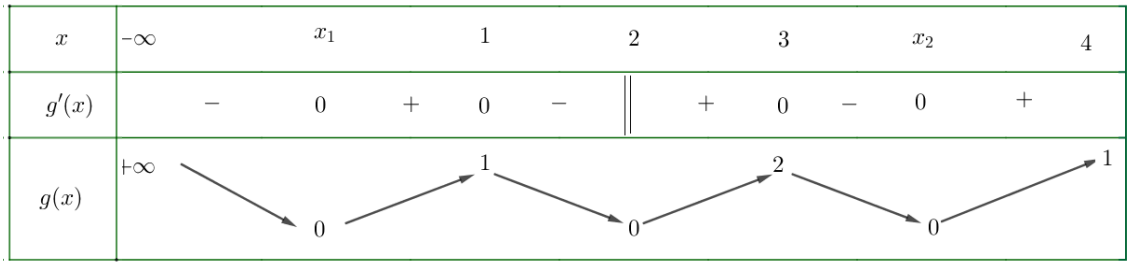

**A.** 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

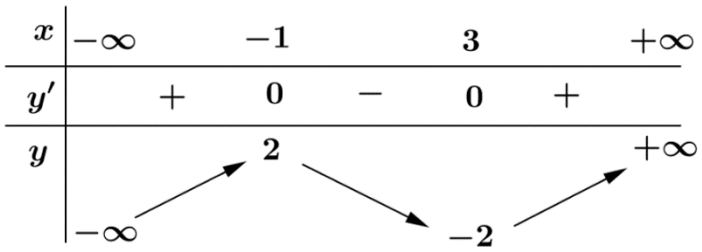
Gọi $x_1$ và $x_2$ là hai số thỏa mãn $x_1<1$ và $f\left(x_1\right)=0$, $3<x_2<4$ và $f\left(x_2\right)=0$

Khi đó hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bảng biến thiên như sau




Suy ra hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 3 điểm cực tiểu trên $\left(-\infty;4\right]$.

**Câu 103.** Cho hàm số bậc ba: $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như hình sau (H.6).




Tính tổng $T=a+b+c$.

**A.** $-\frac{11}{8}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{7}{8}$. **D.** $-\frac{9}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

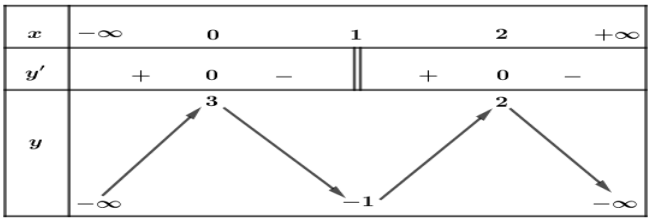
Ta có: $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=3ax^2+2bx+c$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A\left(-1;2\right)$ và $B\left(3;-2\right)$

$$\Rightarrow\begin{cases}f\left(-1\right)=2\\f\left(3\right)=-2\\f'\left(-1\right)=0\\f'\left(3\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-a+b-c+d=2\\27a+9b+3c+d=-2\\3a-2b+c=0\\27a+6b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{8}\\b=-\frac{3}{8}\\c=-\frac{9}{8}\\d=\frac{11}{8}\end{cases}.$$ Vậy $T=a+b+c=-\frac{11}{8}$.

**Câu 104.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau?



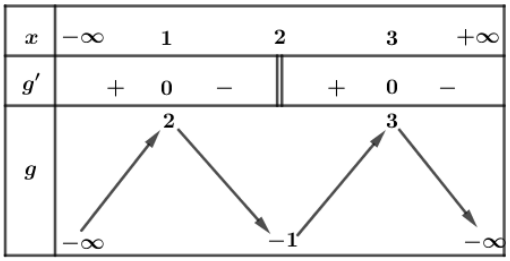

Hàm số $g(x)=f(3-x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $g'(x)=-f'(3-x)$

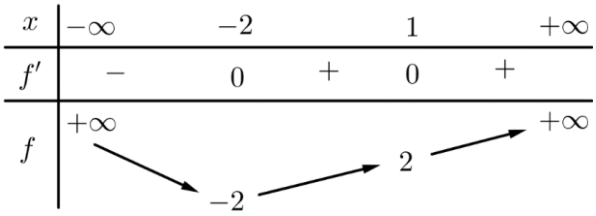



$$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(3-x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}3-x=0\\3-x=2\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=3\\x=1\end{bmatrix}$$

$g'(x)$ không xác định $\Leftrightarrow 3-x=1\Leftrightarrow x=2$

Vậy hàm số $g(x)=f(3-x)$ có 3 điểm cực trị.

**Câu 105.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên. Hàm số $g(x)=f(x^2+1)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?




**A.** 1. **B.** 2.

**C.** 3. **D.** 0.

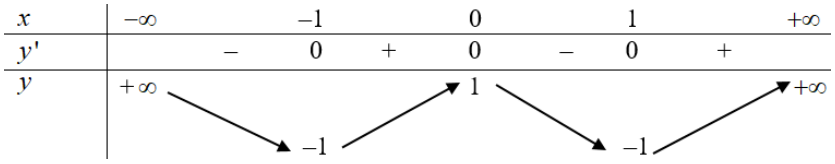
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $g'(x)=2x.f'(x^2+1)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x^2+1=-2\ (vn)\\x^2+1=1\Leftrightarrow x=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow x=0$ (nghiệm bội 3).

$g'(x)$ có duy nhất nghiệm $x=0$ và đổi dấu khi đi qua $x=0$. $g(x)$ có một điểm cực trị $x=0$.

**Câu 106.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(-2x)$ là




**A.** 4. **B.** 5.

**C.** 3. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=-2f'(-2x)$ ; $y'=0\Rightarrow f'(-2x)=0\Rightarrow\begin{bmatrix}-2x=-1\\-2x=0\\-2x=1\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x=\frac{1}{2}\\x=0\\x=\frac{-1}{2}\end{bmatrix}$.

Vì các nghiệm đều là nghiệm đơn nên hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 107.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hỏi hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\left(x^2-2x\right)' f'\left(x^2-2x\right)=\left(2x-2\right)f'\left(x^2-2x\right)$

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\ f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\ x^2-2x=-2\\ x^2-2x=1\\ x^2-2x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=1+\sqrt{2}\\ x=1-\sqrt{2}\\ x=3\\ x=-1\end{array}\right.$

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'\left(x\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\ x>3\end{array}\right.$

Khi đó $f'\left(x^2-2x\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-2x<-2\\ x^2-2x>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}\\ x<-1\\ x>3\end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $-1+\sqrt{2}$ | | $1$ | | $1+\sqrt{2}$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x-2$ | | $-$ | \| | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | |
| $f'\left(x^2-2x\right)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $\left(2x-2\right)f'\left(x^2-2x\right)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y=f\left(x^2-2x\right)$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | |

**Câu 108.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau.

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-2018$ | ↗ | $2019$ | ↘ | $-\infty$ |

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2001\right)-2019\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 5. **B.** 4.

**C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

*Công thức tổng quát tìm số cực trị của hàm số* $y=\left|f\left(x\right)\right|$ *có công thức tính là* $S=a+b$.

+) $a$ là số điểm cực trị của hàm số gốc $y=f\left(x\right)$

+) $b$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với trục $Ox$ ( không tính điểm tiếp xúc)

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

+ Số điểm cực trị của đồ thị $y=f\left(x-2001\right)-2019$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, tức là có số điểm cực trị là $a=2$.

+ Xét phương trình $f\left(x-2001\right)-2019=0\Leftrightarrow f\left(x-2001\right)=2019$ (1)

Theo phép tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x-2001\right)$ cắt đường thẳng $y=2019$ tại 2 điểm (trong đó có 1 điểm tiếp xúc tại $x_2$)

Nên suy ra $b=1$ (vì điểm tiếp xúc phải loại)

Vậy $S=2+1=3$.

**Câu 109.** Cho hàm số: $y=\frac{2}{3}x^3+(m+1)x^2+(m^2+4m+3)x-3$ ($m$ là tham số thực). Tìm điều kiện của tham số thực $m$ để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung

**A.** $-5<m<-1$. **B.** $-5<m<-3$. **C.** $-3<m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>-1 \\ m<-5 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=2x^2+2(m+1)x+m^2+4m+3$

YCBT: thì hai nghiệm của phương trình $y'=0$ phải phân biệt dương

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta=-m^2-6m-5>0 \\ S=-m-1>0 \\ P=\dfrac{m^2+4m+3}{2}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5<m<-1 \\ \left[\begin{array}{l} m>-1 \\ m<-3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow -5<m<-3$$

**Câu 110.** Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-ax^2-3ax+4$. Để hàm số đạt cực trị tại $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $\frac{x_1^2+2ax_2+9a}{a^2}+\frac{a^2}{x_2^2+2ax_1+9a}=2$ thì $a$ thuộc khoảng nào ?

**A.** $a\in\left(-3;-\frac{5}{2}\right)$. **B.** $a\in\left(-5;-\frac{7}{2}\right)$. **C.** $a\in(-2;-1)$. **D.** $a\in\left(-\frac{7}{2};-3\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đạo hàm : $y'=x^2-2ax-3a$, $y'=0\Leftrightarrow x^2-2ax-3a=0\quad(1)$

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1,x_2$ khi $y'=0$ có hai nghiệm PB $\Leftrightarrow \Delta'>0$

$\Leftrightarrow a^2+3a>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<-3 \\ a>0 \end{array}\right.$.

Khi đó $x_1,x_2$ là nghiệm của phương trình $(1)$, theo định lý Viet : $\begin{cases} x_1+x_2=2a \\ x_1.x_2=-3a \end{cases}$.

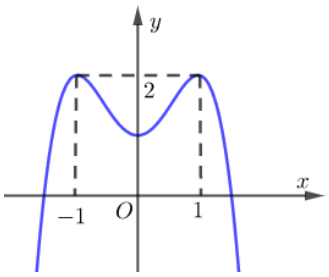
Do đó : $\begin{cases} x_1^2+2ax_2+9a=x_1^2+(x_1+x_2)x_2-3x_1x_2=(x_1-x_2)^2=4a^2+12a \\ x_2^2+2ax_1+9a=x_2^2+(x_1+x_2)x_1-3x_1x_2=(x_1-x_2)^2=4a^2+12a \end{cases}$.

Theo đề bài, ta có : $\frac{4a+12}{a}+\frac{a}{4a+12}=2\Leftrightarrow a=-4$.

---------- HẾT ----------

# Chủ đề 03. MAX – MIN

**Câu 1.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c, a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ




Số điểm cực đại của hàm số là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị, số điểm cực đại của hàm số là 2 với $x=1, x=-1$.

**Câu 2.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-3;5)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-3$ | | $0$ | | $3$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↗ $4$ | | ↘ | $3$ | ↗ | |
| | $-3$ | | | $-2$ | | | |

Số điểm cực trị của hàm số trên khoảng $(-3;5)$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

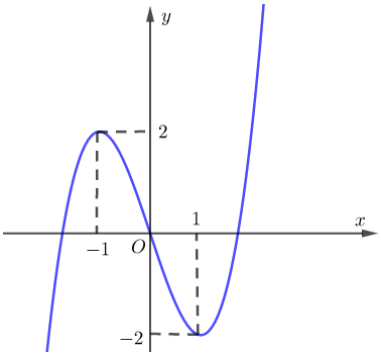
Hàm số đã cho liên tục trên $(-3;5)$.

Hàm số đã cho có đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Hàm số đã cho có đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi qua điểm $x=3$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Như vậy, số điểm cực trị của hàm số trên khoảng $(-3;5)$ là 2 điểm.

**Câu 3.** Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ




Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

**A.** $x=2$. **B.** $x=1$.

**C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị, hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Câu 4.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng $-1$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**D.** Hàm số có đúng một cực trị.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đáp án A sai vì hàm số có 2 điểm cực trị.

Đáp án B sai vì hàm số có giá trị cực tiểu $y=-1$ khi $x=0$.

Đáp án C sai vì hàm số không có GTLN và GTNN trên $\mathbb{R}$.

Đáp án D đúng vì hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Câu 5.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^2 x-4\sin x-5$.

**A.** $-20$. **B.** $-8$. **C.** $-9$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $t=\sin x, t\in[-1;1]$. Xét $f(t)=t^2-4t-5, t\in[-1;1]$.

$f'(t)=2t-4=0\Leftrightarrow t=2\notin[-1;1]$.

$f(1)=-8, f(-1)=0$.

Ta thấy $\max\limits_{\mathbb{R}} y=\min\limits_{[-1;1]} f(t)=f(1)=-8$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-8$.

**Câu 6.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $(-4;4)$ và có bảng biến thiên trên $(-4;4)$ như bên. Phát biểu nào sau đây đúng?

| $x$ | $-4$ | | $-2$ | | $0$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | $0$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $10$ |
| | $-10$ | | | | | | |

**A.** $\max\limits_{(-4;4)} y=10$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-10$.

**B.** Hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4;4)$.

**C.** $\max\limits_{(-4;4)} y=0$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$.

**D.** $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$ và $\max\limits_{(-4;4)} y=10$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên. Ta thấy không tồn tại GTLN, GTNN trên $(-4;4)$

**Câu 7.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$. Kí hiệu $M=\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)$, $m=\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)$. Khi đó $M+m$ bằng:

**A.** $\dfrac{-4}{3}$. **B.** $\dfrac{-2}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0, \forall x\in D$.

Suy ra $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ là hàm số liên tục và đồng biến trên $[0;2]$.

Vậy $M=\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(2)=\dfrac{1}{3}, m=\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(0)=-1\Rightarrow M+m=\dfrac{1}{3}-1=\dfrac{-2}{3}$.

**Câu 8.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên $[0;2]$ là:

**A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $-5$. **C.** $5$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\frac{-8}{(x-3)^2}<0, \forall x\in[0;2]$.

Tính $y(0)=\frac{1}{3}; y(2)=-5$.

Suy ra $\max\limits_{[0;2]} y=\frac{1}{3}$ khi $x=0$.

**Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-5+\frac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là

**A.** $-3$. **B.** $1$. **C.** $-1$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có : $y'=1-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1\in(0;+\infty) \\ x=-1\notin(0;+\infty)\end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-7$ | ↘ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $+\infty$ |

Trên khoảng $(0;+\infty)$, giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-3$

**Câu 10.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x}{x+3}$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $-2$. **C.** **3.** **D.** **2**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $f'(x)=\frac{3}{(x+3)^2}>0$, $\forall x\in[-2;3]$

Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[-2;3]$

Suy ra: $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=f(3)=\frac{1}{2}$.

**Câu 11.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Mệnh đề nào sau đây đúng

**A.** $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$ **B.** $\max\limits_{(-1;1]} f(x)=f(0)$

**C.** $\min\limits_{(-\infty;-1)} f(x)=f(-1)$ **D.** $\min\limits_{(-1;+\infty)} f(x)=f(0)$

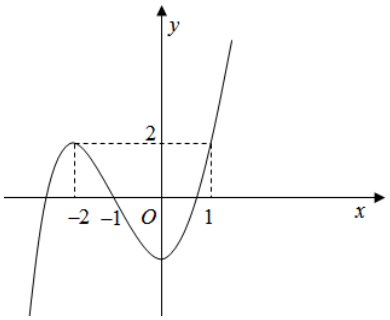
**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta có trong khoảng $(0;+\infty)$ hàm số có duy nhất một điểm cực trị và điểm đó là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Vậy trong khoảng $(0;+\infty)$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ hay $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, với $a$, $b$, $c$, $d$ là các số thực và $a\neq 0$ (có đồ thị như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây **sai** ?




**A.** $y'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$ **B.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=-2$

**C.** $y'<0,\forall x\in(-2;0)$ **D.** Đồ thị có đúng hai điểm cực trị

**Lời giải**

**Chọn B**

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

**Câu 13.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ đạt được tại $x_0$. Giá trị $x_0$ bằng

**A.** 1. **B.** 2. **C.** $-2$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

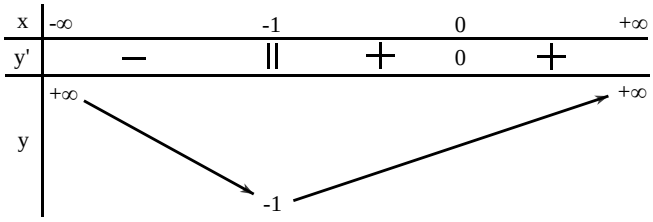
$y'=6x^2+6x-12$.

$y'=0\Leftrightarrow 6x^2+6x-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-1;2]\\x=-2\notin[-1;2]\end{array}\right.$.

Khi đó: $y(-1)=15$; $y(1)=-5$; $y(2)=6$.

Vậy $\min\limits_{[-1;2]} y=y(1)\Rightarrow x_0=1$

**Câu 14.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.




Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số có đúng hai cực trị. **B.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-1$.

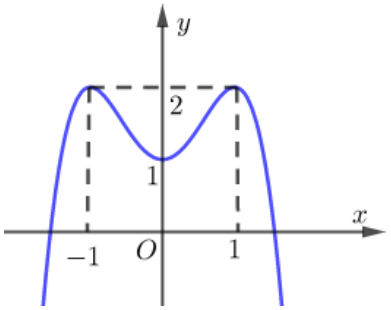
**C.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0. **D.** Hàm số không xác định tại $x=-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Nhìn BBT ta thấy $y=-1$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số.

**Câu 15.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c, a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ




Giá trị cực tiểu của hàm số là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** −1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị, giá trị cực tiểu của hàm số là $y=1$ khi $x=0$.

**Câu 16.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng

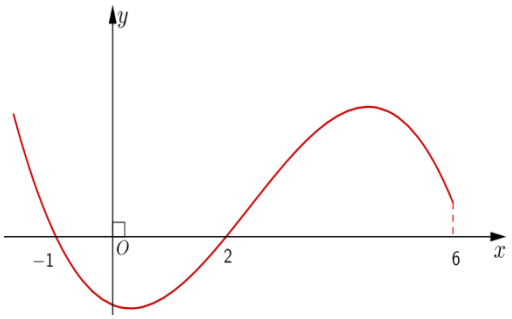
**A.** $y=4$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=0$. **D.** $x=3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số xác định tại $x=3$ và đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi qua điểm $x=3$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ và giá trị cực tiểu là $f(3)=-2$.

**Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ.



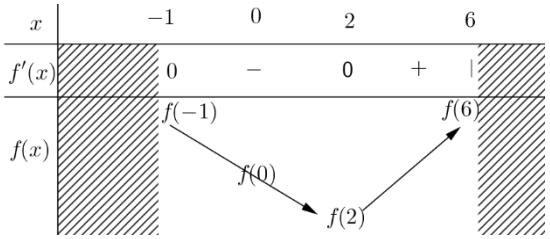

Biết rằng $f(-1)+f(0)=f(2)+f(6)$. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $[-1;6]$ là:

**A.** $f(-1);f(2)$. **B.** $f(-1);f(6)$.

**C.** $f(2);f(0)$. **D.** $f(2);f(6)$.

**Lời giải**

**Chọn D**



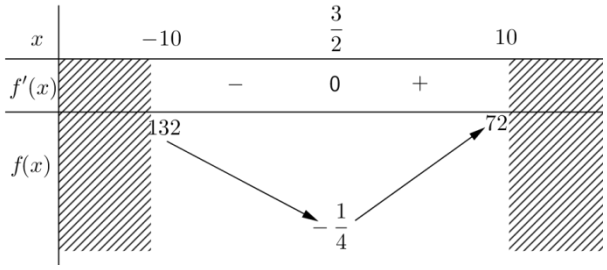

Từ BBT suy ra $f(-1)>f(0)>f(2)$ (1).

Theo giả thiết $f(-1)+f(0)=f(2)+f(6)$, ta được: $f(-1)-f(6)=f(2)-f(0)<0$.

Suy ra $f(-1)<f(6)$ (2).

Vậy GTNN là $f(2)$, GTLN là $f(6)$

**Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[-10;10]$ bằng?

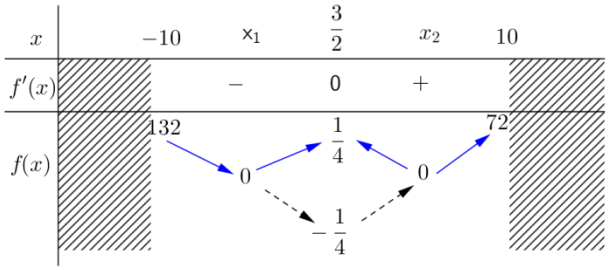



**A.** 132. **B.** 0. **C.** 72. **D.** $\frac{1}{4}$.

**Lời giải**

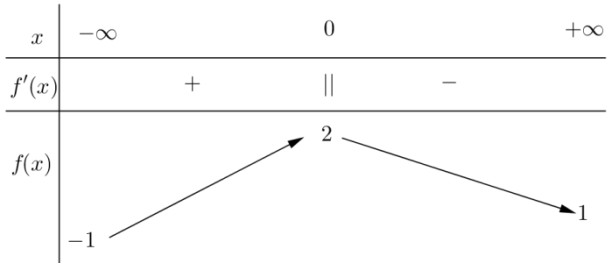
**Chọn A**

Dựa vào BBT hàm số $y=f(x)$, ta suy ra BBT của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[-10;10]$ như sau:




Do đó $\max\limits_{[-10;10]} f(x)=132$, $\min\limits_{[-10;10]} f(x)=0$. Vậy tổng là 132.

**Câu 19.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:




Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

**B.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-1$.

**C.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 1.

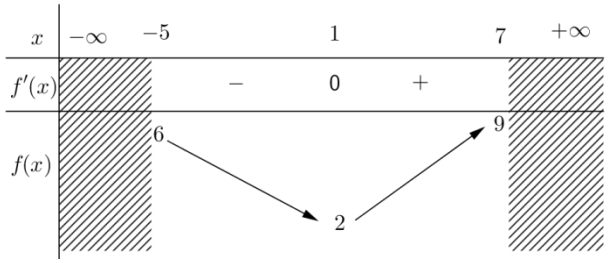
**D.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-1$ và 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'$ đổi dấu từ "+" sang "-" qua $x=0$ và tồn tại $y(0)=2$ nên giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

**Câu 20.** Cho hàm số $y=f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau:




Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5;7)$.

**B.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=6$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$.

**C.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$.

**D.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=6$.

**Lời giải**

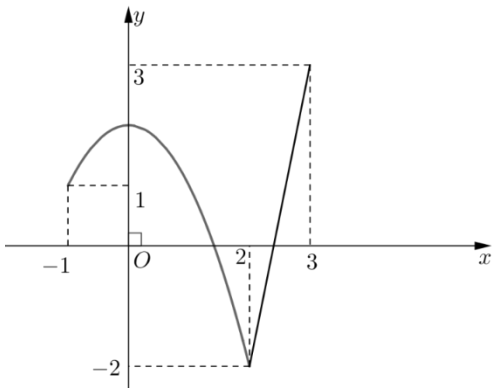
**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên, ta nhận thấy:

- Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2, đạt tại $x=1\in[-5;7)$.
- Ta có $\begin{cases} f(x)\le 9, \forall x\in[-5;7) \\ \lim\limits_{x\to 7^-} f(x)=9 \end{cases}$. Mà $7\notin[-5;7)$ nên không tồn tại $x_0\in[-5;7)$ sao cho $f(x_0)=9$. Do đó hàm số không đạt GTLN trên $[-5;7)$.

Vậy $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5;7)$.

**Câu 21.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng



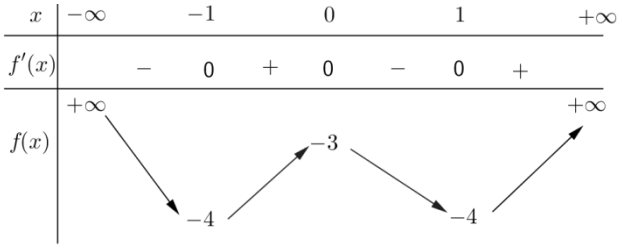

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa và đồ thị hàm số, ta suy ra $M=\max\limits_{[-1;3]} f(x)=3$, $m=\min\limits_{[-1;3]} f(x)=-2$ nên $M-m=5$.

**Câu 22.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:




Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**B.** Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $-4$.

**C.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $-3$.

**D.** Hàm số có một điểm cực tiểu.

**Lời giải**

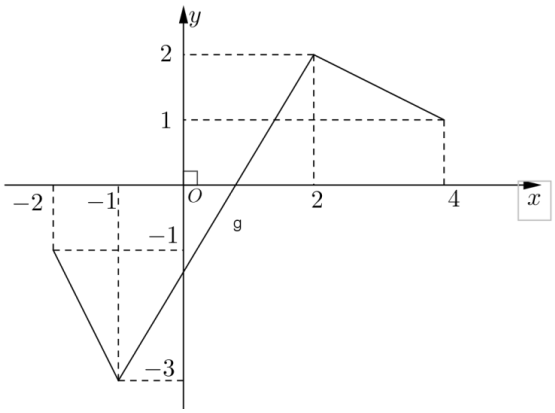
**Chọn B**

**A** sai vì hàm số có 3 điểm cực trị.

**C** sai vì hàm số không có giá trị lớn nhất.

**D** sai vì hàm số có hai điểm cực tiểu là $x=-1$ và $x=1$.

**Câu 23.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[-2;4.]$

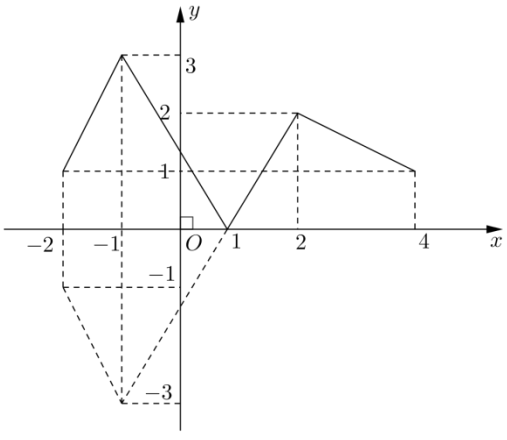



**A.** $M=2.$. **B.** $M=|f(0)|$.. **C.** $M=3.$. **D.** $M=1.$.

**Lời giải**

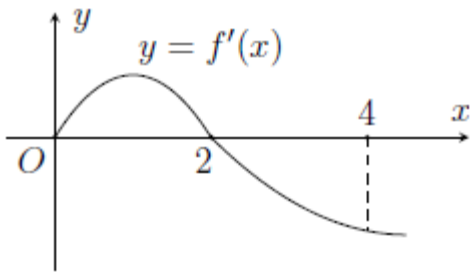
**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ ta suy ra đồ thị hàm số $|f(x)|$ trên $[-2;4]$ như hình vẽ.




Do đó $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|=3$ tại $x=-1$.

**Câu 24.** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(0)+f(1)-2f(2)=f(4)-f(3)$. Giá trị nhỏ nhất $m$, giá trị lớn nhất $M$ của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ là




**A.** $m=f(4),\ M=f(1)$.
**B.** $m=f(4),\ M=f(2)$.
**C.** $m=f(1),\ M=f(2)$.
**D.** $m=f(0),\ M=f(2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[0;4]$ ta có bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[0;4]$ như sau:

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $f(0)$ | ↗ | $f(2)$ | ↘ | $f(4)$ |

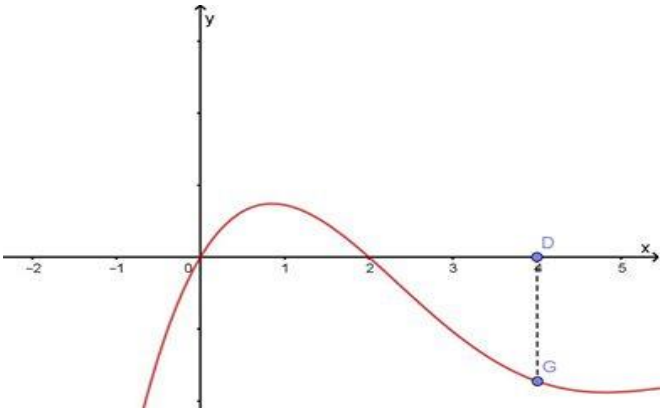
Từ bảng biến thiên ta có $M=\max\limits_{[0;4]} f(x)=f(2)$.

Mặt khác $f(0)+f(1)-2f(2)=f(4)-f(3)$

$\Leftrightarrow f(0)-f(4)=\left[f(2)-f(1)\right]+\left[f(2)-f(3)\right]>0$ (do $f(2)>f(1);f(2)>f(3)$)

Suy ra $f(0)>f(4)\Rightarrow m=\min\limits_{[0;4]} f(x)=f(4)$.

**Câu 25.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ cho như hình vẽ.




Biết rằng $f(2)+f(4)=f(3)+f(0)$. Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ lần lượt là

**A.** $f(2),f(0)$.
**B.** $f(4),f(2)$.
**C.** $f(0),f(2)$.
**D.** $f(2),f(4)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$.

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $f(0)$ | ↗ | $f(2)$ | ↘ | $f(4)$ |

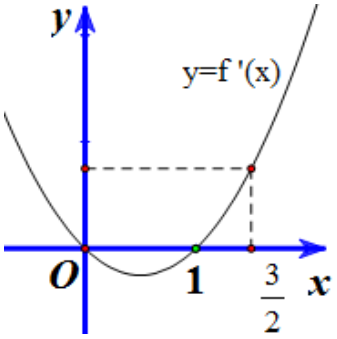
Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[0;4]} f(x)=f(2)$.

Ta có $f(2)+f(4)=f(3)+f(0) \Leftrightarrow f(0)-f(4)=f(2)-f(3)>0$.

Suy ra: $f(4)<f(0)$. Do đó $\min\limits_{[0;4]} f(x)=f(4)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ lần lượt là: $f(4), f(2)$.

**Câu 26.** Cho hàm số $y=f(x)$, biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$ tại điểm nào sau đây?




**A.** $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

**Lời giải**

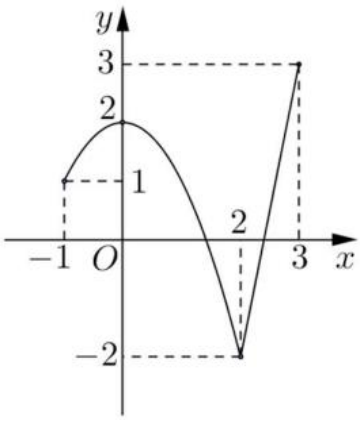
**Chọn C**

Ta có đồ thị hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm nên $f'(x)=0$ có 2 nghiệm

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$ tại điểm $x=1$.

**Câu 27.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(-\sin x+2)$. Giá trị của $M-m$ bằng




**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $4$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

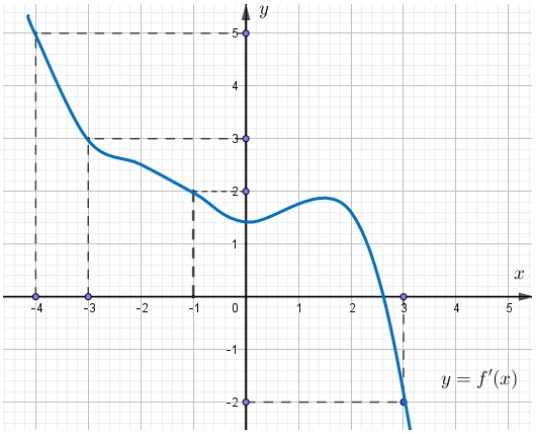
Đặt $-\sin x+2=t\left(1\le t\le 3\right)$.

Ta có đồ thị hàm số $y=f\left(t\right)$ cũng là đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nên ta có:

$M=\max\limits_{[1;3]}f\left(t\right)=3;m=\min\limits_{[1;3]}f\left(t\right)=-2$.

$\Rightarrow M-m=5$.

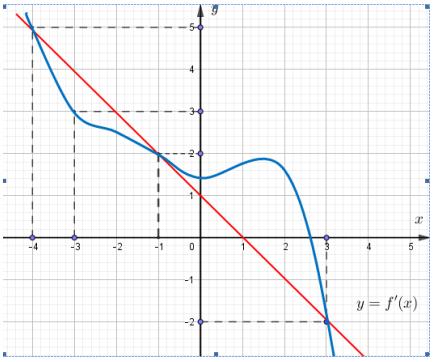
**Câu 28.** Cho hàm số $f\left(x\right)$. Biết hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $\left[-4;3\right]$, hàm số $g\left(x\right)=2f\left(x\right)+\left(1-x\right)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm




**A.** $x_0=-4$. **B.** $x_0=-1$. **C.** $x_0=3$. **D.** $x_0=-3$.

**Lời giải**

**Chọn B**




$g'\left(x\right)=2f'\left(x\right)-2\left(1-x\right)$.

$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 2f'\left(x\right)-2\left(1-x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=1-x$.

Dựa vào hình vẽ ta có: $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

| $x$ | $-4$ | | $-1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Suy ra hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0=-1$.

**Câu 29.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2-5x+1$ trên đoạn $[0;2018]$ là:

**A.** $-5$. **B.** $0$. **C.** $-\frac{5}{3}$. **D.** $1$.

**Lời giải**

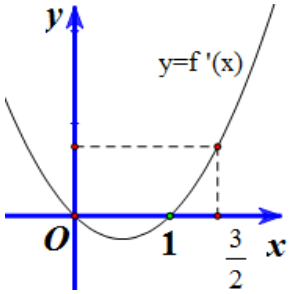
**Chọn C**

$y'=x^2+4x-5, \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2018] \\ x=-5\notin[0;2018] \end{array}\right.$.

Ta có $y(0)=1$, $y(1)=-\frac{5}{3}$, $y(2018)=2747451170$.

Vậy $\min\limits_{[0;2018]} y=y(1)=-\frac{5}{3}$.

**Câu 30.** Cho hàm số $y=f(x)$, biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$ tại điểm nào sau đây?




**A.** $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có đồ thị hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại $2$ điểm nên $f'(x)=0$ có $2$ nghiệm

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$ tại điểm $x=1$.

**Câu 31.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

**A.** $2$. **B.** $-23$. **C.** $-22$. **D.** $-7$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f'(x)=4x^3-20x$. Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-20x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;2] \\ x=\pm\sqrt{5}\notin[-1;2]\end{array}\right.$.

Có $f(-1)=-7; f(0)=2; f(2)=-22$

Vậy $\min\limits_{[-1;2]} f(x)=-22$ tại $x=2$.

**Câu 32.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+1$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

**A.** 1. **B.** $-23$. **C.** $-24$. **D.** $-8$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f'(x)=4x^3-20x$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \in[-3;2] \\ x=\sqrt{5} & \notin[-3;2] \\ x=-\sqrt{5} & \in[-3;2]\end{array}\right.$.

$f(-3)=-8; f(-\sqrt{5})=-24; f(0)=1; f(2)=-23$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-3;2]$ bằng $-24$ tại $x=-\sqrt{5}$.

**Câu 33.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-6x^2+3$ trên đoạn $[1;2]$ bằng

**A.** $-5$. **B.** 3. **C.** $-2$. **D.** $-6$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $f'(x)=4x^3-12x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-12x=0\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=0\notin[1;2] \\ x=\sqrt{3}\in[1;2] \\ x=-\sqrt{3}\notin[1;2]\end{array}\right.$

$f(1)=-2$, $f(2)=-5$, $f(\sqrt{3})=-6$

Vậy: $\max\limits_{[1;2]} f(x)=f(1)=-2$.

**Câu 34.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4+x^2-2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

**A.** 18. **B.** 0. **C.** $-2$. **D.** 20.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $f'(x)=4x^3+2x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3+2x=0\Leftrightarrow x=0\in[-1;2]$.

Ta có: $f(-1)=0; f(0)=-2; f(2)=18$.

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=18$.

**Câu 35.** Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[0;2]$. Khi đó tổng $M+m$ bằng.

**A.** 4. **B.** 16. **C.** 2. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin[0;2]\\x=1\in[0;2]\end{array}\right.$

$y(0)=2; y(1)=0; y(2)=4$

$M=\max\limits_{[0;2]}f(x)=4;\ \ m=\min\limits_{[0;2]}f(x)=0$

Vậy $M+m=4$

**Câu 36.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-x^2-2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

**A.** $-\dfrac{9}{4}$. **B.** $0$. **C.** $-2$. **D.** $70$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $f'(x)=4x^3-2x;\ f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[0;3]\\x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\notin[0;3]\\x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\in[0;3]\end{array}\right.$.

Ta có: $f(0)=-2; f\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=-\dfrac{9}{4}; f(3)=70$.

Vậy $\min\limits_{[0;3]}f(x)=-\dfrac{9}{4}$.

**Câu 37.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+5$ trên đoạn $[0;2]$ bằng:

**A.** $5$. **B.** $7$. **C.** $3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $f(x)=x^3-3x+5\Rightarrow f'(x)=3x^2-3$.

Xét phương trình: $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin[0;2]\\x=1\in[0;2]\end{array}\right.$.

Mà: $f(0)=5, f(1)=3, f(2)=7$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+5$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3.

**Câu 38.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$. Chọn phương án đúng trong các phương án sau?

**A.** $\max\limits_{[0;2]}y=3,\ \min\limits_{[0;2]}y=2$. **B.** $\max\limits_{[0;2]}y=11,\ \min\limits_{[0;2]}y=3$.

**C.** $\max\limits_{[0;2]}y=11,\ \min\limits_{[0;2]}y=2$. **D.** $\max\limits_{[0;2]}y=2,\ \min\limits_{[0;2]}y=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=4x^3-4x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[0;2]\\x=1\in[0;2]\\x=-1\notin[0;2]\end{array}\right.$.

$y(0)=3;\ y(1)=2;\ y(2)=11$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]} y = 11$, $\min\limits_{[0;2]} y = 2$.

**Câu 39.** Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt là

**A.** 0 và $-1$. **B.** 1 và $-2$. **C.** 7 và $-10$. **D.** 4 và $-5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y' = 6x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-2;1] \\ x = -1 \in [-2;1] \end{array}\right.$.

$y(0) = -1$, $y(-1) = 0$, $y(1) = 4$, $y(-2) = -5$.

Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt là 4 và $-5$.

**Câu 40.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - 8x$ trên $[1;3]$ bằng:

**A.** $-8$. **B.** $-6$. **C.** $\dfrac{176}{27}$. **D.** $-4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = 3x^2 - 2x - 8$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \in [1;3] \\ x = -\dfrac{4}{3} \notin [1;3] \end{array}\right.$.

$y(1) = -8$, $y(3) = -6$, $y(2) = -12$.

Do đó $\max\limits_{x \in [1;3]} y = y(3) = -6$.

**Câu 41.** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$.

**A.** $M = 10$. **B.** $M = 6$. **C.** $M = 11$. **D.** $M = 15$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Hàm số liên tục trên đoạn $[-1;2]$.

Đạo hàm $y' = 6x^2 + 6x - 12$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [-1;2] \\ x = -2 \notin [-1;2] \end{array}\right.$.

Ta có $y(-1) = 15$, $y(1) = -5$, $y(2) = 6$.

Vậy $M = \max\limits_{[-1;2]} y = y(-1) = 15$.

**Câu 42.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ trên $\left[-1; \dfrac{3}{2}\right]$.

**A.** $\max\limits_{x \in \left[-1;\frac{3}{2}\right]} y = 3$. **B.** $\max\limits_{x \in \left[-1;\frac{3}{2}\right]} y = 6$. **C.** $\max\limits_{x \in \left[-1;\frac{3}{2}\right]} y = 5$. **D.** $\max\limits_{x \in \left[-1;\frac{3}{2}\right]} y = 4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y' = 3x^2 - 3$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in\left[-1;\dfrac{3}{2}\right] \\ x=1 \in\left[-1;\dfrac{3}{2}\right] \end{array}\right.$$

Khi đó: $y(-1)=5$, $y(1)=1$, $y\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{15}{8}$.

Vậy $\max\limits_{x\in\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=y(-1)=5$.

**Câu 43.** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm $y=f(x)=x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$.

**A.** $M=1$. **B.** $M=0$. **C.** $M=10$. **D.** $M=9$.

**Lời giải**

**Chọn D**

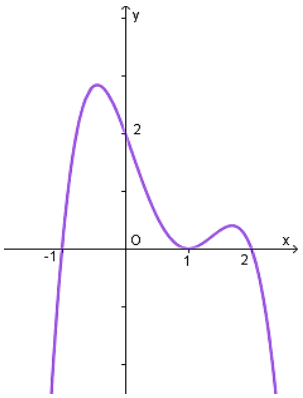
$y'=f'(x)=4x^3-4x=4x(x^2-1)$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;2] \\ x=1\in[0;2] \\ x=-1\notin[0;2] \end{array}\right.$$

$f(0)=1$; $f(1)=0$; $f(2)=9$

Vậy $M=\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(2)=9$.

**Câu 44.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



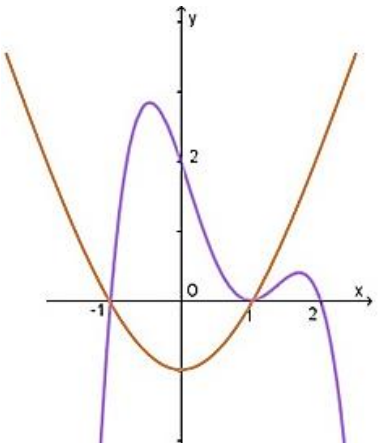

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{3}x^3+x-1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

**A.** $f(-1)-\dfrac{5}{3}$. **B.** $f(1)-\dfrac{1}{3}$. **C.** $f(2)-\dfrac{5}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

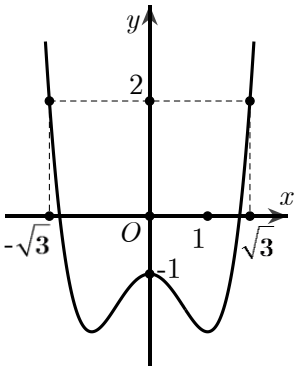
Ta có: $g'(x)=f'(x)-x^2+1=f'(x)-(x^2-1)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x^2-1$ (*)




| $x$ | $-1$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | | ↗ | $g(1)$ | ↘ | |

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3+x-1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng $f(1)-\frac{1}{3}$

**Câu 45.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ




Đặt $h(x)=3f(x)-x^3+3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

**A.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(1)$.

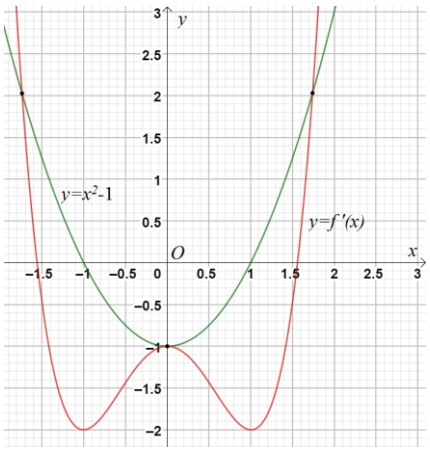
**B.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f\left(\sqrt{3}\right)$.

**C.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(0)$.

**D.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f\left(-\sqrt{3}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Xét $h(x)=3f(x)-x^3+3x$ với $x\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$.

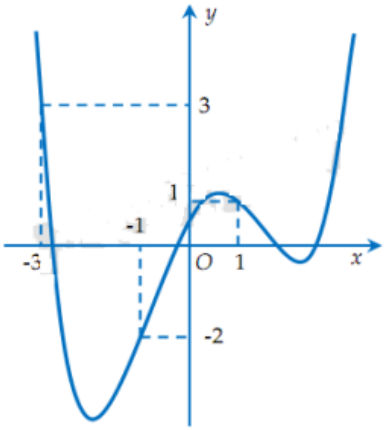
Ta có $h'(x)=3f'(x)-3x^2+3$.

$h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x^2-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$.

| $x$ | $-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $\sqrt{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ |
| $h(x)$ | $3f(-\sqrt{3})$ | $\searrow$ | | $\searrow$ | $3f(\sqrt{3})$ |

Vậy $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=h(-\sqrt{3})=3f(-\sqrt{3})$.

**Câu 46.** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.




Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2017$

Trong các mệnh đề dưới đây:

I) $g(0)<g(1)$

II) $\min\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=g(-1)$

III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$

IV) $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=\max\{g(-3);g(1)\}$

Số mệnh đề đúng là

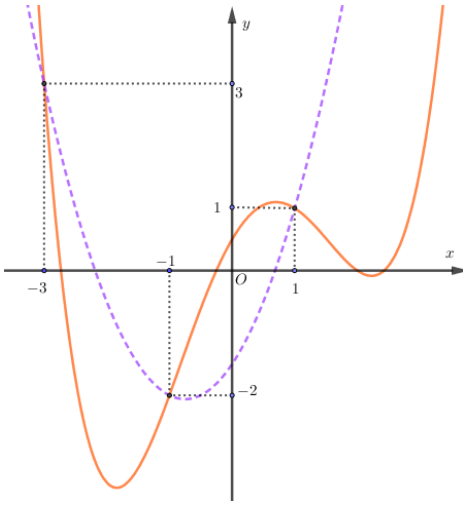
**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

$g'(x)=f'(x)-\left(x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}\right)$

Trên mặt phẳng toạ độ đã có đồ thị hàm số $f'(x)$ ta vẽ thêm đồ thị hàm số $y=x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$.




Dựa vào đồ thị hàm số ta có

Khi $x\in(-3;-1)$ thì $f'(x)<x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$, khi $x\in(-1;1)$ thì $f'(x)>x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$. Do đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$ trên đoạn $[-3;1]$ như sau

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g$ | $g(-3)$ | $\searrow$ | $g(-1)$ | $\nearrow$ | $g(1)$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Vì trên $[0;1]$ hàm số $g(x)$ đồng biến nên $g(0)<g(1)$, do đó (I) đúng.

Dựa vào bảng biến thiên dễ thấy $(-3;-1)$ hàm $g(x)$ nghịch biến nên $\min\limits_{[-3;-1]}g(x)=g(-1)$, do đó (II), (III) đúng.

Và dễ thấy rằng $\max\limits_{[-3;1]}g(x)=\max\{g(-3);g(1)\}$.

Vậy cả bốn mệnh đề trên đều đúng.

**Câu 47.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(4x-x^2\right)+\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+\frac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**A.** 15. **B.** $\frac{25}{3}$. **C.** $\frac{19}{3}$. **D.** 12.

**Lời giải**

**Chọn D**

$g'(x)=(4-2x)f'\left(4x-x^2\right)+x^2-6x+8=(2-x)\left[2f'\left(4x-x^2\right)+4-x\right]$.

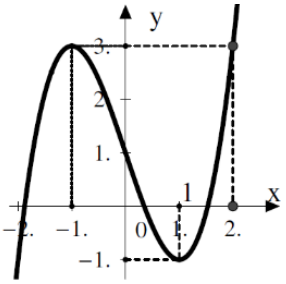
Với $x\in[1;3]$ thì $4-x>0$; $3\le 4x-x^2\le 4$ nên $f'\left(4x-x^2\right)>0$.

Suy ra $2f'\left(4x-x^2\right)+4-x>0$, $\forall x\in[1;3]$.

| $x$ | 1 | | 2 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g$ | $g(1)$ | ↗ | $g(2)$ | ↘ | $g(3)$ |

Suy ra $\max\limits_{[1;3]} g(x)=g(2)=f(4)+7=12$.

**Câu 48.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $R$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $y=g(x)=f(2x^3+x-1)+m$. Tìm $m$ để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$




**A.** $m=-13$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-12$. **D.** $m=-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1:** Hàm số $y=f(x)$ có dạng: $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Ta có: $f'(x)=3ax^2+2bx+c$

Theo đồ thị, hai điểm $A(-1;3)$ và $B(1;-1)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Ta có hệ: $\begin{cases}3a-2b+c=0\\3a+2b+c=0\\-a+b-c+d=3\\a+b+c+d=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=-3\\d=1\end{cases}$

Do đó: $f(x)=x^3-3x+1$. Ta có: $f'(x)=3x^2-3; f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Lại có: $g'(x)=(6x^2+1)f'(2x^3+x-1)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(2x^3+x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^3+x-1=-1\\2x^3+x-1=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=x_0\end{array}\right.$

với $x_0\in(0;1)$ và thỏa $2x_0^3+x_0-1=1$

Ta có: $g(0)=f(-1)+m=3+m;\ g(1)=f(2)+m=3+m;\ g(x_0)=f(1)+m=-1+m$

Theo đề bài, ta có: $3+m=-10\Leftrightarrow m=-13$.

**Cách 2:** Đặt $t=2x^3+x-1, x\in[0;1]\Rightarrow t'(x)=6x^2+1>0,\forall x\in[0;1]$, hàm số $t(x)$ đồng biến.

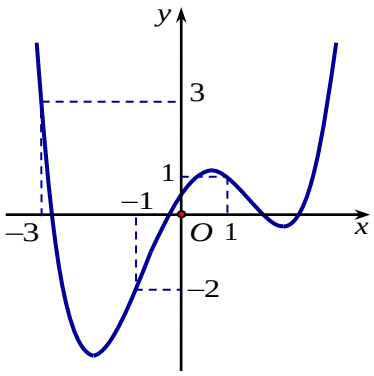
Dó đó $x\in[0;1]\Leftrightarrow t\in[-1;2]$. Từ đồ thị hàm số ta có:

$\max\limits_{[-1;2]} f(t)=f(2)=3\Rightarrow\max\limits_{[-1;2]}[f(t)+m]=3+m$

Suy ra $\max\limits_{[0;1]} g(x)=\max\limits_{[-1;2]}[f(t)+m]=3+m\Rightarrow 3+m=-10\Rightarrow m=-13$.

**Câu 49.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số

$g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-1)$.

**B.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(1)$

**C.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-3)$

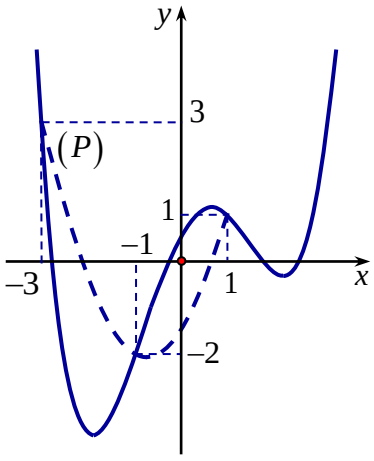
**D.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=\dfrac{g(-3)+g(1)}{2}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{3}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x+2018 \Rightarrow g'(x)=f'(x)-x^2-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{3}{2}$

Căn cứ vào đồ thị $y=f'(x)$, ta có: $\begin{cases} f'(-1)=-2 \\ f'(1)=1 \\ f'(-3)=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g'(-1)=0 \\ g'(1)=0 \\ g'(-3)=0 \end{cases}$




Ngoài ra, vẽ đồ thị $(P)$ của hàm số $y=x^2+\dfrac{3}{2}x-\dfrac{3}{2}$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ bên (đường nét đứt ), ta thấy $(P)$ đi qua các điểm $(-3;3)$, $(-1;-2)$, $(1;1)$ với đỉnh $I\left(-\dfrac{3}{4};-\dfrac{33}{16}\right)$. Rõ ràng

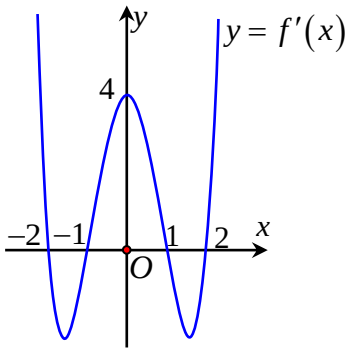
- Trên khoảng $(-1;1)$ thì $f'(x)>x^2+\dfrac{3}{2}x-\dfrac{3}{2}$, nên $g'(x)>0 \ \forall x\in(-1;1)$
- Trên khoảng $(-3;-1)$ thì $f'(x)<x^2+\dfrac{3}{2}x-\dfrac{3}{2}$, nên $g'(x)<0 \ \forall x\in(-3;-1)$

Từ những nhận định trên, ta có bảng biến thiên của hàm $y=g'(x)$ trên $[-3;1]$ như sau:

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | ↘ | | ↗ | |

Vậy $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$

**Câu 50.** Cho hàm số $f(x) = x^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex\ (b,c,d,e \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Tính $M+m$.

**A.** $\dfrac{250}{3}$. **B.** $\dfrac{38}{3}$. **C.** $\dfrac{196}{3}$. **D.** $\dfrac{272}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Do $f'(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt $-2;-1;1;2$ nên

Ta có $f'(x) = 5x^4 + 4bx^3 + 3cx^2 + 2dx + e = 5(x+2)(x+1)(x-1)(x-2) = 5(x^4 - 5x^2 + 4)$

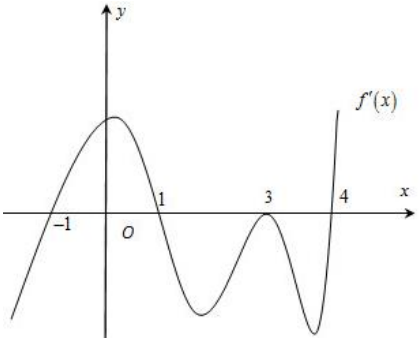
Suy ra $f(x) = x^5 - \dfrac{25}{3}x^3 + 20x$.

Xét hàm số $f(x) = x^5 - \dfrac{25}{3}x^3 + 20x$ trên $[-1;3]$. Ta có

$f(-1) = -\dfrac{38}{3}; f(1) = \dfrac{38}{3}; f(2) = \dfrac{16}{3}; f(3) = 78$.

Vậy $M = 78, m = -\dfrac{38}{3} \Rightarrow M + m = \dfrac{196}{3}$.

**Câu 51.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết $f(1)<0$. Tìm giá trị lớn nhất $M$ và giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số $g(x)=|f(x)|$ trên đoạn $[1;4]$.

**A.** $M=f(4), m=f(1)$.

**B.** $M=f(3), m=f(1)$.

**C.** $M=|f(4)|, m=|f(1)|$.

**D.** $M=|f(1)|, m=|f(4)|$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên sau:

| $x$ | 1 | | 3 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | 0 | $-$ | 0 | $-$ | 0 |
| $f(x)$ | $f(1)$ | $\searrow$ | | $\searrow$ | $f(4)$ |

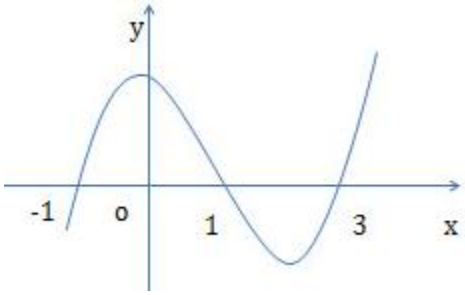
Do $f(1)<0$ nên ta có $f(4)<f(1)<0 \Rightarrow |f(4)|>|f(1)|$

Ta có bảng biến thiên:

| $f'(x)$ | 0 | $-$ | 0 | $-$ | 0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $f(1)$ | $\searrow$ | | $\searrow$ | $f(4)$ |
| $g(x)=\|f(x)\|$ | $\|f(1)\|$ | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | $\|f(4)\|$ |

Vậy $M=|f(4)|; m=|f(1)|$.

**Câu 52.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1)<0$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ .




Gọi $M,m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=|f(x)|$ trên $[-1;1]$ . Khi đó $M;m$ là

**A.** $M=f(-1), m=f(1)$.

**B.** $M=|f(1)|, m=|f(-1)|$.

**C.** $M=|f(-1)|, m=|f(1)|$.

**D.** $M=f(-1), m=|f(1)|$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có $y=f(x)$ luôn đồng biến trên $[-1;1]$ nên $f(-1)<f(1)<0, \forall x\in[-1;1]$.

Do đó $\left|f(-1)\right|>\left|f(1)\right|, \forall x\in[-1;1]$ nên

$\max\limits_{[-1;1]} g(x)=\left|f(-1)\right|; \min\limits_{[-1;1]} g(x)=\left|f(1)\right| \Rightarrow M=\left|f(-1)\right|, m=\left|f(1)\right|.$

**Câu 53.** Tìm tất cả tham số thực $m$ sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(2m^2-2m+3\right)x+1$ trên đoạn $[1;3]$ bằng $\frac{31}{3}$?

**A.** $m=\frac{3\pm\sqrt{57}}{4}$. **B.** $m=\frac{15\pm\sqrt{17}}{12}$. **C.** $m=\frac{31}{3}$. **D.** $m=\frac{3}{13}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(2m^2-2m+3\right)x+1$ suy ra $y'=x^2-2mx+2m^2-2m+3$.

Ta có $\Delta'=m^2-2m^2+2m-3=-m^2+2m-3=-(m-1)^2-2<0$ do đó $y'>0, \forall x\in[1;3]$, suy ra hàm số tăng trên khoảng $(1;3)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1;3]$ là $y(1)$.

Theo đề bài ta có: $\min\limits_{[1;3]} y=\frac{31}{3}\Leftrightarrow y(1)=2m^2-3m+\frac{13}{3}=\frac{31}{3}\Leftrightarrow 2m^2-3m-6=0\Leftrightarrow m=\frac{3\pm\sqrt{57}}{4}$.

**Câu 54.** Tìm tất cả tham số thực $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3-2x^2-2x+1+m^2$ trên đoạn $\left[-1;\frac{5}{2}\right]$ bằng $\frac{2019}{4}$?

**A.** $m=\pm\sqrt{1+\sqrt{2019}}$. **B.** $m=\pm7\sqrt{10}$.

**C.** $m=\pm10\sqrt{7}$. **D.** $m=\pm\frac{\sqrt{2019}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y=2x^3-2x^2-2x+1+m^2$ suy ra $y'=6x^2-4x-2$ do đó $y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\frac{1}{3}\end{array}\right.$.

Ta có $y(-1)=y(1)=m^2-1; y\left(\frac{5}{2}\right)=m^2+\frac{59}{4}; y\left(-\frac{1}{3}\right)=m^2+\frac{37}{27}$.

Suy ra $\min\limits_{\left[-1;\frac{5}{2}\right]} y=m^2-1; \max\limits_{\left[-1;\frac{5}{2}\right]} y=m^2+\frac{59}{4}$.

Theo giả thiết ta có $\max\limits_{\left[-1;\frac{5}{2}\right]} y=\frac{2019}{4}\Leftrightarrow m^2+\frac{59}{4}=\frac{2019}{4}\Leftrightarrow m=\pm7\sqrt{10}$

**Câu 55.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-m^2-3m+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bé hơn $0$?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+m^2-3m+2$ suy ra $y'=x^2-4x+3$ do đó $y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Ta có $y(-1)=m^2-3m-\frac{10}{3}$; $y(1)=m^2-3m+\frac{10}{3}$; $y(2)=m^2-3m+\frac{8}{3}$.

Do đó $\min\limits_{[-1;2]}y=m^2-3m-\frac{10}{3}=y(-1)$.

Vì vậy $\min\limits_{[-1;2]}y<0\Leftrightarrow m^2-3m-\frac{10}{3}<0\Leftrightarrow\frac{9-\sqrt{201}}{6}<m<\frac{9+\sqrt{201}}{6}$

**Câu 56.** Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+(m^2+1)x+m^2-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 7. Giá trị của tham số $m$ bằng

**A.** $m=\pm3$. **B.** $m=\pm1$. **C.** $m=\pm\sqrt{7}$. **D.** $m=\pm\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=3x^2+m^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên đoạn $[0;\ 2]$.

Do đó $\min\limits_{[0;\ 2]}y=y(0)\Leftrightarrow m^2-2=7\Leftrightarrow m=\pm3$.

**Câu 57.** Cho hàm số $y=-x^3-3x^2+m$. Tìm $m$ biết giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[-1;1]$ bằng 0.

**A.** $m=2$. **B.** $m=4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=6$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=-3x^2-6x\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in(-1;\ 1)\\x=-2\notin(-1;\ 1)\end{array}\right.$

$$\begin{cases}f(0)=m\\f(1)=m-4\\f(-1)=m-2\end{cases}$$

Vậy $\min\limits_{[-1;\ 1]}f(x)=m-4=0\Leftrightarrow m=4$.

**Câu 58.** Cho hàm số $y=x^3+3x+m\ (1)$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $(1)$ trên $[0;1]$ bằng 4.

**A.** $m=4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=8$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=3x^2+3>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$\Rightarrow\max\limits_{[0;1]}y=4\Leftrightarrow y(1)=4+m=4\Leftrightarrow m=0$.

**Câu 59.** Tìm $m$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3mx^2+6$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 2.

**A.** $m=2$. **B.** $m=\frac{31}{27}$. **C.** $m>\frac{3}{2}$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=3x^2-6mx=3x(x-2m)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m\end{array}\right.$.

Trường hợp 1: Nếu $m\le 0$, $\min y=y(0)=6$ (không thỏa mãn).

| $x$ | $-\infty$ | | $2m$ | | $0$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | $6$ | ↗ | |

Trường hợp 2: Nếu $0<2m\le 3\Leftrightarrow 0<m\le\frac{3}{2}$, $\min y=y(2m)=-4m^3+6$.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2m$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | $-4m^3+6$ | ↗ | |

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -4m^3+6=2\Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn).

Trường hợp 3: Nếu $2m>3\Leftrightarrow m>\frac{3}{2}$, $\min y=y(3)=33-27m$.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $3$ | | $2m$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $0$ | | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | $33-27m$ | | ↘ | ↗ | |
| | | | | | | | $-4m^3+6$ | | |

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 33-27m=2\Leftrightarrow m=\frac{31}{27}$ (không thỏa mãn).

Vậy với $m=1$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3mx^2+6$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 2.

**Câu 60.** Gọi $S$ là tổng tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+(m^2+1)x-m+1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 9. Giá trị của $S$ bằng

**A.** $S=5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=-5$. **D.** $S=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=3x^2+m^2+1\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow \max\limits_{[0;1]} y=y(1)=m^2+1+2-m=9\Leftrightarrow m^2-m-6=0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $m_1, m_2$.

Áp dụng định lý vi-et ta được: $S=m_1+m_2=\frac{-(-1)}{1}=1$.

**Câu 61.** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+m^2x-2m^2+2m-9$, $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị của $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;3]$ không vượt quá 3. Khi đó $S$ bằng

**A.** $S=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$. **B.** $S=(-3;1)$.

**C.** $S=(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **D.** $S=[-3;1]$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y' = x^2 + m^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên hàm số đồng biến trên $[0;3]$.

Suy ra $\max\limits_{[0;3]} y = y(3) = m^2 + 2m$.

Theo bài ra ta có $m^2 + 2m \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$.

Vậy $S = [-3;1]$.

**Câu 62.** Tìm số nguyên $m_0$ nhỏ nhất trong số các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y = x^4 + 2x^2 + m^2 - 4$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;2]$ không vượt quá 36.

**A.** $m_0 = 0$. **B.** $m_0 = -5$. **C.** $m_0 = 4$. **D.** $m_0 = -4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y' = 4x^3 + 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

$f(-1) = m^2 - 1$, $f(0) = m^2 - 4$, $f(2) = m^2 + 20$.

Nhận thấy $m^2 - 4 < m^2 - 1 < m^2 + 20$, nên $\max\limits_{[-1;2]} y = f(2) = m^2 + 20$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m^2 + 20 \leq 36 \Leftrightarrow m^2 \leq 16 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 4$.

Như vậy $m_0 = -4$.

**Câu 63.** Trên đoạn $[-1;1]$, hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + a$ có giá trị nhỏ nhất bằng $0$ thì $a$ bằng:

**A.** $a = 2$. **B.** $a = 6$. **C.** $a = 0$. **D.** $a = 4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $y = f(x) = -x^3 - 3x^2 + a$ trên đoạn [-1; 1], có $f'(x) = -3x^2 - 6x = -3x(x+2)$

Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$. Do $-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow x = 0$.

Tính các giá trị $f(-1) = a - 2; f(0) = a; f(1) = a - 4$

Do $a - 4 < a - 2 < a$ nên $\min\limits_{[-1;1]} f(x) = f(1) = a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$.

**Câu 64.** Tìm $m$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + (m^2 + 1)x + m^2 - 2$ trên $[0;2]$ bằng $7$

**A.** $m = \pm 3$ **B.** $m = \pm 1$ **C.** $m = \pm\sqrt{7}$ **D.** $m = \pm\sqrt{2}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $[0;2]$

Ta có $y' = 3x^3 + m^2 + 1 \geq 1, \forall x \in [0;2] \Rightarrow \min\limits_{[0;2]} y = y(0) = m^2 - 2$

Để $\min\limits_{[0;2]} y = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow m \pm 3$.

**Câu 65.** Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 - 2x + m|$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng $5$.

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $f(x)=x^2-2x+m$ trên đoạn [-1; 2]

Ta có: $f'(x)=2x-2=0\Rightarrow x=1$

Lại có: $f(1)=m-1; f(-1)=m+3; f(2)=m$

Do đó: $f(x)\in[m-1;m+3]$

Nếu $m-1\ge 0\Rightarrow \max\limits_{[0;2]}|f(x)|=m+3=5\Leftrightarrow m=2.$

Nếu $m-1<0$ suy ra $\left[\begin{array}{l}\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=m+3\\ \max\limits_{[0;2]}|f(x)|=1-m\end{array}\right.$

**TH1:** $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=m+3=5\Leftrightarrow m=2$ (không thỏa mãn)

**TH2:** $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=1-m=5\Leftrightarrow m=-4$ (thỏa mãn)

Vậy $m=2; m=-4$ là giá trị cần tìm.

**Câu 66.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-2)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là

**A.** $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\\ x=2\end{array}\right.$, chú ý $x=2$ là nghiệm kép của $y'$

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | $0$ | + | |
| $f(x)$ | $f(-1)$ | ↘ | $f(0)$ | ↗ | $f(2)$ |

Suy ra $\min\limits_{[-1;2]}f(x)=f(0)$.

**Câu 67.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^2+2x+m-4|$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng 4

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $g(x)=x^2+2x-4$ trên đoạn $[-2;1]$.

$g'(x)=2x+2$ ; $g'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$.

$g(-2)=-4; g(-1)=-5; g(1)=-1$

$\max\limits_{[-2;1]}g(x)=-1$ ; $\min\limits_{[-2;1]}g(x)=-5$.

Ta thấy $\max\{|m-1|,|m-5|\}\ge\dfrac{|m-1|+|m-5|}{2}\ge\dfrac{|m-1-m+5|}{2}=\dfrac{|4|}{2}=2<4$.

Để $\max\limits_{[-2;1]} f(x)=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1=4 \\ m-5=-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=1 \end{array}\right. \Rightarrow m \in \{1;5\}$.

**Cách 2:**

$f(x)=x^2+2x+m-4 \Rightarrow f'(x)=2x+2=0 \Leftrightarrow x=-1$.

$f(-2)=m-4;\ f(1)=m-5;\ f(1)=m-1$.

Có: $m-5<m-4<m-1 \Rightarrow \max\limits_{[-2;1]} y=\max\{|m-1|,|m-5|\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} \max\limits_{[-2;1]} y=|m-5|=4 \\ |m-1| \le 4 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} \max\limits_{[-2;1]} y=|m-1|=4 \\ |m-5| \le 4 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$.

**Câu 68.** Có bao nhiêu số nguyên $m$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=|2x^3-3x^2+m|$ trên đoạn $[-1;3]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** 33. **B.** 21. **C.** 18. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số $g(x)=2x^3-3x^2+m$ trên $[-1;3]$.

Ta có $g'(x)=6x^2-6x; g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

$\Rightarrow g(-1)=m-5; g(0)=m; g(1)=m-1; g(3)=m+27$.

$\Rightarrow \max\limits_{[-1;3]} g(x)=g(3)=m+27; \min\limits_{[-1;3]} g(x)=g(-1)=m-5$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=|g(x)|$ trên $[-1;3]$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi và chỉ khi $(m-5)(m+27) \le 0 \Leftrightarrow -27 \le m \le 5$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-27;-26;....;4;5\}$.

Vậy có 33 giá trị của tham số $m$ cần tìm.

---------- HẾT ----------

# Chủ đề 04. TIỆM CẬN

**Câu 1.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

**A.** $x=-1;y=1$. **B.** $x=1;y=1$. **C.** $x=1;y=-1$. **D.** $x=-1;y=-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x-1}{x+1}=-\infty$ ; $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x-1}{x+1}=+\infty$ nên TCĐ : $x=-1$

$\lim\limits_{x\to \pm\infty}\dfrac{x-1}{x+1}=1$ nên TCN : $y=1$.

**Câu 2.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{1-x^2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-3x+2}{1-x^2}\right)=-1\Rightarrow$ $y=-1$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2-3x+2}{1-x^2}\right)=\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x-2}{-1-x}\right)=\dfrac{1}{2}$ ;

$\lim\limits_{x\to -1^+}\left(\dfrac{x^2-3x+2}{1-x^2}\right)=\lim\limits_{x\to -1^+}\left(\dfrac{x-2}{-1-x}\right)=+\infty\Rightarrow$ $x=-1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đths có 2 đường tiệm cận.

**Câu 3.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{1+x}$ là

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{1-x}{1+x}=1$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{1-x}{1+x}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to (-1)^-}\dfrac{1-x}{1+x}=-\infty$ ; $\lim\limits_{x\to (-1)^+}\dfrac{1-x}{1+x}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

**Câu 4.** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận.

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-3\}$.

$\lim\limits_{x\to \pm\infty}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=0\Rightarrow TCN: y=0$.

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=-\infty;\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=+\infty\Rightarrow TCĐ: x=1$

$\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=-\infty;\lim\limits_{x\to -3^+}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=+\infty\Rightarrow TCĐ: x=-3$

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

**Câu 5.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{3x+2}=0$ và $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{2}{3}\right)^{\mp}}\dfrac{1}{3x+2}=\mp\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

**Câu 6.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2}$ là bao nhiêu?

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to0^+}y=+\infty;\lim\limits_{x\to0^-}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}y=0$ nên đồ thị nhận đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

**Câu 7.** Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$. **D.** $y=x-\sqrt{x^2+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}x\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}\right)=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ không có tiệm cận ngang.

**Câu 8.** Trong các hàm số được cho bởi các phương án A, B, C, D dưới đây, đồ thị của hàm số nào không có đường tiệm cận?

**A.** $y=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{2-x}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x^2+1}$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$ không có tiệm cận vì hàm số là hàm đa thức xác định trên tập $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty$.

**Câu 9.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận.

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y=\dfrac{x^2+2x}{x^2-4}=\dfrac{x}{x-2}$. Có TCN $y=1$, TCĐ $x=2$.

**Câu 10.** Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 đường tiệm cận?

**A.** $y=\dfrac{x+1}{x^2-9}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x^2+3x+6}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+8}}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x+1}{x^2-9}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -3^+} y=\lim\limits_{x\to -3^+}\dfrac{x+1}{x^2-9}=+\infty$ nên $x=3,\ x=-3$ là tiệm cận đứng.

Ta có: $\lim\limits_{x\to +\infty} y=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x+1}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{1}{x}.\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{9}{x^2}}=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-9}$ có ba tiệm cận.

**Câu 11.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+4}{x^2-9}$ có mấy đường tiệm cận

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

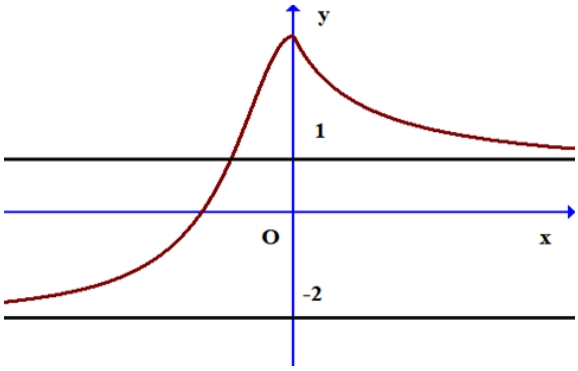
**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to -3^+}\dfrac{x+4}{x^2-9}=-\infty$ ; $\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{x+4}{x^2-9}=+\infty$ ; $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x+4}{x^2-9}=+\infty$ ; $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x+4}{x^2-9}=-\infty$ nên TCĐ : $x=-3; x=3$

$\lim\limits_{x\to \pm\infty}\dfrac{x+4}{x^2-9}=0$ nên TCN : $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số trên có 3 tiệm cận.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang là?




**A.** $y=1; y=-2$. **B.** $y=-1; y=-2$. **C.** $y=1; y=2$. **D.** $y=1$.

**Lời giải:**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y=1; y=-2$.

**Câu 13.** Cho hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x)\neq g(x)\neq 0$, có $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có thể có nhiều hơn một tiệm cận ngang.

**B.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

**C.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

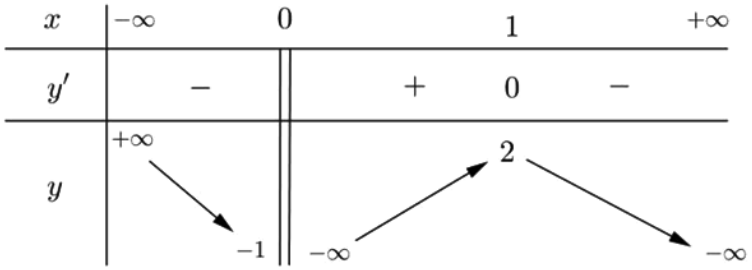
**D.** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \dfrac{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)}{\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)} = \dfrac{1}{-1} = -1$ suy ra $y=-1$ là tiệm cận ngang. Rõ ràng đồ thị hàm số có thể nhiều hơn một tiệm cận ngang.

**Câu 14.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau




Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

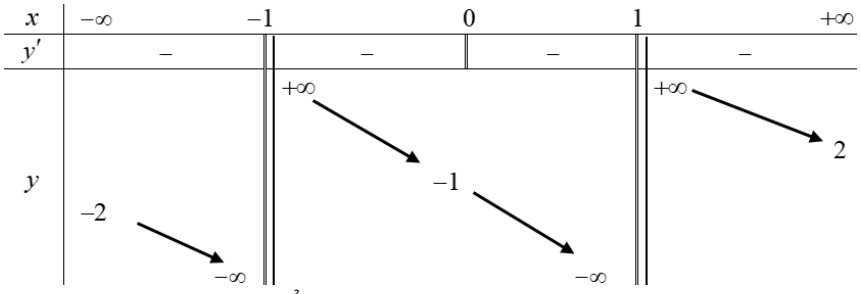
**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải:**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng là $x=0$.

**Câu 15.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau




Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và $x=-1$.

**B.** Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=0$.

**C.** Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-2$ và một tiệm cận ngang $y=1$.

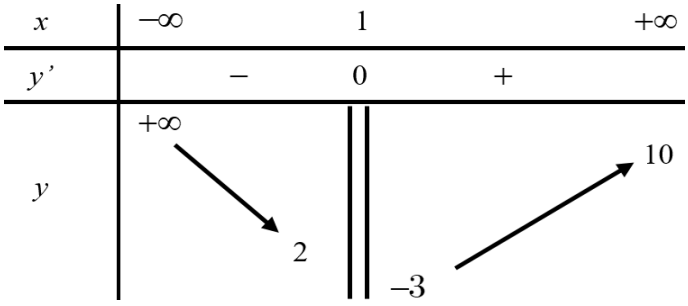
**D.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-2$ và $y=2$.

**Lời giải:**

**Chọn D**

- Phương án A loại vì hàm số không có tiệm cận.
- Phương án B loại vì đường thẳng $x=0$ không là tiệm cận đứng.
- Phương án C loại vì tiệm cận đứng $x=\pm1$; còn tiệm cận ngang $y=\pm2$.
- Phương án D chọn vì nhìn bảng biế thiên thấy ngay đồ thị có tiệm cận ngang $y=-2$; $y=2$.

**Câu 16.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau




Số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là?

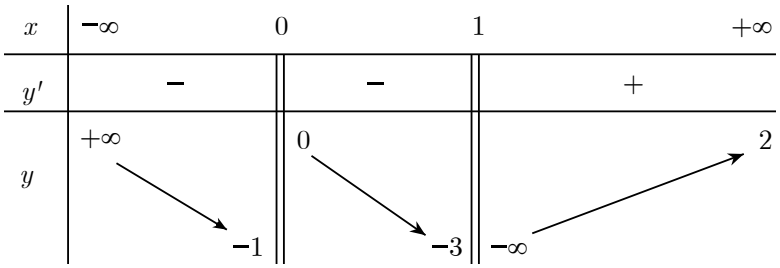
**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải:**

**Chọn B.**

$x=1$ không là tiệm cận của đồ thị hàm số, đồ thị chỉ có duy nhất tiệm cận ngang $y=10$.

**Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:




Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số này là

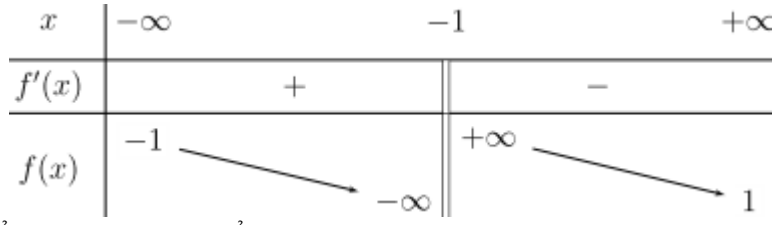
**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=1$ và một tiệm cận ngang là $y=2$.

**Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bảng dưới đây




Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

**A.** Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có đúng 2 tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.

**B.** Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

**C.** Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có đúng 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

**D.** Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

**Lời giải**

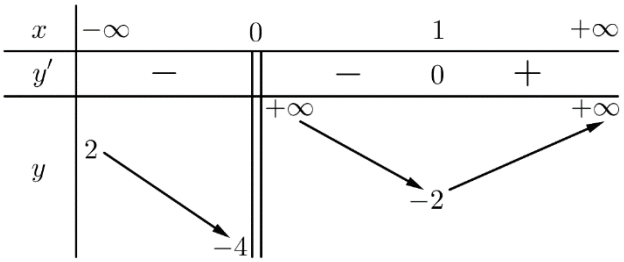
**Chọn C**

Khi $x\to-\infty\Rightarrow y\to-1$ nên $y=-1$ là tiệm cận ngang.

Khi $x\to+\infty\Rightarrow y\to 1$ nên $y=1$ là tiệm cận ngang.

Khi $x\to(-1)^{-}\Rightarrow y\to-\infty$ nên $x=-1$ là tiệm cận đứng.

**Câu 19.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên




Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

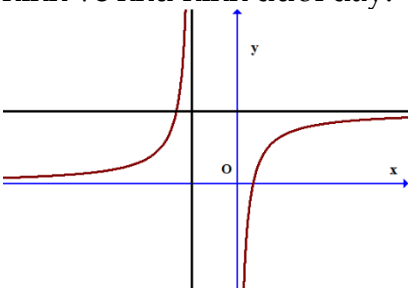
Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

$\lim\limits_{x\to0^+} y=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=0$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận (ngang và đứng).

**Câu 20.** Cho đồ thị một hàm số có hình vẽ như hình dưới đây.




Hỏi đồ thị trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời Giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y=0; y=b$ và 2 tiệm cận đứng là $x=0; x=a$.

**Câu 21.** Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng là $x=1$.

**A.** $y=\sqrt{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^3-2x+7}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

**Lời giải**

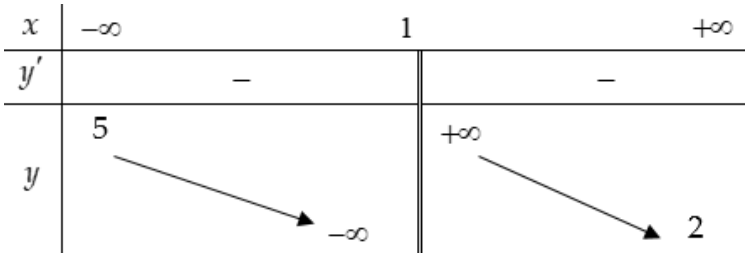
**Chọn C**

Ta có $y=\dfrac{x^3-2x+7}{x-1}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^3-2x+7}{x-1}=+\infty$ ; $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^3-2x+7}{x-1}=-\infty$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3-2x+7}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$.

**Câu 22.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên sau. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số này là




**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ ; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$ nên có 1 tiệm cận đứng

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ ; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=5$ nên có 2 tiệm cận ngang

Vậy có tất cả 3 đường tiệm cận.

**Câu 23.** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$y=\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)}=\frac{x-1}{x+2}.$$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-2^+} y=\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-2^-} y=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x-1}{x+2}=+\infty\end{cases}\Rightarrow x=-2 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

**Câu 24.** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}}$ là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}}=-\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x=\pm 2$.

Do hàm số có tập xác định $D=(-2;2)$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là: 2.

**Câu 25.** Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5-x^2}-2}{x^2-1}$ là

**A.** $\dfrac{a}{b}$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định của hàm số là $D=\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]\setminus\{\pm 1\}$.

Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Xét $\lim\limits_{x\to-1^-} y=\dfrac{-1}{4}$ và $\lim\limits_{x\to-1^+} y=\dfrac{-1}{4}$. Suy ra $x=-1$ không là tiệm cận đứng.

Xét $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\dfrac{-1}{4}$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\dfrac{-1}{4}$. Suy ra $x=1$ không là tiệm cận đứng.

**Câu 26.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}$ là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}$.

Nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $y=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Xét $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}=\dfrac{x+1}{\sqrt{(x-1)(2x+1)}}$

$\Rightarrow\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{\sqrt{(x-1)(2x+1)}}=+\infty$

Và $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}^-}\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}=\lim\limits_{-\frac{1}{2}^-}\dfrac{x+1}{\sqrt{(x-1)(2x+1)}}=+\infty$

Nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $x=1$ và $x=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

**Câu 27.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$

**A.** $\dfrac{a}{b}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\dfrac{3}{x}}{-\sqrt{1-\dfrac{9}{x^2}}}=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{3}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{9}{x^2}}}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to(-3)^-} y=\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-3$ là tiệm cận đứng.

Do $\lim\limits_{x\to(3)^+} y=\lim\limits_{x\to(3)^+}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to(3)^+}\dfrac{\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{(x-3)(x+3)}}=\lim\limits_{x\to(3)^+}\dfrac{\sqrt{(x-3)}}{\sqrt{(x+3)}}=0$

và $\lim\limits_{x\to(3)^-} y=\lim\limits_{x\to(3)^-}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to(3)^-}\dfrac{-\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{(x-3)(x+3)}}=\lim\limits_{x\to(3)^-}\dfrac{-\sqrt{(x-3)}}{\sqrt{(x+3)}}=0$ nên đường thẳng $x=3$ không là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

**Câu 28.** Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\sqrt{x^2+2x+3}-x$ là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+3}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+2x+3}+x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2-\dfrac{3}{x}}{\sqrt{1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}+1}\right)=1.$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+3}-x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2\left(1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}\right)}-x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x\left(-\sqrt{\left(1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}\right)}-1\right)=+\infty.$

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y=1.$

**Câu 29.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện: $\begin{cases}9-x^2\ge 0\\ x^2-3x-4\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3\le x\le 3\\ x\ne 4\\ x\ne -1\end{cases}\Rightarrow D=[-3;3]\setminus\{-1\}.$

Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{(x+1)(x-4)}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+1}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{(x+1)(x-4)}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+1}=-\infty$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1.$

**Câu 30.** Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y=\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$ là:

**A.** $\dfrac{a}{b}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

***Tiệm cận đứng:***

$\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x(x-1)}=+\infty$ ; $\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x(x-1)}=-\infty$

Suy ra $x=1$ là tiệm cận đứng.

***Tiệm cận ngang:***

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{\frac{4}{x^2}-\frac{1}{x^4}}+3+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{1}{x}}=3$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{\frac{4}{x^2}-\frac{1}{x^4}}+3+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{1}{x}}=3$$

$\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

**Câu 31.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{3}{3x+1}+\sqrt{x}$ là

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

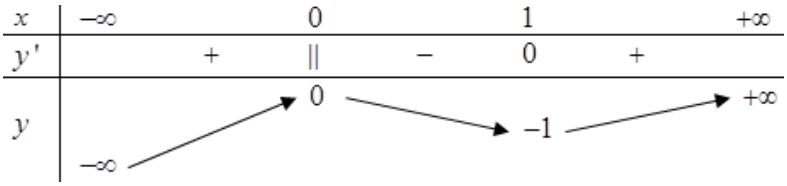
**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases}x\ge 0\\ x\ne -\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 0$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} y=3$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận.

**Câu 32.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

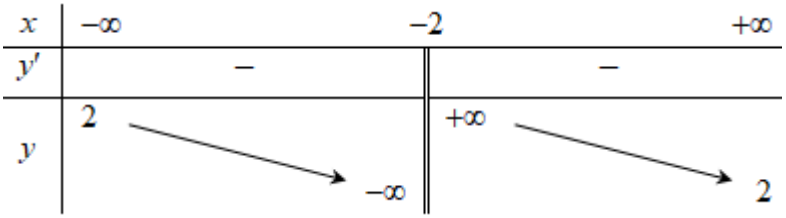
**Lời giải**

**Chọn D**

+ Tập xác định là $\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

**Câu 33.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$ và tiệm cận ngang là $y=2$

**B.** Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

**C.** Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

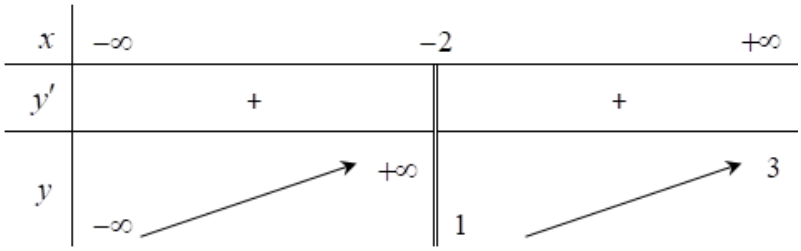
**D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $x=1$ và tiệm cận đứng là $y=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa bảng biến thiên ta có đáp án đúng là **A.**

**Câu 34.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

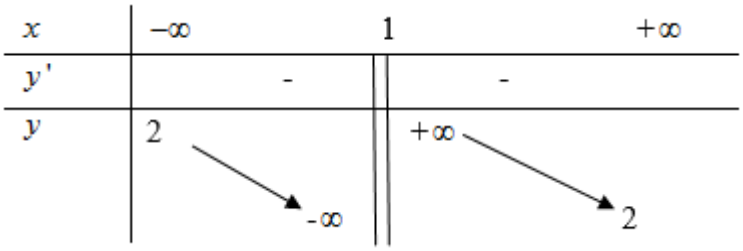
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta có

$\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=+\infty$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=3$ nên $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2.

**Câu 35.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.




Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là

**A.** $x=2, y=1$. **B.** $x=1, y=2$. **C.** $x=1, y=1$. **D.** $x=2, y=2$.

**Lời giải**

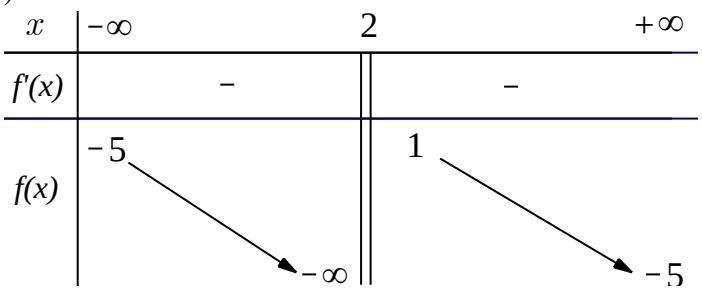
**Chọn B**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Lại có: $\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x)=2$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

**Câu 36.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1

**Lời giải**

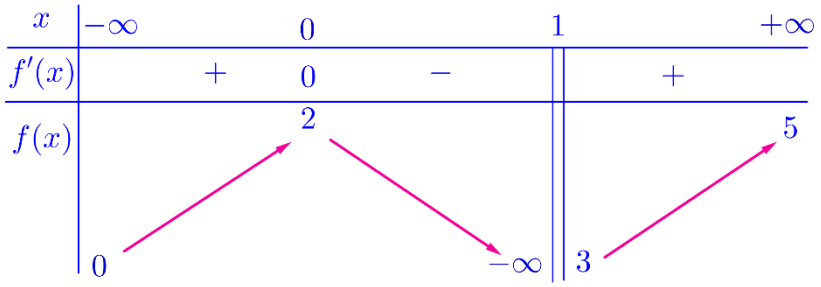
**Chọn B**

+ $\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x)=-5$ nên đường thẳng $y=-5$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

**Câu 37.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=0$, $y=5$ và tiệm cận đứng là $x=1$.

**B.** Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=3$.

**C.** Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD}=5$.

**D.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $5$.

**Lời giải**

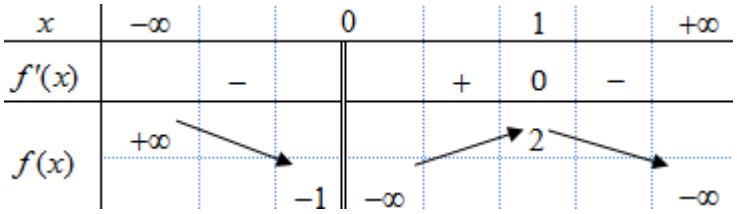
**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=5\Rightarrow y=5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=-\infty\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 38.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên:




Chọn khẳng định đúng về đồ thị hàm số

**A.** Đồ thị có đúng một tiệm cận ngang.

**B.** Đồ thị có đúng $2$ tiệm cận ngang.

**C.** Đồ thị có đúng một tiệm cận đứng.

**D.** Đồ thị không có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

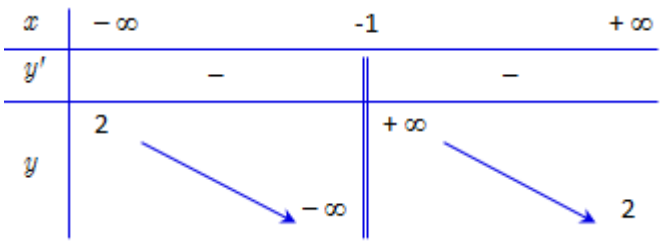
**Lờigiải**

**Chọn C**

+) $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty,\lim\limits_{x\to-\infty}y=+\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

+) $\lim\limits_{x\to0^+}y=-\infty\Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 39.** Cho hàm số $y=f(x)$ $(C)$ có bảng biến thiên




Đồ thị $(C)$ của hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận ?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

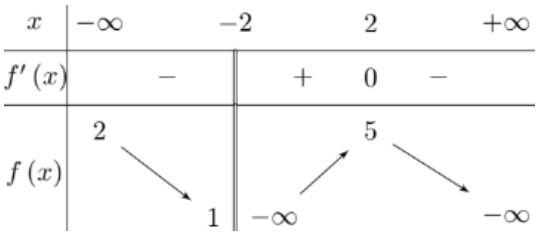
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2$ nên đường thẳng $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

**Câu 40.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là




**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

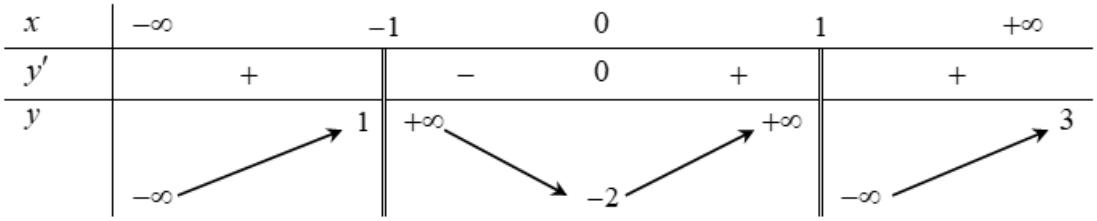
**Chọn B**

$\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy có tổng số 2 đường tiệm cận.

**Câu 41.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận:




**A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

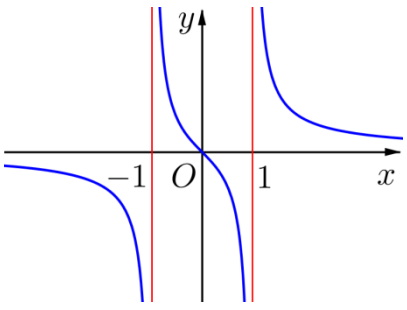
Từ bảng biến thiên, ta được:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x=1;x=-1$

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 đường tiệm cận.

**Câu 42.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ thuộc đoạn $[-2019;2020]$ để đồ thị hàm số $y=f\left(x^2-2x+m\right)-m$ có 5 đường tiệm cận?

**A.** 4038. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 4040.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)\longrightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$ và các giới hạn: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to-1^+}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-1^-}f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=-\infty$.

Vì hàm số $t=x^2-2x+m$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $y=f\left(x^2-2x+m\right)-m$ xác định

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x+m\neq1\\x^2-2x+m\neq-1\end{cases}$

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x^2-2x+m\right)=+\infty$ nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f\left(x^2-2x+m\right)-m\right]=\lim\limits_{t\to+\infty}\left[f(t)-m\right]=-m$.

Do đó đồ thị hàm số $y=f\left(x^2-2x+m\right)-m$ có đúng một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-m$ (về cả hai phía $x\to+\infty$ và $x\to-\infty$ ).

Để đồ thị hàm số $y=f\left(x^2-2x+m\right)-m$ có 5 đường tiệm cận thì nó phải có 4 đường tiệm cận đứng.

***Điều kiện cần:*** $\left[\begin{array}{l}x^2-2x+m=1\\x^2-2x+m=-1\end{array}\right.$ phải có 4 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x-1)^2=-m+2\\(x-1)^2=-m\end{array}\right.$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2>0\\-m>0\end{cases}\Leftrightarrow m<0$.

***Điều kiện đủ:*** Giả sử $x_1$, $x_2$ $(x_1<x_2)$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2-2x+m=1$

$x_3$, $x_4$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2-2x+m=-1$.

Xét đường thẳng $x=x_1$, ta có $\lim\limits_{x\to(x_1)^{\pm}}\left[f\left(x^2-2x+m\right)-m\right]=\lim\limits_{t\to1^{\pm}}\left[f(t)-m\right]=\pm\infty$.

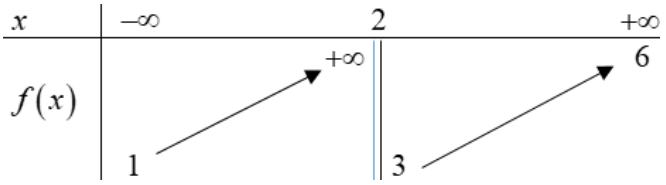
$\longrightarrow$ đường thẳng $x=x_1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x^2-2x+m\right)-m$.

Tương tự các đường thẳng $x=x_2$, $x=x_3$, $x=x_4$ cũng là các đường tiệm cận đứng của ĐTHS $y=f\left(x^2-2x+m\right)-m$.

Vậy để đồ thị hàm số $y=f\left(x^2-2x+m\right)-m$ có 5 đường tiệm cận thì $m<0$ .

Do $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-2019;2020]$ nên có tất cả 2019 giá trị của $m$ .

**Câu 43.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{f^2(x)}{f(x)-m}$ có đúng 3 tiệm cận đứng.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{f^2(x)}{f(x)-m}=+\infty$

Nên $\forall m$, đồ thị hàm số $y=g(x)$ luôn có một tiệm cận đứng $x=2$.

Mặt khác, từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ thì phương trình $f(x)-m=0$ tối đa 2 nghiệm.

Vậy để đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng 3 tiệm cận đứng thì điều kiện cần là phương trình $f(x)=m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ khác 2 $\Leftrightarrow 3<m<6$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to(x_1)^+} g(x)=\lim\limits_{x\to(x_1)^+}\dfrac{f^2(x)}{f(x)-m}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(x_2)^+} g(x)=\lim\limits_{x\to(x_2)^+}\dfrac{f^2(x)}{f(x)-m}=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 2 tiệm cận đứng là đường thẳng $x=x_1$ và $x=x_2$.

Vậy với $3<m<6$ thì đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng 3 tiệm cận đứng. Do $m$ nguyên nên có 2 giá trị của $m$ thỏa mãn bài toán là $m=4$ và $m=5$.

**Câu 44.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ \| $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ có đúng ba đường tiệm cận.

**A.** $m>2$. **B.** $\nexists m$ **C.** $m\le 2$. **D.** $m<2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ là $\begin{cases}x>0\\ f(x)\neq m\end{cases}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ luôn có tiệm cận ngang $y=0$.

Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ có đúng ba đường tiệm cận thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

Suy ra phương trình $f(x)-m=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt trên $(0;+\infty)$.

Từ bảng biến thiên suy ra $m<2$.

**Câu 45.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

**A.** $0<m\le\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}<m\le 1$. **C.** $1<m\le\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}<m\le 2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta thấy $1+\sqrt{x+1}>0,\ \forall x\ge -1$.

Hàm số có đúng hai tiệm cận đứng khi $x^2-mx-3m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x\ge -1$.

Với $x\ge -1$ phương trình $x^2-mx-3m=0\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{x+3}=m$.

Đặt $f(x)=\dfrac{x^2}{x+3}$.

Khi đó $f'(x)=\dfrac{2x(x+3)-x^2}{(x+3)^2}=\dfrac{x^2+6x}{(x+3)^2}=0\Rightarrow x^2+6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-6\end{array}\right.$.

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $\frac{1}{2}$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên trên ta thấy để phương trình $x^2-mx-3m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x>-1$ thì $m\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Vậy với $0<m\le\dfrac{1}{2}$ thì đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng.

**Câu 46.** Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}$ có một tiệm cận ngang là $y=1$. Tổng các giá trị của tham số $m$ bằng

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}=\dfrac{mx+|x|\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}}{2x-1}$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx+|x|\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}}{2x-1}=\dfrac{m+1}{2}$.

Và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{mx+|x|\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}}{2x-1}=\dfrac{m-1}{2}$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}$ có một tiệm cận ngang là y = 1 $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{m+1}{2}=1\\\dfrac{m-1}{2}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=3\end{array}\right.$.

Tổng các giá trị của tham số $m$ bằng 4.

**Câu 47.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có $f(2)=-1$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-1$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $1$ |

Với giá trị nào của tham số $m$ thì đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x(x-1)^2}{f^2(x)-(m+1)f(x)+m}$ không có tiệm cận đứng và ngang?

**A.** $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} -1<m<1 \\ m=-4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>1 \end{array}\right.$. **D.** $-4\le m<1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $g(x)=\dfrac{(x+2)(x-1)^2}{f^2(x)+(m+1)f(x)+m}=\dfrac{(x+2)(x-1)^2}{(f(x)-1)(f(x)-m)}$.

Gọi đồ thị hàm số $g(x)$ là $(C)$.

Thấy $\lim\limits_{x\to-\infty}|y|=+\infty \Rightarrow (C)$ không có tiệm cận ngang.

Xét phương trình $f^2(x)+(m+1)f(x)+m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=-1\ (1) \\ f(x)=-m\ (2) \end{array}\right.$.

$(1)$ có 1 nghiệm đơn $x=2$.

Để $(C)$ không có tiệm cận đứng thì $(2)$ vô nghiệm hoặc có đúng một nghiệm $x=1$

Do đó $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$.

**Câu 48.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R, $f(0)=1$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ | ↗ | $4$ | ↘ | $1$ |

Với giá trị nào của tham số $m$ thì tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f^2(x)-m}$ là 3 ?

**A.** $\left[\begin{array}{l} 0<m\le 1 \\ m=16 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} 0<m<1 \\ m=4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} 1<m\le 4 \\ m=0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} 0<m\le 1 \\ m=4 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f^2(x)-m}$ là $(C)$

Nếu $m=0$ ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=1$; phương trình $f^2(x)=0$ vô nghiệm

nên $(C)$ không có tiệm cận đứng và có 1 tiệm cận ngang $y=1$.

Nếu $m=1$ ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$; phương trình $f^2(x)=1$ có 1 nghiệm $x=0$.

nên $(C)$ có 1 tiệm cận đứng và có 1 tiệm cận ngang.

Nếu $\begin{cases} m\ne 1 \\ m\ne 0 \end{cases}$ ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\dfrac{1}{m}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\dfrac{1}{1-m}$ nên đồ thị $(C)$ có 2 tiệm cận ngang.

Để tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của $(C)$ là 3 thì $(C)$ có 1 tiệm cận đứng

phương trình $f^2(x)=m$ có 1 nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=\sqrt{m} \\ 0<m \end{cases}$ có đúng 1 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<m\le 1 \\ m=16 \end{array}\right.$.

Vậy $\left[\begin{array}{l} 0<m\le 1 \\ m=16 \end{array}\right.$.

**Câu 49.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{3-x}}{\sqrt{x^2-mx+m-3}}$ có hai đường tiệm cận đứng?

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $1+\sqrt{3-x}\ge 1>0$, $\forall x\le 3$.

Đồ thị hàm số đã cho có đúng 2 đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-mx+m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ nhỏ hơn 3

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ (x_1-3)(x_2-3)>0 \\ (x_1-3)+(x_2-3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4m+12>0 \\ x_1x_2-3(x_1+x_2)+9>0 \\ x_1+x_2-6<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall m\in \mathbb{R} \\ m-3-3m+9>0 \\ m-6<0 \end{cases} \Leftrightarrow m<3.$$

Do $m$ nguyên dương nên $m=1$, $m=2$.

Vậy có 2 giá trị nguyên dương $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{3-x}}{\sqrt{x^2-mx+m-3}}$ có hai đường tiệm cận đứng.

**Câu 50.** Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-8x-m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Tổng tất cả các phần tử của $S$ bằng

**A.** 34. **B.** –84. **C.** –91. **D.** 33.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-8x-m}}$ có hai đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2-8x-m=0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn $-1\,(x_1>x_2>-1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ (x_1+1)+(x_2+1)>0 \\ (x_1+1)(x_2+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ x_1+x_2+2>0 \\ x_1x_2+x_1+x_2+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16+m>0 \\ 8+2>0 \\ -m+8+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-16 \\ m<9 \end{cases} \Leftrightarrow -16<m<9$$

Vì $m$ nguyên nên $m\in\{-15;-14;...;8\} \Rightarrow$ Tổng các phần tử của $S$ bằng $-84$.

**Câu 51.** Tập hợp các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{(mx^2-2x+1)(4x^2+4mx+1)}$ có đúng 1 đường tiệm cận là

**A.** $\varnothing$ **B.** $\{0\}$.

**C.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup\{0\}\cup(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x-1}{\left(mx^2-2x+1\right)\left(4x^2+4mx+1\right)} = 0$. Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang.

YCBT $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow \left(mx^2-2x+1\right)\left(4x^2+4mx+1\right)=0$ vô nghiệm hoặc có đúng một nghiệm đơn $x=\dfrac{1}{2}$.

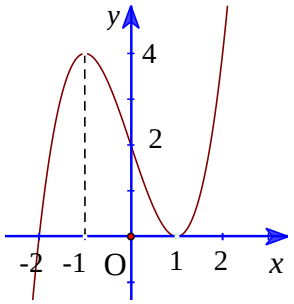
Xét phương trình $\left(mx^2-2x+1\right)\left(4x^2+4mx+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} mx^2-2x+1=0 \quad (1) \\ 4x^2+4mx+1=0 \quad (2) \end{array}\right.$.

Nếu $m=0$ thỏa mãn.

Nếu $m\neq 0$ ta cần có $\begin{cases}\Delta_1<0\\ \Delta_2<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1-m<0\\ 4m^2-4<0\end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Vậy $m=0$.

**Câu 52.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Gọi $S$ là tập hợp các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\left(x^2-1\right)(x+m)}{f^2(x)-4f(x)}$ có 3 tiệm cận đứng và ngang. Tính tích các phần tử của $S$.

**A.** $-2$. **B.** 4. **C.** 3. **D.** $-6$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f^2(x)$ bậc 6 nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0$.

Đồ thị hàm số $g(x)$ có 1 tiệm cận ngang $y=0$.

Xét phương trình $f^2(x)-4f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \ (1) \\ f(x)=4 \ (2) \end{array}\right.$.

(1) Có nghiệm $x=-2$ (kép) và $x=1$ (đơn).

(2) Có nghiệm $x=-1$ (kép) và $x=2$ (đơn).

Ta viết $g(x)=\dfrac{\left(x^2-1\right)(x+m)}{f^2(x)-4f(x)}$

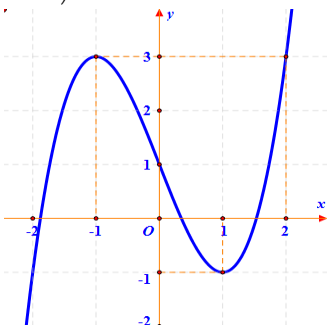
$=\dfrac{\left(x^2-1\right)(x+m)}{k(x+2)^2(x+1)^2(x-1)(x-2)}=\dfrac{x+m}{(x+2)^2(x-2)(x+1)}$, với $k\neq 0;\ x\neq\pm 2;\ x\neq\pm 1$.

Với $m=-2$ hoặc $m=1$ thì đồ thị hàm số $g(x)$ có 2 tiệm cận đứng.

Với $m\neq -2; m\neq 1$ thì đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 tiệm cận đứng.

Vậy để đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 tiệm cận đứng và ngang thì tích các phần tử của $S$ là $-2$.

**Câu 53.** Cho hàm đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau. Có bao nhiêu giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $h(x)=\dfrac{(x+\sqrt{3})^2(x-2)}{f\left(\sqrt{4-x^2}\right)-m}$ $(C)$ có 1 tiệm cận đứng ?




**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta cần tìm số nghiệm phương trình $f\left(\sqrt{4-x^2}\right)=m$.

***Cách 1:*** Cách tự luận truyền thống.

Từ đồ thị, suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↘ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Xét phương trình hàm số Xét hàm số $g(x)=f\left(\sqrt{4-x^2}\right)$, xác định trên $D=[-2;2]$.

Ta có $g'(x)=-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}f'\left(\sqrt{4-x^2}\right)$

$$g'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(\sqrt{4-x^2}\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ \sqrt{4-x^2}=-1\\ \sqrt{4-x^2}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$$

| $x$ | $-2$ | | $-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $\sqrt{3}$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $1$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $1$ |

**Câu 54.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng 1 tiệm cận đứng.

**A.** $m=1;\ m=4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-1;\ m=-4$. **D.** $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}=\dfrac{x^2+m}{(x-1)(x-2)}$.

Đặt $f(x)=x^2+m$.

Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} f(1)=0 \\ f(2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1=0 \\ m+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-4 \end{array}\right.$.

**Câu 55.** Tập hợp các giá trị thực của $m$ để hàm số $y=\dfrac{2x-1}{4x^2+4mx+1}$ có đúng 1 đường tiệm cận là

**A.** $[-1;1]$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

**Lời giải:**

**Chọn C**

Dễ thấy đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y=0$, vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$, với mọi $m$.

Để đồ thị hàm số có một tiệm cận thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Khi đó phương trình $4x^2+4mx+1=0$ vô nghiệm, hay $\Delta'<0\Leftrightarrow 4m^2-4m<0\Leftrightarrow -1<m<1\Leftrightarrow m\in(-1;1)$.

**Câu 56.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng.

**A.** $m>1$. **B.** $m<1$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m=1;\ m=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì $x=m$ là nghiệm của $2x^2-3x+m=0$.

Khi đó ta có $2m^2-3m+m=0\Leftrightarrow\ 2m^2-2m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$.

**Câu 57.** Tìm tất cả giá trị thực của $m$ để đồ thị hàm $y=\dfrac{x-1}{x^2-mx+m}$ có đúng 1 tiệm cận đứng.

**A.** $m=0;\ m=4$. **B.** $m=0$. **C.** $m\leq 0$. **D.** $m\geq 4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $g(x)=x^2-mx+m$.

Ta có đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi $g(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1 hoặc $g(x)=0$ có nghiệm kép khác 1 $\Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} \Delta=m^2-4m>0 \\ g(1)=0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} \Delta=m^2-4m=0 \\ g(1)\neq 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=0 \end{array}\right.$$

Vậy $m=0;\ m=4$.

**Câu 58.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để đồ thị hàm $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có đúng 2 tiệm cận đứng.

**A.** $\left\{\begin{array}{l} m\neq 1 \\ m\neq -8 \end{array}\right.$. **B.** $\left\{\begin{array}{l} m>-1 \\ m\neq 8 \end{array}\right.$. **C.** $\left\{\begin{array}{l} m<1 \\ m\neq -8 \end{array}\right.$. **D.** $\left\{\begin{array}{l} m=1 \\ m=-8 \end{array}\right.$.

**Lời giải:**

**Chọn C**

Đặt $f(x)=x^2-2x+m$.

Ta có hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}=\dfrac{(x-1)(x+2)}{x^2-2x+m}$.

Khi đó đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 và khác $-2$ $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ f(1)\neq 0\\ f(-2)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow.\begin{cases}1-m>0\\ m-1\neq 0\\ m+8\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ m\neq -8\end{cases}$.

**Câu 59.** Cho $f(x)=x^2-4x+3$, số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{f(x+1)}-\sqrt{f(x+2)-x+1}}$ là:

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$y=\frac{1}{\sqrt{f(x+1)}-\sqrt{f(x+2)-x+1}}=\frac{1}{\sqrt{(x+1)^2-4(x+1)+3}-\sqrt{(x+2)^2-4(x+2)+3-x+1}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}$$

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x^2-2x\geq 0\\ x^2-x\geq 0\\ \sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)\\ x\in(-\infty;0]\cup[1;+\infty)\\ x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup[2;+\infty)$

+) $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{\sqrt{-x(2-x)}-\sqrt{-x(1-x)}}$

$=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{\sqrt{-x}}.\dfrac{1}{\sqrt{2-x}-\sqrt{1-x}}=+\infty$.

$\Rightarrow x=0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) $\lim\limits_{x\to 2^+}y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow x=2$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2-x}}{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1-\frac{2}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{-1}=-2$

$\Rightarrow y=-2$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+) $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2-x}}{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\frac{2}{x}}-\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{-1}=2$

$\Rightarrow y=2$ là một đường tiệm cận ngag của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

**Câu 60.** Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{(m+2)x^2-3x-3m}-|x|}{x-2}$ có đồ thị $(C)$. Đồ thị $(C)$ có 3 đường tiệm cận khi tham số thực $m$ thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

**A.** $(-2;2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-3;-1)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Với $m<-2$ đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang vì

Khi $x\to\pm\infty$ thì $y\to\pm(\sqrt{m+2}-1)$, không tồn tại $\sqrt{m+2}$ nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to+\infty}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}y$ (không thỏa mãn).

Với $m=-2\Rightarrow y=\dfrac{\sqrt{-3x-6}-|x|}{x-2}$ đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang (không thỏa mãn).

Với $m>-2$ đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang do $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\sqrt{m+2}-1$; $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\sqrt{m+2}+1$.

Để đồ thị hàm số có 3 tiệm cận thì nó phải có thêm 1 tiệm cận đứng.

Khi đó tử số không có nghiệm $x=2$ và $f(x)=(m+2)x^2-3x-3m$ xác định tại $x=2$.

Khi đó $\begin{cases}f(2)=4(m+2)-6-3m\ge0\\\sqrt{f(2)}-2\ne0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+2\ge0\\\sqrt{m+2}-2\ne0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge-2\\m\ne2\end{cases}$.

Do đó $m>-2;\ m\ne2$ là giá trị cần tìm.

**Câu 61.** Tập hợp các giá trị thực của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{(mx^2-2x+1)(4x^2+4mx+1)}$ có đúng một đường tiệm cận là

**A.** $\{0\}$. **B.** $(-\infty;-1)\cup\{0\}\cup(1;+\infty)$.

**C.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $\varnothing$

**Lời giải**

**Chọn A**

Dễ thấy đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y=0$.

Suy ra để đồ thị hàm số có 1 tiệm cận thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

*Trường hợp 1:* Phương trình: $(mx^2-2x+1)(4x^2+4mx+1)=0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne0\\1-m<0\\4m^2-4<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne0\\m>1\\-1<m<1\end{cases}\Rightarrow m\in\varnothing$.

*Trường hợp 2:* Phương trình $4x^2+4mx+1=0$ vô nghiệm, phương trình: $mx^2-2x+1=0$ có đúng 1 nghiệm đơn $x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}4m^2-4<0\\m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<1\\m=0\end{cases}\Rightarrow m=0$.

Kết hợp 2 trường hợp suy ra $m=0$.

**Câu 62.** Điều kiện cần và đủ của tham số thực $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{mx^2+4}}$ có đúng 1 tiệm cận ngang là

**A.** $m=4$. **B.** $0\le m\le4$. **C.** $m=0$.. **D.** $m=0$ hoặc $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Với $m=0$, ta có $y=\dfrac{x-1}{2x+2}\Rightarrow\lim\limits_{x\to\infty}y=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Với $m<0$ đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang vì không tồn tại $\lim\limits_{x\to\infty}y$.

Với $m>0$, ta có $y=\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{mx^2+4}}=\dfrac{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)}{2x+|x|\sqrt{m+\dfrac{4}{x^2}}}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}y=\dfrac{1}{2+\sqrt{m}}\\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=\dfrac{1}{2-\sqrt{m}}\end{array}\right.$

Để hàm số có duy nhất một tiệm cận ngang thì $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\dfrac{1}{2-\sqrt{m}}=\infty$

Cho $2-\sqrt{m}=0\Leftrightarrow m=4\Rightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}y=\infty$. Vậy $m=0$ hoặc $m=4$ là giá trị cần tìm.

**Câu 63.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có 2 tiệm cận ngang.

**A.** $-1<m\le 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m=0$. **D.** $m>0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Với $m>0$ ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{m}}\Rightarrow y=\dfrac{1}{\sqrt{m}}$ là một tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{-x}}=\dfrac{-1-\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{-1}{\sqrt{m}}\Rightarrow y=\dfrac{-1}{\sqrt{m}}$ là một tiệm cận ngang.

Khi đó đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Với $m=0$ suy ra $y=\dfrac{x+1}{1}$ đồ thị hàm số không có hai tiệm cận ngang.

Với $m<0$ đồ thị hàm số cũng không có tiệm cận ngang vì không tồn tại $\lim\limits_{x\to\infty}y$.

**Câu 64.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

**A.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta thấy $1+\sqrt{x+1}>0$, $(\forall x\ge -1)$. Do đó đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow x^2-mx-3m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2\ge -1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ x_1+x_2\ge -2\\ (x_1+1)(x_2+1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=(-m)^2-4(-3m)>0\\ x_1+x_2\ge -2\\ x_1x_2+x_1+x_2+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+12m>0\\ m\ge -2\\ 1-2m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$.

**Câu 65.** Có bao nhiêu giá trị $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty} y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{m-\dfrac{1}{x^2}}{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}=m$ suy ra đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=m$.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận khi nó có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng. Ta có $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}=\dfrac{mx^2-1}{(x-1)(x-2)}$, đặt $f(x)=mx^2-1$.

Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(1)=0\\f(2)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-1=0\\4m-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=\dfrac{1}{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\left\{1;\dfrac{1}{4}\right\}$.

**Câu 66.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-(1-m)x+2m}}$ có hai tiệm cận đứng?

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta thấy $1+\sqrt{x+1}>0,\ (\forall x\ge -1)$.

Do đó đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow x^2-(1-m)x+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\ge -1$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\x_1+x_2\ge -2\\(x_1+1)(x_2+1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=(m-1)^2-8m>0\\x_1+x_2\ge -2\\x_1x_2+x_1+x_2+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-10m+1>0\\1-m\ge -2\\2m+(1-m)+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 5-2\sqrt{6}\ge m\ge -2$.

Kết hợp $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{-2;-1;0\}$.

**Câu 67.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-9}{\sqrt{x^2+2mx+2m+8}}$ có đúng hai đường tiệm cận.

**A.** $-2<m<4$. **B.** $-2<m<5$. **C.** $-1<m<5$. **D.** $-1<m<4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x-9}{\sqrt{x^2+2mx+2m+8}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5-\dfrac{9}{x}}{\sqrt{1+\dfrac{2m}{x}+\dfrac{2m+8}{x^2}}}=5$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x-9}{\sqrt{x^2+2mx+2m+8}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5-\dfrac{9}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{2m}{x}+\dfrac{2m+8}{x^2}}}=-5$

Do đó đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang $y=\pm 5$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì nó phải không có tiệm cận đứng.

Khi đó phương trình $x^2+2mx+2m+8=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x=\dfrac{9}{5}$.

***Trường hợp 1:*** Phương trình $x^2+2mx+2m+8=0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow\Delta'=m^2-2m-8<0$

$\Leftrightarrow -2<m<4$.

***Trường hợp 2:*** Phương trình $x^2+2mx+2m+8=0$ có nghiệm kép $x=\dfrac{9}{5}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=0 \\ \left(\dfrac{9}{5}\right)^2+2m.\left(\dfrac{9}{5}\right)+2m+8=0 \end{cases}$ (hệ phương trình này vô nghiệm).

Vậy $-2<m<4$ là giá trị cần tìm.

**Câu 68.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng:

**A.** $m<0$. **B.** $m=0$. **C.** $\begin{cases} m<0 \\ m\neq 1 \end{cases}$. **D.** $m<1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng thì phương trình $g(x)=m(x-1)^2+4$ có 2 nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta=-16m>0 \\ g(-1)=4m+4\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m\neq -1 \end{cases}$.

Vậy $\begin{cases} m<0 \\ m\neq 1 \end{cases}$.

**Câu 69.** Tìm $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+m-1}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm $A(5;2)$.

**A.** $m=-4$. **B.** $m=1$. **C.** $m=6$. **D.** $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-m+1$ và tiệm cận ngang là $y=1$.

Để tiệm cận đứng đi qua điểm $A(5;2)$ thì: $-m+1=5 \Leftrightarrow m=-4$.

**Câu 70.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x^2-4x+m}$ có tiệm cận ngang mà không có tiệm cận đứng.

**A.** $m>4$. **B.** $m=-12$. **C.** $m<4$. **D.** $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+2}{x^2-4x+m}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang mà không có tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-4x+m=0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'=4-m<0 \Leftrightarrow m>4$.

Vậy $m>4$.

**Câu 71.** Tìm giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+1}{4-2x}$ nhận đường thẳng $y=1$ làm tiệm cận ngang.

**A.** $m>4$. **B.** $m=-2$. **C.** $m<4$. **D.** $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $g(x)=mx+1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{mx+1}{4-2x}=-\dfrac{m}{2}$ và nghiệm của mẫu thức là $x=2$.

Để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $y=1$ thì $\begin{cases}g(2)\neq 0\\ y=-\dfrac{m}{2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m+1\neq 0\\ m=-2\end{cases}$

$\Leftrightarrow m=-2$

Vậy $m=-2$.

**Câu 72.** Tìm giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2m+4}{x-1}$ không có tiệm cận đứng.

**A.** $m\neq -1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m\neq 1$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $f(x)=(m-1)x+2m+4$

Ta có nghiệm của mẫu thức là $x=1$.

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì $x=1$ là nghiệm của tử thức hay $f(1)=0$

$\Leftrightarrow m=-1$. Vậy $m=-1$.

**Câu 73.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-3;3]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$ có ba đường tiệm cận?

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận thì phương trình $mx^2-2x+3=0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ \Delta'=1-3m>0\\ m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ m<\dfrac{1}{3}\\ m\neq -1\end{cases}$.

Mà $m\in[-3;3]\Rightarrow m\in\{-3;-2\}$.

Vậy $m\in\{-3;-2\}$.

**Câu 74.** Tìm giá trị của $m+n$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-3}{x+n}$ nhận đường thẳng $x=2$ làm tiệm cận đứng và đường thẳng $y=2$ làm tiệm cận ngang.

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4

**Lời giải**

**Chọn B**

Để $x=2$ làm tiệm đứng của đồ thị hàm số thì $x=2$ là nghiệm của mẫu nhưng không là nghiệm của tử hay $\begin{cases}2+n=0\\ 2m-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-2\\ m\neq\dfrac{3}{2}\end{cases}$.

Để $y=2$ làm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số thì $m=2$.

Vậy $m=2$; $n=-2\Rightarrow m+n=0$.

**Câu 75.** Tìm tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{4x^2+4mx+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

**A.** $m>1$. **B.** $m<-1$. **C.** $-1\le m<1$. **D.** $m\in R$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có nghiệm của tử thức $x=\dfrac{1}{2}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-1}{4x^2+4mx+1}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang.

Để đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận thì phương trình $4x^2+4mx+1=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép và nghiệm đó bằng $\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\Delta'=4m^2-4<0\\ \begin{cases}\Delta'=4m^2-4=0\\ 4.\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+4m.\dfrac{1}{2}+1=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<m<1\\ \begin{cases}m=\pm1\\ m=-1\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow -1\le m<1$.

**Câu 76.** Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^2-6x+m}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị tham số m để đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang. Tìm số phần tử của tập hợp S.

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+3}{x^2-6x+m}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang.

Nghiệm của tử thức $x=-3$.

Để đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang thì phương trình $x^2-6x+m=0$ chỉ có một nghiệm khác $-3$ hoặc có hai nghiệm phân biệt và một nghiệm bằng $-3$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\Delta'=9-m=0\\ (-3)^2-6.(-3)+m\ne0\end{cases}\\ \begin{cases}\Delta'=9-m>0\\ (-3)^2-6.(-3)+m=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m=9\\ m\ne-27\end{cases}\\ \begin{cases}m<9\\ m=-27\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=9\\ m=-27\end{array}\right.$.

**Câu 77.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$ là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $4\sqrt{3x+1}-3x-5=0\Leftrightarrow 4\sqrt{3x+1}=3x+5$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3x+5\ge0\\ 16(3x+1)=(3x+5)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge-\dfrac{5}{3}\\ 9x^2-18x+9=0\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$

Tập xác định: $D=\left[-\dfrac{1}{3};+\infty\right)\setminus\{1\}$

+) $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{(x-1)\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}{-9(x-1)^2}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{4\sqrt{3x+1}+3x+5}{-9(x-1)}=+\infty$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=1$.

+) Xét $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=-\dfrac{1}{3}$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y=-\dfrac{1}{3}$.

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

**Câu 78.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}$ là:

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x^2-2x\ge 0\\ x^2-x\ge 0\\ \sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)\\ x\in(-\infty;0]\cup[1;+\infty)\\ x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup[2;+\infty)$

+) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{\sqrt{-x(2-x)}-\sqrt{-x(1-x)}}$

$=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{\sqrt{-x}}.\dfrac{1}{\sqrt{2-x}-\sqrt{1-x}}=+\infty$.

$\Rightarrow x=0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow x=2$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2-x}}{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{2}{x}}+\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}}{-1}=-2$

$\Rightarrow y=-2$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2-x}}{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\dfrac{2}{x}}-\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}}{-1}=2$

$\Rightarrow y=2$ là một đường tiệm cận ngag của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

**Câu 79.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, không âm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ , $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2\sqrt{x^2+1}.f(x)+1}{x+3}$ là:

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1

**Lời giải**

**Chọn A**

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2\sqrt{x^2+1}.f(x)+1}{x+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}.f(x)+\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=-2$

$\Rightarrow y=-2$ là tiệm cận ngang

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2\sqrt{x^2+1}.f(x)+1}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}.f(x)+\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=4$

$\Rightarrow y=4$ là tiệm cận ngang

+) $\lim\limits_{x\to(-3)^+} y=\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{2\sqrt{x^2+1}.f(x)+1}{x+3}=\pm\infty$

+) $\lim\limits_{x\to(-3)^-} y=\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2\sqrt{x^2+1}.f(x)+1}{x+3}=\pm\infty$

$\Rightarrow x=-3$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

**Câu 80.** Tính tổng $S$ tất cả các giá trị nguyên dương của $m$ sao cho đồ thị $y=\dfrac{\sqrt{(4-m)x^2+2mx-3-m}}{x-2}$ có 2 tiệm cận ngang.

**A.** 3. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 5

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $f(x)=(4-m)x^2+2mx-3-m$

Để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang thì $\begin{cases}4-m>0\\ f(2)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<4\\ m\neq 13\end{cases}$

Suy ra các giá trị nguyên dương của $m$ là $m\in\{1;2;3\}$.

Vậy $S=6$.

**Câu 81.** Có bao nhiêu giá trị $m$ nguyên để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-3mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dễ thấy tử số có một nghiệm $x=2$.

Do đó để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-3mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng thì cần xét hai trường hợp sau:

*Trường hợp 1:* $x^2-3mx+m=0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow\Delta=9m^2-4m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=\dfrac{4}{9}\end{array}\right.$.

*Trường hợp 2:* $x^2-3mx+m=0$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm bằng 2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9m^2 - 4m > 0 \\ 4 - 3.2m + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[ \begin{array}{l} m < 0 \\ m > \dfrac{4}{9} \end{array} \right. \\ m = \dfrac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{4}{5}.$$

Do $m$ nguyên suy ra $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 82.** Cho hàm bậc ba $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị đi qua các điểm $A(0;2); B(1;0); C(2;4)$.

Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^4 - 4x^2 + 3}{(x-1)\left(f^2(x) - 2f(x)\right)}$.

**A.** 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm bậc ba $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị đi qua các điểm $A(0;2); B(1;0); C(2;4)$ nên

$$\begin{cases} d = 2 \\ 1 + b + c + d = 0 \\ 8 + 4b + 2c + d = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ b + c = -3 \\ 2b + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2(x+2)$$

Khi đó $y = \dfrac{x^4 - 4x^2 + 3}{(x-1)\left(f^2(x) - 2f(x)\right)} = \dfrac{x^4 - 4x^2 + 3}{(x-1).f(x)\left(f(x) - 2\right)}$

$$= \frac{\left(x^2 - 1\right)\left(x^2 - 3\right)}{(x-1).(x-1)^2(x+2).x.\left(x^2 - 3\right)} = \frac{x+1}{(x-1)^2(x+2).x}$$

Tập xác định của $y$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-2; 0; 1; \pm\sqrt{3}\right\}$

+) $\lim\limits_{x \to (-2)^+} y = \lim\limits_{x \to (-2)^+} \dfrac{x+1}{(x-1)^2(x+2).x} = -\infty$

+) $\lim\limits_{x \to 0^+} y = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x+1}{(x-1)^2(x+2).x} = +\infty$

+) $\lim\limits_{x \to 1^+} y = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x+1}{(x-1)^2(x+2).x} = +\infty$

+) $\lim\limits_{x \to \sqrt{3}} y = \lim\limits_{x \to \sqrt{3}} \dfrac{x+1}{(x-1)^2(x+2).x} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{\left(\sqrt{3}-1\right)^2\left(\sqrt{3}+2\right)\sqrt{3}}$

+) $\lim\limits_{x \to -\sqrt{3}} y = \lim\limits_{x \to -\sqrt{3}} \dfrac{x+1}{(x-1)^2(x+2).x} = \dfrac{-\sqrt{3}+1}{\left(-\sqrt{3}-1\right)^2\left(-\sqrt{3}+2\right)\left(-\sqrt{3}\right)}$

Vậy đồ thị có 3 đường tiệm cận đứng $x = -2; x = 0; x = 1$.

**Câu 83.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x-1} + 2017}{\sqrt{x^2 - 2mx + m + 2}}$ có đúng ba đường tiệm cận?

**A.** $m > 2$ hoặc $m < -1$. **B.** $2 < m < 3$. **C.** $2 \le m \le 3$. **D.** $m < 2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$, đồ thị hàm số luôn có 1 đường tiệm cận ngang $y=0$.

Để ĐTHS có ba đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ ĐTHS có đúng 2 đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2-2mx+m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ lớn hơn 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ (x_1-1)(x_2-1)>0 \\ (x_1-1)+(x_2-1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-2>0 \\ x_1x_2-(x_1+x_2)+1>0 \\ x_1+x_2-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty) \\ m+2-2m+1>0 \\ 2m-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow 2<m<3$$

**Câu 84.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2-m}}$ có 3 tiệm cận.

**A.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-16 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-16 \\ m=0 \\ m=4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-8 \\ m=-16 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=16 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2-m}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\frac{4}{x^2}}{\sqrt{1-\frac{m}{x^2}}}=1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2-m}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\frac{4}{x^2}}{-\sqrt{1-\frac{m}{x^2}}}=-1$

Do đó đồ thị có hai tiệm cận ngang.

Để đồ thị hàm số có 3 tiệm cận thì nó có 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow g(x)=x^2-m$ có nghiệm kép khác 4 hoặc có 2 nghiệm phân biệt trong đó có nghiệm $x=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=16 \end{array}\right.$.

**Câu 85.** Gọi $(C)$ là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-3x+m}$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để $(C)$ có đúng 2 đường tiệm cận

**A.** $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right]$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right)$. **D.** $\left\{2;\dfrac{9}{4}\right\}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=0$ với mọi giá trị $m$. Do đó để đồ thị $(C)$ có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow x^2-3x+m=0$ $(1)$ có nghiệm kép khác 1 hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1.

Trường hợp 1. $\Delta=0\Leftrightarrow 9-4m=0\Leftrightarrow m=\dfrac{4}{9}$, nghiệm kép $x=\dfrac{3}{2}$ thỏa mãn bài toán.

Trường hợp 2. $(1)$ có nghiệm $x=1\Leftrightarrow m=2$, nghiệm còn lại $x=2$ thỏa mãn bài toán.

Vậy $m\in\left\{2;\dfrac{9}{4}\right\}$.

**Câu 86.** Tìm tất cả các giá trị $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

**A.** $m\in\{-1;-4\}$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=4$. **D.** $m\in\{1;4\}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}=\dfrac{x^2+m}{(x-1)(x-2)}$

Đặt $f(x)=x^2+m$

Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l} f(1)=0 \\ f(2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1=0 \\ m+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow m\in\{-1;-4\}.$$

**Câu 87.** Tìm tất cả giá trị thực của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

**A.** $m=0$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m\in\{0;4\}$. **D.** $m\ge 4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $g(x)=x^2-mx+m$

Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận $\Leftrightarrow g(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1 hoặc $g(x)=0$ có nghiệm kép khác 1.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} \Delta=m^2-4m>0 \\ g(1)=0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} \Delta=m^2-4m=0 \\ g(1)\ne 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=0 \end{array}\right..$$

**Câu 88.** Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-mx-m+5}$ không có tiệm cận đứng?

A. 9. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện: $x^2-mx-m+5\ne 0$

Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng khi không tồn tại điểm $x_0$ sao cho $\lim\limits_{x\to x_0^{\pm}} f(x)=\pm\infty$.

Vậy điều kiện để hàm số không có đường tiệm cận đứng gồm:

- $x^2-mx-m+5=0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta<0\Leftrightarrow m^2+4m-20<0\Leftrightarrow -2-2\sqrt{6}<m<-2+2\sqrt{6}$
- Hàm số là hằng số: khi $m=3$ thì $y=1$

Vậy có 10 giá trị nguyên của $m$.

**Câu 89.** Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-2n)x^2+mx+1}{x^2-mx+m-n}$ nhận đường thẳng $x=1$ là một tiệm cận đứng và trục hoành làm tiệm cận ngang thì $m+n$ bằng

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Nếu $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số thì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\Leftrightarrow m-2n=0$ (1)

Nếu $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì $x=1$ là một nghiệm của phương trình $x^2-mx+m-n=0\Leftrightarrow 1-n=0\Leftrightarrow n=1$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $m=2$.

Với $m=2, n=1$, ta có $x=1$ không là nghiệm của phương trình $(m-2n)x^2+mx+1=0$

Vậy $m+n=3$.

**Câu 90.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$, số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2f(x)+3}{f^2(x)-1}$ là :

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện: $f(x)\neq\pm 1$

$$\lim_{x\to\pm\infty} y=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2f(x)+3}{f^2(x)-1}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\dfrac{2}{f(x)}+\dfrac{3}{f^2(x)}}{1-\dfrac{1}{f^2(x)}}=0 \text{ vì } \lim_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$$

Vậy đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang $y=0$.

**Câu 91.** Cho hàm số $f(x)=x^2+bx+c$ có đồ thị là parabol có đỉnh $I\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{4}\right)$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{f(x)}{4-x^2}$ là

**A.** 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$.

Theo giả thiết $\begin{cases}-\dfrac{b}{2}=\dfrac{3}{2}\\ \left(\dfrac{3}{2}\right)^2+b.\dfrac{3}{2}+c=-\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-3\\ c=2\end{cases}\Rightarrow f(x)=x^2-3x+2\Rightarrow y=\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}$

+) Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+) Vì $\lim\limits_{x\to 2} y=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-1)(x-2)}{(2-x)(2+x)}=-\dfrac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=2$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Vì $\lim\limits_{x\to -2^+} y=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

**Câu 92.** Tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+2mx-m}$ có ba đường tiệm cận là

**A.** $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{1;\dfrac{1}{3}\right\}$.

**B.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

**C.** $m\in(-1;0)\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.

**D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Đồ thị hàm số có thêm 2 đường tiệm cận đứng khi PT: $g(x)=x^2+2mx-m=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 và $-1$

ĐK: $\begin{cases}\Delta'>0\\ g(\pm1)\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m>0\\ m\neq\dfrac{1}{3}\end{cases}$

Vậy $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

**Câu 93.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}-m}{x-1}$ có đúng hai đường tiệm cận.

**A.** $(-\infty;+\infty)\setminus\{1\}$.

**B.** $(-\infty;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

**C.** $(-\infty;+\infty)$.

**D.** $(-\infty;+\infty)\setminus\{0\}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=[0;+\infty)\setminus\{1\}$

Đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y=0$.

Do đó, đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận $\Leftrightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\Leftrightarrow\sqrt{1}-m\neq0\Leftrightarrow m\neq1$.

**Câu 94.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+2017}{\sqrt{x^2-2mx+m+2}}$ có đúng ba đường tiệm cận?

**A.** $2<m<3$.

**B.** $2\le m\le3$.

**C.** $m<2$.

**D.** $m>2$ hoặc $m<-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$, đồ thị hàm số luôn có 1 đường tiệm cận ngang $y=0$.

Để ĐTHS có ba đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ ĐTHS có đúng 2 đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-2mx+m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2$ lớn hơn 1

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ (x_1-1)(x_2-1)>0\\ (x_1-1)+(x_2-1)>0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-2>0\\ x_1x_2-(x_1+x_2)+1>0\\ x_1+x_2-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)\\ m+2-2m+1>0\\ 2m-2>0\end{cases}\Leftrightarrow 2<m<3$$

**Câu 95.** Cho hàm số $y=\dfrac{20+\sqrt{6x-x^2}}{\sqrt{x^2-8x+2m}}$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ sao cho đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng.

**A.** $m\in[6;8)$. **B.** $m\in(6;8)$. **C.** $m\in[12;16)$. **D.** $m\in(0;16)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có tập xác định của hàm số phải thỏa mãn $6x-x^2\ge 0\Leftrightarrow 0\le x\le 6$.

Điều kiện để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là phương trình $x^2-8x+2m=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1,x_2$ thỏa mãn $0<x_1<x_2<6$.

Ta có: $x^2-8x=-2m$. Đặt $f(x)=x^2-8x$.

| $x$ | 0 | | 4 | | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | $\searrow$ | $-16$ | $\nearrow$ | $-12$ |

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -16<-2m<-12\Leftrightarrow 6<m<8$.

**Câu 96.** Các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có bốn đường tiệm cận phân biệt là

**A.** $m>0$. **B.** $m>\dfrac{9}{8}$. **C.** $m>\dfrac{8}{9}$. **D.** $m>\dfrac{8}{9},m\ne 1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có bốn đường tiệm cận phân biệt $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang phân biệt.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có 2 đường tiệm cận ngang phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\exists\lim\limits_{x\to-\infty}y,\exists\lim\limits_{x\to+\infty}y\\ \lim\limits_{x\to-\infty}y\ne\lim\limits_{x\to+\infty}y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ \lim\limits_{x\to-\infty}y\ne\lim\limits_{x\to+\infty}y\end{cases}.$$

Với $m>0$ ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{m-\dfrac{3m}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)}{x\sqrt{m-\dfrac{3m}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m-\dfrac{3m}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}=\frac{1}{\sqrt{m}}.$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{m-\frac{3m}{x}+\frac{2}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{-x\sqrt{m-\frac{3m}{x}+\frac{2}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1-\frac{1}{x}}{-\sqrt{m-\frac{3m}{x}+\frac{2}{x^2}}}=-\frac{1}{\sqrt{m}}$$

$\Rightarrow \lim_{x\to-\infty} y\neq\lim_{x\to+\infty} y$ luôn đúng $\forall m>0\ (1)$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có 2 đường tiệm cận đứng phân biệt

$\Leftrightarrow mx^2-3mx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq0\\9m^2-8m>0\\m-3m+2\neq1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq0\\\left[\begin{array}{l}m<0\\m>\dfrac{8}{9}\end{array}\right.\\m\neq1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<0\\m>\dfrac{8}{9}\end{array}\right.\ (2).\\m\neq1\end{cases}$$

Từ $(1)$ và $(2)$ ta được $\begin{cases}m>\dfrac{8}{9}\\m\neq1\end{cases}$.

**Câu 97.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+2018x+2019}-24\sqrt{14}}{x^2-(m+1)x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

**A.** 2020. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2021.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện xác định $\begin{cases}-x^2+2018x+2019\geq0\\x^2-(m+1)x+m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\leq x\leq2019\\x\neq1;x\neq m\end{cases}$.

Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang vì $-1\leq x\leq2019$.

$$y=\frac{\sqrt{-x^2+2018x+2019}-24\sqrt{14}}{x^2-(m+1)x+m}=\frac{\left(-x^2+2018x+2019\right)-\left(24\sqrt{14}\right)^2}{(x-1)(x-m)\left(\sqrt{-x^2+2018x+2019}+24\sqrt{14}\right)}$$

$$=\frac{-x^2+2018x-6045}{(x-1)(x-m)\left(\sqrt{-x^2+2018x+2019}+24\sqrt{14}\right)}$$

$$=\frac{-(x-3)(x-2015)}{(x-1)(x-m)\left(\sqrt{-x^2+2018x+2019}+24\sqrt{14}\right)}$$

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi $\begin{cases}-1\leq m\leq2019\\m\neq1;m\neq3;m\neq2015\end{cases}$.

Mặt khác $m$ là số nguyên nên ta có $2021-3=2018$ giá trị của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 98.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$ có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6;6]$ của tham số $m$ để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận?

**A.** 12. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty} y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{3}{x^3}}{1-3m\dfrac{1}{x}+\left(2m^2+1\right)\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{m}{x^3}}=0$.

Suy ra $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có 3 đường tiệm cận đứng.

Hay phương trình $x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m=0\ (1)$ có ba nghiệm phân biệt $x\neq 3$.

Ta có $(1)\Leftrightarrow\left(x-m\right)\left(x^2-2mx+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x^2-2mx+1=0\left(*\right)\end{array}\right.$.

Để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khác 3 thì $m\neq 3$ và phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác $m$ và khác 3. Do đó:

$$\begin{cases}\Delta'=m^2-1>0\\3^2-2m.3+1\neq 0\\m^2-2m^2+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>1\end{array}\right.\\m\neq\dfrac{5}{3}\\m\neq -1\\m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>1\end{array}\right.\\m\neq\dfrac{5}{3}\end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện $\begin{cases}m\neq 3\\-6\le m\le 6\end{cases}\Rightarrow m\in\left\{-6;-5;-4;-3;-2;2;4;5;6\right\}$.

Vậy có 9 giá trị của $m$ thỏa mãn điều kiện.

**Câu 99.** Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

**A.** $-1\le m<0$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

+) Nếu $m\ge 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=\sqrt{m}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-\sqrt{m}$, suy ra $y=\sqrt{m}$ và $y=-\sqrt{m}$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-1^+} f\left(x\right)=+\infty$ suy ra $x=-1$ là tiệm cận đứng.

+)Nếu $m<-1$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-1^+} f\left(x\right)$ và $\lim\limits_{x\to-1^-} f\left(x\right)$ không tồn tại. Suy ra không tồn tại tiệm cận đứng.

+)Nếu $m=-1$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-1^+} f\left(x\right)=+\infty$ . Suy ra $x=-1$ là tiệm cận đứng.

+)Nếu $-1<m<0$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-1^+} f\left(x\right)=+\infty$ . Suy ra $x=-1$ là tiệm cận đứng.

Vậy $-1\le m<0$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận.

**Câu 100.** Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(2m-n\right)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ ($m,n$ là tham số) nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$.

**A.** $-6$. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 8.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2m-n)+\dfrac{m}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{m}{x}+\dfrac{n-6}{x^2}}=2m-n$ .

Tương tự, ta cũng có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(2m-n)+\dfrac{m}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{m}{x}+\dfrac{n-6}{x^2}}=2m-n$ .

Vậy $y=2m-n$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Theo giả thiết ta có $2m-n=0$ $(1)$

Để đồ thị hàm số nhận trục tung làm tiệm cận đứng thì điều kiện cần là phương trình $x^2+mx+n-6=0$ có một nghiệm $x=0$ hay $n-6=0\Leftrightarrow n=6(2)$.

Do $x=0$ không là nghiệm của phương trình $(2m-n)x^2+mx+1=0$ nên với $n=6$ thì đồ thị hàm số nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Từ (1) và (2) suy ra $m=3$. Vậy $m+n=9$.

**Câu 101.** Có bao nhiêu giá trị $m$ nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

**A.** 12. **B.** 11. **C.** 0. **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{1-\dfrac{m}{x}}-1}{x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{m}{x}}-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{2}{x}}=1$ hay $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{1-\dfrac{m}{x}}-1}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\dfrac{m}{x}}-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{2}{x}}=-1$ hay $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó bài toán thỏa $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số chỉ có duy nhất một tiệm cận đứng.

Ta lại có $y=\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}=\dfrac{x^2-mx-1}{(x+2)\left(\sqrt{x(x-m)}+1\right)}$.

Để đồ thị hàm số chỉ có duy nhất một đường TCĐ thì $x=-2$ không là nghiệm của tử và $x=-2$ thuộc tập xác định của hàm số $\Leftrightarrow\begin{cases}-2(-2-m)\ge 0\\(-2)^2-m.(-2)-1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -2\\2m+3\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -2\\m\ne -\dfrac{3}{2}\end{cases}$.

Do $m\in(-10;10), m\in Z$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;...;8;9\}$ và có 12 giá trị thỏa mãn.

**Câu 102.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+m}-3}{x+5}$ có đúng một đường tiệm cận?

**A.** $5$. **B.** $4$. **C.** $1$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=\dfrac{\sqrt{x+m}-3}{x+5}=\dfrac{x+m-9}{(x+5)\left(\sqrt{x+m}+3\right)}$.

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0,\forall m$. Do đó đồ thị hàm số có một đường TCN là $y=0$.

Để đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng ta xét trường hợp sau: $-5$ là nghiệm của tử hoặc $-5$ làm $\sqrt{x+m}$ không xác định.

**TH1:** $-5$ là nghiệm của tử thì $-5+m-9=0\Leftrightarrow m=14$.

Thử lại:

$\lim\limits_{x\to-5} y=\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x+14-9}{(x+5)\left(\sqrt{x+14}+3\right)}=\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{1}{\sqrt{x+14}+3}=\dfrac{1}{6}$. Không có TCĐ.

**TH2:** $-5$ làm $\sqrt{x+m}$ không xác định thì $-5\notin\left[-m;+\infty\right)\Leftrightarrow -5<-m\Leftrightarrow m<5$.

Khi đó không tồn tại $\lim\limits_{x\to-5} y$ nên không đường tiệm cận đứng.

Mặt khác đề bài yêu cầu tìm giá trị nguyên dương của $m$ nên $m\in\{1;2;3;4\}$.

Vậy $m\in\{1;2;3;4;14\}$.

**Câu 103.** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x^2+m-1}}$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

**A.** $1<m<5$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x^2+m-1}}=0$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y=0$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3-3x^2+m-1\right)=-\infty$ nên không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x^2+m-1}}$.

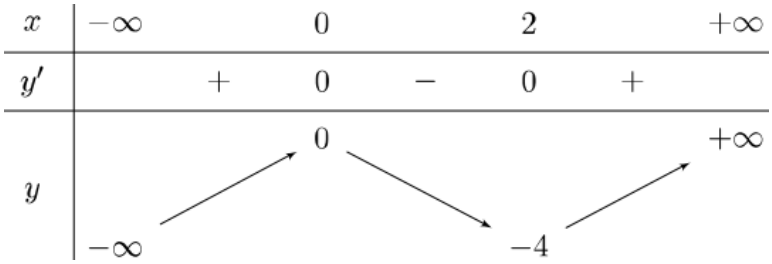
Do vậy đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$.

Để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận thì phương trình $x^3-3x^2+m-1=0\ (1)$ có ba nghiệm phân biệt.

Ta có $(1)\Leftrightarrow x^3-3x^2=-m+1\quad(2)$

Số nghiệm của (2) là số giao điểm của đường thẳng $y=1-m$ và đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2$. Ta có $y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.




Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $(2)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4<1-m<0\Leftrightarrow 1<m<5$.

**Câu 104.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{2x^2-2x+m}-(x+1)}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

**A.** $m\in[-4;5)\setminus\{1\}$. **B.** $m\in[-4;5]$. **C.** $m\in(-4;5]\setminus\{1\}$. **D.** $m\in(-5;4]\setminus\{1\}$.

**Lời giải**

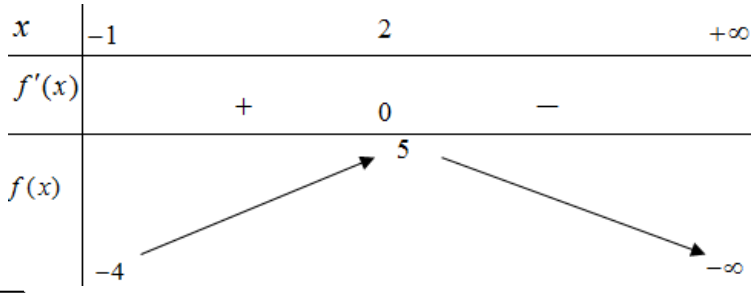
**Chọn A**

Ta có $\sqrt{2x^2-2x+m}=x+1\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\ 2x^2-2x+m=(x+1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\ m=-x^2+4x+1\end{cases}$

Ta thấy rằng phương trình $\sqrt{2x^2-2x+m}-(x+1)=0$ có nhiều nhất 2 nghiệm.

Do đó đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng khi $\sqrt{2x^2-2x+m}-(x+1)=0$ có hai nghiệm khác $0$ và lớn hơn hoặc bằng $-1$.

Đặt $f(x)=-x^2+4x+1,\ x\ge -1$. Ta có $f'(x)=-2x+4=0\Leftrightarrow x=2$.




Suy ra $\sqrt{2x^2-2x+m}-(x+1)=0$ có hai nghiệm phân biệt khi và $-4\le m<5$.

Phương trình $\sqrt{2x^2-2x+m}-(x+1)=0$ có nghiệm khác 0 khi $m\ne 1$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng khi $m\in[-4;5)\setminus\{1\}$.

**Câu 105.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng.

**A.** $\begin{bmatrix}m<-5\\ m>-1\end{bmatrix}$. **B.** $-5\le m<-1$. **C.** $\begin{bmatrix}m\le -5\\ m>-1\end{bmatrix}$. **D.** $\begin{bmatrix}m\le -4\\ m>0\end{bmatrix}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng suy ra mẫu thức có đúng một nghiệm khác 1 hoặc mẫu thức có hai nghiệm trong đó có một nghiệm bằng 1 nghiệm kia khác 1.

**TH1:** $x=1$ là nghiệm của mẫu , suy ra $m=-5$.

Khi đó $y=\dfrac{x-1}{x^3+3x^2-4}=\dfrac{1}{(x+2)^2}$. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-2$.

**TH2:** $x=-1$ không là nghiệm của mẫu , suy ra $m\ne -5$.

Xét hàm số $g(x)=x^3+3x^2+m+1; g'(x)=3x^2+6x; g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của $g(x)$ như sau :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $m+5$ | ↘ | $m+1$ | ↗ | $+\infty$ |

,

Từ bảng biến thiên suy ra mẫu có đúng một nghiệm khi $\left[\begin{array}{l} m+5<0 \\ m+1>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>-1 \end{array}\right.$.

Từ hai trường hợp ta có đáp số $\left[\begin{array}{l} m \le -5 \\ m>-1 \end{array}\right.$.

**Câu 106.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ | $-\infty$ ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

**A.** 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.**1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ là số giá trị $x_0$ thỏa mãn:

$\lim\limits_{x\to x_0} y=\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{1}{2f(x)-5}=\infty$

$\Leftrightarrow x_0$ là nghiệm của phương trình $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2}$ (*).

Dựa vào đồ thị ta thấy (*) có 4 nghiệm. Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 tiệm cận đứng .

**Câu 107.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ | $-\infty$ ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{x\left[f(x)-3\right]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

**A.** 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.**1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{x\left[f(x)-3\right]}$ là số giá trị $x_0$ thỏa mãn:

$\lim\limits_{x\to x_0} y=\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{2}{x\left[f\left(x\right)-3\right]}=\infty$

$\Leftrightarrow x_0$ là nghiệm của phương trình $x\left[f\left(x\right)-3\right]=0$ (*).

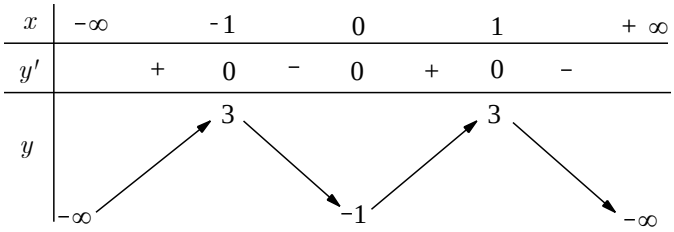
$(*)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f\left(x\right)-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f\left(x\right)=3 \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta thấy $f\left(x\right)=3$ có 3 nghiệm khác 0.

Vậy (*) có 4 nghiệm phân biệt.

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có 4 tiệm cận đứng .

**Câu 108.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau




Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2+1}{x\left[f\left(x\right)-m\right]}$ có 3 tiệm cận đứng?

**A.** 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2+1}{x\left[f\left(x\right)-m\right]}$ là số giá trị $x_0$ thỏa mãn:

$\lim\limits_{x\to x_0} y=\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{5x^2+1}{x\left[f\left(x\right)-m\right]}=\infty$.

$\Leftrightarrow x_0$ là nghiệm của phương trình $x\left[f\left(x\right)-m\right]=0$ (*) (vì $5x^2+1\neq 0;\forall x$).

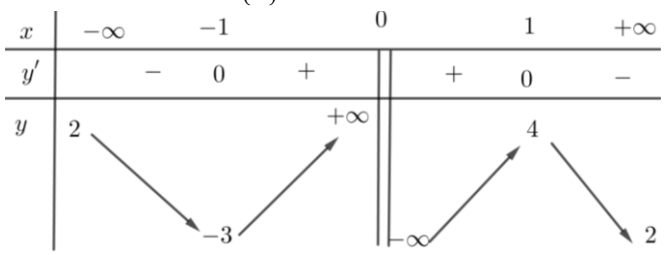
$(*)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f\left(x\right)-m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f\left(x\right)=m \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $f\left(x\right)=m$ có 2 nghiệm khác 0 hoặc có 3 nghiệm trong đó 1 nghiệm bằng 0.

Dựa vào đồ thị ta thấy $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn ycbt.

**Câu 109.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$ và có bảng biến thiên như sau




Đồ thị hàm số $y=2f\left(x\right)-\dfrac{3}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận ?

**A.** 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(2f\left(x\right)-\dfrac{3}{x}\right)=2\lim\limits_{x\to\pm\infty} f\left(x\right)-\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3}{x}=2.2-0=4$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=2f\left(x\right)-\dfrac{3}{x}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=4$.

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=2f\left(x\right)-\dfrac{3}{x}$ là số giá trị $x_0$ thỏa mãn:

$\lim\limits_{x\to x_0} y=\infty\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to x_0}\left(2f\left(x\right)-\dfrac{3}{x}\right)=\infty$.

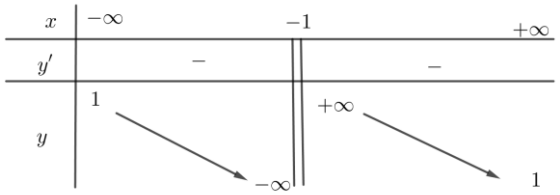
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=-\infty;\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=+\infty$ mà $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{3}{x}=+\infty;\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{3}{x}=-\infty$

Do đó $\lim\limits_{x\to 0^-} y=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(2f\left(x\right)-\dfrac{3}{x}\right))=+\infty;\lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(2f\left(x\right)-\dfrac{3}{x}\right)=-\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=0$.

Tóm lại đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

**Câu 110.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$ và có bảng biến thiên như sau




Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\sqrt{4f\left(x\right)+2021}$ là ?

**A.** $y=45$. **B.** $y=4$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

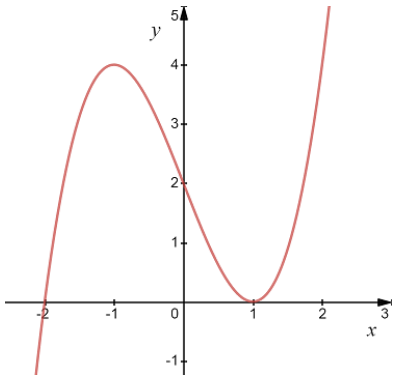
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\sqrt{4f\left(x\right)+2021}=\sqrt{\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(4f\left(x\right)+2021\right)}=\sqrt{4.1+2021}=45$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\sqrt{4f\left(x\right)+2021}$ là đường thẳng $y=45$

**Câu 111.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau




Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{f\left(x\right)+m}$ có 3 tiệm cận đứng?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{f(x)+m}$ là số giá trị $x_0$ thỏa mãn điều kiện: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3}{f(x)+m}=\infty$ (*).

(*) $\Leftrightarrow x_0$ là nghiệm của phương trình $f(x)=-m$.

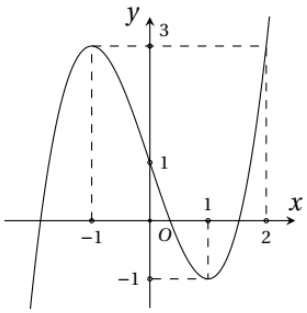
Vì vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{f(x)+m}$ có 3 đường cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $f(x)=-m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta suy ra $0<-m<4\Leftrightarrow -4<m<0$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-3;-2;-1\}$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn ycbt.

**Câu 112.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau




Xét đồ thị hàm số $y=\dfrac{2021f(x)}{f(x)-3}$. Khẳng định nào sau đây là ***Sai***?

**A.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2021$

**B.** Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

**C.** Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

**D.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=3$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=\pm\infty\Rightarrow\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2021f(x)}{f(x)-3}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2021}{1-\dfrac{3}{f(x)}}=2021$.

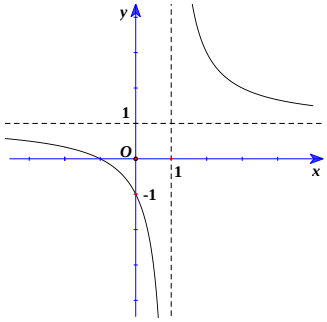
Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=2021$, Phương án A đúng.

Ta lại có $\lim\limits_{x\to x_0}y=\pm\infty\Rightarrow\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2021f(x)}{f(x)-3}=\pm\infty\Leftrightarrow f(x_0)=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-1\\x_0=2\end{array}\right.$.

Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là các đường thẳng $x=-1;x=2$.

Vậy phương án B, C đều đúng, phương án D sai.

**Câu 113.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới.




Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2x+1)f(x)+1}{x-1}$ là ?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{(2x+1)f(x)+1}{x-1}=+\infty$.

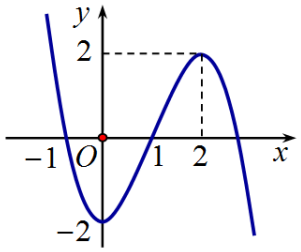
Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x=1$.

Ta lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{(2x+1)f(x)+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\left(2+\dfrac{1}{x}\right)f(x)+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$.

Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=2$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

**Câu 114.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau




Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2f(x)+5}{f(x)-m}$ (1) có 4 tiệm cận?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2f(x)+5}{f(x)-m}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2+\dfrac{5}{f(x)}}{1-\dfrac{m}{f(x)}}=\dfrac{2+0}{1+0}=2$.

Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (1) là đường thẳng $y=2$.

Đồ thị hàm số (1) có 4 tiệm cận $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số (1) có 3 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ có 3 giá trị $x_0$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to x_0} y=\infty$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2<m<2$. Khi đó tử số là $2f(x)+5\neq 0;\forall f(x)\in(-2;2)$.

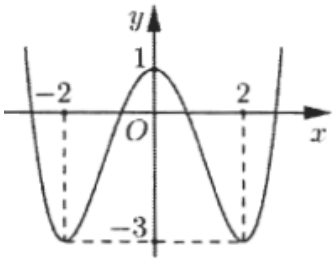
Vậy Đồ thị hàm số (1) có 3 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ có 3 giá trị của $x_0$ thỏa mãn

$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2f(x)+5}{f(x)-m}=\infty \Leftrightarrow -2<m<2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}_+$ nên $m=1$.

Do đó có 1 giá trị thỏa mãn ycbt.

**Câu 115.** Cho hàm $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xét đồ thị hàm số $y=\sqrt{\dfrac{f(x)}{f(x)-1}}$ $(C)$. Mệnh đề nào sau đây là ***sai***?




**A.** Đồ thị $(C)$ có một tiệm cận ngang. **B.** Trục $Oy$ là tiệm cận đứng của đồ thị $(C)$

**C.** Đồ thị $(C)$ có 4 tiệm cận. **D.** Đồ thị $(C)$ không có tiệm cận.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\sqrt{\dfrac{f(x)}{f(x)-1}}=\sqrt{\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{f(x)-1}}=\sqrt{\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{f(x)}}}=1$.

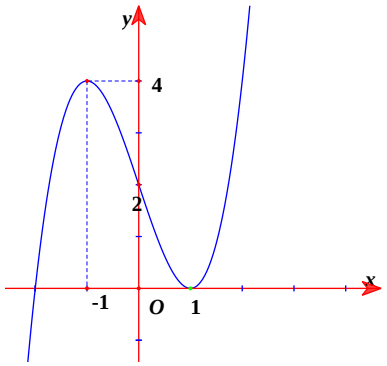
Do đó đồ thị hàm số $(C)$ có 1 tiệm cận ngang. Phương án A đúng .

Xét $f(x_0)=1$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $f(x_0)=1$ có 3 nghiệm phân biệt: $x_0=0; x_0=a; x_0=b$.

Do đó đồ thị hàm số $(C)$ có 3 tiệm cận đứng trong đó 1 đường là Trục $Oy$ nên phương án B, C đều đúng, phương án D **sai**.

**Câu 116.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.




Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x-1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

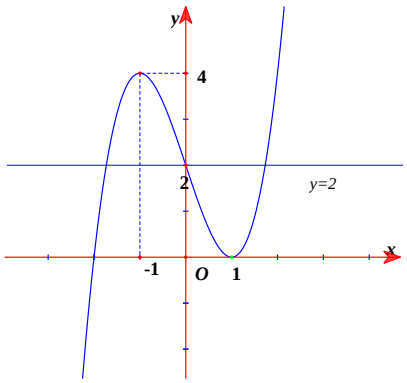
**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta xét mẫu số: $f^2(x)-2f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \quad (1) \\ f(x)=2 \quad (2) \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:




+) Phương trình $(1)$ có nghiệm $x_1=a<-1$ (nghiệm đơn) và $x_2=1$ (nghiệm kép)

$\Rightarrow f(x)=(x-a)(x-1)^2$.

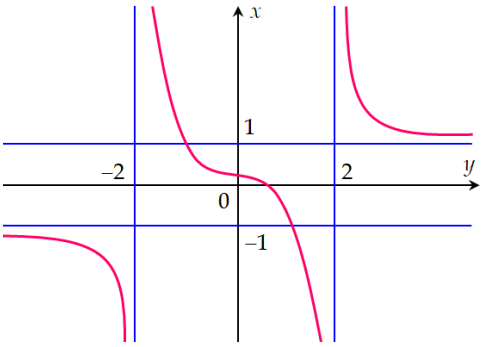
+) Phương trình $(2)$ có nghiệm $x_3=b\in(a;-1)$, $x_4=0$ và $x_5=c>1$

$\Rightarrow f(x)-2=(x-b)x(x-c)$.

Do đó $g(x)=\dfrac{(x-1)(x^2-1)}{f(x)[f(x)-2]}=\dfrac{(x-1)^2(x+1)}{(x-a)(x-1)^2.(x-b)x(x-c)}=\dfrac{x+1}{(x-a)(x-b)x(x-c)}$.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 4 đường tiệm cận đứng.

**Câu 117.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2}{3f(x)-2}$.

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\dfrac{2}{3.(-1)-2}=-\dfrac{2}{5}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\dfrac{2}{3.1-2}=2$.

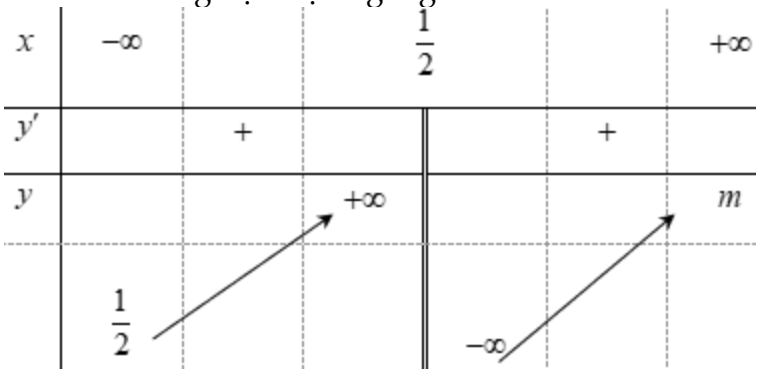
Suy ra đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận ngang.

Xét phương trình $3f(x)-2=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{2}{3}$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy: phương trình $f(x)=\dfrac{2}{3}$ có duy nhất một nghiệm.

Vậy hàm số có 3 đường tiệm cận.

**Câu 118.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang




**A.** Không có $m$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=\frac{1}{2}$.

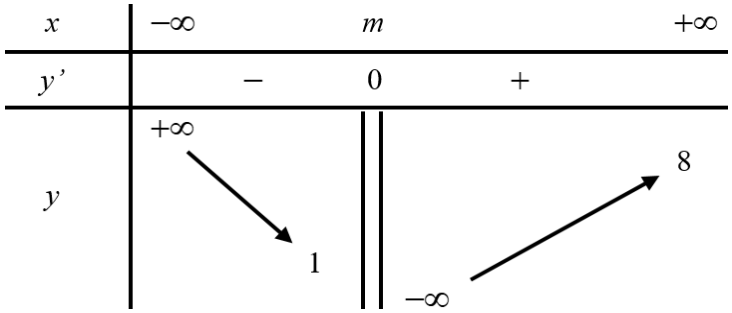
**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=\frac{1}{2}$ và $y=m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$.

**Câu 119.** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên xác định như hình. Biết rằng đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=x_0$, tiệm cận ngang là $y=y_0$ và $x_0y_0=16$. Hỏi $m$ bằng?




**A.** $m=8$. **B.** $m=-16$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

**Lời giải**

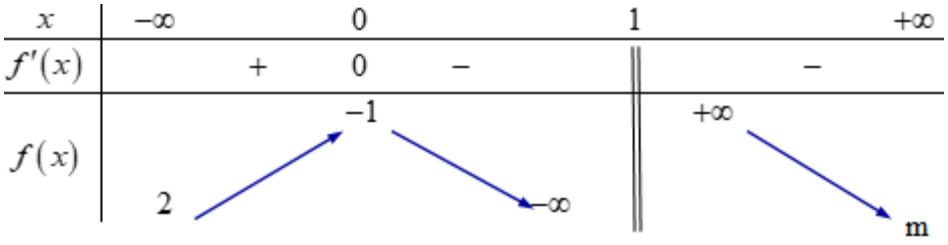
**Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to m^+} y=-\infty$ nên $x=m$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=8$ nên $y_0=8$ là tiệm cận ngang.

Suy ra $8m=16\Leftrightarrow m=2$.

**Câu 120.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:




Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[0;3]$ để đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 đường tiệm cận?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2 \Rightarrow y=2$ là một đường tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=m \Rightarrow y=m$ là một đường tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty \Rightarrow x=1$ là một đường tiệm cận đứng.

Để đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 đường tiệm cận thì $m\neq2$.

Vì $m$ nguyên và $m\in[0;3]$ nên $m\in\{0;1;3\}$.

**Câu 121.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ | ↘ | ‖ $+\infty$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↗ | $(m-1)(2-m)$ |

Tìm tổng số các giá trị nguyên dương của tham số $m\in(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang là $4$.

**A.** $42$. **B.** $45$. **C.** $-3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=(m-1)(2-m)$. Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $y=0$ và $y=(m-1)(2-m)$.

Lại có $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=+\infty$ suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $x=-2$

Và $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to2^+} f(x)=-\infty$ suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $x=2$.

Đề đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang là $4$ khi và chỉ khi $(m-1)(2-m)\neq0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq1\\m\neq2\end{cases}$.

Vì $m\in(-10;10)$ và $m$ là số nguyên dương nên $m\in\{3;4;5;6;7;8;9\}$.

Vậy $3+4+5+6+7+8+9=42$.

**Câu 122.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Định tham số $m$ để giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang nằm trên đường thẳng $d: y=x+5$.

| $x$ | $-\infty$ | | $2m$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $y$ | $m$ | ↘ | ‖ $-\infty$ | ↘ | $m$ |

**A.** $m=5$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

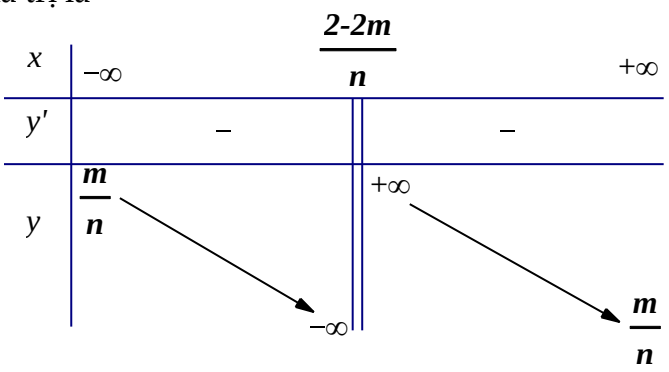
**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên suy ra tiệm cận đứng là $x=2m$, tiệm cận ngang là $y=m$; nên giao điểm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $I(2m;m)$.

Giao điểm $I(2m;m)\in d: y=x+5\Leftrightarrow m=2m+5\Leftrightarrow m=-5$.

**Câu 123.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Định tham số $m$ và $n$ để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$, $y=2$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang thì biểu thức $9m^2+6mn+36n^2$ có giá trị là




**A.** $\frac{28}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

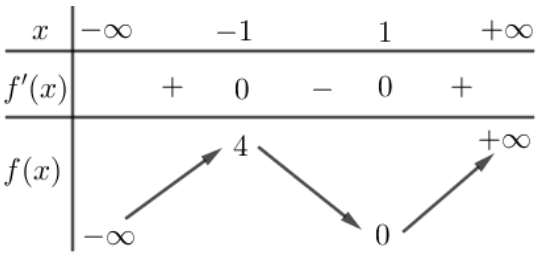
Từ bảng biến thiên suy ra tiệm cận đứng là $x=\frac{2-2m}{n}$, tiệm cận ngang là $y=\frac{m}{n}$;

Đường thẳng $x=2, y=2$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang nên

$$\begin{cases}\frac{2-2m}{n}=2\\ \frac{m}{n}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2-2m=2n\\ m=2n\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m+2n=2\\ m-2n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\frac{2}{3}\\ n=\frac{1}{3}\end{cases}$$

Vậy $9m^2+6mn+36n^2=\frac{28}{3}$.

**Câu 124.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau :




Hỏi đồ thị hàm số $y=g(x)=\frac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

**A.** 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét phương trình $f^2(x)-4f(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\ f(x)=4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=a,\ a\in(-\infty;-1)\\ x=1\quad(ng\ kép)\\ x=-1\ (ng\ kép)\\ x=b,\ b\in(1;+\infty)\end{array}\right.$.

$\Rightarrow f^2(x)-4f(x)=(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2$.

Do đó $y=g(x)=\frac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}=\frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2}$.

$= \dfrac{x^2+1}{(x-a)(x-1)(x-b)(x+1)}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}$ có 4 tiệm cận đứng.

**Câu 125.** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có đồ thị $(C)$, tìm $m$ để $(C)$ có tiệm cận ngang.

**A.** $m=0$. **B.** $m>0$. **C.** $m<0$. **D.** $m\neq 0$.

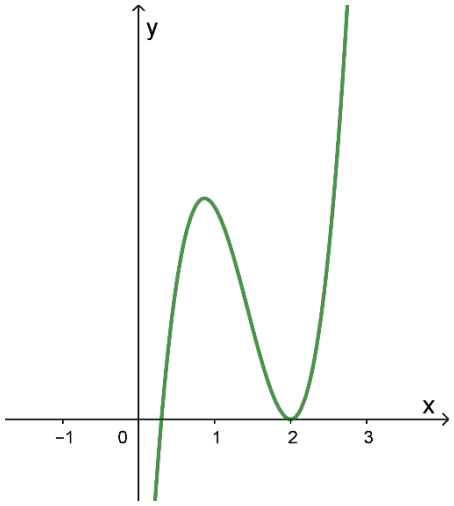
**Lời giải**

**Chọn B**

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{\sqrt{mx^2+1}}$

Để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang thì $m>0$ để tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$, khi đó x có thể $x\to\pm\infty$

**Câu 126.** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{2x+1}}{(x^4-5x^2+4).f(x)}$ có hai đường tiệm cận đứng $x=a$, $x=b$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?




**A.** $3<a+b<4$. **B.** $a+b<2$. **C.** $2<a+b<3$. **D.** $a+b=-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Quan sát đồ thị hàm số $f(x)$ ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x_0\in(0;1)$, có hệ số $a>0$ và tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

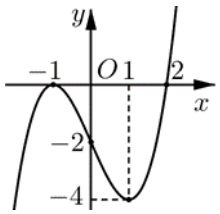
Từ đó suy ra $f(x)=a(x-x_0)(x-2)^2$.

Suy ra $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{2x+1}}{(x^4-5x^2+4).f(x)}=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{2x+1}}{(x^4-5x^2+4).a(x-x_0)(x-2)^2}$ xác định trên $D=\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{x_0,1,2\}$ và $g(x)=\dfrac{\sqrt{2x+1}}{a(x+1)(x+2)(x-2)^2(x-x_0)}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to x_0^{+/-}}g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^{+/-}}g(x)=\pm\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1}g(x)$ hữu hạn nên hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x=x_0$ và $x=2$.

$\Rightarrow 2<a+b=x_0+2<3.$

**Câu 127.** Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình.




Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{(x+1)^2(x-2)}}{(x+1)^2(x-1)(x-3)}$ là

**A.** $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1, x=3$. **D.** $x=3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

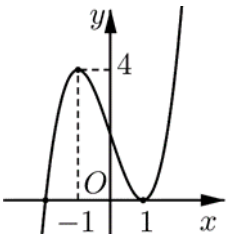
Từ giả thiết suy ra $f(x)=(x+1)^2(x-2)$.

Khi đó $g(x)=\dfrac{\sqrt{(x+1)^2(x-2)}}{(x+1)^2(x-1)(x-3)}$.

Vì $\sqrt{f(x)}$ có tập xác định: $D=\{-1\}\cup[2;+\infty)$ nên $x=-1$, $x=1$ không là các đường tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $g(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng là $x=3$.

**Câu 128.** Cho hàm bậc ba $y=f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ .




Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x^2-1}{f^2(x)-4f(x)}$ là

**A.** $x=-2, x=2$. **B.** $x=1, x=-1$. **C.** $x=\pm1, x=\pm2$. **D.** $x=1; x=-2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

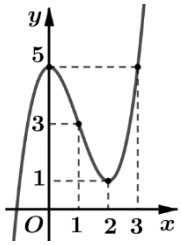
Từ giả thiết suy ra $f(x)=(x-1)^2(x+2)$. Khi đó $g(x)=\dfrac{x^2-1}{f^2(x)-4f(x)}$.

Ta có $f^2(x)-4f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f(x)=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x-1)^2(x+2)=0\\(x-1)^2(x+2)=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\\x=2\\x=-1\end{array}\right.$.

$\Rightarrow g(x)=\dfrac{x^2-1}{(x-1)^2(x+1)^2(x+2)(x-2)}=\dfrac{1}{(x-1)(x+1)(x+2)(x-2)}$.

$\Rightarrow$ đồ thị của bốn đường tiệm cận đứng là : $x=1, x=-1$, $x=2$ và $x=-2$.

**Câu 129.** Cho hàm bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ .




Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{10x+9}+\sqrt{5-2x}}{8f^2(x)-13f(x)}$ có hai tiệm cận đứng $x=a, x=b$. Khi đó khẳng định nào dưới đây đúng ?

**A.** $\dfrac{7}{2}<a+b<4$. **B.** $a+b=\dfrac{7}{2}$. **C.** $-3<a+b<2$. **D.** $a+b\geq 8$.

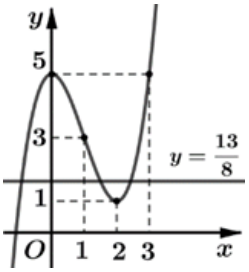
**Lời giải**

**Chọn A**

Từ giả thiết suy ra $f(x)=x^3-3x^2+5$.

Điều kiện để căn thức có nghĩa là $\begin{cases}10x+9\geq 0\\5-2x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow -\dfrac{9}{10}\leq x\leq \dfrac{5}{2}$.

- $f(x)\neq 0,\ \forall x\in\left[-\dfrac{9}{10};\dfrac{5}{2}\right]$.
- $f(x)=\dfrac{13}{8}\xrightarrow{-\frac{9}{10}\leq x\leq\frac{5}{2}}\left[\begin{array}{l}x=a\in\left(2;\dfrac{5}{2}\right)\\x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$.




Đồ thị hàm số $g(x)$ có hai đường tiệm cận đứng là $x=a\in\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$ và $x=\dfrac{3}{2}\Rightarrow b=\dfrac{3}{2}$.

Ta có : $\dfrac{7}{2}<a+b<4$.

**Câu 130.** Cho hàm bậc ba $y=f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số hàm số $g(x)=\dfrac{2021\sqrt{1-2x}}{f^2(x-2)-2f(x-2)-3}$

**A.** $x=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=\dfrac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ giả thiết suy ra $f(x)=x^3-3x+1$.

Điều kiện để căn thức có nghĩa là $1-2x\geq 0\Leftrightarrow x\leq\dfrac{1}{2}$.

Ta có : $f^2(x-2)-2f(x-2)-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x-2)=-1 \\ f(x-2)=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=-1 \\ x-2=2 \\ x-2=1 \\ x-2=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \\ x=3 \\ x=0 \end{array}\right.$.

Do $x \le \frac{1}{2} \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

**Câu 131.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số hàm số $g(x)=\dfrac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|f(x)|-1}$.

**A.** $x=1, x=\sqrt{2}$. **B.** $x=0, x=\sqrt{3}$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2, x=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ giả thiết suy ra $f(x)=x^3-3x+1$.

Điều kiện để $\sqrt{4x+5}$ có nghĩa là $x \ge -\frac{5}{4}$.

Ta có $g(x)=\dfrac{4(x-1)^2}{(|f(x)|-1)(2x+7+3\sqrt{4x+5})}$.

- $2x+7+3\sqrt{4x+5}>0,\ \forall x \ge -\frac{5}{4}$.
- $|f(x)|-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=1 \\ f(x)=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3}\ (loai) \\ x=1 \quad (nghiem\ kep) \\ x=-2 \quad (loai) \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 2 đường tiệm cận đứng là $x=0,\ x=\sqrt{3}$.

**Câu 132.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ có bảng biến thiên như sau :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ $-\infty$ |

Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số hàm số $y=g(x)=f(x^2-2x-2)$.

**A.** $x=1, x=2$. **B.** $x=0, x=\sqrt{3}$. **C.** $x=-1, x=3$. **D.** $x=2, x=-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt : $t=x^2-2x-2 \Rightarrow t'=2x-2$.

Ta có :

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $t'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $t$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

* Hàm số $y=g(x)=f(x^2-2x-2)$ không xác định

$\Leftrightarrow x^2-2x-2=1\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

• $\lim\limits_{x\to(-1)^+} g(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x^2-2x-2)=\lim\limits_{t\to 1^-} f(t)=+\infty$.

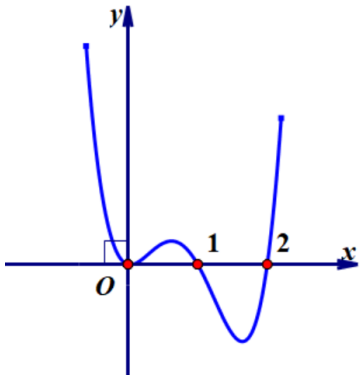
$\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

• $\lim\limits_{x\to 3^+} g(x)=\lim\limits_{x\to 3^+} f(x^2-2x-2)=\lim\limits_{t\to 1^+} f(t)=-\infty$.

$\Rightarrow x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 2 đường tiệm cận đứng là $x=-1, x=3$.

**Câu 133.** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau :




Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số hàm số $y=g(x)=\dfrac{(x^2+1)(x^2-3x)\sqrt{x^2-x-2}}{\left[\left(f(x)\right)^3+2f(x)\right](2x-6)}$.

**A.** $x=1, x=2$. **B.** $x=0, x=\sqrt{3}$. **C.** $x=-1, x=3$. **D.** $x=2, x=-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có : $y=g(x)=\dfrac{(x^2+1)(x^2-3x)\sqrt{x^2-x-2}}{\left[\left(f(x)\right)^3+2f(x)\right](2x-6)}=\dfrac{(x^2+1)x\sqrt{x^2-x-2}}{2\left[\left(f(x)\right)^3+2f(x)\right]}$.

+) $\sqrt{x^2-x-2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x^2-x-2\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -1 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$.

+) $g(x)$ không xác định $\Leftrightarrow \left(f(x)\right)^3+2f(x)=0\Leftrightarrow f(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \text{ ( nghiem kep )} \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có : $f(x)=ax^2(x-1)(x-2)\quad (a>0)$.

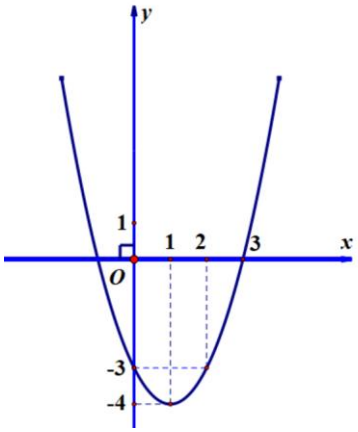
$y=g(x)=\dfrac{(x^2+1)x\sqrt{x^2-x-2}}{2\left[\left(f(x)\right)^3+2f(x)\right]}=\dfrac{(x^2+1)x\sqrt{x^2-x-2}}{2\left[\left(f(x)\right)^2+2\right]ax^2(x-1)(x-2)}$.

$=\dfrac{(x^2+1)\sqrt{x^2-x-2}}{2\left[\left(f(x)\right)^2+2\right]ax(x-1)(x-2)}$.

+) $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)=+\infty \Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

Vậy đồ thị hàm số $g\left(x\right)$ có đường tiệm cận đứng là $x=2$.

**Câu 134.** Cho $y=f(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình sau :




Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(\dfrac{3x+1}{x-2}\right)$.

**A.** $x=1,y=2$. **B.** $x=2,y=3$. **C.** $x=1,y=0$. **D.** $x=2,y=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $t=\dfrac{3x+1}{x-2} \Rightarrow t'=\dfrac{-7}{(x-2)^2}$.

Bảng biến thiên :

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $t'$ | | $-$ | | $-$ | |
| $t$ | $3$ | ↘ | $+\infty$ | ↘ | $3$ |
| | | $-\infty$ | | | |

$\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} f\left(\dfrac{3x+1}{x-2}\right)=\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=+\infty$ , $\lim\limits_{x\to 2^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f\left(\dfrac{3x+1}{x-2}\right)=\lim\limits_{t\to-\infty} f(t)=+\infty$

$\Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

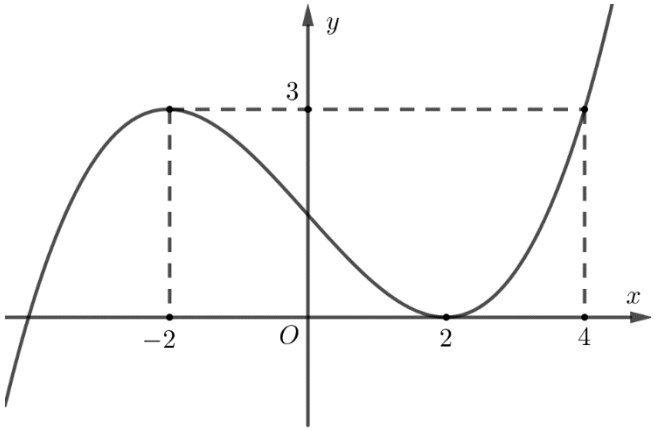
Vậy đồ thị hàm số $g\left(x\right)$ có đường tiệm cận đứng là $x=2$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty} f\left(\dfrac{3x+1}{x-2}\right)=\lim\limits_{t\to 3} f(t)=0$.

$\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

Vậy đồ thị của hàm số $y=g(x)$ có hai đường tiệm cận là : $x=2,y=0$.

**Câu 135.** Cho hàm số bậc ba $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f\left(4-x^2\right)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

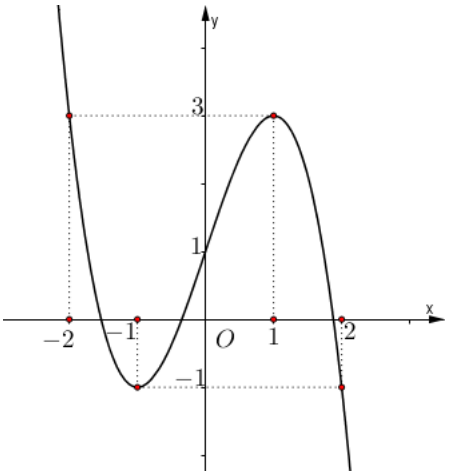
Từ đồ thị ta có $f\left(4-x^2\right)-3=0 \Leftrightarrow f\left(4-x^2\right)=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4-x^2=-2 \\ 4-x^2=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{6} \\ x=0 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $g(x)$ có ba đường tiệm cận đứng.

Lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f\left(4-x^2\right)=-\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có bốn đường tiệm cận.

**Câu 136.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ




Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng ?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ f^2(x)-f(x)\neq 0 \end{cases} \quad (1)$.

Xét $(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ f^2(x)-f(x)=0 \end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow f^2(x)-f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=1 \end{array}\right.$.

* Với $f(x)=0$:

Từ đồ thị hàm số ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt $x_3<x_2<0<x_1$.

Từ điều kiện $(1)$ thì phương trình $f(x)=0$ có 1 nghiệm $x=x_1$.

* Với $f(1)=1$:

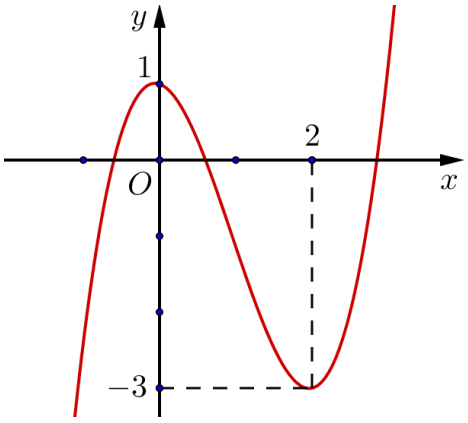
Từ đồ thị hàm số ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt $x_6<x_5=0<x_4$.

Từ điều kiện $(1)$ thì phương trình $f(x)=1$ có 2 nghiệm $x=x_5$ và $x=x_4$ và cả 2 nghiệm này đều khác $x_1$.

Suy ra phương trình $(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có 3 tiệm cận đứng.

**Câu 137.** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ




Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-2x)\sqrt{1-x}}{(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện hàm số có nghĩa $\begin{cases}1-x\ge 0\\(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\quad(*)\\(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]\ne 0\end{cases}$.

Xét phương trình $(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\f(x)=0\\f(x)=-3\end{array}\right.$.

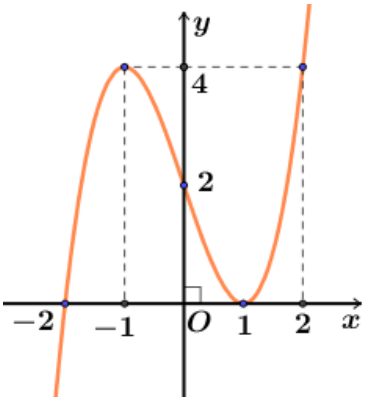
Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra $f(x)=0$ có 3 nghiệm $-1<x_1<x_2<1<x_3$.

$f(x)=-3$ có hai nghiệm $x_4<1$ và $x_5=2$.

Kết hợp với điều kiện $(*)$ phương trình $(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]=0$ có nghiệm $x_1,x_2,x_5$.

Và $x_1$, $x_2$, $x_5$ không là nghiệm của tử nên hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

**Câu 138.** Cho hàm bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4-4x^2+3}{(x-1)\left(f^2(x)-2f(x)\right)}$.




**A.** 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$.

Dựa vào đồ thị của $y=f(x)$, ta có

$$\begin{cases} f(-1)=4 \\ f(0)=2 \\ f(1)=0 \\ f(2)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+b-c+d=4 \\ d=2 \\ a+b+c+d=0 \\ 8a+4b+2c+d=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=2 \end{cases}.$$

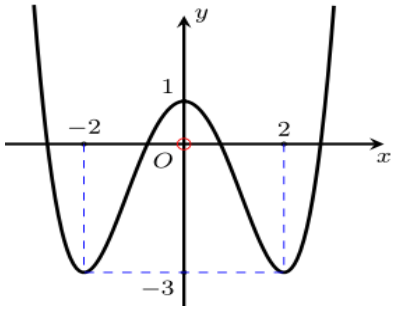
Do đó $f(x)=x^3-3x+2=(x-1)^2(x+2)$.

Xét hàm số $y=\dfrac{x^4-4x^2+3}{(x-1)\left(f^2(x)-2f(x)\right)}=\dfrac{\left(x^2-1\right)\left(x^2-3\right)}{(x-1).f(x).\left(f(x)-2\right)}$.

$$=\frac{\left(x^2-1\right)\left(x^2-3\right)}{(x-1).(x-1)^2.(x+2).x.\left(x^2-3\right)}=\frac{(x+1)}{(x-1)^2.(x+2).x}.$$

ĐTHS có các đường tiệm cận đứng là $x=0$; $x=1$; $x=-2$ và đường tiệm cận ngang $y=0$.

**Câu 139.** Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:




Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-4\right)\left(x^2+2x\right)}{\left[f(x)\right]^2+2f(x)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

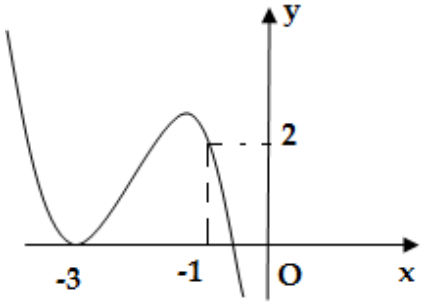
**Chọn A**

Xét phương trình $f^2(x)+2f(x)-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=1 \\ f(x)=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0; x=x_1<-2; x=x_2>2 \\ x=-2; x=2 \end{array}\right.$.

Trong đó nghiệm $x=0$, $x=-2$, $x=2$ đều có bội 2 và $x=x_1\left(x_1<-2\right)$; $x=x_2\left(x_2>2\right)$ là nghiệm đơn(bội 1).

So sánh bội nghiệm ở mẫu và bội nghiệm ở tử thì thấy đồ thị có các tiệm cận đứng là $x=0$; $x=2$; $x=x_1$; $x=x_2$.

**Câu 140.** Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a,b,c,d\in R\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x^2+x}}{x\left[\left(f\left(x\right)\right)^2-2f\left(x\right)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?




**A.** 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le -1\\ x>0\end{array}\right.\\ f\left(x\right)\ne 0;\ f\left(x\right)\ne 2\end{cases}$.

Ta có $g\left(x\right)=\dfrac{\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x^2+x}}{x\left[\left(f\left(x\right)\right)^2-2f\left(x\right)\right]}=\dfrac{\left(x+1\right)\left(x+3\right)\sqrt{x\left(x+1\right)}}{x\left[\left(f\left(x\right)\right)^2-2f\left(x\right)\right]}$,

rõ ràng $x=0$ là một tiệm cận đứng của đồ thị $g\left(x\right)$.

Xét phương trình $\left(f\left(x\right)\right)^2-2f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=0\\ f\left(x\right)=2\end{array}\right.$.

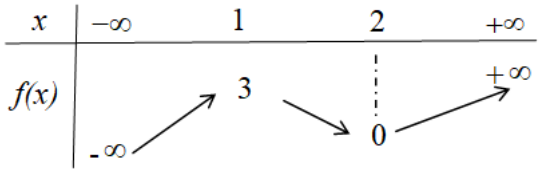
Với $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=x_1\in\left(-1;0\right)\end{array}\right.$ trong đó $x=-3$ là nghiệm nghiệm kép, nên mẫu sẽ có nhân tử $\left(x+3\right)^2$ do đó $x=-3$ là một tiệm cận đứng.

Với $f\left(x\right)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=x_2\in\left(-3;-1\right)\\ x=x_3\in\left(-\infty;-1\right)\end{array}\right.$, ba nghiệm này là nghiệm đơn, nên

$f\left(x\right)-2=k\left(x+1\right)\left(x-x_2\right)\left(x-x_3\right)$, ta thấy trong $g\left(x\right)$ thì $\left(x+1\right)$ sẽ bị rút gọn nên có thêm $x=x_2\in\left(-3;-1\right)$ và $x=x_3\in\left(-\infty;-1\right)$ là tiệm cận đứng.

Vậy tóm lại đồ thị có 4 tiệm cận đứng là $x=0;x=-3;x=x_2;x=x_3$.

**Câu 141.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới




Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}$ là

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta thấy phương trình $f\left(x\right)=-3$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$ $\left(x_0<1\right)$.

Từ đó ta có : $f\left(x^3+x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(x^3+x\right)=-3\Leftrightarrow x^3+x=x_0$.

Xét hàm số $g\left(x\right)=x^3+x$ có $g'\left(x\right)=3x^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$,

$\longrightarrow g\left(x\right)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}g\left(x\right)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}g\left(x\right)=+\infty$ nên phương trình $g\left(x\right)=x_0$ có nghiệm duy nhất $x=x_1$.

Vậy hàm số $y=\dfrac{1}{f(x^3+x)+3}$ có tập xác định là : $D=\mathbb{R}\setminus\left\{x_1\right\}$.

Do $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3+x\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}=0$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+x\right)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty$ nên $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}=0$.

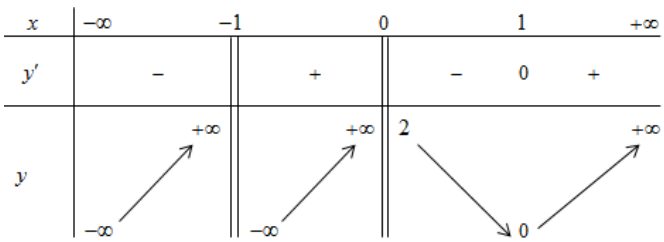
Vậy $y=0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}$.

Từ tính đồng biến của hàm $g(x)=x^3+x$ và bảng biến thiên của hàm $y=f\left(x\right)$ ta có:

$\lim\limits_{x\to x_1^+}\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to x_1^-}\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}=-\infty$ nên $x=x_1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}$ là 2.

**Câu 142.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau




Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-3}$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

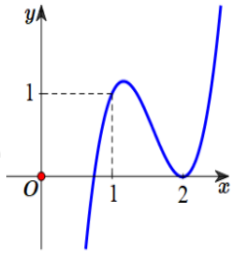
$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2f(x)-3}=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f(x)-3}=0 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang $y=0$

Xét $2f(x)-3=0\Rightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}$ có 4 nghiệm $x_1\in(-\infty,-1)$; $x_2\in(-1,0)$; $x_3\in(0,1)$; $x_4\in(1,+\infty)$

Đồ thị hàm số có 4 tiệm cận đứng: $x=x_1$; $x=x_2$; $x=x_3$; $x=x_4$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm ngang là: 5.

**Câu 143.** Cho hàm số bậc ba: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.




Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-1}}{(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 5 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 3

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện $x\ge1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x)=a(x-a')(x-2)^2$ với $a'\in(0;1)$ và $f(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=b'\in(1;2)\\x=c'>2\end{array}\right.$.

Do đó $f^2(x)-f(x)=a(x-a')(x-2)^2(x-1)(x-b')(x-c')$.

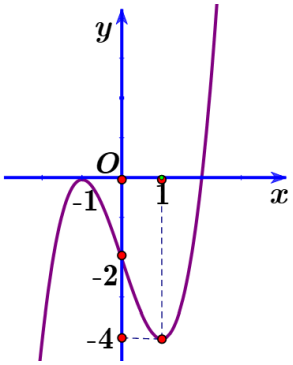
Do đó: $g(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}}{a^2(x+1)(x-a')(x-2)(x-b')(x-c')}$.

Do điều kiện $x\ge1$ nên đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

**---------- HẾT ----------**

# Chủ đề 05. ĐỒ THỊ HÀM SỐ

**Câu 1.** Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào ?




**A.** $y=x^3-3x+2$.

**B.** $y=-x^3+3x-2$

**C.** $y=x^3-3x-2$

**D.** $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{7}{3}x-2$

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số, ta thấy đây là đồ thị hàm số đa thức bậc 3 :

$y=ax^3+bx^2+cx+d$

+) Trên $(1;+\infty)$, đồ thị có hướng đi lên từ trái sáng phải $\Rightarrow$

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, do đó $a>0$

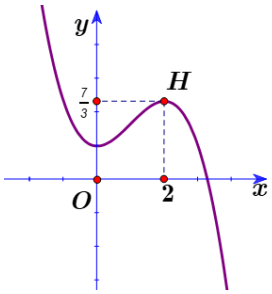
+) Đồ thị cắt trục $Oy$ tại $M(0;-2)$, do đó $d=-2$

+) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(-1;0)$; $B(1;4)$, do đó phương trình

$y'=0\Leftrightarrow 3ax^2+2bx+c=0$ phải có hai nghiệm là $x=1;x=-1$ và $y(1)=-4;y(-1)=0$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}3a+2b+c=0\\3a-2b+c=0\\a+b+c+d=-4\\-a+b-c+d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=0\\3a+c=0\\d=-2\\a+c=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=-3\\d=-2\end{cases}$

**Câu 2.** Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây?




**A.** $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+1$.

**B.** $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2+1$.

**C.** $y=x^4-x^2+1$.

**D.** $y=-\frac{1}{3}x^3-x+1$

**Lời giải**

**Chọn B**

+) Đây không phải dáng đồ thị hàm số trùng phương $\Rightarrow$ Loại phương án C.

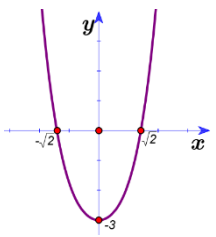
+) Đồ thị là đường cong kết thúc bằng việc đi xuống theo hướng từ trái sang phải $\Rightarrow$ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\Rightarrow$ hệ số của luỹ thừa cao nhất của $x$ mang dấu âm $\Rightarrow$ Loại phương án A.

+) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Đạo hàm của hàm số có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ Loại phương án D (vì phương án D có $y'=-x^2-1\Rightarrow y'<0\ \forall x\in\mathbb{R}$)

Kiểm tra phương án B: hàm số bậc 3, hệ số $a<0$, $y'=-x^2+2x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$, thoả mãn.

Vậy đáp án đúng là B.

**Câu 3.** Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=x^4-2x^2-3$ **B.** $y=-x^4+x^2-3$

**C.** $y=x^2-2$ **D.** $y=\frac{1}{4}x^4+x^2-3$

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát đồ thị, ta thấy:

+) Đồ thị hàm số cắt trục $Oy$ tại $M(0;-3) \Rightarrow$ Loại phương án C.

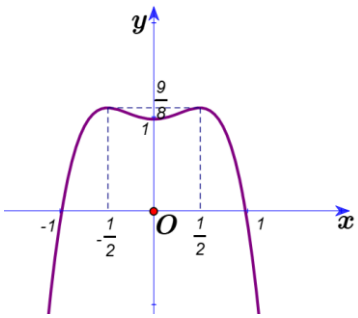
+) Đồ thị hàm số là đường cong kết thúc bằng việc đi lên theo hướng từ trái sang phải $\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty \Rightarrow$ Hệ số của luỹ thừa cao nhất mang dấu dương $\Rightarrow$ Loại phương án B.

+) Đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực trị $\Rightarrow y'$ chỉ đổi dấu 1 lần $\Rightarrow$ phương trình $y'=0$ chỉ có một nghiệm đơn (hoặc một nghiệm bội lẻ) $\Rightarrow$ Loại phương án A (vì phương án A có $y' = 4x^3 - 4x;\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$ )

Kiểm tra phương án D: hàm số bậc 4 trùng phương, hệ số $a>0$, cắt trục tung tại $M(0;-3)$, $y' = x^3 + 2x = x(x^2+2)$ chỉ có một nghiệm $x=0$, thoả mãn.

Vậy, đáp án đúng là phương án D.

**Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình sau.




$f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

**A.** $f(x) = -x^4 + x^2 - 1$

**B.** $f(x) = -2x^4 + x^2 + 1$

**C.** $f(x) = 2x^4 - x^2 + 1$

**D.** $f(x) = -2x^3 + x^2 + 1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

+) Đây không phải dáng đồ thị hàm số đa thức bậc ba, do đó loại phương án D.

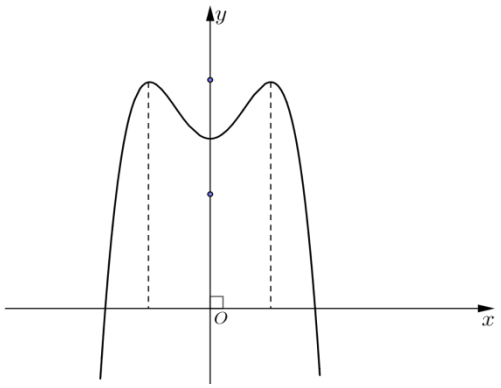
+) Đồ thị là đường cong kết thúc bằng việc đi xuống theo hướng từ trái sang phải, do đó hệ số của luỹ thừa cao nhất của $x$ mang dấu âm $\Rightarrow$ Loại phương ánC.

+) Đồ thị cắt trục $Oy$ tại $M(0;1) \Rightarrow$ Loại phương án A.

Kiểm tra phương án B: Hàm số trùng phương, hệ số $a<0$, cắt trục tung tại $M(0;1)$, thoả mãn.

Vậy, đáp án đúng là phương án B.

**Câu 5.** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định dấu của $a, b, c$.




**A.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.

**B.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.

**D.** $a<0,\ b>0,\ c>0$.

**Lời giải**

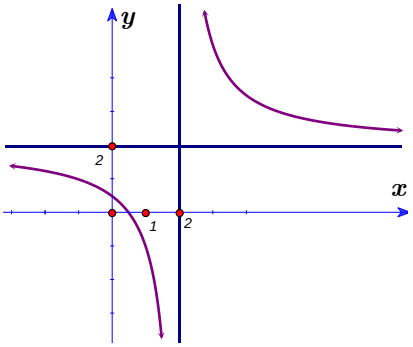
**Chọn D**

Đồ thị hàm số thể hiện $a<0$; cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c>0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab<0 \xrightarrow{a<0} b>0$ .

Vậy $a<0$, $b>0$, $c>0$. Chọn **D**.

**Câu 6.** Hàm số nào sau đây cóđồ thị như hình vẽ bên dưới?




**A.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$.

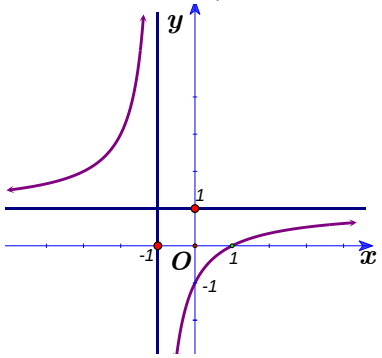
**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là $x=2;\ y=2$. Như vậy, chỉ có hai hàm số ở phương án A và D thoả mãn điều kiện này.

Mặt khác, theo hình vẽ, đồ thị hàm số cần tìm cắt trục $Oy$ tại $M\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\Leftrightarrow y(0)=\dfrac{1}{2}\Rightarrow$Chỉ có hàm số cho ở phương án D thoả mãn.

**Câu 7.** Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới?




**A.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{1-x}{x+1}$.

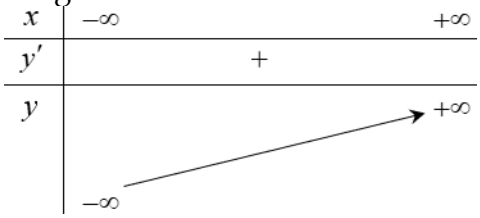
**Lời giải**

**Chọn B**

+) Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là $x=-1;\ y=1$. Như vậy, chỉ có hai hàm số ở phương án B và C thoả mãn điều kiện này.

+) Mặt khác, theo hình vẽ, đồ thị hàm số cần tìm cắt trục $Oy$ tại $M(0;-1)\Leftrightarrow y(0)=-1\Rightarrow$ Hàm số cho ở phương án B thoả mãn, hàm số ở phương án C không thoả mãn.

**Câu 8.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?




**A.** $y=x^2+2x+1$ . **B.** $y=x^4+x^2+2$.

**C.** $y=x^3+x^2+2x-5$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x+2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

+) hàm số cần tìm có TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Do đó, phương án D bị loại.

+) hàm số cần tìm đồng biến trên $\mathbb{R}$. Hàm số bậc 2 và hàm số bậc 4 trùng phương đã học không thể đơn điệu trên toàn tập xác định $\mathbb{R}$. Do đó, phương án A và B bị loại.

Kiểm tra phương án A C thấy $y'=3x^2+2x+2,\ y'>0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Vậy, đáp án là C.

**Câu 9.** Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-\infty$ |

**A.** $y=-x^2+x+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=-x^4+x^2+1$. **D.** $y=-x^4-x^2+1$

**Lời giải**

**Chọn D**

Căn cứ bảng biến thiên, ta có:

+) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty \Rightarrow$ chỉ có các hàm số cho ở phương án A, C, D thoả mãn. Loại B.

+) hàm số chỉ có một điểm cực trị $\Rightarrow y'$ chỉ đổi dấu một lần. Do vậy, phương án C bị loại vì hàm số cho ở PA này có $y'=-4x^3+2x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{\dfrac{1}{2}}\\x=-\sqrt{\dfrac{1}{2}}\end{array}\right.\Rightarrow y'$ đổi dấu 3 lần.

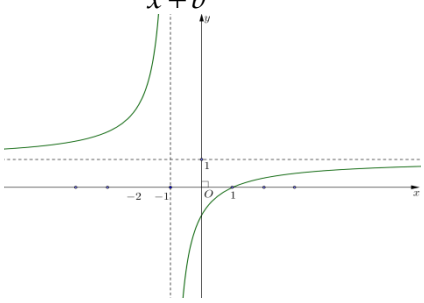
+) Điểm cực trị của hàm số là $x=0, y'(0)=0$. Phương án A bị loại vì hàm số cho ở phương án này có $y'=-2x+1,\ y'(0)=1$

Kiểm tra phương án D: $y'=-4x^3-2x=-2x(2x^2+1);\ y'=0\Leftrightarrow x=0;$

$y'<0\Leftrightarrow x>0;\ y'>0\Leftrightarrow x<0$ (thoả mãn).

Vậy, đáp án đúng là D.

**Câu 10.** Xác định các số thực $a$, $b$ để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



**A.** $a=1,\ b=-1$. **B.** $a=1,\ b=1$. **C.** $a=-1,\ b=1$. **D.** $a=-1,\ b=-1$.

**Lời giải**

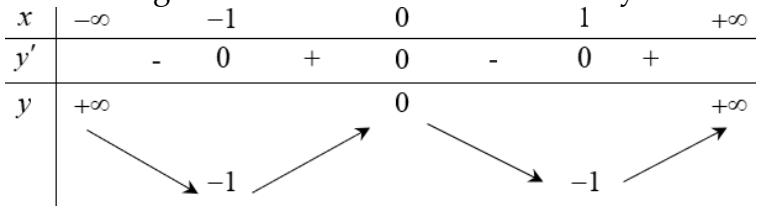
**Chọn B**

Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

- Tiệm cận đứng: $x=-1\Rightarrow b=1$.
- Tiệm cận ngang: $y=1\Rightarrow a=1$.

Vậy $a=1,\ b=1$. Chọn **B**.

**Câu 11.** Hãy chọn hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.




**A.** $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-2x^2$. **D.** $y=x^4+2x^2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

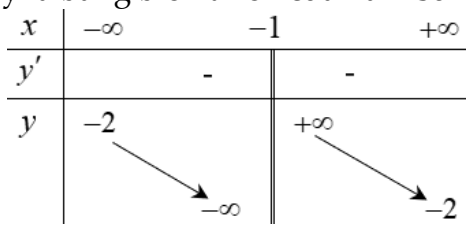
Quan sát bảng biến thiên, ta thấy:

+) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty\Rightarrow$ luỹ thừa cao nhất của $x$ phải là bậc chẵn và có hệ số dương $\Rightarrow$ Phương án A, C bị loại.

+) Hai hàm số còn lại là các hàm số bậc 4 trùng phương dạng $y=ax^4+bx^2+c$. Hàm số cần tìm có ba điểm cực trị $\Rightarrow y'$ đổi dấu 3 lần $\Rightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow ab<0$. Chỉ có phương án B thoả mãn điều kiện này.

Vậy, đáp án đúng là B.

**Câu 12.** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{-2x-3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x}{1+x}$. **D.** $y=\dfrac{-2x}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta xác định được:

+) Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x=-1;\ y=-2$

Như vậy, có hai hàm số thoả mãn điều kiện này là các hàm số cho ở phương án A và B.

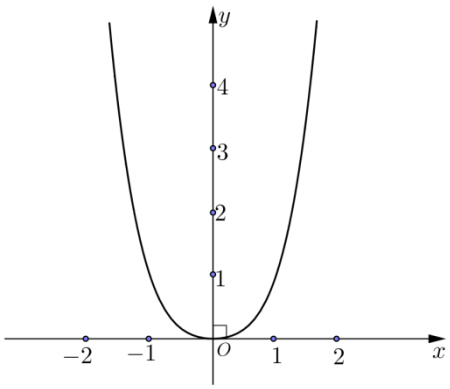
+) Hàm số cần tìm nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó $\Rightarrow y'<0,\ \forall x\in$ TXD.

Xét hàm số cho ở phương án A: $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}\Rightarrow y'>0,\forall x\in$ TXĐ $\Rightarrow$ Phương án A bị loại.

Kiểm tra phương án B: $y'=\dfrac{-3}{(x+1)^2}\Rightarrow y'<0,\ \forall x\in$ TXĐ, thoả mãn.

Vậy, đáp án đúng là phương án B.

**Câu 13.** Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.




Khi đó

**A.** $a>0,\ b>0,\ c>0$.

**B.** $a>0,\ b\geq 0,\ c=0$.

**C.** $a<0,\ b\leq 0,\ c=0$.

**D.** $a>0,\ b<0,\ c=0$.

**Lời giải**

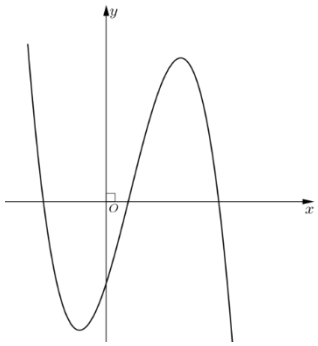
**Chọn B**

Đồ thị hàm số thể hiện $a>0$; cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $0$ nên $c=0$.

Hàm số có 1 điểm cực trị nên $ab\geq 0\xrightarrow{a>0}b\geq 0$.

Vậy $a>0,\ b\geq 0,\ c=0$. Chọn **B**.

**Câu 14.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.

**B.** $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

**D.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số thể hiện $a<0$; cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d<0$.

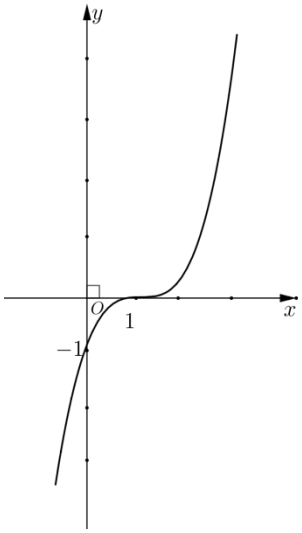
Hàm số có 2 điểm cực trị trái dấu nên phương trình $y'=3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm trái dấu. Suy ra $3ac<0\xrightarrow{a<0}c>0$.

Đồ thị hàm số có điểm uốn có hoành độ dương nên phương trình $y''=0$ có nghiệm dương.

Suy ra $6ax+2b=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{b}{3a}>0\xrightarrow{a<0}b>0$.

Vậy $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$. Chọn **A**.

**Câu 15.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$. **D.** $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.

**Lời giải**

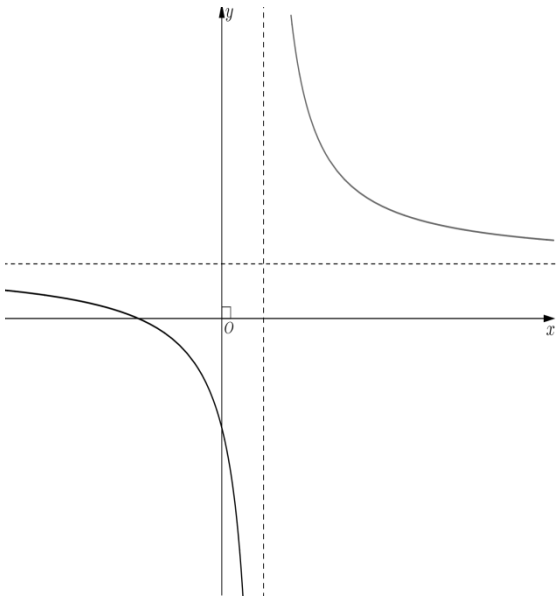
**Chọn B**

Đồ thị hàm số thể hiện $a>0$; cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d<0$.

Hàm số có 1 điểm cực trị $x=1$ nên phương trình $y'=3ax^2+2bx+c=0$ có nghiệm duy nhất $x=1$. Suy ra $\begin{cases}\Delta'_{y'}=0\\ -\dfrac{b}{3a}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b^2=3ac\\ b=-3a\end{cases}\xrightarrow{a>0}\begin{cases}c>0\\ b<0\end{cases}$.

Vậy $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$. Chọn **B**.

**Câu 16.** Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a>0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?




**A.** $b>0,\ c>0,\ d<0$. **B.** $b>0,\ c<0,\ d<0$.

**C.** $b<0,\ c<0,\ d<0$. **D.** $b<0,\ c>0,\ d<0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

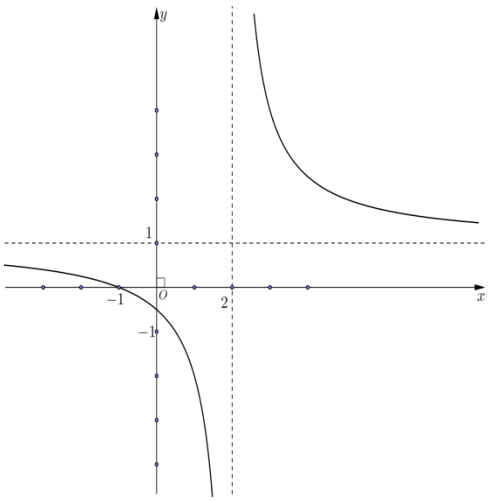
- Khi $y=0$ thì $x=-\dfrac{b}{a}<0\xrightarrow{a>0}b>0$.

- Khi $x=0$ thì $y=\dfrac{b}{d}<0\xrightarrow{b>0}d<0$.

- Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x=-\dfrac{d}{c}>0\xrightarrow{d<0}c>0$.

Vậy $b>0$, $c>0$, $d<0$. Chọn **A**.

**Câu 17.** Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-2}$ với $a$, $b$ là các số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng?




**A.** $a>0$. **B.** $a<0$. **C.** $a\geq 0$. **D.** $a\leq 0$.

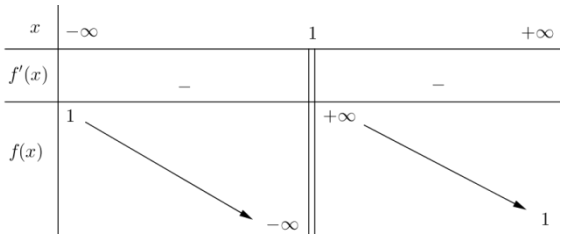
**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-2}$ có đường tiệm cận ngang $y=1$ nên $a=1>0$

Vậy $a>0$. Chọn **A**.

**Câu 18.** Hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ $(a\neq 0;\ a,\ b,\ c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?




**A.** $a>0,\ b>0\ c-ab<0$. **B.** $a>0,\ b>0\ c-ab>0$.

**C.** $a>0,\ b>0\ c-ab=0$. **D.** $a>0,\ b<0\ c-ab<0$.

**Lời giải**

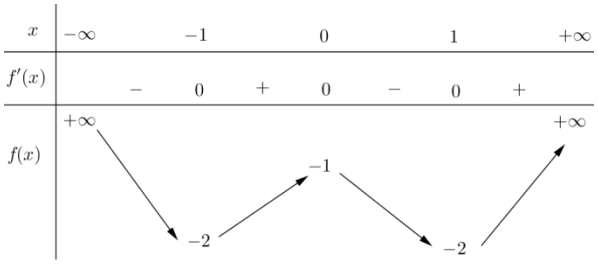
**Chọn A**

Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy:

- Hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định nên $y'<0\Leftrightarrow c-ab<0$.
- Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x=1\Rightarrow a>0$.
- Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=1\Rightarrow b>0$

Vậy $a>0,\ b>0,\ c-ab<0$. Chọn **A**.

**Câu 19.** Hỏi $a$ và $b$ thỏa mãn điều kiện nào để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới?




**A.** $a>0,\ b>0$.
**B.** $a>0,\ b<0$.
**C.** $a<0,\ b>0$.
**D.** $a<0,\ b<0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

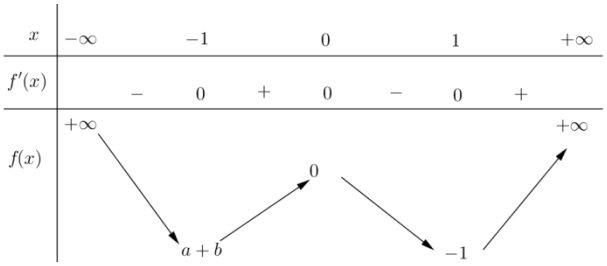
Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy:

- Hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \left(a\neq 0\right)$ có $a>0$.

- Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab<0\xrightarrow{a>0}b<0$

Vậy $a>0,\ b<0$. Chọn **B**.

**Câu 20.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau, mệnh đề nào sau đây là đúng?




**A.** $a>0,\ b>0$.
**B.** $a>0,\ b<0$.
**C.** $a<0,\ b>0$.
**D.** $a<0,\ b<0$.

**Lời giải**

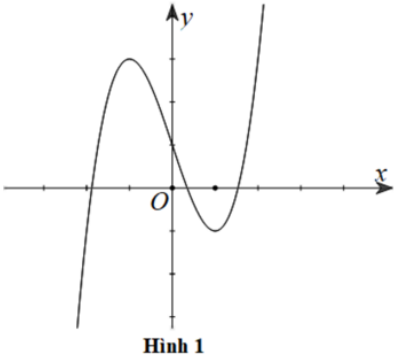
**Chọn B**

$f'\left(x\right)=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$.

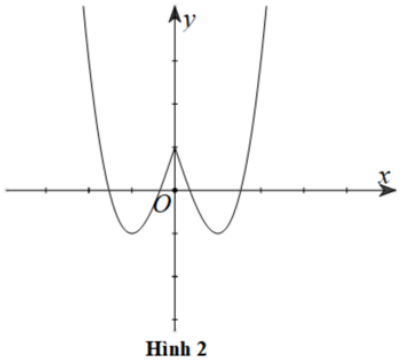
Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\begin{cases}f'\left(1\right)=0\\f\left(1\right)=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+2b=0\\a+b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$.

Vậy $a>0,\ b<0$. Chọn **B**.

**Câu 21.** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=\left|x\right|^3-3\left|x\right|+1$.
**B.** $y=\left|x^3-3x+1\right|$.
**C.** $y=\left(x-1\right)^3-3\left(x-1\right)+1$.
**D.** $y=x^3-3x+2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

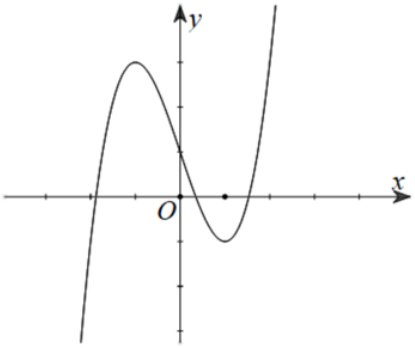
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$.

Đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ gồm 2 phần:

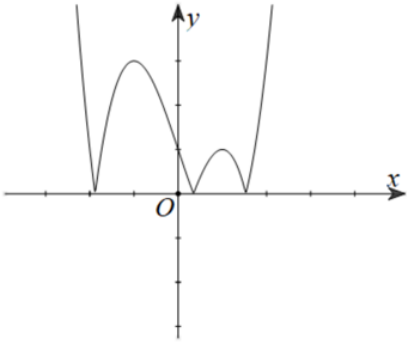
Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị $(C)$ trên $[0;+\infty)$.

Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua trục $Oy$.

**Câu 22.** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=|x|^3-3|x|+1$.

**B.** $y=|x^3-3x+1|$.

**C.** $y=(x-1)^3-3(x-1)+1$.

**D.** $y=x^3-3x+2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

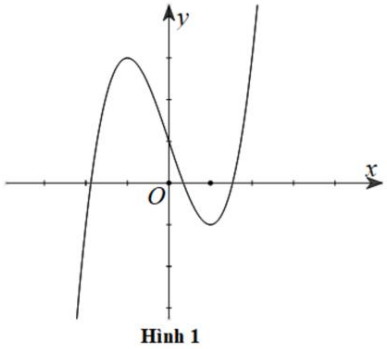
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$.

Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ gồm 2 phần:

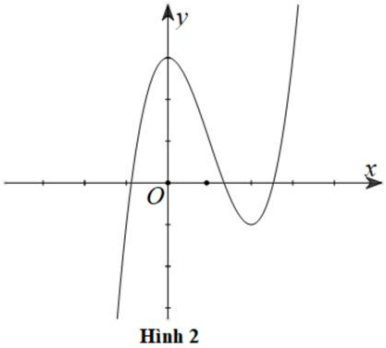
Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị $(C)$ bên trên trục $Ox$.

Phần 2: Lấy đối xứng qua trục $Ox$ phần đồ thị $(C)$ bên dưới trục $Ox$

**Câu 23.** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=|x|^3-3|x|+1$.

**B.** $y=|x^3-3x+1|$.

**C.** $y=(x-1)^3-3(x-1)+1$.

**D.** $y=x^3-3x+2$.

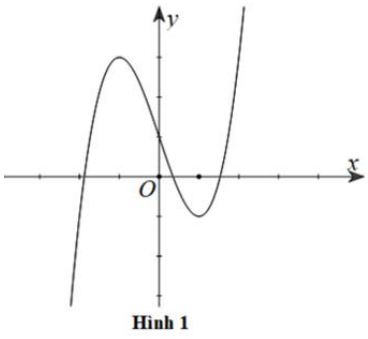
**Lời giải**

**Chọn C**

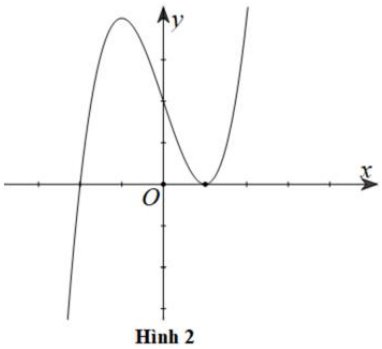
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$.

Đồ thị hàm số $y=f(x-a)$ với $a>0$: Tịnh tiến đồ thị $(C)$ qua bên phải $a$ đơn vị.

**Câu 24.** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=|x|^3-3|x|+1$.

**B.** $y=|x^3-3x+1|$.

**C.** $y=(x-1)^3-3(x-1)+1$.

**D.** $y=x^3-3x+2$.

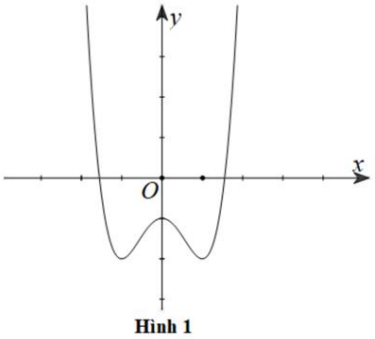
**Lời giải**

**Chọn D**

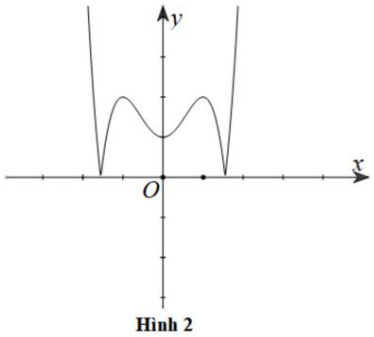
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$.

Đồ thị hàm số $y=f(x)+b$ với $b>0$: Tịnh tiến đồ thị $(C)$ lên trên $b$ đơn vị.

**Câu 25.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=|x^4-2x^2-1|$.

**B.** $y=(x+1)^4-2(x+1)^2-1$.

**C.** $y=x^4-2x^2$.

**D.** $y=(x-1)^4-2(x-1)^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

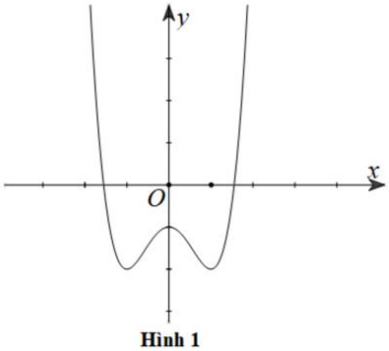
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$.

Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ gồm 2 phần:

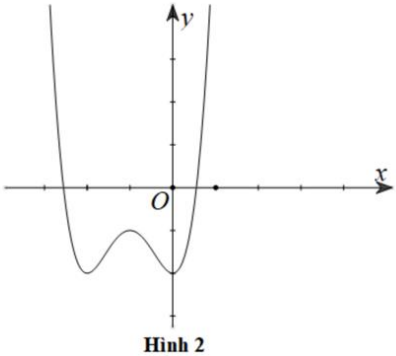
Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị $(C)$ bên trên trục $Ox$.

Phần 2: Lấy đối xứng qua trục $Ox$ phần đồ thị $(C)$ bên dưới trục $Ox$

**Câu 26.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=|x^4-2x^2-1|$.

**B.** $y=(x+1)^4-2(x+1)^2-1$.

**C.** $y=x^4-2x^2$.

**D.** $y=(x-1)^4-2(x-1)^2-1$.

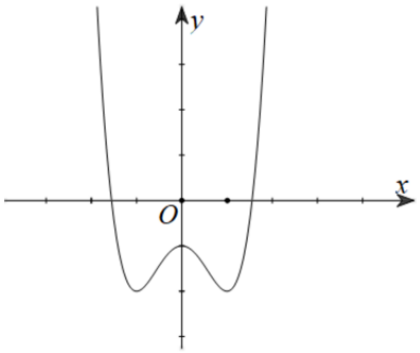
**Lời giải**

**Chọn B**

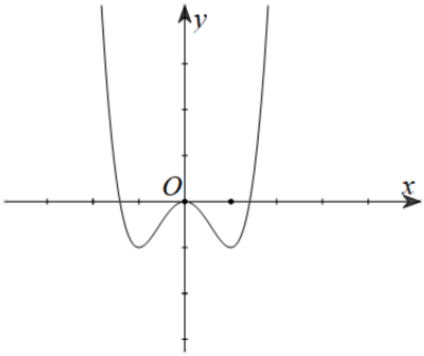
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$.

Đồ thị hàm số $y=f(x+a)$ với $a>0$: Tịnh tiến đồ thị $(C)$ qua bên trái $a$ đơn vị.

**Câu 27.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$.

**B.** $y=(x+1)^4-2(x+1)^2-1$.

**C.** $y=x^4-2x^2$.

**D.** $y=(x-1)^4-2(x-1)^2-1$.

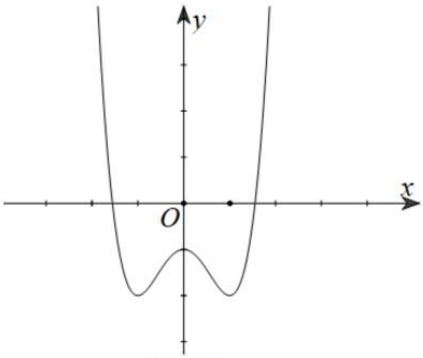
**Lời giải**

**Chọn C**

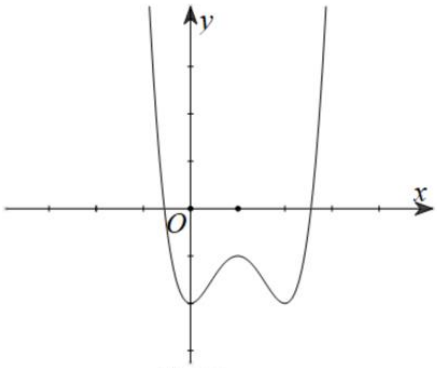
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$.

Đồ thị hàm số $y=f(x)+b$ với $b>0$: Tịnh tiến đồ thị $(C)$ lên trên $b$ đơn vị.

**Câu 28.** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$.

**B.** $y=(x+1)^4-2(x+1)^2-1$.

**C.** $y=x^4-2x^2$.

**D.** $y=(x-1)^4-2(x-1)^2-1$.

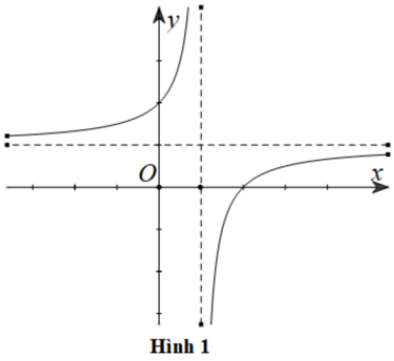
**Lời giải**

**Chọn D**

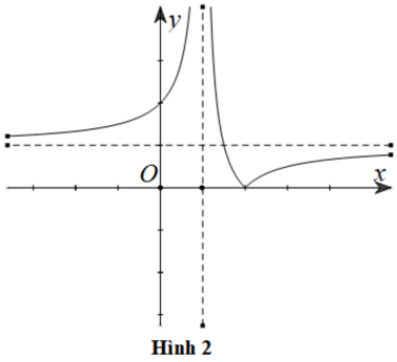
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$.

Đồ thị hàm số $y=f(x-a)$ với $a>0$: Tịnh tiến đồ thị $(C)$ qua bên phải $a$ đơn vị.

**Câu 29.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=\dfrac{|x-2|}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{|x-1|}$. **C.** $y=\left|\dfrac{x-2}{x-1}\right|$. **D.** $y=\dfrac{|x|-2}{|x|-1}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

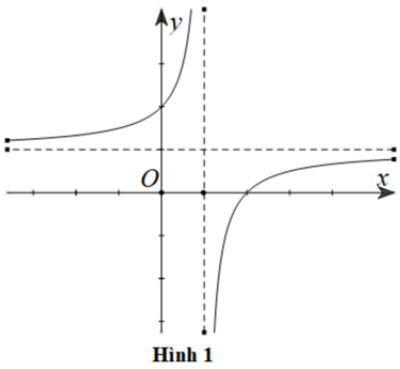
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$.

Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ gồm 2 phần:

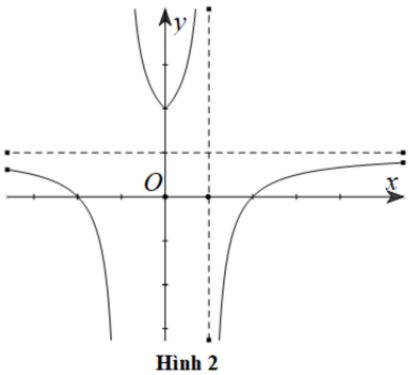
Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị $(C)$ bên trên trục $Ox$.

Phần 2: Lấy đối xứng qua trục $Ox$ phần đồ thị $(C)$ bên dưới trục $Ox$

**Câu 30.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị như hình 1. Hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=\dfrac{|x-2|}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{|x-1|}$. **C.** $y=\left|\dfrac{x-2}{x-1}\right|$. **D.** $y=\dfrac{|x|-2}{|x|-1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

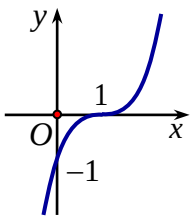
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$.

Đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ gồm 2 phần:

Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị $(C)$ trên $[0;+\infty)$.

Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua trục $Oy$.

**Câu 31.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$ như hình vẽ. Hỏi $(C)$ là đồ thị của hàm số nào ?



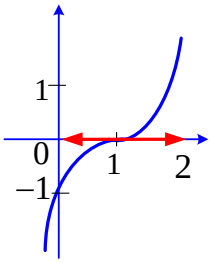

**A.** $y=x^3+1$. **B.** $y=(x-1)^3$. **C.** $y=(x+1)^3$. **D.** $y=x^3-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

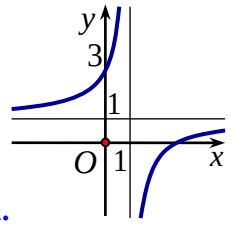
Quan sát đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$.

$a>0$; $x=0\Rightarrow y=-1$; $y=0\Rightarrow x=1$ suy ra đáp án **B** hoặc **D.**

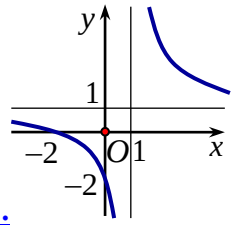



Mặt khác $y=\left(x-1\right)^3\Rightarrow y'=3\left(x-1\right)^2=0\Rightarrow x=1$; nên tiếp tuyến tại $M\left(1;0\right)$ trùng với trục $Ox$.

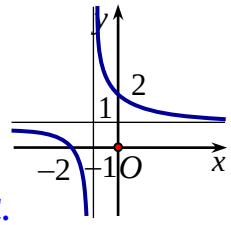
**Câu 32.** Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào dưới đây ?



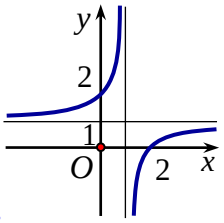

**A.**




**B.**




**C.**




**D.**

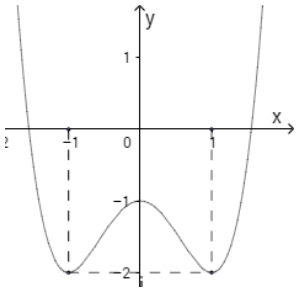
**Lời giải**

**Chọn B**

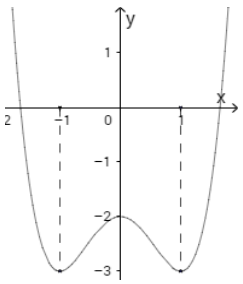
Ta có $y'=-\dfrac{3}{\left(x-1\right)^2}<0$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Vậy loại phương án A và phương án D.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $\left(0;-2\right)$ nên loại phương án C.

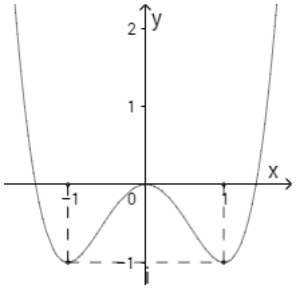
**Câu 33.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



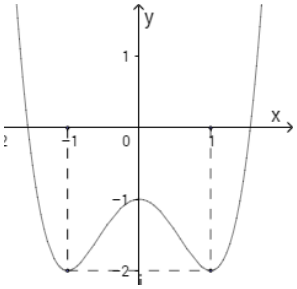

Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)+1$ ?.



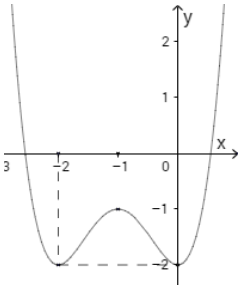

$\left(I\right)$




$\left(II\right)$




$\left(III\right)$




$\left(IV\right)$

**A.** $\left(III\right)$. **B.** $\left(II\right)$. **C.** $\left(IV\right)$. **D.** $\left(I\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

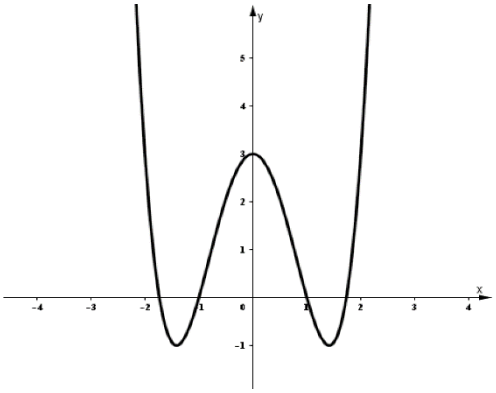
Gọi $M\left(x;f\left(x\right)\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Khi đó $M'\left(x;f\left(x\right)+1\right)$là ảnh của $M\left(x;f\left(x\right)\right)$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=\overrightarrow{MM'}=\left(0;1\right)$.

Vậy đồ thị của hàm số $f\left(x\right)$ là hình $\left(II\right)$. Do đó đáp án đúng là **B.**

Chú ý: Hình vẽ có sự sắp xếp lại cho hợp lý so với đề gốc nhưng vẫn đảm bảo nội dung bài toán.

**Câu 34.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?

**A.** $y=\left(x^2-2\right)^2-1$. **B.** $y=\left(x^2+2\right)^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+4x^2+3$.



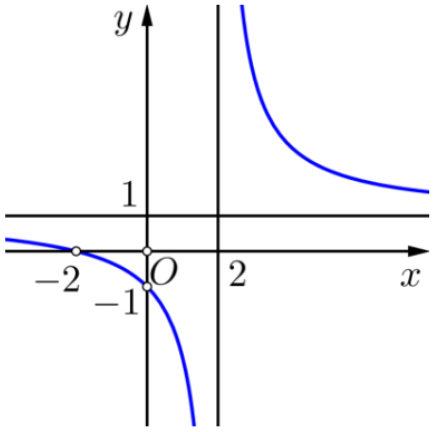
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=\left(x^2-2\right)^2-1=x^4-4x^2+3$.

Nhìn vào hình vẽ, ta có đồ thị ứng với hàm bậc bốn trùng phương có $a>0$ và $a$, $b$ trái dấu. Chọn đáp án A.

**Câu 35.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$ .




**A.** $P=-3$. **B.** $P=1$. **C.** $P=5$. **D.** $P=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: Tiệm cận đứng: $x=2\Rightarrow -\dfrac{c}{b}=2\Leftrightarrow 2b+c=0\left(1\right)$.

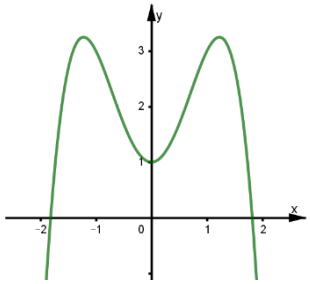
Tiệm cận ngang: $y=1\Rightarrow \dfrac{1}{b}=1\Leftrightarrow b=1\left(2\right)$.

Thế $\left(2\right)$ vào $\left(1\right)$ suy ra $c=-2$. Suy ra hàm số có dạng $y=\dfrac{x-a}{x-2}$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $\left(-2;0\right)$ nên ta có: $0=\dfrac{-2-a}{-2-2}\Leftrightarrow a=-2$.

Vậy $P=-2+1-2=-3$.

**Câu 36.** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:




Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

**A.** $a<0;\ b>0;\ c>0$.
**B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$.
**C.** $a<0;\ b<0;\ c>0$.
**D.** $a<0;\ b>0;\ c<0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có nhánh bên phải đồ thị đi xuống, suy ra $a<0$.

Mặt khác do đồ thị có ba cực trị suy ra $ab<0$ mà $a<0\Rightarrow b>0$.

Mà giao điểm của đồ thị với trục $Oy$ tại điểm có tung độ $y=c>0$.

Vậy chọn đáp án A.

**Câu 37.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | |
| $y$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ / $+\infty$ | $\searrow$ | $2$ |

**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$.
**B.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$.
**C.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$.
**D.** $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$.

**Lời giải**

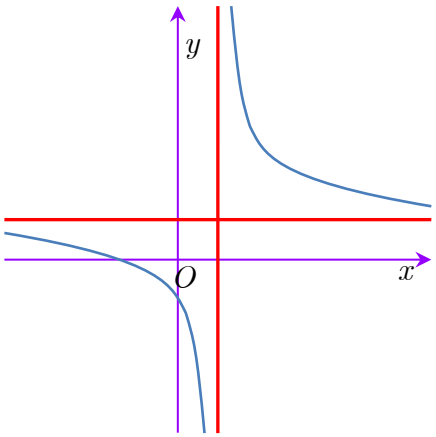
**Chọn A**

Ta có : Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là : $x=2$ và tiệm cận ngang $y=2$ .

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2),(2;+\infty)$ nên $y'<0,\forall x\in(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

Nên chọn đáp án A : $y=\dfrac{2x-1}{x-2}\Rightarrow y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}<0,\forall x\neq 2$.

**Câu 38.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $ab<0,\ cd<0$.
**B.** $bc>0,\ ad<0$.
**C.** $ac>0,\ bd>0$.
**D.** $bd<0,\ ad>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad-bc<0$, với mọi $x\neq -\frac{d}{c}$ nên $ad<bc$.

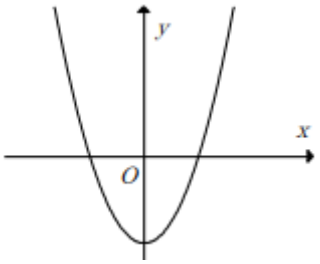
Mặt khác $(C)\cap Ox=A\left(-\frac{b}{a};0\right)$ và $-\frac{b}{a}<0$ nên $ab>0\,(1)\Rightarrow$**Loại đáp án A.**

Và $(C)\cap Oy=B\left(0;\frac{b}{d}\right)$ và $\frac{b}{d}<0$ nên $bd<0\,(2)\Rightarrow$**Loại đáp án C.**

Từ $(1)$ và $(2)$ ta có $ad<0\Rightarrow$**Loại đáp án D.**

Mặt khác, phương trình đường tiệm cận đứng $x=-\frac{d}{c}>0$ nên $cd<0$. Suy ra $bc>0$.

**Câu 39.** Hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



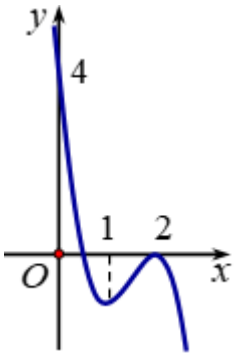

**A.** $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b\geq 0,c>0$. **C.** $a>0,b\geq 0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c\leq 0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases}a>0\\ a.b\geq 0\\ c<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ b\geq 0\\ c<0\end{cases}$.

**Câu 40.** Cho hàm số $y=-2x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?




**A.** $bcd=-144$. **B.** $c^2<b^2+d^2$. **C.** $b+c+d=1$. **D.** $b+d<c$.

**Lời giải**

**Chọn C**

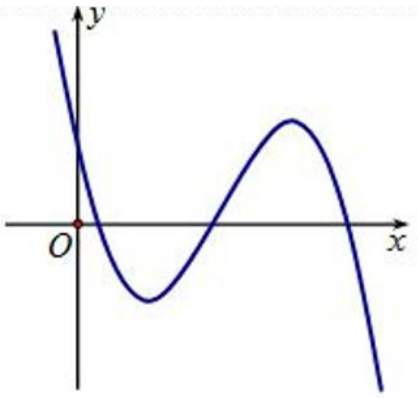
Ta có $y'=-6x^2+2bx+c$, $y''=-12x+2b$

Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra hàm số có hai điểm cực trị là $x=1$ và $x=2$, do đó

$$\begin{cases}y'(1)=0\\ y'(2)=0\\ y''(1)>0\\ y''(2)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6+2b+c=0\\ -24+4b+c=0\\ -12+2b>0\\ -24+2b<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6+2b+c=0\\ -24+4b+c=0\\ 6<b<12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=9\\ c=-12\end{cases}.$$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;4)$ nên $d=4$. Do đó $b+c+d=1$.

**Câu 41.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ:




Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.
**B.** $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.
**C.** $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.
**D.** $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$.

**Lời giải**

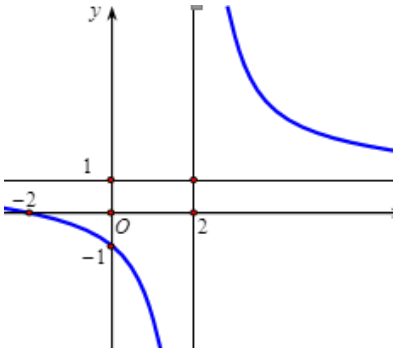
**Chọn A**

Do đồ thị ở nhánh phải đi xuống nên $a<0$. Loại phương án **B**.

Do hai điểm cực trị dương nên $x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow ab<0$ và $a<0\Rightarrow b>0$. Loại **C**.

$x_1x_2=\dfrac{c}{3a}>0\Rightarrow c<0$. Loại phương án **D**.

**Câu 42.** Tìm $a,\ b,\ c$ để hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:




**A.** $a=1;\ b=-2;\ c=1$.
**B.** $a=1;\ b=2;\ c=1$.
**C.** $a=2;\ b=-2;\ c=-1$.
**D.** $a=1;\ b=1;\ c=-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

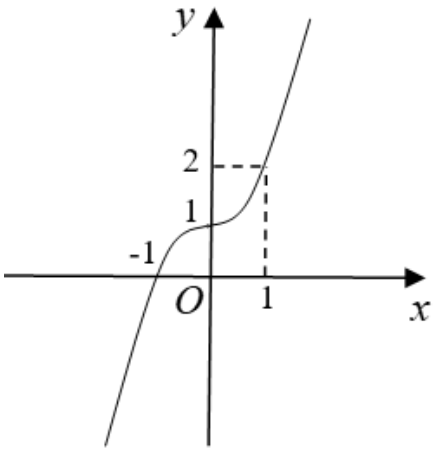
Để đường tiệm cận đứng là $x=2$ thì $-\dfrac{b}{c}=2\Leftrightarrow b=-2c$.

Để đường tiệm cận ngang là $y=1$ thì $\dfrac{a}{c}=1\Leftrightarrow a=c$.

Khi đó $y=\dfrac{cx+2}{cx-2c}$. Để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;0)$ thì $c=1$.

Vậy ta có $a=1;\ b=-2;\ c=1$.

**Câu 43.** Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$.




Xét các mệnh đề sau:

$(I)$: $a=-1$. $(II)$: $ad>0$. $(III)$: $d=-1$. $(IV)$: $a+c=b+1$.

Tìm số mệnh đề **sai**.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

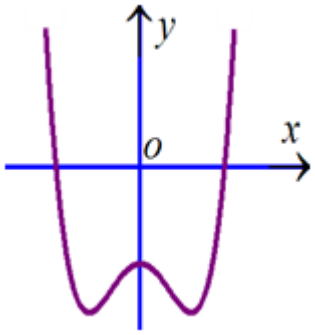
Dựa vào đồ thị ta thấy $a>0$. Mệnh đề $(I)$ sai.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)\Rightarrow d=1>0\Rightarrow ad>0$. Mệnh đề $(II)$ đúng, mệnh đề $(III)$ sai.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;0)\Rightarrow a+c=b+1$. Mệnh đề $(IV)$ đúng.

Vậy có hai mệnh đề sai là $(I)$ và $(III)$.

**Câu 44.** Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a$, $b$, $c$ là các số thực.




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a<0$, $b>0$, $c<0$. **B.** $a<0$, $b<0$, $c<0$.

**C.** $a>0$, $b<0$, $c<0$. **D.** $a>0$, $b<0$, $c>0$.

**Lời giải**

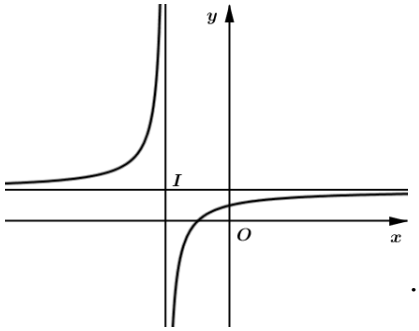
**Chọn C**

Đồ thị hàm số có nhanh cuối cùng hướng lên nên $a>0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$ mà $a>0$ nên $b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

**Câu 45.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $a>0>b$. **B.** $a>b>0$. **C.** $a<b<0$. **D.** $a<0<b$.

**Lời giải**

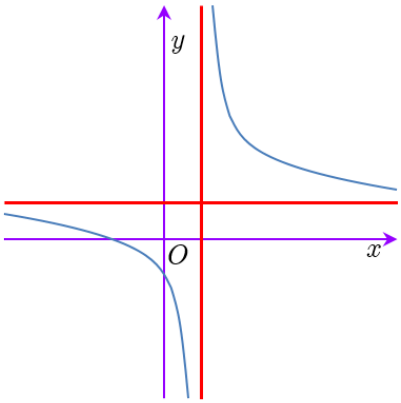
**Chọn A**

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=b$. Theo như hình vẽ thì $b<0$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=a$. Theo như hình vẽ thì $a>0$.

Do đó ta có $a>0>b$.

**Câu 46.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên.




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $ab<0,\ cd<0$. **B.** $bc>0,\ ad<0$. **C.** $ac>0,\ bd>0$. **D.** $bd<0,\ ad>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad-bc<0$, với mọi $x\neq -\dfrac{d}{c}$ nên $ad<bc$.

Mặt khác $(C)\cap Ox=A\left(-\dfrac{b}{a};0\right)$ và $-\dfrac{b}{a}<0$ nên $ab>0$ $(1)$ $\Rightarrow$Loại **A**.

Và $(C)\cap Oy=B\left(0;\dfrac{b}{d}\right)$ và $\dfrac{b}{d}<0$ nên $bd<0$ $(2)$ $\Rightarrow$Loại **C**.

Từ $(1)$ và $(2)$ ta có $ad<0$ $\Rightarrow$Loại **D**.

Mặt khác, phương trình đường tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}>0$ nên $cd<0$. Suy ra $bc>0$. Chọn **B**.

**Câu 47.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ và có bảng biến thiên như hình sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $c$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** $a<0$ và $b\ge 0$. **B.** $a>0$ và $b\ge 0$. **C.** $a<0$ và $b\le 0$. **D.** $a>0$ và $b\le 0$.

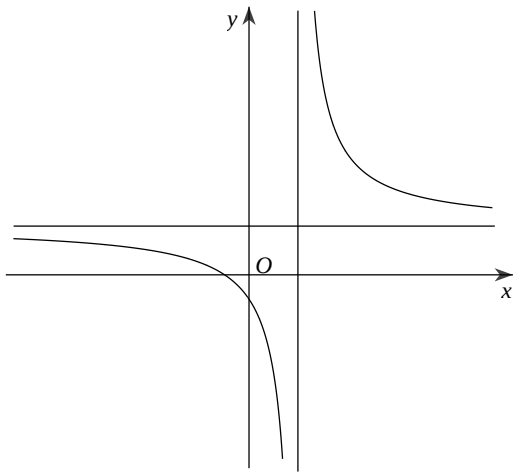
**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow a>0$.

Hàm số có một cực trị $\Rightarrow a.b\ge 0\Rightarrow b\ge 0$. Vậy khẳng định "$a>0$ và $b\ge 0$" là đúng.

**Câu 48.** Cho hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a\ne 0$ và $a, b, c\in\mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên.




Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** $a>0,\ b<0,\ c-ab<0$. **B.** $a>0,\ b>0,\ c-ab<0$.

**C.** $a<0,\ b>0,\ c-ab<0$. **D.** $a<0,\ b<0,\ c-ab>0$.

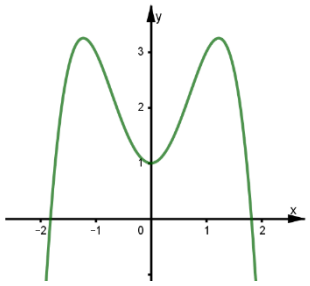
**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=b>0$, tiệm cận đứng $x=a>0$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định nên $c-ab<0$, đáp án **B** đúng.

**Câu 49.** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\ne 0$ có đồ thị như hình vẽ:




Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

**A.** $a<0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$.

**C.** $a<0;\ b<0;\ c>0$. **D.** $a<0;\ b>0;\ c<0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

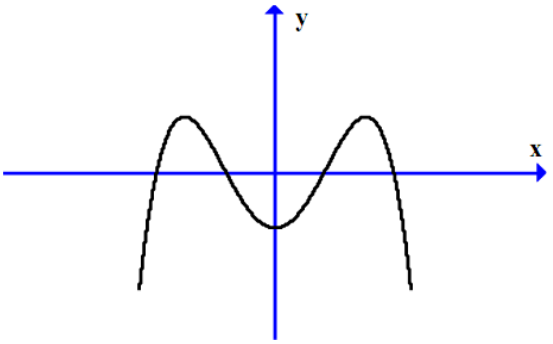
Ta có nhánh bên phải đồ thị đi xuống, suy ra $a<0$.

Mặt khác do đồ thị có ba cực trị suy ra $ab<0$ mà $a<0\Rightarrow b>0$.

Mà giao điểm của đồ thị với trục $Oy$ tại điểm có tung độ $y=c>0$.

Vậy chọn đáp án **A**.

**Câu 50.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ như hình vẽ dưới đây.




Dấu của $a$, $b$ và $c$ là

**A.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.　　**B.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.

**C.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.　　**D.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.

**Lời giải**

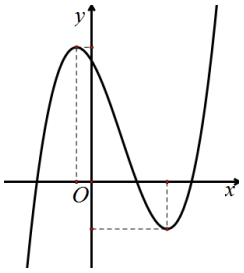
**Chọn C**

Nhìn vào đồ thị ta có $a<0$ và $c<0$.

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $b$ và $a$ trái dấu $\Rightarrow b>0$.

Vậy $a<0,\ b>0,\ c<0$.

**Câu 51.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên.



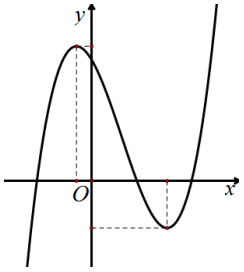

Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.　　**B.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$.　　**D.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Đồ thị đã cho là hàm bậc 3. Vì khi $x\to+\infty$ thì $y\to+\infty$ $\Rightarrow a>0$ (hay phía bên phải đồ thị hàm bậc 3 đồ thị đi lên nên $a>0$).

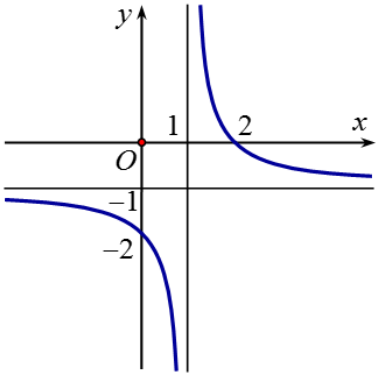
Xét $y'=3ax^2+2bx+c$; $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên suy ra $a.c<0\Rightarrow c<0$.

Loại được đáp án **C** và **D**.

Xét $y''=6ax+2b=0\Leftrightarrow x=\dfrac{-b}{3a}$, dựa vào đồ thị ta thấy hoành độ của điểm uốn dương.

Suy ra $\dfrac{-b}{3a}>0\Rightarrow b<0$. Suy ra $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

**Câu 52.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.




Khẳng định nào dưới đây là đúng?

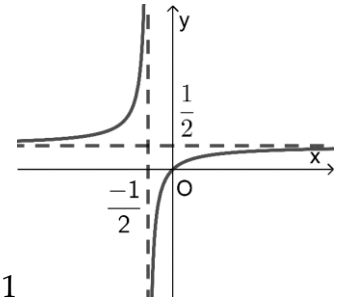
**A.** $b<0<a$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<a<0$. **D.** $0<a<b$.

**Lời giải**

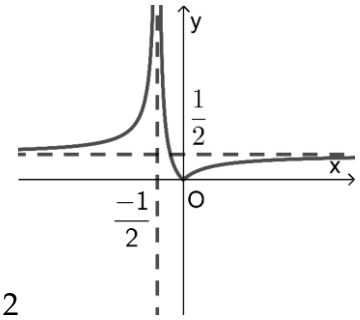
**Chọn C**

Nhìn vào đồ thị ta thấy: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a$ và tiệm cận đứng $x=1$. Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=\dfrac{b}{a}>1$. Ta có: $\begin{cases}\dfrac{a}{-1}=1\\ \dfrac{b}{a}>1\end{cases}\Leftrightarrow b<a=-1<0$.

**Câu 53.** Cho hàm số $y=\dfrac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án $A,B,C,D$ dưới đây?




Hình 1




Hình 2

**A.** $y=\left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$. **B.** $y=\dfrac{|x|}{2|x|+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{2|x|+1}$. **D.** $y=\left|\dfrac{|x|}{2|x|+1}\right|$.

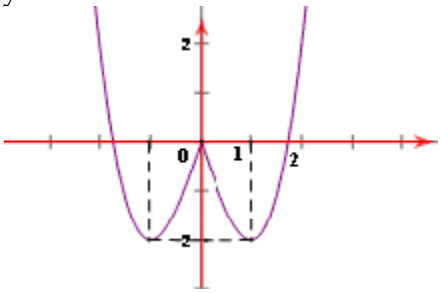
**Lời giải**

**Chọn A**

Để có đồ thị ở hình 2, từ đồ thị hình 1 ta giữ nguyên phần đồ thị nằm phía trên trục hoành và

lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành nên đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số $y=\left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$.

**Câu 54.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



**A.** $y=\left|x^3\right|-3\left|x\right|$. **B.** $y=\left|x\right|^3+3\left|x\right|$. **C.** $y=\left|x^3+3x\right|$. **D.** $y=\left|x^3-3x\right|$.

**Lời giải**

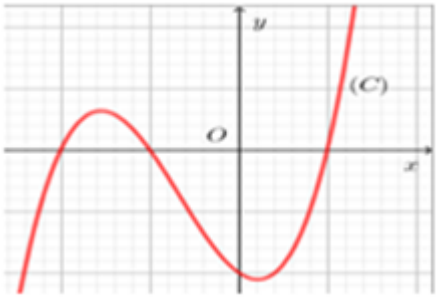
**Chọn A**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-2)$.

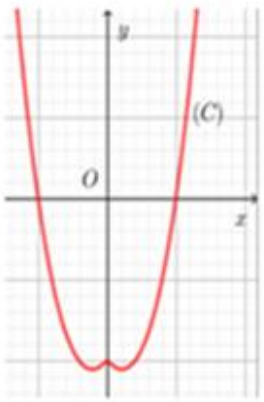
Thế tọa độ điểm $A(1;-2)$ vào các phương án.

Chỉ có phương án A thỏa.

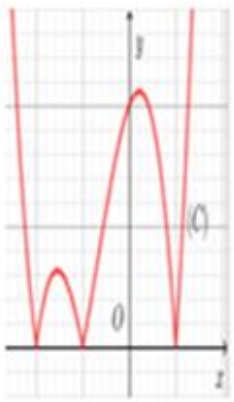
**Câu 55.** Cho hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ có đồ thị $(C)$như hình vẽ bên.



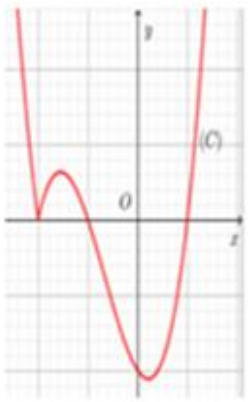

Đồ thị của hàm số $y=\left|x^3+2x^2-x-2\right|$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?



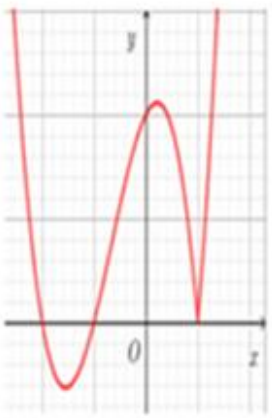

**Hình 1**




**Hình 2**




**Hình 3**




**Hình 4**

**A.** Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

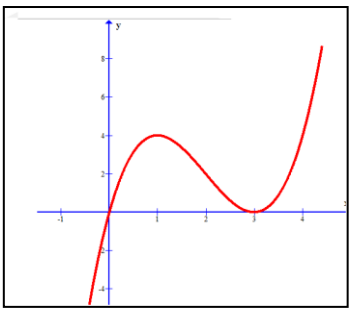
Có $y=\left|x^3+2x^2-x-2\right| \Rightarrow y=\begin{cases} x^3+2x^2-x-2, x^3+2x^2-x-2\ge 0 \\ -\left(x^3+2x^2-x-2\right), x^3+2x^2-x-2\le 0 \end{cases}$

Đồ thị của hàm số $y=\left|x^3+2x^2-x-2\right|$ gồm hai phần:

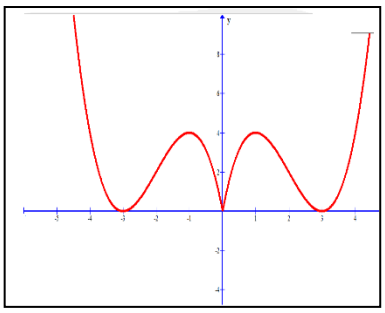
- Phần 1: là phần đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ nằm phía trên trục hoành.

- Phần 2: là phần đối xứng qua trục hoành của phần đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ nằm phía dưới trục hoành.

**Câu 56.** Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

**A.** $y=|x|^3+6|x|^2+9|x|$.

**B.** $y=|x|^3-6x^2+9|x|$.

**C.** $y=-x^3+6x^2-9x$.

**D.** $y=|x^3-6x^2+9x|$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hình 1 dạng $y=f(x)$ và đồ thị ở hình 2 dạng đồ thị của hàm $y=f(|x|)$. Mà $y=|x|^3-6x^2+9|x|=|x|^3-6|x|^2+9|x|$.

**Câu 57.** Phương trình $|x|^3-3x^2-m^2=0$ (với $m$ là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm phân biệt?

**A.** 3 nghiệm. **B.** 4 nghiệm. **C.** 2 nghiệm. **D.** 6 nghiệm.

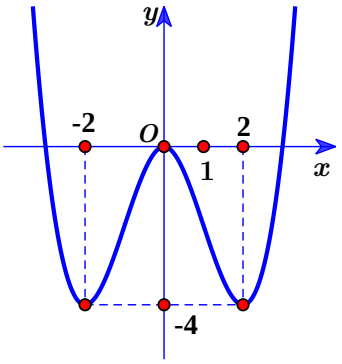
**Lời giải**

**Chọn A**

$|x|^3-3x^2-m^2=0\Leftrightarrow|x|^3-3|x|^2=m^2\ (*)$

Số nghiệm phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|x|^3-3|x|^2$ và $y=m^2$.

Đồ thị hàm số $y=|x|^3-3|x|^2$ là:



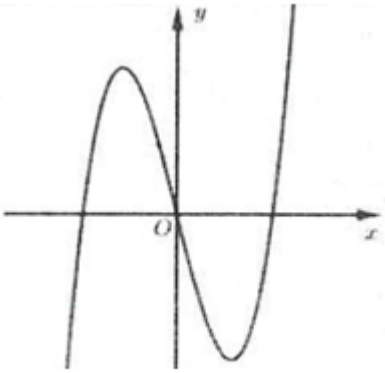

TH1: $(*)$ có 2 nghiệm $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2=-4\\m^2>0\end{array}\right.\Leftrightarrow m\neq 0$.

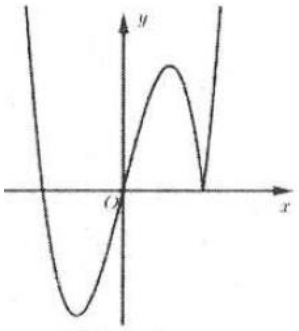
TH2: $(*)$ có 4 nghiệm $\Leftrightarrow -4<m^2<0$ (Vô lý).

TH3: $(*)$ có 3 nghiệm $\Leftrightarrow m^2=0\Leftrightarrow m=0$.

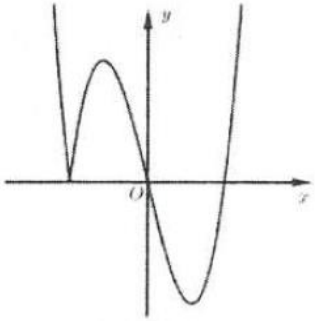
Do đó phương trình $|x|^3-3x^2-m^2=0$ có nhiều nhất 3nghiệm thực.

**Câu 58.** Hàm số $y=x^3-4x$ có đồ thị nào như hình vẽ bên dưới. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2+2x)$?

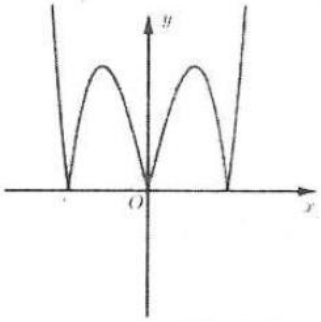




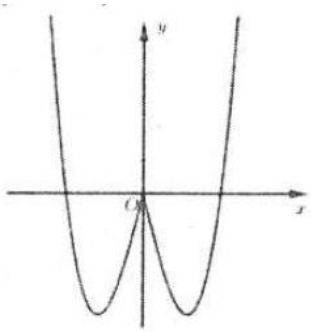
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

**A.** Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y=|x-2|\left(x^2+2x\right)=\begin{cases}x^3-4x \text{ khi } x\geq 2\\ -\left(x^3-4x\right) \text{ khi } x<2\end{cases}$

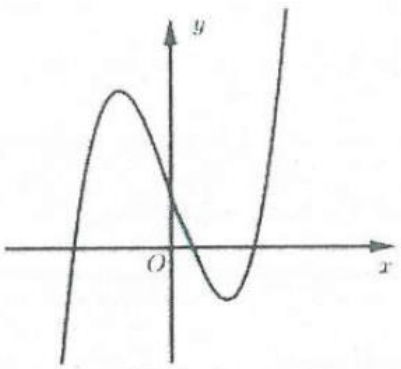
Do đó đồ thị hàm số $y=|x-2|\left(x^2+2x\right)$ gồm 2 phần:

**- Phần 1:** Là phần của đồ thị $(C): y=x^3-4x$ ứng với $x\geq 2$.

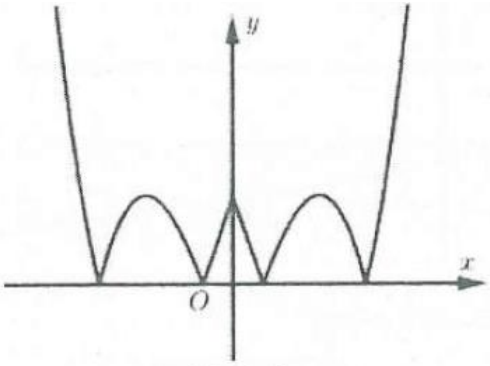
**- Phần 2:** Lấy đối xứng phần của $(C): y=x^3-4x$ ứng với miền $x<2$ qua $Ox$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=|x-2|\left(x^2+2x\right)$ là hình 1.

**Câu 59.** Hình 1 là đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



Hình 1



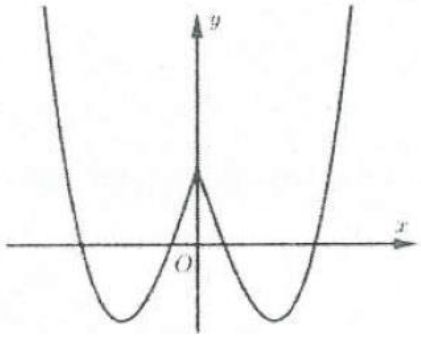
Hình 2

**A.** $y=|x^3|-3|x|+1$. **B.** $y=|x^3|+3|x|+1$. **C.** $y=\left||x^3|-3|x|+1\right|$. **D.** $y=\left||x^3|+3|x|+1\right|$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=|x^3|-3|x|+1$ như hình vẽ sau



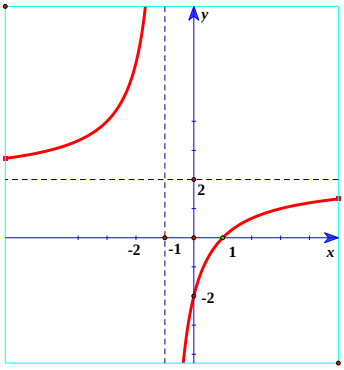

Đồ thị hình 2 gồm 2 phần:

Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=\left|x^3\right|-3\left|x\right|+1$ nằm phía trên trục hoành.

Phần 2: Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=\left|x^3\right|-3\left|x\right|+1$ nằm phía dưới trục hoành.

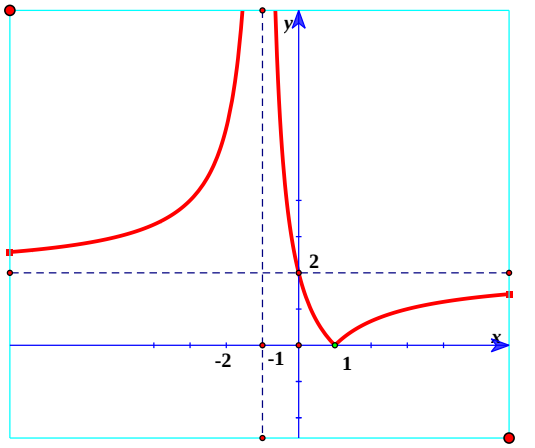
Từ đó suy ra đồ thị hàm số ở hình 2 là đồ thị hàm số $y=\left|\left|x^3\right|-3\left|x\right|+1\right|$.

**Câu 60.** Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là hình vẽ sau:

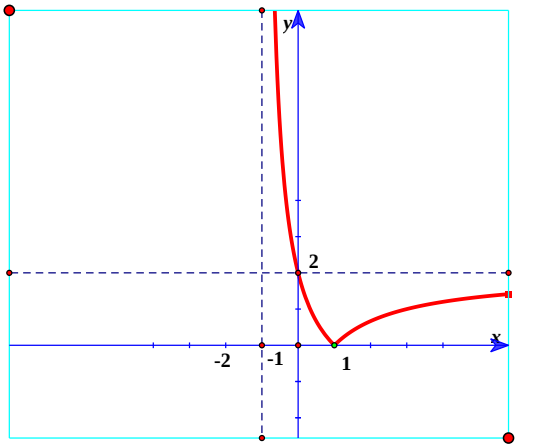



Đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2x-2}{x+1}\right|$ là hình vẽ nào trong 4 hình vẽ sau:

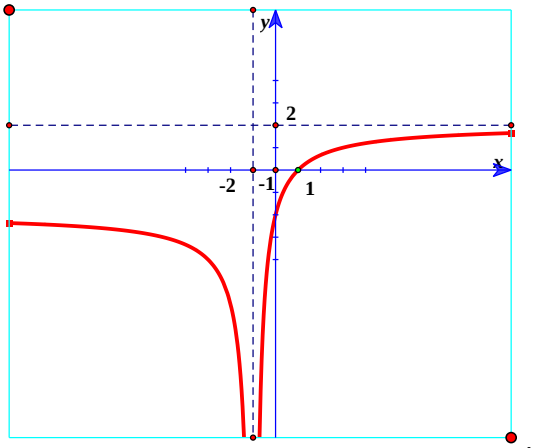
**A.**



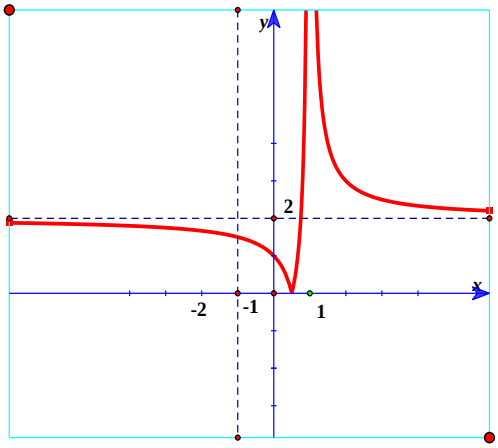

**B.**




**C.**




**D.**



**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=\left|\dfrac{2x-2}{x+1}\right|=\begin{cases}\dfrac{2x-2}{x+1} & n\tilde{O}u\ \dfrac{2x-2}{x+1}\ge 0\\ -\dfrac{2x-2}{x+1} & n\tilde{O}u\ \dfrac{2x-2}{x+1}<0\end{cases}$

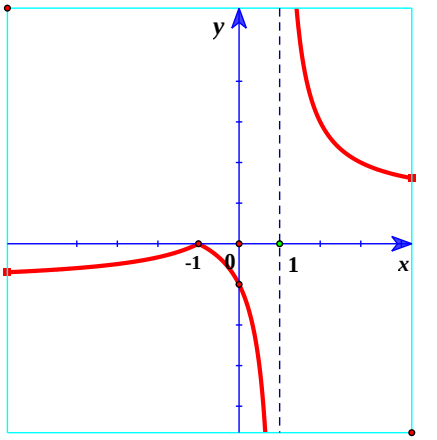
Đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2x-2}{x+1}\right|$ có được bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ nằm phía trên trục hoành.

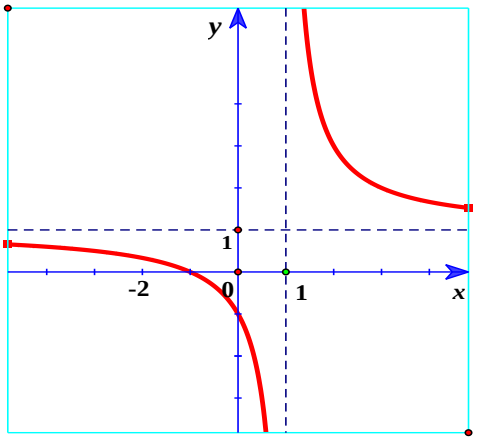
+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

**Câu 61.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x+1|}{x-1}$ là hình vẽ nào trong các hình vẽ sau

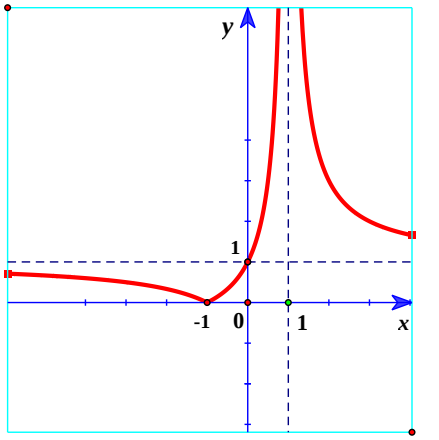
**A.**



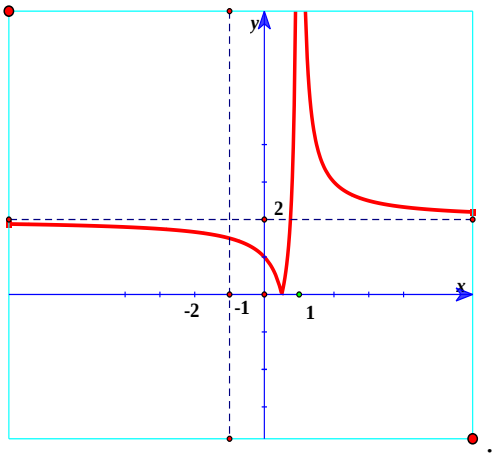

**B.**




**C.**



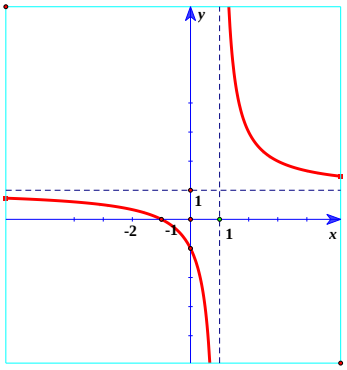

**D.**




**Lời giải**

**Chọn A**

Vẽ đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$



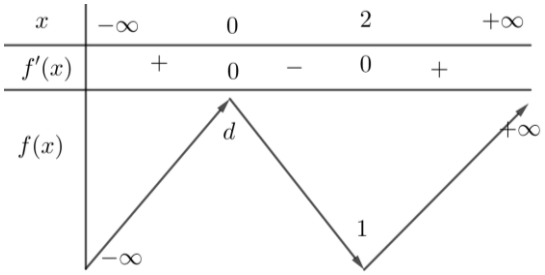

$$y=\frac{|x+1|}{x-1}=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x-1} & n\tilde{O}u \quad x\ge -1\\ -\dfrac{x+1}{x-1} & n\tilde{O}u \quad x<-1\end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x+1|}{x-1}$ có được bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ nằm phía bên phải đường thẳng $x=-1$.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ nằm phía bên trái đường thẳng $x=-1$ qua trục hoành.

**Câu 62.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a,b,c,d\in R)$ có bảng biến thiên sau




Xác định dấu của $a,b,d$.

**A.** $a>0,b<0,d<0$.

**B.** $a<0,b<0,d>0$.

**C.** $a<0,b>0,d>0$.

**D.** $a>0,b<0,d>0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên ta có $d>0$.

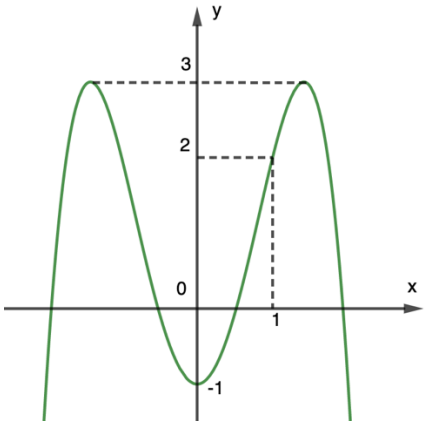
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty\Rightarrow a>0$.

$f'(x)=3.a.x^2+2.b.x+c$

Ta có hàm số nhận $x=0,x=2$ là điểm cực trịnên $\begin{cases}f'(0)=0\\ f'(2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\ 3a.2^2+2b.2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\ b=-3a\end{cases}$

Nên $b<0$. Vậy $a>0,b<0,d>0$.

**Câu 63.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.




Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=a^2+b^2+c^2$.

**A.** $M=18$. **B.** $M=6$. **C.** $M=20$. **D.** $M=24$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị hàm số ta có $a<0, b>0, c<0$.

Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(1;2);(0;-1)$ và $y_{CD}=3$ do đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a.1+b.1+c=2 \\ a.0+b.0+c=-1 \\ y\left(\sqrt{-\dfrac{b}{2a}}\right)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-1 \\ a+b=3 \\ a.\left(-\dfrac{b}{2a}\right)^2+b.\left(-\dfrac{b}{2a}\right)+c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-1 \\ a+b=3 \\ b^2+16a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=-1 \end{cases} \vee \begin{cases} a=-9 \\ b=12 \\ c=-1 \end{cases}$$

Suy ra $M=18$ hoặc $M=226$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $M=18$.

**Câu 64.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R}, a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số âm?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ dạng đồ thị suy ra $a<0$.

$x=0\Rightarrow y=d=-1\Rightarrow d<0$.

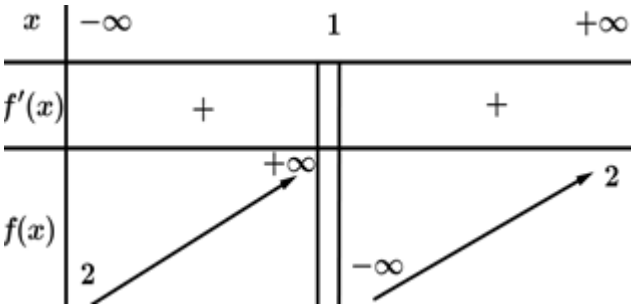
Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì hàm số có 2 cực trị nên $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2$.

Nên theo công thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a} \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a} \end{cases}$.

Dựa vào hoành độ 2 điểm cực trị ta có: $\begin{cases} -\dfrac{2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>0 \\ c=0 \end{cases}$.

**Câu 65.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ có bảng biến thiên sau




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b>0,c<0$. **C.** $a<0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b<0,c<0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào BBT, ta có:

+) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{b}=2 \Rightarrow a=2b\,(1)$.

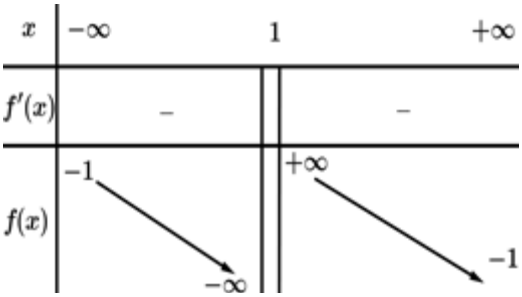
+) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{c}{b}=1 \Rightarrow c=-b\,(2)$.

+) Lại có $y'>0 \Rightarrow ac-b>0\,(3)$.

Thay $(1),(2)$ vào $(3)$ được $2b.(-b)-b>0 \Leftrightarrow 2b^2+b<0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<b<0$.

Từ $(1)$ suy ra $a<0$. Từ $(2)$ suy ra $c>0$. Vậy $a<0,b<0,c>0 \rightarrow$ chọn **C.**

**Câu 66.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có bảng biến thiên sau




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$. **C.** $a<0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b<0,c<0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào BBT, ta có:

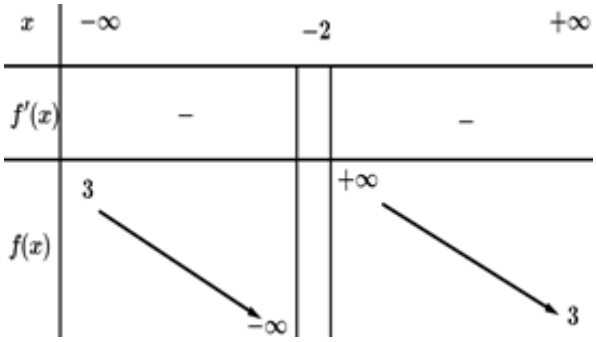
+) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a=-1<0$.

+) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-c=1 \Rightarrow c=-1<0$.

+) Lại có $y'<0 \Leftrightarrow ac-b<0 \Leftrightarrow b>ac \Rightarrow b>(-1).(-1)=1>0$.

Vậy $a<0,b>0,c<0 \rightarrow$ chọn **B.**

**Câu 67.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax-3}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các số $a,b$ và $c$ có bao nhiêu số âm?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $f(x)=\dfrac{ax-3}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-\dfrac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{a}{b}$.

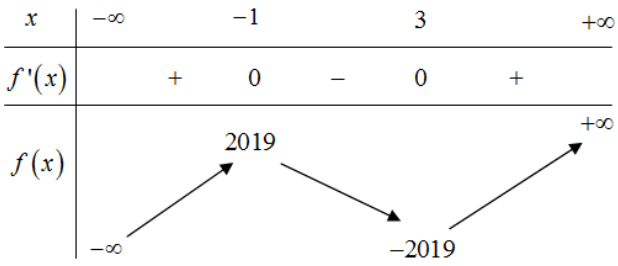
Từ bảng biến thiên ta có $\begin{cases}-\dfrac{c}{b}=-2\\ \dfrac{a}{b}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=2b\ (1)\\ a=3b\ (2)\end{cases}$

Vì hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$ nên $f'(x)=\dfrac{ac+3b}{(bx+c)^2}<0\Leftrightarrow ac+3b<0\ (3)$

Thay $(1),(2)$ vào $(3)$ ta được $6b^2+3b<0\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<b<0.$

Vậy $b$ là số âm nên $a$ và c cũng là số âm. Do đó trong các số $a,b$ và $c$ có 3 số âm.

**Câu 68.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Đồ thị hàm số $y=\left|f(x-2018)+2019\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

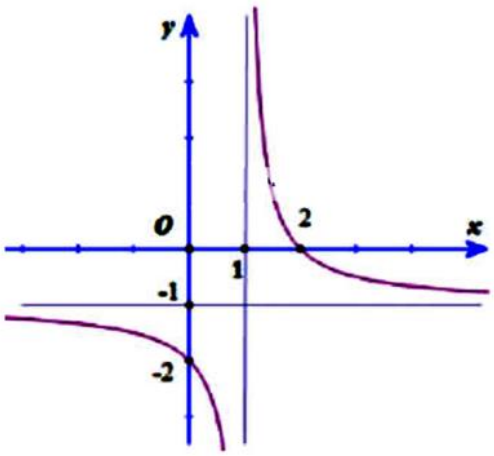
Đồ thị hàm số $u(x)=f(x-2018)+2019$ có được từ đồ thị hàm số $f(x)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)$ sang phải 2018 đơn vị và lên trên 2019 đơn vị.

Suy ra bảng biến thiên của $u(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | 2017 | | 2021 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $u(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $4038$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $g(x)=|u(x)|$ có 3 điểm cực trị.

**Câu 69.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ $a$, $b$, $c$ là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$ bằng:




**A.** $T=12$. **B.** $T=10$. **C.** $T=-7$. **D.** $T=-9$.

**Lời giải**

**Chọn D**

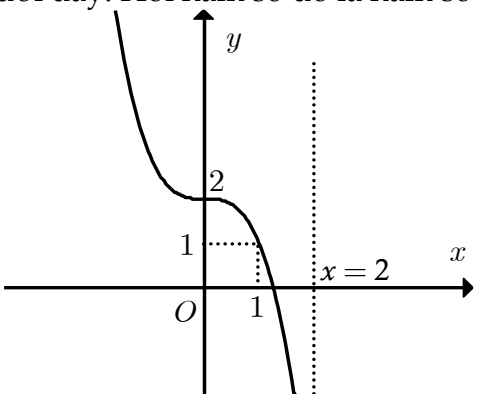
Đồ thị hàm số trên hình vẽ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$ mà $\lim\limits_{x\to+\infty}y=a$, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=a$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=a$ suy ra $a=-1$

Suy ra $y=\dfrac{-x+b}{x+c}$

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(0;-2),B(2;0)$ suy ra $\begin{cases}\dfrac{b}{c}=-2\\ 0=\dfrac{-2+b}{2+c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\ c=-1\end{cases}$

$T=a-3b+2c=-1-6-2=-9$.

**Câu 70.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?




**A.** $y=-x^3+1$. **B.** $y=-x^3+3x+2$.

**C.** $y=-x^3+3x^2-3x+2$. **D.** $y=-x^3+2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Để ý thấy khi $x=0$ thì $y=2$ nên ta loại phương án A.

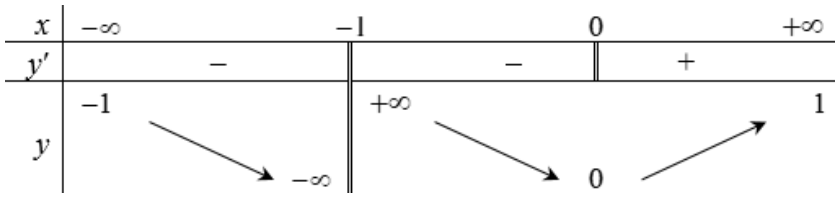
Dựa vào đồ thị, suy ra hàm số không có cực trị nên ta loại phương án B vì $y'=-3x^2+3$ có hai nghiệm.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;1)$, kiểm tra thấy C & D đều thỏa mãn.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-x^3+3x^2-3x+2=0 \xrightarrow{CASIO} x=2$

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-x^3+2=0 \to x=\sqrt[3]{2}\in(1;2)$. Do đó chỉ có D thỏa mãn.

**Câu 71.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:




Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây:

**A.** $y=\dfrac{1}{x(x+1)}$. **B.** $y=|x|(x+1)$. **C.** $y=\dfrac{x}{|x+1|}$. **D.** $y=\dfrac{|x|}{x+1}$.

**Lời giải**

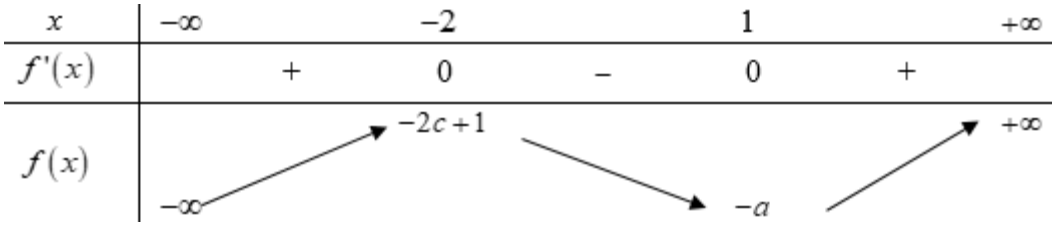
**Chọn D**

Đáp án B sai vì $\lim\limits_{x\to+\infty}|x|(x+1)=+\infty$.

Đáp án C sai vì $y=\dfrac{x}{|x+1|}=\dfrac{x}{\sqrt{(x+1)^2}}$ có $y'(0)=1\left(\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x}{|x+1|}\right)\Big|_{x=0}=1\right)$.

Đáp án A sai vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x(x+1)}=0$.

**Câu 72.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:




Tìm $S=a+b+c+d$.

**A.** 1. **B.** −2. **C.** −1. **D.** 2.

**Lời giải**

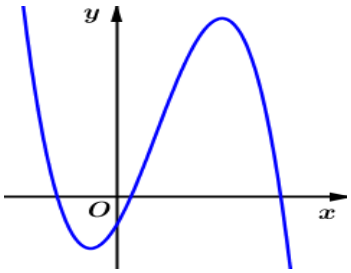
**Chọn B**

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\begin{cases} f'(-2)=0 \\ f'(1)=0 \\ f(-2)=-2c+1 \\ f(1)=-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a-4b+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \\ -8a+4b-2c+d=-2c+1 \\ a+b+c+d=-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \\ c=-12 \\ d=5 \end{cases}$.

Vậy $S=2+3-12+5=-2$.

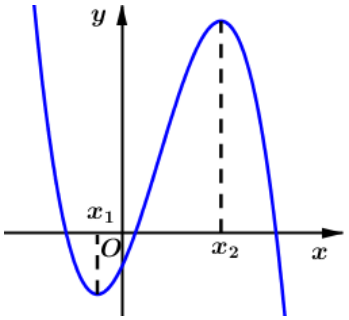
**Câu 73.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới đây. Trong các giá trị $a$, $b$, $c$, $d$ có bao nhiêu giá trị âm?




**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**




Qua đồ thị ta thấy: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ giao với trục $Oy$ tại điểm $D(0;d)$ nằm phía dưới trục $Ox$ nên $d<0$, và hình dạng của đồ thị hàm số ứng với trường hợp $a<0$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x_1<0$, đạt cực đại tại $x_2>0$ và $x_1+x_2>0$.

$x_1$, $x_2$ là hai nghiệm của phương trình $3ax^2+2bx+c=0$.

Khi đó $\begin{cases}S=x_1+x_2>0\\P=x_1x_2<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{-2b}{3a}>0\\\dfrac{c}{3a}<0\end{cases}$ mà $a<0$ nên $\begin{cases}b>0\\c>0\end{cases}$.

Vậy có 2 giá trị âm trong các giá trị $a$, $b$, $c$, $d$ là $\begin{cases}a<0\\d<0\end{cases}$.

**Câu 74.** Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^3}{3}+ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên được cho như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $1$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $\sqrt{3}$ | ↗ | $+\infty$ |

Hỏi có bao nhiêu số âm trong các hệ số $a$, $b$, $c$?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra $f(0)>f(-1)\Leftrightarrow c>\sqrt{3}\Rightarrow c>0$.

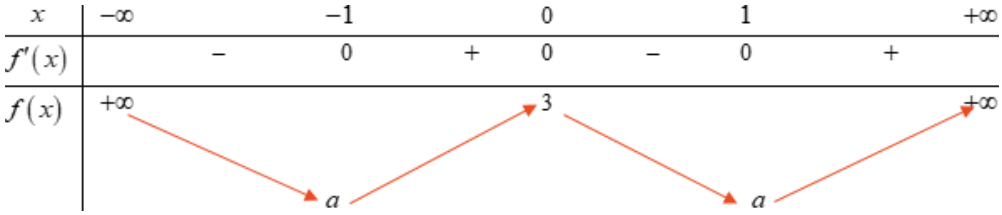
Ta có $y'=f'(x)=x^2+2ax+b$, $\Delta'_{y'}=a^2-b$.

Vì $f'(x)>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ nên phương trình $f'(x)=0$ vô nghiệm, suy ra:

$\Delta'_{y'}<0\Leftrightarrow a^2-b<0\Leftrightarrow a^2<b\Rightarrow b>0$.

Mặt khác $f'(-1)=1\Leftrightarrow 1-2a+b=1\Leftrightarrow b=2a\Rightarrow a>0$.

**Câu 75.** Cho hàm số $f(x)=(m-1)x^4-mx^2+m^2-1$ $(m\neq 1)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tính giá trị $T=m^2-2a+1$.




**A.** $-6$. **B.** 1. **C.** 8. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[(m-1)x^4-mx^2+m^2-1\right]=+\infty$ nên $m-1>0\Leftrightarrow m>1$ $(1)$.

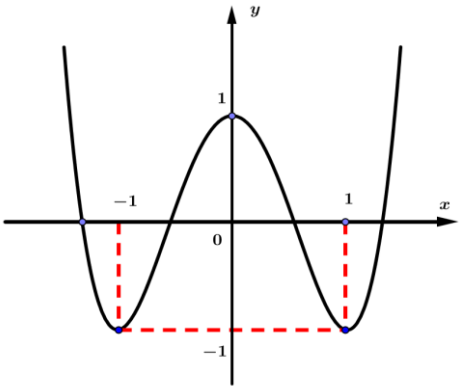
Đồ thị hàm số $f(x)=(m-1)x^4-mx^2+m^2-1$ đi qua điểm $B(0;3)$ nên:

$m^2-1=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right.$ $(2)$.

Từ $(1)$, $(2)$ suy ra: $m=2$. Do đó $f(x)=x^4-2x^2+3$.

Suy ra $a=f(1)=f(-1)=2$. Vậy $T=2^2-2.2+1=1$.

**Câu 76.** Biết rằng hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.




Giá trị $f(a+b+c)$ bằng

**A.** $-2$. **B.** 2. **C.** $-1$. **D.** 1.

**Lời giải**

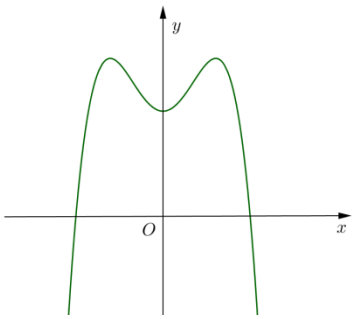
**Chọn C**

Ta có $y'=4ax^3+2bx$.

Từ đồ thị, ta có hệ phương trình: $\left\{\begin{array}{l} f(0)=c=1 \\ f'(\pm 1)=2a+b=0 \\ f(\pm 1)=a+b+c=-1 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} c=1 \\ a=2 \\ b=-4 \end{array}\right.$.

Suy ra $f(x)=2x^4-4x^2+1\Rightarrow f(a+b+c)=f(-1)=-1$.

**Câu 77.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ:




Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào hình dáng đồ thị $\Rightarrow a<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục $Oy$ tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow c>0$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b>0$.

Vậy có hai số dương.

**Câu 78.** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $\nearrow$ $2$ |

Biết $f(2)+f(-1)-2$ là số nguyên dương. Tính $f(2020)$.

**A.** $\dfrac{4036}{2019}$. **B.** $\dfrac{4044}{2019}$. **C.** $\dfrac{4039}{2019}$. **D.** $\dfrac{4041}{2019}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

+ Tiệm cận ngang: $y=2\Leftrightarrow\dfrac{a}{c}=2\Leftrightarrow a=2c$ $(1)$.

+ Tiệm cận đứng: $x=1\Leftrightarrow-\dfrac{d}{c}=1\Leftrightarrow d=-c$ $(2)$.

+ $y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}>0$, $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}\Leftrightarrow ad-bc>0$ $(3)$.

Thế $(1)$, $(2)$ vào $(3)$ ta được: $c(2c+b)<0\Leftrightarrow\dfrac{2c+b}{c}<0\Leftrightarrow\dfrac{2c+b}{2c}<0\Leftrightarrow\dfrac{b}{2c}<-1$.

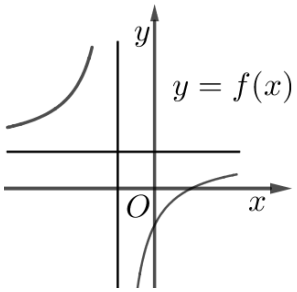
Ta có: $f(2)+f(-1)-2=\dfrac{2a+b}{2c+d}+\dfrac{-a+b}{-c+d}-2=\dfrac{4c+b}{2c-c}+\dfrac{-2c+b}{-c-c}-2=\dfrac{6c+b}{2c}=3+\dfrac{b}{2c}$.

Do $\dfrac{b}{2c}<-1\Rightarrow f(2)+f(-1)-2=3+\dfrac{b}{2c}<2$.

Mặt khác, $f(2)+f(-1)-2$ là số nguyên dương, do đó $3+\dfrac{b}{2c}=1\Leftrightarrow b=-4c$.

Vậy $f(2020)=\dfrac{2020a+b}{2020c+d}=\dfrac{2020.2c-4c}{2020c-c}=\dfrac{4036}{2019}$.

**Câu 79.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ ($c\neq0$ và $ad-bc\neq0$) có đồ thị như hình vẽ:




Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.** $ad<0,\ ab>0$. **B.** $bd>0,\ ad<0$. **C.** $ad>0,\ ab<0$. **D.** $ab<0,\ ad<0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Nhìn vào đồ thị, ta thấy:

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương $\Rightarrow a\neq 0$ và $-\frac{b}{a}>0$. Suy ra $ab<0$.

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-\frac{d}{c}<0\Rightarrow cd>0\ (1)$.

Đồ thị có tiệm cận ngang $x=\frac{a}{c}>0\Rightarrow ac>0\ (2)$.

Từ $(1)$ và $(2)$ ta có $ac^2d>0\Rightarrow ad>0$ do $c\neq 0$.

**Câu 80.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+m^2+4}{bx+c}$ $(a,b,c,m\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | $1$ | ↗ | $+\infty$ | | $1$ |
| | | | $-\infty$ | ↗ | |

Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tiệm cận đứng: $x=3>0\Rightarrow -\frac{c}{b}>0\Rightarrow bc<0$.

Tiệm cận ngang: $y=1>0\Rightarrow \frac{a}{b}>0\Rightarrow ab>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x>3>0\ \Rightarrow -\frac{m^2+4}{a}>0$

$\Rightarrow a<0\ \Rightarrow b<0\ \Rightarrow c>0$.

**Câu 81.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+9}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | $3$ | ↘ | $-\infty$ | | $3$ |
| | | | $+\infty$ | ↘ | |

Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

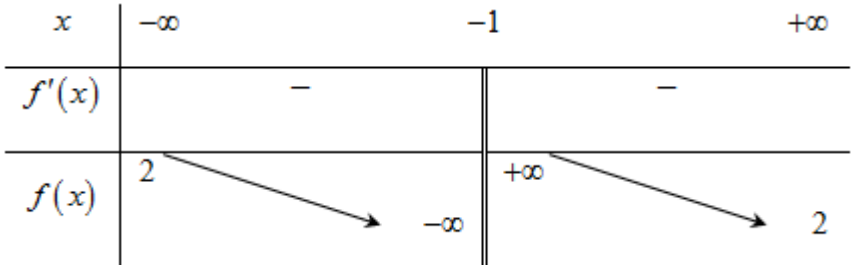
Tiệm cận đứng: $x=-2<0\Rightarrow -\frac{c}{b}<0\Rightarrow bc>0$.

Tiệm cận ngang: $y=3>0\Rightarrow \frac{a}{b}>0\Rightarrow ab>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x<-2<0\Rightarrow -\frac{9}{a}<0$

$\Rightarrow a>0\Rightarrow b>0\Rightarrow c>0$.

**Câu 82.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a>0)$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

**A.** $b>0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $b<0,\ c>0,\ d<0$.

**C.** $b<0,\ c<0,\ d<0$. **D.** $b>0,\ c<0,\ d<0$.

**Lời giải**

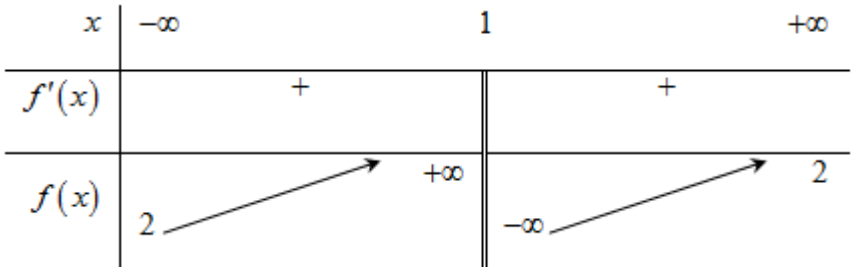
**Chọn A**

Tiệm cận ngang: $y=2>0\Rightarrow \frac{a}{c}>0$, mà $a>0\Rightarrow c>0$.

Tiệm cận đứng: $x=-1<0\Rightarrow -\frac{d}{c}<0\Rightarrow \frac{d}{c}>0$, mà $c>0\Rightarrow d>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x<-1<0\Rightarrow -\frac{b}{a}<0\Rightarrow \frac{b}{a}>0\Rightarrow b>0$.

**Câu 83.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a<0)$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

**A.** $b>0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $b<0,\ c>0,\ d<0$.

**C.** $b<0,\ c<0,\ d<0$. **D.** $b>0,\ c<0,\ d>0$.

**Lời giải**

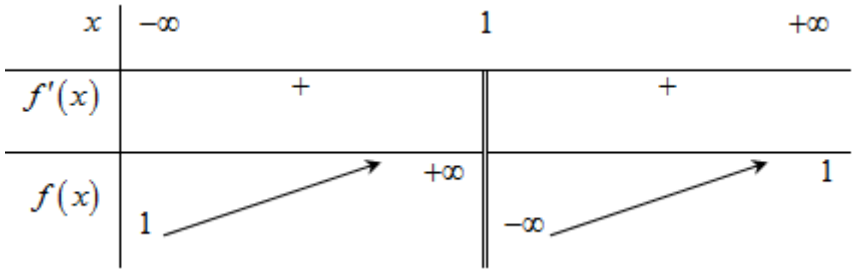
**Chọn D**

Tiệm cận ngang: $y=2>0\Rightarrow \frac{a}{c}>0$, mà $a<0\Rightarrow c<0$.

Tiệm cận đứng: $x=1>0\Rightarrow -\frac{d}{c}>0\Rightarrow \frac{d}{c}<0$, mà $c<0\Rightarrow d>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x>1>0\Rightarrow -\frac{b}{a}>0\Rightarrow \frac{b}{a}<0\Rightarrow b>0$.

**Câu 84.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax-2}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

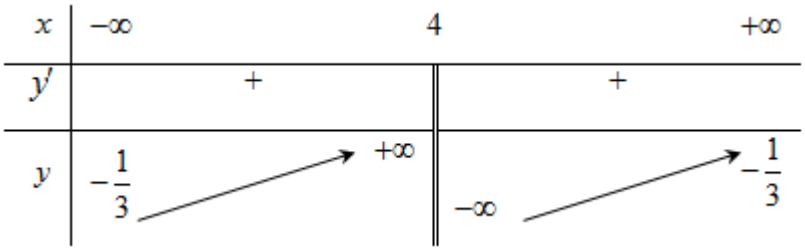
Tiệm cận đứng: $x=1>0\Rightarrow -\frac{c}{b}>0\Rightarrow bc<0$.

Tiệm cận ngang: $y=1>0\Rightarrow \frac{a}{b}>0\Rightarrow ab>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x>1>0\Rightarrow \frac{2}{a}>0\Rightarrow a>0\Rightarrow b>0$

$\Rightarrow c<0$.

**Câu 85.** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+2020}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:




Kết quả nào sau đây đúng?

**A.** $a<0$, $b>0$, $c>0$. **B.** $a<0$, $b>0$, $c<0$.

**C.** $a>0$, $b>0$, $c<0$. **D.** $a>0$, $b>0$, $c>0$.

**Lời giải**

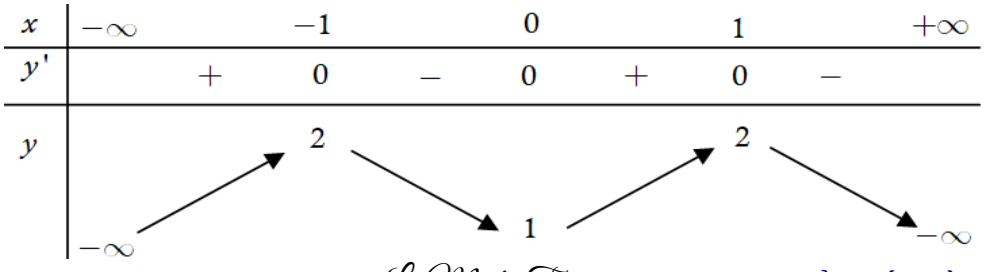
**Chọn B**

+ Tiệm cận đứng: $x=4>0\Rightarrow -\frac{c}{b}>0\Rightarrow bc<0$

+ Tiệm cận ngang: $y=-\frac{1}{3}<0\Rightarrow \frac{a}{b}<0\Rightarrow ab<0$

+ Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $x>4\Rightarrow x>0\Rightarrow -\frac{2020}{a}>0\Rightarrow a<0\Rightarrow b>0\Rightarrow c<0$.

**Câu 86.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có bảng biến thiên dưới đây:



Tính $P=a-2b+3c$.

**A.** $P=3$. **B.** $P=6$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=2$.

**Lời giải**

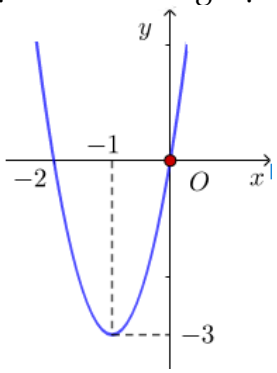
**Chọn C**

Ta có $y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-\dfrac{b}{2a}\end{array}\right.$.

Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy $a<0$; $b>0$, hàm đạt cực đại tại $x=\pm1$ và $y\left(\pm1\right)=2$, hàm đạt cực tiểu tại $x=0$ và $y\left(0\right)=1$. Suy ra, $\left\{\begin{array}{l}-\dfrac{b}{2a}=1\\a+b+c=2\\c=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=-1\\b=2\\c=1\end{array}\right.$.

Do đó: $P=a-2b+3c=-2$.

**Câu 87.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đạo hàm là hàm số $y=f'\left(x\right)$ với đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?




**A.** 4. **B.** 1. **C.** $-4$. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Nhìn đồ thị ta thấy $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$. Do đó, hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại $x=0$ và $x=-2$

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm nên suy ra hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại điểm có hoành độ âm là $x=-2$ và tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x=-2\Rightarrow f\left(-2\right)=0$. (1)

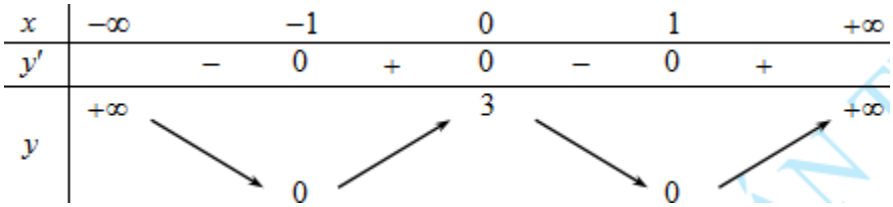
Mặt khác $f'\left(x\right)=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ đi qua các điểm có tọa độ $\left(0;0\right)$, $\left(-2;0\right)$, $\left(-1;-3\right)$. (2)

Từ (1), (2) lập được hệ phương trình $\left\{\begin{array}{l}c=0\\12a-4b+c=0\\3a-2b+c=-3\\-8a+4b-2c+d=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=1\\b=3\\c=0\\d=-4\end{array}\right.\Rightarrow f\left(x\right)=x^3+3x^2-4$.

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=f\left(0\right)=-4$.

**Câu 88.** Cho đồ thị hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$ như hình vẽ.




Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $a>0,\ b<0,\ c>0$.  **B.** $a>0,\ b>0,\ c>0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.  **D.** $a<0,\ b<0,\ c>0$.

**Lời giải**

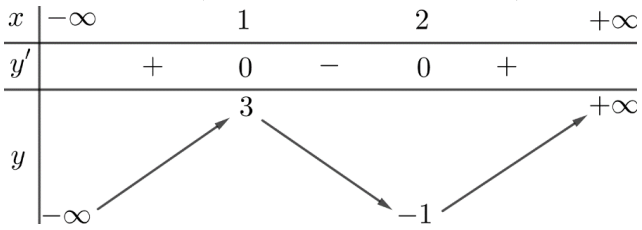
**Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Đồ thị hàm số cắt $Oy$ tại điểm $(0;3)$ do đó $c=3>0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên: $ab<0\Rightarrow b<0$.

**Câu 89.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0,d<0)$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các số $a$, $b$ và $c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 2.  **B.** 3.  **C.** 1.  **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ dạng đồ thị suy ra $a>0$.

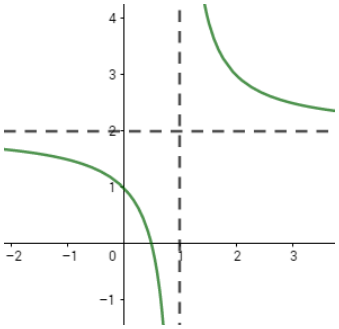
Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì hàm số có 2 cực trị nên $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$.

Nên theo công thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a} \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a} \end{cases}$.

Dựa vào hoành độ 2 điểm cực trị ta có: $\begin{cases} -\dfrac{2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}>0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} b<0 \\ c>0 \end{cases}$.

**Câu 90.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. Đồ thị hàm số đó cùng với đường tiệm cận đứng $x=1$ và đường tiệm cận ngang $y=2$ như hình vẽ



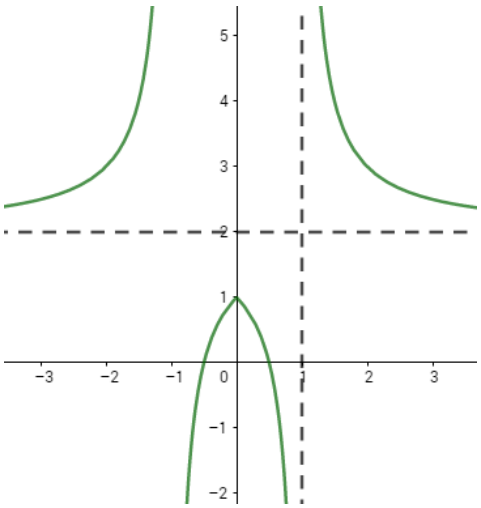
Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $f\left(\left|x\right|\right)=m$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2$ sao cho $\left|x_1.x_2\right|<1$.

**A.** $m\geq 1$. **B.** $m<1$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m>2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

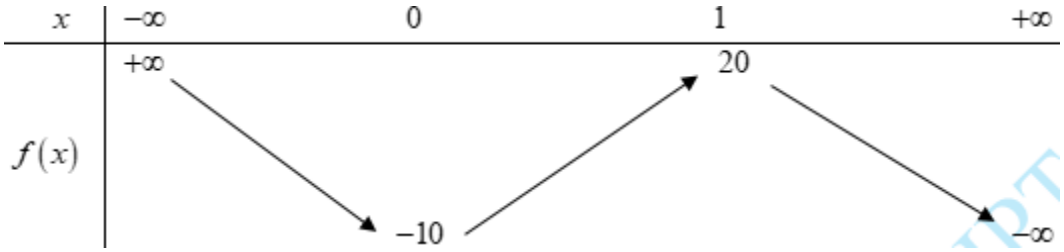
Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, để vẽ đồ thị hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ ta giữ nguyên phần đồ thị $y=f\left(x\right)$ phía bên phải trục tung, sau đó lấy đối xứng phần đồ thị bên phải đó qua trục $Oy$ (xóa phần đồ thị $y=f\left(x\right)$ cũ bên trái).




Phương trình $f\left(\left|x\right|\right)=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ và hàm số $y=m$.

Từ đồ thị hàm số, để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2$ thỏa mãn $\left|x_1.x_2\right|<1$ $\Leftrightarrow m<1$.

**Câu 91.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ




Hỏi phương trình $\left|f\left(x-2\right)+10\right|=40$ có bao nhiêu nghiệm?

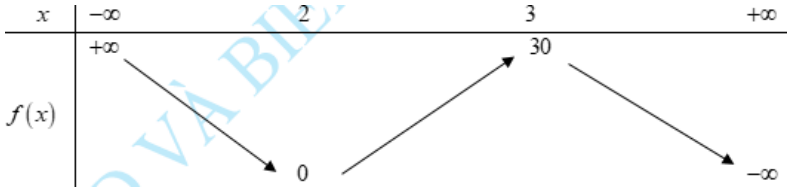
**A.** 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét đồ thị hàm số $y=f\left(x-2\right)+10$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ song song với trục $Ox$ sang phải 2 đơn vị, rồi sau đó tịnh tiến song song với trục $Oy$ lên trên 10 đơn vị.

Ta được bảng biến thiên của hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(x-2\right)+10$ như sau

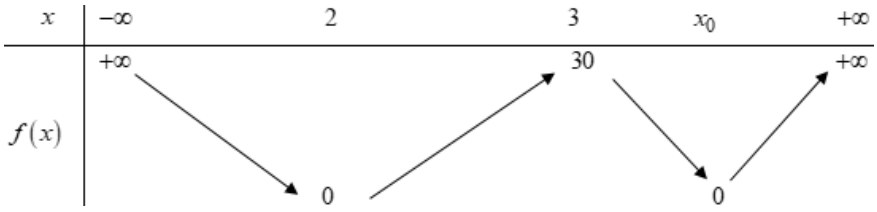


Khi đó đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2\right)+10\right|$ gồm hai phần:

+ Phần đồ thị của hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(x-2\right)+10$ nằm phía trên trục hoành.

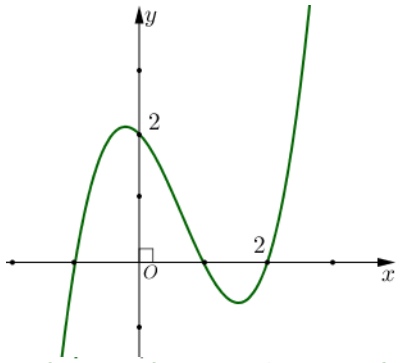
+ Và phần đối xứng của đồ thị $y=g\left(x\right)=f\left(x-2\right)+10$ nằm phía dưới trục hoành.

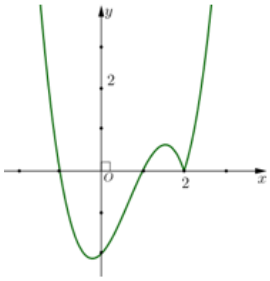
Do đó ta có được bảng biến thiên của hàm số $y=\left|g\left(x\right)\right|$ như sau



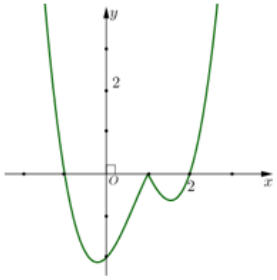

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $\left|f\left(x-2\right)+10\right|=40$ có 2 nghiệm.

**Câu 92.** Hàm số $y=\left(x-2\right)\left(x^2-1\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới dây là đồ thị hàm số $y=\left|x-2\right|\left(x^2-1\right)$ ?

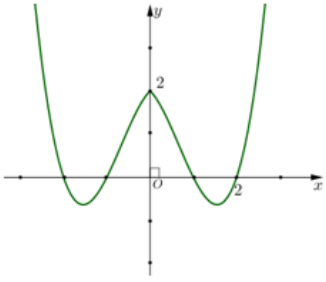


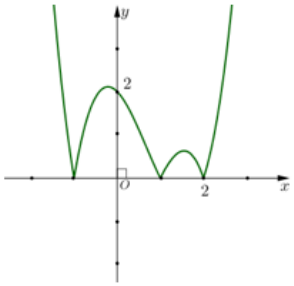
HÌNH 1



HÌNH 2



HÌNH 3



HÌNH 4

**A.** HÌNH 3. **B.** HÌNH 2. **C.** HÌNH 1. **D.** HÌNH 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y=\left|x-2\right|\left(x^2-1\right)=\begin{cases}\left(x-2\right)\left(x^2-1\right) & ,x\ge 2\\ -\left(x-2\right)\left(x^2-1\right) & ,x<2\end{cases}$

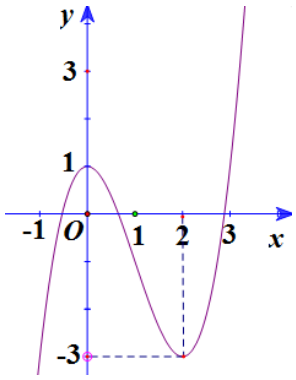
Gọi $\left(C\right):y=\left(x-2\right)\left(x^2-1\right)$ ; $\left(C_1\right):y=\left|x-2\right|\left(x^2-1\right)$

Đồ thị $\left(C_1\right)$ gồm hai phần:

**Phần 1:** Phần đồ thị $\left(C\right)$ khi $x\ge 2$.

**Phần 2:** Phần đồ thị đối xứng đồ thị $\left(C\right)$ khi $x<2$ qua trục hoành.

**Câu 93.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị của tham số $m$ để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-2=m$ có 4 nghiệm phân biệt?

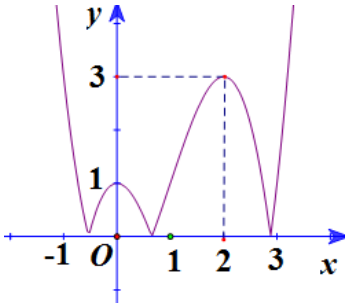



**A.** $-1<m<1$. **B.** $0<m<2$. **C.** $m>5$. **D.** $1<m<3$.

**Lời giải**

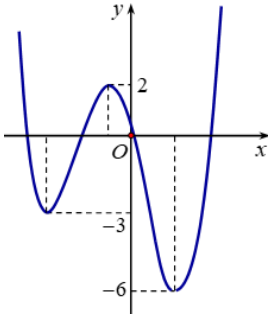
**Chọn B**

Sử dụng phép suy đồ thị ta vẽ được đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:




Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-2=m$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=m+2$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 1<m+1<3\Leftrightarrow 0<m<2$.

**Câu 94.** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$.




Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng

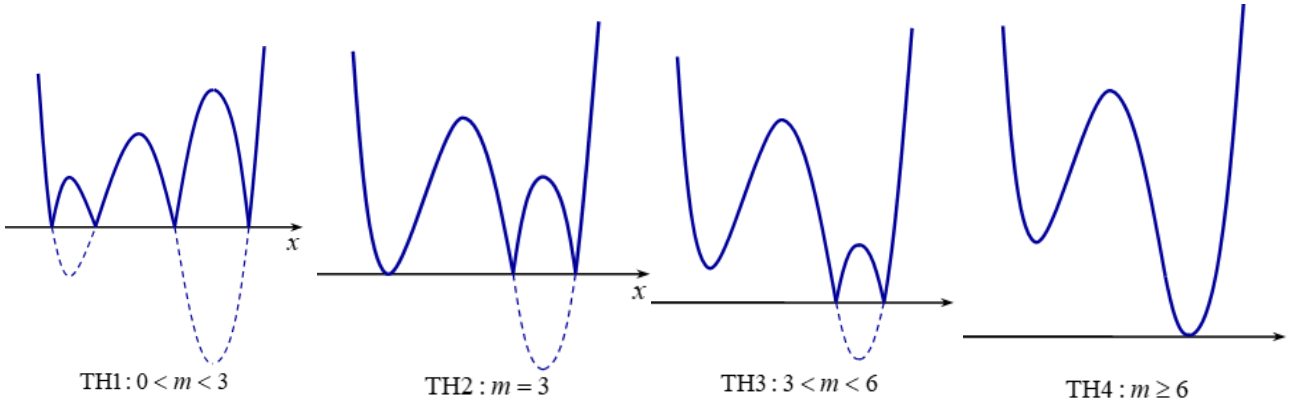
**A.** 12. **B.** 15. **C.** 18. **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn A**

Nhận xét: Số giao điểm của $\left(C\right):y=f\left(x\right)$ với $Ox$ bằng số giao điểm của $\left(C'\right):y=f\left(x-1\right)$ với $Ox$ .

Vì $m>0$ nên $\left(C''\right):y=f\left(x-1\right)+m$ có được bằng cách tịnh tiến $\left(C'\right):y=f\left(x-1\right)$ lên trên $m$ đơn vị.




TH1: $0<m<3$. Đồ thị hàm số có $7$ điểm cực trị. Loại.

TH2: $m=3$. Đồ thị hàm số có $5$ điểm cực trị. Nhận.

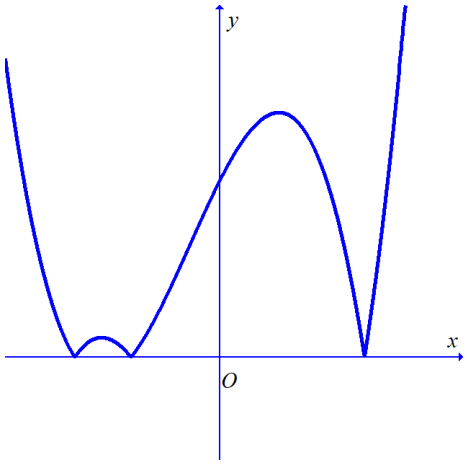
TH3: $3<m<6$. Đồ thị hàm số có $5$ điểm cực trị. Nhận.

TH4: $m\ge 6$. Đồ thị hàm số có $3$ điểm cực trị. Loại.

Vậy $3\le m<6$. Do $m\in\mathbb{Z}^*$ nên $m\in\{3;4;5\}$.

Vậy tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng $12$.

**Câu 95.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$. Biết rằng hàm số $y=|f(x)|$ có đồ thị như hình bên dưới và đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-3$.




Hỏi trong các số $a$, $b$, $c$, $d$ có tất cả bao nhiêu số dương?

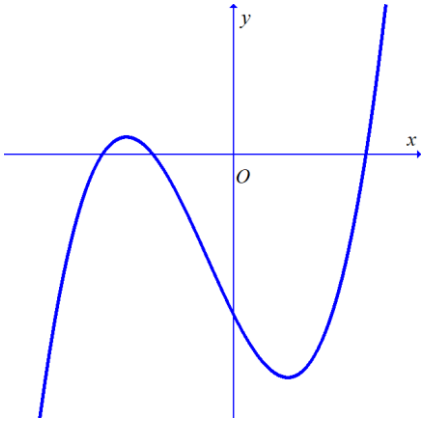
**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ giả thiết đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-3$ suy ra $d=-3<0$.

Do đó đồ thị hàm số $y=f(x)$ có dạng:



Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ suy ra $a>0$.

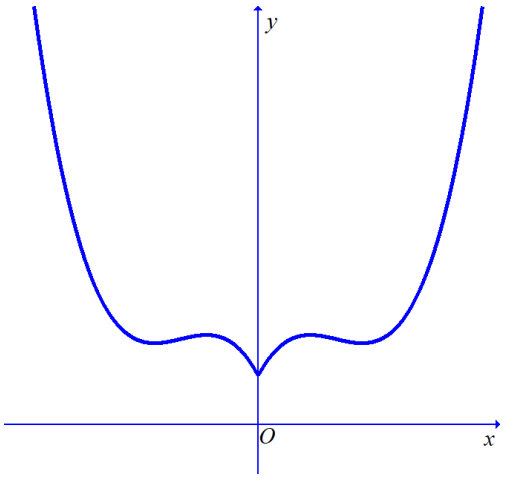
Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị nằm khác phía với trục tung suy ra phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ trái dấu, suy ra $ac<0$. Vì $a>0$ nên $c<0$.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta lại thấy $\begin{cases} x_1<0<x_2 \\ |x_1|>x_2 \end{cases} \Rightarrow x_1+x_2<0$ hay $\dfrac{-2b}{3a}<0$.

Vì $a>0$ nên $b>0$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 2 hệ số dương.

**Câu 96.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \ (a\neq 0)$. Biết rằng hàm số $y=f(|x|)$ có đồ thị như hình bên dưới.




Trong các số $a$, $b$, $c$, $d$ có tất cả bao nhiêu số âm?

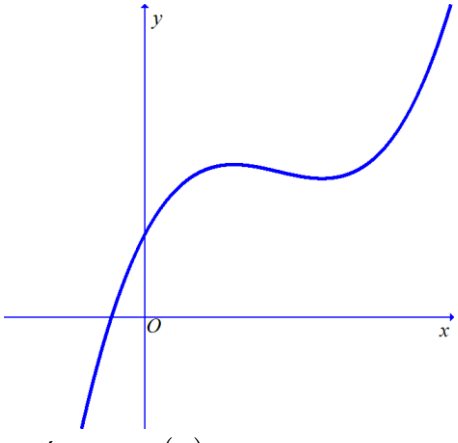
**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Do phần đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ nằm bên phải trục tung trùng với đồ thị hàm số $y=f(x)$ bên phải trục tung và trên đồ thị thể hiện phần này có hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$, nên ta xác định được tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ (là trung điểm đoạn thẳng nối hai điểm cực trị).

Từ đó ta có thể suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có dạng:



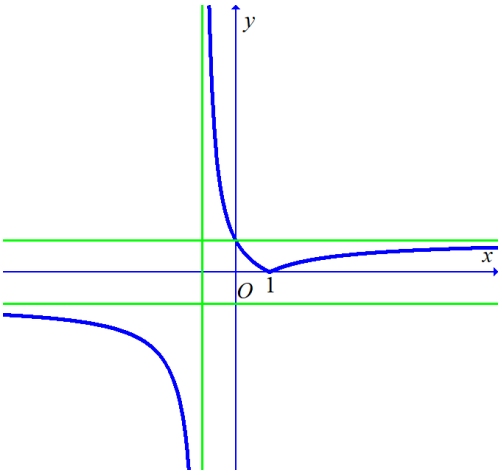

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ suy ra $a>0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm trên trục hoành nên $d>0$.

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung suy ra phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ dương, suy ra $\begin{cases}3ac>0\\ \dfrac{-2b}{3a}>0\end{cases}$. Vì $a>0$ nên $\begin{cases}c>0\\ b<0\end{cases}$.

Vậy trong các số $a$, $b$, $c$, $d$ chỉ có 1 số âm.

**Câu 97.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax-a}{cx+d}$ $(a,c,d\in\mathbb{R})$, biết rằng hàm số $y=\dfrac{|ax-a|}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Trong ba số $a$, $b$, $c$ luôn có hai số dương và một số âm.

**B.** $d+c>0$.

**C.** $a>0$, $d>0$, $c<0$.

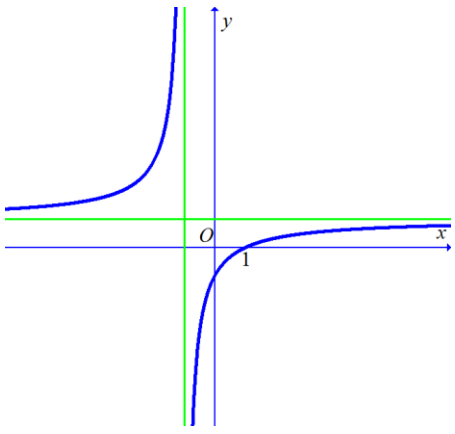
**D.** $a<0$, $d>0$, $c>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

• Nếu $a=0$ thì $y=\dfrac{|ax-a|}{cx+d}=0$, $\forall x\neq\dfrac{-d}{c}$ không thỏa mãn với đồ thị đã cho.

• Nếu $a>0$ thì $\forall x\neq\dfrac{-d}{c}$, $y=\dfrac{|ax-a|}{cx+d}=\begin{cases}f(x),x\geq 1\\ -f(x),x<1\end{cases}$, do đó từ đồ thị hàm số $y=\dfrac{|ax-a|}{cx+d}$ suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ là:

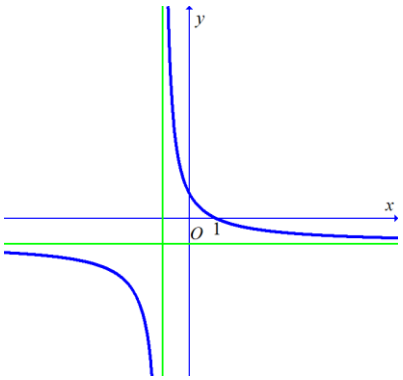



Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang nằm phía trên trục hoành nên $y=\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow c>0$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung nên $x=-\dfrac{d}{c}<0\Rightarrow d>0$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $ad+ac>0\Leftrightarrow d+c>0$ (do $a>0$).

• Nếu $a<0$ thì $\forall x\neq\dfrac{-d}{c}$, $y=\dfrac{|ax-a|}{cx+d}=\begin{cases}f(x),x\le 1\\-f(x),x>1\end{cases}$, do đó từ đồ thị hàm số $y=\dfrac{|ax-a|}{cx+d}$ suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ là:

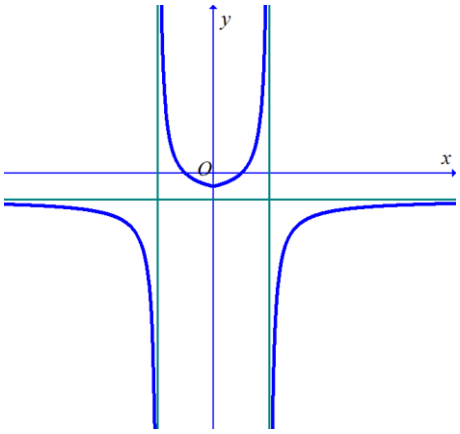



Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang nằm phía dưới trục hoành nên $y=\dfrac{a}{c}<0\Rightarrow c>0$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung nên $x=-\dfrac{d}{c}<0\Rightarrow d>0$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad+ac<0\Leftrightarrow d+c>0$ (do $a<0$).
Vậy $d+c>0$ luôn đúng.

**Câu 98.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$, giả sử hàm số $y=f(|x|)$ có đồ thị như hình vẽ:




Trong các số $a$, $b$, $c$, $d$ có tất cả bao nhiêu số dương?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Không xác định được.

**Lời giải**

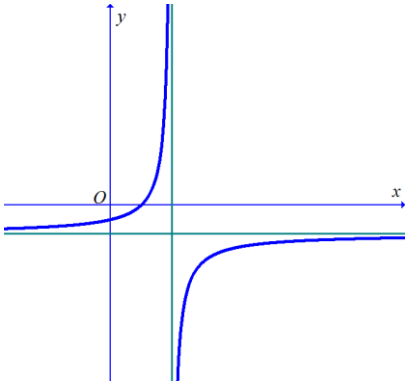
**Chọn B**

Từ đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang suy ra $c\neq 0$ và $ad-bc\neq 0$

Do phần đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ nằm bên phải trục tung trùng phần đồ thị bên phải trục tung của đồ thị hàm số $y=f(x)$

$\longrightarrow$ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là giao điểm của đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng bên phải trục tung của đồ thị hàm số $y=f(|x|)$.

Từ đó suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có dạng:




Lúc này, dựa vào đồ thị ta thấy:

+ Đường tiệm cận ngang nằm dưới trục hoành nên $y=\frac{a}{c}<0$, suy ra $a$ và $c$ trái dấu.

+ Đường tiệm cận đứng là $x=\frac{-d}{c}>0$ nên $d$ và $c$ trái dấu.

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=\frac{b}{d}<0$ suy ra $b$ và $d$ trái dấu.

Vậy trong 4 số $a$, $b$, $c$, $d$ có hai số dương và hai số âm.

**Câu 99.** Cho hàm số $y=\frac{ax+1}{bx+c}$ (với $a$, $b$, $c$ là các tham số) có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | | $\|\|$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $1$ | $\nearrow$ $+\infty$ | $\|\|$ | $-\infty$ $\nearrow$ | $1$ |

Xét bốn phát biểu sau: $(1):c>1$ $(2):a+b<0$ $(3):a+b+c=0$ $(4):a>0$.

Số phát biểu đúng trong bốn phát biểu đã nêu là

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y=\frac{ax+1}{bx+c}$ có tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=1$. Hàm số $y=\frac{ax+1}{bx+c}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Suy ra $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1\\ \frac{ac-b}{(bx+c)^2}>0,\forall x\neq\frac{-c}{b}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b+c=0\\ \frac{a}{b}=1\\ ac-b>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\ c=-2b\\ -2b^2-b>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\ c=-2b\\ -\frac{1}{2}<b<0\end{cases}$.

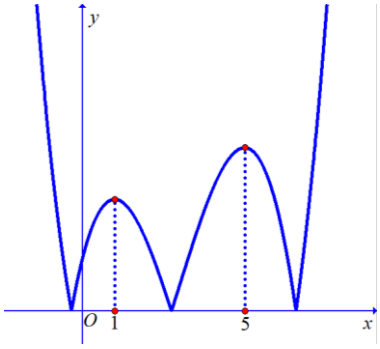
Do $a=b<0$ nên $(4)$ sai và $(2)$ đúng.

Từ $\begin{cases}c=-2b\\ -\frac{1}{2}<b<0\end{cases}$ suy ra $0<c<1$, nên $(1)$ sai.

$a+b+c=b+b+(-2b)=0$ nên $(3)$ đúng.

Vậy có 2 phát biểu đúng.

**Câu 100.** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Biết rằng hàm số $f(x)$ nghịch biến trên một khoảng có độ dài bằng 2020 và đồ thị hàm số $y=|f(x-2)|$ như hình vẽ.



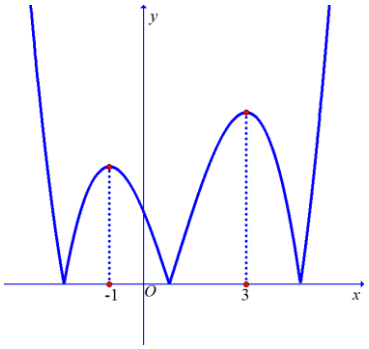

Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $\begin{cases} a<0 \\ d<0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a>0 \\ d>0 \\ b<0 \\ c<0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a<0 \\ d<0 \\ b>0 \\ c<0 \end{cases}$. **D.** $a+b+c<0$.

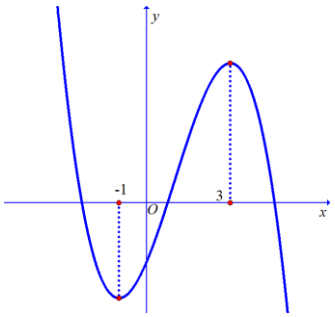
**Lời giải**

**Chọn A**

Tịnh tiến đồ thị đã cho theo vecto $\vec{u}=(-2;0)$ ta có đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:




Do $f(x)$ nghịch biến trên một khoảng có độ dài bằng 2020 nên $a<0$. Từ đó suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$:




Dựa vào đồ thị ta thấy $\begin{cases} d<0 \\ \dfrac{-2b}{3a}=3-1>0 \\ \dfrac{c}{3a}=-1.3<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d<0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$. Do đó phương án A đúng.

Mặt khác do hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$ nên $f(0)<f(1)$ hay $d<a+b+c+d$ $\Leftrightarrow a+b+c>0$. Vậy phương án D sai.

---------- **HẾT** ----------

# Chủ đề 06. TƯƠNG GIAO

**Câu 1.** Đường thẳng $y=4x-2$ và đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+3x$ có tất cả bao nhiêu giao điểm?

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Số giao điểm của hai đồ thị bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-2x^2+3x=4x-2\Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Suy ra đường thẳng $y=4x-2$ và đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+3x$ có ba giao điểm.

**Câu 2.** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

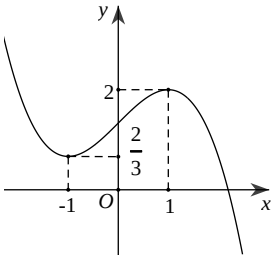
**A.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm $(0;-4)$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2018)=1$.




**A.** 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số $y=f(x+2018)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái 2018 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x+2018)=1$ cũng là số nghiệm của phương trình $f(x)=1$. Theo hình vẽ ta có số nghiệm là 3.

**Câu 4.** Đồ thị của hàm số $y=4x^4-2x^2+1$ và đồ thị của hàm số $y=x^2+x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

**A.** 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm: $4x^4-2x^2+1=x^2+x+1\Leftrightarrow 4x^4-3x^2-x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=\dfrac{-1}{2} \end{array}\right.$.

**Câu 5.** Đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+x-1$ tại hai điểm. Tìm tổng tung độ các giao điểm đó.

**A.** $0$. **B.** $-1$. **C.** $-3$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$x^3-x^2+x-1=x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Do đó đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+x-1$ tại $(0;-1)$ và $(1;0)$.

Vậy tổng tung độ các giao điểm là $-1$.

**Câu 6.** Đồ thị hàm số $y=-\frac{x^4}{2}+x^2+\frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

**A.** 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 0

**Lời giải**

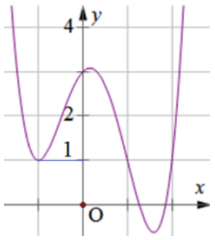
**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành:

$-\frac{x^4}{2}+x^2+\frac{3}{2}=0 \Leftrightarrow x^4-2x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=-1 \\ x^2=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$.

Vậy phương trình có $2$ nghiệm nên đồ thị cắt trục hoành tại $2$ điểm.

**Câu 7.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm?




**A.** $2$. **B.** $4$. **C.** $1$. **D.** $3$.

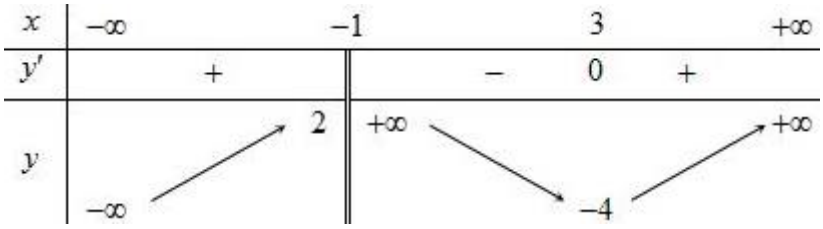
**Lời giải**

**Chọn D**

Số nghiệm phương trình $f(x)=1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $1$ và đường thẳng $y=1$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x)=1$ có $3$ nghiệm phân biệt.

**Câu 8.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau:




Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực $m$ sao cho phương trình $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

**A.** $(-4;2)$. **B.** $[-4;2)$. **C.** $(-4;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

**Lời giải**

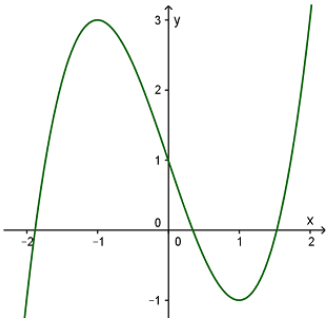
**Chọn A**

Số nghiệm phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của hai đường $y=f(x)$ và $y=m$ là đường thẳng song song với trục $Ox$ cắt $Oy$ tại điểm có tung độ $m$.

Phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên có $m\in(-4;2)$.

**Câu 9.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thi $(C)$như hình vẽ




Số nghiệm phân biệt của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ là :

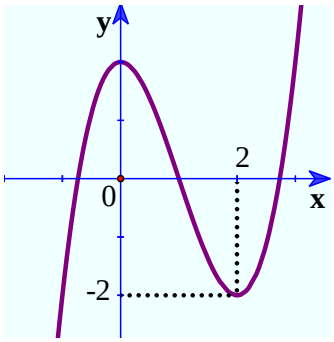
**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt đồ thị $(C)$ của hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ luôn có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 10.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

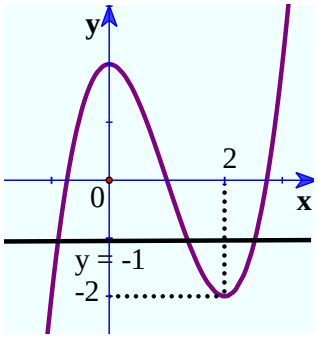



Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

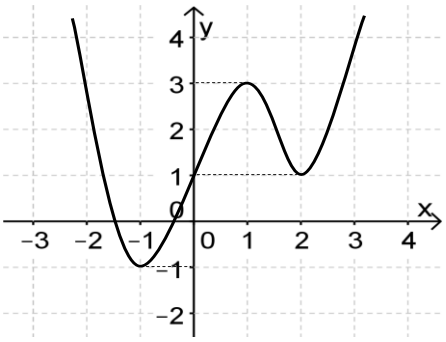
**Chọn A**




Ta có $f(x)+1=0\Leftrightarrow f(x)=-1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

**Câu 11.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.




Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm?

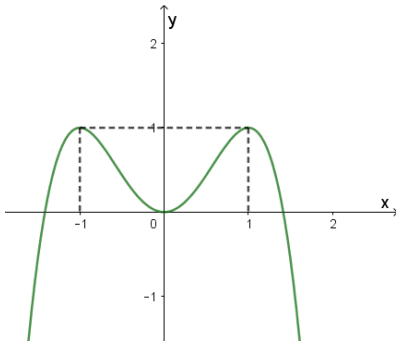
**A.** 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=1$ có 3 điểm chung nên phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.




Phương trình $1-2.f(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

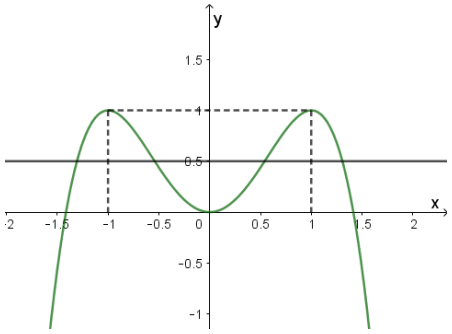
**A.** 2. **B.** Vô nghiệm. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

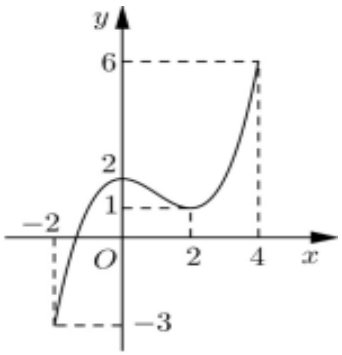
Phương trình: $1-2.f(x)=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$

Số nghiệm của phương trình $1-2.f(x)=0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$.




Từ đồ thị ta có phương trình $1-2.f(x)=0$ có 4 nghiệm

**Câu 13.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.




Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ trên đoạn $[-2;4]$ là

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

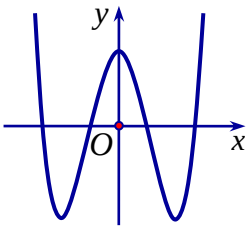
Ta có: $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{4}{3}$.

Xét trên đoạn $[-2;4]$, đường thẳng $y=\frac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm $y=f(x)$ tại ba điểm.

Vậy phương trình $3f(x)-4=0$ có ba nghiệm trên đoạn $[-2;4]$.

**Câu 14.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$.




Biết phương trình $f(x)=0$ có $k$ nghiệm thực phân biệt, $k\in\mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

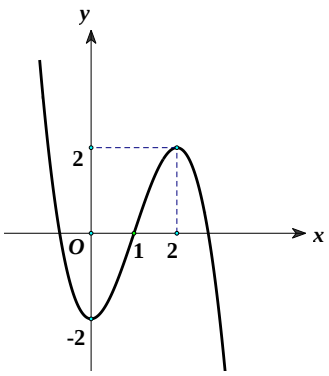
**A.** $k=2$. **B.** $k=4$. **C.** $k=3$. **D.** $k=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt hay $k=4$.

**Câu 15.** Biết rằng hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị được cho trong hình bên.




Số nghiệm của phương trình $2f(x)+5=0$ là

**A.** 1 **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

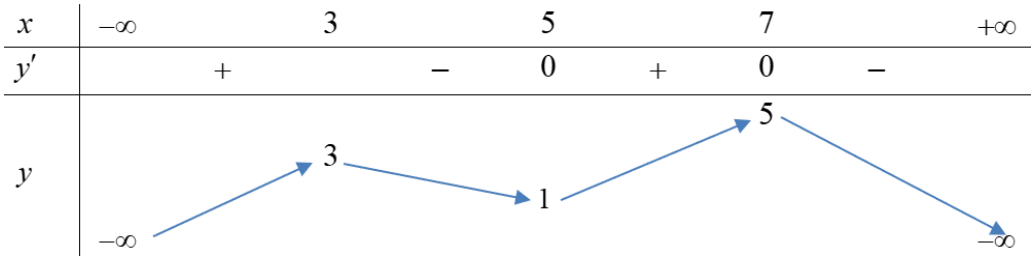
**Chọn A**

Ta có: $2f(x)+5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-5}{2}$

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đường cong $(C): y=f(x)$ và đường thẳng $(d): y=-\dfrac{5}{2}$.

Dựa vào đồ thị trên ta thấy $(C)$ và $(d)$ cắt nhau tại 1 điểm nên phương trình đã cho có duy nhất 1 nghiệm.

**Câu 16.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau:




Phương trình $f(x)=4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

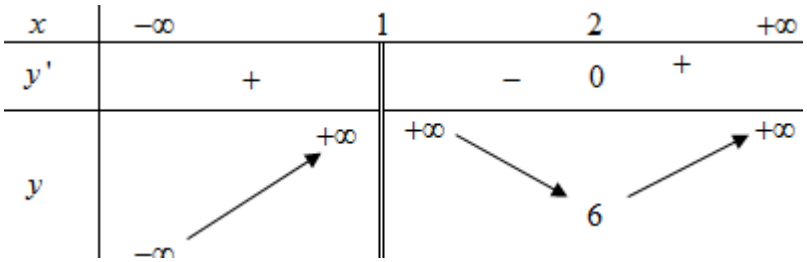
**Lời giải**

**Chọn B**

Số nghiệm của phương trình $f(x)=4$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=4$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có phương trình $f(x)=4$ có 2 nghiệm phân biệt.

**Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và liên tục trên mỗi khoảng xác định của nó. Biết $f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Số nghiệm của phương trình $f(x)-6=0$ là

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

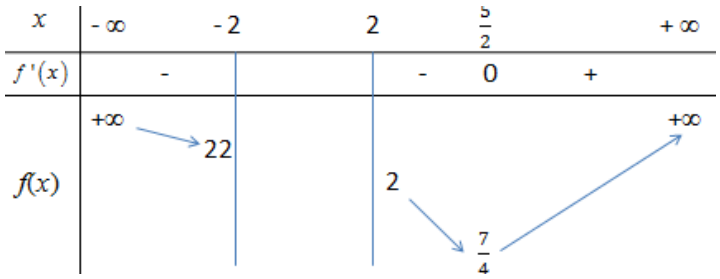
**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên $f(x)=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=a\ (a<1) \end{array}\right.$

Vậy phương trình $f(x)=6$ có 2 nghiệm.

**Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty;-2]$ và $[2;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình bên.




Số nghiệm thực của phương trình $4f\left(x\right)-9=0$ là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

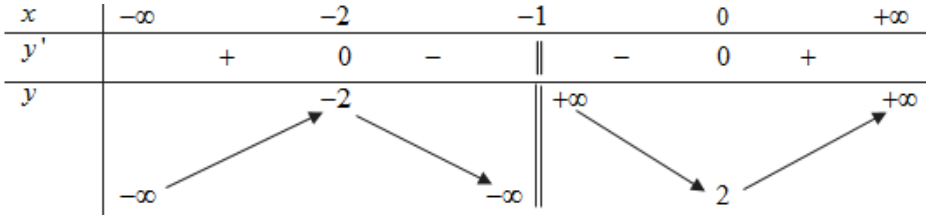
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $4f\left(x\right)-9=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{9}{4}$.

Từ BBT ta thấy phương trình trên có một nghiệm.

**Câu 19.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:




Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=4$ bằng

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

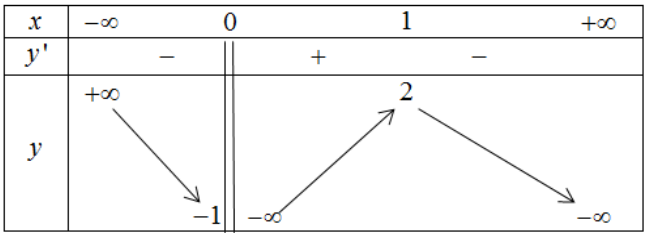
**Lời giải**

**Chọn C**

Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=4$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=4$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$, ta thấy đường thẳng $y=4$ cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt.

**Câu 20.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên.




Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)+4=0$ bằng

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f\left(x\right)+4=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-4$

Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)+4=0$ bằng số điểm chung của hai đồ thị $y=f\left(x\right)$ và $y=-4$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hai đồ thị có 2 điểm chung nên phương trình $f\left(x\right)+4=0$ có 2 nghiệm.

**Câu 21.** Hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}\,(C)$ và đường thẳng $d: y=x-2$ là

**A.** $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=1+\sqrt{6} \\ x=1-\sqrt{6} \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng d là nghiệm phương trình: $\dfrac{2x-1}{x+2}=x-2$

Với $x\neq -2$, phương trình trở thành :

$(x-2)(x+2)=2x-1\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

**Câu 22.** Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2-3x+1$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$. Tính độ dài đoạn thẳng $AB$.

**A.** $AB=3$. **B.** $AB=2\sqrt{2}$. **C.** $AB=2$. **D.** $AB=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là nghiệm phương trình:

$x^3-3x^2+2x-1=x^2-3x+1\Leftrightarrow x^3-4x^2+5x-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên là $A(2;-1), B(1;-1)$.

$AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(1-2)^2+(-1+1)^2}=1$

**Câu 23.** Gọi $M,N$ là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đường cong $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Tìm hoành độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$.

**A.** $-\dfrac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là nghiệm phương trình: $x+1=\dfrac{2x+4}{x-1}$.

Với $x\neq 1$ thì phương trình trở thành: $(x+1)(x-1)=2x+4\Leftrightarrow x^2-2x-5=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1+\sqrt{6} \\ x=1-\sqrt{6} \end{array}\right.$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên là $M\left(1+\sqrt{6};2+\sqrt{6}\right)$, $N\left(1-\sqrt{6};2-\sqrt{6}\right)$

Hoành độ trung điểm của MN là $x_I=\dfrac{1+\sqrt{6}+1-\sqrt{6}}{2}=1$.

**Câu 24.** Biết rằng đồ thị của hàm số $y=2x^3+3x^2-3x+1$ cắt đường thẳng $y=2x^2+1$ tại ba điểm phân biệt. Kí hiệu ba điểm đó là $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ và $C(x_3;y_3)$. Tính tổng $S=x_1+x_2+x_3$.

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

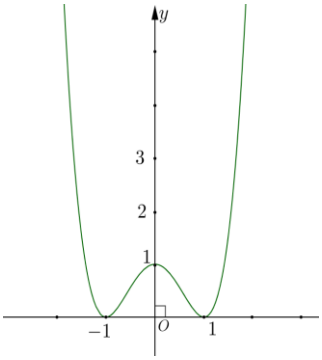
**Chọn D**

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là nghiệm phương trình:

$$2x^3+3x^2-3x+1=2x^2+1\Leftrightarrow 2x^3+x^2-3x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right. .$$

Vậy $S=0+1+\left(-\dfrac{3}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$.

**Câu 25.** Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có đồ thị như hình bên. Dựa vào đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$. Tìm số nghiệm của phương trình $-x^4+2x^2+1=0$.

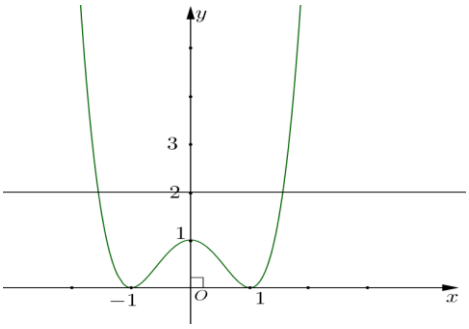



**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình $-x^4+2x^2+1=0\Leftrightarrow x^4-2x^2+1=2$. Số nghiệm phương trình $(1)$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ và đường thẳng $y=2$.




Dựa vào đồ thị trên, ta thấy hai đồ thị này giao nhau tại 2 điểm.

Vậy phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt.

**Câu 26.** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-2$?

**A.** $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{-x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có hoành độ $x=0$.

Thay $x=0$ vào lần lượt các đáp án, ta thấy $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=-2$.

Vậy chọn đáp án A.

**Câu 27.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2-1$ với trục hoành là.

**A.** $y=1$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tung độ $y=0$.

Thay $y=0$ vào hàm số, ta được $-x^4+2x^2-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Vậy hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

**Câu 28.** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ dương?

**A.** $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{-x+1}$.

**Lời giải**

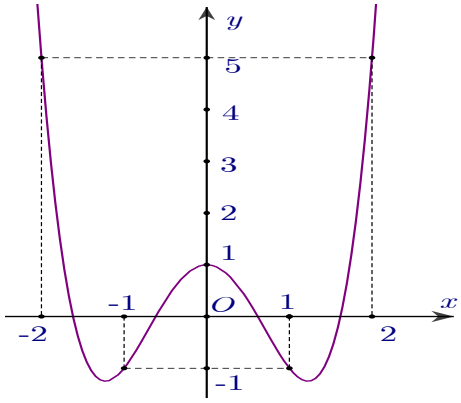
**Chọn D**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có hoành độ $x=0$.

Thay $x=0$ vào lần lượt các đáp án, ta thấy $y=\dfrac{2x+1}{-x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=1>0$.

Vậy chọn đáp án D.

**Câu 29.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số giao điểm của đồ thị với trục hoành là?




**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 30.** Tọa độ giao điểm có hoành độ nhỏ hơn 1 của đường $(C):y=\dfrac{3x-1}{x-1}$ và đường thẳng $(d):y=x+1$ là:

**A.** $A(0;-1)$ **B.** $A(0;1)$ **C.** $A(-1;2)$ **D.** $A(-2;7)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hoành độ giao điểm của $y=\dfrac{3x-1}{x-1}$ và $y=x+1$ là nghiệm phương trình :

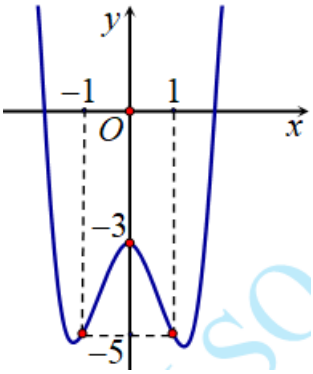
$\dfrac{3x-1}{x-1}=x+1$

Với $x\neq 1$ ta được $3x-1=x^2-1\Leftrightarrow x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Do tọa độ giao điểm có hoành độ nhỏ hơn 1 nên suy ra $x=0$.

Vậy $A(0;1)$.

**Câu 31.** Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$. Với giá trị nào của $m$ thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt?




**A.** $m=-3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình $x^4-3x^2+m=0\Leftrightarrow x^4-3x^2-3=-m-3$.

Khi đó Dựa vào đồ thị để phương trình đã cho có ba nghiệm thì $-m-3=-3\Leftrightarrow m=0$.

**Câu 32.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là

**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

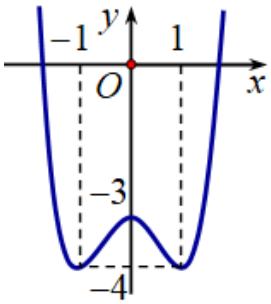
**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $f(x)-2=0\Leftrightarrow f(x)=2$.

Do $2\in(-2;4)$ nên phương trình đã cho có $3$ nghiệm phân biệt.

**Câu 33.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm $m$ để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt.




**A.** $m>-4$. **B.** $-4<m<-3$. **C.** $-4\le m<-3$. **D.** $-4<m\le -3$.

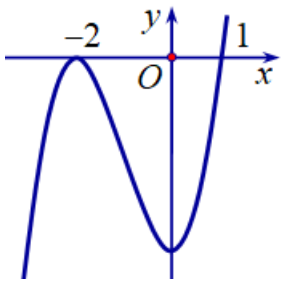
**Lời giải**

**Chọn B**

Số nghiệm phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị $(C):y=f(x)$ và đường thẳng $d:y=m$

Vậy phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $d$ cắt $(C)$ tại bốn điểm phân biệt $\Leftrightarrow -4<m<-3$.

**Câu 34.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)=1$.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

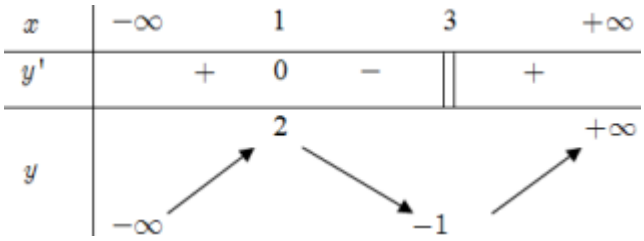
**Lời giải**

**Chọn B**

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đường thẳng $y=1$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$

Dựa đồ thị ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị tại một điểm nên phương trình có một nghiệm.

**Câu 35.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:




Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$.

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

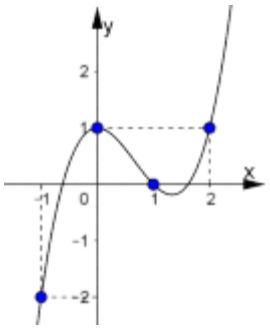
**Lời giải**

**Chọn D**

Đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm.

Vậy phương trình $f(x)+1=0$ có 2 nghiệm.

**Câu 36.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

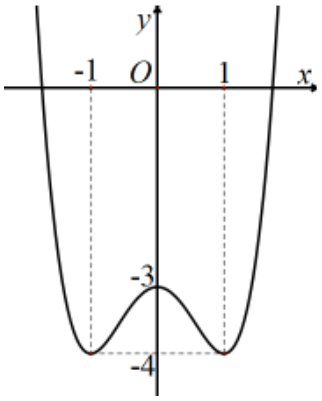
**Lời giải**

**Chọn C**

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Khi đó chỉ có 1 giá trị nguyên của $m$ là $m=0$ để $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 37.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:




Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt

**A.** $m<3$. **B.** $m=-3$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $m=3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-m$.

Để phương trình có nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=-m$ (song song hoặc trùng với trục hoành) cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Dựa đồ thị ta có $-m=-3 \Leftrightarrow m=3$.

**Câu 38.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | | ↗ | $2$ | ↘ | |
| | | | $-1$ | | | | $-\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Chọn B**

Đặt $t=2-x$ thì phương trình $f(2-x)-1=0$ trở thành $f(t)=1$.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f(t)=1$ có ba nghiệm phân biệt.

Mà mỗi giá trị của $t$ cho duy nhất một giá trị của $x$ $(x=2-t)$.

Vậy phương trình $f(2-x)-1=0$ cũng có ba nghiệm phân biệt.

**Câu 39.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $(C): y=(x-2)(x^2-2mx+m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.

**A.** $m\in(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;0)\cup\left(1;\frac{4}{3}\right)\cup\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$.

**C.** $m\in(1;+\infty)\setminus\left\{\frac{4}{3}\right\}$. **D.** $m\in(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm là $(x-2)(x^2-2mx+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ f(x)=x^2-2mx+m=0 \end{array}\right.$.

Khi đó $(C)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt dương và khác $2$.

Nên có $\begin{cases} \Delta'>0 \\ x_1+x_2>0 \\ x_1.x_2>0 \\ f(2)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m>0 \\ 2m>0 \\ m>0 \\ 4-4m+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ m\neq \dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m\in(1;+\infty)\setminus\left\{\dfrac{4}{3}\right\}$.

**Câu 40.** Tìm $m$ để đường thẳng $y=x+m\ (d)$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}\ (C)$ tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị $(C)$.

**A.** $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$. **C.** $m>-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m<-\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x+m=\dfrac{2x+1}{x-2}\ (x\neq 2)$

$\Leftrightarrow x^2-2x+mx-2m=2x+1 \Leftrightarrow x^2+(m-4)x-2m-1=0\ (1)$

$(d)$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị $(C)$ khi:

$(1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1<2<x_2$.

Khi đó $\begin{cases} \Delta=(m-4)^2+4(2m+1)>0 \\ x_1<2<x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+20>0 \\ x_1-2<0<x_2-2 \end{cases} \quad (\forall m\in\mathbb{R})$.

$(x_1-2)(x_2-2)<0 \Leftrightarrow x_1x_2-2(x_1+x_2)+4<0\ (2)$

Áp dụng định lí Vi-et trong phương trình $(1)$, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=4-m \\ x_1x_2=-2m-1 \end{cases}$.

Thay vào $(2)$, được $-2m-1-2(4-m)+4<0 \Leftrightarrow -5<0\ (\forall m)$.

Vậy $(d)$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt với mọi $m\in\mathbb{R}$.

**Câu 41.** Tìm $m$ để đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm thuộc hai nhánh của đồ thị.

**A.** $m\in\left(-\dfrac{1}{4};+\infty\right)\setminus\{0\}$. **B.** $m\in(0;+\infty)$.

**C.** $m\in(-\infty;0)$. **D.** $m=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm

$mx+1=\dfrac{x+1}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ (mx+1)(x-1)=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ mx^2-mx-2=0 \end{cases} \quad (1)$

YCBT $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ khác 1 thỏa mãn $(x_1-1)(x_2-1)<0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = m^2 + 8m > 0 \\ m.1^2 - m.1 - 2 \neq 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -8 \end{array}\right. \\ m \in \mathbb{R} \\ -\dfrac{2}{m} - 1 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -8 \end{array}\right. \\ \dfrac{2}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0.$$

**Câu 42.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ có hoành độ $x_1, x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 7$.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $\dfrac{x-2}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - mx + m - 2 = 0 (1) \end{cases}$

Đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$

$\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \neq 0 \\ m^2 - 4m + 8 > 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ thỏa mãn với mọi số thực $m$.

Với mọi số thực $m$ đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; -x_1 + m)$, $B(x_2; -x_2 + m)$, trong đó $x_1, x_2$ là hai nghiệm phân biệt của (1).

Theo Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 . x_2 = m - 2 \end{cases}$

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2(m-2) = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 3 \end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 43.** Để đường thẳng $d: y = x - m + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x}{x-1}$ $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$ sao cho độ dài $AB$ ngắn nhất thì giá trị của $m$ thuộc khoảng nào?

**A.** $m \in (-4; -2)$. **B.** $m \in (2; 4)$. **C.** $m \in (-2; 0)$. **D.** $m \in (0; 2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\dfrac{2x}{x-1} = x - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + m - 2 = 0$ $(*)$ (vì $x = 1$ không phải là nghiệm).

Đường thẳng $d$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt:

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$.

$\Leftrightarrow \Delta = (m+1)^2 - 4(m-2) = (m-1)^2 + 8 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1 . x_2 = m - 2 \end{cases}$

Khi đó $A(x_1; x_1 - m + 2)$, $B(x_2; x_2 - m + 2)$.

$AB=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(x_2-m+2-x_1+m-2\right)^2}=\sqrt{2\left(x_2-x_1\right)^2}=\sqrt{2}\sqrt{\left(x_2+x_1\right)^2-4x_1x_2}$.

$=\sqrt{2}\sqrt{\left(m-1\right)^2+8}\ge 4$.

$AB$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB=4\Leftrightarrow m=1$.

**Câu 44.** Cho hàm số $y=x^3-mx+m-1$ có đồ thị $(C)$. Gọi $m_0$ là giá trị của $m$ để đồ thị $(C)$ cắt trục $Ox$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $x_1;x_2;x_3$ thỏa mãn $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=2$. Khi đó $m_0$ thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** $(-2;0)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(5;7)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và trục $Ox$ là $x^3-mx+m-1=0\Leftrightarrow x^3-1-m(x-1)=0\Leftrightarrow (x-1)(x^2+x+1-m)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ f(x)=x^2+x+1-m=0 \end{array}\right.$.

Khi đó $(C)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt và khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ f(1)\ne 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 4m-3>0 \\ 3-m\ne 0 \end{cases}(*)$.

Cho $x_3=1$ và gọi $x_1;x_2$ là nghiệm của $f(x)=x^2+x+1-m=0$. Theo định lí Vi – et ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-1 \\ x_1.x_2=1-m \end{cases}$.

Theo đề bài ta có $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=2\Leftrightarrow \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+1=2\Leftrightarrow \frac{x_1+x_2}{x_1.x_2}=1\Leftrightarrow \frac{-1}{1-m}=1\Leftrightarrow m=2$ (thỏa mãn $(*)$).

**Câu 45.** Cho phương trình $x^3-3x^2+1-m=0\ (1)$. Điều kiện của tham số $m$ để phương trình $(1)$ có ba nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<1<x_2<x_3$ là

**A.** $m=-1$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $-3<m<-1$. **D.** $-3\le m\le -1$.

**Lời giải**

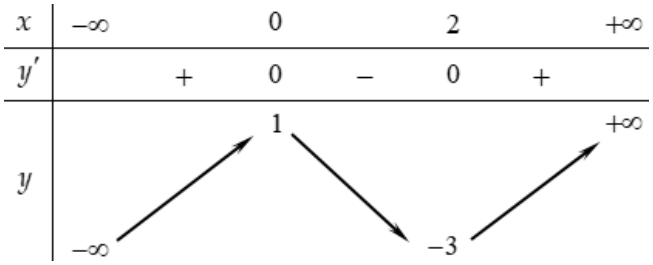
**Chọn C**

* Phương trình tương đương: $(1)\Leftrightarrow x^3-3x^2+1=m$.

* Số nghiệm của phương trình $(1)$ bằng số giao điểm của đồ thị $(C):y=f(x)=x^3-3x^2+1$ và đường thẳng $y=m$.

* Để phương trình $(1)$ có ba nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<1<x_2<x_3$ điều kiện là $(C):y=f(x)=x^3-3x^2+1$ cắt đường thẳng $y=m$ tại 3 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ lớn hơn 1 và một điểm có hoành độ nhỏ hơn 1.

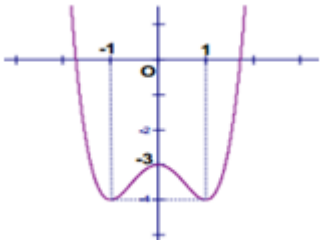
Xét hàm số: $y=f(x)=x^3-3x^2+1\Rightarrow f'(x)=3x^2-6x\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$




Từ bảng biến thiên ta suy ra: $-3<m<-1$.

**Câu 46.** Cho đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$. Tìm tham số $m$ sao cho phương trình $x^4-2x^2-m=0$ có 2 nghiệm.

**A.** $m>-3$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m=-1 \end{array}\right.$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $-1<m<1$.




**Lời giải**

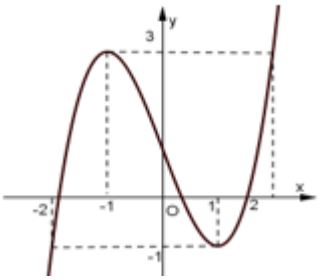
**Chọn B**

Ta có $x^4-2x^2-m=0 \Leftrightarrow x^4-2x^2-3=m-3$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3(C)$ và đường thẳng $d: y=m-3$.

Để phương trình $x^4-2x^2-m=0$ có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>-3 \\ m=-1 \end{array}\right.$

**Câu 47.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm $m$ để phương trình $3f(x)-m=0$ có nghiệm trên đoạn $[-2;2]$ là;




**A.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\geq 9 \\ m\leq -3 \end{array}\right.$. **C.** $-3\leq m\leq 9$. **D.** $-1<m<3$.

**Lời giải**

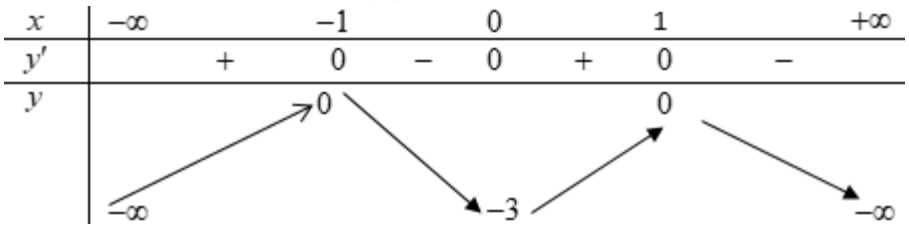
**Chọn C**

Ta có $3f(x)-m=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{3}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)(C)$ và đường thẳng $d: y=\dfrac{m}{3}$.

Để phương trình $f(x)=\dfrac{m}{3}$ có nghiệm thuộc đoạn $[-2;2] \Leftrightarrow -1\leq \dfrac{m}{3}\leq 3 \Leftrightarrow -3\leq m\leq 9$.

**Câu 48.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $R$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ để phương trình $f(x)=2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.




**A.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m<-3 \end{array}\right.$. **B.** $m<-3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m<-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$. **D.** $m<-\dfrac{3}{2}$.

**Lời giải**

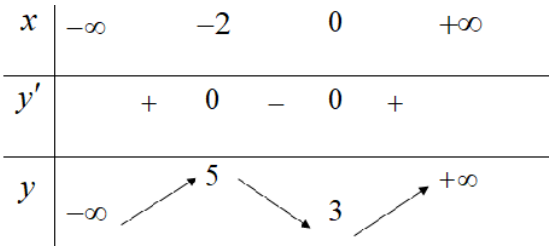
**Chọn C**

Ta có $f(x)=2m$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)(C)$ và đường thẳng $d: y=2m$.

Để phương trình $f(x)=2m$ có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m<-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

**Câu 49.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Khi đó tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực là .




**A.** $m\in[3;5]$. **B.** $m\in(4;6)$.

**C.** $m\in(-\infty;3)\cup(5;+\infty)$. **D.** $m\in[4;6]$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f(x)=m-1$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)(C)$ và đường thẳng $d: y=m-1$.

Để phương trình $f(x)=m-1$ có 3 nghiệm $\Leftrightarrow 4<m<6$.

**Câu 50.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $x^2-5x+7+2m=0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$.

**A.** $\dfrac{3}{4}\le m\le 7$. **B.** $-\dfrac{7}{2}\le m\le -\dfrac{3}{8}$. **C.** $3\le m\le 7$. **D.** $\dfrac{3}{8}\le m\le \dfrac{7}{2}$.

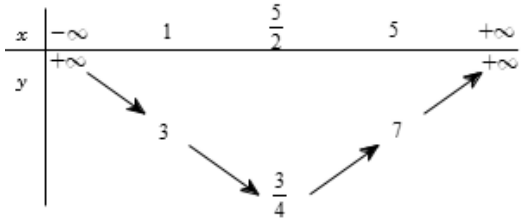
**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $x^2-5x+7+2m=0\Leftrightarrow x^2-5x+7=-2m$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2-5x+7$ và đường thẳng $d: y=-2m$.

Xét hàm số $f(x)=x^2-5x-7 \Rightarrow f'(x)=2x-5 \ \forall x \in [1;5]$




Từ bảng biến thiên ta có phương trình có nghiệm trên khoảng $[1;5] \Leftrightarrow y \in \left[\frac{3}{4};7\right]$

$\Rightarrow -\frac{7}{2} \le m \le -\frac{3}{8}$

**Câu 51.** Tìm các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $x^3-3x-m+1=0$ có ba nghiệm phân biệt.

**A.** $-1 \le m \le 3$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $m=1$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình đã cho có ba nghiệm khi đồ thị $(C)$ hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ có ba điểm chung với đường thẳng $d: y=m$.

Ta có $f'(x)=3x^2-3$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên $d$ cắt $(C)$ tại ba điểm khi $-1<m<3$.

Vậy phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $-1<m<3$

**Câu 52.** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $x^4-6x^2+3-m=0$ vô nghiệm.

**A.** $m>3$ **B.** $m \ge 6$. **C.** $m<-6$. **D.** $-6<m<3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình $x^4-6x^2+3-m=0 \Leftrightarrow x^4-6x^2+3=m$

Xét hàm số $y=x^4-6x^2+3 \Rightarrow y'=4x^3-12x$

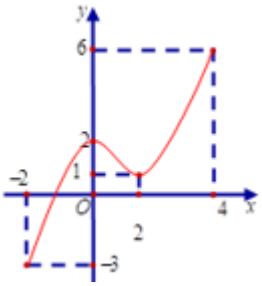
$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=3 \\ x=\pm\sqrt{3} \Rightarrow y=-6 \end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-6$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-6$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên phương trình vô nghiệm khi $m<-6$.

**Câu 53.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm m để phương trình $3f(x)-m=0$ có 1 nghiệm.

**A.** $\left[\begin{array}{l} m>18 \\ m<-9 \end{array}\right.$. **B.** $3<m<6$. **C.** $m>6$. **D.** $m<-3$.




**Lời giải**

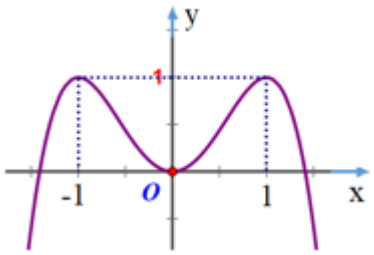
**Chọn A**

Ta có $3f(x)-m=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{3}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=\dfrac{m}{3}$.

Để phương trình $f(x)=\dfrac{m}{3}$ có 1 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>18 \\ m<-9 \end{array}\right.$.

**Câu 54.** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c \ (a,b,c\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Tìm m để phương trình $f(x)-m+1=0$ có 2 nghiệm.




**A.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m<0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m<1 \end{array}\right.$. **C.** $m>2$. **D.** $m<1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f(x)-m+1=0 \Leftrightarrow f(x)=m-1$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=m-1$.

Để phương trình $f(x)=m-1$ có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m<1 \end{array}\right.$.

**Câu 55.** Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị $(C)$. Giả sử $a,b,c$ thay đổi nhưng luôn thỏa mãn điều kiện $b+1<a+c<-(b+1)$. Khi đó $(C)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $b+1<a+c<-(b+1)\Leftrightarrow\begin{cases}a-b+c-1>0\\a+b+c+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}f(-1)>0\\f(1)<0\end{cases}$.

Mặt khác hàm số đã cho liên tục đồng thời $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty;\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$

Do đó theo nguyên lý của hàm số liên tục, tồn tại các giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ với trục hoành trong các khoảng: $(-\infty;-1);(-1;1);(1;+\infty)$.

Vậy có 3 giao điểm.

**Câu 56.** Biết rằng đường thẳng $d:y=-x+m$ luôn cắt đường cong $(C):y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$. Độ dài đoạn $AB$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

**A.** $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoàng độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x+2}=-x+m\Leftrightarrow x^2+(4-m)x+1-2m=0\ (*)$.

Do $d$ luôn cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt nên $(*)$ luôn có 2 nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$.

Khi đó $A(x_1;-x_1+m)$ và $B(x_2;-x_2+m)$.

Ta có $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(-x_2+x_1)^2}=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2\left[(x_2+x_1)^2-4x_1x_2\right]}$.

Theo định lý Vi – et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m-4\\x_1.x_2=1-2m\end{cases}$.

Do đó $AB=\sqrt{2\left[(m-4)^2-4(1-2m)\right]}=\sqrt{2m^2+24}\ge2\sqrt{6}$.

Vậy $AB_{\min}=2\sqrt{6}\Leftrightarrow m=0$.

**Câu 57.** Đường thẳng $(d):y=12x+m(m<0)$ là tiếp tuyến của đường cong $(C):y=x^3+2$. Khi đó đường thẳng $(d)$ cắt trục hoành và trục tung tại hai điểm $A,B$. Tính diện tích $\Delta OAB$.

**A.** $\dfrac{49}{2}$. **B.** 49. **C.** $\dfrac{49}{8}$. **D.** $\dfrac{49}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì $(d)$ là tiếp tuyến của đường cong $(C)$ nên hoành độ tiếp điểm là nghiệm của hệ

phương trình $\begin{cases}12x+m=x^3+2\\3x^2=12\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{cases}x=-2\\m=18\end{cases}(L)\right.$ $\left.\begin{cases}x=2\\m=-14\end{cases}\right.$.. Nhờ thầy không viết tắt.

$\Rightarrow(d):y=12x-14\Rightarrow A\left(\dfrac{7}{2};0\right),B(0;-14)$. Vậy $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}OA.OB=\dfrac{49}{2}$.

**Câu 58.** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}(C)$ và đường thẳng $d_m:y=-x+m$. Đường thẳng $d_m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho độ dài $AB$ ngắn nhất thì giá trị của $m$ là

**A.** $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** Không tồn tại $m$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của $d_m$ và $(C)$:

$\dfrac{x-2}{x-1}=-x+m \Leftrightarrow x^2-mx+m-2=0(*)$ (vì $x=1$ không phải là nghiệm).

Đường thẳng $d_m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt:

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$.

$\Leftrightarrow \Delta = m^2-4(m-2)=(m-2)^2+4>0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Khi đó $A(x_1;-x_1+m)$, $B(x_2;-x_2+m)$.

$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(-x_2+m+x_1-m)^2}=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x_2+x_1)^2-4x_1x_2}$.

$=\sqrt{2}\sqrt{m^2-4m+8}=\sqrt{2}\sqrt{(m-2)^2+4}\geq 2\sqrt{2}$.

$AB$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB=2\sqrt{2} \Leftrightarrow m=2$.

**Câu 59.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-\infty$ \| $+\infty$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $2f(3x-5)-7=0$ là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

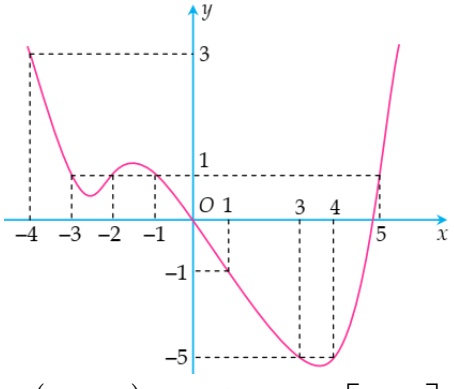
$2f(3x-5)-7=0 \Leftrightarrow f(3x-5)=\dfrac{7}{2}$.

Đặt $t=3x-5$, phương trình trở thành $f(t)=\dfrac{7}{2}$.

Với mỗi nghiệm $t$ thì có một nghiệm $x=\dfrac{t+5}{3}$ nên số nghiệm $t$ của phương trình $f(t)=\dfrac{7}{2}$ bằng số nghiệm của phương trình $2f(3x-5)-7=0$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ suy ra phương trình $f(t)=\dfrac{7}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt nên phương trình $2f(3x-5)-7=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 60.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.




Số nghiệm của phương trình $f(2\sin x)=1$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $t=2\sin x$, $t\in[-2;2]$.

Xét phương trình $f(t)=1$, dựa vào đồ thị ta thấy

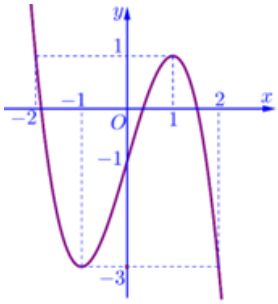
$$f(t)=1\Leftrightarrow\begin{bmatrix}t=-3 & (\text{loại})\\ t=-2 & (\text{nhận})\\ t=-1 & (\text{nhận})\\ t=5 & (\text{loại})\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}2\sin x=-2\\ 2\sin x=-1\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\sin x=-1\\ \sin x=-\dfrac{1}{2}\end{bmatrix}.$$

Với $\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$, $x\in[0;2\pi]\Rightarrow x=\dfrac{3\pi}{2}$.

Với $\sin x=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\dfrac{4\pi}{3}+k2\pi\end{bmatrix}$, $x\in[0;2\pi]\Rightarrow x=\dfrac{5\pi}{3}$, $\dfrac{4\pi}{3}$.

Vậy phương trình có 3 nghiệm

**Câu 61.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Phương trình $f(2-f(x))=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt.




**A.** 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo đồ thị:

$$f(x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=a & (-2<a<-1)\\ x=b & (0<b<1)\\ x=c & (1<c<2)\end{bmatrix}\Rightarrow f(2-f(x))=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}2-f(x)=a\\ 2-f(x)=b\\ 2-f(x)=c\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}f(x)=2-a & (1)\\ f(x)=2-b & (2)\\ f(x)=2-c & (3)\end{bmatrix}$$

Nghiệm của phương trình (1); (2); (3) là giao điểm của đường thẳng $y=2-a$; $y=2-b$; $y=2-c$ với đồ thị hàm số $f(x)$.

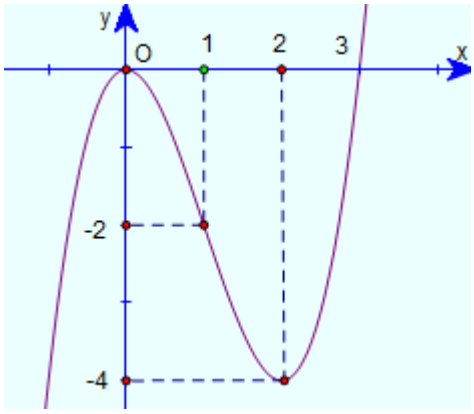
+ $a\in(-2;1)\Rightarrow 2-a\in(3;4)$ suy ra phương trình (1) có đúng 1 nghiệm.

+ $b\in(0;1)\Rightarrow 2-b\in(1;2)$ suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm.

+ $c\in(1;2)\Rightarrow 2-c\in(0;1)$ suy ra phương trình (3) có 3 nghiệm phân biệt.

Kết luận: Có tất cả 5 nghiệm phân biệt.

**Câu 62.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây




Tìm số nghiệm thực của phương trình $f\left(\sqrt{-x^2+4x-3}\right)=-2$.

**A.** 1 **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**ChọnA**

Ta có $\sqrt{-x^2+4x-3}$ xác định khi $1\le x\le 3$.

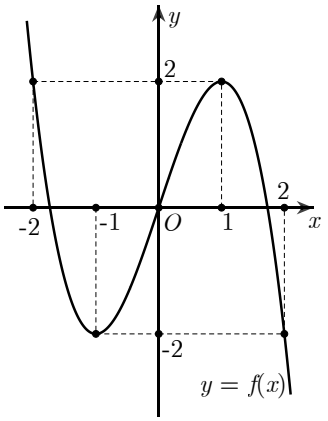
Từ đồ thị của hàm số, ta có $f\left(\sqrt{-x^2+4x-3}\right)=-2\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{-x^2+4x-3}=a<0\left(\text{loại}\right)\\ \sqrt{-x^2+4x-3}=1\\ \sqrt{-x^2+4x-3}=b\in\left(2;3\right)\end{cases}$.

+) $\sqrt{-x^2+4x-3}=1\Leftrightarrow x=2$.

+) $\sqrt{-x^2+4x-3}=b\Leftrightarrow x^2-4x+3+b^2=0$ có $\Delta'=4-\left(3+b^2\right)=1-b^2<0,\forall b\in\left(2;3\right)$.

Vậy phương trình $f\left(\sqrt{-x^2+4x-3}\right)=-2$ có đúng 1 nghiệm.

**Câu 63.** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.




Phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=2$ có bao nhiêu nghiệm?

**A.** 3 **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị của hàm số ta có: $f\left(f\left(x\right)\right)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=-2\\ f\left(x\right)=1\end{array}\right.$.

Số nghiệm của các phương trình $f\left(x\right)=-2$ và $f\left(x\right)=1$ lần lượt là số giao điểm đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và các đường thẳng $y=-2,y=1$.

Dựa vào đồ thị ta có $f(x)=-2$ có hai nghiệm phân biệt $x_1=-1;x_2=2$ và $f(x)=1$ có ba nghiệm $x_3=a;x_4=b;x_5=c$ sao cho $-2<a<-1<b<1<c<2$.

Vậy phương trình $f(f(x))=2$ có 5 nghiệm phân biệt.

**Câu 64.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | 0 | + | 0 | - | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | 5 | ↘ | $-7$ | ↗ | 1 |

Số nghiệm thuộc đoạn $[-3;3]$ của phương trình $2f(x^2-2x)+1=0$ là

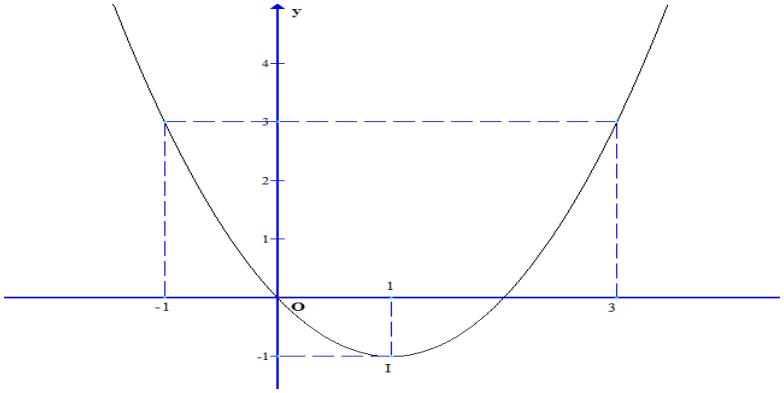
**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $2f(x^2-2x)+1=0\Leftrightarrow f(x^2-2x)=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^2-2x=a_1\in(-\infty;-1) & (1)\\ x^2-2x=a_2\in(-1;3) & (2)\\ x^2-2x=a_3\in(3;+\infty) & (3)\end{array}\right.$

Xét đồ thị hàm số $y=x^2-2x$ trên $[-3;3]$.




Phương trình $(1)$ vô nghiệm.

Phương trình $(2)$ có 2 nghiệm.

Phương trình $(3)$ có 2 nghiệm không thuộc $[-3;3]$.

Đồng thời trong số chúng không có nghiệm nào trùng nhau.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-3;3]$.

**Câu 65.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | 0 | + | 0 | - | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | 5 | ↘ | $-\dfrac{3}{2}$ | ↗ | 1 |

Số nghiệm thuộc nửa khoảng $(-\infty;2020]$ của phương trình $2f(f(2x-1))+3=0$ là

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

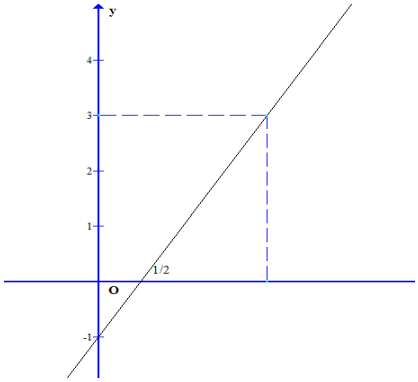
**Chọn A**

Ta có: $2f\left(f\left(2x-1\right)\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(f\left(2x-1\right)\right)=-\dfrac{3}{2}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f\left(2x-1\right)=a\in\left(-\infty;-2\right) \\ f\left(2x-1\right)=3 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} 2x-1=b_1\in\left(-\infty;-2\right) & (1) \\ \left[\begin{array}{l} 2x-1=b_2\in\left(-\infty;-2\right),b_2>b_1 \\ 2x-1=b_3\in\left(-2;3\right),b_3>b_2 \end{array}\right. & \begin{array}{l}(2)\\(3)\end{array} \end{array}\right.$

Xét đồ thị hàm số $y=2x-1$ trên $\left(-\infty;2020\right]$.




Phương trình $(1)$ có 1 nghiệm.

Phương trình $(2)$ có 1 nghiệm.

Phương trình $(3)$ có 1 nghiệm thuộc $(0;3)$.

Đồng thời trong số chúng không có nghiệm nào trùng nhau.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left(-\infty;2020\right]$.

**Câu 66.** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Số nghiệm dương của phương trình $2f\left(f\left(x-1\right)\right)+3=0$ là

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $2f\left(f\left(x-1\right)\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(f\left(x-1\right)\right)=-\dfrac{3}{2}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f\left(x-1\right)=a\in\left(-\infty;-1\right) \\ f\left(x-1\right)=b\in\left(-1;0\right) \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} \left[\begin{array}{l} x-1=b_1\in\left(-\infty;-1\right) \\ x-1=b_2\in\left(-1;0\right) \end{array}\right. & \begin{array}{l}(1)\\(2)\end{array} \\ \left[\begin{array}{l} x-1=d\in\left(-\infty;-1\right) \\ x-1=e\in\left(-1;0\right) \\ x-1=f\in\left(0;2\right) \\ x-1=g\in\left(2;+\infty\right) \end{array}\right. & \begin{array}{l}(3)\\(4)\\(5)\\(6)\end{array} \end{array}\right.$

Suy ra phương trình có các nghiệm dương: $\left[\begin{array}{l} x=b_2+1 \\ x=e+1 \\ x=f+1 \end{array}\right.$

**Câu 67.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Số nghiệm dương của phương trình $2f\left(\sqrt{x^2-2x}\right)-5=0$ là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

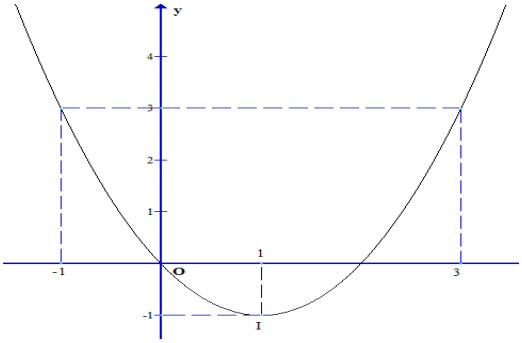
**Chọn A**

Điều kiện : $\left[\begin{array}{l} x\geq 2 \\ x\leq 0 \end{array}\right.$

Ta có: $2f\left(\sqrt{x^2-2x}\right)-5=0\Leftrightarrow f\left(\sqrt{x^2-2x}\right)=\dfrac{5}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2-2x}=a\in(-\infty;-1)\ (VN) \\ \sqrt{x^2-2x}=b\in(2;+\infty) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x}=b\in(2;+\infty)\Leftrightarrow x^2-2x-b^2=0,\ b\in(2;+\infty)$

Xét đồ thị hàm số $y=x^2-2x$

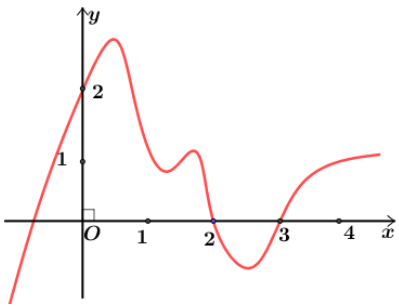



Suy ra phương trình $x^2-2x=b^2$, $b\in(2;+\infty)$ có hai nghiệm trái dấu.

Trong đó nghiệm dương: $x>1+\sqrt{5}$ thỏa mãn điều kiện $x\geq 2$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

**Câu 68.** Cho hàm số $f(x)$ có liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.




Tìm số nghiệm của phương trình $f\left(x^3-3x\right)+3x^3-3x-13=\left(x^2-2\right)^3-3(x-1)^2$.

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

**Lời giải**

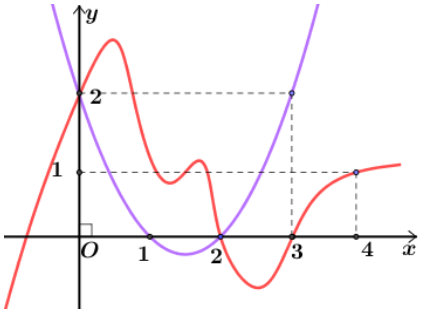
**Chọn C**

Ta có: $f\left(x^3-3x\right)+3x^3-3x-13=\left(x^2-2\right)^3-3\left(x-1\right)^2$

$\Leftrightarrow f\left(x^3-3x\right)=x^6-6x^4+9x^2-3x^3+9x+2$

$\Leftrightarrow f\left(x^3-3x\right)=\left(x^3-3x\right)^2-3\left(x^3-3x\right)+2$

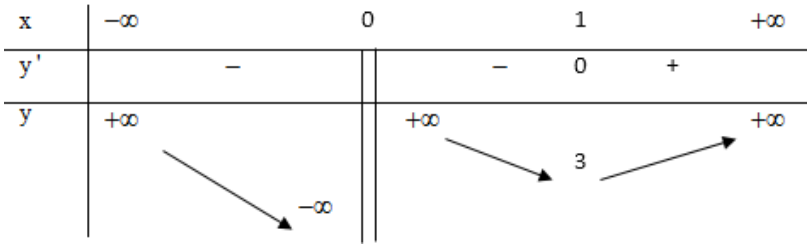
Đặt $t=x^3-3x$ ta có phương trình $f\left(t\right)=t^2-3t+2$




Dựa vào đồ thị thì $f\left(t\right)=t^2-3t+2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=0\\x^3-3x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{3}\\x=2\\x=-1\end{array}\right.$

Vậy phương trình có 5 nghiệm.

**Câu 69.** Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3\left|f\left(2x-1\right)\right|-10=0$ là

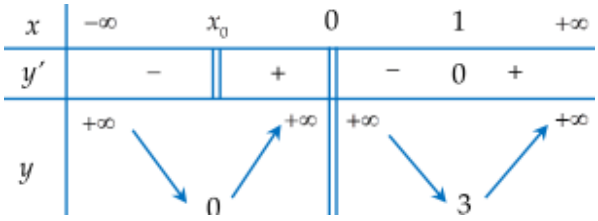



**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $t=2x-1$, phương trình đã cho trở thành $\left|f\left(t\right)\right|=\dfrac{10}{3}$. Với mỗi giá trị $t$ thì tương tứng có một giá trị $x=\dfrac{t+1}{2}$ nên số nghiệm $t$ của phương trình $\left|f\left(t\right)\right|=\dfrac{10}{3}$ bằng số nghiệm $x$ của phương trình $3\left|f\left(2x-1\right)\right|-10=0$.




Trong đó $x_0$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với trục hoành.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $\left|f\left(t\right)\right|=\dfrac{10}{3}$ có 4 nghiệm $t$ phân biệt nên phương trình $3\left|f\left(2x-1\right)\right|-10=0$ có 4 nghiệm $x$ phân biệt.

**Câu 70.** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | $0$ | + | $0$ | - | |
| $f(x)$ | | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $1$ |
| | | | $0,5$ | | | | |

Số nghiệm thuộc đoạn $[0;2\pi]$ của phương trình $3f(\tan x)+1=0$ là

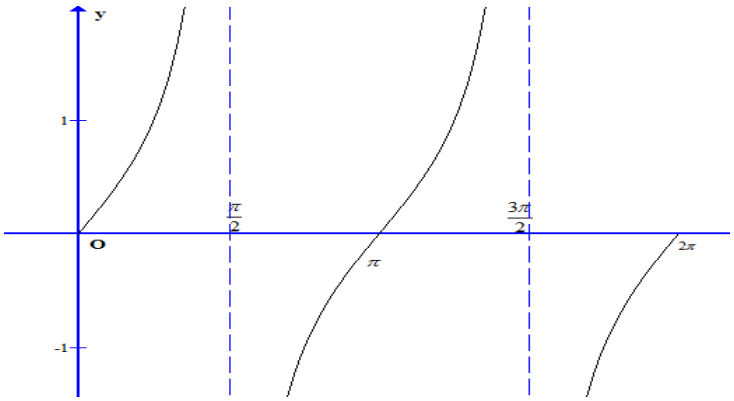
**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $3f(\tan x)+1=0 \Leftrightarrow f(\tan x)=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\approx -0,58 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\tan x=m\in(1;2) & (1)\\ \tan x=n\in(2;+\infty) & (2)\end{array}\right.$

Xét đồ thị hàm số $y=\tan x$ trên $[0;2\pi]\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right\}: f(0)=0,\ f(2\pi)=0$.



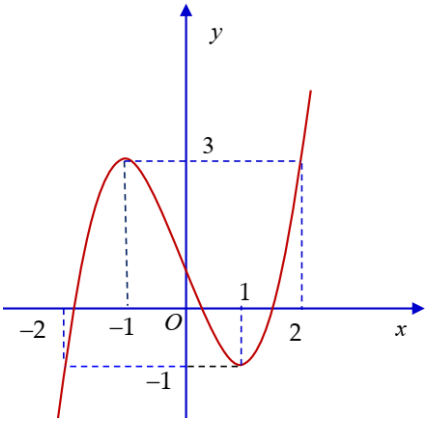

Phương trình $(1)$ có 2 nghiệm.

Phương trình $(2)$ có 2 nghiệm.

Đồng thời trong số chúng không có nghiệm nào trùng nhau.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0;2\pi]\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right\}$.

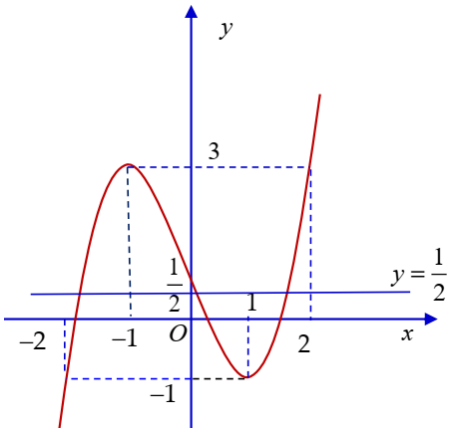
**Câu 71.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-1=0$ trên đoạn $[-2;2]$ là




**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

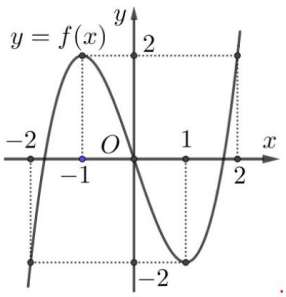



Ta có: $2f\left(x\right)-1=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}$.

Do đó số nghiệm phương trình $2f\left(x\right)-1=0$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$.

Từ đồ thị ta thấy, trên đoạn $\left[-2;2\right]$ đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $2f\left(x\right)-1=0$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 72.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=f\left(x\right)$ bằng




**A.** 7. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 9.

**Lời giải**

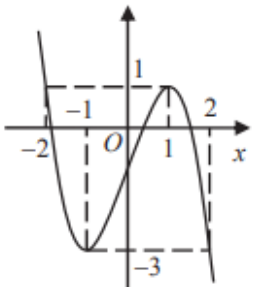
**Chọn A**

Đặt $t=f\left(x\right)$ phương trình trở thành: $f\left(t\right)=t\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-2\\t=0\\t=2\end{array}\right.$

Vì đồ thị $f\left(t\right)$ cắt đường thẳng $y=t$ tại ba điểm có hoành độ $t=-2;t=0;t=2$.

Vậy $\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=-2\\f\left(x\right)=0\\f\left(x\right)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\\x=0\\x=a\in\left(-2;-1\right)\\x=b\in\left(1;2\right)\\x=-1\\x=2\end{array}\right.$

**Câu 73.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi phương trình $f\left(2-f\left(x\right)\right)=1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?




**A.** 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

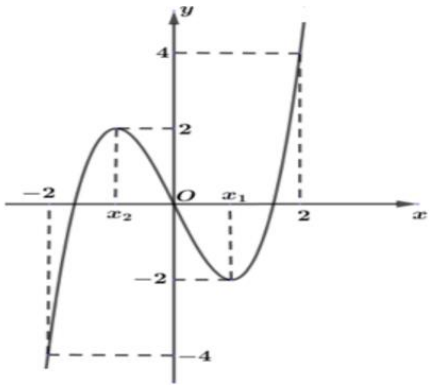
Dựa vào đồ thị ta có: $f\left(2-f\left(x\right)\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-f\left(x\right)=-2\\2-f\left(x\right)=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=4\\f\left(x\right)=1\end{array}\right.$.

Mà $f\left(x\right)=4$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn $-2$.

Và $f\left(x\right)=1$ có 2 nghiệm phân biệt $x=-2;x=1$.

Vậy phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt.

**Câu 74.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;2\right]$ và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ.

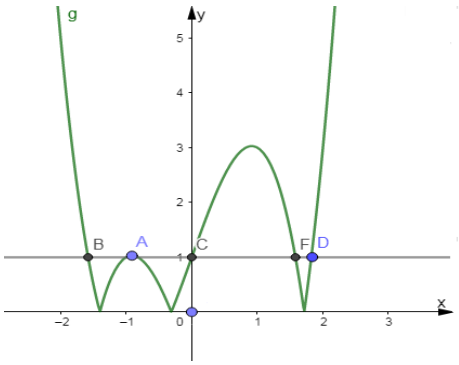



Hỏi phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=1$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-2;2\right]$?

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**



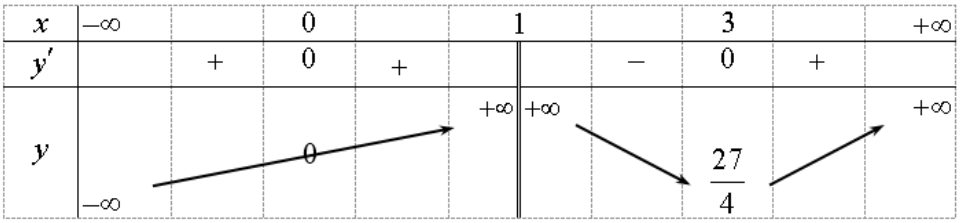

**+)** Ta số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=1$ chính là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)-1\right|$ và $y=1$.

+) Mà đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)-1\right|$ được xác định bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ lùi xuống 1 đơn vị sau đó lấy trị tuyệt đối có đồ thị như hình vẽ trên.

+) Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy số giao điểm của hàm số $y=\left|f\left(x\right)-1\right|$ và $y=1$ là 5 điểm.

Vì vậy phương trình có 5 nghiệm phân biệt.

**Câu 75.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau




Tìm điều kiện của $m$ để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

**A.** $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $0<m<\dfrac{27}{4}$. **D.** $m>\dfrac{27}{4}$.

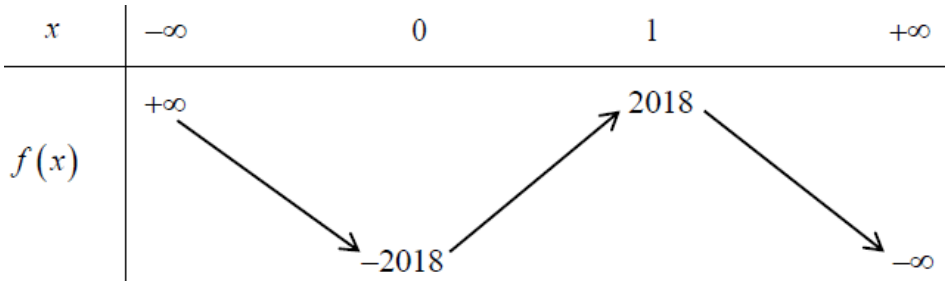
**Lời giải**

**Chọn D**

Để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Qua bảng biến thiên ta thấy, đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi $m>\dfrac{27}{4}$.

**Câu 76.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ




Hỏi phương trình $\left|f(x+2017)-2018\right|=2019$ có bao nhiêu nghiệm?

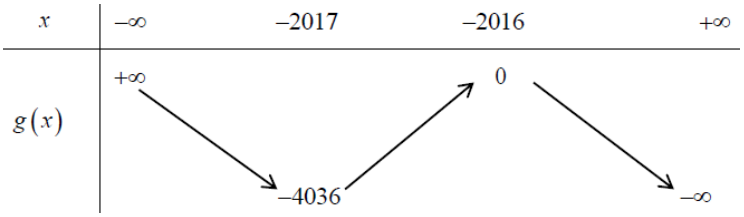
**A.** 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét đồ thị hàm số $y=f(x+2017)-2018$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ song song với trục $Ox$ sang trái 2017 đơn vị, rồi sau đó tịnh tiến song song với trục $Oy$ xuống dưới 2018 đơn vị.

Ta được bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)=f(x+2017)-2018$ như sau

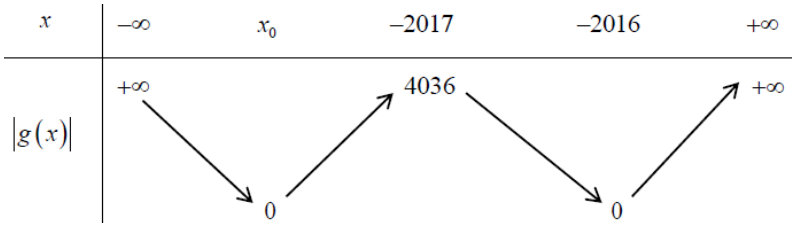



Khi đó đồ thị hàm số $y=\left|f(x+2017)-2018\right|$ gồm hai phần:

+ Phần đồ thị của hàm số $y=g(x)=f(x+2017)-2018$ nằm phía trên trục hoành.

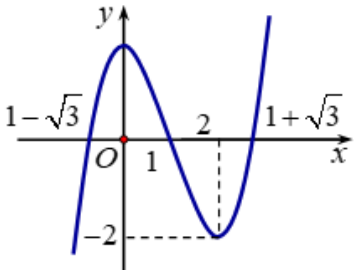
+ Và phần đối xứng của đồ thị $y=g(x)=f(x+2017)-2018$ nằm phía dưới trục hoành.

Do đó ta có được bảng biến thiên của hàm số $y=\left|g(x)\right|$ như sau




Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $\left|f\left(x+2017\right)-2018\right|=2019$ có 4 nghiệm.

**Câu 77.** Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên:




Hỏi phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

**A.** 7. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0\ \left(1\right)$.

Đặt $t=x^3-3x^2+2$ (*) thì $\left(1\right)$ trở thành $t^3-3t^2+2=0\ \left(2\right)$.

Theo đồ thị ta có $\left(2\right)$ có ba nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}t=1\\t=1-\sqrt{3}\\t=1+\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Từ đồ thị hàm số ta có:

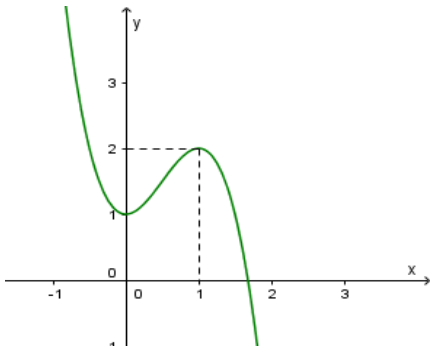
Với $t=1\in\left(-2;2\right)$ phương trình $\left(1\right)$ có ba nghiệm phân biệt.

Với $t=1-\sqrt{3}\in\left(-2;2\right)$ phương trình $\left(1\right)$ có ba nghiệm phân biệt (khác ba nghiệm khi $t=1$).

Với $t=1+\sqrt{3}>2$ phương trình $\left(1\right)$ có đúng một nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm phân biệt.

**Câu 78.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Số nghiệm của phương trình $2.\left|f\left(x^2-1\right)\right|-3=0$ là

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

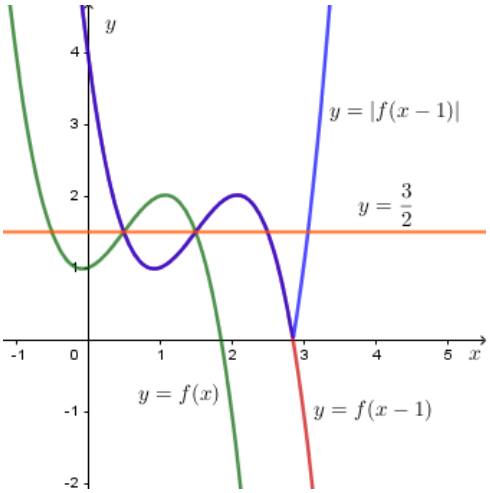
**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình $2.\left|f\left(x^2-1\right)\right|-3=0\ (1)$.

Đặt $t=x^2$ thì $(1)$ trở thành $2.\left|f\left(t-1\right)\right|-3=0\Leftrightarrow\left|f\left(t-1\right)\right|=\dfrac{3}{2}\ (2)$.

Ta chỉ cần tịnh tiến qua phải đồ thị đã cho 1 đơn vị rồi lấy đối xứng phần đồ thị dưới trục $Ox$ qua trục $Ox$ là được đồ thị hàm số $y=\left|f(x-1)\right|$.

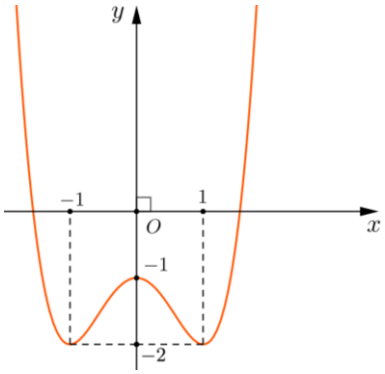



Theo đồ thị ta có phương trình $(2)$ có bốn nghiệm $t$ phân biệt dương.

Ứng với mỗi nghiệm $t$ dương, ta được 2 nghiệm $x$ phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt.

**Câu 79.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ




Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi;2\pi\right]$ của phương trình $2f\left(\sin x\right)+3=0$ là

**A.** 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 8.

**Lời giải**

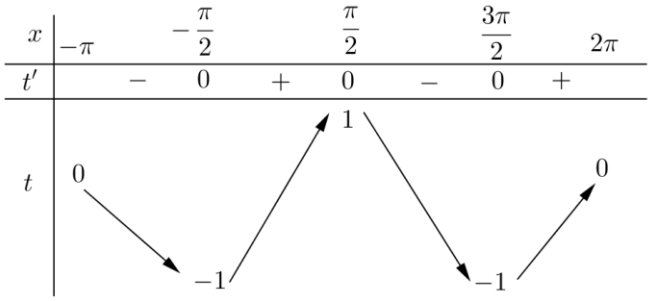
**Chọn B**

Đặt $\sin x=t,\ t\in\left[-1;1\right]$.

Ta có: $2f\left(\sin x\right)+3=0\Leftrightarrow 2f\left(t\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(t\right)=-\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=t_1\in\left(-1;0\right)\\t=t_2\in\left(0;1\right)\end{array}\right.$

Xét hàm số $t=\sin x$ trên $\left[-\pi;2\pi\right]$.

Khi đó: $t'=\cos x=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}\vee x=\dfrac{\pi}{2}\vee x=\dfrac{3\pi}{2}$ (trên $\left[-\pi;2\pi\right]$).



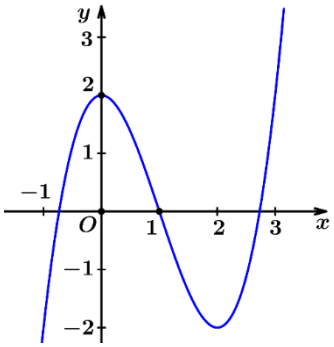

Từ bảng biến thiên của hàm số $t=\sin x$, ta thấy phương trình:

+ $\sin x=t_1\in(-1;0)$ có bốn nghiệm phân biệt trên $[-\pi;2\pi]$.

+ $\sin x=t_2\in(0;1)$ có hai nghiệm phân biệt trên $[-\pi;2\pi]$.

Vậy phương trình $2f(\sin x)+3=0$ có 6 nghiệm thuộc $[-\pi;2\pi]$.

**Câu 80.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.




Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.** $m=9$. **B.** $m=6$. **C.** $m=5$. **D.** $m=7$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Số nghiệm của $f(f(x))=1$ là số giao điểm của ĐTHS $y=f(f(x))$ và đường thẳng $y=1$.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có phương trình $f(f(x))=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=a\in(-1;0)\\f(x)=b\in(0;1)\\f(x)=c\in(2;3)\end{array}\right.$

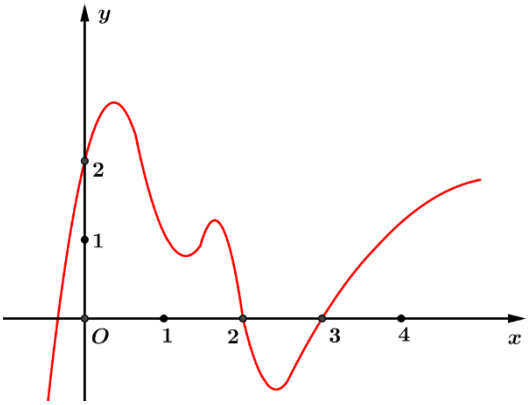
+) Phương trình: $f(x)=a$ có 3 nghiệm.

+) Phương trình: $f(x)=b$ có 3 nghiệm.

+) Phương trình: $f(x)=c$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm.

**Câu 81.** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x^3-3x)+3x^3-3x-13=(x^2-2)^3-3(x-1)^2$ là




**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f\left(x^3-3x\right)+3x^3-3x-13=\left(x^2-2\right)^3-3\left(x-1\right)^2$

$\Leftrightarrow f\left(x^3-3x\right)=\left(x^3-3x\right)^2-3\left(x^3-3x\right)+2$.

Đặt $t=x^3-3x$ được phương trình $f\left(t\right)=t^2-3t+2$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(t\right)$ và $y=t^2-3t+2$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình có nghiệm $t=0,t=2$

Với $t=0\Rightarrow x^3-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Với $t=2\Rightarrow x^3-3x=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm.

**Câu 82.** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-\frac{7}{12}$ | $\nearrow$ | $\frac{25}{12}$ | $\searrow$ | $\frac{5}{3}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Biết $f\left(-2\right)>2$, $3f\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)-5=0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{6}\right]$?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

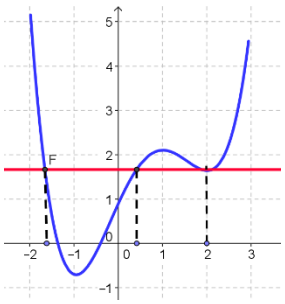
**Chọn C**

Đặt $t=\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\left(1\right)\left(t\in\left[-2;2\right]\right)$

Với $-1\le t<2$, phương trình $\left(1\right)$ có hai nghiệm theo $x$ thuộc $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{6}\right]$.

Với $\left[\begin{array}{l}-2\le t<-1\\t=2\end{array}\right.$, phương trình $\left(1\right)$ có một nghiệm theo $x$ thuộc $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{6}\right]$.

Khi đó ta có $f(t)=\dfrac{5}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=a\in(-1;1) \\ t=b\in(-2;-1)\end{array}\right.$ (vì $f(-2)>2$ nên $b>-2$,



quan sát đồ thị).

Với $t=2$ thì phương trình ban đầu có một nghiệm.

Với $t=a$ thì phương trình ban đầu có đúng hai nghiệm.

Với $t=b$ thì phương trình ban đầu có đúng một nghiệm.

Vậy phương trình ban đầu có tất cả 4 nghiệm thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 83.** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Số nghiệm của phương trình $f(\cos x)=1$ trên đoạn $[-3\pi;3\pi]$ **không** thể nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

**A.** 0. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $t=\cos x$. Vì $x\in[-3\pi;3\pi]$ nên $t\in[-1;1]$.

Ta có bảng biến thiên dành cho hàm $y=f(t)$ trên đoạn $[-1;1]$:

| $t$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ |
| $f(t)$ | $a+b+c$ | ↗ | $c$ | ↘ | $a+b+c$ |

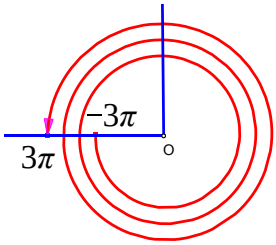
$y=1$

+ ***Trường hợp 1:*** $\left[\begin{array}{l} a+b+c>1 \\ c<1\end{array}\right.$.

Khi đó phương trình $f(t)=1$ vô nghiệm.

+ ***Trường hợp 2:*** $a+b+c=1$.

Phương trình $f(t)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-1\end{array}\right.$.




Với $t=1$, phương trình $\cos x=1$ có 3 nghiệm thuộc $[-3\pi;3\pi]$.

Với $t=-1$, phương trình $\cos x=1$ có 4 nghiệm thuộc $[-3\pi;3\pi]$.

Do đó phương trình đã cho có tất cả 7 nghiệm.

+ ***Trường hợp 3:*** $a+b+c<1<c$.

Phương trình $f(t)=1$ có 2 nghiệm $t_1\in(-1;0)$, $t_2\in(0;1)$.

Với mỗi giá trị của $t$ như trên thì phương trình $\cos x=t$ có 6 nghiệm.

Suy ra phương trình ban đầu có 12 nghiệm.

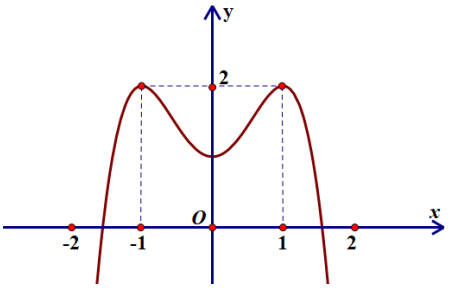
+ ***Trường hợp 4:*** $c=1$.

Phương trình $f(t)=1$ có một nghiệm $t=0 \longrightarrow \cos x=0$ có 6 nghiệm.

Do đó phương trình $f(\cos x)=1$ có 6 nghiệm.

Vậy, số nghiệm của $f(\cos x)=1$ trên $[-3\pi;3\pi]$ không thể nhận được giá trị là 3.

**Câu 84.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



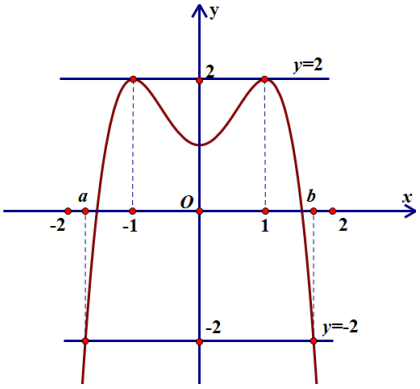

Số nghiệm thuộc đoạn $[-2\pi;2\pi]$ của phương trình $f^2(\cos 2x)=4$ là

**A.** 7. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 8.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có phương trình $f^2(\cos 2x)=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(\cos 2x)=2 \\ f(\cos 2x)=-2 \end{array}\right.$.




$f(\cos 2x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x=1 \\ \cos 2x=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \sin 2x=0 \Leftrightarrow x=k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

Xét $[-2\pi;2\pi]$ và $x=k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$ ta có 9 giá trị của $x$:

$x\in\left\{-2\pi;-\dfrac{3\pi}{2};-\pi;-\dfrac{\pi}{2};0;\dfrac{\pi}{2};\pi;\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right\}$.

$f(\cos 2x)=-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x=a \\ \cos 2x=b \end{array}\right.$ với $\left\{\begin{array}{l} a<-1 \\ b>1 \end{array}\right.$ do đó trường hợp này $f(\cos 2x)=-2$ vô nghiệm.

Vậy phương trình $f^2(\cos 2x)=4$ có 9 nghiệm trong đoạn $[-2\pi;2\pi]$.

**Câu 85.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Số nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ của phương trình $3f(2+2\cos x)-4=0$ bằng

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

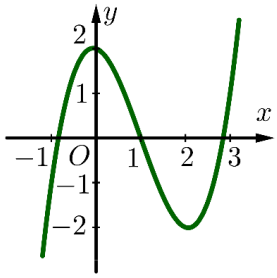
Đặt $t=2+2\cos x$, với $x\in(0;\pi) \Rightarrow -1<\cos x<1 \Rightarrow t\in(0;4)$.

Ta được phương trình: $3f(t)-4=0\Leftrightarrow f(t)=\dfrac{4}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=t_1<0\\t=t_2\in(0;2)\\t=t_3\in(2;4)\\t=t_4>4\end{array}\right.$

Mỗi nghiệm $t\in(0;4)$ cho 1nghiệm $x\in(0;\pi)$.

Suy ra phương trình đã cho có 2 nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$.

**Câu 86.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

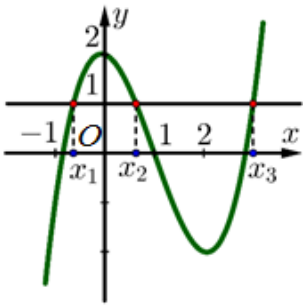



**A.** $m=6$. **B.** $m=7$. **C.** $m=5$. **D.** $m=9$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $f(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\in(-1;0)\\x=x_2\in(0;1)\\x=x_3>2\end{array}\right.$.




Suy ra: $f(f(x))=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=x_1\,(1)\\f(x)=x_2\,(2)\\f(x)=x_3\,(3)\end{array}\right.$.

+) Xét (1): $f(x)=x_1\in(-1;0)$, ta có đường thẳng $y=x_1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $(1)$ có 3 nghiệm phân biệt.

+) Xét $(2)$: $f(x)=x_2\in(0;1)$, ta có đường thẳng $y=x_2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $(2)$ có 3 nghiệm phân biệt.

+) Xét $(3)$: $f(x)=x_3>2$, ta có đường thẳng $y=x_3$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 1 điểm nên phương trình $(3)$ có 1 nghiệm.

Do các nghiệm không trùng nhau nên tổng số nghiệm là: $m=3+3+1=7$.

**Câu 87.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Phương trình $f(4x-x^2)=-\dfrac{1}{3}x^3+3x^2-8x+3$ có bao nhiêu nghiệm thực trên khoảng $(0;4)$?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A**

$g(x)=f\left(4x-x^2\right)+\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x-3$

$g'(x)=(4-2x)f'\left(4x-x^2\right)+x^2-6x+8=(2-x)\left[2f'\left(4x-x^2\right)+4-x\right].$

Với $x\in(0;4)$ thì $4-x>0;\ 0<4x-x^2\le 4$ nên $f'\left(4x-x^2\right)\ge 0$.

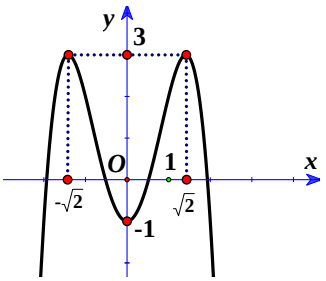
Suy ra $2f'\left(4x-x^2\right)+4-x>0,\ \forall x\in(0;4)$.

| $x$ | 0 | | 2 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | + | 0 | − | |
| $g$ | $g(0)$ | ↗ | $g(2)$ | ↘ | $g(4)$ |

$g(2)=f(4)+\frac{11}{3}=\frac{26}{3};\quad g(0)=f(0)-3=-6;\quad g(4)=f(0)+\frac{7}{3}=-\frac{2}{3}.$

Suy ra phương trình $f\left(4x-x^2\right)=-\frac{1}{3}x^3+3x^2-8x+3$ có hai nghiệm thực trên khoảng $(0;4)$.

**Câu 88.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ




Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x)-x^2-2x=0$.

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

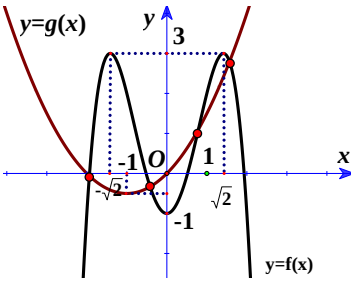
**Chọn A**

+ $2f(x)-x^2-2x=0\Leftrightarrow f(x)=\frac{x^2}{2}+x.$

+ Xét hàm số $g(x)=\frac{x^2}{2}+x$.

+ Vẽ đồ thị hàm số $y=f(x), y=g(x)=\frac{x^2}{2}+x$ trên cùng hệ trục

+ Dựa vào đồ thị ta có phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.




**Câu 89.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[1;3]$ và có bảng biến thiên như hình dưới

| $x$ | 1 | | 2 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | + | 0 | − | |
| $f$ | $-5$ | ↗ | $-1$ | ↘ | $-2$ |

Hỏi phương trình $f(x-1)=\frac{-5}{x^2-6x+12}$ có bao nhiêu nghiệm trên $[2;4]$?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Do $x^2-6x+12>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x-1)=\dfrac{-5}{x^2-6x+12}\Leftrightarrow(x^2-6x+12)f(x-1)=-5$.

Đặt $g(x)=(x^2-6x+12)f(x-1)\Rightarrow g'(x)=(2x-6)f(x-1)+(x^2-6x+12)f'(x-1)$.

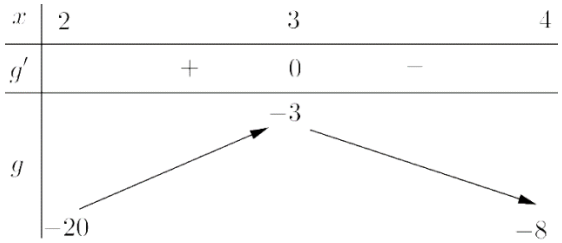
Xét trên $[2;4]$ ta có:

Với $x\in[2;3]$ thì $\begin{cases}1\le x-1\le 2\\2x-6\le 0\\x^2-6x+12>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f(x-1)<0\\2x-6\le 0\\f'(x-1)>0\\x^2-6x+12>0\end{cases}\Rightarrow g'(x)>0,\forall x\in[2;3]$.

Với $x\in(3;4]$ thì $\begin{cases}2<x-1\le 3\\2x-6>0\\x^2-6x+12>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f(x-1)<0\\2x-6>0\\f'(x-1)<0\\x^2-6x+12>0\end{cases}\Rightarrow g'(x)<0,\forall x\in(3;4]$.

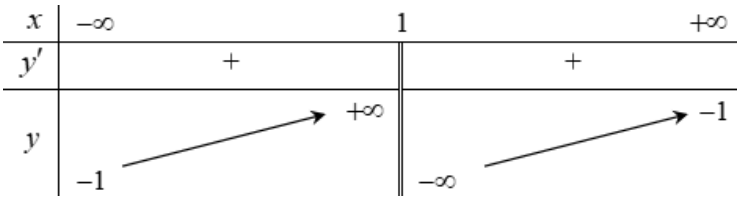
Tính: $g(2)=(4-12+12)f(1)=-20$, $g(3)=(9-18+12)f(2)=-3$,

$g(4)=(16-24+12)f(3)=-8$.




Dựa vào BBT trên suy ra trên $[2;4]$ phương trình $(x^2-6x+12)f(x-1)=-5$ có 2 nghiệm phân biệt.

**Câu 90.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Số nghiệm của phương trình $f(x)-x^2+2x-1=0$ là

**A.** vô số. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

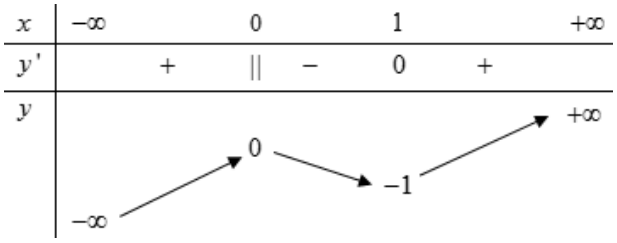
$f(x)-x^2+2x-1=0\Leftrightarrow f(x)=(x-1)^2$.

Với $x>1$ thì $f(x)<0$ nên phương trình vô nghiệm.

Với $x<1$ ta có $g(x)=f(x)-x^2+2x-1$. Ta có $g'(x)=f'(x)-2x+2>0$ nên hàm số $g(x)$ đồng biến và liên tục trên $(-\infty;1)$.

Lại có: $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty;\lim\limits_{x\to1^-}g(x)=+\infty$ nên phương trình có 1 nghiệm duy nhất trên $(-\infty;1)$.

**Câu 91.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:




Số nghiệm của phương trình $f\left(x^2\right)=0$ là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

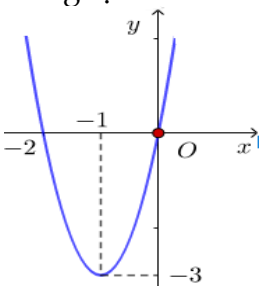
Đặt $t=x^2\left(t\ge 0\right)$.

Phương trình $f\left(x^2\right)=0$ trở thành $f\left(t\right)=0\left(t\ge 0\right)$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $f$ ta thấy phương trình $f\left(t\right)=0\left(t\ge 0\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=a>1\end{array}\right.$

Từ đó ta có $\left[\begin{array}{l}x^2=0\\x^2=a>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{a}\end{array}\right.$. Vậy phương trình $f\left(x^2\right)=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 92.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đạo hàm là hàm số $y=f'\left(x\right)$ với đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?




**A.** 4. **B.** 1. **C.** −4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta thấy $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$. Do đó, hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại $x=0$ và $x=-2$.

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm nên suy ra hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị bằng 0 tại điểm có hoành độ âm $\Rightarrow f\left(-2\right)=0$. (1)

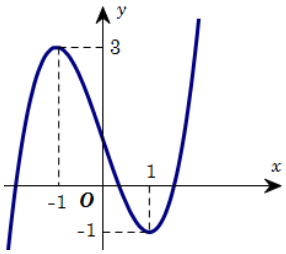
Mặt khác $f'\left(x\right)=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ đi qua các điểm có tọa độ $\left(0;0\right)$, $\left(-2;0\right)$, $\left(-1;-3\right)$. (2)

Từ (1), (2) lập được hệ phương trình $\begin{cases}c=0\\12a-4b+c=0\\3a-2b+c=-3\\-8a+4b-2c+d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\\c=0\\d=-4\end{cases}\Rightarrow f\left(x\right)=x^3+3x^2-4$.

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=f\left(0\right)=-4$.

**Câu 93.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.




Khi đó, phương trình $f\left(\left|x-2\right|\right)=-\dfrac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 4.

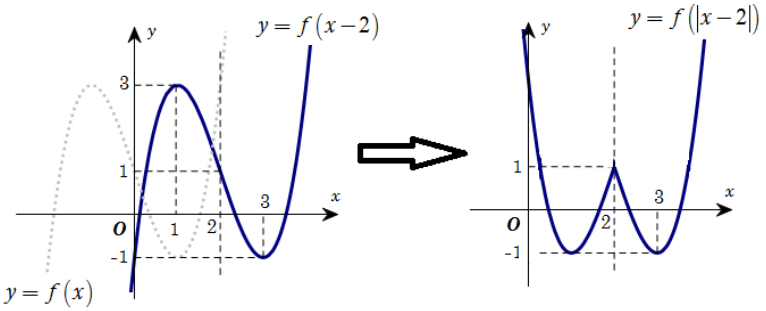
**Lời giải**

**Chọn D**

Trước tiên tịnh tiến đồ thị sang phải 2 đơn vị để được đồ thị hàm số $y=f\left(x-2\right)$.

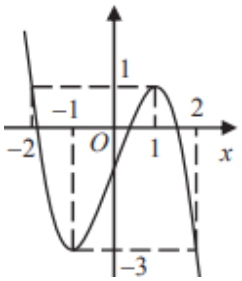
Tiếp theo giữ phần đồ thị phía bên phải đường thẳng $x=2$, xóa bỏ phần đồ thị phía bên trái đường thẳng $x=2$.

Cuối cùng lấy đối xứng phần đồ thị vừa giữ lại ở trên qua đường thẳng $x=2$. Ta được toàn bộ phần đồ thị của hàm số $y=f\left(\left|x-2\right|\right)$. (hình vẽ bên dưới)




Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $f\left(\left|x-2\right|\right)=-\dfrac{1}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt.

**Câu 94.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi phương trình $f\left(2-f\left(x\right)\right)=1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?




**A.** 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

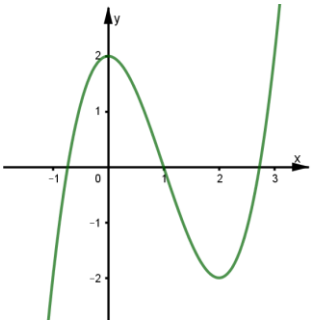
Dựa vào đồ thị ta có: $f\left(2-f\left(x\right)\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-f\left(x\right)=-2\\2-f\left(x\right)=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=4\\f\left(x\right)=1\end{array}\right.$.

Mà $f\left(x\right)=4$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn $-2$.

Và $f\left(x\right)=1$ có 2 nghiệm phân biệt $x=-2;x=1$.

Vậy phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt.

**Câu 95.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình v



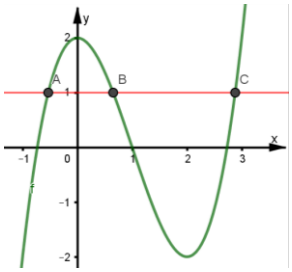
Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $m=7$. **B.** $m=5$. **C.** $m=9$. **D.** $m=6$.

**Lời giải**

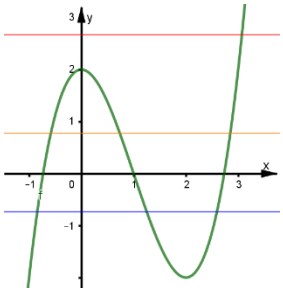
**Chọn A**

Đặt $f\left(x\right)=u$ khi đó nghiệm của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ chính là hoành độ giao điểm của đồ thị $f\left(u\right)$ với đường thẳng $y=1$.




Dựa vào đồ thị ta có ba nghiệm $\left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=u_1 \\ f\left(x\right)=u_2 \\ f\left(x\right)=u_3 \end{array}\right.$ với $u_1\in\left(-1;0\right)$, $u_2\in\left(0;1\right)$, $u_3\in\left(\frac{5}{2};3\right)$.

Tiếp tục xét số giao điểm của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ với từng đường thẳng $y=u_1$, $y=u_2$, $y=u_3$



Dựa vào đồ thị ta có được $7$ giao điểm. Suy ra phương trình ban đầu $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ có $7$ nghiệm.

**---------- HẾT ----------**