

Câu 1 (2,0 điểm)

Cho hàm số: $y = x^3 - 3x - 1$ (C).

- 1) Khảo sát sự thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ (C).
- 2) Tìm trên đồ thị (C) hai điểm phân biệt M và N đối xứng với nhau qua trục tung.

Câu 2 (1,0 điểm)

- 1) Cho số phức z thỏa mãn: $(1+2i)z + (2-3i)\bar{z} = -2-2i$. Tính môđun của z .
- 2) Giải bất phương trình: $\log_4 x^2 + \log_2 (2x-1) + \log_{\frac{1}{2}} (4x+3) < 0$.

Câu 3 (1,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $2\cos 5x \cdot \cos 3x + \sin x = \cos 8x$.
- 2) Một hộp có 9 thẻ giống nhau được đánh số liên tiếp từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai thẻ (không kể thứ tự) rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Tính xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn.

Câu 4 (1,0 điểm)

Tính tích phân: $I = \int_1^6 \frac{\sqrt{x+3}+1}{x+2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a ($a > 0$), $ABC = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, góc tạo bởi SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM , SD theo a .

Câu 6 (1,0 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

Câu 7 (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm $I(2;2)$, điểm D là chân đường phân giác trong của góc BAC . Đường thẳng AD cắt đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ tại điểm thứ hai là M (khác A). Tìm tọa độ các điểm A, B, C biết điểm $J(-2;2)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ACD$ và phương trình đường thẳng CM là: $x + y - 2 = 0$.

Câu 8 (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (y+1)^2 + y\sqrt{y^2+1} = x + \frac{3}{2} \\ x + \sqrt{x^2 - 2x + 5} = 1 + 2\sqrt{2x - 4y + 2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 9 (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $4(a^3 + b^3) + c^3 = 2(a+b+c)(ac+bc-2)$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{2a^2}{3a^2 + b^2 + 2a(c+2)} + \frac{b+c}{a+b+c+2} - \frac{(a+b)^2 + c^2}{16}$$

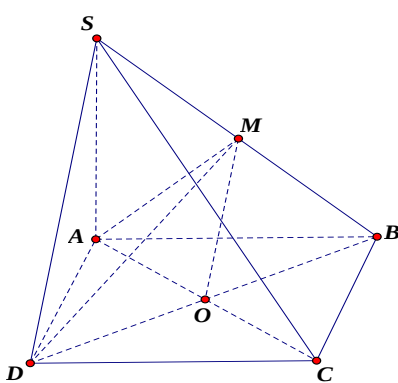
_____ Hết _____

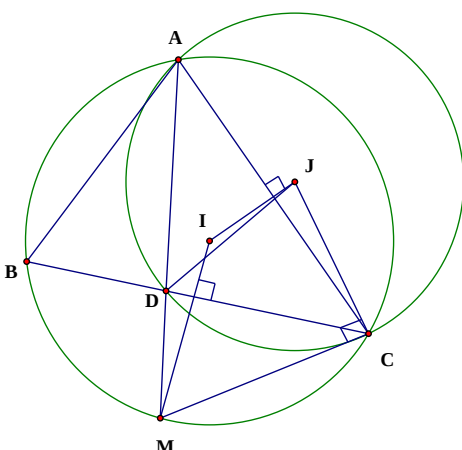
Họ và tên thí sinh: – Số báo danh:

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ THI THỬ LẦN I KÌ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2016
MÔN: TOÁN

Câu	Ý	Nội dung	Điểm															
1 (2đ)		Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$	1,0															
		TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$	0,25															
		- Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. BBT	0,25															
		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>-3</td><td>$+\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	1	-3
	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
	y'	+	0	-	0	+												
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$														
1	Vậy: Khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; khoảng nghịch biến $(-1; 1)$. Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1 \Rightarrow y_{CD} = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 1 \Rightarrow y_{CT} = -3$.	0,25																
	Đồ thị	0,25																
2		Tìm trên đồ thị (C) hai điểm phân biệt M và N đối xứng nhau qua trục tung.	1,0															
		Gọi $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ là hai điểm thuộc đồ thị (C). vì M, N đối xứng nhau qua $Oy \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -x_2 \neq 0 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$	0,25															
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -x_1 \neq 0 \\ x_1^3 - 3x_1 - 1 = x_2^3 - 3x_2 - 1 \end{cases}$	0,25															
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ x_2 = -\sqrt{3} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_1 = -\sqrt{3} \\ x_2 = \sqrt{3} \end{cases}$	0,25															
		$\Rightarrow M(\sqrt{3}; -1), N(-\sqrt{3}; -1) \text{ hoặc } N(\sqrt{3}; -1), M(-\sqrt{3}; -1)$	0,25															
1		Tính môđun của z	0,5															
		Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Theo bài ra ta có: $(1 + 2i)(x + yi) + (2 - 3i)(x - yi) = -2 - 2i \Leftrightarrow (3x - 5y) + (-x - y)i = -2 - 2i$	0,25															

2 (1đ)	2	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5y=-2 \\ -x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$. Do đó $ z = \sqrt{2}$	0,25
		Giải bất phương trình $\log_4 x^2 + \log_2 (2x-1) + \log_{\frac{1}{2}} (4x+3) < 0$	0,5
		ĐK: $x > \frac{1}{2}$ (*) $\log_4 x^2 + \log_2 (2x-1) + \log_{\frac{1}{2}} (4x+3) < 0 \Leftrightarrow \log_2 (2x^2 - x) < \log_2 (4x+3)$	0,25
		$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 3$ kết hợp đk (*) ta được $\frac{1}{2} < x < 3$	0,25
3 (1đ)	1	Giải phương trình: $2\cos 5x \cdot \cos 3x + \sin x = \cos 8x$	0,5
		$2\cos 5x \cdot \cos 3x + \sin x = \cos 8x \Leftrightarrow \cos 8x + \cos 2x + \sin x = \cos 8x$ $\Leftrightarrow \cos 2x + \sin x = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$ Phương trình có nghiệm: $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	2	Tính xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn.	0,5
		Số phần tử của không gian mẫu là: $C_9^2 = 36$	0,25
		Gọi A là biến cố: “kết quả nhận được là số chẵn” Số kết quả thuận lợi cho A là: $C_5^1 \cdot C_4^1 + C_4^2 = 26$ Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$	0,25
4 (1đ)		Tính tích phân: $I = \int_1^6 \frac{\sqrt{x+3}+1}{x+2} dx$.	1,0
		Đặt $t = \sqrt{x+3} \Rightarrow x = t^2 - 3 \Rightarrow dx = 2t dt$ Đổi cận $x = 6 \Rightarrow t = 3; x = 1 \Rightarrow t = 2$	0,25
		$I = 2 \int_2^3 \frac{(t+1)t}{t^2-1} dt = 2 \int_2^3 \frac{t}{t+1} dt = 2 \int_2^3 \left(1 + \frac{1}{t-1}\right) dt$	0,25
		$= 2(t + \ln t-1) \Big _2^3$	0,25
		$= 2 + 2\ln 2$	0,25
5 (1đ)		Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, SD theo a.	1,0
		 $\triangle ABC$ cân, $BAC = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều $\Rightarrow AC = a$	0,25

	$Do : SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC, (ABCD)) = SCA = 60^\circ$ Trong $\Delta SAC : AC = a, SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$	
	$S_{ABCD} = BA \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$ Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{2}$	0,25
	Gọi O là tâm của hình thoi. Vì OM là đường trung bình của ΔSBD $\Rightarrow OM \parallel SD \Rightarrow SD \parallel (AMO)$ $\Rightarrow d(SD, MO) = d(SD, (AMO)) = d(S, (AMO)) = \frac{3V_{S.AMO}}{S_{AMO}}$	0,25
	$V_{SAOM} = \frac{1}{2} V_{S.ABO} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{16}$ $\Delta AMO : AM = \frac{1}{2} SB = a; OA = \frac{a}{2}, OM = \frac{1}{2} SD = a \Rightarrow S_{AMO} = \frac{a^2 \sqrt{15}}{16}$ $\Rightarrow d(S, (AMO)) = \frac{3a}{\sqrt{15}} = \frac{a\sqrt{15}}{5} \Rightarrow d(SD, AM) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$	0,25
	Chứng minh rằng mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.	1,0
6 (1đ)	Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 5$ Khoảng cách từ điểm I tới mp(P) là $d(I, (P)) = 3$	0,25
	Vì $d(I, (P)) < R \Rightarrow$ mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Bán kính của đường tròn là $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = 4$	0,25
	Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm I trên (P) suy ra đường thẳng IH đi qua I và vuông góc với mp(P) $\Rightarrow$ pt đường thẳng $IH : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$	0,25
	Khi đó H là giao của mp(P) với $IH \Rightarrow H(3; 0; 2)$	0,25
	Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C của ΔABC	1,0
7 (1đ)		
	Ta có $CJD = 2CAD$ (do ΔACD nội tiếp đường tròn tâm J) Mà $CAD = BAD = BCM \Rightarrow CJD = 2BCM$	0,25

		ΔCJD cân tại J nên $CJD + 2JCD = 180^\circ \Rightarrow 2BCM + 2JCD = 180^\circ$ $\Rightarrow BCM + JCD = 90^\circ \Rightarrow CM \perp CJ$	
		$\Rightarrow CJ : x - y + 4 = 0$, mà $C = CJ \cap CM \Rightarrow C(-1; 3)$	0,25
		Ta có A, C là hai điểm chung của hai đường tròn tâm I và tâm J nên đường thẳng AC đi qua C và vuông góc với IJ $\Rightarrow AC : x = -1$ Đường tròn (C) ngoại tiếp ΔABC có tâm $I(2; 2)$ bán kính $IC = \sqrt{10}$ $\Rightarrow (C) : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 10$ Do: $A = AC \cap (C) \Rightarrow A(-1; 1)$	0,25
		Do: $M = CM \cap (C) \Rightarrow M(3; -1)$ là điểm chính giữa cung BC suy ra IM vuông góc với BC. Đường thẳng BC đi qua C, vuông góc với IM $\Rightarrow BC : x - 3y + 10 = 0$ Do: $B = BC \cap (C) \Rightarrow B\left(\frac{19}{5}; \frac{23}{5}\right)$	0,25
8 (1đ)		Giải hệ phương trình $\begin{cases} (y+1)^2 + y\sqrt{y^2+1} = x + \frac{3}{2} & (1) \\ x + \sqrt{x^2 - 2x + 5} = 1 + 2\sqrt{2x - 4y + 2} & (2) \end{cases}$	1,0
		Đk: $2x - 4y + 2 \geq 0$ Ta có: $(1) \Leftrightarrow 2x - 4y + 2 = \left(\sqrt{y^2+1} + y\right)^2$ thế vào PT (2) ta được	0,25
		$(x-1) + \sqrt{(x-1)^2 + 4} = 2\sqrt{\left(\sqrt{y^2+1} + y\right)^2}$ $\Leftrightarrow \frac{x-1}{2} + \sqrt{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + 1} = y + \sqrt{y^2+1} (*)$ (vì $\sqrt{y^2+1} + y > y + y \geq 0$)	0,25
		Xét hàm số $f(t) = t + \sqrt{t^2+1}$ trên $\mathbb{R}$ $f'(t) = 1 + \frac{t}{\sqrt{t^2+1}} = \frac{\sqrt{t^2+1} + t}{\sqrt{t^2+1}} > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, do $\sqrt{t^2+1} + t > t + t \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, theo (*) ta có $f\left(\frac{x-1}{2}\right) = f(y)$ $\Rightarrow x = 2y + 1$	0,25
		Với $x = 2y + 1$ thay vào (1) ta có: $\left(\sqrt{y^2+1} + y\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \sqrt{y^2+1} + y = 2 \Leftrightarrow \sqrt{y^2+1} = 2 - y \Leftrightarrow y = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{5}{2}; \frac{3}{4}\right)$	0,25
		Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức	1,0
9 (1đ)		Áp dụng BĐT: $x^3 + y^3 \geq \frac{1}{4}(x+y)^3; xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2, \forall x, y > 0$, kết hợp với giả thiết suy ra: $\frac{1}{4}(a+b+c)^3 \leq (a+b)^3 + c^3 \leq 4(a^3 + b^3) + c^3 = 2(a+b+c)(c(a+b) - 2)$ $\leq 2(a+b+c)\left(\frac{(a+b+c)^2}{4} - 2\right) \Rightarrow a+b+c \geq 4$	0,25

	dấu “=” xảy ra khi $a+b=c>0$	
	Khi đó sử dụng BĐT AM-GM ta có: $\frac{2a^2}{3a^2 + b^2 + 2a(c+2)} = \frac{a}{a+c+2 + \left(\frac{b^2}{2a} + \frac{a}{2}\right)}$ $\leq \frac{a}{a+c+2 + 2\sqrt{\frac{b^2}{2a} \cdot \frac{a}{2}}} = \frac{a}{a+b+c+2} \quad \text{dấu “=” xảy ra khi } a=b>0$	0,25
	Và $(a+b)^2 + c^2 \geq \frac{1}{2}(a+b+c)^2 \Rightarrow P \leq \frac{a+b+c}{a+b+c+2} - \frac{(a+b+c)^2}{32}$	0,25
	Đặt $t = a+b+c \geq 4 \Rightarrow P \leq f(t) = \frac{t}{t+2} - \frac{t^2}{32}$ $f'(t) = \frac{2}{(t+2)^2} - \frac{t}{16} = \frac{32 - t(t+2)^2}{16(t+2)^2} < 0, \forall t \geq 4$ $\Rightarrow$ hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $[4; +\infty)$. Do đó $P \leq f(t) \leq f(4) = \frac{1}{6}$. Vậy GTLN của P bằng $\frac{1}{6}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b, a+b=c \\ a+b+c=4 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=1, c=2$	0,25

_____ **Hết** _____