

SỞ GD&ĐT NINH BÌNH TRƯỜNG
TRƯỜNG THPT TRẦN HƯNG ĐẠO

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017
MÔN: TOÁN

LẦN 3

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1: Tìm m để hàm số $y = \frac{x^3 - 6x + m}{4x - m}$ không có tiệm cận đứng?

- A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 8 \end{cases}$. C. $m = 16$. D. $m = 1$.

Câu 2: Hàm số $y = 2x^4 - 8x^3 + 15$:

- A. Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực đại. B. Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại.
C. Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực tiểu. D. Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực tiểu.

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - (3m + 2)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$. C. $-2 \leq m \leq -1$. D. $-2 < m < -1$.

Câu 4: Tìm m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

- A. $m = -2$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- A. $m = 4 \pm \sqrt{10}$. B. $m = 4 \pm \sqrt{3}$. C. $m = 2 \pm \sqrt{3}$. D. $m = 2 \pm \sqrt{10}$.

Câu 6: Hàm số $y = \frac{4}{x^2 + 1}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hãy chọn khẳng định đúng?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	4	$-\infty$

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 4 và giá trị nhỏ nhất bằng 0 .
 B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 .
 C. Không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.
 D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 4 .

Câu 7: Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$. Với giá trị nào của m thì đồ thị (C_m) có 3 điểm cực trị, đồng thời 3 điểm cực trị đó tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2.

- A. $m = \sqrt[5]{4}$. B. $m = 16$. C. $m = \sqrt[5]{16}$. D. $m = -\sqrt[3]{16}$.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^3 x - \cos 2x + \sin x + 2$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. -1. B. 6. C. $\frac{23}{27}$. D. 1.

Câu 9: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất là

- A. $t = 5s$. B. $t = 6s$. C. $t = 3s$. D. $t = 1s$.

Câu 10: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x(2 - \ln x)$ trên $[2; 3]$ là

- A. 1. B. $4 - 2\ln 2$. C. e . D. $-2 + 2\ln 2$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 1 tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

- A. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$. B. $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$. C. $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$. D. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$.

Câu 12: Trong một khối đa diện, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai cạnh bất kì có ít nhất một điểm chung B. Hai mặt bất kì có ít nhất một điểm chung.
 C. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt D. Hai mặt bất kì có ít nhất một cạnh chung

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2cm$ và có thể tích là $8cm^3$. Tính chiều cao xuất phát từ đỉnh S của hình chóp đã cho.

- A. $h = 3cm$. B. $h = 6cm$. C. $h = 10cm$. D. $h = 12cm$.

Câu 14: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2\sqrt{2}cm$ và $AA_1 = 2cm$. Tính thể tích V của khối chóp BA_1ACC_1 .

- A. $V = \frac{16}{3}cm^3$. B. $V = \frac{18}{3}cm^3$. C. $V = \frac{12}{3}cm^3$. D. $V = 8cm^3$.

Câu 15: Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $2cm$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của ba tam giác ABC, ABD, ACD . Tính thể tích V của khối chóp $AMNP$.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{162}cm^3$. B. $V = \frac{2\sqrt{2}}{81}cm^3$. C. $V = \frac{4\sqrt{2}}{81}cm^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{144}cm^3$.

Câu 16: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = 2a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tính độ dài đường sinh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AB .

- A. $l = 4a$. B. $l = a\sqrt{3}$. C. $l = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $l = 2a$.

Câu 17: Một thùng hình trụ có thể tích là 48π , chiều cao là 3 . Diện tích xung quanh của thùng đó là

- A. 12π . B. 24π . C. 4π . D. 18π .

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 3, AC = 4$, SA vuông góc với đáy, $SA = 2\sqrt{14}$. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. $V = \frac{169\pi}{6}$. B. $V = \frac{729\pi}{6}$. C. $V = \frac{2197\pi}{8}$. D. $V = \frac{13\pi}{8}$.

Câu 19: Người ta cần đổ một ống thoát nước hình trụ với chiều cao $200cm$, độ dày của thành ống là $15cm$, đường kính của ống là $80cm$. Lượng bê tông cần phải đổ là

- A. $0,195\pi m^3$. B. $0,18\pi m^3$. C. $0,14\pi m^3$. D. πm^3 .

Câu 20: Số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $2z + \bar{z} - 5 + i = 0$. Tính $3a + 2b$?

- A. 3 . B. -7 . C. 6 . D. -3 .

Câu 21: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Tính môđun của số phức: $z = z_1^2 + z_2^2 + 4 - 3i$.

- A. $|z| = 6$. B. $|z| = 3\sqrt{2}$. C. $|z| = 2\sqrt{3}$. D. $|z| = 18$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 5 - 3i$. Số phức liên hợp của số phức $z = z_1(3 - 2i) + z_2$ là

- A. $\bar{z} = -13 - 4i$. B. $\bar{z} = -13 + 4i$. C. $\bar{z} = 13 - 4i$. D. $\bar{z} = 13 + 4i$.

Câu 23: Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z + 3i| = |z + 2 - i|$. Tìm số phức có môđun nhỏ nhất?

- A. $z = 1 - 2i$. B. $z = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$. C. $z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$. D. $z = -1 + 2i$.

Câu 24: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích:

- A. $S = 9\pi$. B. $S = 12\pi$. C. $S = 16\pi$. D. $S = 25\pi$.

Câu 25: Cho các số phức z_1, z_2 khác nhau thỏa mãn: $|z_1| = |z_2|$. Chọn phương án đúng:

- A. $\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} = 0$. B. $\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}$ là số phức với phần thực và phần ảo đều khác 0.
C. $\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}$ là số thực. D. $\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}$ là số thuần ảo.

Câu 26: Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \cos 5x$.

- A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{5} \sin 5x + C$. B. $\int f(x) dx = 5 \sin 5x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{5} \sin 5x + C$. D. $\int f(x) dx = -5 \sin 5x + C$.

Câu 27: Cho hàm số $g(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 1]$. Có $g(-1) = 3$ và tích phân

$$I = \int_{-1}^1 g'(x) dx = -2. \text{ Tính } g(1).$$

- A. 1. B. -5. C. -6. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 28: Biết $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{2x-5}{2-x}$ và $G(1) = 3$. Tính $G(4)$.

- A. $\ln 2 + 3$. B. $3 - \ln 2$. C. $-\ln 2 - 3$. D. $\ln 2 - 3$.

Câu 29: Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$, tính $I = \int_2^4 f\left(\frac{x}{2}\right) dx$.

- A. -6 . B. $-\frac{3}{2}$. C. -1 . D. 5 .

Câu 30: Biết rằng: $\int_0^{\ln 2} \left(x + \frac{1}{2e^x + 1}\right) dx = \frac{1}{2} \ln^a 2 + b \ln 2 + c \ln \frac{5}{3}$. Trong đó a, b, c là những số nguyên. Khi đó $S = a + b - c$ bằng:

- A. 2 . B. 3 . C. 4 . D. 5 .

Câu 31: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x^2}$ và $y^2 = 6-3x$ bằng:

- A. $\frac{2\pi}{3} - \frac{7\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{\pi}{3} + \frac{7\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 32: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t) = \frac{4000}{1+0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250000 con. Hỏi sau 10 ngày số lượng vi trùng là bao nhiêu?

- A. 258 959 con. B. 253 584 con. C. 257 167 con. D. 264 334 con.

Câu 33: Cho $\log 3 = m$; $\ln 3 = n$. Hãy biểu diễn $\ln 30$ theo m và n .

- A. $\ln 30 = \frac{n}{m} + 1$. B. $\ln 30 = \frac{m}{n} + n$. C. $\ln 30 = \frac{n+m}{n}$. D. $\ln 30 = \frac{n}{m} + n$.

Câu 34: Tập xác định của hàm số $y = (x+3)^{\frac{3}{2}} - \sqrt[4]{5-x}$ là

- A. $D = (-3; +\infty)$. B. $D = (-3; 5)$. C. $D = (-3; +\infty) \setminus \{5\}$. D. $D = (-3; 5]$.

Câu 35: Bạn Hùng trúng tuyển vào đại học nhưng vì không đủ nộp tiền học phí Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm 3.000.000 đồng để nộp học với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T mà Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến hàng đơn vị) là

A. 232518 đồng. B. 309604 đồng. C. 215456 đồng. D. 232289 đồng.

Câu 36: Cho hàm số $f(x) = \log_3(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm S của phương trình $f''(x) = 0$ là

A. $S = \emptyset$. B. $S = \{1 \pm \sqrt{2}\}$. C. $S = \{0; 2\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 37: Bất phương trình $3\log_3(x-1) + \log_{\sqrt[3]{3}}(2x-1) \leq 3$ có tập nghiệm là

A. $(1; 2]$. B. $[1; 2]$. C. $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. D. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 38: Mọi số thực dương a, b . Mệnh đề nào đúng?

A. $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a > b$. B. $\log_2(a^2 + b^2) = 2\log(a + b)$.
C. $\log_{a^2+1} a \geq \log_{a^2+1} b$. D. $\log_2 a^2 = \frac{1}{2}\log_2 a$.

Câu 39: Rút gọn biểu thức: $P = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{-\sqrt{3}+2} \cdot a^{2+\sqrt{3}}}$ ($a > 0$). Kết quả là

A. 1. B. a^6 . C. a^4 . D. $\frac{1}{a^4}$.

Câu 40: Giải phương trình $x^2 \cdot 5^{x-1} - (3^x - 3 \cdot 5^{x-1})x + 2 \cdot 5^{x-1} - 3^x = 0$.

A. $x = 1, x = 2$. B. $x = 0, x = 1$. C. $x = \pm 1$. D. $x = \pm 2$.

Câu 41: Phương trình $(3 + \sqrt{5})^x + (3 - \sqrt{5})^x = 3 \cdot 2^x$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.

Câu 42: Tập nghiệm của bất phương trình: $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ là

A. $[-1; 0)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1]$. D. $[-1; 1]$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 3; 2)$ và $B(5; 1; 4)$.

Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I\left(\frac{7}{2}; 3; -\frac{5}{2}\right)$. B. $I(4; 2; 3)$. C. $I\left(2; \frac{3}{2}; -1\right)$. D. $I\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (0; 2; 4)$. B. $\vec{u}_1 = (2; -1; 0)$. C. $\vec{u}_1 = (1; -1; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (-2; 3; 5)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 2; 5)$, $B(3; 1; 3)$, $C(2; 6; 1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $2x - z - 3 = 0$. B. $2x + y + z - 3 = 0$. C. $4x - y - 5z + 13 = 0$. D. $9x - y + z - 16 = 0$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(-1; 3; 2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 3 = 0$.

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1$.
C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 4$. D. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$ và đường thẳng

$d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$; $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

- A. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{-5}$. B. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$.
C. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$

và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

- A. $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

D. $d: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$; $B(0;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 12 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất?

A. $M(2;2;9)$.

B. $M\left(-\frac{6}{11}; -\frac{18}{11}; \frac{25}{11}\right)$.

C. $M\left(\frac{7}{6}; \frac{7}{6}; \frac{31}{4}\right)$.

D. $M\left(-\frac{6}{15}; -\frac{11}{15}; -\frac{18}{15}\right)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng: $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1, t \in \mathbb{R}; \\ z = t \end{cases}$

$d_1: \begin{cases} x = 2 \\ y = u, u \in \mathbb{R}; \\ z = 1 + u \end{cases}$ $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt cầu tiếp xúc với cả

d_1, d_2 và có tâm thuộc đường thẳng Δ ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.

B. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$.

C. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

D. $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$.

HẾT

Đáp án

1-B	2-C	3-C	4-C	5-A	6-D	7-A	8-C	9-C	10-B
11-A	12-C	13-D	14-A	15-C	16-A	17-B	18-B	19-A	20-A
21-B	22-D	23-C	24-C	25-D	26-C	27-A	28-	29-A	30-C
31-A	32-D	33-D	34-D	35-D	36-A	37-A	38-A	39-D	40-C
41-A	42-D	43-B	44-C	45-A	46-A	47-C	48-C	49-D	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B

Ta có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{m}{4} \right\}$.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì $x = \frac{m}{4}$ là nghiệm của PT $x^2 - 6x + m = 0$.

Suy ra $\left(\frac{m}{4} \right)^2 - 6 \cdot \frac{m}{4} + m = 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 8 \end{cases}$.

Câu 2: Đáp án C

Ta có $y' = 8x^3 - 24x^2$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		-	0	-	0	+	
y	$+\infty$						$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta hàm số nhận $x = 3$ làm điểm cực tiểu.

Câu 3: Đáp án C

Ta có $y' = x^2 - 2mx - (3m + 2)$.

Vì y' là hàm bậc hai nên $y' = 0$ tại hữu hạn các điểm. Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hay

$$\begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1.$$

Câu 4: Đáp án C

Ta có $y' = -x^2 + 2mx - (m^2 - m + 1)$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ thì $y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$.

Với $m = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 1$. Lập bảng biến thiên suy ra $m = 1$ loại.

Với $m = 2$, ta có $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$. Lập bảng biến thiên, ta nhận được kết quả đúng.

Câu 5: Đáp án A

Hoành độ giao điểm là nghiệm PT:

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m-1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 + (m-2)x + m-2 = 0 \\ x \neq -1 \end{cases}.$$

Đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1 , hay

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ f(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 12 > 0 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 6 \end{cases} (*) .$$

Khi đó, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $f(x) = 0$, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 - m \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$

(Viète).

Giả sử $A(x_1; x_1 + m - 1), B(x_2; x_2 + m - 1) \Rightarrow AB = \sqrt{2}|x_2 - x_1|$.

Theo giả thiết $AB = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{2}|x_2 - x_1| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 6 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow m = 4 \pm \sqrt{10}$$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được $m = 4 \pm \sqrt{10}$

Câu 6: Đáp án D

Dựa vào bảng biến ta thấy hàm số có giá trị lớn nhất bằng 4, không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 7: Đáp án A

Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx$, cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m} \end{cases}$

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi $m > 0$.

Gọi $A(0; 2m + m^4)$, $B(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$, $C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$

Khi đó: $BC = 4\sqrt{m}$ và $h = m^2$

Khi đó: $S = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{m} \cdot m^2 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{m^5} = 2 \Leftrightarrow m = \sqrt[5]{4}$

Câu 8: Đáp án C

Ta có $y = \sin^3 x - \cos 2x + \sin x + 2 = \sin^3 x + 2\sin^2 x + \sin x + 1$

Đặt $t = \sin x$ với $t \in (-1; 0)$ vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$

Khi đó $y = t^3 + 2t^2 + t + 1$ nên $y' = 3t^2 + 4t + 1$, cho $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases}$

Lập BBT

Dựa vào BBT suy ra $\min_{\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)} y = \frac{23}{27}$

Câu 9: Đáp án C

Ta có: $v(t) = S' = -6t^2 + 36t + 1$ và $v'(t) = -12t + 36$, cho $v'(t) = 0 \Rightarrow t = 3$

Lập BBT suy ra $t = 3s$ thì vận tốc đạt giá trị lớn nhất bằng 55 m/s .

Câu 10: Đáp án B

$f'(x) = 1 - \ln x$, cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = e$

Khi đó $f(2) = 4 - 2\ln 2$, $f(3) = 6 - 3\ln 3$ và $f(e) = e$ nên $\min_{[2;3]} f(x) = 4 - 2\ln 2$.

Câu 11: Đáp án A

Ta có $y' = 3x^2 - 3m$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = m$.

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$.

$$\text{Ta có } y = x^3 - 3mx + 2 = \frac{1}{3}x(3x^2 - 3m) - 2mx + 2 = \frac{1}{3}x.y' - 2mx + 2.$$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ có phương trình $\Delta: y = -2mx + 2$

$$\text{Ta có: } S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2}.IA.IB.\sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2}\sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2}$$

Diện tích tam giác IAB lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$ khi $\sin \widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow AI \perp BI$.

$$\text{Gọi } H \text{ là trung điểm } AB \text{ ta có: } IH = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{2}}{2} = d_{(I, \Delta)}$$

$$\text{Mà } d_{(I, \Delta)} = \frac{|2m+1-2|}{\sqrt{4m^2+1}}$$

Suy ra:

$$d_{(I, \Delta)} = \frac{|2m+1-2|}{\sqrt{4m^2+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |4m-2| = \sqrt{2(4m^2+1)} \Leftrightarrow 8m^2 - 16m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 12: Đáp án C

Câu 13: Đáp án D

Tam giác ABC vuông cân tại A nên

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = 2 \text{ cm}^2.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}h.S_{\Delta ABC} \Rightarrow h = 3 \frac{V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}.$$

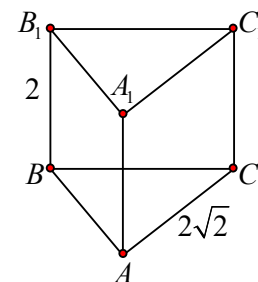
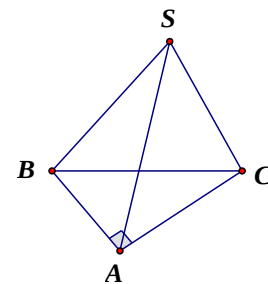
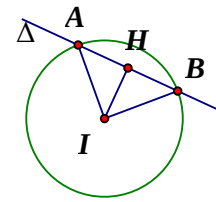
Câu 14: Đáp án A

Tứ giác AA_1C_1C là hình chữ nhật có hai kích thước $AA_1 = 2 \text{ cm}$

và $AC = 2\sqrt{2} \text{ cm}$ ($= AB$) nên $S_{AA_1C_1C} = 4\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

$$\text{Vậy } V_{B.A_1ACC_1} = \frac{1}{3}BA.S_{AA_1C_1C} = \frac{1}{3}2\sqrt{2}.4\sqrt{2} = \frac{16}{3} \text{ cm}^3.$$

Câu 15: Đáp án C



Tam giác BCD đều $\Rightarrow DE = \sqrt{3} \Rightarrow DH = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

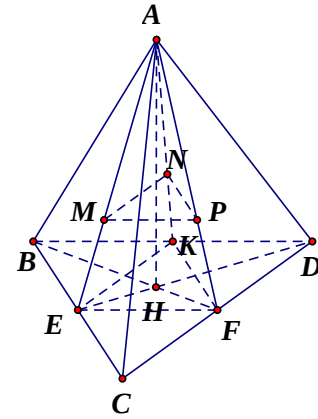
$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$S_{\Delta EFK} = \frac{1}{2} \cdot d_{(E, FK)} \cdot FK = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot d_{(D, BC)} \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{SKFE} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{\Delta EFK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{6}.$$

Mà $\frac{AM}{AE} = \frac{AN}{AK} = \frac{AP}{AF} = \frac{2}{3}$

Lại có: $\frac{V_{AMNP}}{V_{AEKF}} = \frac{AM}{AE} \cdot \frac{AN}{AK} \cdot \frac{AP}{AF} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{8}{27} V_{AEKF} = \frac{4\sqrt{2}}{81}.$



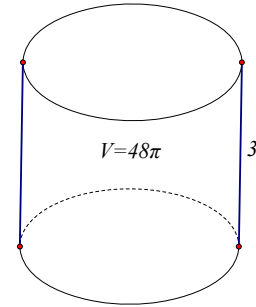
Câu 16: Đáp án A

Độ dài đường sinh $l = BC = \frac{AC}{\sin \hat{B}} = 4a.$

Câu 17: Đáp án B

$$V = \pi R^2 h = 48\pi \Rightarrow R = \sqrt{\frac{48}{3}} = 4$$

$$S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi \quad (\text{do } l = h)$$

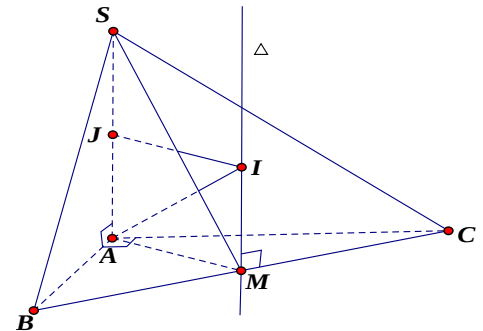


Câu 18: Đáp án B

Gọi M là trung điểm của BC . Từ M kẻ đường thẳng $\Delta \notin SA$. Khi đó Δ là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Đường trung trực của cạnh bên SA qua trung điểm J và cắt Δ tại I . Suy ra I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Có bán kính $R = IA = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \frac{9}{2}$

Vậy $V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{9}{2}\right)^3 = \frac{729}{6} \pi$

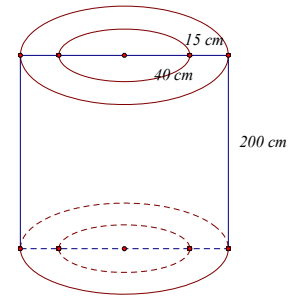


Câu 19: Đáp án A

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối trụ bên ngoài và bên trong

Do đó lượng bê tông cần phải đổ là:

$$V = V_1 - V_2 = \pi \cdot 40^2 \cdot 200 - \pi \cdot 25^2 \cdot 200 = 195000\pi \text{ cm}^3 = 0,195\pi \text{ m}^3$$



Câu 20: Đáp án A

$$2z + \bar{z} - 5 + i = 0 \Leftrightarrow 2(a + bi) + (a - bi) - 5 + i = 0$$

$$\Leftrightarrow (3a - 5) + (b + 1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 5 = 0 \\ b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{3} \\ b = -1 \end{cases}$$

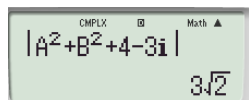
Vậy: $3a + 2b = 3$

Câu 21: Đáp án B

$$z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \rightarrow A \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \rightarrow B \end{cases}$$

Chuyển máy tính sang chế độ số phức (MODE - 2)

Nhập vào màn hình: $|A^2 + B^2 + 4 - 3i| = 3\sqrt{2}$.



Câu 22: Đáp án D

Chuyển máy tính sang chế độ số phức (MODE - 2)

$$z = z_1(3 - 2i) + z_2 = (2 + i)(3 - 2i) + 5 - 3i = 13 - 4i \Rightarrow \bar{z} = 13 + 4i.$$

Câu 23: Đáp án C

Phương pháp tự luận

Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

$$|z + 3i| = |z + 2 - i| \Leftrightarrow |x + (y + 3)i| = |(x + 2) + (y - 1)i| \Leftrightarrow x^2 + (y + 3)^2 = (x + 2)^2 + (y - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 6y + 9 = 4x + 4 - 2y + 1 \Leftrightarrow 4x - 8y - 4 = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2y + 1$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2y+1)^2 + y^2} = \sqrt{5y^2 + 4y + 1} = \sqrt{5\left(y + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}} \geq \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Suy ra $|z|_{\min} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ khi $y = -\frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{1}{5}$

Vậy $z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$.

Phương pháp trắc nghiệm

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$|z + 3i| = |z + 2 - i| \Leftrightarrow |x + (y + 3)i| = |(x + 2) + (y - 1)i| \Leftrightarrow x^2 + (y + 3)^2 = (x + 2)^2 + (y - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 6y + 9 = 4x + 4 - 2y + 1 \Leftrightarrow 4x - 8y - 4 = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 1 = 0$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa điều kiện $|z + 3i| = |z + 2 - i|$ là đường thẳng $d : x - 2y - 1 = 0$.

Phương án A: $z = 1 - 2i$ có điểm biểu diễn $(1; -2) \notin d$ nên loại A.

Phương án B: $z = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$ có điểm biểu diễn $\left(-\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right) \notin d$ nên loại B.

Phương án D: $z = -1 + 2i$ có điểm biểu diễn $(-1; 2) \notin d$ nên loại B.

Phương án C: $z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$ có điểm biểu diễn $\left(\frac{1}{5}; -\frac{2}{5}\right) \in d$

Câu 24: Đáp án C

$$w = 2z + 1 - i \Rightarrow z = \frac{w - 1 + i}{2}$$

$$|z - 3 + 4i| \leq 2 \Leftrightarrow \left| \frac{w - 1 + i}{2} - 3 + 4i \right| \leq 2 \Leftrightarrow |w - 1 + i - 6 + 8i| \leq 4 \Leftrightarrow |w - 7 + 9i| \leq 4 \quad (1)$$

Giả sử $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), khi đó $(1) \Leftrightarrow (x - 7)^2 + (y + 9)^2 \leq 16$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức w là hình tròn tâm $I(7; -9)$, bán kính $r = 4$.

Vậy diện tích cần tìm là $S = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$.

Câu 25: Đáp án D

Phương pháp tự luận:

Vì $|z_1| = |z_2|$ và $z_1 \neq z_2$ nên cả hai số phức đều khác 0. Đặt $w = \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}$ và $|z_1| = |z_2| = a$,

ta có

$$\overline{w} = \overline{\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \right)} = \frac{\overline{z_1 + z_2}}{\overline{z_1 - z_2}} = \frac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{\overline{z_1} - \overline{z_2}} = \frac{\frac{a^2}{z_1} + \frac{a^2}{z_2}}{\frac{a^2}{z_1} - \frac{a^2}{z_2}} = \frac{z_1 + z_2}{z_2 - z_1} = -w$$

Từ đó suy ra w là số thuần ảo. Chọn D.

Phương pháp trắc nghiệm:

Số phức z_1, z_2 khác nhau thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$ nên chọn $z_1 = 1; z_2 = i$, suy ra

$$\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} = \frac{1 + i}{1 - i} = i \text{ là số thuần ảo.}$$

Câu 26: Đáp án C

$$\int f(x) dx = \frac{1}{5} \int \cos 5x d(5x) = \frac{1}{5} \sin 5x + C$$

Câu 27: Đáp án A

$$I = \int_{-1}^1 g'(x) dx = g(x) \Big|_{-1}^1 = g(1) - g(-1) = -2 \Rightarrow g(1) = g(-1) - 2 = 3 - 2 = 1$$

Câu 28: Đáp án

Bài này bị lỗi đề, tại điểm $x = 2$ thì $g(x)$ không xác định nên không thể dùng giả thiết $G(1) = 3$ để tính $G(4)$.

Câu 29: Đáp án A

Đặt $\frac{x}{2} = t \Rightarrow dx = 2dt$. Đổi cận: $x = 4 \Rightarrow t = 2, x = 2 \Rightarrow t = 1$.

$$I = \int_2^4 f\left(\frac{x}{2}\right) dx = 2 \int_1^2 f(t) dt = 2 \int_1^2 f(x) dx = -6$$

Câu 30: Đáp án C

$$\int_0^{\ln 2} \left(x + \frac{1}{2e^x + 1} \right) dx = \int_0^{\ln 2} x dx + \int_0^{\ln 2} \frac{1}{2e^x + 1} dx$$

$$\text{Tính } \int_0^{\ln 2} x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^{\ln 2} = \frac{\ln^2 2}{2}$$

Tính $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{2e^x + 1} dx$

Đặt $t = 2e^x + 1 \Rightarrow dt = 2e^x dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{t-1}$. Đổi cận: $x = \ln 2 \Rightarrow t = 5, x = 0 \Rightarrow t = 3$.

$$\int_0^{\ln 2} \frac{1}{2e^x + 1} dx = \int_3^5 \frac{dt}{t(t-1)} = \int_3^5 \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t} \right) dt = (\ln|t-1| - \ln|t|) \Big|_3^5 = \ln 4 - \ln 5 - \ln 2 + \ln 3 = \ln 2 - \ln \frac{5}{3}$$

.

$$\int_0^{\ln 2} \left(x + \frac{1}{2e^x + 1} \right) dx = \frac{1}{2} \ln^2 2 + \ln 2 - \ln \frac{5}{3} \Rightarrow a = 2, b = 1, c = -1$$

Vậy $a + b - c = 4$.

Câu 31: Đáp án A

Ta có: $y^2 = 6 - 3x \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{6 - 3x}$

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\sqrt{4 - x^2} = \sqrt{6 - 3x} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 3x \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\sqrt{4 - x^2} = -\sqrt{6 - 3x} \Leftrightarrow 4 - x^2 = 6 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_1^2 (\sqrt{4 - x^2} - \sqrt{6 - 3x}) dx = \int_1^2 \sqrt{4 - x^2} dx - \int_1^2 \sqrt{6 - 3x} dx = \frac{2\pi}{3} - \frac{7\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 32: Đáp án D

Ta có: $N(t) = \int N'(t) dt = \int \frac{4000}{1 + 0,5t} dt = 8000 \cdot \ln|1 + 0,5t| + C$

Mà số lượng vi trùng ban đầu bằng 250000 con nên $C = 250000$.

Do đó: $N(t) = 8000 \cdot \ln|1 + 0,5t| + 250000$.

Vậy sau 10 ngày số lượng vi trùng bằng: $N(10) = 8000 \cdot \ln 6 + 250000 = 264334$ con.

Câu 33: Đáp án D

Ta có:

$$\begin{aligned} \log 3 = m &\Leftrightarrow 3 = 10^m; \ln 3 = n \Leftrightarrow 3 = e^n \\ \Rightarrow 10^m = e^n &\Leftrightarrow n = m \ln 10 \end{aligned}$$

Vậy $\ln 30 = \ln 3 + \ln 10 = n + \frac{n}{m}$.

Câu 34: Đáp án D

Hàm số $y = (x+3)^{\frac{3}{2}} - \sqrt[4]{5-x}$ xác định khi: $\begin{cases} x+3 > 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \leq 5 \end{cases}$

Vậy TXĐ $D = (-3; 5]$

Câu 35: Đáp án D

+ Tính tổng số tiền mà Hùng nợ sau 4 năm học:

Sau 1 năm số tiền Hùng nợ là: $3+3r = 3(1+r)$

Sau 2 năm số tiền Hùng nợ là: $3(1+r)^2 + 3(1+r)$

Tương tự: Sau 4 năm số tiền Hùng nợ là:

$$3(1+r)^4 + 3(1+r)^3 + 3(1+r)^2 + 3(1+r) = 12927407,43 = A$$

+ Tính số tiền T mà Hùng phải trả trong 1 tháng:

Sau 1 tháng số tiền còn nợ là: $A + Ar - T = A(1+r) - T$.

Sau 2 tháng số tiền còn nợ là: $A(1+r) - T + (A(1+r) - T)r - T = A(1+r)^2 - T(1+r) - T$

Tương tự sau 60 tháng số tiền còn nợ là:

$$A(1+r)^{60} - T(1+r)^{59} - T(1+r)^{58} - \dots - T(1+r) - T.$$

Hùng trả hết nợ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & A(1+r)^{60} - T(1+r)^{59} - T(1+r)^{58} - \dots - T(1+r) - T = 0 \\ \Leftrightarrow & A(1+r)^{60} - T[(1+r)^{59} + (1+r)^{58} + \dots + (1+r) + 1] = 0 \\ \Leftrightarrow & A(1+r)^{60} - T \frac{(1+r)^{60} - 1}{1+r-1} = 0 \\ \Leftrightarrow & A(1+r)^{60} - T \frac{(1+r)^{60} - 1}{r} = 0 \\ \Leftrightarrow & T = \frac{Ar(1+r)^{60}}{(1+r)^{60} - 1} \\ \Leftrightarrow & T \approx 232.289 \end{aligned}$$

Câu 36: Đáp án A

Điều kiện: $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$.

$$f'(x) = \frac{2x-2}{(x^2-2x) \cdot \ln 3}, \quad f''(x) = \frac{1}{\ln 3} \left(\frac{-2x^2+4x-4}{(x^2-2x)^2} \right).$$

Vậy $f''(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 4x - 4 = 0$ (phương trình vô nghiệm).

Câu 37: Đáp án A

Điều kiện: $x > 1$

$$\text{pt} \Leftrightarrow 3 \log_3 (x-1) + 3 \log_3 (2x-1) \leq 3 \Leftrightarrow \log_3 (x-1)(2x-1) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x-1) \leq 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2.$$

Kết hợp với điều kiện suy ra tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (1; 2]$.

Câu 38: Đáp án A

Vì hàm số $y = \log_{\frac{3}{4}} x$ có cơ số nhỏ hơn 1 nên hàm số nghịch biến do đó

$$\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a > b.$$

Câu 39: Đáp án D

$$P = \frac{a^{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}}{a^{-\sqrt{3}+2+2+\sqrt{3}}} = \frac{a^2}{a^4} = \frac{1}{a^2}$$

Câu 40: Đáp án C

Cách 1: Sử dụng chức năng CALC của MTCT ta thay các đáp án vào thấy $x = \pm 1$ thỏa mãn.

Cách 2:

Biến đổi phương trình thành:

$$(x^2 + 3x + 2) \cdot 5^{x-1} - (x+1) \cdot 3^x = 0 \Leftrightarrow (x+1) \left[(x+2) \cdot 5^{x-2} - 3^x \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ (x+2) \cdot 5^{x-1} = 3^x \Leftrightarrow x+2 = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x \end{cases} \quad (1)$$

Ta thấy phương trình (1) có vẻ phải là hàm nghịch biến, vẻ trái là hàm đồng biến nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x = \pm 1$.

Câu 41: Đáp án A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$(3 + \sqrt{5})^x + (3 - \sqrt{5})^x = 3 \cdot 2^x \Leftrightarrow \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^x + \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)^x = 3.$$

$$\text{Nhận thấy } \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) = 1 \Rightarrow \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)^x = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^{-x}.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^x > 0 \Rightarrow \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)^x = \frac{1}{t}$$

Phương trình

$$\Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ t = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Câu 42: Đáp án D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0.$$

Đặt $t = 3^x > 0$. BPT

$$\Leftrightarrow 3t^2 - 10t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 3 \Leftrightarrow 3^{-1} \leq t \leq 3 \Rightarrow 3^{-1} \leq 3^x \leq 3^1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

Câu 43: Đáp án B

$$\text{Tọa độ trung điểm } I : \begin{cases} x = \frac{3+5}{2} = 4 \\ y = \frac{3+1}{2} = 2 \\ z = \frac{2+4}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I(4; 2; 3).$$

Câu 44: Đáp án C

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + t \end{cases} \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{u}_1 = (1; -1; 1).$$

Câu 45: Đáp án A

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; -1; -2) \\ \overrightarrow{AC} = (-2; 4; -4) \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; 0; -6).$$

$$\text{Phương trình } mp(ABC): \begin{cases} \text{Đi qua } A(4; 2; 5) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (12; 0; -6) \end{cases} \Rightarrow 12(x-4) + 0(y-2) - 6(z-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 12x - 6z - 18 = 0 \Leftrightarrow 2x - z - 3 = 0.$$

Câu 46: Đáp án A

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = d(I; (P)) = 3.$$

$$\text{Phương trình mặt cầu là } (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9.$$

Câu 47: Đáp án C

Vectơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là

$$\vec{u}_{d_1} = (2; 1; 2), \vec{u}_{d_2} = (1; 2; 3).$$

$$\text{Giả sử } d \cap d_2 = B \Rightarrow B \in d_2.$$

$$\text{Gọi } B(3+t; 2+2t; 3t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1+t; 2t; 3t-1).$$

$$\text{Vì } d \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_{d_1} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \Leftrightarrow 2(1+t) + 2t + 2(3t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 0.$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AB} = (1; 0; -1).$$

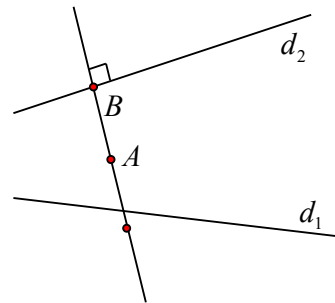
d đi qua $A(2; 1; 2)$ và có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -1)$, nên có phương trình:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 48: Đáp án C

Vectơ chỉ phương của $\Delta: \vec{u}_\Delta = (1; 1; -1)$, vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 2)$.

$$\text{Vì } \begin{cases} d \perp \Delta \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_{(P)}] = (4; -3; 1).$$



Tọa độ giao điểm $H = \Delta \cap (P)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \\ x + 2y + 2z - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -2 \Rightarrow H(-2; -1; 4).$$

Lại có $(d; \Delta) \cap (P) = d$, mà $H = \Delta \cap (P)$. Suy ra $H \in d$.

Vậy đường thẳng d đi qua $H(-2; -1; 4)$ và có VTCP $\vec{u}_d = (4; -3; 1)$ nên có phương

$$\text{trình } d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

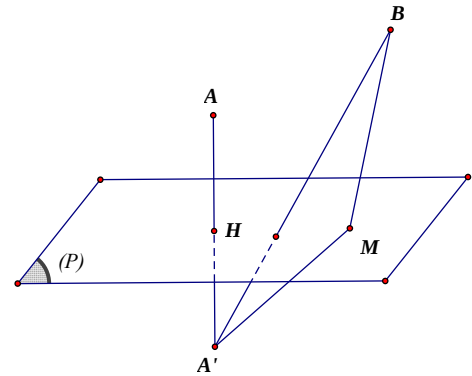
Câu 49: Đáp án D

Thay tọa độ $A(1; 0; 2); B(0; -1; 2)$ vào phương trình mặt phẳng (P) , ta được $P(A)P(B) > 0 \Rightarrow$ hai điểm A, B cùng phía với đối với mặt phẳng (P) .

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P) . Ta có

$$MA + MB = MA' + MB \geq A'B.$$

Nên $\min(MA + MB) = A'B$ khi và chỉ khi M là giao điểm của $A'B$ với (P) .



Phương trình $AA': \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ (AA' đi qua $A(1; 0; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$).

Gọi H là giao điểm của AA' trên (P) , suy ra tọa độ của H là $H(0; -2; 4)$, suy ra

$$A'(-1; -4; 6), \text{ nên phương trình } A'B: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - 4t \end{cases}.$$

Vì M là giao điểm của $A'B$ với (P) nên ta tính được tọa độ $M\left(-\frac{2}{5}; -\frac{11}{5}; \frac{18}{5}\right)$.

Câu 50: Đáp án A

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;1;0)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d_1}} = (0;0;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(2;0;1)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d_2}} = (0;1;1)$.

Gọi I là tâm của mặt cầu. Vì $I \in \Delta$ nên ta tham số hóa $I(1+t;t;1+t)$, từ đó

$$\overrightarrow{IM_1} = (-t; 1-t; -1-t), \quad \overrightarrow{IM_2} = (1-t; -t; -t).$$

Theo giả thiết ta có $d(I; d_1) = d(I; d_2)$, tương đương với

$$\frac{\left| \left[\overrightarrow{IM_1}; \overrightarrow{u_{d_1}} \right] \right|}{\left| \overrightarrow{u_{d_1}} \right|} = \frac{\left| \left[\overrightarrow{IM_2}; \overrightarrow{u_{d_2}} \right] \right|}{\left| \overrightarrow{u_{d_2}} \right|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(1-t)^2 + t^2}}{1} = \frac{\sqrt{2(1-t)^2}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow t = 0$$

Suy ra $I(1;0;1)$ và bán kính mặt cầu là $R = d(I; d_1) = 1$. Phương trình mặt cầu cần tìm

$$\text{là } (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1.$$

HẾT