

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2025 - 2026

MÔN: TOÁN

Ngày thi: 13/01/2026

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi: 0106

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 6 trang)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $y = \log_3(2x - 1)$ có đồ thị (C) . Gọi M là giao điểm của (C) và đường thẳng $y = 2$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hệ số góc bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{2}{9 \ln 3}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{9 \ln 3}$.

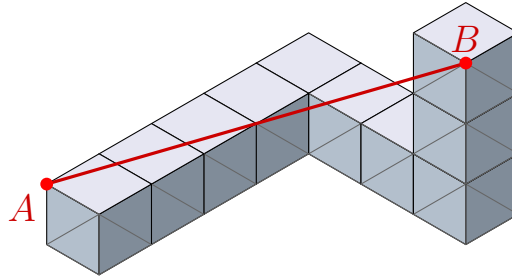
Câu 2. Thống kê điểm trung bình cuối học kỳ I môn Toán của 50 học sinh lớp 11A trường THPT X được cho ở bảng sau:

Nhóm	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Tần số	1	5	9	20	15

Khoảng tứ phân vị (làm tròn đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu trên bằng

- A. 1, 44. B. 1, 45. C. 1, 47. D. 1, 46.

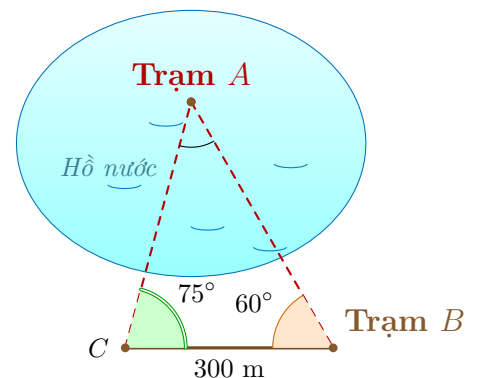
Câu 3. Hình dưới đây có được bằng cách sử dụng 10 khối lập phương cạnh bằng 1 xếp khít vào nhau. Khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng



- A. $\sqrt{34}$. B. 5. C. $\sqrt{41}$. D. 6.

Câu 4. Có hai trạm quan sát A và B , trong đó trạm A ở giữa một cái hồ, trạm B ở ven hồ. Để tính khoảng cách giữa hai trạm A và B , người ta chọn điểm C ở ven hồ. Sau đó thực hiện đo các góc $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ và khoảng cách BC được kết quả $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $\widehat{ACB} = 75^\circ$ và $BC = 300$ m. Khoảng cách giữa hai trạm A và B bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

- A. 451 m. B. 450 m. C. 409 m. D. 410 m.



Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I lên SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $(SAC) \perp (ABC)$. B. $(BIH) \perp (SBC)$. C. $(SBC) \perp (SAC)$. D. $(SAC) \perp (BIH)$.

Câu 6. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ đồng thời hai vectơ $\vec{u} = \frac{5}{2}\vec{a} - 2\vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$ vuông góc với nhau. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. 60° . B. 150° . C. 120° . D. 30° .

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4\pi^2 - x^2} \cdot \sin 2x = 0$ là

- A. 7. B. 8. C. 5. D. 9.

Câu 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$. Số đo góc nhị diện $[A, B'D', A']$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) bằng

- A. 50° . B. 60° . C. 54° . D. 64° .

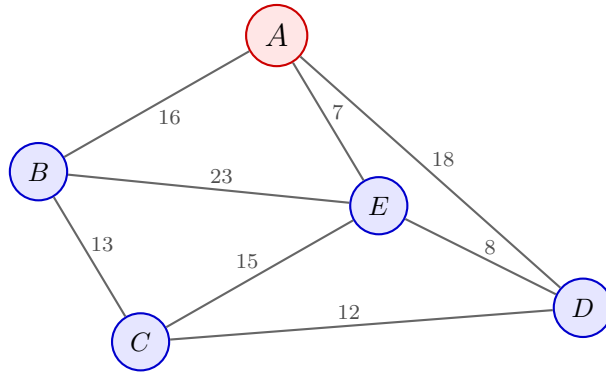
Câu 9. Cho đa giác đều có 30 đỉnh. Số hình chữ nhật có 4 đỉnh được lấy từ các đỉnh của đa giác đã cho là

- A. 435. B. 105. C. 210. D. 870.

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi M là trung điểm của CD . Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{SM}$ và $\vec{CB}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11. Anh Hà đang ở địa điểm A và cần chuyển hàng hóa gấp tới bốn địa điểm B, C, D, E . Anh Hà xuất phát từ A và lần lượt đi qua các địa điểm còn lại (mỗi địa điểm đi qua một lần duy nhất) rồi quay về A . Biết thời gian (đơn vị: phút) di chuyển giữa các điểm được mô tả bởi sơ đồ như hình bên dưới và thời gian giao hàng tại mỗi nơi đều là 5 phút. Thời gian ít nhất để anh Hà hoàn thành công việc là



- A. 56 phút. B. 76 phút. C. 90 phút. D. 70 phút.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 1}{x - 4} = 1$. Giá trị $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2 + 3) + x^2 - 2}{x - 1}$ bằng

- A. 4. B. 3. C. 0. D. 5.

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(a^2 - 4)x^3 - 2x^2 + 2025x + 2026] = -\infty$?

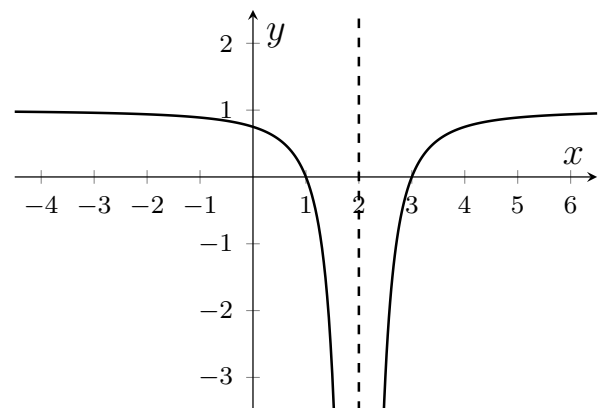
- A. 6. B. 3. C. 5. D. 7.

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy , gọi P là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 10$; $0 \leq y \leq 10$ và $x, y \in \mathbb{N}$. Số đoạn thẳng có độ dài bằng 5 và có hai đầu mút thuộc P là

- A. 132. B. 356. C. 220. D. 188.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) có $f(0) = 1$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $\max_{[-4; -3]} f(x) = \frac{m}{n}$ (với $m, n \in \mathbb{Z}; n > 0$; $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị của $m + 2n$ bằng

- A. -24. B. 14. C. -14. D. 3.



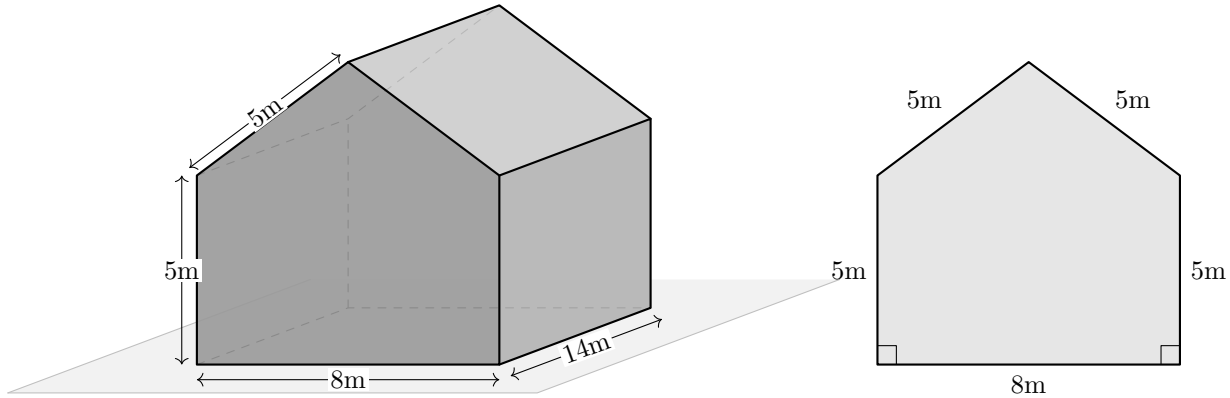
Câu 16. Một lớp học có 45% học sinh là nam. Số học sinh nữ bị cận thị chiếm 25% số học sinh của lớp. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh được chọn là nữ, xác suất để học sinh đó bị cận thị bằng

- A. $\frac{11}{80}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BB' và AD . Giá trị của $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AC'}$ bằng

- A. -4. B. 8. C. -8. D. 4.

Câu 18. Một nhà kho có dạng hình lăng trụ ngũ giác đứng với các kích thước bên trong như hình vẽ. Thể tích phần không gian bên trong nhà kho bằng



- A. 784 m^3 . B. 728 m^3 . C. 644 m^3 . D. 735 m^3 .

Câu 19. Người ta theo dõi tuổi thọ của 100 con ong, kết quả được thống kê trong bảng sau:

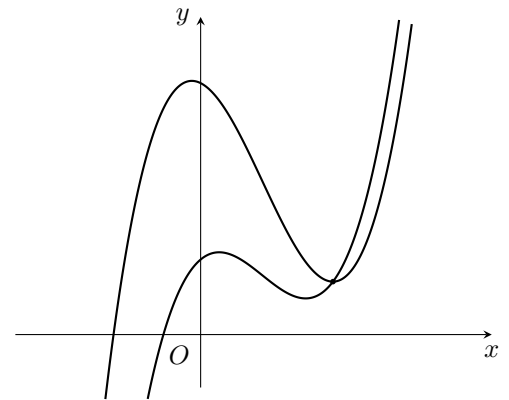
Tuổi thọ (ngày)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Tuổi thọ trung bình của 100 con ong trên là

- A. 50 ngày. B. 63,4 ngày. C. 70 ngày. D. 54,1 ngày.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}; a \neq 0$). Các hàm số $g(x) = f(x) - \frac{8}{3}x + 8$ và $h(x) = f(x) - 4x + 12$ có đồ thị là hai đường cong như hình vẽ, trong đó đồ thị của một hàm số đi qua một điểm cực trị của đồ thị hàm số còn lại. Giá trị của $g'(3)$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. 2. C. 0. D. $\frac{2}{3}$.



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hạt chuyển động thẳng trên trục Ox và xuất phát tại O . Phương trình chuyển động của hạt là $x(t) = t - 2\ln(t + 1)$ (đơn vị: mét), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Hàm số $v(t) = x'(t)$ (đơn vị: mét/giây) biểu thị vận tốc chuyển động của hạt.

- a) $v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$.
 b) Vận tốc ban đầu của hạt là 2 m/s.
 c) Vận tốc tức thời tại thời điểm $t = 1$ s là 0 m/s.
 d) Quãng đường hạt đi được trong 4 giây đầu tiên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 1,55 m.

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang cân, $AB = BC = CD = 2$, $AD = 4$, số đo góc nhị diện $[D', AB, D]$ bằng 45° .

- Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .
- Thể tích của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng 6 (đơn vị thể tích).
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và $A'C$ bằng $\frac{\sqrt{15}}{5}$.
- Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai phần. Nếu V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh A , V_2 là thể tích phần còn lại thì $3V_1 = 4V_2$.

Câu 3. Hàm số $y = f(x) = x + \log_2 \frac{x+22}{x+1}$ có đồ thị (C) .

- Hàm số xác định trên $(-\infty; 0)$.
- Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = 1 - \frac{21}{(x+1)(x+22)\ln 2}$.
- Đồ thị (C) có hai điểm cực trị.
- Diện tích của đa giác tạo bởi tất cả các điểm có tọa độ nguyên dương của (B) bằng 10 (đơn vị diện tích).

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -1; 4)$, $B(-2; 3; 3)$. Các điểm M, N thay đổi sao cho M luôn thuộc mặt phẳng (Oxy) và $\overrightarrow{MN} = (-2; -2; 1)$.

- Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-3; 1; 4)$.
- C là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn $\overrightarrow{CA} + k\overrightarrow{CB} = \vec{0}$ ($k \in \mathbb{R}$). Khi đó $k = -\frac{4}{3}$.
- $D(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{NM}$. Khi đó $a + b + c = 1$.
- Giá trị nhỏ nhất của $AM + MN + NB$ là 12.

Câu 5. Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I, II lần lượt là 3% và 2%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 110 sản phẩm của nhà máy I và 90 sản phẩm của nhà máy II. Lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó.

- Xác suất linh kiện được lấy ra do nhà máy I sản xuất bằng 0,55.
- Xác suất linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt biết rằng linh kiện đó thuộc nhà máy I bằng 0,5335.
- Xác suất để linh kiện được lấy ra là phế phẩm bằng 0,0245.
- Giả sử linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt. Xác suất linh kiện đó do nhà máy I sản xuất cao hơn xác suất linh kiện đó do nhà máy II sản xuất.

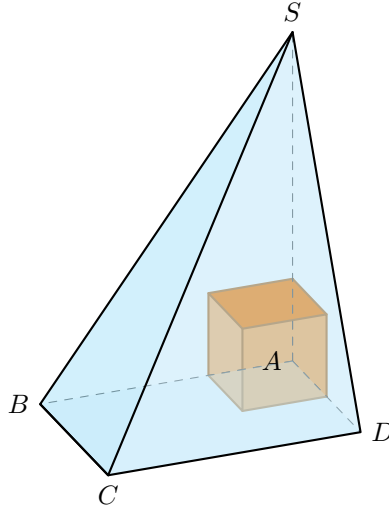
Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}; a \neq 0$).

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$			1		-3	$+\infty$

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -3)$.
- $12a + c = 4b$.
- Tổng các nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là -2 .
- $f(4) = 1$.

PHẦN III. Câu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

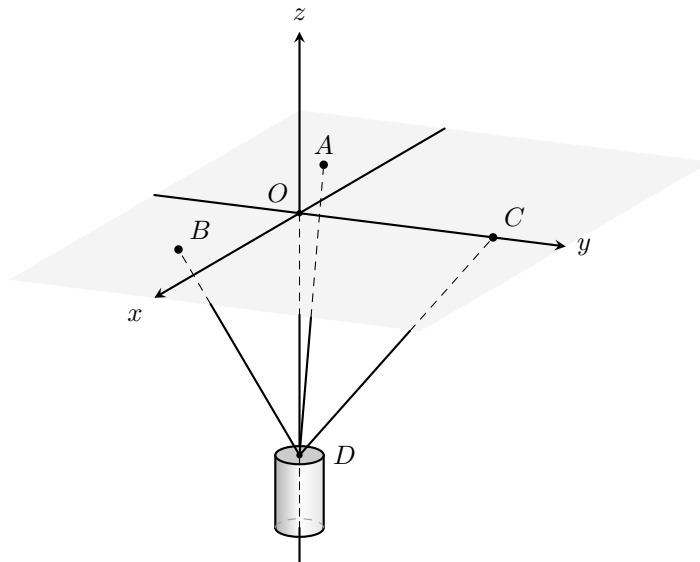
Câu 1. Một khối gỗ hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 30$ cm, $AD = 20$ cm, cạnh bên $SA = 40$ cm và vuông góc với mặt đáy. Từ khối gỗ người ta cắt gọt để được một khối lập phương có ba mặt nằm trong ba mặt của hình chóp (tham khảo hình vẽ). Trong trường hợp khối lập phương thu được có thể tích lớn nhất thì cạnh của nó bằng bao nhiêu cm? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



KQ:

--	--	--	--

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, một vật được treo bằng ba sợi dây không dẫn, mỗi sợi dây có một đầu lần lượt được gắn tại các điểm $A(-2; -1; 0)$, $B(2; -1; 0)$, $C(0; 4; 0)$, còn đầu kia được gắn với vật tại điểm $D(0; 0; -4)$ như hình vẽ (trong đó mặt phẳng (Oxy) song song với mặt đất, trục Oz hướng thẳng lên trên). Biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 15 N. Để không dây nào bị đứt thì trọng lượng tối đa của vật bằng bao nhiêu Niu-tơn? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



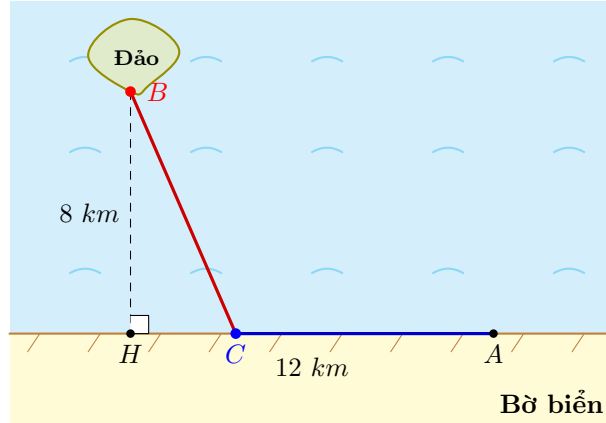
KQ:

--	--	--	--

Câu 3. Cho hai chuồng thỏ, chuồng thứ nhất có 7 con thỏ trắng và 5 con thỏ nâu, chuồng thứ hai có 5 con thỏ trắng và 3 con thỏ nâu. Tất cả các con thỏ có cùng khối lượng. Bắt ngẫu nhiên hai con thỏ từ chuồng thứ nhất bỏ vào chuồng thứ hai. Sau đó, bắt ngẫu nhiên một con thỏ từ chuồng thứ hai. Biết rằng con thỏ bắt ra từ chuồng thứ hai màu trắng, tính xác suất để con thỏ bắt được là con thỏ chuyển từ chuồng thứ nhất sang chuồng thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ:

--	--	--	--

Câu 4. Một công ty muốn làm đường ống dẫn từ vị trí A trên bờ biển đến vị trí B trên hòn đảo. Biết rằng khoảng cách từ điểm B đến bờ biển là $BH = 8$ km, $AH = 12$ km (tham khảo hình vẽ). Giá tiền để xây dựng đường ống trên bờ là 6 tỷ đồng mỗi ki-lô-mét và giá tiền xây dựng đường ống trên biển là 15 tỷ đồng mỗi ki-lô-mét. Qua tính toán, công ty đã xác định được vị trí điểm C trên đoạn thẳng AH để khi lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ACB có chi phí bỏ ra thấp nhất là a tỷ đồng. Hỏi giá trị của a bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

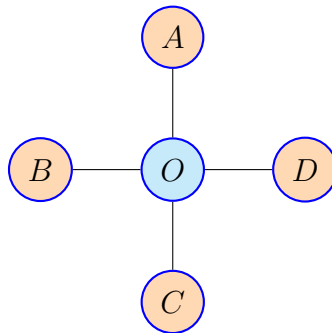


KQ:

Câu 5. Trong một cuộc thi làm bánh, mỗi đội chỉ được sử dụng tối đa 6 kg bột mì và 4 kg đậu để làm ra bánh loại I và bánh loại II. Với mỗi chiếc bánh loại I cần 0,06 kg bột mì và 0,08 kg đậu, với mỗi chiếc bánh loại II cần 0,08 kg bột mì và 0,04 kg đậu. Mỗi chiếc bánh loại I được 8 điểm, mỗi chiếc bánh loại II được 10 điểm. Số điểm tối đa có thể đạt được của mỗi đội bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên 5 số phân biệt từ tập hợp $X = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 13; 14; 16; 18; 20\}$ để xếp vào 5 ô A, B, C, D, O như hình vẽ (mỗi ô xếp một số). Gọi Y là biến cố: "Số 13 xếp ở ô O và tổng các số xếp ở các ô A, O, C bằng tổng các số xếp ở các ô B, O, D ". Biết $P(Y) = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?



KQ:

———— HẾT ————

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

(Đề thi có 4 trang)

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
THPT NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Mã đề: 522

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: [MAP] Hàm số $y = \log_3(2x - 1)$ có đồ thị (C). Gọi M là giao điểm của (C) và đường thẳng $y = 2$.

Tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hệ số góc bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{2}{9 \ln 3}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{9 \ln 3}$.

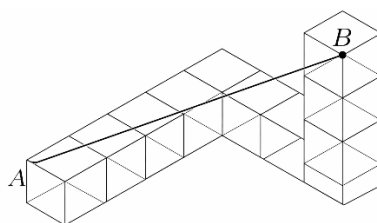
Câu 2: [MAP] Thống kê điểm trung bình cuối học kì I môn Toán của 50 học sinh lớp 11A trường THPT X được cho ở bảng sau:

Nhóm	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Tần số	1	5	9	20	15

Khoảng tứ phân vị (làm tròn đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu trên bằng

- A. 1,44. B. 1,45. C. 1,47. D. 1,46.

Câu 3: [MAP] Hình dưới đây có được bằng cách sử dụng 10 khối lập phương cạnh bằng 1 xếp khít vào nhau.

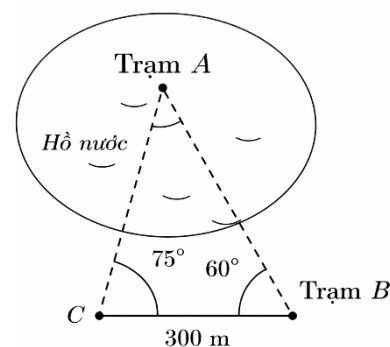


Khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng

- A. $\sqrt{34}$. B. 5. C. $\sqrt{41}$. D. 6.

Câu 4: [MAP] Có hai trạm quan sát A và B, trong đó trạm A ở giữa một cái hồ, trạm B ở ven hồ. Để tính khoảng cách giữa hai trạm A và B, người ta chọn điểm C ở ven hồ. Sau đó thực hiện đo các góc ABC, ACB và khoảng cách BC được kết quả $ABC = 60^\circ, ACB = 75^\circ$ và $BC = 300m$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai trạm A và B bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

- A. 451 m. B. 450 m. C. 409 m. D. 410 m.



Câu 5: [MAP] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I lên SC . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $(SAC) \perp (ABC)$. B. $(BIH) \perp (SBC)$. C. $(SBC) \perp (SAC)$. D. $(SAC) \perp (BIH)$.

Câu 6: [MAP] Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ đồng thời hai vectơ

$\vec{u} = \frac{5}{2}\vec{a} - 2\vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$ vuông góc với nhau. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. 60° . B. 150° . C. 120° . D. 30° .

Câu 7: [MAP] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4\pi^2 - x^2} \cdot \sin 2x = 0$ là

- A. 7. B. 8. C. 5. D. 9.

Câu 8: [MAP] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$. Số đo góc nhị diện $[A, B'D', A']$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) bằng

- A. 50° . B. 60° . C. 54° . D. 64° .

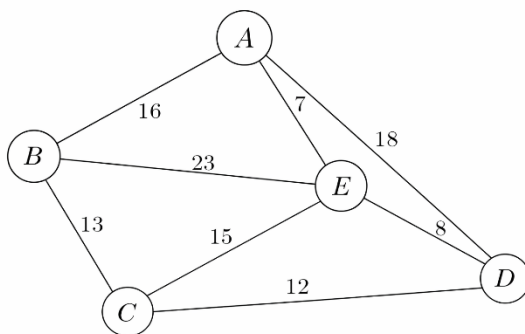
Câu 9: [MAP] Cho đa giác đều có 30 đỉnh. Số hình chữ nhật có 4 đỉnh được lấy từ các đỉnh của đa giác đã cho là

- A. 435. B. 105. C. 210. D. 870.

Câu 10: [MAP] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi M là trung điểm của CD . Côsin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SM}$ và $\overrightarrow{CB}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11: [MAP] Anh Hà đang ở địa điểm A và cần chuyển hàng hóa gấp tới bốn địa điểm B, C, D, E . Anh Hà xuất phát từ A và lần lượt đi qua các địa điểm còn lại (mỗi địa điểm đi qua một lần duy nhất) rồi quay về A . Biết thời gian (đơn vị: phút) di chuyển giữa các điểm được mô tả bởi sơ đồ như hình bên dưới và thời gian giao hàng tại mỗi nơi đều là 5 phút. Thời gian ít nhất để anh Hà hoàn thành công việc là



- A. 56 phút. B. 76 phút. C. 90 phút. D. 70 phút.

Câu 12: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 1}{x - 4} = 1$. Giá trị

- A. 4. B. 3. C. 0. D. 5.

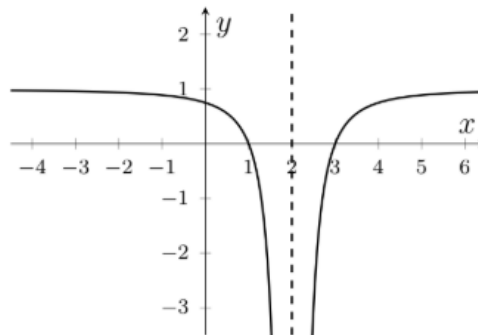
Câu 13: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 4} \left[(a^2 - 4)x^3 - 2x^2 + 2025x + 2026 \right] = -\infty$?

- A. 6. B. 3. C. 5. D. 7.

Câu 14: [MAP] Trong mặt phẳng Oxy , gọi P là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 10$; $0 \leq y \leq 10$ và $x, y \in \mathbb{N}$. Số đoạn thẳng có độ dài bằng 5 và có hai đầu mút thuộc P là

- A. 132. B. 356. C. 220. D. 188.

Câu 15: [MAP] Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) có $f(0) = 1$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $\max_{[-4;-3]} f(x) = \frac{m}{n}$ (với $m, n \in \mathbb{Z}; n > 0; \frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị của $m + 2n$ bằng



- A. -24. B. 14. C. -14. D. 3.

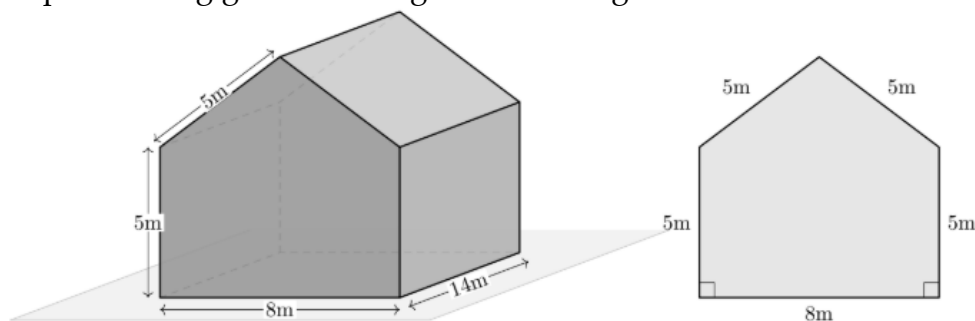
Câu 16: [MAP] Một lớp học có 45% học sinh là nam. Số học sinh nữ bị cận thị chiếm 25% số học sinh của lớp. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh được chọn là nữ, xác suất để học sinh đó bị cận thị bằng

- A. $\frac{11}{80}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 17: [MAP] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BB' và AD . Giá trị của $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AC'}$ bằng

- A. -4. B. 8. C. -8. D. 4.

Câu 18: [MAP] Một nhà kho có dạng hình lăng trụ ngũ giác đứng với các kích thước bên trong như hình vẽ. Thể tích phần không gian bên trong nhà kho bằng



- A. $784 m^3$. B. $728 m^3$. C. $644 m^3$. D. $735 m^3$.

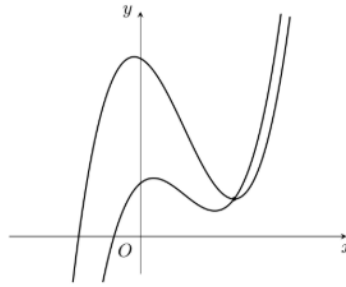
Câu 19: [MAP] Người ta theo dõi tuổi thọ của 100 con ong, kết quả được thống kê trong bảng sau:

Tuổi thọ (ngày)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Tuổi thọ trung bình của 100 con ong trên là

- A. 50 ngày. B. 63,4 ngày. C. 70 ngày. D. 54,1 ngày.

Câu 20: [MAP] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}; a \neq 0$). Các hàm số $g(x) = f(x) - \frac{8}{3}x + 8$ và $h(x) = f(x) - 4x + 12$ có đồ thị là hai đường cong như hình vẽ, trong đó đồ thị của một hàm số đi qua một điểm cực trị của đồ thị hàm số còn lại. Giá trị của $g'(3)$ bằng



A. $\frac{4}{3}$.

B. 2

C. 0.

D. $\frac{2}{3}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: [MAP] Một hạt chuyển động thẳng trên trục Ox và xuất phát tại O . Phương trình chuyển động của hạt là $x(t) = t - 2 \ln(t + 1)$ (đơn vị: mét), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Hàm số $v(t) = x'(t)$ (đơn vị: mét/giây) biểu thị vận tốc chuyển động của hạt.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$.	☐	☐
b) Vận tốc ban đầu của hạt là 2 m/s .	☐	☐
c) Vận tốc tức thời tại thời điểm $t = 1 \text{ s}$ là 0 m/s .	☐	☐
d) Quãng đường hạt đi được trong 4 giây đầu tiên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $1,55 \text{ m}$.	☐	☐

Câu 2: [MAP] Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang cân, $AB = BC = CD = 2, AD = 4$, số đo góc nhị diện $[D', AB, D]$ bằng 45° .

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .	☐	☐
b) Thể tích của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng 6 (đơn vị thể tích).	☐	☐
c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và $A'C$ bằng $\frac{\sqrt{15}}{5}$.	☐	☐
d) Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai phần. Nếu V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh A , V_2 là thể tích phần còn lại thì $3V_1 = 4V_2$.	☐	☐

Câu 3: [MAP] Hàm số $y = f(x) = x + \log_2 \frac{x+22}{x+1}$ có đồ thị (C).

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số xác định trên $(-\infty; 0)$.	☐	☐
b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = 1 - \frac{21}{(x+1)(x+22)\ln 2}$.	☐	☐
c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị.	☐	☐
d) Diện tích của đa giác tạo bởi tất cả các điểm có tọa độ nguyên dương của (B) bằng 10 (đơn vị diện tích).	☐	☐

Câu 4: [MAP] Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -1; 4)$, $B(-2; 3; 3)$. Các điểm M, N thay đổi sao cho M luôn thuộc mặt phẳng (Oxy) và $\overrightarrow{MN} = (-2; -2; 1)$.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-3; 1; 4)$.	☐	☐
b) C là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn $\overrightarrow{CA} + k\overrightarrow{CB} = \vec{0} (k \in \mathbb{R})$. Khi đó $k = -\frac{4}{3}$.	☐	☐
c) $D(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{NM}$. Khi đó $a + b + c = 1$.	☐	☐
d) Giá trị nhỏ nhất của $AM + MN + NB$ là 12.	☐	☐

Câu 5: [MAP] Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I, II lần lượt là 3% và 2%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 110 sản phẩm của nhà máy I và 90 sản phẩm của nhà máy II. Lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Xác suất linh kiện được lấy ra do nhà máy I sản xuất bằng 0, 55.	☐	☐
b) Xác suất linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt biết rằng linh kiện đó thuộc nhà máy I bằng 0, 5335.	☐	☐
c) Xác suất để linh kiện được lấy ra là phế phẩm bằng 0, 0245.	☐	☐
d) Giả sử linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt. Xác suất linh kiện đó do nhà máy I sản xuất cao hơn xác suất linh kiện đó do nhà máy II sản xuất.	☐	☐

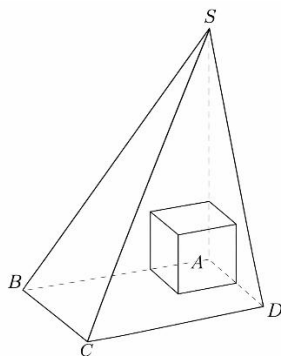
Câu 6: [MAP] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}; a \neq 0$).

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 3)$.	☐	☐
b) $12a + c = 4b$.	☐	☐
c) Tổng các nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là -2 .	☐	☐
d) $f(4) = 1$.	☐	☐

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Thí sinh điền kết quả mỗi câu vào mỗi ô trả lời tương ứng theo hướng dẫn của phiếu trả lời.

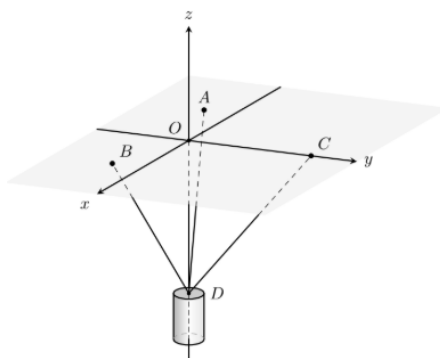
Câu 1: [MAP] Một khối gỗ hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 30 \text{ cm}$, $AD = 20 \text{ cm}$, cạnh bên $SA = 40 \text{ cm}$ và vuông góc với mặt đáy. Từ khối gỗ người ta cắt gọt để được một khối lập phương có ba mặt nằm trong ba mặt của hình chóp (tham khảo hình vẽ). Trong trường hợp khối lập phương thu được có thể tích lớn nhất thì cạnh của nó bằng bao nhiêu cm? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Đáp án:

--	--	--	--

Câu 2: [MAP] Trong không gian $Oxyz$, một vật được treo bằng ba sợi dây không dẫn, mỗi sợi dây có một đầu lần lượt được gắn tại các điểm $A(-2; -1; 0)$, $B(2; -1; 0)$, $C(0; 4; 0)$, còn đầu kia được gắn với vật tại điểm $D(0; 0; -4)$ như hình vẽ (trong đó mặt phẳng (Oxy) song song với mặt đất, trục Oz hướng thẳng lên trên). Biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 15 N . Để không dây nào bị đứt thì trọng lượng tối đa của vật bằng bao nhiêu Niu-ton? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Đáp án:

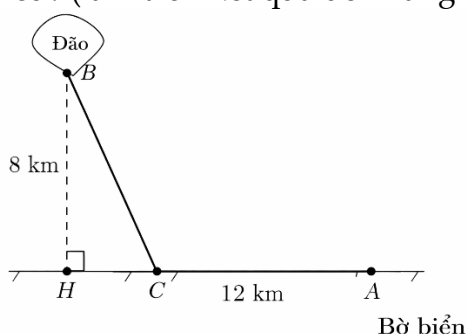
--	--	--	--

Câu 3: [MAP] Cho hai chuồng thỏ, chuồng thứ nhất có 7 con thỏ trắng và 5 con thỏ nâu, chuồng thứ hai có 5 con thỏ trắng và 3 con thỏ nâu. Tất cả các con thỏ có cùng khối lượng. Bắt ngẫu nhiên hai con thỏ từ chuồng thứ nhất bỏ vào chuồng thứ hai. Sau đó, bắt ngẫu nhiên một con thỏ từ chuồng thứ hai. Biết rằng con thỏ bắt ra từ chuồng thứ hai màu trắng, tính xác suất để con thỏ bắt được là con thỏ chuyển từ chuồng thứ nhất sang chuồng thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án:

--	--	--	--

Câu 4: [MAP] Một công ty muốn làm đường ống dẫn từ vị trí A trên bờ biển đến vị trí B trên hòn đảo. Biết rằng khoảng cách từ điểm B đến bờ biển là $BH = 8\text{ km}$, $AH = 12\text{ km}$ (tham khảo hình vẽ). Giá tiền để xây dựng đường ống trên bờ là 6 tỷ đồng mỗi ki-lô-mét và giá tiền xây dựng đường ống trên biển là 15 tỷ đồng mỗi ki-lô-mét. Qua tính toán, công ty đã xác định được vị trí điểm C trên đoạn thẳng AH để khi lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ACB có chi phí bỏ ra thấp nhất là a tỷ đồng. Hỏi giá trị của a bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Đáp án:

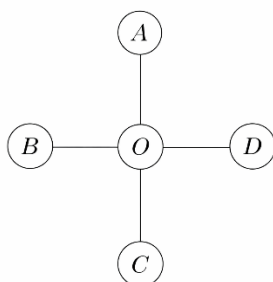
--	--	--	--

Câu 5: [MAP] Trong một cuộc thi làm bánh, mỗi đội chỉ được sử dụng tối đa 6 kg bột mì và 4 kg đậu để làm ra bánh loại I và bánh loại II. Với mỗi chiếc bánh loại I cần 0,06 kg bột mì và 0,08 kg đậu, với mỗi chiếc bánh loại II cần 0,08 kg bột mì và 0,04 kg đậu. Mỗi chiếc bánh loại I được 8 điểm, mỗi chiếc bánh loại II được 10 điểm. Số điểm tối đa có thể đạt được của mỗi đội bằng bao nhiêu?

Đáp án:

--	--	--	--

Câu 6: [MAP] Chọn ngẫu nhiên 5 số phân biệt từ tập hợp $X = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 13; 14; 16; 18; 20\}$ để xếp vào 5 ô A, B, C, D, O như hình vẽ (mỗi ô xếp một số). Gọi Y là biến cố: "Số 13 xếp ở ô O và tổng các số xếp ở các ô A, O, C bằng tổng các số xếp ở các ô B, O, D". Biết $P(Y) = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?



Đáp án:

--	--	--	--

---HẾT---

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNHKỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2025 – 2026
MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Mã đề thi 522

ĐÁP ÁN CHI TIẾT**PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1:Giao điểm hàm số với đường thẳng là: $\log_3(2x-1) = 2 \Rightarrow x = 5$.Hệ số góc tại $x = 5$ là $y'(5) = \frac{2}{(2x-1) \cdot \ln 3} = \frac{2}{9 \cdot \ln 3}$.**Câu 2:**Tìm Q_1 : $Q_1 - 7 + \frac{12.5-6}{9} \cdot (8-7) \approx 7.722$ Tìm Q_3 : $Q_3 - 9 + \frac{37.5-35}{15} \cdot (10-9) \approx 9.167$ Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 - 9.167 - 7.722 - 1.445 \approx 1.45$.**Câu 3:**Đặt hệ trục tọa độ Oxyz ta có khoảng cách $AB = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = 6$.**Câu 4:**Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC với góc $BAC = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$ ta có:

$$\frac{AB}{\sin 75^\circ} = \frac{BC}{\sin 45^\circ} \Rightarrow AB = 300 \cdot \frac{\sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = 410(m).$$

Câu 5:Khẳng định sai: $(SBC) \perp (SAC)$.**Câu 6:**Do hai véc tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ vuông góc với nhau nên $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\vec{a} - 2\vec{b}\right) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = 0$.Nên ta có $\frac{5}{2} + 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 4 = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0.5 = |\vec{a}| |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b}) \Rightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 60^\circ$.**Câu 7:**Điều kiện $-2\pi \leq x \leq 2\pi$

$$\text{Nghiệm: } \begin{cases} 4\pi^2 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 2\pi \\ \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện: $x \in \left\{-2\pi, -\frac{3\pi}{2}, -\pi, -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\right\}$ nên có 9 nghiệm.

Câu 8:

Ta có: $[A; BD; A'] = AHA'$.

Kẻ $A'H \perp BD$ thì $AH \perp BD$. Chứng minh: $AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow AA' \perp BD'$.

Mà $AH \perp BD$ nên $BD \perp (CAA'H) \Rightarrow AH \perp BD'$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'B^2} + \frac{1}{A'O^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} \Rightarrow A'H = \frac{12}{5}.$$

$$\text{Khi đó: } \tan \alpha = \frac{AA'}{A'H} = \frac{5}{\frac{12}{5}} = \frac{25}{12} \Rightarrow \alpha \approx 64,35^\circ.$$

Câu 9:

Số đỉnh chẵn. Ta cần xây dựng công thức quy nạp.

Đa giác đều $2n$ đỉnh ta đánh số các đỉnh từ 1 đến $2n$.

Tứ giác đều $2n = 4$: có 1 hình chữ nhật là chính nó.

Lục giác đều $2n = 6$: có $2 + 1 = 3$ hình chữ nhật.

Bát giác đều $2n = 8$: có $3 + 2 + 1 = 6$ hình chữ nhật.

Ý tưởng:

- Với lục giác đều: ta bắt đầu từ đỉnh 1 và lấy đường kính 1-4, có 2 hình chữ nhật với đường chéo hcn là 1-4 đó là hình chữ nhật có cạnh là 1-2 và 1-3.
- Ta qua đến đỉnh 2 thì đường kính là đoạn 2-5 và ta chỉ lấy thêm một hình chữ nhật có cạnh là 2-3.
- Với đỉnh 3 thì không lấy được thêm do cạnh trùng với cạnh hình chữ nhật lấy từ đỉnh 1.

Xây dựng tương tự với hình 30 cạnh đều.

➤ Từ đỉnh 1 với đường kính 1-16 ta chọn được 14 cạnh nên có 14 hình chữ nhật, từ đỉnh 2 thì có 13 và giảm dần cho tới đỉnh 14 thì còn 1 hình chữ nhật.

Vậy hình đa giác 30 cạnh đều: $1 + 2 + \dots + 14 = 105$.

Câu 11:

Ta coi như đây là hình chóp E. ABCD, khi xuất phát từ A và kết thúc tại A thì tương đương với việc bắt đầu từ một điểm thuộc đáy và trong quá trình di chuyển phải đi qua đỉnh hình chóp.

Nên ta sẽ luôn bỏ qua một cạnh đáy và hai cạnh bên đối diện với cạnh đáy đó.

Ví dụ: chu trình ABCDEA thì ta bỏ qua AD và BE với BC.

Suy ra để thời gian ngắn nhất thì lấy tổng thời gian trừ đi thời gian đi ba cạnh trên.

Mà có 4 cạnh đáy nên xét 4 trường hợp (AD; BE; CE), (AB; DE; CE)

Trong các trường hợp đó thì trường hợp (AD; BE; CE) có tổng thời gian đi lớn nhất nên thời gian để anh Hà hoàn thành công việc sẽ bé nhất là 56 phút.

Câu 12:

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-1}{x-4} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = x-3 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 4} f(t) = t-3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x^2+3) = x^2.$$

$$\text{Vậy: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2+3)+x^2-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x^2-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (2x+2) = 4.$$

Câu 13:

TH1: Xét: $a^2 - 4 = 0$. Khi đó: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^2 + 2025x + 2026) = -\infty$ nên $a \in \{2, -2\}$ thỏa mãn.

TH2: Xét: $a^2 - 4 \neq 0$. Khi đó: $\lim_{x \rightarrow +\infty} ((a^2 - 4)x^3 - 2x^2 + 2025x + 2026) = -\infty \Rightarrow a^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < a < 2$.

Với $a \in \mathbb{Z}$ suy ra $a \in \{-1, 0, 1\}$.

Kết luận: Có 5 giá trị a thỏa mãn.

Câu 14:

Do các tọa độ nguyên.

Xét trường hợp đường chéo độ dài 5.

Xét $5^2 = 3^2 + 4^2$ nên đây là bộ ba Pitago.

Xét các hình chữ nhật có độ dài cạnh là 3 và 4 nằm trong $OABC$.

Trường hợp 1: Cạnh ngang 3, cạnh dọc 4.

Số cách chọn cạnh ngang: $(10-3):1+1=8$

Số cách chọn cạnh dọc: $(10-4):1+1=7$

Một hình chữ nhật có 2 đường chéo nên: $8 \cdot 7 \cdot 2 = 112$ (đoạn)

Trường hợp 2: Cạnh dọc 3, cạnh ngang 4 (tương tự): 112 (đoạn)

Xét trường hợp song song với trục tung hoặc trục hoành

Nếu các đoạn thẳng song song Ox hoặc Oy thì có: $(10-0+1)(10-5+1) \cdot 2 = 132$

Kết luận vậy tổng số đoạn: $112 \cdot 2 + 132 = 356$ đoạn

Câu 15:

Ta có: $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-2} = x + a + 2 + \frac{b+2a+4}{x-2} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{b+2a+4}{(x-2)^2}$ có nghiệm $x=1$ và $x=3$.

Nên $1 - \frac{b+2a+4}{1} = 0 \Rightarrow b+2a+4=1$. Mà $f(0) = \frac{b}{0-2} = 1 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a = -0,5$.

Trên $[-4; -3]$ hàm đồng biến nên $\max f(x) = f(-3) = -\frac{17}{10}$. Vậy $m+2n=3$.

Câu 16:

Gọi A : "biển cổ bị cận", B : "biển cổ là nữ". Xác suất bạn nữ bị cận: $P = \frac{P(A|B)}{P(B)} = \frac{0,25}{1-0,45} = \frac{5}{11}$.

Câu 17:

Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AC'} &= (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'}) \\ &= \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= -\frac{a^2}{2} - a^2 + \frac{a^2}{2} = -a^2 = -4 \end{aligned}$$

Câu 18:

Ta chia làm hai phần: lăng trụ và hình hộp chữ nhật.

$$V_{\text{hộp}} = 5 \cdot 8 \cdot 14 = 560 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$V_{\text{lăng trụ}} = \frac{3 \cdot 8}{2} \cdot 14 = 168 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$\Rightarrow V = 560 + 168 = 728 \text{ (m}^3\text{)}$$

Câu 19:

Tuổi thọ trung bình: $x = 63,4$ (ngày).

Câu 20:

Xét $g(0) = f(0) + 8$ và $h(0) = f(0) + 12$ nên rõ ràng tại 0 thì đồ thị $h(x)$ cao hơn $f(x)$ và ta xác định được đồ thị của hai hàm số này.

Từ đề bài ta biết $g(x)$ sẽ đi qua cực trị $h(x)$ nên tọa độ điểm cắt:

$$g(x) = h(x) \Leftrightarrow f(x) - \frac{8}{3}x + 8 = f(x) - 4x + 12 \Rightarrow x = 3.$$

Mà điểm đó cũng là cực trị của $h(x)$ nên $h'(0) = f'(0) - 4 = 0 \Rightarrow f'(0) = 4$.

$$\text{Vậy } g'(0) = f'(0) - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}.$$

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1:

a) Vận tốc hạt: $v(t) = x'(t) = 1 - \frac{2}{t+1}$ (Sai).

b) tốc ban đầu: $v(0) = 1 - \frac{2}{1} = -1 (m/s)$. (Sai)

c) Vận tốc tức thời tại $t = 1$ (s): $v(1) = 1 - \frac{2}{1+1} = 0 (m/s)$. (Đúng)

d) Quãng đường đi được trong 4 s đầu:

$$s = \int_0^4 |v(t)| dt = \int_0^1 |v(t)| dt + \int_1^4 |v(t)| dt = \int_0^1 \left(\frac{2}{t+1} - 1 \right) dt + \int_1^4 \left(1 - \frac{2}{t+1} \right) dt = 1,55 (m). \text{ (Đúng)}$$

Câu 2:

a) Ta có $ABD = 90^\circ$ (do A, B, C, D nội tiếp đường tròn đường kính AD).

Do $DD' \perp (ABCD) \Rightarrow DD' \perp AB$, mà $BD \perp AB \Rightarrow AB \perp (BDD') \Rightarrow AB \perp BD'$

$$\Rightarrow \angle DBD' = 45^\circ.$$

$$\text{Nên } \tan \angle DBD' = \frac{DD'}{BD} \Rightarrow DD' = BD = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Lại có } (\angle A'B, (ABCD)) = \angle BA'B', \tan \angle BA'B' = \frac{BB'}{A'B'} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle BA'B' = 60^\circ.$$

b) Diện tích đáy bằng 3 lần diện tích tam giác đều cạnh 2:

$$S_{ABCD} = 3S_{ABD} = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = 3\sqrt{3}$$

$$V = h \cdot S_{ABCD} = 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} = 18$$

c) Ta có: $d(AD, A'C) = d(AD, (A'BCD')) = d(A, (A'BCD')) = d(B', (A'BCD'))$.

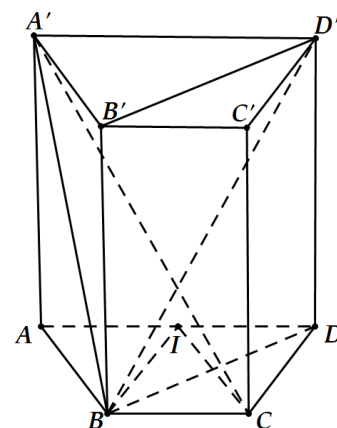
Mà $BA'B'D'$ là tứ diện vuông nên

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{(BA')^2} + \frac{1}{(BB')^2} + \frac{1}{(BD')^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{(2\sqrt{3})^2} + \frac{1}{(2\sqrt{3})^2} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow h = \frac{2\sqrt{15}}{5}, \text{ trong đó } h = d(B', (A'BCD')) = d(AD, A'C)$$

d) Ta có

$$\begin{aligned} V_2 &= V_{A'BCD'C'B'} = V_{A'B'DB} + V_{D-BCC'B'} \\ &= \frac{1}{6} \cdot B'A \cdot BB' \cdot B'D' + \frac{1}{3} \cdot d(D', (BCC'B')) \cdot S_{BCC'B'} \\ &= \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 6 \\ &\Rightarrow V_1 = V - V_2 = 18 - 6 = 12 \Rightarrow V_1 = 2V_2 \end{aligned}$$



Câu 3:

a) Điều kiện xác định: $\frac{x+22}{x+1} > 0 \Rightarrow (x+22)(x+1) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -22) \cup (-1; +\infty)$. (Sai)

b) Đạo hàm hàm số: $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x+22)\ln 2} - \frac{1}{(x+1)\ln 2} = 1 - \frac{21}{(x+22)(x+1)\ln 2}$. (Đúng)

c) Xét phương trình $f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{21}{(x+22)(x+1)\ln 2} = 0 \Rightarrow (x+22)(x+1) = \frac{21}{\ln 2}$ có hai nghiệm phân biệt nằm trong khoảng xác định hàm số. (Có thể lập bảng biến thiên).
Vậy hàm số có 2 cực trị. (Đúng)

d) Các điểm có tọa độ $(x; y)$ nguyên dương thì khi đó: $\log_2 \frac{x+22}{x+1} = y - x$ cũng phải nguyên dương.

Mặt khác: $\frac{x+22}{x+1}$ nghịch biến với $x > 0$ nên $\frac{22}{1} = 22 > \frac{x+22}{x+1} > 1$.

Nên để $\log_2 \frac{x+22}{x+1}$ nguyên dương thì $\frac{x+22}{x+1} \in \{2; 4; 8; 16\}$ giải các trường hợp với điều kiện x nguyên ta thu được $x \in \{10; 6; 2\}$ nên các cặp tọa độ $(x; y) \in \{(10; 11); (6; 8); (2; 5)\}$.

Các tọa độ x và y lập thành cấp số cộng nên ta tính được đây là 3 điểm thẳng hàng nên không có diện tích. (Sai)

Câu 4:

a) Điểm đối xứng A' có tọa độ: $A'(3, -1, -4)$.

b) Gọi $C(x, y, 0)$. Ta có: $\overrightarrow{CA} + k\overrightarrow{CB} = \vec{0}$ suy ra theo tọa độ $z: 4 + k \cdot 3 = 0 \Rightarrow k = -\frac{4}{3}$

c) Ta có: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{NM} = (2, 2, -1)$, nên tọa độ $D(0, 5, 2)$ Khi đó: $a + b + c = 7$.

d) Lấy điểm E sao cho: $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{MN}$, khi đó tứ giác $EBNM$ là hình bình hành và $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{EM}$.
Suy ra: $AM + MN + NB = AM + EM + EB$.

Tổng $AM + EM$ nhỏ nhất khi A', M, E thẳng hàng, khi đó $AM + EM = A'E = \sqrt{3^2 + 6^2 + 6^2} = 9$.
Do đó $AM + MN + NB_{\min} = 9 + 3 = 12$.

Câu 5:

a) Xác suất lấy linh kiện của nhà máy I: $P(I) = \frac{110}{200} = 0,55$.

b) Gọi A là biến cố "lấy được sản phẩm tốt", ta có: $P(A|I) = 1 - 0,03 = 0,97$.

c) Xác suất lấy được linh kiện phế phẩm:

$$P(\bar{A}) = P(I)P(\bar{A}|I) + P(II)P(\bar{A}|II) = 0,55 \cdot 0,03 + 0,45 \cdot 0,02 = 0,0255$$

d) Xác suất sản phẩm tốt từ nhà máy I: $P(I)P(A|I) = 0,55 \cdot 0,97 = 0,5335$.

Xác suất sản phẩm tốt từ nhà máy II: $P(II)P(A|II) = 0,45 \cdot 0,98 = 0,441$.

Rõ ràng từ nhà máy I cao hơn.

Câu 6:

- a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ nên đồng biến trên $(-\infty; -3)$. (Đúng)
 b) Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ mà $f'(-2) = 0 \Rightarrow 12a - 4b + c = 0 \Rightarrow 12a + c = 4b$. (Đúng)
 c) Làm như câu b ta có $f'(2) = 0 \Rightarrow 12a + 4b + c = 0 \Rightarrow 12a + c = -4b$ nên $b = 0; c = -12a$.

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} f(-2) = 1 \Rightarrow -8a + 2.12a + d = 1 \\ f(2) = -3 \Rightarrow 8a - 2.12a + d = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0,125 \\ c = -1,5 \\ d = -1 \end{cases}.$$

Giải phương trình thấy tổng các nghiệm khác -2. (Sai)

- d) Thay 4 vào thấy $f(4) = 1$. (Đúng)

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Thí sinh điền kết quả mỗi câu vào mỗi ô trả lời tương ứng theo hướng dẫn của phiếu trả lời.

Câu 1:

Ta kiểm tra 7 đỉnh của khối lập phương đều bằng tọa độ hoá

$$M'(0;t;t) \in \begin{cases} y \geq 0 \\ z \geq 0 \\ 2y + z - 40 \leq 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq t \leq \frac{40}{3}$$

$$P'(t;0;t) \in \begin{cases} x \geq 0 \\ z \geq 0 \\ 4x + 3z - 120 \leq 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq t \leq \frac{120}{7}$$

$$N'(t;t;t) \in \begin{cases} x \geq 0 \\ z \geq 0 \\ y = 0 \\ 4x + 3z - 120 \leq 0 \\ 2y + z - 40 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq t \leq \frac{40}{3}$$

$$\text{Vậy } V_{AMNP.A'MN'P'} \leq \left(\frac{40}{3}\right)^3 \Leftrightarrow t = \frac{40}{3} \approx \boxed{13,3}$$

Câu 2:

Ta có: $\overrightarrow{DA} = (-2, -1, 4), \overrightarrow{DB} = (2, -1, 4), \overrightarrow{DC} = (0, 4, 4)$.

Độ dài: $|\overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{DB}| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 4^2} = \sqrt{21}, |\overrightarrow{DC}| = \sqrt{0^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

Vector đơn vị theo đây:

$$\vec{u}_A = \frac{1}{\sqrt{21}}(-2, -1, 4), \quad \vec{u}_B = \frac{1}{\sqrt{21}}(2, -1, 4), \quad \vec{u}_C = \frac{1}{4\sqrt{2}}(0, 4, 4) = \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Điều kiện cân bằng tại D :

$$\vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{T}_C + \vec{P} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{T}_C = (0, 0, z).$$

Ta có:

$$\bullet \vec{T}_A = T_A \frac{(-2, -1, 4)}{\sqrt{21}} = \left(\frac{-2T_A}{\sqrt{21}}, \frac{-T_A}{\sqrt{21}}, \frac{4T_A}{\sqrt{21}} \right),$$

$$\bullet \vec{T}_B = T_B \frac{(2, -1, 4)}{\sqrt{21}} = \left(\frac{2T_B}{\sqrt{21}}, \frac{-T_B}{\sqrt{21}}, \frac{4T_B}{\sqrt{21}} \right),$$

$$\bullet \vec{T}_C = T_C \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \left(0, \frac{T_C}{\sqrt{2}}, \frac{T_C}{\sqrt{2}} \right).$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{-2T_A}{\sqrt{21}} + \frac{2T_B}{\sqrt{21}} = 0 \\ \frac{-T_A}{\sqrt{21}} + \frac{-T_B}{\sqrt{21}} + \frac{T_C}{\sqrt{2}} = 0 \\ \frac{4T_A}{\sqrt{21}} + \frac{4T_B}{\sqrt{21}} + \frac{T_C}{\sqrt{2}} = z. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_A = T_B = \frac{z\sqrt{21}}{10} \\ T_C = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{21}} \cdot \frac{z\sqrt{21}}{10} = \frac{z\sqrt{2}}{5}. \end{cases}$$

Vì mỗi dây chịu tối đa 15 N , nên:

$$T = \frac{z\sqrt{21}}{10} \leq 15 \Leftrightarrow z \leq \frac{150}{\sqrt{21}} \approx \boxed{32,7}$$

$$T_C = \frac{z\sqrt{2}}{5} \leq 15 \Leftrightarrow z \leq \frac{75}{\sqrt{2}} \approx 53,0.$$

Câu 3:

Gọi A : “con thỏ bắt ở chuồng 2 chính là thỏ được chuyển từ chuồng 1”, B : “con thỏ bắt ra màu trắng”.

Chuồng 1: 7 trắng, 5 nâu $\Rightarrow$ tổng 12.

Chuồng 2 ban đầu: 5 trắng, 3 nâu $\Rightarrow$ tổng 8.

Chuyển 2 con từ chuồng 1 sang chuồng 2 $\Rightarrow$ chuồng 2 có tổng 10.

Gọi E_k : “là số thỏ trắng được chuyển sang (từ chuồng 1)”, $k \in \{0, 1, 2\}$. Khi đó:

$$P(E_k) = \frac{C_7^k \cdot C_5^{2-k}}{C_{12}^2} \Rightarrow \begin{cases} P(E_0) = \frac{10}{66} \\ P(E_1) = \frac{35}{66} \\ P(E_2) = \frac{21}{66} \end{cases}$$

Nếu chuyển k con trắng thì trong chuồng 2 có $5+k$ con trắng (tổng 10).

Xác suất bắt được thỏ chuyển và màu trắng: $P(A \cap B | E_k) = \frac{k}{10}$.

Xác suất bắt được màu trắng: $P(B | E_k) = \frac{5+k}{10}$.

$$\text{Suy ra } P(A \cap B) = \sum_{k=0}^2 P(E_k) \frac{k}{10} = \frac{77}{660} \text{ và } P(B) = \sum_{k=0}^2 P(E_k) \frac{5+k}{10} = \frac{37}{60}.$$

$$\text{Do đó theo Bayes: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{77}{660}}{\frac{37}{60}} = \frac{7}{37} \approx \boxed{0,19}.$$

Câu 4:

$$\text{Đặt } HC = x \Rightarrow \begin{cases} BC = \sqrt{x^2 + 64} \\ AC = 12 - x \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } f(x) = 15\sqrt{x^2 + 64} + 6(12 - x)$$

$$\text{Khảo sát hàm số ta thu được: } f(x)_{\min} = 24(3 + \sqrt{21}) \approx \boxed{182} \Leftrightarrow x = \frac{16}{\sqrt{21}}$$

Câu 5:

Gọi x là số bánh loại I, y là số bánh loại II ($x, y \in \mathbb{N}, x, y \geq 0$)

	Số bánh	Bột mì	Đậu
Loại I	x	$0,06x$	$0,08x$
Loại II	y	$0,08y$	$0,04y$

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0,06x + 0,08y \leq 6 \\ 0,08x + 0,04y \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{Xét hàm } f(x; y) = 8x + 10y \text{ và } f(x; y)_{\max} = \boxed{760} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 60 \end{cases}$$

Câu 6:

$$|\Omega| = A_{11}^5 = 55440.$$

Biến cố Y : " $O = 13$ và $A + O + C = B + O + D$ " $\Leftrightarrow O = 13$ và $A + C = B + D$.

Cố định $O = 13$. Khi đó A, B, C, D là 4 số phân biệt lấy từ $S = X \setminus \{13\} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$.

Chia cả 4 số cho 2, đặt $T = \{1, 2, \dots, 10\}$.

Ta có $x + z = y + w$ với x, y, z, w là 4 số phân biệt trong T (ứng với A, B, C, D).

Gọi k_s là số cặp không thứ tự $\{i; j\} \subset T$ sao cho $i + j = s$

Với $T = \{1, 2, \dots, 10\}$, ta có các k_s ($s = \overline{3, 19}$): $1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 1, 1$.

Với mỗi tổng s , số cách **chọn** có thứ tự hai cặp khác nhau cùng tổng s là $k_s(k_s - 1)$

Mỗi cách như vậy gán vào (A, C) và (B, D) , đồng thời đổi chỗ trong từng cặp có $2.2 = 4$ cách.

$$\Rightarrow n(Y) = 4 \sum_s k_s(k_s - 1) = 400 \quad \Rightarrow P(Y) = \frac{400}{55440} = \frac{5}{693} \Rightarrow a + b = \boxed{698}.$$

---HẾT---