BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÀI LIỆU DÀNH CHO HỌC SINH LỚP 12

BỘ 5 ĐỀ THAM KHẢO

HỌC KÌ 1 – CHỌN LỌC

TOÁN 12

CÓ ĐÁP ÁN CHI TIẾT

BIÊN SOẠN: NGUYỄN TRỌNG PHƯỚC

Nguyễn Phước

PHẦN 1: NỘI DUNG ĐỀ THI

ĐỀ THAM KHẢO
SỐ 1
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN - LỚP *12*
Thời gian làm bài: ***90 phút***, *không kể thời gian phát đề*
Ngày kiểm tra: ***..../..../2026***

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* ..... **Mã Đề: *1234***

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **12**. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)*

Câu 1 (TH). Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tất cả 7 nhóm *(được xếp theo thứ tự không giảm)* và có độ rộng bằng nhau, biết rằng nhóm đầu tiên của mẫu là $[5;7)$. Khi đó, nhóm thứ năm là

A. $[9;11)$. **B.** $[13;15)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[15;17)$.

Câu 2 (TH). Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn là 1,35. Khi đó, phương sai của mẫu số liệu là

A. 1,8525. **B.** 1,8252. **C.** 1,8225. **D.** 1,8522.

Sử dụng thông tin sau để trả lời các câu hỏi 3, 4 và 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;-1)$ và vectơ $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}+3\vec{k}$. Gọi điểm A' là hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (Oxz).

Câu 3 (NB). Tọa độ của điểm A' là?

A. $(-1;2;0)$. **B.** $(-1;0;-1)$. **C.** $(0;-1;2)$. **D.** $(0;2;-1)$.

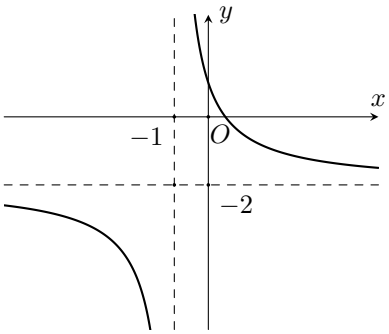
Câu 4 (NB). Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là?

A. $(1;3;2)$. **B.** $(2;1;3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(2;0;3)$.

Câu 5 (TH). Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\vec{u}$ bằng?

A. 3. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 0.

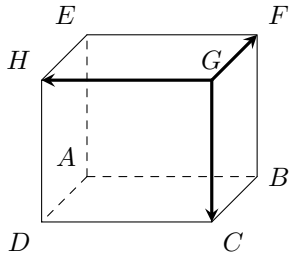
Câu 6 (NB). Hàm số nào dưới đây có hình dạng đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y=\dfrac{x^2+x-3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $y=x^3+2x^2-x-2$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$.

Câu 7 (NB). Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ *(tham khảo hình vẽ bên dưới)*



Tổng các vectơ $\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{GF}$ bằng

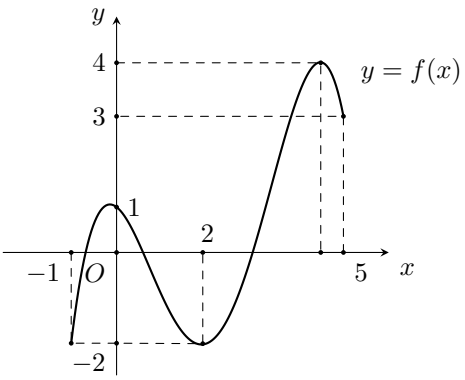
A. $\overrightarrow{GA}$. **B.** $\overrightarrow{GE}$. **C.** $\overrightarrow{GB}$. **D.** $\overrightarrow{GD}$.

Câu 8 (NB). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 9 (NB). Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;5]$. Khi đó giá trị $M + m$ là?



A. -2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 10 (NB). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên, mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	3	↘	$+\infty$	↘	
		$-\infty$		3	

A. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

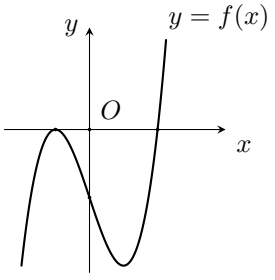
Câu 11 (NB). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 12 (NB). Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đó là hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 4x^2 + 5x$. **B.** $y = -x^3 - 4x^2 + 2$.

C. $y = x^3 - 3x - 2$. **D.** $y = -x^3 - 3x - 2$.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **4**. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.)*

Câu 1. Anh A và chị B tham gia một phiên giao dịch cổ phiếu vào cuối tuần. Biết rằng, giá của một cổ phiếu (tính bằng euro) trong ngày hôm đó (có 8 giờ giao dịch) được mô tả bởi hàm số:

$$f(t) = 35{,}7 \cdot \frac{t+2}{t^2+21}, \quad t \in [0;8]$$

trong đó t là thời gian (tính bằng giờ) kể từ khi phiên giao dịch mở cửa.

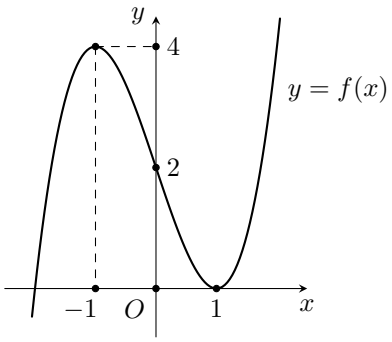
a) **(TH)** Giá cổ phiếu sau khi phiên giao dịch vừa mở cửa là $3,4$ euro.
b) **(TH)** Sau 5 giờ kể từ khi phiên giao dịch mở cửa thì cổ phiếu có giá cao nhất..
c) **(TH)** Khi phiên giao dịch vừa mở cửa, anh A đã mua 25 cổ phiếu và sau 2 giờ kể từ lúc mua anh A bán. Lợi nhuận anh A thu được là $57,8$ euro. *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười).*
d) **(VD)** Nếu chị B mua 100 cổ phiếu và bán chúng ngay trong ngày thì lợi nhuận tối đa mà chị B thu được là 255 euro.

Câu 2. Cân nặng (đơn vị: kg) của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở bảng như dưới đây. *(các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Cân nặng (kg)	$[1,0;1,1)$	$[1,1;1,2)$	$[1,2;1,3)$	$[1,3;1,4)$
Số con giống A	8	28	32	17
Số con giống B	0	20	24	19

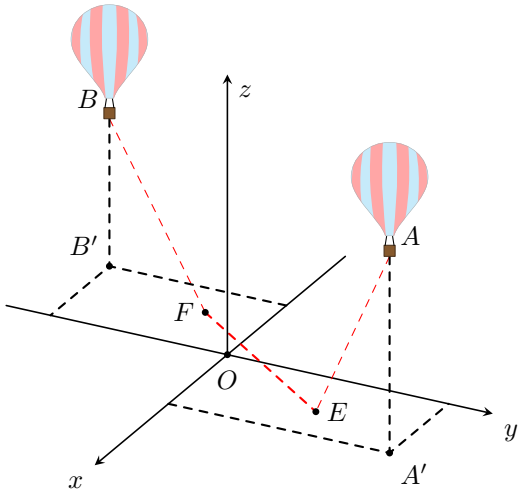
a) **(TH)** Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A thuộc $[1,1;1,2)$.
b) **(TH)** Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là $Q_{1B} = 1,18$.
c) **(NB)** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu lợn con giống B là $R_B = 0,40$.
d) **(TH)** Giá trị mốt của mẫu số liệu lợn con giống A là $M_{oA} = 1,21$.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.
a) **(NB)** Hàm số đã cho có hệ số $a > 0$.
b) **(NB)** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(2;0)$.
c) **(NB)** Giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 1$.
d) **(NB)** Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ bằng 4.



Câu 4. Hai chiếc khinh khí cầu được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu A cách mặt đất 5 km, cách điểm xuất phát 6 km về phía Đông và 3 km về phía Nam. Chiếc khinh khí cầu B cách mặt đất 5 km, cách điểm xuất phát 2 km về phía Bắc và 4 km về phía Tây. Gọi A' và B' lần lượt là hình chiếu của khinh khí cầu A, B xuống mặt phẳng tọa độ (Oxy). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo theo ki-lô-mét.





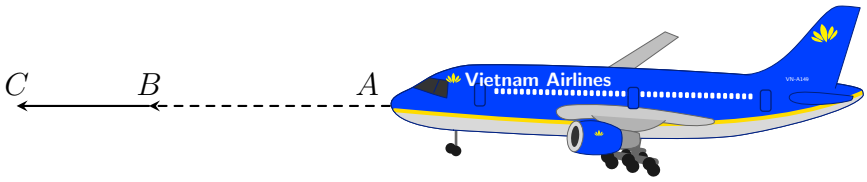
a) **(TH)** Tọa độ của chiếc khinh khí cầu A, B lần lượt là $A(6;3;5)$ và $B(-2;-4;5)$.
b) **(TH)** Khinh khí cầu A cách điểm xuất phát một khoảng cách là 8 km.
c) **(TH)** Tọa độ hình chiếu khinh khí cầu A, B lần lượt là $A'(3;6;0)$ và $B'(-2;-4;0)$.
d) **(VD)** Trên mặt đất, người ta xác định hai vị trí E và F sao cho $EF = 2$ km *(tham khảo hình vẽ mô phỏng)*. Khi đó, tổng độ dài $AE + EF + FB$ nhỏ nhất là $15,58$ km. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Thí sinh ghi và tô kết quả từ câu **1** đến câu **6**.)*

Câu 1 (TH). Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$. Hoành độ điểm uốn của hàm số $f(x)$ là?

Câu 2 (TH). Cho hàm số $y = f(x) = -x + \dfrac{2}{1-x}$. Biết rằng đồ thị hàm số nhận điểm $I(a;b)$ là tâm đối xứng. Tính giá trị biểu thức $P = a + b$.

Câu 3 (TH). Trong không gian $Oxyz$ cho trước (đơn vị đo: ki-lô-mét), một máy bay dân dụng di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(500;400;12)$ đến điểm $B(650;450;14)$ trong thời gian 10 phút. Trong 5 phút tiếp theo, máy bay di chuyển đến điểm C với hướng và vận tốc không đổi so với ban đầu. Máy bay đã di chuyển quãng đường BC là bao nhiêu ki-lô-mét? *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*



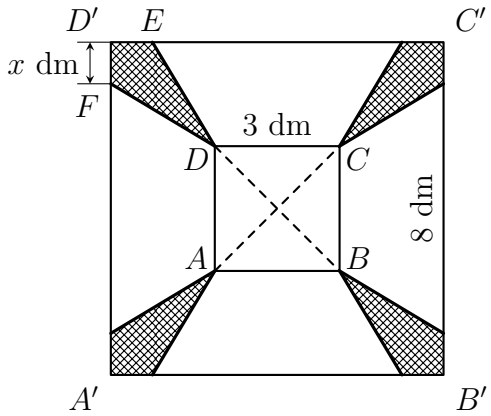
Câu 4 (TH). Thâm niên giảng dạy của một số giáo viên trường THPT X được ghi lại ở bảng sau:

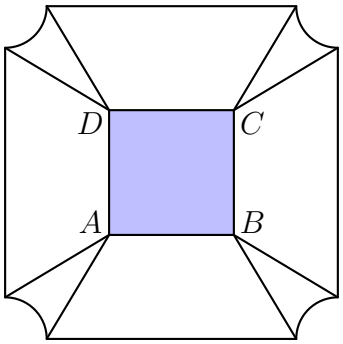
Thâm niên (Số năm)	$[0;5)$	$[5;15)$	$[15;20)$	$[20;30)$	$[30;35)$	
Số giáo viên	5	25	33	29	8	$n = 100$

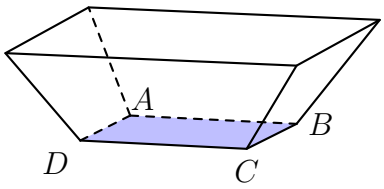
Xác định điểm ngưỡng (đơn vị: năm) để đưa ra danh sách 25% giáo viên có thâm niên cao nhất trong trường. *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*

Câu 5 (TH). Trong không gian $Oxyz$ được thiết lập tại một sân bay, người ta ghi nhận hai máy bay đang bay đến với các vectơ vận tốc $\vec{u} = (90;-80;-120)$, $\vec{v} = (60;-50;-60)$.Tính góc giữa hai vectơ vận tốc nói trên. *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười của độ)*

Câu 6 (VD). Để chuẩn bị cho hội chợ "Ý tưởng xanh", bạn Nam dự định làm một chiếc khay trồng rau mầm thủy canh dạng hình chóp cụt đều không có nắp. Từ một tấm vật liệu tái chế hình vuông có cạnh 8 dm, Nam cắt bỏ bốn phần giống nhau ở bốn góc (biết $D'E = D'F = x$ dm, với $0 < x < 2{,}5$), sau đó gấp tạo hình rồi hàn các mép lại để được chiếc khay như hình vẽ bên dưới. Biết đáy khay là hình vuông có cạnh bằng 3 dm. Hỏi thể tích lớn nhất của chiếc khay bằng bao nhiêu đề-xi-mét?*(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*







— HẾT —

- ***Thí sinh không được sử dụng tài liệu.***
- ***Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.***

ĐỀ THAM KHẢO
SỐ 2
(Đề thi có 05 trang)

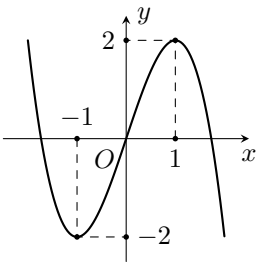
ĐỀ TIÊN TRI KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027

MÔN: TOÁN - LỚP *12*
Thời gian làm bài: ***90 phút***, *không kể thời gian phát đề*
Ngày kiểm tra: ***..../..../2026***

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* ..... **Mã Đề: *1234***

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **12**. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)*

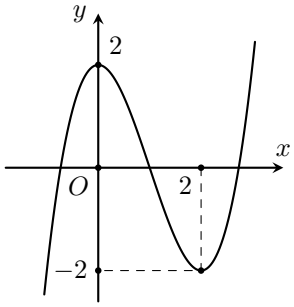
Câu 1 (NB). Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$.
C. $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 2 (TH). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}(3;-1;2)$ và điểm $A(0;-1;1)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ là
A. $(-3;2;-3)$. **B.** $(-3;0;-1)$. **C.** $(3;-2;3)$. **D.** $(6;-1;3)$.

Câu 3 (NB). Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là
A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;-2)$.

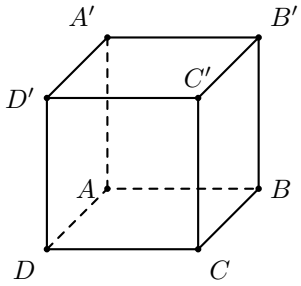
Câu 4 (TH). Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+2}{1-x}$, giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[2;4]$ là
A. -4. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 5 (NB). Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	3	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 6 (NB). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình bên). Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$?



A. $\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{D'C'}$.

C. $\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AD}$.

Câu 7 (TH). Người ta tiến hành khảo sát tuổi thọ của một số máy chạy thể dục do hai công ty A và B sản xuất qua thực tế sử dụng. Kết quả được tóm tắt trong bảng sau:

Tuổi thọ (năm)	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$	**Cỡ mẫu**
Số máy của công ty A	3	12	20	12	3	$n_A = 50$
Số máy của công ty B	8	9	12	12	9	$n_B = 50$

Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Máy của công ty A bền hơn máy của công ty B.

B. Tuổi thọ các máy của công ty B đồng đều hơn máy của công ty A.

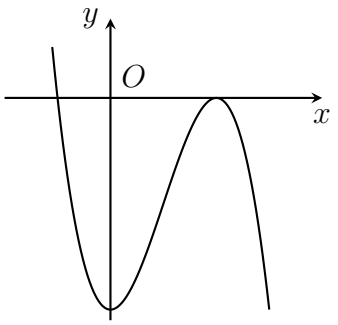
C. Máy của công ty B bền hơn máy của công ty A.

D. Tuổi thọ các máy của công ty A và công ty B có độ đồng đều như nhau.

Câu 8 (NB). Cho hai vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Số đo góc α (đơn vị: độ) giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

A. $\alpha = 30°$. **B.** $\alpha = 60°$. **C.** $\alpha = 90°$. **D.** $\alpha = 45°$.

Câu 9 (TH). Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = \dfrac{x^2 + 3x - 4}{x - 2}$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

C. $y = \dfrac{x - 4}{x - 1}$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 10 (NB). Kết quả đo chiều cao của 45 học sinh lớp 12A được thống kê như sau:

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh	10	18	9	5	3

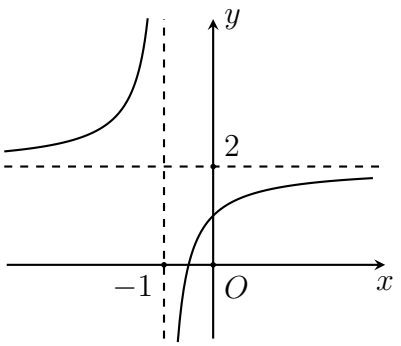
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 35. **B.** 20. **C.** 25. **D.** 30.

Câu 11 (NB). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(-2;-1;3)$. **B.** $(2;-1;-3)$. **C.** $(2;1;3)$. **D.** $(-2;1;3)$.

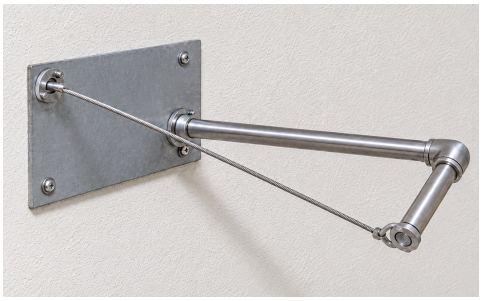
Câu 12 (NB). Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ $(ac \neq 0, ad - bc \neq 0)$ có đồ thị như hình dưới. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

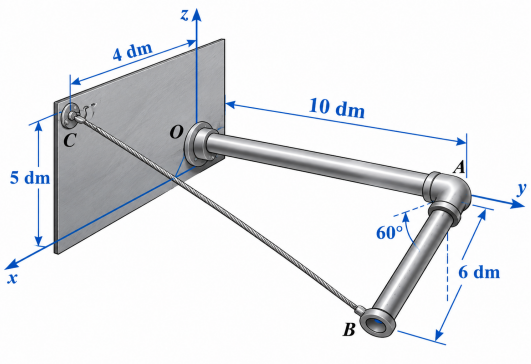


A. $y = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = -1$. **D.** $x = 2$.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **4**. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.)*

Câu 1. Một ống dẫn nước OAB được cố định vào một bức tường đồng thời được đặt trong hệ toạ độ $Oxyz$ và có các kích thước như hình vẽ.





Lưu ý: các kích thước trong hình mô phỏng có thể không đúng tỉ lệ thực tế

- Đoạn ống OA nằm trên tia Oy (vuông góc với tường), có chiều dài $OA = 10$ dm.
- Đoạn ống AB nối tiếp với OA, có chiều dài $AB = 6$ dm. Ống AB vuông góc với OA và hướng xuống dưới, tạo với mặt phẳng nằm ngang (Oxy) một góc $60°$.
- Đầu B của ống được giữ cố định bởi một thanh sắt nối với điểm C trên tường. Biết điểm $C(4;0;5)$. (Đơn vị trên các trục là dm).

a) **(NB)** Tọa độ của điểm $A(0;10;0)$.
b) **(TH)** Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AC} = (5;10;4)$.
c) **(TH)** Hình chiếu vuông góc của điểm B lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $H(0;10;-3\sqrt{3})$.
d) **(TH)** Độ dài thanh sắt BC là 14,1 dm.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 6x - 1$.
a) **(NB)** Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
b) **(TH)** Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng -1.
c) **(TH)** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng -2.
d) **(TH)** Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = 4$ tại 3 điểm phân biệt.

Câu 3. An và Bình cùng sử dụng vòng đeo tay thông minh để ghi lại số bước chân hai bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước (đơn vị: nghìn)	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$
Số ngày của An	6	7	6	6	5
Số ngày của Bình	2	5	13	8	2

a) **(TH)** Số trung bình của mẫu số liệu của An là $7,8$ và số trung bình của mẫu số liệu của Bình là $8,2$.
b) **(TH)** Phương sai của mẫu số liệu của An là $7,32$ lớn hơn phương sai của mẫu số liệu của Bình.
c) **(TH)** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu của An lớn hơn độ lệch chuẩn của mẫu số liệu của Bình.
d) **(TH)** Bạn Bình có số lượng bước chân đi mỗi ngày đều đặn hơn An.

Câu 4. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $(1 \le x \le 20)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa (đơn vị: nghìn đồng) cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = 500 - 20x - 3x^2 + x^3.$$

Tốc độ thay đổi tức thời $C'(x)$ của chi phí đối với số lượng x mét vải lụa được sản xuất gọi là ***chi phí biên***. Về ý nghĩa kinh tế, chi phí biên $C'(x)$ xấp xỉ với chi phí để sản xuất thêm một đơn vị hàng hóa

tiếp theo, tức là đơn vị hàng hóa thứ $x+1$.
Giả sử hộ làm nghề dệt vải lụa này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán được x mét vải.

a) **(TH)** Số tiền bán được mỗi ngày là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).

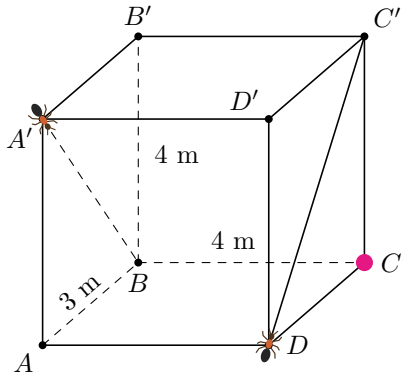
b) **(TH)** Chi phí biên tại $x = 15$ là $C'(16) = 652$ (nghìn đồng).

c) **(TH)** Lợi nhuận thu được là $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng).

d) **(VD)** Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 11 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa là 1172 (nghìn đồng).

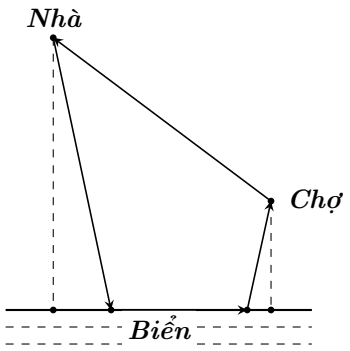
PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Thí sinh ghi và tô kết quả từ câu **1** đến câu **6**.)*

Câu 1 (VD). Hình vẽ dưới đây mô tả một căn phòng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 3$ m, $BB' = BC = 4$ m, tại C có một tổ kiến.



Kiến 1 xuất phát từ A' bò về tổ với vận tốc 0,02 m/s trên hai đoạn thẳng liên tiếp $A'B, BC$. Kiến 2 xuất phát từ D bò về tổ với vận tốc 0,06 m/s trên hai đoạn thẳng liên tiếp $DC', C'C$. Biết rằng, hai con kiến xuất phát cùng một lúc. Hỏi, sau 3 phút thì khoảng cách giữa hai con kiến là bao nhiêu m? *(làm tròn đến hàng phần trăm).*

Câu 2 (VD). Nhà thầy Hùng và chợ hải sản cách nhau 1 km, khoảng cách từ nhà thầy Hùng đến bờ biển bằng 1 km còn khoảng cách từ chợ hải sản đến bờ biển bằng 400 m (bờ biển xem như 1 đường thẳng). Mỗi buổi sáng thầy Hùng chạy thể dục từ nhà ra bờ biển, sau đó chạy dọc bờ biển 500 m, rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy thẳng về nhà (tham khảo hình vẽ).
Tổng quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng chạy trong mỗi buổi sáng là bao nhiêu mét (*không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị*)?



Câu 3 (TH). Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố M được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập	$[200;250)$	$[250;300)$	$[300;350)$	$[350;400)$	$[400;450)$
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Một doanh nghiệp địa phương muốn hướng dịch vụ của mình đến các gia đình có mức thu nhập ở tầm trung, tức là 50% các hộ gia đình có mức thu nhập ở chính giữa so với mức thu nhập của tất cả các hộ gia đình của địa phương. Hỏi các gia đình có mức thu nhập chênh lệch không quá bao nhiêu? *(làm tròn kết quả đến hàng phần chục)*

Câu 4 (TH). Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2026$. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 5 (TH). Trong không gian $Oxyz$ được thiết lập tại một khu vực diễn tập, hai thiết bị bay không người lái (flycam) đang bay thẳng đều với các vectơ vận tốc lần lượt là $\vec{u} = (2;-1;2)$ và $\vec{v} = (3;4;0)$ (đơn vị: m/s). Tính góc giữa hai vectơ vận tốc nói trên. *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười của độ)*

Câu 6 (NB). Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	2
		$-\infty$			

Gọi $I(m;n)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho. Giá trị của $m+n$ bằng bao nhiêu?

— HẾT —

- ***Thí sinh không được sử dụng tài liệu.***
- ***Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.***

ĐỀ THAM KHẢO
SỐ 3
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ TIÊN TRI KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027

MÔN: TOÁN - LỚP *12*
Thời gian làm bài: ***90 phút***, *không kể thời gian phát đề*
Ngày kiểm tra: ***..../..../2026***

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* ..... **Mã Đề: *1234***

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **12**. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)*

Câu 1 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $OBCD$ có $B(2;1;2)$ và $D(1;-1;1)$. Khi đó tọa độ của điểm C là

A. $(3;0;3)$.
B. $(-1;-2;-1)$.
C. $(3;-2;3)$.
D. $(1;2;1)$.

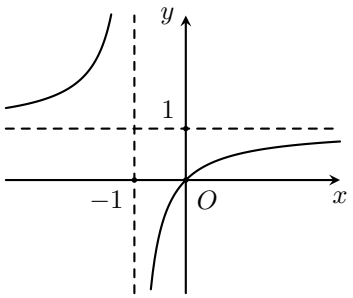
Câu 2 (NB). Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;3)$.
B. $(-\infty;3)$.
C. $(1;+\infty)$.
D. $(2;4)$.

Câu 3 (NB). Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là



A. $(-1;-1)$.
B. $(1;1)$.
C. $(1;-1)$.
D. $(-1;1)$.

Câu 4 (NB). Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$2\sqrt{5}$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y=0$.
B. $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y=1$.
C. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y=2\sqrt{5}$.
D. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y=2$.

Câu 5 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(2;-3;5)$. **B.** $(2;-3;-5)$. **C.** $(-2;-3;5)$. **D.** $(-2;3;5)$.

Câu 6 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=(3;0;1)$ và $\vec{v}=(2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

A. $\vec{u}\cdot\vec{v}=8$. **B.** $\vec{u}\cdot\vec{v}=-6$. **C.** $\vec{u}\cdot\vec{v}=6$. **D.** $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$.

Câu 7 (TH). Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2022 của 100 hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	$[200;250)$	$[250;300)$	$[300;350)$	$[350;400)$	$[400;450)$
Số hộ gia đình	14	32	24	21	9

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

A. $\dfrac{31825}{336}$. **B.** $\dfrac{211375}{336}$. **C.** $\dfrac{4275}{16}$. **D.** $\dfrac{7600}{21}$.

Câu 8 (TH). Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số quả mít	8	12	17	5	8

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

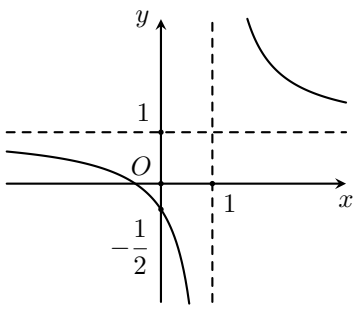
A. 18,04. **B.** 6,40. **C.** 8,72. **D.** 2,53.

Câu 9 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;1)$ và $B(3;0;-2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. 22. **B.** $\sqrt{22}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 26.

Câu 10 (NB). Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $x=2$.
C. $x=1$. **D.** $y=2$.



Câu 11 (NB). Tìm giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $y_{\text{CD}}=-1$. **B.** $y_{\text{CD}}=0$. **C.** $y_{\text{CD}}=1$. **D.** $y_{\text{CD}}=4$.

Câu 12 (NB). Cho ba điểm phân biệt A,C,E. Biết $\vec{a}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EC}$, tìm khẳng định đúng?

A. $a=EC$. **B.** $\vec{a}=\overrightarrow{AC}$. **C.** $\vec{a}=\overrightarrow{AE}$. **D.** $\vec{a}=\overrightarrow{CA}$.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **4**. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.)*

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ có đồ thị (C).

a) **(NB)** Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$.

b) **(NB)** Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$.

c) **(NB)** Đồ thị (C) có tâm đối xứng là điểm $I(3;-2)$.

d) **(TH)** Hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC có $A(1;2;1)$, $B(5;3;4)$, $C(8;-3;2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

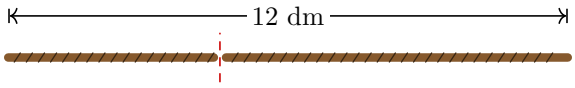
a) **(NB)** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}$.

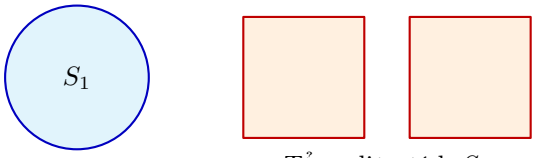
b) **(NB)** $\overrightarrow{OC} = 8\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

c) **(TH)** $\overrightarrow{CB} = (-3; 6; 2)$.

d) **(TH)** Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{14}{3}; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Câu 3. Bạn An muốn tận dụng hết một sợi dây thừng dài 12 dm để làm thiệp tặng bạn trong dịp Noel. An dự định cắt sợi dây thành hai đoạn, đoạn thứ I uốn thành một đường tròn, đoạn thứ II gấp thành hai hình vuông bằng nhau. Sau đó, đặt ba hình lên bìa carton để làm thiệp. Gọi S_1 là diện tích hình tròn, S_2 là diện tích hai hình vuông được tạo thành từ hai đoạn dây nêu trên (như hình vẽ dưới). Theo bạn An, để trang trí hình vuông, mỗi dm^2 mất 30 phút; để trang trí hình tròn, mỗi dm^2 mất 20 phút. Giả sử x $(0 < x < 12)$ là chiều dài đoạn dây thứ I, đơn vị là dm. Mọi kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân.





Tổng diện tích S_2

a) **(TH)** Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là một hàm số $S(x)$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

b) **(TH)** Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là hàm số $S(x)$ có một điểm cực trị.

c) **(TH)** Tổng thời gian trang trí thiệp là một hàm số $T(x) = \frac{5}{\pi}x^2 + \frac{15}{32}(12 - x)^2$, tính bằng phút.

d) **(VD)** Tổng thời gian trang trí thiệp ngắn nhất khi $x \approx 4{,}4$ dm.

Câu 4. Thống kê điểm kiểm tra giữa kì I môn Toán của lớp 12A trường THPT X người ta thu được kết quả sau:

Điểm thi	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh	2	7	8	3	10	5	3	2

a) **(NB)** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 8$.

b) **(TH)** Điểm trung bình của mẫu số liệu trên là $\overline{x} = 5{,}725$.

c) **(TH)** Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $[3;4)$.

d) **(TH)** Biết rằng điểm kiểm tra giữa kì I môn Toán của lớp 12B có phương sai là 5,32, do đó lớp 12B học đều hơn lớp 12A.

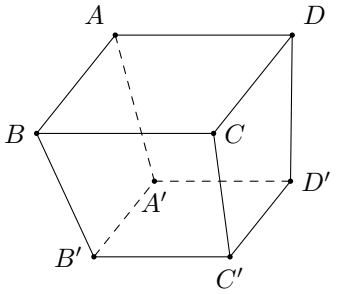
PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Thí sinh ghi và tô kết quả từ câu **1** đến câu **6**.)*

Câu 1 (NB). Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số trên là bao nhiêu?

Câu 2 (VD). Cho khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. Biết tổng diện tích của hai mặt đáy bằng 54 và độ dài đường chéo $AC' = 9$. Tìm thể tích lớn nhất của khối chóp cụt đã cho.

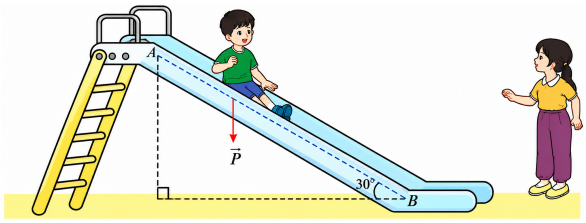


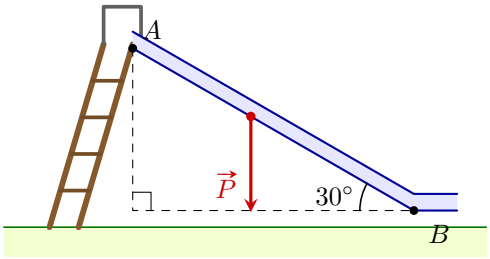
Câu 3 (NB). Bác Nam thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

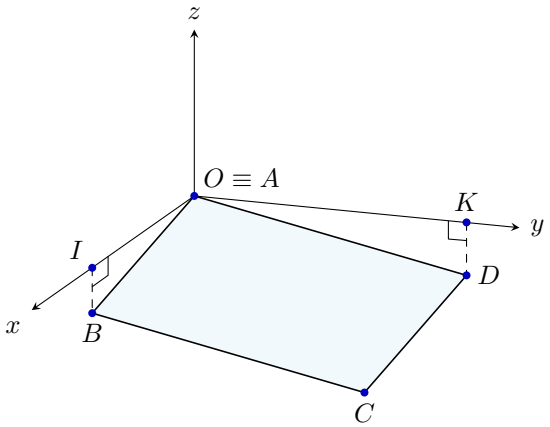
Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 4 (TH). Một em bé cân nặng $m = 25$ kg trượt trên cầu thang trượt dài 3,2 mét. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là $30°$ và vectơ gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ được lấy độ lớn là $g = 9{,}8$ m/s^2. Công A (J) sinh bởi một lực $\vec{F}$ có độ dịch chuyển $\vec{d}$ được tính bởi công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công *(đơn vị J)* sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em bé trượt hết chiều dài cầu trượt.





Câu 5 (VD). Một mái nhà kho hình bình hành $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 221$ (cm) và $AD = 313$ (cm). Để tiện việc thoát nước khi trời mưa nên mái nhà kho cần phải có độ nghiêng. Biết rằng vị trí điểm B thấp hơn vị trí điểm A với khoảng cách $BI = 21$ (cm). Vị trí điểm D thấp hơn vị trí điểm A với khoảng cách $DK = 25$ (cm). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A \equiv O$, $BI \perp (Oxy)$ tại I thuộc tia Ox, $DK \perp (Oxy)$ tại K thuộc tia Oy (tham khảo hình vẽ). Xác định xem vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A bao nhiêu (cm)?



Câu 6 (TH). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;2;1)$, $B(-2;-1;4)$. Biết tọa độ điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$. Tính $a + b + c$.

— HẾT —

- ***Thí sinh không được sử dụng tài liệu.***
- ***Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.***

ĐỀ THAM KHẢO
SỐ 4
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ TIÊN TRI KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027

MÔN: TOÁN - LỚP *12*
Thời gian làm bài: ***90 phút***, *không kể thời gian phát đề*
Ngày kiểm tra: ***..../..../2026***

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* ..... **Mã Đề: *1234***

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **12**. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)*

Câu 1 (NB). Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

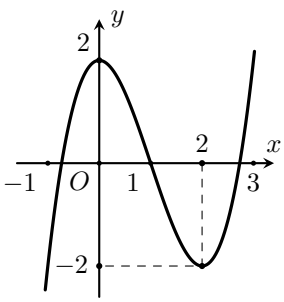
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 2 (NB). Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $y = 0$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = -2$.



Câu 3 (NB). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	
$f(x)$	0	↗	2	↘	$-\infty$	↗	5
					3		

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 4 (TH). Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ nhận

A. trục tung làm trục đối xứng.

B. gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

C. điểm $I(-1; 0)$ làm tâm đối xứng.

D. đường thẳng $x = 1$ làm trục đối xứng.

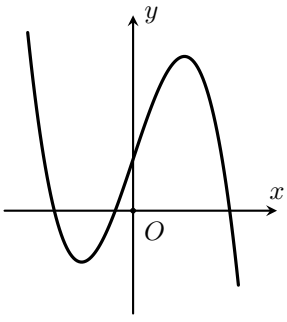
Câu 5 (NB). Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong dưới đây?

A. $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = \dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.



Câu 6 (NB). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$.
B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.
D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Câu 7 (NB). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;-1)$. **C.** $(2;-1;-3)$. **D.** $(-3;2;-1)$.

Câu 8 (NB). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (3;0;1)$ và $\vec{v} = (2;1;0)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. **B.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Câu 9 (NB). Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một học sinh lớp 4 trường A được cho ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$	$[10;11)$
Số học sinh	8	10	12	14	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 5. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 10 (NB). Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh trong một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

A. 2,5 cm. **B.** 12,5 cm. **C.** 3,125 cm. **D.** 42,25 cm.

Câu 11 (TH). Một chất điểm chuyển động thẳng với phương trình $s(t) = t^3 + 3t - 1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (giây)?

A. 139 (m/s). **B.** 78 (m/s). **C.** 30 (m/s). **D.** 77 (m/s).

Câu 12 (NB). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. Phương sai có giá trị là số âm.
B. Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.
C. Phương sai gấp đôi giá trị của độ lệch chuẩn.
D. Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

*(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **4**. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.)*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

a) **(NB)** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.
b) **(NB)** Điểm cực tiểu của hàm số bằng 3.
c) **(TH)** Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị trái dấu.
d) **(VD)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f'(x)$ trên $[1;3]$ là 2, biết $f'(x) = 3x^2 + bx + c$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $B(-2;2;0)$ và $C(4;1;-1)$.

a) **(NB)** Tọa độ của điểm A là $A(2;2;2)$.
b) **(NB)** Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BC}$ là $\overrightarrow{BC} = (-6;1;1)$.
c) **(NB)** Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC là $I(2;-1;-3)$.
d) **(TH)** Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là $\sqrt{30}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 2}{x - 1}$.

a) **(NB)** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.
b) **(TH)** Ta có $y' = 1 + \dfrac{4}{(x-1)^2}$.

c) **(TH)** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.

d) **(VD)** Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số giao với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{4}$.

Câu 4. Kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15, kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (đơn vị: m). Ta có các bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22; 6,46)	6,34	3
[6,46; 6,70)	6,58	7
[6,70; 6,94)	6,82	5
[6,94; 7,18)	7,06	20
[7,18; 7,42)	7,30	5
	Cỡ mẫu	$n = 40$

Bảng 15 (Vận động viên Dũng)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22; 6,46)	6,34	2
[6,46; 6,70)	6,58	5
[6,70; 6,94)	6,82	8
[6,94; 7,18)	7,06	19
[7,18; 7,42)	7,30	6
	Cỡ mẫu	$n = 40$

Bảng 16 (Vận động viên Huy)

a) **(NB)** Các bảng trên là bảng phân bố tần số ghép lớp.

b) **(NB)** Số lần nhảy xa từ 7,18 m trở lên của vận động viên Dũng là 5.

c) **(TH)** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)* là 0,16.

d) **(TH)** Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Thí sinh ghi và tô kết quả từ câu **1** đến câu **6**.)*

Câu 1 (TH). Đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị là A, B. Tìm khoảng cách giữa hai điểm A và B *(làm tròn đến hàng phần chục)*.

Câu 2 (TH). Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Gọi điểm $I(a;b;c)$ là tâm của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của c.

Câu 3 (VD). Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$ $(0 \le t \le 24)$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ? Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

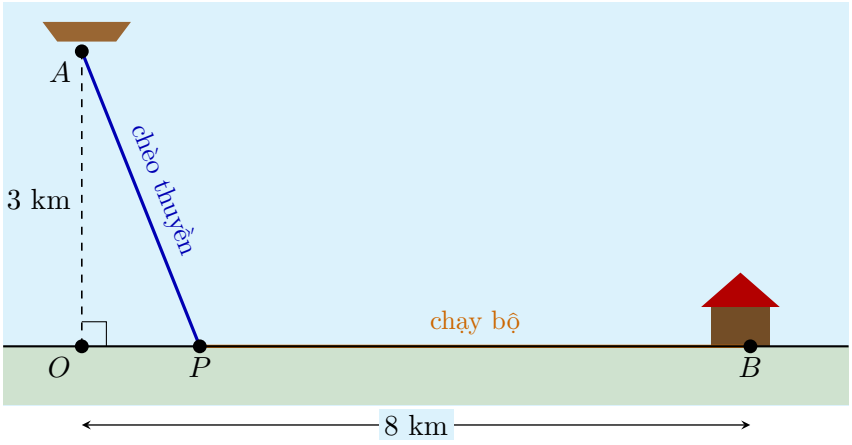
Câu 4 (TH). Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*.

Câu 5 (VD). Ba chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Chiếc thứ ba thẳng hàng với chiếc thứ nhất và thứ hai đồng thời cách mặt đất 0,4 km và nằm cách điểm xuất phát 5 km về phía Đông. Tính khoảng cách giữa khinh khí cầu thứ nhất và thứ ba là bao nhiêu kilômét? *(Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*.

Câu 6 (VD). Một người ở vị trí A trên sông, cách bờ tại O một đoạn 3 km. Người đó cần đến B trên bờ, với $OB = 8$ km. Người ấy chèo thuyền thẳng từ A đến một điểm P trên đoạn OB rồi chạy bộ từ P đến B. Tốc độ chèo thuyền là 4 km/h, tốc độ chạy bộ là 12 km/h. Hỏi cần cập bờ tại P cách O bao nhiêu kilômét để tổng thời gian ngắn nhất? *(Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).*



— HẾT —

- ***Thí sinh không được sử dụng tài liệu.***
- ***Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.***

ĐỀ THAM KHẢO
SỐ 5
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ TIÊN TRI KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027

MÔN: TOÁN - LỚP *12*
Thời gian làm bài: ***90 phút***, *không kể thời gian phát đề*
Ngày kiểm tra: ***..../..../2026***

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* ..... **Mã Đề: *1234***

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **12**. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)*

Câu 1 (NB). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;0)$ và $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Khi đó $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ bằng

A. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\dfrac{2}{5}$. **B.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\dfrac{2}{25}$. **C.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{2}{5}$. **D.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{2}{25}$.

Câu 2 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(3;0;1)$. **B.** $(3;0;-1)$. **C.** $(1;-4;5)$. **D.** $(-1;4;-5)$.

Câu 3 (NB). Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 25. **B.** 15. **C.** 20. **D.** 30.

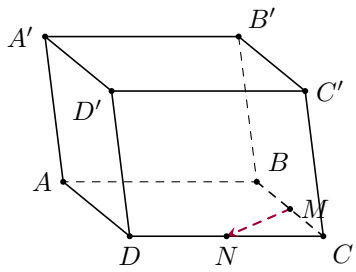
Câu 4 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{b}=-\vec{i}+4\vec{j}$. Tọa độ vectơ $\vec{b}$ bằng

A. $(1;4;0)$. **B.** $(0;-1;4)$. **C.** $(-1;4;0)$. **D.** $(4;-1;0)$.

Câu 5 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;1)$ và $B(3;-2;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 25.

Câu 6 (TH). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên dưới). Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và CD. Vectơ nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



A. $\overrightarrow{A'C'}$. **B.** $\overrightarrow{AD}$. **C.** $\overrightarrow{B'D'}$. **D.** $\overrightarrow{BC}$.

Câu 7 (TH). Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau *(đơn vị: triệu đồng)*:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[9;11)$. **B.** $[7;9)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 8 (NB). Hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;4)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 9 (TH). Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

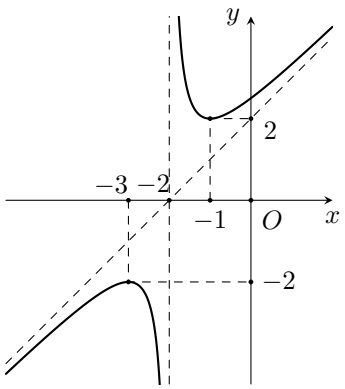
Câu 10 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;2)$ và $N(1;0;4)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $(1;0;3)$. **B.** $(0;2;2)$. **C.** $(1;-1;3)$. **D.** $(2;-2;6)$.

Câu 11 (NB). Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ là

A. $x=1$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=-3$. **D.** $y=1$.

Câu 12. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x^2+4x+5}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+4x+1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+4x+5}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+4x+5}{-x-2}$.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

*(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **4**. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.)*

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$, khi đó:

a) **(NB)** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

b) **(NB)** Hàm số có 2 điểm cực trị.

c) **(TH)** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3.

d) **(TH)** Phương trình $x\cdot f'(x)=0$ có hai nghiệm.

Câu 2. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố.

Nhóm	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Tần số	25	20	20	15	14	6

a) **(NB)** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R=60$.

b) **(TH)** Tứ phân vị thứ nhất bằng 25.

c) **(TH)** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm bằng 44.

d) **(TH)** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q=\dfrac{65}{3}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;2;-1)$, $B(1;-1;2)$ và $C(0;-2;-3)$.

a) **(NB)** $\overrightarrow{AB}=(3;3;-3)$.

b) **(NB)** Trung điểm của BC có tọa độ là $(-1;-1;1)$.

c) **(TH)** Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi tọa độ điểm $D(3;1;0)$.

d) **(TH)** Tọa độ điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy), sao cho A,B,N thẳng hàng là $(3;1;0)$.

Câu 4. Một hãng ô tô A đưa sản phẩm ô tô thể thao của họ ra chạy thử trước khi mở bán. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, chiếc xe đứng yên. Sau đó chiếc xe nổ máy và tăng tốc rất nhanh. Sử dụng máy bắn tốc độ, người ta đo được tốc độ tức thời của chiếc xe tại các thời điểm 1 giây, 2 giây và 3 giây cho trong bảng sau:

t **(giây)**	1	2	3
$v(t)$ **(m/s)**	6	16	26

Biết rằng tốc độ tức thời của chiếc xe đó trong 5 giây đầu tiên kể từ khi xuất phát được biểu diễn bởi hàm số bậc ba $v(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ với a, b, c, d là các số thực và $a \neq 0$.

a) **(TH)** Trong 3 giây đầu vận tốc ô tô giảm.

b) **(TH)** Tổng các hệ số $a + b + c = 5$.

c) **(VD)** Trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 5$, tốc độ lớn nhất của chiếc xe đạt được lớn hơn 32 m/s.

d) **(TH)** Tại thời điểm $t = 5$ giây, tốc độ của xe bằng 30 m/s.

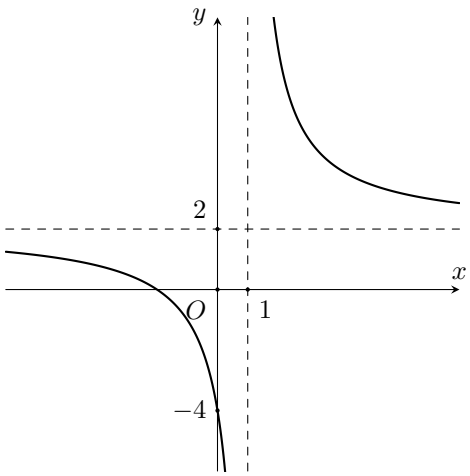
PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Thí sinh ghi và tô kết quả từ câu **1** đến câu **6**.)*

Câu 1 (TH). Cho bảng số liệu về khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch từ một thửa ruộng như dưới đây:

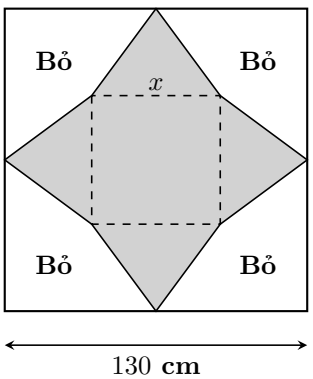
Khối lượng (gam)	$[70; 80)$	$[80; 90)$	$[90; 100)$	$[100; 110)$	$[110; 120]$
Tần số	3	6	12	6	3

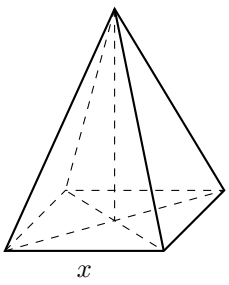
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

Câu 2 (TH). Cho hàm số $y = \dfrac{ax + 4}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ bên đây. Tính $f(3)$.



Câu 3 (VD). Từ một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 130 cm, người ta cắt bỏ 4 phần ở 4 góc như hình vẽ và giữ lại một mảnh được tô màu (gồm 1 hình vuông cạnh bằng x cm và 4 tam giác cân). Tiến hành gấp mảnh còn lại thành một hình chóp tứ giác đều (H). Hình chóp có thể tích lớn nhất khi đáy dài bao nhiêu cm?





Câu 4 (NB). Mỗi ngày bác Tùng đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Qua thống kê quãng đường 20 ngày đi bộ (đơn vị: km) của bác Tùng tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,1314. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 5 (TH). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là $(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*

Câu 6 (VD). Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$, chuyển động đều theo đường cáp và cùng hướng với $\vec{u} = (0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s *(đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét)*. Sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M. Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Giá trị $T = a + 3b + c$ bằng bao nhiêu?



— HẾT —

- ***Thí sinh không được sử dụng tài liệu.***
- ***Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.***

PHẦN 2: ĐÁP ÁN THAM KHẢO

ĐỀ THAM KHẢO
SỐ 1
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN - LỚP *12*
Thời gian làm bài: ***90 phút***, *không kể thời gian phát đề*
Ngày kiểm tra: ***..../..../2026***

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* ..... **Mã Đề: *1234***

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **12**. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)*

Câu 1 (TH). Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tất cả 7 nhóm *(được xếp theo thứ tự không giảm)* và có độ rộng bằng nhau, biết rằng nhóm đầu tiên của mẫu là $[5;7)$. Khi đó, nhóm thứ năm là

A. $[9;11)$. **B.** $[13;15)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[15;17)$.

Lời giải.

Độ rộng của mỗi nhóm là $h = 7 - 5 = 2$.
Lần lượt xác định các nhóm tiếp theo của mẫu số liệu:

- Nhóm thứ hai: $[7;9)$.
- Nhóm thứ ba: $[9;11)$.
- Nhóm thứ tư: $[11;13)$.
- Nhóm thứ năm: $[13;15)$.

Chọn đáp án (B) ..... ☐

Câu 2 (TH). Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn là 1,35. Khi đó, phương sai của mẫu số liệu là

A. 1,8525. **B.** 1,8252. **C.** 1,8225. **D.** 1,8522.

Lời giải.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm bằng bình phương của độ lệch chuẩn:

$$s^2 = (1{,}35)^2 = 1{,}8225.$$

Chọn đáp án (C) ..... ☐

Sử dụng thông tin sau để trả lời các câu hỏi 3, 4 và 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;-1)$ và vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$. Gọi điểm A' là hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (Oxz).

Câu 3 (NB). Tọa độ của điểm A' là?

A. $(-1;2;0)$. **B.** $(-1;0;-1)$. **C.** $(0;-1;2)$. **D.** $(0;2;-1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-1;2;-1)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tung độ bằng 0, hoành độ và cao độ giữ nguyên nên có tọa độ là $A'(-1;0;-1)$.

Chọn đáp án (B) ..... ☐

Câu 4 (NB). Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là?

A. $(1;3;2)$. **B.** $(2;1;3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(2;0;3)$.

Lời giải.

Vì $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ nên tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là $(2;1;3)$.

Chọn đáp án (B) ..... ☐

Câu 5 (TH). Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\vec{u}$ bằng?

A. 3. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 0.

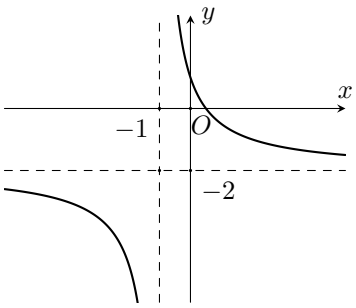
Lời giải.

Với $A(-1;2;-1)$ và $A'(-1;0;-1)$, ta có $\overrightarrow{AA'} = (0;-2;0)$.
Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\vec{u} = (2;1;3)$ là:

$$\overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u} = 0 \cdot 2 + (-2) \cdot 1 + 0 \cdot 3 = -2.$$

Chọn đáp án C ..... □

Câu 6 (NB). Hàm số nào dưới đây có hình dạng đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y = \dfrac{x^2 + x - 3}{x + 1}$. **B.** $y = \dfrac{2x - 1}{x + 1}$.

C. $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$. **D.** $y = \dfrac{1 - 2x}{x + 1}$.

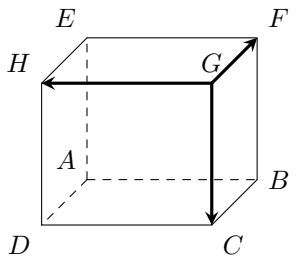
Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đây là đồ thị của hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất có:

- Đường tiệm cận đứng: $x = -1$.
- Đường tiệm cận ngang: $y = -2$.

Trong các phương án đã cho, chỉ có hàm số $y = \dfrac{1 - 2x}{x + 1} = \dfrac{-2x + 1}{x + 1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -2$.
Chọn đáp án D ..... □

Câu 7 (NB). Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ *(tham khảo hình vẽ bên dưới)*



Tổng các vectơ $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GF}$ bằng

A. $\overrightarrow{GA}$. **B.** $\overrightarrow{GE}$. **C.** $\overrightarrow{GB}$. **D.** $\overrightarrow{GD}$.

Lời giải.

Áp dụng quy tắc hình hộp tại đỉnh G của hình hộp $ABCD.EFGH$, ta có:

$$\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GA}.$$

Chọn đáp án A ..... □

Câu 8 (NB). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

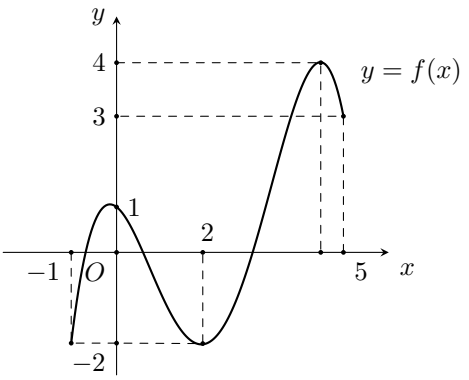
A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm y', ta thấy y' đổi dấu khi đi qua hai điểm $x=-1$ (từ âm sang dương) và $x=1$ (từ dương sang âm); tại $x=0$ thì y' không đổi dấu.
Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 9 (NB). Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;5]$. Khi đó giá trị $M+m$ là?



A. -2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số trên đoạn $[-1;5]$, ta có:

- Giá trị lớn nhất của hàm số là $M=\max\limits_{[-1;5]} f(x)=4$.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $m=\min\limits_{[-1;5]} f(x)=-2$.

Vậy $M+m=4+(-2)=2$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 10 (NB). Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên, mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	3	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$ $\searrow$	3

A. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta có:

- $\lim\limits_{x\to-\infty} y=3$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$, suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=3$.
- $\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$, suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 11 (NB). Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

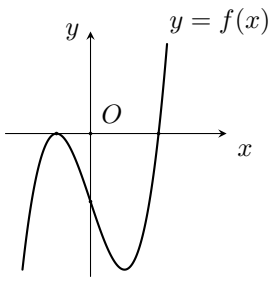
A. $(-\infty;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $y' < 0$ với mọi $x \in (-1;1)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 12 (NB). Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đó là hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 4x^2 + 5x$.
B. $y = -x^3 - 4x^2 + 2$.
C. $y = x^3 - 3x - 2$.
D. $y = -x^3 - 3x - 2$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

- Nhánh phải của đồ thị đi lên ($\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$) nên hệ số $a > 0$, loại hai phương án $y = -x^3-4x^2+2$ và $y = -x^3 - 3x - 2$.
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 ($d = -2$), loại phương án $y = x^3 - 4x^2 + 5x$ (có $d = 0$).

Vậy hàm số cần tìm là $y = x^3 - 3x - 2$.

Chọn đáp án (C) ..... □

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **4**. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.)*

Câu 1. Anh A và chị B tham gia một phiên giao dịch cổ phiếu vào cuối tuần. Biết rằng, giá của một cổ phiếu (tính bằng euro) trong ngày hôm đó (có 8 giờ giao dịch) được mô tả bởi hàm số:

$$f(t) = 35{,}7 \cdot \frac{t+2}{t^2+21}, \quad t \in [0;8]$$

trong đó t là thời gian (tính bằng giờ) kể từ khi phiên giao dịch mở cửa.

a) (TH) Giá cổ phiếu sau khi phiên giao dịch vừa mở cửa là $3,4$ euro.
b) (TH) Sau 5 giờ kể từ khi phiên giao dịch mở cửa thì cổ phiếu có giá cao nhất..
c) (TH) Khi phiên giao dịch vừa mở cửa, anh A đã mua 25 cổ phiếu và sau 2 giờ kể từ lúc mua anh A bán. Lợi nhuận anh A thu được là $57,8$ euro. *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười).*
d) (VD) Nếu chị B mua 100 cổ phiếu và bán chúng ngay trong ngày thì lợi nhuận tối đa mà chị B thu được là 255 euro.

Lời giải.

a) Đúng.

Khi phiên giao dịch vừa mở cửa ($t = 0$), giá của một cổ phiếu là:

$$f(0) = 35{,}7 \cdot \frac{0+2}{0^2+21} = 35{,}7 \cdot \frac{2}{21} = 3{,}4 \text{ (euro)}.$$

b) Sai.

Xét hàm số $f(t) = 35{,}7 \cdot \dfrac{t+2}{t^2+21}$ trên đoạn $[0;8]$, ta có đạo hàm:

$$f'(t) = 35{,}7 \cdot \frac{(t^2+21)-(t+2)\cdot 2t}{(t^2+21)^2} = 35{,}7 \cdot \frac{-t^2-4t+21}{(t^2+21)^2}.$$

Giải phương trình $f'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 - 4t + 21 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \in [0;8] \\ t = -7 \notin [0;8]. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ trên đoạn $[0;8]$ như sau:

t	0		3		8
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$3{,}4$	↗	$5{,}95$	↘	$4{,}2$

Dựa vào bảng biến thiên, cổ phiếu đạt giá cao nhất là 5,95 euro sau 3 giờ kể từ khi phiên giao dịch mở cửa.

c) Đúng.

Giá mỗi cổ phiếu tại thời điểm $t = 2$ giờ là:

$$f(2) = 35{,}7 \cdot \frac{2+2}{2^2+21} = 35{,}7 \cdot \frac{4}{25} = 5{,}712 \text{ (euro)}.$$

Lợi nhuận anh A thu được khi mua 25 cổ phiếu lúc mở cửa ($t = 0$) và bán sau 2 giờ ($t = 2$) là:

$$25 \cdot [f(2) - f(0)] = 25 \cdot (5{,}712 - 3{,}4) = 25 \cdot 2{,}312 = 57{,}8 \text{ (euro)}.$$

d) Đúng.

Gọi $t_1, t_2 \in [0; 8]$ ($t_1 < t_2$) lần lượt là thời điểm chị B mua và bán cổ phiếu. Từ bảng biến thiên ở ý b), ta thấy giá cổ phiếu thấp nhất trong ngày là $f(0) = 3{,}4$ euro tại thời điểm $t_1 = 0$ và đạt giá cao nhất là $f(3) = 5{,}95$ euro tại thời điểm $t_2 = 3 > t_1$.
Do đó lợi nhuận tối đa khi giao dịch 100 cổ phiếu trong ngày là:

$$100 \cdot [f(3) - f(0)] = 100 \cdot (5{,}95 - 3{,}4) = 255 \text{ (euro)}.$$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 2. Cân nặng (đơn vị: kg) của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở bảng như dưới đây. *(các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Cân nặng (kg)	$[1,0; 1,1)$	$[1,1; 1,2)$	$[1,2; 1,3)$	$[1,3; 1,4)$
Số con giống A	8	28	32	17
Số con giống B	0	20	24	19

a) **(TH)** Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A thuộc $[1,1; 1,2)$.
b) **(TH)** Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là $Q_{1B} = 1,18$.
c) **(NB)** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu lợn con giống B là $R_B = 0,40$.
d) **(TH)** Giá trị mốt của mẫu số liệu lợn con giống A là $M_{oA} = 1,21$.

Lời giải.

a) Đúng.

Cỡ mẫu của giống A là $n_A = 8 + 28 + 32 + 17 = 85$.
Ta có $\frac{n_A}{4} = \frac{85}{4} = 21{,}25$.
Tần số tích lũy của nhóm $[1{,}0; 1{,}1)$ là 8 và của nhóm $[1{,}1; 1{,}2)$ là $8 + 28 = 36$.
Vì $8 < 21{,}25 \leq 36$ nên tứ phân vị thứ nhất Q_{1A} của mẫu số liệu lợn con giống A thuộc nhóm $[1{,}1; 1{,}2)$.

b) Đúng.

Cỡ mẫu của giống B là $n_B = 0 + 20 + 24 + 19 = 63$.
Ta có $\frac{n_B}{4} = \frac{63}{4} = 15{,}75$.
Vì $0 < 15{,}75 \leq 20$ nên tứ phân vị thứ nhất Q_{1B} thuộc nhóm $[1{,}1; 1{,}2)$, suy ra:

$$Q_{1B} = 1{,}1 + \frac{15{,}75 - 0}{20} \cdot (1{,}2 - 1{,}1) = 1{,}17875 \approx 1{,}18.$$

c) Sai.

Đối với mẫu số liệu lợn con giống B, nhóm $[1{,}0;1{,}1)$ có tần số bằng 0 nên nhóm đầu tiên chứa dữ liệu là $[1{,}1;1{,}2)$ và nhóm cuối cùng chứa dữ liệu là $[1{,}3;1{,}4)$.
Do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu lợn con giống B là:

$$R_B = 1{,}4 - 1{,}1 = 0{,}30.$$

d) Sai.

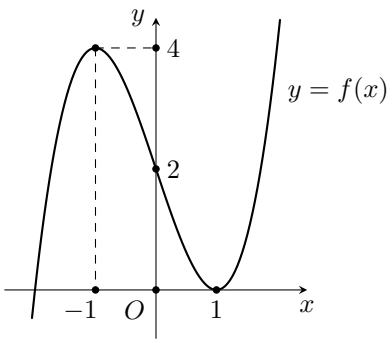
Đối với mẫu số liệu lợn con giống A, nhóm chứa mốt là nhóm có tần số lớn nhất: $[1{,}2;1{,}3)$ với tần số $n_3 = 32$.
Giá trị mốt của mẫu số liệu lợn con giống A là:

$$M_{oA} = 1{,}2 + \frac{32-28}{(32-28)+(32-17)} \cdot (1{,}3 - 1{,}2) = 1{,}2 + \frac{4}{19} \cdot 0{,}1 \approx 1{,}22.$$

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ☐

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

a) **(NB)** Hàm số đã cho có hệ số $a > 0$.
b) **(NB)** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(2;0)$.
c) **(NB)** Giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 1$.
d) **(NB)** Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ bằng 4.



Lời giải.

a) Đúng.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ nên hệ số $a > 0$.

b) Sai.

Đồ thị hàm số có điểm cực đại $(-1;4)$ và điểm cực tiểu $(1;0)$, nên tâm đối xứng của đồ thị hàm số là trung điểm $I(0;2)$ của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị.

c) Sai.

Dựa vào đồ thị hàm số, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1;0)$ nên giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{\text{CT}} = 0$.

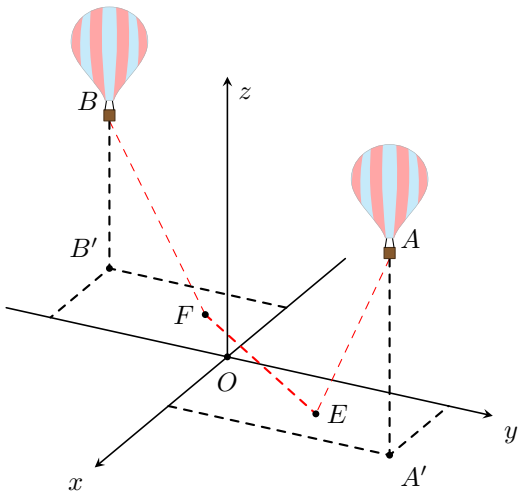
d) Đúng.

Quan sát đồ thị hàm số trên đoạn $[-2;1]$, giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại điểm $x = -1$ và bằng 4.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | ☐

Câu 4. Hai chiếc khinh khí cầu được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu A cách mặt đất 5 km, cách điểm xuất phát 6 km về phía Đông và 3 km về phía Nam. Chiếc khinh khí cầu B cách mặt đất 5 km, cách điểm xuất phát 2 km về phía Bắc và 4 km về phía Tây. Gọi A' và B' lần lượt là hình chiếu của khinh khí cầu A, B xuống mặt phẳng tọa độ (Oxy). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo theo ki-lô-mét.





a) **(TH)** Tọa độ của chiếc khinh khí cầu A, B lần lượt là $A(6;3;5)$ và $B(-2;-4;5)$.

b) **(TH)** Khinh khí cầu A cách điểm xuất phát một khoảng cách là 8 km.

c) **(TH)** Tọa độ hình chiếu khinh khí cầu A, B lần lượt là $A'(3;6;0)$ và $B'(-2;-4;0)$.

d) **(VD)** Trên mặt đất, người ta xác định hai vị trí E và F sao cho $EF = 2$ km *(tham khảo hình vẽ mô phỏng)*. Khi đó, tổng độ dài $AE + EF + FB$ nhỏ nhất là 15,58 km. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*.

Lời giải.

a) **Sai**.

Theo cách chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (tia Ox hướng về phía Nam, tia Oy hướng về phía Đông, tia Oz hướng thẳng đứng lên trời):

- Khinh khí cầu A cách điểm xuất phát 3 km về phía Nam, 6 km về phía Đông và cách mặt đất 5 km nên có tọa độ $A(3;6;5)$.
- Khinh khí cầu B cách điểm xuất phát 2 km về phía Bắc, 4 km về phía Tây và cách mặt đất 5 km nên có tọa độ $B(-2;-4;5)$.

b) **Sai**.

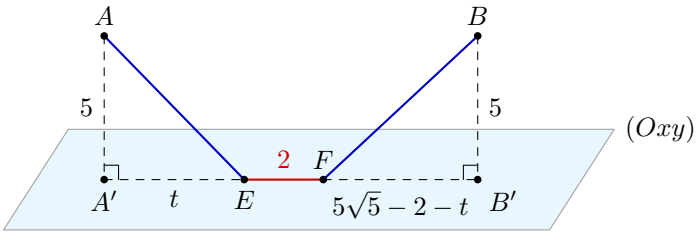
Khoảng cách từ khinh khí cầu $A(3;6;5)$ đến điểm xuất phát $O(0;0;0)$ là:

$$OA = \sqrt{3^2 + 6^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 36 + 25} = \sqrt{70} \approx 8{,}37 \text{ (km)}.$$

c) **Đúng**.

Hình chiếu vuông góc của $A(3;6;5)$ và $B(-2;-4;5)$ xuống mặt phẳng (Oxy) lần lượt là $A'(3;6;0)$ và $B'(-2;-4;0)$.

d) **Sai**.



Ta có $AA' = 5$ km, $BB' = 5$ km và khoảng cách giữa hai hình chiếu trên mặt đất là:

$$A'B' = \sqrt{(-2-3)^2 + (-4-6)^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \text{ (km)}.$$

Với mọi điểm $E, F \in (Oxy)$ thỏa mãn $EF = 2$ km:

- Nếu $A'E > 5\sqrt{5}-2$ thì $AE = \sqrt{25+A'E^2} > \sqrt{25+\left(5\sqrt{5}-2\right)^2} \approx 10{,}45$ km, kết hợp $FB \geq BB' = 5$ km suy ra $AE + EF + FB > 17{,}45$ km.
- Xét trường hợp $0 \leq A'E \leq 5\sqrt{5}-2$. Với độ dài $A'E$ cố định, độ dài $FB = \sqrt{BB'^2+B'F^2} = \sqrt{25+B'F^2}$ nhỏ nhất khi $B'F$ nhỏ nhất. Áp dụng bất đẳng thức đường gấp khúc trên mặt phẳng (Oxy), ta có:

$$A'E + EF + FB' \geq A'B' \Leftrightarrow B'F \geq 5\sqrt{5}-2-A'E \geq 0.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi E, F nằm trên đoạn thẳng $A'B'$ theo thứ tự A', E, F, B'.

Đặt $t = A'E$ với $t \in \left[0; 5\sqrt{5}-2\right]$. Đặt $c = 5\sqrt{5}-2 > 0$, khi đó $B'F = c - t$.

Áp dụng định lí Pythagore cho hai tam giác vuông $AA'E$ (vuông tại A') và $BB'F$ (vuông tại B'), ta có:

$$AE = \sqrt{25+t^2}, \qquad FB = \sqrt{25+(c-t)^2}.$$

Tổng độ dài đường đi cần tìm là hàm số theo biến t:

$$f(t) = AE + EF + FB = \sqrt{25+t^2} + 2 + \sqrt{25+(c-t)^2}, \quad t \in [0; c].$$

Với mọi $t \in (0; c)$, ta có đạo hàm:

$$f'(t) = \frac{t}{\sqrt{25+t^2}} - \frac{c-t}{\sqrt{25+(c-t)^2}}.$$

Giải phương trình $f'(t) = 0$:

$$\begin{aligned} f'(t) = 0 &\Leftrightarrow \frac{t}{\sqrt{25+t^2}} = \frac{c-t}{\sqrt{25+(c-t)^2}} \\ &\Leftrightarrow \frac{t^2}{25+t^2} = \frac{(c-t)^2}{25+(c-t)^2} \quad (\text{do } t > 0 \text{ và } c-t > 0) \\ &\Leftrightarrow t^2\left[25+(c-t)^2\right] = (c-t)^2(25+t^2) \\ &\Leftrightarrow 25t^2 = 25(c-t)^2 \\ &\Leftrightarrow t = c-t \Leftrightarrow t = \frac{c}{2} = \frac{5\sqrt{5}-2}{2} \in (0; c). \end{aligned}$$

Đặt $t_0 = \dfrac{5\sqrt{5}-2}{2}$, ta có bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ trên đoạn $[0; c]$:

t	0		t_0		c
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$f(0)$	$\searrow$	$f(t_0)$	$\nearrow$	$f(c)$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = t_0 = \dfrac{5\sqrt{5}-2}{2}$ và giá trị nhỏ nhất đó là:

$$\min_{[0;c]} f(t) = f\left(\frac{c}{2}\right) = 2\sqrt{25+\frac{c^2}{4}} + 2 = \sqrt{100+\left(5\sqrt{5}-2\right)^2} + 2 = \sqrt{229-20\sqrt{5}} + 2 \approx 15{,}57 \text{ (km)}.$$

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Thí sinh ghi và tô kết quả từ câu **1** đến câu **6**.)*

Câu 1 (TH). Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$. Hoành độ điểm uốn của hàm số $f(x)$ là?

Đáp án: | 0 | , | 5 | |

Lời giải.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
Ta có $f'(x) = 6x^2 - 6x + 1 \Rightarrow f''(x) = 12x - 6$.
Giải phương trình $f''(x) = 0 \Leftrightarrow 12x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 0{,}5$.
Vì $f''(x)$ đổi dấu khi đi qua $x = 0{,}5$ nên hoành độ điểm uốn của đồ thị hàm số $f(x)$ là 0,5.

Câu 2 (TH). Cho hàm số $y = f(x) = -x + \dfrac{2}{1-x}$. Biết rằng đồ thị hàm số nhận điểm $I(a;b)$ là tâm đối xứng. Tính giá trị biểu thức $P = a + b$.

Đáp án: | 0 | | | |

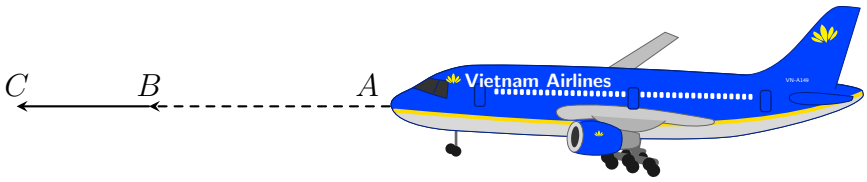
Lời giải.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
Ta có:

- $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$, nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - (-x)] = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2}{1-x} = 0$, nên đường thẳng $y = -x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Tâm đối xứng I của đồ thị hàm số là giao điểm của đường tiệm cận đứng $x = 1$ và đường tiệm cận xiên $y = -x$.
Thay $x = 1$ vào $y = -x$, ta được $y = -1 \Rightarrow I(1;-1)$.
Do đó $a = 1$, $b = -1$ và $P = a + b = 1 + (-1) = 0$.

Câu 3 (TH). Trong không gian $Oxyz$ cho trước (đơn vị đo: ki-lô-mét), một máy bay dân dụng di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(500;400;12)$ đến điểm $B(650;450;14)$ trong thời gian 10 phút. Trong 5 phút tiếp theo, máy bay di chuyển đến điểm C với hướng và vận tốc không đổi so với ban đầu. Máy bay đã di chuyển quãng đường BC là bao nhiêu ki-lô-mét? *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*



Đáp án: | 7 | 9 | , | 1 |

Lời giải.

Quãng đường AB máy bay di chuyển được trong 10 phút đầu là:

$$AB = \sqrt{(650-500)^2 + (450-400)^2 + (14-12)^2} = \sqrt{150^2 + 50^2 + 2^2} = \sqrt{25\,004} \text{ (km)}.$$

Vì máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi nên trong 5 phút tiếp theo (bằng một nửa thời gian 10 phút ban đầu), quãng đường BC máy bay di chuyển được bằng một nửa quãng đường AB:

$$BC = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{25\,004}}{2} = \sqrt{6251} \approx 79{,}1 \text{ (km)}.$$

Câu 4 (TH). Thâm niên giảng dạy của một số giáo viên trường THPT X được ghi lại ở bảng sau:

Thâm niên (Số năm)	$[0;5)$	$[5;15)$	$[15;20)$	$[20;30)$	$[30;35)$	
Số giáo viên	5	25	33	29	8	$n = 100$

Xác định điểm ngưỡng (đơn vị: năm) để đưa ra danh sách 25% giáo viên có thâm niên cao nhất trong trường. *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)* Đáp án: 2 | 4 | , | 1

Lời giải.

Cỡ mẫu của bảng số liệu là $n = 100$.
Điểm ngưỡng để chọn ra 25% giáo viên có thâm niên cao nhất chính là tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm.
Ta có $\dfrac{3n}{4} = \dfrac{3 \cdot 100}{4} = 75$.
Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là:

- Nhóm $[0;5)$: 5.
- Nhóm $[5;15)$: $5 + 25 = 30$.
- Nhóm $[15;20)$: $30 + 33 = 63$.
- Nhóm $[20;30)$: $63 + 29 = 92$.

Vì $63 < 75 \le 92$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 là $[20;30)$.
Do đó điểm ngưỡng cần tìm là:

$$Q_3 = 20 + \frac{75 - 63}{29} \cdot (30 - 20) = 20 + \frac{120}{29} = \frac{700}{29} \approx 24{,}1 \text{ (năm)}.$$

Câu 5 (TH). Trong không gian $Oxyz$ được thiết lập tại một sân bay, người ta ghi nhận hai máy bay đang bay đến với các vectơ vận tốc $\vec{u} = (90; -80; -120)$, $\vec{v} = (60; -50; -60)$. Tính góc giữa hai vectơ vận tốc nói trên. *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười của độ)*

Lời giải.

Gọi α là góc giữa hai vectơ vận tốc $\vec{u}$ và $\vec{v}$ $(0^\circ \le \alpha \le 180^\circ)$.
Ta có:

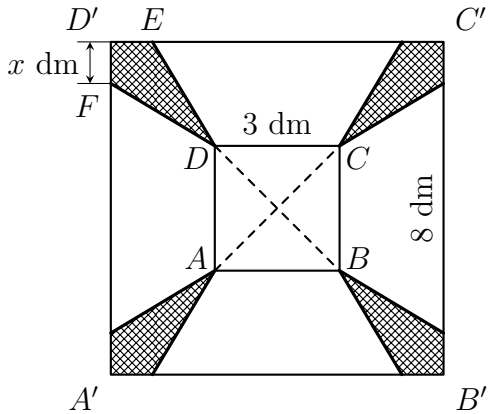
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 90 \cdot 60 + (-80) \cdot (-50) + (-120) \cdot (-60) = 5400 + 4000 + 7200 = 16\,600$.
- $|\vec{u}| = \sqrt{90^2 + (-80)^2 + (-120)^2} = \sqrt{28\,900} = 170$.
- $|\vec{v}| = \sqrt{60^2 + (-50)^2 + (-60)^2} = \sqrt{9700} = 10\sqrt{97}$.

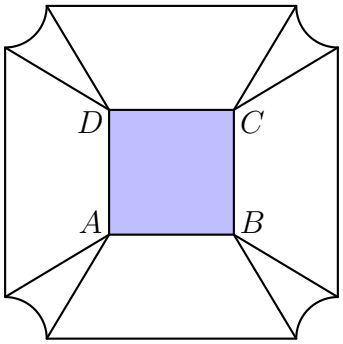
Suy ra:

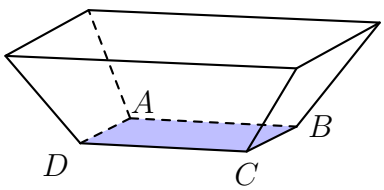
$$\cos\alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{16\,600}{170 \cdot 10\sqrt{97}} = \frac{166}{17\sqrt{97}} \approx 0{,}99146.$$

Do đó $\alpha \approx 7{,}5^\circ$.

Câu 6 (VD). Để chuẩn bị cho hội chợ "Ý tưởng xanh", bạn Nam dự định làm một chiếc khay trồng rau mầm thủy canh dạng hình chóp cụt đều không có nắp. Từ một tấm vật liệu tái chế hình vuông có cạnh 8 dm, Nam cắt bỏ bốn phần giống nhau ở bốn góc (biết $D'E = D'F = x$ dm), sau đó gấp tạo hình rồi hàn các mép lại để được chiếc khay như hình vẽ bên dưới. Biết đáy khay là hình vuông có cạnh bằng 3 dm. Hỏi thể tích lớn nhất của chiếc khay bằng bao nhiêu đề-xi-mét? *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)* Đáp án: 4 | 2 | , | 3

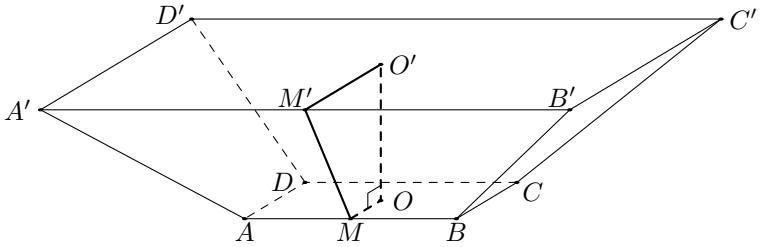






Lời giải.

- Điều kiện là $x \in (0;2{,}5)$.



- Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi đó OO' vuông góc với hai mặt đáy và OO' chính là chiều cao h của khay. Và gọi M, M' lần lượt là trung điểm của AB và $A'B'$, khi đó $MM' = 2{,}5$ dm. Ta có

$$OM = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5 \text{ (dm)}, \ O'M' = \frac{A'B'}{2} = \frac{8-2x}{2} = 4 - x \text{ (dm)}.$$

  Tứ giác $OMM'O'$ là hình thang vuông tại O và O' (vì OM và $O'M'$ cùng vuông góc với OO' và cùng song song với nhau). Hạ đường vuông góc, ta được tam giác vuông có cạnh huyền MM' và hai cạnh góc vuông là OO' và $O'M' - OM$. Do đó:

- Chiều cao chiếc khay chóp cụt là:

$$h = OO' = \sqrt{MM'^2 - (O'M' - OM)^2} = \sqrt{2{,}5^2 - (2{,}5-x)^2} = \sqrt{5x - x^2} \quad (0 < x < 2{,}5)$$

- Khi đó ta có:

$$V(x) = \frac{1}{3}h\left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2}\right)$$

$$V(x) = \frac{1}{3}\sqrt{5x-x^2} \cdot (4x^2 - 38x + 97), \quad \text{với } x \in (0;2{,}5)$$

- Giải phương trình $V'(x) = 0$ trong khoảng $(0;2{,}5)$ bằng máy tính, ta thu được thể tích lớn nhất khi $x \approx 0{,}854$:

$$\boxed{V_{\max} \approx \tfrac{1}{3} \cdot 1{,}882 \cdot 67{,}465 \approx 42{,}3 \text{ dm}^3}$$

— HẾT —

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

- Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ THAM KHẢO
SỐ 2
(Đề thi có 05 trang)

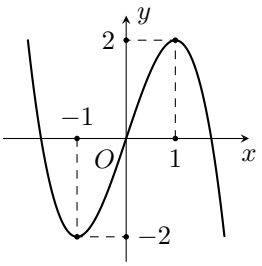
ĐỀ TIÊN TRI KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027

MÔN: TOÁN - LỚP *12*
Thời gian làm bài: ***90 phút***, *không kể thời gian phát đề*
Ngày kiểm tra: ***..../..../2026***

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* ..... **Mã Đề: *1234***

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **12**. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)*

Câu 1 (NB). Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$.
C. $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải.
Dựa vào đồ thị hàm số, trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị đi lên từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.
Chọn đáp án C ..... □

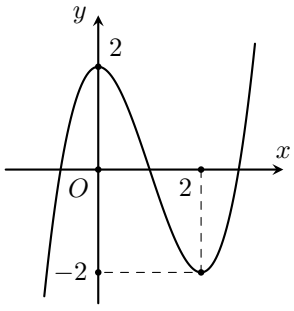
Câu 2 (TH). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}(3;-1;2)$ và điểm $A(0;-1;1)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ là
A. $(-3;2;-3)$. **B.** $(-3;0;-1)$. **C.** $(3;-2;3)$. **D.** $(6;-1;3)$.

Lời giải.
Gọi $B(x_B;y_B;z_B)$, ta có $\overrightarrow{AB}=(x_B;y_B+1;z_B-1)$.
Vì $\overrightarrow{AB}=\vec{u}=(3;-1;2)$ nên:

$$\begin{cases} x_B=3 \\ y_B+1=-1 \\ z_B-1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B=3 \\ y_B=-2 \\ z_B=3. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm B là $(3;-2;3)$.
Chọn đáp án C ..... □

Câu 3 (NB). Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là
A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;-2)$.

Lời giải.
Dựa vào đồ thị hàm số, điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $(0;2)$.
Chọn đáp án C ..... □

Câu 4 (TH). Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x+2}{1-x}$, giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. -4. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = \dfrac{x+2}{1-x}$ xác định và liên tục trên đoạn $[2;4]$.
Ta có đạo hàm:

$$f'(x) = \frac{1\cdot(1-x)-(-1)\cdot(x+2)}{(1-x)^2} = \frac{3}{(1-x)^2} > 0, \quad \forall x \in [2;4].$$

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[2;4]$.
Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2;4]$ là:

$$\max_{[2;4]} f(x) = f(4) = \frac{4+2}{1-4} = -2.$$

Chọn đáp án B ..... □

Câu 5 (NB). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	3	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải.

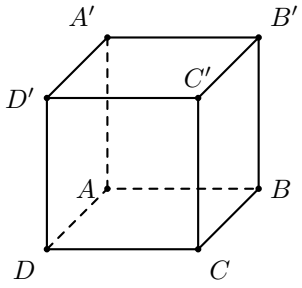
Dựa vào bảng biến thiên, trên khoảng $(2;+\infty)$ ta có $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
Do đó khẳng định "Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$" là sai.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 6 (NB). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình bên). Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{D'C'}$.

C. $\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AD}$.



Lời giải.

Trong hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, hai cạnh AB và $D'C'$ song song, bằng nhau và hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{D'C'}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 7 (TH). Người ta tiến hành khảo sát tuổi thọ của một số máy chạy thể dục do hai công ty A và B sản xuất qua thực tế sử dụng. Kết quả được tóm tắt trong bảng sau:

Tuổi thọ (năm)	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$	**Cỡ mẫu**
Số máy của công ty A	3	12	20	12	3	$n_A = 50$
Số máy của công ty B	8	9	12	12	9	$n_B = 50$

Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Máy của công ty A bền hơn máy của công ty B.

B. Tuổi thọ các máy của công ty B đồng đều hơn máy của công ty A.

C. Máy của công ty B bền hơn máy của công ty A.

D. Tuổi thọ các máy của công ty A và công ty B có độ đồng đều như nhau.

Lời giải.

Giá trị đại diện của các nhóm $[0;2)$, $[2;4)$, $[4;6)$, $[6;8)$, $[8;10]$ lần lượt là $c_1 = 1$, $c_2 = 3$, $c_3 = 5$, $c_4 = 7$, $c_5 = 9$.

- Xét mẫu số liệu của công ty A:

$$\overline{x}_A = \frac{3 \cdot 1 + 12 \cdot 3 + 20 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 3 \cdot 9}{50} = \frac{250}{50} = 5 \text{ (năm)}.$$

$$s_A^2 = \frac{1}{50}\left(3 \cdot 1^2 + 12 \cdot 3^2 + 20 \cdot 5^2 + 12 \cdot 7^2 + 3 \cdot 9^2\right) - 5^2 = \frac{1442}{50} - 25 = 3{,}84.$$

- Xét mẫu số liệu của công ty B:

$$\overline{x}_B = \frac{8 \cdot 1 + 9 \cdot 3 + 12 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 9 \cdot 9}{50} = \frac{260}{50} = 5{,}2 \text{ (năm)}.$$

$$s_B^2 = \frac{1}{50}\left(8 \cdot 1^2 + 9 \cdot 3^2 + 12 \cdot 5^2 + 12 \cdot 7^2 + 9 \cdot 9^2\right) - 5{,}2^2 = \frac{1706}{50} - 27{,}04 = 7{,}08.$$

Vì $\overline{x}_B = 5{,}2 > \overline{x}_A = 5$ nên máy của công ty B bền hơn máy của công ty A.
Mặt khác, vì $s_A^2 = 3{,}84 < s_B^2 = 7{,}08$ nên tuổi thọ các máy của công ty A đồng đều hơn máy của công ty B.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 8 (NB). Cho hai vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Số đo góc α (đơn vị: độ) giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

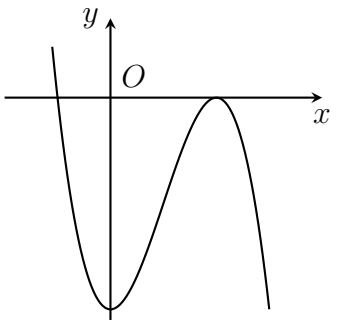
A. $\alpha = 30°$. **B.** $\alpha = 60°$. **C.** $\alpha = 90°$. **D.** $\alpha = 45°$.

Lời giải.

Vì $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ nên $\vec{a} \perp \vec{b}$.
Do đó số đo góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $\alpha = 90°$.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 9 (TH). Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = \dfrac{x^2 + 3x - 4}{x - 2}$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

C. $y = \dfrac{x - 4}{x - 1}$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Lời giải.

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy:

- Dây là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có nhánh phải đi xuống ($\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$) nên hệ số $a < 0$, loại các phương án còn lại.

- Kiểm tra với hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$: đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; -4)$, có hai điểm cực trị là $(0; -4)$ và $(2; 0)$, cắt trục hoành tại điểm $(-1; 0)$ và tiếp xúc với trục hoành tại điểm $(2; 0)$, hoàn toàn phù hợp với hình vẽ.

Vậy đồ thị trong hình là của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 10 (NB). Kết quả đo chiều cao của 45 học sinh lớp 12A được thống kê như sau:

Chiều cao (cm)	$[155; 160)$	$[160; 165)$	$[165; 170)$	$[170; 175)$	$[175; 180)$
Số học sinh	10	18	9	5	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng
A. 35. **B.** 20. **C.** 25. **D.** 30.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$R = 180 - 155 = 25.$$

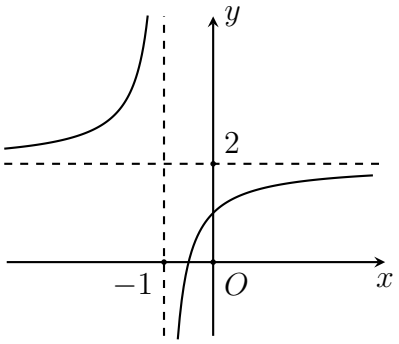
Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 11 (NB). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là
A. $(-2; -1; 3)$. **B.** $(2; -1; -3)$. **C.** $(2; 1; 3)$. **D.** $(-2; 1; 3)$.

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{OM} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ nên tọa độ của điểm M là $(-2; 1; 3)$.
Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 12 (NB). Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ $(ac \neq 0, ad - bc \neq 0)$ có đồ thị như hình dưới. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là
A. $y = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = -1$. **D.** $x = 2$.

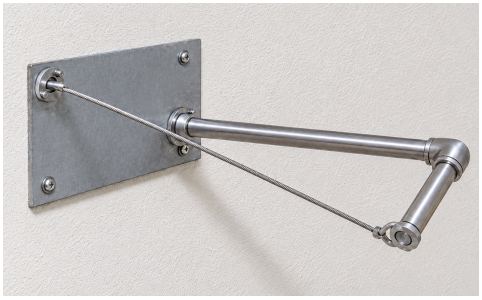


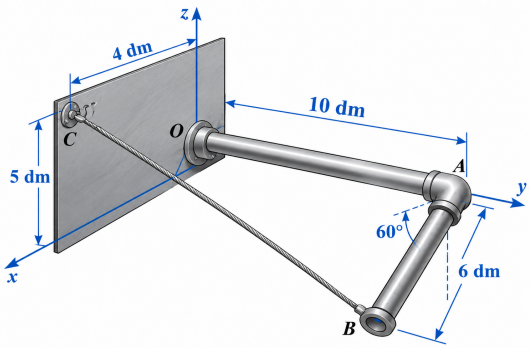
Lời giải.

Quan sát đồ thị hàm số, đường tiệm cận đứng là đường thẳng vuông góc với trục hoành đi qua điểm $(-1; 0)$, có phương trình là $x = -1$.
Chọn đáp án (B) ..... □

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **4**. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.)*

Câu 1. Một ống dẫn nước OAB được cố định vào một bức tường đồng thời được đặt trong hệ toạ độ $Oxyz$ và có các kích thước như hình vẽ.



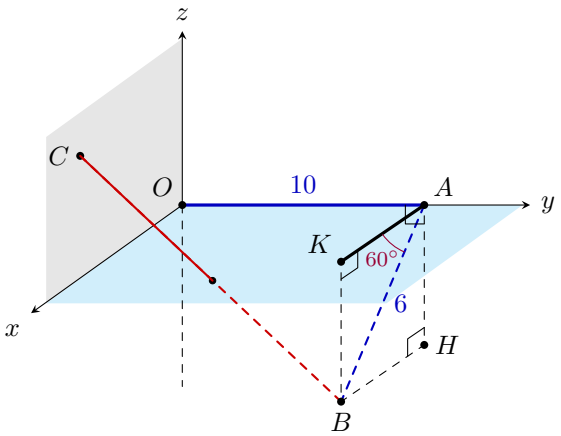


Lưu ý: các kích thước trong hình mô phỏng có thể không đúng tỉ lệ thực tế

- Đoạn ống OA nằm trên tia Oy (vuông góc với tường), có chiều dài $OA = 10$ dm.
- Đoạn ống AB nối tiếp với OA, có chiều dài $AB = 6$ dm. Ống AB vuông góc với OA và hướng xuống dưới, tạo với mặt phẳng nằm ngang (Oxy) một góc $60°$.
- Đầu B của ống được giữ cố định bởi một thanh sắt nối với điểm C trên tường. Biết điểm $C(4;0;5)$. (Đơn vị trên các trục là dm).

a) **(NB)** Tọa độ của điểm $A(0;10;0)$.
b) **(TH)** Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AC} = (5;10;4)$.
c) **(TH)** Hình chiếu vuông góc của điểm B lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $H(0;10;-3\sqrt{3})$.
d) **(TH)** Độ dài thanh sắt BC là 14,1 dm.

Lời giải.



a) **Đúng**.

Vì đoạn ống OA nằm trên tia Oy và có chiều dài $OA = 10$ dm nên tọa độ của điểm A là $A(0;10;0)$.

b) **Sai**.

Với $A(0;10;0)$ và $C(4;0;5)$, tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AC}$ là:

$$\overrightarrow{AC} = (4-0;\ 0-10;\ 5-0) = (4;-10;5).$$

c) **Đúng**.

Gọi K và H lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng (Oyz).
Vì $AB \perp OA$ mà OA nằm trên trục Oy nên điểm B thuộc mặt phẳng $(P)\colon y = 10$, suy ra $y_B = 10$, $K \in (P) \cap (Oxy)$ (tức $AK \parallel Ox$) và $H \in (P) \cap (Oyz)$ (tức $AH \parallel Oz$).
Dựa vào hình vẽ, đoạn ống AB hướng về phía tia Ox và hướng xuống dưới mặt phẳng (Oxy), đồng thời tạo với (Oxy) một góc $\widehat{BAK} = 60°$ và có $AB = 6$ dm nên:

$$\begin{cases} x_B = AK = AB \cdot \cos 60° = 6 \cdot \dfrac{1}{2} = 3 \\ z_B = -BK = -AB \cdot \sin 60° = -6 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = -3\sqrt{3}. \end{cases}$$

Do đó $B\left(3;10;-3\sqrt{3}\right)$ và hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $H\left(0;10;-3\sqrt{3}\right)$.

d) Sai.

Với $B\left(3;10;-3\sqrt{3}\right)$ và $C(4;0;5)$, độ dài thanh sắt BC là:

$$BC=\sqrt{(4-3)^2+(0-10)^2+\left(5+3\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{1+100+52+30\sqrt{3}}=\sqrt{153+30\sqrt{3}}\approx 14{,}32\text{ (dm)}.$$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=2x^3-6x-1$.

a) **(NB)** Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

b) **(TH)** Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng -1.

c) **(TH)** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng -2.

d) **(TH)** Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y=4$ tại 3 điểm phân biệt.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
Đạo hàm: $f'(x)=6x^2-6$.

Giải phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow 6x^2-6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

a) Đúng.

Vì $f(x)$ là hàm đa thức nên tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

b) Sai.

Từ bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và giá trị cực đại của hàm số là $y_{\text{CĐ}}=f(-1)=3$.

c) Đúng.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;2]$ và có $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1\in(0;2)$.
Ta có: $f(0)=-1$, $f(1)=-5$, $f(2)=3$.
Suy ra $\max\limits_{[0;2]}f(x)=3$ và $\min\limits_{[0;2]}f(x)=-5$.
Vậy tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng $3+(-5)=-2$.

d) Sai.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=4$ chính là số nghiệm của phương trình $f(x)=4$.
Dựa vào bảng biến thiên, vì $4>3=y_{\text{CĐ}}$ nên đường thẳng $y=4$ chỉ cắt đồ thị hàm số tại 1 điểm duy nhất.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

Câu 3. An và Bình cùng sử dụng vòng đeo tay thông minh để ghi lại số bước chân hai bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước (đơn vị: nghìn)	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$
Số ngày của An	6	7	6	6	5
Số ngày của Bình	2	5	13	8	2

a) **(TH)** Số trung bình của mẫu số liệu của An là $7,8$ và số trung bình của mẫu số liệu của Bình là $8,2$.

b) **(TH)** Phương sai của mẫu số liệu của An là $7,32$ lớn hơn phương sai của mẫu số liệu của Bình.

c) **(TH)** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu của An lớn hơn độ lệch chuẩn của mẫu số liệu của Bình.

d) **(TH)** Bạn Bình có số lượng bước chân đi mỗi ngày đều đặn hơn An.

Lời giải.

Bảng thống kê theo giá trị đại diện của các nhóm:

Giá trị đại diện	4	6	8	10	12
Số ngày của An	6	7	6	6	5
Số ngày của Bình	2	5	13	8	2

Cỡ mẫu của cả hai bạn đều là $n_A = n_B = 30$.

a) **Đúng**.

Số trung bình của mẫu số liệu của An là:

$$\overline{x}_A = \frac{6 \cdot 4 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 8 + 6 \cdot 10 + 5 \cdot 12}{30} = \frac{234}{30} = 7{,}8.$$

Số trung bình của mẫu số liệu của Bình là:

$$\overline{x}_B = \frac{2 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 13 \cdot 8 + 8 \cdot 10 + 2 \cdot 12}{30} = \frac{246}{30} = 8{,}2.$$

b) **Sai**.

Phương sai của mẫu số liệu của An là:

$$s_A^2 = \frac{6 \cdot 4^2 + 7 \cdot 6^2 + 6 \cdot 8^2 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 12^2}{30} - (7{,}8)^2 = \frac{2052}{30} - 60{,}84 = 7{,}56.$$

Phương sai của mẫu số liệu của Bình là:

$$s_B^2 = \frac{2 \cdot 4^2 + 5 \cdot 6^2 + 13 \cdot 8^2 + 8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 12^2}{30} - (8{,}2)^2 = \frac{2132}{30} - 67{,}24 = \frac{287}{75} \approx 3{,}83.$$

Do đó $s_A^2 = 7{,}56 > s_B^2$ (mệnh đề sai ở giá trị $7{,}32$).

c) **Đúng**.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu của An là $s_A = \sqrt{7{,}56} \approx 2{,}75$ và của Bình là $s_B = \sqrt{\dfrac{287}{75}} \approx 1{,}96$.

Suy ra $s_A > s_B$, tức là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu của An lớn hơn độ lệch chuẩn của mẫu số liệu của Bình.

d) **Đúng**.

Vì $s_B < s_A$ nên mức độ phân tán của số bước chân mỗi ngày của Bình nhỏ hơn của An, do đó bạn Bình có số lượng bước chân đi mỗi ngày đều đặn hơn An.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 4. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \le x \le 20$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa (đơn vị: nghìn đồng) cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = 500 - 20x - 3x^2 + x^3.$$

Tốc độ thay đổi tức thời $C'(x)$ của chi phí đối với số lượng x mét vải lụa được sản xuất gọi là ***chi phí biên***. Về ý nghĩa kinh tế, chi phí biên $C'(x)$ xấp xỉ với chi phí để sản xuất thêm một đơn vị hàng hóa tiếp theo, tức là đơn vị hàng hóa thứ $x + 1$.

Giả sử hộ làm nghề dệt vải lụa này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán được x mét vải.

a) **(TH)** Số tiền bán được mỗi ngày là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).

b) **(TH)** Chi phí biên tại $x = 15$ là $C'(16) = 652$ (nghìn đồng).

c) **(TH)** Lợi nhuận thu được là $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng).

d) **(VD)** Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 11 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa là 1172 (nghìn đồng).

Lời giải.

a) Đúng.

Vì mỗi ngày bán được x mét vải lụa với giá 220 nghìn đồng/mét nên số tiền bán được mỗi ngày là:

$$B(x) = 220x \text{ (nghìn đồng).}$$

b) Sai.

Ta có đạo hàm của hàm chi phí là:

$$C'(x) = -20 - 6x + 3x^2.$$

Chi phí biên tại $x = 15$ là:

$$C'(15) = -20 - 6 \cdot 15 + 3 \cdot 15^2 = 565 \text{ (nghìn đồng).}$$

(Còn $C'(16) = -20 - 6 \cdot 16 + 3 \cdot 16^2 = 652$ nghìn đồng là chi phí biên tại $x = 16$).

c) Đúng.

Lợi nhuận thu được mỗi ngày khi bán hết x mét vải lụa là:

$$L(x) = B(x) - C(x) = 220x - \left(500 - 20x - 3x^2 + x^3\right) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500 \text{ (nghìn đồng).}$$

d) Sai.

Xét hàm số $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ trên đoạn $[1; 20]$, ta có đạo hàm:

$$L'(x) = -3x^2 + 6x + 240.$$

Giải phương trình $L'(x) = 0$:

$$-3x^2 + 6x + 240 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 80 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 10 \in [1; 20] \\ x = -8 \notin [1; 20]. \end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên của hàm số $L(x)$ trên đoạn $[1; 20]$:

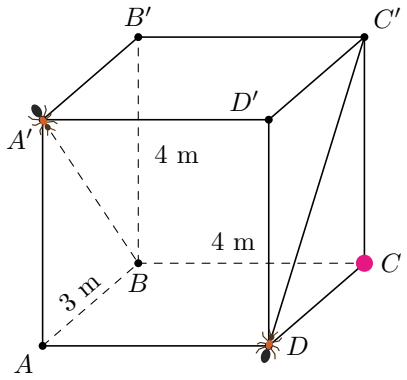
x	1		10		20
$L'(x)$		$+$	0	$-$	
$L(x)$	-258	↗	1200	↘	-2500

Dựa vào bảng biến thiên, $\max\limits_{[1;20]} L(x) = L(10) = 1200$, tức là hộ làm nghề dệt cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa là 1200 nghìn đồng.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Thí sinh ghi và tô kết quả từ câu **1** đến câu **6**.)*

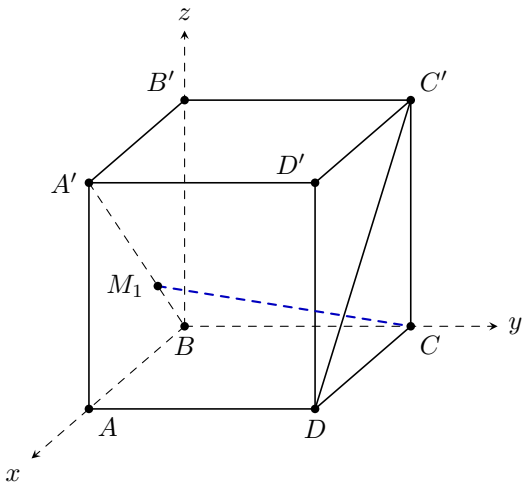
Câu 1 (VD). Hình vẽ dưới đây mô tả một căn phòng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 3$ m, $BB' = BC = 4$ m, tại C có một tổ kiến.



Kiến 1 xuất phát từ A' bò về tổ với vận tốc 0,02 m/s trên hai đoạn thẳng liên tiếp $A'B, BC$. Kiến 2 xuất phát từ D bò về tổ với vận tốc 0,06 m/s trên hai đoạn thẳng liên tiếp $DC', C'C$. Biết rằng, hai con kiến xuất phát cùng một lúc. Hỏi, sau 3 phút thì khoảng cách giữa hai con kiến là bao nhiêu m? *(làm tròn đến hàng phần trăm).*

Đáp án: | 4 | , | 2 | 4 |

Lời giải.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc $O \equiv B(0;0;0)$, tia Ox trùng với tia BA, tia Oy trùng với tia BC và tia Oz trùng với tia BB' (đơn vị trên mỗi trục là mét).
Khi đó tọa độ các đỉnh của hình hộp chữ nhật là:

$$B(0;0;0), \quad A(3;0;0), \quad C(0;4;0), \quad D(3;4;0), \quad A'(3;0;4), \quad C'(0;4;4).$$

Độ dài các đoạn đường di chuyển của hai con kiến là:

$$A'B = \sqrt{(0-3)^2+(0-0)^2+(0-4)^2} = 5 \text{ (m)}, \quad BC = 4 \text{ (m)},$$

$$DC' = \sqrt{(0-3)^2+(4-4)^2+(4-0)^2} = 5 \text{ (m)}, \quad C'C = 4 \text{ (m)}.$$

Đổi thời gian $t = 3$ phút $= 180$ giây.

- Trong 180 giây, quãng đường kiến 1 đã bò được là:

$$s_1 = v_1 \cdot t = 0{,}02 \cdot 180 = 3{,}6 \text{ (m)}.$$

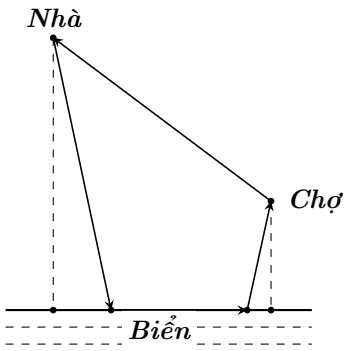
Vì $0 < 3{,}6 < 5 = A'B$ nên kiến 1 đang ở vị trí M_1 trên đoạn thẳng $A'B$ thỏa mãn $\overrightarrow{A'M_1} = \dfrac{s_1}{A'B}\overrightarrow{A'B} = \dfrac{3{,}6}{5}\overrightarrow{A'B} = 0{,}72\overrightarrow{A'B}$.
Với $\overrightarrow{A'B} = (-3;0;-4)$, tọa độ vị trí M_1 của kiến 1 là:

$$M_1\left(3 + 0{,}72 \cdot (-3);\ 0 + 0{,}72 \cdot 0;\ 4 + 0{,}72 \cdot (-4)\right) = M_1(0{,}84;\ 0;\ 1{,}12).$$

- Tổng quãng đường kiến 2 cần đi từ D về đến tổ C là $DC' + C'C = 5 + 4 = 9$ (m), nên thời gian để kiến 2 bò về đến tổ C là:
$$t_2 = \frac{9}{v_2} = \frac{9}{0{,}06} = 150 \text{ (giây)}.$$
Vì $180 > 150$ nên sau 3 phút, kiến 2 đã về đến tổ tại điểm $C(0;4;0)$.

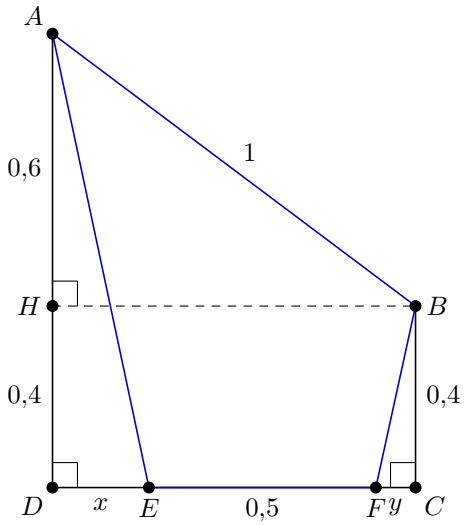
Vậy khoảng cách giữa hai con kiến sau 3 phút là:
$$M_1C = \sqrt{(0-0{,}84)^2 + (4-0)^2 + (0-1{,}12)^2} = \sqrt{0{,}7056 + 16 + 1{,}2544} = \sqrt{17{,}96} \approx 4{,}24 \text{ (m)}.$$

Câu 2 (VD). Nhà thầy Hùng và chợ hải sản cách nhau 1 km, khoảng cách từ nhà thầy Hùng đến bờ biển bằng 1 km còn khoảng cách từ chợ hải sản đến bờ biển bằng 400 m (bờ biển xem như 1 đường thẳng). Mỗi buổi sáng thầy Hùng chạy thể dục từ nhà ra bờ biển, sau đó chạy dọc bờ biển 500 m, rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy thẳng về nhà (tham khảo hình vẽ).
Tổng quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng chạy trong mỗi buổi sáng là bao nhiêu mét (*không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị*)?



Đáp án: 2 | 9 | 3 | 2

Lời giải.



Chọn đơn vị độ dài là km. Đổi 400 m $= 0{,}4$ km và 500 m $= 0{,}5$ km.
Kí hiệu vị trí nhà thầy Hùng là A, vị trí chợ hải sản là B, hình chiếu của A, B lên bờ biển lần lượt là D, C và hai vị trí trên bờ biển thầy Hùng chạy qua là E, F với $EF = 0{,}5$ km.
Dựng hình chữ nhật $DCBH$, khi đó $BH = DC$, $HD = BC = 0{,}4$ km, $AH = AD - HD = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$ km và:
$$DC = BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{1^2 - 0{,}6^2} = 0{,}8 \text{ (km)}.$$
Đặt $DE = x$ (km) và $FC = y$ (km) $(x \geq 0, y \geq 0)$, ta có $x + y = DC - EF = 0{,}8 - 0{,}5 = 0{,}3 \Rightarrow y = 0{,}3 - x$ với $x \in [0;0{,}3]$.
Tổng quãng đường thầy Hùng chạy trong mỗi buổi sáng là:

$$S = AE + EF + FB + BA = \sqrt{x^2 + 1^2} + 0{,}5 + \sqrt{y^2 + 0{,}4^2} + 1 = \sqrt{x^2+1} + \sqrt{(0{,}3-x)^2 + 0{,}16} + 1{,}5.$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2+1} + \sqrt{(0{,}3-x)^2 + 0{,}16} + 1{,}5$ trên đoạn $[0;0{,}3]$, ta có đạo hàm:

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{0{,}3-x}{\sqrt{(0{,}3-x)^2+0{,}16}}, \quad x \in (0;0{,}3).$$

Giải phương trình $f'(x)=0$:

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{0{,}3-x}{\sqrt{(0{,}3-x)^2+0{,}16}}$$
$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2+1}=\frac{(0{,}3-x)^2}{(0{,}3-x)^2+0{,}16} \quad (\text{do } 0<x<0{,}3)$$
$$\Leftrightarrow 0{,}16x^2=(0{,}3-x)^2 \Leftrightarrow 0{,}4x=0{,}3-x \Leftrightarrow x=\frac{3}{14}\in(0;0{,}3).$$

Tính các giá trị của $f(x)$ tại các đầu mút và điểm tới hạn:

$$f(0)=3, \qquad f\left(\frac{3}{14}\right)=\frac{\sqrt{205}}{10}+1{,}5\approx 2{,}9318, \qquad f(0{,}3)=\sqrt{1{,}09}+1{,}9\approx 2{,}944.$$

Suy ra $\min\limits_{[0;0{,}3]} f(x)=\dfrac{\sqrt{205}}{10}+1{,}5\approx 2{,}9318$ km $=2931{,}8$ m.

Vậy tổng quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng chạy trong mỗi buổi sáng là 2932 m.

Câu 3 (TH). Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố M được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập	$[200;250)$	$[250;300)$	$[300;350)$	$[350;400)$	$[400;450)$
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Một doanh nghiệp địa phương muốn hướng dịch vụ của mình đến các gia đình có mức thu nhập ở tầm trung, tức là 50% các hộ gia đình có mức thu nhập ở chính giữa so với mức thu nhập của tất cả các hộ gia đình của địa phương. Hỏi các gia đình có mức thu nhập chênh lệch không quá bao nhiêu? *(làm tròn kết quả đến hàng phần chục)* Đáp án: 7 | 8 | , | 1

Lời giải.

Cỡ mẫu của bảng số liệu thống kê là:

$$n=24+62+34+21+9=150.$$

Nhóm 50% các hộ gia đình có mức thu nhập ở chính giữa nằm trong khoảng từ tứ phân vị thứ nhất Q_1 đến tứ phân vị thứ ba Q_3, nên mức thu nhập của các gia đình này chênh lệch không quá khoảng tứ phân vị $\Delta_Q=Q_3-Q_1$.

- **Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1:**
  Ta có $\dfrac{n}{4}=\dfrac{150}{4}=37{,}5$.
  Tần số tích lũy của nhóm $[200;250)$ là 24 và của nhóm $[250;300)$ là $24+62=86$.
  Vì $24<37{,}5\le 86$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $[250;300)$. Suy ra:
  $$Q_1=250+\frac{37{,}5-24}{62}\cdot(300-250)=\frac{16\,175}{62}\approx 260{,}89.$$

- **Tìm tứ phân vị thứ ba Q_3:**
  Ta có $\dfrac{3n}{4}=\dfrac{3\cdot 150}{4}=112{,}5$.
  Tần số tích lũy của nhóm $[300;350)$ là $86+34=120$.
  Vì $86<112{,}5\le 120$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 là $[300;350)$. Suy ra:
  $$Q_3=300+\frac{112{,}5-86}{34}\cdot(350-300)=\frac{11\,525}{34}\approx 338{,}97.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\Delta_Q=Q_3-Q_1=\frac{11\,525}{34}-\frac{16\,175}{62}=\frac{41\,150}{527}\approx 78{,}1.$$

Do đó, các gia đình thuộc nhóm này có mức thu nhập chênh lệch không quá 78,1.

Câu 4 (TH). Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2026$. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?
Đáp án: 2 | 0 | 2 | 6

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.
Đạo hàm: $f'(x) = 3x^2 - 6x$.
Giải phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$
Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2026	↘	2022	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2026 (đạt được tại $x = 0$).

Câu 5 (TH). Trong không gian $Oxyz$ được thiết lập tại một khu vực diễn tập, hai thiết bị bay không người lái (flycam) đang bay thẳng đều với các vectơ vận tốc lần lượt là $\vec{u} = (2; -1; 2)$ và $\vec{v} = (3; 4; 0)$ (đơn vị: m/s). Tính góc giữa hai vectơ vận tốc nói trên. *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười của độ)*
Đáp án: 8 | 2 | , | 3

Lời giải.

Gọi α là góc giữa hai vectơ vận tốc $\vec{u}$ và $\vec{v}$ $(0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ)$.
Ta có:

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 0 = 2$.
- $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$.
- $|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5$.

Suy ra:

$$\cos\alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{2}{3 \cdot 5} = \frac{2}{15}.$$

Vậy $\alpha \approx 82{,}3^\circ$.

Câu 6 (NB). Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2	↘	‖	↘	$+\infty$
		$-\infty$	‖		2

Gọi $I(m; n)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho. Giá trị của $m+n$ bằng bao nhiêu? Đáp án: 3

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$, ta có:

- $\lim\limits_{x \to 1^-} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to 1^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.
- $\lim\limits_{x \to -\infty} y = 2$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Tâm đối xứng I của đồ thị hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất là giao điểm của hai đường tiệm cận nên có tọa độ $I(1; 2)$.
Suy ra $m = 1$, $n = 2$ và $m + n = 1 + 2 = 3$.

— HẾT —

- ***Thí sinh không được sử dụng tài liệu.***
- ***Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.***

ĐỀ THAM KHẢO
SỐ 3
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ TIÊN TRI KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027

MÔN: TOÁN - LỚP *12*
Thời gian làm bài: ***90 phút***, *không kể thời gian phát đề*
Ngày kiểm tra: ***..../..../2026***

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* ..... **Mã Đề: *1234***

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **12**. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)*

Câu 1 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $OBCD$ có $B(2;1;2)$ và $D(1;-1;1)$. Khi đó tọa độ của điểm C là

A. $(3;0;3)$. **B.** $(-1;-2;-1)$.
C. $(3;-2;3)$. **D.** $(1;2;1)$.

Lời giải.

Vì $OBCD$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta có:

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = (2+1;\ 1+(-1);\ 2+1) = (3;0;3).$$

Vậy tọa độ của điểm C là $(3;0;3)$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 2 (NB). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;3)$.
C. $(1;+\infty)$. **D.** $(2;4)$.

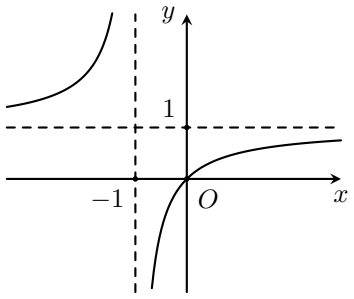
Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, trên khoảng $(1;3)$ ta có $y' > 0$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 3 (NB). Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là

A. $(-1;-1)$. **B.** $(1;1)$.
C. $(1;-1)$. **D.** $(-1;1)$.



Lời giải.

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$. Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-1;1)$, do đó tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(-1;1)$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 4 (NB). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $\left[-\sqrt{3}; \sqrt{5}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	2	↘	-2	↗	$2\sqrt{5}$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 0$.

B. $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 1$.

C. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$.

D. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên trên đoạn $\left[-\sqrt{3}; \sqrt{5}\right]$, ta có $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$ (đạt tại $x = \sqrt{5}$) và $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = -2$ (đạt tại $x = 1$).

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 5 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(2; -3; 5)$. **B.** $(2; -3; -5)$. **C.** $(-2; -3; 5)$. **D.** $(-2; 3; 5)$.

Lời giải.

Với $O(0; 0; 0)$ và $A(-2; 3; 5)$, tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ chính là tọa độ của điểm A, tức là $\overrightarrow{OA} = (-2; 3; 5)$.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 6 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. **B.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6$.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 7 (TH). Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2022 của 100 hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	$[200; 250)$	$[250; 300)$	$[300; 350)$	$[350; 400)$	$[400; 450)$
Số hộ gia đình	14	32	24	21	9

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

A. $\dfrac{31825}{336}$. **B.** $\dfrac{211375}{336}$. **C.** $\dfrac{4275}{16}$. **D.** $\dfrac{7600}{21}$.

Lời giải.

Cỡ mẫu của bảng số liệu là $n = 14 + 32 + 24 + 21 + 9 = 100$.

- **Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1:**
  Ta có $\dfrac{n}{4} = \dfrac{100}{4} = 25$. Tần số tích lũy của nhóm $[200; 250)$ là 14, của nhóm $[250; 300)$ là $14+32 = 46$.
  Vì $14 < 25 \leq 46$ nên nhóm chứa Q_1 là $[250; 300)$. Suy ra:
  $$Q_1 = 250 + \frac{25 - 14}{32} \cdot (300 - 250) = \frac{4275}{16}.$$

- **Tìm tứ phân vị thứ ba Q_3:**
  Ta có $\dfrac{3n}{4} = \dfrac{3 \cdot 100}{4} = 75$. Tần số tích lũy của nhóm $[300; 350)$ là $46+24 = 70$, của nhóm $[350; 400)$

là $70+21=91$.
Vì $70<75\le 91$ nên nhóm chứa Q_3 là $[350;400)$. Suy ra:

$$Q_3=350+\frac{75-70}{21}\cdot(400-350)=\frac{7600}{21}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$\Delta_Q=Q_3-Q_1=\frac{7600}{21}-\frac{4275}{16}=\frac{31825}{336}.$$

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 8 (TH). Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số quả mít	8	12	17	5	8

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

A. 18,04. **B.** 6,40. **C.** 8,72. **D.** 2,53.

Lời giải.

Cỡ mẫu $n=8+12+17+5+8=50$.
Giá trị đại diện của các nhóm $[4;6)$, $[6;8)$, $[8;10)$, $[10;12)$, $[12;14)$ lần lượt là 5, 7, 9, 11, 13.
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\overline{x}=\frac{8\cdot 5+12\cdot 7+17\cdot 9+5\cdot 11+8\cdot 13}{50}=\frac{436}{50}=8{,}72.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$s^2=\frac{1}{50}\left(8\cdot 5^2+12\cdot 7^2+17\cdot 9^2+5\cdot 11^2+8\cdot 13^2\right)-(8{,}72)^2=\frac{4122}{50}-76{,}0384=6{,}4016\approx 6{,}40.$$

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 9 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;1)$ và $B(3;0;-2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. 22. **B.** $\sqrt{22}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 26.

Lời giải.

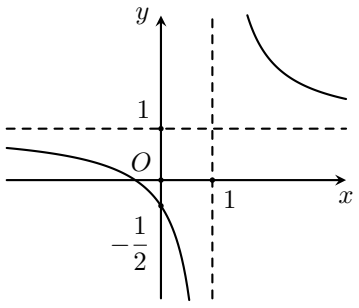
Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;3;-3)$, suy ra độ dài đoạn thẳng AB là:

$$AB=\sqrt{2^2+3^2+(-3)^2}=\sqrt{4+9+9}=\sqrt{22}.$$

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 10 (NB). Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $x=2$.
C. $x=1$. **D.** $y=2$.



Lời giải.

Quan sát đồ thị hàm số, đường tiệm cận đứng là đường thẳng vuông góc với trục hoành Ox tại điểm $(1;0)$, có phương trình là $x=1$.
Chọn đáp án (C) ☐

Câu 11 (NB). Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{\text{CĐ}} = -1$. **B.** $y_{\text{CĐ}} = 0$. **C.** $y_{\text{CĐ}} = 1$. **D.** $y_{\text{CĐ}} = 4$.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Giải $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số là $y_{\text{CĐ}} = 4$.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 12 (NB). Cho ba điểm phân biệt A, C, E. Biết $\vec{a} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC}$, tìm khẳng định đúng?

A. $a = EC$. **B.** $\vec{a} = \overrightarrow{AC}$. **C.** $\vec{a} = \overrightarrow{AE}$. **D.** $\vec{a} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải.

Theo quy tắc ba điểm, với ba điểm phân biệt A, C, E ta có $\vec{a} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AC}$.

Chọn đáp án (B) ..... □

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **4**. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.)*

Câu 1. Cho hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x+2}$ có đồ thị (C).

a) **(NB)** Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

b) **(NB)** Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

c) **(NB)** Đồ thị (C) có tâm đối xứng là điểm $I(3; -2)$.

d) **(TH)** Hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x+2}$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

a) Sai.

Vì $\lim\limits_{x \to -2^-} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -2^+} y = -\infty$ nên đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

b) Đúng.

Vì $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3x-1}{x+2} = 3$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3x-1}{x+2} = 3$ nên đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

c) Sai.

Tâm đối xứng của đồ thị (C) là giao điểm của hai đường tiệm cận $x = -2$ và $y = 3$, nên có tọa độ là $I(-2; 3)$.

d) Đúng.

Ta có đạo hàm $y' = \dfrac{3 \cdot 2 - (-1) \cdot 1}{(x+2)^2} = \dfrac{7}{(x+2)^2} > 0$ với mọi $x \neq -2$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$, do đó hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | ..... ☐

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC có $A(1;2;1)$, $B(5;3;4)$, $C(8;-3;2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **(NB)** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}$.

b) **(NB)** $\overrightarrow{OC}=8\,\vec{i}+3\,\vec{j}+2\,\vec{k}$.

c) **(TH)** $\overrightarrow{CB}=(-3;6;2)$.

d) **(TH)** Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{14}{3};\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$.

Lời giải.

a) Sai.

Theo quy tắc ba điểm, ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (khác $\overrightarrow{CA}$).

b) Sai.

Vì điểm C có tọa độ $(8;-3;2)$ nên biểu diễn qua các vectơ đơn vị là $\overrightarrow{OC}=8\,\vec{i}-3\,\vec{j}+2\,\vec{k}$.

c) Đúng.

Với $B(5;3;4)$ và $C(8;-3;2)$, ta có:

$$\overrightarrow{CB}=(5-8;\ 3-(-3);\ 4-2)=(-3;6;2).$$

d) Đúng.

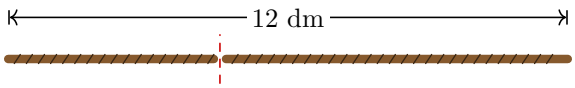
Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

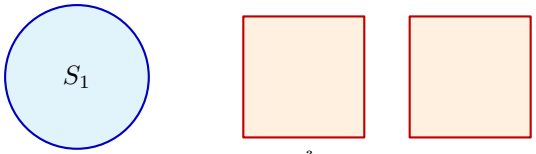
$$\begin{cases} x_G=\dfrac{1+5+8}{3}=\dfrac{14}{3} \\ y_G=\dfrac{2+3+(-3)}{3}=\dfrac{2}{3} \\ z_G=\dfrac{1+4+2}{3}=\dfrac{7}{3}. \end{cases}$$

Vậy $G\left(\frac{14}{3};\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... ☐

Câu 3. Bạn An muốn tận dụng hết một sợi dây thừng dài 12 dm để làm thiệp tặng bạn trong dịp Noel. An dự định cắt sợi dây thành hai đoạn, đoạn thứ I uốn thành một đường tròn, đoạn thứ II gấp thành hai hình vuông bằng nhau. Sau đó, đặt ba hình lên bìa carton để làm thiệp. Gọi S_1 là diện tích hình tròn, S_2 là diện tích hai hình vuông được tạo thành từ hai đoạn dây nêu trên (như hình vẽ dưới). Theo bạn An, để trang trí hình vuông, mỗi dm^2 mất 30 phút; để trang trí hình tròn, mỗi dm^2 mất 20 phút. Giả sử x $(0<x<12)$ là chiều dài đoạn dây thứ I, đơn vị là dm. Mọi kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân.

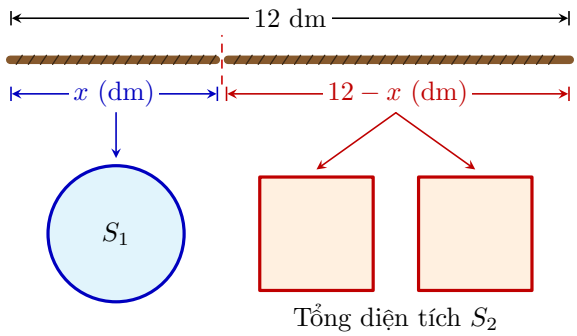




Tổng diện tích S_2

a) **(TH)** Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là một hàm số $S(x)$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.
b) **(TH)** Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là hàm số $S(x)$ có một điểm cực trị.
c) **(TH)** Tổng thời gian trang trí thiệp là một hàm số $T(x) = \dfrac{5}{\pi}x^2 + \dfrac{15}{32}(12-x)^2$, tính bằng phút.
d) **(VD)** Tổng thời gian trang trí thiệp ngắn nhất khi $x \approx 4{,}4$ dm.

Lời giải.



a) **Sai**.

Đoạn dây thứ I có chiều dài x (dm) $(0 < x < 12)$ uốn thành đường tròn có bán kính $R = \dfrac{x}{2\pi}$ (dm), nên diện tích hình tròn là:

$$S_1 = \pi R^2 = \pi\left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 = \frac{x^2}{4\pi} \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Đoạn dây thứ II có chiều dài $12-x$ (dm) gấp thành hai hình vuông bằng nhau nên mỗi hình vuông có chu vi là $\dfrac{12-x}{2}$ (dm) và cạnh là $a = \dfrac{12-x}{8}$ (dm).
Tổng diện tích hai hình vuông là:

$$S_2 = 2a^2 = 2\left(\frac{12-x}{8}\right)^2 = \frac{(12-x)^2}{32} \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Tổng diện tích của ba hình là hàm số:

$$S(x) = S_1 + S_2 = \frac{x^2}{4\pi} + \frac{(12-x)^2}{32}, \quad x \in (0;12).$$

Ta có $S'(x) = \dfrac{x}{2\pi} - \dfrac{12-x}{16} = 0 \Leftrightarrow x\left(\dfrac{1}{2\pi} + \dfrac{1}{16}\right) = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow x = \dfrac{12\pi}{8+\pi} \approx 3{,}38 \in (0;12)$.
Vì $S'(x) < 0$ trên $\left(0; \dfrac{12\pi}{8+\pi}\right)$ và $S'(x) > 0$ trên $\left(\dfrac{12\pi}{8+\pi}; 12\right)$ nên hàm số $S(x)$ không luôn đồng biến trên $(0;12)$.

b) **Đúng**.

Dựa vào xét dấu $S'(x)$ ở ý a), hàm số $S(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = \dfrac{12\pi}{8+\pi} \in (0;12)$ nên hàm số $S(x)$ có đúng một điểm cực trị.

c) **Sai**.

Tổng thời gian trang trí thiệp (tính bằng phút) là:

$$T(x) = 20S_1 + 30S_2 = 20 \cdot \frac{x^2}{4\pi} + 30 \cdot \frac{(12-x)^2}{32} = \frac{5}{\pi}x^2 + \frac{15}{16}(12-x)^2, \quad x \in (0;12).$$

Do đó công thức $T(x) = \dfrac{5}{\pi}x^2 + \dfrac{15}{32}(12-x)^2$ là sai.

d) Đúng.

Xét hàm số $T(x)=\dfrac{5}{\pi}x^2+\dfrac{15}{16}(12-x)^2$ trên khoảng $(0;12)$, ta có đạo hàm:

$$T'(x)=\frac{10}{\pi}x-\frac{15}{8}(12-x).$$

Giải phương trình $T'(x)=0$:

$$\frac{10}{\pi}x-\frac{15}{8}(12-x)=0\Leftrightarrow x\left(\frac{10}{\pi}+\frac{15}{8}\right)=\frac{45}{2}\Leftrightarrow x=\frac{36\pi}{16+3\pi}\approx 4{,}4\text{ (dm)}\in(0;12).$$

Vì $T'(x)<0$ với $x\in\left(0;\dfrac{36\pi}{16+3\pi}\right)$ và $T'(x)>0$ với $x\in\left(\dfrac{36\pi}{16+3\pi};12\right)$ nên tổng thời gian trang trí thiệp ngắn nhất khi $x\approx 4{,}4$ dm.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 4. Thống kê điểm kiểm tra giữa kì I môn Toán của lớp 12A trường THPT X người ta thu được kết quả sau:

Điểm thi	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh	2	7	8	3	10	5	3	2

a) **(NB)** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R=8$.
b) **(TH)** Điểm trung bình của mẫu số liệu trên là $\overline{x}=5{,}725$.
c) **(TH)** Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $[3;4)$.
d) **(TH)** Biết rằng điểm kiểm tra giữa kì I môn Toán của lớp 12B có phương sai là 5,32, do đó lớp 12B học đều hơn lớp 12A.

Lời giải.

Cỡ mẫu của bảng số liệu thống kê lớp 12A là:

$$n=2+7+8+3+10+5+3+2=40.$$

a) Đúng.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R=10-2=8$.

b) Đúng.

Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là 2,5; 3,5; 4,5; 5,5; 6,5; 7,5; 8,5; 9,5.
Điểm trung bình của mẫu số liệu lớp 12A là:

$$\overline{x}=\frac{2\cdot 2{,}5+7\cdot 3{,}5+8\cdot 4{,}5+3\cdot 5{,}5+10\cdot 6{,}5+5\cdot 7{,}5+3\cdot 8{,}5+2\cdot 9{,}5}{40}=\frac{229}{40}=5{,}725.$$

c) Sai.

Ta có $\dfrac{n}{4}=\dfrac{40}{4}=10$.
Tần số tích lũy của nhóm $[2;3)$ là 2, của nhóm $[3;4)$ là $2+7=9$, của nhóm $[4;5)$ là $9+8=17$.
Vì $9<10\le 17$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $[4;5)$.

d) Sai.

Phương sai của mẫu số liệu lớp 12A là:

$$s_{12\text{A}}^2=\frac{2\cdot 2{,}5^2+7\cdot 3{,}5^2+8\cdot 4{,}5^2+3\cdot 5{,}5^2+10\cdot 6{,}5^2+5\cdot 7{,}5^2+3\cdot 8{,}5^2+2\cdot 9{,}5^2}{40}-(5{,}725)^2$$
$$=\frac{1452}{40}-32{,}775625=3{,}524375\approx 3{,}52.$$

Vì $s_{12\text{A}}^2\approx 3{,}52<5{,}32=s_{12\text{B}}^2$ nên lớp 12A học đều hơn lớp 12B.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Thí sinh ghi và tô kết quả từ câu **1** đến câu **6**.)*

Câu 1 (NB). Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

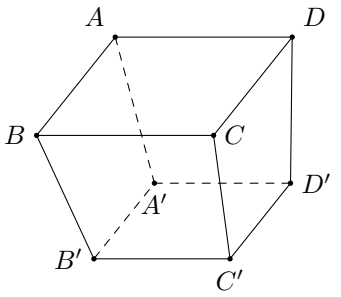
Số điểm cực trị của hàm số trên là bao nhiêu?

Đáp án: 2

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua hai điểm $x=-1$ (từ dương sang âm) và $x=1$ (từ âm sang dương), còn tại $x=0$ thì $f'(x)$ không đổi dấu.
Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

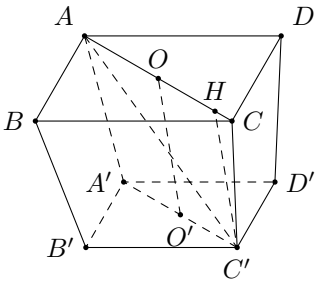
Câu 2 (VD). Cho khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. Biết tổng diện tích của hai mặt đáy bằng 54 và độ dài đường chéo $AC'=9$. Tìm thể tích lớn nhất của khối chóp cụt đã cho.



Đáp án: 1 4 4

Lời giải.

Gọi x, y lần lượt là độ dài cạnh của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$ ($x>0$, $y>0$).
Theo giả thiết tổng diện tích hai mặt đáy bằng 54, ta có $x^2+y^2=54$.
Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Chiều cao khối chóp cụt là $h=OO'$.
Kẻ $C'H\perp AC$ ($H\in AC$), ta có $C'H=h$.
Xét mặt cắt chéo $ACC'A'$ của khối chóp cụt, đây là một hình thang cân.
Độ dài đoạn AH được tính bằng nửa tổng hai đáy của hình thang cân.



Doạn $AH=\dfrac{AC+A'C'}{2}=\dfrac{x\sqrt{2}+y\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}(x+y)}{2}$.
Trong tam giác vuông AHC', ta có $AC'^2=AH^2+C'H^2$, suy ra

$$h^2=9^2-\left(\frac{\sqrt{2}(x+y)}{2}\right)^2=81-\frac{(x+y)^2}{2}.$$

Đặt $t=xy$. Vì $(x-y)^2\geq 0\Leftrightarrow 2xy\leq x^2+y^2\Rightarrow 2t\leq 54\Leftrightarrow t\leq 27$.
Do x, $y>0$ nên $t>0$. Vậy $t\in(0;27]$.
Ta có $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy=54+2t$.
Suy ra $h^2=81-\dfrac{54+2t}{2}=54-t\Rightarrow h=\sqrt{54-t}$.
Thể tích khối chóp cụt là

$$V=\frac{1}{3}h(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2})=\frac{1}{3}\sqrt{54-t}(x^2+y^2+xy)=\frac{1}{3}\sqrt{54-t}(54+t).$$

Xét hàm số $f(t)=(54-t)(54+t)^2$ với $t\in(0;27]$.

$$\begin{aligned} f'(t) &= -(54+t)^2+2(54+t)(54-t)\\ &= (54+t)(-54-t+108-2t)\\ &= (54+t)(54-3t). \end{aligned}$$

Cho $f'(t)=0 \Leftrightarrow 54-3t=0 \Leftrightarrow t=18$ (nhận).
Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số $f(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t=18$.
Khi đó, thể tích lớn nhất của khối chóp cụt là

$$V_{\max}=\frac{1}{3}\sqrt{54-18}(54+18)=\frac{1}{3}\sqrt{36}\cdot 72=144.$$

Câu 3 (NB). Bác Nam thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

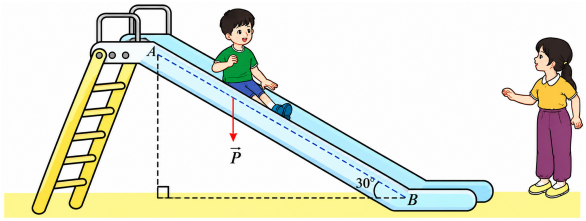
Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên. Đáp án: 2 | 5 | | |

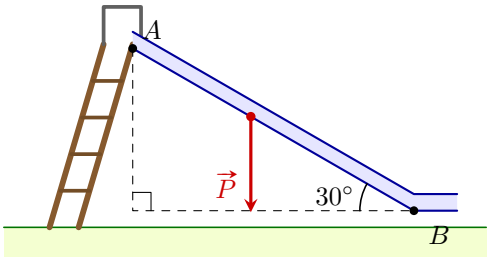
Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$R=65-40=25.$$

Câu 4 (TH). Một em bé cân nặng $m=25$ kg trượt trên cầu thang trượt dài 3,2 mét. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30° và vectơ gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ được lấy độ lớn là $g=9{,}8$ m/s^2. Công A (J) sinh bởi một lực $\vec{F}$ có độ dịch chuyển $\vec{d}$ được tính bởi công thức $A=\vec{F}\cdot\vec{d}$. Hãy tính công *(đơn vị J)* sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em bé trượt hết chiều dài cầu trượt.





Đáp án: 3 | 9 | 2 | |

Lời giải.

Độ lớn của trọng lực tác dụng lên em bé là:

$$P=mg=25\cdot 9{,}8=245 \text{ (N)}.$$

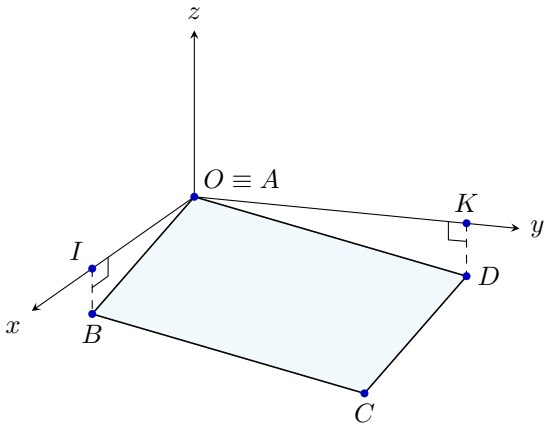
Gọi A là đỉnh cầu trượt, B là chân cầu trượt (như hình vẽ), khi đó độ dài độ dịch chuyển của em bé là $d=AB=3{,}2$ (m).
Vì vectơ trọng lực $\vec{P}$ có phương thẳng đứng hướng xuống dưới và đoạn trượt AB nghiêng một góc 30° so với phương nằm ngang nên góc giữa hai vectơ $\vec{P}$ và $\vec{d}=\overrightarrow{AB}$ là:

$$\left(\vec{P},\vec{d}\right)=90^\circ-30^\circ=60^\circ.$$

Vậy công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em bé trượt hết chiều dài cầu trượt là:

$$A=\vec{P}\cdot\vec{d}=\left|\vec{P}\right|\cdot\left|\vec{d}\right|\cdot\cos 60^\circ=245\cdot 3{,}2\cdot\frac{1}{2}=392 \text{ (J)}.$$

Câu 5 (VD). Một mái nhà kho hình bình hành $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB=221$ (cm) và $AD=313$ (cm). Để tiện việc thoát nước khi trời mưa nên mái nhà kho cần phải có độ nghiêng. Biết rằng vị trí điểm B thấp hơn vị trí điểm A với khoảng cách $BI=21$ (cm). Vị trí điểm D thấp hơn vị trí điểm A với khoảng cách $DK=25$ (cm). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A\equiv O$, $BI\perp(Oxy)$ tại I thuộc tia Ox, $DK\perp(Oxy)$ tại K thuộc tia Oy (tham khảo hình vẽ). Xác định xem vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A bao nhiêu (cm)?



Đáp án: 4 | 6 | | |

Lời giải.

Theo cách chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, ta có $A(0;0;0)$.

- Tam giác AIB vuông tại I nên $AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{221^2 - 21^2} = 220$ (cm).
  Vì I thuộc tia Ox và B nằm thấp hơn mặt phẳng (Oxy) một khoảng $BI = 21$ cm nên tọa độ điểm B là $B(220;0;-21)$.
- Tam giác AKD vuông tại K nên $AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \sqrt{313^2 - 25^2} = 312$ (cm).
  Vì K thuộc tia Oy và D nằm thấp hơn mặt phẳng (Oxy) một khoảng $DK = 25$ cm nên tọa độ điểm D là $D(0;312;-25)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta có:

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = (220+0;\ 0+312;\ -21+(-25)) = (220;312;-46).$$

Suy ra tọa độ điểm C là $C(220;312;-46)$.
Vì cao độ của điểm C là $z_C = -46$ nên vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A là 46 cm.

Câu 6 (TH). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;2;1)$, $B(-2;-1;4)$. Biết tọa độ điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$. Tính $a+b+c$. Đáp án: 3 | | | |

Lời giải.

Với $A(4;2;1)$, $B(-2;-1;4)$ và $M(a;b;c)$, ta có:

$$\overrightarrow{AM} = (a-4;\ b-2;\ c-1), \qquad \overrightarrow{MB} = (-2-a;\ -1-b;\ 4-c).$$

Theo giả thiết $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$, ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} a-4 = 2(-2-a) \\ b-2 = 2(-1-b) \\ c-1 = 2(4-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 0 \\ 3b = 0 \\ 3c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 3. \end{cases}$$

Vậy $a+b+c = 0+0+3 = 3$.

— HẾT —

- ***Thí sinh không được sử dụng tài liệu.***
- ***Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.***

ĐỀ THAM KHẢO
SỐ 4
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ TIÊN TRI KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027

MÔN: TOÁN - LỚP *12*
Thời gian làm bài: ***90 phút***, *không kể thời gian phát đề*
Ngày kiểm tra: ***..../..../2026***

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* ..... **Mã Đề: *1234***

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **12**. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)*

Câu 1 (NB). Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

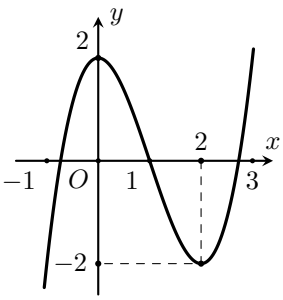
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 2 (NB). Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $y = 0$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = -2$.



Lời giải.

Quan sát đồ thị hàm số, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(2; -2)$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 3 (NB). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	
$f(x)$	0	↗	2	↘	$-\infty$	↗	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta có:

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ là một đường tiệm cận ngang.

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5 \Rightarrow y=5$ là một đường tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty \Rightarrow x=1$ là một đường tiệm cận đứng.

Vậy tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 3.

Chọn đáp án (B) ..... ☐

Câu 4 (TH). Đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$ nhận

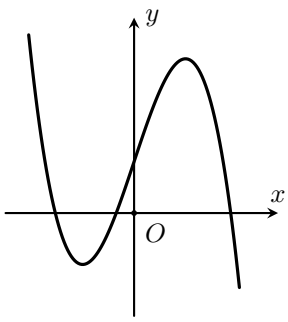
A. trục tung làm trục đối xứng.
B. gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
C. điểm $I(-1;0)$ làm tâm đối xứng.
D. đường thẳng $x=1$ làm trục đối xứng.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2+6x \Rightarrow y''=6x+6$.
Giải phương trình $y''=0 \Leftrightarrow 6x+6=0 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow y(-1)=(-1)^3+3(-1)^2-2=0$.
Vậy điểm uốn $I(-1;0)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án (C) ..... ☐

Câu 5 (NB). Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.
B. $y=\dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$.
C. $y=-x^3+3x+1$.
D. $y=x^3-3x+1$.

Lời giải.

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq0)$ có nhánh bên phải đi xuống nên $a<0$, loại các phương án còn lại.
Kiểm tra hàm số $y=-x^3+3x+1$: đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;1)$, có điểm cực tiểu $(-1;-1)$ và điểm cực đại $(1;3)$, hoàn toàn trùng khớp với hình vẽ.

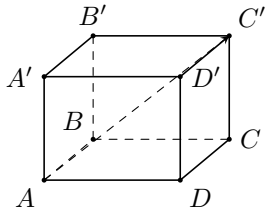
Chọn đáp án (C) ..... ☐

Câu 6 (NB). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{A'D}=\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'C}$.
B. $\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}$.
D. $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải.

Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.
Do đó $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}$.



Chọn đáp án (C) ..... ☐

Câu 7 (NB). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(-1;2;-3)$.
B. $(2;-3;-1)$.
C. $(2;-1;-3)$.
D. $(-3;2;-1)$.

Lời giải.

Vì $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$ nên tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là $(-1;2;-3)$.

Chọn đáp án (A) ..... ☐

Câu 8 (NB). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (3;0;1)$ và $\vec{v} = (2;1;0)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. **B.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 9 (NB). Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một học sinh lớp 4 trường A được cho ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$	$[10;11)$
Số học sinh	8	10	12	14	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 5. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$R = 11 - 6 = 5.$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 10 (NB). Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh trong một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

A. 2,5 cm. **B.** 12,5 cm. **C.** 3,125 cm. **D.** 42,25 cm.

Lời giải.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

$$s = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5 \text{ (cm)}.$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 11 (TH). Một chất điểm chuyển động thẳng với phương trình $s(t) = t^3 + 3t - 1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (giây)?

A. 139 (m/s). **B.** 78 (m/s). **C.** 30 (m/s). **D.** 77 (m/s).

Lời giải.

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t là:

$$v(t) = s'(t) = 3t^2 + 3.$$

Tại thời điểm $t = 5$ giây, vận tốc của chất điểm là:

$$v(5) = 3 \cdot 5^2 + 3 = 78 \text{ (m/s)}.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 12 (NB). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. Phương sai có giá trị là số âm. **B.** Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

C. Phương sai gấp đôi giá trị của độ lệch chuẩn. **D.** Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.

Lời giải.

Theo định nghĩa, phương sai s^2 là bình phương của độ lệch chuẩn s.

Chọn đáp án D ☐

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **4**. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.)*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

a) **(NB)** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.
b) **(NB)** Điểm cực tiểu của hàm số bằng 3.
c) **(TH)** Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị trái dấu.
d) **(VD)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f'(x)$ trên $[1;3]$ là 2, biết $f'(x)=3x^2+bx+c$.

Lời giải.

a) **Đúng**.

Dựa vào bảng xét dấu của y', ta có $y'>0$ trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$ nên hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

b) **Đúng**.

Đạo hàm y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=3$ nên điểm cực tiểu của hàm số là $x_{\text{CT}}=3$.

c) **Sai**.

Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị là $x=1>0$ và $x=3>0$, hai điểm này cùng dấu.

d) **Sai**.

Vì $f'(x)=3x^2+bx+c$ nhận $x=1$ và $x=3$ làm nghiệm nên:

$$\begin{cases}3\cdot 1^2+b+c=0\\3\cdot 3^2+3b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-12\\c=9\end{cases}\Rightarrow h(x)=f'(x)=3x^2-12x+9.$$

Xét hàm số $h(x)=3x^2-12x+9$ trên đoạn $[1;3]$, ta có $h'(x)=6x-12=0\Leftrightarrow x=2\in(1;3)$.
Tính $h(1)=0$, $h(2)=-3$, $h(3)=0$. Suy ra $\min\limits_{[1;3]}h(x)=-3$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$, $B(-2;2;0)$ và $C(4;1;-1)$.

a) **(NB)** Tọa độ của điểm A là $A(2;2;2)$.
b) **(NB)** Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BC}$ là $\overrightarrow{BC}=(-6;1;1)$.
c) **(NB)** Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC là $I(2;-1;-3)$.
d) **(TH)** Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ là $\sqrt{30}$.

Lời giải.

a) **Đúng**.

Vì $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$ nên tọa độ của điểm A là $A(2;2;2)$.

b) **Sai**.

Với $B(-2;2;0)$ và $C(4;1;-1)$, ta có:

$$\overrightarrow{BC}=(4-(-2);\ 1-2;\ -1-0)=(6;-1;-1).$$

c) **Sai**.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AC là:

$$I\left(\frac{2+4}{2};\ \frac{2+1}{2};\ \frac{2+(-1)}{2}\right)=I\left(3;\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right).$$

d) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 0; -2)$ và $\overrightarrow{AC} = (2; -1; -3)$, suy ra:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = (-4 + 2;\ 0 - 1;\ -2 - 3) = (-2; -1; -5).$$

Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là:

$$\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{4 + 1 + 25} = \sqrt{30}.$$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | ..... □

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 2}{x - 1}$.

a) (NB) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) (TH) Ta có $y' = 1 + \dfrac{4}{(x-1)^2}$.

c) (TH) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.

d) (VD) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số giao với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta viết lại hàm số dưới dạng: $y = \dfrac{x^2 + x + 2}{x - 1} = x + 2 + \dfrac{4}{x - 1}$.

a) Đúng.

Vì $\lim\limits_{x \to 1^-} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to 1^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) Sai.

Đạo hàm của hàm số là $y' = 1 - \dfrac{4}{(x-1)^2}$.

c) Đúng.

Vì $\lim\limits_{x \to -\infty} [y - (x + 2)] = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{4}{x - 1} = 0$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} [y - (x + 2)] = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4}{x - 1} = 0$ nên đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.

d) Đúng.

Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \dfrac{4}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = -1 \\ x = 3 \Rightarrow y = 7. \end{array}\right.$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(-1; -1)$ và $B(3; 7)$.

Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có phương trình:

$$\frac{x - (-1)}{3 - (-1)} = \frac{y - (-1)}{7 - (-1)} \Leftrightarrow \frac{x + 1}{4} = \frac{y + 1}{8} \Leftrightarrow y = 2x + 1.$$

Đường thẳng d cắt trục hoành Ox tại $M\left(-\dfrac{1}{2}; 0\right)$ và cắt trục tung Oy tại $N(0; 1)$.

Tam giác OMN vuông tại O có diện tích là:

$$S_{\Delta OMN} = \frac{1}{2} OM \cdot ON = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 4. Kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15, kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (đơn vị: m). Ta có các bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[6{,}22; 6{,}46)$	6,34	3
$[6{,}46; 6{,}70)$	6,58	7
$[6{,}70; 6{,}94)$	6,82	5
$[6{,}94; 7{,}18)$	7,06	20
$[7{,}18; 7{,}42)$	7,30	5
Cỡ mẫu		$n = 40$

Bảng 15 (Vận động viên Dũng)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[6{,}22; 6{,}46)$	6,34	2
$[6{,}46; 6{,}70)$	6,58	5
$[6{,}70; 6{,}94)$	6,82	8
$[6{,}94; 7{,}18)$	7,06	19
$[7{,}18; 7{,}42)$	7,30	6
Cỡ mẫu		$n = 40$

Bảng 16 (Vận động viên Huy)

a) **(NB)** Các bảng trên là bảng phân bố tần số ghép lớp.
b) **(NB)** Số lần nhảy xa từ 7,18 m trở lên của vận động viên Dũng là 5.
c) **(TH)** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)* là 0,16.
d) **(TH)** Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

Lời giải.

a) **Đúng**.

Các bảng thống kê trên được chia theo các nhóm (lớp) kèm theo tần số tương ứng nên đều là bảng phân bố tần số ghép lớp.

b) **Đúng**.

Dựa vào Bảng 15, nhóm $[7{,}18; 7{,}42)$ có tần số bằng 5 nên số lần nhảy xa từ 7,18 m trở lên của vận động viên Dũng là 5.

c) **Sai**.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của vận động viên Huy (Bảng 16) là:

$$\overline{x}_H = \frac{2 \cdot 6{,}34 + 5 \cdot 6{,}58 + 8 \cdot 6{,}82 + 19 \cdot 7{,}06 + 6 \cdot 7{,}30}{40} = \frac{278{,}08}{40} = 6{,}952 \text{ (m)}.$$

Phương sai của mẫu số liệu của vận động viên Huy là:

$$s_H^2 = \frac{1}{40}\left(2 \cdot 6{,}34^2 + 5 \cdot 6{,}58^2 + 8 \cdot 6{,}82^2 + 19 \cdot 7{,}06^2 + 6 \cdot 7{,}30^2\right) - (6{,}952)^2 \approx 0{,}06.$$

d) **Sai**.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của vận động viên Dũng (Bảng 15) là:

$$\overline{x}_D = \frac{3 \cdot 6{,}34 + 7 \cdot 6{,}58 + 5 \cdot 6{,}82 + 20 \cdot 7{,}06 + 5 \cdot 7{,}30}{40} = \frac{276{,}88}{40} = 6{,}922 \text{ (m)}.$$

Phương sai của mẫu số liệu của vận động viên Dũng là:

$$s_D^2 = \frac{1}{40}\left(3 \cdot 6{,}34^2 + 7 \cdot 6{,}58^2 + 5 \cdot 6{,}82^2 + 20 \cdot 7{,}06^2 + 5 \cdot 7{,}30^2\right) - (6{,}922)^2 \approx 0{,}07.$$

Độ lệch chuẩn của vận động viên Huy là $s_H \approx \sqrt{0{,}0635} \approx 0{,}25$ (m) nhỏ hơn độ lệch chuẩn của vận động viên Dũng là $s_D \approx \sqrt{0{,}0746} \approx 0{,}27$ (m), nên kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn vận động viên Dũng.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Thí sinh ghi và tô kết quả từ câu **1** đến câu **6**.)*

Câu 1 (TH). Đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị là A, B. Tìm khoảng cách giữa hai điểm A và B *(làm tròn đến hàng phần chục).* Đáp án: | 3 | 2 | , | 2 |

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$. Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = 6 \\ x = 3 \Rightarrow y = -26. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số:

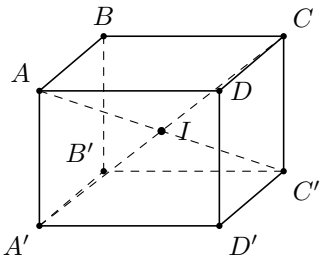
x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	-26	$\nearrow$	$+\infty$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(-1;6)$ và $B(3;-26)$.
Khoảng cách giữa hai điểm A và B là:

$$AB = \sqrt{(3-(-1))^2 + (-26-6)^2} = \sqrt{4^2 + (-32)^2} = \sqrt{1040} = 4\sqrt{65} \approx 32{,}2.$$

Câu 2 (TH). Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Gọi điểm $I(a;b;c)$ là tâm của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của c. Đáp án: | − | 2 | | |

Lời giải.



Tâm I của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là trung điểm của đường chéo AC'.
Với $A(1;0;1)$ và $C'(4;5;-5)$, tọa độ điểm I là:

$$I\left(\frac{1+4}{2};\ \frac{0+5}{2};\ \frac{1+(-5)}{2}\right) = I\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2};-2\right).$$

Vậy $c = -2$.

Câu 3 (VD). Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \dfrac{t^3}{3}$ $(0 \le t \le 24)$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ? Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước. Đáp án: | 1 | 5 | | |

Lời giải.

Xét hàm số $h(t) = 24t + 5t^2 - \dfrac{t^3}{3}$ trên đoạn $[0;24]$, ta có đạo hàm:

$$h'(t) = 24 + 10t - t^2.$$

Giải phương trình $h'(t) = 0$:

$$24 + 10t - t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 12 \in (0;24) \\ t = -2 \notin [0;24]. \end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên của hàm số $h(t)$ trên đoạn $[0;24]$:

t	0		12		24
$h'(t)$		$+$	0	$-$	
$h(t)$	0	↗	432	↘	-1152

Dựa vào bảng biến thiên, mực nước trong hồ lên cao nhất khi $t = 12$ (giờ), tức là sau 12 giờ kể từ 8h sáng (vào lúc $8 + 12 = 20$h tối).
Vì phải thông báo cho các hộ dân di dời trước khi xả nước 5 giờ nên thời điểm cần thông báo là:

$$20 - 5 = 15 \text{ (giờ)}.$$

Câu 4 (TH). Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*. Đáp án: 7 , 0 3

Lời giải.

Cỡ mẫu của bảng số liệu là $n = 5 + 20 + 18 + 7 + 3 = 53$.

- **Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1:**
  Ta có $\frac{n}{4} = \frac{53}{4} = 13{,}25$. Tần số tích lũy của nhóm $[40;45)$ là 5, của nhóm $[45;50)$ là $5 + 20 = 25$.
  Vì $5 < 13{,}25 \le 25$ nên nhóm chứa Q_1 là $[45;50)$. Suy ra:
  $$Q_1 = 45 + \frac{13{,}25 - 5}{20} \cdot (50 - 45) = \frac{753}{16}.$$

- **Tìm tứ phân vị thứ ba Q_3:**
  Ta có $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 53}{4} = 39{,}75$. Tần số tích lũy của nhóm $[50;55)$ là $25 + 18 = 43$.
  Vì $25 < 39{,}75 \le 43$ nên nhóm chứa Q_3 là $[50;55)$. Suy ra:
  $$Q_3 = 50 + \frac{39{,}75 - 25}{18} \cdot (55 - 50) = \frac{3895}{72}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{3895}{72} - \frac{753}{16} = \frac{1013}{144} \approx 7{,}03.$$

Câu 5 (VD). Ba chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Chiếc thứ ba thẳng hàng với chiếc thứ nhất và thứ hai đồng thời cách mặt đất 0,4 km và nằm cách điểm xuất phát 5 km về phía Đông. Tính khoảng cách giữa khinh khí cầu thứ nhất và thứ ba là bao nhiêu kilômét? *(Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).* Đáp án: 6 , 1 9

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc $O(0;0;0)$ đặt tại điểm xuất phát, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với tia Ox hướng về phía Nam, tia Oy hướng về phía Đông và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị trên mỗi trục là km).

Khi đó vị trí của ba khinh khí cầu thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là:

$$A(2;y_A;0{,}5), \qquad B(-1;-1;0{,}3), \qquad C(x_C;5;0{,}4).$$

Ta có $\overrightarrow{BA}=(3;y_A+1;0{,}2)$ và $\overrightarrow{BC}=(x_C+1;6;0{,}1)$.

Vì ba điểm A,B,C thẳng hàng nên tồn tại số thực k sao cho $\overrightarrow{BA}=k\overrightarrow{BC}$, tức là:

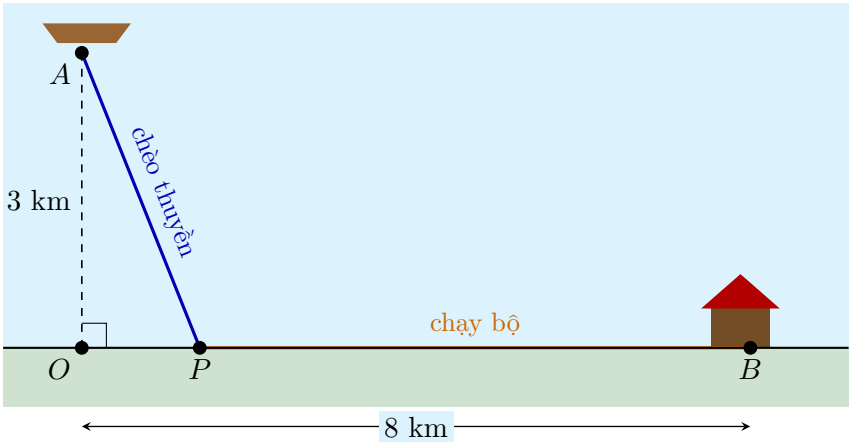
$$\begin{cases} 3=k(x_C+1)\\ y_A+1=6k\\ 0{,}2=0{,}1k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2\\ x_C+1=\dfrac{3}{2}\\ y_A+1=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2\\ x_C=0{,}5\\ y_A=11. \end{cases}$$

Do đó tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất và thứ ba là $A(2;11;0{,}5)$ và $C(0{,}5;5;0{,}4)$.

Vậy khoảng cách giữa khinh khí cầu thứ nhất và thứ ba là:

$$AC=\sqrt{(0{,}5-2)^2+(5-11)^2+(0{,}4-0{,}5)^2}=\sqrt{(-1{,}5)^2+(-6)^2+(-0{,}1)^2}=\sqrt{38{,}26}\approx 6{,}19 \text{ (km)}.$$

Câu 6 (VD). Một người ở vị trí A trên sông, cách bờ tại O một đoạn 3 km. Người đó cần đến B trên bờ, với $OB=8$ km. Người ấy chèo thuyền thẳng từ A đến một điểm P trên đoạn OB rồi chạy bộ từ P đến B. Tốc độ chèo thuyền là 4 km/h, tốc độ chạy bộ là 12 km/h. Hỏi cần cập bờ tại P cách O bao nhiêu kilômét để tổng thời gian ngắn nhất? *(Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).*



Đáp án: 1 , 0 6

Lời giải.

Đặt $OP=x$ (km) với $0\le x\le 8$.

Khoảng cách chạy bộ là $PB=8-x$ (km).

Quãng đường chèo thuyền là $AP=\sqrt{AO^2+OP^2}=\sqrt{9+x^2}$ (km).

Thời gian chèo thuyền từ A đến P là $t_1=\dfrac{\sqrt{9+x^2}}{4}$ (giờ).

Thời gian chạy bộ từ P đến B là $t_2=\dfrac{8-x}{12}$ (giờ).

Tổng thời gian di chuyển là:

$$t(x)=\frac{\sqrt{9+x^2}}{4}+\frac{8-x}{12} \quad (0\le x\le 8)$$

Đạo hàm:

$$t'(x)=\frac{x}{4\sqrt{9+x^2}}-\frac{1}{12}$$

Cho $t'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{4\sqrt{9+x^2}} = \dfrac{1}{12} \Leftrightarrow 3x = \sqrt{9+x^2} \Leftrightarrow 9x^2 = 9 + x^2 \Leftrightarrow 8x^2 = 9 \Rightarrow x = \dfrac{3\sqrt{2}}{4} \approx 1{,}06$ (km) (thỏa mãn).

Bảng biến thiên cho thấy $t(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \dfrac{3\sqrt{2}}{4} \approx 1{,}06$ km.
Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, điểm P cách O một đoạn 1,06 km.

— HẾT —

- ***Thí sinh không được sử dụng tài liệu.***
- ***Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.***

ĐỀ THAM KHẢO
SỐ 5
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ TIÊN TRI KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027

MÔN: TOÁN - LỚP *12*
Thời gian làm bài: ***90 phút***, *không kể thời gian phát đề*
Ngày kiểm tra: ***..../..../2026***

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* ..... **Mã Đề: *1234***

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **12**. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)*

Câu 1 (NB). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;0)$ và $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Khi đó $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ bằng

A. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\dfrac{2}{5}$. **B.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\dfrac{2}{25}$. **C.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{2}{5}$. **D.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{2}{25}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|}=\frac{2\cdot(-1)+1\cdot0+0\cdot(-2)}{\sqrt{2^2+1^2+0^2}\cdot\sqrt{(-1)^2+0^2+(-2)^2}}=\frac{-2}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=-\frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án A ..... ☐

Câu 2 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(3;0;1)$. **B.** $(3;0;-1)$. **C.** $(1;-4;5)$. **D.** $(-1;4;-5)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(1+2;\ 2+(-2);\ -2+3)=(3;0;1)$.

Chọn đáp án A ..... ☐

Câu 3 (NB). Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 25. **B.** 15. **C.** 20. **D.** 30.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$R=45-20=25.$$

Chọn đáp án A ..... ☐

Câu 4 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{b}=-\vec{i}+4\vec{j}$. Tọa độ vectơ $\vec{b}$ bằng

A. $(1;4;0)$. **B.** $(0;-1;4)$. **C.** $(-1;4;0)$. **D.** $(4;-1;0)$.

Lời giải.

Vì $\vec{b}=-\vec{i}+4\vec{j}+0\vec{k}$ nên tọa độ của vectơ $\vec{b}$ là $(-1;4;0)$.

Chọn đáp án C ..... ☐

Câu 5 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;1)$ và $B(3;-2;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 25.

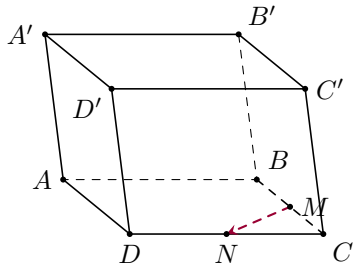
Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;-4;0)$, suy ra độ dài đoạn thẳng AB là:

$$AB = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 0^2} = \sqrt{9+16} = 5.$$

Chọn đáp án C ..... □

Câu 6 (TH). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên dưới). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và CD. Vectơ nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



A. $\overrightarrow{A'C'}$. **B.** $\overrightarrow{AD}$. **C.** $\overrightarrow{B'D'}$. **D.** $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải.

Trong tam giác BCD, vì M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD nên MN là đường trung bình của tam giác BCD.
Do đó $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$.
Mặt khác, vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên tứ giác $BDD'B'$ là hình bình hành, suy ra $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$.
Vậy $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{B'D'}$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 7 (TH). Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau *(đơn vị: triệu đồng)*:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[9;11)$. **B.** $[7;9)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Lời giải.

Giá trị đại diện của các nhóm $[5;7)$, $[7;9)$, $[9;11)$, $[11;13)$, $[13;15)$ lần lượt là 6, 8, 10, 12, 14.
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\overline{x} = \frac{2\cdot 6 + 7\cdot 8 + 7\cdot 10 + 3\cdot 12 + 1\cdot 14}{20} = \frac{188}{20} = 9{,}4 \in [9;11).$$

Chọn đáp án A ..... □

Câu 8 (NB). Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;4)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = -3x^2 + 6x$. Giải bất phương trình $y' > 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.
Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 9 (TH). Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đạo hàm $y' = \dfrac{2(-1)-1(1)}{(x-1)^2} = \dfrac{-3}{(x-1)^2} < 0,\ \forall x \in [2;4]$.

Do đó hàm số nghịch biến trên đoạn $[2;4]$.

Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2;4]$ là:

$$\max_{[2;4]} y = y(2) = \frac{2(2)+1}{2-1} = 5.$$

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 10 (NB). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;2)$ và $N(1;0;4)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $(1;0;3)$. **B.** $(0;2;2)$. **C.** $(1;-1;3)$. **D.** $(2;-2;6)$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là:

$$I\left(\frac{1+1}{2};\ \frac{-2+0}{2};\ \frac{2+4}{2}\right) = I(1;-1;3).$$

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 11 (NB). Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x+3}$ là

A. $x = 1$. **B.** $y = -3$. **C.** $x = -3$. **D.** $y = 1$.

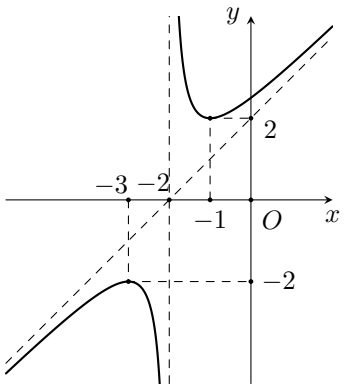
Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Vì $\lim\limits_{x\to -3^-} \dfrac{x+1}{x+3} = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to -3^+} \dfrac{x+1}{x+3} = -\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -3$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 12 (TH). Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \dfrac{x^2+4x+5}{x-2}$. **B.** $y = \dfrac{x^2+4x+1}{x+2}$. **C.** $y = \dfrac{x^2+4x+5}{x+2}$. **D.** $y = \dfrac{x^2+4x+5}{-x-2}$.

Lời giải.

Từ các phương án trả lời, ta thấy đồ thị đã cho là đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ bậc hai trên bậc nhất.

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -2$, đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ đi qua các điểm $(-2;0)$ và $(0;2)$ nên

$$\begin{cases} 0 = -2a + b \\ 2 = 0a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.
Do đó hàm số có dạng $y = x + 2 + \dfrac{\alpha}{x+2}$.
Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;2)$ nên $2 = -1 + 2 + \dfrac{\alpha}{-1+2} \Leftrightarrow \alpha = 1$.
Vậy hàm số cần tìm là $y = x + 2 + \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{x^2+4x+5}{x+2}$.
Chọn đáp án (C) . . . . . □

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI *(Thí sinh trả lời từ câu **1** đến câu **4**. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.)*

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, khi đó:
a) (NB) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.
b) (NB) Hàm số có 2 điểm cực trị.
c) (TH) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3.
d) (TH) Phương trình $x \cdot f'(x) = 0$ có hai nghiệm.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
Ta có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$. Giải phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$
Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

a) Đúng.
Dựa vào bảng biến thiên, trên khoảng $(1;3)$ ta có $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

b) Đúng.
Hàm số có 2 điểm cực trị là $x_{\text{CĐ}} = 1$ và $x_{\text{CT}} = 3$.

c) Sai.
Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{\text{CT}} = f(3) = 0$ (còn 3 là điểm cực tiểu của hàm số).

d) Sai.
Ta có $x \cdot f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(3x^2 - 12x + 9) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$
Do đó phương trình $x \cdot f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | . . . . . □

Câu 2. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố.

Nhóm	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Tần số	25	20	20	15	14	6

a) **(NB)** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 60$.
b) **(TH)** Tứ phân vị thứ nhất bằng 25.
c) **(TH)** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm bằng 44.
d) **(TH)** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = \dfrac{65}{3}$.

Lời giải.

Cỡ mẫu của bảng số liệu thống kê là:

$$n = 25 + 20 + 20 + 15 + 14 + 6 = 100.$$

a) **Đúng**.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 80 - 20 = 60$.

b) **Sai**.

Ta có $\dfrac{n}{4} = \dfrac{100}{4} = 25$. Nhóm $[20;30)$ có tần số bằng 25 nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $[20;30)$.
Suy ra tứ phân vị thứ nhất là:

$$Q_1 = 20 + \frac{25-0}{25} \cdot (30 - 20) = 30.$$

c) **Sai**.

Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là 25, 35, 45, 55, 65, 75.
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\overline{x} = \frac{25 \cdot 25 + 20 \cdot 35 + 20 \cdot 45 + 15 \cdot 55 + 14 \cdot 65 + 6 \cdot 75}{100} = \frac{4410}{100} = 44{,}1.$$

d) **Sai**.

Ta có $\dfrac{3n}{4} = \dfrac{3 \cdot 100}{4} = 75$.
Tần số tích lũy của nhóm $[40;50)$ là $25 + 20 + 20 = 65$, của nhóm $[50;60)$ là $65 + 15 = 80$.
Vì $65 < 75 \leq 80$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 là $[50;60)$. Suy ra:

$$Q_3 = 50 + \frac{75-65}{15} \cdot (60 - 50) = \frac{170}{3}.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{170}{3} - 30 = \frac{80}{3}.$$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d sai | ..... □

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;2;-1)$, $B(1;-1;2)$ và $C(0;-2;-3)$.
a) **(NB)** $\overrightarrow{AB} = (3;3;-3)$.
b) **(NB)** Trung điểm của BC có tọa độ là $(-1;-1;1)$.
c) **(TH)** Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi tọa độ điểm $D(3;1;0)$.
d) **(TH)** Tọa độ điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy), sao cho A, B, N thẳng hàng là $(3;1;0)$.

Lời giải.

a) **Sai**.

Với $A(4;2;-1)$ và $B(1;-1;2)$, ta có $\overrightarrow{AB} = (1-4;\ -1-2;\ 2-(-1)) = (-3;-3;3)$.

b) **Sai**.

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng BC là:

$$M\left(\frac{1+0}{2};\ \frac{-1+(-2)}{2};\ \frac{2+(-3)}{2}\right) = M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right).$$

c) Sai.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1; -1; -5)$ và $\overrightarrow{AD} = (x_D - 4;\ y_D - 2;\ z_D + 1)$, suy ra:

$$\begin{cases} x_D - 4 = -1 \\ y_D - 2 = -1 \\ z_D + 1 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 1 \\ z_D = -6. \end{cases}$$

Vậy $D(3; 1; -6)$.

d) Đúng.

Vì $N \in (Oxy)$ nên tọa độ điểm N có dạng $N(x; y; 0)$.
Ta có $\overrightarrow{AN} = (x - 4;\ y - 2;\ 1)$ và $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3)$.
Ba điểm A, B, N thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AN}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$, tức là:

$$\frac{x-4}{-3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = -1 \\ y - 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy $N(3; 1; 0)$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | ..... □

Câu 4. Một hãng ô tô A đưa sản phẩm ô tô thể thao của họ ra chạy thử trước khi mở bán. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, chiếc xe đứng yên. Sau đó chiếc xe nổ máy và tăng tốc rất nhanh. Sử dụng máy bắn tốc độ, người ta đo được tốc độ tức thời của chiếc xe tại các thời điểm 1 giây, 2 giây và 3 giây cho trong bảng sau:

t **(giây)**	1	2	3
$v(t)$ **(m/s)**	6	16	26

Biết rằng tốc độ tức thời của chiếc xe đó trong 5 giây đầu tiên kể từ khi xuất phát được biểu diễn bởi hàm số bậc ba $v(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ với a, b, c, d là các số thực và $a \neq 0$.

a) **(TH)** Trong 3 giây đầu vận tốc ô tô giảm.

b) **(TH)** Tổng các hệ số $a + b + c = 5$.

c) **(VD)** Trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 5$, tốc độ lớn nhất của chiếc xe đạt được lớn hơn 32 m/s.

d) **(TH)** Tại thời điểm $t = 5$ giây, tốc độ của xe bằng 30 m/s.

Lời giải.

a) Sai.

Dựa vào bảng dữ liệu, thấy rằng 3 giây đầu vận tốc tăng.

b) Sai.

Từ dữ liệu tốc độ tại các thời điểm $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, ta lập hệ phương trình và tìm được các hệ số:

$$a = -\frac{2}{3},\ b = 4,\ c = \frac{8}{3},\ d = 0$$

Suy ra hàm số vận tốc là $v(t) = -\frac{2}{3}t^3 + 4t^2 + \frac{8}{3}t$ (m/s). Khi đó tổng $a + b + c = -\frac{2}{3} + 4 + \frac{8}{3} = 6 \neq 5$.

c) Đúng.

Xét hàm số vận tốc $v(t) = -\dfrac{2}{3}t^3 + 4t^2 + \dfrac{8}{3}t$ trên đoạn $[0;5]$: Ta có đạo hàm $v'(t) = -2t^2 + 8t + \dfrac{8}{3}$.

Cho $v'(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12t - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 + \dfrac{4\sqrt{3}}{3} \approx 4{,}31 \text{ (nhận)} \\ t = 2 - \dfrac{4\sqrt{3}}{3} \approx -0{,}31 \text{ (loại)} \end{array}\right.$ Tính giá trị tại các đầu mút và điểm tới hạn:

$$v(0) = 0, \quad v(5) = 30, \quad v\left(2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) \approx 32{,}43 \text{ m/s}$$

Do đó, tốc độ lớn nhất của xe trong 5 giây đầu tiên bằng khoảng 32,43 m/s, lớn hơn 32 m/s.

d) Đúng.

Tại thời điểm $t = 5$ giây, tốc độ của xe là:

$$v(5) = -\frac{2}{3}(5)^3 + 4(5)^2 + \frac{8}{3}(5) = 30 \text{ (m/s)}.$$

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Thí sinh ghi và tô kết quả từ câu **1** đến câu **6**.)*

Câu 1 (TH). Cho bảng số liệu về khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch từ một thửa ruộng như dưới đây:

Khối lượng (gam)	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$	$[110;120]$
Tần số	3	6	12	6	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? Đáp án: | 1 | 5 | | |

Lời giải.

Cỡ mẫu của bảng số liệu là $n = 3 + 6 + 12 + 6 + 3 = 30$.

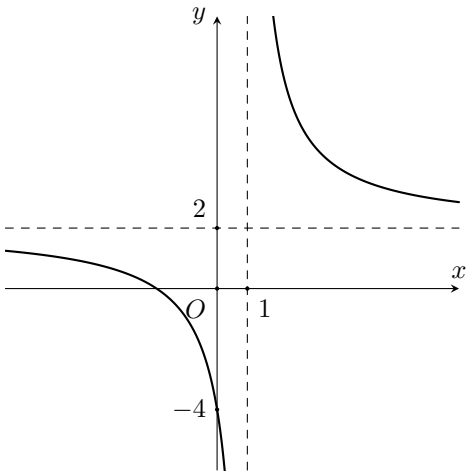
- **Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1:**
  Ta có $\dfrac{n}{4} = \dfrac{30}{4} = 7{,}5$. Tần số tích lũy của nhóm $[70;80)$ là 3, của nhóm $[80;90)$ là $3 + 6 = 9$.
  Vì $3 < 7{,}5 \leq 9$ nên nhóm chứa Q_1 là $[80;90)$. Suy ra:
  $$Q_1 = 80 + \frac{7{,}5 - 3}{6} \cdot (90 - 80) = 87{,}5.$$

- **Tìm tứ phân vị thứ ba Q_3:**
  Ta có $\dfrac{3n}{4} = \dfrac{3 \cdot 30}{4} = 22{,}5$. Tần số tích lũy của nhóm $[90;100)$ là $9 + 12 = 21$, của nhóm $[100;110)$ là $21 + 6 = 27$.
  Vì $21 < 22{,}5 \leq 27$ nên nhóm chứa Q_3 là $[100;110)$. Suy ra:
  $$Q_3 = 100 + \frac{22{,}5 - 21}{6} \cdot (110 - 100) = 102{,}5.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 102{,}5 - 87{,}5 = 15.$$

Câu 2 (TH). Cho hàm số $y = \dfrac{ax+4}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên đây. Tính $f(3)$.



Đáp án: 5

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

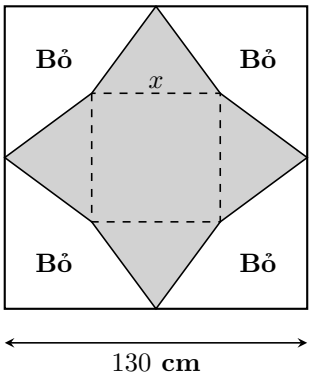
- Tiệm cận đứng $x = 1 \implies -\dfrac{d}{c} = 1 \implies d = -c$.
- Tiệm cận ngang $y = 2 \implies \dfrac{a}{c} = 2 \implies a = 2c$.
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;-4) \implies \dfrac{4}{d} = -4 \implies d = -1$.

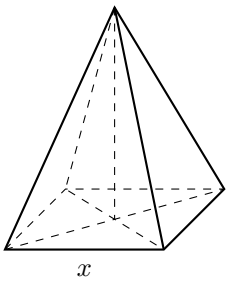
Suy ra $c = 1$, $d = -1$, $a = 2$. Do đó hàm số là $y = \dfrac{2x+4}{x-1}$.

Giá trị cần tính là $f(3) = \dfrac{2(3)+4}{3-1} = \dfrac{10}{2} = 5$.

Câu 3. Từ một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 130 cm, người ta cắt bỏ 4 phần ở 4 góc như hình vẽ và giữ lại một mảnh được tô màu (gồm 1 hình vuông cạnh bằng x cm và 4 tam giác cân). Tiến hành gấp mảnh còn lại thành một hình chóp tứ giác đều (H). Hình chóp có thể tích lớn nhất khi đáy dài bao nhiêu cm?

Đáp án: 5 2





Lời giải.

- Gọi cạnh của miếng bìa hình vuông là $L = 130$ cm.
- Gọi x (cm) là cạnh của hình vuông đáy của hình chóp tứ giác đều (H) (với điều kiện $0 < x < 65$).
- Trên sơ đồ của miếng bìa, tổng độ dài đi qua tâm từ cạnh này sang cạnh đối diện gồm hai lần trung đoạn d của mặt bên và cạnh đáy x:

$$x + 2d = 130 \implies d = 65 - \frac{x}{2}.$$

- Xét tam giác vuông được tạo bởi chiều cao h của hình chóp, trung đoạn d và nửa cạnh đáy $\dfrac{x}{2}$:

$$h^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=d^2=\left(65-\frac{x}{2}\right)^2 \implies h^2=4225-65x \implies h=\sqrt{4225-65x}.$$

- Diện tích đáy của hình chóp là $S_{\text{đáy}}=x^2$. Thể tích khối chóp là hàm số theo biến x:

$$V(x)=\frac{1}{3}S_{\text{đáy}}\cdot h=\frac{1}{3}x^2\sqrt{4225-65x}, \quad (0<x<65).$$

- Xét hàm số $f(x)=[V(x)]^2=\dfrac{1}{9}x^4(4225-65x)=\dfrac{65}{9}x^4(65-x)$ trên khoảng $(0;65)$.
  Đạo hàm của hàm số:

$$f'(x)=\frac{65}{9}\left[4x^3(65-x)-x^4\right]=\frac{65}{9}x^3(260-5x).$$

  Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow 260-5x=0 \Leftrightarrow x=52$ (thỏa mãn điều kiện).

- Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=52$.
  Vậy hình chóp có thể tích lớn nhất khi cạnh đáy dài 52 cm.

Câu 4 (NB). Mỗi ngày bác Tùng đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Qua thống kê quãng đường 20 ngày đi bộ (đơn vị: km) của bác Tùng tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,1314. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Đáp án: | 0 | , | 3 | 6 |

Lời giải.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$s=\sqrt{0{,}1314}\approx 0{,}36 \text{ (km)}.$$

Câu 5 (TH). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB$, tọa độ điểm M là $(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*

Đáp án: | 3 | , | 3 | |

Lời giải.

Vì điểm M nằm trên đoạn thẳng AB và thỏa mãn $MA=2MB$ nên $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$.
Với $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$ và $M(a;b;c)$, ta có:

$$\begin{cases} a-3=2(2-a) \\ b-1=2(-3-b) \\ c+2=2(5-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a=7 \\ 3b=-5 \\ 3c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{7}{3} \\ b=-\dfrac{5}{3} \\ c=\dfrac{8}{3}. \end{cases}$$

Vậy $a+b+c=\dfrac{7}{3}-\dfrac{5}{3}+\dfrac{8}{3}=\dfrac{10}{3}\approx 3{,}3$.

Câu 6 (VD). Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$, chuyển động đều theo đường cáp và cùng hướng với $\vec{u}=(0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s *(đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét)*. Sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M. Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Giá trị $T=a+3b+c$ bằng bao nhiêu?



Đáp án: 6

Lời giải.

Sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, quãng đường cabin cáp treo đi được là:

$$AM = v \cdot t = 4 \cdot 5 = 20 \text{ (m)}.$$

Ta có độ dài vectơ $|\vec{u}| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 6^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.
Vectơ đơn vị chỉ hướng chuyển động của cabin là:

$$\vec{e} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \left(0;\ -\frac{1}{\sqrt{10}};\ \frac{3}{\sqrt{10}}\right).$$

Vì cabin chuyển động thẳng đều từ A đến M cùng hướng với $\vec{u}$ và đi được quãng đường $AM = 20$ m nên:

$$\overrightarrow{AM} = 20\vec{e} = \left(0;\ -\frac{20}{\sqrt{10}};\ \frac{60}{\sqrt{10}}\right) = \left(0;\ -2\sqrt{10};\ 6\sqrt{10}\right).$$

Suy ra tọa độ điểm $M(a;b;c)$ là:

$$\begin{cases} a = -2 + 0 = -2 \\ b = 1 - 2\sqrt{10} \\ c = 5 + 6\sqrt{10}. \end{cases}$$

Vậy giá trị biểu thức $T = a + 3b + c = -2 + 3\left(1 - 2\sqrt{10}\right) + \left(5 + 6\sqrt{10}\right) = 6$.

— HẾT —

- ***Thí sinh không được sử dụng tài liệu.***
- ***Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.***

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 1

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. B	4. B
5. C	6. D	7. A	8. B
9. D	10. D	11. B	12. C
Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ	Câu 2. a Đ b Đ c S d S	Câu 3. a Đ b S c S d Đ	Câu 4. a S b S c Đ d S
Câu 1. 0 , 5	Câu 2. 0	Câu 3. 7 9 , 1	Câu 4. 2 4 , 1
Câu 6. 4 2 , 3			

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 2

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. C	4. B
5. C	6. B	7. C	8. C
9. D	10. C	11. D	12. B
Câu 1. a Đ b S c Đ d S	Câu 2. a Đ b S c Đ d S	Câu 3. a Đ b S c Đ d Đ	Câu 4. a Đ b S c Đ d S
Câu 1. 4 , 2 4	Câu 2. 2 9 3 2	Câu 3. 7 8 , 1	Câu 4. 2 0 2 6
Câu 5. 8 2 , 3	Câu 6. 3		

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 3

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. D	4. C
5. D	6. C	7. A	8. B
9. B	10. C	11. D	12. B
Câu 1. a S b Đ c S d Đ	Câu 2. a S b S c Đ d Đ	Câu 3. a S b Đ c S d Đ	Câu 4. a Đ b Đ c S d S
Câu 1. 2	Câu 2. 1 4 4	Câu 3. 2 5	Câu 4. 3 9 2
Câu 5. 4 6	Câu 6. 3		

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 4

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	**2.** B	**3.** B	**4.** C
5. C	**6.** C	**7.** A	**8.** B
9. A	**10.** A	**11.** B	**12.** D
Câu 1. (a) Đ (b) Đ (c) S (d) S	**Câu 2.** (a) Đ (b) S (c) S (d) Đ	**Câu 3.** (a) Đ (b) S (c) Đ (d) Đ	**Câu 4.** (a) Đ (b) Đ (c) S (d) S
Câu 1. 32,2	**Câu 2.** −2	**Câu 3.** 15	**Câu 4.** 7,03
Câu 5. 6,19	**Câu 6.** 1,06		

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 15

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	**2.** A	**3.** A	**4.** C
5. C	**6.** C	**7.** A	**8.** D
9. B	**10.** C	**11.** C	**12.** C
Câu 1. (a) Đ (b) Đ (c) S (d) S	**Câu 2.** (a) Đ (b) S (c) S (d) S	**Câu 3.** (a) S (b) S (c) S (d) Đ	**Câu 4.** (a) S (b) S (c) Đ (d) Đ
Câu 1. 15	**Câu 2.** 5	**Câu 3.** 52	**Câu 4.** 0,36
Câu 5. 3,3	**Câu 6.** 6		