

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi
101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn. B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn. D. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn.

Câu 2. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sin x + \sin 3x}{\cos^2 x}$ (với điều kiện biểu thức có nghĩa), ta được $P = a \sin x$. Khi đó:

- A. $a = 2$. B. $a = -4$. C. $a = -2$. D. $a = 4$.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

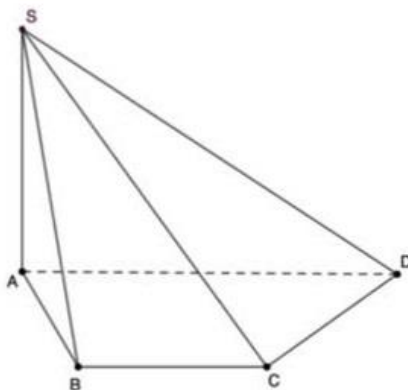
- A. Qua hai đường thẳng cắt nhau có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua 1 điểm và một đường thẳng không chứa điểm đó có duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q \neq 0$. Khi đó, số hạng tổng quát của cấp số nhân là:

- A. $u_n = u_1 + q^{n-1}$. B. $u_n = u_1 + (n-1)q$. C. $u_n = u_1 \cdot q^n$. D. $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD .

Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là



- A. SI (I là giao điểm của AC và BM). B. SO (O là giao điểm của AM và SC).
C. SJ (J là giao điểm của AC và SB). D. SP (P là giao điểm của AB và CD).

Câu 6. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = \frac{2-3n}{2}$. B. $u_n = \frac{1}{n}$. C. $u_n = \frac{1}{2^n}$. D. $u_n = n\sqrt{n^2+1}$.

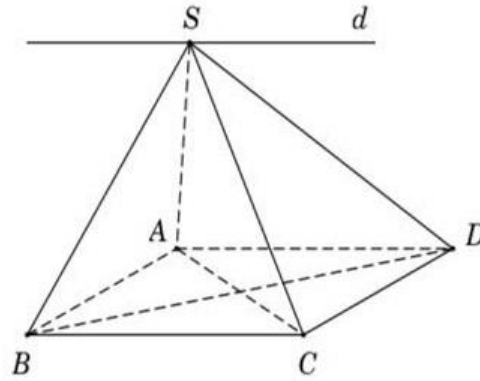
Câu 7. Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-2)^n$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $u_4 = -8$. B. $u_4 = 16$. C. $u_4 = -16$. D. $u_4 = 8$.

Câu 8. Cho góc lượng giác a . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

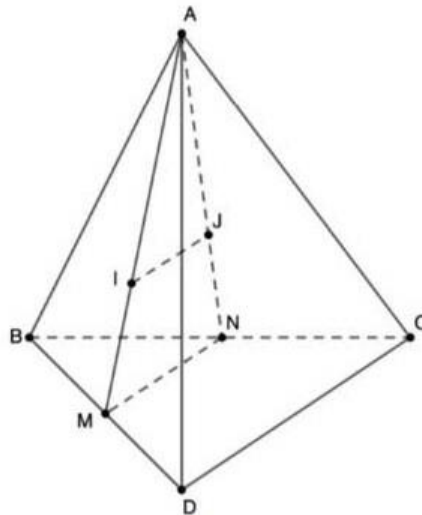
- A. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$. B. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.
C. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$. D. $\cos 2a = 1 - 2\cos^2 a$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và đường thẳng $d \parallel AD$ (như hình vẽ). Hỏi d là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?



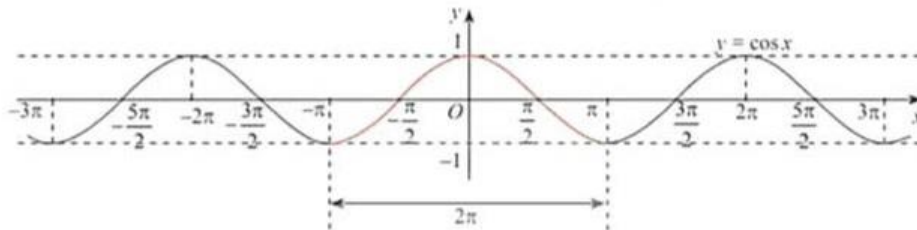
- A. (SAD) và (SBC) .
 B. (SAC) và (SBD) .
 C. (SAB) và (SCD) .
 D. (ACD) và (SBC) .

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC ; M, N lần lượt là trung điểm của BD và BC (như hình vẽ). Đường thẳng IJ song song với đường nào sau đây?



- A. AB .
 B. CD .
 C. BC .
 D. AD .
- Câu 11.** Số đo theo đơn vị radian của góc 315° là
- A. $\frac{7\pi}{4}$.
 B. $\frac{2\pi}{7}$.
 C. $\frac{7\pi}{2}$.
 D. $\frac{4\pi}{7}$.

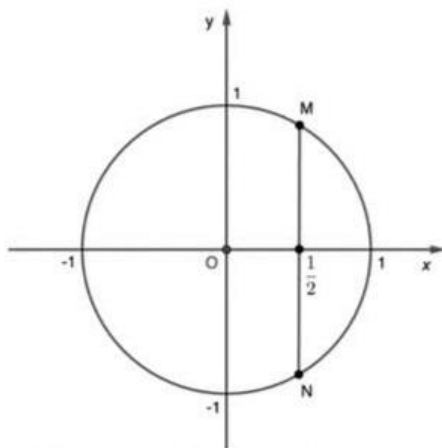
Câu 12. Cho hàm số $y = \cos x$ (có đồ thị như hình vẽ). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?



- A. Hàm số $y = \cos x$ xác định trên R .
 B. Đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = \cos x$ tại đúng hai điểm.
 C. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên $(\pi; 2\pi)$.
 D. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trên đường tròn lượng giác lấy 2 điểm M, N có hoành độ $\frac{1}{2}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây) . Xét phương trình lượng giác $2 \cos x = \sqrt{3} (*)$.



a) Điểm M, N trong hình vẽ trên biểu diễn các nghiệm của phương trình $(*)$.

b) Phương trình $(*)$ tương đương với phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) Phương trình $(*)$ có một nghiệm là $\frac{\pi}{3}$.

d) Trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình $(*)$ có một nghiệm duy nhất.

Câu 2. Cho cấp số cộng $u_n : 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; 3; \dots$

a) Cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 1$ và công sai $d = \frac{3}{2}$.

b) Số hạng thứ 11 của cấp số cộng là $u_{11} = \frac{41}{2}$.

c) u_n là một dãy số tăng.

d) Tổng 99 số hạng đầu của cấp số cộng là một số nguyên.

Câu 3. Một người lên kế hoạch để đọc một cuốn sách có 256 trang như sau: ngày thứ nhất đọc 1 trang sách, từ ngày thứ hai mỗi ngày đọc số trang gấp đôi số trang đã đọc của ngày liền trước đó.

a) Ngày thứ 5, người đó đọc 16 trang sách.

b) Số trang sách người đó đọc theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội là 2.

c) Số trang sách người đó đọc trong ngày thứ sáu bằng tổng số trang sách đã đọc trong năm ngày trước đó.

d) Người đó đọc hết cuốn sách trong một tuần.

Câu 4. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

a) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

b) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) < 0$.

c) $\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{10}$.

d) $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 7$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho ba số có tổng là 3 lập thành cấp số cộng với công sai khác 0, nếu thêm 3 đơn vị vào số thứ nhất, thêm 1 đơn vị vào số thứ hai đồng thời giữ nguyên số thứ ba ta được cấp số nhân. Tìm tích ba số ban đầu.

Câu 2. Thời gian tập thể dục của ông A vào ngày thứ x trong một tháng được tính bằng công thức $t(x) = \left\lfloor \tan\left(\frac{\pi}{3}x\right) \right\rfloor$ giờ. Hỏi trong một tháng (30 ngày) có bao nhiêu ngày ông A không tập thể dục?

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác SBC , M là trung điểm của AC . Giả sử BM cắt mặt phẳng SAG tại H và $HM = kHB$. Tìm k ?

Câu 4. Giả sử hàm số $y = \sin 2024x + 1 - 2$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là M, m . Tìm $M - 3m$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành, tam giác SAC là tam giác đều cạnh 5. Gọi H là trung điểm của SD , K là điểm thuộc BD sao cho $BD = 4KD$. Tính độ dài đoạn thẳng HK (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 6. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{an+b}{2+n}$. Biết số hạng thứ nhất và số hạng thứ ba lần lượt bằng 3 và bằng $\frac{13}{5}$.

Tìm tổng của a và b .

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	A	B	D	A	A	B	D	A	B	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn. **B.** Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn. **D.** Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x) = \cos x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng

Mặt khác $f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x)$. Do đó hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

- Câu 2.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sin x + \sin 3x}{\cos^2 x}$ (với điều kiện biểu thức có nghĩa), ta được $P = a \sin x$. Khi đó
A. $a = 2$. **B.** $a = -4$. **C.** $a = -2$. **D.** $a = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P = \frac{\sin x + \sin 3x}{\cos^2 x} = \frac{\sin 2x \cdot \cos(-x)}{\cos^2 x} = \frac{2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos x}{\cos^2 x} = 2 \sin x$. Vậy $a = 2$.

- Câu 3.** Khẳng định nào sau đây là **sai**?
A. Qua hai đường thẳng cắt nhau có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua 1 điểm và một đường thẳng không chứa điểm đó có duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn B

Ta có tiên đề: Tồn tại 4 điểm không đồng phẳng nên đáp án B sai.

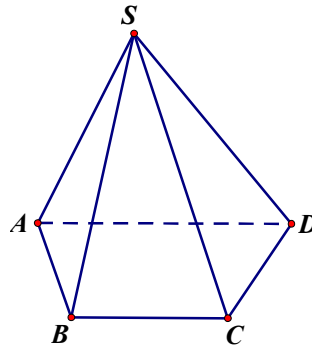
- Câu 4.** Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q \neq 0$. Khi đó, số hạng tổng quát của cấp số nhân là:
A. $u_n = u_1 + q^{n-1}$. **B.** $u_n = u_1 + (n-1)q$. **C.** $u_n = u_1 \cdot q^n$. **D.** $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Lời giải

Chọn D

Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$ thì số hạng tổng quát là: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

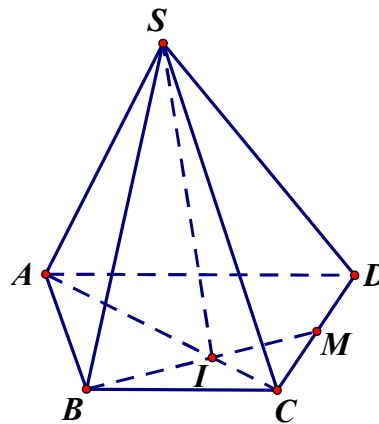
- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là



- A.** SI (I là giao điểm của AC và BM). **B.** SO (O là giao điểm của AM và SC).
C. SJ (J là giao điểm của AC và SB). **D.** SP (P là giao điểm của AB và CD).

Lời giải

Chọn A



Ta có $S \in (SAC) \cap (MSB)$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $I = AC \cap BM \Rightarrow \begin{cases} I \in AC, AC \subset (SAC) \Rightarrow I \in (SAC) \\ I \in BM, BM \subset (SBM) \Rightarrow I \in (SBM) \end{cases}$.

Suy ra $I \in (SAC) \cap (SBM)$ nên $SI = (SAC) \cap (SBM)$.

Câu 6. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.** $u_n = \frac{2-3n}{2}$. **B.** $u_n = \frac{1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{1}{2^n}$. **D.** $u_n = n\sqrt{n^2+1}$.

Lời giải

Chọn A

Xét dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2-3n}{2}$.

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{2-3(n+1)}{2} - \frac{2-3n}{2} = -\frac{3}{2}$ (không đổi).

Suy ra (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = -\frac{3}{2}$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-2)^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_4 = -8$.

B. $u_4 = 16$.

C. $u_4 = -16$.

D. $u_4 = 8$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_4 = (-2)^4 = 16$.

Câu 8. Cho góc lượng giác a . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là sai?

A. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

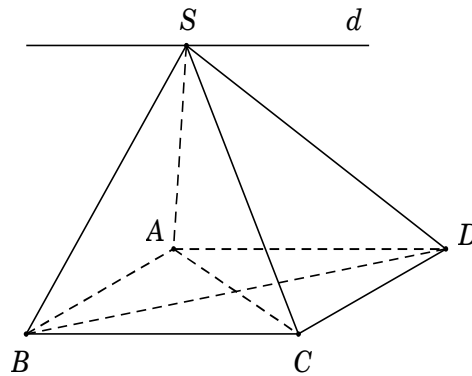
D. $\cos 2a = 1 - 2\cos^2 a$.

Lời giải

Chọn D

Khẳng định đúng là $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và đường thẳng $d \parallel AD$ (như hình vẽ). Hỏi d là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?



A. (SAD) và (SBC) . B. (SAC) và (SBD) . C. (SAB) và (SCD) . D. (ACD) và (SBC) .

Lời giải

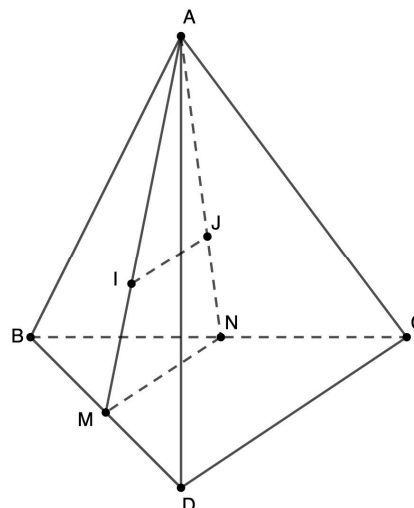
Chọn A

Ta có $S \in (SAD) \cap (SBC)$.

Mà $AD \subset (SAD)$, $BC \subset (SBC)$, $AD \parallel BC \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC$.

Vậy $d = (SAD) \cap (SBC)$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC ; M, N lần lượt là trung điểm của BD và BC (như hình vẽ). Đường thẳng IJ song song với đường nào sau đây?



A. AB .

B. CD .

C. BC .

D. AD .

Lời giải

Chọn B

Vì I là trọng tâm tam giác ABD nên ta có $\frac{AI}{AM} = \frac{2}{3}$.

Vì J là trọng tâm tam giác ABC nên ta có $\frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $\frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN}$. Áp dụng định lý Talét đảo suy ra: $IJ // MN$.

Mà $MN // CD$ (MN là đường trung bình của tam giác BCD). Vậy $IJ // CD$.

Câu 11. Số đo theo đơn vị radian của góc 315° là

A. $\frac{7\pi}{4}$.

B. $\frac{2\pi}{7}$.

C. $\frac{7\pi}{2}$.

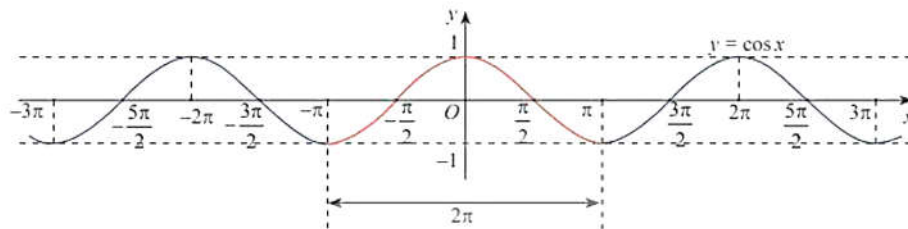
D. $\frac{4\pi}{7}$.

Lời giải

Chọn A

$$315^\circ = 315 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{4}.$$

Câu 12. Cho hàm số $y = \cos x$ (có đồ thị như hình vẽ). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?



A. Hàm số $y = \cos x$ xác định trên $\mathbb{R}$.

B. Đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = \cos x$ tại đúng hai điểm.

C. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên $(\pi; 2\pi)$.

D. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

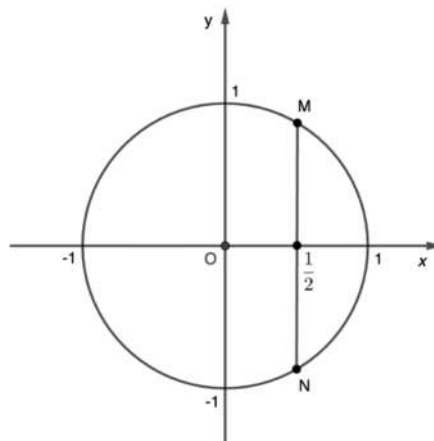
Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = \cos x$ tại vô số điểm có hoành độ $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trên đường tròn lượng giác lấy 2 điểm M, N có hoành độ $\frac{1}{2}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Xét phương trình lượng giác $2 \cos x = \sqrt{3} (*)$.



- a) Điểm M, N trong hình vẽ trên biểu diễn các nghiệm của phương trình (*).
- b) Phương trình (*) tương đương với phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- c) Một nghiệm của phương trình (*) có là $\frac{\pi}{3}$.
- d) Trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình (*) có một nghiệm duy nhất.

Lời giải

- a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

a) Mà trên đường tròn lượng giác điểm M, N biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$

b) Phương trình (*) tương đương với phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) Ta có (*) $\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

Phương trình (*) có một nghiệm là $\frac{\pi}{3}$.

d) Trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình (*) có một nghiệm duy nhất là $\frac{\pi}{3}$.

Câu 2. Cho cấp số cộng $(u_n): 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; 3; \dots$

a) Cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 1$ và công sai $d = \frac{3}{2}$.

b) Số hạng thứ 11 của cấp số cộng là $u_{11} = \frac{41}{2}$.

c) (u_n) là một dãy số tăng.

d) Tổng 99 số hạng đầu của cấp số cộng này là một số nguyên.

Lời giải

- a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Ta thấy $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = \dots = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 1$ và công sai $d = \frac{1}{2}$.

b) $u_{11} = u_1 + 10d = 1 + 10 \cdot \frac{1}{2} = 6$.

c) Công sai $d > 0 \Rightarrow (u_n)$ là một dãy số tăng.

d) Tổng 99 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{99} = \frac{99}{2} \left(2 + 98 \cdot \frac{1}{2} \right) = 2047$ là số nguyên.

Câu 3. Một người lên kế hoạch để đọc một cuốn sách có 256 trang như sau: ngày thứ nhất đọc 1 trang sách, từ ngày thứ hai mỗi ngày đọc số trang gấp đôi số trang đã đọc của ngày liền trước đó.

a) Ngày thứ 5, người đó đọc 16 trang sách.

b) Số trang sách người đó đọc theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội là 2.

c) Số trang sách người đó đọc trong ngày thứ sáu bằng tổng số trang sách đã đọc trong năm ngày trước đó.

d) Người đó đọc hết cuốn sách trong một tuần.

Lời giải

a) Đúng.

Gọi số sách đọc được ở ngày thứ u_n . Ta có: $u_1 = 1$, $u_2 = 2u_1 = 2$, $u_3 = 2u_2 = 4$, $u_4 = 2u_3 = 8$, $u_5 = 2u_4 = 16$.

Vậy ngày thứ 5 đọc được 16 trang sách.

b) Đúng.

Ngày thứ nhất đọc được 1 trang $\Rightarrow u_1 = 1$.

Từ ngày thứ hai mỗi ngày đọc số trang gấp đôi số trang đã đọc của ngày liền trước đó $\Rightarrow u_n = 2u_{n-1} (n > 1)$.

$\Rightarrow$ Số trang sách đọc được lập thành cấp số nhân với công bội là 2.

Số hạng tổng quát là: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = u_1 2^{n-1}$.

c) Sai.

Số trang sách đọc được ở ngày thứ 6 là: $u_6 = u_1 \cdot 2^5 = 32$.

Số sách đọc được ở 5 ngày trước đó là: $S_5 = \frac{u_1(1-2^5)}{1-2} = 31$.

d) Sai

Số trang sách đọc được trong 1 tuần: $S_7 = \frac{u_1(1-2^7)}{1-2} = 127$ (trang).

Câu 4. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

a) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. b) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) < 0$. c) $\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{10}$. d) $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 7$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ mà $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha < 0$

Vậy $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

b) Sai.

Ta có $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha = \frac{3}{5} > 0$.

c) Đúng.

Ta có $2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \sin \alpha \Rightarrow \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{2} = \frac{3}{10}$.

d) Sai.

Ta có $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{4}}{\cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{-4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{-4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = -7$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho ba số có tổng là 3 lập thành cấp số cộng với công sai khác 0, nếu thêm 3 đơn vị vào số thứ nhất, thêm 1 đơn vị vào số thứ hai đồng thời giữ nguyên số thứ ba ta được cấp số nhân. Tìm tích ba số ban đầu.

Lời giải.

Trả lời: -8

Gọi ba số ban đầu là: $a; b; c$.

Vì ba số có tổng là 3 lập thành cấp số cộng với công sai khác 0 nên

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ a+c=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b=3 \\ a+c=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=2-c \end{cases}$$

Nếu thêm 3 đơn vị vào số thứ nhất, thêm 1 đơn vị vào số thứ hai đồng thời giữ nguyên số thứ ba ta được ba số $a+3; 2; c$ lập thành cấp số nhân nên: $(a+3) \cdot c = 2^2$.

Suy ra: $(2-c+3) \cdot c = 4 \Leftrightarrow -c^2 + 5c - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \Rightarrow a=1, b=1 (KTM) \\ c=4 \Rightarrow a=-2, b=1 (TM) \end{cases}$

Vậy ba số ban đầu là $a=-2, b=1; c=4$ nên tích các số là $-2 \cdot 1 \cdot 4 = -8$.

Câu 2. Thời gian tập thể dục của ông A vào ngày thứ x trong một tháng được tính bằng công thức $t(x) = \left| \tan\left(\frac{\pi}{3}x\right) \right|$ giờ. Hỏi trong một tháng (30 ngày) có bao nhiêu ngày ông A không tập thể dục?

Lời giải.

Trả lời: 10

Thời gian tập thể dục vào ngày thứ $x, (1 \leq x \leq 30)$ là $t(x) = \left| \tan\left(\frac{\pi}{3}x\right) \right|$ giờ.

Nên ngày ông A không tập thể dục thì

$$t(x) = 0 \Leftrightarrow \left| \tan\left(\frac{\pi}{3}x\right) \right| = 0 \Leftrightarrow \tan\left(\frac{\pi}{3}x\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{3}x = k\pi \Leftrightarrow x = 3k, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $1 \leq x \leq 30$ nên $1 \leq 3k \leq 30 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq k \leq 10$.

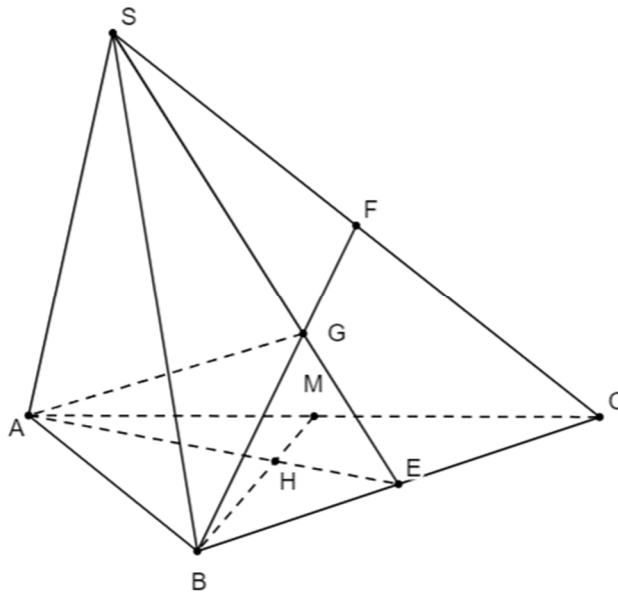
Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2; 3; \dots; 10\}$

Vậy trong một tháng có 10 ngày ông A không tập thể dục là các ngày mùng 3, mùng 6, ... ngày 30.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác SBC , M là trung điểm của AC . Giả sử BM cắt mặt phẳng (SAG) tại H và $HM = k.HB$. Tìm k .

Lời giải.

Trả lời: $k = \frac{1}{2}$



Gọi E, F lần lượt là trung điểm BC, SC . Chọn $BM \subset (ABC)$

Giao tuyến mặt phẳng (SAG) và (ABC) là AE .

Gọi $H = BM \cap AE$ nên H chính là giao điểm của (SAG) và BM

Xét tam giác ABC ta có H là trọng tâm, $HM = \frac{1}{2}HB$

Vậy $k = \frac{1}{2}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \sin(2024x + 1) - 2$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là M, m . Tìm $M - 3m$.

Lời giải.

Trả lời: 8

Ta có: $-1 \leq \sin(2024x + 1) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq \sin(2024x + 1) - 2 \leq -1$

Hay $-3 \leq y \leq -1$.

Giá trị lớn nhất là -1 tại $\sin(2024x + 1) = 1 \Leftrightarrow 2024x + 1 = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\frac{\pi}{2} + k2\pi - 1}{2024}.$$

Giá trị nhỏ nhất là -3 tại $\sin(2024x+1) = -1 \Leftrightarrow 2024x+1 = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

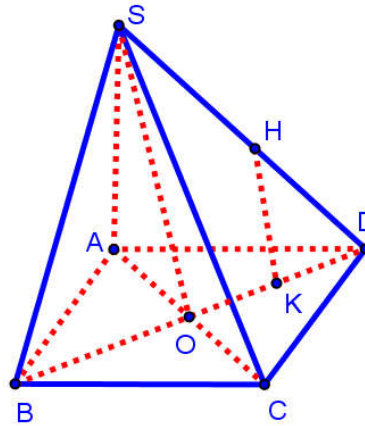
$$\Leftrightarrow x = \frac{-\frac{\pi}{2} + k2\pi - 1}{2024}.$$

Ta có $m = -3, M = -1, M - 3m = -1 - 3(-3) = 8$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành, tam giác SAC là tam giác đều cạnh 5. Gọi H là trung điểm của SD , K là điểm thuộc BD sao cho $BD = 4KD$. Tính độ dài đoạn thẳng HK (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 2,2



Gọi $O = AC \cap BD$.

Xét $\triangle SAC$ đều cạnh 5 $\Rightarrow SO = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle SOD$, có HK là đường trung bình nên $HK = \frac{1}{2}SO = \frac{5\sqrt{3}}{4} \approx 2,165$.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{an+b}{2+n}$. Biết số hạng thứ nhất và số hạng thứ ba lần lượt bằng 3 và bằng $\frac{13}{5}$. Tìm tổng của a và b .

Lời giải

Trả lời: 9

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_3 = \frac{13}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{3} = 3 \\ \frac{3a+b}{5} = \frac{13}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 9 \\ 3a+b = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 7 \end{cases}.$$

Suy ra $a+b = 9$.

☞ HẾT ☞