

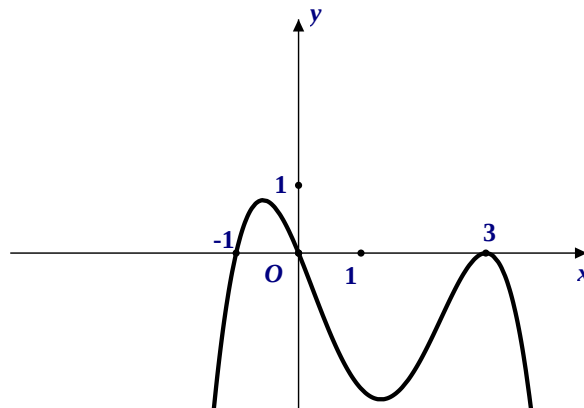
Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông tại C , $AC = a$; $BC = a\sqrt{2}$, biết $CC' = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

- A. $R = \frac{a\sqrt{30}}{6}$. B. $R = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$. C. $R = \frac{a\sqrt{30}}{3}$. D. $R = \frac{a\sqrt{5}}{6}$.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$ là:

- A. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$. B. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$.
C. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$. D. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 4: Cho một đa giác đều có 24 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi S là tập hợp các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Chọn ngẫu nhiên một tam giác từ tập S , tính xác suất để chọn được tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

- A. $\frac{3}{11}$. B. $\frac{3}{23}$. C. $\frac{30}{253}$. D. $\frac{32}{253}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ cho bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	$-1/2$	3	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$	

- A.** Hàm đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- B.** Hàm đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- C.** Hàm đã cho nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$.
- D.** Hàm đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4x + 3$ khoảng đồng biến của hàm số là:

- A.** $(-2; +\infty)$ **B.** $(-2; +\infty)$ **C.** $(-\infty; -1)$ **D.** $(-\infty; +\infty)$

Câu 7: Cho hình lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ có cạnh đáy bằng a , biết thể tích của khối lăng trụ $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ là $V = 3\sqrt{3}a^3$. Tính chiều cao h của khối lăng trụ lục giác đều đó.

- A.** $h = a\sqrt{3}$. **B.** $h = 2a$. **C.** $h = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $h = a$.

Câu 8: Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = -1$.

- A.** $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1$. **B.** $F(x) = \ln x - 2x - 1$.
- C.** $F(x) = e^x - 2x - 2$. **D.** $F(x) = e^x - 2x - 1$.

Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x$ là

- A.** $2\cos x + C$. **B.** $2\cos^2 x + C$. **C.** $-2\cos x + C$. **D.** $\cos 2x + C$.

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho $A(0; -1; -1)$, $B(-2; 1; 1)$, $C(-1; 3; 0)$, $D(1; 1; 1)$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và CD ?

- A.** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $-\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 11: Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng?

- A.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $2\pi r h$. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Câu 12: Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?

- A.** $\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$. **B.** $\ln \frac{x}{y} = \ln x + \ln y$.
- C.** $\ln \frac{x}{y} = \frac{\ln x}{\ln y}$. **D.** $\ln \frac{x}{y} = \ln(x - y)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'	$-$			$+$
y	$0 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 0$	

Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 14: Biết $\int_0^2 x \ln(x^2 + 4) dx = a \ln 2 + b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Giá trị của biểu thức $T = ab$ là

- A. $T = 8$. B. $T = -16$. C. $T = -8$. D. $T = 16$.

Câu 15: Đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-3}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng

- A. $y = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $y = 2$.

Câu 16: Tìm m để $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x + m}{x - 1} = 7$

- A. 4. B. -6. C. 0. D. 2.

Câu 17: Hàm số $F(x) = \ln x + x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây trên $(0; +\infty)$?

- A. $f(x) = x \ln x + x$. B. $f(x) = x(\ln x - 1)$.
C. $f(x) = x \ln x + \frac{x^2}{2} + x$. D. $f(x) = \frac{1}{x} + 1$.

Câu 18: Một khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h . Thể tích khối chóp đó bằng

- A. $V = \frac{1}{6} \cdot B \cdot h$. B. $V = \frac{1}{2} \cdot B \cdot h$. C. $V = B \cdot h$. D. $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$.

Câu 19: Khối lập phương có thể tích $27a^3$ thì cạnh của khối lập phương bằng

- A. $6a$ B. $9a$ C. $3a$ D. $27a$

Câu 20: Gọi m, M là giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1; 1]$. Khi đó giá trị của $m + M$ là

- A. $m + M = -4$ B. $m + M = -\frac{10}{3}$ C. $m + M = -\frac{14}{3}$ D. $m + M = \frac{2}{3}$

Câu 21: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = 5$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. 7 B. 3 C. -3 D. 10

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho phương trình có chứa tham số m : $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 4y + 2z + m^2 + 4m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $m < \frac{5}{4}$.

B. $m > \frac{5}{3}$.

C. $m > \frac{5}{4}$.

D. $m < \frac{4}{5}$.

Câu 23: Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}}$, với $x > 0$.

A. $P = \sqrt[4]{x}$.

B. $P = x^{-\frac{1}{6}}$.

C. $P = \sqrt{x}$.

D. $P = x^{\frac{1}{6}}$.

Câu 24: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

A. $S_{xq} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

B. $S_{xq} = 2\pi r l$.

C. $S_{xq} = \pi r l$.

D. $S_{xq} = \pi r h$.

Câu 25: Tích phân $I = \int_1^{2025} e^{\sqrt{x}} dx$ được tính bằng phương pháp đổi biến $t = \sqrt{x}$. Khi đó tích phân I được viết dưới dạng nào sau đây

A. $I = 2 \int_1^{2025} t \cdot e^t dt$.

B. $I = \frac{1}{2} \int_1^{45} e^t dx$.

C. $I = 2 \int_1^{45} t \cdot e^t dt$.

D. $I = \int_1^{2025} t \cdot e^t dt$.

Câu 26: Cho hình 20 mặt đều có cạnh bằng a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình 20 mặt đều đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = 5a^2 \sqrt{3}$.

B. a .

C. $S = 20a^2 \sqrt{3}$.

D. $S = 10a^2 \sqrt{3}$.

Câu 27: Tập nghiệm của phương trình $\log(-x+3) - 1 = \log\left(\frac{1}{2} - x\right)$ là

A. $\left\{\frac{1}{3}; \frac{2}{9}\right\}$.

B. $\left\{\frac{2}{9}\right\}$.

C. $\left\{-\frac{2}{9}\right\}$.

D. $\left\{\frac{1}{4}\right\}$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} - 6 \cdot 3^x \geq 27$ là

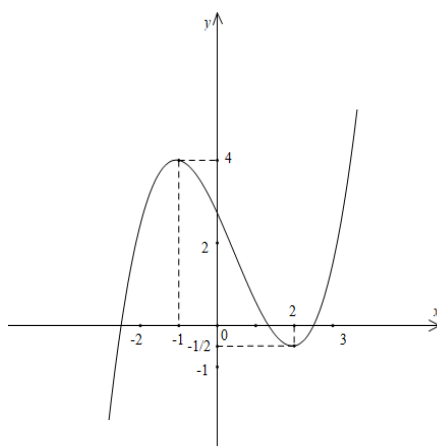
A. $[2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là



A. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

B. $(2; 0)$.

C. $\left(2; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $(-1; 4)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Tính độ dài của vector $\vec{a}$.

A. 1.

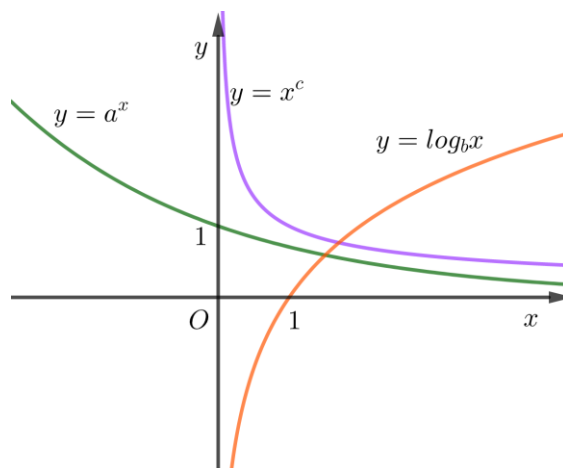
B. 4.

C. 5.

D. 3.

Câu 31: Nếu $\int_2^{-1} f(x) dx = -2$ thì $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng:
A. -2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 32: Cho các đồ thị hàm số $y = a^x, y = \log_b x, y = x^c$ ở hình vẽ sau đây.



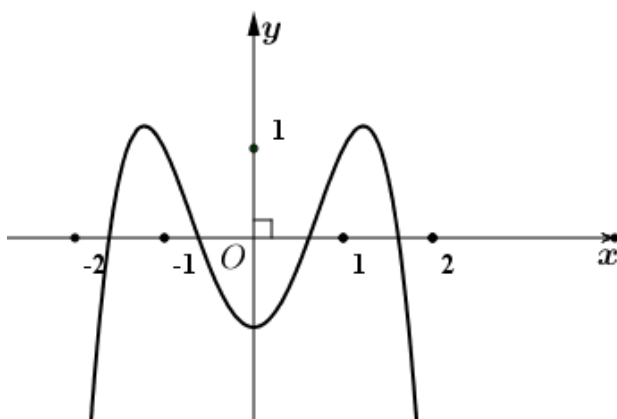
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $0 < c < 1 < a < b$. **B.** $c < 0 < a < 1 < b$.
C. $c < 0 < a < b < 1$. **D.** $0 < c < a < b < 1$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-1; 1; -3)$, $B(4; 2; 1)$, $C(3; 0; 5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A.** $G(-1; 2; 1)$. **B.** $G(1; 3; 2)$. **C.** $G(3; 1; 1)$. **D.** $G(2; 1; 1)$.

Câu 34: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy xác định dấu của các hệ số a, b, c ?



- A.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b \geq 0, c < 0$.
C. $a > 0, b \leq 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 35: Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = \frac{1}{25}$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -3.

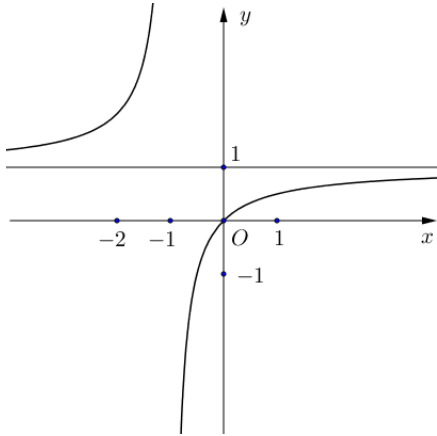
Câu 36: Tập xác định của hàm số $y = (2x - 4)^{-8} \cdot \sqrt{x - 1}$ là

- A.** $D = [1; +\infty)$. **B.** $D = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

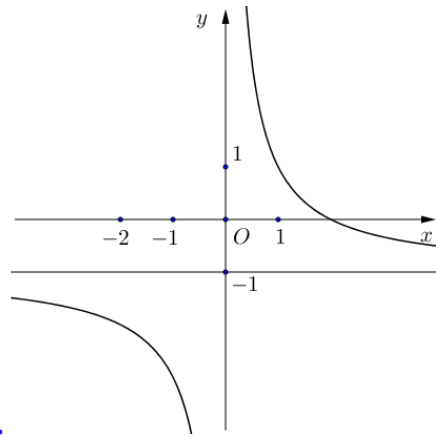
C. $D = (2; +\infty)$.

D. $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$.

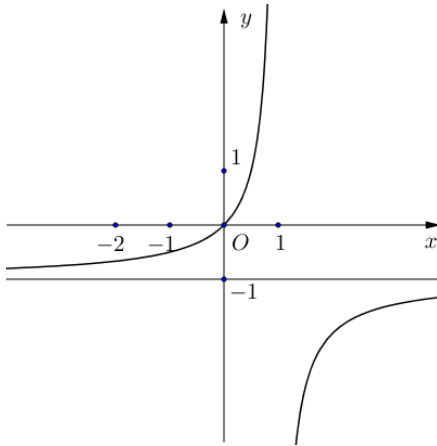
Câu 37: Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{-x}$?



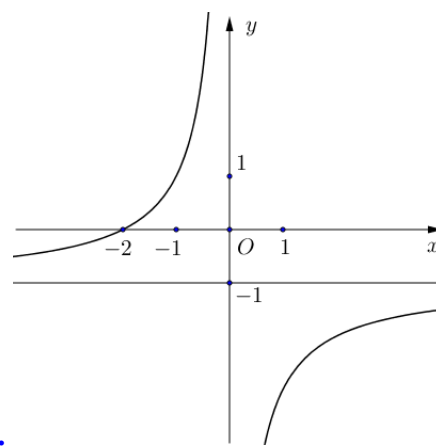
A.



B.



C.



D.

Câu 38: Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S(t) = t^3 + t^2 - 3t + 2$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2s$ bằng

A. 16 m/s^2

B. 14 m/s^2

C. 12 m/s^2

D. 6 m/s^2

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) , $f(x)$ có đạo hàm xác định và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = \ln x \cdot f^2(x), \forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(x) \neq 0, \forall x \in (0; +\infty)$ và $f(e) = 2$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$.

A. $y = -\frac{2}{3}x + 2$.

B. $y = -\frac{2}{3}$.

C. $y = \frac{2}{3}x + 1$.

D. $y = \frac{2}{3}$.

Câu 40: Nhân dịp năm mới để trang trí một cây thông Noel, ở sân trung tâm có hình nón (N) như hình vẽ sau. Người ta cuộn quanh cây bằng một sợi dây đèn LED nhấp nháy, bóng đèn hình hoa tuyết từ điểm A đến điểm M sao cho sợi dây luôn tựa trên mặt nón. Biết rằng bán kính đáy hình nón bằng $8m$, độ dài đường sinh bằng $24m$ và M là điểm sao cho $2\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$. Hãy tính chiều dài nhỏ nhất của sợi dây đèn cần có.

A. $8\sqrt{19}(m)$.

B. $8\sqrt{13}(m)$.

C. $8\sqrt{7}(m)$.

D. $9\sqrt{12}(m)$.

Câu 41: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của đường trung tuyến AM trong $\triangle ABC$, biết thể

tích lăng trụ bằng $\frac{3a^3}{16}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AA' và BC .

A. $d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{8}$.

C. $d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+3)(x^2-2) \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực không âm của tham số m để hàm số $g(x) = f(|\sin x + \sqrt{3}\cos x| + m)$ có nhiều điểm cực trị nhất trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{11\pi}{12}\right]$.

A. $m \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$. **B.** $m \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$. **C.** $m \in (\sqrt{2}-1, \sqrt{2})$. **D.** $m \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\right)$.

Câu 43: Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn điều kiện:
$$\begin{cases} \log_2(a^2 + b^2 + 5) = 1 + \log_2(2 - 2a - b) \\ e^{4c+5d-10} - e^{c+d+2} = 12 - 3c - 4d \end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **B.** 2. **C.** $2\sqrt{5} - 2$. **D.** $\frac{12}{5}$.

Câu 44: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3^{3x} - 5 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 3^x + 1 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1 < 0 \leq x_2 < 1 < x_3$ là

A. 8. **B.** 7. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 45: Cho hình trụ (T) có bán kính đáy bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh $AB; CD$ lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy. Hai cạnh $AD; BC$ không phải là đường sinh của hình trụ (T) . Biết mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với mặt đáy góc bằng 30° . Tính độ dài cạnh hình vuông

A. $4a$ **B.** $\frac{4a\sqrt{7}}{7}$ **C.** a **D.** $\frac{4a\sqrt{7}}{7}$

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 4 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x + 3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F(0) = \frac{1}{4}$. Khi đó giá trị $F(-2) + 3F(4)$ bằng

A. 45 **B.** 62 **C.** 63 **D.** 61

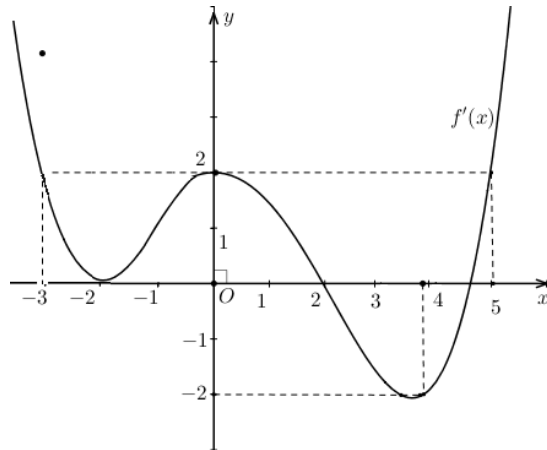
Câu 47: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và hai điểm $A(3; 0; 0); B(-1; 1; 0)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 3MB$.

A. $2\sqrt{34}$ **B.** $\sqrt{26}$ **C.** 5 **D.** $\sqrt{34}$

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, tam giác SAB vuông tại S và $SBA = 30^\circ$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của AB . Tính cosin góc tạo bởi hai đường thẳng (SM, BD) .

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\sqrt{26}}{13}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $f(3) = 2f(5) = 4$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\frac{1}{2}f(x) - m\right) = 2x + 2m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.



- A. 8. B. 6. C. 3. D. 7.

Câu 50: Gọi S là tập các giá trị của tham số m để bất phương trình

$$\log_{0.3} [x^2 + 2(m-3)x + 4] \geq \log_{0.3} (3x^2 + 2x + m)$$

thỏa mãn với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Tập S bằng

- A. $S = [5; 6)$. B. $S = [4; 6]$. C. $S = [4; 5)$. D. $S = [1; 5)$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông tại C , $AC = a; BC = a\sqrt{2}$, biết $CC' = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

A. $R = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

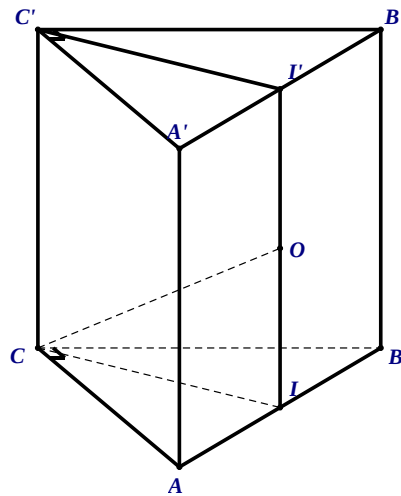
B. $R = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{30}}{3}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, I' tương ứng là trung điểm $AB; A'B'$ thì II' là trục của hai đường tròn ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ, gọi O là trung điểm II' thì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Bán kính $R = OC$.

Trong $\triangle ABC$ vuông tại C , $AB = a\sqrt{3}$, $CI = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$OI = \frac{II'}{2} = \frac{CC'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Trong $\triangle OCI$ vuông tại I , $R = OC = \sqrt{CI^2 + OI^2} = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$ là:

A. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$.

B. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$.

C. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$.

D. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$.

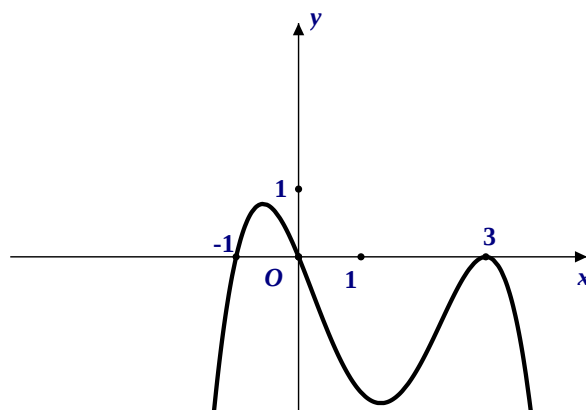
Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\int \frac{dx}{x(x-1)} = \int \frac{x-(x-1)}{x(x-1)} dx = \int \frac{dx}{x-1} - \int \frac{dx}{x} = \ln|x-1| - \ln|x| + C = \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + C$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

x	$-\infty$	-1		0		3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	-
$f(x)$	$+\infty$			y_{CT}		y_{CB}	$-\infty$

Nhìn vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên sau:

Vậy hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại.

Câu 4: Cho một đa giác đều có 24 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi S là tập hợp các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Chọn ngẫu nhiên một tam giác từ tập S , tính xác suất để chọn được tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A. $\frac{3}{11}$.

B. $\frac{3}{23}$.

C. $\frac{30}{253}$.

D. $\frac{32}{253}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega) = C_{24}^3 = 2024$

Ta có số tam giác đều được tạo từ các đỉnh của một đa giác đều có 24 đỉnh là 8 tam giác.

Do tính đối xứng của đa giác đều có 24 đỉnh, mỗi đỉnh có $11-1=10$ tam giác cân nhưng không phải tam giác đều, nên số tam giác cân nhưng không phải tam giác đều là $n(A) = 24 \times 10 = 240$

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{240}{2024} = \frac{30}{253}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ cho bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	$-1/2$	3	$+\infty$
y'	$+$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$

A. Hàm đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. Hàm đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

C. Hàm đã cho nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

D. Hàm đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Theo bảng ta có hàm đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$ suy ra hàm nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4x + 3$ khoảng đồng biến của hàm số là:

A. $(-2; +\infty)$

B. $(-2; +\infty)$

C. $(-\infty; -1)$

D. $(-\infty; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$TXD: D = \mathbb{R}$$

$$y' = 3x^2 - 6x + 4 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên hàm số đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

Câu 7: Cho hình lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ có cạnh đáy bằng a , biết thể tích của khối lăng trụ $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ là $V = 3\sqrt{3}a^3$. Tính chiều cao h của khối lăng trụ lục giác đều đó.

A. $h = a\sqrt{3}$.

B. $h = 2a$.

C. $h = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $h = a$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Diện tích đáy } S = 6a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2.$$

$$\text{Chiều cao } h = \frac{V}{S} = 2a.$$

Câu 8: Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = -1$.

- A. $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1$. B. $F(x) = \ln x - 2x - 1$.
C. $F(x) = e^x - 2x - 2$. D. $F(x) = e^x - 2x - 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } F(x) = \int (e^x - 2) dx = e^x - 2x + C.$$

$$\text{Vì } F(0) = -1 \text{ nên } C = -2.$$

$$\text{Vậy } F(x) = e^x - 2x - 2.$$

Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$ là

- A. $2 \cos x + C$. B. $2 \cos^2 x + C$. C. $-2 \cos x + C$. D. $\cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C.$$

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; -1; -1)$, $B(-2; 1; 1)$, $C(-1; 3; 0)$, $D(1; 1; 1)$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và CD ?

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 2), \quad \overrightarrow{CD} = (2; -2; 1).$$

$$\cos(AB, CD) = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{AB \cdot CD} = \frac{6}{2\sqrt{3} \cdot 3} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 11: Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng?

- A. $\frac{1}{3} \pi r^2 h$. B. $2 \pi r h$. C. $\pi r^2 h$. D. $\frac{4}{3} \pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn C

Câu 12: Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?

- A. $\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$. B. $\ln \frac{x}{y} = \ln x + \ln y$.
 C. $\ln \frac{x}{y} = \frac{\ln x}{\ln y}$. D. $\ln \frac{x}{y} = \ln(x - y)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'	$-$			$+$
y	$0 \nearrow +\infty$			$-\infty \nearrow 0$

Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty$ suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = -2$ và $x = 2$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ suy ra đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 0$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 14: Biết $\int_0^2 x \ln(x^2 + 4) dx = a \ln 2 + b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Giá trị của biểu thức $T = ab$ là

A. $T = 8$.

B. $T = -16$.

C. $T = -8$.

D. $T = 16$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } I = \int_0^2 x \ln(x^2 + 4) dx$$

$$\text{Đặt } u = \ln(x^2 + 4) \Rightarrow du = \frac{2x}{x^2 + 4} dx$$

$$dv = x dx \Rightarrow v = \frac{1}{2}(x^2 + 4)$$

Từ đó suy ra

$$I = \frac{1}{2}(x^2 + 4) \ln(x^2 + 4) \Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{1}{2}(x^2 + 4) \cdot \frac{2x}{x^2 + 4} dx$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \ln 8 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \ln 4 - \int_0^2 x dx$$

$$= 4 \ln 8 - 2 \ln 4 - 2$$

$$= 4 \ln 2^3 - 2 \ln 2^2 - 2$$

$$= 12 \ln 2 - 4 \ln 2 - 2$$

$$= 8 \ln 2 - 2$$

Từ đó suy ra $a = 8$, $b = -2$

Vậy $T = 8(-2) = -16$.

Câu 15: Đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-3}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng

A. $y = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{1-x} = -2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{1-x} = -2$

Từ đó suy ra đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = -2$.

Câu 16: Tìm m để $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+5x+m}{x-1} = 7$

A. 4.

B. -6.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+5x+m}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(x + \frac{6x+m}{x-1} \right) = 1 + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x+m}{x-1} = 1 + 6 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \frac{m}{6}}{x-1}$.

Khi đó $1 + 6 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \frac{m}{6}}{x-1} = 7 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \frac{m}{6}}{x-1} = 1 \Rightarrow x + \frac{m}{6} = x-1 \Leftrightarrow \frac{m}{6} = -1 \Leftrightarrow m = -6$.

Câu 17: Hàm số $F(x) = \ln x + x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây trên $(0; +\infty)$?

A. $f(x) = x \ln x + x$. **B.** $f(x) = x(\ln x - 1)$.

C. $f(x) = x \ln x + \frac{x^2}{2} + x$.

D. $f(x) = \frac{1}{x} + 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F'(x) = (\ln x + x + 1)' = \frac{1}{x} + x$.

Do vậy $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + x$ trên $(0; +\infty)$.

Câu 18: Một khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h . Thể tích khối chóp đó bằng

A. $V = \frac{1}{6} \cdot B \cdot h$.

B. $V = \frac{1}{2} \cdot B \cdot h$.

C. $V = B \cdot h$

D. $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$.

Câu 19: Khối lập phương có thể tích $27a^3$ thì cạnh của khối lập phương bằng

A. $6a$

B. $9a$

C. $3a$

D. $27a$

Lời giải

Chọn C

Gọi cạnh của hình lập phương là x , ta có thể tích khối lập phương là $x^3 = 27a^3 \Leftrightarrow x = 3a$.

Câu 20: Gọi m, M là giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của $m+M$ là

- A. $m+M = -4$ B. $m+M = -\frac{10}{3}$ C. $m+M = -\frac{14}{3}$ D. $m+M = \frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Ta có $y' = \frac{-7}{(x-2)^2} < 0$ với mọi $x \neq 2$ nên hàm số đã cho luôn nghịch biến trên từng khoảng

xác định.

Do đó $m = \min_{[-1;1]} y = y(1) = -4$ và $M = \max_{[-1;1]} y = y(-1) = \frac{2}{3}$

Suy ra $m+M = -4 + \frac{2}{3} = -\frac{10}{3}$

Câu 21: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^5 f(x)dx = 5$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. 7 B. 3 C. -3 D. 10

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^5 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 2+5=7$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho phương trình có chứa tham số $m: x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 4y + 2z + m^2 + 4m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m < \frac{5}{4}$ B. $m > \frac{5}{4}$ C. $m > \frac{5}{4}$ D. $m < \frac{4}{5}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 4y + 2z + m^2 + 4m = 0 \Leftrightarrow (x-m)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5-4m$

Để phương trình trên là phương trình của một mặt cầu thì $5-4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{4}$.

Câu 23: Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}}$, với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt[4]{x}$ B. $P = x^{-\frac{1}{6}}$ C. $P = \sqrt{x}$ D. $P = x^{\frac{1}{6}}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $P = \frac{x^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}}}{x^{\frac{1}{4}}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}$.

Câu 24: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

- A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $S_{xq} = 2\pi r l$. C. $S_{xq} = \pi r l$. D. $S_{xq} = \pi r h$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là $S_{xq} = \pi r l$.

Câu 25: Tích phân $I = \int_1^{2025} e^{\sqrt{x}} dx$ được tính bằng phương pháp đổi biến $t = \sqrt{x}$. Khi đó tích phân I được viết dưới dạng nào sau đây

- A. $I = 2 \int_1^{2025} t \cdot e^t dt$. B. $I = \frac{1}{2} \int_1^{45} e^t dx$. C. $I = 2 \int_1^{45} t \cdot e^t dt$. D. $I = \int_1^{2025} t \cdot e^t dt$.

Lời giải

Chọn C

$$I = \int_1^{2025} e^{\sqrt{x}} dx$$

$$t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2t dt = dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 1 \Rightarrow t = 1; x = 2025 \Rightarrow t = 45.$$

$$\text{Suy ra: } I = \int_1^{2025} e^{\sqrt{x}} dx = \int_1^{45} e^t 2t dt.$$

Câu 26: Cho hình 20 mặt đều có cạnh bằng a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình 20 mặt đều đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = 5a^2 \sqrt{3}$. B. a . C. $S = 20a^2 \sqrt{3}$. D. $S = 10a^2 \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Diện tích mỗi mặt là: } a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Tổng diện tích tất cả các mặt của hình 20 mặt đều bằng } S = 20 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 5a^2 \sqrt{3}$$

Câu 27: Tập nghiệm của phương trình $\log(-x+3) - 1 = \log\left(\frac{1}{2} - x\right)$ là

- A. $\left\{\frac{1}{3}; \frac{2}{9}\right\}$. B. $\left\{\frac{2}{9}\right\}$. C. $\left\{-\frac{2}{9}\right\}$. D. $\left\{\frac{1}{4}\right\}$

Lời giải

Chọn B

$$\log(-x+3) - 1 = \log\left(\frac{1}{2} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ \log(-x+3) - \log 10 = \log\left(\frac{1}{2} - x\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ \log\left(\frac{-x+3}{10}\right) = \log\left(\frac{1}{2} - x\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ \frac{-x+3}{10} = \frac{1}{2} - x \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2}{9}.$$

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} - 6 \cdot 3^x \geq 27$ là

- A.** $[2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

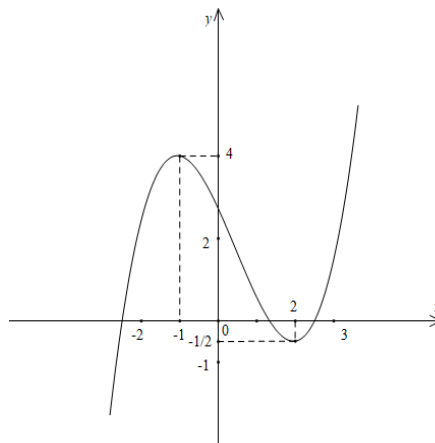
Chọn A

Ta có:

$$\begin{aligned} 3^{2x} - 6 \cdot 3^x &\geq 27 \\ \Leftrightarrow 3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow (3^x)^2 - 6 \cdot 3^x - 27 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x \leq -3 \Leftrightarrow x \in \emptyset \\ 3^x \geq 9 \Leftrightarrow x \geq 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow x &\geq 2 \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = [2; +\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là



- A.** $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $\left(2; -\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(-1; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Tính độ dài của vector $\vec{a}$.

- A.** 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2; 1; -2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$.

Câu 31: Nếu $\int_2^{-1} f(x) dx = -2$ thì $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng:

A. -2.

B. 0.

C. 4.

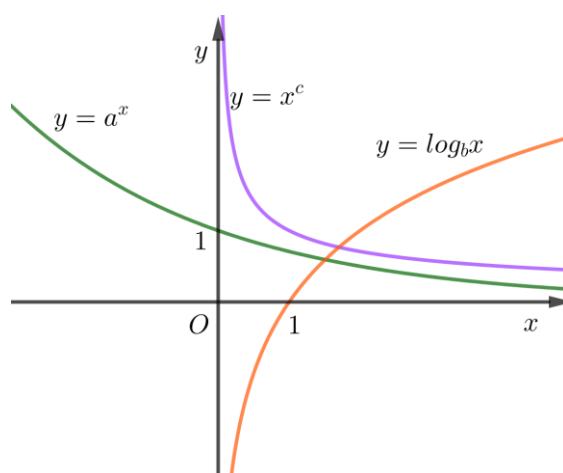
D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = -\int_2^{-1} f(x) dx = 2.$$

Câu 32: Cho các đồ thị hàm số $y = a^x, y = \log_b x, y = x^c$ ở hình vẽ sau đây.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < c < 1 < a < b$.

B. $c < 0 < a < 1 < b$.

C. $c < 0 < a < b < 1$.

D. $0 < c < a < b < 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đồ thị $y = x^c$ đi xuống nên $c < 0$, đồ thị $y = a^x$ đi xuống nên $0 < a < 1$, đồ thị $y = \log_b x$ đi lên nên $b > 1$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-1; 1; -3)$, $B(4; 2; 1)$, $C(3; 0; 5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(-1; 2; 1)$.

B. $G(1; 3; 2)$.

C. $G(3; 1; 1)$.

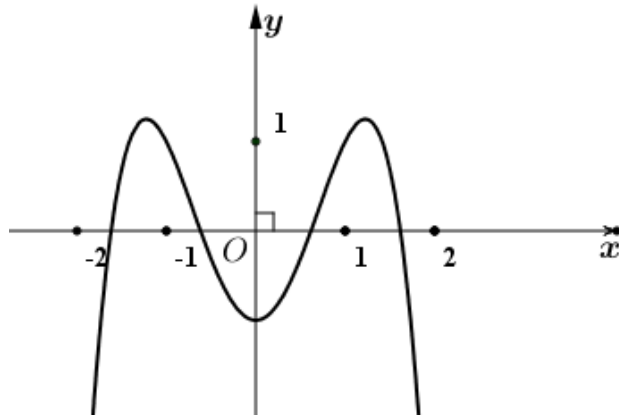
D. $G(2; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Tọa độ trọng tâm } G \text{ là } \left(\frac{-1+4+3}{3}; \frac{1+2+0}{3}; \frac{-3+1+5}{3} \right) = (2; 1; 1).$$

Câu 34: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy xác định dấu của các hệ số a, b, c ?



- A.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b \geq 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b \leq 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị suy ra $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$. Do đó loại phương án C và **D.**

Từ đồ thị suy ra hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b > 0 \Rightarrow$ loại phương án **B.**

Câu 35: Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = \frac{1}{25}$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $5^{x-1} = \frac{1}{25} \Leftrightarrow 5^{x-1} = 5^{-2} \Leftrightarrow x-1 = -2 \Leftrightarrow x = -1$.

Câu 36: Tập xác định của hàm số $y = (2x-4)^{-8} \cdot \sqrt{x-1}$ là

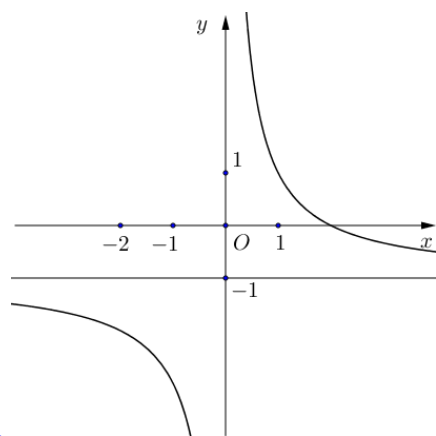
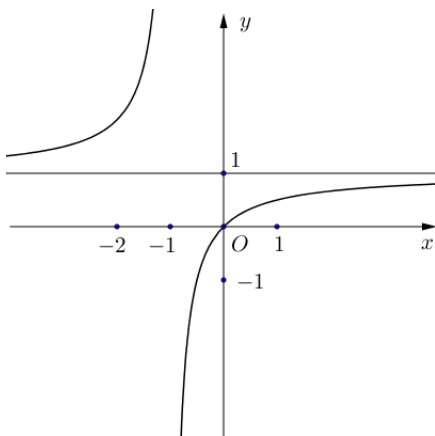
- A.** $D = [1; +\infty)$. **B.** $D = (1; +\infty) \setminus \{2\}$. **C.** $D = (2; +\infty)$. **D.** $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$.

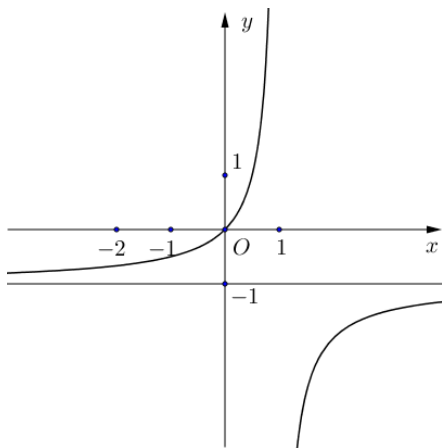
Lời giải

Chọn D

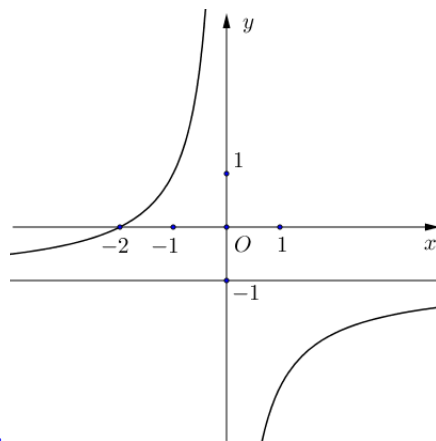
Hàm số xác định $\begin{cases} 2x-4 \neq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow$ tập xác định của hàm số là $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 37: Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{-x}$?





C.



D.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 0$ nên ta loại đáp A và C.

Khi $x = -2 \Rightarrow y = 0$ nên ta loại đáp án B.

Câu 38: Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S(t) = t^3 + t^2 - 3t + 2$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2s$ bằng

A. 16 m/s^2

B. 14 m/s^2

C. 12 m/s^2

D. 6 m/s^2

Lời giải

Chọn B

Ta có $S'(t) = 3t^2 + 2t - 3 \Rightarrow S''(t) = 6t + 2$.

Gia tốc của chất điểm tại thời điểm t là $a(t) = S''(t) = 6t + 2$.

Suy ra gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2s$ là $a(2) = 14 \text{ m/s}^2$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C), $f(x)$ có đạo hàm xác định và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = \ln x \cdot f^2(x)$, $\forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(x) \neq 0$, $\forall x \in (0; +\infty)$ và $f(e) = 2$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$.

A. $y = -\frac{2}{3}x + 2$.

B. $y = -\frac{2}{3}$.

C. $y = \frac{2}{3}x + 1$.

D. $y = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = \ln x \cdot f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = \ln x \Leftrightarrow \left(\frac{-1}{f(x)} \right)' = \ln x$

$\Rightarrow \frac{-1}{f(x)} = \int \ln x dx = x \ln x - x + C$

Với $x = e$ ta có $\frac{-1}{f(e)} = e \ln e - e + C$ mà $f(e) = 2$.

$\Rightarrow \frac{-1}{2} = C$

Suy ra $f(x) = \frac{-1}{x \ln x - x - \frac{1}{2}}$

Khi đó $\begin{cases} f(1) = \frac{2}{3} \\ f'(1) = \ln 1 \cdot f^2(1) = 0 \end{cases}$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x=1$ là:

$$y = f'(x)(x-1) + f(1) = \frac{2}{3}.$$

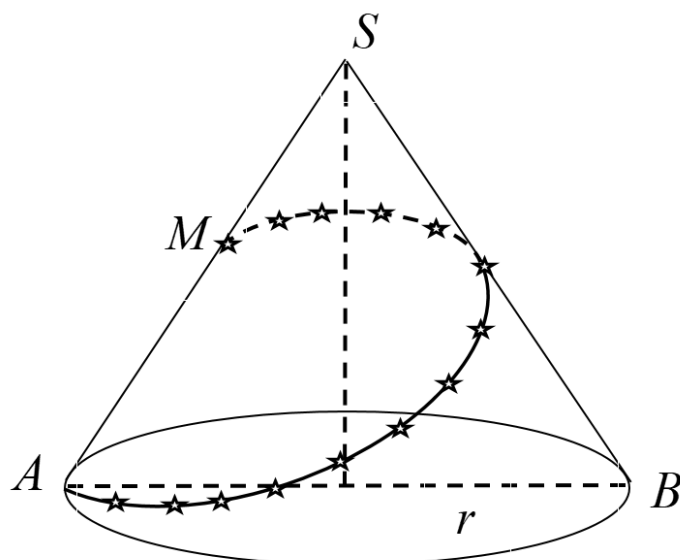
Câu 40: Nhân dịp năm mới để trang trí một cây thông Noel, ở sân trung tâm có hình nón (N) như hình vẽ sau. Người ta cuộn quanh cây bằng một sợi dây đèn LED nhấp nháy, bóng đèn hình hoa tuyết từ điểm A đến điểm M sao cho sợi dây luôn tựa trên mặt nón. Biết rằng bán kính đáy hình nón bằng $8m$, độ dài đường sinh bằng $24m$ và M là điểm sao cho $2\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$. Hãy tính chiều dài nhỏ nhất của sợi dây đèn cần có.

A. $8\sqrt{19}(m)$.

B. $8\sqrt{13}(m)$.

C. $8\sqrt{7}(m)$.

D. $9\sqrt{12}(m)$.

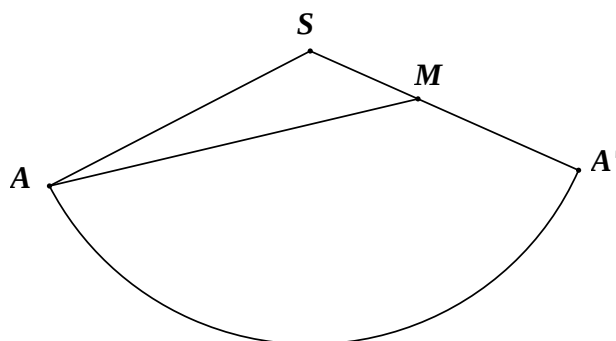


Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{SM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} \Rightarrow SM = \frac{1}{3}SA = 8(m)$.

Trải hình nón ra như hình bên dưới



Khi đó chu vi đáy của hình nón cũng là độ dài cung AA' suy ra $2\pi R = 16\pi(m) = l_{AA'}$.

$$\text{Góc } \alpha = \angle ASA' = \frac{l_{AA'}}{SA} = \frac{16\pi}{24} = \frac{2\pi}{3}$$

Chiều dài nhỏ nhất của sợi dây đèn cần có là đoạn thẳng

$$\begin{aligned} AM &= \sqrt{SA^2 + SM^2 - 2SA \cdot SM \cdot \cos \alpha} \\ &= \sqrt{24^2 + 8^2 - 2 \cdot 24 \cdot 8 \cdot \cos \frac{2\pi}{3}} = 8\sqrt{13}(m). \end{aligned}$$

Câu 41: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của đường trung tuyến AM trong $\triangle ABC$, biết thể tích lăng trụ bằng $\frac{3a^3}{16}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AA' và BC .

A. $d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

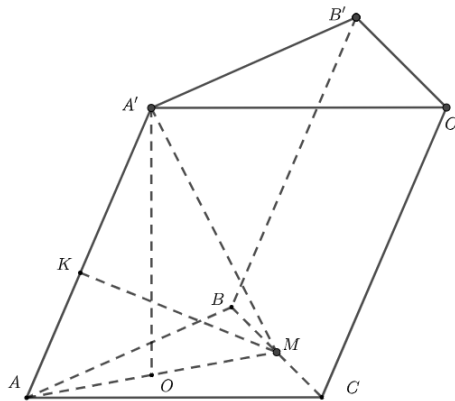
B. $d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{8}$.

C. $d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

D. $d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Vì trung tuyến AM trong $\triangle ABC$ đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AO = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; A'O \perp (ABC).$$

Thể tích lăng trụ bằng $\frac{3a^3}{16}$ nên $A'O \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16} \Rightarrow A'O = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Trong $\triangle AMA'$ kẻ $MK \perp AA'$.

Vì $\left. \begin{array}{l} BC \perp AM \\ BC \perp A'O \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp MK$, do đó $MK = d(AA', BC)$

Ta có tam giác $A'AO$ có $AO = A'O = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A'A = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

$$\text{Mà } MK.A'A = A'O.AM \Rightarrow MK = \frac{A'O.AM}{A'A} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+3)(x^2-2) \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực không âm của tham số m để hàm số $g(x) = f(|\sin x + \sqrt{3} \cos x| + m)$ có nhiều điểm cực trị nhất trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{11\pi}{12}\right]$.

A. $m \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$. **B.** $m \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$. **C.** $m \in (\sqrt{2}-1, \sqrt{2})$. **D.** $m \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Co } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x^2-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

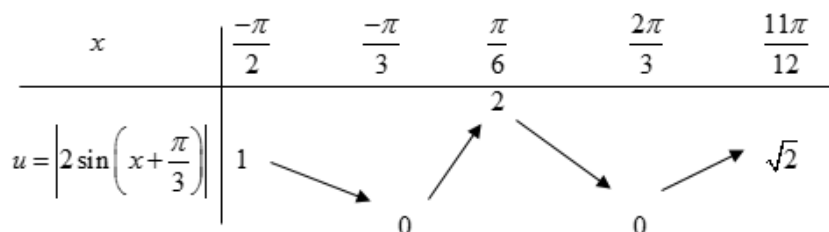
$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$g'(x) = \left(\sqrt{\left[2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right]^2} + m \right)' f'(|\sin x + \sqrt{3} \cos x| + m)$$

$$g'(x) = \frac{2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cdot 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{\sqrt{\left[2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right]^2}} \cdot f'\left(\left|2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right| + m\right)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \\ f'\left(\left|2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right| + m\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \\ \left|2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right| + m = -3 \\ \left|2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right| + m = \sqrt{2} \\ \left|2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right| + m = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Xét } u = \left|2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right|$$



Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì các phương trình (1),(2),(3),(4) có nhiều nghiệm

nhất $x \in \left[\frac{-\pi}{2}; \frac{11\pi}{12} \right]$, suy ra $u = \left| 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \right| \in (0,1)$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 0 < -m-3 < 1 \\ 0 < \sqrt{2}-m < 1 \\ 0 < -\sqrt{2}-m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < -3 \\ \sqrt{2}-1 < m < \sqrt{2} \\ -\sqrt{2}-1 < m < -\sqrt{2} \end{cases} . \text{ Vì } m \geq 0 \Rightarrow m \in (\sqrt{2}-1, \sqrt{2}).$$

Do đó $m \in (\sqrt{2}-1, \sqrt{2})$.

Câu 43: Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn điều kiện:
$$\begin{cases} \log_2(a^2+b^2+5) = 1 + \log_2(2-2a-b) \\ e^{4c+5d-10} - e^{c+d+2} = 12-3c-4d \end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

B. 2.

C. $2\sqrt{5}-2$.

D. $\frac{12}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2-2a-b > 0 \Leftrightarrow 2a+b-2 < 0$ (1).

Ta có: $\log_2(a^2+b^2+5) = 1 + \log_2(2-2a-b) \Leftrightarrow \log_2(a^2+b^2+5) = \log_2 2 + \log_2(2-2a-b)$

$$\Leftrightarrow \log_2(a^2+b^2+5) = \log_2(4-4a-2b) \Leftrightarrow a^2+b^2+5 = 4-4a-2b$$

$$\Leftrightarrow (a+2)^2 + (b+1)^2 = 4.$$

Mặt khác $a^2+b^2+5 = 4-4a-2b \Leftrightarrow 2a+b-2 = \frac{-a^2-b^2-5}{2} < 0$. Do đó điều kiện (1) luôn thỏa mãn.

Lại có: $e^{4c+5d-10} - e^{c+d+2} = 12-3c-4d \Leftrightarrow e^{4c+5d-10} + 4c+5d-10 = e^{c+d+2} + c+d+2$ (*)

Do hàm $f(t) = e^t$ luôn đồng biến trên R. Suy ra (*) $\Leftrightarrow 4c+5d-10 = c+d+2 \Leftrightarrow 3c+4d = 12$.

Đặt $A(a;b); B(c;d) \Rightarrow P = AB$.

A di động trên đường tròn (C) có phương trình: $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$, tâm $I(-2;-1); R=2$.

B di động trên đường thẳng $d: 3x+4y-12=0$.

$$\text{Có } d(I, d) = \frac{|-2 \cdot 3 - 1 \cdot 4 - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{22}{5} > 2 \Rightarrow P_{\min} = AB_{\min} = d(I, d) - R = \frac{22}{5} - 2 = \frac{12}{5}.$$

Câu 44: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3^{3x} - 5 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 3^x + 1 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1 < 0 \leq x_2 < 1 < x_3$ là

A. 8.

B. 7.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Đặt $3^x = t (t > 0)$. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow t^3 - 5t^2 + 3t + 1 - m = 0$ (*).

Để phương trình đã cho có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 < 0 \leq x_2 < 1 < x_3$ thì phương trình (*) phải có 3 nghiệm phân biệt t_1, t_2, t_3 thỏa mãn $0 < t_1 < 1 \leq t_2 < 3 < t_3$ (**).

$$(*) \Leftrightarrow t^3 - 5t^2 + 3t + 1 = m. \text{ Xét hàm } f(t) = t^3 - 5t^2 + 3t + 1 \Rightarrow f'(t) = 3t^2 - 10t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên :

t	0	$\frac{1}{3}$	1	3	$+\infty$
$f'(t)$		0	-	0	+
$f(t)$	1	$\frac{40}{27}$	0	-8	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy không có giá trị nào của m thỏa mãn bài toán.

Câu 45: Cho hình trụ (T) có bán kính đáy bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh $AB; CD$ lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy. Hai cạnh $AD; BC$ không phải là đường sinh của hình trụ (T) . Biết mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với mặt đáy góc bằng 30° . Tính độ dài cạnh hình vuông

A. $4a$

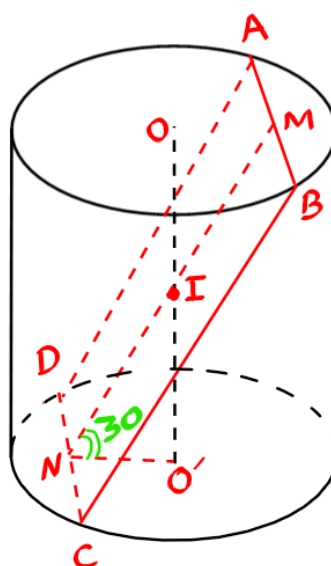
B. $\frac{4a\sqrt{7}}{7}$

C. a

D. $\frac{4a\sqrt{7}}{7}$

Lời giải

Chọn B



Gọi $M; N$ là trung điểm của $AB; CD$ và $O; O'$ là tâm của hai đường tròn đáy.

Vì $MO \perp OO'$; $NO' \perp OO'$ và $MO = NO'$ nên MN đi qua trung điểm I của đoạn thẳng OO' .

Đặt $AB = MN = x$ suy ra $NI = \frac{MN}{2} = \frac{x}{2}$.

Vì $CN = \frac{x}{2}$ nên $ON = \sqrt{OC^2 - NC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}$.

Ta có góc mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt đáy là $O'NI$.

$$\text{Khi đó } \cos O'NI = \frac{O'N}{NI} \Leftrightarrow NI \cdot \cos 30^\circ = O'N \Leftrightarrow \frac{x}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} \cdot \frac{3}{4} = a^2 - \frac{x^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{4} \cdot \frac{7}{4} = a^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{16a^2}{7} \Leftrightarrow x = \frac{4a\sqrt{7}}{7}.$$

Vậy cạnh của hình vuông là $x = \frac{4a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 4 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x + 3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F(0) = \frac{1}{4}$. Khi đó giá trị $F(-2) + 3F(4)$ bằng

A. 45

B. 62

C. 63

D. 61

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 4x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2 + 3x + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Vì $F(0) = \frac{1}{4}$ nên $C_2 = \frac{1}{4}$.

Hàm số $F(x)$ có đạo hàm tại mọi điểm trên $\mathbb{R}$ nên $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $F(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Vì hàm số $F(x)$ liên tục tại $x = 1$ nên $\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) \Leftrightarrow \frac{2}{3} + 4 + C_1 = 4 + C_2$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3} + C_1 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow C_1 = -\frac{5}{12}$.

Do đó $F(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 4x - \frac{5}{12} & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2 + 3x + \frac{1}{4} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Vậy $F(-2) + 3F(4) = -2 + \frac{1}{4} + 3\left(\frac{64}{3} - \frac{5}{12}\right) = 61$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và hai điểm $A(3;0;0); B(-1;1;0)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 3MB$.

A. $2\sqrt{34}$

B. $\sqrt{26}$

C. 5

D. $\sqrt{34}$

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; y; z)$ là điểm cần tìm.

Ta có: $M \in (S) \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$.

$$MA = \sqrt{(x-3)^2 + y^2 + z^2}; MB = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } MA + 3MB &= \sqrt{(x-3)^2 + y^2 + z^2} + 3\sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2} \\ &= \sqrt{(x-3)^2 + y^2 + z^2 + 8(x^2 + y^2 + z^2) - 8} + 3\sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2} \\ &= 3\sqrt{\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + y^2 + z^2} + 3\sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2} = 3(MC + MB) \geq 3BC \text{ với } C\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right). \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 3MB$ bằng 5 khi

$$\begin{cases} M = BC \cap (S) \\ \overrightarrow{CM} = k \cdot \overrightarrow{CB} (k > 0) \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3-8\sqrt{6}}{25}; \frac{4+6\sqrt{6}}{25}; 0\right).$$

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, tam giác SAB vuông tại S và $SBA = 30^\circ$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của AB . Tính cosin góc tạo bởi hai đường thẳng (SM, BD) .

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

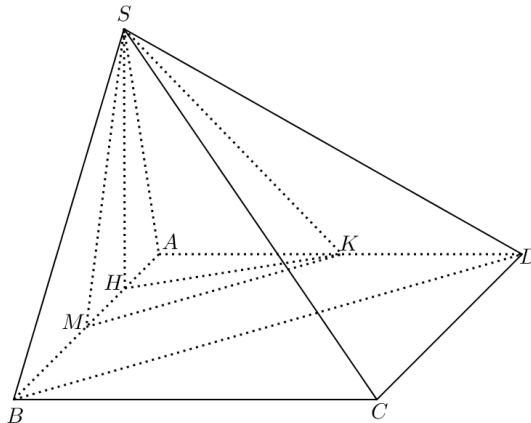
B. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{\sqrt{26}}{13}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AB = a (a > 0)$.

Ta có $SM = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$; $SA = SB$. Vì $\angle SBA = 30^\circ$ nên tam giác SAB cân tại S .

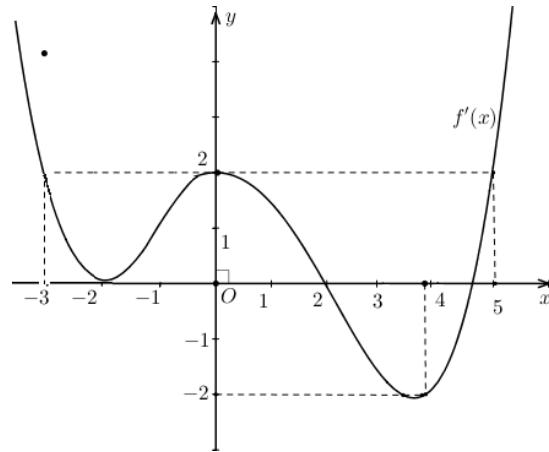
Gọi H là hình chiếu của S lên AB , do $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAB) \cap (ABCD) = AB$ nên $SH \perp (ABCD)$ hay H là trung điểm của AB .

Gọi K là trung điểm của AD , khi đó $(SM, BD) = (SM, MK)$ và $MK = \frac{1}{2} BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $SH = HB \cdot \tan 30^\circ = \frac{3a}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$; $SK^2 = SH^2 + HK^2 = SH^2 + AH^2 + AK^2 = \frac{a^2}{2}$.

$$\text{Ta có } \cos SMK = \frac{SM^2 + MK^2 - SK^2}{2 \cdot SM \cdot MK} = \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 49: Cho hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $f(3) = 2f(5) = 4$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\frac{1}{2}f(x) - m\right) = 2x + 2m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.



A. 8.

B. 6.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } \frac{1}{2}f(x) - m = u \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2u + 2m \\ f(u) = 2x + 2m \end{cases} \Rightarrow f(u) + 2u = f(x) + 2x.$$

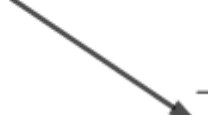
$$\text{Xét hàm số } g(t) = f(t) + 2t \Rightarrow g'(t) = f'(t) + 2 \geq -2 + 2 = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Do đó hàm số } g(t) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R} \Rightarrow u = x \Leftrightarrow \frac{1}{2}f(x) - m = x \Leftrightarrow h(x) = \frac{1}{2}f(x) - x = m.$$

$$\text{Xét hàm số } h(x) = \frac{1}{2}f(x) - x \Rightarrow h'(x) = \frac{1}{2}f'(x) - 1.$$

$$\Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}f'(x) = 1 \Leftrightarrow f'(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \Rightarrow h(-3) = \frac{1}{2}f(-3) - (-3) = 5 \\ x = 0 \\ x = 5 \Rightarrow h(5) = \frac{1}{2}f(5) - (5) = -4 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x) = \frac{1}{2}f(x) - x$ như sau:

x	$-\infty$		-3		0		5		$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$		
y	$+\infty$			5			-4			$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình có 3 nghiệm khi $-4 < m < 5$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

Vậy có 8 giá trị nguyên của m .

Câu 50: Gọi S là tập các giá trị của tham số m để bất phương trình

$$\log_{0.3} [x^2 + 2(m-3)x + 4] \geq \log_{0.3} (3x^2 + 2x + m)$$

thỏa mãn với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Tập S bằng

A. $S = [5; 6)$.

B. $S = [4; 6]$.

C. $S = [4; 5)$.

D. $S = [1; 5)$.

Lời giải

Chọn C

Để bất phương trình thỏa mãn với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ thì

$$\begin{cases} x^2 + 2(m-3)x + 4 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ 3x^2 + 2x + m > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 + 2(m-3)x + 4 \leq 3x^2 + 2x + m \quad \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 - 4 < 0 \\ 1 - 3m < 0 \\ 2x^2 + (-2m+8)x + m - 4 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m-3 < 2 \\ m > \frac{1}{3} \\ (-m+4)^2 - (m-4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < 5 \\ m > \frac{1}{3} \\ m^2 - 9m + 20 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < 5 \\ 4 \leq m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \leq m < 5$$

Vậy, $S = [4; 5)$.

----- **HẾT** -----