

Họ và tên:

Số báo danh: Mã đề 115

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm). Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án đúng và tô vào phần TLTN trên giấy thi.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách giữa AB và mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sin 3x + 2\cos 3x$ có đạo hàm là $y' = a\cos 3x + b\sin 3x$. Khi đó $S = a + 2b$ có kết quả bằng

- A. 9. B. -9. C. -3. D. 15.

Câu 3. Một dây chuyền sản xuất tự động có ba hệ thống cảnh báo lỗi hoạt động hoàn toàn độc lập với nhau. Xác suất để hệ thống thứ nhất, thứ hai và thứ ba phát hiện được lỗi khi có sự cố xảy ra lần lượt là 0,9; 0,7 và 0,8. Khi dây chuyền gặp sự cố, tính xác suất để có ít nhất một hệ thống phát hiện được lỗi là

- A. 0,006. B. 0,504. C. 0,994. D. 0,8.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là hình tam giác vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng $\frac{a^3}{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$.

- A. $a\sqrt{6}$. B. a . C. $2a$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 5. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $3a$, chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $9a^3$. B. $36a^3$. C. $4a^3$. D. $12a^3$.

Câu 6. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log(x^2 + 5x + 4) + \log(x + 3)$.

- A. $D = (-\infty; -4) \cup (-1; +\infty)$. B. $D = (-4; -1)$.
C. $D = (-1; +\infty)$. D. $D = (-3; +\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x + 1}$ có đạo hàm là $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x^2 + x + 1)^2}$. Giá trị của biểu thức $2ab + c$ bằng

- A. 11. B. 21. C. -3. D. -11.

Câu 8. Cho bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2 - 3x + 2} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x - 1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của $b - a$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 9. Một người gửi tiết kiệm 200 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6,5% mỗi năm theo hình thức lãi kép (tiền lãi của năm trước được cộng vào vốn để tính lãi cho năm sau). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó sẽ có tổng số tiền (cả gốc lẫn lãi) lớn hơn 400 triệu đồng?

- A. 11. B. 10. C. 12. D. 9.

Câu 10. Cho A và B là hai biến cố thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,6$. Tính xác suất của biến cố A và B cùng xảy ra.

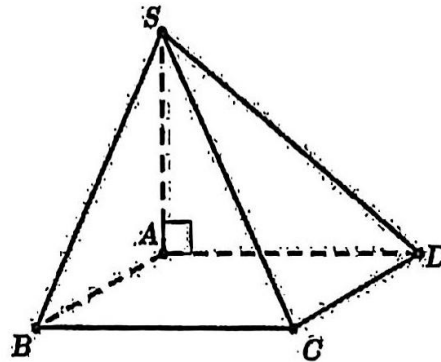
A. 0,9.

B. 0,3.

C. 0,1.

D. 0,2.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.



A. $(SAB) \perp (ABCD)$.

B. $(SBD) \perp (ABCD)$.

C. $(SCD) \perp (ABCD)$.

D. $(SBC) \perp (ABCD)$.

Câu 12. Một chất điểm có phương trình chuyển động $s(t) = \frac{t^3}{3} - 4t^2 + 5t + 2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm mà vận tốc tức thời của chất điểm bằng 14 m/s.

A. 10 m/s².

B. 6 m/s².

C. 4 m/s².

D. 8 m/s².

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai (2 điểm). Học sinh trả lời câu 1 và câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai và tô vào phần TLTN trên giấy thi.

Câu 1. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông tại C tại B , biết $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AC .

a) $AC \perp (MBB')$.

b) Khoảng cách từ B tới mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

c) Nhị diện $[A, BB', C']$ có số đo bằng: 120° .

d) Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° .

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

a) Đạo hàm của hàm số tại $x_0 = 0$ là $y'(0) = 1$.

b) Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$.

c) Tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ có hệ số góc $k = \frac{3}{4}$.

d) Có hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng: $y = -x + 5$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm). Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi câu học sinh tìm kết quả đúng và tô vào phần TLTN trên giấy thi.

Câu 1. Giải bóng đá tranh cup TNT của trường THPT Trần Nhân Tông dành cho các lớp khối 10 và 11 của trường có tất cả 12 đội tham dự, trong đó có 3 đội khách mời là các đội bóng ở các lớp khối 12. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu A, B, C mỗi bảng đấu có 4 đội. Tính xác suất của biến cố “Ba đội khách mời nằm ở ba bảng đấu khác nhau” (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2. Một chuyển động theo qui luật là $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 2t$ với t giây là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật đi chuyển được trong khoảng thời gian đó. Quãng đường vật đi được bắt đầu từ lúc vật chuyển động tới thời điểm vật đạt được vận tốc lớn nhất là bao nhiêu mét?

Câu 3. Để trang trí khuôn viên trường nhân dịp kỷ niệm ngày thành lập, các bạn học sinh lớp 11A được giao nhiệm vụ trồng 3 chậu cây dạng hình chóp cụt tứ giác đều. Mỗi chậu cây có các kích thước như sau: cạnh đáy lớn là 45 cm, cạnh đáy nhỏ là 35 cm và chiều cao là 110 cm. Hỏi để đổ đầy đất vào 3 bồn hoa như vậy, các bạn học sinh cần chuẩn bị bao nhiêu mét khối đất giả sử phần vỏ của các chậu được coi là không đáng kể? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm m^3).



Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Tính số đo góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị độ).

Phần 4. Tự luận. Học sinh trình bày chi tiết lời giải trên giấy thi.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x - 31$.

Câu 2. Cho hàm số $y = e^{x^2 - 4x + 3}$. Xác định tọa độ điểm M trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $(d): 2x - 3 = 0$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a, AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SD .

a) Chứng minh $AH \perp (SBC)$.

b) Chứng minh $(SAC) \perp (AHK)$.

c) Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD theo a .

————— HẾT —————

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án đúng và tô vào phần TLTN trên giấy thi.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách giữa AB và mặt phẳng (SCD) bằng

☒ A. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$

☐ B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

☐ C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

☐ D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

Lời giải

Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Ta có $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và góc giữa cạnh bên SA với đáy là $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

Chiều cao khối chóp: $SO = OA \cdot \tan(60^\circ) = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$, do đó $d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$.

Gọi M là trung điểm CD , ta có $OM = \frac{a}{2}$. Kẻ $OH \perp SM$, ta được $d(O, (SCD)) = OH$.

Xét tam giác vuông SOM : $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{4}{6a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{14}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{42}}{14}$.

Vậy $d(AB, (SCD)) = 2OH = \frac{a\sqrt{42}}{7}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \sin(3x) + 2\cos(3x)$ có đạo hàm là $y' = a\cos(3x) + b\sin(3x)$. Khi đó $S = a + 2b$ có kết quả bằng

☐ A. 9

☒ B. -9

☐ C. -3

☐ D. 15

Lời giải

Tính đạo hàm: $y' = 3\cos(3x) - 6\sin(3x)$.

Đồng nhất hệ số: $a = 3$ và $b = -6$.

Tính giá trị: $S = a + 2b = 3 + 2(-6) = -9$.

Câu 3: Một dây chuyền sản xuất tự động có ba hệ thống cảnh báo lỗi hoạt động hoàn toàn độc lập với nhau. Xác suất để hệ thống thứ nhất, thứ hai và thứ ba phát hiện được lỗi khi có sự cố xảy ra lần lượt là 0,9; 0,7 và 0,8. Khi dây chuyền gặp sự cố, tính xác suất để có ít nhất một hệ thống phát hiện được lỗi là

☐ A. 0,006

☐ B. 0,504

☒ C. 0,994

☐ D. 0,8

Lời giải

Xác suất để cả ba hệ thống đều KHÔNG phát hiện được lỗi là:

$$(1 - 0,9)(1 - 0,7)(1 - 0,8) = 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,2 = 0,006.$$

Xác suất để có ít nhất một hệ thống phát hiện được lỗi là: $1 - 0,006 = 0,994$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là hình tam giác vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng $\frac{a^3}{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$.

A. $a\sqrt{6}$

B. a

C. $2a$

D. $a\sqrt{3}$

Lời giải

Đáy ABC vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = AC = a$. Diện tích đáy $S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2$.

Thể tích $V = S_{ABC} \cdot h = \frac{1}{2}a^2 \cdot h = \frac{a^3}{2} \Rightarrow$ Chiều cao lăng trụ $h = a$.

Ta có $AB \parallel A'B'$, mà $A'B' \subset (A'B'C') \Rightarrow AB \parallel (A'B'C')$.

Vì $B'C' \subset (A'B'C')$, nên khoảng cách giữa hai đường chéo nhau AB và $B'C'$ chính bằng khoảng cách từ đường thẳng AB đến mặt phẳng $(A'B'C')$. Đây chính là chiều cao của lăng trụ, bằng a .

Câu 5: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $3a$, chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $9a^3$

B. $36a^3$

C. $4a^3$

D. $12a^3$

Lời giải

Ta có: $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (3a)^2 \cdot 4a = 12a^3$.

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log(x^2 + 5x + 4) + \log(x + 3)$.

A. $D = (-\infty; -4) \cup (-1; +\infty)$

B. $D = (-4; -1)$

C. $D = (-1; +\infty)$

D. $D = (-3; +\infty)$

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 > 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -4) \cup (-1; +\infty) \\ x > -3 \end{cases}$

Giao các tập nghiệm ta được $x > -1$. Vậy $D = (-1; +\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x + 1}$ có đạo hàm là $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x^2 + x + 1)^2}$. Giá trị của biểu thức $2ab + c$ bằng

A. 11

B. 21

C. -3

D. -11

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-x^2 + 8x + 5}{(x^2 + x + 1)^2}$.

Suy ra $a = -1, b = 8, c = 5$.

Biểu thức $2ab + c = 2(-1)(8) + 5 = -11$.

Câu 8: Cho bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2 - 3x + 2} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của $b - a$ bằng

A. 1

B. 4

C. 3

D. 2

Lời giải

Vì cơ số $0 < \frac{3}{4} < 1$ nên bất phương trình đảo chiều:

$x^2 - 3x + 2 < x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$.

Suy ra tập nghiệm $S = (1; 3) \Rightarrow a = 1, b = 3$. Vậy $b - a = 2$.

Câu 9: Một người gửi tiết kiệm 200 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6,5% mỗi năm theo hình thức lãi kép (tiền lãi của năm trước được cộng vào vốn để tính lãi cho năm sau). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó sẽ có tổng số tiền (cả gốc lẫn lãi) lớn hơn 400 triệu đồng?

A. 11

B. 10

C. 12

D. 9

Lời giải

Công thức lãi kép: $A = P(1 + r)^n$.

Ta cần: $200(1 + 0,065)^n > 400 \Leftrightarrow 1,065^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1,065}(2) \approx 11,0067$.

Do n nguyên nên $n \geq 12$.

Câu 10: Cho A và B là hai biến cố thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,6$. Tính xác suất của biến cố A và B cùng xảy ra.

A. 0,9

B. 0,3

C. 0,1

D. 0,2

Lời giải

Áp dụng công thức cộng xác suất: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

Xác suất A và B cùng xảy ra là $P(AB) = 0,4 + 0,5 - 0,6 = 0,3$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, hãy chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $(SAB) \perp (ABCD)$

B. $(SBD) \perp (ABCD)$

C. $(SCD) \perp (ABCD)$

D. $(SBC) \perp (ABCD)$

Lời giải

Vì $SA \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SAB) chứa SA nên mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

Câu 12: Một chất điểm có phương trình chuyển động $s(t) = \frac{t^3}{3} - 4t^2 + 5t + 2$ trong đó $t > 0$, t tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính **gia tốc tức thời** của chất điểm tại thời điểm mà vận tốc tức thời của chất điểm bằng 14 m/s.

A. 10 m/s²

B. 6 m/s²

C. 4 m/s²

D. 8 m/s²

Lời giải

Phương trình vận tốc: $v(t) = s'(t) = t^2 - 8t + 5$.

Phương trình gia tốc: $a(t) = v'(t) = 2t - 8$.

Vận tốc bằng 14 m/s: $t^2 - 8t + 5 = 14 \Leftrightarrow t^2 - 8t - 9 = 0 \Rightarrow t = 9$ (nhận do $t > 0$) hoặc $t = -1$ (loại).

Gia tốc tại $t = 9$: $a(9) = 2(9) - 8 = 10$ m/s².

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai (2 điểm)

Học sinh trả lời câu 1 và câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai và tô vào phần TLTN trên giấy thi.

Câu 1: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B , biết $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AC .

a) $AC \perp (MBB')$.

b) Khoảng cách từ B tới mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

c) Nhị diện $[A, BB', C']$ có số đo bằng: 120° .

d) Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° .

Lời giải

Đánh giá a) **Đúng**. Tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow BM \perp AC$. Lại có $AC \perp BB'$ (do lăng trụ đứng) $\Rightarrow AC \perp (MBB')$.

Đánh giá b) **Sai**. Kẻ $BH \perp B'M$. Vì $AC \perp (MBB') \Rightarrow AC \perp BH$. Suy ra $BH \perp (B'AC)$, do đó $d(B, (B'AC)) = BH$. Xét tam giác vuông $B'BM$, ta có:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BB'^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{5}{2a^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

Đánh giá c) **Sai**. Góc nhị diện tương ứng là $\widehat{ABC}$ (vì $AB \perp BB'$ và $BC \perp BB'$). Do $\triangle ABC$ vuông tại B nên góc bằng 90° .

Đánh giá **d) Đúng**. Hình chiếu của $A'C$ lên (ABC) là AC . Góc cần tìm là $\widehat{A'CA}$. $\Delta A'AC$ vuông tại

$$A \text{ có } \tan \widehat{A'CA} = \frac{A'A}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{A'CA} = 45^\circ.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$

a) Đạo hàm của hàm số tại $x_0 = 0$ là $y'(0) = 1$.

b) Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$.

c) Tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ có hệ số góc $k = \frac{3}{4}$.

d) Có hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng: $y = -x + 5$.

Lời giải

Đánh giá **b) Đúng**. Tính $y' = \frac{(2x + 2)(x + 1) - (x^2 + 2x + 2) \cdot 1}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$.

Đánh giá **a) Sai**. Thay $x_0 = 0$ vào đạo hàm vừa tính: $y'(0) = \frac{0^2 + 2(0)}{(0 + 1)^2} = 0 \neq 1$.

Đánh giá **c) Đúng**. Hệ số góc tại $x_0 = 1$ là $y'(1) = \frac{1^2 + 2(1)}{(1 + 1)^2} = \frac{3}{4}$.

Đánh giá **d) Sai**. Tiếp tuyến vuông góc với $y = -x + 5$ sẽ có hệ số góc $k = 1$.

Giải phương trình $y' = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow 0 = 1$ (vô nghiệm).

Vậy không có tiếp tuyến nào thỏa mãn.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi câu học sinh tìm kết quả đúng và tô vào phần TLTN trên giấy thi.

Câu 1: Giải bóng đá tranh cup TNT của trường THPT Trần Nhân Tông dành cho các lớp khối 10 và 11 của trường có tất cả 12 đội tham dự, trong đó có 3 đội khách mời là các đội bóng ở các lớp khối 12. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu A, B, C mỗi bảng đấu có 4 đội. Tính xác suất của biến cố “Ba đội khách mời nằm ở ba bảng đấu khác nhau” (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu (chia 12 đội thành 3 bảng 4 đội): $n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4 = 34650$.

Biến cố thuận lợi X: “Ba đội khách mời nằm ở ba bảng đấu khác nhau”

Xếp 3 đội khách mời vào 3 bảng A, B, C: Có $3! = 6$ cách.

Xếp 9 đội còn lại vào 3 bảng, mỗi bảng 3 đội: $C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = 1680$ cách.

Số kết quả thuận lợi: $n(X) = 6 \cdot 1680 = 10080$.

Xác suất: $P = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{10080}{34650} = \frac{16}{55} \approx 0,29$.

Kết quả làm tròn đến hàng phần chục là **0,3**.

Câu 2: Một chuyển động theo qui luật là $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 2t$ với t giây là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Quãng đường vật đi được bắt đầu từ lúc vật chuyển động tới thời điểm vật đạt được vận tốc lớn nhất là bao nhiêu mét?

Lời giải

Hàm vận tốc $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 18t + 2$.

$v(t)$ là một parabol quay bề lõm xuống dưới, đạt max tại đỉnh $t = -\frac{b}{2a} = -\frac{18}{2(-3)} = 3$ (giây).

Quãng đường đi được sau 3 giây: $s(3) = -(3^3) + 9(3^2) + 2(3) = -27 + 81 + 6 = 60$.

Kết quả: **60**

Câu 3: Để trang trí khuôn viên trường nhân dịp kỷ niệm ngày thành lập, các bạn học sinh lớp 11A được giao nhiệm vụ trồng 3 chậu cây dạng hình chóp cụt tứ giác đều. Mỗi chậu cây có các kích thước như sau: cạnh đáy lớn là 45 cm, cạnh đáy nhỏ là 35 cm và chiều cao là 110 cm. Hỏi để đổ đầy đất vào 3 bồn hoa như vậy, các bạn học sinh cần chuẩn bị bao nhiêu mét khối đất giả sử phần vỏ của các chậu được coi là không đáng kể? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm m^3).

Lời giải

Đổi đơn vị sang mét: $a = 0,45$ m; $b = 0,35$ m; $h = 1,1$ m.

Thể tích 1 chậu chóp cụt: $V_1 = \frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2) = \frac{1}{3} \cdot 1,1 \cdot (0,45^2 + 0,45 \cdot 0,35 + 0,35^2) \approx 0,1769$ m^3 .

Tổng thể tích 3 chậu: $V = 3V_1 \approx 3 \cdot 0,1769 = 0,5307$ m^3 .

Làm tròn tới phần trăm được kết quả: **0,53**

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Tính số đo góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị độ).

Lời giải

Góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCA} = 30^\circ$. Xét $\triangle SAC$ vuông tại A :

$$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan(30^\circ) = a\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Kẻ $AO \perp BD$ (tâm O), theo định lý ba đường vuông góc ta có $SO \perp BD$. Góc phẳng nhị diện là góc giữa hai nửa mặt phẳng mang bờ BD , tức là góc $\widehat{SOC}$.

Tính các cạnh tam giác SOC :

$$SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{3} + \frac{a^2}{2}} = a\sqrt{\frac{7}{6}}.$$

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{3} + 2a^2} = a\sqrt{\frac{8}{3}}.$$

$$OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Theo định lý cosin: } \cos \widehat{SOC} = \frac{SO^2 + OC^2 - SC^2}{2 \cdot SO \cdot OC} = \frac{\frac{7}{6} + \frac{1}{2} - \frac{8}{3}}{2 \cdot \sqrt{\frac{7}{6}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{-1}{\sqrt{\frac{7}{3}}} = -\sqrt{\frac{3}{7}}.$$

Suy ra góc $\widehat{SOC} \approx 130,89^\circ$.

Kết quả làm tròn: **131**

Phần 4. Tự luận

Học sinh trình bày chi tiết lời giải trên giấy thi.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) biết tiếp tuyến **song song** với đường thẳng $y = 9x - 31$.

Lời giải

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 12x + 9$.

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x - 31$ nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k = 9$.

Xét phương trình hoành độ tiếp điểm: $y' = 9 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 9 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$.

Tại $x = 0 \Rightarrow y(0) = 1$. Phương trình tiếp tuyến: $y = 9(x - 0) + 1 \Rightarrow y = 9x + 1$ (thỏa mãn điều kiện không trùng).

Tại $x = 4 \Rightarrow y(4) = 4^3 - 6(4^2) + 9(4) + 1 = 5$.

Phương trình tiếp tuyến: $y = 9(x - 4) + 5 \Rightarrow y = 9x - 31$ (loại vì trùng với đường thẳng đề cho).

Kết luận: Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 9x + 1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = e^{x^2 - 4x + 3}$. Xác định tọa độ điểm M trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $(d): 2x - 3 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng $(d): x = \frac{3}{2}$ là đường thẳng đứng, song song với trục Oy .

Tiếp tuyến vuông góc với (d) bắt buộc phải là đường thẳng nằm ngang (song song hoặc trùng trục Ox), do đó hệ số góc của tiếp tuyến phải bằng 0.

Đạo hàm: $y' = (2x - 4)e^{x^2 - 4x + 3}$.

Giải phương trình hệ số góc: $y' = 0 \Leftrightarrow 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Thay $x = 2$ vào hàm số để tìm tung độ điểm M : $y = e^{2^2 - 4(2) + 3} = e^{-1} = \frac{1}{e}$.

Kết luận: Tọa độ điểm cần tìm là $M(2; \frac{1}{e})$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SD .

a) Chứng minh $AH \perp (SBC)$.

b) Chứng minh $(SAC) \perp (AHK)$.

c) Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD theo a .

Lời giải

a) Chứng minh $AH \perp (SBC)$:

Ta có $BC \perp AB$ (do $ABCD$ là hình chữ nhật) và $BC \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$). Suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Lại có $AH \perp SB$ (theo giả thiết).

Từ hai điều trên, ta kết luận được $AH \perp (SBC)$.

b) Chứng minh $(SAC) \perp (AHK)$:

Chứng minh hoàn toàn tương tự ý a), ta có $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$. Lại có

$AK \perp SD \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC$.

Theo ý a), ta đã có $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$.

Từ hai yếu tố $AK \perp SC$ và $AH \perp SC$, suy ra $SC \perp (AHK)$.

Mặt khác, $SC \subset (SAC)$. Vậy $(SAC) \perp (AHK)$ (đpcm).

c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD :

Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) là đường thẳng Δ đi qua S và song song với AD, BC .

Vì $SA \perp AD \Rightarrow SA \perp \Delta$. Mặt khác $AB \perp AD \Rightarrow SB \perp \Delta$ (theo định lý 3 đường vuông góc).

Suy ra góc giữa (SBC) và (SAD) là góc $\widehat{ASB} = 45^\circ$. Từ đó $\triangle SAB$ vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AB = a$.
 Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ $Cx \parallel BD$.

Khoảng cách cần tìm: $d(BD, SC) = d(BD, (S, Cx)) = d(O, (S, Cx))$ (với O là tâm đáy). Do O là trung điểm AC nên $d(O, (S, Cx)) = \frac{1}{2}d(A, (S, Cx))$.

Kẻ $AE \perp BD$. Xét $\triangle ABD$ vuông tại A : $AE = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Kẻ $AF \perp Cx$ tại F . Do $BD \parallel Cx$ nên $AF = 2AE = \frac{4a\sqrt{5}}{5}$.

Chiều cao hạ từ A xuống mặt phẳng (S, Cx) là h , tính theo hệ thức:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{5}{16a^2} = \frac{21}{16a^2} \Rightarrow h = \frac{4a\sqrt{21}}{21}. \text{ Vậy } d(BD, SC) = \frac{1}{2}h = \frac{2a\sqrt{21}}{21}.$$