

Câu 1: Cho các số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + i$. Môđun của số phức $w = z_1 - 2z_2 + 3$ là

- A. $|w| = 4$. B. $|w| = \sqrt{5}$. C. $|w| = 5$. D. $|w| = \sqrt{13}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. (C) có tiệm cận ngang là $y = -2$. B. (C) có hai tiệm cận.
C. (C) có tiệm cận ngang là $y = 1$. D. (C) có tiệm cận đứng.

Câu 3: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

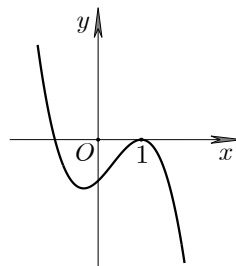
- A. $y = x^4 + x^2 + 2$. B. $y = x^3 + x - 2$. C. $y = x^2 + x + 1$. D. $y = x^3 - x + 1$.

Câu 4: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\cos 2x$ là

- A. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $F(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
C. $F(x) = -\sin 2x + C$. D. $F(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x$.

Câu 5: Hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$.
B. $f(x) = -x^3 + x^2 + 2x - 1$.
C. $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$.
D. $f(x) = -x^3 + x^2 + x - 1$.



Câu 6: Cho a, b là các số thực dương và x, y là các số thực bất kì. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $a^{x+y} = a^x + a^y$. B. $(a+b)^x = a^x + b^x$. C. $a^x \cdot b^y = (ab)^{xy}$. D. $\left(\frac{a}{b}\right)^x = a^x \cdot b^{-x}$.

Câu 7: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$?

- A. $F(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. B. $F(x) = \sqrt{x+1}$. C. $F(x) = 4\sqrt{x+1}$. D. $F(x) = 2\sqrt{x+1}$.

Câu 8: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị của hàm số $y = \ln x$ có tiệm cận đứng.
B. Đồ thị của hàm số $y = 2^{-x}$ có tiệm cận đứng.
C. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ có tiệm cận ngang.
D. Đồ thị của hàm số $y = \ln(-x)$ không có tiệm cận ngang.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$. Tìm m để (α) song song với (β) .

- A. Không tồn tại m . B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 5$.

Câu 10: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Môđun của z là một số thực dương.
- B. $z^2 = |z|^2$.
- C. Số phức liên hợp của z có môđun bằng môđun của iz .
- D. Điểm $M(-a; b)$ là điểm biểu diễn của $\bar{z}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$ có phương trình là

- A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$.
- B. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$.
- C. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} + 1 = 0$.
- D. $ax + by + cz - 1 = 0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\Delta // (\alpha)$.
- B. $\Delta \perp (\alpha)$.
- C. Δ cắt và không vuông góc với (α) .
- D. $\Delta \subset (\alpha)$.

Câu 13: Cho tích phân $I = \int_0^4 \frac{dx}{3 + \sqrt{2x+1}} = a + b \ln \frac{2}{3}$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a + b = 3$.
- B. $a - b = 3$.
- C. $a - b = 5$.
- D. $a + b = 5$.

Câu 14: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\log_a b = 9$, $\log_a c = 10$. Tính $M = \log_b(a\sqrt{c})$.

- A. $M = \frac{2}{3}$.
- B. $M = \frac{5}{2}$.
- C. $M = \frac{7}{3}$.
- D. $M = \frac{3}{2}$.

Câu 15: Cho tích phân $I = \int_1^e x \ln^2 x \, dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $I = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e + \int_1^e x \ln x \, dx$.
- B. $I = x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e x \ln x \, dx$.
- C. $I = x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e x \ln x \, dx$.
- D. $I = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e x \ln x \, dx$.

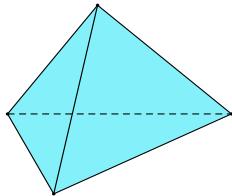
Câu 16: Hàm số $f(x) = \log_2(2^x + \sqrt{4^x + 1})$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = \frac{2^x}{\sqrt{4^x + 1}}$.
- B. $f'(x) = \frac{2^x \ln 2}{\sqrt{4^x + 1}}$.
- C. $f'(x) = \frac{2^x}{\sqrt{4^x + 1} \cdot \ln 2}$.
- D. $f'(x) = \frac{\ln 2}{\sqrt{4^x + 1}}$.

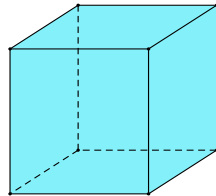
Câu 17: Cho các số thực $x \neq 0$, $y \neq 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $xy > 0$.
- B. $\frac{x}{y} = \log_2 3$.
- C. $4^x = 6^y$.
- D. $2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}}$.

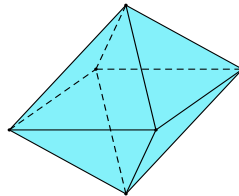
Câu 18: Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ sau



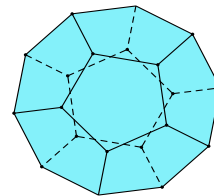
Khối tứ diện đều



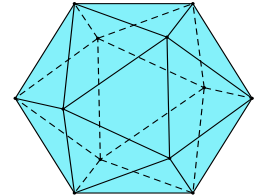
Khối lập phương



Khối bát diện đều



Khối mười hai mặt đều



Khối hai mươi mặt đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.
- B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
- C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
- D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Câu 19: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

- A. $y = \frac{2}{x-1}$.
- B. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$.
- C. $y = -x^2 + x$.
- D. $y = -\frac{1}{x}$.

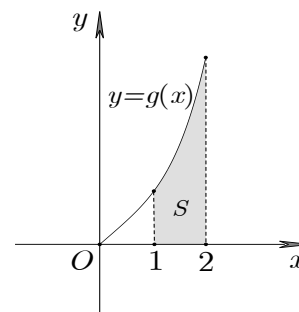
Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2 - \log_3 x}}$ là

- A. $(0; 9]$.
- B. $(0; 9)$.
- C. $(9; +\infty)$.
- D. $(1; 9)$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = g(x) = xf(x^2)$ có đồ thị trên đoạn $[0; 2]$ như hình vẽ bên.

Biết diện tích miền được tô màu là $S = \frac{5}{2}$, tính tích phân

$$I = \int_1^4 f(x)dx.$$



- A. $I = \frac{5}{4}$.
- B. $I = \frac{5}{2}$.
- C. $I = 5$.
- D. $I = 10$.

Câu 22: Biết rằng phương trình $\log_3^2 x = \log_3 \frac{x^4}{3}$ có hai nghiệm là a, b . Khi đó ab bằng

- A. 64.
- B. 9.
- C. 8.
- D. 81.

Câu 23: Một khối trụ có thể tích bằng 16π . Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 16π . Bán kính đáy của khối trụ ban đầu bằng

- A. 1.
- B. 2.
- C. 4.
- D. 8.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$ và $C(1; -2; -5)$.

Điểm M nằm trong đoạn thẳng BC sao cho $MB = 3MC$. Độ dài đoạn thẳng AM bằng

- A. $\sqrt{11}$.
- B. $7\sqrt{3}$.
- C. $7\sqrt{2}$.
- D. $\sqrt{30}$.

Câu 25: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$ đồng thời tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$?

- A. 1.
- B. 0.
- C. 2.
- D. Vô số.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.
- B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{24}$.
- C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.
- D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-2)(x^4-4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 28: Một hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng π . Chiều cao của hình nón bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{5}$. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Câu 29: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2; 0]$. Giá trị của biểu thức $5M + m$ bằng

- A. $-\frac{4}{5}$. B. $\frac{24}{5}$. C. $-\frac{24}{5}$. D. 0.

Câu 30: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Tìm số phức liên hợp của $w = (1 + 2i)z_1$.

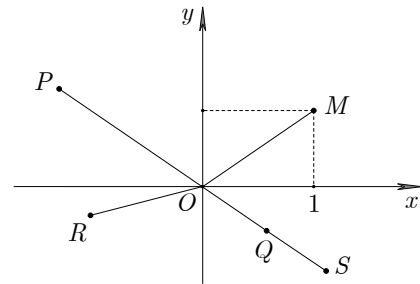
- A. $\bar{w} = -3 - i$. B. $\bar{w} = 1 - 3i$. C. $\bar{w} = 1 + 3i$. D. $\bar{w} = -3 + i$.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y = ax + \sqrt{x^2 + 1}$ có cực tiểu.

- A. $-1 < a < 1$. B. $0 \leq a < 1$. C. $-1 < a < 2$. D. $-2 < a < 0$.

Câu 32: Cho số phức z có điểm biểu diễn là M . Biết

rằng số phức $w = \frac{1}{z}$ được biểu diễn bởi một trong bốn điểm P, Q, R, S như hình vẽ bên. Hỏi điểm biểu diễn của w là điểm nào?



- A. S. B. Q. C. P. D. R.

Câu 33: Trong môi trường nuôi cấy ổn định người ta nhận thấy rằng: cứ sau đúng 5 ngày số lượng loài vi khuẩn A tăng lên gấp đôi, còn sau đúng 10 ngày số lượng loài vi khuẩn B tăng lên gấp ba. Giả sử ban đầu có 100 con vi khuẩn A và 200 con vi khuẩn B, hỏi sau bao nhiêu ngày nuôi cấy trong môi trường đó thì số lượng hai loài bằng nhau, biết rằng tốc độ tăng trưởng của mỗi loài ở mọi thời điểm là như nhau?

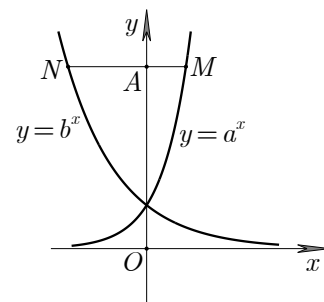
- A. $10 \times \log_{\frac{3}{2}} 2$ (ngày). B. $5 \times \log_{\frac{8}{3}} 2$ (ngày). C. $10 \times \log_{\frac{4}{3}} 2$ (ngày). D. $5 \times \log_{\frac{4}{3}} 2$ (ngày).

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$. Gọi d là đường thẳng nằm trên (α) đồng thời cắt đường thẳng Δ và trục Oz . Một vectơ chỉ phương của d là

- A. $\vec{u}(2; -1; -1)$. B. $\vec{u}(1; 1; -2)$. C. $\vec{u}(1; -2; 1)$. D. $\vec{u}(1; 2; -3)$.

Câu 35: Cho các số thực dương a, b khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với Ox mà cắt các đường $y = a^x, y = b^x$, trục tung lần lượt tại M, N và A thì $AN = 2AM$ (hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?

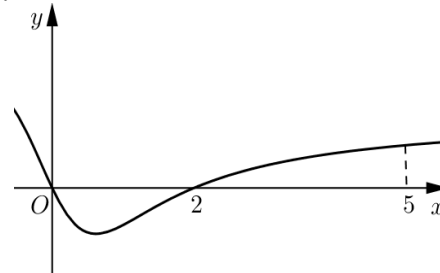
- A. $a^2 = b$. B. $b = 2a$. C. $ab^2 = 1$. D. $ab = \frac{1}{2}$.



Câu 36: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{ax^2 + 2}}$ có tiệm cận ngang.

- A. $a \geq 0$. B. $a \leq 0$. C. $a = 1$ hoặc $a = 4$. D. $a > 0$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là

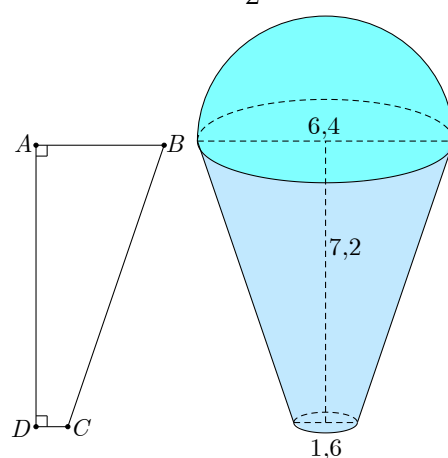


- A. $f(0), f(5)$. B. $f(2), f(0)$. C. $f(1), f(5)$. D. $f(2), f(5)$.

Câu 38: Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 1$. Tính $|z_1 + z_2|$.

- A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39: Một cơ sở sản xuất kem chuẩn bị làm 1000 chiếc kem giống nhau theo đơn đặt hàng. Cốc đựng kem có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ vuông tại A và D quanh trục AD (xem hình vẽ). Chiếc cốc có bề dày không đáng kể, chiều cao bằng 7,2 cm; đường kính miệng cốc bằng 6,4 cm; đường kính đáy cốc bằng 1,6 cm. Kem được đổ đầy cốc và dư ra phía ngoài một lượng có dạng nửa hình cầu có bán kính bằng bán kính miệng cốc. Cơ sở đó cần dùng lượng kem gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau



- A. 239 dm^3 . B. 170 dm^3 . C. 132 dm^3 . D. 954 dm^3 .

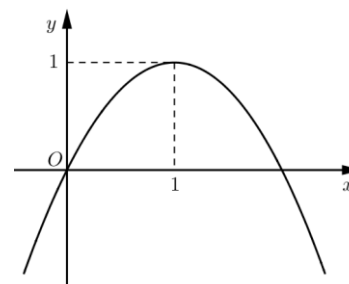
Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + ay + bz - 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Biết rằng $(\alpha) \perp \Delta$ và (α) tạo với các trục Ox, Oz các góc bằng nhau. Tìm giá trị của a .

- A. $a = -1$ hoặc $a = 1$. B. $a = 2$ hoặc $a = 0$.
C. $a = 0$. D. $a = 2$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 4x)(4^x - 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Câu 42: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và Ox xung quanh Ox .



- A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{4\pi}{3}$.
C. $\frac{16\pi}{5}$. D. $\frac{12\pi}{15}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBD là tam giác đều. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $2\sqrt{2}a^3$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2 \frac{4^x - 1}{4^x + 1} = m$ có nghiệm.

- A. $-1 < m < 1$. B. $m < 0$. C. $-1 < m < 0$. D. $m \leq -1$.

Câu 45: Tập hợp nào dưới đây chứa tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 - 2x + m|$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 5.

- A. $(-5; -2) \cup (0; 3)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-6; -3) \cup (0; 2)$. D. $(-4; 3)$.

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn z không phải là số thực và $w = \frac{z}{2 + z^2}$ là số thực. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = |z + 1 - i|$ là

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. 8.

Câu 47: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết rằng $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}a}{2}$. B. a . C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho biết đường cong (ω) là tập hợp tâm của các mặt cầu đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$, $(\beta): x + y + z + 6 = 0$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong (ω) bằng

- A. 45π . B. $3\sqrt{5}$. C. 9π . D. 3.

Câu 49: Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, $f(x) = f'(x)\sqrt{3x + 1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $4 < f(5) < 5$. B. $2 < f(5) < 3$. C. $3 < f(5) < 4$. D. $1 < f(5) < 2$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P . Thể tích của khối đa diện $MBP.A'B'N$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$. B. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. C. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{68}$. D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

----- HẾT -----

Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án
132	1	A	209	1	C	357	1	B	485	1	A
132	2	C	209	2	A	357	2	C	485	2	C
132	3	B	209	3	D	357	3	C	485	3	B
132	4	B	209	4	D	357	4	C	485	4	B
132	5	D	209	5	D	357	5	C	485	5	C
132	6	D	209	6	C	357	6	B	485	6	B
132	7	C	209	7	B	357	7	C	485	7	A
132	8	B	209	8	A	357	8	B	485	8	C
132	9	A	209	9	C	357	9	C	485	9	D
132	10	C	209	10	B	357	10	D	485	10	C
132	11	B	209	11	D	357	11	D	485	11	C
132	12	D	209	12	A	357	12	A	485	12	C
132	13	D	209	13	C	357	13	A	485	13	A
132	14	A	209	14	D	357	14	D	485	14	B
132	15	D	209	15	D	357	15	B	485	15	A
132	16	A	209	16	A	357	16	A	485	16	D
132	17	C	209	17	B	357	17	C	485	17	C
132	18	B	209	18	C	357	18	A	485	18	B
132	19	B	209	19	B	357	19	C	485	19	A
132	20	B	209	20	B	357	20	C	485	20	C
132	21	C	209	21	C	357	21	D	485	21	A
132	22	D	209	22	B	357	22	D	485	22	D
132	23	C	209	23	C	357	23	B	485	23	A
132	24	D	209	24	D	357	24	D	485	24	D
132	25	A	209	25	B	357	25	D	485	25	B
132	26	C	209	26	D	357	26	B	485	26	B
132	27	D	209	27	C	357	27	B	485	27	A
132	28	A	209	28	D	357	28	A	485	28	C
132	29	D	209	29	B	357	29	C	485	29	B
132	30	C	209	30	A	357	30	C	485	30	B
132	31	A	209	31	B	357	31	D	485	31	B
132	32	B	209	32	A	357	32	B	485	32	D
132	33	C	209	33	C	357	33	B	485	33	A
132	34	B	209	34	A	357	34	B	485	34	D
132	35	C	209	35	A	357	35	D	485	35	C
132	36	A	209	36	D	357	36	D	485	36	D
132	37	D	209	37	C	357	37	D	485	37	D
132	38	A	209	38	B	357	38	A	485	38	B
132	39	B	209	39	D	357	39	A	485	39	C
132	40	D	209	40	D	357	40	A	485	40	A
132	41	D	209	41	A	357	41	A	485	41	D
132	42	A	209	42	B	357	42	D	485	42	D
132	43	A	209	43	A	357	43	A	485	43	A
132	44	B	209	44	A	357	44	A	485	44	D
132	45	A	209	45	C	357	45	A	485	45	D
132	46	A	209	46	B	357	46	C	485	46	A
132	47	A	209	47	C	357	47	B	485	47	B
132	48	C	209	48	B	357	48	B	485	48	D
132	49	C	209	49	B	357	49	D	485	49	C
132	50	B	209	50	A	357	50	D	485	50	D

ĐÁP ÁN

1A	2C	3B	4B	5D	6D	7C	8B	9A	10C
11B	12D	13D	14A	15D	16A	17C	18B	19B	20B
21C	22D	23C	24D	25A	26C	27D	28A	29D	30C
31A	32B	33C	34B	35C	36A	37D	38A	39B	40D
41D	42A	43A	44B	45A	46A	47A	48C	49C	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Ta có $w = z_1 - 2z_2 + 3 = 1 - 2i - 2(2 + i) + 3 = -4i$

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{0^2 + (-4)^2} = 4.$$

Câu 2: Đáp án C.

Hàm số đã cho có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ad-bc \neq 0$), suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -2$ và đường tiệm cận đứng $x = -1$. Vậy ta chọn C.

Câu 3: Đáp án B.

Ta loại A và C do hàm bậc bốn trùng phương và hàm bậc hai không thể đồng biến trên $(-\infty, +\infty)$. Tiếp theo với hàm số ở phương án B và D thì:

Với B: $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số ở phương án B đồng biến trên khoảng $(-\infty, +\infty)$. Chọn B.

Câu 4: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = -\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \int \cos 2x d(2x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

Câu 5: Đáp án D.

Đồ thị hàm số có hình dạng N ngược nên ta loại A và C.

Quan sát hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 0)$ nên loại B, chọn D.

Câu 6: Đáp án D.

Với A: ta có $a^{x+y} = a^x \cdot a^y$ nên A sai.

Với B: $(a+b)^x \neq a^x + b^x$ nên B sai.

Với C: $a^x \cdot b^y \neq (ab)^{xy}$ nên C sai

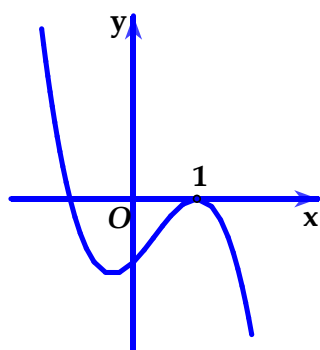
Với D: $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} = a^x \cdot b^{-x}$ nên D đúng.

Câu 7: Đáp án C.

$$\text{Ta có } (4\sqrt{x+1})' = \frac{4}{2\sqrt{x+1}} = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$$

Câu 8: Đáp án B.

Đồ thị $y = 2^{-x}$ có duy nhất một tiệm cận ngang là $y = 0$.



Câu 9: Đáp án A.

Để $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $\frac{1}{-2} = \frac{1}{m} = \frac{-1}{2} \neq \frac{1}{-2} \Rightarrow$ không tồn tại m thỏa mãn.

Câu 10: Đáp án C.

A sai do nếu $z = 0$ thì $|z| = 0$ không phải là một số thực dương.

B sai do $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi \neq a^2 + b^2 = |z|^2$

D sai do $\bar{z} = a - bi \Rightarrow M(a; -b)$ là điểm biểu diễn của $\bar{z}$.

Ta có $|iz| = |-b + ai| = \sqrt{a^2 + b^2}; |\bar{z}| = |a - bi| = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow C$ đúng.

Câu 11: Đáp án B.

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua các điểm

$A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$.

Câu 12: Đáp án D.

Ta có $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 2; 3); \vec{u}_{\Delta} = (-1; -1; 1)$.

$\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 1 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 = 0$

$\Rightarrow D$ vuông góc với $\vec{n}_{(\alpha)}$.

Mặt khác với $A(-1; -1; 3) \in \Delta$; thì $A \in (\alpha)$ suy ra $\Delta \subset (\alpha)$.

Câu 13: Đáp án D.

Cách 1:

Đặt $t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow t^2 = 2x+1 \Rightarrow 2tdt = 2dx \Rightarrow dx = tdt$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=4 \Rightarrow t=3 \end{cases}$

Ta có $I = \int_1^3 \frac{t}{t+3} dt = \int_1^3 \left(1 - \frac{3}{t+3}\right) dt = \left(t - 3\ln|t+3|\right) \Big|_1^3 = 2 + 3\ln \frac{2}{3}$.

Suy ra $a=2, b=3 \Rightarrow a+b=5$.

Cách 2: Ta có đề bài cho a, b là các số nguyên nên ta có thể dễ dàng sử dụng máy tính như sau:

Gán giá trị của tích phân $\int_0^4 \frac{dx}{3+\sqrt{2x+1}}$ **SHIFT** **STO** A

Lúc này ta có $A = a + b \cdot \ln \frac{2}{3} \Leftrightarrow a = A - b \cdot \ln \frac{2}{3}$.

Lúc này nếu coi a là $f(x)$; b là x thì ta sẽ có $f(x) = A - x \cdot \ln \frac{2}{3}$

Sử dụng lệnh **MODE** 7. Nhập hàm số $f(x) = A - X \ln \frac{2}{3}$ ấn 2 lần = máy hiện

START? Nhập -5 =

END? Nhập 5 =

STEP 1 =

Máy hiện bảng các cặp giá trị tương ứng của x và $f(x)$, tức các cặp giá trị b và a .

Ta thấy có duy nhất cặp $x=3; f(x)=2$ là thỏa mãn điều kiện nguyên, tức $a=2; b=3 \Rightarrow a+b=5$.

Câu 14: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \log_b(a\sqrt{c}) = \frac{\log_a(a\sqrt{c})}{\log_a b} = \frac{\log_a a + \log_a \sqrt{c}}{9} = \frac{1 + \frac{1}{2}\log_a c}{9} = \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot 10}{9} = \frac{2}{3}.$$

Câu 15: Đáp án D.

$$\text{Ta có } I = \int_1^e x \cdot \ln^2 x dx$$

Đặt $\ln^2 x = u \Rightarrow du = \frac{2 \cdot \ln x}{x} dx; dv = x dx \Rightarrow v = \frac{1}{2} x^2$. Lúc này ta có

$$I = \frac{1}{2} x^2 \cdot \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{1}{2} x^2 \cdot \frac{2 \cdot \ln x}{x} dx = \frac{1}{2} x^2 \cdot \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e x \cdot \ln x dx$$

Câu 16: Đáp án A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f'(x) &= \left(\log_2(2^x + \sqrt{4^x + 1}) \right)' = \frac{(2^x + \sqrt{4^x + 1})'}{(2^x + \sqrt{4^x + 1}) \cdot \ln 2} \\ &= \frac{2^x \cdot \ln 2 + \frac{4^x \cdot \ln 4}{2\sqrt{4^x + 1}}}{(2^x + \sqrt{4^x + 1}) \cdot \ln 2} = \frac{2^x + \frac{4^x}{\sqrt{4^x + 1}}}{(2^x + \sqrt{4^x + 1})} = \frac{2^x(2^x + \sqrt{4^x + 1})}{\sqrt{4^x + 1}(2^x + \sqrt{4^x + 1})} = \frac{2^x}{\sqrt{4^x + 1}} \end{aligned}$$

Câu 17: Đáp án C.

$$\text{Đặt } 2^x = 3^y = a > 0. \text{ Suy ra } \begin{cases} x = \log_2 a \\ y = \log_3 a \end{cases}$$

Với A: Ta có $xy = \log_2 a \cdot \log_3 a > 0$

$$\text{Với B: } \frac{x}{y} = \frac{\log_2 a}{\log_3 a} = \log_2 3.$$

Với C: Ta có $4^x = 4^{\log_2 a} = (2^{\log_2 a})^2 = a^2$ và $6^y = 6^{\log_3 a} \neq a^2$. Vậy C sai.

Câu 18: Đáp án B.

Khối lập phương và khối bát diện đều cùng có 12 cạnh.

Câu 19: Đáp án B.

A sai do hàm số không liên tục trên $(0; +\infty)$

C sai do $(-x^2 + x)' = -2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; \frac{1}{2})$ và

nghịch biến trên $(\frac{1}{2}; +\infty)$ suy ra hàm số không thể đồng biến trên $(0; +\infty)$.

D sai do hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 20: Đáp án B.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 9).$

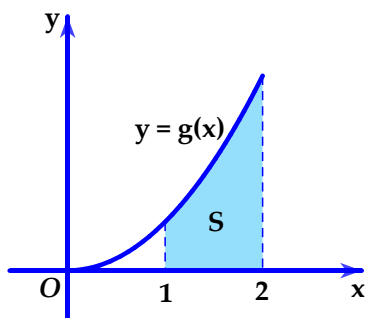
Câu 21: Đáp án C.

Quan sát đồ thị, ta thấy $g(x) > 0, \forall x \in [1; 2]$.

Từ giả thiết, ta có $S = \int_1^2 |g(x)| dx = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \int_1^2 g(x) dx = \int_1^2 xf(x^2) dx = \frac{5}{2}.$

Đặt $x^2 = t \Rightarrow 2x dx = dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 1 \\ x = 2 \Rightarrow t = 4 \end{cases}$

Khi đó $\int_1^2 xf(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_1^4 f(t) dt = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \int_1^4 f(t) dt = 5 = \int_1^4 f(x) dx = I.$



Câu 22: Đáp án D.

Phương trình $\log_3^2 x = \log_3 \frac{x^4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_3^2 x = 4\log_3 x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_3^2 x - 4\log_3 x + 1 = 0 \end{cases}$

Nếu a, b là hai nghiệm của phương trình đã cho, thì ta có:

$$\log_3 a + \log_3 b = 4 \Leftrightarrow \log_3(ab) = 4 \Leftrightarrow ab = 3^4 = 81.$$

Câu 23: Đáp án C.

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ ban đầu. Từ giả thiết,

$$\text{ta có } \pi r^2 h = 16\pi \Leftrightarrow r^2 h = 16 \Leftrightarrow h = \frac{16}{r^2}.$$

Sau khi tăng chiều cao lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy, chiều cao mới là

$$h' = 2h \text{ và } S_{xq} = 2\pi r h' = 16\pi \Leftrightarrow r h' = 2rh = 8 \Leftrightarrow rh = 4 \Leftrightarrow r \cdot \frac{16}{r^2} = 4 \Leftrightarrow r = 4.$$

Câu 24: Đáp án D.

Gọi $M(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{MB} = (1-x; 2-y; 3-z), \overrightarrow{MC} = (1-x; -2-y; -5-z).$

Từ giả thiết, ta có $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = -3(1-x) \\ 2-y = -3(-2-y) \\ 3-z = -3(-5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow M(1; -1; -3).$

$$\text{Vậy } AM = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{30}.$$

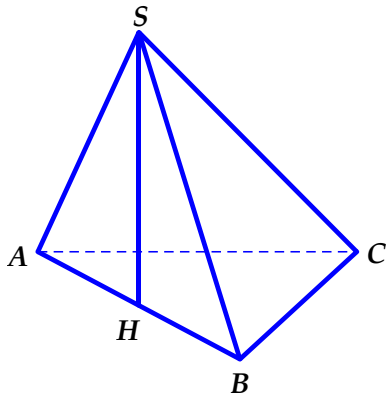
Câu 25: Đáp án A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$. Mặt phẳng $(P) \parallel (\alpha)$ nên có phương trình dạng: $x + y + z + m = 0, (m \neq 0).$

Để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) khi $d(I; (P)) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|m+3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow |m+3| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -6 \end{cases} \Leftrightarrow m = -6, \text{ do } m \neq 0. \text{ Vậy chỉ có duy nhất}$$

một mặt phẳng $x + y + z - 6 = 0$ song song với (α) và tiếp xúc mặt cầu $(S).$



Câu 26: Đáp án C.

Gọi H là trung điểm AB , do ΔSAB vuông cân tại S nên $SH \perp AB$, mà $(SAB) \perp (ABC)$, suy ra $SH \perp (ABC)$.

Ta có

$$SA = SB = a \Rightarrow AB = BC = CA = a\sqrt{2}, SH = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}.$$

Câu 27: Đáp án D.

$$\text{Ta có } f'(x) = (x-1)(x^2-2)(x^4-4) = (x-1)(x^2+2)(x^2-2)^2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu qua điểm $x=1$, và $f'(x)$ không đổi dấu qua mỗi điểm $x=-\sqrt{2}, x=\sqrt{2}$. Vậy hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 cực trị.

Câu 28: Đáp án A.

Gọi r, l, h lần lượt là bán kính đáy, đường sinh và chiều cao của hình nón.

$$\text{Từ giả thiết, ta có } \begin{cases} S_{\text{đáy}} = \pi r^2 = \pi \\ 2r = l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r=1 \\ l=2 \end{cases} \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{3}.$$

Câu 29: Đáp án D.

$$\text{Ta có } y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in [-2; 0] \Rightarrow \text{Hàm số nghịch biến trên đoạn } [-2; 0].$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} M = \max_{[-2; 0]} y = y(-2) = \frac{1}{5} \\ m = \min_{[-2; 0]} y = y(0) = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } 5M + m = 0.$$

Câu 30: Đáp án C.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + i \\ z = -1 - i \end{cases}$$

Do z_1 có phần ảo âm nên $z_1 = -1 - i, z_2 = -1 + i$.

Khi đó $w = (1+2i)z_1 = (1+2i)(-1-i) = 1-3i$. Vậy $\bar{w} = 1+3i$.

Câu 31: Đáp án A.

$$\text{Ta có } y' = a + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}; y'' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 khi $\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) > 0 \end{cases}$ hay phương trình $y' = 0$ có

ng nghiệm $x = x_0$.

$$\text{Có } y' = 0 \Leftrightarrow a + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = -a. \text{ Xét hàm số } g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \text{ trên } \mathbb{R}.$$

$$\text{Đạo hàm } g'(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2} = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{Hàm số } g(x)$$

luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$. Để phương trình $y' = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi đồ thị hàm số $g(x)$ cắt đường thẳng $y = -a$, hay $-1 < -a < 1 \Leftrightarrow -1 < a < 1$.

Câu 32: Đáp án B.

Điểm $M(1; a), (a > 0)$ biểu diễn số phức $z = 1 + ai, (a \in \mathbb{R}^+)$.

Ta có $w = \frac{1}{z} = \frac{1}{1+ai} = \frac{1-ai}{(1+ai)(1-ai)} = \frac{1-ai}{1+a^2} = \frac{1}{1+a^2} - \frac{a}{1+a^2}i$. Số phức w có

điểm biểu diễn là $\left(\frac{1}{1+a^2}; \frac{a}{1+a^2}\right)$.

Có $a > 0 \Rightarrow a^2 + 1 > 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{1+a^2} < 1$ nên P, R, S không phải là điểm biểu diễn của số phức w (do $x_s > 1, x_p < 0, x_R < 0$). Vậy chọn đáp án B.

Câu 33: Đáp án C.

Giả sử sau x ngày nuôi cấy trong môi trường đó thì số lượng hai loài bằng nhau.

Ta có phương trình $100.2^{\frac{x}{5}} = 200.3^{\frac{x}{10}} \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{5}-1} = 3^{\frac{x}{10}} \Leftrightarrow \frac{x}{5} - 1 = \frac{x}{10} \cdot \log_2 3$

$$\Leftrightarrow x(2 - \log_2 3) = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{2 - \log_2 3} = \frac{10}{\log_2 \frac{4}{3}} = 10 \times \log_{\frac{4}{3}} 2 \text{ (ngày)}.$$

Câu 34: Đáp án B.

Phương trình tham số của $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ và $Oz: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0, (t' \in \mathbb{R}) \\ z = t' \end{cases}$.

Gọi $A = d \cap \Delta$, do $d \subset (\alpha)$ nên $A = \Delta \cap (\alpha)$, ta tìm được tọa độ $A(1; 1; -1)$.

Gọi $B = d \cap Oz$, do $d \subset (\alpha)$ nên $B = (\alpha) \cap Oz$, ta tìm được tọa độ $B(0; 0; 1)$.

Suy ra $A \in d, B \in d$ và $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 2)$. Vậy đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d} = (1; 1; -2)$.

Câu 35: Đáp án C.

Từ giả thiết, ta có $M(x_1; a^{x_1}), N(x_2; b^{x_2})$ với $x_1 > 0, x_2 < 0$.

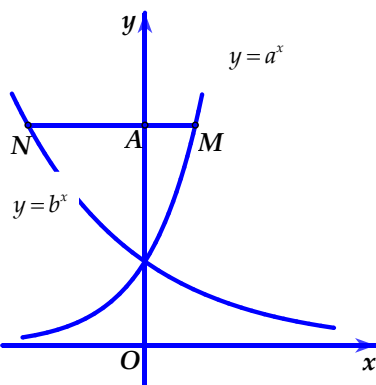
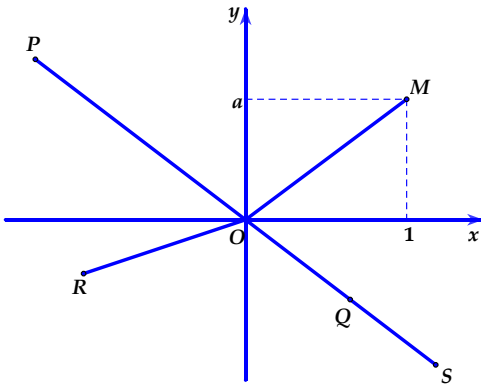
Do $MN \parallel Ox$ nên $a^{x_1} = b^{x_2}$.

Lại có $AN = 2AM \Rightarrow |x_2| = 2|x_1| \Leftrightarrow -x_2 = 2x_1$ (do $x_1 > 0, x_2 < 0$).

Vậy ta có:

$$a^{x_1} = b^{-2x_1} \Leftrightarrow x_1 \log a = -2x_1 \log b \Leftrightarrow \log a = -2 \log b \Leftrightarrow a = b^{-2} = \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow ab^2 = 1.$$

Câu 36: Đáp án A.



– Nếu $a=0$, hàm số trở thành $y = \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{2}} = \frac{-1}{(x + \sqrt{x^2 + 1})\sqrt{2}}$. Khi đó ta có

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ hay đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y=0$. Vậy $a=0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

– Nếu $a \neq 0$, ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{-\sqrt{a + \frac{2}{x^2}}} = \frac{2}{-\sqrt{a}}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{\sqrt{a + \frac{2}{x^2}}} = \frac{0}{\sqrt{a}}$. Để

đồ thị có tiệm cận ngang khi $a > 0$.

Vậy $a \geq 0$ là các giá trị cần tìm.

Câu 37: Đáp án D.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ (hình vẽ), ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$; $f'(x) < 0, \forall x \in (0; 2)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (2; 5)$.

Bảng biến thiên:

x	0	2	5
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	$f(0)$	$f(2)$	$f(5)$

Từ bảng biến thiên, suy ra $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$.

Lại có $f'(x) > 0, \forall x \in (2; 5) \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; 5)$. Suy ra $f(2) < f(3)$

Khi đó $f(5) - f(2) > f(5) - f(3)$, mà $f(5) - f(3) = f(0) - f(2)$ (giả thiết) nên ta có $f(5) - f(2) > f(0) - f(2) \Leftrightarrow f(5) > f(0)$. Như vậy $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$.

Câu 38: Đáp án A.

Cách 1: Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = x + yi, (a, b, x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Từ giả thiết, ta có } \begin{cases} |z_1| = 1 \\ |z_2| = 1 \\ |z_1 - z_2| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} = 1 \\ \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \\ \sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \\ (a^2 + b^2) + (x^2 + y^2) - (2ax + 2by) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \\ 2ax + 2by = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z_1 + z_2| = \sqrt{(a+x)^2 + (b+y)^2} = \sqrt{(a^2 + b^2) + (x^2 + y^2) + (2ax + 2by)} = \sqrt{3}.$$

Cách 2:

$$\text{Ta có } \begin{cases} |z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2) \cdot (\overline{z_1 - z_2}) = (z_1 - z_2)(\bar{z}_1 - \bar{z}_2) = |z_1|^2 + |z_2|^2 - (z_1 \cdot \bar{z}_2 + \bar{z}_1 \cdot z_2) \\ |z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2) \cdot (\overline{z_1 + z_2}) = (z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + (z_1 \cdot \bar{z}_2 + \bar{z}_1 \cdot z_2) \end{cases}$$

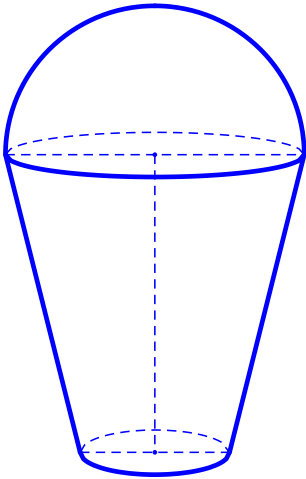
$$\text{Từ đó suy ra } |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{3}.$$

STUDY TIP

Với mọi số phức z , ta có:

$$|z|^2 = z \cdot \bar{z}$$

Câu 39: Đáp án B.



Thể tích V của một chiếc kem được tính bởi $V = V_1 + V_2$, trong đó:

– V_1 là thể tích của hình nón cụt có bán kính đáy lớn $R = 3,2(cm)$, bán kính đáy nhỏ $r = 0,8(cm)$ và chiều cao $h = 7,2(cm)$.

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr) = \frac{\pi \cdot 7,2}{3}(3,2^2 + 0,8^2 + 3,2 \cdot 0,8) = 32,256\pi (cm^3).$$

– V_2 là thể tích của nửa khối cầu bán kính $R = 3,2(cm)$.

$$\text{Suy ra } V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 3,2^3 = \frac{8192}{375} \pi (cm^3).$$

Khi đó $V = V_1 + V_2 = 32,256\pi + \frac{8192}{375} \pi = \frac{20288}{375} \pi (cm^3)$ là thể tích của mỗi chiếc kem. Vậy lượng kem cần dùng để sản xuất 1000 chiếc kem là:

$$1000V = \frac{20288}{375} \pi \cdot 10^3 (cm^3) = \frac{20288}{375} \pi (dm^3) \approx 170 (dm^3).$$

Câu 40: Đáp án D.

Các trục Ox, Oz có vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; a; b)$.

Từ giả thiết, ta có $\sin(Ox, (\alpha)) = \sin(Oz, (\alpha)) \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{i}, \vec{n}_{(\alpha)}) \right| = \left| \cos(\vec{k}, \vec{n}_{(\alpha)}) \right|$

$$\Leftrightarrow \frac{|\vec{i} \cdot \vec{n}_{(\alpha)}|}{|\vec{i}| \cdot |\vec{n}_{(\alpha)}|} = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{n}_{(\alpha)}|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{n}_{(\alpha)}|} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \Leftrightarrow |b| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta} = (1; -1; -1)$. Do $(\alpha) \parallel \Delta$ nên $\vec{u}_{\Delta} \cdot \vec{n}_{(\alpha)} = 0$

$$\Leftrightarrow 1 - a - b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1; a = 2 \\ b = 1; a = 0 \end{cases}$$

Thử lại ta thấy với $a = 0, b = 1$ thì $(\alpha): x + z - 1 = 0$ chứa đường thẳng Δ nên trường hợp này không thỏa mãn. Vậy $a = 2$.

Câu 41: Đáp án D.

$$\text{Ta có } f'(x) = (x^3 - 4x)(4^x - 1) = x(x - 2)(x + 2)(4^x - 1); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

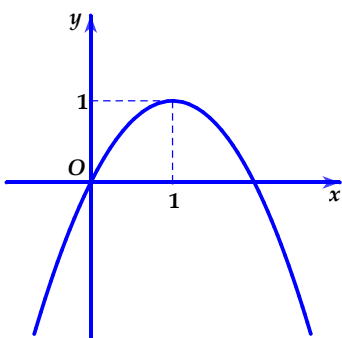
Lập bảng biến thiên của hàm số, ta thấy $f'(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (-2; 2)$. Như vậy, hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên $(-2; 2)$.

Câu 42: Đáp án A.

Đồ thị hình bên có dạng là một parabol (P) với phương trình

$$y = ax^2 + bx + c, (a < 0) \text{ có đỉnh } \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right).$$

Đồ thị đi qua điểm $(0; 0)$, có đỉnh $(1; 1)$ nên có hệ phương trình:



$$\begin{cases} 0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -2a \\ b^2 + 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -2a \\ 4a^2 + 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 0 \end{cases} \text{ do } a < 0.$$

Vậy phương trình (P): $y = -x^2 + 2x$ và thể tích khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left(\frac{4x^3}{3} - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15} \pi.$$

Câu 43: Đáp án A.

Đặt $AB = x, (x > 0) \Rightarrow BD = x\sqrt{2}$ (do ABCD là hình chữ nhật).

Ta có $SB = SD = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{2a^2 + x^2}$. Do $\triangle SBD$ đều nên $SB = BD = SD$

Suy ra $\sqrt{2a^2 + x^2} = x\sqrt{2} \Leftrightarrow 2a^2 + x^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 2a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}.$$

Câu 44: Đáp án B.

Điều kiện: $4^x > 1 \Leftrightarrow x > 0$.

Đặt $t = 4^x, (t > 1)$ thì phương trình có dạng: $\log_2 \frac{t-1}{t+1} = m$.

Xét hàm số $f(t) = \log_2 \frac{t-1}{t+1}$ trên $(1; +\infty)$. Ta có $f'(t) = \frac{2}{(t^2-1) \cdot \ln 2} > 0, \forall t \in (1; +\infty)$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Bảng biến thiên: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(t) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(t) = 0$.

t	1	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	$-\infty$	0

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi đồ thị hàm số $f(t)$ cắt đường thẳng $y = m$, với $t \in (1; +\infty)$. Quan sát bảng biến thiên, ta được $m < 0$ là các giá trị cần tìm.

Câu 45: Đáp án A.

Đặt $t = (x-1)^2 \geq 0$. Xét hàm số $t(x) = (x-1)^2$ trên $[-1; 2]$.

Ta có $t'(x) = 2(x-1); t'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Suy ra $t(-1) = 4; t(1) = 0; t(2) = 1$

Khi đó $0 \leq t(x) \leq 4$ hay $t \in [0; 4]$.

Hàm số đã cho trở thành $y = f(t) = |t + m - 1| \geq 0, \forall t \in [0; 4]$.

Có $\max_{x \in [-1; 2]} y = \max_{t \in [0; 4]} f(t) = \max_{t \in [0; 4]} \{f(0), f(4)\} = \max_{t \in [0; 4]} \{|m-1|, |m+3|\}$.

- Trường hợp 1: Nếu $\max_{[-1; 2]} y = |m-1|$ thì $\begin{cases} |m-1| \geq |m+3| \\ |m-1| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ |m-1| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow m = -4.$

– Trường hợp 2: Nếu $\max_{[-1;2]} y = |m+3|$ thì $\begin{cases} |m+3| \geq |m-1| \\ |m+3| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ |m+3| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$

Vậy các giá trị m tìm được thỏa mãn tập hợp $(-5; -2) \cup (0; 3).$

Câu 46: Đáp án A.

Ta có $w = \frac{z}{2+z^2} \Rightarrow \bar{w} = \frac{\bar{z}}{2+\bar{z}^2}$. Do w là số thực nên $w = \bar{w}$

Suy ra $\frac{z}{2+z^2} = \frac{\bar{z}}{2+\bar{z}^2} \Leftrightarrow z(2+\bar{z}^2) = \bar{z}(2+z^2) \Leftrightarrow 2(z-\bar{z}) = z\bar{z}(z-\bar{z})$
 $\Leftrightarrow (z-\bar{z})(z\bar{z}-2) = 0 \Leftrightarrow (z-\bar{z})(|z|^2-2) = 0 \Leftrightarrow |z|^2 = 2$ (do z không phải là số thực nên $z-\bar{z} \neq 0$).

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có $|z|^2 = x^2 + y^2 = 2$. Suy ra tập hợp các điểm $A(x; y)$ biểu diễn số phức z thỏa mãn bài toán là đường tròn (C) tâm $O(0; 0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Ta có $M = |z + 1 - i| = |(x+1) + (y-1)i| = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} = AB$ với $B(-1; 1)$. Để M đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow$ Đoạn thẳng AB đạt lớn nhất.

Nhận thấy $\begin{cases} A(x; y) \in (C) \\ B(-1; 1) \in (C) \end{cases}$ nên $AB_{\max} = 2R = 2\sqrt{2}$. Vậy $M_{\max} = 2\sqrt{2}$.

Câu 47: Đáp án A.

Công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp có cạnh bên

vuông góc với đáy: $R = \sqrt{R_{\text{đáy}}^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2}$, trong đó $R_{\text{đáy}}$, h lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy và chiều cao của hình chóp.

Ta có $\begin{cases} A'B' \perp A'C' \\ A'B' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow A'B' \perp (ACC'A') \Rightarrow A'B' \perp (MA'C')$.

Có $MA' = MC' = \sqrt{AA'^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$, $A'C' = AC = 2a$;

$S_{\Delta MA'C'} = S_{ACC'A'} - S_{\Delta AMA'} - S_{\Delta CMC'} = AC \cdot AA' - \frac{1}{2} AM \cdot AA' - \frac{1}{2} CM \cdot CC' = a^2$.

Gọi R_d là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\Delta MA'C'$.

Từ $S_{\Delta MA'C'} = \frac{MA' \cdot MC' \cdot A'C'}{4R_d} \Leftrightarrow R_d = \frac{MA' \cdot MC' \cdot A'C'}{4S_{\Delta MA'C'}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot 2a}{4a^2} = a$.

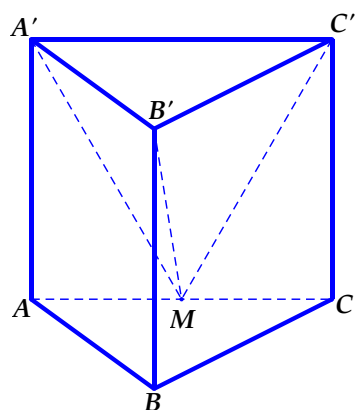
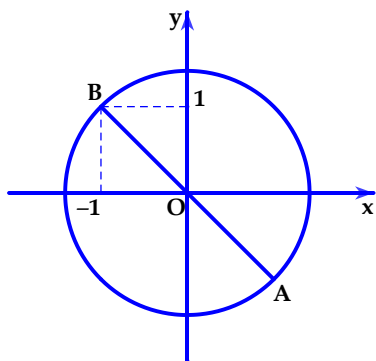
Hình chóp $M.A'B'C'$ có $B'A' \perp (MA'C')$ nên có bán kính mặt cầu ngoại tiếp là:

$R = \sqrt{R_d^2 + \left(\frac{A'B'}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 48: Đáp án C.

Gọi $I(x; y; z)$ là tâm của mặt cầu (S) . Theo bài ra, ta có $IA = d(I; (\alpha)) = d(I; (\beta))$

Từ $d(I; (\alpha)) = d(I; (\beta)) \Leftrightarrow |x + y + z - 6| = |x + y + z + 6| \Leftrightarrow x + y + z = 0$.



$$\text{Từ } (\alpha) \parallel (\beta) \text{ suy ra } IA = \frac{d((\alpha);(\beta))}{2} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12.$$

Suy ra tập hợp các điểm $I(x; y; z)$ là tâm của mặt cầu (S) là giao tuyến của mặt cầu $(S') : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z = 0$, cũng

$$\text{chính là hình tròn có bán kính } R = \sqrt{IA^2 - d^2(A; (P))} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 3.$$

Vậy diện tích của hình phẳng cần tính là $S = \pi R^2 = 9\pi$.

Câu 49: Đáp án C.

Ta có:

$$f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{dx}{\sqrt{3x+1}} = \int \frac{d(f(x))}{f(x)} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \sqrt{3x+1} = t \Rightarrow 3x = t^2 - 1 \Rightarrow 3dx = 2tdt.$$

$$\text{Khi đó } \int \frac{dx}{\sqrt{3x+1}} = \frac{2}{3} \int dt = \frac{2}{3} t + C = \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} + C \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), suy ra } \ln f(x) = \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} + C \quad (\text{do } f(x) > 0, \forall x \in (0; +\infty))$$

$$\Leftrightarrow f(x) = e^{\frac{2}{3} \sqrt{3x+1} + C}.$$

$$\text{Mặt khác do } f(1) = 1 \text{ nên } 1 = e^{\frac{4}{3} + C} \Leftrightarrow C = -\frac{4}{3} \Rightarrow f(5) = e^{\frac{8}{3} - \frac{4}{3}} \approx 3,794 \in (3; 4).$$

Câu 50: Đáp án B.

Gọi D là trung điểm của BC và E là trung điểm của BD . Khi đó $ME \parallel AD$, mà $AD \parallel A'N$ nên $ME \parallel A'N$. Suy ra bốn điểm A', M, E, N thuộc cùng một mặt phẳng.

Vậy $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại điểm $P \equiv E$.

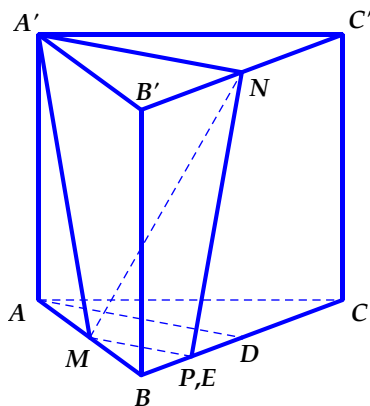
$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C'} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} S_{\triangle A'B'N} = S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle A'B'C'} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} \\ \frac{S_{\triangle MBP}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{BM}{BA} \cdot \frac{BP}{BD} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\triangle MBP} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{32} \end{cases}$$

Khối đa diện $MBP.A'B'N$ là một khối chóp cụt có hai đáy là $\triangle MBP$ và $\triangle A'B'N$, chiều cao $h = BB' = a$.

Vậy

$$V_{MBP.A'B'N} = \frac{BB'}{3} (S_{\triangle MBP} + S_{\triangle A'B'N} + \sqrt{S_{\triangle MBP} \cdot S_{\triangle A'B'N}}) = \frac{a}{3} \left(\frac{a^2 \sqrt{3}}{32} + \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} + \sqrt{\frac{a^2 \sqrt{3}}{32} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{8}} \right) \\ \Rightarrow V_{MBP.A'B'N} = \frac{7\sqrt{3}a^3}{96}.$$



STUDY TIP

Thể tích của khối chóp cụt được tính theo công thức:

$$V = \frac{h}{3} (B + B' + \sqrt{B \cdot B'})$$

Trong đó: h là chiều cao của hình chóp cụt; B, B' lần lượt là diện tích của hai đáy.