

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai tập hợp $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid n^2 < 24\}$ và $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 10, n \vdots 3\}$. Khi đó, tập $B \setminus A$ có bao nhiêu phần tử?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 2: Tập số nào được biểu diễn bởi phần không bị gạch trên trục số sau?

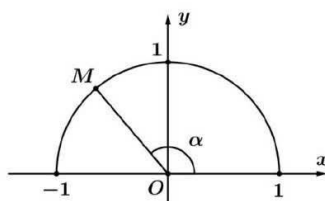


- A. $(-\infty; -3) \cup [2; +\infty)$. B. $(-\infty; -3] \cup (2; +\infty)$.
C. $[-3; 2)$. D. $(-3; 2)$.

Câu 3: Xét mệnh đề kéo theo T : "Hai số nguyên a và b đều chia hết cho 5 suy ra $a+b$ chia hết cho 5". Phát biểu nào dưới đây là đúng?

- A. $a+b$ chia hết cho 5 là điều kiện đủ để hai số nguyên a và b đều chia hết cho 5.
B. Hai số nguyên a và b đều chia hết cho 5 là điều kiện cần để $a+b$ chia hết cho 5.
C. Điều kiện đủ để hai số nguyên a và b đều chia hết cho 5 là $a+b$ chia hết cho 5.
D. Hai số nguyên a và b đều chia hết cho 5 là điều kiện đủ để $a+b$ chia hết cho 5.

Câu 4: Trên nửa đường tròn đơn vị, lấy điểm M sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ như hình dưới.



Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\tan \alpha > 0$. C. $\cos \alpha < 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

Câu 5: Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $\sin \widehat{BCA} = \frac{1}{4}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. 12. B. 16. C. 4. D. 8.

Câu 6: Cho góc α thỏa mãn $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. B. $\tan(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.
C. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. D. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

Câu 7: Cho góc α thỏa mãn $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, $\tan \alpha = -2$. Giá trị của $P = 2 \sin \alpha + \cos \alpha$ là

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 8: Xét mệnh đề chứa biến $P(n): "2n+1 > 5"$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

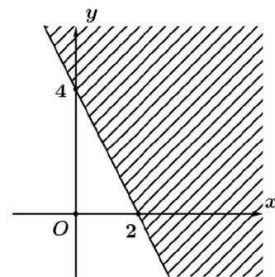
- A. $P(2)$. B. $P(5)$. C. $P(3)$. D. $P(4)$.

Câu 9: Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y \geq 3 \\ 2x-y < 6 \end{cases}$?

- A. $A(5;-1)$. B. $C(2;1)$. C. $D(3;-2)$. D. $B(4;-2)$.

Câu 10: Phần không bị gạch trong hình vẽ bên là miền nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A. $2x+y \leq 4$. B. $x+2y \leq 4$.
C. $2x-y < 8$. D. $x-2y \leq 8$.



Câu 11: Mệnh đề phủ định của mệnh đề $A: "\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0"$ là mệnh đề nào dưới đây?

- A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$. B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$. C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$. D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có $AB=2$, $AC=4$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Khi đó diện tích tam giác ABC bằng

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 4.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai (2 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Lớp 10A có 43 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Văn học, 17 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán học và 6 học sinh không tham gia câu lạc bộ nào (một học sinh có thể tham gia cả hai câu lạc bộ Văn học và Toán học).

- a) Có 37 học sinh trong lớp tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên.
b) Có 18 học sinh **không** tham gia câu lạc bộ Toán học.
c) Số học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ Toán học và Văn học ít hơn 4 bạn.
d) Số học sinh tham gia đúng một câu lạc bộ trong hai câu lạc bộ trên là 32 bạn.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{BCA} = 105^\circ$ và $BC = 4$.

- a) $\widehat{CAB} = 30^\circ$.
b) Độ dài cạnh CA là $4\sqrt{2}$.
c) Chu vi tam giác ABC (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) là 17,2.
d) Độ dài bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC lớn hơn $\frac{5}{4}$.

PHẦN III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho góc α thoả mãn $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = 3 \cot \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) \tan(90^\circ - \alpha)$$

(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2: Cho hai tập hợp $A = (-\infty; -1] \cup (4; +\infty)$ và $B = [-5; 10]$. Tập $A \cap B$ có bao nhiêu số nguyên?

Câu 3: Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 6$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt cạnh BC tại điểm D . Biết rằng $\widehat{BAD} = \widehat{CAD} = 30^\circ$, tính độ dài đoạn thẳng AD (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4: Một cửa hàng đồ ăn nhanh kinh doanh hai mặt hàng là gà rán và khoai tây chiên. Mỗi suất gà rán có giá bán 60 000 đồng, mỗi suất khoai tây chiên có giá bán 40 000 đồng. Cửa hàng cần đạt được tổng doanh thu ít nhất là một triệu đồng. Gọi x, y lần lượt là số suất gà rán và suất khoai tây chiên bán được, khi đó bất phương trình bậc nhất hai ẩn thể hiện điều kiện về doanh thu tối thiểu của cửa hàng là $3x + my \geq n$ (với m, n là các số thực). Giá trị của biểu thức $T = m^2 + n^2$ là bao nhiêu?

PHẦN IV: Tự luận (3 điểm). Thí sinh trình bày lời giải vào giấy kiểm tra từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1 (1,5 điểm): Cho các tập hợp $A = (-\infty; 3), B = [1; 7]$ và $T = \{x \in \mathbb{R} \mid 2m < x \leq m + 3\}$ với m là số thực.

a) Xác định và biểu diễn mỗi tập hợp $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, C_{\mathbb{R}}A$ trên trục số.

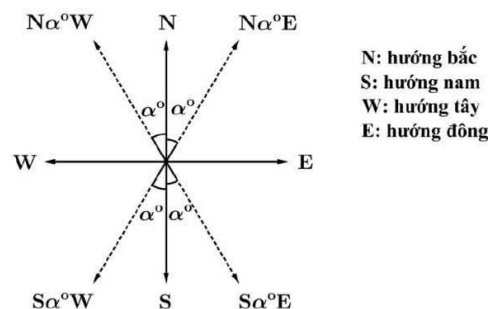
b) Tìm tất cả các giá trị của số thực m để $B \cap T \neq \emptyset$.

Câu 2 (1 điểm): Một công ty sản xuất hai loại thực phẩm X và Y. Nguyên liệu để sản xuất gồm hai loại là bột và đường, với lượng dự trữ tương ứng là 18 tấn bột, 15 tấn đường. Để sản xuất mỗi tấn thực phẩm loại X cần 0,3 tấn bột và 0,3 tấn đường. Để sản xuất mỗi tấn thực phẩm loại Y cần 0,4 tấn bột và 0,2 tấn đường. Biết rằng mỗi tấn thực phẩm loại X có giá bán 100 triệu đồng, mỗi tấn thực phẩm loại Y có giá bán 80 triệu đồng. Gọi x, y lần lượt là số tấn thực phẩm loại X và Y mà công ty đó sản xuất.

a) Lập hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn biểu thị các ràng buộc của bài toán.

b) Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ở câu a trên mặt phẳng tọa độ. Từ đó tìm doanh thu tối đa của công ty.

Câu 3 (0,5 điểm): Một tàu du lịch xuất phát từ cảng biển tại vị trí điểm A và đi thẳng theo hướng $S75^\circ E$ với vận tốc trung bình 50 hải lí/giờ. Sau hai giờ kể từ khi bắt đầu khởi hành, tàu du lịch bị hỏng động cơ nên trôi thẳng theo hướng Tây Nam ($S45^\circ W$) với vận tốc 10 hải lí/giờ. Ngay tại thời điểm hỏng động cơ, tàu du lịch đã gửi tín hiệu cứu hộ về cảng biển A và sau đó đúng 30 phút, một tàu cứu hộ xuất phát tại cảng biển A với vận tốc trung bình 74 hải lí/giờ để tiếp cận tàu du lịch. Tàu cứu hộ cần đi theo hướng nào để tiếp cận tàu du lịch nhanh nhất?



-----HẾT-----

- Thí sinh làm phần trắc nghiệm vào phiếu trả lời trắc nghiệm và thu đề cùng bài làm tự luận.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Lớp:

Chữ ký của giao viên coi thi:

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI & TOANMATH.com](#)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ (vì $n^2 < 24$ nên $-4 \leq n \leq 4$), $B = \{0; 3; 6; 9\}$. Suy ra $B \setminus A = \{6; 9\}$ có 2 phần tử. Chọn C.

Câu 2. Phần không bị gạch gồm các số x thỏa mãn $-3 \leq x < 2$, tức là tập $[-3; 2)$. Chọn C.

Câu 3. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ thì P là điều kiện đủ để có Q . Do đó "Hai số nguyên a và b đều chia hết cho 5 là điều kiện đủ để $a + b$ chia hết cho 5". Chọn D.

Câu 4. Điểm M nằm trong góc phần tư thứ hai nên $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khi đó $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$, $\tan \alpha < 0$, $\cot \alpha < 0$. Mệnh đề sai là $\tan \alpha > 0$. Chọn B.

Câu 5. Theo định lý sin: $\frac{AB}{\sin \widehat{BCA}} = 2R \Rightarrow 2R = \frac{4}{\frac{1}{4}} = 16 \Rightarrow R = 8$. Chọn D.

Câu 6. Hai góc bù nhau có sin bằng nhau: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$. Chọn D.

Câu 7. Vì $\tan \alpha = -2 < 0$ nên $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, suy ra $\cos \alpha < 0$. Ta có

$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 5 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Vậy $P = \frac{4}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.
Chọn B.

Câu 8. $P(2)$: " $2 \cdot 2 + 1 > 5$ " tức " $5 > 5$ " là mệnh đề sai. Chọn A.

Câu 9. Thay tọa độ các điểm vào hệ: $A(5; -1)$: $2 \cdot 5 - (-1) = 11 < 6$ sai; $C(2; 1)$: $2 + 1 = 3 \geq 3$ đúng, $2 \cdot 2 - 1 = 3 < 6$ đúng; $D(3; -2)$: $3 - 2 = 1 \geq 3$ sai; $B(4; -2)$: $4 - 2 = 2 \geq 3$ sai. Chọn B.

Câu 10. Đường thẳng đi qua $(0; 4)$ và $(2; 0)$ có phương trình $2x + y = 4$. Điểm $O(0; 0)$ thuộc phần không bị gạch và $2 \cdot 0 + 0 \leq 4$ đúng, đường thẳng được vẽ liền nên miền nghiệm là của bất phương trình $2x + y \leq 4$. Chọn A.

Câu 11. Phủ định của " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ " là " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$ ". Chọn A.

Câu 12. $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$. Chọn C.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1.

a) Số học sinh tham gia ít nhất một câu lạc bộ là $43 - 6 = 37$. Đúng.

b) Số học sinh không tham gia câu lạc bộ Toán học là $43 - 17 = 26$. Sai.

c) Số học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ là $25 + 17 - 37 = 5$, không ít hơn 4. Sai.

d) Số học sinh tham gia đúng một câu lạc bộ là $37 - 5 = 32$. Đúng.

Câu 2.

a) $\widehat{CAB} = 180^\circ - 45^\circ - 105^\circ = 30^\circ$. Đúng.

Kẻ đường cao CH (H thuộc đoạn AB vì $\hat{A}, \hat{B}$ nhọn). Tam giác BCH vuông cân tại H nên

$CH = BH = \frac{BC}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$. Tam giác ACH vuông tại H có $\hat{A} = 30^\circ$ nên $AC = 2CH = 4\sqrt{2}$,

$AH = CH\sqrt{3} = 2\sqrt{6}$. Suy ra $AB = AH + HB = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$.

b) $CA = 4\sqrt{2}$. Đúng.

c) Chu vi tam giác ABC là $4 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} = 4 + 6\sqrt{2} + 2\sqrt{6} \approx 17,38 \approx 17,4$. Sai.

d) $S = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} (2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{3} + 4$, nửa chu vi $p = 2 + 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$. Bán kính đường

tròn nội tiếp $r = \frac{S}{p} = \frac{4\sqrt{3} + 4}{2 + 3\sqrt{2} + \sqrt{6}} \approx 1,257 > \frac{5}{4}$. Đúng.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha > 0$, $\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2\sqrt{2}$. Ta có

$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$. Do đó

$A = 3 \cot \alpha - \cos \alpha \cdot \cot \alpha = 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} - \frac{8}{3} \approx 5,82$. Đáp số: 5,82.

Câu 2. $A \cap B = [-5; -1] \cup (4; 10]$. Các số nguyên thuộc $A \cap B$ là $-5; -4; -3; -2; -1$ và $5; 6; 7; 8; 9; 10$, gồm 11 số. Đáp số: 11.

Câu 3. Ta có $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $S_{ABC} = S_{ABD} + S_{ACD}$ nên

$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot AD \cdot \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot AD \cdot \sin 30^\circ \Leftrightarrow 6\sqrt{3} = \frac{5}{2} AD \Leftrightarrow AD = \frac{12\sqrt{3}}{5} \approx 4,16$. Đáp số: 4,16.

Câu 4. Doanh thu là $60000x + 40000y$ (đồng). Điều kiện:

$60000x + 40000y \geq 1000000 \Leftrightarrow 3x + 2y \geq 50$. Suy ra $m = 2$, $n = 50$, $T = 2^2 + 50^2 = 2504$. Đáp số: 2504.

PHẦN IV. TỰ LUẬN.

Câu 1.

a) $A \cup B = (-\infty; 7]$, $A \cap B = [1; 3)$, $A \setminus B = (-\infty; 1)$, $C_{\mathbb{R}}A = [3; +\infty)$. Biểu diễn trên trục số: với mỗi tập, gạch bỏ phần không thuộc tập đó, dùng dấu "[" hoặc "]" tại đầu mút được lấy và dấu "(" hoặc ")" tại đầu mút không được lấy.

b) $T = (2m; m + 3]$. Hai tập $B = [1; 7]$ và T có phần tử chung khi và chỉ khi $T \neq \emptyset$, mút phải của T

$$\text{không nhỏ hơn 1 và mút trái của } T \text{ nhỏ hơn 7, tức là } \begin{cases} 2m < m + 3 \\ m + 3 \geq 1 \\ 2m < 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \geq -2 \\ m < \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < 3.$$

Vậy $-2 \leq m < 3$.

Câu 2.

a) Điều kiện $x \geq 0$, $y \geq 0$. Lượng bột cần dùng là $0,3x + 0,4y \leq 18$, lượng đường cần dùng là

$$0,3x + 0,2y \leq 15. \text{ Hệ bất phương trình: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 4y \leq 180 \\ 3x + 2y \leq 150 \end{cases}.$$

b) Miền nghiệm của hệ là tứ giác $OMNP$ (kể cả biên) với $O(0;0)$, $M(0;45)$, $N(40;15)$, $P(50;0)$, trong đó N là giao điểm của hai đường thẳng $3x + 4y = 180$ và $3x + 2y = 150$.

Doanh thu $F = 100x + 80y$ (triệu đồng). Ta có $F(0;0) = 0$, $F(0;45) = 3600$, $F(40;15) = 4000 + 1200 = 5200$, $F(50;0) = 5000$.

Vậy doanh thu tối đa là 5200 triệu đồng, đạt được khi sản xuất 40 tấn thực phẩm X và 15 tấn thực phẩm Y.

Câu 3. Gọi B là vị trí tàu du lịch hỏng động cơ, C là vị trí tàu cứu hộ tiếp cận tàu du lịch, t (giờ) là thời gian tàu cứu hộ di chuyển ($t > 0$).

$$\text{Ta có } AB = 50 \cdot 2 = 100 \text{ (hải lý)}, BC = 10 \left(t + \frac{1}{2} \right) = 10t + 5, AC = 74t.$$

Tại B , hướng BA là $N75^\circ W$, hướng BC là $S45^\circ W$ nên $\widehat{ABC} = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$.

Theo định lí côsin: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 60^\circ$

$$\Leftrightarrow (74t)^2 = 10000 + (10t + 5)^2 - 100(10t + 5)$$

$$\Leftrightarrow 5376t^2 + 900t - 9525 = 0 \Leftrightarrow 1792t^2 + 300t - 3175 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{4} \text{ (nhận) hoặc } t < 0 \text{ (loại)}.$$

Suy ra $AC = 92,5$, $BC = 17,5$. Khi đó

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{10000 + 8556,25 - 306,25}{2 \cdot 100 \cdot 92,5} = \frac{73}{74} \Rightarrow \widehat{BAC} \approx 9,43^\circ.$$

Tàu du lịch trôi theo hướng Tây Nam nên điểm C và hướng Nam từ A nằm cùng phía đối với đường thẳng AB . Do đó tia AC nằm giữa hướng Nam và tia AB , hợp với hướng Nam một góc $75^\circ - 9,43^\circ = 65,57^\circ$ về phía Đông.

Vậy tàu cứu hộ cần đi theo hướng khoảng $S65,57^\circ E$ (sau 1,25 giờ sẽ tiếp cận được tàu du lịch).

----- **HẾT** -----