

HOÀNG
TRỌNG NGHĨA

ĐỀ SỐ 01

BỘ 05 ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1 LỚP 12

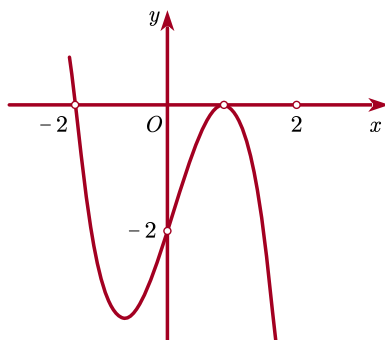
Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. [HTN] Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x + 2$.

B. $y = x^3 - 3x - 2$.

C. $y = -x^2 + 2$.

D. $y = -x^3 + 3x - 2$.

Câu 2. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+		-	0	+
y	$-\infty$	5	-2	$+\infty$	

Hỏi trên đoạn $[0; 2]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào?

A. $x = 0$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 5$.

Câu 3. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			1		-3		$+\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

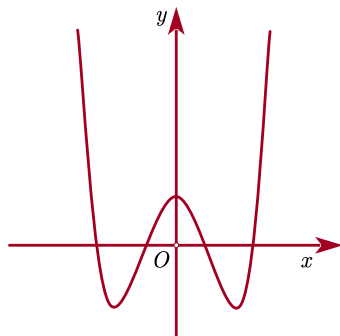
A. $x = 2$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(2; -3)$.

D. $(-3; 2)$.

Câu 4. [HTN] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^3 + 3x + 1$.

B. $y = x^4 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Câu 5. [HTN] Thống kê số tuổi (đơn vị: năm) các loài cây được trồng trên một con phố, người ta thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Số tuổi	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Số cây	12	8	10	6	4	3	2	2

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 23,5.

B. 23.

C. 24.

D. 24,5.

Câu 6. [HTN] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-1	4	-1		$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $(0;1)$.

D. $(-1;1)$.

Câu 7. [HTN] Thống kê điểm kiểm tra môn Toán của 40 học sinh lớp 12A, thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm số	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	2	3	28	7

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $[2;4)$.

B. $[8;10)$.

C. $[4;6)$.

D. $[6;8)$.

Câu 8. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4$ và

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng $y = 4$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

B. Đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

C. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

D. Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 9. [HTN] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, tổng $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{DB'}$.

C. $\overrightarrow{BD'}$.

D. $\overrightarrow{DB}$.

Câu 10. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int f(x) dx = 10x^4 + \sin x + C$. Mệnh nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 40x^3 + \cos x$.

B. $f(x) = 2x^5 - \cos x$.

C. $f(x) = 40x^3 - \cos x$.

D. $f(x) = 2x^5 + \cos x$.

Câu 11. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(3; 7; 5)$ và $K(-1; -5; -7)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{BK}$ là

A. $(-1; -12; -12)$.

B. $(4; 12; 12)$.

C. $(-4; -10; -12)$.

D. $(-4; -12; -12)$.

Câu 12. [HTN] Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\frac{5x^4}{4} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ xác định trên $(0; +\infty)$

và thỏa mãn $F(1) = \frac{5}{2}$. Tìm hàm số $F(x)$.

A. $F(x) = -\frac{x^5}{4} + 2\sqrt{x}$.

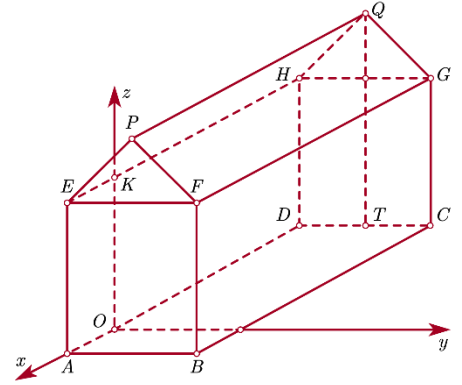
B. $F(x) = -\frac{x^5}{4} + \sqrt{x} + \frac{7}{4}$.

C. $F(x) = -\frac{x^5}{4} + 2\sqrt{x} + \frac{3}{4}$.

D. $F(x) = -4x^5 + 2\sqrt{x} + \frac{9}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. [HTN] Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6$ m; $AE = 5$ m; $AD = 8$ m; $QT = 7$ m. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2$ m và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây. Khi đó:



Phát biểu	Đ	S
Toạ độ điểm Q là $(-6; 3; 5)$.	☐	☐
Véc tơ $\overrightarrow{OC}$ có toạ độ là $(-6; 6; 0)$.	☐	☐
Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O . Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}$ m.	☐	☐
Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 130.000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là 3.750.000 đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các miếng tôn, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).	☐	☐

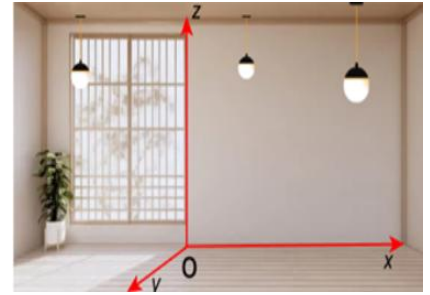
Câu 14. [HTN] Điểm trung bình môn Toán cuối năm của các học sinh lớp 12A và 12B được thống kê trong bảng sau:

Điểm trung bình	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10)$
12A	1	0	11	22	6
12B	0	6	8	14	12

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

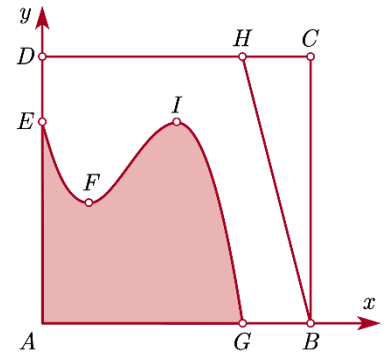
Phát biểu	Đ	S
Lớp 12A có 28 học sinh có điểm trung bình môn Toán cuối năm từ 8 trở lên.	☐	☐
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A (làm tròn đến hàng phần trăm) là 0,72.	☐	☐
Dựa vào độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thống kê ghép nhóm, thì lớp 12A có điểm trung bình môn toán cuối năm ít phân tán hơn lớp 12B.	☐	☐
Giả sử chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ lớp 12A để tham gia một cuộc thi Toán. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có ít nhất 3 học sinh có điểm trung bình môn Toán cuối năm từ 8 trở lên là 0,654 (Làm tròn đến hàng phần nghìn).	☐	☐

Câu 15. [HTN] Một công ty cần lắp đặt hệ thống đèn chiếu sáng trong một căn phòng hình hộp chữ nhật có chiều cao $3m$ để đảm bảo độ sáng tối ưu ở từng vị trí trong phòng. Hệ thống đèn bao gồm ba chiếc đèn đặt tại các vị trí $A(1,2,3)$, $B(4,-2,2)$, và $C(0,3,1)$ trong không gian với đơn vị là mét, mặt phẳng Oxy trùng với sàn nhà như hình vẽ. Công ty muốn tính toán vị trí của điểm $P(x,y,z)$ ở trên trần nhà trong phòng điểm P phải nằm cách đều ba điểm A , B , và C .



Phát biểu	Đ	S
Mặt phẳng trung trực của AB là $3x - 4y - z = 5$.	☐	☐
Lấy vị trí đặt đèn là D để $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $D(3,-1,1)$.	☐	☐
P là trọng tâm tam giác ABC và cách đều A, B, C .	☐	☐
Tọa độ $P(x,y,z)$ thỏa mãn $x - 2y + z = 18$.	☐	☐

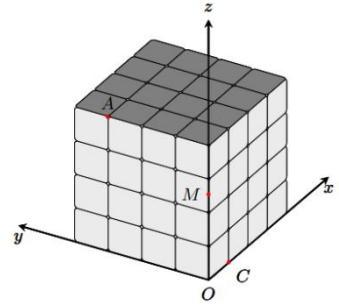
Câu 16. [HTN] Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12m$. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong (phần tô đậm) và một lối đi là đoạn thẳng HB . Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là $1m$, thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3m$ và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là $2m$ và $6m$.



Phát biểu	Đ	S
Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.	☐	☐
Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x+2)(x+6)$.	☐	☐
Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB .	☐	☐
Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng $2,56m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).	☐	☐

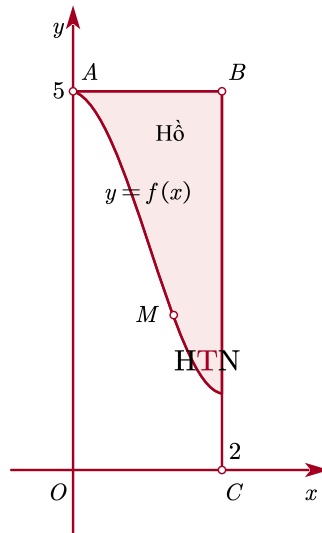
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. [HTN] Một khối rubik 4×4 được gắn với hệ toạ độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ như hình vẽ. Một con kiến đang ở điểm A trên khối rubik muốn bò trên bề mặt khối rubik để đi đến điểm C . Biết rằng con kiến di chuyển theo các đoạn thẳng từ A đến $M(0;0;m)$ rồi từ M đến C . Khi đường di chuyển của con kiến là ngắn nhất thì giá trị $m^2 + 670m + 5$ bằng bao nhiêu? (Xem như các kẽ hở trên khối rubik là không đáng kể).



Kết quả:

Câu 18. [HTN] Một khu vườn hình chữ nhật $OABC$ được mô hình hoá như hình vẽ bên cạnh, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét. Người ta đào một hồ sen giới hạn bởi các đường thẳng AB , BC và đường cong bậc ba $y = f(x)$. Biết hàm bậc ba $y = f(x)$ có hai điểm cực trị $A(0;5)$ và $D(2;1)$. Từ điểm M trên bờ hồ $y = f(x)$, người ta mở đường đi đến hai cạnh OA , OC . Tìm hoành độ điểm M để tổng chiều dài con đường ngắn nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Kết quả:

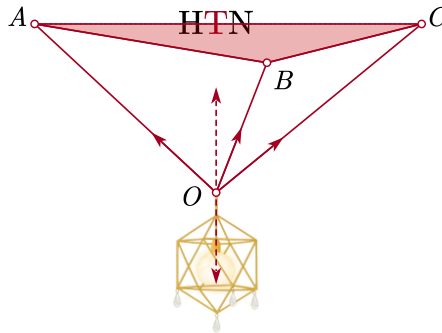
Câu 19. [HTN] Một nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B, nhà máy A chỉ bán sản phẩm cho nhà máy B và nhà máy B cam kết thu mua hết số sản phẩm mà nhà máy A sản xuất được. Nhà máy A có khả năng sản xuất được tối đa là 200 tấn sản phẩm trong 1 tháng. Nếu bán ra x tấn sản phẩm cho nhà máy B thì giá bán mỗi tấn sản phẩm là $50 - 0,0002x^2$ triệu đồng. Trong một tháng nhà máy



A phải chi phí cho nhân công và chi cho khấu hao máy móc một lượng cố định là 150 triệu đồng, ngoài ra khi sản xuất mỗi tấn sản phẩm thì nhà máy phải chi phí thêm cho mua nguyên liệu là 39 triệu đồng. Biết rằng nhà máy A phải nộp 5% doanh thu cho cơ quan thuế. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu tháng để lợi nhuận sau thuế (lợi nhuận sau khi đã trừ tiền thuế) của nhà máy A đạt trên 10 tỷ đồng (đơn vị tính là tỉ đồng và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Kết quả:

Câu 20. [HTN] Người ta treo một chiếc đèn trang trí có trọng lượng 200N lên trần nhà bằng ba sợi dây không giãn, bằng nhau tại ba điểm A, B, C tạo thành tam giác đều. Mỗi sợi dây tạo với mặt phẳng trần nhà một góc 30° đến được giữ ở trạng thái cân bằng (tham khảo hình vẽ). Hãy tính lực căng trong mỗi sợi dây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



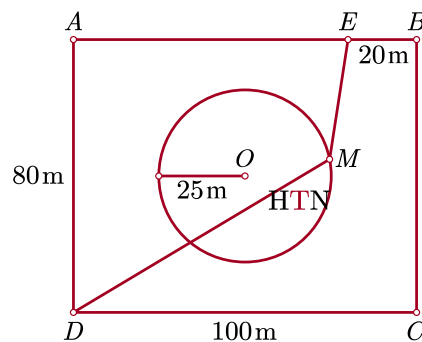
Kết quả:

Câu 21. [HTN] Trong lễ tổng kết năm học 2024-2025, lớp 10A nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách Toán, 7 cuốn sách Vật lý, 8 cuốn sách Hoá học, các sách cùng môn là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh giỏi trong lớp, mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học. Hoà và Bình là hai trong số 10 học sinh đó. Tính xác suất để phần quà được chia của Hoà và Bình giống nhau.



Kết quả:

Câu 22. [HTN] Trên sân vận động, người ta tổ chức một cuộc thi chạy thông minh. Sân vận động là hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 100\text{m}$ và $CD = 80\text{m}$. Ở chính giữa sân người ta vẽ một hình tròn có tâm trùng với tâm của hình chữ nhật, bán kính bằng 25m như hình vẽ.



Lấy E là một vị trí trên cạnh AB sao cho $EB = 20\text{m}$. Mỗi vận động viên cần xuất phát từ một điểm M trên đường tròn và chạy theo cung đường $MDCBEMD$. Vận động viên thắng cuộc là người chạy với quãng đường ngắn nhất. Tính độ dài quãng đường ngắn nhất vận động viên phải chạy (đơn vị m, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Kết quả:

HOÀNG
TRỌNG NGHĨA

ĐỀ SỐ 02

BỘ 05 ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1 LỚP 12

Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; -5)$. Tọa độ của điểm A' đối xứng với A qua trục Oy là

- A. $(2; -3; 5)$. B. $(2; -3; -5)$. C. $(-2; 3; 5)$. D. $(-2; -3; 5)$.

Câu 2. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

- A. -2 . B. -1 . C. 3 . D. 4 .

Câu 3. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 4. [HTN] Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. $y = 2$. B. $y = -3$. C. $y = 1$. D. $y = -2$.

Câu 5. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 8 . B. -6 . C. 0 . D. 6 .

Câu 6. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$ và $\vec{v} = (0; -1; 0)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng

- A. 120° . B. 135° . C. 60° . D. 45° .

Câu 7. [HTN] Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 8. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; -2)$ và $B(2; -1; 0)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(3; 0; -2)$. B. $(1; 2; 2)$. C. $(1; -2; 2)$. D. $(-1; 2; -2)$.

Câu 9. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

- A. $(2; -3; -1)$. B. $(-2; -1; -3)$. C. $(-3; 2; -1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 10. [HTN] Trong không gian với một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), một công ty xây dựng cần xác định chiều dài của một sợi dây cáp nối giữa hai điểm cao trên hai tòa nhà để lắp đặt hệ thống điện. Tòa nhà thứ nhất có đỉnh ở vị trí $A(3; 5; 12)$ và tòa nhà thứ hai có đỉnh ở vị trí $B(8; 2; 20)$. Hỏi công ty cần chuẩn bị sợi dây cáp có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu mét để nối hai đỉnh tòa nhà (làm tròn đến hàng đơn vị)?

- A. 12. B. 11. C. 10. D. 9.

Câu 11. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-3		$+\infty$
	$-\infty$						

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

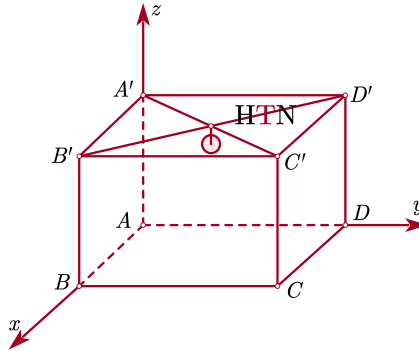
- A. 3. B. -2. C. 4. D. -3.

Câu 12. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(-1; 2; -1)$. B. $(3; 4; -3)$. C. $(1; -2; 1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. [HTN] Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 6m$, $AD = 7m$, $AA' = 3,5m$. Một bóng đèn được treo ở vị trí chính giữa trần nhà của phòng học và cách trần nhà $0,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc O trùng với điểm A , các điểm B , D , A' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz .



Phát biểu	Đ	S
Điểm D có tọa độ là $(0; 7; 0)$.	☐	☐
Các điểm C, D có tung độ bằng nhau.	☐	☐
Vectơ $\overrightarrow{C'D'}$ có tọa độ $(6; 0; 0)$.	☐	☐
Bóng đèn nằm tại vị trí có tọa độ $(3; 3,5; 3,5)$.	☐	☐

Câu 14. [HTN] Trong một trận đấu bóng đá, một cầu thủ hậu vệ A đang có bóng ở phần sân nhà và quyết định chuyền bóng cho tiền đạo B của đội mình. Giả sử tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quả bóng bắt đầu rời khỏi chân của hậu vệ A . Do đường chuyền bị lỗi nên sau khi chuyền, quả bóng bay lên và chạm mặt sân lần đầu tiên ở giây thứ tư, rồi lại bay lên và chạm mặt sân lần thứ hai ở giây thứ sáu. Độ cao tính bằng mét của quả bóng so với mặt sân ở giây thứ t , $(0 \leq t \leq 6)$ được cho bởi



$$\text{hàm số liên tục } h(t) = \begin{cases} -t^2 + at & \text{khi } 0 \leq t \leq 4 \\ -2t^2 + bt + c & \text{khi } 4 < t \leq 6 \end{cases}$$

Phát biểu	Đ	S
$h(4) = h(6)$.	☐	☐
$a = 3, b = -2, c = 2$.	☐	☐
$h'(2) = h'(5)$.	☐	☐
Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được so với mặt sân trong 6 giây đầu là 3 mét.	☐	☐

Câu 15. [HTN] Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 90 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho tia Ox hướng về phía tây, tia Oy hướng về phía nam, tia Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 1) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí M cách mặt đất 10 km, cách 200 km về phía đông và 300 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.



Hình 1

Phát biểu	Đ	S
Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không thể phát hiện được máy bay tại vị trí M .	☐	☐
Vị trí M có tọa độ $(200; 300; 10)$.	☐	☐
Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).	☐	☐
Radar ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0,09)$.	☐	☐

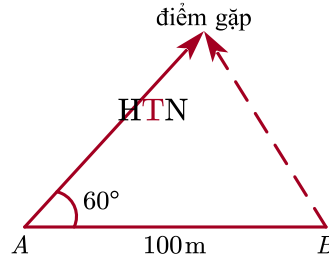
Câu 16. [HTN] Thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$
Số học sinh tổ 1	4	1	3	1
Số học sinh tổ 2	2	5	3	0

Phát biểu	Đ	S
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1 là 60.	☐	☐
Xét mẫu số liệu thời gian học của tổ 2 ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 32.	☐	☐
Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ học đồng đều của các em học sinh tổ 1, tổ 2. Tổ nào có phương sai, độ lệch chuẩn thấp hơn thì được coi là tổ đó học đồng đều hơn. Theo quan điểm trên, thì tổ 1 học đồng đều hơn tổ 2.	☐	☐
Cô giáo chọn ngẫu nhiên 2 bạn từ tổ 1 và 2 bạn từ tổ 2 trong nhóm học sinh học Toán ở nhà từ 20 – 60 phút lên bảng làm bài và xếp 4 bạn thành một hàng ngang. Xác suất để hai bạn tổ 1 không đứng cạnh nhau là 0,5.	☐	☐

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. [HTN] Hai bạn An và Bình trượt patin trên một mặt sân phẳng, rộng hiện đang lần lượt ở các điểm A và B . Khoảng cách giữa hai người lúc này là 100 m , sau đó cùng lúc An trượt đi với tốc độ 8 m/s theo hướng tạo với AB góc 60° và Bình trượt đi theo hướng gặp được An với vận tốc không đổi. Hỏi vận tốc tối thiểu của Bình là bao nhiêu mét/giây để An và Bình gặp nhau? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



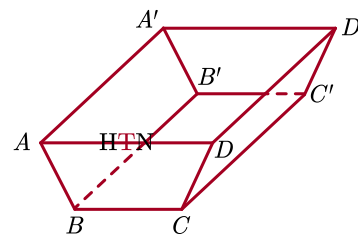
Kết quả:

Câu 18. [HTN] Một máy bay mô hình X xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động thẳng đều đến điểm $B(22;-9;6)$ trong vòng 4 giây (đơn vị trên mỗi trục là một mét). Sau đó máy bay vẫn duy trì hướng và tốc độ không đổi. Khi máy bay X đang ở điểm B , tại vị trí $C(21;-18;6)$ người ta bắn ra một viên đạn và bay trúng máy bay X . Hỏi vận tốc tối thiểu của viên đạn là bao nhiêu? (bỏ qua sức cản không khí và trọng lực, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Kết quả:

Câu 19. [HTN] Để trang trí sân thượng ngôi nhà, ông Minh muốn đặt xường làm các chậu trồng rau dài $63,5\text{ (cm)}$, mặt cắt vuông góc với chiều dài chậu là một hình thang cân có đáy nhỏ là 19 (cm) và cạnh bên là $19,5\text{ (cm)}$ sao cho thể tích chậu là lớn nhất. Ông Minh lắp các chậu trên tối đa bao nhiêu mét khối đất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



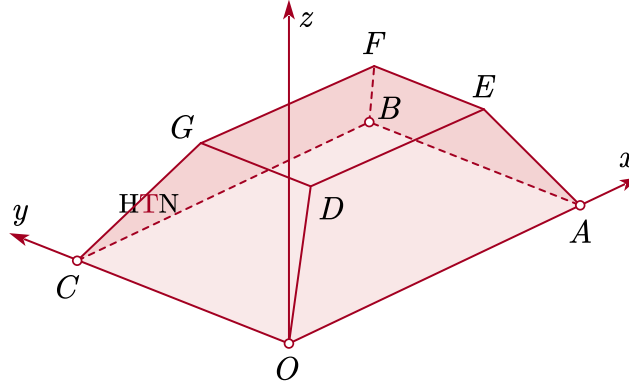
Kết quả:

Câu 20. [HTN] Một giỏ hoa treo trong nhà làm bằng 3 sợi dây không giãn, mỗi sợi dài 60 (cm) miếng kệ là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính 20 (cm) , ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều (giả sử mỗi thắt của 3 sợi dây và mỗi nối của mỗi sợi dây với miếng gỗ không đáng kể). Biết lực chịu đựng của mỗi sợi dây bằng nhau và mỗi sợi chịu không quá 15 N trọng lượng của miếng giá gỗ là 5 N . Tính trọng lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt (đơn vị N , kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Kết quả:

Câu 21. [HTN] Hình vẽ bên minh họa hình ảnh một toà nhà trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Biết $OABC.DEFG$ là hình chóp cắt đều có $OA = 100m$, các cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc α với $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Biết rằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy bằng 35 mét. Toạ độ điểm $F(a; b; c)$. Tính tổng $a + b + c$.



Kết quả:

Câu 22. [HTN] Nam đang dự tính ghi danh học các lớp kỹ năng Anh ngữ, kỹ năng giao tiếp, kỹ năng quản lí v.v... tại một Hệ thống giáo dục trong thành phố, nơi mỗi lớp học chỉ học một lần mỗi tuần. Anh ta đang chọn giữa 30 lớp học không trùng nhau. Có 6 lớp để lựa chọn cho mỗi ngày trong tuần, từ thứ Hai đến thứ Sáu. Sau nhiều ngày cân nhắc và tìm kiếm lời khuyên, Nam vẫn chưa thể đưa ra lựa chọn phù hợp. Sau cùng anh quyết định đăng ký 7 lớp được chọn ngẫu nhiên trong số 30 lớp đó, với mọi lựa chọn



là đồng khả năng. Xác suất để Nam có lớp học vào các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu bằng $\frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m + n$.

Kết quả:

HOÀNG
TRỌNG NGHĨA

ĐỀ SỐ 03

BỘ 05 ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1 LỚP 12

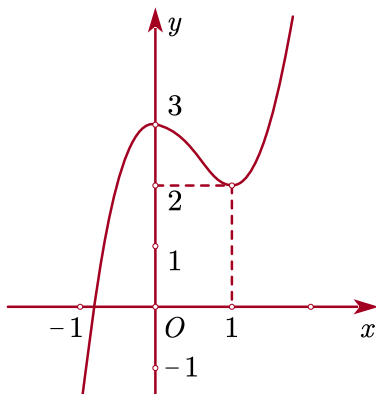
Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 2. [HTN] Một nhân viên thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 10 năm tuổi được trồng ở lâm trường Bến En theo bảng sau.

Đường kính	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$	$[60; 65)$
Tần số	4	8	13	6	4

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

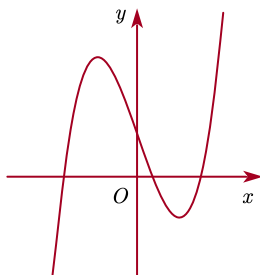
A. 20.

B. 53.

C. 25.

D. 30.

Câu 3. [HTN] Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



A. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = \frac{x^2 + 3}{x + 2}$.

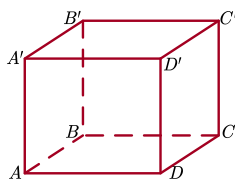
Câu 5. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3; 0; 8)$ và $D(-5; -4; 0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

A. 6.

B. 12.

C. $5\sqrt{2}$.D. $6\sqrt{2}$.

Câu 4. [HTN] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây bằng với $\overrightarrow{AA'}$?



- A. $\overrightarrow{CC'}$. B. $\overrightarrow{A'C}$. C. $\overrightarrow{D'D}$. D. $\overrightarrow{AD'}$.

Câu 6. [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; -2; 1)$, $B(1; 3; -2)$. Xác định tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

- A. $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$. B. $\overrightarrow{AB} = (-1; -5; 3)$. C. $\overrightarrow{AB} = (0; -6; -2)$. D. $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -3)$.

Câu 7. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	6	2	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -2 . B. 2 . C. 0 . D. 6 .

Câu 8. [HTN] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $y = 4$. D. $x = 4$.

Câu 9. [HTN] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

- A. -4 . B. -1 . C. 3 . D. 0 .

Câu 10. [HTN] Hàm số $y = x^3 - 3x - 2025$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(0; 3)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; 3)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 11. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 1; -5)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(3; 0; -5)$. D. $(0; 0; -5)$.

Câu 12. [HTN] Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau

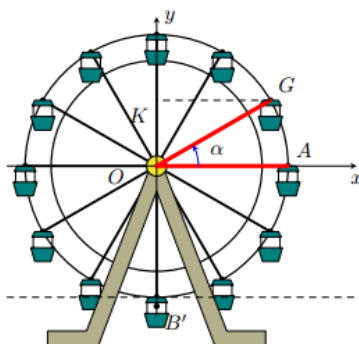
Nhóm	$[1; 5)$	$[5; 9)$	$[9; 13)$	$[13; 17)$	$[17; 21)$
Tần số	4	8	13	6	4

Phương sai của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 4,58. B. 10,7. C. 21. D. 20,98.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. [HTN] Xét khoảng cách từ tâm của một guồng nước Pù Luông đến mặt nước và bán kính của guồng đều bằng 2,5m. Xét gàu G của guồng, ban đầu gàu của guồng ở vị trí G như hình vẽ.



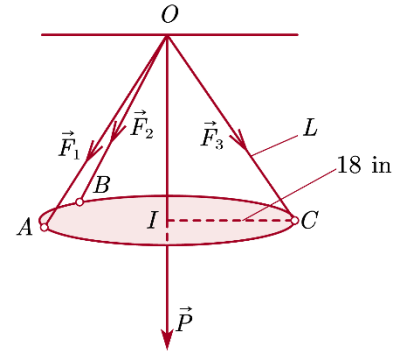
Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

Phát biểu	Đ	S
Chiều cao của gàu G so với mặt nước là $h = KB'$.	☐	☐
Hàm số h biểu diễn chiều cao tính bằng mét của gàu G so với mặt nước theo góc $\alpha = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OG})$ là $h(\alpha) = 2,5(1 + \sin \alpha)$.	☐	☐
Guồng nước quay hết mỗi vòng trong 30s. Khi đó góc quay của gàu G là $\alpha = \omega t = \frac{\pi}{30}t(\text{rad})$.	☐	☐
Trong 1 phút đầu tiên, có 4 thời điểm mà khoảng cách giữa gàu và mặt nước đạt giá trị lớn nhất.	☐	☐

Câu 14. [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;3;0)$, $B(1;2;3)$, $C(-1;2;0)$ và $D(2;4;0)$.

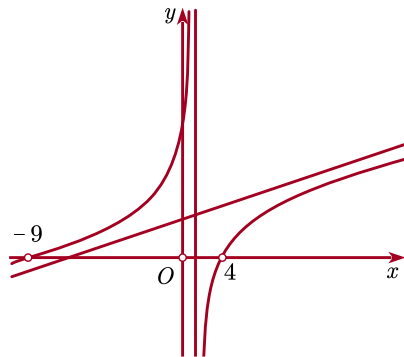
Phát biểu	Đ	S
Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; 1\right)$.	☐	☐
Góc giữa 2 vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ xấp xỉ bằng 113° .	☐	☐
Gọi $H(x_0; y_0; z_0)$ là trực tâm của tam giác ACD thì $3x_0 - y_0 + 2024z_0 = 6$.	☐	☐
Gọi M là điểm sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $M\left(\frac{9}{4}; \frac{11}{4}; \frac{5}{4}\right)$.	☐	☐

Câu 15. [HTN] Một chiếc đèn tròn tâm I được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho $\triangle ABC$ đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng l . Trọng lượng của chiếc đèn là $24N$ và bán kính của chiếc đèn là 18inch ($1\text{inch} = 2,54\text{cm}$). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó $F = F(l)$ là một hàm số với biến số l .



Phát biểu	Đ	S
$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 3\vec{OI}$.	☐	☐
Công thức tính hàm số $F = F(l) = \frac{18l}{\sqrt{l^2 - 18^2}} (N)$.	☐	☐
Khi mỗi sợi dây có chiều dài là 45inch thì lực căng mỗi sợi dây là $\frac{40\sqrt{21}}{21} (N)$.	☐	☐
Biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $10N$. Chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là 30inch .	☐	☐

Câu 16. [HTN] Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị như hình vẽ.

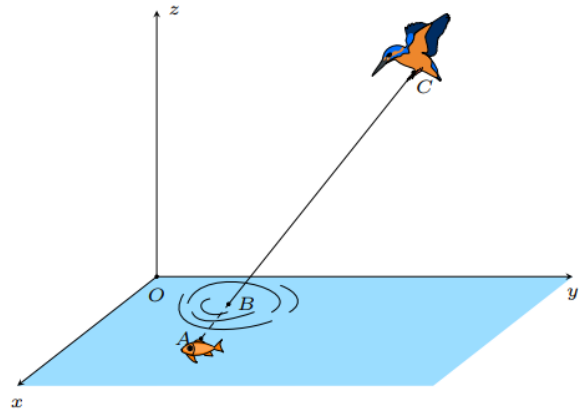


Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Phát biểu	Đ	S
$a > 0$.	☐	☐
$d > 0$.	☐	☐
$c < 0$.	☐	☐
$b > 0$.	☐	☐

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. [HTN] Đến với hồ Xuân Hương (viên ngọc xanh giữa lòng Đà Lạt), bạn có thể ngắm cảnh mặt hồ yên tĩnh, làn nước trong xanh như ngọc, phản chiếu quang cảnh hai bên bờ. Ngồi trên chiếc thuyền con vịt ngỗng nghìn, du khách quan sát thấy một con chim bói cá đang lượn trên không để săn mồi. Đặt hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và trục Oz hướng thẳng đứng. Lúc bay ở vị trí điểm C cách mặt nước $2,5m$, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $5m$

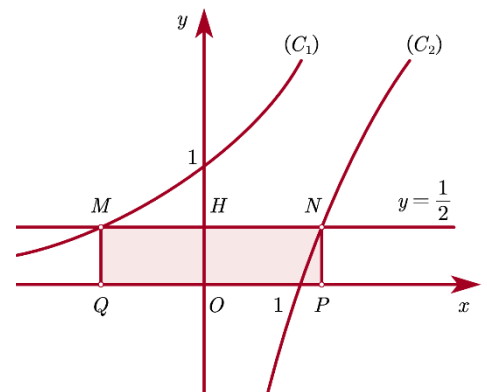


và $3m$ thì chim bói cá phát hiện con cá tại vị trí A cách mặt nước $0,9m$ và cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $4m$ và $3,5m$. Biết rằng khi phát hiện con mồi, ngay lập tức chim bói cá phóng thẳng xuống rồi đớp được con cá và tại tọa độ điểm $B(x;y;z)$ là lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước.

Tính tỉ số $\frac{x}{y}$ (đơn vị đo các trục là mét, kết quả lấy tròn đến hàng phần trăm).

Kết quả:

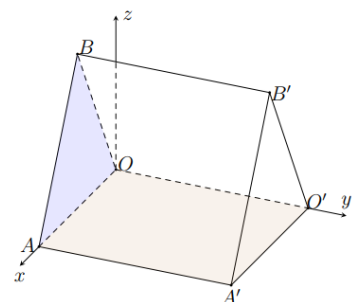
Câu 18. [HTN] Cho các hàm số $(C_1): y = a^x$ và $(C_2): y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Đường thẳng $d: y = \frac{1}{2}$ cắt (C_1) , trục Oy , (C_2) lần lượt tại M, H, N . Biết H là trung điểm của



MN và hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích $\frac{3}{2}$ (với P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của N, M trên trục hoành). Ông An xây một cái hồ bơi hình hộp chữ nhật với chiều dài mép trong hồ bằng $4b$ (mét), chiều rộng mép trong hồ bằng a^3 (mét), độ sâu là $1,6$ (mét). Hỏi ông An phải bơm bao nhiêu khối nước thì sẽ đầy hồ?

Kết quả:

Câu 19. [HTN] Một chiếc lều trại được dựng dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như hình bên. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Biết lều trại có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm và mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tổng các kích thước a, b, c của lều trại bằng bao nhiêu? (đơn vị đo lấy theo centimet, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



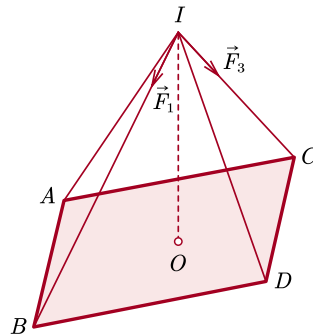
Kết quả:

Câu 20. [HTN] Giám đốc của show diễn ca nhạc “ATVNCG” đang xác định mức vé vào cửa cho đêm biểu diễn dự kiến vào tháng 12/2024 tại Hà Nội. Theo kinh nghiệm nhiều năm tổ chức show diễn của mình, giám đốc đã xác định được rằng: Nếu giá vé vào cửa là 85 USD/vé thì trung bình có 15000 khán giả đến xem. Mỗi lần tăng giá vé thêm 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ giảm đi 1000 người. Mỗi lần giảm giá vé đi 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ tăng lên 1000 người. Biết rằng, trung bình mỗi khán giả đến xem còn giúp show diễn có thêm 5 USD từ các dịch vụ đi kèm và mỗi khán giả vào xem phải có 1 vé vào cửa. Hỏi giám đốc chọn giá vé vào cửa cho show diễn này là bao nhiêu USD/vé để tổng số tiền thu được sau đêm diễn (gồm tổng tiền bán vé và tiền thu từ các dịch vụ đi kèm) là lớn nhất?



Kết quả:

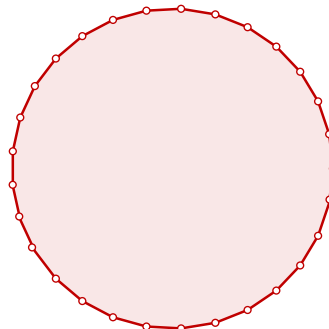
Câu 21. [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tấm bảng đồng chất có dạng hình vuông $ABCD$ tâm O được treo nghiêng bởi 4 sợi dây IA, IB, IC, ID gắn cố định tại điểm $I(0;0;9)$ như hình vẽ. Điểm $O(0;0;5)$; $A(-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 5)$ và góc OID đạt giá trị lớn nhất. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ lần lượt là lực căng của các sợi dây IB, IC, ID, IA . Biết rằng $|\vec{F}_1| = 50 \text{ N}$ và $|\vec{F}_2| = 40 \text{ N}$



Tính khối lượng m (kg) của tấm bảng (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) (Cho gia tốc trọng trường $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ và trọng lượng của tấm bảng được tính bằng công thức $P = m.g$)

Kết quả:

Câu 22. [HTN] Cho đa giác đều (H) có 30 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (H) . Xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác tù bằng phân số tối giản $\frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{N}^*)$. Tính $a + b = ?$



Đa giác đều 30 đỉnh

Kết quả:

HOÀNG
TRỌNG NGHĨA

ĐỀ SỐ 04

BỘ 05 ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1 LỚP 12

Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

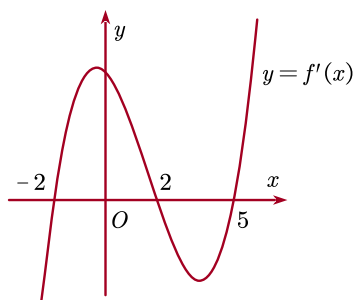
Câu 1. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			2		0		$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0; 2)$. **B.** $(3; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(1; 3)$.

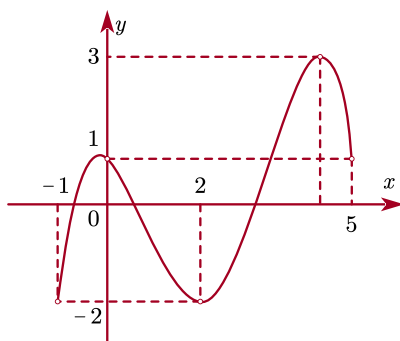
Câu 2. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0; 5)$. **B.** $(-3; -2)$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(5; +\infty)$.

Câu 3. [HTN] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng

- A.** -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 4. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$					
	$-\infty$		2		$+\infty$
				−4	

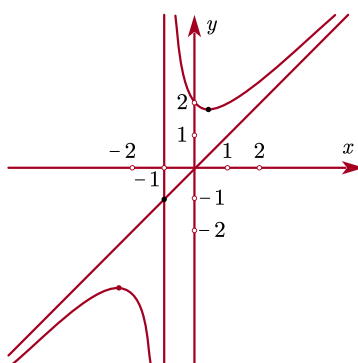
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. −4.

Câu 5. [HTN] Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1+4x}{x-1}$ là

- A. $y = -4$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 6. [HTN] Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới



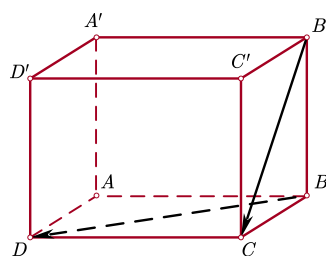
- A. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 2}{x + 1}$. C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$. D. $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 7. [HTN] Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = -x^3 + 3x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 8. [HTN] Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$.



Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{B'C}$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 9. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(-1; 0; 0)$. B. $M'(1; 0; 0)$. C. $M'(1; 0; 3)$. D. $M'(1; -2; 0)$.

Câu 10. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{MO} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ và $N(1; 0; 4)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

- A. $(1; -1; 3)$. B. $(2; -2; 6)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(1; 0; 3)$.

Câu 11. [HTN] Số đo cân nặng của một số học sinh lớp 12T được cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. B. 30. C. 16. D. 10.

Câu 12. [HTN] Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 10 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[0; 20)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. [HTN] Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kì 1 môn Toán của cả lớp được thống kê trong bảng sau:

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Tần số	2	3	8	15	12

Phát biểu	Đ	S
Khoảng biến thiên của số liệu là 5.	☐	☐
Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.	☐	☐
Biết rằng 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.	☐	☐
Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để trao quà. Xác suất không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau lớn hơn $\frac{1}{3}$.	☐	☐

Câu 14. [HTN] Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

Phát biểu	Đ	S
Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.	☐	☐
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.	☐	☐
Đồ thị (C) nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.	☐	☐
Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x + y + 6 = 0$.	☐	☐

Câu 15. [HTN] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD

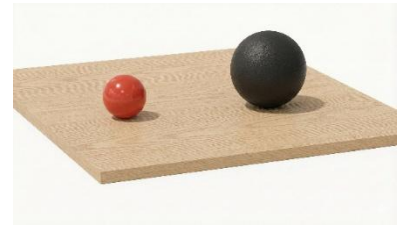
Phát biểu	Đ	S
Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.	☐	☐
Giá trị tan của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{CS}$ và $\overrightarrow{CA}$ bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.	☐	☐
Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.	☐	☐
Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.	☐	☐

Câu 16. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{k}$ và $B(-1;2;3), C(1;4;1)$.

Phát biểu	Đ	S
$A(3;0;-1)$.	☐	☐
Ba điểm A, B, C thẳng hàng.	☐	☐
Điểm $D(a;b;c)$ là điểm đối xứng của với A qua B . Khi đó $a + b + c = 6$.	☐	☐
Điểm $M(m;n;p)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $m + n + p = 0$.	☐	☐

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. [HTN] Xét một chiếc bàn phẳng, có hai viên bi hình cầu được đặt trên mặt bàn. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt bàn, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên so với mặt bàn và mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 cm. Ban đầu 2 viên bi này đứng yên trên mặt bàn, tâm của chúng lần lượt trùng với các điểm $I(5; -8; 3)$ và $J(-3; 7; 4)$. Tại một thời điểm, người ta đồng thời tác động cho 2 viên bi lăn về phía nhau trên mặt bàn theo cùng một đường thẳng với tốc độ không đổi là 5 cm/s và 3 cm/s (viên bi nhỏ hơn có tốc độ lớn hơn). Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi tác động thì hai viên bi va chạm với nhau? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



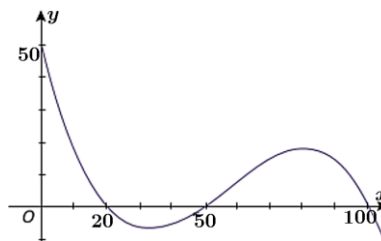
Kết quả:

Câu 18. [HTN] Một phần đường ray tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba: $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$).

Trục Ox mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang (tính bằng mét), trục Oy mô tả chiều cao của đường ray (tính bằng mét) tại mỗi vị trí x . Chiều cao xuất phát là $50(m)$. Tàu xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí $x = 20(m)$, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí $x = 50(m)$ và sau đó xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí $x = 100(m)$. Xét đồ thị của hàm số đã



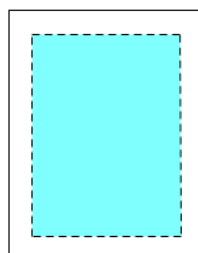
cho khi $x \in [0; 100]$ như hình vẽ bên dưới:



Biết điểm cao nhất của đường ray khi tàu lên khỏi mặt đất và toạ độ điểm thấp nhất của đường ray khi tàu xuống dưới mặt đất lần lượt có hoành độ là p và q . Tính $3q + p$.

Kết quả:

Câu 19. [HTN] Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384 cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3cm, để lề trái và lề phải đều là 2cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ. Trang sách có kích thước tối ưu khi phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất. Tính chu vi của trang sách khi đạt kích thước tối ưu.



Kết quả:

Câu 20. [HTN] Trong không gian ba chiều $Oxyz$, nhà chị Lan muốn lắp đường dây cáp truyền hình cho ba vị trí A, B, C có tọa độ được xác định như sau:

- ❖ Vị trí A có tọa độ $A(4; 6; 0)$ nằm trên mặt đất.
- ❖ Vị trí B có tọa độ $B(5; 8; 4)$ nằm trên tầng hai tòa nhà và ở độ cao $4m$.
- ❖ Vị trí C có tọa độ $C(6; 4; 9)$ nằm trên tầng ba tòa nhà và ở độ cao $9m$.

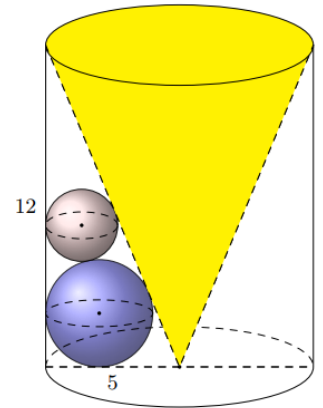


Chị Lan muốn lắp đặt máy chủ tại địa điểm là $D(a; b; c)$ sao cho khoảng cách từ D đến ba vị trí kể trên là bằng nhau và chi phí đường dây là ít nhất. Biết rằng một mét dây cáp giá 200 nghìn đồng. Số tiền chị Lan chi phí mua dây để kết nối đến ba vị trí trên ít nhất là bao nhiêu nghìn? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Kết quả:

Câu 21. [HTN] Người ta chế tạo một món đồ chơi trẻ em (như hình vẽ), theo các công đoạn như sau:

- ❖ **Bước 1:** Chế tạo hình trụ tròn xoay bằng thủy tinh trong suốt, chiều cao 12 cm , bán kính đường tròn đáy 5 cm
- ❖ **Bước 2:** Đặt bên trong hình trụ một khối nón tròn xoay (phần màu vàng như hình vẽ) có đáy trùng với một đường tròn đáy của hình trụ và đỉnh trùng với tâm đường tròn đáy còn lại của hình trụ.
- ❖ **Bước 3:** Đặt vào hai quả cầu (quả cầu lớn màu xanh và quả cầu nhỏ màu hồng như hình vẽ), tiếp xúc với nhau và tiếp xúc với các đường sinh, mặt đáy của hình trụ và hình nón (quan sát hình vẽ).



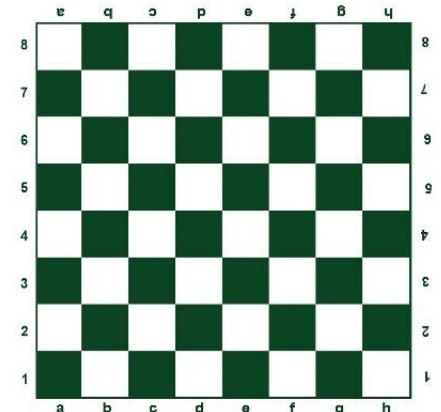
Phần còn lại bên ngoài khối nón, bên ngoài hai khối cầu và bên trong hình trụ người ta đổ đầy nước. Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ. Hỏi thể tích nước cần đổ bằng bao nhiêu cm^3 ? (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị).

Kết quả:

Câu 22. [HTN] Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật, ... Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị

bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b$.

Kết quả:



HOÀNG
TRỌNG NGHĨA

ĐỀ SỐ 05

BỘ 05 ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1 LỚP 12

Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$		
y'		−	0	+	0	−
y	$+\infty$			5		$-\infty$

Arrows indicate the function values at the critical points: $f(2) = 3$ and $f(4) = 5$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(2; 4)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(3; 5)$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 2. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (-3; 0; -1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$.

Câu 3. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
$f'(x)$			$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$				2		-2	$2\sqrt{5}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$. B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = \sqrt{5}$. C. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$. D. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = -2$.

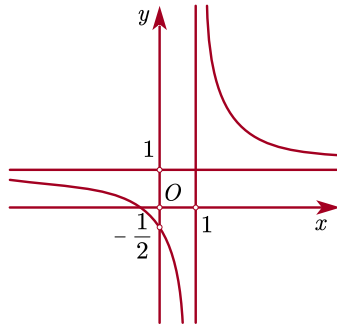
Câu 4. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $OBCD$ có $B(2; 1; 2)$ và $D(1; 1; -1)$. Khi đó tọa độ của điểm C là:

- A. $(1; 0; 3)$. B. $(3; 2; 3)$. C. $(3; 2; 1)$. D. $(-1; 0; -3)$.

Câu 5. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $\sqrt{14}$. B. 14. C. $\sqrt{22}$. D. 22.

Câu 6. [HTN] Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

- A. $y = 1$. B. $y = 2$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 7. [HTN] Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau

Cân nặng (kg)	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$
Số quả mít	12	13	12	6	7

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 8,58. B. 7,14. C. 2,67. D. 8,32.

Câu 8. [HTN] Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- A. $y_{CT} = 4$. B. $y_{CT} = 0$. C. $y_{CT} = -1$. D. $y_{CT} = 1$.

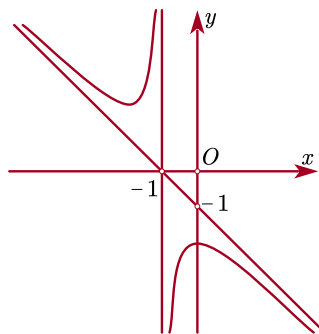
Câu 9. [HTN] Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2022 của 100 hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	$[200; 250)$	$[250; 300)$	$[300; 350)$	$[350; 400)$	$[400; 450)$
Số hộ gia đình	20	15	32	22	11

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

- A. $\frac{20950}{33}$. B. $\frac{4050}{11}$. C. $\frac{3350}{33}$. D. $\frac{800}{3}$.

Câu 10. [HTN] Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$.



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là

- A. $(-1; 0)$. B. $(0; -1)$. C. $(1; -1)$. D. $(-1; -1)$.

Câu 11. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là:

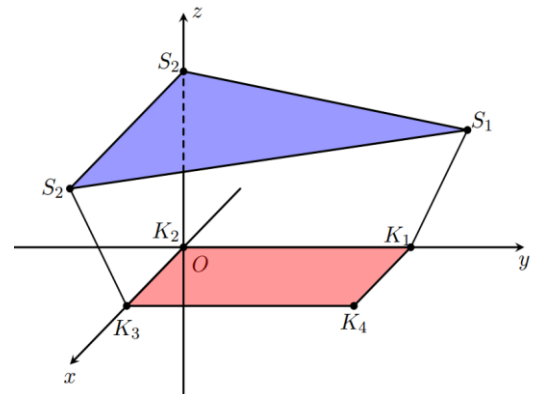
- A. $(2; -3; -5)$. B. $(2; -3; 5)$. C. $(-2; 3; 5)$. D. $(-2; -3; 5)$.

Câu 12. [HTN] Cho ba điểm phân biệt B, D, E . Biết $\vec{a} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED}$, tìm khẳng định đúng?

- A. $\vec{a} = \overrightarrow{BE}$. B. $\vec{a} = \overrightarrow{DB}$. C. $\vec{a} = \overrightarrow{BD}$. D. $\vec{a} = \overrightarrow{ED}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. [HTN] Trên một sân chơi, người ta dựng một tấm vải buồm hình tam giác để che bóng cho một cái bể cát. Để làm điều này, người ta gắn các thanh kim loại vào ba góc của bể cát và cố định tấm vải buồm vào các đầu của thanh. Trong hệ trục tọa độ, mặt phẳng Oxy biểu diễn mặt đất nằm ngang. Bể cát được mô tả bởi hình chữ nhật có các đỉnh $K_1(0; 4; 0)$, $K_2(0; 0; 0)$, $K_3(3; 0; 0)$ và $K_4(3; 4; 0)$. Tấm vải buồm



được mô tả bởi tam giác có các đỉnh $S_1\left(0; 6; \frac{5}{2}\right)$, $S_2(0; 0; 3)$ và

$S_3\left(6; 0; \frac{5}{2}\right)$. Một đơn vị độ dài trong hệ tọa độ tương ứng với một mét trong thực tế.

Phát biểu	Đ	S
Mặt phẳng chứa tấm vải có phương trình: $x + y + 12z - 36 = 0$.	☐	☐
Nhà sản xuất tấm vải buồm khuyến cáo nên sử dụng thêm dây cáp để cố định các thanh kim loại khi diện tích tấm vải buồm lớn hơn $20m^2$. Trong trường hợp này, không cần thiết phải sử dụng dây cáp.	☐	☐
Để đảm bảo nước mưa có thể thoát đi, tấm vải buồm phải có góc nghiêng so với mặt đất ít nhất 8° . Trong trường hợp này, nước mưa không thể thoát đi.	☐	☐
Khi trời mưa lớn, tấm vải buồm bị biến dạng và trũng xuống, tạo thành một "túi nước" chứa nước mưa không thể thoát ra được. Chỗ trũng có miệng hình tròn với đường kính 50 cm và ở điểm sâu nhất, túi nước sâu 5 cm. Để đơn giản, ta coi túi nước này là một phần của hình cầu. Thể tích V của một phần hình cầu có thể tính bằng công thức $V = \frac{1}{3}\pi h^2 \cdot (3r - h)$, trong đó r là bán kính của hình cầu và h là chiều cao. Túi nước này chứa được 5000 cm^3 nước (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).	☐	☐

Câu 14. [HTN] Nồng độ cồn trong máu (BAC) là chỉ số dùng để đo lượng cồn trong máu của một người. Chẳng hạn, BAC 0,02% hay 0,2 mg/ml, nghĩa là có 0,02 g cồn trong 100 ml máu. Nếu một người có BAC bằng 0,02% thì nguy cơ bị tai nạn ô tô cao gấp 1,4 lần so với một người không uống rượu (tức là nguy cơ tương đối là 1,4). Nghiên cứu y tế gần đây cho thấy nguy cơ tương đối của việc gặp tai nạn khi đang lái ô tô có thể được mô hình hóa bằng một phương trình có dạng $R = e^{kx}$, trong đó x (%) là nồng độ cồn trong máu và k là một hằng số.



Phát biểu	Đ	S
Nghiên cứu chỉ ra rằng nguy cơ tương đối của một người bị tai nạn với BAC bằng 0,02% là 1,4. Giá trị của hằng số k trong phương trình là $k \approx 1682,36$.	☐	☐
Nguy cơ tương đối là $R \approx 17,46$ nếu nồng độ cồn trong máu là 0,17%.	☐	☐
Khi nguy cơ tương đối là 100 thì BAC tương ứng là $x = 0,27\%$. (làm tròn đến hàng phần trăm)	☐	☐
Giả sử nếu một người lái xe có nguy cơ tương đối từ 5 trở lên sẽ không được phép lái xe, thì một người có nồng độ cồn trong máu từ khoảng 0,096% trở lên sẽ không được lái xe. (Kết quả được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).	☐	☐

Câu 15. [HTN] Cho hàm số: $f(x) = x^2 - 7x + 9 \ln(x+2) + 3$.

Phát biểu	Đ	S
Đạo hàm của hàm số đã cho là: $f'(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x+2}$.	☐	☐
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$.	☐	☐
Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 10.	☐	☐
Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1 cùng với tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục Ox , trục Oy tạo thành đa giác có diện tích bằng 44 (dvdt).	☐	☐

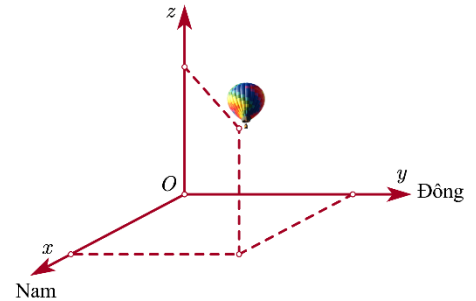
Câu 16. [HTN] Hai thùng hàng A, B đều chứa 25 quả táo. Kết quả kiểm tra cân nặng của 25 quả táo ở mỗi thùng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	[250; 260)	[260; 270)	[270; 280)	[280; 290)	[290; 300)
Số táo ở thùng A	2	4	12	4	3
Số táo ở thùng B	1	3	7	10	4

Phát biểu	Đ	S
Số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng A nhỏ hơn số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng B .	☐	☐
Lấy ngẫu nhiên một quả táo từ thùng A . Xác suất để quả táo đó có cân nặng từ $280g$ trở lên là $0,28$.	☐	☐
Lấy ngẫu nhiên một quả táo từ thùng A và một quả táo từ thùng B . Xác suất để hai quả táo lấy ra đều nặng từ $270g$ trở lên là $0,6384$.	☐	☐
Số táo có cân nặng từ $280g$ trở lên ở thùng B nhiều hơn số táo có cân nặng từ $280g$ trở lên ở thùng A .	☐	☐

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. [HTN] Hai chiếc kính khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $2,5 \text{ km}$ về phía Nam và 2 km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất $0,8 \text{ km}$. Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát $1,5 \text{ km}$ về phía Bắc và 3 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,6 \text{ km}$. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai kính khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó đến hai kính khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách hai kính khí cầu bay lên $a \text{ (km)}$ theo



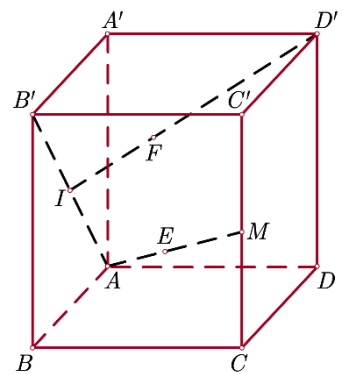
hướng Nam và $b \text{ (km)}$ theo hướng Tây. Tính tổng $2024a + 2025b$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Kết quả:

Câu 18. [HTN] Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, biết bể có thể chứa tối đa $10m^3$ nước và giá tiền thuê nhân công là 500000 (đồng / m^2). Tính số tiền (triệu đồng) ông An trả ít nhất cho nhân công để xây bể. (làm tròn đến hàng đơn vị)

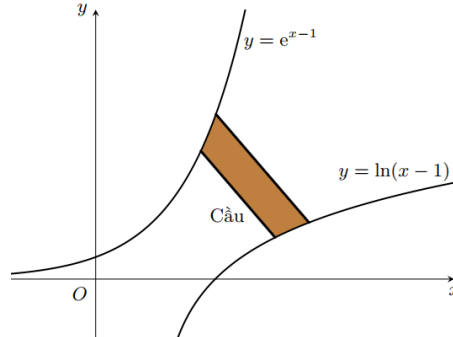
Kết quả:

Câu 19. [HTN] Bạn An đang nằm nghe nhạc trong phòng hình hộp chữ nhật, sàn nhà là hình vuông cạnh bằng 4 m, chiều cao của phòng là 3,2 m và phát hiện ra hai con nhện đang chằng tơ trong căn phòng của An, hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của An thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC' , còn con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm I của mặt $ABB'A'$. Tính khoảng cách giữa hai con nhện khi đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà. (đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



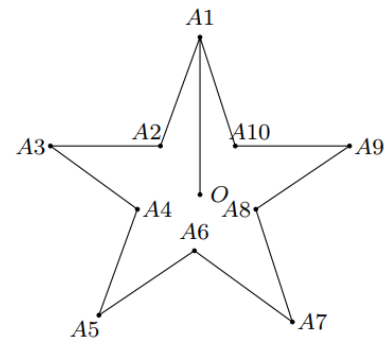
Kết quả:

Câu 20. [HTN] Người ta cần xây một cây cầu thẳng bắc qua một con sông. Khi đặt vào hệ trục tọa độ Oxy với độ dài trên mỗi trục dài 1 km, thì hai bên bờ sông có dạng các đồ thị hàm số $y = e^{x-1}$ và $y = \ln(x-1)$ (tham khảo hình vẽ). Hỏi có thể xây được cây cầu với độ dài ngắn nhất là bao nhiêu km (xem cây cầu là đoạn thẳng)? (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)



Kết quả:

Câu 21. [HTN] Nhân dịp kỷ niệm 80 năm ngày thành lập Quân đội Nhân dân Việt Nam (22/12/1944 – 22/12/2024) có một màn trình diễn máy bay không người lái UAV trên bầu trời thường được gọi là "drone light show". Các UAV bay theo sự điều khiển chính xác, tạo thành hình ngôi sao 5 cánh cân đối trên bầu trời, biểu trưng cho sự đoàn kết và sức mạnh của Quân đội Nhân dân Việt Nam. Khi trình diễn các chiếc UAV sẽ di chuyển theo các đoạn thẳng từ đỉnh $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_4 \rightarrow A_5 \rightarrow A_6 \rightarrow A_7 \rightarrow A_8 \rightarrow A_9 \rightarrow A_{10} \rightarrow A_1$.



Biết rằng khi gắn hệ tọa độ Oxyz (với O là tâm của hình sao) thì $\overrightarrow{OA_1} = (100; 200; 200)$, đơn vị trên các trục tọa độ là 1 mét. Quãng đường mà một chiếc UAV đã di chuyển một vòng như trên là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Kết quả:

Câu 22. [HTN] *Đố tam hưởng* là trò chơi dân gian có thưởng trong ngày Tết xưa ở một số địa phương. Trong trò chơi này, người chơi gieo đồng thời 3 con súc sắc đồng chất và người chơi thắng cuộc nếu trong ba con súc sắc có ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm. Biết rằng xác suất để trong 4 ván, người chơi thắng ít nhất 3 ván



là $\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $b - 650a$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

HOÀNG
TRỌNG NGHĨA

ĐỀ SỐ 01

BỘ 05 ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1 LỚP 12

Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

❖ Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
001	D	C	C	D	A	C	D	A	B	A	D	C

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

❖ Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

❖ Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
001	a)S - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn - tự luận

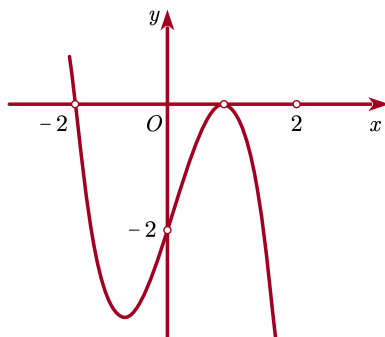
❖ Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
001	676	1,82	19	133	0,31	352

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. [HTN] Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x + 2$.

B. $y = x^3 - 3x - 2$.

C. $y = -x^2 + 2$.

D. $y = -x^3 + 3x - 2$.

Câu 2. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	5	-2	$+\infty$

Hỏi trên đoạn $[0; 2]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào?

A. $x = 0$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 5$.

Câu 3. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0 -	0 +	
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

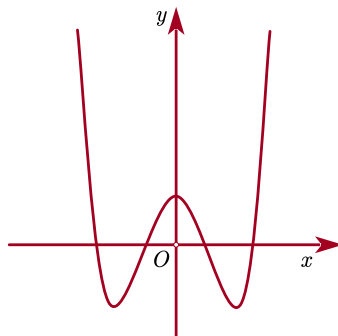
A. $x = 2$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(2; -3)$.

D. $(-3; 2)$.

Câu 4. [HTN] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^3 + 3x + 1$.

B. $y = x^4 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Câu 5. [HTN] Thống kê số tuổi (đơn vị: năm) các loài cây được trồng trên một con phố, người ta thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Số tuổi	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Số cây	12	8	10	6	4	3	2	2

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 23,5.

B. 23.

C. 24.

D. 24,5.

Câu 6. [HTN] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	0	- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $(0;1)$.

D. $(-1;1)$.

Câu 7. [HTN] Thống kê điểm kiểm tra môn Toán của 40 học sinh lớp 12A, thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm số	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	2	3	28	7

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $[2;4)$.

B. $[8;10)$.

C. $[4;6)$.

D. $[6;8)$.

Câu 8. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4$ và

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng $y = 4$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

B. Đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

C. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

D. Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 9. [HTN] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, tổng $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{DB'}$.

C. $\overrightarrow{BD'}$.

D. $\overrightarrow{DB}$.

Câu 10. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int f(x) dx = 10x^4 + \sin x + C$. Mệnh nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 40x^3 + \cos x$.

B. $f(x) = 2x^5 - \cos x$.

C. $f(x) = 40x^3 - \cos x$.

D. $f(x) = 2x^5 + \cos x$.

Câu 11. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(3; 7; 5)$ và $K(-1; -5; -7)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{BK}$ là

A. $(-1; -12; -12)$.

B. $(4; 12; 12)$.

C. $(-4; -10; -12)$.

D. $(-4; -12; -12)$.

Câu 12. [HTN] Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\frac{5x^4}{4} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ xác định trên $(0; +\infty)$

và thỏa mãn $F(1) = \frac{5}{2}$. Tìm hàm số $F(x)$.

A. $F(x) = -\frac{x^5}{4} + 2\sqrt{x}$.

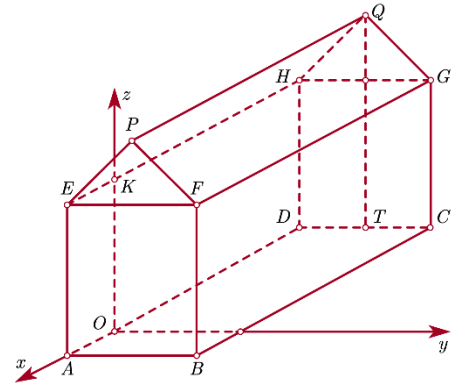
B. $F(x) = -\frac{x^5}{4} + \sqrt{x} + \frac{7}{4}$.

C. $F(x) = -\frac{x^5}{4} + 2\sqrt{x} + \frac{3}{4}$.

D. $F(x) = -4x^5 + 2\sqrt{x} + \frac{9}{2}$.

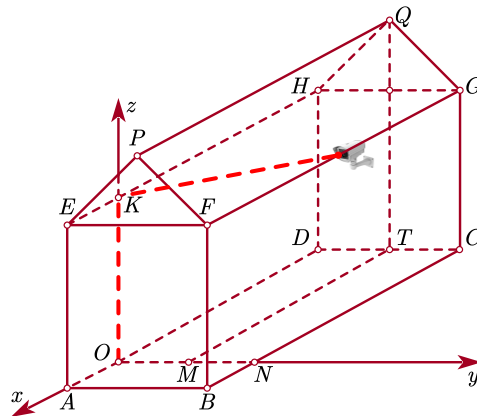
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. [HTN] Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6\text{ m}$; $AE = 5\text{ m}$; $AD = 8\text{ m}$; $QT = 7\text{ m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\text{ m}$ và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây. Khi đó:



Phát biểu	Đ	S
Toạ độ điểm Q là $(-6; 3; 5)$.	☐	☐
Véc tơ $\overrightarrow{OC}$ có toạ độ là $(-6; 6; 0)$.	☐	☐
Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O . Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}\text{ m}$.	☐	☐
Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 130.000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là 3.750.000 đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các miếng tôn, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).	☐	☐

Lời giải tham khảo



a) Sai. Kẻ $TM \perp Oy$, $CN \perp Oy$. Vì T là hình chiếu của Q lên (Oxy) nên

$$\begin{cases} x_Q = x_T = -OD = -(AD - OA) = -6 \\ y_Q = y_T = OH = \frac{AB}{2} = 3 \end{cases} \cdot z_Q = QT = 7. \text{ Suy ra } Q(-6; 3; 7).$$

b) Đúng. Vì $C \in (Oxy)$ nên $z_C = 0$. Ta có $\begin{cases} x_C = -OD = -6 \\ y_C = ON = AB = 6 \end{cases}$.

Suy ra $C(-6; 6; 0)$. Vậy $\overrightarrow{OC} = (-6; 6; 0)$.

c) **Đúng.** Gọi L là trung điểm của FG . Ta có $z_K = OK = AE = 5$. Suy ra $K(0;0;5) \Rightarrow OK = 5$.

B, C lần lượt là hình chiếu của F, G lên (Oxy) . Suy ra $F(2;6;5), G(-6;6;5)$.

Mà L là trung điểm của FG nên $L(-2;6;5) \Rightarrow KL = \sqrt{(-2)^2 + 6^2 + (5-5)^2} = 2\sqrt{10}$.

Vậy độ dài đoạn cáp tối thiểu từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera là

$$OK + KL = 5 + 2\sqrt{10} \text{ (m)}$$

d) **Sai.** $FG = \sqrt{(-6-2)^2 + (6-6)^2 + (5-5)^2} = 8 \text{ (m)}$.

$$GQ = \sqrt{(-6+6)^2 + (3-6)^2 + (7-5)^2} = \sqrt{13} \text{ (m)}.$$

Suy ra $S_{FGQP} = FG \cdot GQ = 8\sqrt{13} \text{ (m}^2\text{)}$. Diện tích lợp tôn mái nhà là $2S_{FGQP} = 16\sqrt{13} \text{ (m}^2\text{)}$.

Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là $16\sqrt{13} \cdot 130\,000 \approx 7\,500\,000 \text{ (đồng)}$.

Câu 14. [HTN] Điểm trung bình môn Toán cuối năm của các học sinh lớp 12A và 12B được thống kê trong bảng sau:

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
12A	1	0	11	22	6
12B	0	6	8	14	12

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Phát biểu	Đ	S
Lớp 12A có 28 học sinh có điểm trung bình môn Toán cuối năm từ 8 trở lên.	☐	☐
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A (làm tròn đến hàng phần trăm) là 0,72.	☐	☐
Dựa vào độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thống kê ghép nhóm, thì lớp 12A có điểm trung bình môn toán cuối năm ít phân tán hơn lớp 12B.	☐	☐
Giả sử chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ lớp 12A để tham gia một cuộc thi Toán. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có ít nhất 3 học sinh có điểm trung bình môn Toán cuối năm từ 8 trở lên là 0,654 (Làm tròn đến hàng phần nghìn).	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) Lớp 12A có 28 học sinh có điểm trung bình môn Toán cuối năm từ 8 trở lên. Vậy a) **đúng**.

b) Điểm trung bình của lớp 12A: $\bar{x}_A = \frac{1}{40}(5,5 \cdot 1 + 6,5 \cdot 0 + 7,5 \cdot 11 + 8,5 \cdot 22 + 9,5 \cdot 6) = 8,3$.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12A:

$$s_A = \sqrt{S_A^2} = \sqrt{\frac{1}{40}(1,5,5^2 + 0,6,5^2 + 11,7,5^2 + 22,8,5^2 + 6,9,5^2) - 8,3^2} \approx 0,78. \text{ Vậy b) sai.}$$

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12A:

$$s_A = \sqrt{S_A^2} = \sqrt{\frac{1}{40} (1.5,5^2 + 0.6,5^2 + 11.7,5^2 + 22.8,5^2 + 6.9,5^2) - 8,3^2} \approx 0,78$$

- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12B:

$$s_B = \sqrt{S_B^2} = \sqrt{\frac{1}{40} (0.5,5^2 + 6.6,5^2 + 8.7,5^2 + 14.8,5^2 + 12.9,5^2) - 8,3^2} \approx 1,03$$

Ta thấy độ lệch chuẩn ở mẫu số liệu lớp 12A nhỏ hơn độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12B. Do đó lớp 12A có điểm trung bình môn toán cuối năm ít phân tán hơn lớp 12B.

Vậy c) đúng.

d) Ta có: Số học sinh lớp 12A là $N_A = 40$. Số học sinh lớp 12A có điểm trung bình từ 8 trở lên là $n_{tt} = 22 + 6 = 28$. Số học sinh lớp 12A có điểm trung bình dưới 8 là 12.

Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ 40 học sinh lớp 12A có cách chọn $|\Omega| = C_{40}^4 = 91390$.

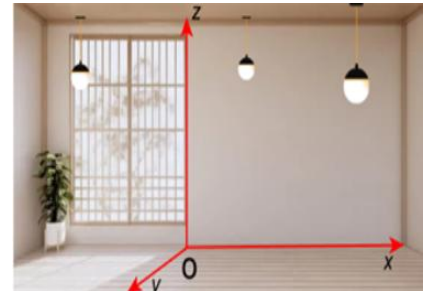
Gọi E là biến cố “Trong 4 học sinh được chọn có ít nhất 3 học sinh có điểm từ 8 trở lên”.

Biến cố E là tổng của hai trường hợp: (3 học sinh ≥ 8 và 1 học sinh < 8) hoặc (4 học sinh ≥ 8 và 0 học sinh < 8). Ta có: $n_E = C_{28}^3 \cdot C_{12}^1 + C_{28}^4 \cdot C_{12}^0$

Xác suất của biến cố E : $P(E) = \frac{n_E}{|\Omega|} = \frac{59787}{91390} \approx 0,654$

Vậy d) đúng.

Câu 15. [HTN] Một công ty cần lắp đặt hệ thống đèn chiếu sáng trong một căn phòng hình hộp chữ nhật có chiều cao $3m$ để đảm bảo độ sáng tối ưu ở từng vị trí trong phòng. Hệ thống đèn bao gồm ba chiếc đèn đặt tại các vị trí $A(1,2,3)$, $B(4,-2,2)$, và $C(0,3,1)$ trong không gian với đơn vị là mét, mặt phẳng Oxy trùng với sàn nhà như hình vẽ. Công ty muốn tính toán vị trí của điểm $P(x,y,z)$ ở trên trần nhà trong phòng điểm P phải nằm cách đều ba điểm A , B , và C .



Phát biểu	Đ	S
Mặt phẳng trung trực của AB là $3x - 4y - z = 5$.	☐	☐
Lấy vị trí đặt đèn là D để $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $D(3,-1,1)$.	☐	☐
P là trọng tâm tam giác ABC và cách đều A, B, C .	☐	☐
Tọa độ $P(x,y,z)$ thỏa mãn $x - 2y + z = 18$.	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) $A(1, 2, 3), B(4, -2, 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3, -4, -1)$. Trung điểm của AB là điểm $I\left(\frac{5}{2}, 0, \frac{5}{2}\right)$

Mặt phẳng trung trực của AB qua điểm I và nhận $\overrightarrow{AB}$ là vectơ pháp tuyến nên có phương trình $3\left(x - \frac{5}{2}\right) - 4(y - 0) - 1\left(z - \frac{5}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y - z - 5 = 0$.

b) $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(-3, 7, 2)$.

c) P là điểm cách đều A, B, C nên P là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

d) $A(1, 2, 3), C(0, 3, 1)$ nên $\overrightarrow{AC}(-1, 1, -2)$ và trung điểm AC là $J\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 2\right)$.

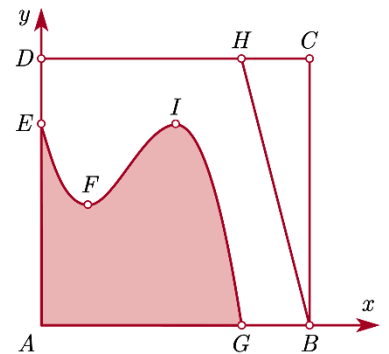
Phương trình mặt phẳng trung trực AC là:

$$-1\left(x - \frac{1}{2}\right) + 1\left(y - \frac{5}{2}\right) - 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow -x + y - 2z + \frac{5}{2} = 0$$

Khi đó P ở trên trần nhà và tọa độ P thỏa mãn
$$\begin{cases} 3x - 4y - z - 5 = 0 \\ -x + y - 2z + \frac{5}{2} = 0 \\ z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -22 \\ y = -\frac{37}{2} \\ z = 3 \end{cases}$$

Suy ra: $x - 2y + z = 18$.

Câu 16. [HTN] Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12m$. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong (phần tô đậm) và một lối đi là đoạn thẳng HB . Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là $1m$, thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3m$ và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là $2m$ và $6m$.



Phát biểu	Đ	S
Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.	☐	☐
Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x + 2)(x + 6)$.	☐	☐
Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB .	☐	☐
Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng $2,56m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) Đúng. Gọi phương trình đường thẳng HB là $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Đường thẳng HB đi qua hai điểm $B(12;0)$ và $H(9;12)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0 = 12a + b \\ 12 = 9a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 48 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.

b) Sai. Các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là $2m$ và $6m$ nên $x_F = 2, x_I = 6$.

Mặt khác F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nên tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x-2)(x-6)$.

c) Sai. Ta có: $f'(x) = a(x-2)(x-6) = a(x^2 - 8x + 12) \Rightarrow f(x) = a\left(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 12x\right) + C$.

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} f(0) = 9 \\ f(9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\left(\frac{0^3}{3} - 4 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0\right) + C = 9 \\ a\left(\frac{9^3}{3} - 4 \cdot 9^2 + 12 \cdot 9\right) + C = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ C = 9 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - 4x + 9.$$

$$f'(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - 4.$$

Do $k = f'(7) = -\frac{5}{3} \neq -4$ nên tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 không song song với đường thẳng HB .

d) Đúng. Gọi Δ là tiếp tuyến của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$.

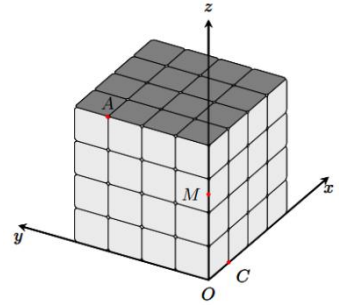
Để $d(M, HB)$ ngắn nhất thì Δ song song HB .

$$\text{Suy ra } k_{\Delta} = f'(x_0) = -4 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x_0^2 + \frac{8}{3}x_0 - 4 = -4 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x_0^2 + \frac{8}{3}x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \text{ (L)} \\ x_0 = 8 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } M\left(8; \frac{49}{9}\right), HB: 4x + y - 48 = 0. \text{ Vậy } d(M, HB) = \frac{\left|4 \cdot 8 + \frac{49}{9} - 48\right|}{\sqrt{4^2 + (-1)^2}} \approx 2,56.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. [HTN] Một khối rubik 4×4 được gắn với hệ toạ độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ như hình vẽ. Một con kiến đang ở điểm A trên khối rubik muốn bò trên bề mặt khối rubik để đi đến điểm C . Biết rằng con kiến di chuyển theo các đoạn thẳng từ A đến $M(0;0;m)$ rồi từ M đến C . Khi đường di chuyển của con kiến là ngắn nhất thì giá trị $m^2 + 670m + 5$ bằng bao nhiêu? (Xem như các kẽ hở trên khối rubik là không đáng kể).



Lời giải tham khảo

Chọn $D(0, -1, 0) \in Oy$.

Khi đó $\triangle MOC = \triangle MOD$ (c-g-c) nên $MC = MD$.

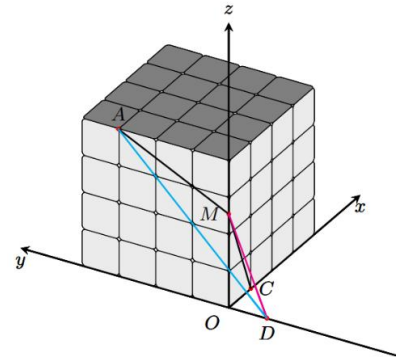
Từ đó ta được $AM + MC = AM + MD \geq AD$.

Dấu “=” xảy ra khi A, M, D thẳng hàng hay M là giao điểm của đường thẳng AD với trục Oz .

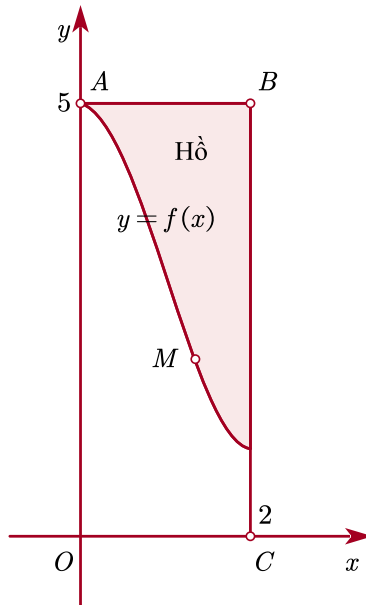
$$\text{Ta có } (AD): \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + 4t \\ z = 4t \end{cases}$$

Đường thẳng AD cắt trục Oz tại $M(0,0,1)$, suy ra $m = 1$.

Vậy $m^2 + 670m + 5 = 676$.



Câu 18. [HTN] Một khu vườn hình chữ nhật $OABC$ được mô hình hoá như hình vẽ bên cạnh, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét. Người ta đào một hồ sen giới hạn bởi các đường thẳng AB , BC và đường cong bậc ba $y = f(x)$. Biết hàm bậc ba $y = f(x)$ có hai điểm cực trị $A(0;5)$ và $D(2;1)$. Từ điểm M trên bờ hồ $y = f(x)$, người ta mở đường đi đến hai cạnh OA , OC . Tìm hoành độ điểm M để tổng chiều dài con đường ngắn nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải tham khảo

Tìm được hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ dựa và đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị $A(0;5)$ và $D(2;1)$

Gọi $M(x; x^3 - 3x^2 + 5)$. Dựng hình chữ nhật $OKMH$.

$$\Rightarrow MK = x; MH = y = x^3 - 3x^2 + 5$$

$$\text{Ta có } l = MK + MH = x^3 - 3x^2 + x + 5 = g(x)$$

$$\text{Xét } g'(x) = 3x^2 - 6x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}. \text{ Dễ thấy đáp số cần tìm } x_0 = \frac{3 + \sqrt{6}}{3} \approx 1,82.$$

Chú ý: Từ M dựng khu vườn hình chữ nhật $OKMH$ thì

$$\text{Chu vi là } C_{vi} = 2(MK + MH) = 2(x^3 - 3x^2 + x + 5) \text{ đạt min tại } x_0 = \frac{3 + \sqrt{6}}{3} \approx 1,82 \text{ như trên.}$$

$$\text{Diện tích là } S = MK.MH = x(x^3 - 3x^2 + 5) = x^4 - 3x^3 + 5x: \text{ Khảo sát hàm số được...}$$

Câu 19. [HTN] Một nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B, nhà máy A chỉ bán sản phẩm cho nhà máy B và nhà máy B cam kết thu mua hết số sản phẩm mà nhà máy A sản xuất được. Nhà máy A có khả năng sản xuất được tối đa là 200 tấn sản phẩm trong 1 tháng. Nếu bán ra x tấn sản phẩm cho nhà máy B thì giá bán mỗi tấn sản phẩm là $50 - 0,0002x^2$ triệu đồng. Trong một tháng nhà máy A phải chi phí cho nhân công và chi cho khấu hao máy móc một lượng cố định là 150 triệu đồng, ngoài ra khi sản xuất mỗi tấn sản phẩm thì nhà máy phải chi phí thêm cho mua nguyên liệu là 39 triệu đồng. Biết rằng nhà máy A phải nộp 5% doanh thu cho cơ quan thuế. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu tháng để lợi nhuận sau thuế (lợi nhuận sau khi đã trừ tiền thuế) của nhà máy A đạt trên 10 tỷ đồng (đơn vị tính là tỉ đồng và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải tham khảo

$$\text{Doanh thu là } x(50 - 0,0002x^2), \text{ chi phí } 150 + 39x \text{ (triệu đồng),}$$

$$\text{Thuế} = 0,05 \text{ doanh thu: } 0,05 \times x(50 - 0,0002x^2) \text{ (triệu đồng),}$$

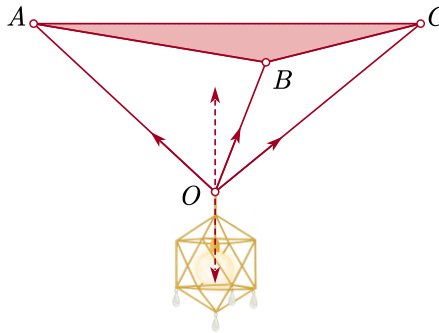
$$\text{Lợi nhuận sau thuế } f(x) = x(50 - 0,0002x^2)(1 - 0,05) - 150 - 39x$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -0,00019x^3 + 8,5x - 150 \text{ với } 0 \leq x \leq 200$$

$$\text{Khảo sát thấy khi } x = 122,1158 \text{ thì lợi nhuận lớn nhất } f(x)_{\max} = 541,9898139 = B.$$

$$\text{Xét } B.n > 10000 \Leftrightarrow n > 18,45 \text{ nên cần ít nhất 19 tháng.}$$

Câu 20. [HTN] Người ta treo một chiếc đèn trang trí có trọng lượng 200N lên trần nhà bằng ba sợi dây không giãn, bằng nhau tại ba điểm A, B, C tạo thành tam giác đều. Mỗi sợi dây tạo với mặt phẳng trần nhà một góc 30° đến được giữ ở trạng thái cân bằng (tham khảo hình vẽ). Hãy tính lực căng trong mỗi sợi dây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải tham khảo

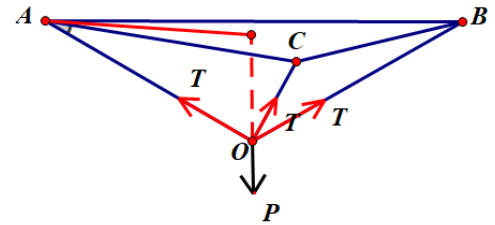
Lực căng của mỗi sợi dây là $\frac{400}{3} N$.

Khi cân bằng: $\vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{T}_C + \vec{P} = 0$

Các lực $\vec{T}_A, \vec{T}_B, \vec{T}_C$ có độ lớn bằng nhau đều là $T(N)$, hợp lực theo phương song song với mặt trần bằng 0.

Theo phương thẳng đứng:

$$T_A \sin \alpha + T_B \sin \alpha + T_C \sin \alpha = P \Leftrightarrow 3T \sin \alpha = P \Leftrightarrow T = \frac{P}{3 \sin \alpha} = \frac{200}{3 \sin 30^\circ} = \frac{400}{3} \approx 133(N)$$



Câu 21. [HTN] Trong lễ tổng kết năm học 2024-2025, lớp 10A nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách Toán, 7 cuốn sách Vật lý, 8 cuốn sách Hoá học, các sách cùng môn là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh giỏi trong lớp, mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học. Hoà và Bình là hai trong số 10 học sinh đó. Tính xác suất để phần quà được chia của Hoà và Bình giống nhau.



Lời giải tham khảo

Vì mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học nên từ 20 quyển sách ta chia ra làm 10 phần quà. Trong đó có x phần quà gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Vật lý; y phần quà gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Hoá học; z phần quà gồm 1 cuốn sách Vật lý và 1 cuốn sách Hoá học.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x + y = 5 \\ x + z = 7 \\ y + z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5 \end{cases} \text{ Suy ra, không gian mẫu } n(\Omega) = \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{3} \cdot \binom{5}{5} = 2520.$$

Gọi E là biến cố: “Hoà và Bình nhận phần quà giống nhau”.

TH1: Hoà và Bình nhận được phần quà gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Vật lý thì số cách chia

$$\text{là } \binom{8}{3} \cdot \binom{5}{5} = 56.$$

TH2: Hoà và Bình nhận được phần quà gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Hoá học thì số cách chia

$$\text{là } \binom{8}{1} \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{5}{5} = 168.$$

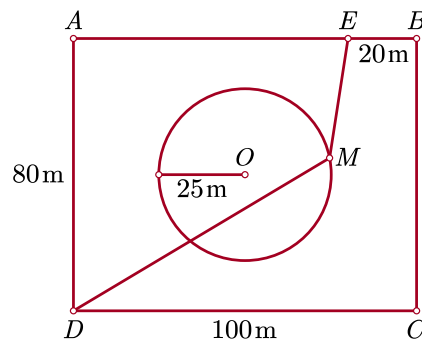
TH3: Hoà và Bình nhận được phần quà gồm 1 cuốn sách Vật lí và 1 cuốn sách Hoá học thì số cách chia

$$\text{là } \binom{8}{3} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{3} = 560.$$

$$\Rightarrow n(E) = 56 + 168 + 560 = 784$$

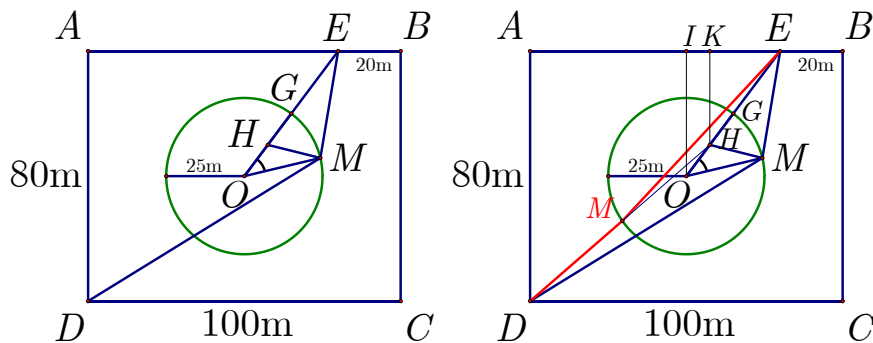
$$\text{Vậy } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{784}{2520} \approx 0,31.$$

Câu 22. [HTN] Trên sân vận động, người ta tổ chức một cuộc thi chạy thông minh. Sân vận động là hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 100\text{m}$ và $CD = 80\text{m}$. Ở chính giữa sân người ta vẽ một hình tròn có tâm trùng với tâm của hình chữ nhật, bán kính bằng 25m như hình vẽ.



Lấy E là một vị trí trên cạnh AB sao cho $EB = 20\text{m}$. Mỗi vận động viên cần xuất phát từ một điểm M trên đường tròn và chạy theo cung đường $MDCBEMD$. Vận động viên thắng cuộc là người chạy với quãng đường ngắn nhất. Tính độ dài quãng đường ngắn nhất vận động viên phải chạy (đơn vị m, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải tham khảo



Đoạn đường $MDCBEMD$ ngắn nhất khi và chỉ khi $2MD + ME$ ngắn nhất.

$$\text{Ta có: } OE = \sqrt{OI^2 + IE^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50\text{m} = 2R.$$

$$\text{Gọi } G = (O) \cap OE, H \text{ là trung điểm của } OG. \text{ Khi đó, ta có: } R = OM = OG = \frac{1}{2}OE = 2.OH.$$

Xét tam giác OMH , ta có:

$$MH^2 = OM^2 + OH^2 - 2OM.OH.\cos O = R^2 + \frac{1}{4}R^2 - R^2.\cos O = \frac{R^2}{4}(5 - 4\cos O).$$

$$ME^2 = OM^2 + OE^2 - 2OM.OE.\cos O = R^2 + 4R^2 - 4R^2.\cos O = R^2(5 - 4\cos O) = 4MH^2$$

$$\Rightarrow ME = 2MH \Rightarrow 2MD + ME = 2(MD + MH)$$

Do đó, $2MD + ME$ ngắn nhất khi và chỉ khi $MD + MH$ ngắn nhất hay $MD + MH = DH$.

Mà $M \in (O) \Rightarrow M = (O) \cap DH$

Xét tam giác OIE , ta có: $\frac{OH}{OE} = \frac{IK}{IE} = \frac{1}{4} \Rightarrow IK = \frac{IE}{4} = \frac{15}{2} \text{ m}; \frac{HE}{OE} = \frac{HK}{OI} = \frac{3}{4} \Rightarrow HK = \frac{3OI}{4} = 30 \text{ m}.$

Suy ra $DH = \sqrt{AK^2 + (AD - HK)^2} = \frac{5\sqrt{929}}{2}$

Khi đó, $2MD + ME = 2(MD + MH) = 2DH = 5\sqrt{929}.$

Vậy khoảng đường chạy ngắn nhất là:

$$MDCBEMD = DC + CB + BE + 2MD + ME = 100 + 80 + 20 + 5\sqrt{929} \approx 352 \text{ m}.$$

HOÀNG
TRỌNG NGHĨA

ĐỀ SỐ 02

BỘ 10 ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1 LỚP 12

Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

❖ Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
002	C	A	B	A	D	B	B	C	D	C	D	A

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

❖ Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

❖ Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
002	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)S - b)S - c)Đ - d)Đ	a)S - b)Đ - c)S - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn - tự luận

❖ Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
002	6,93	3,64	0,03	37,4	200	491

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; -5)$. Tọa độ của điểm A' đối xứng với A qua trục Oy là

- A. $(2; -3; 5)$. B. $(2; -3; -5)$. **C. $(-2; 3; 5)$.** D. $(-2; -3; 5)$.

Câu 2. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			4		-2	
	$-\infty$					$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

- A. -2 .** B. -1 . C. 3 . D. 4 .

Câu 3. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng

- A. 30° . **B. 60° .** C. 45° . D. 90° .

Câu 4. [HTN] Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. $y = 2$.** B. $y = -3$. C. $y = 1$. D. $y = -2$.

Câu 5. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 8 . B. -6 . C. 0 . **D. 6 .**

Câu 6. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$ và $\vec{v} = (0; -1; 0)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng

- A. 120° . **B. 135° .** C. 60° . D. 45° .

Câu 7. [HTN] Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. **B. $(-1; 2)$.** C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 8. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; -2)$ và $B(2; -1; 0)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(3; 0; -2)$. B. $(1; 2; 2)$. **C. $(1; -2; 2)$.** D. $(-1; 2; -2)$.

Câu 9. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

- A. $(2; -3; -1)$. B. $(-2; -1; -3)$. C. $(-3; 2; -1)$. **D. $(-1; 2; -3)$.**

Câu 10. [HTN] Trong không gian với một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), một công ty xây dựng cần xác định chiều dài của một sợi dây cáp nối giữa hai điểm cao trên hai tòa nhà để lắp đặt hệ thống điện. Tòa nhà thứ nhất có đỉnh ở vị trí $A(3; 5; 12)$ và tòa nhà thứ hai có đỉnh ở vị trí $B(8; 2; 20)$. Hỏi công ty cần chuẩn bị sợi dây cáp có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu mét để nối hai đỉnh tòa nhà (làm tròn đến hàng đơn vị)?

- A. 12. B. 11. **C. 10.** D. 9.

Câu 11. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			4		-3	
	$-\infty$					$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

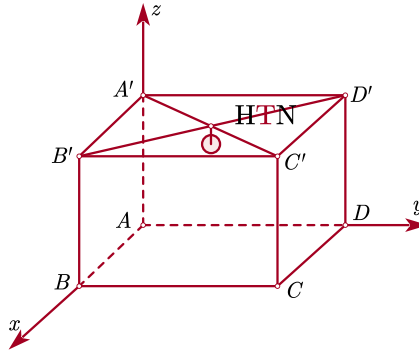
- A. 3. B. -2. C. 4. **D. -3.**

Câu 12. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(-1; 2; -1)$.** B. $(3; 4; -3)$. C. $(1; -2; 1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. [HTN] Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 6m$, $AD = 7m$, $AA' = 3,5m$. Một bóng đèn được treo ở vị trí chính giữa trần nhà của phòng học và cách trần nhà $0,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc O trùng với điểm A , các điểm B , D , A' lần lượt nằm trên các tia Ox , Oy , Oz .



Phát biểu	Đ	S
Điểm D có tọa độ là $(0; 7; 0)$.	☐	☐
Các điểm C, D có tung độ bằng nhau.	☐	☐
Vectơ $\overrightarrow{C'D'}$ có tọa độ $(6; 0; 0)$.	☐	☐
Bóng đèn nằm tại vị trí có tọa độ $(3; 3,5; 3,5)$.	☐	☐

Lời giải tham khảo

Để giải bài toán này, chúng ta cần xác định tọa độ của các điểm trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ đã cho.

Từ đó, ta có thể xác định tọa độ của các điểm còn lại:

a) **Đúng.** Trục Oy : Hướng theo $\overrightarrow{AD}$, do đó $D(0; 7; 0)$.

b) **Đúng.** Vì $ABCD$ là hình chữ nhật, nên C có tọa độ $(6; 7; 0)$ do đó các điểm C, D có tung độ bằng nhau.

c) **Sai.** Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $\overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{BA} = (-6; 0; 0)$

d) **Sai.** Bóng đèn có hoành độ và tung độ trùng với tâm của hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và cao độ thấp hơn trần nhà $0,5m$ do đó tọa độ của bóng đèn là $(3; 3,5; 3)$

Câu 14. [HTN] Trong một trận đấu bóng đá, một cầu thủ hậu vệ A đang có bóng ở phần sân nhà và quyết định chuyền bóng cho tiền đạo B của đội mình. Giả sử tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quả bóng bắt đầu rời khỏi chân của hậu vệ A . Do đường chuyền bị lỗi nên sau khi chuyền, quả bóng bay lên và chạm mặt sân lần đầu tiên ở giây thứ tư, rồi lại bay lên và chạm mặt sân lần thứ hai ở



giây thứ sáu. Độ cao tính bằng mét của quả bóng so với mặt sân ở giây thứ t , ($0 \leq t \leq 6$) được cho bởi

$$\text{hàm số liên tục } h(t) = \begin{cases} -t^2 + at & \text{khi } 0 \leq t \leq 4 \\ -2t^2 + bt + c & \text{khi } 4 < t \leq 6 \end{cases}.$$

Phát biểu	Đ	S
$h(4) = h(6)$.	☐	☐
$a = 3, b = -2, c = 2$.	☐	☐
$h'(2) = h'(5)$.	☐	☐
Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được so với mặt sân trong 6 giây đầu là 3 mét.	☐	☐

Lời giải tham khảo

Hàm số độ cao của quả bóng là: $h(t) = \begin{cases} -t^2 + at & \text{khi } 0 \leq t \leq 4 \\ -2t^2 + bt + c & \text{khi } 4 < t \leq 6 \end{cases}$

Dựa trên các điều kiện $h(4) = 0$ (chạm đất lần 1), $h(6) = 0$ (chạm đất lần 2), và hàm số liên tục tại $t = 4$:

Ta có: $h(4) = -16 + 4a = 0 \Rightarrow a = 4$.

Hệ phương trình từ $h(6) = 0$ và tính liên tục: $\begin{cases} 6b + c = 72 \\ 4b + c = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 20 \\ c = -48 \end{cases}$

Hàm số độ cao là: $h(t) = \begin{cases} -t^2 + 4t & \text{khi } 0 \leq t \leq 4 \\ -2t^2 + 20t - 48 & \text{khi } 4 < t \leq 6 \end{cases}$

a) là Đúng.

b) là Sai.

c) Hàm đạo hàm vận tốc: $h'(t) = \begin{cases} -2t + 4 & \text{khi } 0 < t < 4 \\ -4t + 20 & \text{khi } 4 < t < 6 \end{cases}$

Ta có: $h'(2) = -2(2) + 4 = 0$ và $h'(5) = -4(5) + 20 = 0$

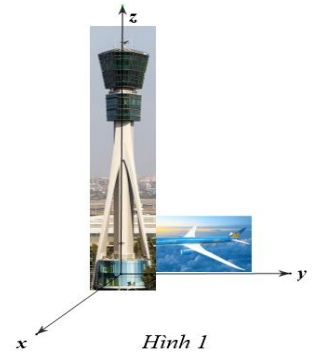
Suy ra $h'(2) = h'(5)$. Mệnh đề c) là Đúng.

d) Độ cao lớn nhất đạt được khi $h'(t) = 0$, tức là tại $t = 2$ và $t = 5$. Ta có:

Độ cao cực đại giai đoạn 1 ($t = 2$): $h(2) = -(2)^2 + 4(2) = 4$ (mét).

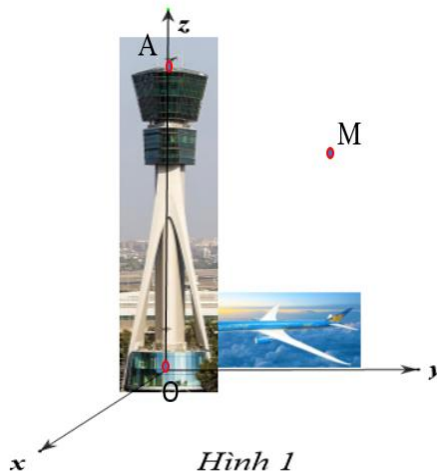
Độ cao cực đại giai đoạn 2 ($t = 5$): $h(5) = -2(5)^2 + 20(5) - 48 = 2$ (mét). Độ cao lớn nhất trong 6 giây là 4 mét. Suy ra mệnh đề d) là Sai.

Câu 15. [HTN] Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 90 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho tia Ox hướng về phía tây, tia Oy hướng về phía nam, tia Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 1) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí M cách mặt đất 10 km, cách 200 km về phía đông và 300 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.



Phát biểu	Đ	S
Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không thể phát hiện được máy bay tại vị trí M .	☐	☐
Vị trí M có tọa độ $(200; 300; 10)$.	☐	☐
Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).	☐	☐
Radar ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0,09)$.	☐	☐

Lời giải tham khảo



Gọi vị trí đặt radar là điểm A. Theo bài ra, Đổi $90m = 0,09km$. Vậy điểm $A(0; 0; 0,09)$

a) Ta có khoảng cách từ trung tâm đến máy bay là $OM = \sqrt{200^2 + 300^2 + 10^2} \approx 360,69(km)$.

Theo giả thiết, radar của trung tâm vẫn phát hiện máy bay tại vị trí M . **Chọn Sai.**

b) Tọa độ điểm $M(-200; -300; 10)$. **Chọn Sai.**

c) Ta có khoảng cách từ máy bay đến radar là $MA = \sqrt{200^2 + 300^2 + 9,91^2} \approx 360,69(km)$. **Chọn Đúng.**

d) Radar có tọa độ: $(0; 0; 0,09)$. **Chọn Đúng.**

Câu 16. [HTN] Thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$
Số học sinh tổ 1	4	1	3	1
Số học sinh tổ 2	2	5	3	0

Phát biểu	Đ	S
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1 là 60.	☐	☐
Xét mẫu số liệu thời gian học của tổ 2 ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 32.	☐	☐
Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ học đồng đều của các em học sinh tổ 1, tổ 2. Tổ nào có phương sai, độ lệch chuẩn thấp hơn thì được coi là tổ đó học đồng đều hơn. Theo quan điểm trên, thì tổ 1 học đồng đều hơn tổ 2.	☐	☐
Cô giáo chọn ngẫu nhiên 2 bạn từ tổ 1 và 2 bạn từ tổ 2 trong nhóm học sinh học Toán ở nhà từ 20 – 60 phút lên bảng làm bài và xếp 4 bạn thành một hàng ngang. Xác suất để hai bạn tổ 1 không đứng cạnh nhau là 0,5.	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) Sai. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1 là $80 - 0 = 80$ (phút)

b) Đúng.

Giá trị đại diện	10	30	50	70
Số học sinh tổ 1	4	2	3	1
Số học sinh tổ 2	2	5	3	0

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thời gian học của tổ 2 là: $\bar{x}_2 = \frac{2 \cdot 10 + 5 \cdot 30 + 3 \cdot 50}{10} = 32$.

c) Sai. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thời gian học của tổ 1 là:

$$\bar{x}_1 = \frac{4 \cdot 10 + 2 \cdot 30 + 3 \cdot 50 + 1 \cdot 70}{10} = 32.$$

Độ lệch chuẩn của thời gian học tập hàng ngày của các tổ là

$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{10} (4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 30^2 + 3 \cdot 50^2 + 1 \cdot 70^2) - 32^2} \approx 20,9$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{10} (2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 30^2 + 3 \cdot 50^2) - 32^2} = 14$$

Do $s_2 < s_1$ suy ra tổ 2 học đồng đều hơn tổ 1

d) Đúng. Ta có: Số bạn học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 12A từ 20- 60 phút là:

Tổ 1: $1 + 3 = 4$ bạn.

Tổ 2: $5 + 3 = 8$ bạn.

Chọn 2 bạn tổ 1 và 2 bạn tổ 2 thuộc nhóm trên và sắp xếp 4 bạn: $n \Omega = C_4^2 \times C_8^2 \times 4! = 4032$

Với 4 người (2 tổ 1, 2 tổ 2): Số cách xếp bất kì: $4! = 24$

Số cách xếp 2 bạn tổ 1 cạnh nhau: coi 2 bạn tổ 1 là 1 nhóm $\Rightarrow 3! \times 2! = 12$

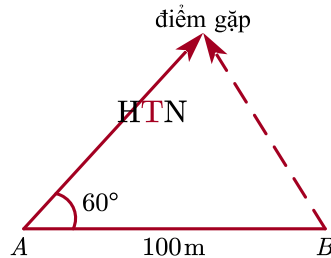
Số cách không cạnh nhau: $24 - 12 = 12$.

$$n A = C_4^2 \times C_8^2 \times 12 = 2016$$

$$\text{Vậy: } P = \frac{2016}{4032} = \frac{1}{2}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. [HTN] Hai bạn An và Bình trượt patin trên một mặt sân phẳng, rộng hiện đang lần lượt ở các điểm A và B . Khoảng cách giữa hai người lúc này là 100 m, sau đó cùng lúc An trượt đi với tốc độ 8 m/s theo hướng tạo với AB góc 60° và Bình trượt đi theo hướng gặp được An với vận tốc không đổi. Hỏi vận tốc tối thiểu của Bình là bao nhiêu mét/giây để An và Bình gặp nhau? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải tham khảo

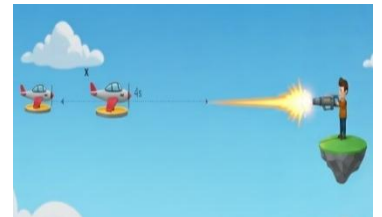
Xét điểm gặp nhau là C . Ta có $AB = 100$; $AC = 8t$; $BC = vt$ ($t \geq 0$).

$$\text{Khi đó } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ \Leftrightarrow v^2 t^2 = 100^2 + 64t^2 - 800t$$

$$\Leftrightarrow v^2 = \frac{10000}{t^2} - \frac{800}{t} + 64 = f(t); f'(t) = -\frac{20000}{t^3} + \frac{800}{t^2} = 0 \Leftrightarrow t = 25.$$

$$\text{Khi đó } v_{\min} = \sqrt{f(25)} = \sqrt{48} \approx 6,93.$$

Câu 18. [HTN] Một máy bay mô hình X xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động thẳng đều đến điểm $B(22;-9;6)$ trong vòng 4 giây (đơn vị trên mỗi trục là một mét). Sau đó máy bay vẫn duy trì hướng và tốc độ không đổi. Khi máy bay X đang ở điểm B , tại vị trí $C(21;-18;6)$ người ta bắn ra một viên đạn và bay trúng máy bay X . Hỏi vận tốc tối thiểu của viên đạn là bao nhiêu? (bỏ qua sức cản không khí và trọng lực, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải tham khảo

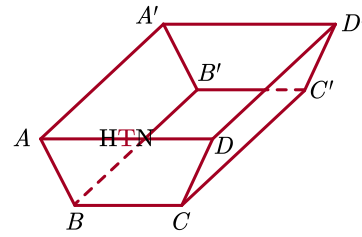
$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (12; -12; 6), \text{ đi từ } A \text{ đến } B \text{ trong 4 giây nên vectơ vận tốc } \vec{v} = \frac{\overrightarrow{AB}}{4} = \left(3; -3; \frac{3}{2}\right).$$

$$\text{Khi đó toạ độ của máy bay tính từ lúc tại } B \text{ (} t = 0 \text{)} \text{ là } M\left(22 + 3t; -9 - 3t; 6 + \frac{3}{2}t\right).$$

$$\text{Máy bay bị bắn trúng thì } CM = vt \Leftrightarrow (3t+1)^2 + (-3t+9)^2 + \left(\frac{3}{2}t\right)^2 = (vt)^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{81}{4} - \frac{48}{t} + \frac{82}{t^2} = f(t), t > 0. \text{ Xét } f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{41}{12} \Rightarrow v_{\min} = \sqrt{\frac{2169}{164}} \approx 3,64.$$

Câu 19. [HTN] Để trang trí sân thượng ngôi nhà, ông Minh muốn đặt xường làm các chậu trồng rau dài 63,5 (cm), mặt cắt vuông góc với chiều dài chậu là một hình thang cân có đáy nhỏ là 19 (cm) và cạnh bên là 19,5 (cm) sao cho thể tích chậu là lớn nhất. Ông Minh lắp các chậu trên tối đa bao nhiêu mét khối đất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



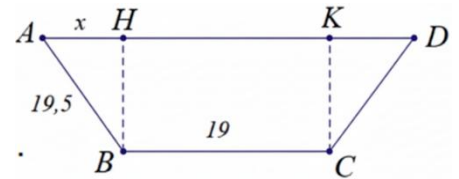
Lời giải tham khảo

$$\text{Xét } AH = x \text{ thì } h = BH = \sqrt{19,5^2 - x^2}.$$

$$\text{Diện tích } S = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH = (19 + x)\sqrt{380,25 - x^2} = f(x).$$

$$\text{Bấm máy } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_0 = 9,8338... \rightarrow STOA.$$

$$\text{Thể tích lớn nhất là } V = f(A) \cdot 63,5 = 30.831 \text{ cm}^3 \approx 0,03 \text{ m}^3.$$



Câu 20. [HTN] Một giỏ hoa treo trong nhà làm bằng 3 sợi dây không giãn, mỗi sợi dài 60 (cm) miếng kệ là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính 20 (cm), ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều (giả sử mỗi thắt của 3 sợi dây và mỗi nối của mỗi sợi dây với miếng gỗ không đáng kể). Biết lực chịu đựng của mỗi sợi dây bằng nhau và mỗi sợi chịu không quá 15N trọng lượng của miếng giá gỗ là 5N. Tính trọng lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt (đơn vị N, kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải tham khảo

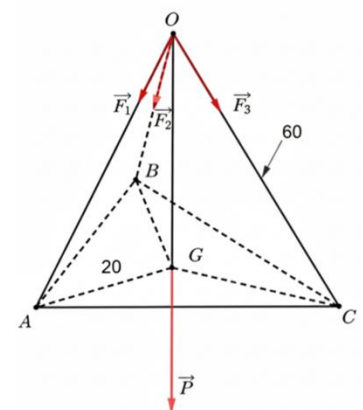
Gọi điểm thắt một đầu bên trên là O và 3 điểm nối 3 sợi dây với giá gỗ tạo thành tam giác đều ABC. Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$.

Vì $\triangle ABC$ đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Do đó, $GA = GB = GC = 20 \text{ cm}$. Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Đặt $F = x$ với $0 < x \leq 15$.

Theo bài ra ta có $OA = OB = OC = 60 \text{ cm}$

nên $OG \perp (ABC)$ và $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 60$

Do đó, $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$.



$$\text{Từ đó ta có } \vec{F}_1 = \frac{x}{60} \vec{OA}, \vec{F}_2 = \frac{x}{60} \vec{OB}, \vec{F}_3 = \frac{x}{60} \vec{OC}.$$

$$\text{Suy ra } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \frac{x}{60} (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}) = \frac{3x}{60} \vec{OG} = \frac{x}{20} \vec{OG}.$$

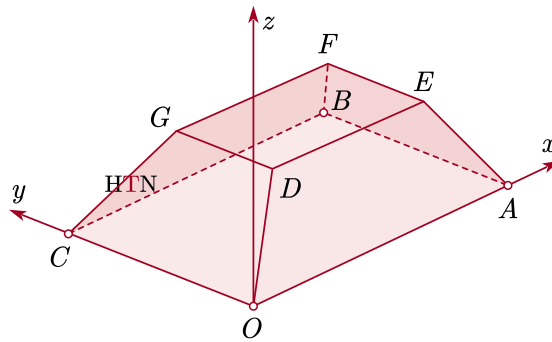
Mặt khác, ta lại có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$ với $\vec{P}$ là trọng lượng của giá gỗ và các chậu hoa.

$$\text{Nên ta có } |\vec{P}| = \frac{x}{20} |\vec{OG}| = \frac{x\sqrt{60^2 - 20^2}}{20} = x\sqrt{8} \leq 15\sqrt{8}.$$

Vậy giá trị lớn nhất trọng lượng giá gỗ và chậu hoa là $\max |\vec{P}| = 15\sqrt{8}$.

Suy ra trọng lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt là $15\sqrt{8} - 5 \approx 37,4(N)$.

Câu 21. [HTN] Hình vẽ bên minh họa hình ảnh một toà nhà trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Biết $OABC.DEFG$ là hình chóp cắt đều có $OA = 100m$, các cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc α với $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Biết rằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy bằng 35 mét. Toạ độ điểm $F(a;b;c)$. Tính tổng $a + b + c$.



Lời giải tham khảo

Ta có $A(100;0;0), C(0;100;0), B(100;100;0) \Rightarrow I = AC \cap BO \Rightarrow I(50;50;0)$.

Gọi $S = CG \cap AE$ thì $S(50;50;h)$. Tính $AI = 50\sqrt{2} \Rightarrow h = SI = 100$ nên $S(50;50;100)$.

$$\text{Đường thẳng } SB: \begin{cases} x = 50 + t \\ y = 50 + t \\ z = 100 - 2t \end{cases}. \text{ Khi đó } F \in SB \xrightarrow{z_F=35} \xrightarrow{t=32,5} F\left(\frac{165}{2}; \frac{165}{2}; 35\right).$$

Câu 22. [HTN] Nam đang dự tính ghi danh học các lớp kỹ năng Anh ngữ, kỹ năng giao tiếp, kỹ năng quản lý v.v... tại một Hệ thống giáo dục trong thành phố, nơi mỗi lớp học chỉ học một lần mỗi tuần. Anh ta đang chọn giữa 30 lớp học không trùng nhau. Có 6 lớp để lựa chọn cho mỗi ngày trong tuần, từ thứ Hai đến thứ Sáu. Sau nhiều ngày cân nhắc và tìm kiếm lời khuyên, Nam vẫn chưa thể đưa ra lựa chọn phù hợp. Sau cùng anh quyết định đăng ký 7 lớp được chọn ngẫu nhiên trong số 30 lớp đó, với mọi lựa chọn



là đồng khả năng. Xác suất để Nam có lớp học vào các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu bằng $\frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m + n$.

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{30}^7$

Ta có 2 trường hợp xảy ra tương ứng với ngày thứ 2 đến thứ 6:

TH1: (1, 1, 1, 2, 2)

TH2: (1, 1, 1, 1, 3)

Xét TH1: Chọn 2 thứ trong 5 thứ $2 \rightarrow 6$ để có 2 lớp học: C_5^2 .

Chọn 2 lớp trong 6 lớp cho 2 thứ đó: C_6^2

3 thứ còn lại có: $C_6^1 \cdot C_6^2 \Rightarrow n_A = C_5^2 \cdot C_6^2 \cdot C_6^1$

Xét TH2: Chọn 1 thứ trong 5 thứ để có 3 lớp: C_5^1 .

Chọn 3 lớp trong 6 lớp cho thứ đó: C_6^3

4 thứ còn lại có số cách chọn lớp là: C_6^1

$$\Rightarrow n_A = C_5^2 C_6^3 C_6^1 \Rightarrow P_A = \frac{C_5^2 C_6^2 C_6^1 + C_5^1 C_6^3 C_6^1}{C_{30}^7} = \frac{114}{377}.$$

HOÀNG
TRỌNG NGHĨA

ĐỀ SỐ 03

BỘ 10 ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1 LỚP 12

Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

❖ Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
003	C	C	B	A	D	D	B	A	B	D	B	D

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

❖ Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

❖ Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
003	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)S - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn - tự luận

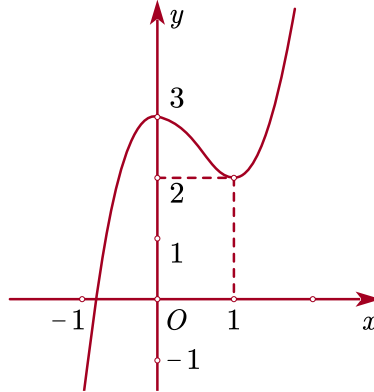
❖ Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
003	0,21	57,6	1013	115	15	97

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 2. [HTN] Một nhân viên thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 10 năm tuổi được trồng ở lâm trường Bến En theo bảng sau.

Đường kính	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$	$[60; 65)$
Tần số	4	8	13	6	4

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

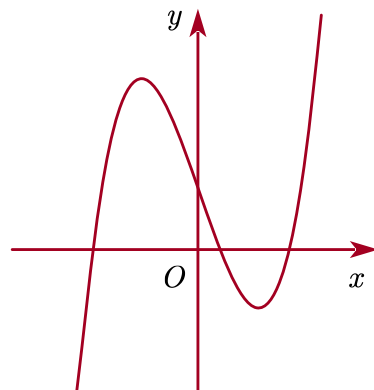
A. 20.

B. 53.

C. 25.

D. 30.

Câu 3. [HTN] Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



A. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = \frac{x^2 + 3}{x + 2}$.

Câu 5. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3; 0; 8)$ và $D(-5; -4; 0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

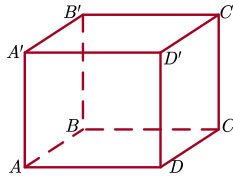
A. 6.

B. 12.

C. $5\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{2}$.

Câu 4. [HTN] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây bằng với $\overrightarrow{AA'}$?



A. $\overrightarrow{CC'}$.

B. $\overrightarrow{A'C}$.

C. $\overrightarrow{D'D}$.

D. $\overrightarrow{AD'}$.

Câu 6. [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; -2; 1)$, $B(1; 3; -2)$. Xác định tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (-1; -5; 3)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (0; -6; -2)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -3)$.

Câu 7. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	6	2	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2 .

B. 2 .

C. 0 .

D. 6 .

Câu 8. [HTN] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $x = 1$.

B. $y = 1$.

C. $y = 4$.

D. $x = 4$.

Câu 9. [HTN] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

A. -4 .

B. -1 .

C. 3 .

D. 0 .

Câu 10. [HTN] Hàm số $y = x^3 - 3x - 2025$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0; 3)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-1; 1)$.

Câu 11. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 1; -5)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 1; 0)$.

B. $(3; 0; 0)$.

C. $(3; 0; -5)$.

D. $(0; 0; -5)$.

Câu 12. [HTN] Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	$[1; 5)$	$[5; 9)$	$[9; 13)$	$[13; 17)$	$[17; 21)$
Tần số	4	8	13	6	4

Phương sai của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $4,58$.

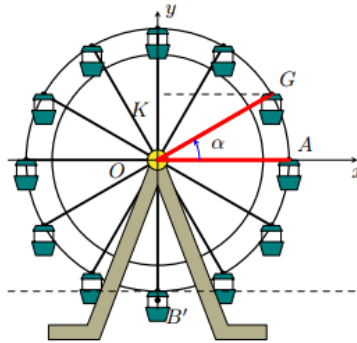
B. $10,7$.

C. 21 .

D. $20,98$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. [HTN] Xét khoảng cách từ tâm của một guồng nước Pù Luông đến mặt nước và bán kính của guồng đều bằng 2,5m. Xét gàu G của guồng, ban đầu gàu của guồng ở vị trí G như hình vẽ.



Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

Phát biểu	Đ	S
Chiều cao của gàu G so với mặt nước là $h = KB'$.	☐	☐
Hàm số h biểu diễn chiều cao tính bằng mét của gàu G so với mặt nước theo góc $\alpha = (\overline{OA}, \overline{OG})$ là $h(\alpha) = 2,5(1 + \sin \alpha)$.	☐	☐
Guồng nước quay hết mỗi vòng trong 30s. Khi đó góc quay của gàu G là $\alpha = \omega t = \frac{\pi}{30}t$ (rad).	☐	☐
Trong 1 phút đầu tiên, có 4 thời điểm mà khoảng cách giữa gàu và mặt nước đạt giá trị lớn nhất.	☐	☐

Lời giải tham khảo

Bán kính guồng nước $R = 2,5m$.

Mặt nước đi qua điểm thấp nhất B' , có phương trình $y = -R$.

Chiều cao của gàu G so với mặt nước là $h(\alpha) = y_G - (-R) = R \sin \alpha + R = R(1 + \sin \alpha)$.

a) $h = KB'.KB' = y_K - y_{B'} = y_G - (-R) = y_G + R = h$. **(Đúng)**

b) $h(\alpha) = 2,5(1 + \sin \alpha)$: Thay $R = 2,5$ vào công thức $h(\alpha) = R(1 + \sin \alpha)$. **(Đúng)**

c) Góc quay α : Chu kỳ $T = 30s$. Tốc độ góc $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{30} = \frac{\pi}{15}$ (rad/s).

$\alpha = \omega t = \frac{\pi}{15}t$. Khẳng định c) $\alpha = \frac{\pi}{30}t$ là **Sai**.

d) Số thời điểm h đạt lớn nhất: h_{max} đạt khi $\sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

$$\frac{\pi}{15}t = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow t = \frac{15}{2} + 30k$$

Trong 1 phút ($0 \leq t \leq 60$): $0 \leq \frac{15}{2} + 30k \leq 60 \Rightarrow -0,25 \leq k \leq 1,75$

Các giá trị nguyên của k là $k \in \{0, 1\}$. Có 2 thời điểm. Khẳng định d) “có 4 thời điểm” là **Sai**.

Câu 14. [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 3; 0)$, $B(1; 2; 3)$, $C(-1; 2; 0)$ và $D(2; 4; 0)$.

Phát biểu	Đ	S
Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; 1\right)$.	☐	☐
Góc giữa 2 vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ xấp xỉ bằng 113° .	☐	☐
Gọi $H(x_0; y_0; z_0)$ là trực tâm của tam giác ACD thì $3x_0 - y_0 + 2024z_0 = 6$.	☐	☐
Gọi M là điểm sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $M\left(\frac{9}{4}; \frac{11}{4}; \frac{5}{4}\right)$.	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) Đúng. Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(\frac{2+1+1}{3}; \frac{3+2+2}{3}; \frac{0+3+0}{3}\right)$ hay $G\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; 1\right)$.

b) Sai. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 3)$ và $\overrightarrow{CD} = (3; 2; 0)$

$$\text{Khi đó } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|} = \frac{5}{\sqrt{143}} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \approx 115^\circ.$$

c) Đúng. Để thấy A, C, D cùng thuộc (Oxy) nên trực tâm $H(x_0; y_0)$, suy ra $z_0 = 0$

$$\text{Vì } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{CD} \\ \overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AD} \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \end{cases} (*)$$

Ta có $\overrightarrow{AH} = (x_0 - 2; y_0 - 3; 0)$, $\overrightarrow{CD} = (3; 2; 0)$, $\overrightarrow{CH} = (x_0 + 1; y_0 - 2; 0)$ và $\overrightarrow{AD} = (0; 1; 0)$

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_0 - 2) + 2(y_0 - 3) = 0 \\ 0 \cdot (x_0 + 1) + 1 \cdot (y_0 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_0 + 2y_0 = 12 \\ y_0 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{8}{3} \\ y_0 = 2 \end{cases}$$

Vậy $H\left(\frac{8}{3}; 2; 0\right)$ nên $3x_0 - y_0 + 2024z_0 = 6$

d) Sai.

Cách 1: Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn: $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I\left(\frac{9}{4}; \frac{11}{4}; \frac{3}{2}\right)$

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 &= 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 = 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 4MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}) + 3IA^2 + 2IB^2 - IC^2 = 4MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 - IC^2 \end{aligned}$$

Do đó $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI = 0 \Leftrightarrow M \equiv I$.

Vậy $M\left(\frac{9}{4}; \frac{11}{4}; \frac{3}{2}\right)$.

Cách 2: Gọi $M(x; y; z) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (x-2; y-3; z) \\ \overrightarrow{BM} = (x-1; y-2; z-3) \\ \overrightarrow{CM} = (x+1; y-2; z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM^2 = (x-2)^2 + (y-3)^2 + z^2 \\ BM^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 \\ CM^2 = (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 \end{cases}$

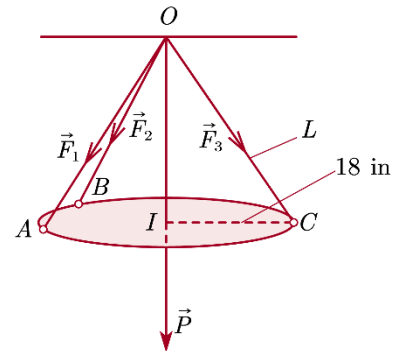
Ta có: $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$

$$\begin{aligned} &= 3[(x-2)^2 + (y-3)^2 + z^2] + 2[(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2] - [(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2] \\ &= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 - 18x - 22y - 12z + 62 = \left(2x - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(2y - \frac{11}{2}\right)^2 + (2z - 3)^2 + \frac{10}{4} \geq \frac{10}{4}. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{9}{4}; y = \frac{11}{4}; z = \frac{3}{2}$.

Vậy $M\left(\frac{9}{4}; \frac{11}{4}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 15. [HTN] Một chiếc đèn tròn tâm I được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho $\triangle ABC$ đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng l . Trọng lượng của chiếc đèn là $24N$ và bán kính của chiếc đèn là 18inch ($1\text{inch} = 2,54\text{cm}$). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ trên mỗi sợi dây. Khi đó $F = F(l)$ là một hàm số với biến số l .



Phát biểu	Đ	S
$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = 3\overrightarrow{OI}$.	☐	☐
Công thức tính hàm số $F = F(l) = \frac{18l}{\sqrt{l^2 - 18^2}}(N)$.	☐	☐
Khi mỗi sợi dây có chiều dài là 45inch thì lực căng mỗi sợi dây là $\frac{40\sqrt{21}}{21}(N)$.	☐	☐
Biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $10N$. Chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là 30inch .	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) Sai. Ta đặt $\overrightarrow{OA} = k\overrightarrow{F_1}; \overrightarrow{OB} = k\overrightarrow{F_2}; \overrightarrow{OC} = k\overrightarrow{F_3}$.

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \frac{1}{k}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \frac{3}{k}\overrightarrow{OI}$$

b) Sai. $\overrightarrow{OA} = k\overrightarrow{F_1}; \overrightarrow{OB} = k\overrightarrow{F_2}; \overrightarrow{OC} = k\overrightarrow{F_3} \Rightarrow l = kF \Rightarrow F = \frac{l}{k}; (k > 0) (1)$

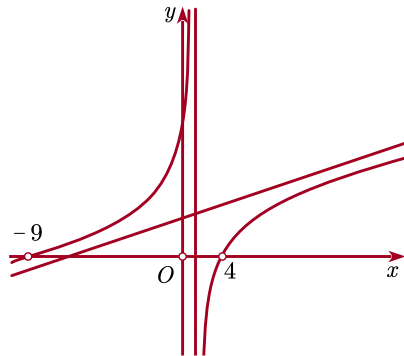
$$\text{Ta có: } |\vec{P}| = |\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}| = \frac{1}{k} |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{1}{k} |3\overrightarrow{OI}| \Rightarrow 3OI = 24k \Rightarrow OI = 8k (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } F = \frac{8l}{OI} = \frac{8l}{\sqrt{l^2 - 18^2}}.$$

$$\text{c) Đúng. } F = \frac{8l}{\sqrt{l^2 - 18^2}} \Rightarrow F(45) = \frac{40\sqrt{21}}{21}.$$

$$\text{d) Đúng. } F = \frac{8l}{\sqrt{l^2 - 18^2}} \leq 10 \Leftrightarrow l \geq 30.$$

Câu 16. [HTN] Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Phát biểu	Đ	S
$a > 0.$	☐	☐
$d > 0.$	☐	☐
$c < 0.$	☐	☐
$b > 0.$	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) Đúng. Từ đồ thị ta suy ra tiệm cận xiên có hệ số góc dương

$$\text{Theo giả thiết } y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d} = ax + m + \frac{n}{x + d}$$

$$\Rightarrow \text{đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là } y = ax + m \Rightarrow a > 0$$

b) **Sai.** Từ đồ thị ta suy ra tiệm cận đứng $x = -d > 0 \Rightarrow d < 0$.

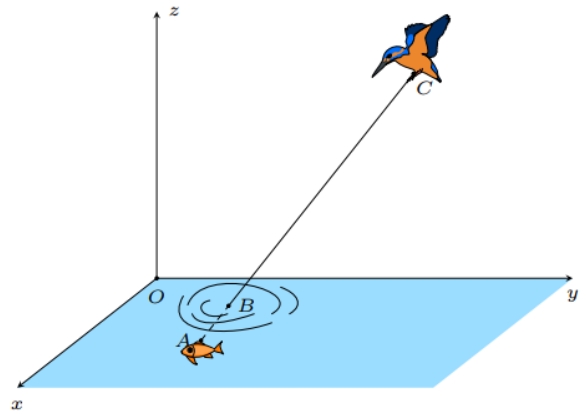
c) **Đúng.** Ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $\left(0; \frac{c}{d}\right)$ và $\frac{c}{d} > 0$, mà $d < 0 \Rightarrow c < 0$.

d) **Đúng.** Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ là:

$$x_1 = -9; x_2 = 4 \Rightarrow x_1 + x_2 = -5 \Rightarrow \frac{-b}{a} = -5 < 0, \text{ mà } a > 0 \Rightarrow b > 0.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. [HTN] Đến với hồ Xuân Hương (viên ngọc xanh giữa lòng Đà Lạt), bạn có thể ngắm cảnh mặt hồ yên tĩnh, làn nước trong xanh như ngọc, phản chiếu quang cảnh hai bên bờ. Ngồi trên chiếc thuyền con vịt ngộ nghĩnh, du khách quan sát thấy một con chim bói cá đang lượn trên không để săn mồi. Đặt hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và trục Oz hướng thẳng đứng. Lúc bay ở vị trí điểm C cách mặt nước $2,5m$, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $5m$



và $3m$ thì chim bói cá phát hiện con cá tại vị trí A cách mặt nước $0,9m$ và cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $4m$ và $3,5m$. Biết rằng khi phát hiện con mồi, ngay lập tức chim bói cá phóng thẳng xuống rồi đập được con cá và tại tọa độ điểm $B(x; y; z)$ là lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước.

Tính tỉ số $\frac{x}{y}$ (đơn vị đo các trục là mét, kết quả lấy tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải tham khảo

Từ giả thiết, ta có $C(3; 5; 2,5)$ và $A(3,5; 4; -0,9)$.

Điểm $B \in (Oxy) \Rightarrow B(x; y; 0)$.

Suy ra $\overrightarrow{AC} = (-0,5; 1; 3,4)$, $\overrightarrow{AB} = (x - 3,5; y - 4; 0,9)$.

Do ba điểm A, B, C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

$$\begin{cases} x - 3,5 = -0,5k \\ y - 4 = k \\ 0,9 = 3,4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{34}{9} \\ x = \frac{29}{18} \\ y = \frac{70}{9} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{29}{18}; \frac{70}{9}; 0\right). \text{ Vậy } \frac{x}{y} = \frac{29}{18} \cdot \frac{9}{70} \approx 0,21.$$

Câu 18. [HTN] Cho các hàm số $(C_1): y = a^x$ và $(C_2): y = \log_b x$

có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Đường thẳng $d: y = \frac{1}{2}$ cắt (C_1) ,

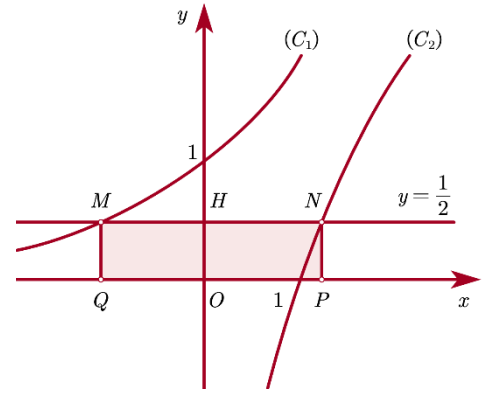
trục Oy , (C_2) lần lượt tại M, H, N . Biết H là trung điểm của MN

và hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích $\frac{3}{2}$ (với P, Q lần lượt là hình

chiếu vuông góc của N, M trên trục hoành). Ông An xây một cái

hồ bơi hình hộp chữ nhật với chiều dài mép trong hồ bằng $4b$

(mét), chiều rộng mép trong hồ bằng a^3 (mét), độ sâu là $1,6$ (mét). Hỏi ông An phải bơm bao nhiêu khối nước thì sẽ đầy hồ?



Lời giải tham khảo

Dựa vào hình vẽ ta có: $a > 1; b > 1$.

$$\text{Theo đề ta có: } \begin{cases} d \cap (C_1) = M\left(\log_a \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \\ d \cap Oy = H\left(0; \frac{1}{2}\right) \\ d \cap (C_2) = N\left(b^2; \frac{1}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HN = b^2 = \sqrt{b} \\ NP = \frac{1}{2} \end{cases}$$

H là trung điểm của $MN \Leftrightarrow x_M + x_N = 2x_H$ (do M, H, N nằm trên d).

$$\Leftrightarrow \log_a \frac{1}{2} + b^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{b} = \log_a 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{b}} = \log_2 a \Leftrightarrow a = 2^{\frac{1}{\sqrt{b}}} (1).$$

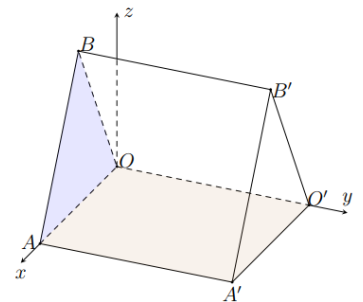
Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = MN \cdot NP = 2MH \cdot NP = \sqrt{b}$.

$$\text{Theo đề } S_{MNPQ} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \sqrt{b} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow b = \frac{9}{4} \Rightarrow a = 2^{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \sqrt[3]{4}.$$

Ông An xây hồ bơi có: chiều dài $m = 4b = 9$ (m); chiều rộng $n = a^3 = 4$ (m); độ sâu $h = 1,6$ (m).

Lượng nước ông An cần bơm đầy hồ là $V = m \cdot n \cdot h = 9 \cdot 4 \cdot 1,6 = 57,6$ (m^3).

Câu 19. [HTN] Một chiếc lều trại được dựng dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như hình bên. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240; 450; 0)$ và $(120; 450; 300)$. Biết lều trại có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm và mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tổng các kích thước a, b, c của lều trại bằng bao nhiêu? (đơn vị đo lấy theo centimet, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải tham khảo

Vì điểm A' có tọa độ là $(240; 450; 0)$ nên khoảng cách từ A' đến các trục Ox, Oy lần lượt là 450 cm và 240 cm nên $A'A = 450$ cm và $A'O' = 240$ cm.

Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{A'B'} = (-120; 0; 300)$.

Do đó $A'B' = |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ (cm).

Vì $O'O = A'A = 450$ cm và O' nằm trên trục Oy nên tọa độ của điểm O' là $(0; 450; 0)$.

Do đó $\overrightarrow{O'B'} = (120; 0; 300)$ và $O'B' = |\overrightarrow{O'B'}| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ (cm).

Lều trại có chiều dài 450 cm, chiều rộng 240 cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài 323 cm.

Vậy $a + b + c = 1013$.

Câu 20. [HTN] Giám đốc của show diễn ca nhạc “ATVNCG” đang xác định mức vé vào cửa cho đêm biểu diễn dự kiến vào tháng 12/2024 tại Hà Nội. Theo kinh nghiệm nhiều năm tổ chức show diễn của mình, giám đốc đã xác định được rằng: Nếu giá vé vào cửa là 85 USD/vé thì trung bình có 15000 khán giả đến xem. Mỗi lần tăng giá vé thêm 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ giảm đi 1000 người. Mỗi lần giảm giá vé đi 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ tăng lên 1000 người. Biết rằng, trung bình mỗi khán giả đến xem còn giúp show diễn có thêm 5 USD từ các dịch vụ đi kèm và mỗi khán giả vào xem phải có 1 vé vào cửa. Hỏi giám đốc chọn giá vé vào cửa cho show diễn này là bao nhiêu USD/vé để tổng số tiền thu được sau đêm diễn (gồm tổng tiền bán vé và tiền thu từ các dịch vụ đi kèm) là lớn nhất?



Lời giải tham khảo

Gọi x ($x \in \mathbb{Z}$) là số lần thay đổi giá vé 10 USD so với mức giá vé cơ bản 85 USD. Trong đó, $x > 0$ là số lần tăng giá còn $x < 0$ là số lần giảm giá.

Giá vé mới là $85 + 10x$ USD.

Số lượng khán giả tương ứng là $15000 - 1000x$ người.

Mỗi khán giả vào cửa sẽ chi trả tiền giá vé và dịch vụ đi kèm là $85 + 10x + 5 = 90 + 10x$ USD.

Tổng doanh thu là $f(x) = (15000 - 1000x)(90 + 10x) = -10000x^2 + 60000x + 1350000$ USD.

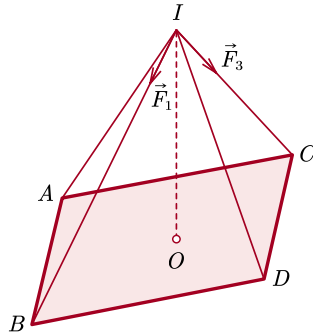
Bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$		1 440 000	

Từ bảng biến thiên ta có doanh thu lớn nhất là 1440000 USD khi $x = 3$.

Vậy giám đốc sẽ chọn giá vé $85 + 3 \cdot 10 = 115$ USD để doanh thu đêm diễn là lớn nhất.

Câu 21. [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tấm bảng đồng chất có dạng hình vuông $ABCD$ tâm O được treo nghiêng bởi 4 sợi dây IA, IB, IC, ID gắn cố định tại điểm $I(0;0;9)$ như hình vẽ. Điểm $O(0;0;5)$; $A(-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 5)$ và góc OID đạt giá trị lớn nhất. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ lần lượt là lực căng của các sợi dây IB, IC, ID, IA . Biết rằng $|\vec{F}_1| = 50 \text{ N}$ và $|\vec{F}_2| = 40 \text{ N}$



Tính khối lượng m (kg) của tấm bảng (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) (Cho gia tốc trọng trường $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ và trọng lượng của tấm bảng được tính bằng công thức $P = m.g$)

Lời giải tham khảo

Do O là trung điểm của AC nên $C(\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 5)$ và gọi $D(a; b; c)$

Khi đó $\vec{OD} = (a; b; c - 5)$; $\vec{AC} = (2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; 0)$ mà hai vectơ này vuông góc với nhau

Từ đó $2\sqrt{2}a = 2\sqrt{2}b \Leftrightarrow a = b \Rightarrow \vec{DC} = (a - \sqrt{2}; a + \sqrt{2}; c - 5)$; $\vec{DA} = (a + \sqrt{2}; a - \sqrt{2}; c - 5)$

Ta có: $\vec{ID} = (a; a; \sqrt{4 - 2a^2} - 4)$; $\vec{IO} = (0; 0; -4) \Rightarrow \cos OID = \frac{16 - 4\sqrt{4 - 2a^2}}{16\sqrt{a^2 + a^2 + (4 - 4\sqrt{4 - 2a^2})^2}}$

Khảo sát hàm số $f(a) = \frac{16 - 4\sqrt{4 - 2a^2}}{16\sqrt{a^2 + a^2 + (4 - 4\sqrt{4 - 2a^2})^2}}$ tìm được $a = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Vậy tọa độ các điểm: $A(-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 5)$; $B(-\frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; 1)$; $C(\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 5)$; $D(\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}; 6)$

Ta có: $\vec{IA} = (-\sqrt{2}; \sqrt{2}; -4) \Rightarrow |\vec{IA}| = 2\sqrt{5}$; $\vec{IC} = (\sqrt{2}; -\sqrt{2}; -4) \Rightarrow |\vec{IC}| = 2\sqrt{5}$

Vậy $|\vec{F}_4| = |\vec{F}_2| = k.2\sqrt{5} = 40 \Rightarrow k = 4\sqrt{5}$

Suy ra $\vec{F}_2 = (-4\sqrt{10}; 4\sqrt{10}; -16\sqrt{5})$; $\vec{F}_4 = (4\sqrt{10}; -4\sqrt{10}; -16\sqrt{5})$

Tương tự $\vec{IB} = (-\frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; -5) \Rightarrow |\vec{IB}| = 2\sqrt{7}$; $\vec{ID} = (\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}; -3) \Rightarrow |\vec{ID}| = 2\sqrt{3}$

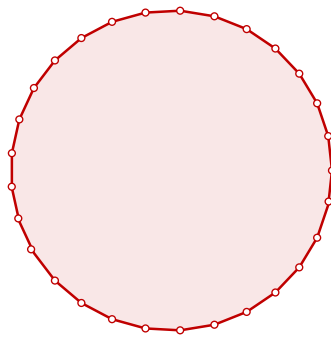
Sử dụng tỉ lệ giữa độ dài dây và độ lớn lực: $\frac{|\vec{F}_1|}{|\vec{F}_3|} = \frac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow |\vec{F}_3| = \frac{50\sqrt{21}}{7}$

$$\text{Suy ra } \vec{F}_3 = \left(\frac{25\sqrt{42}}{14}; -\frac{25\sqrt{42}}{14}; -\frac{75\sqrt{7}}{7} \right); \vec{F}_1 = \left(-\frac{25\sqrt{42}}{14}; -\frac{25\sqrt{42}}{14}; -\frac{125\sqrt{7}}{7} \right)$$

$$\text{Để hệ cân bằng thì } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{P} = \left(0; 0; -32\sqrt{5} - \frac{200\sqrt{7}}{7} \right) \Rightarrow |P| = \frac{200\sqrt{7}}{7} + 32\sqrt{5}$$

$$\text{Vậy khối lượng của thanh kim loại là: } m = \frac{P}{g} = \frac{\frac{200\sqrt{7}}{7} + 32\sqrt{5}}{9,8} = 15,015 \approx 15 \text{ (kg)}$$

Câu 22. [HTN] Cho đa giác đều (H) có 30 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (H) . Xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác tù bằng phân số tối giản $\frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{N}^*)$. Tính $a + b = ?$



Đa giác đều 30 đỉnh

Lời giải tham khảo

Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh có C_{30}^3 .

Gọi (T) là đường tròn ngoại tiếp đa giác (H) .

Giả sử chọn được một tam giác tù ABC với góc A nhọn, B tù, C nhọn.

Chọn 1 đỉnh bất kì làm đỉnh A có 30 cách. Kẻ đường kính của đường tròn (T) đi qua đỉnh vừa chọn chia đường tròn (T) thành hai phần. (Bên trái và bên phải).

Để tạo thành một tam giác tù thì hai đỉnh còn lại cùng nằm bên trái hoặc cùng nằm bên phải.

Hai đỉnh cùng nằm bên trái có C_{14}^2 cách.

Hai đỉnh cùng nằm bên phải có C_{14}^2 cách.

Vì trong mỗi tam giác vai trò của đỉnh A và C như nhau nên số tam giác tù tạo thành là:

$$\frac{30(C_{14}^2 + C_{14}^2)}{2} = 2730.$$

$$\text{Xác suất cần tìm là } P = \frac{2730}{C_{30}^3} = \frac{39}{58}. \text{ Suy ra : } a + b = 97.$$

HOÀNG
TRỌNG NGHĨA

ĐỀ SỐ 04

BỘ 10 ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1 LỚP 12

Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

❖ Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
004	D	B	C	D	B	A	C	C	B	A	B	B

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

❖ Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

❖ Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
004	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn - tự luận

❖ Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
004	1,26	180	80	3148	585	437

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			2		0		$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

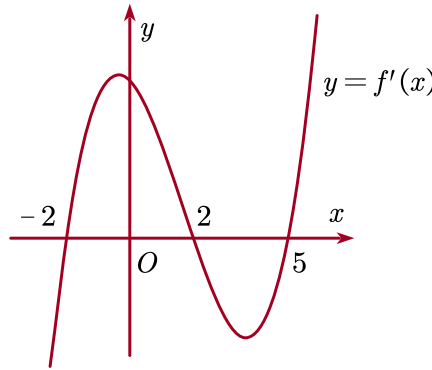
A. $(0; 2)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; 3)$.

Câu 2. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

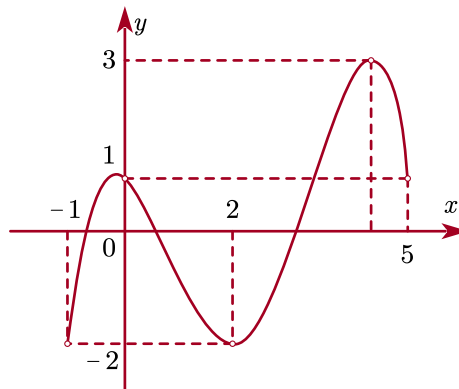
A. $(0; 5)$.

B. $(-3; -2)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(5; +\infty)$.

Câu 3. [HTN] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng

A. -1.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Câu 4. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			2		-4		$+\infty$
	$-\infty$						

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. -4.

Câu 5. [HTN] Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1+4x}{x-1}$ là

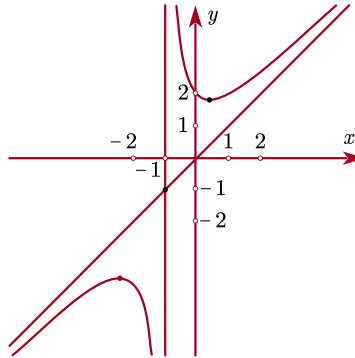
A. $y = -4$.

B. $y = 4$.

C. $y = 1$.

D. $y = -1$.

Câu 6. [HTN] Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới



A. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 2}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$.

D. $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 7. [HTN] Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

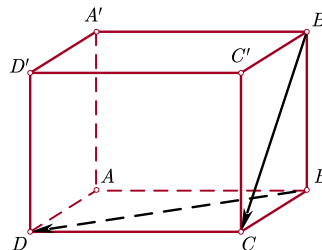
A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = x^2 - 2x$.

C. $y = -x^3 + 3x$.

D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 8. [HTN] Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$.



Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{B'C}$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 9. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(-1; 0; 0)$. B. $M'(1; 0; 0)$. C. $M'(1; 0; 3)$. D. $M'(1; -2; 0)$.

Câu 10. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{MO} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ và $N(1; 0; 4)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

- A. $(1; -1; 3)$. B. $(2; -2; 6)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(1; 0; 3)$.

Câu 11. [HTN] Số đo cân nặng của một số học sinh lớp 12T được cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. B. 30. C. 16. D. 10.

Câu 12. [HTN] Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 10 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[0; 20)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. [HTN] Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kì 1 môn Toán của cả lớp được thống kê trong bảng sau:

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Tần số	2	3	8	15	12

Phát biểu	Đ	S
Khoảng biến thiên của số liệu là 5.	☐	☐
Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.	☐	☐
Biết rằng 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.	☐	☐
Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để trao quà. Xác suất không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau lớn hơn $\frac{1}{3}$.	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) **Đúng.** Giá trị lớn nhất trong bảng số liệu là 10, giá trị nhỏ nhất trong bảng số liệu là 5, vậy khoảng biến thiên của số liệu là $10 - 5 = 5$.

b) **Đúng.**

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Tần số	2	3	8	15	12

Giá trị trung bình của bảng số liệu là: $x = \frac{5,5 \cdot 2 + 6,5 \cdot 3 + 7,5 \cdot 8 + 8,5 \cdot 15 + 9,5 \cdot 12}{40} = 8,3$

Tổng tần số của 3 nhóm đầu tiên là 13, vậy ta thấy có 13 em học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.

c) **Sai.** Từ bảng số liệu ta thấy, số học sinh có điểm lớn hơn hoặc bằng 8 của cả lớp là 27 học sinh, trong đó có 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán.

Số phần tử của không gian mẫu là $C_{27}^6 = 296010$;

Số phần tử của biến cố “có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn” là $C_8^2 \cdot C_{19}^4 = 108528$;

Vậy xác suất của biến cố “có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn” là $\frac{C_8^2 \cdot C_{19}^4}{C_{27}^6} \approx 0,3666 > \frac{1}{3}$

d) Số phần tử của không gian mẫu là $P_8 = 8!$;

Cách 1

Gọi biến cố N là biến cố “không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau” thì ta có $\bar{N}$ là biến cố “có ít nhất 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau”.

Sau đây ta đếm số phần tử của $\bar{N}$, với giả sử 3 bạn nữ là A, B, C

Trường hợp 1: Ba bạn A, B, C đứng cạnh nhau: $6! \cdot 3! = 4320$.

Trường hợp 2: Chỉ có 2 bạn đứng cạnh nhau = 1 bạn “bạn kép”:

+) Chọn 2 bạn trong 3 bạn và xếp vào cùng một vị trí: $2! C_3^2 \times 2! = 6$.

+) Xếp “bạn kép” đó vào 7 vị trí:

Nếu “bạn kép” đứng ở 2 đầu: Có $2 \times (1 \times 5 \times 5!) = 1200$.

Nếu “bạn kép” không đứng hai đầu: Có $5 \times (1 \times 4 \times 5!) = 2400$.

Vậy $P(N) = 1 - P(\bar{N}) = 1 - \frac{4320 + 6(1200 + 2400)}{8!} = \frac{5}{14} \approx 0,3(571428) > \frac{1}{3}$.

Cách 2

d) Số cách xếp 8 học sinh thành một hàng ngang: $P_8 = 8!$

Xếp 5 học sinh nam vào 5 vị trí có $5!$ cách.

Khi xếp 5 học sinh nam vào 5 vị trí tạo thành 6 khoảng trống. Số cách xếp 3 học sinh nữ vào 6 khoảng trống là A_6^3 .

Xác suất cần tìm là $\frac{5! \times A_6^3}{8!} = \frac{5}{14} \approx 0,3(571428)$. Suy ra **đúng**.

Câu 14. [HTN] Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

Phát biểu	Đ	S
Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.	☐	☐
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.	☐	☐
Đồ thị (C) nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.	☐	☐
Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x + y + 6 = 0$.	☐	☐

Lời giải tham khảo

Ta có $y = x + \frac{1}{x-1}$; $y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$

$y' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y = -1 \\ x = 2, y = 3 \end{cases}$.

Do $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \right) = +\infty$. Suy ra đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Và $\lim_{x \rightarrow -\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x - 1} \right) = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x - 1} \right) = 0$. Suy ra đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Từ đó đường tiệm cận xiên không song song với đường thẳng $x + y + 6 = 0 \Leftrightarrow y = -x - 6$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y		$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

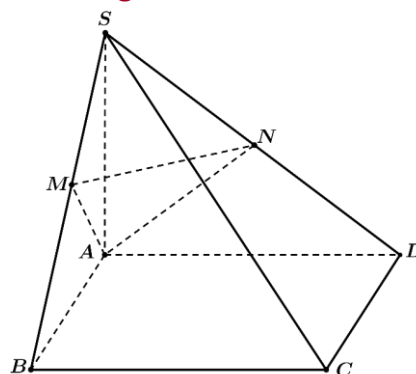
Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

Câu 15. [HTN] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD

Phát biểu	Đ	S
Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.	☐	☐
Giá trị tan của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{CS}$ và $\overrightarrow{CA}$ bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.	☐	☐
Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.	☐	☐
Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.	☐	☐

Lời giải tham khảo



a) Sai: Ta thấy: $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AB \parallel CD$ và hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ ngược chiều. Do đó là hai vectơ ngược hướng.

b) Đúng: Ta có: $(\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{CA}) = SCA$.

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên: $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$.

Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy nên tam giác SAC là tam giác vuông tại A . Suy ra:

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}. \text{ Do đó } \tan(\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{CA}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

c) Đúng: Ta có: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = |\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos MAB$.

Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy nên tam giác SAB là tam giác vuông tại A . Suy

$$\text{ra: } SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{5}.$$

Trong tam giác SAB vuông tại A có AM là đường trung tuyến nên: $AM = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lại có M là trung điểm của SB nên $MB = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, suy ra tam giác MAB cân tại M .

$$\text{Do đó } \cos MAB = \cos MBA = \frac{AB}{SB}.$$

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = AM \cdot AB \cdot \frac{AB}{SB} = \frac{AM}{SB} \cdot AB^2 = \frac{a^2}{2}.$$

d) Sai: Ta có: $|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{MN}| = MN$.

Vì M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD nên MN là đường trung bình của tam giác

$$SBD. \text{ Do đó: } MN = \frac{1}{2}BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 16. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{k}$ và $B(-1; 2; 3), C(1; 4; 1)$.

Phát biểu	Đ	S
$A(3; 0; -1)$.	☐	☐
Ba điểm A, B, C thẳng hàng.	☐	☐
Điểm $D(a; b; c)$ là điểm đối xứng của với A qua B . Khi đó $a + b + c = 6$.	☐	☐
Điểm $M(m; n; p)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $m + n + p = 0$.	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) **Đúng:** Vì $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 0\vec{j} - 1\vec{k}$ nên $A(3; 0; -1)$.

b) **Sai:** Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 4), \overrightarrow{AC} = (-2; 4; 2)$.

Giả sử tồn tại $k \in \mathbb{R}$ sao cho: $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = -2k \\ 2 = 4k \\ 4 = 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow k = \emptyset$ hệ này vô nghiệm.

Suy ra $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương, do đó A, B, C không thẳng hàng.

c) **Đúng:** Vì D là điểm đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của AD .

Ta có $\begin{cases} x_D = 2x_B - x_A = -5 \\ y_D = 2y_B - y_A = 4 \\ z_D = 2z_B - z_A = 7 \end{cases}$ suy ra $D(-5; 4; 7)$. Do đó $a = -5, b = 4, c = 7$.

Vậy $a + b + c = 6$.

d) **Sai.** Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Khi đó: $\begin{cases} 3 - x - 1 - x + 1 - x = 0 \\ 0 - y + 2 - y + 4 - y = 0 \\ -1 - z + 3 - z + 1 - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1; 2; 1)$

Ta có: $MA^2 + MB^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2$
 $= 3MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) = 3MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2$

Do $IA^2 + IB^2 + IC^2$ không thay đổi nên $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu vuông góc của điểm I trên mặt phẳng (Oxy) .

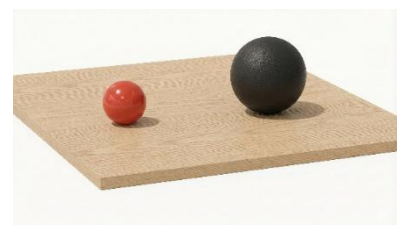
Do đó $M(1; 2; 0)$ suy ra $m = 1, n = 2, p = 0$.

Vậy $m + n + p = 1 + 2 + 0 = 3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. [HTN] Xét một chiếc bàn phẳng, có hai viên bi hình cầu được đặt trên mặt bàn. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt bàn, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên so với mặt bàn và mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 cm. Ban đầu 2 viên bi này đứng yên trên mặt bàn, tâm của chúng lần lượt trùng với các điểm

$I(5; -8; 3)$ và $J(-3; 7; 4)$. Tại một thời điểm, người ta đồng thời tác động cho 2 viên bi lăn về phía nhau trên mặt bàn theo cùng một đường thẳng với tốc độ không đổi là 5 cm/s và 3 cm/s (viên bi nhỏ hơn có tốc độ lớn hơn). Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi tác động thì hai viên bi va chạm với nhau? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải tham khảo

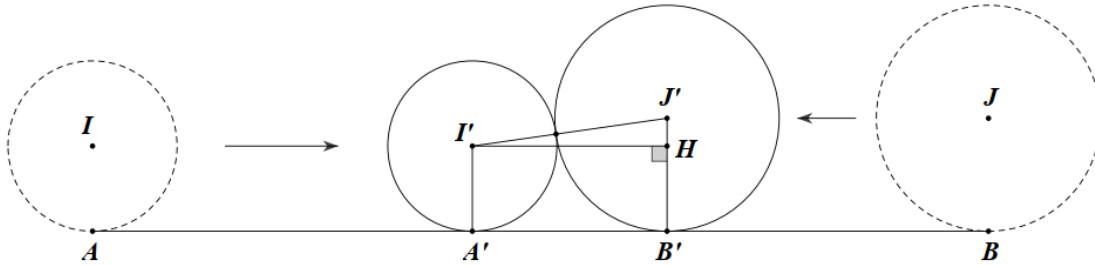
Nhận xét: Bán kính viên bi chính là khoảng cách từ tâm đến mặt bàn, điểm tiếp xúc chính là hình chiếu vuông góc của tâm trên mặt bàn.

Viên bi thứ nhất có bán kính $r_1 = 3$ (cm) và tiếp xúc với mặt bàn tại điểm $A(5; -8; 0)$.

Viên bi thứ hai có bán kính $r_2 = 4$ (cm) và tiếp xúc với mặt bàn tại điểm $B(-3; 7; 0)$.

Vì 2 viên bi lăn thẳng về phía nhau trên mặt bàn nên điểm tiếp xúc của 2 viên bi với mặt bàn luôn chạy trên đoạn thẳng AB .

Giả sử tại thời điểm t giây thì hai viên bi va chạm với nhau.



Khi đó viên bi thứ nhất di chuyển được quãng đường $AA' = 5t$ cm, viên bi thứ 2 di chuyển được quãng đường $BB' = 3t$ cm.

$$\text{Ta có } A'B' = I'H = \sqrt{I'J'^2 - J'H^2} = \sqrt{r_1 + r_2^2 - r_2 - r_1^2} = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{Mà } AB = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17 \Rightarrow AA' + BB' = 17 - 4\sqrt{3}.$$

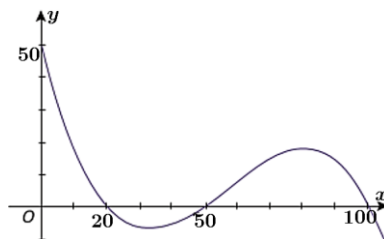
$$\text{Do đó } 5t + 3t = 17 - 4\sqrt{3} \Rightarrow t = \frac{17 - 4\sqrt{3}}{8} \approx 1,26 \text{ giây.}$$

Vậy sau khoảng 1,26 giây thì hai viên bi va chạm.

Câu 18. [HTN] Một phần đường ray tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba: $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$.

Trục Ox mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang (tính bằng mét), trục Oy mô tả chiều cao của đường ray (tính bằng mét) tại mỗi vị trí x . Chiều cao xuất phát là

$50(m)$. Tàu xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí $x = 20(m)$, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí $x = 50(m)$ và sau đó xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí $x = 100(m)$. Xét đồ thị của hàm số đã cho khi $x \in [0; 100]$ như hình vẽ bên dưới:



Biết điểm cao nhất của đường ray khi tàu lên khỏi mặt đất và toạ độ điểm thấp nhất của đường ray khi tàu xuống dưới mặt đất lần lượt có hoành độ là p và q . Tính $3q + p$.

Lời giải tham khảo

Đồ thị giao với trục hoành tại các điểm: $(20;0); (50;0); (100;0)$.

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm $x = 20; x = 50; x = 100$.

Nên $f(x)$ có dạng: $f(x) = a \cdot (x - 20) \cdot (x - 50) \cdot (x - 100)$.

Do $f(0) = 50$, suy ra $a = -\frac{1}{2000}$.

Suy ra: $y = -\frac{1}{2000}(x - 20)(x - 50)(x - 100) = -\frac{1}{2000}x^3 + \frac{17}{200}x^2 - 4x + 50$.

b) Các điểm cần tìm chính là các điểm cực trị của hàm số:

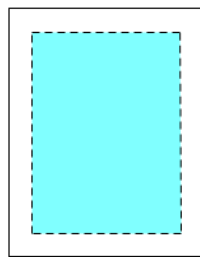
$$y = f(x) = -\frac{1}{2000}x^3 + \frac{17}{200}x^2 - 4x + 50.$$

$$\text{Ta có: } y' = -\frac{3}{2000}x^2 + \frac{34}{200}x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{100}{3}, y = -\frac{200}{27} \\ x = 80, y = 18 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta được $A\left(\frac{100}{3}; -\frac{200}{27}\right)$ và $B(80; 18)$ lần lượt là điểm **cực tiểu** và điểm **cực đại**

của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Do đó $q = \frac{100}{3}; p = 80 \Rightarrow 3q + p = 180$.

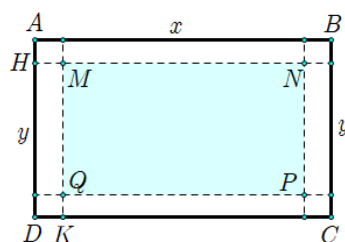
Câu 19. [HTN] Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3cm, để lề trái và lề phải đều là 2cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ. Trang sách có kích thước tối ưu khi phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất. Tính chu vi của trang sách khi đạt kích thước tối ưu.



Lời giải tham khảo

Mô hình hóa bài toán bởi hình vẽ bên dưới với chiều dài trang sách là $AB = x$ (cm), chiều rộng trang

sách là $BC = y$ (cm) với $\begin{cases} x > 6 \\ y > 4 \end{cases}$.



Khi đó:

$$\text{Diện tích một trang sách là } S_{ABCD} = xy = 384 \Rightarrow y = \frac{384}{x}.$$

$$\text{Chiều dài phần in chữ } MN = AB - 2MH = x - 6.$$

$$\text{Chiều rộng phần in chữ } MQ = AD - 2QK = y - 4.$$

Diện tích phần in chữ là :

$$S_{MNPQ} = MN.MQ = (x - 6)(y - 4) = (x - 6)\left(\frac{384}{x} - 4\right) = 408 - \frac{2304}{x} - 4x = f(x).$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = -4 + \frac{2304}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 24 \text{ (do } x > 6)$$

x	6	24
$f'(x)$		+
$f(x)$		0
		-
		216

Từ BBT ta có S_{MNPQ} lớn nhất bằng 216 khi $x = 24$.

Vậy phần in chữ trên sách có diện tích lớn nhất khi chiều dài trang sách là $x = 24$ (cm), chiều rộng trang sách là $y = \frac{384}{x} = 16$ (cm).

Do đó chu vi trang sách trong trường hợp nó đạt kích thước tối ưu là:

$$P = 2(x + y) = 2(24 + 16) = 80 \text{ (cm)}.$$

Câu 20. [HTN] Trong không gian ba chiều $Oxyz$, nhà chị Lan muốn lắp đường dây cáp truyền hình cho ba vị trí A, B, C có tọa độ được xác định như sau:

- ❖ Vị trí A có tọa độ $A(4; 6; 0)$ nằm trên mặt đất.
- ❖ Vị trí B có tọa độ $B(5; 8; 4)$ nằm trên tầng hai tòa nhà và ở độ cao $4m$.
- ❖ Vị trí C có tọa độ $C(6; 4; 9)$ nằm trên tầng ba tòa nhà và ở độ cao $9m$.



Chị Lan muốn lắp đặt máy chủ tại địa điểm là $D(a; b; c)$ sao cho khoảng cách từ D đến ba vị trí kể trên là bằng nhau và chi phí đường dây là ít nhất. Biết rằng một mét dây cáp giá 200 nghìn đồng. Số tiền chị Lan chi phí mua dây để kết nối đến ba vị trí trên ít nhất là bao nhiêu nghìn? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải tham khảo

Điểm D cách đều 3 điểm A, B, C

$\Rightarrow$ điểm D thuộc trục của đường ngoại tiếp tam giác ABC .

Và khoảng cách từ D đến 3 điểm A, B, C nhỏ nhất $\Leftrightarrow D$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (1; 2; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{21}.$$

$$\overrightarrow{AC} = (2; -2; 4) \Rightarrow AC = \sqrt{89}.$$

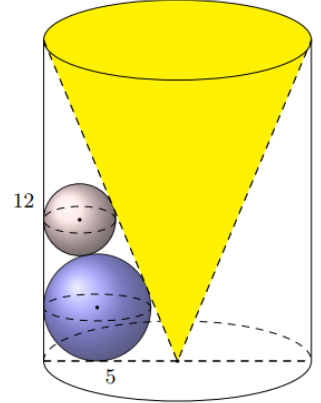
$$\overrightarrow{BC} = (-1; -4; 5) \Rightarrow BC = \sqrt{42}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \quad S = \frac{1}{2} \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] = \frac{\sqrt{713}}{2}.$$

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = 5,2463 \Rightarrow \text{Số tiền } T = 3R \cdot 200 = 3148 \text{ nghìn.}$$

Câu 21. [HTN] Người ta chế tạo một món đồ chơi trẻ em (như hình vẽ), theo các công đoạn như sau:

- ❖ **Bước 1:** Chế tạo hình trụ tròn xoay bằng thủy tinh trong suốt, chiều cao 12 cm, bán kính đường tròn đáy 5 cm
- ❖ **Bước 2:** Đặt bên trong hình trụ một khối nón tròn xoay (phần màu vàng như hình vẽ) có đáy trùng với một đường tròn đáy của hình trụ và đỉnh trùng với tâm đường tròn đáy còn lại của hình trụ.
- ❖ **Bước 3:** Đặt vào hai quả cầu (quả cầu lớn màu xanh và quả cầu nhỏ màu hồng như hình vẽ), tiếp xúc với nhau và tiếp xúc với các đường sinh, mặt đáy của hình trụ và hình nón (quan sát hình vẽ).



Phần còn lại bên ngoài khối nón, bên ngoài hai khối cầu và bên trong hình trụ người ta đổ đầy nước. Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ. Hỏi thể tích nước cần đổ bằng bao nhiêu cm^3 ? (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị).

Lời giải tham khảo

$$\text{Thể tích của khối trụ là } V_{\text{trụ}} = \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 300\pi.$$

$$\text{Thể tích của khối nón là } V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi.$$

Gọi r_1 là bán kính quả cầu lớn màu xanh. Lúc đó

$$r_1 = \frac{S_{\triangle ABC}}{\frac{1}{2}(AC + AB + BC)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5}{\frac{1}{2}(5 + 12 + 13)} = 2.$$

Gọi r_2 là bán kính quả cầu nhỏ màu hồng.

Gọi I, J lần lượt là tâm quả cầu lớn, tâm quả cầu nhỏ và T là tiếp điểm của hai mặt cầu. Ta có

$$CI = \sqrt{10^2 + 2^2} = \sqrt{104}, CT = CI - r_1 = \sqrt{104} - 2, CJ = CT - r_2 = \sqrt{104} - 2 - r_2.$$

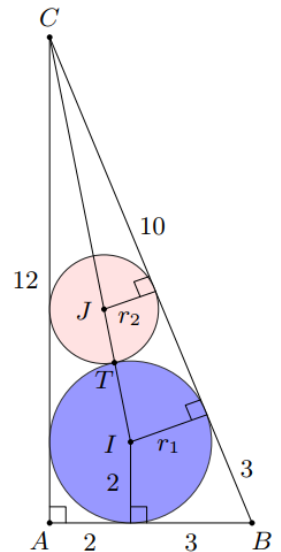
$$\text{Từ đó có } \frac{r_2}{r_1} = \frac{CJ}{CI} \Leftrightarrow \frac{r_2}{2} = \frac{\sqrt{104} - 2 - r_2}{\sqrt{104}} \Rightarrow r_2 = 2 \frac{\sqrt{104} - 2}{\sqrt{104} + 2}.$$

$$\text{Thể tích của quả cầu lớn là } V_{\text{cầu 1}} = \frac{4}{3} \pi r_1^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}.$$

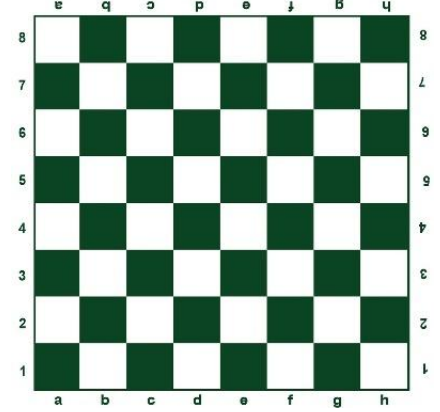
$$\text{Thể tích của quả cầu nhỏ là } V_{\text{cầu 2}} = \frac{4}{3} \pi r_2^3.$$

Vậy thể tích nước cần đổ là

$$V_{\text{nước}} = V_{\text{trụ}} - V_{\text{nón}} - V_{\text{cầu 1}} - V_{\text{cầu 2}} = 300\pi - 100\pi - \frac{32\pi}{3} - \frac{4}{3} \pi r_2^3 \approx 585 \text{ cm}^3.$$



Câu 22. [HTN] Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật, ... Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b$.



Lời giải tham khảo

Ta coi bàn cờ vua được xác định bởi 9 đường thẳng theo phương nằm ngang $x = 0; x = 1; x = 2; \dots; x = 8$ và 9 đường thẳng theo phương thẳng đứng $y = 0; y = 1; y = 2; \dots; y = 8$.

Mỗi hình chữ nhật được tạo thành từ hai đoạn thẳng thuộc hai đường thẳng x_i, x_j và hai đoạn thẳng thuộc các đường thẳng y_m, y_n ($i, j, m, n \in \{0; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$) nên có $C_9^2 \cdot C_9^2$ hình chữ nhật. Suy ra số hình chữ nhật tạo thành là $C_9^2 \cdot C_9^2 \Rightarrow n(\Omega) = C_9^2 \cdot C_9^2 = 1296$.

Gọi A là biến cố hình được chọn là hình vuông có cạnh a lớn hơn 4.

- ❖ **Trường hợp 1:** $a = 5$. Khi đó mỗi hình vuông được tạo thành do hai đường thẳng x_i, x_j cách nhau 5 đơn vị và hai đường thẳng y_m, y_n cách nhau 5 đơn vị nên có $4 \cdot 4 = 16$ cách chọn.
- ❖ **Trường hợp 2:** $a = 6$. Khi đó mỗi hình vuông được tạo thành do hai đường thẳng x_i, x_j cách nhau 6 đơn vị và hai đường thẳng y_m, y_n cách nhau 6 đơn vị có $3 \cdot 3 = 9$ cách chọn.
- ❖ **Trường hợp 3:** $a = 7$. Khi đó mỗi hình vuông được tạo thành do hai đường thẳng x_i, x_j cách nhau 7 đơn vị và hai đường thẳng y_m, y_n cách nhau 7 đơn vị có $2 \cdot 2 = 4$ cách chọn.
- ❖ **Trường hợp 4:** $a = 8$. Khi đó mỗi hình vuông được tạo thành do hai đường thẳng x_i, x_j cách nhau 8 đơn vị và hai đường thẳng y_m, y_n cách nhau 8 đơn vị nên có $1 \cdot 1 = 1$ cách chọn.

Suy ra $n(A) = 16 + 9 + 4 + 1 = 30$.

Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{1296} = \frac{5}{216} \Rightarrow a = 5; b = 216 \Rightarrow a + 2b = 437.$$

HOÀNG
TRỌNG NGHĨA

ĐỀ SỐ 05

BỘ 05 ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1 LỚP 12

Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

❖ Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
005	A	C	D	C	A	A	B	B	C	A	B	C

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

❖ Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

❖ Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
005	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)S	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn - tự luận

❖ Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
005	2169	14	1,6	1,41	2180	347

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$		3		5	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(2; 4)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(3; 5)$. **D.** $(-\infty; 4)$.

Câu 2. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (-3; 0; -1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. **B.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$.

Câu 3. [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
$f'(x)$			$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$				0	2	-2	$2\sqrt{5}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$. **B.** $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = \sqrt{5}$. **C.** $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$. **D.** $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = -2$.

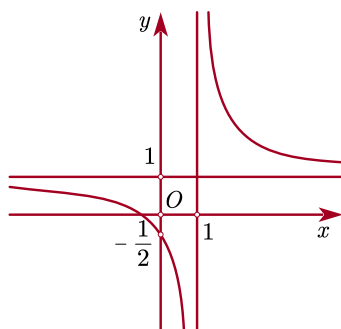
Câu 4. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $OBCD$ có $B(2; 1; 2)$ và $D(1; 1; -1)$. Khi đó tọa độ của điểm C là:

- A.** $(1; 0; 3)$. **B.** $(3; 2; 3)$. **C.** $(3; 2; 1)$. **D.** $(-1; 0; -3)$.

Câu 5. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A.** $\sqrt{14}$. **B.** 14. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 22.

Câu 6. [HTN] Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

- A.** $y = 1$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 7. [HTN] Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau

Cân nặng (kg)	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$
Số quả mít	12	13	12	6	7

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A.** 8,58. **B.** 7,14. **C.** 2,67. **D.** 8,32.

Câu 8. [HTN] Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- A.** $y_{CT} = 4$. **B.** $y_{CT} = 0$. **C.** $y_{CT} = -1$. **D.** $y_{CT} = 1$.

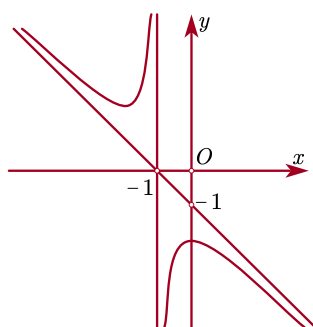
Câu 9. [HTN] Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2022 của 100 hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	$[200; 250)$	$[250; 300)$	$[300; 350)$	$[350; 400)$	$[400; 450)$
Số hộ gia đình	20	15	32	22	11

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

- A.** $\frac{20950}{33}$. **B.** $\frac{4050}{11}$. **C.** $\frac{3350}{33}$. **D.** $\frac{800}{3}$.

Câu 10. [HTN] Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$.



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(0; -1)$. **C.** $(1; -1)$. **D.** $(-1; -1)$.

Câu 11. [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là:

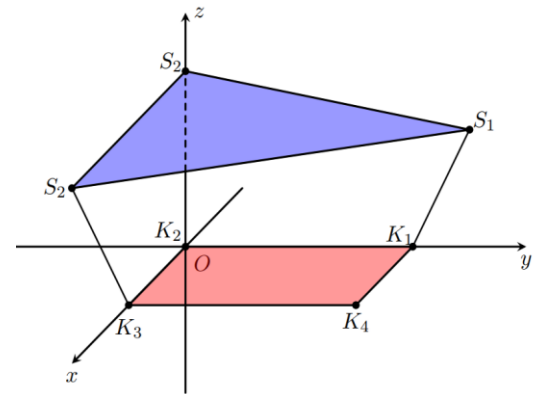
- A. $(2; -3; -5)$. B. $(2; -3; 5)$. C. $(-2; 3; 5)$. D. $(-2; -3; 5)$.

Câu 12. [HTN] Cho ba điểm phân biệt B, D, E . Biết $\vec{a} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED}$, tìm khẳng định đúng?

- A. $\vec{a} = \overrightarrow{BE}$. B. $\vec{a} = \overrightarrow{DB}$. C. $\vec{a} = \overrightarrow{BD}$. D. $\vec{a} = \overrightarrow{ED}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. [HTN] Trên một sân chơi, người ta dựng một tấm vải buồm hình tam giác để che bóng cho một cái bể cát. Để làm điều này, người ta gắn các thanh kim loại vào ba góc của bể cát và cố định tấm vải buồm vào các đầu của thanh. Trong hệ trục tọa độ, mặt phẳng Oxy biểu diễn mặt đất nằm ngang. Bể cát được mô tả bởi hình chữ nhật có các đỉnh $K_1(0;4;0)$, $K_2(0;0;0)$, $K_3(3;0;0)$ và $K_4(3;4;0)$. Tấm vải buồm được mô tả bởi tam giác có các đỉnh $S_1(0;6;\frac{5}{2})$, $S_2(0;0;3)$ và



$S_3(6;0;\frac{5}{2})$. Một đơn vị độ dài trong hệ tọa độ tương ứng với một mét trong thực tế.

Phát biểu	Đ	S
Mặt phẳng chứa tấm vải có phương trình: $x + y + 12z - 36 = 0$.	☐	☐
Nhà sản xuất tấm vải buồm khuyến cáo nên sử dụng thêm dây cáp để cố định các thanh kim loại khi diện tích tấm vải buồm lớn hơn $20m^2$. Trong trường hợp này, không cần thiết phải sử dụng dây cáp.	☐	☐
Để đảm bảo nước mưa có thể thoát đi, tấm vải buồm phải có góc nghiêng so với mặt đất ít nhất 8° . Trong trường hợp này, nước mưa không thể thoát đi.	☐	☐
Khi trời mưa lớn, tấm vải buồm bị biến dạng và trũng xuống, tạo thành một "túi nước" chứa nước mưa không thể thoát ra được. Chỗ trũng có miệng hình tròn với đường kính 50 cm và ở điểm sâu nhất, túi nước sâu 5 cm. Để đơn giản, ta coi túi nước này là một phần của hình cầu. Thể tích V của một phần hình cầu có thể tính bằng công thức $V = \frac{1}{3}\pi h^2 \cdot (3r - h)$, trong đó r là bán kính của hình cầu và h là chiều cao. Túi nước này chứa được 5000 cm^3 nước (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) **Đúng:** Có $S_1(0;6;\frac{5}{2})$, $S_2(0;0;3)$ và $S_3(6;0;\frac{5}{2})$.

$$\overrightarrow{S_2 S_1} \left(0; 6; -\frac{1}{2} \right); \overrightarrow{S_2 S_3} \left(6; 0; -\frac{1}{2} \right). \text{ Suy ra } \left[\overrightarrow{S_2 S_1}, \overrightarrow{S_2 S_3} \right] = (3; 3; 36).$$

Mặt phẳng chứa tấm vải đi qua $S_1 \left(0; 6; \frac{5}{2} \right)$ và nhận $\vec{n} = \frac{1}{3} \left[\overrightarrow{S_2 S_1}, \overrightarrow{S_2 S_3} \right] = (1; 1; 12)$ làm vector pháp tuyến. Mặt phẳng chứa tấm vải có phương trình: $x + y + 12z - 36 = 0$.

b) Đúng: Diện tích tấm vải là: $S = \frac{1}{2} \left\| \left[\overrightarrow{S_2 S_1}, \overrightarrow{S_2 S_3} \right] \right\| = \frac{1}{2} \left\| (3; 3; 36) \right\| = \frac{1}{2} \sqrt{3^2 + 3^2 + 36^2} \approx 18,12$.

Vậy trong trường hợp này, không cần thiết phải sử dụng dây cáp.

c) Đúng: Mặt đất là mặt phẳng Oxy có vector pháp tuyến là $\vec{m} (0; 0; 1)$.

Có $\vec{n} (1; 1; 12)$, suy ra $\vec{n} \cdot \vec{m} = 1.0 + 1.0 + 12.1 = 12$.

$|\vec{n}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 12^2} = \sqrt{146}; |\vec{m}| = 1$.

Góc giữa tấm vải và mặt đất là: $\cos(\vec{n}, \vec{m}) = \frac{\vec{n} \cdot \vec{m}}{|\vec{n}| \cdot |\vec{m}|} = \frac{12}{\sqrt{146}} \Rightarrow (\vec{n}, \vec{m}) \approx 6,7^\circ < 8^\circ$.

Vậy trong trường hợp này, nước mưa không thể thoát đi.

d) Sai: Ta có $25^2 + (r - 5)^2 = r^2 \Leftrightarrow 625 + r^2 - 10r + 25 = r^2 \Leftrightarrow 650 - 10r = 0 \Leftrightarrow r = 65 \text{ cm}$

Thể tích phần hình cầu là: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot (3 \cdot 65 - 5) \approx 4974 \text{ cm}^3$

Vậy túi nước này chứa được khoảng 4974 cm^3 nước.

Câu 14. [HTN] Nồng độ cồn trong máu (BAC) là chỉ số dùng để đo lượng cồn trong máu của một người. Chẳng hạn, BAC 0,02% hay 0,2 mg/ml, nghĩa là có 0,02 g cồn trong 100 ml máu. Nếu một người có BAC bằng 0,02% thì nguy cơ bị tai nạn ô tô cao gấp 1,4 lần so với một người không uống rượu (tức là nguy cơ tương đối là 1,4). Nghiên cứu y tế gần đây cho thấy nguy cơ tương đối của việc gặp tai nạn khi đang lái ô tô có thể được mô hình hóa bằng một phương trình có dạng $R = e^{kx}$, trong đó x (%) là nồng độ cồn trong máu và k là một hằng số.



Phát biểu	Đ	S
Nghiên cứu chỉ ra rằng nguy cơ tương đối của một người bị tai nạn với BAC bằng 0,02% là 1,4. Giá trị của hằng số k trong phương trình là $k \approx 1682,36$.	☐	☐
Nguy cơ tương đối là $R \approx 17,46$ nếu nồng độ cồn trong máu là 0,17%.	☐	☐
Khi nguy cơ tương đối là 100 thì BAC tương ứng là $x = 0,27\%$. (làm tròn đến hàng phần trăm)	☐	☐
Giả sử nếu một người lái xe có nguy cơ tương đối từ 5 trở lên sẽ không được phép lái xe, thì một người có nồng độ cồn trong máu từ khoảng 0,096% trở lên sẽ không được lái xe. (Kết quả được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).	☐	☐

Lời giải tham khảo

Ta có: Phương trình mô hình nguy cơ tương đối R theo nồng độ cồn x (tính bằng %) là $R = e^{kx}$.

Sử dụng dữ kiện $x = 0,02$ và $R = 1,4$. Suy ra: $1,4 = e^{k \cdot 0,02} \Leftrightarrow \ln(1,4) = k \cdot 0,02$

$$\Rightarrow k = \frac{\ln(1,4)}{0,02} \approx 16,8236$$

a) Giá trị của hằng số k : Ta có $k \approx 16,8236$. Khẳng định **a)** là $k \approx 1682,36$ **a)** là **Sai**.

b) Nguy cơ tương đối khi $x = 0,17\%$. Suy ra: $R = e^{16,8236 \cdot 0,17} \approx 17,46$. **b)** là **Đúng**.

c) Nồng độ cồn khi $R = 100$. Suy ra: $100 = e^{16,8236 \cdot x} \Leftrightarrow x = \frac{\ln(100)}{16,8236} \approx 0,2737$. Khẳng định **c)** $x = 0,27\%$

là **Đúng**.

d) Nồng độ cồn giới hạn khi $R = 5$. Suy ra: $5 = e^{16,8236 \cdot x} \Leftrightarrow x = \frac{\ln(5)}{16,8236} \approx 0,09566$

Suy ra: Nồng độ cồn phải từ $x \approx 0,09566\%$ trở lên, tức là khoảng $0,096\%$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba, như trong đáp án). Khẳng định **d)** là **Đúng**.

Câu 15. [HTN] Cho hàm số: $f(x) = x^2 - 7x + 9 \ln(x+2) + 3$.

Phát biểu	Đ	S
Đạo hàm của hàm số đã cho là: $f'(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x+2}$.	☐	☐
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$.	☐	☐
Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 10.	☐	☐
Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1 cùng với tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục Ox , trục Oy tạo thành đa giác có diện tích bằng 44 (dvdt).	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) Đúng: $f'(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x+2}$

b) Sai vì: trên khoảng $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$, $f'(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x+2} < 0$

c) Sai: Vì $\max_{[-1; 2]} f(x) = f(-1) = 11$

d) Sai vì: TT của hàm số $y = f(x)$ tại $x_0 = -1$ là $y = 11$, tiệm cận xiên của hàm số

$f'(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x+2}$ là $y = 2x - 7$, cùng với hai trục tọa độ tạo thành hình thang vuông có diện tích $68,5$ (dvdt)

Câu 16. [HTN] Hai thùng hàng A, B đều chứa 25 quả táo. Kết quả kiểm tra cân nặng của 25 quả táo ở mỗi thùng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	[250; 260)	[260; 270)	[270; 280)	[280; 290)	[290; 300)
Số táo ở thùng A	2	4	12	4	3
Số táo ở thùng B	1	3	7	10	4

Phát biểu	Đ	S
Số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng A nhỏ hơn số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng B .	☐	☐
Lấy ngẫu nhiên một quả táo từ thùng A . Xác suất để quả táo đó có cân nặng từ 280g trở lên là 0,28.	☐	☐
Lấy ngẫu nhiên một quả táo từ thùng A và một quả táo từ thùng B . Xác suất để hai quả táo lấy ra đều nặng từ 270g trở lên là 0,6384.	☐	☐
Số táo có cân nặng từ 280g trở lên ở thùng B nhiều hơn số táo có cân nặng từ 280g trở lên ở thùng A .	☐	☐

Lời giải tham khảo

a) Ta có bảng số liệu ghép nhóm

Cân nặng (g)	[250; 260)	[260; 270)	[270; 280)	[280; 290)	[290; 300)
Giá trị đại diện	255	265	275	285	295
Số táo ở thùng A	2	4	12	4	3
Số táo ở thùng B	1	3	7	10	4

Số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng A là:

$$\bar{x}_A = \frac{255 \cdot 2 + 265 \cdot 4 + 275 \cdot 12 + 285 \cdot 4 + 295 \cdot 3}{25} = 275,8$$

Số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng B là:

$$\bar{x}_B = \frac{255 \cdot 1 + 265 \cdot 3 + 275 \cdot 7 + 285 \cdot 10 + 295 \cdot 4}{25} = 280,2$$

Vậy số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng A nhỏ hơn số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng B . Suy ra mệnh đề **Đúng**.

b) Gọi M là biến cố: “Lấy được một quả táo từ thùng A có cân nặng từ 280g trở lên”.

Khi đó ta có: $n(\Omega) = 25$; $n(M) = 4 + 3 = 7 \Rightarrow P(M) = \frac{n(M)}{n(\Omega)} = \frac{7}{25} = 0,28$. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

c) Gọi N là biến cố: “Lấy được một quả táo từ thùng A và một quả táo từ thùng B sao cho hai quả táo lấy ra đều nặng từ 270g trở lên”.

Khi đó ta có: $n(\Omega) = 25 \cdot 25 = 625$; $n(N) = (12 + 4 + 3) \cdot (7 + 10 + 4) = 399$

$$\Rightarrow P(N) = \frac{n(N)}{n(\Omega)} = \frac{399}{625} = 0,6384. \text{ Suy ra mệnh đề } \mathbf{Đúng}.$$

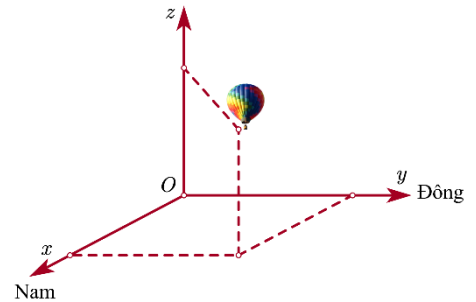
d) Số táo có cân nặng từ $280g$ trở lên ở thùng B là: $10 + 4 = 14$;

Số táo có cân nặng từ $280g$ trở lên ở thùng A là: $4 + 3 = 7$.

Vậy số táo có cân nặng từ $280g$ trở lên ở thùng B nhiều hơn số táo có cân nặng từ $280g$ trở lên ở thùng A . Suy ra mệnh đề **Đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. [HTN] Hai chiếc kính khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $2,5 \text{ km}$ về phía Nam và 2 km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất $0,8 \text{ km}$. Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát $1,5 \text{ km}$ về phía Bắc và 3 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,6 \text{ km}$. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai kính khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó đến hai kính khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách hai kính khí cầu bay lên $a \text{ (km)}$ theo hướng Nam và $b \text{ (km)}$ theo hướng Tây. Tính tổng $2024a + 2025b$ (làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải tham khảo

Gọi M là điểm tiếp nhiên liệu cho hai kính khí cầu.

Đặt vị trí của kính khí cầu thứ nhất và thứ hai lần lượt là A và B , ta có:

$$A(2,5;2;0,8) \text{ và } B(-1,5;-3;0,6).$$

Lấy B' đối xứng với B qua mặt phẳng Oxy , ta có đánh giá:

$$MA + MB = MA + MB' \geq AB'.$$

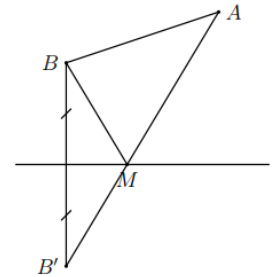
Dấu "=" xảy ra khi A, B', M thẳng hàng. Dễ dàng tính được $B'(-1,5;-3;-0,6)$,

suy ra $\overrightarrow{AB'} = (-4;-5;-1,4)$. Suy ra phương trình đường thẳng AB' là:

$$\begin{cases} x = 2,5 - 4t \\ y = 2 - 5t \\ z = 0,8 - 1,4t \end{cases} \quad \text{cắt mặt phẳng } Oxy \text{ tại điểm } M, \text{ do } M \in Oxy \text{ nên } z = 0, \text{ thay vào phương trình đường}$$

$$\text{thẳng } AB' \text{ tính được } t = \frac{4}{7}. \text{ Nên } AB \cap Oxy = M\left(\frac{3}{14}; -\frac{6}{7}; 0\right).$$

$$\text{Do đó } a = \frac{3}{14} \text{ và } b = \frac{6}{7}, \text{ vậy } 2024a + 2025b = 2169.$$



Câu 18. [HTN] Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, biết bể có thể chứa tối đa $10m^3$ nước và giá tiền thuê nhân công là 500000 (đồng/ m^2). Tính số tiền (triệu đồng) ông An trả ít nhất cho nhân công để xây bể. (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải tham khảo

Gọi x, y, z lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của cái bể ($x, y, z > 0; y = 2x$). Đơn vị đo độ dài là mét (m).

Theo đề bài ta có: $V = xyz = 2x^2z = 10 \Leftrightarrow z = \frac{5}{x^2} (m)$.

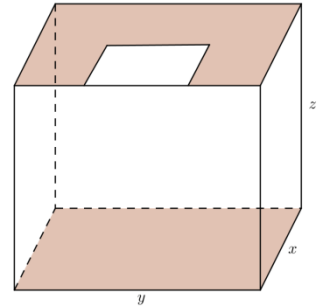
Diện tích toàn phần cái bể:

$$S = 2xz + 2xy + 2yz - \frac{1}{5}xy = 2x \cdot \frac{5}{x^2} + 2x \cdot 2x + 2 \cdot 2x \cdot \frac{5}{x^2} - \frac{1}{5}x \cdot 2x (m^2).$$

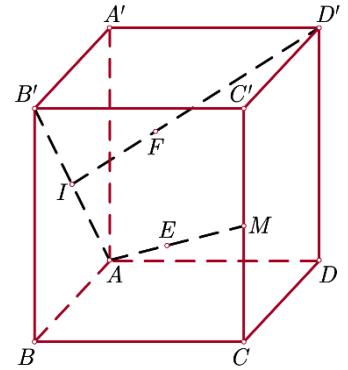
$$S = \frac{30}{x} + \frac{18}{5}x^2 = \frac{15}{x} + \frac{15}{x} + \frac{18}{5}x^2 \geq 3\sqrt[3]{810}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{15}{x} = \frac{18}{5}x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{75}{18}} \Rightarrow S \approx 27,965 (m^2).$$

Khi đó tổng số tiền ít nhất là $3\sqrt[3]{810} \cdot 500000 \approx 13982546,28$ (đồng) ≈ 14 (triệu).



Câu 19. [HTN] Bạn An đang nằm nghe nhạc trong phòng hình hộp chữ nhật, sàn nhà là hình vuông cạnh bằng 4 m, chiều cao của phòng là 3,2 m và phát hiện ra hai con nhện đang chằng tơ trong căn phòng của An, hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của An thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC' , còn con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm I của mặt $ABB'A'$. Tính khoảng cách giữa hai con nhện khi đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà. (đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải tham khảo

Gắn hệ trục $Oxyz$ sao cho $A \equiv O; AB \equiv Ox; AD \equiv Oy; AA' \equiv Oz$.

Ta có $A(0;0;0); A'(0;0;3,2); M(4;4;1,6); D'(0;4;3,2); I(2;0;1,6)$.

$$\text{Gọi } E(x, y, z), F(m, n, p). \text{ Giả sử } \overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4a \\ y = 4a \\ z = 1,6a \end{cases} \Rightarrow E(4a; 4a; 1,6a)$$

$$+) \overrightarrow{D'F} = b\overrightarrow{D'I} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2b \\ n - 4 = -4b \\ p - 3,2 = -1,6b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2b \\ n = 4 - 4b \\ p = 3,2 - 1,6b \end{cases} \Rightarrow F(2b; 4 - 4b; 3,2 - 1,6b)$$

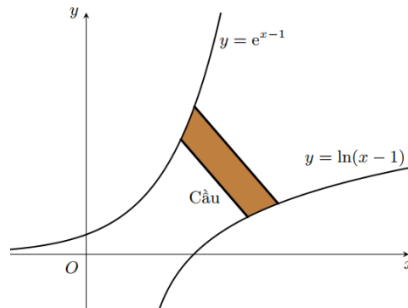
Ta có $\overrightarrow{EF} = (2b - 4a; 4 - 4b - 4a; 3, 2 - 1, 6b - 1, 6a)$; $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 3, 2)$

Để đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà thì $\overrightarrow{EF}$ cùng phương với $\overrightarrow{AA'}$

$$\text{Nên } \begin{cases} 2b - 4a = 0 \\ 4 - 4b - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}. \text{ Khi đó } \overrightarrow{EF} = (0; 0; 1, 6) \Rightarrow EF = 1, 6.$$

Vậy khoảng cách giữa hai con nhện bằng 1,6 m.

Câu 20. [HTN] Người ta cần xây một cây cầu thẳng bắc qua một con sông. Khi đặt vào hệ trục tọa độ Oxy với độ dài trên mỗi trục dài 1 km, thì hai bên bờ sông có dạng các đồ thị hàm số $y = e^{x-1}$ và $y = \ln(x-1)$ (tham khảo hình vẽ). Hỏi có thể xây được cây cầu với độ dài ngắn nhất là bao nhiêu km (xem cây cầu là đoạn thẳng)? (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)



Lời giải tham khảo

Ta thấy hai hàm số $y = e^{x-1}$ và $y = \ln(x-1)$ có trục đối xứng là đường thẳng $\Delta: y = x - 1$.

Khi đó khoảng cách cây cầu $d = 2.d(A, \Delta)$ với $A \in y = e^{x-1}$. Khi đó $d_{\min} \Leftrightarrow d(A, \Delta)_{\min}$.

Lấy $A \in y = e^{x-1}$ khi đó $A(a; e^{a-1})$

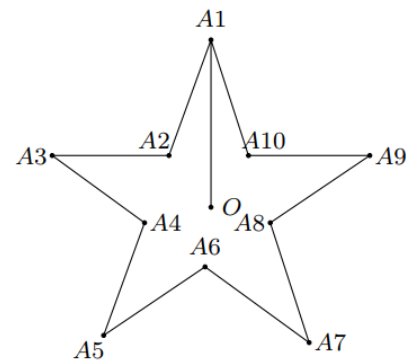
$$\text{Suy ra: } d(A, \Delta)_{\min} = \left(\frac{|a - e^{a-1} - 1|}{\sqrt{2}} \right)_{\min} \xrightarrow{\text{Casio}} \frac{d}{da} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow d(A, \Delta)_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy } d_{\min} = 2.d(A, \Delta)_{\min} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

Câu 21. [HTN] Nhân dịp kỷ niệm 80 năm ngày thành lập Quân đội Nhân dân Việt Nam (22/12/1944 – 22/12/2024) có một màn trình diễn máy bay không người lái UAV trên bầu trời thường được gọi là "drone light show". Các UAV bay theo sự điều khiển chính xác, tạo thành hình ngôi sao 5 cánh cân đối trên bầu trời, biểu trưng cho sự đoàn kết và sức mạnh của Quân đội Nhân dân Việt Nam. Khi trình diễn các chiếc UAV sẽ di chuyển theo các đoạn thẳng từ đỉnh $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_4 \rightarrow A_5 \rightarrow A_6 \rightarrow A_7 \rightarrow A_8 \rightarrow A_9 \rightarrow A_{10} \rightarrow A_1$.

Biết rằng khi gán hệ tọa độ Oxyz (với O là tâm của hình sao) thì

$\overrightarrow{OA_1} = (100; 200; 200)$, đơn vị trên các trục tọa độ là 1 mét. Quãng đường mà một chiếc UAV đã di chuyển một vòng như trên là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải tham khảo

Kẻ OA_2 cắt A_1A_3 tại H nên H là trung điểm của A_1A_3 và $OH \perp A_1A_3$ tại H .

Ta có A_1, A_3, A_5, A_7, A_9 tạo thành ngũ giác đều nội tiếp đường tròn tâm O với bán kính

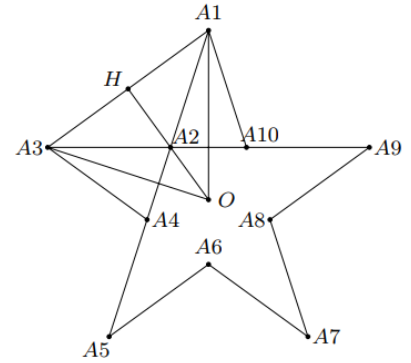
$$R = OA_1 = \sqrt{100^2 + 200^2 + 200^2} = 300.$$

Ta có $\angle A_1OA_2 = 36^\circ$ và $\angle A_1A_2H = 54^\circ$.

Ta có $A_1H = OA_1 \cdot \sin 36^\circ = 300 \cdot \sin 36^\circ$.

$$\text{Ta có } A_1A_2 = \frac{A_1H}{\sin 54^\circ} = \frac{300 \cdot \sin 36^\circ}{\sin 54^\circ}.$$

Quãng đường mà một chiếc UAV đã di chuyển một vòng như trên là $10 \cdot \frac{300 \cdot \sin 36^\circ}{\sin 54^\circ} \approx 2180 \text{ m}$.



Câu 22. [HTN] *Đố tam hưởng* là trò chơi dân gian có thưởng trong ngày Tết xưa ở một số địa phương. Trong trò chơi này, người chơi gieo đồng thời 3 con súc sắc đồng chất và người chơi thắng cuộc nếu trong ba con súc sắc có ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm. Biết rằng xác suất để trong 4 ván, người chơi thắng ít nhất 3 ván



là $\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $b - 650a$ bằng bao nhiêu?

Lời giải tham khảo

Gọi P là xác suất thắng trong 1 ván.

Điều kiện ván thắng là “có ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm” tức là ván thắng phải xuất hiện hai mặt 6 chấm hoặc ba mặt 6 chấm.

$$\text{Xác suất ván “xuất hiện hai mặt 6 chấm” là: } C_3^2 \left(\frac{1}{6} \right)^2 \left(\frac{5}{6} \right)^1 = \frac{5}{72} C_3^2 \left(\frac{1}{6} \right)^2 \left(\frac{5}{6} \right)$$

$$\text{Xác suất ván “xuất hiện ba mặt 6 chấm” là: } \left(\frac{1}{6} \right)^3 = \frac{1}{216}$$

$$\text{Do đó } P = \frac{5}{72} + \frac{1}{216} = \frac{2}{27} \Rightarrow \bar{P} = \frac{25}{27}$$

$$\text{Xác suất để người chơi thắng ít nhất 3 ván là } C_4^3 \left(\frac{2}{27} \right)^3 \frac{25}{27} + \left(\frac{2}{27} \right)^4 = \frac{272}{177147}$$

Suy ra $b - 650a = 347$.