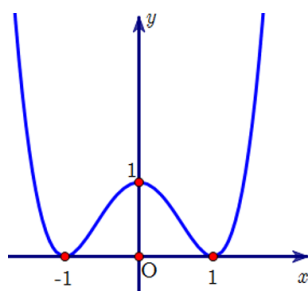




- Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là
- A.** $I = (-1; -2; 1)$; $R = 4$. **B.** $I = (1; 2; -1)$; $R = 2$.
C. $I = (1; 2; -1)$; $R = 4$. **D.** $I = (-1; -2; 1)$; $R = 2$.
- Câu 2.** Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A.** Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
B. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.
C. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
D. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
- Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 3)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là
- A.** $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$. **C.** $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
- Câu 4.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 5 + 8i$ là điểm nào dưới đây?
- A.** $M(-5; -8)$. **B.** $N(-5; 8)$. **C.** $P(5; 8)$. **D.** $Q(5; -8)$.
- Câu 5.** Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = -3 + 6i$. Khi đó số phức $z_1 + z_2$ bằng
- A.** $1 - 9i$. **B.** $-1 - 9i$. **C.** $1 + 3i$. **D.** $-1 + 3i$.
- Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.
- Câu 7.** Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là:
A. $[0; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R}^*$.
- Câu 8.** Biết $y = \log_2 x$. Khi đó:
A. $y = 2^x$. **B.** $x = 2^y$. **C.** $x = 2y$. **D.** $x = y^2$.
- Câu 9.** Số phức liên hợp của $z = 5 + 4i$ là

- A. $\bar{z} = -5 - 4i$. B. $\bar{z} = 4 - 5i$. C. $\bar{z} = 5 - 4i$. D. $\bar{z} = 4 + 5i$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Môđun của số phức $w = z_2 - iz_1$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. 5. D. 25.

Câu 11. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 2$, $\int_1^4 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^4 f(x)dx$ bằng:

- A. 7. B. 3. C. 10. D. -3.

Câu 12. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

- A. $8\pi a^2$. B. $5\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

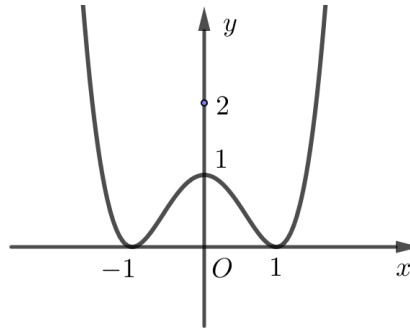
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

- A. $(2; -3; 1)$. B. $(2; 3; 1)$. C. $(-2; -3; 1)$. D. $(-3; 0; 1)$.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Khi đó u_2 bằng

- A. 6. B. 1. C. -6. D. -18.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$; ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 16. Có bao nhiêu cách xếp một nhóm 6 học sinh thành một hàng ngang?

- A. 36. B. 120. C. 720. D. 25.

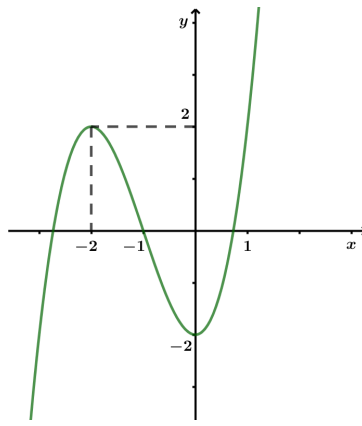
Câu 17. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 12. B. 8. C. 72. D. 24.

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + 2020$ là

- A. $4x^3 + 2020x + C$. B. $\frac{x^5}{5} + 2020x + C$.
C. $4x^3 + C$. D. $\frac{x^5}{5} + C$.

Câu 19. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = x^4 + 3x^2 - 2$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $H(4;2;3)$ có phương trình là

- A.** $z-3=0$. **B.** $3x+4y+3z-29=0$. **C.** $3x-4y-11=0$. **D.** $3x+4y-20=0$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3;1;4)$ và $A(1;0;-1)$, $B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là

- A.** $C(-6;2;0)$. **B.** $C(4;2;-1)$
C. $C(-12;0;8)$ **D.** $C(3;-1;-5)$

Câu 22. Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = \frac{1}{4}$ là

- A.** $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{3}}(x+2) > 0$ là

- A.** $(-1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-2; -1)$. **D.** $(-2; +\infty)$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA=3a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A.** a^3 . **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(2;0;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A.** $x+2y+2z+11=0$. **B.** $x-2y+2z-14=0$.
C. $x+2y+2z-11=0$. **D.** $x-2y+2z-3=0$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

- A.** $\min_{[0;3]} y = -1$. **B.** $\min_{[0;3]} y = 1$. **C.** $\min_{[0;3]} y = \frac{1}{2}$. **D.** $\min_{[0;3]} y = -3$.

Câu 28. Biết $\log_2 x = 6\log_4 a - 3\log_2 \sqrt[3]{b} - \log_{\frac{1}{2}} c$ với a, b, c là các số thực dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = \frac{a^3}{bc}$.

B. $x = a^3 - b + c$.

C. $x = \frac{a^3 c}{b}$.

D. $x = \frac{a^3 c}{b^2}$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, $AB = a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 30. Xét $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x \ln x} dx$, nếu đặt $t = \ln x$ thì $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng

A. $\int_{-1}^1 dt$.

B. $\int_{-1}^1 \frac{1}{t^2} dt$.

C. $\int_{-1}^1 \frac{1}{t} dt$.

D. $\int_{-1}^1 t dt$.

Câu 31. Các số thực x, y thỏa mãn $(2-3i)x + (2+3y)i = 2+2i$ là

A. $x = 1; y = -1$.

B. $x = 1; y = 1$.

C. $x = -1; y = 1$.

D. $x = -1; y = -1$.

Câu 32. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 5$ có hai điểm cực trị là

A. $m \geq 3$.

B. $m < 3$.

C. $m > 3$.

D. $m \leq 3$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ,

$SA = 5, AB = 3, BC = 4$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 5 .

D. $5\sqrt{2}$.

Câu 34. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ và trục hoành là

A. 1 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 0 .

Câu 35. Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r bằng.

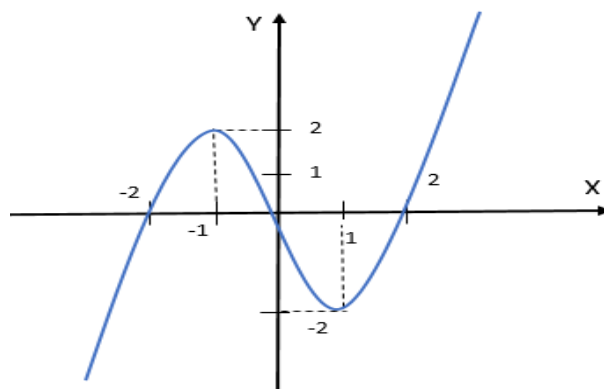
A. $S_{xq} = \pi r l$.

B. $S_{xq} = 2\pi r h$.

C. $S_{xq} = 2\pi r^3 h$.

D. $S_{xq} = \pi r h$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 3 .

B. 1 .

C. 5 .

D. 2 .

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = a$, $SA \perp (ABCD)$, đáy là hình vuông. Gọi M là trung điểm của AD và góc giữa (SBM) và $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 38. Một ô tô đang đứng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 3t$ (m/s^2), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là

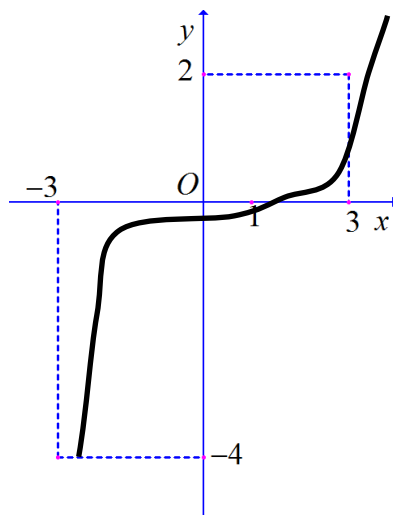
A. $10(m)$.

B. $6(m)$.

C. $12(m)$.

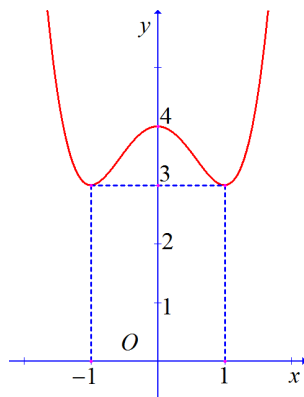
D. $8(m)$.

- Câu 39.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$.



Khi đó $y = g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3; 3]$ tại

- A.** $x = -3$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 1$.
- Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.** $a < 0; b < 0; c > 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c > 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c > 0$. **D.** $a > 0; b < 0; c > 0$.
- Câu 41.** Cho phương trình $\log_3(3x^2 - 6x + 6) = 3^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 1$. Hỏi có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ và $0 < x < 2020$; $y \in \mathbb{N}$ thỏa mãn phương trình đã cho?
- A.** 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.
- Câu 42.** Thiết diện qua trục của một khối nón là một tam giác vuông cân và có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối nón bằng
- A.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^3}{3}$.
- Câu 43.** Có 50 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 bằng
- A.** $\frac{8}{89}$. **B.** $\frac{11}{171}$. **C.** $\frac{769}{2450}$. **D.** $\frac{409}{1225}$.
- Câu 44.** Số lượng của một loại vi khuẩn X trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $x(t) = x(0) \cdot 2^t$, trong đó $x(0)$ là số lượng vi khuẩn X ban đầu, $x(t)$ là số lượng vi khuẩn X sau t (phút). Biết sau 2 phút thì số lượng vi khuẩn X là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn X là 5 triệu con?
- A.** 7 phút. **B.** 6 phút. **C.** 5 phút. **D.** 8 phút.

- Câu 45.** Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = f(2020 - x)$ và $\int_3^{2017} f(x)dx = 4$. Khi đó $\int_3^{2017} xf(x)dx$ bằng
- A.** 16160. **B.** 4040. **C.** 2020. **D.** 8080.
- Câu 46.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{9}{4}\right)^x - 2\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 > 0$ là
- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.
- Câu 47.** Cho hình trụ có O, O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc (O) và C, D cùng thuộc (O') sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° . Thể tích khối trụ bằng
- A.** $\pi a^3 \sqrt{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. **D.** $2\pi a^3 \sqrt{3}$.
- Câu 48.** Khối chóp có đáy là hình bình hành, một cạnh đáy bằng a và các cạnh bên đều bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất là
- A.** $2\sqrt{6}a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. **D.** $\frac{7a^3}{12}$.
- Câu 49.** Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên $[1; 5]$ là
- A.** $\frac{1}{2} < m < 2$. **B.** $m \leq 2$. **C.** $m \leq \frac{1}{2}$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 50.** Cho các số thực $x, y \geq 1$ và thỏa mãn điều kiện $xy \leq 4$. Biểu thức $P = \log_{4x} 8x - \log_{2y^2} \frac{y^2}{2}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = x_0, y = y_0$. Đặt $T = x_0^4 + y_0^4$ mệnh đề nào sau đây đúng
- A.** $T = 131$. **B.** $T = 132$. **C.** $T = 129$. **D.** $T = 130$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	A	C	D	A	B	B	C	C	A	C	A	C	A	C	A	B	A	D	C	B	A	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	C	C	C	B	B	A	C	A	C	A	D	A	D	D	B	D	C	B	B	A	D	C	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I = (-1; -2; 1); R = 4$.

B. $I = (1; 2; -1); R = 2$.

C. $I = (1; 2; -1); R = 4$.

D. $I = (-1; -2; 1); R = 2$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ tâm $I = (1; 2; -1)$;

Bán kính $R = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

C. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

D. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có $a.b = -1.2 < 0$ nên đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị suy ra loại câu A, C.

Mà hệ số $a = -1 < 0$ nên suy ra đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$.

C. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$.

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 3)$ là:

$\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 5 + 8i$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(-5; -8)$.

B. $N(-5; 8)$.

C. $P(5; 8)$.

D. $Q(5; -8)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm biểu diễn số phức $z = 5 + 8i$ là điểm $P(5; 8)$.

Câu 5. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = -3 + 6i$. Khi đó số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $1 - 9i$.

B. $-1 - 9i$.

C. $1 + 3i$.

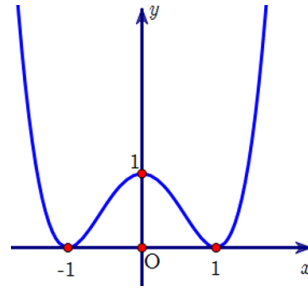
D. $-1 + 3i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 + z_2 = (2 - 3i) + (-3 + 6i) = -1 + 3i$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là:

A. $[0; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}^*$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số mũ $y = 2^x$ luôn xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8. Biết $y = \log_2 x$. Khi đó:

A. $y = 2^x$.

B. $x = 2^y$.

C. $x = 2y$.

D. $x = y^2$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $y = \log_2 x \Leftrightarrow x = 2^y$.

Câu 9. Số phức liên hợp của $z = 5 + 4i$ là

A. $\bar{z} = -5 - 4i$.

B. $\bar{z} = 4 - 5i$.

C. $\bar{z} = 5 - 4i$.

D. $\bar{z} = 4 + 5i$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức của số phức liên hợp ta có $\bar{z} = 5 - 4i$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Môđun của số phức $w = z_2 - iz_1$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. 3.

C. 5.

D. 25.

Lời giải

Chọn C

$w = z_2 - iz_1 = (2 - i) - i(2 + 2i) = 2 - i - 2i + 2 = 4 - 3i \Rightarrow |w| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 11. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 2$, $\int_1^4 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^4 f(x)dx$ bằng:

A. 7.

B. 3.

C. 10.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^4 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = 2 + 5 = 7$.

- Câu 12.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:
A. $8\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích toàn phần của hình trụ bằng: $2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi a^2 + 2\pi a.2a = 6\pi a^2$.

- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$. Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là
A. $(2; -3; 1)$. **B.** $(2; 3; 1)$. **C.** $(-2; -3; 1)$. **D.** $(-3; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

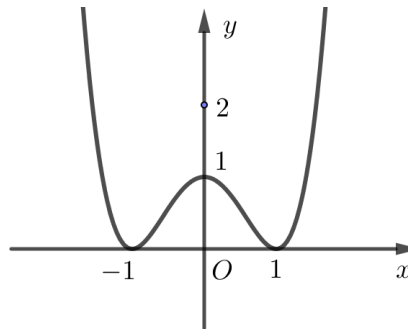
- Câu 14.** Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Khi đó u_2 bằng
A. 6. **B.** 1. **C.** -6. **D.** -18.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2 = u_1.q = -2.3 = -6$.

- Câu 15.** Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$; ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên.



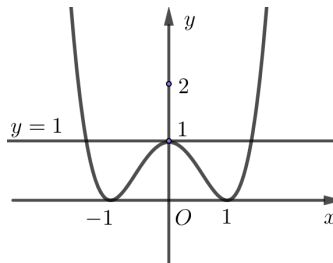
Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$.



Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 1$ ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Do đó phương trình đã cho có 3 nghiệm.

- Câu 16.** Có bao nhiêu cách xếp một nhóm 6 học sinh thành một hàng ngang?
A. 36. **B.** 120. **C.** 720. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Mỗi các xếp 6 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của 6 phần tử.

Vậy có $6! = 720$ cách.

- Câu 17.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A.** 12. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = B.h = 6.2 = 12$ (đvdt)

- Câu 18.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + 2020$ là

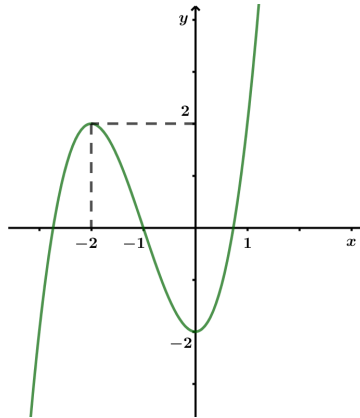
- A.** $4x^3 + 2020x + C$. **B.** $\frac{x^5}{5} + 2020x + C$.
- C.** $4x^3 + C$. **D.** $\frac{x^5}{5} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int (x^4 + 2020) dx = \frac{x^5}{5} + 2020x + C$.

- Câu 19.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = x^4 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát hình dáng đồ thị ta thấy hàm số là hàm số bậc 3 có hệ số $a > 0$ nên loại phương án C và D .

Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 2)$ nên loại phương án B .

Vậy phương án A đúng.

- Câu 20.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $H(4; 2; 3)$ có phương trình là

- A.** $z - 3 = 0$. **B.** $3x + 4y + 3z - 29 = 0$. **C.** $3x - 4y - 11 = 0$. **D.** $3x + 4y - 20 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Xét mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$ có tâm $I(1; -2; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{IH} = (3; 4; 0)$.

Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $H(4;2;3)$ nên mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(4;2;3)$ và nhận $\overrightarrow{IH}$ là VTPT. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng :

$$3(x-4)+4(y-2)+0(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-20=0.$$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3;1;4)$ và $A(1;0;-1), B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là

A. $C(-6;2;0)$.

B. $C(4;2;-1)$

C. $C(-12;0;8)$

D. $C(3;-1;-5)$

Lời giải

Chọn C

Gọi $C(x;y;z)$.

$$\text{Do } G(-3;1;4) \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} -3 = \frac{1+2+x}{3} \\ 1 = \frac{0+3+y}{3} \\ 4 = \frac{-1+5+z}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = 0 \\ z = 8 \end{cases} \text{ hay } C(-12;0;8).$$

Câu 22. Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = \frac{1}{4}$ là

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 2^{x-1} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{x-1} = 2^{-2} \Leftrightarrow x-1 = -2 \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{3}}(x+2) > 0$ là

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Do } \frac{\pi}{3} > 1 \text{ nên bất phương trình } \log_{\frac{\pi}{3}}(x+2) > 0 \Leftrightarrow x+2 > 1 \Leftrightarrow x > -1.$$

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = 3a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3 .

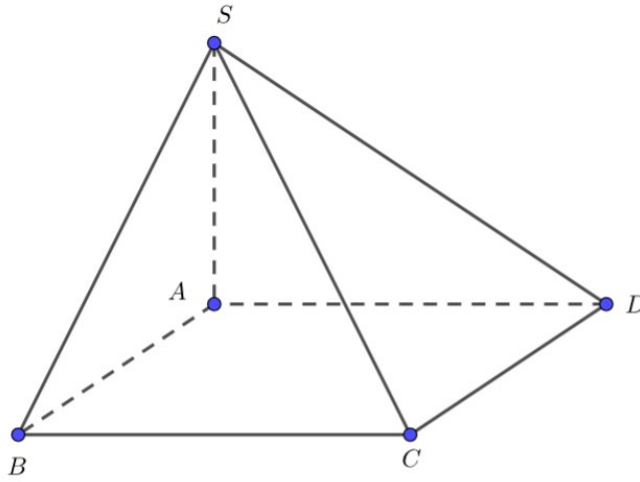
B. $3a^3$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn A



$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3.$$

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

+ Hàm số xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$.

$$+ \text{ Có } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \frac{1}{2}$$

Suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

$$+ \text{ Có } \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{x - 2}{2\left(x - \frac{1}{2}\right)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{x - 2}{2\left(x - \frac{1}{2}\right)} = +\infty$$

$$+ \text{ Có } \lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2}{2\left(x - \frac{1}{2}\right)} = -1$$

Suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 0; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $x + 2y + 2z + 11 = 0$.

B. $x - 2y + 2z - 14 = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 11 = 0$.

D. $x - 2y + 2z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

+ Do (P) vuông góc với đường thẳng AB suy ra mp (P) có vectơ pháp tuyến là:

$$\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{AB} = (1; -2; 2).$$

+ Mà (P) qua A suy ra mp (P) : $1(x-1) - 2(y-2) + 2(z-3) = 0$
 $\Leftrightarrow x - 2y + 2z - 3 = 0.$

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

A. $\min_{[0;3]} y = -1.$

B. $\min_{[0;3]} y = 1.$

C. $\min_{[0;3]} y = \frac{1}{2}.$

D. $\min_{[0;3]} y = -3.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [0; 3].$

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho đồng biến trên đoạn $[0; 3].$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 3]$ tại $x = 0.$

Vậy $\min_{[0;3]} y = y(0) = -1.$

Câu 28. Biết $\log_2 x = 6 \log_4 a - 3 \log_2 \sqrt[3]{b} - \log_{\frac{1}{2}} c$ với a, b, c là các số thực dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = \frac{a^3}{bc}.$

B. $x = a^3 - b + c.$

C. $x = \frac{a^3 c}{b}.$

D. $x = \frac{a^3 c}{b^2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2 x = 6 \log_4 a - 3 \log_2 \sqrt[3]{b} - \log_{\frac{1}{2}} c$

$$= \log_2 a^3 - \log_2 b + \log_2 c = \log_2 \frac{a^3 c}{b}$$

$\Rightarrow x = \frac{a^3 c}{b}.$

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, $AB = a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $30^\circ.$

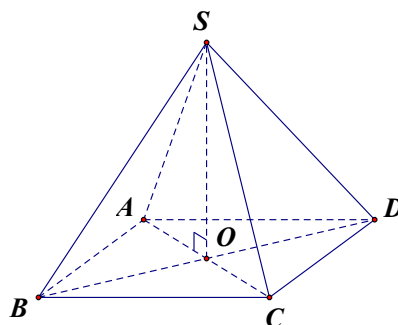
B. $45^\circ.$

C. $60^\circ.$

D. $90^\circ.$

Lời giải

Chọn C



+ Gọi $O = AC \cap BD$

+ Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SO \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow OA$ là hình chiếu vuông góc của SA lên mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\Rightarrow \left(\widehat{SA, (ABCD)} \right) = \widehat{SAO}.$$

+ $\triangle SAO$ vuông tại O có $OA = \frac{AC}{2} = \frac{2a}{2} = a$, $SA = 2a$

$$\cos \widehat{SAO} = \frac{OA}{SA} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SAO} = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } \left(\widehat{SA, (ABCD)} \right) = \widehat{SAO} = 60^\circ.$$

Câu 30. Xét $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x \ln x} dx$, nếu đặt $t = \ln x$ thì $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng

A. $\int_{-1}^1 dt$.

B. $\int_{-1}^1 \frac{1}{t^2} dt$.

C. $\int_{-1}^1 \frac{1}{t} dt$.

D. $\int_{-1}^1 t dt$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = \frac{1}{e} \Rightarrow t = -1$$

$$x = e \Rightarrow t = 1$$

$$\text{Do đó, } \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x \ln x} dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{t} dt.$$

Câu 31. Các số thực x, y thỏa mãn $(2-3i)x + (2+3y)i = 2+2i$ là

A. $x=1; y=-1$.

B. $x=1; y=1$.

C. $x=-1; y=1$.

D. $x=-1; y=-1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (2-3i)x + (2+3y)i = 2+2i$$

$$\Leftrightarrow 2x + (2+3y-3x)i = 2+2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2 \\ -3x + 3y + 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Câu 32. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 5$ có hai điểm cực trị là

A. $m \geq 3$.

B. $m < 3$.

C. $m > 3$.

D. $m \leq 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đạo hàm } y' = 3x^2 - 6x + m, \text{ ta có } \Delta' = 9 - 3m.$$

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

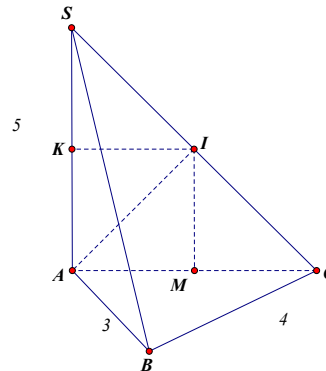
$$\Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

$$\text{Vậy } m < 3.$$

- Câu 33.** Cho hình chóp $S.ABC$ vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ,
 $SA = 5, AB = 3, BC = 4$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng
- A.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm AC suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Qua M dựng đường thẳng d song song với SA cắt SC tại I suy ra I là trung điểm SC và $MI \perp (ABC)$ tại M .

Vì $MA = MB = MC$ nên suy ra $IA = IB = IC$ (*).

Mặt khác ta có AI là đường trung tuyến trong tam giác SAC vuông tại A . Suy ra $IA = IS$ (**)

Từ (*) và (**) ta có $IA = IB = IC = IS$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

$$\text{Vậy } R = IA = \sqrt{IM^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3^2 + 4^2}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

- Câu 34.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ và trục hoành là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét phương trình } 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 2.

- Câu 35.** Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r bằng.

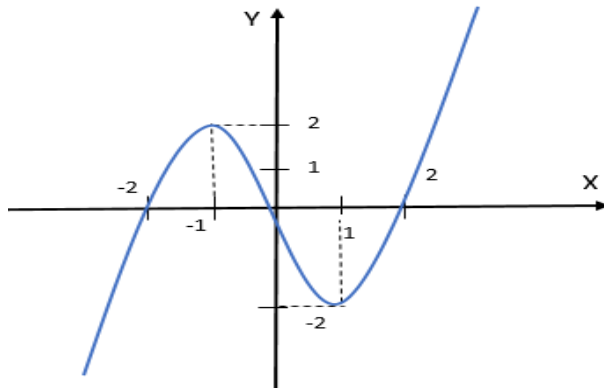
A. $S_{xq} = \pi rl$. **B.** $S_{xq} = 2\pi rh$. **C.** $S_{xq} = 2\pi r^3 h$. **D.** $S_{xq} = \pi rh$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi rl$.

- Câu 36.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 3.

B. 1.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x) = 2x.f'(x^2 - 2)$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x.f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Do $g'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua 5 điểm nên hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = a$, $SA \perp (ABCD)$, đáy là hình vuông. Gọi M là trung điểm của AD và góc giữa (SBM) và $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

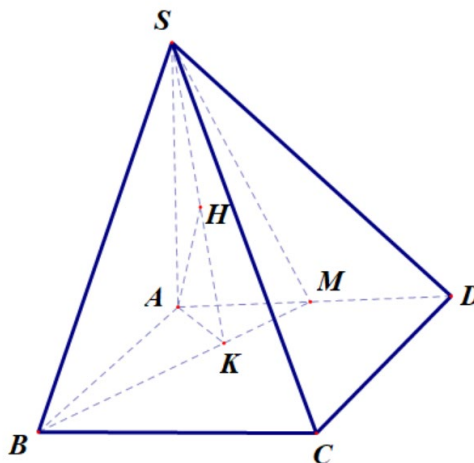
B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi K là hình chiếu của A trên BM . Gọi H là hình chiếu của A trên SK .

Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BM$.

$\Rightarrow SA \perp BM$ nên góc giữa (SBM) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SKA} = 45^\circ$.

$\Rightarrow \triangle SAK$ vuông cân tại A có $SA = a \Rightarrow SK = a\sqrt{2}$.

Ta có: $SA \perp BM$, $AK \perp BM \Rightarrow (SAK) \perp BM \Rightarrow AH \perp BM \Rightarrow AH \perp (SBM)$.

Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) bằng:

$$d(D, (SBM)) = d(A, (SBM)) = AH = \frac{SK}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 38. Một ô tô đang đứng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 3t (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là

A. $10(m)$.

B. $6(m)$.

C. $12(m)$.

D. $8(m)$.

Lời giải

Chọn D

$$v(t) = \int a(t)dt = \int (6 - 3t)dt = 6t - \frac{3}{2}t^2 + C.$$

$$\text{Khi } t = 0 \text{ thì } v = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v(t) = 6t - \frac{3}{2}t^2.$$

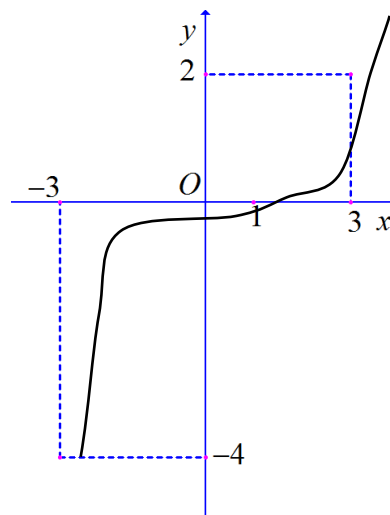
$$v'(t) = 6 - 3t, \quad v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

t	$-\infty$	2	$+\infty$
v'	$+$	0	$-$
v	$-\infty$	$v_{\max}$	$-\infty$

Khi đó:

$$S(t) = \int_0^2 (6t - \frac{3}{2}t^2)dt = 8.$$

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$.



Khi đó $y = g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3; 3]$ tại

A. $x = -3$.

B. $x = 3$.

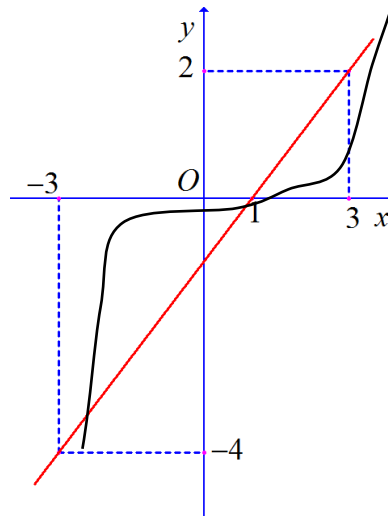
C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2 \Rightarrow g'(x) = 2(f'(x) - (x-1))$. Vẽ đồ thị hàm số $y = x-1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



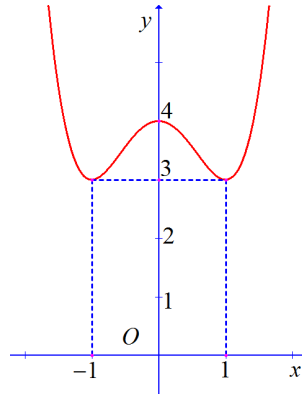
Dựa vào đồ thị ta thấy

+ $\int_{-3}^1 g'(x) dx > 0 \Rightarrow g(1) > g(-3)$; $\int_1^3 g'(x) dx < 0 \Rightarrow g(1) > g(3)$. Do đó $y = g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3; 3]$ tại $x = 3$ hoặc $x = -3$.

+ Phần hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x)$; $y = x - 1$; $x = -3$; $x = 1$ có diện tích lớn hơn phần hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x)$; $y = x - 1$; $x = 1$; $x = 3$ nên $\int_{-3}^1 |g'(x)| dx > \int_1^3 |g'(x)| dx \Rightarrow g(3) > g(-3)$.

Vậy $y = g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3; 3]$ tại $x = -3$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0; b < 0; c > 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c > 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c > 0$. **D.** $a > 0; b < 0; c > 0$.

Lời giải.

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ suy ra $a > 0$. Ta loại các phương án A, B, C.

Với phương án D, ta thấy phù hợp với đồ thị hàm số có giao điểm với trục tung nằm trên trục hoành ($c > 0$) và đồ thị có 3 điểm cực trị ($ab < 0$).

Câu 41. Cho phương trình $\log_3(3x^2 - 6x + 6) = 3^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 1$. Hỏi có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ và $0 < x < 2020$; $y \in \mathbb{N}$ thỏa mãn phương trình đã cho?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$$\log_3(3x^2 - 6x + 6) = 3^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 1 \Leftrightarrow \log_3 3(x^2 - 2x + 2) = 3^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 1$$

$$\Leftrightarrow 1 + \log_3(x^2 - 2x + 2) = 3^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 1.$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 2x + 2) + (x^2 - 2x + 2) = 3^{y^2} + y^2 \quad (1).$$

Đặt $\log_3(x^2 - 2x + 2) = z \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 3^z$ thì (1) trở thành:

$$\Leftrightarrow 3^z + z = 3^{y^2} + y^2 \quad (2).$$

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t \Rightarrow f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$(2) \Leftrightarrow f(z) = f(y^2) \Leftrightarrow z = y^2.$$

Thay trở lại cách đặt ta có: $\log_3(x^2 - 2x + 2) = y^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = 3^{y^2}$.

Xét hàm số: $g(x) = x^2 - 2x + 2, x \in (0; 2020) \Rightarrow g'(x) = 2x - 2$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	2020
$g'(x)$		-	+
$g(x)$	2	1	4076362

Suy ra:

$$\Leftrightarrow 1 \leq g(x) < 4076362 \Leftrightarrow 1 \leq 3^{y^2} < 4076362 \Leftrightarrow 0 \leq y^2 < \log_3 4076362.$$

Do $y \in \mathbb{N} \Rightarrow 0 \leq y < \sqrt{\log_3 4076362} \approx 3,7 \Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3\}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} g(x) = 1 \\ g(x) = 3 \\ g(x) = 3^4 \\ g(x) = 3^9 \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ ta thấy mỗi phương trình trên có một nghiệm $0 < x < 2020$.

Vậy có 4 cặp số $(x; y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 42. Thiết diện qua trục của một khối nón là một tam giác vuông cân và có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

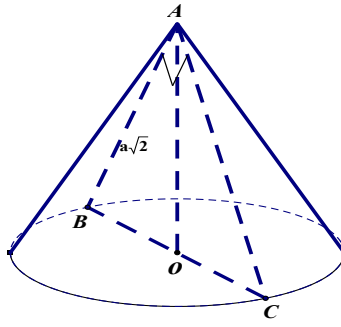
B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử thiết diện là tam giác vuông cân ABC .

Bán kính đáy của khối nón: $r = \frac{BC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = a$.

Chiều cao của khối nón: $h = OA = OB = r = a$.

Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 43. Có 50 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{8}{89}$.

B. $\frac{11}{171}$.

C. $\frac{769}{2450}$.

D. $\frac{409}{1225}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử rút ngẫu nhiên 3 thẻ.

Ta có: $n(\Omega) = C_{50}^3 = 19600$.

Gọi A là biến cố “tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3”.

50 thẻ được chia thành 3 loại gồm:

+ 16 thẻ có số chia hết cho 3 là $\{3; 6; \dots; 48\}$.

+ 17 thẻ có số chia cho 3 dư 1 là $\{1; 4; 7; \dots; 49\}$.

+ 17 thẻ có số chia cho 3 dư 2 là $\{2; 5; 8; \dots; 50\}$.

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: 3 thẻ được chọn cùng một loại có $(C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{17}^3)$ cách.

TH2: 3 thẻ được chọn mỗi loại 1 thẻ có $C_{16}^1 \cdot C_{17}^1 \cdot C_{17}^1$ cách.

Do đó $n(A) = (C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{17}^3) + C_{16}^1 \cdot C_{17}^1 \cdot C_{17}^1 = 6544$.

Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 bằng: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6544}{19600} = \frac{409}{1225}$.

Câu 44. Số lượng của một loại vi khuẩn X trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $x(t) = x(0) \cdot 2^t$, trong đó $x(0)$ là số lượng vi khuẩn X ban đầu, $x(t)$ là số lượng vi khuẩn X sau t (phút). Biết sau 2 phút thì số lượng vi khuẩn X là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn X là 5 triệu con?

A. 7 phút.

B. 6 phút.

C. 5 phút.

D. 8 phút.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x(2) = 625000 \Leftrightarrow x(0) \cdot 2^2 = 625000 \Leftrightarrow x(0) = 156250$.

$x(t) = x(0) \cdot 2^t \Leftrightarrow 5000000 = 156250 \cdot 2^t \Leftrightarrow 2^t = 32 \Leftrightarrow t = 5$.

Vậy sau 5 phút kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn X là 5 triệu con.

Câu 45. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = f(2020 - x)$ và $\int_3^{2017} f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_3^{2017} xf(x) dx$ bằng

A. 16160.

B. 4040.

C. 2020.

D. 8080.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u = 2020 - x \Rightarrow x = 2020 - u$. Ta có $dx = -du$.

Với $x = 3$ thì $u = 2017$.

Với $x = 2017$ thì $u = 3$.

$$\text{Khi đó } \int_3^{2017} xf(x)dx = \int_3^{2017} (2020-u)f(2020-u)du = \int_3^{2017} (2020-x)f(x)dx$$

$$\text{Suy ra } 2 \int_3^{2017} xf(x)dx = \int_3^{2017} 2020f(x)dx = 8080. \text{ Do đó } \int_3^{2017} xf(x)dx = 4040.$$

Câu 46. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{9}{4}\right)^x - 2\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 > 0$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \left(\frac{9}{4}\right)^x - 2\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 > 0 \Leftrightarrow \left(\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1\right)^2 > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{9}{4}\right)^x - 2\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 > 0$ là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 47. Cho hình trụ có O, O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc (O) và C, D cùng thuộc (O') sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° . Thể tích khối trụ bằng

A. $\pi a^3 \sqrt{3}$.

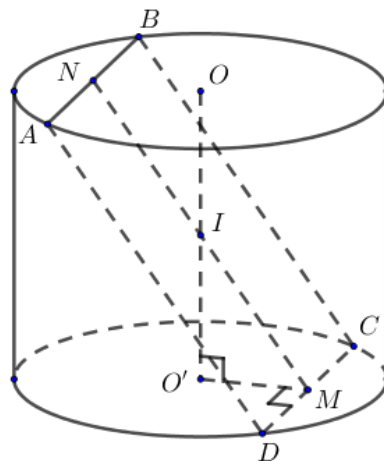
B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $2\pi a^3 \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AB và I là trung điểm của OO' .

Suy ra góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng đáy là $\widehat{IMO'} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } IM = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}BC = a.$$

$$\text{Xét } \triangle IO'M \text{ vuông tại } O, \text{ ta có } IO' = IM \cdot \sin \widehat{IMO'} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = OO' = 2IO' = a\sqrt{3};$$

$$O'M = IM \cdot \cos \widehat{IMO'} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle O'MD \text{ vuông tại } M, \text{ có } O'M = \frac{a}{2}, MD = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow r = O'D = \sqrt{O'M^2 + MD^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} \Rightarrow r = a.$$

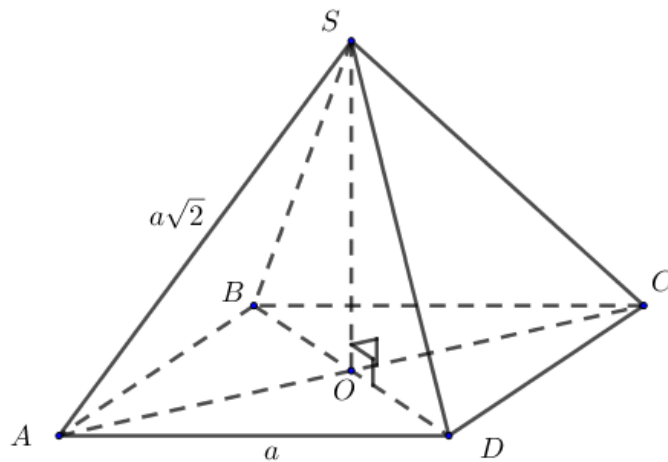
$$\text{Vậy } V = \pi r^2 h = \pi a^3 \sqrt{3}.$$

Câu 48. Khối chóp có đáy là hình bình hành, một cạnh đáy bằng a và các cạnh bên đều bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất là

- A. $2\sqrt{6}a^3$. B. $8a^3$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. D. $\frac{7a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $AC \cap BD = O$.

$$\text{Ta có } SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD).$$

$\Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp hình bình hành $ABCD$

$\Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật.

Không mất tính tổng quát, giả sử $AD = a$ và đặt $AB = x, (x > 0) \Rightarrow OA = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + a^2}$.

$$\text{Xét } \triangle SOA \text{ vuông tại } O, \text{ ta có } SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{x^2 + a^2}{4}} \Leftrightarrow SO = \frac{1}{2}\sqrt{7a^2 - x^2}.$$

$$\text{Lại có } S_{ABCD} = a.x \text{ nên } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{1}{6}a.x.\sqrt{7a^2 - x^2} \stackrel{AM-GM}{\leq} \frac{a}{6} \cdot \frac{x^2 + (7a^2 - x^2)}{2} = \frac{7a^3}{12}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp đã cho là $\frac{7a^3}{12}$.

Câu 49. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên $[1;5]$ là

A. $\frac{1}{2} < m < 2$.

B. $m \leq 2$.

C. $m \leq \frac{1}{2}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = x^2 - 2(m-1)x - 4m$.

Hàm số đồng biến trên $[1;5] \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x - 4m \geq 0, \forall x \in [1;5]$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x}{2(x+2)} \geq m, \forall x \in [1;5] \quad (1).$$

Xét $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{2(x+2)} = \frac{x}{2}, \forall x \in [1;5]$. Ta có $\min_{[1;5]} f(x) = \frac{1}{2}$.

$$m \leq f(x) \quad \forall x \in [1;5] \Leftrightarrow m \leq \min_{[1;5]} f(x) \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}.$$

Câu 50. Cho các số thực $x, y \geq 1$ và thỏa mãn điều kiện $xy \leq 4$. Biểu thức $P = \log_{4x} 8x - \log_{2y^2} \frac{y^2}{2}$ đạt

giá trị nhỏ nhất tại $x = x_0, y = y_0$. Đặt $T = x_0^4 + y_0^4$ mệnh đề nào sau đây đúng

A. $T = 131$.

B. $T = 132$.

C. $T = 129$.

D. $T = 130$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } P = \log_{4x} 8x - \log_{2y^2} \frac{y^2}{2} = \frac{\log_2 8x}{\log_2 4x} - \frac{\log_2 \frac{y^2}{2}}{\log_2 2y^2} = \frac{3 + \log_2 x}{2 + \log_2 x} - \frac{2 \log_2 y - 1}{2 \log_2 y + 1}.$$

$$\text{Đặt } \log_2 x = a, \log_2 y = b \quad (a, b \geq 0), \text{ ta được } P = \frac{3+a}{2+a} - \frac{2b-1}{2b+1} = \frac{1}{2+a} + \frac{2}{2b+1}.$$

$$\text{Vì } xy \leq 4 \text{ suy ra } \log_2 x + \log_2 y \leq 2 \Leftrightarrow a + b \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq a \leq 2 - b$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{1}{2+a} + \frac{2}{2b+1} \geq \frac{1}{4-b} + \frac{2}{2b+1}.$$

Xét hàm $f(b) = \frac{1}{4-b} + \frac{2}{2b+1}$ trên $[0;2]$, ta có :

$$f'(b) = \frac{1}{(4-b)^2} - \frac{4}{(2b+1)^2}$$

$$f'(b) = 0 \Leftrightarrow (2b+1)^2 - 4(4-b)^2 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{7}{4}.$$

$$\text{Ta có: } f(0) = \frac{9}{4}, f(2) = \frac{9}{10}, f\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{8}{9}.$$

$$\text{Suy ra trên đoạn } [0;2] \text{ ta có: } \min P = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{1}{4} \\ \log_2 y = \frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{1}{4}} \\ y = 2^{\frac{7}{4}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2^{\frac{1}{4}} \\ y_0 = 2^{\frac{7}{4}} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } T = x_0^4 + y_0^4 = \left(2^{\frac{1}{4}}\right)^4 + \left(2^{\frac{7}{4}}\right)^4 = 130.$$

----- HẾT -----