

Tai liệu luyện thi Thpt Quốc Gia

Môn Toán

Năm học 2018 – 2019

CHUYÊN ĐỀ 2
MŨ & LÔGARÍT

Biên soạn & giảng dạy: Ths. Lê Văn Đoàn – 0933.755.607

MỤC LỤC

Trang

§ 1. Công thức mũ & lôgarít	1
★ Dạng toán 1. Công thức lũy thừa và mũ	1
★ Dạng toán 2. Công thức lôgarít	9
★ Rèn luyện lần 1	19
★ Rèn luyện lần 2	29
★ Rèn luyện lần 3	33
§ 2. Hàm số lũy thừa, mũ và lôgarít	37
★ Dạng toán 1. Tìm tập xác định	38
★ Dạng toán 2. Đạo hàm	45
★ Dạng toán 3. Đơn điệu và cực trị	51
★ Dạng toán 4. Giá trị lớn nhất & giá trị nhỏ nhất	56
★ Dạng toán 5. Nhận dạng đồ thị	67
★ Dạng toán 6. Bài toán lãi suất và một số bài toán thực tế khác	73
★ Đề rèn luyện lần 1	83
★ Đề rèn luyện lần 2	88
★ Đề rèn luyện lần 3	92
★ Đề rèn luyện lần 4	97
★ Đề rèn luyện lần 5	102
§ 3. Phương trình mũ và lôgarít	107
★ Dạng toán 1. Phương trình mũ và lôgarít cơ bản (đưa về cùng cơ số)	107
★ Dạng toán 2. Phương pháp đặt ẩn phụ	118
★ Dạng toán 3. Phương pháp hàm số	131
★ Dạng toán 4. Bài toán chứa tham số	131
★ Đề rèn luyện lần 1	153
★ Đề rèn luyện lần 2	156
★ Đề rèn luyện lần 3	159
★ Đề rèn luyện lần 4	163
§ 4. Bất phương trình mũ và lôgarít	167
★ Dạng toán 1. Bất phương trình mũ và lôgarít cơ bản (đưa về cùng cơ số)	167
★ Dạng toán 2. Phương pháp đặt ẩn phụ và phương pháp hàm số	174
★ Dạng toán 3. Bài toán chứa tham số	181
★ Đề rèn luyện lần 1	187
★ Đề rèn luyện lần 2	191
★ Đề rèn luyện lần 3	195



Chương II.

HÀM SỐ LŨY THỪA HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

§ 1. CÔNG THỨC MŨ & LÔGARIT

Dạng toán 1: Công thức mũ và các biến đổi

☆☆☆

Cho a và b là các số thực dương x và y là những số thực tùy ý.

❶ $a^n = \underbrace{a.a.a\dots a}_{n \text{ số } a}$	❺ $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$
❷ $a^{x+y} = a^x . a^y$	❻ $\sqrt[y]{a^x} = a^{\frac{x}{y}}, (y \geq 2; y \in \mathbb{Z}^+)$
❸ $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} \Rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	❼ $[u(x)]^0 = 1, \forall u(x) \neq 0$
❹ $a^{x.y} = (a^x)^y = (a^y)^x$	❽ $\sqrt[n]{a} . \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \quad (n \geq 2; n \in \mathbb{Z}^+)$
❺ $a^x . b^x = (a.b)^x$	❾ $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

1. (MH lần 2 – 2017) Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào đúng ?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$.
B. $P = x^{\frac{13}{24}}$.
C. $P = x^{\frac{1}{4}}$.
D. $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải. Áp dụng $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ và $a^m . a^n = a^{m+n}$ từ trong ra ngoài, ta có:

$$P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{13}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{2}}} = x^{\frac{13}{24}}.$$

Do đó: $P = x^{\frac{13}{24}}$. Chọn đáp án B.

2. Cho biểu thức $P = x \cdot \sqrt[5]{x \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x}}$, $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $P = x^{\frac{2}{3}}$.
B. $P = x^{\frac{3}{10}}$.
C. $P = x^{\frac{13}{10}}$.
D. $P = x^{\frac{1}{2}}$.

.....

.....

.....

.....

3. Viết biểu thức $P = \sqrt{x^5} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^3}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = x^{\frac{61}{30}}$.

B. $P = x^{\frac{117}{30}}$.

C. $P = x^{\frac{113}{30}}$.

D. $P = x^{\frac{83}{30}}$.

4. Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt{x^3}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P = x^{\frac{15}{16}}$.

B. $P = x^{\frac{7}{16}}$.

C. $P = x^{\frac{5}{42}}$.

D. $P = x^{\frac{47}{48}}$.

5. Cho biểu thức $P = \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}} : x^{\frac{11}{16}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P = \sqrt[4]{x}$.

B. $P = \sqrt[6]{x}$.

C. $P = \sqrt[8]{x}$.

D. $P = \sqrt{x}$.

6. Cho biểu thức $P = \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}}} : x^{\frac{9}{16}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P = x^{\frac{5}{32}}$.

B. $P = x^{\frac{13}{32}}$.

C. $P = x^{\frac{9}{48}}$.

D. $P = x^{\frac{1}{32}}$.

7. Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x^3}}}$, với $x > 0$. Xác định k sao cho biểu thức $P = x^{\frac{23}{24}}$.

A. $k = 6$.

B. $k = 2$.

C. $k = 4$.

D. $\nexists k$.

8. Cho biểu thức $P = \frac{(x^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{x^{-\sqrt{3}+2} \cdot x^{2+\sqrt{3}}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. $P = 1$.
- B. $P = x^6$.
- C. $P = x^2$.
- D.** $P = \frac{1}{x^2}$.

9. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}+1}}$ ($a > 0$). Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. $P = a$.
- B.** $P = a^2$.
- C. $P = 1$.
- D. $P = a^3$.

10. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{2a^5(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ ($a > 0$). Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. $P = a^5$.
- B. $P = a^{-5}$.
- C.** $P = \frac{1}{2}$.
- D. $P = 2$.

11. Biết $\sqrt[5]{\frac{b}{a}} \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ với a, b là các số thực dương. Tìm m . **Gợi ý:** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$.

- A. $m = \frac{2}{15}$.
- B. $m = -2$.
- C. $m = 2$.
- D.** $m = -\frac{2}{15}$.

12. Cho biểu thức $T = \frac{a^{\frac{7}{6}} \cdot b^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt[6]{ab^2}}$ với $a > 0, b > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. $T = ab^2$.
- B. $T = ab$.
- C. $T = \frac{b}{a}$.
- D.** $T = \frac{a}{b}$.

13. Với $a, b > 0$ bất kỳ. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$. Tìm mệnh đề **đúng** ?

A. $P = \sqrt{ab}$.

B. $P = \sqrt[3]{ab}$.

C. $P = \sqrt[6]{ab}$.

D. $P = ab$.

Lời giải. Áp dụng công thức và rút nhân tử chung

$$\text{Ta có } P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}(a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}})}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{ab}.$$

Chọn đáp án B.

14. Cho biểu thức $P = \frac{x^{\frac{5}{4}}y + xy^{\frac{5}{4}}}{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}}$ với $x > 0, y > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $P = xy^2$.

B. $P = xy$.

C. $P = \sqrt{xy}$.

D. $P = x + y$.

15. Cho biểu thức $P = \frac{b^3\sqrt[4]{a^4} + a^3\sqrt[4]{b^4}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$ với $a > 0$ và $b > 0$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $P = b + a$.

B. $P = 2ab$.

C. $P = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}$.

D. $P = ab$.

16. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}(a^{\frac{-1}{3}} + a^{\frac{2}{3}})}{a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{-1}{4}})}$ với $a > 0$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $P = a^2 + a$.

B. $P = a - 1$.

C. $P = 1$.

D. $P = a + 1$.

17. Cho $P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$ với $x, y > 0$. Chọn khẳng định **đúng** ?

A. $P = x$.

B. $P = 2x$.

C. $P = x + 1$.

D. $P = x - 1$.

18. Cho $T = \left(\frac{\sqrt{a} + 2}{a + 2\sqrt{a} + 1} - \frac{\sqrt{a} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}}$ với $0 < a \neq 1$. Hỏi khẳng định nào **đúng** ?

A. $T = \frac{2}{a - 1}.$

B. $T = \frac{a - 1}{b}.$

C. $T = 2\sqrt{a}.$

D. $T = \sqrt{a} + 1.$

19. Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Tính giá trị của biểu thức $K = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}}.$

A. $K = -\frac{5}{2}.$

B. $K = \frac{1}{2}.$

C. $K = \frac{5}{2}.$

D. $K = \frac{3}{2}.$

Lời giải. Ta có: $9^x + 9^{-x} = 23 \Leftrightarrow 9^x + \frac{1}{9^x} = 23 \Leftrightarrow (3^2)^x + \frac{1}{(3^2)^x} = 23$

$$\Leftrightarrow \left((3^x)^2 + \frac{1}{(3^x)^2} + 2 \cdot 3^x \cdot \frac{1}{3^x} \right) - 2 = 23 \Leftrightarrow \left(3^x + \frac{1}{3^x} \right)^2 = 5^2 \Rightarrow \boxed{3^x + \frac{1}{3^x} = 5}.$$

Do đó $K = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{5 + 3^x + \frac{1}{3^x}}{1 - \left(3^x + \frac{1}{3^x} \right)} = \frac{5 + 5}{1 - 5} = \frac{10}{-4} = -\frac{5}{2}.$ **Chọn A.**

20. Cho $4^x + 4^{-x} = 14$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{10 - 2^x - 2^{-x}}{3 + 2^x + 2^{-x}}.$

A. $P = 2.$

B. $K = \frac{1}{2}.$

C. $P = \frac{6}{7}.$

D. $P = 7.$

21. Cho $25^x + 25^{-x} = 7$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{4 - 5^x - 5^{-x}}{9 + 5^x + 5^{-x}}.$

A. $P = 12.$

B. $P = 12^{-1}.$

C. $P = \frac{1}{9}.$

D. $P = 2.$

22. Giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017}(7 - 4\sqrt{3})^{2016}$ bằng

- A. 1.
- B. $7 - 4\sqrt{3}$.
- C. $7 + 4\sqrt{3}$.
- D. $(7 + 4\sqrt{3})^{2016}$.

Lời giải. Tách đồng bậc, áp dụng công thức $a^n \cdot b^n = (ab)^n$ và sử dụng hằng đẳng thức $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$.

Ta có $P = [(7 + 4\sqrt{3})^{2016} \cdot (7 - 4\sqrt{3})^{2016}] \cdot (7 + 4\sqrt{3})$
 $= [(7 + 4\sqrt{3}) \cdot (7 - 4\sqrt{3})]^{2016} \cdot (7 + 4\sqrt{3}) = (49 - 48)^{2016} \cdot (7 + 4\sqrt{3})$
 $= 1^{2016} \cdot (7 + 4\sqrt{3}) = 7 + 4\sqrt{3}$. **Chọn đáp án C.**

23. Giá trị của biểu thức $P = (9 + 4\sqrt{5})^{2017}(9 - 4\sqrt{5})^{2016}$ bằng

- A. 1.
- B. $9 - 4\sqrt{5}$.
- C. $9 + 4\sqrt{5}$.
- D. $(9 - 4\sqrt{5})^{2017}$.

24. Giá trị của biểu thức $P = (5 - 2\sqrt{6})^{2017}(5 + 2\sqrt{6})^{2016}$ bằng

- A. 1.
- B. $5 - 2\sqrt{6}$.
- C. $5 + 2\sqrt{6}$.
- D. 3.

25. Giá trị của biểu thức $P = (1 + \sqrt{3})^{2016}(3 - \sqrt{3})^{2016}$ bằng

- A. 12^{1008} .
- B. 4^{1008} .
- C. $(1 + \sqrt{3})^{1008}$.
- D. $(3 - \sqrt{3})^{1008}$.

26. Giá trị của biểu thức $P = (\sqrt{6} + \sqrt{2})^{2016}(\sqrt{6} - 3\sqrt{2})^{2016}$ bằng

- A. 48^{1008} .
- B. -48^{1008} .
- C. 18^{1008} .
- D. -18^{1008} .

27. Với $0 < a < b$ thì giá trị của biểu thức $T = \sqrt{(a^\pi + b^\pi)^2 - (4^{\frac{1}{\pi}} ab)^\pi}$ bằng

- A. $a^\pi + b^\pi$.
- B. $b - a$.
- C. $b^\pi - a^\pi$.
- D. $a^\pi - b^\pi$.

28. Cho $a, b \geq 0$ và đặt $X = 3^{\frac{a+b}{2}}$, $Y = \frac{3^a + 3^b}{2}$. Khẳng định nào đúng ?

- A. $X \leq Y$.
- B. $X < Y$.
- C. $X \geq Y$.
- D. $X > Y$.

29. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$; $x \in \mathbb{R}$ và a, b thỏa $a + b = 1$. Giá trị $f(a) + f(b)$ bằng

- A. -1 .
- B. 2 .
- C. 1 .
- D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải. Ta có $f(a) + f(b) \stackrel{b=1-a}{=} f(a) + f(1-a) = \frac{9^a}{9^a + 3} + \frac{9^{1-a}}{9^{1-a} + 3}$

$$= \frac{9^a}{9^a + 3} + \frac{9}{9 + 3 \cdot 9^a} = \frac{9^a}{9^a + 3} + \frac{3}{3 + 9^a} = \frac{9^a + 3}{9^a + 3} = 1.$$

 Do đó $f(a) + f(b) = 1$. **Chọn đáp án C.**

30. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính tổng $P = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{98}{100}\right) + f\left(\frac{99}{100}\right)$.

- A. $\frac{99}{2}$.
- B. $\frac{301}{6}$.
- C. $\frac{101}{2}$.
- D. $\frac{149}{3}$.

Lời giải. Xét $f(x) + f(1-x) = \frac{4^x}{4^x + 2} + \frac{4^{1-x}}{4^{1-x} + 2} = \frac{4^x}{4^x + 2} + \frac{4}{4 + 2 \cdot 4^x} = 1$.
 Do đó ta luôn có $f(x) + f(1-x) = 1$ với $x + (1-x) = 1$.

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{99}{100}\right) = 1; f\left(\frac{2}{100}\right) + f\left(\frac{98}{100}\right) = 1; \dots f\left(\frac{49}{100}\right) + f\left(\frac{51}{100}\right) = 1$$
 nên
 tổng cộng có 49 cặp có tổng bằng 1 & thừa $f\left(\frac{50}{100}\right)$ nên $P = 49 + f\left(\frac{50}{100}\right)$.
 Hay $P = 49 + \frac{4^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}} + 2} = 49 + \frac{2}{2 + 2} = \frac{99}{2}$. **Chọn đáp án A.**

31. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính tổng $P = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{99}{100}\right) + f\left(\frac{100}{100}\right)$.

- A. $\frac{99}{2}$.
B. $\frac{301}{6}$.
C. $\frac{101}{2}$.
D. $\frac{149}{3}$.

32. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$. Tính tổng $P = f\left(\frac{1}{10}\right) + f\left(\frac{2}{10}\right) + \dots + f\left(\frac{8}{10}\right) + f\left(\frac{9}{10}\right)$.

- A. $\frac{10}{3}$.
B. $\frac{11}{2}$.
C. $\frac{9}{2}$.
D. 5.

33. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính $T = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2015}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$.

- A. $T = 2016$.
B. $T = 2017$.
C. $T = \frac{2016}{2017}$.
D. $T = 1008$.

34. * Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi x, y thỏa $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S .

- A. Vô số.
B. 0.
C. 1.
D. 2.

Dạng toán 2: Công thức lôgarit và các biến đổi



Cho $0 < a \neq 1$ và $b, c > 0$.

❶ $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$	❸ $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
❷ $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$	❹ $\log_a b^n = \begin{cases} n \cdot \log_a b & \text{khi } \alpha \text{ lẻ} \\ n \cdot \log_a b & \text{khi } \alpha \text{ chẵn} \end{cases}$
❺ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$	❻ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \Rightarrow \log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$
❽ $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$	❼ $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \Rightarrow b = a^{\log_a b}$
❾ $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$	❽ $\begin{cases} \ln b = \log_e b \\ \lg b = \log b = \log_{10} b \end{cases}$

NHÓM BÀI TẬP LÀM QUEN NHAU

1. Nhóm định nghĩa

• $a^x = b > 0 \Leftrightarrow x = \log_a b$ (mũ thành log)	• $\log_a x = b \Rightarrow x = a^b$ (log thành mũ)
• $\log_e x = \ln x$ (lôga nêpe x), $e = 2,718...$	• $\log_{10} x = \log x = \lg x$.

❶ $a^x = b > 0 \Leftrightarrow x = \log_a b$ (mũ thành log)	❷ $\log_a x = b \Rightarrow x = a^b$ (log thành mũ)
1) $2^{x-1} = 5 \Leftrightarrow x - 1 = \log_2 5$ $\Leftrightarrow x = 1 + \log_2 5$.	1) $\log_2(x - 1) = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 2^3$ $\Leftrightarrow x - 1 = 8 \Leftrightarrow x = 9$.
2) $3^{x+1} = 4 \Leftrightarrow$	2) $\log_3(x - 2) = 4 \Leftrightarrow$
3) $4^{x^2+1} = 32 \Leftrightarrow$	3) $\log_4(x + 1) = -2 \Leftrightarrow$
4) $5^{x-1} = 1 \Leftrightarrow$	4) $\log_e(x - 1) = 1 \Leftrightarrow$
5) $e^x = 2 \Leftrightarrow$	5) $\ln(x - 1) = 2 \Leftrightarrow$
6) $e^{2x} = 3 \Leftrightarrow$	6) $\log(x - 3) = 2 \Leftrightarrow$
7) $10^{\frac{x}{2}} = 3 \Leftrightarrow$	7) $\lg(x + 1) = 1 \Leftrightarrow$

2. Nhóm công thức biến đổi

$$\bullet \quad \boxed{\log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c} \quad (\text{tích} \Rightarrow \text{tổng})$$

$$\bullet \quad \boxed{\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c} \quad (\text{thương} \Rightarrow \text{hiệu})$$

$$\bullet \quad \boxed{\log_a b^n = n.\log_a b} \quad (\text{trên} \Rightarrow \text{trên})$$

$$\bullet \quad \boxed{\log_{a^n} b = \frac{1}{n}\log_a b} \quad (\text{dưới} \Rightarrow \text{dưới})$$

1) Tính $\log_2(3x) - \log_2(4x) = \log_2\left(\frac{3x}{4x}\right) = \log_2 \frac{3}{4}$. **Cần nhớ:** $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

2) Tính $\log_3(2x) - \log_3(8x) = \dots\dots\dots$

3) Tính $\log(6a) - \log(4a) = \dots\dots\dots$

4) Tính $\ln(5b) - \ln(2b) = \dots\dots\dots$

5) Tính $\log_2(2a) = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + \log_2 a$. **Nhớ:** $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ và $\log_a a = 1$.

6) Tính $\log_3(27x) = \dots\dots\dots$

7) Tính $\log_2(8a^2) = \log_2 8 + \log_2 a^2 = 3 + 2.\log_2 a$. **Cần nhớ:** $\log_a b^n = n.\log_a b$.

8) Tính $\log_3(27a^3) = \dots\dots\dots$

9) Tính $\log_5(125a^5) = \dots\dots\dots$

10) Tính $\log(100a^2b^3) = \dots\dots\dots$

11) Tính $\log_{\frac{a}{3}}\left(\frac{a^3}{27}\right) = \dots\dots\dots$

12) Tính $\log_{\sqrt{2}}(2a) = \log_{\frac{1}{2^2}}(2a) = \frac{1}{\frac{1}{2}}\log_2(2a) = 2.(\log_2 2 + \log_2 a) = 2.(1 + \log_2 a)$.

13) Tính $\log_{\sqrt{3}}(9a^2) = \dots\dots\dots$

14) Tính $\log_{\sqrt[3]{3}}(27a^2b^3) = \dots\dots\dots$

15) Tính $\log_{\sqrt{a}}(9\sqrt{a}) = \dots\dots\dots$

16) Tính $\log_a(125a^2b^3) = \dots\dots\dots$

17) Cho $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$. Tính x theo a và b .

Giải. Ta có: $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b = 2\log_{\frac{1}{3^2}} a + \log_{3^{-1}} b = 4\log_3 a - \log_3 b$

$$\Rightarrow \log_3 x = \log_3 a^4 - \log_3 b = \log_3 \frac{a^4}{b} \Leftrightarrow x = \frac{a^4}{b}.$$

18) Cho $\log_7 x = \log_7 ab^2 - \log_7 a^3b$. Tính x theo a và b .

19) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a (a^2.b^3.c^4)$.

Giải. Áp dụng “tích $\Rightarrow$ tổng, thương $\Rightarrow$ hiệu, trên $\Rightarrow$ trên”, ta được:

$$\begin{aligned} P &= \log_a (a^2.b^3.c^4) = \log_a a^2 + \log_a b^3 + \log_a c^4 = 2\log_a a + 3\log_a b + 4\log_a c \\ &= 2.1 + 3.2 + 4.3 = 20. \end{aligned}$$

20) Cho $\log_a b = 3$ và $\log_a c = 5$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a (ab^3c^6)$.

21) Cho $\log_a b = 3$ và $\log_a c = 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a (ab^2c^5)$.

22) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 5$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a (a^2.\sqrt{b^3}.\sqrt[3]{c^2})$.

23) Cho $\log_2 a = 4$ và $\log_3 b = 2$. Tính giá trị của $P = 2\log_2 [\log_2(8a) + 9] + \log_{\frac{1}{9}} b^2$.

24) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 5\log_3 [\log_3(3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

25) Cho $\log_5 a = 6$ và $\log_6 b = \frac{1}{4}$. Tính $P = 3\log_5 \left[\log_5 \left(\frac{125}{a} \right) + 28 \right] + 2\log_{\sqrt{6}}(36\sqrt{b})$.

26) Khai triển biểu thức: $\log_2 \frac{2a^3}{b} = \log_2(2a^3) - \log_2 b = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b$
 $= 1 + 3\log_2 a - \log_2 b.$

27) Khai triển biểu thức $\log_3 \frac{9x^2}{y} =$

28) Khai triển biểu thức $\log_{x^2} \frac{y}{z^2} =$

29) Khai triển biểu thức $\log_3 \frac{27a^2}{\sqrt{b}} =$

30) Khai triển biểu thức $\log_2 \frac{27a^3}{b^2} =$

31) Khai triển biểu thức $\log_2 \frac{4x^{y^2}}{z} =$

32) Khai triển biểu thức $\log_3 \frac{9a^{b^3}}{c^2} =$

33) Khai triển biểu thức $\ln \frac{8e^3 \sqrt{a}}{b^2} =$

34) Khai triển biểu thức $\ln \frac{16.e^{a^2} b}{\sqrt{c}} =$

35) Cho $\log_3 a = x$ và $\log_3 b = y$. Tính $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{a}}{b} \right)^3$ theo x và y .

36) Khai triển $\log_{\sqrt{2}}^2 \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \left[\log_{\sqrt{2}} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right]^2 = \left(2 \log_{\frac{1}{2^2}} \frac{a}{b} \right)^2 = \left(4 \log_2 \frac{a}{b} \right)^2 = [4(\log_2 a - \log_2 b)]^2$
 $= 16.(\log_2 a - \log_2 b)^2 = 16.(\log_2^2 a - 2 \log_2 a \log_2 b + \log_2^2 b).$

37) Khai triển $\log_{\sqrt{2}}^2(2a) =$

38) Khai triển $\log_{\sqrt{3}}^2(9x) =$

39) Khai triển $\log_9^2(3a) - \log_{\frac{1}{3}}^2(27a) =$

40) Khai triển $\log_4^2(2a^2) - \log_{\sqrt{2}}^2 \frac{4}{a} =$

41) Khai triển $\log_{\sqrt{3}}^2(27x) + \log_{\frac{1}{9}}^2(3x) + \log_9^2 \left(\frac{x}{27} \right) =$

42) Khai triển $\log_{\sqrt{3}}^2 \left(\frac{3a}{b} \right)^3 =$

43) Khai triển $\log_{\sqrt{5}}^2 \left(\frac{a^2}{25b} \right) =$

44) Khai triển $\log_{c^2}^2 \frac{a}{b^2} =$

45) Chứng minh $\log_3^2(a^2b) = 4 \log_3^2 a^{-1} - \log_3 a^{-2} \log_3 b^2 + \log_3^2 b.$

3. Nhóm đổi cơ số

$$\bullet \quad \boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_b a}} \cdot \quad \bullet \quad \boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}} \cdot \quad \bullet \quad \boxed{\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c} \cdot \quad \bullet \quad \boxed{a^{\log_b c} = c^{\log_b a}}.$$

- 1) Cho $\log_a x = 2$ và $\log_b x = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{ab} x + \log_{\frac{a}{b}} x$.

Giải. Vì chỉ có công thức “tích $\Rightarrow$ tổng, thương $\Rightarrow$ hiệu” dạng
$$\begin{cases} \log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y \\ \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \end{cases}$$

nên nghĩ đến việc đổi cơ số dạng $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. Tức có lời giải sau:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= \log_{ab} x + \log_{\frac{a}{b}} x = \frac{1}{\log_x (a.b)} + \frac{1}{\log_x \frac{a}{b}} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} + \frac{1}{\log_x a - \log_x b} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x}} + \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} - \frac{1}{\log_b x}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} + \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{36}{5}. \end{aligned}$$

- 2) Cho $\log_a x = 3$ và $\log_b x = 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{ab} x + \log_{\frac{a}{b}} x$.

.....
.....
.....

- 3) Cho $\log_a x = 2$ và $\log_b x = 5$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{ab} x - 2 \log_{\frac{a}{b}} x$.

.....
.....
.....

- 4) Cho $\log_a x = 3$ và $\log_b x = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2 \log_{ab} x - 4 \log_{\frac{a}{b}} x$.

.....
.....
.....

- 5) Cho $\log_a b = \frac{b}{2}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính $a^{32} + b$.

Giải. Áp dụng công thức $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$. Vì đề có $\log_2 a$, nên nghĩ đến việc đổi cơ số thành cơ số 2, tức là $\log_a b = \frac{\log_2 b}{\log_2 a}$ với $c = 2$. Từ đó có lời giải sau:

$$\text{Ta có: } \log_a b = \frac{b}{2} \Leftrightarrow \frac{\log_2 b}{\log_2 a} = \frac{b}{2} \Leftrightarrow \log_2 b = \frac{b}{2} \cdot \log_2 a \Leftrightarrow \log_2 b = \frac{b}{2} \cdot \frac{16}{b} \Leftrightarrow \log_2 b = 8$$

$$\Leftrightarrow b = 2^8 = 256. \text{ Thế } b = 256 \text{ vào } \log_2 a = \frac{16}{b} = \frac{16}{256} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow a = 2^{\frac{1}{16}} = \sqrt[16]{2}.$$

$$\text{Do đó } a = \sqrt[16]{2} \text{ và } b = 256 \text{ nên } a^{32} + b = (\sqrt[16]{2})^{32} + 256 = 260.$$

- 6) Cho $\log_a b = \frac{b}{25}$ và $\log_5 a = \frac{125}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $a + 2b$.

- 7) Cho $\log_{\sqrt{a}} b = \frac{b}{4}$ và $\log_{\sqrt{2}} a = \frac{16}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $a - 2b$.

- 8) Cho $\log_m 5 = x$ và $\log_m 3 = y$. Tính giá trị của biểu thức $P = (x + y) \log_{10} m$.

Giải. Thế $x = \log_a 5$ và $y = \log_a 3$ vào $P = (x + y) \log_{10} m = (\log_m 5 + \log_m 3) \cdot \log_{10} m$
 $= \log_m 5 \cdot \log_{10} m + \log_m 3 \cdot \log_{10} m$ (áp dụng công thức $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$).
 $= \log_{10} 5 + \log_{10} 3 = \log_{10} 15$.

- 9) Cho $\log_a 6 = x$ và $\log_a 2 = y$. Tính giá trị của biểu thức $P = (x + y) \log_{12} a$.

- 10) Áp dụng công thức $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$, hãy tính $8^{\log_2 3} + 9^{\log_3 4} =$

- 11) Chứng minh: $a^{2016 \log_{a^2} 2017} = 2017^{1008}$. Ta có: $a^{2016 \log_{a^2} 2017} =$

- 12) Chứng minh: $a^{\frac{1}{\log_b a^2}} = \sqrt{b}$. Ta có: $a^{\frac{1}{\log_b a^2}} =$

- 13) Chứng minh: $a^{3-2 \log_a b} = a^3 b^{-2}$. Ta có: $a^{3-2 \log_a b} =$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. (THPT QG 2017 – Mã 101 câu 06) Cho $0 < a \neq 1$. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 0$.
C. $I = -2$. D. $I = 2$.

2. (THPT QG 2017 – Mã 103 câu 10) Cho $0 < a \neq 2$. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = -\frac{1}{2}$.
C. $I = -2$. D. $I = 2$.

3. (THPT QG 2018 – Mã 101) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng

- A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. B. $\ln(2a)$.
C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$.

4. (THPT QG 2018 – Mã 102) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng

- A. $3 \log_3 a$. B. $3 + \log_3 a$.
C. $1 + \log_3 a$. D. $1 - \log_3 a$.

5. (THPT QG 2017) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2 \log_3 [\log_3(3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

- A. $I = \frac{5}{4}$.
B. $I = 4$.
C. $I = 0$.
D. $I = \frac{3}{2}$.

6. Cho $\log_2 a = -1$ và $\log_3 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 4 \log_2 [\log_2(8a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^4$.

- A. $I = 0,5$.
B. $I = 3$.
C. $I = 0$.
D. $I = -1$.

7. (THPT QG 2017 Câu 29 – Mã 103) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- A. $P = 31$.
B. $P = 13$.
C. $P = 30$.
D. $P = 108$.

8. Cho $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Giá trị của biểu thức $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng

- A. -8 . B. 5 .
C. 4 . D. 8 .

9. Cho $a, b > 0$. Giá trị của biểu thức $\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4$ bằng

- A. $2 \log_a b$. B. 0 .
C. $\log_a b$. D. $4 \log_a b$.

10. Cho $0 < a \neq 1$, $b > 0$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tổng $a + b$ bằng

- A. 16 .
B. 12 .
C. 10 .
D. 18 .

11. Cho $0 < a \neq 1$, $b > 0$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{9}$ và $\log_3 a = \frac{27}{b}$. Tổng $2a + 2b$ bằng

- A. 30 .
B. 60 .
C. 90 .
D. 120 .

12. Cho $0 < x$; $y \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{3y}{8}$ và $\log_{\sqrt{2}} x = \frac{32}{y}$. Giá trị của $P = x^2 - y^2$ là

- A. 120 .
B. 132 .
C. 240 .
D. 340 .

13. Cho $a, b > 0$ thỏa $\log_2 a = x, \log_2 b = y$. Giá trị của biểu thức $P = \log_2(a^2b^3)$ bằng	
A. $2x + 3y$. B. x^2y^3 . C. $x^2 + y^3$. D. $6xy$.	
14. Cho a, x là các số thực dương, biết $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} a$. Tính x theo a .	
A. $x = a^4$. B. $x = a^3$. C. $x = 3a$. D. $x = a - 3$.	
15. (THPT QG 2017 Câu 15 – Mã 101) Với $0 < a; b \neq 1$, giá trị của $\log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ bằng	
A. $9\log_a b$. B. $27\log_a b$. C. $15\log_a b$. D. $6\log_a b$.	
16. Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.	
A. $P = -6$. B. $P = \frac{1}{6}$. C. $P = -\frac{1}{6}$. D. $P = 6$.	
17. (THPT QG 2017 – Câu 42) Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với $a, b > 1$. Tính $P = \log_{ab} x$.	
A. $P = \frac{7}{12}$. B. $P = \frac{1}{12}$. C. $P = 12$. D. $P = \frac{12}{7}$.	
18. Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính $P = \log_a(x^2y^3)$.	
A. $P = 3$. B. $P = 10$. C. $P = -14$. D. $P = 65$.	

19. Biết rằng $a, b, c > 1$ thỏa mãn $\log_{ab}(bc) = 2$. Tính $P = \log_{\frac{c}{b}} a^4 + \log_{\frac{c}{a}}(ab)$.

- A. $P = 1$.
B. $P = 2$.
C. $P = 3$.
D. $P = 4$.

20. Cho $0 < a \neq 1$ và $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa $\log_a 3 = x, \log_a 2 = y$. Khi đó $(x + y)\log_6 a$ bằng

- A. $(x + y)^2$.
B. $2(x + y)$.
C. $x + y$.
D. 1.

21. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b, a \neq 1, \log_a b = 2$. Tính $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$.

- A. $T = -\frac{2}{5}$.
B. $T = \frac{2}{5}$.
C. $T = \frac{2}{3}$.
D. $T = -\frac{2}{3}$.

22. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào đúng?

- A. $2\log_2(a + b) = \log_2 a + \log_2 b$.
B. $2\log_2 \frac{a + b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.
C. $\log_2 \frac{a + b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.
D. $4\log_2 \frac{a + b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải. Quan sát đáp án thấy có B, C đều có $\log_2 \frac{a + b}{3}$ nên ưu tiên biến đổi lý thuyết về dạng $\left(\frac{a + b}{3}\right)^2$ và lấy lôga cơ số 2 hai vế. Nếu đúng sẽ chọn đáp án, còn nếu sai sẽ loại được hai đáp án này, sẽ rút ngắn thời gian làm trắc nghiệm. Tức có:

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 9ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 9ab$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a + b}{3}\right)^2 = ab \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{a + b}{3}\right)^2 = \log_2(ab)$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2 \frac{a + b}{3} = \log_2 a + \log_2 b. \text{ Chọn đáp án B.}$$

23. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào đúng ?

A. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.

B. $2\log_2(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$.

C. $2\log_4(a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$.

D. $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$.

24. (THPT QG 2017 – Câu 43) Cho $a, b > 0$ thỏa $a^2 + b^2 = 8ab$. Khẳng định nào đúng ?

A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

B. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.

C. $\log(a+b) = \frac{1 + \log a + \log b}{2}$.

D. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

25. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a + b = 2\sqrt{ab}$. Khẳng định nào đúng ?

A. $\ln \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2} = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b)$.

B. $\ln(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b)$.

C. $\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b} = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b)$.

D. $\ln(a+b) = 2\ln(ab)$.

26. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Khẳng định nào đúng ?

A. $\log(a+1) + \log b = 1$.

B. $\log \frac{a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

C. $3\log(a+3b) = \log a - \log b$.

D. $2\log(a+3b) = 2\log a + \log b$.

27. Cho $x, y > 1$ và $2x - 3y > 1$ thỏa mãn $x^2 - 6y^2 = xy$. Tính $I = \frac{1 + \log_3 x + \log_3 y}{\log_3(2x - 3y)}$.

- A. $M = \frac{1}{4}$.
B. $M = 1$.
C. $M = \frac{1}{2}$.
D. $M = 2$.

28. (THPTQG 2017 Câu 37) Cho $x, y > 1$ thỏa $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tìm $I = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x + 3y)}$

- A. $I = \frac{1}{4}$.
B. $I = 1$.
C. $I = \frac{1}{2}$.
D. $I = \frac{1}{3}$.

29. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$. Giá trị $a.b$ bằng

- A. 2^9 .
B. 8.
C. 2^{18} .
D. 2.

30. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_4 a + \log_9 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_9 b = 4$. Giá trị $a.b$ bằng

- A. 48.
B. 256.
C. 144.
D. 324.

31. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a + b)$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$.
B. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.
C. $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.
D. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải. Đặt $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a + b) = k$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4^k \\ b = 6^k \\ a + b = 9^k \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \left(\frac{2}{3}\right)^k > 0 \\ 4^k + 6^k = 9^k \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$\text{Ta có: } (2) \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2k} + \left(\frac{2}{3}\right)^k - 1 = 0 \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ (N)} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^k = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ (L)} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

32. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{16}(a + b)$. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $\frac{a}{b} \in (2; 3)$.

B. $\frac{a}{b} \in (3; 9)$.

C. $\frac{a}{b} \in (0; 2)$.

D. $\frac{a}{b} \in (9; 16)$.

33. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a - b}{3}$. Tính tỉ số $T = \frac{a}{b}$.

A. $T = \frac{5}{4}$.

B. $T = \frac{2}{3}$.

C. $T = \frac{3}{2}$.

D. $T = \frac{4}{5}$.

34. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{10}} x = \log_{\sqrt{15}} y = \log_5(x + y)$. Tính tỉ số $\frac{y}{x}$.

A. $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$.

B. $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$.

C. $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$.

35. Với $x, y, z \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $x \log_{2016} 2 + y \log_{2016} 3 + z \log_{2016} 7 = 1$. Giá trị $x + y + z$ bằng

A. 2017.

B. 10.

C. 2016.

D. 8.

36. Tính $P = \log(\tan 1^\circ) + \log(\tan 2^\circ) + \log(\tan 3^\circ) + \dots + \log(\tan 89^\circ)$.

A. $P = 0$.

B. $P = 2$.

C. $P = \frac{1}{2}$.

D. $P = 1$.

Công thức lượng giác cần nhớ: $\tan \alpha \cdot \tan(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$.

37. Cho $n > 1$ là số nguyên dương. Tính $P = \frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}$.

- A. $P = 0$.
B. $P = n$.
C. $P = n!$.
D. $P = 1$.

Công thức giai thừa cần nhớ: $n! = n.(n-1).(n-2)....3.2.1$.

38. Cho $x = 2018!$. Giá trị $A = \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$ bằng

- A. $\frac{1}{2017}$.
B. 2018.
C. $\frac{1}{2018}$.
D. 2019.

39. Cho $0 < a \neq 1$. Tính $P = \log_a 2018 + \log_{\sqrt{a}} 2018 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2018 + \dots + \log_{\sqrt[2018]{a}} 2018$.

- A. $1009.2019.\log_a 2018$.
B. $2018.2019.\log_a 2018$.
C. $2018.\log_a 2018$.
D. $2019.\log_a 2018$.

40. Cho $\log 3 = a$. Tính $\log 9000$ theo a .

- A. $\log 9000 = a^2 + 3$.
B. $\log 9000 = 3 + 2a$.
C. $\log 9000 = 3a^2$.
D. $\log 9000 = a^2$.

41. Đặt $\log_5 20 = a$, biểu diễn $\log_2 5$ theo a .

- A. $\log_2 5 = \frac{2}{a+1}$.
B. $\log_2 5 = \frac{2}{a-1}$.
C. $\log_2 5 = \frac{a-1}{2}$.
D. $\log_2 5 = 2(a-1)$.

42. Đặt $a = \log_3 15$, $b = \log_3 10$. Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b .

A. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a + b - 1)$.

B. $\log_{\sqrt{3}} 50 = a + b - 1$.

C. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a + b - 1)$.

D. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a + b - 1)$.

43. Đặt $a = \log_7 11$, $b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn biểu thức $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8}$ theo a và b .

A. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a - \frac{9}{b}$.

B. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = \frac{2}{3}a - \frac{9}{b}$.

C. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = \frac{1}{3a} - \frac{3}{b}$.

D. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 12a - 9b$.

44. Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_2 5$. Tính theo a , b biểu thức $P = \log_2 30$.

A. $P = 1 + ab$.

B. $P = a + b$.

C. $P = 1 + a + b$.

D. $P = ab$.

45. Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a^{\log_2 5} = 4$, $b^{\log_4 6} = 16$, $c^{\log_7 3} = 49$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = a^{\log_2 5} + b^{\log_4 6} + 3c^{\log_7 3}.$$

A. $T = 126$.

B. $T = 5 + 2\sqrt{3}$.

C. $T = 88$.

D. $T = 3 - 2\sqrt{3}$.

46. Cho hàm số $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết $f(\log(\log e)) = 2$.
Giá trị của $f(\log(\ln 10))$ bằng

A. 10.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

RÈN LUYỆN LẦN 1

Câu 1. Cho $0 < a \neq 1$ và biểu thức $\sqrt{a^3 \sqrt{a}}$ được viết dưới dạng a^n . Tìm n .

- A. $n = \frac{11}{6}$. B. $n = \frac{5}{3}$. C. $n = \frac{2}{3}$. D. $n = \frac{1}{6}$.

Câu 2. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log(3a) = 3 \log a$. B. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$. C. $\log a^3 = 3 \log a$. D. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

Câu 3. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(8a) - \ln(5a)$ bằng

- A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. B. $\ln(2a)$. C. $\ln \frac{8}{5}$. D. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$.

Câu 4. Cho biểu thức $Q = \sqrt{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^4}}$ với $a > 0$, $a \neq 1$. Khẳng định nào **đúng**?

- A. $Q = a^{\frac{5}{3}}$. B. $Q = a^{\frac{7}{3}}$. C. $Q = a^{\frac{7}{4}}$. D. $Q = a^{\frac{11}{6}}$.

Câu 5. Với a, b là các số thực dương bất kỳ và $a \neq 1$. Mệnh đề nào **đúng**?

- A. $\log_{\sqrt{a}} b = -2 \log_a b$. B. $\log_{\sqrt{a}} b = -\frac{1}{2} \log_a b$.

- C. $\log_{\sqrt{a}} b = \frac{1}{2} \log_a b$. D. $\log_{\sqrt{a}} b = 2 \log_a b$.

Câu 6. Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Khẳng định nào **đúng**?

- A. $\log_{\sqrt{a}} ab = \frac{1}{2} + \log_a \sqrt{b}$. B. $2018 \log_a ab = 1 + \log_a b^{2018}$.

- C. $\log_a a^{2018} b = 2018 + \log_a b$. D. $\log_a a^{2018} b = 2018(1 + \log_a b)$.

Câu 7. Cho $0 < a \neq 1$. Rút gọn $P = \frac{(a^3)^4}{a^2 \cdot a^{\frac{3}{2}}}$.

- A. $P = a^9$. B. $P = a^{\frac{17}{2}}$. C. $P = a^{\frac{23}{2}}$. D. $P = a^{\frac{7}{2}}$.

Câu 8. Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{\sqrt{x^3}}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{5}{4}}$. B. $P = x^{\frac{112}{60}}$. C. $P = x^{\frac{13}{18}}$. D. $P = x^{\frac{211}{60}}$.

Câu 9. Cho a, b là hai số thực dương. Kết quả thu gọn của biểu thức $A = \frac{(\sqrt[4]{a^3 b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} b^6}}}$ là

- A. 1. B. a . C. ab . D. b .

Câu 10. Cho $1 \neq a > 0$, $x > 0$, $y > 0$, khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$. B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$.

- C. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_a x$. D. $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2} \log_a x$.

- Câu 11.** Biết $\frac{x^{a^2}}{x^{b^2}} = x^{16}$ với $x > 1$ và $a + b = 2$. Tính giá trị của biểu thức $M = a - b$.
- A. $M = 18$. B. $M = 14$. C. $M = 8$. D. $M = 16$.
- Câu 12.** Cho $a, b > 0$, viết $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ về dạng a^x và $\sqrt[3]{b\sqrt{b}\sqrt{b}}$ về dạng b^y . Tính $T = 6x + 12y$.
- A. $T = 17$. B. $T = \frac{7}{12}$. C. $T = 14$. D. $T = \frac{7}{6}$.
- Câu 13.** Cho số thực $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^2}$.
- A. $P = -\frac{4}{3}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = \frac{3}{2}$. D. $P = -\frac{1}{2}$.
- Câu 14.** Cho $a, b > 0$, $a \neq 1$, $a^2 = b$ và đặt $P = \log_{\sqrt[3]{a}} b^3$. Mệnh đề nào đúng?
- A. $P = \frac{9}{2}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = 18$. D. $P = \frac{2}{3}$.
- Câu 15.** Giá trị của biểu thức $P = (1 + \sqrt{3})^{2016} (3 - \sqrt{3})^{2016}$ bằng
- A. 12^{1008} . B. 4^{1008} . C. $(1 + \sqrt{3})^{1008}$. D. $(3 - \sqrt{3})^{1008}$.
- Câu 16.** Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^{4\log_a 2 \sqrt{5}}$.
- A. $P = 5$. B. $P = 5^{14}$. C. $P = 7\sqrt{5}$. D. $P = 5^7$.
- Câu 17.** Cho các số dương a, b, c, d . Giá trị của $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$ bằng
- A. 1. B. $\ln(abcd)$. C. 0. D. $\ln(ab + cd)$.
- Câu 18.** Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$.
- A. $P = 3$. B. $P = 10$. C. $P = -14$. D. $P = 65$.
- Câu 19.** Cho $\log_2 (a + 1) = 3$. Tính $3^{\log_4 (a-3)}$.
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.
- Câu 20.** Cho $a, b > 0$ và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính giá trị của $T = \log_{a^2} b^6 + \log_a \sqrt{b}$.
- A. $T = 8$. B. $T = 7$. C. $T = 5$. D. $T = 6$.
- Câu 21.** Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào đúng?
- A. $\log_{a^4} (ab) = 4a \log_a b$. B. $\log_{a^4} (ab) = 4 + 4 \log_a b$.
- C. $\log_{a^4} (ab) = \frac{1}{4} \log_a b$. D. $\log_{a^4} (ab) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \log_a b$.
- Câu 22.** Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\log_2 \left(\frac{a^3}{4b} \right) = 3 \log_2 a - \log_2 b - 2$. B. $\log_2 \left(\frac{a^3}{4b} \right) = 3 \log_2 a - \log_2 b + 2$.
- C. $\log_2 \left(\frac{a^3}{4b} \right) = 3 \log_2 a + \log_2 b + 2$. D. $\log_2 \left(\frac{a^3}{4b} \right) = 3 \log_2 a + \log_2 b - 2$.

Câu 23. Tính $P = \log_{a^2}(a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) + \log_{\sqrt[3]{b}}b^{-2}$ với $0 < a \neq 1$ và $0 < b \neq 1$.

- A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = \sqrt{2}$.

Câu 24. Cho a, b là hai số thực dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\ln(ab^2) = \ln a + (\ln b)^2$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.
C. $\ln(ab^2) = \ln a + 2 \ln b$. D. $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$.

Câu 25. Với $a, b > 0$ và $a \neq 1$, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào **đúng**?

- A. $P = 9 \log_a b$. B. $P = 27 \log_a b$. C. $P = 15 \log_a b$. D. $P = 6 \log_a b$.

Câu 26. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính giá trị của $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}}(a^3 \sqrt{b})$.

- A. $T = -\frac{10}{9}$. B. $T = \frac{2}{3}$. C. $T = -\frac{2}{9}$. D. $T = \frac{2}{15}$.

Câu 27. Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

- A. 6. B. -6. C. 3. D. -3.

Câu 28. Với các số thực x, y dương bất kì. Mệnh đề nào **đúng**?

- A. $\log_2(x + y) = \log_2 x + \log_2 y$. B. $\log_2(xy) = \log_2 x \cdot \log_2 y$.
C. $\log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = 2 \log_2 x - \log_2 y$. D. $\log_2\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$.

Câu 29. Cho các số thực dương a, b, c với $c \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$. B. $\log_{c^2} \frac{a}{b^2} = \frac{1}{2} \log_c a - \log_c b$.
C. $\log_c^2\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 4(\log_c a - \log_c b)$. D. $\log_c \frac{a}{b} = \frac{\ln a - \ln b}{\ln c}$.

Câu 30. Với ba số thực dương a, b, c bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log_2 \frac{8a^{b^2}}{c} = 3 + 2b \log_2 a - \log_2 c$. B. $\log_2 \frac{8a^{b^2}}{c} = 3 + b^2 \log_2 a - \log_2 c$.
C. $\log_2 \frac{8a^{b^2}}{c} = 3 + \frac{1}{b^2} \log_2 a - \log_2 c$. D. $\log_2 \frac{8a^{b^2}}{c} = 3 + b^2 \log_2 a + \log_2 c$.

Câu 31. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào **sai**?

- A. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$. B. $2 \log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$.
C. $2 \log_4(a + b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$. D. $2 \log_2(a + b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 32. Cho $\log_a c = x > 0$ và $\log_b c = y > 0$. Khi đó giá trị của $\log_{ab} c$ là

- A. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. B. $\frac{1}{xy}$. C. $\frac{xy}{x+y}$. D. $x + y$.

Câu 33. Cho $\log_2 5 = a$. Tính $\log_{32} 40$ theo a bằng

- A. $\frac{2+a}{2}$. B. $\frac{3a+1}{2}$. C. $\frac{a+2}{9}$. D. $\frac{3+a}{5}$.

Câu 34. Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m (8m)$ với $0 < m \neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a .

- A. $A = (3+a)a$. B. $A = (3-a)a$. C. $A = \frac{3+a}{a}$. D. $A = \frac{3-a}{a}$.

Câu 35. Cho $a, b > 0$ thỏa $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Tìm khẳng định **đúng**?

- A. $a = b \log_6 2$. B. $a = b \log_6 3$. C. $a = 36b$. D. $2a + 3b = 0$.

Câu 36. Cho a, b lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ năm của một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$. Giá trị của $\log_2 \left(\frac{b-a}{d} \right)$ bằng

- A. $\log_2 5$. B. 3. C. 2. D. $\log_2 3$.

Câu 37. Cho $x, y > 1$ thỏa mãn $x^2 - 12y^2 = 4xy$. Tính $P = \frac{1 + \log_8 (x+2y) + \log_8 y}{2 \log_8 (x+2y)}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 38. Cho $0 < a \neq 1$. Giá trị $P = \log_a 2018 + \log_{\sqrt{a}} 2018 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2018 + \dots + \log_{\sqrt[2018]{a}} 2018$

- A. $1009.2019.\log_a 2018$. B. $2018.2019.\log_a 2018$.
C. $2018.\log_a 2018$. D. $2019.\log_a 2018$.

Câu 39. Cho $a, b > 0$ thỏa $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$ và đặt $T = \frac{a}{b}$. Khẳng định đúng là

- A. $0 < T < \frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$. C. $-2 < T < 0$. D. $1 < T < 2$.

Câu 40. Biết rằng $2^{x+\frac{1}{x}} = \log_2 \left[14 - (y-2)\sqrt{y+1} \right]$ với $x > 0$. Tính $P = x^2 + y^2 - xy + 1$.

- A. 3 B. 1. C. 2. D. 4.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 1

1.C	2.C	3.C	4.A	5.D	6.C	7.B	8.A	9.C	10.D
11.C	12.C	13.D	14.C	15.A	16.A	17.C	18.B	19.D	20.B
21.D	22.A	23.B	24.C	25.D	26.A	27.B	28.C	29.C	30.B
31.C	32.C	33.D	34.C	35.C	36.C	37.C	38.A	39.D	40.C

RÈN LUYỆN LẦN 2

Câu 1. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. $\log_2 a = \log_a 2$. B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$. C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$. D. $\log_2 a = -\log_a 2$.

Câu 2. Cho các số dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

- A. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b + c)$. B. $\log_a b + \log_a c = \log_a |b - c|$.
C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$. D. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b - c)$.

Câu 3. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{5}{6}}$. B. $a^{\frac{7}{6}}$. C. $a^{\frac{4}{3}}$. D. $a^{\frac{6}{7}}$.

Câu 4. Viết biểu thức $Q = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ với $x > 0$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ ?

- A. $Q = x^{\frac{2}{3}}$. B. $Q = x^{\frac{5}{3}}$. C. $Q = x^{\frac{5}{2}}$. D. $Q = x^{\frac{7}{3}}$.

Câu 5. Cho số thực a dương. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt[5]{a^4 \sqrt[4]{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}}}$.

- A. $P = a^{\frac{1}{14}}$. B. $P = a^{\frac{1}{120}}$. C. $P = a^{\frac{11}{40}}$. D. $P = a^{\frac{13}{60}}$.

Câu 6. Viết biểu thức $A = \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}} : a^{\frac{11}{6}}$ với $a > 0$ dưới dạng lũy thừa của số mũ hữu tỉ.

- A. $A = a^{\frac{21}{44}}$. B. $A = a^{\frac{1}{12}}$. C. $A = a^{\frac{23}{24}}$. D. $A = a^{\frac{23}{24}}$.

Câu 7. Biết $\sqrt[5]{\frac{b}{a} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ với a, b là các số thực dương. Tìm m .

- A. $m = \frac{2}{15}$. B. $m = \frac{4}{15}$. C. $m = \frac{2}{5}$. D. $m = -\frac{2}{15}$.

Câu 8. Viết biểu thức $P = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}}$, ($a > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- A. $P = a$. B. $P = a^5$. C. $P = a^4$. D. $P = a^2$.

Câu 9. Cho a, b là hai số thực dương. Thu gọn biểu thức $T = \frac{a^{\frac{7}{6}} \cdot b^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt[6]{ab^2}}$.

- A. $T = \frac{a}{b^2}$. B. $T = ab$. C. $T = \frac{b}{a}$. D. $T = \frac{a}{b}$.

Câu 10. Với $a > 0$ thì biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ được rút gọn là

- A. $P = a^5$. B. $P = a^4$. C. $P = a^3$. D. $P = a$.

Câu 11. Cho a là số thực dương khác 4. Tính $I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right)$.

A. $I = 3$. B. $I = \frac{1}{3}$. C. $I = -3$. D. $I = -\frac{1}{3}$.

Câu 12. Cho $0 < a \neq 1$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a(a.\sqrt[3]{a^2})$ là

A. $\frac{4}{3}$. B. 3. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 13. Cho b là số thực dương khác 1. Tính $P = \log_b(b^2\sqrt{b})$.

A. $P = \frac{3}{2}$. B. $P = 1$. C. $P = \frac{5}{2}$. D. $P = \frac{1}{4}$.

Câu 14. Cho $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Giá trị của $\log_a(a^3b^2\sqrt{c})$ bằng

A. -8 . B. 5. C. 4. D. 8.

Câu 15. Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$ là

A. $-\sqrt{3}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $-2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 16. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$. B. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.
C. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. D. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

Câu 17. Cho a là số thực dương. Tìm mệnh đề **đúng** ?

A. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a - 2$. B. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a + 2$.
C. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a - \frac{1}{2}$. D. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a + \frac{1}{2}$.

Câu 18. Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1$. Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $\log_a(a^3b^2) = \frac{3}{2} + \log_a b$. B. $\log_a(a^3b^2) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\log_a b$.
C. $\log_a(a^3b^2) = 3 + \log_a b$. D. $\log_a(a^3b^2) = 3 + 2\log_a b$.

Câu 19. Cho $a, b, x > 0$. Tìm x , biết $\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b$.

A. $x = a^5b^4$. B. $x = a^4b^5$. C. $x = 5a + 4b$. D. $x = 4a + 5b$.

Câu 20. Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $M = a^{2016\log_a 2017}$.

A. $M = 1008^{2017}$. B. $M = 2017^{2016}$. C. $M = 2016^{2017}$. D. $M = 2017^{1008}$.

Câu 21. Cho $a = \log_2 m$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây **đúng** ?

A. $\log_m 8m = \frac{3+a}{a}$. B. $\log_m 8m = \frac{3-a}{a}$.
C. $\log_m 8m = (3-a)a$. D. $\log_m 8m = (3+a)a$.

Câu 22. Cho $a, b, c > 0$ thỏa $\log_a b = m, \log_a c = n$. Tính $A = \log_{abc}(ab^2c^3)$ theo m và n .

A. $\frac{1+2m+3n}{1+m+n}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{1+3m+2n}{1+m+n}$. D. $\frac{1+m+n}{1+3m+2n}$.

Câu 23. Cho số thực $a > 0$ và khác 1. Tính giá trị của biểu thức sau $P = \log_{\frac{1}{a}} a^2 + \log_{a^2} \sqrt{a}$.

A. $P = \frac{17}{4}$. B. $P = \frac{13}{4}$. C. $P = -\frac{11}{4}$. D. $P = -\frac{15}{4}$.

Câu 24. Biết $\log_a b = 2, \log_a c = 3$ với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$. Tính $T = \log_a \frac{a^2 \sqrt[3]{b}}{c}$.

A. $T = -\frac{1}{3}$. B. $T = 5$. C. $T = 6$. D. $T = \frac{2}{3}$.

Câu 25. Cho $1 \neq a, b > 0$ thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$.

A. $T = 1$. B. $T = 4$. C. $T = -1$. D. $T = -4$.

Câu 26. Cho $\log_2 3 = a, \log_2 7 = b$. Biểu diễn $\log_2 2016$ theo a và b .

- A. $\log_2 2016 = 5 + 2a + b$. B. $\log_2 2016 = 5 + 3a + 2b$.
C. $\log_2 2016 = 2 + 2a + 3b$. D. $\log_2 2016 = 2 + 3a + 2b$.

Câu 27. Biết $\log_{42} 2 = 1 + m \log_{42} 3 + n \log_{42} 7$ với m và n là các số nguyên. Mệnh đề nào đúng?

- A. $m.n = 2$. B. $m.n = -1$. C. $m.n = -2$. D. $m.n = 1$.

Câu 28. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. $2\log(a+b) = 3(\log a + \log b)$. B. $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$.
C. $3\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. D. $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

Câu 29. Cho $a, b > 0$ thỏa $a + b = 2\sqrt{ab}$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. $\ln \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2} = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b)$. B. $\ln(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b)$.
C. $\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b} = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b)$. D. $\ln(a+b) = 2\ln(ab)$.

Câu 30. Cho $x > 0, y > 0$. Viết biểu thức $x^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[6]{x^5 \sqrt{x}} = x^m$ và $y^{\frac{4}{5}} : \sqrt[6]{y^5 \sqrt{y}} = y^n$. Tính $m - n$.

- A. $\frac{11}{6}$. B. $-\frac{8}{5}$. C. $-\frac{11}{6}$. D. $\frac{8}{5}$.

Câu 31. Cho $5^x = 2$. Tính $A = 25^x + 5^{2-x}$.

- A. $A = \frac{13}{2}$. B. $A = \frac{75}{2}$. C. $A = \frac{33}{2}$. D. $A = 29$.

Câu 32. Cho $9^x + 9^{-x} = 14$ và $\frac{6 + 3(3^x + 3^{-x})}{2 - 3^{x+1} - 3^{1-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P = a.b$.

- A. $P = 10$. B. $P = -10$. C. $P = -45$. D. $P = 45$.

Câu 33. Cho $\log_3(\sqrt{a^2 + 9} + a) = 2$. Giá trị biểu thức $\log_3(2a^2 + 9 - 2a\sqrt{a^2 + 9})$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Câu 34. Cho $x > 0$, $y > 0$ và $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$. Xác định mệnh đề đúng ?

- A. $K = 2x$. B. $K = x + 1$. C. $K = x - 1$. D. $K = x$.

Câu 35. Cho $x, y > 0$ thỏa $\log_{16}(x + y) = \log_9 x = \log_{12} y$. Giá trị của $P = 1 + \frac{x}{y} + \left(\frac{x}{y}\right)^2$ bằng

- A. $P = 2$. B. $P = 16$. C. $P = 3 + \sqrt{5}$. D. $P = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 36. Cho a và b là các số thực thỏa $3.2^a + 2^b = 7\sqrt{2}$ và $5.2^a - 2^b = 9\sqrt{2}$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 3$. B. $S = 2$. C. $S = 4$. D. $S = 1$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \frac{2^x}{2^x + 2}$. Tổng $f(0) + f\left(\frac{1}{10}\right) + \dots + f\left(\frac{18}{10}\right) + f\left(\frac{19}{10}\right)$ bằng

- A. $\frac{59}{6}$. B. 10. C. $\frac{19}{2}$. D. $\frac{28}{3}$.

Câu 38. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ và $b > 0$. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\log b}{\log a} - 1}$.

- A. $P = |\log_a b + 1|$. B. $P = |\log_a b - 1|$. C. $P = |\log_a b|$. D. $P = 0$.

Câu 39. Tính $A = (\log_b^3 a + 2\log_b^2 a + \log_b a)(\log_a b - \log_{ab} b) - \log_b a$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 40. Cho $a, b \in \mathbb{R}$ và $f(x) = a \ln^{2017}(\sqrt{x^2 + 1} + x) + bx \sin^{2018} x + 2$. Biết $f(5^{\log_c 6}) = 6$, tính giá trị của biểu thức $P = f(-6^{\log_c 5})$ với $0 < c \neq 1$.

- A. $P = -2$. B. $P = 6$. C. $P = 4$. D. $P = 2$.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 2

1.C	2.C	3.B	4.B	5.C	6.D	7.D	8.B	9.D	10.A
11.A	12.C	13.C	14.D	15.B	16.A	17.C	18.D	19.A	20.D
21.A	22.A	23.A	24.A	25.A	26.A	27	28.D	29.A	30.A
31.C	32.C	33.D	34.D	35.A	36.B	37.A	38.C	39.A	40.A

RÈN LUYỆN LẦN 3

Câu 1. Cho $0 < a, b \neq 1$ và x, y là hai số thực dương. Tìm mệnh đề **đúng** ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

B. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

C. $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$.

Câu 2. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $\log_a (ab) = 1 + \log_a b$.

B. $\log_a \frac{a}{b} = 1 - \log_a b$.

C. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} + \log_a \sqrt{b}$.

D. $\log_a \frac{a}{b} = \frac{1}{\log_a b}$.

Câu 3. Cho hàm số a, b, c là ba số thực dương, khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.

B. $\log_a b = \log_b c \cdot \log_c a$.

C. $a^{\log_b a} = b$.

D. $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \log_a b - 3$.

Câu 4. Biết $\log_6 \sqrt{a} = 3$, với $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của $\log_a \sqrt{6}$.

A. $\log_a \sqrt{6} = \frac{1}{3}$.

B. $\log_a \sqrt{6} = \frac{1}{12}$.

C. $\log_a \sqrt{6} = 3$.

D. $\log_a \sqrt{6} = \frac{4}{3}$.

Câu 5. Giá trị của biểu thức $P = (3 - \sqrt[3]{8})^{2018} (13 + 3\sqrt[3]{8})^{2018}$ bằng

A. $(3 - \sqrt[3]{8})^{1009}$.

B. 19^{2018} .

C. $(13 - 3\sqrt[3]{8})^{1009}$.

D. $(16 + 2\sqrt[3]{8})^{2018}$.

Câu 6. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_a \frac{1}{a^2}$; với $a > 0$ và $a \neq 1$.

A. $A = -2$.

B. $A = -\frac{1}{2}$.

C. $A = 2$.

D. $A = \frac{1}{2}$.

Câu 7. Viết biểu thức $P = \sqrt{x^5} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^3}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = x^{\frac{61}{30}}$.

B. $P = x^{\frac{117}{30}}$.

C. $P = x^{\frac{113}{30}}$.

D. $P = x^{\frac{83}{30}}$.

Câu 8. Với $x > 0$, hãy rút gọn biểu thức $P = \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}}} : x^{\frac{9}{16}}$.

A. $P = x^{\frac{5}{32}}$.

B. $P = x^{\frac{13}{32}}$.

C. $P = x^{\frac{9}{48}}$.

D. $P = x^{\frac{1}{32}}$.

Câu 9. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$.

A. $P = \sqrt{3}$.

B. $P = 6$.

C. $P = 9$.

D. $P = 3$.

Câu 10. Giả sử ta có hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$ với a, b là các số dương. Hệ thức nào **đúng** ?

A. $2\log_2(a + b) = \log_2 a + \log_2 b$.

B. $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

D. $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 11. Cho $a, b, x > 0$ thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào **đúng** ?

- A. $x = 3a + 5b$. B. $x = 5a + 3b$. C. $x = a^5 + b^3$. D. $x = a^5 b^3$.

Câu 12. Cho $a, b, x > 0$. Tìm x , biết $\log_7 x = 8\log_7(ab^2) - 2\log_7(a^3b)$.

- A. $x = a^4 b^6$. B. $x = a^2 b^{14}$. C. $x = a^6 b^{12}$. D. $x = a^8 b^{14}$.

Câu 13. Cho $0 < a \neq 1$ và biểu thức $P = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$. Tìm mệnh đề **đúng** ?

- A. $P = 2\ln^2 a + 1$. B. $P = 2\ln^2 a + 2$. C. $P = 2\ln^2 a$. D. $P = \ln^2 a + 2$.

Câu 14. Cho $0 < a \neq 1$ và $b > 0$ thỏa $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_{ab^2} \frac{a}{b^2}$.

- A. $A = \frac{4\sqrt{3} - 13}{11}$. B. $A = \frac{13 - 4\sqrt{3}}{11}$. C. $A = \frac{\sqrt{3}}{12}$. D. $A = \frac{1}{12}$.

Câu 15. Cho $0 < a \neq 1$ và $b > 0$ thỏa $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$.

- A. $T = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 2}$. B. $T = \sqrt{3} - 1$. C. $T = \sqrt{3} + 1$. D. $T = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2}$.

Câu 16. Cho $a, b > 0$ và $ab \neq 1$ thỏa $\log_{ab} a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$.

- A. $T = \frac{3}{8}$. B. $T = \frac{3}{2}$. C. $T = \frac{8}{3}$. D. $T = \frac{2}{3}$.

Câu 17. Với $x, y > 0$ tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)$. B. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$.
C. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right)$. D. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$.

Câu 18. Với các số thực a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

- A. $\log_2 \frac{9a^2}{b^3} = 2 + 2\log_2 a - 3\log_2 b$. B. $\ln \frac{9a^2}{b^3} = 2\ln 3 + 2\ln a - 3\ln b$.
C. $\log \frac{9a^2}{b^3} = 2\log 3 + 2\log a - 3\log b$. D. $\log_3 \frac{9a^2}{b^3} = 2 + 2\log_3 a - 3\log_3 b$.

Câu 19. Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Tính $T = \log_a \frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}$.

- A. $T = -2$. B. $T = -\frac{2}{3}$. C. $T = -\frac{5}{6}$. D. $T = 11$.

Câu 20. Cho $\log_2 b = 4, \log_2 c = -4$. Tính $T = \log_2 (b^2 c)$.

- A. $T = 4$. B. $T = 7$. C. $T = 6$. D. $T = 8$.

Câu 21. Cho $m > 0$. Biết $X = \frac{\sqrt[3]{m}}{m^2 \sqrt[5]{m}}$ và $a = \frac{1}{\sqrt[3]{m^2}}$. Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $X = a^{\frac{3}{5}}$. B. $X = a^{\frac{2}{5}}$. C. $X = a^{\frac{2}{15}}$. D. $X = a^{\frac{14}{5}}$.

Câu 22. Cho $T = \left(\frac{\sqrt{a} + 2}{a + 2\sqrt{a} + 1} - \frac{\sqrt{a} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}}$ với $0 < a \neq 1$. Hỏi khẳng định nào **đúng**?

- A. $(a - 1)T = 2$. B. $bT = a - 1$. C. $T = 2\sqrt{a}$. D. $T = \sqrt{a} + 1$.

Câu 23. Cho a là số thực dương. Đơn giản biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}})}{a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}})}$.

- A. $P = a(a + 1)$. B. $P = a - 1$. C. $P = a$. D. $P = a + 1$.

Câu 24. Với $a, b > 0$ bất kỳ. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$. Tìm mệnh đề **đúng**?

- A. $P = \sqrt{ab}$. B. $P = \sqrt[3]{ab}$. C. $P = \sqrt[6]{ab}$. D. $P = ab$.

Câu 25. Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Tính giá trị của biểu thức $K = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}}$.

- A. $K = -\frac{5}{2}$. B. $K = \frac{1}{2}$. C. $K = \frac{3}{2}$. D. $K = 2$.

Câu 26. Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$. Tính $\log_6 45$ theo a, b .

- A. $\log_6 45 = \frac{2a + b}{1 + a}$. B. $\log_6 45 = \frac{a + 2b}{2(1 + a)}$.
C. $\log_6 45 = a + b - 1$. D. $\log_6 45 = 2a + b$.

Câu 27. Đặt $\log_2 3 = a$ và $\log_2 5 = b$. Hãy biểu diễn $\log_3 240$ theo a và b .

- A. $\log_3 240 = \frac{2a + b + 3}{a}$. B. $\log_3 240 = \frac{a + b + 4}{a}$.
C. $\log_3 240 = \frac{a + b + 3}{a}$. D. $\log_3 240 = \frac{a + 2b + 3}{a}$.

Câu 28. Cho $\alpha = \log_a x$, $\beta = \log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2} x^2$ được tính theo α, β bằng

- A. $\frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha + 2\beta}$. B. $\frac{2}{2\alpha + \beta}$. C. $\frac{\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$. D. $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$.

Câu 29. Cho $1 \neq a, b, c > 0$ và $\log_a b = 7$, $\log_b c = 5$. Tính giá trị của $P = \log_{\sqrt{a}} \frac{b}{c}$.

- A. $P = 4$. B. $P = -56$. C. $P = -14$. D. $P = 3$.

Câu 30. Cho $\log_a b = 6$, $\log_c a = 3$ (giả sử điều kiện được xác định). Tính $T = \log_{a^2} \frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}$.

- A. $T = 2,5$. B. $T = 3$. C. $T = 5,2$. D. $T = -3$.

Câu 31. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$. Tính ab .

- A. $ab = 2^9$. B. $ab = 2^{18}$. C. $ab = 8$. D. $ab = 2$.

Câu 32. Cho $a, b, x > 0$ thỏa mãn $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$. Tính x theo a và b .

- A. $x = 4a - b$. B. $x = \frac{a^4}{b}$. C. $x = a^4 - b$. D. $x = \frac{a}{b}$.

Câu 33. Cho $a, b, c > 0$ thỏa $\log x = \frac{1}{2}\log 3a - 2\log b + 3\log \sqrt{c}$. Tính x theo a, b, c .

- A. $x = \frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$. B. $x = \frac{\sqrt{3a}}{b^2c^3}$. C. $x = \frac{\sqrt{3a.c^3}}{b^2}$. D. $x = \frac{\sqrt{3ac}}{b^2}$.

Câu 34. Cho $0 < a, b \neq 1$ và đặt $\log_a b = m$. Tính theo m giá trị của $T = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$.

- A. $T = \frac{4m^2 - 3}{2m}$. B. $T = \frac{m^2 - 12}{2m}$. C. $T = \frac{m^2 - 12}{m}$. D. $T = \frac{m^2 - 3}{2m}$.

Câu 35. Cho $1 \neq a, b > 0$ thỏa $3\log_a^2 b - 24\log_b(a.\sqrt[3]{b}) = -8$. Tính $P = \log_a(a.\sqrt[3]{ab}) + 2017$.

- A. $P = 2020$. B. $P = 2019$. C. $P = 2017$. D. $P = 2016$.

Câu 36. Cho biểu thức $T = \sqrt{(a^\pi + b^\pi)^2 - (4^\pi ab)^\pi}$ với $0 < a < b$. Khẳng định nào đúng?

- A. $T = a^\pi + b^\pi$. B. $T = b - a$. C. $T = b^\pi - a^\pi$. D. $T = a^\pi - b^\pi$.

Câu 37. Cho $x, y, z \neq 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Tính giá trị biểu thức $M = xy + yz + zx$.

- A. $M = 3$. B. $M = 6$. C. $M = 0$. D. $M = 1$.

Câu 38. Cho $a, b, c > 0$ là các số thực dương thỏa $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Tính giá trị biểu thức $T = a^{\log_3^2 7} + b^{\log_7^2 11} + c^{\log_{11}^2 25}$.

- A. $T = 31141$. B. $T = 76 + \sqrt{11}$. C. $T = 2017$. D. $T = 469$.

Câu 39. Xét $a, b > 0$ thỏa $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{15}(a + b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{a}{b} \in (2; 3)$. B. $\frac{a}{b} \in (3; 9)$. C. $\frac{a}{b} \in (0; 2)$. D. $\frac{a}{b} \in (9; 16)$.

Câu 40. Cho $\log_b a = x, \log_b c = y$. Biểu diễn $T = \log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4})$ theo x và y là

- A. $T = \frac{5 + 4y}{6x}$. B. $T = \frac{20y}{3x}$. C. $T = \frac{5 + 3y^4}{3x^2}$. D. $T = 2x + \frac{20y}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 3

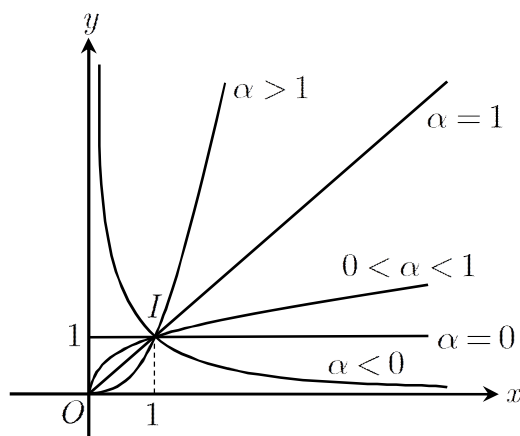
1.D	2.D	3.D	4.B	5.B	6.A	7.C	8.B	9.C	10.B
11.D	12.B	13.B	14.A	15.D	16.D	17.D	18.A	19.D	20.A
21.D	22.A	23.C	24.B	25.A	26.A	27.B	28.D	29.A	30.A
31.A	32.B	33.A	34.B	35.B	36.C	37.C	38.D	39.C	40.A

§ 2. HÀM SỐ LŨY THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LÔGARIT

☆☆☆

I. HÀM SỐ LŨY THỪA

- Định nghĩa:** Hàm số $y = x^\alpha$, với $\alpha \in \mathbb{R}$, được gọi là hàm số lũy thừa.
- Tập xác định:** Tập xác định của hàm số lũy thừa $y = [P(x)]^n$.
 - n nguyên dương $\Rightarrow$ Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 - n nguyên âm hoặc bằng 0 $\Rightarrow$ điều kiện $P(x) \neq 0$.
 - n không nguyên $\Rightarrow$ điều kiện $P(x) > 0$.
- Đạo hàm:** Hàm số $y = x^\alpha$, ($\alpha \in \mathbb{R}$) có đạo hàm với mọi $x > 0$ và $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$.
- Đồ thị hàm số lũy thừa trên khoảng $(0; +\infty)$**



Đồ thị của hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ luôn đi qua điểm $I(1;1)$.

Lưu ý: Khi khảo sát hàm số lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó. Chẳng hạn: $y = x^3$, $y = x^{-2}$, $y = x^\pi$.

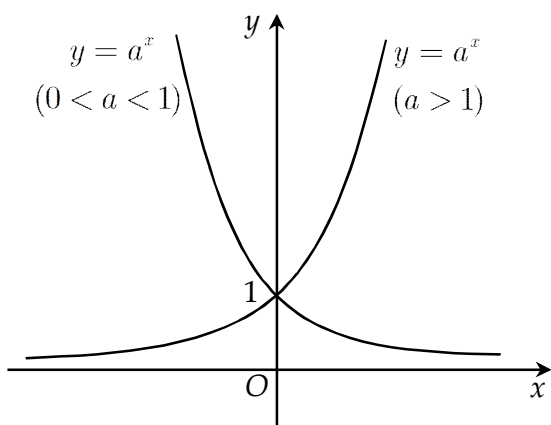
II. HÀM SỐ MŨ

- Định nghĩa:** Cho số thực dương $a \neq 1$. Hàm số $y = a^x$ được gọi là hàm số mũ cơ số a .
- Tập xác định:** $y = a^{P(x)}$ xác định khi $P(x)$ xác định. Đối với $y = a^x$ thì có $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
Tập giá trị của hàm số mũ là $T = (0; +\infty)$.

- Đạo hàm:** $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$ $\Rightarrow$
 - $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$.
 - $(e^x)' = e^x$.
 - $(e^u)' = u' \cdot e^u$.

Công thức thừa nhận $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 1}{t} = 1$.

- Đồ thị hàm số mũ $y = a^x$**



Tập xác định	$\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$.
Đạo hàm	$y' = a^x \ln a$.
Đơn điệu	$a > 1$: hàm số đồng biến. $0 < a < 1$: nghịch biến.
Tiệm cận	Trục Ox là tiệm cận ngang.
Đồ thị	Đi qua điểm $(0;1)$ và $(1;a)$, nằm về phía trên trục hoành ($y = a^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$).

III. HÀM SỐ LÔGARIT

1. **Định nghĩa:** Cho $0 < a \neq 1$. Hàm số $y = \log_a x$ được gọi là hàm số lôgarit cơ số a .

2. **Tập xác định:** $y = \log_a [P(x)] \Rightarrow$ điều kiện: $P(x) > 0$.

Nếu a chứa biến x thì bổ sung $0 < a \neq 1$.

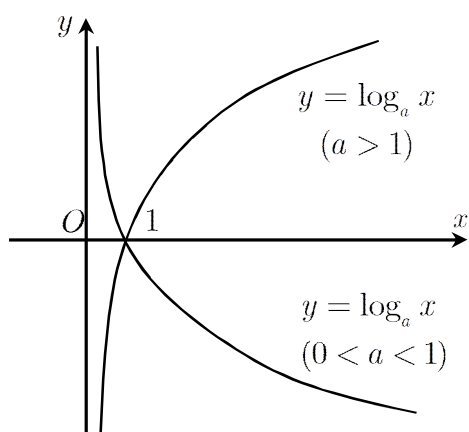
Đặc biệt:

• $y = \ln[P(x)]$ hoặc $y = \log[P(x)] \Rightarrow$ điều kiện: $P(x) > 0$.

• $y = \log_a [P(x)]^n \Rightarrow$ điều kiện: $\begin{cases} \circ P(x) > 0: \text{nếu } n \text{ lẻ} \\ \circ P(x) \neq 0: \text{nếu } n \text{ chẵn} \end{cases}$.

3. **Đạo hàm:** $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \Rightarrow (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$. **Đặc biệt** $(\ln |x|)' = \frac{1}{x}$ và $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$.

4. **Đồ thị hàm số lôgarit** $y = \log_a x$



Tập xác định	$\mathcal{D} = (0; +\infty)$.
Đạo hàm	$y' = \frac{1}{x \ln a}$.
Đơn điệu	$a > 1$: hàm số đồng biến. $0 < a < 1$: hàm số nghịch biến.
Tiệm cận	Trục Oy là tiệm cận đứng.
Đồ thị	Đi qua các điểm $(1; 0)$ và $(a; 1)$, nằm về phía phải trục tung.

Nhận xét:

Đồ thị của các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$, ($0 < a \neq 1$) đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$, (góc phần tư thứ nhất và thứ ba trong hệ trục Oxy).

Dạng toán 1: Tìm tập xác định của hàm lũy thừa, mũ, lôgarit

☆☆☆

1. **Hàm số mũ** $y = a^{P(x)}$ thì điều kiện xác định là $P(x)$ có nghĩa.

2. **Hàm số lũy thừa** $y = [P(x)]^n$.

- n nguyên dương $\Rightarrow$ Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- n nguyên âm hoặc bằng 0 $\Rightarrow$ điều kiện $P(x) \neq 0$.
- n không nguyên $\Rightarrow$ điều kiện $P(x) > 0$.

3. **Hàm số lôgarit**

$y = \log_a [P(x)] \Rightarrow$ điều kiện: $P(x) > 0$. Nếu a chứa biến x thì bổ sung $0 < a \neq 1$.

Đặc biệt:

- $y = \ln[P(x)]$ hoặc $y = \log[P(x)] \Rightarrow$ điều kiện: $P(x) > 0$.
- $y = \log_a [P(x)]^n \Rightarrow$ điều kiện: $\begin{cases} \circ P(x) > 0: \text{nếu } n \text{ lẻ} \\ \circ P(x) \neq 0: \text{nếu } n \text{ chẵn} \end{cases}$.

1. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2x - x^2)^{\frac{1}{3}} + \log_2(x - 1)^2$.

A. $\mathcal{D} = (0; 2)$.

B. $\mathcal{D} = (0; 1)$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$.

D. $\mathcal{D} = (0; 2) \setminus \{1\}$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} 2x - x^2 > 0 \\ (x - 1)^2 > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

Tập xác định $\mathcal{D} = (0; 2) \setminus \{1\}$. **Chọn đáp án D.**

2. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-\log 1000}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

3. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - x)^{\sqrt{2018}}$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

4. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^3 - x^2)^{-5}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.

C. $\mathcal{D} = (0; 1)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

5. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (3x - x^2)^{-\frac{\pi}{2}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

B. $\mathcal{D} = (0; 3]$.

C. $\mathcal{D} = (0; 3)$.

D. $\mathcal{D} = [0; 3]$.

6. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (3 - x)^0$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 3]$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

7. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2x - \sqrt{x+3})^{2018}$.

- A. $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$.
B. $\mathcal{D} = [-3; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.
D. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

8. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = x^e + (x^2 - 1)^\pi$.

- A. $\mathcal{D} = (-1; 1)$.
B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.
C. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.
D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

9. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = 2018^{\sqrt{2-x^2}}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.
B. $\mathcal{D} = (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.
C. $\mathcal{D} = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.
D. $\mathcal{D} = (-\infty; -\sqrt{2}]$.

10. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = 5^{-x^2+2x+3}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$.
B. $\mathcal{D} = (-1; 3)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
D. $\mathcal{D} = [-1; 3]$.

11. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = 2019^{\frac{3}{\sqrt{4-x^2}}}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
B. $\mathcal{D} = (-2; 2)$.
C. $\mathcal{D} = [-2; 2]$.
D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2]$.

12. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(-x^2 - x + 6)$.

- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.
B. $\mathcal{D} = (-3; 2)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.
D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

13. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$.

- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.
B. $\mathcal{D} = (1; 3)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

14. Hãy tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - 3)$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = [-1; 3]$.
D. $\mathcal{D} = (-1; 3)$.

15. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{2018^x - 1} - \ln(x - 2)^{\log 100}$.

- A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.
B. $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = [0; +\infty) \setminus \{2\}$.
D. $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{2\}$.

16. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \left(\frac{x-3}{x+2}\right)^{-\sin \frac{\pi}{2}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 3\}$.
B. $\mathcal{D} = (-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

17. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-1}{x}$.

- A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.
B. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (0; 1)$.
D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

18. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_{2018} \frac{x-1}{x+2}$.

- A. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.
B. $\mathcal{D} = (-2; 1)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.
D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2)$.

19. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log \frac{x+1}{x-1}$.

- A. $\mathcal{D} = (-1; 1)$.
- B. $\mathcal{D} = [-1; 1]$.
- C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (-1; +\infty)$.
- D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

20. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 6}$.

- A. $\mathcal{D} = (6; +\infty)$.
- B. $\mathcal{D} = (-\infty; 6)$.
- C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$.
- D. $\mathcal{D} = (-1; 6)$.

21. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = 2^x + \ln|x+1|$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}^+$.
- D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

22. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{2^x - 1} - \log(x-2)^{\lg 100}$.

- A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.
- B. $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.
- C. $\mathcal{D} = [0; +\infty) \setminus \{2\}$.
- D. $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{2\}$.

23. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + x - 2} - x)$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -2)$.
- B. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
- C. $\mathcal{D} = (-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$.
- D. $\mathcal{D} = [-2; 2)$.

24. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\ln(x-1) + \ln(x+1)}$.

- A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.
- B. $\mathcal{D} = (-\infty; \sqrt{2})$.
- C. $\mathcal{D} = \emptyset$.
- D. $\mathcal{D} = [\sqrt{2}; +\infty)$.

25. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-2018; 2018)$ để hàm số $y = (x^2 - 2x - m + 1)^{\sqrt{5}}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. 4036.

B. 2018.

C. 2017.

D. Vô số.

Cần nhớ: $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$\bullet f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\bullet f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

Lời giải. Điều kiện: $x^2 - 2x - m + 1 > 0$

Để $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ thì $x^2 - 2x - m + 1 > 0$ luôn đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \quad (\text{LĐ}) \\ \Delta = 4 - 4(-m + 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$, $\begin{cases} m \in (-2018; 2018) \\ m < 0 \end{cases}$ nên $m \in \{-2017; \dots; -1\}$

có $-1 - (-2017) + 1 = 2017$ số nguyên m . **Chọn C.**

26. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-50; 50)$ để hàm số $y = \log_{2018}(x^2 - 2x - m + 1)$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. 99.

B. 49.

C. 50.

D. 100.

27. Biết $m \in (a; b)$ thì $y = \ln(x^2 - 2x - m^2 + 5m - 5)$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính $a + b$.

A. -5.

B. 5.

C. 3.

D. -3.

28. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \log_2(x^2 - 4x + m)$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m > 4$.

B. $m < 4$.

C. $m \geq 4$.

D. $m \leq 4$.

29. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \log_{\sqrt{10}}(x^2 - 2x - m)$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m > 1$.

B. $m > -1$.

C. $m < 1$.

D. $m < -1$.

30. Tìm giá trị thực của m sao cho hàm số $y = \ln(x^2 - mx + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $-2 \leq m \leq 2$.

B. $m < -2$ hoặc $m > 2$.

C. $-1 < m < 1$.

D. $-2 < m < 2$.

31. Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y = \log_3 \frac{x^2 + 2mx + m + 2}{x^2 + 3}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $-1 < m < 2$.

B. $-1 \leq m < 2$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $-1 < m \leq 2$.

32. Gọi S là tổng tất các giá trị m nguyên sao cho hàm số $y = \log(x^2 - 4mx - 3m + 10)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Tính S .

A. $S = 2$.

B. $S = 1$.

C. $S = 0$.

D. $S = -2$.

33. Tìm m để hàm số $y = \log_2 \left[(m+2)x^2 + 2(m+2)x + m+3 \right]$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

A. $m \leq -2$.

B. $m > -2$.

C. $m < -2$.

D. $m \geq -2$.

34. Tìm m để hàm số $y = \log_{2018} \left[(m-1)x^2 + 2(m-3)x + 1 \right]$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

A. $m \in [2; 5]$.

B. $m \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

C. $m \in (2; 5)$.

D. $m \in (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

Dạng toán 2: Tìm đạo hàm của hàm mũ – lôgarit



$$\bullet (a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a \Rightarrow \begin{cases} \circ (e^u)' = u' \cdot e^u \\ \circ (e^x)' = e^x \end{cases} \quad \bullet (\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \Rightarrow \begin{cases} \circ (\ln u)' = \frac{u'}{u} \\ \circ (\ln x)' = \frac{1}{x} \end{cases}$$

1. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x^2+x}$.

A. $y' = 2^{2x^2+x} \cdot \ln 2$.

B. $y' = (4x + 1) \cdot 2^{2x^2+x} \cdot \ln 2$.

C. $y' = (2x^2 + x) \cdot 2^{2x^2+x} \cdot \ln 2$.

D. $y' = (4x + 1) \cdot \ln(2x^2 + x)$.

Lời giải. Áp dụng công thức $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$, ta có:

$$y' = (2x^2 + x)' \cdot 2^{2x^2+x} \cdot \ln 2 \\ = (4x + 1) \cdot 2^{2x^2+x} \cdot \ln 2.$$

Chọn đáp án B.

2. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$.

A. $y' = 2^{2x+2} \ln 4$.

B. $y' = 4^{x+2} \ln 4$.

C. $y' = 2^{2x+2} \ln 16$.

D. $y' = 2^{2x+3} \ln 2$.

3. Tính đạo hàm của hàm số $y = 8^{x^2+1}$.

A. $y' = 2x \cdot 8^{x^2}$.

B. $y' = 2x(x^2 + 1) \cdot 8^{x^2} \ln 8$.

C. $y' = (x^2 + 1) \cdot 8^{x^2}$.

D. $y' = 6x \cdot 8^{x^2+1} \cdot \ln 2$.

4. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$.

A. $y' = 2e^{1-2x}$.

B. $y' = e^{1-2x}$.

C. $y' = -2e^{1-2x}$.

D. $y' = e^x$.

Công thức đạo hàm $(e^u)' = \dots$

Ta có: $\dots$

5. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

A. $y' = (x^2 + x)e^{2x+1}$.

B. $y' = (2x + 1)e^{2x+1}$.

C. $y' = (2x + 1)e^{x^2+x}$.

D. $y' = (2x + 1)e^x$.

6. Tính đạo hàm của hàm số $y = 5^{\sin x}$.

A. $y' = 5^{\sin x} \cdot \ln 5 \cdot \cos x$.

B. $y' = 5^{\sin x} \cdot \cos x$.

C. $y' = 5^{\sin x - 1} \cdot \sin x$.

D. $y' = 5^{\sin x} \cdot \ln 5$.

7. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{2^{\sin x}}$ là

A. $-\frac{1}{(2^{\sin x})^2}$. B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sin x - 1} \sin x$.

C. $-\frac{\cos x}{2^{\sin x}} \ln 2$. D. $\frac{\ln 2}{2^{\sin x}}$.

8. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{\sin 2x}$.

A. $y' = \cos 2x \cdot e^{\sin 2x}$.

B. $y' = \frac{1}{2} \cos 2x \cdot e^{\sin 2x}$.

C. $y' = 2 \cos 2x \cdot e^{\sin 2x}$.

D. $y' = -\cos 2x \cdot e^{\sin 2x}$.

9. Đạo hàm của hàm số $y = e^{\sin^2 x}$ là

A. $e^{\sin^2 x} \cdot \cos 2x$.

B. $e^{\sin^2 x} \cdot \sin^2 x$.

C. $e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x$.

D. $e^{\sin^2 x} \cdot \cos^2 x$.

10. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x \sin 2x$.

A. $y' = e^x (\sin 2x - \cos 2x)$.

B. $y' = e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$.

C. $y' = e^x (\sin 2x + \cos 2x)$.

D. $y' = e^x \cos 2x$.

11. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$.

A. $y' = (x^2 + 2)e^x$.

B. $y' = x^2 e^x$.

C. $y' = (2x - 2)e^x$.

D. $y' = -2xe^x$.

Công thức $(u.v)' =$

Ta có:

12. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$ là

- A. $\frac{2}{(2x + 1) \ln x}$ B. $\frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$
C. $\frac{2 \ln 2}{x + 1}$ **D.** $\frac{2}{(x + 1) \ln 2}$

Công thức đạo hàm $(\log_a u)' =$

Ta có: $y' =$

13. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ là

- A.** $\frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$ B. $\frac{1}{x^2 + 1}$
C. $\frac{1}{(x^2 + 1) \ln 2}$ D. $\frac{2x}{x^2 + 1}$

14. Đạo hàm của hàm số $y = \log(x^2 - x)$ là

- A. $\frac{1}{(x^2 - x) \ln 10}$ B. $\frac{2x - 1}{x^2 - x}$
C. $\frac{2x - 1}{(x^2 - x) \log e}$ D. $\frac{2x - 1}{x^2 - x} \cdot \log e$

15. Đạo hàm của hàm số $y = \log(e^x + 2)$ là

- A.** $\frac{e^x}{(e^x + 2) \ln 10}$ B. $\frac{e^x}{e^x + 2}$
C. $\frac{1}{(e^x + 2) \ln 10}$ D. $\frac{1}{e^x + 2}$

16. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2^2(2x + 1)$ là

- A. $\frac{2 \log_2(2x + 1)}{(2x + 1) \ln 2}$ **B.** $\frac{4 \log_2(2x + 1)}{(2x + 1) \ln 2}$
C. $\frac{4 \log_2(2x + 1)}{2x + 1}$ D. $\frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$

Công thức $(u^n)' =$

Ta có:

17. Đạo hàm của hàm số $y = x + \ln^2 x$ là

- A. $1 + \frac{2}{x \ln x}$ B. $1 + 2x \ln x$
C. $1 + \frac{2 \ln x}{x}$ D. $1 + 2 \ln x$

18. Đạo hàm của hàm số $y = e^x - \ln 3x$ là

- A. $e^x - \frac{1}{3x}$. B. $e^x - \frac{1}{x}$.
C. $e^x - \frac{3}{x}$. D. $e^x + \frac{1}{x}$.

Công thức đạo hàm $(\ln u)' = \dots$

Ta có: $\dots$

19. Đạo hàm của hàm số $y = x \ln x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \ln x$.
C. $y' = 1$. D. $y' = \ln x + 1$.

20. Giá trị của tham số m để $y'(e) = 2m + 1$ với $y = \ln(2x + 1)$ là

- A. $\frac{1+2e}{4e-2}$. B. $\frac{1+2e}{4e+2}$.
C. $\frac{1-2e}{4e+2}$. D. $\frac{1-2e}{4e-2}$.

21. Cho hàm số $f(x) = \ln(2e^x + m)$ thỏa mãn $f'(-\ln 2) = \frac{3}{2}$. Mệnh đề nào **đúng** ?

- A. $m \in (1; 3)$.
B. $m \in (-5; -2)$.
C. $m \in (1; +\infty)$.
D. $m \in (-\infty; 3)$.

22. Cho hàm số $y = \ln(e^x + m^2)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1) = \frac{1}{2}$.

- A. $m = e$.
B. $m = -e$.
C. $m = \frac{1}{e}$.
D. $m = \pm\sqrt{e}$.

23. Cho hàm số $y = (x^2 + mx)e^x$. Biết $y'(0) = 1$ thì $y'(1)$ bằng

- A. $6e$.
B. $3e$.
C. $5e$.
D. $4e$.

24. Cho hàm số $f(x) = 2^{x^2+a}$ và có $f'(1) = 2 \ln 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $a > 1$.

B. $-2 < a < 0$.

C. $0 < a < 1$.

D. $a < -2$.

25. Cho hàm số $y = \log_3(3^x + x)$, biết $y'(1) = \frac{a}{4} + \frac{1}{b \ln 3}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị $a + b$ là

A. $a + b = 2$.

B. $a + b = 7$.

C. $a + b = 4$.

D. $a + b = 1$.

26. Cho hàm số $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}$. Biết rằng $f'(1) = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tìm $a - b$.

A. $a - b = -1$.

B. $a - b = 1$.

C. $a - b = -2$.

D. $a - b = 2$.

27. Cho hàm số $y = (x + 1)e^{3x}$. Hệ thức nào sau đây **đúng** ?

A. $y'' + 6y' + 9y = 0$.

B. $y'' - 6y' + 9y = 0$.

C. $y'' + 6y' + 9y = 10xe^x$.

D. $y'' - 6y' + 9y = e^x$.

28. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

B. $y' + xy'' = x^{-2}$.

C. $y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

D. $2y' + xy'' = x^{-2}$.

29. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x)^\alpha$ với α là hằng số.

- A. $2\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}$.
B. $\alpha(x^2 + x)^{\alpha+1}(2x + 1)$.
C. $\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}(2x + 1)$.
D. $\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}$.

30. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}}$ với α là hằng số.

- A. $(x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}} \ln \sqrt{2}$.
B. $\sqrt{2}(x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}-1}$.
C. $(x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}} \ln(x^2 + x + 1)$.
D. $\sqrt{2}(2x + 1)(x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}-1}$.

31. Cho hàm số $y = x^\pi$. Giá trị của $y''(1)$ bằng

- A. $\ln^2 \pi$. B. $\pi \ln \pi$.
C. 0. **D.** $\pi(\pi - 1)$.

32. Cho hàm số $y = (x + 2)^{-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $y'' + 2y = 0$.
B. $y'' - 6y^2 = 0$.
C. $2y'' - 3y = 0$.
D. $(y'')^2 - 4y = 0$.

33. Hãy tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A.** $\frac{7}{6} \sqrt[6]{x}$. B. $\sqrt[9]{x}$.
C. $\frac{4}{3} \sqrt[3]{x}$. D. $\frac{6}{7 \sqrt[7]{x}}$.

34. Hãy tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x \sqrt[4]{x}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A.** $-\frac{5}{4 \sqrt[4]{x^9}}$. B. $\frac{1}{x^2 \sqrt[4]{x}}$.
C. $\frac{5}{4} \sqrt[4]{x}$. D. $-\frac{1}{4 \sqrt[4]{x^5}}$.

Dạng toán 3: Đơn điệu và cực trị của hàm số mũ & lôgarit



1. Tính chất của lũy thừa

- Nếu $a > 1$ thì $a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$.
- Nếu $0 < a < 1$ thì $a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$.

2. Hàm số mũ $y = a^x$.

- $a > 1$: hàm số đồng biến.
- $0 < a < 1$: hàm số nghịch biến.

3. Hàm số lôgarit $y = \log_a x$, ($a > 0$, $a \neq 1$).

- $a > 1$: hàm số đồng biến.
- $0 < a < 1$: hàm số nghịch biến.

Lưu ý: Nếu hàm số không có dạng chuẩn như trên (chẳng hạn $y = 2^{x^2-2x}$, $y = \log_3(x-1), \dots$), ta dựa vào kiến thức cơ bản về chương 1 để làm, cụ thể:

- Tìm điều kiện và tính đạo hàm y' .
- Lập bảng biến thiên và xét dấu.

1. Cho $(a-1)^{-\frac{2}{3}} < (a-1)^{-\frac{1}{3}}$. Hỏi mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng** ?

- A. $a > 1$. B. $a > 2$.
C. $0 < a < 1$. D. $1 < a < 2$.

2. Cho $(a^2 - 2a + 1)^{\frac{1}{2}} < (a^2 - 2a + 1)^{-\frac{3}{2}}$. Hỏi mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng** ?

- A. $a \in (0; 2) \setminus \{1\}$.
B. $a \in (0; 2)$.
C. $a \in (0; 2) \setminus \{2\}$.
D. $a < 0$ hoặc $a > 2$.

3. Hỏi với giá trị nào của a thì hàm số $y = (3-a)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $2 < a < 3$. B. $0 < a < 1$.
C. $a > 2$. D. $a < 0$.

4. Hỏi với giá trị nào của a thì hàm số $y = (1 + 3a - a^2)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $a < 0$. B. $0 < a < 2$.
C. $a > 3$. D. $0 < a < 3$.

5. Chọn khẳng định **sai** ?

- | | |
|---|--|
| A. $y = 2^x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. | A. Đúng vì $y = 2^x$ có $a = 2 > 1$ nên đồng biến. |
| B. $y = \log_{0,5} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$. | B. Đúng vì điều kiện $x > 0$ và có $a = 0,5 < 1$. |
| C. $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$. | C. Đúng vì $\sqrt{2}$ không nguyên nên $x > 0$. |
| D. $y = \log_2 x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. | D. Sai vì $x > 0$ nên đồng biến $(0; +\infty)$. |

6. Hàm số $y = \log_{0,5}(-x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

- A. $(-\infty; 1)$.
B. $(0; 1)$.
C. $(1; +\infty)$.
D. $(1; 2)$.

Sai lầm thường gặp: Học sinh dễ ngộ nhận $a = 0,5 < 1$ nên hàm số đã cho nghịch biến $(1; 2)$.

Lời giải. Điều kiện: $-x^2 + 2x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

$$\text{Có } y' = \frac{-2x + 2}{(-x^2 + 2x) \ln 0,5} = 0 \Leftrightarrow -2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'			$-$	$+$	

Thử điểm: $y'(0,5) < 0$, $y'(1,5) > 0$. Chọn đáp án D.

7. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = \log_2(2x^2 - x - 1)$.

- A. $(1; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.
C. $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$. D. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

8. Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2 - 2x + 2}$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng ?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số nghịch biến $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số đồng biến $(-\infty; 1)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

9. Hỏi hàm số $y = e^{x^2 - 4x + 4}$ đồng biến trên những khoảng nào sau đây ?

- A. $(-\infty; +\infty)$.
B. $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
C. $(2; +\infty)$.
D. $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

10. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = x \ln x$.

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$.
C. $(0; 1)$. D. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$.

11. Hàm số $y = x^2 e^{2x}$ nghịch biến trên khoảng nào ?

- A. $(-\infty; 0)$.
- B. $(-2; 0)$.
- C. $(1; +\infty)$.
- D. $(-1; 0)$.

12. Cho hàm số $f(x) = x - \ln(1 + x)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

- A. $f(x)$ đồng biến $(-1; 0)$.
- B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- C. $f(x)$ đồng biến $(-1; +\infty)$.
- D. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

13. Cho hàm số $y = x^2 + 4\ln(3 - x)$. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số đã cho.

- A. $y_{\text{CD}} = 4$.
- B. $y_{\text{CD}} = 2$.
- C. $y_{\text{CD}} = 1$.
- D. $y_{\text{CD}} = 1 + 4\ln 2$.

14. Tìm hoành độ các điểm cực đại của hàm số $y = e^{x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x - 1}$.

- A. $x_{\text{CD}} = 1$.
- B. $x_{\text{CD}} = \frac{1}{3}$.
- C. $x_{\text{CD}} = \frac{2}{3}$.
- D. $x_{\text{CD}} = 0$.

15. Cho hàm số $y = x^2 \ln x$. Hỏi mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

- A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.
- B. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.
- C. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = \sqrt{e}$.
- D. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \sqrt{e}$.

16. (MH năm 2017) Tìm m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

A. $m \in (-\infty; -1)$.

B. $m \in (-1; 1)$.

C. $m \in [-1; 1]$.

D. $m \in (-\infty; -1]$.

Nhận xét: Các bước làm cũng tương tự như chương 1, mà ta cần lưu ý đến công thức đạo hàm mũ và lôgarit.

Giải. Hàm số đồng biến $(-\infty; +\infty) \Rightarrow y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2 + 1} = g(x), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \min_{\mathbb{R}} g(x).$$

Ta có $g'(x) = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$. Và có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = 0$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0		-1		1		0

Từ bảng biến thiên, suy ra $m \leq \min_{\mathbb{R}} g(x) = 1$. Chọn đáp án D.

17. Tìm m để hàm số $y = \ln(16x^2 + 1) - (m + 1)x + m + 2$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

A. $m \in (-\infty; -3]$.

B. $m \in [3; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -3)$.

D. $m \in [-3; 3]$.

18. Tìm tham số m sao cho hàm số $y = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$ đồng biến trên $(1; 2)$.

A. $m < \frac{3e^2 + 1}{3}$.

B. $m \geq 3e^4 + 1$.

C. $m < \frac{3e^4 + 1}{2}$.

D. $m \geq \frac{3e^3 + 1}{2}$.

19. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

20. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = 2^{\frac{mx+1}{x+m}}$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

A. $m \in (-1; 1)$.

B. $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $m \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

D. $m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

21. Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx + 1}$ đồng biến trên đoạn $[1; 2]$.

A. $m > -8$.

B. $m \geq -1$.

C. $m \leq -8$.

D. $m < -1$.

22. Có mấy giá trị nguyên của $m \in (-50; 50)$ thì hàm số $y = \frac{2^{x+1} + 1}{2^x - m}$ nghịch biến $(-1; 1)$.

A. 48.

B. 47.

C. 50.

D. 49.

Dạng toán 4: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số mũ & lôgarit



1. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 - 2 \ln x$ trên $[e^{-1}; e]$ là

A. $M = e^2 - 2, m = e^{-2} + 2.$

B. $M = e^{-2} + 2, m = 1.$

C. $M = e^{-2} + 1, m = 1.$

D. $M = e^2 - 2, m = 1.$

Lời giải. Có $y' = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2x^2 - 2}{x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (L)} \\ x = 1 \text{ (N)} \end{cases}$

Tính $y(1) = 1, y(e) = e^2 - 2, y(e^{-1}) = e^{-2} + 2.$

Suy ra $M = e^2 - 2$ và $m = 1$. **Chọn đáp án D.**

2. Giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của hàm số $y = x - \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; e\right]$ theo thứ tự là

A. 1 và $e - 1.$

B. $\frac{1}{2} + \ln 2$ và $e - 1.$

C. 1 và $e.$

D. 1 và $\frac{1}{2} + \ln 2.$

3. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^{x^3 - 3x + 3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $\max_{[0;2]} y = e^2.$ B. $\max_{[0;2]} y = e^3.$

C. $\max_{[0;2]} y = e^5.$ **D.** $\max_{[0;2]} y = e.$

4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 3 \ln x$ trên đoạn $[1; e]$ bằng

A. 1. B. $3 - 3 \ln 3.$

C. $e.$ **D.** $e - 3.$

5. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \log_2(2 - x)$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tổng $a + b$ bằng

A. 5.

B. 0.

C. 6.

D. 7.

6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^x$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng

- A. 0. B. $-\frac{2}{e^2}$.
C. $-e$. D. $-\frac{1}{e}$.

7. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x \ln x$ trên đoạn $[e^{-2}; e]$ là

- A. e và $-\frac{1}{e}$. B. e và $-\frac{2}{e}$.
C. $\frac{1}{e}$ và $-\frac{1}{e}$. D. $-\frac{1}{e}$ và $-\frac{2}{e}$.

8. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 \cdot e^{-x}$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính tổng $M + m$.

- A. $M + m = 3e$.
B. $M + m = e$.
C. $M + m = 2e - 1$.
D. $M + m = 2e + 1$.

9. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e}; e\right]$.

- A. $-\frac{1}{e^2}$. B. $-\frac{1}{2e}$.
C. $-e$. D. $-\frac{1}{e}$.

10. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$.

- A. $\min_{[-1; 2]} y = -e^2$. B. $\min_{[-1; 2]} y = -2e$.
C. $\min_{[-1; 2]} y = 2e^4$. D. $\min_{[-1; 2]} y = 2e^2$.

11. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = xe^{-2x^2}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng

- A. $\frac{1}{2e^3}$. B. $\frac{1}{e^2}$.
C. $\frac{2}{e^3}$. D. $\frac{1}{2\sqrt{e}}$.

12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = e^{3x^2-12x+1} + x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. $e^{-11} - 4$.
- B. e^8 .
- C. $e^{-9} - 3$.
- D. $e^{-12} - 4$.

13. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x) = e^{-x^2+2x} - x^3 + 3x$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. $2e - 2$ và -1 .
- B. $e + 2$ và -1 .
- C. $e + 2$ và 1 .
- D. $2e - 2$ và 1 .

14. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $y = e^{3x} + 3e^{2x} - 9e^x + 5$ trên $[-\ln 2; \ln 5]$ là

- A. 160 và 0.
- B. 106 và 0.
- C. 601 và 1.
- D. 610 và 1.

Lời giải. Đặt $t = e^x$. Với $x \in [-\ln 2; \ln 5] \Rightarrow t \in \left[\frac{1}{2}; 5\right]$.

Khi đó $y = f(t) = t^3 + 3t^2 - 9t + 5$ với $t \in \left[\frac{1}{2}; 5\right]$.

$f'(t) = 3t^2 + 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = -3$ (loại) hoặc $t = 1$ (nhận).

Tính $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{11}{8}$; $f(1) = 0$, $f(5) = 160$. **Chọn đáp án A.**

15. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = e^{2x} - 3e^x - 1$ trên đoạn $[0; \ln 3]$ là

- A. -1 và -4 .
- B. 1 và $\frac{13}{4}$.
- C. -1 và $-\frac{13}{4}$.
- D. 1 và -4 .

16. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \ln^3 x - 3 \ln x$ trên đoạn $[1; e^3]$ là

- A. 18 và $\frac{1}{4}$.
- B. 18 và -2 .
- C. 12 và 2 .
- D. 12 và $\frac{1}{4}$.

17. Cho hàm số $f(x) = 8 \log_2^3 x - 6 \log_2^2 x - 12 \log_2 x + 3$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4}; 4\right]$ lần lượt là

- A. 19 và -61.
- B. 19 và -60.
- C. 23 và -64.
- D. 23 và -60.

18. Cho $m = \log_a(\sqrt[3]{ab})$, với $a, b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Hỏi với m bằng bao nhiêu thì P đạt giá trị nhỏ nhất?

- A. $m = 2$.
- B. $m = 1$.
- C. $m = \frac{1}{2}$.
- D. $m = 4$.

Lời giải. Ta có $m = \log_a(\sqrt[3]{ab}) = \log_a(ab)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_a(ab)$

$$= \frac{1}{3}(\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{3}(1 + \log_a b).$$

$$\text{Ta có: } P = \log_a^2 b + 16 \log_b a = (\log_a b)^2 + \frac{16}{\log_a b}.$$

Đặt $t = \log_a b$. Vì $a, b > 1 \Rightarrow \log_a b = t > 0$.

$$\Rightarrow P = t^2 + \frac{16}{t} = t^2 + \frac{8}{t} + \frac{8}{t} \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 3 \sqrt[3]{t^2 \cdot \frac{8}{t} \cdot \frac{8}{t}} = 12.$$

$$\Rightarrow \min P = 12 \text{ khi } t^2 = \frac{8}{t} \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow m = \frac{1}{3}(1 + 2) = 1. \text{ Chọn B.}$$

19. Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4 \log_c(ab)$ đạt giá trị nhất bằng m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m + n$.

- A. $m + n = 12$.
- B. $m + n = \frac{25}{2}$.
- C. $m + n = 14$.
- D. $m + n = 10$.

20. Cho $a > 1, b > 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{1}{\log_{ab} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[4]{ab}} b}$ bằng

- A. $\frac{4}{9}$.
- B. $\frac{9}{4}$.
- C. $\frac{9}{2}$.
- D. $\frac{1}{4}$.

21. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \ln x$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = \frac{1}{x}f'(x)$ là

- A. $3\sqrt[3]{9}$.
B. 2.
C. 3.
D. $\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

22. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = 2x - y$.

- A. $P_{\min} = 4$.
B. $P_{\min} = -4$.
C. $P_{\min} = 2\sqrt{3}$.
D. $P_{\min} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

23. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$.

- A. $P_{\min} = 6$.
B. $P_{\min} = 2 + 3\sqrt{2}$.
C. $P_{\min} = 3 + 2\sqrt{2}$.
D. $P_{\min} = \sqrt{17} + \sqrt{3}$.

24. Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}}^2(a^2) + 3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$.

- A. $P_{\min} = 19$.
B. $P_{\min} = 13$.
C. $P_{\min} = 14$.
D. $P_{\min} = 15$.

25. Cho $1 < x < 64$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x}$.

- A. $\max P = 64$.
- B. $\max P = 96$.
- C. $\max P = 82$.
- D. $\max P = 81$.**

26. Cho $1 > a \geq b > 0$. Tính giá trị nhỏ nhất $T_{\min}$ của biểu thức $T = \log_a^2 b + \log_{a.b} a^{36}$.

- A. $T_{\min} = 19$.
- B. $T_{\min} = 16$.**
- C. $T_{\min} = 13$.
- D. $T_{\min} = 11$.

27. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log(x + 2y) = \log x + \log y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2}{1 + 2y} + \frac{4y^2}{1 + x}.$$

- A. 6.
- B. $\frac{32}{5}$.**
- C. $\frac{31}{5}$.
- D. $\frac{29}{5}$.

28. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $b^2 = 3ab + 4a^2$ và $a \in [4; 2^{32}]$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{b}{8}} 4a + \frac{3}{4} \log_2 \frac{b}{4}$. Tính tổng $T = M + m$.

- A. $T = \frac{1897}{62}$.**
- B. $T = \frac{3701}{124}$.
- C. $T = \frac{2957}{124}$.
- D. $T = \frac{7}{2}$.

29. Cho $x, y > 0$ thỏa $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln \frac{x+2y}{y}$ bằng
 $a + \ln b$. Giá trị của tích số $a.b$ bằng

- A. $ab = 45$.
- B. $ab = 81$.**
- C. $ab = 115$.
- D. $ab = 108$.

30. Xét các số thực dương x, y, z thay đổi sao cho tồn tại các số thực $a, b, c > 1$ và thỏa mãn $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{16}{y} + \frac{16}{z} - x^2$.

- A. $\max P = 2$.
- B. $\max P = 20$.**
- C. $\max P = \frac{188}{9}$.
- D. $\max P = \frac{183}{4}$.

31. Xét các số thực dương x, y, z thay đổi sao cho tồn tại các số thực $a, b, c > 1$ và thỏa mãn $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + 2z^2$.

- A. $T_{\min} = 6$.**
- B. $P_{\min} = \frac{1}{2}$.
- C. $T_{\min} = 8$.
- D. $P_{\min} = \frac{17}{2}$.

32. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_{3x+y}(x^2 + y^2) \leq 1$. Khi $3x + y$ đạt giá trị lớn nhất, thì giá trị $k = \frac{x}{y}$ là bằng

- A. $k = 1$.
- B. $k = \frac{1}{2}$.
- C. $k = 3$.**
- D. $k = \frac{1}{3}$.

33. (THPT QG 2017 Câu 47 – Mã 101) Cho $x, y > 0$ thỏa $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

A. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} - 19}{9}$

B. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} + 19}{9}$

C. $P_{\min} = \frac{18\sqrt{11} - 29}{21}$

D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11} - 3}{3}$

Lời giải. Đề $\Rightarrow \log_3(1-xy) - \log_3(x+2y) = 3xy + x + 2y - 4$

$$\Leftrightarrow [1 + \log_3(1-xy)] + (3 - 3xy) = \log_3(x+2y) + (x+2y)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(3-3xy) + (3-3xy) = \log_3(x+2y) + (x+2y)$$

$$\Leftrightarrow f(3-3xy) = f(x+2y) \xrightarrow{f(t)=\log_3 t+t: \mathbb{R}} 3-3xy = x+2y$$

$$\Rightarrow x = \frac{3-2y}{1+3y} > 0 \Rightarrow P = \frac{3-2y}{1+3y} + y = \frac{3y^2 - y + 3}{3y+1} = f(y).$$

Khảo sát $f(y)$ với $y \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$ được $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11} - 3}{3}$. **Chọn D.**

34. (THPT QG 2017 Câu 46 – Mã 102) Cho $a, b > 0$ thỏa $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10} - 3}{2}$

B. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10} - 7}{2}$

C. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10} - 1}{2}$

D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10} - 5}{2}$

35. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $2018^{2(x^2-y+1)} = \frac{2x+y}{(x+1)^2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 2y - 3x$.

A. $P_{\min} = \frac{1}{2}$

B. $P_{\min} = \frac{7}{8}$

C. $P_{\min} = \frac{3}{4}$

D. $P_{\min} = \frac{5}{6}$

36. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $(xy - 1).2^{2xy-1} = (x^2 + y).2^{x^2+y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của y .

- A. $y_{\min} = \frac{3}{7}$.
- B. $y_{\min} = 2$.
- C. $y_{\min} = \frac{9}{4}$.
- D. $y_{\min} = \frac{4\sqrt{3}}{3} - 1$.

37. Cho $x, y > 0$ thỏa $2^{y^2} [\log_2(x^2 + 1) - \log_2(2 - y^2) + 2^{x^2}] \leq 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |2(x + y) - 1|$ bằng

- A. $2\sqrt{2} - 1$.
- B. $\frac{2\sqrt{2} + 1}{2}$.
- C. $\frac{1}{2}$.
- D. $\frac{4 - \sqrt{2}}{4}$.

38. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_3 [(x + 1)(y + 1)]^{y+1} = 9 - (x - 1)(y + 1)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

- A. $P_{\min} = \frac{11}{2}$.
- B. $P_{\min} = \frac{27}{5}$.
- C. $P_{\min} = \frac{-1 + 6\sqrt{3}}{2}$.
- D. $P_{\min} = -3 + 6\sqrt{2}$.

39. Cho $x, y > 0$ thỏa $2xy + \log_2(xy + x)^x = 8$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + y$ bằng

A. $4\sqrt[3]{3} - 3$.

B. $2\sqrt{3} - 1$.

C. $\frac{14\sqrt{3} - 10}{7}$.

D. $3\sqrt[3]{4} - 1$.

40. Cho các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức $3^{|x^2 - 2x - 3| - \log_3 5} = 5^{-(y+4)}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4|y| - |y - 1| + (y + 3)^2$ bằng

A. $-\frac{89}{4}$.

B. 16.

C. $-\frac{41}{4}$.

D. 8.

41. (THPT QG 2018) Cho $a, b > 0$ thỏa $\log_{2a+2b+1}(4a^2 + b^2 + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. $\frac{15}{4}$.

B. 5.

C. 4.

D. $\frac{3}{2}$.

42. (THPT QG 2018) Cho $a, b > 0$ thỏa $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. 9.

B. $\frac{20}{3}$.

C. 6.

D. $\frac{27}{4}$.

43. Tìm tham số m để $\min_{[0;3]} \left(mx + \frac{36}{x+1} \right) = 20$. Chọn khẳng định **đúng** ?

- A. $0 < m \leq 2$.
- B. $2 < m \leq 4$.**
- C. $4 < m \leq 8$.
- D. $m > 8$.

44. Có bao nhiêu số giá trị nguyên dương của tham số thực m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x - \frac{m-8}{2^x} - 2$ là một số không âm.

- A. 5.
- B. 6.
- C. 7.**
- D. 8.

45. Cho $x, y \in [1;2]$ và số thực m thỏa mãn $x^2 + (9-m)y^2 = 6xy$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_2 x + \log_{\frac{1}{4}} y^2 + \log_2(\sqrt{m} + 1)$ bằng

- A. 0.
- B. 2.
- C. $\log_2 7$.**
- D. $2 \log_2 3$.

46. Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $2^{x+y-1} \cdot (3^{x+y} + 1) = 3x + 3y + 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2$ bằng

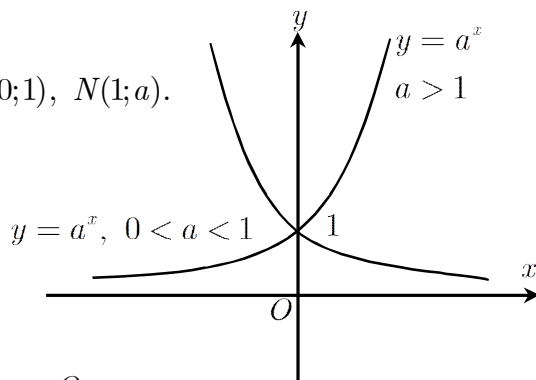
- A. 0.**
- B. -2 .
- C. 2.
- D. 3.

Dạng toán 5: Nhận dạng đồ thị hàm số mũ – lũy thừa và lôgarit

☆☆☆

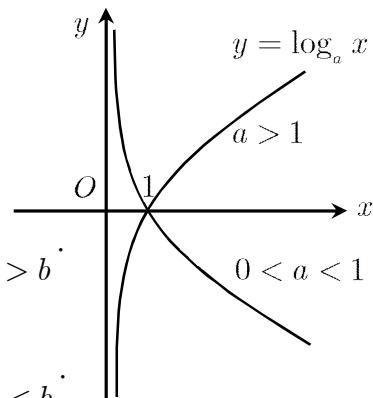
① Nhận dạng đồ thị hàm số mũ $y = a^x$.

- Vì $y = a^x > 0$ có tập giá trị $T = (0; +\infty)$ nên đồ thị (C) nằm phía trên Ox và tiệm cận ngang là hoành Ox .
- Khi $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 \Rightarrow y = a \end{cases}$ nên (C) luôn đi qua $M(0;1)$, $N(1;a)$.
- Từ trái sang phải nếu đồ thị (C) :
Đi lên $\Rightarrow$ Đồng biến $\Rightarrow a > 1$.
Đi xuống $\Rightarrow$ Nghịch biến $\Rightarrow 0 < a < 1$.
- Đồ thị $y = a^x$ và $y = \frac{1}{a^x}$ đối xứng nhau qua trục Oy .



② Nhận dạng đồ thị hàm số lôgarit $y = \log_a x$.

- Vì điều kiện $x > 0$ và tập giá trị là $T = \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số lôga luôn nằm bên phải trục Oy và tiệm cận đứng là Oy .
- Khi $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = a \Rightarrow y = 1 \end{cases}$ nên (C) luôn qua $M(1;0)$, $N(a;1)$.
- Từ trái sang phải nếu đồ thị (C)
Đi lên $\Rightarrow$ ĐB $\Rightarrow a > 1 \Rightarrow \begin{cases} x > 1 : \log_a x > \log_b x \Leftrightarrow a < b \\ 0 < x < 1 : \log_a x > \log_b x \Leftrightarrow a > b \end{cases}$.
Đi xuống $\Rightarrow 0 < a < 1 \Rightarrow \begin{cases} x > 1 : \log_a x > \log_b x \Leftrightarrow a > b \\ 0 < x < 1 : \log_a x > \log_b x \Leftrightarrow a < b \end{cases}$.
- Đối xứng: Đồ thị $y = \log_a x$ và $y = a^x$ đối xứng qua $d : y = x$.

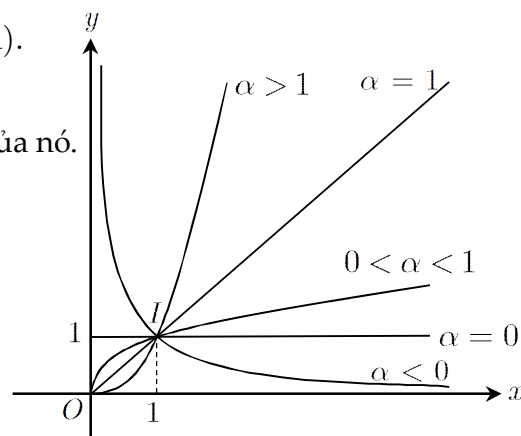


③ Đồ thị hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$.

Đồ thị của hàm số $y = x^\alpha$ luôn đi qua điểm $I(1;1)$.

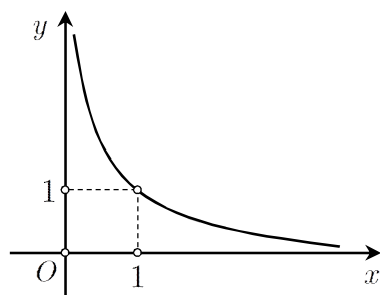
Khi khảo sát hàm số lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó.

Chẳng hạn: $y = x^3$, $y = x^{-2}$, $y = x^\pi$.



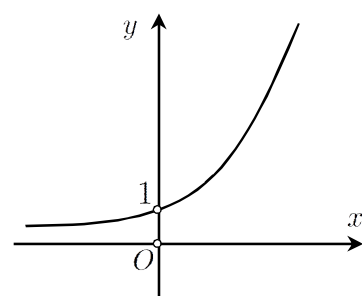
1. Đồ thị hàm số bên dưới là của hàm số nào ?

- A. $y = x^{-2}$.
B. $y = 2^{-x}$.
C. $y = x^{\frac{1}{2}}$.
D. $y = \log_2 x$.



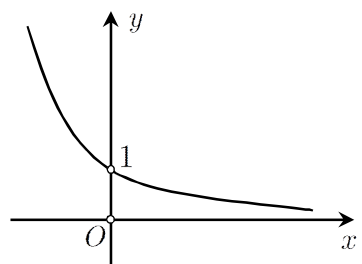
2. Đồ thị hàm số bên dưới là của hàm số nào ?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
B. $y = \log_{\frac{2}{5}} x$.
C. $y = \log_3 x$.
D. $y = 2^x$.



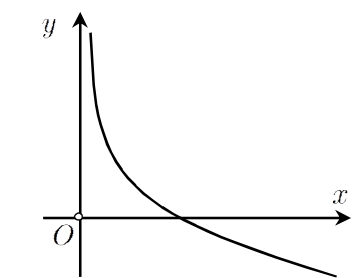
3. Đồ thị hàm số bên dưới là của hàm số nào ?

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.
B. $y = \frac{1}{2^x}$.
C. $y = \log_2 x$.
D. $y = 2^x$.



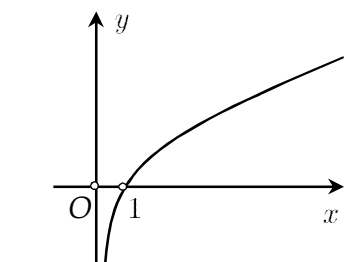
4. Đồ thị hàm số bên dưới là của hàm số nào ?

- A. $y = 2^x$.
B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
C. $y = \log_2 x$.
D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.



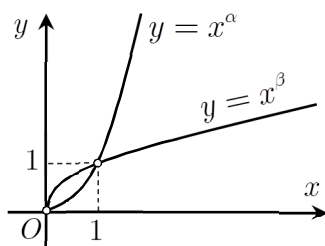
5. Đồ thị hàm số bên dưới là của hàm số nào ?

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.
B. $y = \log_{\sqrt{7}} x$.
C. $y = e^x$.
D. $y = e^{-x}$.



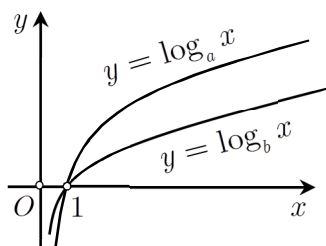
6. Cho đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm khẳng định **đúng** ?

- A. $0 < \beta < 1 < \alpha$.
B. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.
C. $0 < \alpha < 1 < \beta$.
D. $\alpha < 0 < 1 < \beta$.



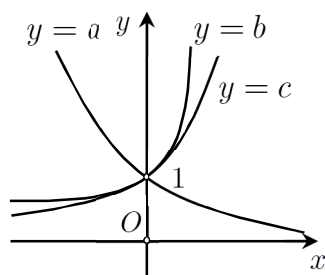
7. Đồ thị hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng** ?

- A. $a > b > 1$.
B. $1 > a > b$.
C. $b > a > 1$.
D. $a > 1 > b$.



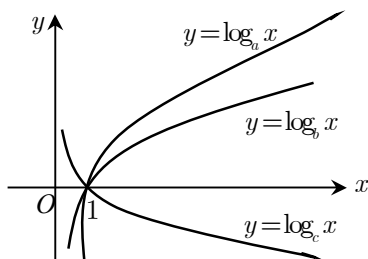
8. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào **đúng** ?

- A. $a < b < c$.
B. $a < c < b$.
C. $b < c < a$.
D. $c < a < b$.



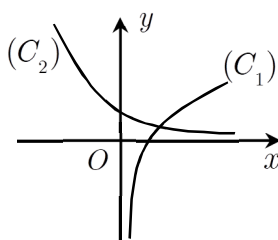
9. Từ các đồ thị $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ đã cho ở hình. Khẳng định nào **đúng** ?

- A. $0 < a < b < 1 < c$.
B. $0 < c < 1 < a < b$.
C. $0 < c < a < 1 < b$.
D. $0 < c < 1 < b < a$.



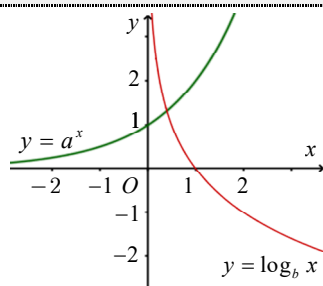
10. Cho hai hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Khẳng định nào **đúng** ?

- A. $a > 1$, $b > 1$.
B. $0 < a$, $b < 1$.
C. $0 < a < 1 < b$.
D. $0 < b < 1 < a$.



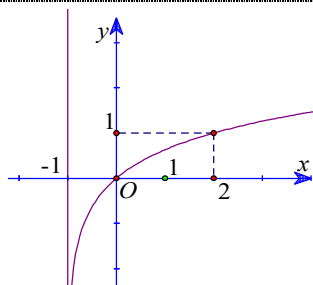
11. Cho hai hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Khẳng định nào **đúng** ?

- A. $a > 1$, $0 < b < 1$.
B. $1 > a > 0$, $b > 1$.
C. $0 < a < 1$, $b < 1$.
D. $a > 1$, $b > 1$.



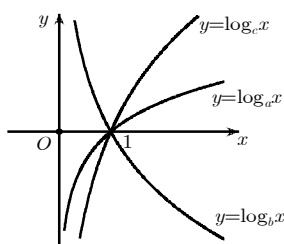
12. Đồ thị hàm số bên dưới là của hàm số nào ?

- A. $y = \log_2 x + 1$.
B. $y = \log_2(x + 1)$.
C. $y = \log_3 x$.
D. $y = \log_3(x + 1)$.



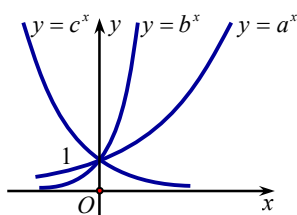
13. Cho a , b , c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

- A. $b < c < a$.
B. $c < a < b$.
C. $a < b < c$.
D. $b < a < c$.



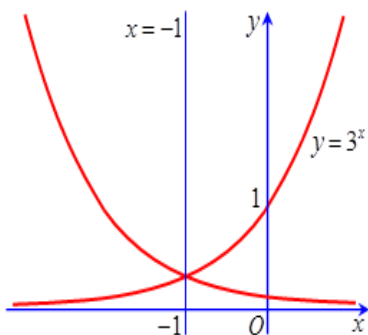
14. Cho $0 < a$, b , $c \neq 1$ và ba đồ thị như hình vẽ. Tìm khẳng định **đúng** ?

- A. $1 < c < a < b$.
B. $c < a < b < 1$.
C. $c < 1 < b < a$.
D. $c < 1 < a < b$.

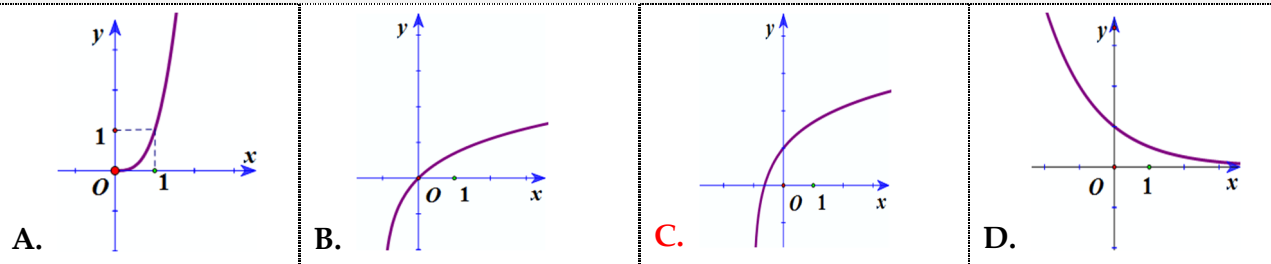


15. Biết hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y = 3^x$ qua đường thẳng $x = -1$. Chọn khẳng định **đúng** ?

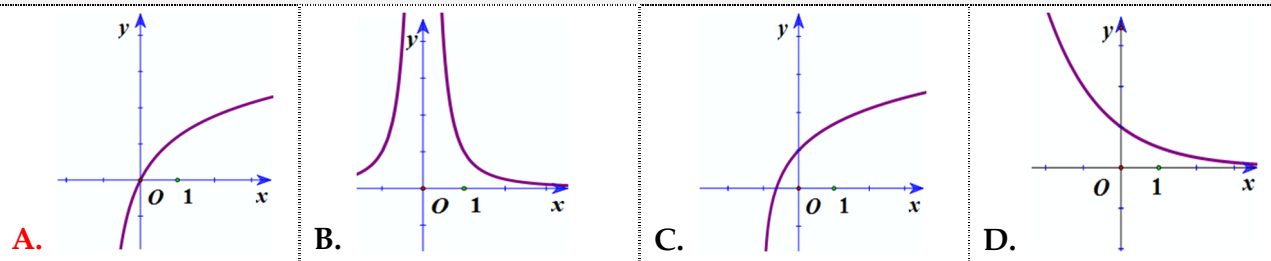
- A. $f(x) = \frac{1}{3 \cdot 3^x}$.
B. $f(x) = \frac{1}{9 \cdot 3^x}$.
C. $f(x) = \frac{1}{3^x} - \frac{1}{2}$.
D. $f(x) = -2 + \frac{1}{3^x}$.



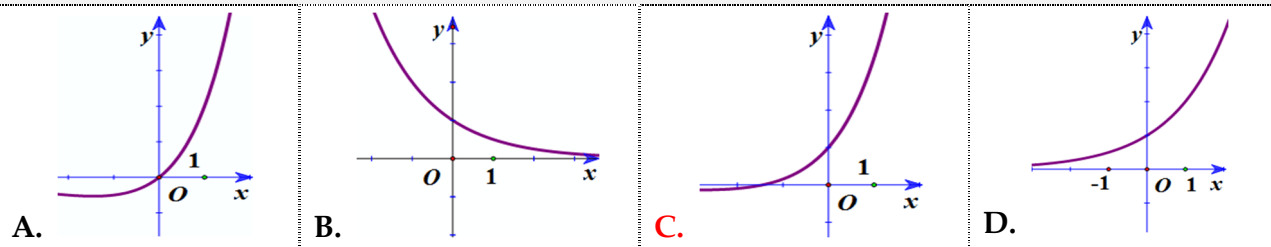
16. (MH lần 3 năm 2017) Cho hàm số $f(x) = (x + 1) \ln(x + 1)$. Tìm đồ thị của hàm số $f'(x)$.



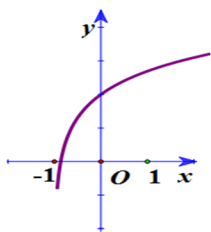
17. Cho hàm số $f(x) = x \ln(x + 1)$. Tìm đồ thị của hàm số $f'(x)$.



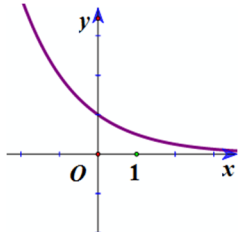
18. Cho hàm số $f(x) = x.2^x$. Tìm đồ thị của hàm số $f'(x)$.



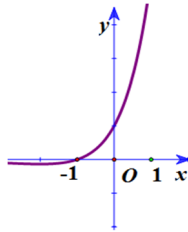
19. Cho hàm số $f(x) = (x + 1).e^x$. Tìm đồ thị của hàm số $f'(x)$.



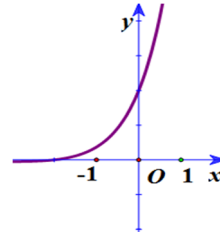
A.



B.

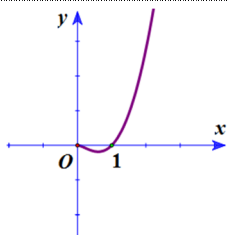


C.

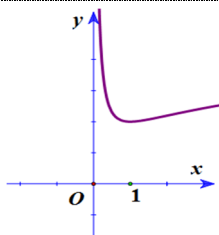


D.

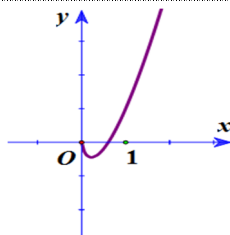
20. Cho hàm số $f(x) = x^2 \cdot \ln x$. Tìm đồ thị của hàm số $f'(x)$.



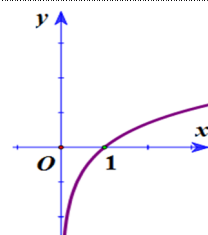
A.



B.

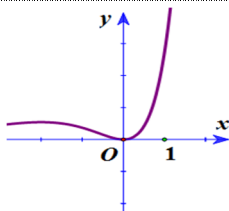


C.

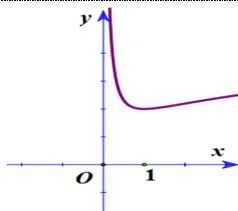


D.

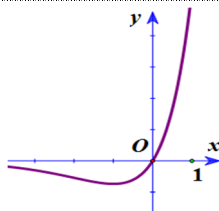
21. Cho hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^x$. Tìm đồ thị của hàm số $f'(x)$.



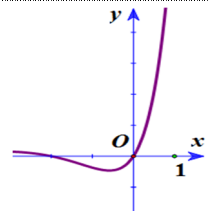
A.



B.



C.



D.

Dạng toán 6: Bài toán lãi suất và một số bài toán thực tế khác



- ① **Lãi đơn:** là số tiền lãi chỉ tính trên số tiền gốc mà không tính trên số tiền lãi do số tiền gốc sinh ra, tức là tiền lãi của kì hạn trước không được tính vào vốn để tính lãi cho kì hạn kế tiếp, cho dù đến kì hạn người gửi không đến rút tiền ra.

Công thức tính: Khách hàng gửi vào ngân hàng A đồng với lãi đơn $r\%$ / kì hạn thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n kì hạn ($n \in \mathbb{N}^*$) là $A_n = A(1 + nr)$.

Lưu ý: trong tính toán các bài toán lãi suất và các bài toán liên quan, ta nhớ $r\%$ là $\frac{r}{100}$.

- ② **Lãi kép:** Tiền lãi của kì hạn trước nếu người gửi không rút ra thì được tính vào vốn để tính lãi cho kì hạn sau.

Công thức tính: Khách hàng gửi vào ngân hàng A đồng với lãi kép $r\%$ / kì hạn thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n kì hạn ($n \in \mathbb{N}^*$) là $A_n = A(1 + r)^n$.

Lưu ý: Tổng tiền lãi thu được là hiệu số $A_n - A$.

- ③ **Lãi kép liên tục**

Gửi vào ngân hàng A đồng với lãi kép $r\%$ / năm thì số tiền nhận được cả vốn lẫn lãi sau n năm ($n \in \mathbb{N}^*$) là $S_n = A(1 + r)^n$. Giả sử ta chia mỗi năm thành m kì hạn để tính lãi và lãi

suất mỗi kì hạn là $\frac{r}{m}\%$ thì số tiền thu được sau n năm là $S_n = A \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}$.

Khi tăng số kì hạn của mỗi năm lên vô cực, tức là $m \rightarrow +\infty$, gọi là hình thức lãi kép liên tục thì người ta chứng minh được số tiền nhận được cả gốc lẫn lãi là $S = Ae^{n \cdot r}$.

(Công thức này còn gọi là công thức tăng trưởng mũ).

- 1. (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018 – Câu 22)** Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,4\%$ / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng.

B. 102.423.000 đồng.

Lời giải. Vì số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo nên đây là hình thức lãi kép.

Có $A = 100.000.000$, $r = 0,4\% = \frac{0,4}{100}$ / tháng và $n = 6$.

Ta có số tiền được lĩnh cả vốn lẫn lãi là

C. 102.016.000 đồng. D. 102.017.000 đồng.	$A_n = A(1 + r)^n = 100000000 \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^6 = 102.424.128 \text{ đồng}$
2. Một người gửi 1 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 8 năm, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi ?	
A. 1.719.000 đồng. B. 1.718.000 đồng. C. 1.714.000 đồng. D. 1.713.000 đồng.	
3. Ông Toàn gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng ngân hàng Đông Á theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất 14% một năm. Hỏi sau hai năm ông Toàn thu được cả vốn lẫn lãi bao nhiêu (giả sử lãi suất không thay đổi).	
A. 63,98 triệu đồng. B. 64,98 triệu đồng. C. 64,89 triệu đồng. D. 65,89 triệu đồng.	
4. Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là	
A. 14,026 triệu đồng. B. 50,7 triệu đồng. C. 4,026 triệu đồng. D. 3,5 triệu đồng.	
5. Một người gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là	
A. 70,128 triệu đồng. B. 50,7 triệu đồng. C. 20,128 triệu đồng. D. 30,5 triệu đồng.	
6. Một người đầu tư một số tiền vào công ty theo thể thức lãi kép kỳ hạn 1 năm với lãi suất 7,6%/năm. Giả sử lãi suất không đổi, hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được (cả vốn và lãi) số tiền gấp 5 lần số tiền ban đầu.	
A. 23 năm.	Lời giải. Gọi x là số tiền ban đầu. Theo đề bài, ta có:

- B. 24 năm.
C. 21 năm.
D. 22 năm.

$$A_n = A_0(1+r)^n \Leftrightarrow 5x = x \left(1 + \frac{7,6}{100}\right)^n \Leftrightarrow \left(1 + \frac{7,6}{100}\right)^n = 5$$
$$\Leftrightarrow (1,076)^n = 5 \Leftrightarrow n = \log_{1,076} 5 \approx 22 \text{ năm. Chọn D.}$$

7. (THPT QG năm 2018 – Mã đề 104) Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,1% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra ?

- A. 13 năm.
B. 10 năm.
C. 11 năm.
D. 12 năm.

8. (THPT QG năm 2018 – Mã đề 104) Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,6% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau một năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra ?

- A. 11 năm.**
B. 12 năm.
C. 13 năm.
D. 10 năm.

9. Ông A gửi 9,8 triệu đồng tiết kiệm vào ngân hàng X với lãi suất 8,4% / năm và lãi suất hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi theo cách này thì bao nhiêu năm nữa ông A thu được tổng số tiền là 20 triệu. Giả sử lãi suất không đổi.

- A. 9 năm.**
B. 8 năm.
C. 10 năm.
D. 20 năm.

10. Một người gửi ngân hàng 200 triệu theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có 225 triệu đồng ?

- A. 30 tháng.**
B. 21 tháng.
C. 24 tháng.
D. 22 tháng.

11. Ông An muốn sở hữu khoản tiền 20.000.000 đồng vào ngày 20 / 10 / 2023 ở một tài khoản với lãi suất năm 6,05%. Hỏi ông An đã đầu tư tối thiểu bao nhiêu tiền trên tài khoản này vào ngày 20 / 10 / 2018 để được mục tiêu đề ra ?

- A. 14.059.373,18 đồng.
- B. 15.812.018,15 đồng.
- C. 14.909.000 đồng.
- D. 14.909.965,26 đồng.**

12. Một người muốn gửi tiền vào ngân hàng để đến ngày 15/10/2020 rút được khoản tiền là 50.000.000 đồng (cả vốn ban đầu và lãi). Lãi suất ngân hàng là 0,55% / tháng, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi vào ngày 15/10/2018 người đó phải gửi ngân hàng số tiền là bao nhiêu để đáp ứng nhu cầu trên, nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền (giá trị gần đúng làm tròn đến hàng nghìn) ?

- A. 43.593.000 đồng.
- B. 43.833.000 đồng.
- C. 44.074.000 đồng.**
- D. 44.316.000 đồng.

13. Một người gửi tiết kiệm với số tiền gửi là A đồng với lãi suất 6% một năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính gốc cho năm tiếp theo. Sau 10 năm người đó rút ra được số tiền gốc lẫn lãi nhiều hơn số tiền ban đầu là 100 triệu đồng ? Hỏi người đó phải gửi số tiền A là bao nhiêu ?

- A. 145037058,3 đồng.
- B. 55839477,69 đồng.
- C. 126446589 đồng.**
- D. 111321563,5 đồng.

14. Một người gửi ngân hàng lần đầu 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Sau một năm, tổng số tiền gốc và lãi của người đó là bao nhiêu (làm tròn đến hàng triệu đồng) ?

- A. 212 triệu đồng.**
- B. 216 triệu đồng.
- C. 221 triệu đồng.
- D. 210 triệu đồng.

15. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm (tính từ lần gửi đầu tiên).

- A. 179,676 triệu đồng.
B. 177,676 triệu đồng.
C. 178,676 triệu đồng.
D. 176,676 triệu đồng.

16. Ông An gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và tiền lãi được bao nhiêu ? (Biết lãi suất không thay đổi qua các năm ông gửi tiền).

- A. 231,815 triệu đồng.
B. 217,695 triệu đồng.
C. 197,201 triệu đồng.
D. 190,271 triệu đồng.

17. Lãi suất tiền gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác Mạnh gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% / tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9% / tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6% / tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác Mạnh không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (ta gọi đó là lãi kép). Sau một năm gửi tiền, bác Mạnh rút được số tiền là bao nhiêu ? (biết trong khoảng thời gian này bác Mạnh không rút tiền ra).

- A. 5452771,729 đồng.
B. 5452733,453 đồng.
C. 5436566,169 đồng.
D. 5436521,164 đồng.

18. Chị Lan có 400 triệu đồng mang đi gửi tiết kiệm ở hai loại kì hạn khác nhau đều theo thể thức lãi kép. Chị gửi 200 triệu đồng theo kì hạn quý với lãi suất 2,1% một quý, 200 triệu đồng còn lại chị gửi theo kì hạn tháng với lãi suất 0,73% một tháng. Sau khi gửi được đúng 1 năm, chị rút ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được tất cả bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng nghìn) ?

- A. 79760000 đồng.

B. 74813000 đồng.

C. 65393000 đồng.

D. 70656000 đồng.

19. Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con ?

A. 35 giờ.

B. 45 giờ.

C. 25 giờ.

D. 15 giờ.

20. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn theo công thức $S = Ae^{rt}$ trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần so với số lượng ban đầu ?

A. $t = \frac{3}{\log 5}$ giờ.

B. $t = \frac{3 \ln 5}{\ln 10}$ giờ.

C. $t = \frac{5}{\log 3}$ giờ.

D. $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ giờ.

21. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số con vi khuẩn sau 10 giờ ?

A. 1000 con.

B. 850 con.

C. 800 con.

D. 900 con.

22. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi

khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Để số lượng vi khuẩn ban đầu tăng gấp đôi thì thời gian tăng trưởng t gần với kết quả nào sau đây nhất ?	
A. 3 giờ 9 phút.	
B. 3 giờ 2 phút.	
C. 3 giờ 30 phút.	
D. 3 giờ 18 phút.	
23. (MH lần 2 năm 2017) Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con ?	
A. 48 phút.	
B. 19 phút.	
C. 7 phút.	
D. 12 phút.	
24. Cho biết sự rằng tỉ lệ tăng dân số thế giới hàng năm là 1,32%, nếu tỉ lệ tăng dân số không thay đổi thì đến tăng trưởng dân số được tính theo công thức tăng trưởng liên tục $S = Ae^{Nr}$ trong đó A là dân số tại thời điểm mốc, S là số dân sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2013 dân số thế giới vào khoảng 7095 triệu người. Biết năm 2020 dân số thế giới gần nhất với giá trị nào sau đây ?	
A. 7879 triệu người.	
B. 7680 triệu người.	
C. 7782 triệu người.	
D. 7777 triệu người.	
25. Năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{Nr}$ (trong đó A : là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người ?	
A. 2022.	
B. 2020.	
C. 2025.	
D. 2026.	
26. Dân số thế giới được dự đoán theo công thức $S = Ae^{Nr}$ (trong đó A : là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Theo số liệu thực tế, dân số thế giới năm 1950 là 2560 triệu người; dân số thế giới năm 1980 là 3040 triệu người. Hãy dự đoán dân số thế giới năm 2020 ?	
A. 3823 triệu.	
B. 5360 triệu.	
C. 3954 triệu.	

D. 4017 triệu.	
27. Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) theo công thức $P = P_0 \cdot e^{kx}$ (mmHg), trong đó x là độ cao (đo bằng mét), $P_0 = 760$ (mmHg) là áp suất không khí ở mức nước biển ($x = 0$), k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là 672,71 (mmHg). Tính áp suất của không khí ở độ cao 3000m.	
A. 527,06 (mmHg).	
B. 530,23 (mmHg).	
C. 530,73 (mmHg).	
D. 545,01 (mmHg).	
28. Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau $Q(t) = Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}})$, với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn hết pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).	
A. $t \approx 1,65$ giờ.	
B. $t \approx 1,61$ giờ.	
C. $t \approx 1,63$ giờ.	
D. $t \approx 1,50$ giờ.	
29. Khi ánh sáng đi qua một môi trường (chẳng hạn như không khí, nước, sương mù, ...) cường độ sẽ giảm dần theo quãng đường truyền x, theo công thức $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$, trong đó I_0 là cường độ của ánh sáng khi bắt đầu truyền vào môi trường và μ là hệ số hấp thụ của môi trường đó. Biết rằng nước biển có hệ số hấp thụ $\mu = 1,4$ và người ta tính được rằng khi đi từ độ sâu 2 m xuống đến độ sâu 20 m thì cường độ ánh sáng giảm $l \cdot 10^{10}$ lần. Số nguyên nào sau đây gần với l nhất ?	
A. 8.	
B. 9.	
C. 10.	
D. 90.	
30. Số sản phẩm của một hãng đầu DVD sản xuất được trong 1 ngày là giá trị của hàm số $f(m, n) = m^{\frac{2}{3}} \cdot n^{\frac{1}{3}}$, trong đó m là số lượng nhân viên và n là số lượng lao động chính. Mỗi ngày hãng phải sản xuất được ít nhất 40 sản phẩm để đáp ứng nhu cầu khách hàng. Biết rằng mỗi ngày hãng đó phải trả lương cho một nhân viên là 6 USD và cho một lao động chính là 24 USD. Tìm giá trị nhỏ nhất chi phí trong 1 ngày của hãng sản xuất này.	
A. 720 USD.	

B. 600 USD. C. 560 USD. D. 1720 USD.	
31. Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ ?	
A. 720 USD. B. 600 USD. C. 560 USD. D. 1720 USD.	
32. Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ ?	
A. $7 \times \log_3 25$. B. $3^{\frac{25}{7}}$. C. $7 \times \frac{24}{3}$. D. $7 \times \log_3 24$.	
33. Một người thả 1 lá bèo vào một cái ao, sau 12 giờ thì bèo sinh sôi phủ kín mặt ao. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt ao, biết rằng sau mỗi giờ thì lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi.	
A. $12 - \log 5$ giờ.	

B. $\frac{12}{5}$ giờ.

C. $12 - \log 2$ giờ.

D. $12 + \ln 5$ giờ.

MỘT SỐ HÌNH THỨC KHÁC (THAM KHẢO)

- ① **Tiền gửi hàng tháng:** Mỗi tháng gửi đúng cùng một số tiền vào 1 thời gian cố định.

Công thức tính: Đầu mỗi tháng khách hàng gửi vào ngân hàng số tiền A đồng với lãi kép $r\%$ / tháng thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n tháng ($n \in \mathbb{N}^*$) (nhận

tiền cuối tháng, khi ngân hàng đã tính lãi) là $S_n = \frac{A}{r}[(1+r)^n - 1](1+r)$.

Chú ý: Từ công thức, ta suy ra: $n = \log_{(1+r)} \left[\frac{S_n \cdot r}{A(1+r)} + 1 \right]$, $A = \frac{S_n \cdot r}{(1+r)[(1+r)^n - 1]}$.

- ② **Gửi ngân hàng và rút tiền gửi hàng tháng:** Gửi ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất $r\%$ / tháng. Mỗi tháng vào ngày ngân hàng tính lãi, rút ra số tiền là X đồng. Tính số tiền còn lại sau n tháng là bao nhiêu ?

Công thức tính: $S_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Rightarrow X = \frac{r[A(1+r)^n - S_n]}{(1+r)^n - 1}$.

- ③ **Vay vốn trả góp:** Vay ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất $r\%$ / tháng. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ cách nhau đúng một tháng, mỗi hoàn nợ số tiền là X đồng và trả hết tiền nợ sau đúng n tháng.

Công thức tính: $S_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r}$.

- ④ **Bài toán tăng lương:** Một người được lãnh lương khởi điểm là A đồng/tháng. Cứ sau n tháng thì lương người đó được tăng thêm $r\%$ / tháng. Hỏi sau kn tháng người đó lãnh được tất cả số tiền là bao nhiêu ?

Công thức tính: Tổng số tiền nhận được sau kn tháng là $S_{kn} = Ak \frac{(1+r)^k - 1}{r}$.

RÈN LUYỆN LẦN 1

- Câu 1.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = e^{x^2+2x}$.
A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = [0; 2]$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$. D. $\mathcal{D} = \emptyset$.
- Câu 2.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 + x - 2)^{-3}$.
A. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.
- Câu 3.** Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2x - 1)^{\sqrt{3}}$ là
A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.
- Câu 4.** Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$ là
A. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (1; 3)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$. D. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.
- Câu 5.** Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là
A. $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (2; 3)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = [2; 3]$.
- Câu 6.** Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log(x - 3)^4 + \log_3(-x^2 + 5x - 4)$ là
A. $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (1; 4) \setminus \{3\}$. D. $\mathcal{D} = (1; 4)$.
- Câu 7.** Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{2018x}{\log_{2019}(-x^2 + 2x)}$
A. $\mathcal{D} = [0; 2]$. B. $\mathcal{D} = (0; 2)$. C. $\mathcal{D} = [0; 2] \setminus \{1\}$. D. $\mathcal{D} = (0; 2) \setminus \{1\}$.
- Câu 8.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_x \frac{2x}{3 - x}$ là
A. $\mathcal{D} = (0; 3) \setminus \{1\}$. B. $\mathcal{D} = (0; 3)$. C. $\mathcal{D} = (1; 3)$. D. $\mathcal{D} = (0; 1)$.
- Câu 9.** Tìm các giá trị của m để hàm số $y = \log_3(4x^2 - 4x - 3m)$ xác định trên $\mathbb{R}$.
A. $m \geq \frac{3}{4}$. B. $m \geq -\frac{1}{3}$. C. $m \leq 2$. D. $m < -\frac{1}{3}$.
- Câu 10.** Cho hàm số $y = \sqrt{\log_2(x^2 - 3x + m) - 1}$. Tìm m để hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
A. $m \leq \frac{9}{4}$. B. $m \leq \frac{17}{4}$. C. $m \geq \frac{17}{4}$. D. $m \geq \frac{9}{4}$.
- Câu 11.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x + 3^x$.
A. $y' = 2 \cos 2x + x3^{x-1}$. B. $y' = -\cos 2x + 3^x$.
C. $y' = -2 \cos 2x - 3^x \ln 3$. D. $y' = 2 \cos 2x + 3^x \ln 3$.
- Câu 12.** Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số dương x ?

A. $(\log x)' = \frac{x}{\ln 10}.$

B. $(\log x)' = \frac{\ln 10}{x}.$

C. $(\log x)' = \frac{1}{x \ln 10}.$

D. $(\log x)' = x \ln 10.$

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + e^x).$

A. $\frac{1 + e^x}{\ln 2}.$

B. $\frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}.$

C. $\frac{1 + e^x}{x + e^x}.$

D. $\frac{1}{(x + e^x) \ln 2}.$

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = x + \ln^2 x.$

A. $y' = 1 + \frac{2 \ln x}{x}.$

B. $y' = 1 + 2 \ln x.$

C. $y' = 1 + \frac{2}{x \ln x}.$

D. $y' = 1 + 2x \ln x.$

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2e^x.$ Khẳng định nào **đúng** ?

A. $y'' - y' = e^x(x + 1).$

B. $y'' - y' = e^x(x - 1).$

C. $y'' + y' = e^x(x - 1).$

D. $y'' + y' = e^x(-x + 1).$

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x + 2}{9^x}.$

A. $y' = \frac{1 + 2(x + 2) \ln 3}{3^{2x}}.$

B. $y' = \frac{1 - 2(x + 2) \ln 3}{3^{2x}}.$

C. $y' = \frac{1 + (x + 2) \ln 3}{3^{2x}}.$

D. $y' = \frac{1 - (x + 2) \ln 3}{3^{2x}}.$

Câu 17. Cho $a > 0, a \neq 1.$ Khẳng định nào **đúng** ?

A. Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là khoảng $(-\infty; +\infty).$

B. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là khoảng $(0; +\infty).$

C. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là khoảng $(-\infty; +\infty).$

D. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là khoảng $(-\infty; +\infty).$

Câu 18. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}.$

A. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x.$

B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x.$

C. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}.$

D. $y = \log_5 x.$

Câu 19. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó ?

A. $y = \ln x.$

B. $y = \log_{0,99} x.$

C. $y = \left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^x.$

D. $y = x^{-3}.$

Câu 20. Hàm số $y = \log_9(x^2 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1; +\infty).$

B. $(-\infty; 0).$

C. $(-1; 1).$

D. $(0; +\infty).$

Câu 21. Cho hàm số $y = x - \ln(1 + x).$ Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. Hàm số đồng biến trên $(-1; 0).$

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0.$

C. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty).$

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0.$

Câu 22. Hàm số $y = x^2 \ln x$ đạt cực trị tại điểm

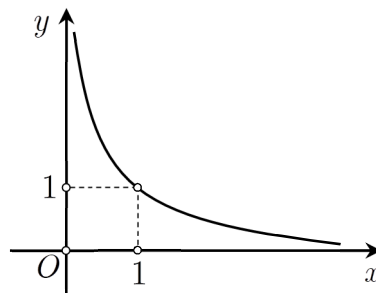
- A. $x = \sqrt{e}$. B. $x = 0, x = \frac{1}{\sqrt{e}}$. C. $x = 0$. D. $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$. Chọn mệnh đề **sai** ?

- A. Hàm số có 1 điểm cực trị.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
D. Hàm số có tập giá trị $T = \mathbb{R}$.

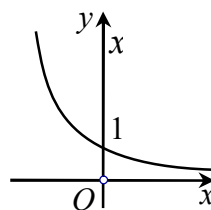
Câu 24. Đồ thị hàm số bên dưới là của hàm số nào ?

- A. $y = x^{-2}$.
B. $y = 2^{-x}$.
C. $y = x^{-\frac{1}{2}}$.
D. $y = \log_2 x$.



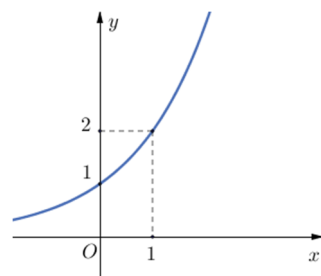
Câu 25. Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây ?

- A. $y = (\sqrt{2})^x$.
B. $y = (0,8)^x$.
C. $y = \log_2 x$.
D. $y = \log_{0,4} x$.



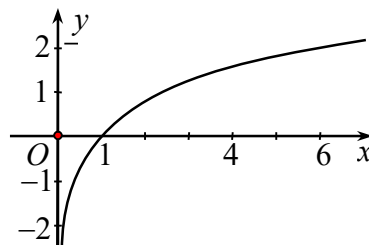
Câu 26. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào ?

- A. $y = (\sqrt{2})^x$.
B. $y = \log_2(2x)$.
C. $y = 2^x$.
D. $y = \frac{1}{2}x + 1$.



Câu 27. Hàm số nào sau đây có đồ thị phù hợp với hình vẽ.

- A. $y = \log_{0,6} x$.
B. $y = \log_{\sqrt{6}} x$.
C. $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$.
D. $y = 6^x$.



Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^x$ trên $[-2; 0]$ bằng

- A. 0. B. $-\frac{2}{e^2}$. C. $-e$. D. $-\frac{1}{e}$.

Câu 29. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^{x^3 - 3x + 3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $\max_{[0;2]} y = e^2$. B. $\max_{[0;2]} y = e^3$. C. $\max_{[0;2]} y = e^5$. D. $\max_{[0;2]} y = e$.

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của hàm số $y = x - \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; e\right]$ theo thứ tự là

- A. 1 và $e - 1$. B. $\frac{1}{2} + \ln 2$ và e . C. 1 và e . D. 1 và $\frac{1}{2} + \ln 2$.

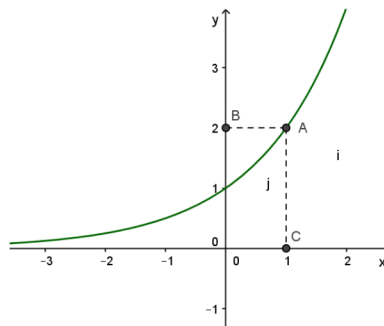
Câu 31. Biết đồ thị (C) ở hình bên là đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$). Gọi (C') là đường đối xứng với (C) qua đường thẳng $y = x$. Hỏi (C') là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

B. $y = 2^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

D. $y = \log_2 x$.



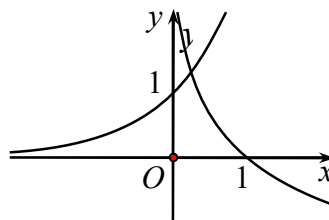
Câu 32. Cho hai đồ thị $y = a^x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

B. $a > 1, b > 1$.

C. $a > 1, 0 < b < 1$.

D. $0 < a < 1, b > 1$.



Câu 33. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = e^{3x^2 - 12x + 1} + x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[1; 3]$ là

A. $e^{-11} - 4$.

B. e^8 .

C. $e^{-9} - 3$.

D. $e^{-12} - 4$.

Câu 34. Cho $P = 9 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - \log_{\frac{1}{3}} a^3 + 1$ với $a \in \left[\frac{1}{27}; 3\right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P . Tính $S = 3m + 4M$.

A. $S = \frac{83}{2}$.

B. $S = \frac{109}{9}$.

C. $S = 42$.

D. $S = 38$.

Câu 35. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng.

B. 102.423.000 đồng.

C. 102.016.000 đồng.

D. 102.017.000 đồng.

Câu 36. Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

A. 14,026 triệu đồng.

B. 50,7 triệu đồng.

C. 4,026 triệu đồng.

D. 3,5 triệu đồng.

- Câu 37.** Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất $8,4\%$ /năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 2 lần số tiền gửi ban đầu.
- A. 10 năm. B. 9 năm. C. 8 năm. D. 11 năm.
- Câu 38.** Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm (tính từ lần gửi đầu tiên) ?
- A. 179,676 triệu đồng. B. 177,676 triệu đồng.
C. 178,676 triệu đồng. D. 176,676 triệu đồng.
- Câu 39.** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Để số lượng vi khuẩn ban đầu tăng gấp đôi thì thời gian tăng trưởng t gần với kết quả nào sau đây nhất.
- A. 3 giờ 9 phút. B. 3 giờ 2 phút. C. 3 giờ 30 phút. D. 3 giờ 18 phút.
- Câu 40.** Để thực hiện kế hoạch kinh doanh, ông A cần chuẩn bị một số vốn ngay từ bây giờ. Ông có số tiền là 500 triệu đồng gửi tiết kiệm với lãi suất $0,4\%$ /tháng theo hình thức lãi kép. Sau 10 tháng, ông A gửi thêm vào 300 triệu nhưng lãi suất các tháng sau có thay đổi là $0,5\%$ tháng. Hỏi sau 2 năm kể từ lúc gửi số tiền ban đầu, số tiền ông A nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu ? (Không tính phần thập phân).
- A. 879693600. B. 880438640. C. 879693510. D. 901727821.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 1

1.A	2.D	3.B	4.A	5.B	6.C	7.D	8.A	9.D	10.C
11.D	12.C	13.B	14.A	15.A	16.B	17.A	18.A	19.A	20.B
21.D	22.D	23.A	24.C	25.B	26.C	27.B	28.B	29.D	30.A
31.D	32.C	33.A	34.D	35.A	36.C	37.B	38.D	39.A	40.C

RÈN LUYỆN LẦN 2

- Câu 1.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$.
A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = [3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.
- Câu 2.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$.
A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.
- Câu 3.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^{\frac{1}{3}} + \sqrt{2 - x}$.
A. $\mathcal{D} = (-1; 2]$. B. $\mathcal{D} = [-1; 2]$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2]$. D. $\mathcal{D} = (-1; 2)$.
- Câu 4.** Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là
A. $\mathcal{D} = (-1; 3)$. B. $\mathcal{D} = (0; 1)$. C. $\mathcal{D} = (-1; 1)$. D. $\mathcal{D} = (-3; 1)$.
- Câu 5.** Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2 - x}} + \ln(x - 1)$ là
A. $\mathcal{D} = [1; 2]$. B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (1; 2)$. D. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.
- Câu 6.** Có bao nhiêu số nguyên $x > 0$ để hàm số $y = \log_{2018}(10 - x)$ xác định.
A. 10. B. 2018. C. Vô số. D. 9.
- Câu 7.** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (x^2 + m)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
A. $\forall m \in \mathbb{R}$. B. $m \neq 0$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$.
- Câu 8.** Có mấy giá trị nguyên của $m \in (-2018; 2018)$ để hàm số $y = (x^2 - 2x - m + 1)^{\sqrt{5}}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.
A. 4036. B. 2018. C. 2017. D. Vô số.
- Câu 9.** Tìm tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
A. $m < -2 \vee m > 2$. B. $m = 2$. C. $m < 2$. D. $-2 < m < 2$.
- Câu 10.** Số giá trị nguyên của m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
A. 2019. B. 2017. C. 2018. D. 1009.
- Câu 11.** Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là
A. $y' = \frac{-3^x}{\ln 3}$. B. $y' = 3^x \ln 3$. C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $y' = -3^x \ln 3$.
- Câu 12.** Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{\sin x}$.
A. $y' = \cos x \cdot e^{\sin x}$. B. $y' = e^{\cos x}$. C. $y' = \sin x \cdot e^{\sin x - 1}$. D. $y' = \cos x \cdot e^{\sin x}$.
- Câu 13.** Đạo hàm của hàm số $y = x \cdot 2^x$ là
A. $y' = (1 + x \ln 2) \cdot 2^x$. B. $y' = (1 - x \ln 2) \cdot 2^x$.
C. $y' = (1 + x) \cdot 2^x$. D. $y' = 2^x + x^2 2^{x-1}$.
- Câu 14.** Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$ là

A. $\frac{2}{(2x+1)\ln x}$. B. $\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. C. $\frac{2\ln 2}{x+1}$. D. $\frac{2}{(x+1)\ln 2}$.

Câu 15. Tìm đạo hàm của hàm số $y = x(\ln x - 1)$.

A. $y' = \ln x$. B. $y' = 1$. C. $y' = 1 - \frac{1}{x}$. D. $y' = \ln x - 1$.

Câu 16. Cho hàm số $y = \ln(e^x + m^2)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1) = \frac{1}{2}$.

A. $m = e$. B. $m = -e$. C. $m = \frac{1}{e}$. D. $m = \pm\sqrt{e}$.

Câu 17. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{4}{\sqrt{3} + 2}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{\pi + 3}{2\pi}\right)^x$.

Câu 18. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = (\sqrt{3} - 1)^x$. B. $y = (\pi - e)^x$. C. $y = \pi^x$. D. $y = (e - 2)^x$.

Câu 19. Hỏi với giá trị nào của a thì hàm số $y = (3 - a)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $2 < a < 3$. B. $0 < a < 1$. C. $a > 2$. D. $a < 0$.

Câu 20. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. $y = \log_3 x$. B. $y = \log_{\sqrt{3}-1} x$. C. $y = \log_{\sqrt{5}-2} x$. D. $y = \log_{\sqrt{2}-1} x$.

Câu 21. Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(1; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 22. Hỏi hàm số $y = e^{x^2-4x+4}$ đồng biến trên những khoảng nào sau đây?

A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 24. Cho hàm số $y = x^2 + 4\ln(3 - x)$. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số đã cho.

A. $y_{\text{CD}} = 4$. B. $y_{\text{CD}} = 2$. C. $y_{\text{CD}} = 1$. D. $y_{\text{CD}} = 1 + 4\ln 2$.

Câu 25. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2\ln x$ trên đoạn $[e^{-1}; e]$.

A. $\max y = e^2 - 2$, $\min y = e^{-2} + 2$. B. $\max y = e^{-2} + 2$, $\min y = m = 1$.
C. $\max y = e^{-2} + 1$, $\min y = 1$. D. $\max y = e^2 - 2$, $\min y = 1$.

Câu 26. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^{x^3-3x+3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $\max y = e^2$. B. $\max y = e^3$. C. $\max y = e^5$. D. $\max y = e$.

Câu 27. Cho $1 < x < 64$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x}$.

- A. $\max P = 64$. B. $\max P = 96$. C. $\max P = 82$. D. $\max P = 81$.

Câu 28. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $y = e^{3x} + 3e^{2x} - 9e^x + 5$ trên $[-\ln 2; \ln 5]$ là

- A. 160 và 0. B. 106 và 0. C. 601 và 1. D. 610 và 1.

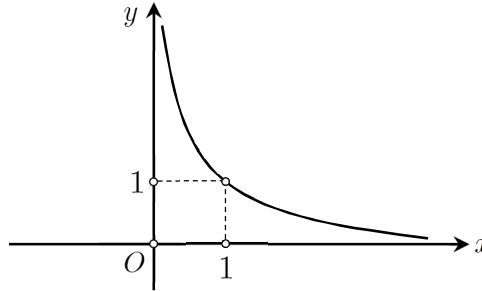
Câu 29. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số cho ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

A. $y = x^{-2}$.

B. $y = 2^{-x}$.

C. $y = x^{-\frac{1}{2}}$.

D. $y = \log_2 x$.



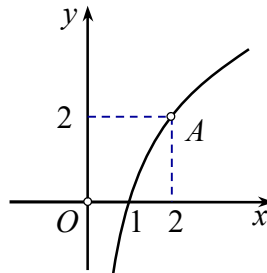
Câu 30. Giá trị thực của a để hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên dưới ?

A. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $a = \sqrt{2}$.

C. $a = \frac{1}{2}$.

D. $a = 2$.



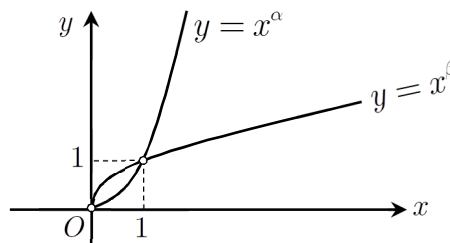
Câu 31. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào **đúng** ?

A. $0 < \beta < 1 < \alpha$.

B. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.

C. $0 < \alpha < 1 < \beta$.

D. $\alpha < 0 < 1 < \beta$.



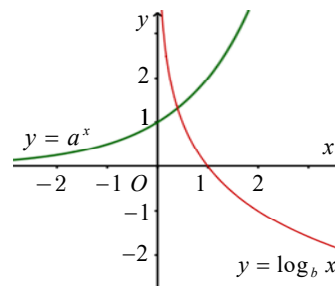
Câu 32. Cho $a > 0$, $b > 0$, $b \neq 1$. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. $a > 1$, $0 < b < 1$.

B. $1 > a > 0$, $b > 1$.

C. $0 < a < 1$, $0 < b < 1$.

D. $a > 1$, $b > 1$.



Câu 33. Cho $0 < a$, $b \neq 1$ thỏa $\log_a^2 b - 8 \log_b(a \cdot \sqrt[3]{b}) = -\frac{8}{3}$. Tính $P = \log_a(a \cdot \sqrt[3]{ab}) + 2018$.

A. $P = 2018$.

B. $P = 2019$.

C. $P = 2020$.

D. $P = 2021$.

Câu 34. Với các số thực dương a , b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$.

B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$.

C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a + \log_2 b.$ D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b.$

Câu 35. Cho $0 < x; y \neq 1$ thỏa $\log_{\sqrt[3]{x}} y = \frac{3y}{8}$ và $\log_{\sqrt{2}} x = \frac{32}{y}$. Giá trị của $P = x^2 - y^2$ là

- A. 120. B. 132. C. 240. D. 340.

Câu 36. Cho $0 < a \neq 1$. Hỏi có mấy mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau ?

- Hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.
- Hàm số $y = \log_a x$ là hàm đơn điệu trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = a^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
- Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nhận Ox là một tiệm cận.

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 37. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,4\%$ / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi ?

- A. 102.424.000 đồng. B. 102.423.000 đồng.
C. 102.016.000 đồng. D. 102.017.000 đồng.

Câu 38. Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

- A. 14,026 triệu đồng. B. 50,7 triệu đồng.
C. 4,026 triệu đồng. D. 3,5 triệu đồng.

Câu 39. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,1\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra ?

- A. 13 năm. B. 10 năm. C. 11 năm. D. 12 năm.

Câu 40. Cho $x, y > 0$ thỏa $2018^{2(x^2-y+1)} = \frac{2x+y}{(x+1)^2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P = 2y - 3x$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{7}{8}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{6}$.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 2

1.D	2.B	3.A	4.D	5.C	6.D	7.C	8.C	9.D	10.C
11.B	12.A	13.A	14.D	15.A	16.D	17.D	18.C	19.A	20.A
21.B	22.C	23.D	24.A	25.D	26.D	27.D	28.A	29.C	30.B
31.A	32.A	33.C	34.A	35.C	36.A	37.A	38.C	39.D	40.B

RÈN LUYỆN LẦN 3

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = a^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{a^2} : \sqrt[6]{a}$ với $a > 0$.

- A. $P = a$. B. $P = a^{\frac{4}{3}}$. C. $P = a^{\frac{1}{6}}$. D. $P = a^{\frac{1}{2}}$.

Câu 2. Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log_2 \left(\frac{a^3}{4b} \right) = 3\log_2 a - \log_2 b - 2$. B. $\log_2 \left(\frac{a^3}{4b} \right) = 3\log_2 a - \log_2 b + 2$.
C. $\log_2 \left(\frac{a^3}{4b} \right) = 3\log_2 a + \log_2 b + 2$. D. $\log_2 \left(\frac{a^3}{4b} \right) = 3\log_2 a + \log_2 b - 2$.

Câu 3. Cho x thỏa $\log x = \frac{1}{2}\log 3a - 2\log b + 3\log \sqrt{c}$. Hãy biểu diễn x theo a, b, c .

- A. $x = \frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$. B. $x = \frac{\sqrt{3a}}{b^2c^3}$. C. $x = \frac{\sqrt{3a} \cdot c^3}{b^2}$. D. $x = \frac{\sqrt{3ac}}{b^2}$.

Câu 4. Cho $a, b > 0$ thỏa $a^2 + b^2 = 8ab$. Khẳng định nào **đúng**?

- A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. B. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.
C. $\log(a+b) = \frac{1 + \log a + \log b}{2}$. D. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

Câu 5. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b)$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 6. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-\lg 1000}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (0, +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Câu 7. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{\sqrt{5}}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; -2\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Câu 8. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2(x-2) + \log(x^2 - 6x + 9)$.

- A. $\mathcal{D} = (2; 3)$. B. $\mathcal{D} = [3; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (2; +\infty) \setminus \{3\}$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2]$.

Câu 9. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_{\frac{3}{2}} \frac{x-1}{x+2}$.

- A. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-2; 1)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2)$.

Câu 10. Tìm tham số m để hàm số $y = (x^2 - 2x - m + 1)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m \leq 2$. B. $m < 0$. C. $m > 2$. D. $m \geq 0$.

Câu 11. Tìm tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m^2 + 5m - 5)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m \geq 2$. B. $2 < m < 3$. C. $m \leq 3$. D. $m < 2 \vee m > 3$.

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x^2+x}$

- A. $y' = (4x + 1) \cdot 2^{2x^2+x} \ln 2$. B. $y' = 2^{2x^2+x} \ln 2$.
C. $y' = (4x + 1) 2^{2x^2+x} \cdot \ln(2x^2 + x)$. D. $y' = (2x^2 + x) \cdot 2^{2x^2+x} \ln 2$.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(\sin x + 2)$.

- A. $y' = \frac{\cos x + 2}{(\sin x + 2) \cdot \ln 2}$. B. $y' = \frac{\cos x}{(\sin x + 2) \cdot \ln 2}$.
C. $y' = \frac{\cos x}{\sin x + 2}$. D. $y' = \frac{1}{(\sin x + 2) \cdot \ln 2}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $y + xy' = \frac{1}{x^2}$. B. $y + xy' = -\frac{1}{x}$. C. $y + xy' = -\frac{1}{x^2}$. D. $y + xy' = \frac{1}{x}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \ln(2e^x + m)$ thỏa mãn $f'(-\ln 2) = \frac{3}{2}$. Mệnh đề nào **đúng**?

- A. $m \in (1; 3)$. B. $m \in (-5; -2)$. C. $m \in (1; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 3)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = (x^2 + mx)e^x$. Biết $y'(0) = 1$ thì $y'(1)$ bằng

- A. $6e$. B. $3e$. C. $5e$. D. $4e$.

Câu 17. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = \log_2(2x^2 - x - 1)$.

- A. $(1; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$. D. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Câu 18. Hỏi hàm số $y = e^{x^2-4x+4}$ đồng biến trên những khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 19. Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y = 2^{x^3-x^2+mx+1}$ đồng biến trên $[1; 2]$.

- A. $m > -8$. B. $m \geq -1$. C. $m \leq -8$. D. $m < -1$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x - \ln(1 + x)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \log_2^2 x - 4 \log_2 x + 1$ trên đoạn $[1; 8]$ là

- A. -2 . B. 1 . C. -3 . D. 2 .

Câu 22. Tìm giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của hàm số $f(x) = 2^{x-1} + 2^{3-x}$.

- A. 1 . B. 4 . C. 8 . D. 2 .

Câu 23. Cho $a \geq b > 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \log_a \left(\frac{a^2}{b} \right) + \log_b \left(\frac{b^3}{a} \right)$ là

- A. -2 . B. 3 . C. 2 . D. 0 .

Câu 24. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 \cdot e^{-x}$ trên đoạn $[-1; 1]$. Giá trị của $M + N$ bằng

- A. $3e$. B. e . C. $2e - 1$. D. $2e + 1$.

Câu 25. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 - 2 \ln x$ trên $[e^{-1}; e]$ là

- A. $M = e^2 - 2, m = e^{-2} + 2$. B. $M = e^{-2} + 2, m = 1$.
C. $M = e^{-2} + 1, m = 1$. D. $M = e^2 - 2, m = 1$.

Câu 26. Cho $a, b > 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{1}{\log_{ab} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[4]{ab}} b}$ bằng

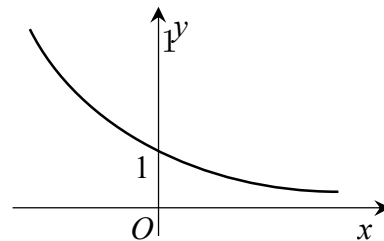
- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{9}{4}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 27. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau ?

- A. Hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $y = a^x$ ($0 < a < 1$) đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) luôn đi qua điểm có tọa độ $(a; 1)$.
D. Đồ thị $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a} \right)^x$ ($0 < a \neq 1$) đối xứng với nhau qua trục tung.

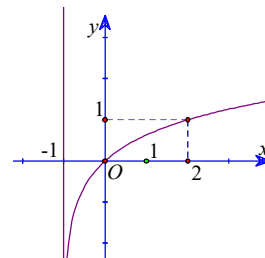
Câu 28. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

- A. $y = -x^2 + 2x + 1$.
B. $y = \log_{0,5} x$.
C. $y = \frac{1}{2^x}$.
D. $y = 2^x$.



Câu 29. Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào ?

- A. $y = \log_2 x + 1$.
B. $y = \log_2(x + 1)$.
C. $y = \log_3 x$.
D. $y = \log_3(x + 1)$.



Câu 30. Ông V gửi tiết kiệm 200 triệu đồng vào ngân hàng với hình thức lãi kép và lãi suất 7,2% một năm. Hỏi sau 5 năm ông V thu về số tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với số nào sau đây ?

- A. 283.145.000 đồng. B. 283.155.000 đồng.
C. 283.142.000 đồng. D. 283.151.000 đồng.

Câu 31. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm (tính từ lần gửi đầu tiên) ?

- A. 179,676 triệu đồng. B. 177,676 triệu đồng.
C. 178,676 triệu đồng. D. 176,676 triệu đồng.

Câu 32. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 2 lần số tiền gửi ban đầu.

- A. 10 năm. B. 9 năm. C. 8 năm. D. 11 năm.

Câu 33. Dân số thế giới được dự đoán theo công thức $P(t) = ae^{bt}$, trong đó a, b là các hằng số, t là năm tính dân số. Theo số liệu thực tế, dân số thế giới năm 1950 là 2560 triệu người; dân số thế giới năm 1980 là 3040 triệu người. Hãy dự đoán dân số thế giới năm 2020 ?

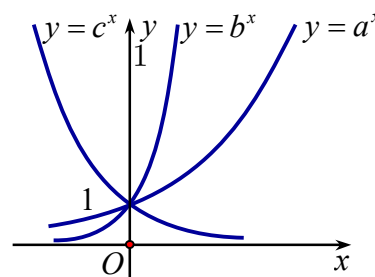
- A. 3823 triệu. B. 5360 triệu. C. 3954 triệu. D. 4017 triệu.

Câu 34. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức: $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Để số lượng vi khuẩn ban đầu tăng gấp đôi thì thời gian tăng trưởng t gần với kết quả nào sau đây nhất

- A. 3 giờ 9 phút. B. 3 giờ 2 phút. C. 3 giờ 30 phút. D. 3 giờ 18 phút.

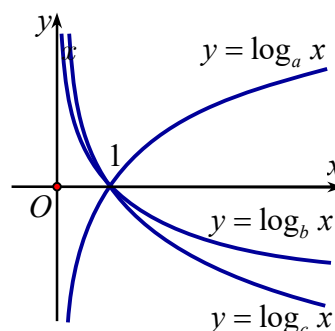
Câu 35. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình bên. Chọn khẳng định đúng ?

- A. $1 < c < a < b$.
B. $c < a < b < 1$.
C. $c < 1 < b < a$.
D. $c < 1 < a < b$.



Câu 36. Cho a, b, c dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ như hình vẽ. Khẳng định nào đúng ?

- A. $a > c > b$.
B. $a > b > c$.
C. $c > b > a$.
D. $b > c > a$.



Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \frac{2^x}{2^x + 2}$. Khi đó tổng $f(0) + f\left(\frac{1}{10}\right) + \dots + f\left(\frac{19}{10}\right)$ có giá trị bằng

- A. $\frac{59}{6}$. B. 10. C. $\frac{19}{2}$. D. $\frac{28}{3}$.

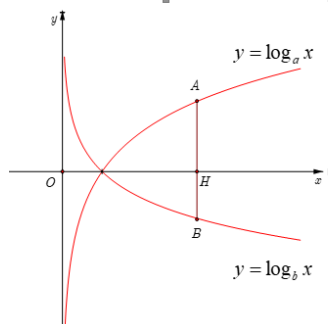
Câu 38. Cho a và b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục tung mà cắt các đồ thị $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và trục hoành lần lượt tại A , B và H ta đều có $2HA = 3HB$ (hình vẽ bên dưới). Khẳng định nào đúng?

A. $a^2b^3 = 1$.

B. $3a = 2b$.

C. $a^3b^2 = 1$.

D. $2a = 3b$.



Câu 39. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $3^{xy-2x-y-1} = \frac{2x+y}{xy-1}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = x + 4y$ bằng

A. $4\sqrt{3} + 9$.

B. $6 + 4\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3} - 2$.

D. $4\sqrt{3} - 6$.

Câu 40. Cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, $\overrightarrow{AB}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $y = 0$. Các điểm A, B, C lần lượt nằm trên đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = 2\log_a x$, $y = 3\log_a x$. Tìm a .

A. $a = \sqrt[6]{3}$.

B. $a = \sqrt{3}$.

C. $a = \sqrt[3]{6}$.

D. $a = \sqrt{6}$.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 3

1.A	2.A	3.A	4.C	5.B	6.D	7.A	8.C	9.C	10.B
11.B	12.A	13.B	14.D	15.D	16.C	17.A	18.C	19.B	20.D
21.C	22.B	23.B	24.B	25.D	26.B	27.D	28.C	29.D	30.C
31.D	32.B	33.A	34.A	35.D	36.A	37.A	38.C	39.A	40.A

RÈN LUYỆN LẦN 4

- Câu 1.** Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 5 năm người đó mới rút lãi thì số tiền lãi người đó nhận được gần nhất với số tiền nào dưới đây ? Nếu trong khoảng thời gian này người này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi.

A. 20,128 triệu đồng. B. 17,5 triệu đồng.
C. 70,128 triệu đồng. D. 67,5 triệu đồng.

Câu 2. Một người gửi số tiền 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4% / năm. Cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Người đó sẽ lĩnh được số tiền cả vốn lẫn lãi là 80 triệu đồng sau n năm. Hỏi nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi thì n gần nhất với số nào dưới đây.

A. 4. B. 6. C. 5. D. 7.

Câu 3. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $r = 0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó với tiền lãi của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu.

A. 45 tháng. B. 46 tháng. C. 47 tháng. D. 44 tháng.

Câu 4. Một người gửi tiết kiệm với số tiền gửi là A đồng với lãi suất 6% một năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính gốc cho năm tiếp theo. Sau 10 năm người đó rút ra được số tiền gốc lẫn lãi nhiều hơn số tiền ban đầu là 100 triệu đồng ? Hỏi người đó phải gửi số tiền A bằng bao nhiêu ?

A. 145037058,3 đồng. B. 55839477,69 đồng.
C. 126446589 đồng. D. 111321563,5 đồng.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $m^2 - n^2 = -312$. B. $m^2 - n^2 = 312$. C. $m^2 + n^2 = 543$. D. $m^2 + n^2 = 409$.

Câu 6. Cho $\log_{ab} a = 4$. Giá trị của $\log_{ab} \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$ bằng

A. $\frac{17}{6}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{15}{2}$. D. $\frac{13}{3}$.

Câu 7. Cho các số thực a, b . Giá trị của biểu thức $A = \log_2 \frac{1}{2^a} + \log_2 \frac{1}{2^b}$ bằng

A. $-a - b$. B. $-ab$. C. $a + b$. D. ab .

Câu 8. Cho x, y thỏa $\log_8 x + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_4 x^2 + \log_8 y = 7$. Giá trị của xy bằng

- A. 1024. B. 256. C. 2048. D. 512.

Câu 9. Cho $x = 2018!$. Tính $A = \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$.

- A. $A = \frac{1}{2017}$. B. $A = 2018$. C. $A = \frac{1}{2018}$. D. $A = 2017$.

Câu 10. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^x + 2^y = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy$ bằng

- A. 18. B. 12. C. 16. D. 21.

Câu 11. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\frac{\log_3 5 \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khẳng định nào **đúng** ?

- A. $a = b \log_6 2$. B. $a = 36b$. C. $2a + 3b = 0$. D. $a = b \log_6 3$.

Câu 12. Cho $0 < a, b \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

- A. $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \frac{1}{3} \log_2 b$. B. $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + 3 \log_2 b$.
C. $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b$. D. $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - 3 \log_2 b$.

Câu 13. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

- A. $\log(a + 1) + \log b = 1$. B. $\log \frac{a + 3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.
C. $3 \log(a + 3b) = \log a - \log b$. D. $2 \log(a + 3b) = 2 \log a + \log b$.

Câu 14. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_4 a = \log_{25} b = \log \frac{4b - a}{2}$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

- A. $6 - 2\sqrt{5}$. B. $\frac{3 + \sqrt{5}}{8}$. C. $6 + 2\sqrt{5}$. D. $\frac{3 - \sqrt{5}}{8}$.

Câu 15. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 2)^{-4} + \log_4(x - 1)$ là

- A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (1; 2)$.
C. $\mathcal{D} = (1; 2) \cup (2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Câu 16. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \left[x^2(x + 3) \right]^{\sqrt{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-3; +\infty) \setminus \{0\}$.
C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$.

Câu 17. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log \frac{2 - x}{x + 3}$.

- A. $\mathcal{D} = (-3; 2)$. B. $\mathcal{D} = [-3; 2]$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup [2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

Câu 18. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(x - 2 - \sqrt{x^2 - 3x - 10})$ là

- A. $\mathcal{D} = [5; 14]$. B. $\mathcal{D} = (2; 14)$. C. $\mathcal{D} = (2; 14]$. D. $\mathcal{D} = [5; 14)$.

Câu 19. Tìm tham số m để hàm số $y = \log_3(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định $\forall x \in (1; 2)$.

- A. $m \geq -\frac{1}{3}$. B. $m \geq \frac{3}{4}$. C. $m > \frac{3}{4}$. D. $m < -\frac{1}{3}$.

Câu 20. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

- A. $m < \frac{1}{4}$. B. $m > 0$. C. $m \geq \frac{1}{4}$. D. $m > \frac{1}{4}$.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x^3}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $y' = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$. B. $y' = \frac{7}{6}\sqrt[6]{x}$. C. $y' = \frac{6}{7\sqrt[7]{x}}$. D. $y' = \sqrt[9]{x}$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 7^{2x} - \log_2(5x)$.

- A. $y' = \frac{2 \cdot 7^{2x}}{\ln 5} 7 - \frac{\ln 2}{5x}$. B. $y' = 2 \cdot 7^{2x} \cdot \ln 7 - \frac{1}{x \ln 5}$.
C. $y' = 2 \cdot 7^{2x} \cdot \ln 7 - \frac{1}{x \ln 2}$. D. $y' = \frac{2 \cdot 7^{2x}}{\ln 7} - \frac{\ln 2}{5x}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \ln(e^x + m^2)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1) = \frac{1}{2}$.

- A. $m = e$. B. $m = -e$. C. $m = \frac{1}{e}$. D. $m = \pm\sqrt{e}$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017) + f'(2018)$.

- A. $S = \frac{2018}{2019}$. B. $S = 1$. C. $S = \ln 2018$. D. $S = 2018$.

Câu 25. Cho hàm số $y = x^2 \cdot e^{-x}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số không có điểm cực trị.
B. Hàm số chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 26. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

- A. Hàm số $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.
B. Hàm số $y = \log_{0,2} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
C. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
D. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Câu 27. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của chúng?

- A. $y = \ln x$. B. $y = e^{-x}$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = \log_{\frac{1}{5}} x$.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 3 \ln x$ trên đoạn $[1; e]$ bằng

- A. 1. B. $3 - 3 \ln 3$. C. e . D. $e - 3$.

Câu 29. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \log_2(2 - x)$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tổng $a + b$ bằng

- A. 5. B. 0. C. 6. D. 7.

Câu 30. Cho $P = 9 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - \log_{\frac{1}{3}} a^3 + 1$ với $a \in \left[\frac{1}{27}; 3\right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P . Tính $S = 4M - 3m$ bằng

- A. 42. B. 38. C. $\frac{109}{9}$. D. $\frac{83}{2}$.

Câu 31. Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4 \log_c(ab)$ đạt giá trị nhất m khi $\log_b c = n$. Giá trị $m + n$ bằng

- A. $m + n = 12$. B. $m + n = \frac{25}{2}$. C. $m + n = 14$. D. $m + n = 10$.

Câu 32. Điều kiện của a để hàm số $f(x) = (1 + \ln a)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $\frac{1}{e} < a < 1$. B. $a > 1$. C. $a > 0$. D. $a > e$.

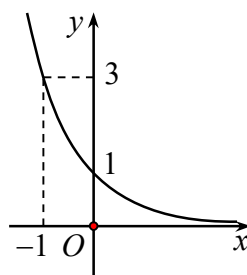
Câu 33. Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = (\sqrt{3})^x$.

B. $y = \frac{1}{2^x}$.

C. $y = (\sqrt{2})^x$.

D. $y = \frac{1}{3^x}$.



Câu 34. Cho các hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ.

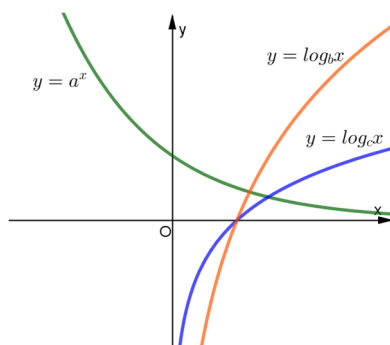
Chọn khẳng định **đúng** ?

A. $c > b > a$.

B. $b > a > c$.

C. $a > b > c$.

D. $b > c > a$.



Câu 35. Đồ thị hàm số $y = g(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) qua điểm $I(1; 1)$. Giá trị của biểu thức $g\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng

- A. 2016. B. -2020. C. 2020. D. -2016.

- Câu 36.** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1}$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $\log_3 u_n < \ln 2018$ bằng
A. 1419. B. 1418. C. 1420. D. 1417.
- Câu 37.** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right)$ bằng
A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.
- Câu 38.** Cho x, y với $x \geq 0$ thỏa mãn $5^{x+3y} + 5^{xy+1} + x(y+1) + 1 = 5^{-xy-1} + \frac{1}{5^{x+3y}} - 3y$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y + 1$. Mệnh đề nào đúng?
A. $m \in (0;1)$. B. $m \in (1;2)$. C. $m \in (2;3)$. D. $m \in (-1;0)$.
- Câu 39.** Cho hàm số $f(x) = (a^2 + 1) \ln^{2017}(x + \sqrt{1+x^2}) + bx \sin^{2018} x + 2$ với a, b là các số thực và $f(7^{\log 5}) = 6$. Tính $f(-5^{\log 7})$.
A. $f(-5^{\log 7}) = 2$. B. $f(-5^{\log 7}) = 4$. C. $f(-5^{\log 7}) = -2$. D. $f(-5^{\log 7}) = 6$.
- Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |e^{2x} - 4e^x + m|$ trên đoạn $[0; \ln 4]$ bằng 6.
A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 4

1.A	2.B	3.A	4.C	5.B	6.A	7.A	8.D	9.B	10.A
11.B	12.D	13.B	14.A	15.C	16.B	17.A	18.D	19.B	20.D
21.B	22.C	23.D	24.A	25.D	26.D	27.A	28.D	29.A	30.A
31.A	32.B	33.D	34.A	35.D	36.A	37.C	38.A	39.C	40.D

RÈN LUYỆN LẦN 5

Câu 1. Cho $9^x + 9^{-x} = 14$ thỏa $\frac{6 + 3(3^x + 3^{-x})}{2 - 3^{x+1} - 3^{1-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P = ab$.

- A. $P = 10$. B. $P = -10$. C. $P = -45$. D. $P = 45$.

Câu 2. Cho $a > 0, b > 0$ và biểu thức $T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$. Khi đó

- A. $T = \frac{2}{3}$. B. $T = \frac{1}{2}$. C. $T = 1$. D. $T = \frac{1}{3}$.

Câu 3. Đặt $t = \log_4 \left(\frac{x}{2} \right)$ thì $x^{\log_2 \sqrt{6}}$ bằng

- A. $6^{t\sqrt{6}}$. B. $6^t \cdot \sqrt{6}$. C. $4^{t\sqrt{6}}$. D. $2^{1+t\sqrt{6}}$.

Câu 4. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^{\frac{1}{3}} + \sqrt{2-x}$.

- A. $\mathcal{D} = (-1; 2]$. B. $\mathcal{D} = [-1; 2]$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2]$. D. $\mathcal{D} = (-1; 2)$.

Câu 5. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x-2)^{-4} + \log_4(x-1)$ là

- A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (1; 2)$.
C. $\mathcal{D} = (1; 2) \cup (2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Câu 6. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2}}$ là

- A. $\mathcal{D} = (-2; 2)$. B. $\mathcal{D} = [0; 2)$.
C. $\mathcal{D} = (0; 2)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup [0; 2)$.

Câu 7. Có mấy số tự nhiên m để hàm số $y = \frac{\log_3 \sqrt{x-m}}{\sqrt{2m+1-x}}$ xác định trên $(2; 3)$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 8. Cho hàm số $y = \sqrt{\log_2(x^2 - 3x + m)} - 1$. Tìm m để hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

- A. $m \leq \frac{9}{4}$. B. $m \leq \frac{17}{4}$. C. $m \geq \frac{17}{4}$. D. $m \geq \frac{9}{4}$.

Câu 9. Cho ba số thực dương a, b, c đều khác 1 thỏa đồng thời $\log_a b = 2 \log_b c = 4 \log_c a$ và $a + 2b + 3c = 48$. Khi đó $P = abc$ bằng bao nhiêu?

- A. 324. B. 243. C. 521. D. 512.

Câu 10. Tính tổng $S = \sqrt{2018} [f(-2017) + f(-2016) + \dots + f(0) + f(1) + \dots + f(2018)]$. Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{1}{2018^x + \sqrt{2018}}$.

- A. $S = 2018$. B. $S = \frac{1}{2018}$. C. $S = \sqrt{2018}$. D. $S = \frac{\sqrt{2018}}{2018}$.

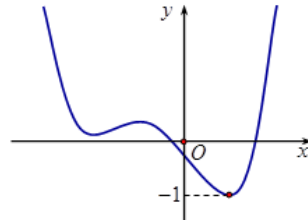
- Câu 11.** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right)$ bằng
- A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.
- Câu 12.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_2 5} = 4, b^{\log_4 6} = 16, c^{\log_7 3} = 49$. Tính giá trị $T = a^{\log_2 5} + b^{\log_4 6} + 3c^{\log_7 3}$.
- A. $T = 126$. B. $T = 5 + 2\sqrt{3}$. C. $T = 88$. D. $T = 3 - 2\sqrt{3}$.
- Câu 13.** Cho a, b thỏa mãn $a > b > \frac{4}{3}$ và biểu thức $P = 16 \log_a \left(\frac{a^3}{12b - 16} \right) + 3 \log_{\frac{a}{b}} a$ có giá trị nhỏ nhất. Tính $a + b$.
- A. $\frac{7}{2}$. B. 4. C. $\frac{11}{2}$. D. 6.
- Câu 14.** Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\log_{100} a = \log_{40} b = \log_{16} \frac{a - 4b}{12}$. Giá trị $\frac{a}{b}$ bằng
- A. 4. B. 12. C. 6. D. 2.
- Câu 15.** Cho $a, b > 1$ thỏa $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Giá trị lớn nhất của $\sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$ bằng
- A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$. B. $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$.
C. $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$. D. $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.
- Câu 16.** Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thỏa $\log(x + y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z + 1$. Giá trị của $a + b$ bằng
- A. $\frac{31}{2}$. B. $\frac{29}{2}$. C. $-\frac{31}{2}$. D. $-\frac{25}{2}$.
- Câu 17.** Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn $\log_a b = \frac{3}{2}$ và $\log_c d = \frac{5}{4}$. Nếu $a - c = 9$ thì $b - d$ nhận giá trị nào?
- A. 93. B. 85. C. 71. D. 76.
- Câu 18.** Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng
- A. 6. B. 9. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.
- Câu 19.** Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.
- A. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$. B. $m < -2$ hoặc $m = 1$.
C. $m < -2$. D. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{2^{x+1} + 1}{2^x - m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m trong khoảng $(-50; 50)$ để hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$. Số phần tử của S là

- A. 48. B. 47. C. 50. D. 49.

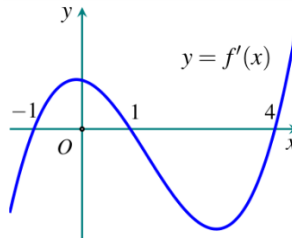
Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = 2^{f(x)} - 3^{f(x)}$.

- A. 6
B. 5
C. 4
D. 3



Câu 22. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = e^{2f(x)+1} + 5^{f(x)}$.

- A. 1
B. 2
C. 4
D. 3



Câu 23. Cho hàm số $f(x) = e^{10x+20}$. Tìm đạo hàm cấp 2018 của $f(x)$ là $f^{(2018)}(x)$ bằng

- A. $f^{(2018)}(x) = 200 \cdot e^{10x+20}$. B. $f^{(2018)}(x) = 10^{2018} \cdot 20^{1009} \cdot e^{10x+20}$.
C. $f^{(2018)}(x) = 10! \cdot e^{10x+20}$. D. $f^{(2018)}(x) = 10^{2018} \cdot e^{10x+20}$.

Câu 24. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A. $y = 4x - 4$. B. $y = (4 \ln 2)x - 8 \ln 2 + 4$.
C. $y = 4(1 + \ln 2)x - 8 \ln 2 - 4$. D. $y = 2x$.

Câu 25. Cho hàm số $y = \left(\frac{2017}{2018} \right)^{-e^{5x} + (m+3)e^x + 2}$. Biết rằng $\forall m \leq a \cdot e^b + c$ (với $a, b, c \in \mathbb{Z}$) thì hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; 5)$. Tổng $S = a + b + c$ bằng

- A. 7. B. 9. C. 8. D. 10.

Câu 26. Tìm m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $m \in (-\infty; -1)$. B. $m \in (-1; 1)$. C. $m \in [-1; 1]$. D. $m \in (-\infty; -1]$.

Câu 27. Tìm m để hàm số $y = 8^{\cot x} + (m - 3) \cdot 2^{\cot x} + 3m - 2$ đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4}; \pi \right)$.

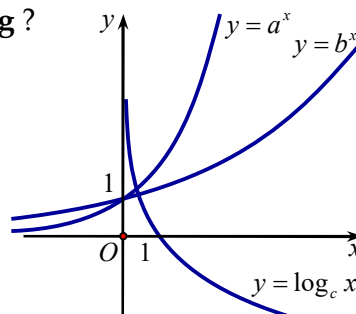
- A. $-9 \leq m < 3$. B. $m \leq 3$. C. $m \leq -9$. D. $m < -9$.

Câu 28. Cho $m = \log_a(\sqrt[3]{ab})$ với $a, b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m để $P_{\min}$.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 4$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

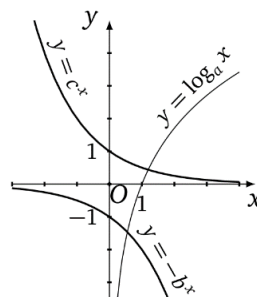
Câu 29. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $a < b < c$.
B. $c < b < a$.
C. $a < c < b$.
D. $c < a < b$.

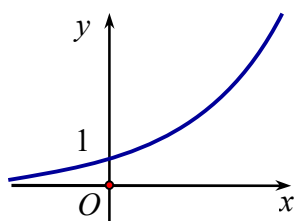


Câu 30. Xét các hàm số $y = \log_a x$, $y = -b^x$, $y = c^x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó a, b, c là các số thực dương khác 1. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

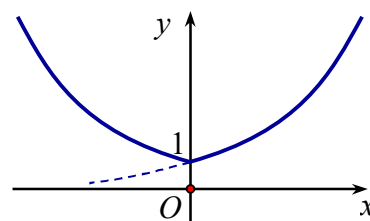
- A. $\log_c (a + b) > 1 + \log_c 2$.
B. $\log_{ab} c > 0$.
C. $\log_a \frac{b}{c} > 0$.
D. $\log_b \frac{a}{c} < 0$.



Câu 31. Cho hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ có đồ thị là hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

- A. $y = (\sqrt{2})^{|x|}$. B. $y = -|(\sqrt{2})^x|$. C. $y = |(\sqrt{2})^x|$. D. $y = -(\sqrt{2})^x$.

Câu 32. Cho hai đường cong $(C_1): y = 3^x(3^x - m + 2) + m^2 - 3m$ và $(C_2): y = 3^x + 1$. Để (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau thì giá trị của tham số m bằng

- A. $\frac{5 - 2\sqrt{10}}{3}$. B. $\frac{5 + 3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{5 + 2\sqrt{10}}{3}$. D. $\frac{5 - 3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Giá trị của $m - n^2$ bằng

- A. -1. B. 1. C. 2018. D. -2018.

Câu 34. Cho $a, b > 0$ thỏa $b^2 = 3ab + 4a^2$ và $a \in [4; 2^{32}]$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_b 4a + \frac{3}{4} \log_2 \frac{b}{4}$. Tính tổng $T = M + m$.

- A. $T = \frac{1897}{62}$. B. $T = \frac{3701}{124}$. C. $T = \frac{2957}{124}$. D. $T = \frac{7}{2}$.

Câu 35. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 5^{100}$ bằng

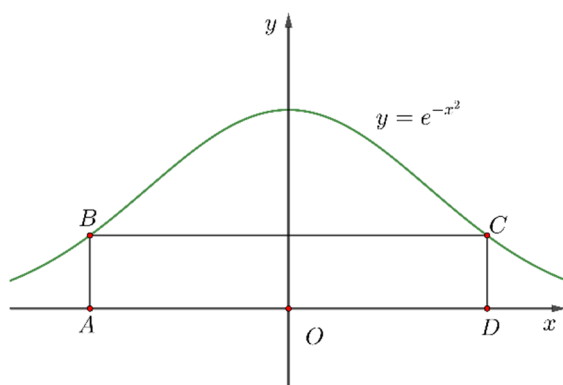
- A. 248. B. 246. C. 247. D. 290.

Câu 36. Cho cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(\log_2(b_2)) + 2 = f(\log_2(b_1))$. Giá trị nhỏ nhất của n để $b_n > 5^{100}$ bằng

- A. 234. B. 229. C. 333. D. 292.

Câu 37. Cho đồ thị hàm số $y = e^{-x^2}$ như hình vẽ với $ABCD$ là hình chữ nhật thay đổi sao cho B và C luôn thuộc đồ thị hàm số đã cho. Cạnh AD nằm trên trục hoành. Giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

- A. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$.
B. $\frac{2}{e}$.
C. $\frac{\sqrt{2}}{e}$.
D. $\frac{2}{\sqrt{e}}$.



Câu 38. Cho hàm số $y = \log_{2018} \frac{1}{x}$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C_2) . Biết (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua gốc tọa độ. Hàm số $y = |f(x)|$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{2018^x + 2018^{-x}}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x)$ là hàm số chẵn. B. $f(x)$ là hàm số lẻ.
C. $f(x)$ là hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. D. $f(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 40. Một người mỗi đầu tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết đến cuối tháng thứ 15 thì người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

A. 635.000. B. 535.000. C. 613.000. D. 643.000.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 5

1.C	2.C	3.B	4.A	5.C	6.B	7.B	8.C	9.B	10.A
11.C	12.C	13.D	14.C	15.A	16.B	17.A	18.C	19.C	20.D
21.D	22.D	23.D	24.C	25.D	26.D	27.C	28.C	29.B	30.C
31.A	32.C	33.A	34.B	35.C	36.A	37.A	38.A	39.A	40.A

§ 3 PHƯƠNG TRÌNH MŨ – PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

☆☆☆

Dạng toán 1: Phương trình mũ & lôgarit cơ bản (hay đưa về cùng cơ số)

1. Phương trình mũ cơ bản $a^x = b$, ($a > 0$, $a \neq 1$).

Nếu $b > 0$ thì phương trình $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$.

Nếu $b \leq 0$ thì phương trình $a^x = b$ vô nghiệm.

2. Phương trình lôgarit cơ bản $\log_a x = b$, ($a > 0$, $a \neq 1$).

Theo định nghĩa lôgarit, ta có phương trình $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.

3. Phương trình đưa về cùng cơ số

Phương pháp:

Đặt điều kiện, rồi sử dụng công thức mũ và lôgarit để đưa về một trong những dạng sau:

① Nếu $a > 0$, $a \neq 1$ thì $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

② Nếu a chứa ẩn x thì $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$.

③ $a^{f(x)} = b^{g(x)}$, $(*)$, với $a.b = 1$. Ta sẽ giải như sau:

Ta có: $a.b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{a} = a^{-1}$ nên phương trình $(*) \Leftrightarrow a^{f(x)} = a^{-g(x)} \Leftrightarrow f(x) = -g(x)$.

④ $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

Lưu ý : Sau khi giải tìm nghiệm, ta nên so sánh với điều kiện ban đầu.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

1. Giải phương trình $2^{x^2-9x+16} = 4$.

A. $x = 2$, $x = 7$.

B. $x = 4$, $x = 5$.

C. $x = 1$, $x = 8$.

D. $x = 3$, $x = 6$.

Lời giải. Ta có: $2^{x^2-9x+16} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 16 = \log_2 4$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9x + 16 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 7 \end{cases}$$

Chọn đáp án A.

2. Tìm tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-5x+6} = 1$.

A. $S = \{1; 2\}$.

B. $S = \{1; 6\}$.

C. $S = \{-6; -1\}$.

D. $S = \{2; 3\}$.

3. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $3^{x^4-3x^2} = 81$.

A. $S = 0$.

B. $S = 1$.

C. $S = 3$.

D. $S = 4$.

4. Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của phương trình $9^{x-1} = 3^{x^2-2}$. Giá trị $2^{x_1} + 3^{x_2}$ bằng

A. 5.

B. 10.

C. 11.

D. 28.

Lời giải. Ta có: $9^{x-1} = 3^{x^2-2} \Leftrightarrow 3^{2x-2} = 3^{x^2-2} \Leftrightarrow 2x-2 = x^2-2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow 2^{x_1} + 3^{x_2} = 2^0 + 3^2 = 10. \text{ Chọn B.}$$

5. Giải phương trình $4^{2x+5} = 2^{2-x}$.

A. $x = -\frac{8}{5}$. B. $x = \frac{12}{5}$.

C. $x = 3$. D. $x = \frac{8}{5}$.

6. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$.

A. 0.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

7. Giải phương trình $9^{|3x-1|} = 3^{8x-2}$.

A. $x = 0, x = \frac{2}{7}$.

B. $x = \frac{2}{7}$.

C. $x = 0$.

D. $x = \frac{3}{7}; x = \frac{2}{7}$.

Cần nhớ: $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \\ A = -B \end{cases}$ và $|A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$.

8. Giải phương trình $5^{|4x-6|} = 25^{3x-4}$.

A. $x = \frac{7}{5}$. B. $x = \frac{5}{7}$.

C. $x = \frac{3}{4}$. D. $x = \frac{4}{3}$.

9. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phương trình $5^{x^2-x-1} \cdot 3^{x^2-x+2} = 27$. Giá trị $x_1 + x_2 + x_1x_2$ bằng	
A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.	Lời giải. PT $\Leftrightarrow \frac{5^{x^2-x}}{5^1} \cdot 3^{x^2-x} \cdot 3^2 = 27 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot (5 \cdot 3)^{x^2-x} = 27$ $\Leftrightarrow 15^{x^2-x} = 15 \Leftrightarrow x^2 - x = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0$. Theo Viét ta có $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1x_2 = -1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_1x_2 = 1 - 1 = 0$.
10. Giải phương trình $3^x \cdot 5^{x-1} = 7$.	
A. $x = \log_{15} 35$. B. $x = \log_{21} 5$. C. $x = \log_{21} 35$. D. $x = \log_{15} 21$.	
11. Giải phương trình $6^{x^2+1} \cdot 2^{x^2-1} = 36$.	
A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -1, x = 1$. D. $x = 2$.	
12. Giải phương trình $3^{x^2} - 2^{x^2-1} = 2^{x^2+2} - 3^{x^2-1}$.	
A. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $x = \pm \sqrt{3}$. C. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $x = \pm \sqrt{2}$.	Lời giải. $3^{x^2} - 2^{x^2-1} = 2^{x^2+2} - 3^{x^2-1} \Leftrightarrow 3^{x^2} + 3^{x^2-1} = 2^{x^2+2} + 2^{x^2-1}$ $\Leftrightarrow 3^{x^2} + \frac{3^{x^2}}{3} = 2^{x^2} \cdot 2^2 + \frac{2^{x^2}}{2} \Leftrightarrow 3^{x^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 2^{x^2} \cdot \left(4 + \frac{1}{2}\right)$ $\Leftrightarrow \frac{4}{3} \cdot 3^{x^2} = \frac{9}{2} \cdot 2^{x^2} \Leftrightarrow \frac{3^{x^2}}{2^{x^2}} = \frac{27}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$ $\Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{3}$. Chọn đáp án D.
13. Giải phương trình $3^{x+5} - 3^x = 121$.	
A. $x = \log_2 3$. B. $x = -\log_3 2$. C. $x = \log_3 2$. D. $x = -\log_2 3$.	
14. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+1} + 4^{x-1} = 272$.	
A. $S = \{1\}$. B. $S = \{3\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{5\}$.	

15. Tìm tập nghiệm S của phương trình $7.3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$.

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{-1\}$.

C. $S = \{-2\}$.

D. $S = \{2\}$.

16. Giải phương trình $4^{-x} - 3^{-x-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}-x} - 2^{-2x-1}$.

A. $x = -\frac{3}{2}$. B. $x = \frac{1}{2}$.

C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $x = \frac{3}{2}$.

17. Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của $(\sqrt{17} + 4)^{\frac{2x-1}{3x}} = (\sqrt{17} - 4)^{\frac{x-1}{x+1}}$. Giá trị của $\frac{x_1}{x_2}$ là

A. $\frac{-7-2\sqrt{6}}{5}$.

B. $\frac{-7+2\sqrt{6}}{5}$.

C. $\frac{1-\sqrt{6}}{5}$.

D. $\frac{1+\sqrt{6}}{5}$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} 3x \neq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Ta có: $(\sqrt{17} + 4)(\sqrt{17} - 4) = 17 - 16 = 1$

$\Rightarrow (\sqrt{17} - 4) = \frac{1}{\sqrt{17} + 4} = (\sqrt{17} + 4)^{-1}$. Khi đó phương trình:

$$(\sqrt{17} + 4)^{\frac{2x-1}{3x}} = (\sqrt{17} - 4)^{\frac{x-1}{x+1}} \Leftrightarrow (\sqrt{17} + 4)^{\frac{2x-1}{3x}} = (\sqrt{17} + 4)^{-\frac{x-1}{x+1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-1}{3x} = \frac{1-x}{x+1} \Leftrightarrow (2x-1)(x+1) = 3x(1-x)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - x - 1 = 3x - 3x^2 \Leftrightarrow 5x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = \frac{1-\sqrt{6}}{5}, x_2 = \frac{1+\sqrt{6}}{5} \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{-7+2\sqrt{6}}{5}. \text{ Chọn B.}$$

18. Tìm tổng các nghiệm của phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} = (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$.

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

19. Giải phương trình $(\sqrt{6} + \sqrt{35})^{\frac{2x+5}{2x+1}} = (\sqrt{6} - \sqrt{35})^{\frac{2x-1}{2x-5}}$.

A. $x = \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$.

B. $x = \pm \sqrt{14}$.

C. $x = \pm \frac{\sqrt{14}}{2}$.

D. $x = \pm \sqrt{11}$.

20. Giải phương trình $2^{x^2+x} - 4.2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$.	
A. $x = 0, x = 1$. B. $x = 1, x = 2$. C. $x = 0, x = 2$. D. $x = 1, x = 3$.	Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow (2^{x^2+x} - 2^{2x}) - (4.2^{x^2-x} - 4) = 0$ $\Leftrightarrow 2^{2x} \cdot (2^{x^2-x} - 1) - 4 \cdot (2^{x^2-x} - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (2^{x^2-x} - 1) \cdot (2^{2x} - 4) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-x} - 1 = 0 \\ 2^{2x} - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-x} = 1 = 2^0 \\ 2^{2x} = 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ 2x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$
21. Biết phương trình $12.3^x + 3.15^x - 5^{x+1} = 20$ có nghiệm $x = \log_3 \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a > 0, b > 0$. Giá trị của biểu thức $P = ab$ bằng	
A. 12. B. 20. C. 15. D. 30.	
22. Giải phương trình $25.2^x - 10^x + 5^x = 25$.	
A. $x = 0$ hoặc $x = 2$. B. $x = 1$ hoặc $x = 2$. C. $x = 0$ hoặc $x = 3$. D. $x = 2$ hoặc $x = 3$.	
23. Giải phương trình $4^x + 3^{2x+1} = 3.18^x + 2^x$.	
A. $x = 1, x = \log_3 2$. B. $x = 0, x = \log_2 3$. C. $x = 0, x = \log_{\frac{9}{2}} \frac{1}{3}$. D. $x = 1, x = \log_2 3$.	
24. Giải phương trình $x^2.6^{-x} + 6^{\sqrt{x}+2} = x^2.6^{\sqrt{x}} + 6^{2-x}$.	
A. $x = 1, x = 6$. B. $x = 0, x = 6$. C. $x = 0, x = 1$. D. $x = 2, x = 3$.	
25. Giải phương trình $4x^2 + x.2^{x^2+1} + 3.2^{x^2} = x^2.2^{x^2} + 8x + 12$.	
A. $S = \{-1; \pm\sqrt{2}; 3\}$. B. $S = \{-1; \sqrt{2}; 3\}$. C. $S = \{-1; -\sqrt{2}; 3\}$. D. $S = \{-1; \pm\sqrt{2}\}$.	

26. Giải phương trình $4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4}$.	
A. $x = 1, x = 3$.	
B. $x = 1, x = 2$.	
C. $x = 2, x = 3$.	
D. $x = 2, x = 4$.	

27. Giải phương trình $2^{x-3} = 3^{x^2-5x+6}$.	
A. $x = 3, x = \log_3 18$.	Lời giải. Ta có $2^{x-3} = 3^{x^2-5x+6} \Leftrightarrow 2^{x-3} = 3^{(x-3)(x-2)}$ Lấy lôgarit cơ số 3 hai vế thì $(*) \Leftrightarrow \log_3 [2^{x-3}] = \log_3 [3^{(x-3)(x-2)}]$ $\Leftrightarrow (x-3) \cdot \log_3 2 = (x-3)(x-2)$ $\Leftrightarrow (x-3) \cdot (\log_3 2 - x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \Leftrightarrow x=3 \\ x=2+\log_3 2 = \log_3 18 \end{cases}$
B. $x = 3, x = \log_3 8$.	
C. $x = 2, x = \log_3 12$.	
D. $x = 2, x = \log_3 18$.	

28. Giải phương trình $5^{x^2-5x+6} = 2^{x-3}$.	
A. $x = 3, x = \log_5 40$.	
B. $x = 2, x = \log_3 18$.	
C. $x = 3, x = \log_5 50$.	
D. $x = 5, x = 2\log_2 3$.	

29. Giải phương trình $2^{x+3} = 5^{x^2+2x-3}$.	
A. $x = -3, x = \log_5 2$.	
B. $x = -3, x = \log_5 4$.	
C. $x = 3, x = \log_4 5$.	
D. $x = 3, x = \log_2 5$.	

30. Giải phương trình $5^x \cdot 8^{\frac{x-1}{x}} = 500$.	
A. $x = -1, x = 3$.	
B. $x = -1, x = \log_5 2$.	
C. $x = 3, x = -\log_5 2$.	
D. $x = 3, x = \log_5 2$.	

31. Giải phương trình $2^{x^2-4} \cdot 5^{2-x} = 1$.	
A. $x = 2, x = \log_2 5$.	
B. $x = -2, x = 2 + \log_2 5$.	
C. $x = 2, x = 4$.	
D. $x = 2, x = \log_2 5 - 2$.	

32. Giải phương trình $5^x.2^{\frac{2x-1}{x+1}} = 50$.	
A. $x = 2, x = 1 + \log_2 5$.	
B. $x = 2, x = -1 + \log_2 5$.	
C. $x = 2, x = 1 - \log_2 5$.	
D. $x = -2, x = \log_2 5$.	
33. Giải phương trình $5^{x-1}.2^{2x^2-x+1} = 10.8^x$.	
A. $x = 2, x = \log_2 5$.	
B. $x = -2, x = -\log_2 5$.	
C. $x = 2, x = -\frac{1}{2}\log_2 5$.	
D. $x = 1, x = 2$.	
34. Giải phương trình $\log_2(x-2) + 3\log_8(3x-5) - 2 = 0$.	
A. $x = 3, x = \frac{2}{3}$.	Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} x-2 > 0 \\ 3x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$. Phương trình $\Leftrightarrow \log_2(x-2) + 3\log_{2^3}(3x-5) = 2$ $\Leftrightarrow \log_2(x-2) + \log_2(3x-5) = 2$ $\Leftrightarrow \log_2[(x-2).(3x-5)] = 2$ $\Leftrightarrow (x-2)(3x-5) = 2^2 = 4 \Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = \frac{2}{3}$. So với điều kiện, nghiệm là $x = 3$. Chọn đáp án B.
B. $x = 3$.	
C. $x = \frac{2}{3}$.	
D. $x = 3, x = \frac{7}{3}$.	
35. Giải phương trình $\log_2(x^2 + x + 2) = 3$.	
A. $x = 2$.	
B. $x = 2, x = -3$.	
C. $x = -3$.	
D. $x = -1$.	
36. Giải phương trình $\log_3(2^x - 1) = 4$.	
A. $x = \log_2 82$.	
B. $x = \log_2 65$.	
C. $x = \log_2 81$.	
D. $x = \log_2 66$.	

37. Giải phương trình $2\log_4 x + \log_2(x - 3) = 2$.

- A. $x = 16$.
- B. $x = 1$.
- C. $x = 4$.**
- D. $x = 3$.

38. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x^2 - 2x + 3) - \frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(x + 1) = 1$.

- A. $S = \{5\}$.
- B. $S = \{0; 5\}$.
- C. $S = \{0; 5\}$.**
- D. $S = \{1; 5\}$.

39. Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{3}\log_{\sqrt[3]{3}}(x^2 + 4x) + \log_3 4 \cdot \log_{\frac{1}{4}}(2x + 3) = 0$ là

- A. 3.
- B. 2.
- C. 1.**
- D. 0.

40. Giải phương trình $\log_2(x - 3) + 2\log_4 3 \cdot \log_3 x = 2$.

- A. $x = 2$.
- B. $x = 4$.**
- C. $x = 5$.
- D. $x = 4, x = 5$.

41. Giải phương trình $\log_4(x + 3) - \log_2 2018 \cdot \log_{2018} \sqrt{x - 1} = 2 - 3\log_4 2$.

- A. $x = \log_2 5, x = 5$.
- B. $x = 5$.**
- C. $x = 2, x = \log_2 5$.
- D. $x = 3$.

42. Giải phương trình $\log_3(x-2) + \log_{\sqrt{3}}\sqrt{x+3} = 1 + \log_3 2$.

- A. $x = 4$.
B. $x = 3$.
C. $x = 3, x = \log_2 3$.
D. $x = 4, x = \log_2 3$.

43. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 8.
B. $6 + \sqrt{2}$.
C. $4 + \sqrt{2}$.
D. $8 + \sqrt{2}$.

Cần nhớ:

- $A^{2n} > 0 \Leftrightarrow A \neq 0$.
- $\log_a b^{2n} = 2n \cdot \log_a |b|$.
- $A = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$.
- $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B > 0 \\ A = B \\ A = -B \end{cases}$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} 2x-2 > 0 \\ (x-3)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 2 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Phương trình $\Leftrightarrow 2\log_2(2x-2) + 2\log_2|x-3| = 2$

$\Leftrightarrow \log_2(2x-2) + \log_2|x-3| = 1$

$\Leftrightarrow \log_2[(2x-2)|x-3|] = 1 \Leftrightarrow (2x-2)|x-3| = 2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ (2x-2)(x-3) = 2 \\ x-3 < 0 \\ -(2x-2)(x-3) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 2x^2 - 8x + 4 = 0 \\ x < 3 \\ -2x^2 + 8x - 8 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = 2 \pm \sqrt{2} \\ x < 3 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow S = 4 + \sqrt{2}. \text{ Chọn C.}$

44. Phương trình $\log_4(x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x} + \log_8(4+x)^3$ có bao nhiêu nghiệm ?

- A. Một nghiệm.
B. Hai nghiệm
C. Ba nghiệm.
D. Bốn nghiệm.

45. Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{2}\log_9(x-1)^4 = 2\log_9(4x)$ là

- A. Một nghiệm.
- B. Ba nghiệm.
- C. Hai nghiệm.**
- D. Vô nghiệm.

46. Giải phương trình $\log_4 x^2 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} = 2$.

- A. $x = 2, x = 2 + \sqrt{8}$.
- B. $x = 2, x = 2 - \sqrt{8}$.**
- C. $x = 1, x = 2 - \sqrt{8}$.
- D. $x = 1, x = 2 + \sqrt{8}$.

47. Giải phương trình $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4}\log_4(x-1)^8 = \log_2(4x)$.

- A. $x = 3, x = 2\sqrt{3} + 3$.
- B. $x = 2, x = 2\sqrt{3} - 3$.
- C. $x = 3, x = 2\sqrt{3} - 3$.**
- D. $x = 2, x = 2\sqrt{3} + 3$.

48. Giải phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) \cdot \log_5 x = 2\log_3(x-2)$.

- A. $x = 3, x = 4$.
- B. $x = 3, x = 5$.**
- C. $x = 1, x = 3$.
- D. $x = 4, x = 5$.

49. Giải phương trình $2\log_9^2 x = \log_3 x \cdot \log_3(\sqrt{2x+1} - 1)$.

- A. $x = 1, x = 1 + \sqrt{2}$.
- B. $x = 4, x = 1 + \sqrt{2}$.
- C. $x = 1 + \sqrt{3}, x = 4$.
- D. $x = 1, x = 4$.**

50. Giải phương trình $\log^2 x - \log x \cdot \log_3(81x) + \log_{\sqrt{3}} x^2 = 0$.

A. $x = 1, x = 1000$.

B. $x = 1, x = 10000$.

C. $x = 1, x = 100$.

D. $x = 1, x = 10$.

51. Giải phương trình $\log_5 x \cdot \log_3 x = \log_5 x + \log_3 x$.

A. $x = 1, x = 10$.

B. $x = 3, x = 5$.

C. $x = 1, x = 15$.

D. $x = 1, x = 5$.

52. Giải phương trình $2\log_2 x \cdot \log_3 x + 5\log_2 x - 8\log_3 x = 20$.

A. $x = 16$ hoặc $x = \frac{\sqrt{3}}{27}$.

B. $x = 16$ hoặc $x = \frac{\sqrt{3}}{27}$.

C. $x = 4$ hoặc $x = \sqrt{3}$.

D. $x = 16$ hoặc $x = \sqrt{3}$.

53. Giải phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$.

A. $x = 16, x = 2\sqrt{2}$.

B. $x = 16$.

C. $x = 4, x = 16$.

D. $x = 4, x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

54. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

A. $\frac{80}{9}$.

B. $\frac{82}{9}$.

C. 9.

D. 0.

Dạng toán 2: Giải phương trình mũ – lôgarit bằng cách đặt ẩn phụ



① $P(a^{f(x)}) = 0 \xrightarrow{PP} \text{đặt } t = a^{f(x)}, t > 0.$

② $\alpha \cdot a^{2f(x)} + \beta \cdot (ab)^{f(x)} + \lambda b^{2f(x)} = 0 \xrightarrow{PP} \text{Chia hai vế cho } b^{2f(x)} \text{ và đặt } t = \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} > 0.$

(ba cơ số khác nhau $\longrightarrow$ chia cho cơ số nhỏ nhất hoặc cơ số lớn nhất)

③ $a^{f(x)} + b^{f(x)} = c, \text{ với } a \cdot b = 1 \xrightarrow{PP} \text{đặt } t = a^{f(x)} \Rightarrow b^{f(x)} = \frac{1}{t}.$

④ $\alpha \cdot a^{f(x)} + \frac{a^{f(x)} \cdot a^{g(x)}}{a^{g(x)}} + \beta \cdot a^{g(x)} + b = 0 \xrightarrow{PP} \text{đặt 2 ẩn } \begin{cases} u = a^{f(x)} > 0 \\ v = a^{g(x)} > 0 \end{cases} \text{ (hoặc đưa về tích).}$

⑤ $P(\log_a f(x)) = 0 \xrightarrow{PP} \text{đặt } t = \log_a f(x).$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

1. Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1, x_2, (x_1 < x_2)$. Chọn câu **đúng** ?

A. $x_1 \cdot x_2 = -1.$

B. $x_1 + 2x_2 = -1.$

C. $2x_1 + x_2 = 0.$

D. $x_1 + x_2 = -2.$

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ và đặt $t = 3^x > 0$ thì phương trình

$\Leftrightarrow 3t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3^x = 1 \\ t = 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 1 = 0 \\ x = \log_3 \frac{1}{3} = -1 \end{cases}.$

$x_1 = -1, x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + 2x_2 = -1.$ **Chọn đáp án B.**

2. Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $4^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 7 = 0$. Tính S .

A. $S = \log_2 7.$

B. $S = 12.$

C. $S = 28.$

D. $S = \log_2 28.$

3. Tìm tích T tất cả các nghiệm của phương trình $4^{x^2-1} - 6 \cdot 2^{x^2-2} + 2 = 0$.

A. $T = 2.$

B. $T = 8.$

C. $T = 6.$

D. $T = 4.$

4. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^x - 8.3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$. A. $S = \{\log_3 5; 2\log_3 5\}$. B. $S = \{2; \log_3 5\}$. C. $S = \{2; \log_3 25\}$. D. $S = \{2; 3\}$.	
5. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3.2^{\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}} - 8.2^{\frac{\sqrt{x}-1}{2}} + 4 = 0$. A. $S = \{9\}$. B. $S = \{3\}$. C. $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$. D. $S = \left\{\frac{1}{9}\right\}$.	
6. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12.2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0$. A. $S = \left\{\frac{9}{4}\right\}$. B. $S = \left\{\frac{9}{4}; 3\right\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{9\}$.	
7. Tìm tập nghiệm S của phương trình $(\sqrt[5]{3})^x + (\sqrt[10]{3})^{x-10} - 84 = 0$. A. $S = \{2\}$. B. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \{20\}$. D. $S = \{4\}$.	
8. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2.e^x + 2.e^{-x} - 5 = 0$. A. $S = \left\{\ln \frac{1}{2}\right\}$. B. $S = \{\ln 2\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = \{\pm \ln 2\}$.	Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 2.e^x + \frac{2}{e^x} - 5 = 0 \quad (*)$ Đặt $t = e^x > 0$ thì $(*) \Leftrightarrow 2t + \frac{2}{t} - 5 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = e^x = 2 \Rightarrow x = \log_e 2 = \ln 2 \\ t = e^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \log_e \frac{1}{2} = \ln \frac{1}{2} = \ln 2^{-1} = -\ln 2 \end{cases}$ Chọn D.

9. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{x+1} + 18 \cdot 3^{-x} = 29$.

A. $S = \left\{2; \log_3 \frac{2}{3}\right\}$.

B. $S = \{2; 1 - \log_3 2\}$.

C. $S = \{4; 1 - \log_2 3\}$.

D. $S = \{4; \log_3 2 - 1\}$.

10. Tìm tập nghiệm S của phương trình $7^x + 2 \cdot 7^{1-x} - 9 = 0$.

A. $S = \{1; \log_2 7\}$.

B. $S = \{1; \log_7 2\}$.

C. $S = \{\log_2 7\}$.

D. $S = \{1\}$.

11. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$.

A. $S = \{1; 2\}$.

B. $S = \{2; 4\}$.

C. $S = \{-1; 2\}$.

D. $S = \{-1; 4\}$.

12. Tìm tập nghiệm S của phương trình $7^{\sqrt{x}} + 2 \cdot 7^{1-\sqrt{x}} - 9 = 0$.

A. $S = \{1; \log_2^2 7\}$.

B. $S = \{1; \log_7 2\}$.

C. $S = \{1; \log_2 7\}$.

D. $S = \{1; \log_7^2 2\}$.

13. Tìm tập nghiệm S của phương trình $5 \cdot 2^{3|x-1|} - 3 \cdot 2^{5-3x} + 7 = 0$.

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{\pm 1\}$.

C. $S = \{1; 5\}$.

D. $S = \left\{1; \frac{1}{5}\right\}$.

☞ **Cần nhớ:** $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = \pm B \end{cases}$.

14. Giải phương trình $9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 6$.

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

15. Tìm tập nghiệm S của phương trình $8^x - 3.4^x - 3.2^{x+1} + 8 = 0$.

A. $S = \{0\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{0; 2\}$.

D. $S = \{4\}$.

16. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{3x} - 6.2^x - \frac{1}{2^{3(x-1)}} + \frac{12}{2^x} = 1$.

A. $S = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$.

B. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

C. $S = \left\{1; \frac{1}{4}\right\}$.

D. $S = \{1\}$.

Lời giải. PT $\Leftrightarrow \left[(2^x)^3 - \left(\frac{2}{2^x} \right)^3 \right] - 6 \left(2^x - \frac{2}{2^x} \right) = 1 \quad (*)$

Đặt $t = 2^x - \frac{2}{2^x} \Rightarrow t^3 = (2^x)^3 - \left(\frac{2}{2^x} \right)^3 - 6 \left(2^x - \frac{2}{2^x} \right)$

$(*) \Leftrightarrow t^3 + 6t - 6t = 1 \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow 2^x - \frac{2}{2^x} = 1 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2^x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2^x = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

☞ **Cần nhớ:** Hằng đẳng thức $(a \pm b)^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b)$.

17. Biết phương trình $27^x - 27^{1-x} - 16 \left(3^x - \frac{3}{3^x} \right) + 6 = 0$ có các nghiệm $x = a, x = \log_3 b$ và

$x = \log_3 c$ với $a \in \mathbb{Z}, b > c > 0$. Tỉ số $\frac{b}{c}$ thuộc khoảng nào sau đây ?

A. $(3; +\infty)$.

B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

18. Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{3x} + 27\left(\frac{1}{5^{3x}} + 5^{-x}\right) + 9 \cdot 5^x = 64$.

A. $S = \{0; \log_2 5\}$.

B. $S = \{0; \log_5 2\}$.

C. $S = \left\{\frac{1}{2}; \log_2 5\right\}$.

D. $S = \left\{\frac{1}{2}; \log_5 2\right\}$.

19. Biết phương trình $3^{2x+1} = 3^{x+2} + \sqrt{1 - 6 \cdot 3^x + 3^{2x+2}}$ có nghiệm dạng $x = \log_3 \frac{a + \sqrt{b}}{3}$ với $a, b > 0$ và $a + \sqrt{b} \neq 1$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

A. $\frac{a}{b} = \frac{4}{11}$.

B. $\frac{a}{b} = \frac{1}{11}$.

C. $\frac{a}{b} = \frac{2}{11}$.

D. $\frac{a}{b} = \frac{3}{11}$.

20. Biết phương trình $5 \cdot 3^{2x-1} - 7 \cdot 3^{x-1} + \sqrt{1 - 6 \cdot 3^x + 9^{x+1}} = 0$ có nghiệm dạng $x = \log_3 \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản và $\frac{a}{b} > 0$. Tính tỉ số $\frac{5a}{b}$.

A. $\frac{5a}{b} = \frac{5}{3}$.

B. $\frac{5a}{b} = \frac{1}{5}$.

C. $\frac{5a}{b} = 5$.

D. $\frac{5a}{b} = \frac{3}{5}$.

21. Giải phương trình $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x = 0$.

A. $x = \pm 1$.

B. $x = \frac{2}{3}, x = \frac{3}{2}$.

C. $x = \frac{1}{2}, x = 2$.

D. $x = \frac{3}{2}; x = 1$.

Lời giải. Bài toán có 3 cơ số khác nhau và về phải là 0 nên sẽ chia hai vế cho cơ số nhỏ nhất (hoặc lớn nhất) sẽ được pt bậc 2.

Phương trình $\xrightarrow{\text{Chia } 4^x > 0} 6 - 13 \cdot \left(\frac{6}{4}\right)^x + 6 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^x = 0$

$\Leftrightarrow 6 - 13 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = 0$ và đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x > 0$ thì phương

trình $\Leftrightarrow 6t^2 - 13t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 1 \\ t = \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3} \Rightarrow x = -1 \end{cases}$.

22. Giải phương trình $25^x + 15^x = 2 \cdot 9^x$.

A. $x = 0, x = \frac{5}{2}$.

B. $x = 0$.

C. $x = \frac{2}{5}; x = \frac{5}{2}$.

D. $x = 1$.

23. Giải phương trình $2 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 6^{\frac{1}{x}} = 9^{\frac{1}{x}}$.

A. $x = \log_{\frac{2}{3}} 2$.

B. $x = \log_2 3$.

C. $x = -\log_{\frac{2}{3}} 2$.

D. $x = \log_3 2$.

24. Giải phương trình $4^{2x^2} - 2 \cdot 4^{x^2+x} + 4^{2x} = 0$.

A. $x = 0, x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 0, x = \frac{1}{4}$.

C. $x = 0, x = 2$.

D. $x = 1, x = \frac{1}{2}$.

25. Giải phương trình $2^{2x^2+1} - 9.2^{x^2+x} + 2^{2x+2} = 0$.

A. $x = -1, x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 1, x = 2$.

C. $x = 1, x = \frac{1}{2}$.

D. $x = -1, x = 2$.

 **Cần nhớ**

26. Giải phương trình $4^{\sqrt[3]{x+5}+1} + 2.2^{\sqrt[3]{x+5}+x} = 2.4^x$.

A. $x = 3$.

B. $x = \frac{1}{3}$.

C. $x = 1$.

D. $x = \frac{1}{9}$.

27. Giải phương trình $8.3^{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}} + 9^{\sqrt[3]{x}+1} = 9^{\sqrt{x}}$.

A. $x = \frac{1}{16}$.

B. $x = 16$.

C. $x = \frac{1}{4}$.

D. $x = 32$.

28. Giải phương trình $4^{\log_2 2x} - x^{\log_2 6} = 2.3^{\log_2 4x^2}$.

A. $x = \frac{4}{9}$.

B. $x = \frac{9}{4}$.

C. $x = \frac{1}{4}$.

D. $x = \frac{1}{16}$.

Lời giải. Điều kiện $x > 0$. Áp dụng $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$.

phương trình $\Leftrightarrow 4^{\log_2 2 + \log_2 x} - 6^{\log_2 x} = 2.3^{\log_2 4 + \log_2 x^2}$

$\Leftrightarrow 4^{1+\log_2 x} - 6^{\log_2 x} = 2.3^{2+2\log_2 x}$

$\Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x} - 6^{\log_2 x} = 2.3^{2(1+\log_2 x)} \Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x} - 6^{\log_2 x} = 18.9^{\log_2 x}$

$\xleftarrow{\text{Chia: } 4^{\log_2 x} > 0} 4 - \left(\frac{6}{4}\right)^{\log_2 x} = 18 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{\log_2 x}$

$\Leftrightarrow 18 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2\log_2 x} + \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x} - 4 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x} = \frac{4}{9}$

$\Leftrightarrow \log_2 x = -2 \Leftrightarrow x = 2^{-2} = \frac{1}{4}$ (thỏa đk). Chọn đáp án C.

29. Giải phương trình $x^{\log_9 4} - 6.x^{\log_9 2} + 2^{\log_3 27} = 0$.	
A. $x = 9, x = \frac{1}{9}$.	
B. $x = \frac{1}{81}$.	
C. $x = \frac{1}{9}$.	
D. $x = 9, x = 81$.	
30. Giải phương trình $4.3^{\log 100x^2} + 9.4^{\log 10x} = 13.6^{1+\log x}$.	
A. $x = 1, x = 100$.	
B. $x = 10, x = \frac{1}{10}$.	
C. $x = 10, x = \frac{1}{100}$.	
D. $x = 10, x = 100$.	
31. * Giải phương trình $(2 + \sqrt{2})^{\log_2 x} + x.(2 - \sqrt{2})^{\log_2 x} = 1 + x^2$.	
A. $x = 1, x = 2$.	
B. $x = 3$.	
C. $x = 1$.	
D. $x = 2$.	
32. Giải phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^x - 3.(2 - \sqrt{3})^x + 2 = 0$.	
A. $x = 0$.	Lời giải. Nhập vào máy tính $(2 + \sqrt{3})^X$ và CALC $X = -1$ và $X = 2$ thì được $2 - \sqrt{3}$ và $7 + 4\sqrt{3}$ nên phương trình $\Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^{2x} - 3.(2 + \sqrt{3})^{-x} + 2 = 0$ và đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x > 0$ thì phương trình $t^2 - \frac{3}{t} + 2 = 0 \Leftrightarrow t^3 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ $\Rightarrow (2 + \sqrt{3})^x = 1 \Rightarrow x = 0$. Chọn đáp án A.
B. $x = \frac{1}{2}$.	
C. $x = 2$.	
D. $x = \frac{1}{2}, x = 2$.	
33. Giải phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 6$.	
A. $x = \log_{2-\sqrt{3}} 2$.	
B. $x = \log_{2+\sqrt{3}} 2$.	
C. $x = \log_2(2 + \sqrt{3})$.	
D. $x = \log_2 \sqrt{3}$.	

34. Giải phương trình $(3 + 2\sqrt{2})^x = 2.(\sqrt{2} - 1)^x + 3$.

A. $x = \log_{\sqrt{2}-1} 2$.

B. $x = \log_2(1 + \sqrt{2})$.

C. $x = \log_{\sqrt{2}+1} 2$.

D. $x = \log_2(\sqrt{2} - 1)$.

35. Giải phương trình $(5 + 2\sqrt{6})^x + (5 - 2\sqrt{6})^x = 10$.

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. $x = \pm 1$.

36. Giải phương trình $\left(\sqrt[3]{3 + \sqrt{8}}\right)^x + \left(\sqrt[3]{3 - \sqrt{8}}\right)^x = 6$.

A. $x = 3$.

B. $x = \pm 3$.

C. $x = -3$.

D. $x = 1$.

37. Giải phương trình $\left(\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}\right)^{\sin x} + \left(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}\right)^{\sin x} = 4$.

A. $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

38. Giải phương trình $(\sqrt{5} + 1)^x + (\sqrt{5} - 1)^x = 2^{x+1}$.

A. $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$.

D. $x = 0$.

Lời giải. Nhận thấy $\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1$ nên chia hai vế cho 2^x thì PT $\Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)^x = 2$ và đặt $t = \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)^x > 0$
PT $\Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = 2 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Rightarrow t = \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)^x = 1$
 $\Leftrightarrow x = 0$. **Chọn đáp án D.**

39. Giải phương trình $(\sqrt{5} + 1)^{x-x^2} + 2^{1+x-x^2} = 3(\sqrt{5} - 1)^{x-x^2}$.

A. $x = 0, x = 1$.

B. $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

C. $x = 0$.

D. $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

40. Giải phương trình $\log_3^2 x - 4 \log_3(3x) + 7 = 0$.

A. $x = \frac{1}{3}$.

B. $x = 3, x = 27$.

C. $x = 27$.

D. $x = \frac{1}{3}; x = \frac{1}{27}$.

Lời giải. Điều kiện: $x > 0$ thì phương trình

$$\Leftrightarrow (\log_3 x)^2 - 4(\log_3 3 + \log_3 x) + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_3 x)^2 - 4 \log_3 x + 3 = 0 \text{ và đặt } t = \log_3 x \text{ thì}$$

$$\text{PT} \Leftrightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3 \\ t = \log_3 x = 3 \Rightarrow x = 3^3 = 27 \end{cases}$$

41. Giải phương trình $\log_2^2 x - 4 \log_2 5 \cdot \log_5 x + 3 = 0$.

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 2, x = \frac{1}{8}$.

C. $x = 2, x = 8$.

D. $x = \frac{1}{8}$.

☞ **Cần nhớ:** $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \Rightarrow \log_c a \cdot \log_a b = \log_c b$.

42. Giải phương trình $\log_3^2 x - \log_9(9x^2) - 1 = 0$.

A. $x = \frac{1}{3}, x = 9$.

B. $x = 3, x = \frac{1}{9}$.

C. $x = \frac{1}{3}, x = \frac{1}{9}$.

D. $x = \frac{1}{3}, x = 9$.

43. Giải phương trình $\log_{\sqrt{2}}^2 x + 3\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x = 2$.

A. $x = 2, x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $x = \sqrt{2}, x = \frac{1}{4}$.

C. $x = \sqrt{2}, x = \frac{1}{2}$.

D. $x = \sqrt{2}, x = 2$.

44. Giải phương trình $\log_2^2(4x) - 3\log_{\sqrt{2}} x - 7 = 0$.

A. $x = \frac{1}{2}, x = 2\sqrt{2}$.

B. $x = \sqrt{2}, x = 8$.

C. $x = 2^{-1}, x = \sqrt{2}$.

D. $x = \frac{1}{2}, x = 8$.

45. Giải phương trình $\frac{1}{4 + \log_2 x} + \frac{2}{2 - \log_2 x} = 1$.

A. $x = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{4}$.

B. $x = 2, x = \frac{1}{2}$.

C. $x = \frac{1}{2}, x = 4$.

D. $x = 2, x = \frac{1}{4}$.

Lời giải. Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4+t} + \frac{2}{2-t} = 1 \text{ với } t \neq 2, t \neq -4.$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \log_2 x = -1 \Rightarrow x = 2^{-1} = \frac{1}{2} \\ t = \log_2 x = -2 \Rightarrow x = 2^{-2} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

46. Giải phương trình $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \log x} = 1$.

A. $x = \frac{1}{10}, x = 100$.

B. $x = 100, x = 1000$.

C. $x = 10, x = 1000$.

D. $x = 1, x = 1000$.

47. Giải phương trình $\frac{6}{\log_2 2x} + \frac{4}{\log_2 x^2} = 3$.	
A. $x = \sqrt[3]{2}$. B. $x = 4$. C. $x = 4, x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. D. $x = 2, x = \sqrt[4]{2}$.	
48. Giải phương trình $\log_{\sqrt{2}}(4x) + \sqrt{\log_2 x + 2} = 10$.	
A. $x = \frac{1}{4}$. B. $x = \sqrt[3]{4}$. C. $x = 4$. D. $x = \sqrt[3]{2}$.	
49. Giải phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$.	
A. $x = 2$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = \pm\sqrt{3}$. D. $x = 3^{\pm\sqrt{3}}$.	
50. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sqrt[3]{2 - \lg x} = 1 - \sqrt{\lg x - 1}$.	
A. $S = \{10; 10^2; 10^4\}$. B. $S = \{10; 10^2\}$. C. $S = \{10; 10^2; 10^3\}$. D. $S = \{10^2; 10^4\}$.	
51. Giải phương trình $\log_3(3^x + 1) \cdot \log_3(3^{x+2} + 9) = 3$.	
A. $x = \log_3 2$. B. $x = \frac{1}{2} \log_2 3$. C. $x = 1, x = -3$. D. $x = -\frac{1}{3}, x = 1$.	Lời giải. Điều kiện $3^x + 1 > 0 : \text{LĐ}$ và $3^{x+2} + 9 > 0 : \text{LĐ}$. Phương trình $\Leftrightarrow \log_3(3^x + 1) \cdot \log_3[9 \cdot (3^x + 1)] = 3$ $\Leftrightarrow \log_3(3^x + 1) \cdot [2 + \log_3(3^x + 1)] = 3$ và đặt $\log_3(3^x + 1) = t$ PT $\Leftrightarrow t(2 + t) = 3 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = -3$. $\Rightarrow \begin{cases} \log_3(3^x + 1) = 1 \\ \log_3(3^x + 1) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x + 1 = 3 \\ 3^x + 1 = 3^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 2 \\ 3^x = 3^{-3} - 1 < 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = \log_3 2$. Chọn đáp án A.

52. Giải phương trình $\log_2(2^x + 1) \cdot \log_2(2^{x+1} + 2) = 6$.

A. $x = \log_3 2$.

B. $x = \log_2 3$.

C. $x = \frac{1}{2} \log_3 2$.

D. $x = 1 - \log_2 3$.

53. Giải phương trình $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x+1} - 3) = 6$.

A. $S = \{\log_3 10; \log_3 2\}$.

B. $S = \{\log_3 28\}$.

C. $S = \{\log_3 10; \log_3 28\}$.

D. $S = \{\log_3 28\}$.

54. Giải phương trình $\log_x 2 - \log_4 x + \frac{7}{6} = 0$.

A. $x = \sqrt[3]{4}, x = 8$.

B. $x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}, x = 8$.

C. $x = 3\sqrt{2}, x = 2$.

D. $x = 2\sqrt{2}, x = 2$.

55. Giải phương trình $\log_2^2 x + (x - 5) \cdot \log_2 x + 6 - 2x = 0$.

A. $x = 2^{-2}, x = 4$.

B. $x = 2, x = \frac{1}{2}$.

C. $x = 1, x = 2$.

D. $x = 2, x = 4$.

Lời giải. Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình

$\Leftrightarrow t^2 - (x - 5)t + 6 - 2x = 0$ có biệt số delta:

$\Delta = (x - 5)^2 - 4(6 - 2x) = (x - 1)^2 \Rightarrow t = x - 3$ hoặc $t = -2$.

Với $t = -2 \Rightarrow \log_2 x = -2 \Leftrightarrow x = 2^{-2}$.

Với $t = x - 3 \Rightarrow \log_2 x = x - 3 \Rightarrow x = 4$ (sử dụng đơn điệu)

56. Giải phương trình $\log_3^2 x + (x - 12) \cdot \log_3 x + 11 - x = 0$.

A. $x = 3, x = 9$.

B. $x = 3, x = 3^{-2}$.

C. $x = 3^{-2}, x = 3$.

D. $x = 3^{-1}, x = 9$.

Dạng toán 3: Phương pháp hàm số



1. Cơ sở lý thuyết

Thông thường ta sẽ vận dụng nội dung các định lý (và các kết quả) sau:

① Nếu hàm số $y = f(x)$ đơn điệu một chiều (luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến) trên khoảng $\mathcal{D}$ thì phương trình $f(x) = 0$ không quá một nghiệm trên $\mathcal{D}$.

⇒ Để vận dụng định lý này, ta cần nhẩm được 1 nghiệm $x = x_0$ của phương trình, rồi chỉ rõ hàm đơn điệu một chiều trên $\mathcal{D}$ và kết luận $x = x_0$ là nghiệm duy nhất.

Hệ quả: Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục và thỏa mãn $f'(x) = 0$ có một nghiệm trên $\mathcal{D}$ thì phương trình $f(x) = 0$ không quá 2 nghiệm trên $\mathcal{D}$.

② Nếu $f(t)$ đơn điệu 1 chiều trên $\mathcal{D}$ và tồn tại $u, v \in \mathcal{D}$ thì $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$.

⇒ Để áp dụng định lý này, ta cần xây dựng hàm đặc trưng $f(t)$.

2. Các dạng toán cơ bản thường gặp

① **Dạng toán 1.** $\log_a \frac{f(x)}{g(x)} = \beta \cdot [g(x) - f(x)]$ (1)

— **Bước 1.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$.

— **Bước 2.** Biến đổi (1) $\Leftrightarrow \log_a f(x) - \log_a g(x) = \beta g(x) - \beta f(x)$ (sử dụng đồng nhất)
 $\Leftrightarrow \log_a f(x) + \beta f(x) = \log_a g(x) + \beta g(x) \Leftrightarrow h(f(x)) = h(g(x)).$

— **Bước 3.** Xét hàm số đặc trưng $h(t) = \beta \cdot t + \log_a t$ trên khoảng $\mathcal{D}$ và chỉ ra hàm số này luôn đơn điệu 1 chiều trên $\mathcal{D}$ và $h[f(x)] = h[g(x)] \Leftrightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow x$.

② **Dạng toán 2.** $a^{f(x)} - a^{g(x)} = h(x)$ (2)

— **Bước 1.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$.

— **Bước 2.** Sử dụng đồng nhất thức để biến đổi $k(x) = \beta[g(x) - f(x)]$. Từ đó:

$$(2) \Leftrightarrow a^{f(x)} - a^{g(x)} = \beta[g(x) - f(x)] \Leftrightarrow a^{f(x)} + \beta f(x) = a^{g(x)} + \beta g(x) \\ \Leftrightarrow h(f(x)) = h(g(x)).$$

— **Bước 3.** Xét hàm số đặc trưng $h(t) = a^t + \beta t$ trên khoảng $\mathcal{D}$ để xác định hàm số này luôn đơn điệu 1 chiều trên miền $\mathcal{D}$. Khi đó $f[f(x)] = f[g(x)] \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

③ **Dạng toán 3.** $\log_a f(x) = \log_b g(x)$ (3)

Tìm tập xác định $\mathcal{D}$.

Bước 1. Đặt $\log_a f(x) = \log_b g(x) = t \Rightarrow \begin{cases} f(x) = a^t \\ g(x) = b^t \end{cases}$. Biến đổi về: $A^t + B^t = 1$ (*)

Bước 2. Giải (*) bằng phương pháp đoán nghiệm và chứng minh nghiệm duy nhất t .

Bước 3. Thế t vào $f(x) = a^t$, suy ra x và kết luận.

Lưu ý. Đối với dạng $\alpha \log_a f(x) = \beta \log_b g(x)$, làm tương tự, nhưng ở bước 2, sẽ đặt $\alpha \log_a f(x) = \beta \log_b g(x) = \gamma.t$ với γ là bội số chung nhỏ nhất của α và β .

④ **Dạng toán 4.** $\log_{f(x)} g(x) = \log_a b$ (4)

— **Bước 1.** Đặt điều kiện: $f(x) > 0$ và $0 < g(x) \neq 1$.

— **Bước 2.** Sử dụng công thức đổi cơ số b thì (3) $\Leftrightarrow \frac{\log_b f(x)}{\log_b g(x)} = \log_a b$

$$\Leftrightarrow \log_b f(x) = \log_a b \cdot \log_b g(x) \Leftrightarrow \log_b f(x) = \log_a g(x) : (\text{dạng toán 3}).$$

⑤ **Dạng toán 5.** $a^{\alpha x + \beta} = p \cdot \log_a (\lambda x + \mu) + qx + r$ (5)

— **Bước 1.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$.

— **Bước 2.** Đặt ẩn phụ $\log_a (\lambda x + \mu) = y \Rightarrow \begin{cases} \lambda x + \mu = a^y & (i) \\ p \cdot y + qx + r = a^{\alpha x + \beta} & (ii) \end{cases}$ và đây thường là

hệ phương trình đối xứng loại II hoặc gần đối xứng loại II nên sẽ lấy vế trừ vế, tức (i) – (ii) rồi sử dụng phương pháp hàm đưa về $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$.

— **Bước 3.** Thế $x = y$ vào (i) $\Leftrightarrow \lambda x + \mu = a^x$. Tiếp tục sử dụng phương pháp hàm số, tức khảo sát hàm $g(x) = a^x - \lambda x - \mu$ trên miền $\mathcal{D}$. Thông thường $g'(x) = 0$ có 1 nghiệm và sẽ lập bảng biến thiên. Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình có tối đa 2 nghiệm và nhằm $g(x_1) = g(x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ hoặc $x = x_2$.

1. Phương trình $3^x + 4^x = 25$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải. Xét hàm số $f(x) = 3^x + 4^x - 25$ có:

$$f'(x) = 3^x \ln 3 + 4^x \ln 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

$$\Rightarrow f(x) = 0 \text{ có nghiệm duy nhất. Mà } f(2) = 0 \Rightarrow x = 2. \text{ Chọn B.}$$

Nhận xét: Giải những bài toán thế này với việc hỗ trợ casio trong trắc nghiệm sẽ giảm ý nghĩa, nhưng nó là tiền đề ở bài toán chứa m và rèn luyện kỹ năng.

2. Giải phương trình $3^x = 5 - 2x$.

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 4$.

3. Giải phương trình $4^x + 3^x = 5^x$.

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 4$.

4. Nghiệm của phương trình $25^x - 2(3-x).5^x + 2x - 7 = 0$ nằm trong khoảng nào ?

A. (5;10).

B. (1;3).

C. (0;2).

D. (0;1).

5. Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - x - 6) + x = \log(x + 2) + 4$ là

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{4\}$.

C. $S = \{3\}$.

D. $S = \{2\}$.

6. Phương trình $7^x = 6x + 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Giải. Xét hàm số $f(x) = 7^x - 6x - 1$ trên $(-\infty; +\infty)$ có:

$$f'(x) = 7^x \ln 7 - 6 = 0 \Leftrightarrow 7^x = \frac{6}{\ln 7} \Leftrightarrow x = \log_7 \frac{6}{\ln 7} = x_0$$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘ ↗		

Do đó phương trình có tối đa hai nghiệm. Mà có $f(0) = f(1) = 0$ nên $x = 0, x = 1$ là hai nghiệm cần tìm

7. Hỏi phương trình $3^x + 5^x = 6x + 2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

8. Hỏi phương trình $4^x + 6^x = 25x + 2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

9. Hỏi phương trình $\log_3(x+1) + \log_5(2x+1) = 2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

10. Biết $2(x-1)\log_3 x = x+1$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của $3x_1 + x_2$ bằng	
A. 4.	
B. 3.	
C. 11.	
D. 18.	

11. Biết x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là 2 nghiệm phương trình $\log_3(\sqrt{x^2 - 3x + 2} + 2) + 5^{x^2 - 3x + 1} = 2$ và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{2}(a + \sqrt{b})$ với a, b là số nguyên dương. Tính tổng $a + b$.	
A. $a + b = 11$.	
B. $a + b = 13$.	
C. $a + b = 14$.	
D. $a + b = 16$.	

12. Giải phương trình $\log_5(x+3) = \log_2 x$.	
A. $x = 1$.	Lời giải. Điều kiện $x > 0$. Đặt $\log_5(x+3) = \log_2 x = t$ $\Rightarrow \begin{cases} x+3 = 5^t \\ x = 2^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5^t - 3 \\ x = 2^t \end{cases} \Rightarrow 5^t = 2^t + 3 \xrightarrow{\text{Chia } 5^t > 0} 1 = \left(\frac{2}{5}\right)^t + 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t$ Xét hàm $f(t) = \left(\frac{2}{5}\right)^t + 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t$ có $f'(t) = \left(\frac{2}{5}\right)^t \cdot \ln \frac{2}{5} + 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t \cdot \ln \left(\frac{1}{5}\right) < 0, \forall t$ $\Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và có $f(1) = 1 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow x = 2$ là nghiệm.
B. $x = 2$.	
C. $x = 3$.	
D. $x = 4$.	

13. Giải phương trình $\log_3(x^2 + 2x + 1) = \log_2(x^2 + 2x)$.	
A. $x = \pm 1$.	
B. $x = \pm \sqrt{3}$.	
C. $x = -1 \pm \sqrt{3}$.	
D. $x = 1 \pm \sqrt{3}$.	

14. Giải phương trình $3\log_3(x+2) = 2\log_2(x+1)$.	
A. $x = 7$.	
B. $x = 16$.	
C. $x = 49$.	
D. $x = 64$.	

15. Giải phương trình $7^x = 1 + 6 \log_7(6x + 1)$.

A. $x = 0, x = 1$.

B. $x = 1, x = 2$.

C. $x = 0, x = 2$.

D. $x = 1, x = 3$.

Giải. Đặt $\log_7(6x + 1) = y \Rightarrow \begin{cases} 7^y = 6x + 1 \\ 7^x = 6y + 1 \end{cases} \Rightarrow 7^y - 7^x = 6x - 6y$
 $\Leftrightarrow 7^y + 6y = 7^x + 6x \Leftrightarrow f(x) = f(y)$ và xét $f(t) = 7^t + 6t$ có đạo hàm
 $f'(t) = 7^t \cdot \ln 7 + 6 > 0, \forall t \Rightarrow f(t)$ đồng biến nên $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$.
Suy ra $7^x = 6x + 1$ và theo ví dụ 6, nghiệm cần tìm là $x = 0, x = 1$.

16. Giải phương trình $7^{x-1} = 1 + 2 \log_7(6x - 5)^3$.

A. $x = 1, x = 3$.

B. $x = 1, x = 2$.

C. $x = 0, x = 1$.

D. $x = 0, x = 2$.

17. Giải phương trình $5^x = 1 - x + 5 \log_5(1 + 4x)$.

A. $x = 1, x = 2$.

B. $x = 1, x = 3$.

C. $x = 0, x = 1$.

D. $x = 0, x = 2$.

18. Tích các nghiệm của phương trình $(\sqrt{2} + 1)^{1+\sqrt{x^2-3x}} - (3 + 2\sqrt{2})^{\sqrt{x^2-3x}} = \sqrt{x^2-3x} - 1$ là

A. 3.

B. $\frac{3 - \sqrt{13}}{2}$.

C. $\frac{3 + \sqrt{13}}{2}$.

D. -1.

Giải. Điều kiện: $x^2 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$ hoặc $x \geq 3$.

PT $\Leftrightarrow (\sqrt{2} + 1)^{1+\sqrt{x^2-3x}} + (1 + \sqrt{x^2-3x}) = (\sqrt{2} + 1)^{2\sqrt{x^2-3x}} + 2\sqrt{x^2-3x}$

$\Leftrightarrow f(1 + \sqrt{x^2-3x}) = f(2\sqrt{x^2-3x})$ và xét $f(t) = (\sqrt{2} + 1)^t + t$ có:

$f'(t) = (\sqrt{2} + 1)^t \ln(\sqrt{2} + 1) > 0, \forall t \Rightarrow 1 + \sqrt{x^2-3x} = 2\sqrt{x^2-3x}$.

Bình phương được $\sqrt{x^2-3x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 1 = 0$ nên có $x_1 x_2 = -1$.

19. Giải phương trình $2^{x^2-3x+1} - 2^{x-2} + x^2 - 4x + 3 = 0$.

A. $x = 1, x = 3$.

B. $x = 1, x = 2$.

C. $x = 0, x = 1$.

D. $x = 0, x = 2$.

20. Giải phương trình $2^{\frac{1-x^2}{x^2}} - 2^{\frac{1-2x}{x^2}} = \frac{x-2}{2x}$.

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 2$.

C. $x = 4$.

D. $x = \frac{1}{4}$.

21. Giải phương trình $\log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5$.

A. $x = 2, x = \frac{2}{3}$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 3, x = \frac{1}{3}$.

Lời giải. Điều kiện: $\frac{1}{2} < x \neq 1$. Khi đó phương trình

$$\Leftrightarrow \log_3(2x-1) - \log_3(x-1)^2 = 3x^2 - 8x + 5$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x-1) + (2x-1) = \log_3(x-1)^2 + \log_3 3 + 3(x^2 - 2x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x-1) + (2x-1) = \log_3[3(x-1)^2] + 3(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow f(2x-1) = f(3(x-1)^2) \cdots \Rightarrow 2x-1 = 3(x-1)^2 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = \frac{2}{3}.$$

22. Giải phương trình $2x^2 - 8x = \log_2 \frac{2x+1}{(x-1)^2}$.

A. $x = 0, x = \frac{1}{4}$.

B. $x = 0, x = 4$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = 0$.

23. Giải phương trình $2x^2 - 6x + 2 = \log_2 \frac{2x+1}{(x-1)^2}$.

A. $x = \frac{3+\sqrt{7}}{2}$.

B. $x = 2$.

C. $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$.

D. $x = 5$.

24. Giải phương trình $2^{x^2+x} + \log_2 x = 2^{x+1}$.

- A. $x = \frac{1}{2}$.
B. $x = \pm 1$.
C. $x = 1$.
D. $x = \frac{1}{3}$.

Giải. Điều kiện: $x > 0$. Phương trình $\Leftrightarrow 2^{x^2+x} + \log_2 \frac{x(x+1)}{x+1} = 2^{x+1}$
 $\Leftrightarrow 2^{x^2+x} + \log_2(x^2+x) - \log_2(x+1) = 2^{x+1}$
 $\Leftrightarrow 2^{x^2+x} + \log_2(x^2+x) = 2^{x+1} + \log_2(x+1)$
 $\Leftrightarrow f(x^2+x) = f(x+1) \cdots \Rightarrow \begin{cases} x^2+x = x+1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1. \text{ Chọn C.}$

25. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của $\log_2 \frac{2x^2 - 6x + 8}{x^2 + 4x + 6} + x^3 - 9x^2 = 8x - 2$ thì $2^{x_1+x_2} + x_1x_2$ bằng

- A. 18.
B. 20.
C. 1026.
D. 1024.

26. Giải phương trình $\log_2 \frac{(x+1)^2}{x} = 4x - 2x^2$.

- A. $x = \frac{1}{2}$.
B. $x = 1$.
C. $x = 2$.
D. $x = \frac{1}{4}$.

27. Giải phương trình $2^{\sqrt{2x-1}+1} + \frac{1}{4}(x+1) = \frac{1}{2}(2^{\sqrt{3x+1}+1} + \sqrt{2x-1})$.

- A. $x = 1, x = 2$.
B. $x = 1, x = 3$.
C. $x = 1, x = 5$.
D. $x = 2, x = 6$.

Dạng toán 4: Bài toán chứa tham số trong phương trình mũ & lôgarit



Bài toán. Tìm tham số m để $f(x; m) = 0$ có nghiệm (hoặc có k nghiệm) trên miền $\mathcal{D}$.

- **Bước 1.** Tách m ra khỏi biến số x và đưa về dạng $f(x) = A(m)$.
- **Bước 2.** Khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $\mathcal{D}$.
- **Bước 3.** Dựa vào bảng biến thiên để xác định giá trị tham số $A(m)$ để đường thẳng $y = A(m)$ nằm ngang cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Một số lưu ý quan trọng cần nhớ:

- Nếu hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathcal{D}$ thì giá trị $A(m)$ cần tìm là những m thỏa mãn $\min_{x \in \mathcal{D}} f(x) \leq A(m) \leq \max_{x \in \mathcal{D}} f(x)$.
- Nếu bài toán yêu cầu tìm tham số để phương trình có k nghiệm phân biệt, ta chỉ cần dựa vào bảng biến thiên để xác định sao cho đường thẳng $y = A(m)$ nằm ngang cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại k điểm phân biệt.
- Nếu đổi biến, ta cần tìm điều kiện cho biến mới và biện luận mối tương quan số nghiệm giữa biến cũ và biến mới.
- Nếu đề bài yêu cầu tìm tham số m để phương trình bậc hai theo mũ hoặc lôgarit có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = a$ hoặc $x_1 x_2 = b$, ta có thể sử dụng định lý Viét sau khi lấy mũ hoặc lôgarit hợp lý ở hai vế.

1. (THPT QG 2018 – Mã đề 101) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 13.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Giải. Đặt $t = 4^x > 0$ thì phương trình $t^2 - 4mt + 5m^2 - 45 = 0$ (*)

Với mỗi nghiệm $t > 0$ của phương trình (*) sẽ tương ứng với duy nhất một nghiệm x của phương trình ban đầu. Do đó, yêu cầu bài toán tương đương phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt. Khi đó:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 45 > 0 \\ 4m > 0 \\ 5m^2 - 45 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < m < 3\sqrt{5} \\ m > 0 \\ m < -3 \vee m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 3\sqrt{5}.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{4; 5; 6\}$. **Chọn đáp án B.**

☛ **Cần nhớ:** Để $\alpha \cdot a^{2f(x)} + \beta \cdot a^{f(x)} + \gamma = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình theo ẩn phụ $\alpha \cdot t^2 + \beta \cdot t + \gamma = 0$ ($t = a^{f(x)}$) có 2 nghiệm phân biệt dương.

2. (THPT QG 2018 – Mã đề 101) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 7.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

3. (THPT QG 2018 – Mã đề 104) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $9^x - m \cdot 3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử ?

A. 8.

B. 4.

C. 19.

D. 5.

4. Tìm tất cả giá trị thực của m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + 2m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 + x_2 = 3$.

A. $m = -1$.

B. $m = 3$.

C. $m = 4$.

D. $m = -2$.

Giải. Đặt $t = 2^x > 0$ thì phương trình $\Leftrightarrow t^2 - 2mt + 2m = 0$ (*)

Phương trình có hai nghiệm phân biệt thì (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\text{đương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 4m^2 - 8m > 0 \\ S = 2m > 0 \\ P = 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \vee m > 2 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2 \quad (**)$$

$$x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 2^3 \Leftrightarrow 2^{x_1} 2^{x_2} = 8 \Leftrightarrow t_1 t_2 = 8 \Leftrightarrow 2m = 8 \Leftrightarrow m = 4.$$

So với điều kiện, nhận $m = 4$. **Chọn đáp án C.**

5. (THPT QG năm 2017 – Mã đề 104 câu 31) Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 = 1$.

A. $m = 6$.

B. $m = -3$.

C. $m = 3$.

D. $m = 1$.

6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9^x - 2m \cdot 3^x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 + x_2 = 3$.

A. $m = 9$.

B. $m = \frac{27}{2}$.

C. $m = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $m = -\frac{3}{2}$.

7. Tìm tham số m để phương trình $4^x + (4m - 1) \cdot 2^x + 3m^2 - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$.

- A. $m = \sqrt{3}$.
B. $m = \pm\sqrt{3}$.
C. $m = -\sqrt{3}$.
D. $m < -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

8. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m + 2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 x_2 = 27$.

- A. $m = 1$.
B. $m = \frac{4}{3}$.
C. $m = 25$.
D. $m = \frac{28}{3}$.

Giải. Đặt $t = \log_3 x$ thì phương trình $\Leftrightarrow t^2 - (m + 2)t + 3m - 1 = 0$ (*)

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta = (m + 2)^2 - 4(3m - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 8m + 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 - 2\sqrt{2} \\ m > 4 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Ta có: $x_1 x_2 = 27 \Leftrightarrow \log_3(x_1 x_2) = \log_3 27 \Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3$

$\Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3 \xrightarrow{\text{Viet}} m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa ĐK). **Chọn đáp án A.**

9. (Đề thi THPT QG 2017 – Mã đề 101 câu 39) Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.

- A. $m = -4$.
B. $m = 4$.
C. $m = 81$.
D. $m = 44$.

10. Giả sử m là số thực sao cho phương trình $\log_3^2 x - (m + 2)\log_3 x + 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 9$. Khi đó m thỏa mãn tính chất nào sau đây ?

- A. $m \in (4; 6)$.
B. $m \in (-1; 1)$.
C. $m \in (3; 4)$.
D. $m \in (1; 3)$.

11. Giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$ thuộc khoảng nào sau đây ?

	<u>Giải.</u> Đặt $t = \log_3 x$ thì phương trình $\Leftrightarrow t^2 - 3t + 2m - 7 = 0$
A. $(0; 3)$.	PT có 2 nghiệm khi $\Delta = 9 - 8m + 27 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{2}$.
B. $(-6; -3)$.	Ta có $\begin{cases} (x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72 \\ t_1 + t_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9 = 72 \\ \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \end{cases}$
C. $(3; 6)$.	$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) = 63 \\ \log_3(x_1 x_2) = 3 \Rightarrow x_1 x_2 = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 12 \\ x_1 x_2 = 27 \end{cases}$ nên x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 12x + 27 = 0 \Leftrightarrow x = 9$ hoặc $x = 3$.
D. $(-3; 0)$.	Với $x = 9$ thế vào PT đầu $\Rightarrow \log_3^2 9 - 3\log_3 9 + 2m - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$. Với $x = 3$ thế vào PT đầu $\Rightarrow \log_3^2 3 - 3\log_3 3 + 2m - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$.

12. Cho phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x - m^2 - 2m + 3 = 0$. Biết rằng m_0 là giá trị thực lớn nhất của tham số m để phương trình trên có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 68$. Giá trị của m_0 thuộc khoảng nào sau đây ?

A. $(-5; 1)$.	
B. $(-10; -5)$.	
C. $(5; 10)$.	
D. $(1; 5)$.	

13. Cho phương trình $4^x - (m + 1)2^{x+1} + 8 = 0$. Biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 6$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. Không có m .	
B. $1 < m < 3$.	
C. $m > 3$.	
D. $m < 2$.	

14. Giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2(2m + 1).3^x + 3(4m - 1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$ thuộc khoảng nào sau đây ?

- A. $(3; 9)$.
- B. $(9; +\infty)$.
- C. $\left(\frac{1}{4}; 3\right)$.
- D. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

15. Tìm tập hợp tham số m để phương trình $25^x - 2.10^x + m^2.4^x = 0$ có 2 nghiệm trái dấu.

- A. $(-1; 0) \cup (0; 1)$.
- B. $(-\infty; 1]$.
- C. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
- D. $(-1; +\infty)$.

Giải. Chia hai vế cho $4^x > 0$ được $\left(\frac{5}{2}\right)^{2x} - 2.\left(\frac{5}{2}\right)^x + m^2 = 0$ (1)

Đặt $t = \left(\frac{5}{2}\right)^x > 0$ thì (1) $\Leftrightarrow f(t) = t^2 - 2t + m^2 = 0$ (2)

Để (1) có 2 nghiệm trái dấu $x_1 < 0 < x_2$ thì phương trình (2) có 2 nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1.f(1) < 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ S = 2 > 0 : \text{LĐ} \\ P = m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. **Chọn A.**

☛ **Cần nhớ:** Để $a.\alpha^{2f(x)} + b.\alpha^{f(x)} + c = 0$ có 2 nghiệm phân biệt trái dấu thì phương trình theo ẩn phụ $f(t) = a.t^2 + b.t + c = 0$ có 2 nghiệm thỏa $0 < t_1 < 1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a.f(1) < 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$.

16. Tìm tập hợp tham số m để phương trình $4^x - m.2^x + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.
- B. $\left(0; \frac{5}{2}\right)$.
- C. $(0; +\infty)$.
- D. $\left(\frac{5}{2}; 4\right)$.

17. Tìm tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m \in (-\infty; 2)$.

B. $m \in (1; +\infty)$.

C. $m \in (1; 2)$.

D. $m \in (0; 2)$.

18. Cho phương trình $\log_{0,5}(m + 6x) + \log_2(3 - 2x - x^2) = 0$. Có mấy giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm ?

A. 17.

B. 18.

C. 23.

D. 15.

☛ **Nhận xét:**

• Bản chất là bài toán tương giao giữa đường thẳng $d: y = m$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

• Nếu học sinh nắm vững kiến thức parabol sẽ vẽ và biện luận nhanh hơn, phù hợp trắc nghiệm.

Giải. Điều kiện: $\begin{cases} m + 6x > 0 \\ 3 - 2x - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ m + 6x > 0 \end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2(3 - 2x - x^2) = \log_2(m + 6x)$

$\Leftrightarrow 3 - 2x - x^2 = m + 6x \Leftrightarrow m = 3 - 8x - x^2 = f(x) \quad (*)$

Xét hàm số $f(x) = 3 - 8x - x^2$ trên khoảng $(-3; 1)$ có:

$f'(x) = -2x - 8, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -4$.

x	$-\infty$	-4	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$			18	-6	

Để phương trình $(*)$ có nghiệm trên $(-3; 1) \Rightarrow -6 < m < 18$.

Do m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; \dots; 17\}$ có $(17 - 1) + 1 = 17$ giá trị của m . **Chọn đáp án A.**

19. Tập hợp các giá trị thực của m để phương trình $\log_3(1 - x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x + m - 4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là $T = (a; b)$, trong đó a, b là các số nguyên hoặc phân số tối giản. Giá trị của $M = a + b$ bằng

A. $\frac{33}{6}$.

B. $\frac{17}{3}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{41}{4}$.

20. Số giá trị nguyên âm của m để phương trình $\log_{\sqrt{5}}(x-1) = \log_5(mx+4x)$ có nghiệm.

- A. 4.
B. 3.
C. 2.
D. Lớn hơn 4.

21. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. 3.
B. 4.
C. 5.
D. Vô số.

22. Phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ có nghiệm khi

- A. $m \in (-\infty; 5)$.
B. $m \in (2; +\infty)$.
C. $m \in (-\infty; 5]$.
D. $m \in [2; +\infty)$.

23. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

- A. $4 \leq m \leq 3\sqrt{2}$.
B. $3\sqrt{2} \leq m \leq 5$.
C. $0 < m \leq 5$.
D. $4 \leq m \leq 5$.

✎ Nhận xét:

Ta có thể giải bằng cách lập bảng biến thiên để biện luận mối tương giao giữa đường $y = m$ nằm ngang và đồ thị hàm

$$f(t) = t + \frac{4}{t}.$$

Giải. Phương trình $\Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + 2^{2-\sin^2 x} = m \Leftrightarrow m = 2^{\sin^2 x} + \frac{4}{2^{\sin^2 x}} \quad (*)$

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$, vì $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 2^0 \leq 2^{\sin^2 x} \leq 2^1 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2$.

Khi đó phương trình $(*)$ trở thành $m = t + \frac{4}{t} = f(t)$, $t \in [1; 2] \quad (**)$

Ta có $f'(t) = 1 - \frac{4}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -2 \end{cases} \text{ (L)}. \text{ Mà } f(1) = 5, f(2) = 4.$

Suy ra $\min_{[1;2]} f(t) = 4$ và $\max_{[1;2]} f(t) = 5$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi $(**)$ có nghiệm $t \in [1; 2]$

$\Leftrightarrow \min_{[1;2]} f(t) \leq m \leq \max_{[1;2]} f(t) \Leftrightarrow 4 \leq m \leq 5$. **Chọn đáp án D.**

Cần nhớ: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $\min_{\mathcal{D}} f(x)$, $\max_{\mathcal{D}} f(x)$ thì phương trình $m = f(x)$ có nghiệm khi $\min_{\mathcal{D}} f(x) \leq m \leq \max_{\mathcal{D}} f(x)$.

24. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $9^x + 3^{x+1} - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 14.

25. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2\left(\frac{1}{3}\right)^x + m - 1 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1]$.

A. $\left(\frac{14}{9}; 2\right)$.

B. $\left[\frac{14}{9}; 2\right)$.

C. $\left[\frac{14}{9}; 2\right]$.

D. $\left(\frac{14}{9}; 2\right]$.

26. Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số thực m để phương trình $\log_2^2 x + 4\log_2 x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

A. $(-4; +\infty)$.

B. $[-4; +\infty)$.

C. $[-4; 0)$.

D. $[-2; 0]$.

27. Tìm m để $\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} - 8m - 4 = 0$ có nghiệm $x \in \left[\frac{5}{2}; 4\right]$.

A. $-5 < m \leq \frac{5}{3}$.

B. $-6 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

C. $-5 \leq m \leq \frac{5}{3}$.

D. $-5 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

28. Cho phương trình $3^{2x^2-3x+m} + 9 = 3^{x^2-x+2} + 3^{x^2-2x+m}$. Có mấy giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt ?

A. 2018.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2021.

Giải. Phương trình $\Leftrightarrow (3^{2x^2-3x+m} - 3^{x^2-x+2}) + (9 - 3^{x^2-2x+m}) = 0$

$$\Leftrightarrow 3^{x^2-x} \cdot (3^{x^2-2x+m} - 9) - (3^{x^2-2x+m} - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3^{x^2-2x+m} - 9) \cdot (3^{x^2-x} - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2-x} = 1 = 3^0 \\ 3^{x^2-2x+m} = 9 = 3^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x^2 - 2x + m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, x = 1 \\ g(x) = x^2 - 2x + m - 2 = 0 \end{cases}$$

Để phương trình có 4 nghiệm $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác

$$0 \text{ và khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(0) \neq 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m > 0 \\ m - 2 \neq 0 \\ m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-2018; 2018] \Rightarrow -2018 \leq m \leq 1$: có 2020 số m .

29. Tìm m để phương trình $5^{2x^2-6x+2m} - 5^{x^2-2x+2} - 5^{x^2-4x+2m} - 25 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $0 \neq m < 1$.

B. $2 \neq m < 3$.

C. $4 \neq m > 3$.

D. $1 \neq m < 3$.

30. Có mấy giá trị nguyên của m sao cho phương trình $x \cdot 2^x = x(x - m + 1) + m(2^x - 1)$ có hai nghiệm ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

31. Gọi S là tập hợp các giá trị của m để phương trình $m.3^{x^2-7x+12} + 3^{2x-x^2} = 9.3^{10-5x} + m$ có 3 nghiệm thực phân biệt. Tìm số phần tử của S .

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

32. Tìm tập hợp các giá trị của m sao cho phương trình $4^{x^2-2x+1} - m.2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $(2; +\infty)$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

D. $(-\infty; 1)$.

Giải. Phương trình $\Leftrightarrow 2^{2.(x^2-2x+1)} - 2m.2^{x^2-2x+1} + 3m - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 2^{2(x-1)^2} - 2m.2^{(x-1)^2} + 3m - 2 = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = 2^{(x-1)^2}$, và do $(x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow 2^{(x-1)^2} \geq 2^0 = 1 \Rightarrow t \geq 1$.

$$(*) \Rightarrow t^2 - 2m.t + 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 2}{2t - 3} = f(t), \quad t \in (1; +\infty) \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}.$$

Ứng với $t = 1$ cho 1 nghiệm x và ứng với mỗi $t > 1$ cho 2 nghiệm x .
Để $(*)$ có 4 nghiệm thì $m = f(t)$ cần có 2 nghiệm lớn hơn 1.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{2t^2 - 6t + 4}{(2t - 3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}.$$

t	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$	
$f'(t)$		0	–	–	0	+
$f(t)$		1	$+\infty$	2	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, suy ra $m > 2$. **Chọn đáp án A.**

Nhận xét:

Đối với phương pháp ẩn phụ trong bài toán tìm tham số m để phương trình có k nghiệm, ta cần biện luận mối tương quan giữa nghiệm t và nghiệm x , nghĩa là ứng với mỗi t sẽ cho ta mấy x .

Về nguyên tắc, cần lập bảng biến thiên của $t = a^{f(x)}$ hoặc $t = \log_a f(x)$ để biện luận mối tương quan và miền chặn của t , ($t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$).

33. Tìm tham số m để phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có đúng ba nghiệm ?

A. $2 < m < 3$.

B. $m > 3$.

C. $m = 3$.

D. $m = 2$.

34. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $9^{x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+1} + 3m - 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. $m = \frac{10}{3}$.

B. $2 < m < \frac{10}{3}$.

C. $m = 2$.

D. $m < 2$.

35. Tìm tập hợp các giá trị thực của m để phương trình $\log(x-1) = \log(x^2 - 2x + m)$ có nghiệm duy nhất ?

A. $(-\infty; 1) \cup \left\{\frac{5}{4}\right\}$.

B. $\left\{1; \frac{5}{4}\right\}$.

C. $(-\infty; 1] \cup \left\{\frac{5}{4}\right\}$.

D. $\left\{\frac{5}{4}\right\}$.

36. (THPT QG 2018 – Mã đề 101) Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm ?

A. 20.

B. 19.

C. 9.

D. 21.

Giải. ĐK: $x > m$. Phương trình $\Leftrightarrow 5^x + x = (x - m) + \log_5(x - m)$

$$\Leftrightarrow 5^x + x = 5^{\log_5(x-m)} + \log_5(x - m)$$

$$\Leftrightarrow f(x) = f(\log_5(x - m)) \cdots \Rightarrow x = \log_5(x - m) \Leftrightarrow m = x - 5^x = g(x)$$

$$\text{Có } g'(x) = 1 - 5^x \cdot \ln 5 = 0 \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{1}{\ln 5} = -\log_5 \ln 5 = x_0$$

x	$-\infty$	$-\log_5 \ln 5$	$+\infty$
$g'(x)$		+	0 -
$g(x)$			$g(x_0)$

Bảng biến thiên $\Rightarrow$ Phương trình có nghiệm khi $m \leq g(x_0) \approx -0,92$.

Các giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ là $\{-19; -18; \dots; -1\}$ nên có 19 giá trị m thỏa mãn. **Chọn đáp án B.**

37. (THPT QG 2018 – Mã đề 104) Cho phương trình $2^x + m = \log_2(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-18; 18)$ để phương trình đã cho có nghiệm ?

A. 9.

B. 19.

C. 17.

D. 18.

38. (THPT QG 2018 – Mã đề 105) Cho phương trình $7^x + m = \log_7(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 25)$ để phương trình đã cho có nghiệm ?

A. 9.

B. 24.

C. 26.

D. 25.

39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{m+2}\sqrt{m+2\sin x} = \sin x$ có nghiệm thực ?

- A.** 0.
- B.** 1.
- C.** 2.
- D.** 3.
- Giải.** Điều kiện $\sin x > 0$.
- Phương trình $\Leftrightarrow m+2\sqrt{m+2\sin x} = \sin^2 x$
 $\Leftrightarrow (\sqrt{m+2\sin x})^2 + 2\sqrt{m+2\sin x} = \sin^2 x + 2\sin x$
 $\Leftrightarrow f(\sqrt{m+2\sin x}) = f(\sin x) \cdots \Rightarrow \sqrt{m+2\sin x} = \sin x$
 $\Leftrightarrow \sin^2 x - 2\sin x = m$ và đặt $t = \sin x, t \in [0;1]$
- Phương trình trở thành (1) $\Leftrightarrow m = t^2 - 2t = g(t)$
- Phương trình có nghiệm khi $\min_{[0;1]} g(t) \leq m \leq \max_{[0;1]} g(t)$.
- Mà $g'(t) = 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ nên có $g(0) = 0, g(1) = -1$
 $\Rightarrow \min_{[0;1]} g(t) = -1$ và $\max_{[0;1]} g(t) = 0$. Suy ra $-1 \leq m \leq 0 \Rightarrow m \in \{-1;0\}$.
- Lưu ý:** Có thể giải bằng cách đặt ẩn phụ, rồi đưa về hệ đối xứng loại 2.

40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m nhỏ hơn 10 sao cho phương trình $\sqrt{m+\sqrt{m+e^x}} = e^x$ có nghiệm thực ?

- A.** 9.
- B.** 8.
- C.** 10.
- D.** 7.

41. Tìm các giá trị của m để phương trình $\ln[m + \ln(m+x)] = x$ có nhiều nghiệm nhất.

- A.** $m \geq 0$.
- B.** $m > 1$.
- C.** $m < e$.
- D.** $m \geq -1$.

42. Cho phương trình $\log_3 \frac{2x^2 - x + m}{x^2 + 1} = x^2 + x + 4 - m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để phương trình có hai nghiệm trái dấu ?

A. 2022.

B. 2021.

C. 2016.

D. 2015.

43. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x + 2 - m$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. 3.

B. Vô số.

C. 2.

D. 4.

44. Cho phương trình $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho có đúng ba nghiệm phân biệt. Tính tổng T các phần tử của S .

A. $T = 1$.

B. $T = 2$.

C. $T = 0$.

D. $T = 3$.

45. Cho phương trình $8x^2 + 4x + 13 = m^2(2x + 1)\sqrt{x^2 + 3}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-30; 30]$ để phương trình có nghiệm ?

A. 20.

B. 58.

C. 54.

D. 56.

46. Cho phương trình $x^2 + (m + 2)x + 4 = (m - 1)\sqrt{x^3 + 4x}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để phương trình có nghiệm ?

A. 2011.

B. 2018.

C. 2017.

D. 2012.

47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-50; 50]$ để phương trình $x^3 - 3\sqrt[3]{3x + 2m} = 2m$ có nghiệm duy nhất.

A. 20.

B. 97.

C. 21.

D. 98.

48. Cho hàm số $f(x) = x^3 + x - 2^m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(f(x)) = x$ có nghiệm trên $[1; 2]$.

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

RÈN LUYỆN LẦN 1

- Câu 1.** Giải phương trình $5^{x-2} = 3$.
A. $x = \log_5 28$. B. $x = \log_3 5 + 2$. C. $x = \log_5 3 + 2$. D. $x = \log_5 45$.
- Câu 2.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x^2+3x-10} = 1$.
A. $S = \{1; 2\}$. B. $S = \{-5; 2\}$. C. $S = \{-5; -2\}$. D. $S = \{2; 5\}$.
- Câu 3.** Giải phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^x$.
A. $x = -\frac{2}{5}$. B. $x = 4$. C. $x = -\frac{1}{8}$. D. $x = 1$.
- Câu 4.** Cho $f(x) = e^{3x-x^2}$. Biết phương trình $f''(x) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.
A. $x_1 x_2 = \frac{9}{4}$. B. $x_1 x_2 = \frac{7}{4}$. C. $x_1 x_2 = \frac{3}{2}$. D. $x_1 x_2 = 3$.
- Câu 5.** Giải phương trình $3^x \cdot 5^{x-1} = 7$.
A. $x = \log_{15} 35$. B. $x = \log_{21} 5$. C. $x = \log_{21} 35$. D. $x = \log_{15} 21$.
- Câu 6.** Giải phương trình $3^{x+5} - 3^x = 121$.
A. $x = \log_2 3$. B. $x = -\log_3 2$. C. $x = \log_3 2$. D. $x = -\log_2 3$.
- Câu 7.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$.
A. $S = \{1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \{2\}$.
- Câu 8.** Giải phương trình $\log(x-1) = 2$.
A. $x = 101$. B. $x = e^2 + 1$. C. $x = e^2 - 1$. D. $x = \pi^2 + 1$.
- Câu 9.** Giải phương trình $\log_3(3x-2) = 3$.
A. $x = \frac{29}{3}$. B. $x = 87$. C. $x = \frac{25}{3}$. D. $x = \frac{11}{3}$.
- Câu 10.** Phương trình $\log_3(-3x^2 + 5x + 17) = 2$ có tập nghiệm S là tập nào sau đây?
A. $S = \left\{1; -\frac{8}{3}\right\}$. B. $S = \left\{-1; \frac{8}{3}\right\}$. C. $S = \left\{2; -\frac{8}{3}\right\}$. D. $S = \left\{-1; -\frac{8}{3}\right\}$.
- Câu 11.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x^2 - 4x + 3) = \log_2(4x - 4)$.
A. $S = \{1; 7\}$. B. $S = \{7\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = \{3; 7\}$.
- Câu 12.** Phương trình $\log_2 x + \log_2(x+1) = 1$ có tập nghiệm S là tập nào sau đây?
A. $S = \left\{\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \left\{\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right\}$. D. $S = \{1\}$.
- Câu 13.** Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+3) - 1 = \log_{\sqrt{2}} x$ là bao nhiêu?
A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.
- Câu 14.** Giải phương trình $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$.
A. $x = 24$. B. $x = 36$. C. $x = 45$. D. $x = 64$.
- Câu 15.** Tổng bình phương các nghiệm của $\log_5 x + \log_3 x = 1 + \log_3 x \cdot \log_5 x$ bằng
A. 64. B. 34. C. 8. D. 2.
- Câu 16.** Cho hàm $f(x) = \log_3(x^2 - 2x)$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $f'(x) = 0$.

A. $S = \emptyset$. B. $S = \{1 \pm \sqrt{2}\}$. C. $S = \{0; 2\}..$ D. $S = \{1\}$.

Câu 17. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2\log_4(x-3) + \log_4(x-5)^2 = 0$. Tính tổng $T = x_1 + x_2$.

A. $T = 8$. B. $T = 8 + \sqrt{2}$. C. $T = 8 - \sqrt{2}$. D. $T = 4 + \sqrt{2}$.

Câu 18. Giải phương trình $\log_3(x+2) + \log_9(x+2)^2 = \frac{5}{4}$.

A. $x = 1$. B. $x = \sqrt[8]{3^5} - 2$. C. $x = \sqrt[4]{3^5} - 2$. D. $x = \sqrt[4]{3} - 2$.

Câu 19. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(\log_2 x) = 1$.

A. $x = 8$. B. $x = 6$. C. $x = 9$. D. $x = 2$.

Câu 20. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(3^{3x-1} - 1) = 3$.

A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 8$.

Câu 21. Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $4^{x-1} - 3.2^x + 7 = 0$. Tính S .

A. $S = \log_2 7$. B. $S = 12$. C. $S = 28$. D. $S = \log_2 28$.

Câu 22. Biết phương trình $7^{2x+1} - 8.7^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $T = \frac{x_2}{x_1}$.

A. $T = 4$. B. $T = 0$. C. $T = -1$. D. $T = 2$.

Câu 23. Giải phương trình $3^x - 8.3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$.

A. $\begin{cases} x = 2 \\ x = \log_3 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = \log_3 25 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \log_3 5 \\ x = \log_3 25 \end{cases}$.

Câu 24. Tìm tích P các nghiệm của phương trình $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$.

A. $P = 2$. B. $P = -1$. C. $P = 0$. D. $P = 1$.

Câu 25. Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{x-1} + 5^{3-x} = 26$.

A. $S = \{3; 5\}$. B. $S = \{1; 3\}$. C. $S = \{2; 4\}..$ D. $S = \emptyset$.

Câu 26. Biết rằng phương trình $2^{x^2-1} = 3^{x+1}$ có hai nghiệm là a và b . Tính $T = a + b + ab$.

A. $T = 2\log_2 3 - 1$. B. $T = 1 + \log_2 3$. C. $T = -1$. D. $T = 1 + 2\log_2 3$.

Câu 27. Tìm tập nghiệm thực của phương trình $3^x.2^{x^2} = 1$.

A. $S = \{0; \log_6\}$. B. $S = \{0; \log_2 3\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \left\{0; \log_2 \frac{1}{3}\right\}$.

Câu 28. Phương trình $\log_4(3.2^x - 8) = x - 1$ có tổng tất cả các nghiệm bằng bao nhiêu?

A. 1. B. -4. C. 5. D. 7.

Câu 29. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(2^x - 1). \log_4(2^{x+1} - 2) = 1$.

A. $x = \log_2 3$ và $x = \log_2 5$. B. $x = 1$ và $x = -2$.
C. $x = \log_2 3$ và $x = \log_2 \frac{5}{4}$. D. $x = 1$ và $x = 2$.

- Câu 30.** Biết phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tích $x_1 x_2$.
A. $x_1 x_2 = 64$. B. $x_1 x_2 = 32$. C. $x_1 x_2 = 16$. D. $x_1 x_2 = 36$.
- Câu 31.** Gọi x_1, x_2 là nghiệm của $\log_2^2 x - 3\log_2 5 \cdot \log_5 x + 2 = 0$. Tính $P = x_1^2 + x_2^2$.
A. $P = 20$. B. $P = 5$. C. $P = 36$. D. $P = 25$.
- Câu 32.** Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3 3x \cdot \log_3 x = 2$. Tính $x_1 + x_2$.
A. $x_1 + x_2 = \frac{1}{9}$. B. $x_1 + x_2 = \frac{28}{9}$. C. $x_1 + x_2 = \frac{26}{3}$. D. $x_1 + x_2 = \frac{1}{3}$.
- Câu 33.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4$ bằng
A. $\frac{17}{4}$. B. 0. C. 4. D. $\frac{65}{4}$.
- Câu 34.** Tìm m để $4^x - 2(m-1) \cdot 2^x + 3m - 4 = 0$ có 2 nghiệm x_1 và x_2 thỏa $x_1 + x_2 = 3$.
A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.
- Câu 35.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9^x - 2m \cdot 3^x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 + x_2 = 3$.
A. $m = -\frac{3}{2}$. B. $m = \frac{27}{2}$. C. $m = 3\sqrt{3}$. D. $m = \frac{9}{2}$.
- Câu 36.** Tìm m để $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm thỏa $x_1 x_2 = 9$.
A. $m \in (4; 6)$. B. $m \in (-1; 1)$. C. $m \in (3; 4)$. D. $m \in (1; 3)$.
- Câu 37.** Tìm tham số m để phương trình $4^x + (1-3m)2^x + 2m^2 - m = 0$ có nghiệm.
A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
C. $(0; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.
- Câu 38.** Tìm tham số m để phương trình $9^x + 2m \cdot 3^x + m + 2 = 0$ có nghiệm.
A. $-2 < m \leq 1$. B. $m \leq -1$. C. $-2 < m \leq -1$. D. $m \geq 1$.
- Câu 39.** Có mấy giá trị nguyên của m để $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm $x \in [1; 8]$.
A. 5. B. 2. C. 4. D. Vô số.
- Câu 40.** Tìm m để phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{0,5} x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.
A. $-1 \leq m \leq \frac{1}{4}$. B. $m < \frac{1}{4}$. C. $0 < m \leq \frac{1}{4}$. D. $m \leq \frac{1}{4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 1

1.C	2.B	3.A	4.B	5.A	6.B	7.B	8.A	9.A	10.B
11.B	12.D	13.A	14.D	15.B	16.A	17.B	18.B	19.A	20.B
21.D	22.B	23.C	24.B	25.B	26.C	27.D	28.C	29.C	30.B
31.A	32.B	33.D	34.B	35.B	36.B	37.C	38.B	39.A	40.D

RÈN LUYỆN LẦN 2

- Câu 1.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.
A. $m \geq 1$. B. $m \geq 0$. C. $m > 0$. D. $m \neq 0$.
- Câu 2.** Tìm nghiệm của phương trình $4^{x+1} = 64^a$ với a là số thực cho trước.
A. $x = 3a - 1$. B. $x = 3a + 1$. C. $x = a - 1$. D. $x = a^3 - 1$.
- Câu 3.** Hỏi phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực?
A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.
- Câu 4.** Cho hàm số $f(x) = e^{x-x^2}$. Biết $f''(x) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1.x_2$.
A. $x_1.x_2 = -\frac{1}{4}$. B. $x_1.x_2 = 1$. C. $x_1.x_2 = \frac{3}{4}$. D. $x_1.x_2 = 0$.
- Câu 5.** Tìm nghiệm của phương trình $\frac{3^{2x-6}}{27} = \frac{1}{3^x}$.
A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $x = 5$. D. $x = 3$.
- Câu 6.** Phương trình $3^{1-x} = 2 + \frac{1}{9^x}$ có bao nhiêu nghiệm dương?
A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.
- Câu 7.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+1} + 4^{x-1} = 272$.
A. $S = \{1\}$. B. $S = \{3\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{5\}$.
- Câu 8.** Giải phương trình $\log(2x+1) = 1$.
A. $x = \frac{e+1}{2}$. B. $x = \frac{e-1}{2}$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{11}{2}$.
- Câu 9.** Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(\log_2 x) = 1$.
A. $x = 8$. B. $x = 6$. C. $x = 9$. D. $x = 2$.
- Câu 10.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2(x^2+1) = \log_2(3x-1)$. Tính x_1+x_2 .
A. $x_1+x_2 = 3$. B. $x_1+x_2 = 2$. C. $x_1+x_2 = 1$. D. $x_1+x_2 = 4$.
- Câu 11.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.
A. $S = \{4\}$. B. $S = \{3\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \{1\}$.
- Câu 12.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{0,5}(x+1) = 1$.
A. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$. B. $S = \{2 \pm \sqrt{5}\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{3 + \sqrt{13}\}$.
- Câu 13.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $\log_3(3^{x+1}-1) = 2x - \log_3 2$. Tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$.
A. $S = 252$. B. $S = 45$. C. $S = 9$. D. $S = 180$.
- Câu 14.** Tìm số thực x , biết $\log_3 x \cdot \log_{\frac{1}{3}} x = -36$.
A. $x = -6^3$ hoặc $x = 6^{-3}$. B. $x = 3^6$ hoặc $x = 3^{-6}$.
C. $x = 3^{36}$ hoặc $x = -3^{36}$. D. $x = 6^3$ hoặc $x = -6^{-3}$.

Câu 15. Tìm nghiệm của phương trình $\log_5 x + \log_{25} x = \log_{0,2} \sqrt{3}$.

- A. $x = \pm \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. B. $x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. C. $x = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. D. $x = \sqrt[3]{3}$.

Câu 16. Phương trình $6 \log_8 2x + 3 \log_8 (x-1)^2 = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực ?

- A. Vô nghiệm. B. 3 nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 1 nghiệm.

Câu 17. Gọi x_1, x_2 là nghiệm phương trình $\log_4 (x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 (4+x)^3$.

Tính $T = |x_1 - x_2|$.

- A. $T = 8 + 2\sqrt{6}$. B. $T = 8$. C. $T = 2\sqrt{6}$. D. $T = 4\sqrt{6}$.

Câu 18. Nếu $\log_2 (\log_8 x) = \log_8 (\log_2 x)$ thì $(\log_2 x)^2$ bằng bao nhiêu ?

- A. $(\log_2 x)^2 = 3$. B. $(\log_2 x)^2 = 3\sqrt{3}$. C. $(\log_2 x)^2 = 27$. D. $(\log_2 x)^2 = 3^{-1}$.

Câu 19. Tính tích t các nghiệm của phương trình $(3 + 2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3 - 2\sqrt{2})^{x^3-2}$.

- A. $t = 0$. B. $t = -2$. C. $t = -1$. D. $t = 1$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = 3^x \cdot 2^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

- A. $f(x) = 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_2 3 + x^2 = 0$. B. $f(x) = 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_2 3 - x^2 = 0$.
C. $f(x) = 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_3 2 + x^2 = 0$. D. $f(x) = 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_3 2 - x^2 = 0$.

Câu 21. Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào ?

- A. $2t^2 - 3 = 0$. B. $t^2 + t - 3 = 0$. C. $4t - 3 = 0$. D. $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Câu 22. Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $2x_1 + 3x_2$.

- A. 1. B. $2 \log_2 3$. C. $3 \log_3 2$. D. $4 \log_3 2$.

Câu 23. Phương trình $5^{2x+1} - 13 \cdot 5^x + 6 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tính tổng $S = x_1 + x_2$.

- A. $S = 1 - \log_5 6$. B. $S = \log_5 6 - 2$. C. $S = 2 - \log_5 6$. D. $S = \log_5 6 - 1$.

Câu 24. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $5^{x-1} + 5 \cdot 0,2^{x-2} = 26$. Tính $S = x_1 + x_2$.

- A. $S = 2$. B. $S = 1$. C. $S = 3$. D. $S = 4$.

Câu 25. Hỏi phương trình $6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$ có bao nhiêu nghiệm ?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 26. Cho phương trình $9^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 4^{x+1} = 0$. Phát biểu nào sau đây **đúng** ?

- A. Phương trình có 2 nghiệm nguyên. B. Phương trình có 2 nghiệm dương.
C. Phương trình có 1 nghiệm dương. D. Phương trình có 2 nghiệm vô tỉ.

Câu 27. Cho x thỏa phương trình $\log_2 \left(\frac{5 \cdot 2^x - 8}{2^x + 2} \right) = 3 - x$. Tính giá trị của $P = x^{\log_2 4x}$.

- A. $P = 4$. B. $P = 1$. C. $P = 8$. D. $P = 2$.

Câu 28. Tìm tích T tất cả các nghiệm của phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$.

- A. $T = 2$. B. $T = -1$. C. $T = 0$. D. $T = 1$.

- Câu 29.** Hỏi phương trình $\log_2(4x) - \log_{\frac{x}{2}} 2 = 3$ có bao nhiêu nghiệm ?
A. 1 nghiệm. B. Vô nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 3 nghiệm.
- Câu 30.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$. Tính tích số $x_1 x_2$.
A. $x_1 x_2 = 16$. B. $x_1 x_2 = 36$. C. $x_1 x_2 = 22$. D. $x_1 x_2 = 32$.
- Câu 31.** Tính tổng S các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - \log_3(9x) + 2 = 0$.
A. $S = 10$. B. $S = 3$. C. $S = 0$. D. $S = 4$.
- Câu 32.** Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log^2 x + \log_3 x \cdot \log 27 - 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log x_1 + \log x_2$.
A. $A = 3$. B. $A = -3$. C. $A = -2$. D. $A = 4$.
- Câu 33.** Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_4(2^{x+1} - 2) = 1$.
A. $S = \log_2 15$. B. $S = -1$. C. $S = \log_2 \frac{15}{4}$. D. $S = 3$.
- Câu 34.** Tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 \frac{2x^2 + 1}{2x} + 2^{\frac{x+1}{2x}} = 5$ bằng
A. 0,5. B. 2. C. 1. D. 0.
- Câu 35.** Phương trình $3^{x^2-x-6} - 3^{x+2} + x^2 - 2x - 8 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1^2 + x_2^2$.
A. $x_1^2 + x_2^2 = 2$. B. $x_1^2 + x_2^2 = 20$. C. $x_1^2 + x_2^2 = 10$. D. $x_1^2 + x_2^2 = 13$.
- Câu 36.** Tìm m để $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 = 1$.
A. $m = 6$. B. $m = -3$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.
- Câu 37.** Tìm m để $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm $x_1, x_2 = 27$.
A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 25$. D. $m = 4$.
- Câu 38.** Tìm m để $(m+3) \cdot 16^x + (2m-1) \cdot 4^x + m+1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.
A. $-1 < m < -\frac{3}{4}$. B. $-\frac{3}{4} < m < 3$. C. $\frac{3}{4} < m < 3$. D. $-\frac{3}{4} < m < 0$.
- Câu 39.** Tìm m để phương trình $\log_2^2 x + 4\log_2 x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.
A. $(-4; +\infty)$. B. $[-4; +\infty)$. C. $[-4; 0)$. D. $[-2; 0]$.
- Câu 40.** Tìm m để $\log_2(5^{-x} + 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^{-x} + 2) = m$ có nghiệm thuộc $(0; +\infty)$.
A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 2

1.C	2.A	3.D	4.A	5.D	6.A	7.B	8.C	9.A	10.A
11.B	12.A	13.D	14.B	15.B	16.D	17.C	18.C	19.A	20.A
21.D	22.C	23.D	24.D	25.A	26.A	27.C	28.B	29.C	30.D
31.D	32.B	33.C	34.A	35.B	36.C	37.A	38.A	39.B	40.D

RÈN LUYỆN LẦN 3

- Câu 1.** Tính tổng S các nghiệm của phương trình $3^{x^4-3x^2} = 81$.
A. $S = 0$. B. $S = 1$. C. $S = 3$. D. $S = 4$.
- Câu 2.** Giải phương trình $9^{|3x-1|} = 3^{8x-2}$.
A. $x = 0, x = \frac{2}{7}$. B. $x = \frac{2}{7}$. C. $x = 0$. D. $x = \frac{3}{7}; x = \frac{2}{7}$.
- Câu 3.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm phương trình $5^{x^2-x-1} \cdot 3^{x^2-x+2} = 27$. Giá trị $x_1 + x_2 + x_1x_2$ bằng
A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .
- Câu 4.** Tính tích các nghiệm của phương trình $3^{x^2} - 2^{x^2-1} = 2^{x^2+2} - 3^{x^2-1}$.
A. $-\frac{1}{3}$. B. -3 . C. $-\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 5.** Giải phương trình $3^{x+5} - 3^x = 121$.
A. $x = \log_3 3$. B. $x = -\log_3 2$. C. $x = \log_3 2$. D. $x = -\log_3 3$.
- Câu 6.** Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của $(\sqrt{17} + 4)^{\frac{2x-1}{3x}} = (\sqrt{17} - 4)^{\frac{x-1}{x+1}}$. Giá trị của $\frac{x_1}{x_2}$ là
A. $\frac{-7-2\sqrt{6}}{5}$. B. $\frac{-7+2\sqrt{6}}{5}$. C. $\frac{1-\sqrt{6}}{5}$. D. $\frac{1+\sqrt{6}}{5}$.
- Câu 7.** Tính tổng bình phương của các nghiệm $2^{x^2+x} - 4 \cdot 2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$.
A. 1 . B. 5 . C. 13 . D. 10 .
- Câu 8.** Tính tổng các nghiệm $4x^2 + x \cdot 2^{x^2+1} + 3 \cdot 2^{x^2} = x^2 \cdot 2^{x^2} + 8x + 12$.
A. $S = \{-1; \pm\sqrt{2}; 3\}$. B. $S = \{-1; \sqrt{2}; 3\}$.
C. $S = \{-1; -\sqrt{2}; 3\}$. D. $S = \{-1; \pm\sqrt{2}\}$.
- Câu 9.** Tính tích các nghiệm của phương trình $2^{x-3} = 3^{x^2-5x+6}$.
A. $3 \log_3 18$. B. $6 \log_3 2$. C. $2 \log_3 12$. D. $1 + 2 \log_3 18$.
- Câu 10.** Tính tổng các nghiệm của phương trình $5^x \cdot 2^{\frac{2x-1}{x+1}} = 50$.
A. $3 + \log_2 5$. B. $1 + \log_2 5$. C. $3 - \log_2 5$. D. $-2 + \log_2 5$.
- Câu 11.** Giải phương trình $\log_3(2^x - 1) = 4$.
A. $x = \log_2 82$. B. $x = \log_2 65$. C. $x = \log_2 81$. D. $x = \log_2 66$.
- Câu 12.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x^2 - 2x + 3) - \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x + 1) = 1$.
A. $S = \{5\}$. B. $S = \{0; 5\}$. C. $S = \{0; 5\}$. D. $S = \{1; 5\}$.
- Câu 13.** Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} = 2$.

- A. $4 + \sqrt{8}$. B. $4 - \sqrt{8}$. C. $3 - \sqrt{8}$. D. $3 + \sqrt{8}$.

Câu 14. Tính tổng các nghiệm của phương trình $2\log_9 x = \log_3 x \cdot \log_3(\sqrt{2x+1} - 1)$.

- A. $2 + \sqrt{2}$. B. $5 + \sqrt{2}$. C. $5 + \sqrt{3}$. D. 5.

Câu 15. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

- A. $\frac{80}{9}$. B. $\frac{82}{9}$. C. 9. D. 0.

Câu 16. Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1, x_2, (x_1 < x_2)$. Chọn câu đúng ?

- A. $x_1 \cdot x_2 = -1$. B. $x_1 + 2x_2 = -1$. C. $2x_1 + x_2 = 0$. D. $x_1 + x_2 = -2$.

Câu 17. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2e^x + 2e^{-x} - 5 = 0$.

- A. $S = \left\{ \ln \frac{1}{2} \right\}$. B. $S = \{\ln 2\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = \{\pm \ln 2\}$.

Câu 18. Tính tổng các nghiệm $x \in (0; 2\pi)$ của phương trình $9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 6$.

- A. 2π . B. 4π . C. 3π . D. 5π .

Câu 19. Biết phương trình $27^x - 27^{1-x} - 16\left(3^x - \frac{3}{3^x}\right) + 6 = 0$ có nghiệm $x = a, x = \log_3 b$ và

$x = \log_3 c$ với $a \in \mathbb{Z}, b > c > 0$. Tỉ số $\frac{b}{c}$ thuộc khoảng nào sau đây ?

- A. $(3; +\infty)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$. D. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

Câu 20. Giải phương trình $2 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 6^{\frac{1}{x}} = 9^{\frac{1}{x}}$.

- A. $x = \log_{\frac{2}{3}} 2$. B. $x = \log_2 3$. C. $x = -\log_{\frac{2}{3}} 2$. D. $x = \log_3 2$.

Câu 21. Biết phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 6$ có nghiệm dạng $x = \log_{2+\sqrt{a}} b$ với a, b là số dương. Tổng $a^2 + b^2$ bằng

- A. 13. B. 8. C. 7. D. 11.

Câu 22. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phương trình $\log_{\sqrt{2}} x + 3\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x = 2$. Tính $x_1^2 + x_2^2$.

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{33}{16}$. C. $\frac{9}{4}$. D. 6.

Câu 23. Tính tích các nghiệm phương trình $\frac{6}{\log_2 2x} + \frac{4}{\log_2 x^2} = 3$.

- A. $\frac{27\sqrt[4]{2}}{10}$. B. $\frac{5\sqrt[3]{2}}{2}$. C. $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$. D. $2\sqrt[4]{2}$.

Câu 24. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{\log x - 1} + \sqrt[3]{2 - \log x} = 1$.

- A. $S = \{10; 10^2; 10^4\}$. B. $S = \{10; 10^2\}$. C. $S = \{10^2; 10^3\}$. D. $S = \{10^2; 10^4\}$.

Câu 25. Giải phương trình $\log_3(3^x + 1) \cdot \log_3(3^{x+2} + 9) = 3$.

- A. $x = \log_3 2$. B. $x = \frac{1}{2} \log_2 3$. C. $x = 1, x = -3$. D. $x = -\frac{1}{3}, x = 1$.

Câu 26. Phương trình $7^x = 6x + 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 27. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 2x + 1) = \log_2(x^2 + 2x)$.

- A. 0. B. $2\sqrt{3}$. C. -2 . D. 1.

Câu 28. Tích các nghiệm phương trình $(\sqrt{2} + 1)^{1+\sqrt{x^2-3x}} - (3 + 2\sqrt{2})^{\sqrt{x^2-3x}} = \sqrt{x^2 - 3x} - 1$ là

- A. 3. B. $\frac{3 - \sqrt{13}}{2}$. C. $\frac{3 + \sqrt{13}}{2}$. D. -1 .

Câu 29. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 2(m-1) \cdot 2^x + m^2 - 4m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

- A. $m \geq 3$. B. $m > 3$. C. $m > 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 30. Biết $m = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản thì $m \cdot 25^x - 2(m+1) \cdot 5^x + m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 2$. Giá trị của $a^3 + b$ bằng

- A. 35. B. 8. C. 9. D. 27.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $5 \cdot 16^x - 2 \cdot 81^x = m^2 \cdot 36^x$ có nghiệm dương ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 32. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.

- A. $m = -4$. B. $m = 4$. C. $m = 81$. D. $m = 44$.

Câu 33. Giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$ thuộc khoảng nào sau đây ?

- A. $(0; 3)$. B. $(-6; -3)$. C. $(3; 6)$. D. $(-3; 0)$.

Câu 34. Giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2(2m+1) \cdot 3^x + 3(4m-1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$ thuộc khoảng nào sau đây ?

- A. $(3; 9)$. B. $(9; +\infty)$. C. $\left[\frac{1}{4}; 3\right)$. D. $\left[-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 35. Tìm tập hợp tham số m để $4^x - m \cdot 2^x + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $\left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. B. $\left[0; \frac{5}{2}\right)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left[\frac{5}{2}; 4\right)$.

Câu 36. Tập hợp các giá trị thực của m để phương trình $\log_3(1 - x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x + m - 4) = 0$

có hai nghiệm thực phân biệt là $T = (a; b)$, trong đó a, b là các số nguyên hoặc phân số tối giản. Giá trị của $M = a + b$ bằng

- A. $\frac{33}{6}$. B. $\frac{17}{3}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{41}{4}$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $9^x + 3^{x+1} - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

- A. 11. B. 12. C. 13. D. 14.

Câu 38. Tìm m để $5^{2x^2-6x+2m} - 5^{x^2-2x+2} - 5^{x^2-4x+2m} - 25 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $0 \neq m < 1$. B. $2 \neq m < 3$. C. $4 \neq m > 3$. D. $1 \neq m < 3$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $\sqrt[3]{m+3}\sqrt{m+3\sin x} = \sin x$ có nghiệm ?

- A. 7. B. 3. C. 5. D. 2.

Câu 40. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để phương trình $\ln[m + \ln(m + \cos x)] = \cos x$ có nghiệm thực ?

- A. $\frac{e+1}{2}$. B. $e-1$. C. e . D. 1.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 3

1.A	2.B	3.B	4.B	5.B	6.B	7.A	8.A	9.A	10.B
11.A	12.C	13.B	14.D	15.B	16.B	17.D	18.B	19.C	20.C
21.B	22.C	23.C	24.A	25.A	26.C	27.C	28.D	29.B	30.C
31.A	32.B	33.C	34.C	35.D	36.D	37.C	38.D	39.C	40.B

RÈN LUYỆN LẦN 4

- Câu 1.** Tìm tích số của tất cả các nghiệm thực của phương trình $7^{x^2-x+\frac{3}{2}} = 49\sqrt{7}$ bằng
- A. -1 . B. 1 . C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 2.** Tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{4}{7}\right)^x \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^{3x-1} - \frac{16}{49} = 0$ là
- A. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \left\{\pm\frac{1}{2}\right\}$. D. $S = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$.
- Câu 3.** Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là
- A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. 0 .
- Câu 4.** Cho phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{x^2+x-1} = (2 + \sqrt{3})^{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
- A. Phương trình có hai nghiệm không dương.
B. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.
C. Phương trình có hai nghiệm trái dấu.
D. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.
- Câu 5.** Nghiệm của phương trình $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1}$ là
- A. $x = \log_{\frac{3}{4}} \frac{3}{2}$. B. $x = 1$. C. $x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}$. D. $x = \log_{\frac{4}{3}} \frac{2}{3}$.
- Câu 6.** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2^{2x^2+1} - 5 \cdot 2^{x^2+3x} + 2^{6x+1} = 0$ bằng
- A. 4 . B. 10 . C. 6 . D. 8 .
- Câu 7.** Phương trình $8^{\frac{2x-1}{x+1}} = 0,25 \cdot (\sqrt{2})^{7x}$ có tích các nghiệm bằng?
- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 8.** Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng
- A. $\frac{82}{9}$. B. $\frac{80}{9}$. C. 9 . D. 0 .
- Câu 9.** Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1)^{x_2}$.
- A. $T = 64$. B. $T = 32$. C. $T = 8$. D. $T = 16$.
- Câu 10.** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là
- A. $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$. B. $\{-4; 4\}$. C. $\{4\}$. D. $\{-4\}$.
- Câu 11.** Tích các nghiệm của phương trình $\log_3(3x) \cdot \log_3(9x) = 4$ là
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{27}$. D. 1 .

- Câu 12.** Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3(2x - 1) = 2 \log_2 x$ là
A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.
- Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = 2^x - x \ln 8$. Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm là
A. $x = \log_2 3$. B. $x = \log_3 2$. C. $x = 2$. D. $x = \log_2(\ln 8)$.
- Câu 14.** Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) - \log_3(2x + 3) = 0$ là
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- Câu 15.** Gọi a là một nghiệm của $(26 + 15\sqrt{3})^x + 2 \cdot (7 + 4\sqrt{3})^x - 2(2 - \sqrt{3})^x = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức nào sau đây là đúng?
A. $a^2 + a = 2$. B. $\sin^2 a + \cos a = 1$.
C. $2 + \cos a = 2$. D. $3^a + 2a = 5$.
- Câu 16.** Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là
A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 17.** Tính tổng của các nghiệm thực của phương trình $(3^x - 9)^3 + (9^x - 3)^3 = (9^x + 3^x - 12)^3$.
A. 3. B. $\frac{7}{2}$. C. 4. D. $\frac{9}{2}$.
- Câu 18.** Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}^2 x + \log_2(x\sqrt{8}) - 3 = 0$. Khi đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?
A. $8t^2 + 2t - 6 = 0$. B. $4t^2 + t = 0$. C. $4t^2 + t - 3 = 0$. D. $8t^2 + 2t - 3 = 0$.
- Câu 19.** Biết rằng phương trình $3 \log_2^2 x - \log_2 x - 1 = 0$ có hai nghiệm là a, b . Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $a + b = \frac{1}{3}$. B. $ab = -\frac{1}{3}$. C. $ab = \sqrt[3]{2}$. D. $a + b = \sqrt[3]{2}$.
- Câu 20.** Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2 \log_{\sqrt{3}} x = 2 \log_{\frac{1}{3}} x + 3$ bằng
A. 2. B. 27. C. $\frac{82}{3}$. D. $\frac{80}{3}$.
- Câu 21.** Phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x + 3) + \log_9(x - 1)^4 = 4 \log_9(4x)$ có bao nhiêu nghiệm?
A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 22.** Xét $0 < a, b, x \neq 1$. Đặt $6(\log_a x)^2 + 6(\log_b x)^2 = 13 \log_a x \cdot \log_b x$ (*) Chọn câu đúng?
A. (*) $\Leftrightarrow a^2 = b^3$. B. (*) $\Leftrightarrow b^2 = a^3$.
C. (*) $\Leftrightarrow x = ab$. D. (*) $\Leftrightarrow a^5 + b^5 = a^2 b^2 (1 + ab)$.
- Câu 23.** Giải phương trình $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2018} x} = 2018$ có nghiệm là
A. $x = 2018 \cdot 2018!$. B. $x = \sqrt[2018]{2018!}$. C. $x = 2017!$. D. $x = (2018!)^{2018}$.
- Câu 24.** Tích các nghiệm thực của phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x \cdot \log_3(81x) + \log_{\sqrt{3}} x^2 = 0$ bằng

A. 18. B. 16. C. 17. D. 15.

Câu 25. Phương trình $27^{\frac{x-1}{x}} \cdot 2^x = 72$ có một nghiệm viết dưới dạng $x = -\log_a b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 4$. B. $S = 5$. C. $S = 6$. D. $S = 8$.

Câu 26. Gọi $x_0 = \frac{a + b\sqrt{3}}{c} > 1$ của phương trình $2x \left[(\sqrt{3})^{\frac{1}{x}} - \left(\frac{1}{3} \right)^{1-x} + 1 \right] = 2x^2 - 1$. Giá trị của

biểu thức $P = a + b + c$ là

A. $P = 6$. B. $P = 0$. C. $P = 2$. D. $P = 4$.

Câu 27. Tìm m để $\log_2^2 x - m \log_2 x + 2m - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 x_2 = 16$.

A. $m = -4$. B. $m = 11$. C. $m = 4$. D. $m = 5$.

Câu 28. Tìm m để phương trình $9^x - m \cdot 3^x + 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $|m| > 2\sqrt{6}$. B. $|m| > \sqrt{6}$. C. $m > \sqrt{6}$. D. $m > 2\sqrt{6}$.

Câu 29. Có mấy giá trị nguyên dương của m để $16^x + (m - 2)9^x = 2 \cdot 12^x$ có nghiệm dương.

A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 30. Có mấy số nguyên m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$.

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 31. Tìm m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m \in (-\infty; 2)$. B. $m \in (1; +\infty)$. C. $m \in (1; 2)$. D. $m \in (0; 2)$.

Câu 32. Phương trình $(3 + 2\sqrt{2})^x + (3 - 2\sqrt{2})^x = m$ có nghiệm khi

A. $m \in (-\infty; 5)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 5]$. D. $m \in [2; +\infty)$.

Câu 33. Tìm m để phương trình $4^{|x|} - (m + 1) \cdot 2^{|x|} + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. $m \geq 1$. B. $m > 1$. C. $1 \neq m > 0$. D. $m > 0$.

Câu 34. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên không dương của m để phương trình $\log_3(3 - x) = \log_3(x + m)$ có nghiệm. Tập S có bao nhiêu tập con?

A. 4. B. 8. C. 2. D. 7.

Câu 35. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $81^{2x-\sqrt{x}} = m$ có nghiệm.

A. $m \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $m \geq 0$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq -\frac{1}{8}$.

Câu 36. Có mấy giá trị nguyên của m để $\log_{\sqrt{2}}(x - 1) = \log_2(mx - 8)$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. 3 B. 4 C. 5 D. Vô số.

Câu 37. Tìm m để phương trình $\log_{\sqrt{2018}}(x - 2) = \log_{2018}(mx)$ có nghiệm thực duy nhất.

A. $1 < m < 2$. B. $m > 1$. C. $m > 0$. D. $m < 2$.

Câu 38. Số giá trị nguyên âm của m để phương trình $\log_{\sqrt{5}}(x - 1) = \log_5(mx + 4x)$ có nghiệm.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. Lớn hơn 4.

Câu 39. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = u_{n-1} + 6, \forall n \geq 2$ và $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$.

- A. 2587. B. 2590. C. 2593. D. 2584.

Câu 40. Cho dãy số (u_n) có số hạng đầu $u_1 \neq 1$ thỏa $\log_2^2(5u_1) + \log_2^2(7u_1) = \log_2^2 5 + \log_2^2 7$ và $u_{n+1} = 7u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 1111111$ bằng

- A. 11. B. 8. C. 9. D. 10.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 4

1.A	2.A	3.B	4.A	5.C	6.C	7.C	8.A	9.D	10.B
11.C	12.A	13.A	14.C	15.B	16.D	17.B	18.D	19.C	20.C
21.C	22.D	23.B	24.B	25.B	26.D	27.C	28.D	29.B	30.C
31.C	32.D	33.C	34.B	35.A	36.A	37.C	38.B	39.C	40.D

§ 4 BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ – BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

☆☆☆

A – CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng toán 1: Bất phương trình mũ & lôgarit cơ bản hoặc đưa về cùng cơ số

1. Bất phương trình mũ cơ bản $a^x > b$, ($a > 0$, $a \neq 1$).

— Nếu $b \leq 0$ thì tập nghiệm là $S = \mathbb{R}$ vì $a^x > 0 \geq b$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

— Nếu $b > 0$:

- Với $a > 1$ thì bất phương trình $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$.
- Với $0 < a < 1$ thì bất phương trình $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$.

2. Bất phương trình lôgarit cơ bản $\log_a x > b$, ($a > 0$, $a \neq 1$).

— Nếu $a > 1$ thì bất phương trình $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$.

— Nếu $0 < a < 1$ thì bất phương trình $\log_a x > b \Leftrightarrow 0 < x < a^b$.

3. Bất phương trình mũ và lôgarit đưa về cùng cơ số

Tìm điều kiện và dùng các công thức mũ hoặc lôgarit đưa về các dạng cơ bản:

— Dạng $a^{f(x)} > a^{g(x)}$:

- Nếu $a > 1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$. (cùng chiều khi $a > 1$).
- Nếu $0 < a < 1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$. (ngược chiều khi $0 < a < 1$).
- Nếu a chứa ẩn thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1)[f(x)-g(x)] > 0$.

— Dạng $\log_a f(x) > \log_a g(x)$:

- Nếu $a > 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ (cùng chiều khi $a > 1$).
- Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ (ngược chiều khi $0 < a < 1$).

- Nếu a chứa ẩn thì $\begin{cases} \log_a B > 0 \Leftrightarrow (a-1)(B-1) > 0 \\ \frac{\log_a A}{\log_a B} > 0 \Leftrightarrow (A-1)(B-1) > 0 \end{cases}$.

1. (Hồng Bàng – Hải Phòng 2018) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$.

A. $S = (-2; +\infty)$.

B. $S = (2; +\infty)$.

C. $S = (-2; 2)$.

D. $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Giải. Vì cơ số $a = \frac{1}{2} < 1$ nên dấu bất phương trình đổi chiều:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x} \Leftrightarrow x^2 - x < 4 - x \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0$$

$\Leftrightarrow -2 < x < 2 \Rightarrow$ Tập nghiệm là $S = (-2; 2)$. **Chọn C.**

2. (Đề minh họa – Bộ GD & ĐT 2017) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.

- A. $S = (1; +\infty)$.
B. $S = (-1; +\infty)$.
C. $S = (-2; +\infty)$.
D. $S = (-\infty; -2)$.

3. (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai năm 2018) Giải bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

- A. $S = (-\infty; 1)$.
B. $S = (1; 2)$.
C. $S = [1; 2]$.
D. $S = (2; +\infty)$.

4. (THPT Đức Thọ – Hà Tĩnh năm 2018) Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1}$.

- A. $S = [5; +\infty)$.
B. $S = (-\infty; 5)$.
C. $S = (-\infty; -1)$.
D. $S = (-1; 2)$.

5. (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

- A. $(0; 6)$.
B. $(-\infty; 6)$.
C. $(0; 64)$.
D. $(6; +\infty)$.

6. Giải bất phương trình $\left(\frac{5}{2}\right)^{5x-7} > \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$.

- A. $x \geq 1$.
B. $x = 1$.
C. $x < 1$.
D. $x > 1$.

☞ **Nhớ:** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$.

7. Hỏi bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương ?

- A. 2.
B. 4.
C. 6.
D. 3.

8. Giải bất phương trình $(\sqrt{5} - 2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x$.

- A. $S = (-\infty; -1] \cup [0; 1]$.
B. $S = [-1; 0]$.
C. $S = (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.
D. $S = [-1; 0] \cup (1; +\infty)$.

Cần nhớ:

Nếu $a.b = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{b} = b^{-1}$.

Cách giải: $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$.

Xét $\begin{cases} P(x) = 0 \Rightarrow x = x_i \\ Q(x) = 0 \Rightarrow x = x_j \end{cases}$

Lập bảng xét dấu

Giải. Điều kiện $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vì $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) = 1$ nên $\sqrt{5} - 2 = (\sqrt{5} + 2)^{-1}$. Khi đó:

$$(\sqrt{5} - 2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x \Leftrightarrow (\sqrt{5} + 2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2x}{x-1} \leq x \Leftrightarrow x + \frac{2x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + x}{x-1} \geq 0 \quad (*)$$

Xét $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = -1$ và $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$VT_{(*)}$	$-$	0	$+$	0	$-$
				$\parallel$	$+$

Vì $VT_{(*)} \geq 0$ nên tập nghiệm là $S = [-1; 0] \cup (1; +\infty)$. **Chọn D.**

9. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10} - 3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là bao nhiêu ?

- A. 2.
B. 0.
C. 1.
D. 3.

10. Tập nghiệm bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (7 - 4\sqrt{3}).(2 + \sqrt{3})^{x+1}$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

11. (THPT Kim Liên – Hà Nội 2018) Gọi S là tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương

trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x}$. Tìm số phần tử của S .

- A. 11.
B. 10.
C. 9.
D. 1.

Giải. Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x} \Leftrightarrow 3^{-\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x}$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{x^2 - 3x - 10} > 2 - x \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 3x - 10} < x - 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 10 \geq 0 \\ x - 2 > 0 \\ x^2 - 3x - 10 < (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 5 \\ 14 > x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 14.$$

$\Rightarrow S = \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13\}$ nên số phần tử của S là 9.

Nhớ: $\sqrt{A} < B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B > 0 \\ A < B^2 \end{cases}$.

12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{6+x-x^2}} > 2^{1-x}$ là

A. $S = \left(\frac{5}{2}; 3\right]$.

B.

C.

D.

13. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội năm 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$ là

A. $S = (2; +\infty)$.

B. $S = (1; 2)$.

C. $S = (1; 2]$.

D. $S = [2; +\infty)$.

14. (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai 2018) Tập nghiệm của BPT $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq 2$ là

A. $x \leq \frac{13}{4}$.

B. $x \geq \frac{13}{4}$.

C. $3 < x \leq \frac{13}{4}$.

D. $3 \leq x \leq \frac{13}{4}$.

Giải. Điều kiện: $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$. Vì cơ số $a = \frac{1}{2} < 1$ nên

Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq 2 \Leftrightarrow x-3 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x \leq \frac{13}{4}$.

So với điều kiện, tập nghiệm là $3 < x \leq \frac{13}{4}$. **Chọn C.**

15. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -2$.

A. $S = [5; +\infty)$.

B. $S = [1; 5]$.

C. $S = (1; 5]$.

D. $S = (-\infty; 5]$.

16. (Đề minh họa lần 1 – Bộ GD & ĐT năm 2017) Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

A. $x > 3$.

B. $\frac{1}{3} < x < 3$.

C. $x < 3$.

D. $x > \frac{10}{3}$.

17. Bất phương trình $\log_2(2x + 5) > \log_2(x - 1)$ có tập nghiệm là S . Hỏi trong S có bao nhiêu phần tử là số nguyên dương bé hơn 10.

- A. 9.
B. 15.
C. 8.
D. 10.

Cần nhớ: Khi giải BPT lôga, cần đặt điều kiện và kết quả giao với điều kiện. Ngoài ra cần để ý đến cơ số lớn hay bé hơn 1.

Giải. Điều kiện: $\begin{cases} 2x + 5 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$. Vì cơ số $a = 2 > 1$ nên

$$\log_2(2x + 5) > \log_2(x - 1) \Leftrightarrow 2x + 5 > x - 1 \Leftrightarrow x > -6.$$

Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow$ tập nghiệm là $S = (1; +\infty)$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ và $x < 10$ nên $S = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Do đó S có 8 phần tử. **Chọn đáp án C.**

18. (Đề minh họa lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2017) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x + 1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x - 1)$.

- A. $S = (2; +\infty)$.
B. $S = (-\infty; 2)$.
C. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.
D. $S = (-1; 2)$.

19. Có bao nhiêu số nguyên x là nghiệm bất phương trình $\log_{0,5} x \leq \log_{0,5} x^2$.

- A. 2.
B. 0.
C. Vô số.
D. 1.

20. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\pi}(x + 2) < \log_{\pi}(5 - x)$ là

- A. $\left(-2; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; 5\right)$.
C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

21. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3\log_3(x - 1) + \log_{\sqrt[3]{3}}(2x - 1) \leq 3$.

- A. $S = (1; 2]$.
B. $S = [1; 2]$.
C. $S = \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.
D. $S = \left[-\frac{1}{2}; 2\right)$.

22. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 > \ln(4x - 4)$.

- A. $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.
- B. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- C. $S = (2; +\infty)$.
- D. $S = (1; +\infty)$.

23. Bất phương trình $\ln(2x + 3) \geq \ln(2017 - 4x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương ?

- A. 170.
- B. 169.
- C. Vô số.
- D. 168.

24. (Sở GD & ĐT Đồng Tháp 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x + 6}{x} \leq 0$ là

- A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$.
- B. $S = [-2; 0)$.
- C. $S = (-\infty; 2]$.
- D. $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

Giải. Điều kiện: $\frac{4x + 6}{x} > 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (0; +\infty)$.

Vì cơ số $a = 3 > 1$ nên $\log_3 \frac{4x + 6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{4x + 6}{x} \leq 3^0$

$\Leftrightarrow \frac{4x + 6}{x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{3x + 6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x < 0$ (xét dấu)

Giao với điều kiện, tập nghiệm là $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$. **Chọn A.**

25. Tìm tập nghiệm S của BPT $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{x - 1} > 2$.

- A. $S = (1 + \sqrt{2}; +\infty)$.
- B. $S = (1; 9)$.
- C. $S = (9; +\infty)$.
- D. $S = (1; 1 + \sqrt{2})$.

26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \frac{x + 2}{3 - 2x} \geq 0$ là

- A. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$ B. $\left[-2; \frac{1}{3}\right]$.
- C. $\left[-2; \frac{1}{3}\right]$ D. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$.

27. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3 \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) < 1$.

A. $S = (0; 1)$.

B. $S = \left(\frac{1}{8}; 1 \right)$.

C. $S = (1; 8)$.

D. $S = \left(\frac{1}{8}; 3 \right)$.

28. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2) \cup [4; +\infty)$.

C. $[4; +\infty)$.

D. $(-2; 1) \cup (1; 4)$.

29. Với $0 < m \neq 1$ thì $x = 1$ là nghiệm của $\log_m (2x^2 + x + 3) \leq \log_m (3x^2 - x)$. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình đó.

A. $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3 \right]$.

B. $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 2 \right]$.

C. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3 \right]$.

D. $S = (-1; 0) \cup (1; 3]$.

30. Biết $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình $2 \log_a (23x - 23) > \log_{\sqrt{a}} (x^2 + 2x + 15)$ với $0 < a \neq 1$. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình đã cho.

A. $S = \left(-\infty; \frac{19}{2} \right)$.

B. $S = \left(1; \frac{17}{2} \right)$.

C. $S = (2; 8)$.

D. $S = (2; 19)$.

Dạng toán 2: Phương pháp đặt ẩn phụ hoặc phương pháp đánh giá

1. Phương pháp đặt ẩn phụ

Ta sẽ làm tương tự như các dạng đặt ẩn phụ của phương trình nhưng lưu ý đến chiều biến thiên của hàm số.

2. Phương pháp đánh giá

Cho hàm số $y = f(t)$ xác định và liên tục trên $\mathcal{D}$:

Nếu hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên $\mathcal{D}$ và $\forall u, v \in \mathcal{D}$ thì $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v$.

Nếu hàm số $f(t)$ luôn nghịch biến trên $\mathcal{D}$ và $\forall u, v \in \mathcal{D}$ thì $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u < v$.

—→ Để vận dụng nội dung định lí này trong giải bất phương trình, người ra đề thường cho dưới hai hình thức và có hai hướng xử lí thường gặp sau:

— Nếu đề yêu cầu giải $f(x) > 0$:

Nhắm nghiệm của $f(x) = 0$ trên miền xác định $\mathcal{D}$, chẳng hạn $x = x_0$.

Xét hàm số $y = f(x)$ trên $\mathcal{D}$ và chỉ rõ nó đơn điệu tăng một chiều (đơn điệu giảm một chiều). Khi đó: $f(x) > 0 \Leftrightarrow f(x) > f(x_0) \Leftrightarrow x > x_0$ nếu hàm số đơn điệu tăng trên $\mathcal{D}$ và $x < x_0$ nếu hàm số đơn điệu giảm trên $\mathcal{D}$.

— Nếu đề bài yêu cầu giải $f(x) > 0$ mà không nhắm được nghiệm $x = x_0$ của $f(x) = 0$ thì cần biến đổi $f(x) > 0 \Leftrightarrow f[g(x)] > f[h(x)]$ với việc xây dựng hàm đặc trưng $f(t)$, rồi chỉ ra hàm này đơn điệu 1 chiều.

Khi đó $f[g(x)] > f[h(x)] \Leftrightarrow g(x) > f(x)$ [hay $g(x) < f(x)$].

Ta sẽ làm tương tự nếu đề cho $f(x) < 0$, $f(x) \geq 0$ hoặc $f(x) \leq 0$.

1. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 \geq 0$.

A. $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$.

B. $S = [2; 16]$.

C. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Giải. Điều kiện: $x > 0$. Đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình trở thành $t^2 - 5t + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 4 \\ t \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_2 x \geq 4 \\ \log_2 x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 16 \\ x \leq 2 \end{cases}$.

So với điều kiện $x > 0$, tập nghiệm là $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.

Chọn đáp án C.

2. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 7 \log_2 3 \cdot \log_3 x + 6 \geq 0$.

A. $S = (-\infty; 2] \cup [64; +\infty)$.

B. $S = [2; 8]$.

C. $S = (0; 2] \cup [64; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$.

3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log^2 x - 2019 \log x + 2018 \leq 0$.

A. $S = [10; 10^{2018})$.

B. $S = [1; 10^{2018}]$.

C. $S = (10; 10^{2018})$.

D. $S = [10; 10^{2018}]$.

4. Giải bất phương trình $\log_3^2 x - 2 \log_3(3x) - 1 < 0$ được tập nghiệm $S = (a; b)$, với a, b là hai số thực và $a < b$. Tính giá trị của biểu thức $T = 3a + b$.

A. $T = -3$.

B. $T = 3$.

C. $T = 11$.

D. $T = 28$.

5. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $6 \log_{\frac{1}{3}}^2 x + 5 \log_{\sqrt{3}} x - 4 \leq 0$.

A. $S = \left[\frac{1}{9}; \sqrt[3]{3} \right]$.

B. $S = \left[\frac{1}{27}; \sqrt[3]{3} \right]$.

C. $S = \left[\frac{1}{9}; \sqrt[3]{9} \right]$.

D. $S = \left[\frac{1}{27}; \sqrt[3]{9} \right]$.

6. Giải bất phương trình $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 2) > -2$ ta được tập nghiệm có dạng $S = (a; b)$, với a, b là các số thực và $a < b$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b$.

A. $T = 1$.

B. $T = \log_2 \frac{15}{2}$.

C. $T = \log_2 \frac{3}{2}$.

D. $T = \log_2 5$.

7. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \geq 0$.

A. $S = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Giải. Đặt $t = 4^x$, $t > 0$ thì bất phương trình trở thành

$$\begin{cases} t > 0 \\ t^2 - 5t + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 4 \\ 0 < t \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4^x \geq 4 \\ 0 < 4^x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 0 \end{cases}.$$

Tập nghiệm cần tìm là $S = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Chọn đáp án D.

8. Biết $S = [a; b]$ là tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$. Tìm $T = b - a$.

A. $T = \frac{8}{3}$.

B. $T = 1$.

C. $T = \frac{10}{3}$.

D. $T = 2$.

9. Tìm tổng T các nghiệm nguyên của bất phương trình $9^{x-1} - 36 \cdot 3^{x-3} + 3 \leq 0$.

A. $T = 6$.

B. $T = 3$.

C. Số vô cùng lớn.

D. $T = 0$.

10. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$ là

A. 7.

B. 1.

C. 5.

D. Vô số.

11. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $9^x - 2 \cdot 6^x + 4^x > 0$.

A. $S = (0; +\infty)$.

B. $S = \mathbb{R}$.

C. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $S = [0; +\infty)$.

12. Tìm tổng S của tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\frac{1}{3^x + 5} \leq \frac{1}{3^{x+1} - 1}$.

A. $S = 3$.

B. $S = 0$.

C. $S = 2$.

D. $S = 1$.

13. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $(\sqrt{3} - 1)^{x+1} < (4 - 2\sqrt{3})^{x-1}$.

A. $S = (-\infty; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 3]$.

C. $S = (3; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 3)$.

14. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{x^2} < 2^x$.

A. $x \in (0; +\infty)$.

B. $x \in (0; \log_2 3)$.

C. $x \in (0; \log_3 2)$.

D. $x \in (0; 1)$.

Giải. Lấy lôgarit cơ số 3 hai vế của bất phương trình

$$3^{x^2} < 2^x \Leftrightarrow \log_3 3^{x^2} < \log_3 2^x$$

$$\Leftrightarrow x^2 \log_3 3 < x \log_3 2 \Leftrightarrow x^2 - x \log_3 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow 0 < x < \log_3 2.$$

Chọn đáp án C.

15. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^x \cdot 5^{x^2} < 1$.

A. $S = (-\log_5 3; 0]$.

B. $S = [0; \log_3 5)$.

C. $S = (-\log_5 3; 0)$.

D. $S = (0; \log_3 5)$.

31. Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$.

- A. $x \in (-\infty; -2) \cup (\log_2 5; +\infty)$.
- B. $x \in (-\infty; -2] \cup (\log_2 5; +\infty)$.
- C. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2) \cup (2; +\infty)$.
- D. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2] \cup [2; +\infty)$.

32. Cho hàm số $f(x) = 3^{x^2} \cdot 4^x$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

- A. $f(x) > 9 \Leftrightarrow 2x \log 3 + x \log 4 > \log 9$.
- B. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \log_2 3 + 2x > 2 \log_2 3$.
- C. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2$.
- D. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x > \frac{90}{\pi}$.

33. Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 3^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

- A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_{\frac{1}{\pi}} 2 + x^2 \cdot \log_{\frac{1}{\pi}} 3 > 0$.
- B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_{\frac{3}{e}} 2 + x^2 \cdot \log_{\frac{3}{e}} 3 > 0$.
- C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_3 2 + x^2 < 0$.
- D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \cdot \log_2 3 < 0$.

34. Cho hàm số $f(x) = \frac{3^x}{7^{x^2-1}}$. Khẳng định nào dưới đây là sai ?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1 + \log_3 7} > \frac{x^2 - 1}{1 + \log_7 3}$.
- B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_{\frac{1}{2}} 3 > (x^2 - 1) \log_2 7$.
- C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x > (x^2 - 1) \log_3 7$.
- D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \ln 3 > (x^2 - 1) \ln 7$.

16. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2-15x+100} - 2^{x^2+10x-50} + x^2 - 25x + 150 < 0$.

- A. 3. **B.** 4.
C. 5. D. 6.

 **Cần nhớ:**

Hàm số $f(t)$ đồng biến
thì $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v$.

Hàm số $f(x)$ nghịch biến
thì $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u < v$.

Giải. Bất phương trình đã cho tương đương

$$2^{2x^2-15x+100} + (2x^2 - 15x + 100) < 2^{x^2+10x-50} + (x^2 + 10x - 50)$$

$$\Leftrightarrow f(2x^2 - 15x + 100) < f(x^2 + 10x - 50) \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó $(*) \Leftrightarrow 2x^2 - 15x + 100 < x^2 + 10x - 50$

$$\Leftrightarrow x^2 - 25x + 150 < 0 \Leftrightarrow 10 < x < 15. \text{ Vì } x \in \mathbb{Z} \text{ nên chọn B.}$$

17. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^{x^2-x-6} - 3^{x+2} + x^2 - 2x - 8 \leq 0$.

- A. 3.
B. 5.
C. 7.
D. 9.

18. Tìm số nghiệm nguyên $x \in (-20; 20)$ của bất phương trình $3^{\sqrt{x^2+1}} + 2\left|x\right| < 3^{x+1}$.

- A. 8.
B. 20.
C. 12.
D. 19.

19. Tìm tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $2x \cdot (\sqrt{3})^{\frac{1}{x}} - 2x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{1-x} \leq 2x^2 - 2x - 1$.

- A.** 1.
B. 5.
C. 14.
D. 27.

20. Giải bất phương trình $\log_2 \frac{4(x+1)}{\sqrt{x}+2} > 2(x-\sqrt{x})$ được tập nghiệm $S = \left[a; \frac{b+\sqrt{c}}{2} \right)$, với a, b, c là các số thực không âm. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$.

A. $T = 3$.

B. $T = 5$.

C. $T = 8$.

D. $T = 16$.

Giải. Điều kiện: $x \geq 0$. Bất phương trình tương đương với

$$\Leftrightarrow 2 + \log_2(x+1) > 2(x-\sqrt{x}) + \log_2(\sqrt{x}+2)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+1) - 2x > \log_2[(\sqrt{x}+1)+1] - 2(\sqrt{x}+1)$$

$$\Leftrightarrow f(x) > f(\sqrt{x}+1) \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2(t+1) - 2t$ trên $[0; +\infty)$ có:

$$f'(t) = \frac{1}{(t+1) \cdot \ln 2} - 2 < 0, \forall t \geq 0 \text{ vì } (t+1) \cdot 2 \ln 2 > 1, \forall t \geq 0.$$

Do đó $f(t)$ nghịch biến trên $[0; +\infty)$ nên $(*) \Leftrightarrow x < \sqrt{x} + 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-\sqrt{5}}{2} < \sqrt{x} < \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \left[0; \frac{3+\sqrt{5}}{2} \right) \Rightarrow T = 8.$$

21. Tính tổng các nghiệm nguyên $x < 30$ của bất phương trình $x^2 + x - 2 + \log_2 x > 0$.

A. 378.

B. 406.

C. 434.

D. 435.

22. Tính tổng S các nghiệm nguyên dương của $\log_2 \frac{2x^2 - 6x + 8}{x^2 + 4x + 6} + x^3 - 9x^2 - 8x + 2 < 0$.

A. $S = 36$.

B. $S = 44$.

C. $S = 45$.

D. $S = 55$.

Dạng toán 3: Bài toán chứa tham số trong bất phương trình mũ & lôgarit

Bài toán: Tìm m để bất phương trình $f(x; m) \geq 0$ hoặc $f(x; m) \leq 0$ có nghiệm trên $\mathcal{D}$?

- **Bước 1.** Tách tham số m ra khỏi x và đưa về dạng $A(m) \leq f(x)$ hoặc $A(m) \geq f(x)$.
- **Bước 2.** Khảo sát sự biến thiên và dựa vào bảng biến thiên xác định các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm:
 - + $A(m) \leq f(x)$ có nghiệm trên $\mathcal{D} \Leftrightarrow A(m) \leq \max_{x \in \mathcal{D}} f(x)$.
 - + $A(m) \geq f(x)$ có nghiệm trên $\mathcal{D} \Leftrightarrow A(m) \geq \min_{x \in \mathcal{D}} f(x)$.

Lưu ý

- Bất phương trình $A(m) \leq f(x)$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow A(m) \leq \min_{x \in \mathcal{D}} f(x)$.
- Bất phương trình $A(m) \geq f(x)$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow A(m) \geq \max_{x \in \mathcal{D}} f(x)$.
- Nếu $f(x; m) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ hoặc $f(x; m) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ với $f(x; m)$ là bậc hai, ta sẽ sử dụng dấu tam thức bậc.

1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; +\infty)$.

A. Có 4 giá trị nguyên.

B. Có 5 giá trị nguyên.

C. Có 6 giá trị nguyên.

D. Có 7 giá trị nguyên.

Giải. Với $x \in (0; +\infty)$, đặt $t = \log_2 x, t \in (-\infty; +\infty)$.

Phương trình trở thành $t^2 + mt - m \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 : (\text{LĐ}) \\ \Delta = m^2 + 4m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0 \quad (\text{Dấu tam thức})$$

Vì m nguyên nên $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0\}$. Chọn đáp án B.

2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; +\infty)$.

A. 8.

B. 9.

C. 7.

D. Vô số.

3. Tìm m để bất phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in (1; 64)$.

A. $m < 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $m \geq 0$.

D. $m > 0$.

4. Có mấy giá trị nguyên của $m \in (-15; 15)$ để bất phương trình $\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m}$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. 16.

B. 6.

C. 7.

D. 17.

5. Tìm tham số m để bất phương trình $9^x - m \cdot 3^x - m + 3 > 0$ nghiệm đúng với mọi x .

A. $m > 2$.

B. $m < 2$.

C. $m < -6$.

D. $-6 < m < 2$.

Cần nhớ:

Với bài toán bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathcal{D}$, ta cần nhớ: “Lớn hơn số lớn – Bé hơn số bé”.

Giải. Đặt $t = 3^x > 0$ thì bất phương trình trở thành

$$t^2 - mt - m + 3 > 0, \forall t > 0 \Leftrightarrow m(t+1) < t^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow m < \frac{t^2 + 3}{t+1} = f(t), \forall t \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m < \min_{(0; +\infty)} f(t).$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 3}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases}$$

t	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$	
$f'(t)$				$-$	0	$+$
$f(t)$				3	2	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra $m < \min_{(0; +\infty)} f(t) = 2$. Chọn đáp án B.

6. Tìm m để bất phương trình $m \cdot 4^x + (m-1) \cdot 2^{x+2} + m-1 > 0$ nghiệm đúng với mọi x .

A. $m \leq 3$.

B. $m \geq 1$.

C. $-1 \leq m \leq 4$.

D. $m \geq 0$.

7. Tìm m để bất phương trình $9^x - 2(m+1) \cdot 3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi x .

A. $m \leq 3$.

B. $m \geq 1,5$.

C. $m \leq -1,5$.

D. $m < -1,5$.

8. Cho bất phương trình $\log_5(5x^2 + 5) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để bất phương trình đã cho luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. Vô số.

Giải. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ 5x^2 + 5 \geq mx^2 + 4x + m \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = mx^2 + 4x + m > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} & (*) \\ g(x) = (m - 5)x^2 + 4x + m - 5 \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} & (**) \end{cases}$

Xét (*) $\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \Rightarrow x > 0 \quad (L) \\ a = m > 0 \\ \Delta' = 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \Leftrightarrow m > 2. \\ m > 2 \end{cases}$

Xét (**) $\Rightarrow \begin{cases} m - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 5 \Rightarrow x \leq 0 \quad (L) \\ a = m - 5 < 0 \\ \Delta' = 4 - (m - 5)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m \leq 3 \Leftrightarrow m \leq 3. \\ m \geq 7 \end{cases}$

Giao hai trường hợp được: $2 < m \leq 3$. **Chọn đáp án C.**

9. Có mấy giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi giá trị của x .

A. 7.

B. 3.

C. Vô số.

D. 4.

10. Tìm m để bất phương trình $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + mx + 1)$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in (-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$.

B. $m \in (0; 2\sqrt{2})$.

C. $m \in (0; 2)$.

D. $m \in (-2; 2)$.

11. Tìm m để bất phương trình $1 + \log_6(x^2 + 1) \geq \log_6(mx^2 + 2x + m)$ nghiệm đúng $\forall x$.

A. $1 < m \leq 5$.

B. $1 \leq m \leq 5$.

C. $0 \leq m \leq 4$.

D. $0 < m \leq 4$.

12. Tìm m để bất phương trình $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$ có nghiệm $x \in (\sqrt{2}; +\infty)$.

A. $m \in (0; +\infty)$.

B. $m \in \left(-\frac{3}{4}; 0\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

D. $m \in (-\infty; 0)$.

Cần nhớ:

• $m < f(x)$ có nghiệm trên $\mathcal{D} \Leftrightarrow m < \max_{\mathcal{D}} f(x)$.

• $m > f(x)$ có nghiệm trên $\mathcal{D} \Leftrightarrow m > \min_{\mathcal{D}} f(x)$.

Giải. Bất phương trình $\Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$

Đặt $t = \log_2 x$. Vì $x > \sqrt{2}$ nên $\log_2 x > \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow t > \frac{1}{2}$.

Bất phương trình trở thành $(1+t)^2 - 2(m+1)t - 2 < 0$

$\Leftrightarrow t^2 - 2mt - 1 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{t^2 - 1}{2t} = f(t)$ có nghiệm $\forall t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$\Leftrightarrow m > \min_{\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)} f(t)$. Ta có $f(t) = \frac{1}{2}t - \frac{1}{2t} \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2t^2} > 0$.

Suy ra $m > \min_{\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$.

Chọn đáp án C.

13. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 103 câu 42) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm thực.

A. $m < 1$.

B. $m < \frac{2}{3}$.

C. $m < 0$.

D. $m \leq 1$.

14. Tìm m để bất phương trình $\log_{0,5}(x^2 - 2x + m) + 3 > 0$ có nghiệm thực.

A. $m < 9$.

B. $m > 9$.

C. $m = 9$.

D. $m \neq 9$.

15. Tìm các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình $9^x + m \cdot 3^x + 1 \leq 0$ có nghiệm.

A. $m \geq 2$.

B. $m = 2$.

C. $m \leq -2$.

D. $m = -2$.

16. Tìm các tham số m để bất phương trình $3^{2x+1} - (m+3)3^x - 2(m+3) < 0$ có nghiệm.

A. $m = -3$.

B. $m < -3$.

C. $m \geq 21$.

D. $m > 0$.

17. Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $e^{x^2+2m+3} \geq e^{(m+2)x}$ có nghiệm thỏa mãn $3^{2x+\sqrt{x+1}} - 3^{2+\sqrt{x+1}} + 2017x \leq 2017$.

A. $m \geq -3$.

B. $m \geq -2$.

C. $m > -3$.

D. $m \leq -2$.

18. Gọi S là tập hợp các giá trị của m để bất phương trình $\log_{0,2}(x^2 - 3x + m) < \log_{0,2}(x - 1)$ có tập nghiệm chứa khoảng $(1; +\infty)$. Tìm tập S .

A. $S = (3; +\infty)$.

B. $S = [2; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 0)$.

D. $S = (-\infty; 1]$.

Giải. Nhận xét: Bất phương trình có tập nghiệm chứa khoảng $(1; +\infty)$, nghĩa là bất phương trình nghiệm đúng $\forall x \in (1; +\infty)$. Cần phân biệt với đề bài yêu cầu có nghiệm trên khoảng $(1; +\infty)$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow x^2 - 3x + m > x - 1, \forall x \in (1; +\infty)$

$\Leftrightarrow m > -x^2 + 4x - 1 = f(x), \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m > \max_{(1; +\infty)} f(x)$

$\Leftrightarrow m > \max_{(1; +\infty)} f(x) = f(2) = 3$. **Chọn đáp án A.**

19. Gọi S là tập hợp các giá trị của m để bất phương trình $\log_3(x^2 - 5x + m) > \log_3(x - 2)$ có tập nghiệm chứa khoảng $(2; +\infty)$. Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $S = (7; +\infty)$.

B. $S = [6; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 4)$.

D. $S = (-\infty; 5]$.

20. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 33.

B. 24.

C. 15.

D. 5.

21. Biết rằng trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1)$. Chỉ có duy nhất một cặp $(x; y)$ thỏa mãn $3x + 4y - m = 0$. Tính tổng các giá trị của m .

A. 20.

B. 46.

C. 28.

D. 14.

22. Biết a là số thực dương bất kì để bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. $a \in (10^3; 10^4]$.

B. $a \in (10^2; 10^3]$.

C. $a \in (0; 10^2]$.

D. $a \in (10^4; +\infty)$.

23. Có bao nhiêu số nguyên dương m trong đoạn $[-2018; 2018]$ sao cho bất phương trình $(10x)^{m+\frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10} \log x}$ đúng với mọi $x \in (1; 100)$.

A. 2013.

B. 1026.

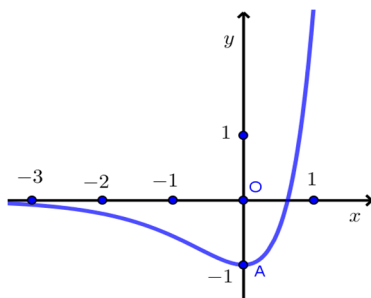
C. 2018.

D. 1036.

RÈN LUYỆN LẦN 1

- Câu 1.** Bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-12} > 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên ?
A. 3. B. 5. C. 7. D. Vô số.
- Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{3x+1} \geq \frac{1}{25}$ là
A. $x \in [1; +\infty)$. B. $x \in [-1; +\infty)$. C. $x \in (-\infty; -3]$. D. $x \in (-\infty; 3]$.
- Câu 3.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(1-2x) \leq 3$.
A. $S = \left[-\frac{7}{2}; +\infty\right)$. B. $S = \left[-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $S = \left[-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $S = \left[-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right]$.
- Câu 4.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 2$.
A. $S = \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. B. $S = \left(1; \frac{5}{4}\right)$. C. $S = \left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$. D. $S = (1; +\infty)$.
- Câu 5.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(\log_{\frac{1}{2}} x) \geq 0$ là
A. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right]$. C. $S = \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$. D. $S = \left(0; \frac{1}{4}\right]$.
- Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình $10^{2x} < 10^{x+6}$ là
A. $(0; 6)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.
- Câu 7.** Giải bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$.
A. $S = (-\infty; 3)$. B. $S = (3; +\infty)$. C. $S = (-\infty; -3)$. D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 3\right)$.
- Câu 8.** Giải bất phương trình $\log(3x^2 + 1) > \log(4x)$.
A. $x < \frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$. B. $0 < x < \frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$.
C. $0 < x < 1$. D. $\frac{1}{3} < x < 1$.
- Câu 9.** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x-9) > \log_{\frac{1}{2}}(x+10)$.
A. 6. B. 4. C. 0. D. Vô số.
- Câu 10.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 < 2\ln(4x+4)$.
A. $S = \left(-\frac{4}{5}; +\infty\right)$. B. $S = (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.
C. $S = \left(-\frac{4}{5}; +\infty\right) \setminus \{0\}$. D. $S = \left(-\frac{4}{3}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.

- Câu 11.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,2}(x+1) > \log_{0,2}(3-x)$.
A. $S = (-1; 3]$. B. $S = (-1; +\infty)$. C. $S = (-1; 1)$. D. $S = (-\infty; 1)$.
- Câu 12.** Cho $f(x) = x.e^{-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là
A. $S = \left(0; \frac{1}{3}\right)$. B. $S = (0; 1)$. C. $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.
- Câu 13.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là
A. $S = [0; 1)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = (1; +\infty)$.
- Câu 14.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$ là
A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (1; 2)$. C. $S = (1; 2]$. D. $S = [2; +\infty)$.
- Câu 15.** Giải bất phương trình $(\sqrt{3})^{x^2+1} \leq 3^{-x+2}$.
A. $S = \mathbb{R} \setminus (-3; 1)$. B. $S = \mathbb{R} \setminus [-3; 1]$. C. $S = [-3; 1]$. D. $S = (-3; 1)$.
- Câu 16.** Tập nghiệm của của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1-2x}{x} > 0$ là
A. $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $S = \left(0; \frac{1}{3}\right)$. C. $S = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.
- Câu 17.** Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5}+2)^{x-1} \leq (\sqrt{5}-2)^{x-1}$ là
A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = [1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 1)$. D. $S = (1; +\infty)$.
- Câu 18.** Cho hàm số $f(x) = 3^{2x} - 2.3^x$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Có bao nhiêu mệnh đề **đúng** ?

- (1) Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ là $x = \log_3 2$.
- (2) Bất phương trình $f(x) \geq -1$ có nghiệm duy nhất.
- (3) Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là $(-\infty; \log_3 2)$.
- (4) Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt.

A. 2. B. 4. C. 1. D. 2.

- Câu 19.** Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là
A. $S = (1; 5)$. B. $S = (1; 3]$. C. $S = [1; 3]$. D. $S = [3; 5]$.
- Câu 20.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x+3) - 1 \geq \log_{\sqrt{2}} x$ là
A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 21. Giải bất phương trình $2\log_3(4x - 3) + \log_{\frac{1}{9}}(2x + 3)^2 \leq 2$.

- A. $x > \frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{4} < x \leq 3$. C. Vô nghiệm. D. $-\frac{3}{8} \leq x \leq 3$.

Câu 22. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x + \log_3 x \geq 1 + \log_2 x \cdot \log_3 x$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 23. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2\log_4(x - 3) + \log_4(x - 5)^2 = 0$ là

- A. 8. B. $8 + \sqrt{2}$. C. $8 - \sqrt{2}$. D. $4 + \sqrt{2}$.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3^{x+1}$ là

- A. $\emptyset$. B. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} 3\right)$. C. $(-\infty; \log_2 3]$. D. $\left(\log_{\frac{2}{3}} 3; +\infty\right)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \frac{3^{x-2}}{7^{x^2-4}}$. Hỏi mệnh đề nào sai ?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow (x - 2) \cdot \log 3 - (x^2 - 4) \cdot \log 7 > 0$.
B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow (x - 2) \cdot \log_{0,3} 3 - (x^2 - 4) \cdot \log_{0,3} 7 > 0$.
C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow (x - 2) \cdot \ln 3 - (x^2 - 4) \cdot \ln 7 > 0$.
D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x - 2 - (x^2 - 4) \cdot \log_3 7 > 0$.

Câu 26. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x)$ với m là tham số thực dương khác 1, biết $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

- A. $S = (-2; 0) \cup \left[\frac{1}{3}; 3\right]$. B. $S = [-1; 0] \cup \left[\frac{1}{3}; 3\right]$.
C. $S = (-1; 0) \cup (1; 3]$. D. $S = [-1; 0) \cup \left[\frac{1}{3}; 3\right]$.

Câu 27. Bất phương trình $\log^2 x - 2019 \log x + 2018 \leq 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = [10; 10^{2018}]$. B. $S = [10; 10^{2018})$. C. $S = [1; 2018]$. D. $S = (10; 10^{2018})$.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \geq 0$ là

- A. $S = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Câu 29. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$ là

- A. Vô số. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x - 2 \cdot 6^x + 4^x > 0$ là

- A. $S = (0; +\infty)$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $S = [0; +\infty)$.

Câu 31. Biết phương trình $\log_3(3^x - 1) \cdot [1 + \log_3(3^x - 1)] = 6$ có hai nghiệm là $x_1 < x_2$ và tỉ số

$\frac{x_1}{x_2} = \log \frac{a}{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$ và a, b có ước chung lớn nhất bằng 1. Tính $a + b$.

- A. $a + b = 38$. B. $a + b = 37$. C. $a + b = 56$. D. $a + b = 55$.

Câu 32. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{x+1}(-2x) > 2$.

- A. $(\sqrt{3} - 2; 0)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(\sqrt{3} - 2; +\infty)$.

Câu 33. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 5^{2x+1}$ và $g(x) = 5^x + 4x \ln 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > g'(x)$ là

- A. $S = (-\infty; 0)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = (0; +\infty)$.

Câu 34. Tìm số nghiệm nguyên của $2^{2x^2-15x+100} - 2^{x^2+10x-50} + x^2 - 25x + 150 < 0$.

- A. 6. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 35. Tìm m để bất phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3 - 2m \leq 0$ có nghiệm thực.

- A. $m \geq 2$. B. $m \leq 3$. C. $m \leq 5$. D. $m \geq 1$.

Câu 36. Bất phương trình $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x khi

- A. $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$. B. $0 < a < 2\sqrt{2}$. C. $0 < a < 2$. D. $-2 < a < 2$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$: $1 + \log_6(x^2 + 1) \geq \log_6(mx^2 + 2x + m)$.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 38. Có mấy giá trị nguyên dương m để $4\log_2^2 \sqrt{x} - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. Vô số.

Câu 39. Tìm m để bất phương trình $4\log_2^2 \sqrt{x} + \log_2 x + m \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in (1; 64)$.

- A. $m \leq 0$. B. $m \geq 0$. C. $m < 0$. D. $m > 0$.

Câu 40. Biết rằng trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1)$, chỉ có duy nhất một cặp $(x; y)$ thỏa mãn $3x + 4y - m = 0$. Khi đó hãy tính tổng tất cả các giá trị m tìm được?

- A. 20. B. 46. C. 28. D. 14.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 1

1.C	2.B	3.D	4.B	5.B	6.B	7.A	8.B	9.B	10.C
11.C	12.D	13.A	14.A	15.C	16.C	17.A	18.C	19.B	20.A
21.B	22.B	23.B	24.B	25.B	26.D	27.A	28.D	29.D	30.C
31.D	32.A	33.D	34.B	35.D	36.D	37.C	38.C	39.B	40.C

RÈN LUYỆN LẦN 2

- Câu 1.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{2x-1} > 243$.
A. $S = (-\infty; 3)$. B. $S = (3; +\infty)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.
- Câu 2.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.
A. $S = (-\infty; 1)$. B. $S = (1; 2)$. C. $S = [1; 2]$. D. $S = (2; +\infty)$.
- Câu 3.** Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là
A. $x > -\frac{2}{3}$. B. $x > \frac{3}{2}$. C. $x > \frac{2}{3}$. D. $x < \frac{2}{3}$.
- Câu 4.** Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{9x^2-17x+11} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{7-5x}$ là
A. $x = \frac{2}{3}$. B. $x > \frac{2}{3}$. C. $x \neq \frac{2}{3}$. D. $x \leq \frac{2}{3}$.
- Câu 5.** Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ có tập nghiệm là
A. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.
C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.
- Câu 6.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên âm của bất phương trình $\log_3(x+3) < 2$. Tính giá trị của $P = |x_1 - x_2|$.
A. $P = 3$. B. $P = 2$. C. $P = 1$. D. $P = 5$.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x-1}} > 4$ là
A. $S = (9; +\infty)$. B. $S = [9; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 9]$. D. $S = (-\infty; 9)$.
- Câu 8.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{x-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}}$.
A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 0)$. C. $S = (0; +\infty)$. D. $S = (-\infty; +\infty)$.
- Câu 9.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0$ là
A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$. B. $S = [-2; 0)$. C. $S = (-\infty; 2]$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.
- Câu 10.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.
A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.

Câu 11. Giải bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = \frac{11}{5}$. B. $S = \frac{31}{6}$. C. $S = \frac{28}{15}$. D. $S = \frac{8}{3}$.

Câu 12. Bất phương trình $\log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\frac{9}{4}}(x - 1)$ tương đương với bất phương trình nào ?

- A. $\log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\frac{9}{4}} x - \log_{\frac{9}{4}} 1$. B. $2\log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\frac{3}{2}}(x - 1)$.
C. $\log_{\frac{9}{4}} x \leq \log_{\frac{3}{2}}(x - 1)$. D. $\log_{\frac{3}{2}} x \leq 2\log_{\frac{3}{2}}(x - 1)$.

Câu 13. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}}[\log_3(x - 2)] > 0$ là $(a; b)$. Tính $b - a$.

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.

Câu 14. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 < 2\ln(4x + 4)$.

- A. $S = \left(-\frac{4}{5}; +\infty\right)$. B. $S = (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.
C. $S = \left(-\frac{4}{5}; +\infty\right) \setminus \{0\}$. D. $S = \left[-\frac{4}{3}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = x^2 e^{-x}$. Bất phương trình $f'(x) \geq 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = [-2; 2]$. B. $S = (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. D. $S = [0; 2]$.

Câu 16. Giải bất phương trình $3^{x^2} < 2^x$.

- A. $x \in (0; +\infty)$. B. $x \in (0; \log_2 3)$. C. $x \in (0; \log_3 2)$. D. $x \in (0; 1)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sai ?

- A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log 7 < 0$. B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$.
C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$. D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_7 2 < 0$.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (7 - 4\sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3})^{x+1}$ là

- A. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. B. $S = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 19. Giải bất phương trình $(\sqrt{5} - 2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x$.

- A. $S = (-\infty; -1] \cup [0; 1]$. B. $S = [-1; 0]$.
C. $S = (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$. D. $S = [-1; 0] \cup (1; +\infty)$.

Câu 20. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{1}{x}} < \left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{3}{x}+5}$.

- A. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right)$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right) \cup (0; +\infty)$.

C. $S = (0; +\infty)$. D. $S = \left(-\frac{2}{5}; +\infty\right)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3) + \log_2 x \geq 2$ là

A. $(3; +\infty)$. B. $[4; +\infty)$. C. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $(3; 4]$.

Câu 22. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_4(x-1)^2 - \log_2 3 \cdot \log_3(x+2) \leq 1$ là

A. $S = [-1; 1) \cup (1; +\infty)$. B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = (-2; 1) \cup (1; +\infty)$. D. $S = [2; +\infty)$.

Câu 23. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x > \log_2(x^2 - x) - 1$.

A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (1; 2)$. C. $S = (0; 2)$. D. $S = (1; 2]$.

Câu 24. Hỏi bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x}$ có mấy nghiệm nguyên ?

A. 11. B. 0. C. 9. D. 1.

Câu 25. Xét bất phương trình $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$. Nếu đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình nào sau đây ?

A. $t^2 - 3t + 32 < 0$. B. $t^2 - 16t + 32 < 0$.

C. $t^2 - 6t + 32 < 0$. D. $t^2 - 75t + 32 < 0$.

Câu 26. Biết $S = [a; b]$ là tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$. Tìm $b - a$.

A. $\frac{8}{3}$. B. 1. C. $\frac{10}{3}$. D. 2.

Câu 27. Giải bất phương trình $\log_3^2 x - 2 \log_3(3x) - 1 < 0$ được tập nghiệm $S = (a; b)$, với a, b là hai số thực và $a < b$. Tính giá trị của biểu thức $T = 3a + b$.

A. $T = -3$. B. $T = 3$. C. $T = 11$. D. $T = 28$.

Câu 28. Giải bất phương trình $4^{\frac{1}{x-1}} - 2^{\frac{1}{x-2}} - 3 \leq 0$ được tập nghiệm $S = (-\infty; a) \cup (b; +\infty)$, với a, b là các số thực và $a < b$. Tính $a + 2b$.

A. $a + 2b = -4$. B. $a + 2b = 1$. C. $a + 2b = 7$. D. $a + 2b = 9$.

Câu 29. Giải bất phương trình $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 2) > -2$ ta được tập nghiệm có dạng

$S = (a; b)$, với a, b là các số thực và $a < b$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b$.

A. $T = 1$. B. $T = \log_2 \frac{15}{2}$. C. $T = \log_2 \frac{3}{2}$. D. $T = \log_2 5$.

Câu 30. Giải bất phương trình $6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} \leq 12$ được tập nghiệm $S = [a; b]$. Tính ab .

A. $ab = 1$. B. $ab = 2$. C. $ab = 12$. D. $ab = 1,5$.

Câu 31. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_4^2(x-2) - 4 \log_4 3 \cdot \log_3(x-2) + 3 \geq 0$.

A. $S = (-\infty; 6] \cup [66; +\infty)$. B. $S = [6; 66]$.

C. $S = (2; 6] \cup [66; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 32. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2^2 x - 8 \log_2 3 \cdot \log_3 \sqrt{x} + 3 < 0$.

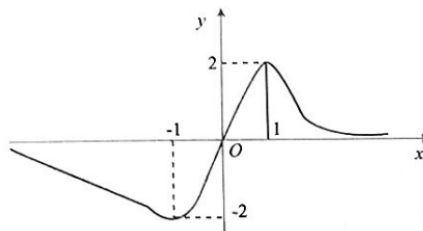
- A. 5. B. 1. C. 7. D. 4.

Câu 33. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{4-x} - x + 1 \geq 0$.

- A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = (-\infty; 3]$. D. $S = [3; +\infty)$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới. Biết rằng trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị. Tìm m để phương trình $f(x) = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$ có hai nghiệm phân biệt dương.

- A. $m > 1$.
B. $0 < m < 1$.
C. $m < 0$.
D. $0 < m < 2$.



Câu 35. Giải phương trình $\log_2 x \cdot \log_3 x + x \cdot \log_3 x + 3 = \log_2 x + 3 \log_3 x + x$. Tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. 35. B. 5. C. 10. D. 9.

Câu 36. Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $-1 < m \leq 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $2 < m \leq 3$. D. $2 < m < 3$.

Câu 37. Tìm các giá trị của m bất phương trình $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$ có nghiệm $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \in (-\infty; 0]$. B. $m \in (0; +\infty)$.
C. $m \in (0; 1)$. D. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Câu 38. Biết rằng phương trình $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 1 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1. Hỏi m thuộc đoạn nào dưới đây?

- A. $[1; 2]$. B. $[-2; 0]$. C. $[3; 5]$. D. $(1; 2]$.

Câu 39. Có mấy số nguyên dương m để $9^{\sqrt{x^2-3x+m}} + 2 \cdot 3^{\sqrt{x^2-3x+m-2+x}} < 3^{2x-3}$ có nghiệm?

- A. 6. B. 4. C. 9. D. 1.

Câu 40. Có mấy số nguyên dương $m \in (0; 2018]$ để $(10x)^{m+\frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10} \log x}$ đúng $\forall x \in (1; 100)$.

- A. 2018. B. 1026. C. 2013. D. 1036.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 2

1.B	2.B	3.C	4.A	5.C	6.C	7.A	8.C	9.A	10.A
11.A	12.B	13.A	14.C	15.D	16.C	17.D	18.A	19.D	20.B
21.B	22.A	23.B	24.C	25.D	26.D	27.D	28.B	29.B	30.A
31.C	32.A	33.C	34.C	35.B	36.C	37.A	38.B	39.D	40.A

RÈN LUYỆN LẦN 3

- Câu 1.** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x^2-x} < 25$ là
A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
C. $S = (-1; 2)$. D. $S = \mathbb{R}$.
- Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x-1}} < \frac{1}{16}$ là
A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 0)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = \left[1; \frac{5}{4}\right)$.
- Câu 3.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+4}$.
A. $S = (0; 4)$. B. $S = (-\infty; 4)$. C. $S = (4; +\infty)$. D. $S = (-4; +\infty)$.
- Câu 4.** Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1}$.
A. $S = [5; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 5)$. C. $S = (-\infty; -1)$. D. $S = (-1; 2)$.
- Câu 5.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $(2 + \sqrt{3})^{3-x} > 7 - 4\sqrt{3}$.
A. $S = (-\infty; 5)$. B. $S = (5; +\infty)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1)$.
- Câu 6.** Bất phương trình $\log_{0,5}(2x - 1) \geq 0$ có tập nghiệm là
A. $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x - 1) < 3$ là
A. $S = (-\infty; 14)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; 5\right)$. C. $S = \left[\frac{1}{2}; 14\right)$. D. $S = \left[\frac{1}{2}; 14\right]$.
- Câu 8.** Biết rằng tập nghiệm S của bất phương trình $\log(-x^2 + 100x - 2400) < 2$ có dạng $S = (a; b) \setminus \{x_0\}$. Giá trị của $a + b - x_0$ bằng
A. 150. B. 100. C. 30. D. 50.
- Câu 9.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x + 1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x - 5)$ là
A. $(-1; 6)$. B. $\left[\frac{5}{2}; 6\right)$. C. $(-\infty; 6)$. D. $(6; +\infty)$.
- Câu 10.** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x + 5) > \log_2(x - 1)$. Hỏi trong tập S có bao nhiêu phần tử là số nguyên dương bé hơn 10.
A. 9. B. 15. C. 8. D. 10.
- Câu 11.** Bất phương trình $\log_2 \frac{x^2 - 6x + 8}{4x - 1} \geq 0$ có tập nghiệm là $S = \left[\frac{1}{4}; a\right] \cup [b; +\infty)$. Hỏi $M = a + b$ bằng
A. $M = 12$. B. $M = 8$. C. $M = 9$. D. $M = 10$.

Câu 12. Hỏi bất phương trình $\log_{\frac{4}{25}}(x+1) \geq \log_{\frac{2}{5}}x$ tương đương với bất phương trình nào ?

- A. $2\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq \log_{\frac{2}{5}}x$. B. $\log_{\frac{4}{25}}x + \log_{\frac{4}{25}}1 \geq \log_{\frac{2}{5}}x$.
C. $\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq 2\log_{\frac{2}{5}}x$. D. $\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq \log_{\frac{4}{25}}x$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là

- A. $S = [3; 5]$. B. $S = (1; 3]$. C. $S = [-3; 3]$. D. $S = (1; 5)$.

Câu 14. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_4 \frac{2x+1}{x-1}\right) > 1$.

- A. $S = (-\infty; 1)$. B. $S = (-\infty; -3)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -2)$.

Câu 15. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10}-3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 16. Bất phương trình $\log_{125}(x+3)^3 + \log_{\frac{1}{5}}\sqrt{x+4} \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên ?

- A. 5. B. 1. C. Vô số. D. 12.

Câu 17. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 3^{x+2}$.

- A. $\left(-\infty; \log_{\frac{3}{2}}\frac{9}{2}\right)$. B. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{2}\right)$. D. $\left(\log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \frac{3^x}{7^{x^2-1}}$. Khẳng định nào sai ?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1+\log_3 7} > \frac{x^2-1}{1+\log_7 3}$. B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_{\frac{1}{2}} 3 > (x^2-1) \log_2 7$.
C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x > (x^2-1) \log_3 7$. D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \ln 3 > (x^2-1) \ln 7$.

Câu 19. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}x + \log_{\frac{1}{2}}\left(x + \frac{1}{2}\right) \geq 1$.

- A. Vô số. B. Không có. C. 1. D. 2.

Câu 20. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln[(x-1)(x-2)(x-3)+1] > 0$.

- A. $S = (1; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1) \cap (2; 3)$.
C. $S = (1; 2) \cap (3; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1) \cup (2; 3)$.

Câu 21. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $\log_2^2(x+1) - 5\log_2(x+1) + 4 \geq 0$.

- A. $S = (-\infty; 1] \cup [15; +\infty)$. B. $S = [1; 15]$.
C. $S = (-1; 1] \cup [15; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 22. Biết tập nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 \leq 0$ là $S = [a; b]$. Tính $b - a$.

- A. $b - a = \frac{3}{2}$. B. $b - a = \frac{5}{2}$. C. $b - a = 1$. D. $b - a = 2$.

- Câu 23.** Tìm nghiệm nguyên dương lớn nhất của bất phương trình $4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3$.
A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.
- Câu 24.** Giải bất phương trình $\sqrt{4 - 2^x} \cdot \log_2(x + 1) \geq 0$.
A. $x \geq 0$. B. $-1 < x \leq 2$. C. $0 \leq x \leq 2$. D. $-1 \leq x \leq 2$.
- Câu 25.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(\sqrt{3x+1} + 6) - 1 \geq \log_2(7 - \sqrt{10-x})$.
A. $x \leq 1$. B. $x \leq \frac{369}{49}$. C. $x \geq \frac{369}{49}$. D. $1 \leq x \leq \frac{369}{49}$.
- Câu 26.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $(2^{x^2-4} - 1) \cdot \ln x^2 < 0$.
A. $S = (1; 2)$. B. $S = \{1; 2\}$.
C. $S = (-2; -1) \cup (1; 2)$. D. $S = [1; 2]$.
- Câu 27.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log(x^2 + 25) > \log(10x)$.
A. $S = \mathbb{R}$. B. $S = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.
C. $S = (0; 5) \cup (5; +\infty)$. D. $S = (0; +\infty)$.
- Câu 28.** Cho hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 5^{x^2}$. Khẳng định nào sai?
A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 + x \log_2 5 > 0$. B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x - x^2 \log_2 5 < 0$.
C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 - x \log_5 2 > 0$. D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow -x \ln 2 + x^2 \ln 5 > 0$.
- Câu 29.** Tập nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 7^{x+2} + 7 \cdot 2^{x+2} \leq 351 \cdot \sqrt{14^x}$ có dạng $S = [a; b]$. Giá trị $b - 2a$ thuộc khoảng nào dưới đây?
A. $(3; \sqrt{10})$. B. $(-4; 2)$. C. $(\sqrt{7}; 4\sqrt{10})$. D. $\left(\frac{2}{9}; \frac{49}{5}\right)$.
- Câu 30.** Cho hàm số $f(x) = \ln^2(x^2 - 2x + 5)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x) > 0$.
A. $x > 0$. B. $x \neq 1$. C. $x \in \mathbb{R}$. D. $x > 1$.
- Câu 31.** Biết bất phương trình $4^{x+\sqrt{x-1}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x-1}+1} + 16 \geq 0$ có tập nghiệm dạng $S = [a; b]$. Tính $a^2 + b^2$.
A. $a^2 + b^2 = 5$. B. $a^2 + b^2 = 10$. C. $a^2 + b^2 = 12$. D. $a^2 + b^2 = 17$.
- Câu 32.** Tìm tham số m sao cho bất phương trình $m \cdot 4^x + (m-1) \cdot 2^{x+2} + m-1 > 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.
A. $m \leq 3$. B. $m \geq 1$. C. $-1 \leq m \leq 4$. D. $m \geq 0$.
- Câu 33.** Xét bất phương trình $\log_2^2 2x - 2(m+1) \log_2 x - 2 < 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$.
A. $m \in (0; +\infty)$. B. $m \in \left(-\frac{3}{4}; 0\right)$. C. $m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$. D. $m \in (-\infty; 0)$.
- Câu 34.** Tìm m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $\forall x \geq 1$.
A. $m \geq 6$. B. $m > 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

- Câu 35.** Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m để bất phương trình $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S là
A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.
- Câu 36.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 10]$ để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + 3 \log_{0,5} x^2 - 7} < m(\log_4 x^2 - 7)$ chứa khoảng $(256; +\infty)$.
A. 7. B. 10. C. 8. D. 9.
- Câu 37.** Tìm tham số m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x + 4y - 4) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.
A. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$. B. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$.
C. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$. D. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$.
- Câu 38.** Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m + 2) \cdot (4 - \sqrt{7})^x + (4 + \sqrt{7})^x > 0$ với m là tham số. Tìm m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.
A. $m > \frac{2 - 2\sqrt{3}}{3}$. B. $m > \frac{2 + 2\sqrt{3}}{3}$. C. $m \geq \frac{2 - 2\sqrt{3}}{3}$. D. $m \geq -\frac{2 - 2\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 39.** Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-9; 9)$ của tham số m để bất phương trình $3 \log x \leq 2 \log [m\sqrt{x - x^2} - (1 - x)\sqrt{1 - x}]$ có nghiệm thực?
A. 6. B. 7. C. 10. D. 11.
- Câu 40.** Biết tập hợp các giá trị của m để bất phương trình $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x}$ có nghiệm là $m \in \left[\frac{a}{b}; +\infty\right)$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tổng $S = a + b$ là
A. $S = 13$. B. $S = 15$. C. $S = 9$. D. $S = 11$.

BẢNG ĐÁP ÁN RÈN LUYỆN LẦN 3

1.C	2.D	3.C	4.B	5.A	6.D	7.D	8.D	9.D	10.C
11.D	12.C	13.B	14.D	15.D	16.B	17.B	18.B	19.B	20.A
21.C	22.D	23.B	24.C	25.D	26.C	27.C	28.A	29.C	30.D
31.B	32.B	33.C	34.C	35.C	36.C	37.C	38.A	39.B	40.A