BỘ ĐỀ ÔN TẬP TOÁN 11

CUỐI KÌ 1

2026 - 2027

Chương trình mới thống nhất SGK

Sưu tầm các bài toán đa dạng giúp học sinh có kĩ năng tư duy và kỹ năng phản xạ đề.

1. Trắc nghiệm nhiều phương án
2. Trắc nghiệm đúng sai
3. Trả lời ngắn
4. Tự luận

MK LÊ MINH KHA -0399653362

Mục lục

Chương I. BỘ ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ 1 3

Chương II. LỜI GIẢI BỘ ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ 1 64

Chương I

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ 1

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 1
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề nào là **sai**?

(A) Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.
(B) Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
(C) Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
(D) Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

Câu 2. Cho dãy (u_n) có $\lim u_n = 3$, dãy (v_n) có $\lim v_n = 5$. Khi đó, $\lim(u_n.v_n)$ bằng:

(A) 8. (B) 3. (C) 15. (D) 5.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'BD)$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

(A) (BCA'). (B) $(BC'D)$. (C) $(CB'D')$. (D) (BDA').

Câu 4. Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải cấp số cộng?

(A) $3; 1; -1; -2; -4$.
(B) $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}$.
(C) $-8; -6; -4; -2; 0$.
(D) $1; 1; 1; 1; 1$.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

(A) Hai cạnh AA' và $B'C'$ là hai cạnh đối diện.
(B) Hai mặt $ADD'A'$ và $BCC'B'$ là hai mặt phẳng đối diện.
(C) Hai đỉnh A và C là hai đỉnh đối diện.
(D) Hai cạnh AA' và DD' là hai cạnh đối diện.

Câu 6. Kết quả của $\lim \dfrac{n^3-2n}{3n^2+n-2}$ là:

(A) $-\infty$. (B) $+\infty$. (C) 0. (D) $\dfrac{1}{3}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

(A) $u_6=-160$. (B) $u_6=320$. (C) $u_6=160$. (D) $u_6=-320$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và $q=-2$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho là:

(A) $S_{10}=-511$. (B) $S_{10}=1023$.
(C) $S_{10}=-1025$. (D) $S_{10}=1025$.

Câu 9. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu

(A) $u_{n+1}>u_{n+2}$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$. (B) $u_{n+1}<u_n$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$.
(C) $u_{n+1}>u_n$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$. (D) $u_{n+3}<u_{n+2}$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$.

Câu 10. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

(A) $y=x^2+6x+20$. (B) $y=\dfrac{x}{x^2+x+2}$.
(C) $y=\cos x$. (D) $y=\dfrac{x}{x+1}$.

Câu 11. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}$ bằng

(A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Câu 12. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) $AC//(A'B'C')$. (B) $AA'//(BCC'B')$.
(C) $AA'//(AA'C'C)$. (D) $B'C'//(ABC)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho lăng trụ tam giác $MNP.M'N'P'$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của MN và $M'N'$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $IJ//MP'$.

b) $(MNP)//(M'N'P')$.

c) PP' song song $(IP'J)$.

d) Giao tuyến của $(PM'N')$ và $(P'MN')$ là đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng PJ, $P'I$.

Bài 2. Kết quả đo chiều cao (đơn vị: mét) của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\overline{x}=8{,}9$ (m).

b) Mẫu số liệu ghép nhóm trên có 5 nhóm số liệu.

c) Hiệu giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất bằng 2,06.

d) Số cây keo có chiều cao khoảng 9,1 (m) là nhiều nhất.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Minh để các quả ốc chó vào 20 cái giỏ theo quy luật: Số quả ở giỏ sau luôn hơn số quả của giỏ ngay trước nó một lượng quả không đổi. Minh nhận thấy tổng số quả ở hai giỏ thứ 4 và thứ 17 là 42 quả. Hỏi Minh đã bỏ tất cả bao nhiêu quả ốc chó vào các giỏ?

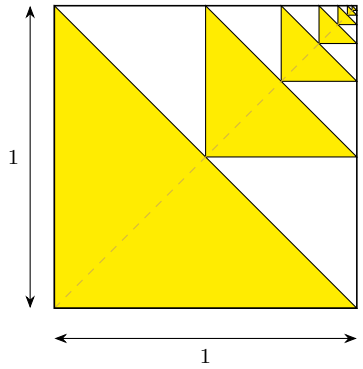


Bài 2. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3}(x-1)}{3x^2-2x-1}=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với $\dfrac{a}{b^2}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{N}^*$. Tính $a+b$.

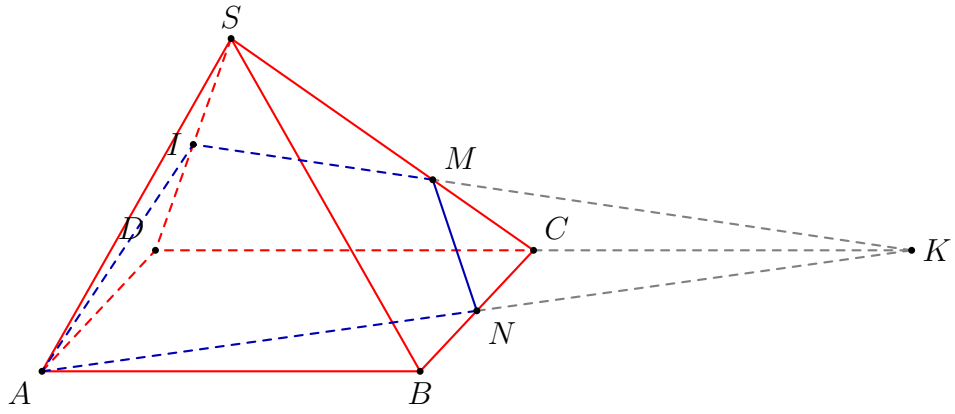
Bài 3. Cho một hình vuông lớn có cạnh bằng 1. Từ hình vuông này, ta thực hiện quá trình tô màu như sau:

- Bước 1: Tô màu tam giác vuông có 2 cạnh là cạnh của hình vuông ban đầu (như hình vẽ).
- Bước 2: Ở tam giác vuông còn lại chưa được tô màu, ta dựng hình vuông mới có 3 trong 4 đỉnh là trung điểm của các cạnh của tam giác. Sau đó lặp lại như bước 1.

Bước 2 được lặp lại liên tục. Tính tổng diện tích phần tô màu (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của BC, M thuộc cạnh SC sao cho $SM=2MC$. Biết đường thẳng SD cắt mặt phẳng (AMN) tại điểm I và $SD=25$ cm thì SI bằng bao nhiêu centimet?



Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

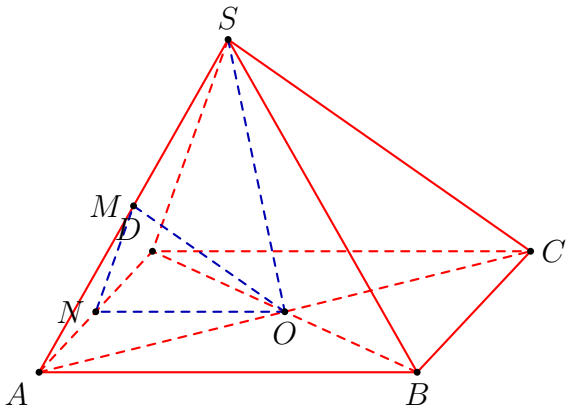
a) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{3n+\sqrt{9n^2-2n}}{2n+1}\right)$.

b) $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{x-5}{x-3}$.

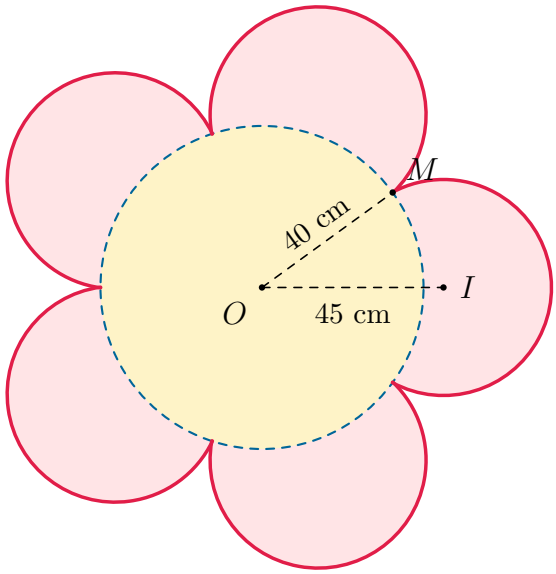
Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và AD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Chứng minh rằng đường thẳng SC song song với mặt phẳng (OMN).



Bài 3. Trên bức tường của một trường mẫu giáo có vẽ hình phiếu bé ngoan như hình vẽ bên dưới. Cô giáo muốn mua dây kim tuyến bao quanh phần cánh hoa (phần nét liền), biết rằng các cánh hoa là các cung tròn có bán kính bằng nhau và có tâm cách điểm O một khoảng 45 cm, các giao điểm của các cung tròn cách O một khoảng 40 cm. Em hãy giúp cô tính xem cần mua bao nhiêu mét dây kim tuyến? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=-3$. Khi đó $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-2g(x)]$ bằng

Ⓐ $-\dfrac{7}{2}$. Ⓑ $\dfrac{13}{2}$. Ⓒ 4. Ⓓ $\dfrac{7}{2}$.

Câu 2. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d.

Ⓐ $d=\dfrac{10}{3}$. Ⓑ $d=\dfrac{3}{10}$. Ⓒ $d=\dfrac{3}{11}$. Ⓓ $d=\dfrac{11}{3}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SC, N là trung điểm của SD. Khi đó hai đường thẳng AB và MN là hai đường thẳng

Ⓐ chéo nhau. Ⓑ trùng nhau. Ⓒ song song. Ⓓ cắt nhau.

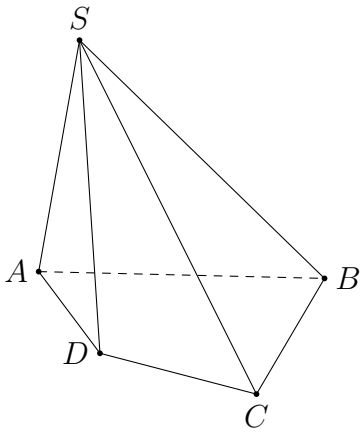
Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là

Ⓐ $[20;40)$. Ⓑ $[60;80)$. Ⓒ $[0;20)$. Ⓓ $[40;60)$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ (tham khảo hình vẽ). Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của AB và CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là



Ⓐ OI. Ⓑ SO. Ⓒ SI. Ⓓ SA.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n=\dfrac{2n}{n+1}$. Số $\dfrac{7}{4}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số?

Ⓐ 5. Ⓑ 8. Ⓒ 6. Ⓓ 7.

Câu 7. Kết quả của $\lim \dfrac{n^3+n^2-1}{2025n-n^2}$ là

Ⓐ $+\infty$. Ⓑ $\dfrac{1}{2025}$. Ⓒ $-\infty$. Ⓓ -1.

Câu 8. Hàm số $y=\dfrac{1}{x^2-3x+2}$ liên tục trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;2)$. Ⓑ $(-1;2)$. Ⓒ $(-\infty;2)$. Ⓓ $(1;+\infty)$.

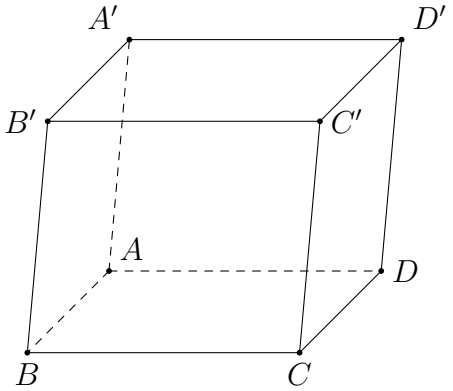
Câu 9. Thống kê điểm trung bình cuối học kì 1 môn Toán của một số học sinh lớp 11B1 được cho ở bảng sau

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)
Tần số	8	10	16	24	13	7

Số trung vị (làm tròn đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

Ⓐ 7,75. Ⓑ 7,15. Ⓒ 9,15. Ⓓ 8,15.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng (ABA') song song với mặt phẳng nào?



Ⓐ $(CC'D')$. Ⓑ $(BB'A')$. Ⓒ $(AA'C')$. Ⓓ (ADD').

Câu 11. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

Ⓐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=c$ với $u_n=c$ là hằng số.

Ⓑ $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n=0$ với $|q|>1$.

Ⓒ $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n}=0$.

Ⓓ $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n^k}=0$ với $k>1$.

Câu 12. Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng

Ⓐ $x_0=1$. Ⓑ $x_0=-2$. Ⓒ $x_0=-1$. Ⓓ $x_0=3$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi có các cặp cạnh đối không song song với nhau. Giao của AC và BD là O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Xét tính đúng

sai của các mệnh đề sau:

a) Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO.

b) Giao điểm của BD và (SAC) chính là điểm O.

c) Giao điểm của MN và (SBD) chính là trung điểm của SO.

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MCD) là SC.

Bài 2. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x-2 & \text{khi } x<-1 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x\geq -1 \end{cases}$. Khi đó

a) $f(-2)=\sqrt{5}$.

b) Giới hạn $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=-3$.

c) Giới hạn $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=\sqrt{2}$.

d) Không tồn tại $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Biết kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(7x-\sqrt{49x^2-2025x+8}\right)=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$, $b\neq 0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a-100b$ bằng bao nhiêu?

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thang $(AD//BC)$ và $AD=95$, $BC=65$. Một mặt phẳng (α) chứa BD và song song với SA. Biết (α) cắt SC tại I. Gọi J là giao điểm của AB và CD. Gọi K là giao điểm của ID và mặt phẳng (SAB). Tính tỉ số $\dfrac{JK}{JS}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 3. Trong dịp Tết Nguyên Đán, nhu cầu sử dụng Internet (dữ liệu di động) của người dân tại một thành phố lớn thường xuyên thay đổi trong ngày. Lượng dữ liệu sử dụng D (MegaBytes/phút) được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày (tính từ 0 giờ) bởi công thức

$$D(t)=4\sin\left(\frac{\pi}{12}(t-10)+\frac{\pi}{6}\right)+20 \quad (0\leq t<24).$$

Lượng dữ liệu sử dụng đạt mức cao nhất vào thời điểm nào trong ngày?

Bài 4. Biết rằng khi nung nóng một vật với nhiệt độ tăng từ 20°C, mỗi phút tăng 4°C trong 70 phút, sau đó giảm mỗi phút 2°C trong 50 phút. Hàm số biểu thị nhiệt độ (°C) trong tủ theo thời gian t (phút) có dạng

$$T(t)=\begin{cases} 20+4t & \text{khi } 0\leq t\leq 70 \\ a-2t & \text{khi } 70<t\leq 120 \end{cases}$$

(a là hằng số). Biết rằng, $T(t)$ là hàm liên tục trên tập xác định. Tìm a.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính tổng $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}+\cdots+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n+\cdots$.

Bài 2. Tính giới hạn của các hàm số sau:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-4x^5-3x^3+x+1\right)$;

b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SC.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

b) Xác định giao điểm I của AM và mặt phẳng (SBD). Tính $\dfrac{AI}{AM}$.

Bài 4. Trong một buổi sinh hoạt trải nghiệm của học sinh trường THPT Ngọc Tảo, học sinh được tham gia trò chơi mang tên: ĐI TÌM TỪ KHÓA và trò chơi sẽ kết thúc khi có học sinh nói đúng từ khoá. Học sinh sẽ trả lời từ khoá sau mỗi gợi ý của Ban tổ chức. Quy tắc của trò chơi:

- Học sinh nào trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ nhất sẽ được nhận nửa số kẹo Ban tổ chức đang có.
- Nếu học sinh trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ hai thì số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa.

Tiếp tục quy luật đó: mỗi lần thêm một gợi ý, số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa. Sau mỗi lượt gợi ý, nếu không có học sinh nào nói đúng từ khoá thì sẽ chuyển số kẹo ở lượt đó cho câu lạc bộ Olympia. Biết rằng trong buổi sinh hoạt này, học sinh trả lời đúng đáp án sau 6 gợi ý và Ban tổ chức chỉ còn lại 1 cái kẹo sau khi kết thúc trò chơi. Tính số kẹo mà câu lạc bộ Olympia nhận được từ Ban tổ chức.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 3
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n = 2n+1$, $v_n = \dfrac{1}{1-n}$. Khi đó $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n v_n)$ bằng

Ⓐ $+\infty$. Ⓑ -2. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là

Ⓐ $x = \pm\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. Ⓑ $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
Ⓒ $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. Ⓓ $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3. Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	$N = 40$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là

Ⓐ $\dfrac{73}{3}$. Ⓑ 22. Ⓒ $\dfrac{70}{3}$. Ⓓ 21.

Câu 4. Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	$N = 40$

Số trung bình của mẫu số liệu là

Ⓐ $25{,}5$. Ⓑ 25. Ⓒ $22{,}5$. Ⓓ 27.

Câu 5. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{3+2x}{x+3}$.

Ⓐ $-\infty$. Ⓑ $\dfrac{7}{4}$. Ⓒ $-\dfrac{1}{4}$. Ⓓ $+\infty$.

Câu 6. Giải phương trình $2\cos x = -1$ được tập nghiệm là

Ⓐ $\left\{\pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓑ $\left\{\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓒ $\left\{-\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓓ $\left\{\dfrac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7. Tổng $S = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + \cdots$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ $\dfrac{2}{3}$. Ⓒ 2. Ⓓ $\dfrac{3}{2}$.

Câu 8. Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu

số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	$N=40$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

Ⓐ 22. Ⓑ $\frac{73}{3}$. Ⓒ $\frac{70}{3}$. Ⓓ 21.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=-5$ và công sai $d=3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

Ⓐ 15. Ⓑ 35. Ⓒ 36. Ⓓ 20.

Câu 10. Cấp số nhân (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n=\frac{3}{5}\cdot 2^{n-1}$, $n\in\mathbb{N}^*$. Số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân đó là

Ⓐ $u_1=\frac{3}{5}$, $q=-2$. Ⓑ $u_1=\frac{6}{5}$, $q=2$.
Ⓒ $u_1=\frac{6}{5}$, $q=-2$. Ⓓ $u_1=\frac{3}{5}$, $q=2$.

Câu 11. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

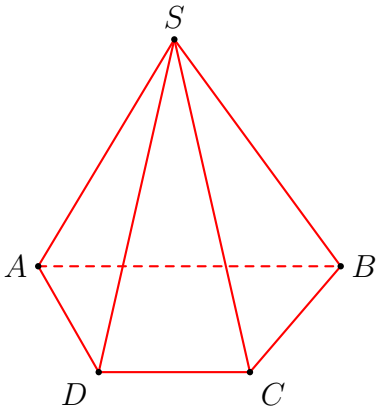
Ⓐ Hai mặt phẳng. Ⓑ Một mặt phẳng.
Ⓒ Vô số mặt phẳng. Ⓓ Không có mặt phẳng nào.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $u_n=q\cdot(u_1)^{n-1}$, $(n\geq 2)$. Ⓑ $u_n=u_1+(n-1)q$, $(n\geq 2)$.
Ⓒ $u_n=\frac{u_1}{q^{n-1}}$, $(n\geq 2)$. Ⓓ $u_n=u_1q^{n-1}$, $(n\geq 2)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn và $AB=2CD$. Gọi I là trung điểm của cạnh AB.



a) IS song song với giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD).
b) $AD//(SBC)$.
c) $AB//(SCD)$.
d) Đường thẳng IC và mặt phẳng (SAD) có một điểm chung.

Bài 2. Cho hai hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x^2+18}}{x-3}$ và $g(x)=x-3$.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\sqrt{2}$.

b) $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{6}{g(x)}=+\infty$.

c) $\lim\limits_{x\to4}\left[f(x)\cdot g(x)+x\right]=m\sqrt{2}+n$ với $m,n\in\mathbb{Z}$. Khi đó $m=n+1$.

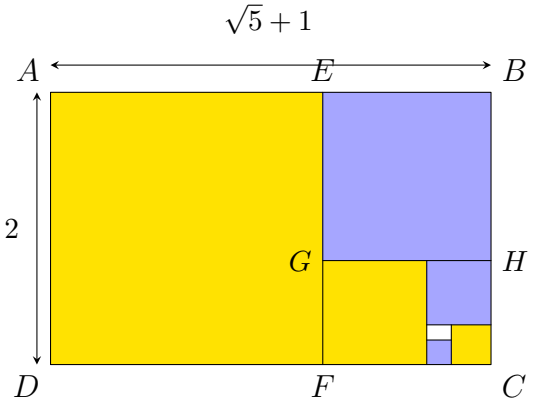
d) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+\dfrac{g(x)}{x}\right]=a\sqrt{2}+b$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Khi đó $a+b=0$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2ax}+bx\right)=2$ (a,b là các số thực). Tính giá trị biểu thức $P=a+2b$.

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Điểm E thuộc cạnh AD sao cho $\dfrac{DE}{DA}=\dfrac{1}{4}$. Mặt phẳng (MNE) cắt cạnh BD tại điểm P. Khi đó tổng $\dfrac{DP}{BP}+\dfrac{EP}{MN}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 3. Ông An dự định dùng xen kẽ 2 màu vàng, xanh để sơn trang trí một bức tường hình chữ nhật theo cách như sau: Đầu tiên dùng màu vàng sơn bức tường theo tấm bìa hình chữ nhật H_1 có chiều dài, chiều rộng tính theo đơn vị m lần lượt là $\sqrt{5}+1$ và 2, sau đó cắt hình H_1 thành hình vuông có cạnh bằng chiều rộng của H_1 và hình chữ nhật H_2, rồi dùng màu xanh sơn tường theo hình H_2, ... cứ tiếp tục quá trình như vậy cho đến khi hình chữ nhật tạo ra có diện tích không đáng kể. Biết rằng tiền công để sơn mỗi mét vuông tường như vậy là 21 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chuẩn bị tối đa bao nhiêu tiền công cho thợ sơn? (kết quả tính theo đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng nghìn).



Bài 4. Ở các nơi không gian cổ điển mang cảm giác hoài niệm thường được treo một chiếc đồng hồ đổ chuông. Đồng hồ đổ chuông là loại đồng hồ không chỉ dùng để chỉ giờ mà còn phát ra tiếng chuông vào những thời điểm nhất định. Hệ thống chuông trong đồng hồ được điều khiển bởi một cơ chế riêng biệt, và khi đến giờ đồng hồ sẽ phát ra tiếng chuông tương ứng với số giờ, tạo ra âm thanh rõ ràng giúp người dùng biết được thời gian mà không cần nhìn vào mặt đồng hồ. Hỏi rằng trong một ngày, đồng hồ đánh tất cả bao nhiêu tiếng, biết rằng đồng hồ chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ (tương ứng với số chỉ ở trên mặt đồng hồ)?

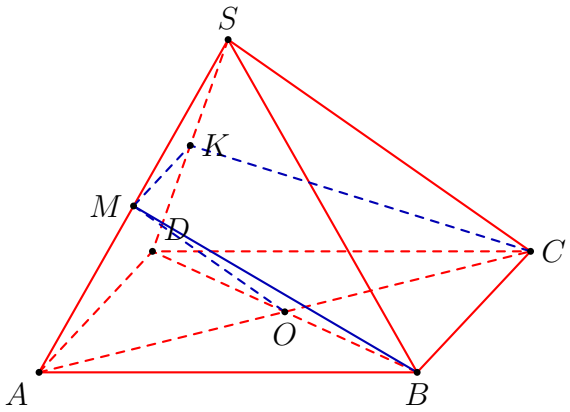
Phần IV. Tự luận

Bài 1. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}0 & \text{khi } x=2\\ \dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\end{cases}$ tại điểm $x_0=2$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SA.

a) Chứng minh: $MO//SC$.

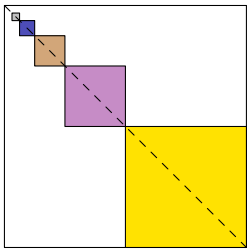
b) Tìm giao điểm K của SD và mặt phẳng (MBC).



Bài 3. Một nhà thầu nhận được hợp đồng sơn màu trang trí một bức tường hình vuông màu trắng kích thước 4m × 4m của một trường mẫu giáo. Hai điều kiện của hợp đồng như sau:

- Các hình vuông cần sơn màu như hình vẽ. Hình vuông lớn nhất có diện tích bằng một phần tư diện tích bức tường được sơn ý khác màu trắng. Mỗi hình vuông tiếp theo có diện tích bằng một phần tư diện tích hình vuông trước nó, được sơn màu khác với hình vuông trước đó và màu trắng;
- Một phần ba bức tường phải được sơn màu.

Sau khi xem các điều kiện của hợp đồng thì nhà thầu từ chối vì cho rằng không thể thực hiện theo yêu cầu của nhà trường. Hãy giải thích lí do vì sao họ từ chối hợp đồng.



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 4
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

Ⓐ $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$.
Ⓑ $u_n = 3^n - 2^n$.
Ⓒ $u_n = \left(-\frac{3}{2}\right)^n$.
Ⓓ $u_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$.

Câu 2. Giá trị của $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{1-2x}$ là

Ⓐ $\frac{1}{2}$.
Ⓑ $-\frac{1}{2}$.
Ⓒ 1.
Ⓓ -1.

Câu 3. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số bị chặn?

Ⓐ $u_n = \dfrac{1}{n+2025}$.
Ⓑ $u_n = 2025 - n$.
Ⓒ $u_n = (-1)^n \cdot 2025^n$.
Ⓓ $u_n = n - 2025$.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_2 = 4$ và $u_3 = 16$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

Ⓐ 2.
Ⓑ -4.
Ⓒ 4.
Ⓓ 12.

Câu 5. Số cạnh của một hình tứ diện là

Ⓐ 5.
Ⓑ 4.
Ⓒ 6.
Ⓓ 8.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\cos x = \dfrac{1}{2}$ là

Ⓐ $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Ⓑ $x = \pm\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Ⓒ $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Ⓓ $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Trên đoạn thẳng BD lấy điểm M sao cho $MB = 2MD$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ (ABD).
Ⓑ (ABC).
Ⓒ (ACD).
Ⓓ (BCD).

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AD. Gọi M là trung điểm của SA và Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD). Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\Delta // SD$.
Ⓑ $\Delta // AB$.
Ⓒ $\Delta // AD$.
Ⓓ $\Delta // CD$.

Câu 9. Cho góc lượng giác α. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\cos(\pi - \alpha) = \sin\alpha$.
Ⓑ $\cos(\pi - \alpha) = \cos\alpha$.
Ⓒ $\cos(\pi - \alpha) = -\sin\alpha$.
Ⓓ $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$.

Câu 10. Cho dãy số (u_n), biết $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Tính u_{20}.

Ⓐ $u_{20} = 61$. Ⓑ $u_{20} = 58$. Ⓒ $u_{20} = 52$. Ⓓ $u_{20} = 55$.

Câu 11. Cho góc α thỏa mãn $\sin\alpha = -\dfrac{3}{5}$ và $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$. Giá trị của $\cos\alpha$ bằng

Ⓐ $\dfrac{16}{25}$. Ⓑ $\dfrac{4}{5}$. Ⓒ $-\dfrac{4}{5}$. Ⓓ $-\dfrac{16}{25}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathscr{K}$, $x_0 \in K$. Khi đó, hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 khi

Ⓐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = f(x_0)$. Ⓑ $\lim\limits_{x\to x_0} f(x_0) = f(x)$.
Ⓒ $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$. Ⓓ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = f(x_0)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Các phát biểu sau đúng hay sai?

a) Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 1$ và $\lim v_n = 4$. Khi đó $\lim(3u_n + v_n) = 13$.

b) $\lim\limits_{x\to3^+} \dfrac{5}{x-3} = +\infty$.

c) Hàm số $y = \dfrac{2x-5}{x-2}$ liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$.

d) Cho $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+2025x-2026}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ ax+2 & \text{khi } x \le 1 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $a = 2025$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD, Q là trung điểm cạnh SA. Khi đó xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $MP // (SAD)$.

b) SC cắt mặt phẳng (MPQ).

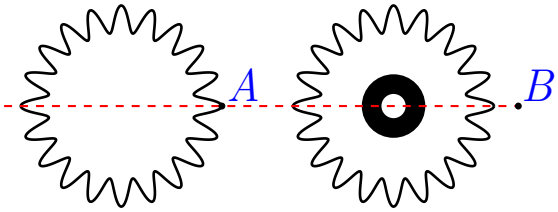
c) Điểm O thuộc mặt phẳng (SBD).

d) SB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

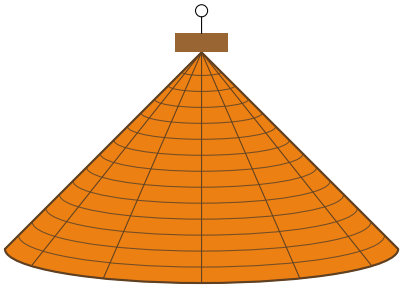
Bài 1. Hình vẽ dưới đây là hai bánh răng của một động cơ, chúng có cùng kích thước. Khi động cơ hoạt động, hai bánh răng quay đều cùng chiều. Biết tốc độ quay của bánh răng ở hình 2 gấp đôi tốc độ quay của bánh răng ở hình 1 và phương trình biểu thị độ cao của điểm A ở bánh răng thứ nhất là $h = 2R + R\sin\left(\dfrac{\pi}{5}t\right)$ (trong đó R là bán kính bánh răng, t là thời gian tính bằng giây, h là độ cao của điểm A). Giả sử tại thời điểm bắt đầu khởi động, hai điểm A và B có độ cao bằng nhau. Sau bao nhiêu giây kể từ thời điểm đầu tiên sau khi động cơ hoạt động hai điểm A, B có độ

cao bằng nhau?



H.1 **H.2**

Bài 2. Người ta làm đèn tre như hình bên, các hình tròn chồng lên nhau. Trong đó tính từ dưới lên hình tròn lớn nhất C_1 có bán kính $R = 200$ cm, hình tròn C_2 có bán kính bằng $\frac{9}{10}$ bán kính của đường tròn C_1, hình tròn C_3 có bán kính bằng $\frac{9}{10}$ bán kính của đường tròn C_2. Cứ tiếp tục như vậy, nhận được dãy hình tròn $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n, \ldots$. Tính tổng chiều dài các thanh tre đã làm chiếc đèn tre (đơn vị mét, làm tròn đến hàng đơn vị).



Bài 3. Biết kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(7x - \sqrt{49x^2 - 2025x + 8}\right) = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a - 100b$ bằng bao nhiêu?

Bài 4. Trong dịp Tết Nguyên Đán, nhu cầu sử dụng Internet (dữ liệu di động) của người dân tại một thành phố lớn thường xuyên thay đổi trong ngày. Lượng dữ liệu sử dụng D (MegaBytes/phút) được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày (tính từ 0 giờ) bởi công thức

$$D(t) = 4\sin\left(\frac{\pi}{12}(t-10) + \frac{\pi}{6}\right) + 20 \quad (0 \leq t < 24).$$

Lượng dữ liệu sử dụng đạt mức cao nhất vào thời điểm nào trong ngày?

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

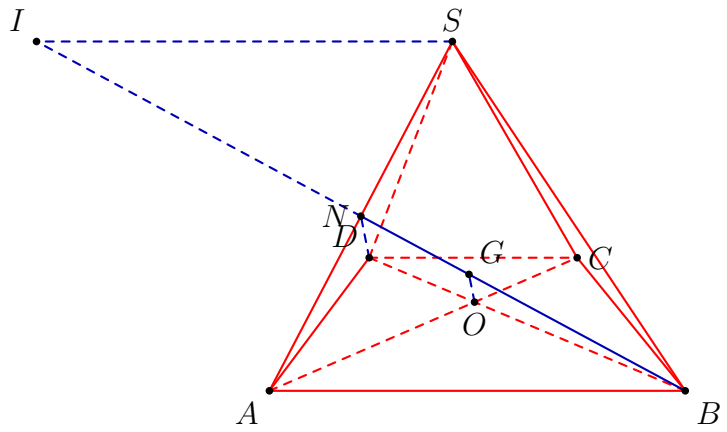
a) $\lim\left(\sqrt{9n^2 + 2n} - 3n + 1\right)$.

b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{-x^2 + x + 2}{2x^2 + x - 10}$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có $AB//CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD; G là trọng tâm tam giác SAB.

a) Chứng minh rằng: $OG//(SAD)$.

b) Tìm giao điểm I của đường thẳng BG và (SCD).



Bài 3. Tại một xưởng sản xuất bột đá thạch anh, giá bán (tính theo nghìn đồng) của x (kg) bột đá thạch anh được tính theo công thức sau:

$$P(x)=\begin{cases}4{,}5x & \text{khi } 0<x\leq 400\\ 4x+k & \text{khi } x>400\end{cases} \quad (k \text{ là một hằng số}).$$

a) Với $k=0$, xét tính liên tục của hàm số $P(x)$ trên $(0;+\infty)$.

b) Với giá trị nào của k thì hàm số $P(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$?

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 5
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hàm số nào sau đây liên tục tại $x = 2$?

Ⓐ $f(x) = \dfrac{x+5}{x-2}$.
Ⓑ $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$.
Ⓒ $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$.
Ⓓ $f(x) = \dfrac{x^2-3}{\sqrt{x-2}}$.

Câu 2. Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

Ⓐ $1; -1; 1; -1$.
Ⓑ $1; -3; 9; 10$.
Ⓒ $1; 0; 0; 0$.
Ⓓ $32; 16; 8; 4$.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \sin\dfrac{\pi}{n}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

Ⓐ Dãy số (u_n) bị chặn.
Ⓑ Dãy số (u_n) tăng.
Ⓒ Dãy số (u_n) giảm.
Ⓓ Dãy số (u_n) không bị chặn.

Câu 4. Xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) với $u_n = 2n + 3$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Ⓐ $u_1 = 2;\ d = 3$.
Ⓑ $u_1 = 3;\ d = 2$.
Ⓒ $u_1 = 5;\ d = 2$.
Ⓓ $u_1 = 5;\ d = -3$.

Câu 5. Cho góc α thỏa mãn $\sin\alpha = \dfrac{12}{13}$ và $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos\alpha$.

Ⓐ $\cos\alpha = \dfrac{1}{13}$.
Ⓑ $\cos\alpha = \dfrac{5}{13}$.
Ⓒ $\cos\alpha = -\dfrac{5}{13}$.
Ⓓ $\cos\alpha = -\dfrac{1}{13}$.

Câu 6. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $(ABC)//(A'B'C')$.
Ⓑ $(A'BC)//(AB'C')$.
Ⓒ $(A'B'C')//(AB'C)$.
Ⓓ $(ABC')//(A'B'C')$.

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin\dfrac{5\pi}{3}$ là

Ⓐ $S = \left\{\dfrac{5\pi}{3} + k2\pi; -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓑ $S = \left\{\dfrac{5\pi}{3} + k2\pi; \dfrac{7\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓒ $S = \left\{\dfrac{5\pi}{3} + k2\pi; -\dfrac{5\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓓ $S = \left\{\dfrac{5\pi}{3} + k\pi; -\dfrac{2\pi}{3} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 8. Tính $\lim\limits_{x\to -1}\left(2x^3 - 3x\right)$ bằng

Ⓐ -1.
Ⓑ -5.
Ⓒ 1.
Ⓓ 5.

Câu 9. Diều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng song song với nhau là

Ⓐ Hai mặt phẳng đó cùng song song với một mặt phẳng thứ ba.
Ⓑ Hai mặt phẳng đó cùng song song với một đường thẳng.
Ⓒ Hai mặt phẳng đó không có điểm chung.
Ⓓ Có một mặt phẳng chứa hai đường thẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng còn lại.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đường thẳng AD song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

Ⓐ (SBC). Ⓑ $(ABCD)$. Ⓒ (SAC). Ⓓ (SAB).

Câu 11. Một hãng ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau

Số lần gặp sự cố	$[1;2]$	$[3;4]$	$[5;6]$	$[7;8]$	$[9;10]$
Số xe	17	33	25	20	5

Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Ⓐ 2,64. Ⓑ 2,89. Ⓒ 2,73. Ⓓ 2,98.

Câu 12. Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

Ⓐ 5 mặt, 5 cạnh. Ⓑ 6 mặt, 5 cạnh.
Ⓒ 6 mặt, 10 cạnh. Ⓓ 5 mặt, 10 cạnh.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một khu vực rừng tràm có diện tích ban đầu (đầu năm 2025) được ghi nhận là 15000 héc-ta. Do ảnh hưởng của biến đổi khí hậu và xâm nhập mặn, diện tích rừng được dự báo bị suy giảm với tốc độ trung bình 4% mỗi năm.

a) Diện tích của khu rừng vào đầu năm 2026 là 14400 héc-ta.

b) Diện tích của khu rừng vào đầu mỗi năm (sau năm 2025) lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 0,96$.

c) Diện tích khu rừng sau n năm (kể từ đầu năm 2025) được tính theo công thức $15000 \cdot 0,96^{n-1}$.

d) Đến đầu năm 2035, diện tích khu rừng đã mất đi 5028 héc-ta (làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-5x+4}{x-1} & \text{khi } x < 1 \\ 3x-6 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

a) $f(1) = -3$.

b) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -3$.

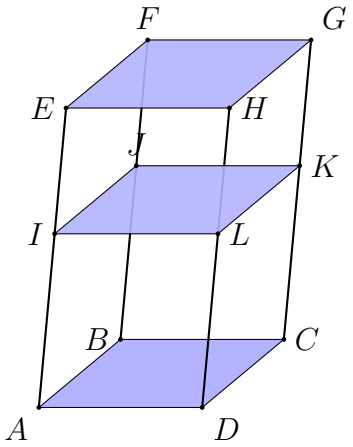
c) Hàm số gián đoạn tại điểm $x_0 = 1$.

d) $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = 1$.

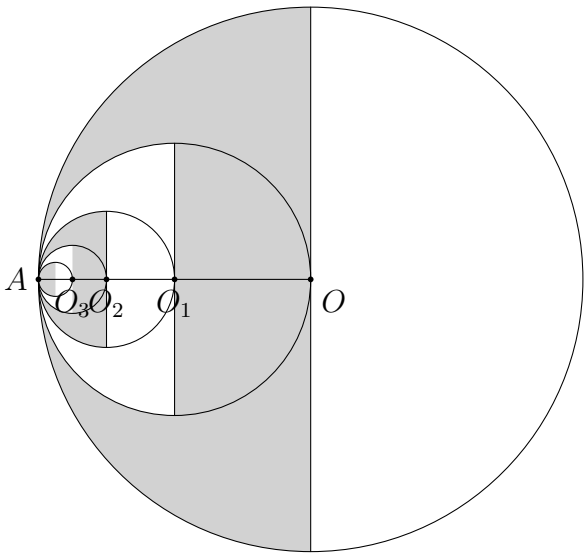
Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới $(ABCD)$ và mâm tầng trên $(EFGH)$ song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE = 100$ cm, $CG = 130$ cm và muốn đóng thêm mâm tầng $(IJKL)$ song song với hai mâm tầng trên, tầng dưới và $EI = 42$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng KG

theo đơn vị cm (Kết quả làm tròn ở hàng phần mười).



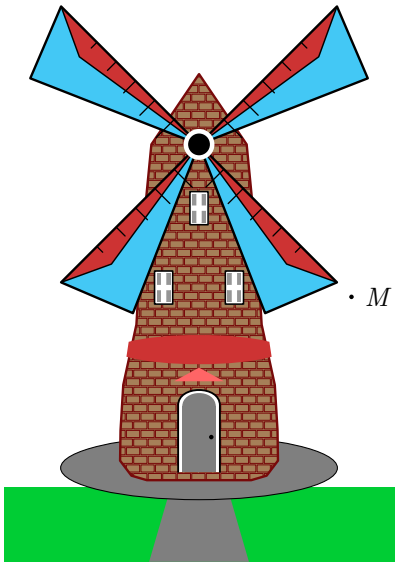
Bài 2. Trong hình vẽ bên, cho đường tròn (C) tâm O, bán kính $r = 20$ cm. Vẽ đường tròn (C_1) đi qua tâm O và tiếp xúc với (C). Đường tròn (C_1) có bán kính bằng một nửa bán kính của (C), tức là $r_1 = \dfrac{r}{2} = 10$ cm. Tiếp tục, vẽ đường tròn (C_2) đi qua tâm của (C_1) và tiếp xúc với (C_1), với bán kính $r_2 = \dfrac{r_1}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$ cm. Quá trình này tiếp tục đến vô hạn, với mỗi đường tròn mới có bán kính bằng một nửa bán kính của đường tròn trước đó. Tính diện tích phần tô màu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Bài 3. Biết $\lim \dfrac{2^{n+1} + 7 \cdot 4^n}{3^n + 4^{n+1}} = \dfrac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a^2 + b^2$.

Bài 4. Cối xay gió là một loại máy chạy bằng sức gió. Một điểm M nằm trên cánh của cối xay gió. Khi cánh quạt quay thuận chiều kim đồng hồ, vị trí thấp nhất và cao nhất của M so với mặt đất lần lượt là 8 m và 22 m. Xét vòng quay của M bắt đầu từ vị trí thấp nhất tương ứng thời điểm $t = 0$. Khi cánh quay đều, khoảng cách h (mét) từ M đến mặt đất được tính theo công thức $h = A\cos\left(\dfrac{2\pi}{5}t\right) + C$, với t (giây) là thời gian quay của điểm M $(t \geq 0)$. Hỏi lần thứ 2025 điểm

M cách mặt đất 18,5 m là vào thời điểm bao nhiêu giây (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Phần IV. Tự luận

Bài 1. Hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ ax - 3 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại điểm $x = 1$.

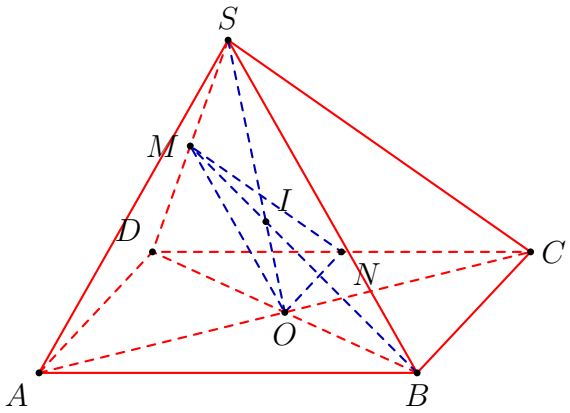
Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SD, CD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

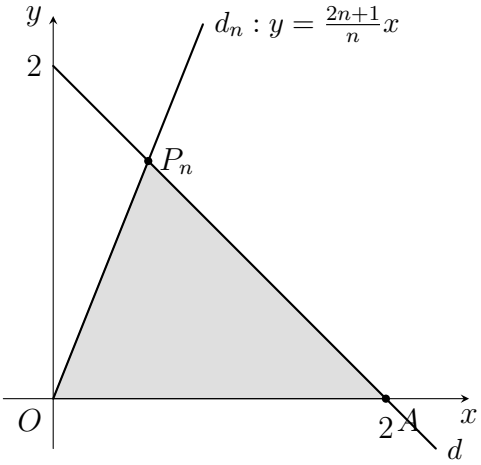
c) Tìm giao điểm của đường thẳng BM và mặt phẳng (SAC).

d) Chứng minh mặt phẳng (SBC) song song với mặt phẳng (OMN).



Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d : x + y = 2$ cắt trục hoành tại điểm A và cắt đường thẳng $d_n : y = \dfrac{2n+1}{n}x$ tại điểm P_n $(n \in \mathbb{N}^*)$. Kí hiệu S_n là diện tích của tam giác

OAP_n. Tìm $\lim S_n$.



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 6
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người.

Thời gian (phút)	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Số người	2	4	10	5	3

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

(A) $M_0 = 105$.
(B) Giá trị đại diện của nhóm $[60;90)$ là 75.
(C) $\overline{x} = 108{,}75$.
(D) Nhóm chứa mốt là $[90;120)$.

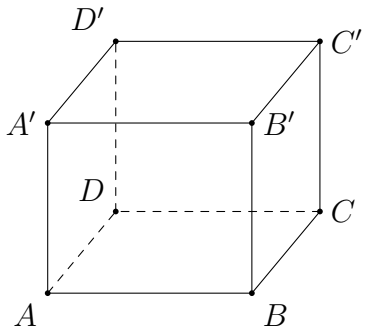
Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

(A) $u_{10} = 32$. (B) $u_{10} = 22$. (C) $u_{10} = 25$. (D) $u_{10} = 34$.

Câu 3. Gọi S là tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn ba số x, $4x$, 25 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của S là

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, đường thẳng AB song song với mặt phẳng nào dưới đây?



(A) $(A'B'C'D')$. (B) $(ADD'A')$. (C) $(BCC'B')$. (D) $(ABCD)$.

Câu 5. Công thức nào sau đây **sai**?

(A) $\cos(\alpha+\beta) = \sin\alpha\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta$.
(B) $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$.
(C) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$.
(D) $\cos(\alpha-\beta) = \sin\alpha\sin\beta + \cos\alpha\cos\beta$.

Câu 6. Cho $P = \lim\limits_{x\to 4^+} \dfrac{5}{x-4}$. Mệnh đề đúng là

Ⓐ $P=5$. Ⓑ $P=-\infty$. Ⓒ $P=+\infty$. Ⓓ $P=0$.

Câu 7. Tính $M=1+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5^2}+\cdots+\dfrac{1}{5^n}+\cdots$ được kết quả là

Ⓐ $+\infty$. Ⓑ $\dfrac{31}{25}$. Ⓒ $\dfrac{5}{4}$. Ⓓ $\dfrac{6}{5}$.

Câu 8. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt có bao nhiêu vị trí tương đối?

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Câu 9. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho MN cắt BD tại I. Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ (ABD). Ⓑ (BCD). Ⓒ (CMN). Ⓓ (ACD).

Câu 10. Nghiệm của phương trình $2\cos(x-15^\circ)-1=0$ là

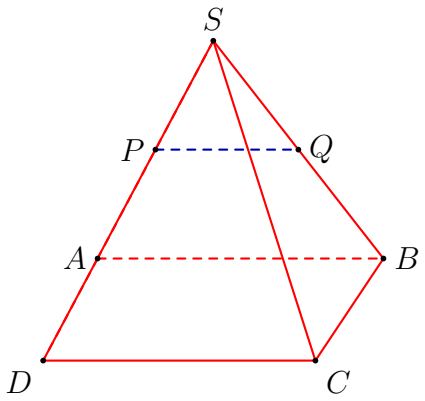
Ⓐ $\left[\begin{array}{l} x=75^\circ+k360^\circ \\ x=135^\circ+k360^\circ \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$. Ⓑ $\left[\begin{array}{l} x=60^\circ+k360^\circ \\ x=-60^\circ+k360^\circ \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

Ⓒ $\left[\begin{array}{l} x=45^\circ+k360^\circ \\ x=-45^\circ+k360^\circ \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$. Ⓓ $\left[\begin{array}{l} x=75^\circ+k360^\circ \\ x=-45^\circ+k360^\circ \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SB và P là điểm trên cạnh SC sao cho $SP=3PC$. Đường thẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (ABC)?

Ⓐ MN. Ⓑ MP. Ⓒ NP. Ⓓ SC.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB. Đường thẳng PQ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?



Ⓐ (SBC). Ⓑ (SAD). Ⓒ (SAB). Ⓓ (SCD).

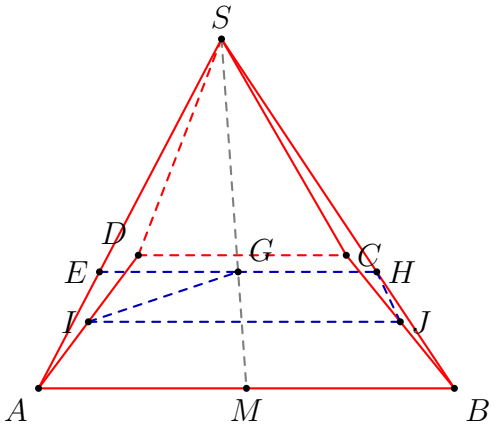
Câu 13. Cho dãy số (u_n) cho bởi công thức tổng quát $u_n=4+4n^2$, $n\in\mathbb{N}^*$. Khi đó u_6 bằng

Ⓐ 68. Ⓑ 104. Ⓒ 504. Ⓓ 148.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Điểm E nằm trên cạnh SA sao cho

$SE = 2EA$.



a) Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng d đi qua S song song với AB, CD.

b) Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và (GIJ) là đường thẳng đi qua I song song với GJ.

c) Giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (GIJ) là điểm thuộc đường thẳng đi qua G và song song với đường thẳng IJ.

d) EG song song với CD.

Bài 2. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n = 4n^2 + 3$; $v_n = 3n^2 + 7$.

a) $\lim \dfrac{u_n}{v_n} = \dfrac{4}{3}$.

b) $\lim \dfrac{1}{u_n} = \dfrac{1}{4}$.

c) $\lim \dfrac{(u_n)^2}{v_n} = \dfrac{16}{3}$.

d) $\lim \dfrac{u_n + an^2 + 7}{v_n} = 8$ khi đó $a = 20$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho biết $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2 + 6n - 2025}{7n^2 + 4} = \dfrac{1}{a}$. Giá trị a bằng bao nhiêu?

Bài 2. Hàm số $v(t) = \begin{cases} -t^2 + 4t + 12 & \text{khi } 0 \le t \le 5 \\ at - 3 & \text{khi } 5 < t \le 10 \end{cases}$ mô tả vận tốc (m/s) của một vật tại thời điểm t (giây) trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên kể từ khi vật bắt đầu chuyển động. Biết rằng $v(t)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và trong 10 giây đầu tiên đó có hai lần vật đạt vận tốc $10m/s$ vào các thời điểm t_1 giây và t_2 giây. Tính $t_1 + t_2$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Bài 3. Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 10 000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x $(x \ge 1)$ là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \dfrac{T(x)}{x}$. Xem $M(x)$ là hàm số theo x xác định trên nửa khoảng $[1; +\infty)$, tìm $\lim\limits_{x\to+\infty} M(x)$.

Bài 4. Tam giác ABC có số đo một góc là $120°$, độ dài ba cạnh của nó là ba số hạng liên tiếp

của một cấp số cộng và diện tích tam giác ABC bằng $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Phần IV. Tự luận

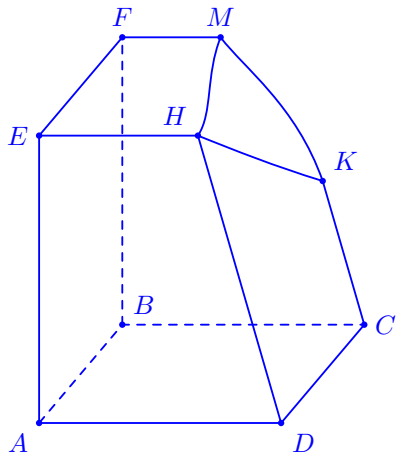
Bài 1. Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-4x-4}{x-2}$;

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x}-1}{2x}$;

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}+\sqrt{x}-3}{x^2-1}$.

Bài 2. Một khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với $(ABCD)//(EFMH)$, $CK//DH$. Khối gỗ bị hỏng một góc (hình bên). Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng (R) đi qua K và song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

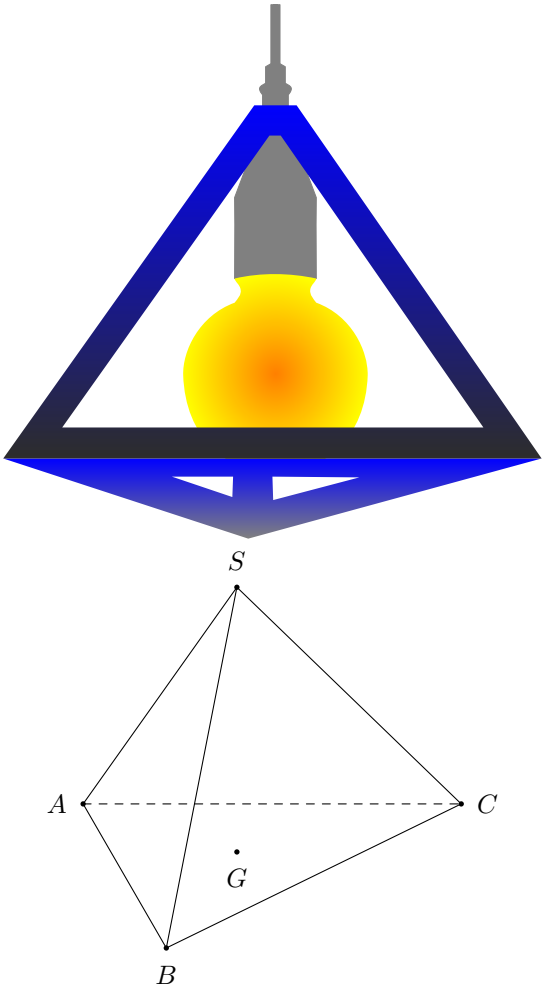


a) Hãy giúp bác thợ mộc xác định giao tuyến của mặt phẳng (R) với các mặt của khối gỗ để cắt được chính xác.

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của DH, BF với mặt phẳng (R). Biết $BF = 60$ cm, $DH = 75$ cm, $CK = 40$ cm. Tính FJ.

Bài 3. Nhà bạn Lan có một đèn trang trí khung hình chóp tam giác $S.ABC$. Vị trí bóng đèn tiếp xúc với mặt đáy (ABC) tại trọng tâm G của tam giác ABC. Mẹ Lan nhờ Lan xác định vị trí điểm M trên cạnh SA của đèn. Biết rằng M là giao điểm của SA với mặt phẳng (α), và mặt

phẳng (α) đi qua G và song song với mặt phẳng (SBC). Em hãy giúp Lan tính tỉ số $\dfrac{SM}{AM}$.

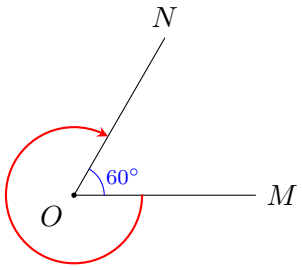


TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 7
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

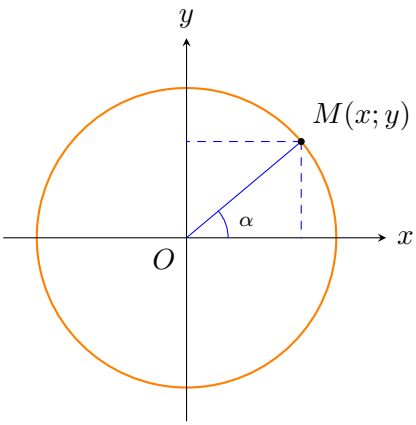
Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho góc $MON = 60°$. Xác định số đo của góc lượng giác (OM, ON) được biểu diễn trong hình vẽ dưới đây:



Ⓐ $120°$. Ⓑ $60°$. Ⓒ $-300°$. Ⓓ $300°$.

Câu 2. Giả sử $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho góc lượng giác có số đo α như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



Ⓐ $\sin\alpha = x$. Ⓑ $\sin\alpha = y$. Ⓒ $\sin\alpha = \dfrac{x}{y}$. Ⓓ $\sin\alpha = \dfrac{y}{x}$.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

Ⓐ $y = \cot x + x$. Ⓑ $y = \sin^3 x$.
Ⓒ $y = \tan x$. Ⓓ $y = \cos x$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là:

Ⓐ $x = k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. Ⓑ $x = \pi + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Ⓒ $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. Ⓓ $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5. Trong các dãy số (u_n) cho bởi công thức của số hạng tổng quát u_n dưới đây, dãy số nào là số tăng?

Ⓐ $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$.
Ⓑ $u_n = -2n+5$.
Ⓒ $u_n = \dfrac{1}{n}$.
Ⓓ $u_n = -n^2$.

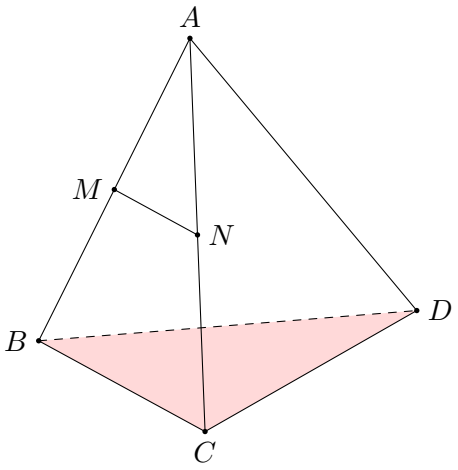
Câu 6. Trong các dãy số cho bởi công thức của số hạng tổng quát u_n dưới đây, dãy số nào là một cấp số nhân?

Ⓐ $u_n = n^2$.
Ⓑ $u_n = 5^n$.
Ⓒ $u_n = 3n+1$.
Ⓓ $u_n = \dfrac{1}{n}$.

Câu 7. Số cạnh và số mặt của một hình tứ diện theo thứ tự là

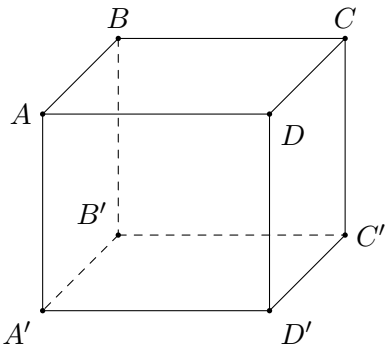
Ⓐ 4; 6.
Ⓑ 6; 4.
Ⓒ 4; 4.
Ⓓ 6; 6.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng MN và CD?



Ⓐ MN và CD song song với nhau.
Ⓑ MN và CD chéo nhau.
Ⓒ MN và CD cắt nhau.
Ⓓ MN và CD đồng phẳng.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?



Ⓐ $(A'BD)$.
Ⓑ $(D'BD)$.
Ⓒ $(C'BD)$.
Ⓓ $(B'BD)$.

Câu 10. Chọn phát biểu đúng?

Ⓐ Phép chiếu song song biến 2 đường thẳng song song thành 2 đường thẳng có thể cắt nhau.
Ⓑ Phép chiếu song song biến 2 đường thẳng song song thành 2 đường thẳng có thể chéo nhau.
Ⓒ Phép chiếu song song biến 2 đường thẳng song song thành 2 đường thẳng có thể trùng nhau.
Ⓓ Phép chiếu song song giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng bất kỳ.

Câu 11. Hàm số $y=\dfrac{1}{x-2}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

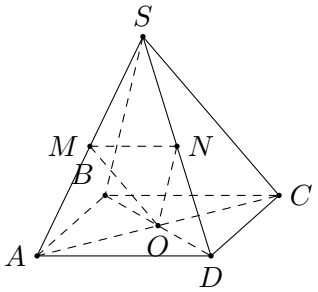
Ⓐ $x=-2$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $x=0$. Ⓓ $x=2$.

Câu 12. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=\tan x$. Ⓑ $y=\sin x$. Ⓒ $y=\sqrt{x-1}$. Ⓓ $y=\dfrac{x-1}{x-3}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm SA,SD.



a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SDB).

b) $MO//SB$.

c) $(MNO)//(SBC)$.

d) $MO//(SBC)$.

Bài 2. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & \text{khi } x\geq 0\\ 2x-1 & \text{khi } x<0\end{cases}$.

a) Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=2$.

b) $f(0)=2$.

c) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-1$.

d) Hàm số $y=f(x)$ gián đoạn tại $x=0$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

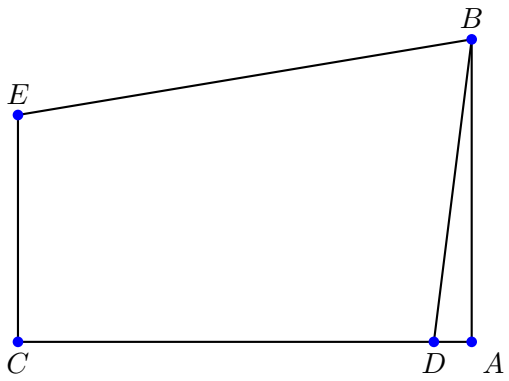
Bài 1. Cho biết $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^2+6n-2025}{7n^2+4}=\dfrac{1}{a}$. Giá trị a bằng bao nhiêu?

Bài 2. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập khó của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tìm thời gian trung bình hoàn thành bài tập đó của các học sinh (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

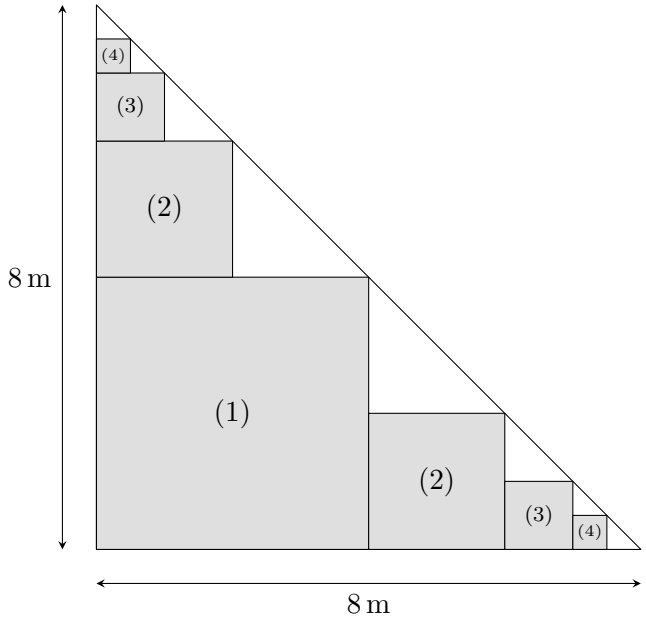
Bài 3. Một hộ dân lắp đặt một camera trên cửa nhà để có thể quan sát được cổng và sân nhà. Cửa nhà tại điểm A và cổng tại điểm C, $AC = 6\,(\text{m})$. Camera được đặt tại vị trí B, hình chiếu vuông góc của B lên mặt đất trùng với điểm A, $AB = 4\,(\text{m})$. Để đảm bảo an ninh, camera có thể quan sát được điểm E trên cổng, CE song song AB, $CE = 3\,(\text{m})$ và vị trí điểm D thuộc đoạn AC, cách điểm A một khoảng $AD = 0{,}5\,(\text{m})$. Số đo của $\widehat{DBE}$ bằng bao nhiêu độ.



Bài 4. Bạn Nhi muốn trang trí một góc cầu thang bằng cách tô màu các hình vuông như hình vẽ bên dưới. Biết góc cầu thang có dạng một tam giác vuông cân có cạnh 8 m và bạn trang trí như sau:

- Lấy trung điểm cạnh huyền dựng đoạn thẳng song song hai cạnh tạo hình vuông (1) và tô màu nó.
- Phần trắng trên cùng và dưới cùng là 2 tam giác vuông cân và bạn lại tiếp tục thực hiện như ban đầu dựng hai hình vuông (2) và tô màu nó.
- Phần trắng trên cùng và dưới cùng là 2 tam giác vuông cân và bạn lại tiếp tục thực hiện như ban đầu dựng hai hình vuông (3) và tô màu nó.

Bạn Nhi tiếp tục quá trình như thế đến khi các hình vuông không thể tô được nữa thì tổng diện tích đã được tô màu là bao nhiêu mét vuông? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2n^2+5n-17}{5n^2-n+19}$;

b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{3x-2}-2}{-3x^2+2x+8}$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, AD là đáy lớn. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và SBC.

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD).

b) Chứng minh: $MN//(SAB)$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 8
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = \cot x$.
(B) $y = x^3 - x$.
(C) $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.
(D) $y = \sqrt{x^2-1}$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) và (v_n) thoả $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$ và $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -4$. Tính $\lim(u_n + v_n)$ bằng

(A) 2.
(B) -6.
(C) -2.
(D) 6.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 2$. Công sai d của cấp số cộng đã cho là

(A) $d = 4$.
(B) $d = -4$.
(C) $d = -1$.
(D) $d = 3$.

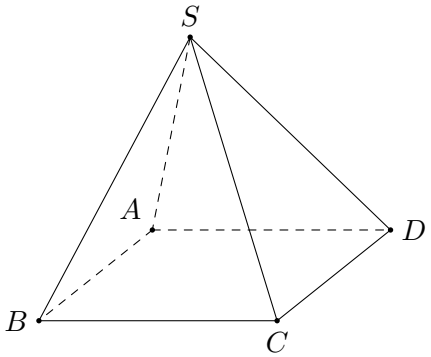
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng CD?

(A) $(ABCD)$.
(B) (SBC).
(C) (SDA).
(D) (SAB).

Câu 5. Phương trình $\sin x = 0$ có nghiệm là

(A) $\left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(B) $\{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $\mathbb{R}$.
(D) $\left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ (như hình vẽ).



Giao tuyến của (SAC) và (SAD) là

(A) SC.
(B) SD.
(C) SA.
(D) SB.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Phát biểu nào sau đây đúng?

(A) AD và BC chéo nhau.
(B) AD và BC song song.
(C) AD và BC cắt nhau.
(D) Có mặt phẳng chứa AD và BC.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Mặt phẳng (AA_1D_1) song song với mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ (BCA_1). Ⓑ (A_1C_1C). Ⓒ (BCC_1). Ⓓ (ACB_1).

Câu 9. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ thoả mãn $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = a > 0$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = -\infty$. Giá trị của $\lim\limits_{x\to x_0} [f(x)\cdot g(x)]$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ $+\infty$. Ⓓ $-\infty$.

Câu 10. Tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ là

Ⓐ $(-1;1)$. Ⓑ $\mathbb{R}$. Ⓒ $[-1;1]$. Ⓓ $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$.

Câu 11. Kết quả của $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ $-\infty$. Ⓒ $\dfrac{2}{3}$. Ⓓ $+\infty$.

Câu 12. Chiều cao (đơn vị: cm) của học sinh lớp 11A được cho trong bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	2	5	12	11	6	4

Tìm chiều cao trung bình của học sinh lớp 11A là

Ⓐ 162,75. Ⓑ 162,35. Ⓒ 163,5. Ⓓ 160,75.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

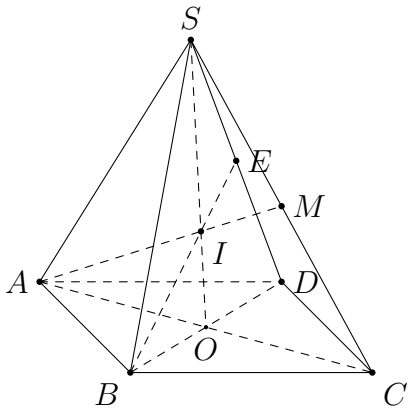
Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SC. Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD). Khi đó:

a) $\dfrac{IA}{IM} = 3$.

b) Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB. Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$.

c) $AM \cap SO = I$.

d) Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI.



Bài 2. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$.

a) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = f(2)$.

b) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \dfrac{3}{2}$.

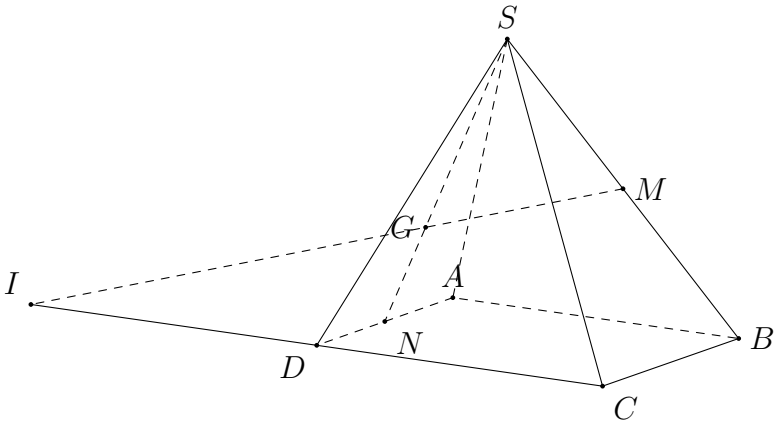
c) Hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

d) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x)-3}{\sqrt{5x-1}-3} = \dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$; $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của a^2+b^2+1 bằng 170.

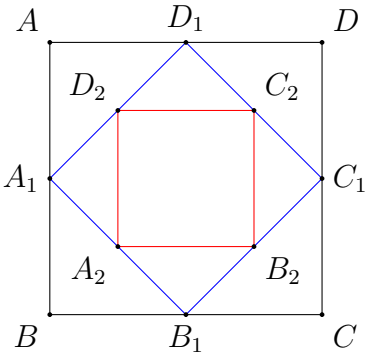
Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Biết kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(7x-\sqrt{49x^2-2025x+8}\right) = \dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$, $b\neq 0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a-100b$ bằng bao nhiêu?

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD, M là trung điểm của SB. Đường thẳng GM cắt mặt phẳng $(ABCD)$ tại I. Tính tỉ số $\dfrac{GM}{GI}$.



Bài 3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a_1 và có diện tích S_1. Nối 4 trung điểm A_1,B_1,C_1,D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB,BC,CD,DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2. Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3, ... và cứ tiếp tục làm như thế. Giả sử quá trình trên kéo dài vô hạn. Tính tổng diện tích các hình vuông được tạo thành nếu $a_1 = 4$ cm.



Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau.

a) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} \dfrac{1-4x^2}{6x^2-5x+1}$.

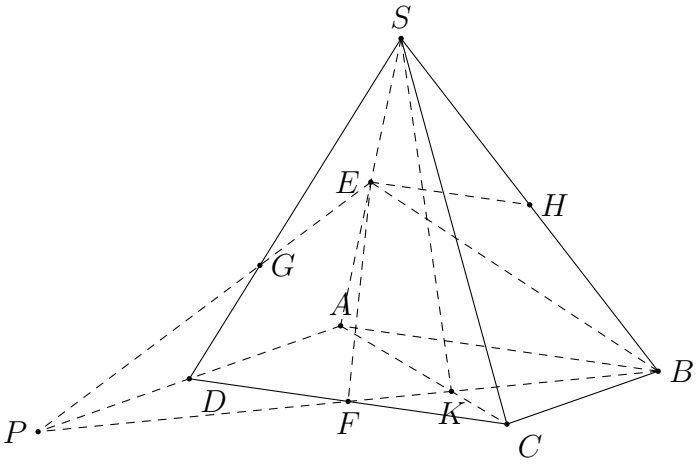
b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+2x}+3x}{\sqrt{4x^2+1}-x+3}$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E,F,H lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, CD và SB.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBF).

b) Chứng minh đường thẳng EH song song với mặt phẳng (SCD).

c) Gọi G là giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (BEF). Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích tam giác SEG và diện tích tam giác SAD. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.



Bài 3. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là (C) xác định trên $[-5;6]$ bởi công thức

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{4}x+\dfrac{11}{4} & \text{khi } -5\le x<-1\\ \sqrt{13-(x-2)^2} & \text{khi } -1\le x\le 4\\ 3 & \text{khi } 4<x\le 6.\end{cases}$$

Một con kiến bò từ điểm A có hoành độ bằng -5 và nó chỉ đi chuyển trên (C). Gọi $B\in(C)$ là điểm có hoành độ lớn nhất mà con kiến có thể tới được, con kiến sẽ dừng lại nếu đường đi bị gián đoạn. Tính quãng đường kiến di chuyển từ A đến B (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 9
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=1$ và $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2026$. Giá trị của $f(1)$ bằng

Ⓐ 2025. Ⓑ 1. Ⓒ 2026. Ⓓ 2024.

Câu 2. Xét các khẳng định sau:
(I) Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
(II) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng bất kì thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
(III) Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng.
(IV) Phép chiếu song song giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.
Trong các khẳng định trên, số khẳng định đúng là

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Câu 3. Thống kê điểm trung bình môn Toán của 31 bạn học sinh lớp 11B được cho trong bảng sau:

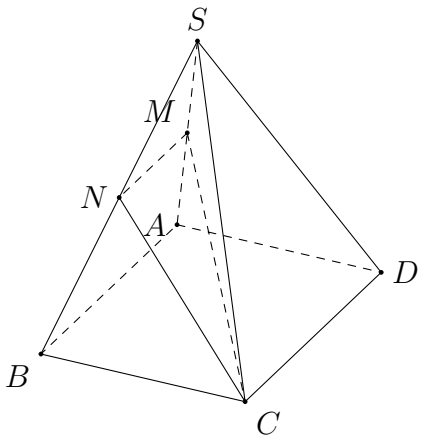
Điểm	$[2;3{,}5)$	$[3{,}5;5)$	$[5;6{,}5)$	$[6{,}5;8)$	$[8;9{,}5)$
Số học sinh	1	1	10	15	4

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm

Ⓐ $[3{,}5;5)$. Ⓑ $[5;6{,}5)$. Ⓒ $[8;9{,}5)$. Ⓓ $[6{,}5;8)$.

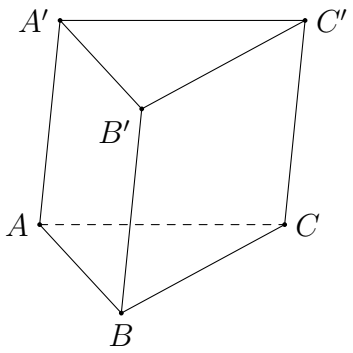
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB (tham khảo hình vẽ).
Đường thẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (CMN)?

Ⓐ CD. Ⓑ CM. Ⓒ MN. Ⓓ AB.



Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình vẽ). Hình chiếu song song của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) theo phương CC' là

Ⓐ điểm A'. Ⓑ điểm C. Ⓒ điểm A. Ⓓ điểm B.



Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

Ⓐ Các mặt bên của hình hộp đã cho là hình bình hành.
Ⓑ Đáy của hình hộp đã cho là hình chữ nhật.
Ⓒ Các cạnh bên của hình hộp đã cho bằng nhau.
Ⓓ Các cạnh bên của hình hộp đã cho song song với nhau.

Câu 7. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số thực a khi n dần tới dương vô cực, nếu

Ⓐ $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n+a)=0$. Ⓑ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$.
Ⓒ $\lim\limits_{n\to+\infty}a=0$. Ⓓ $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-a)=0$.

Câu 8. Cho $g(t)=t^2$. Giới hạn $\lim\limits_{t\to7}\dfrac{g(t)-g(7)}{t-7}$ bằng

Ⓐ 7. Ⓑ 49. Ⓒ 98. Ⓓ 14.

Câu 9. Để chuẩn bị cho gian hàng tại Hội chợ Xuân Bính Ngọ 2026 của một trường THPT, nhóm học sinh của lớp 11A đã tiến hành khảo sát 120 học sinh về nhu cầu mua sản phẩm ở mức giá nào và thu được kết quả sau:

Mức giá (nghìn đồng)	$[10;30)$	$[30;50)$	$[50;70)$	$[70;90)$	$[90;110)$
Số học sinh	15	28	42	25	10

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là

Ⓐ 42. Ⓑ 61. Ⓒ 30. Ⓓ 59.

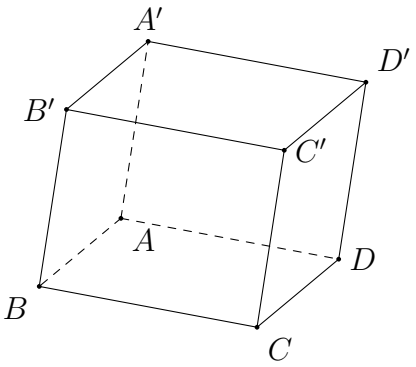
Câu 10. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=\cot x$. Ⓑ $y=\dfrac{1}{x}$. Ⓒ $y=x^2$. Ⓓ $y=\tan x$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).

Mặt phẳng (ABA') song song với mặt phẳng

Ⓐ $(CC'D')$. Ⓑ $(BB'A')$. Ⓒ $(AA'C')$. Ⓓ (ADD').

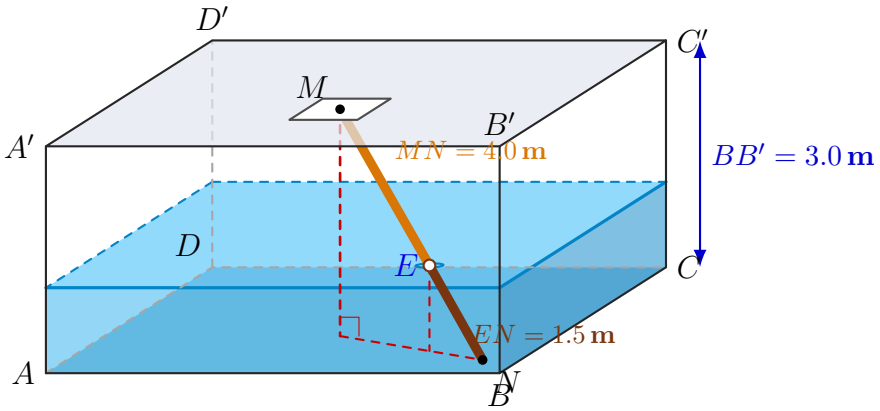


Câu 12. Cho hai đường thẳng b không nằm trong mặt phẳng (P), a nằm trong (P) và b song song với đường thẳng a. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ b song song với (P).
Ⓑ b cắt (P).
Ⓒ b nằm trong (P).
Ⓓ a song song với (P).

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một chiếc bể có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao $BB' = 3$ m. Bác Hà đặt một thanh gỗ $MN = 4$ m vào trong bể sao cho một đầu M của thanh gỗ dựa vào mép của nắp bể $(A'B'C'D')$, đầu còn lại N nằm trên đáy bể $(ABCD)$ (xem hình vẽ). Sau đó bác Hà rút thanh gỗ ra ngoài và đo được độ dài của phần thanh gỗ bị ngâm trong nước là $EN = 1{,}5$ m.



a) AB không song song với mặt phẳng $(CC'D'D)$.

b) $A'B'$ song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

c) Chiều cao mực nước trong bể là $TB = 2$ m.

d) Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Bài 2. Cho hai dãy số $u_n = 2026 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ và $v_n = \dfrac{2n^2 - 2n + 2}{n + 1}$.

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2026$.

b) Cho số thực b thỏa mãn $\lim\limits_{n\to+\infty} (v_n - 2n + b) = 0$. Giá trị của $b^2 - b$ bằng 20.

c) $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n + v_n) = 2027$.

d) $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 2$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

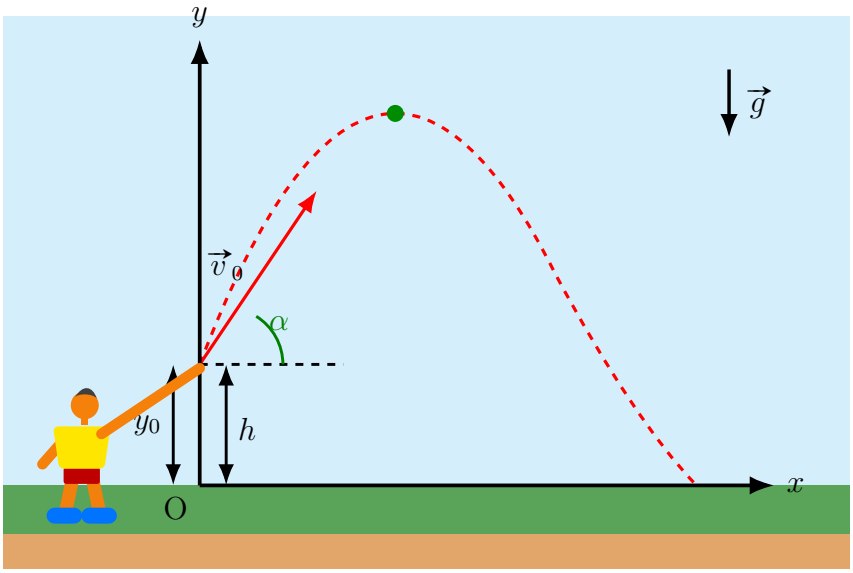
Bài 1. Một bệnh nhân hàng ngày uống một viên thuốc 100 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống thuốc, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%. Tuy nhiên, kể từ ngày thứ 11 trở đi, do khả năng đào thải của cơ thể thay đổi nên trước mỗi lần uống thuốc, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể chỉ còn 2%. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

Bài 2. Lớp 11A có 40 học sinh trả lời 30 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê theo bảng sau:

Số câu trả lời đúng	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số học sinh	4	m	8	n	4

Trong đó m, n lần lượt là số học sinh của nhóm $[10;15)$ và $[20;25)$. Biết tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_1 = \dfrac{35}{2}$. Tính giá trị của $m + 2n$.

Bài 3. Một vận động viên có chiều cao 1m75 thực hiện ném tạ với vận tốc ban đầu $v_0 = 30\text{m/s}$. Đạt thành tích 15m. Gọi α là góc ném của vận động viên hợp với mặt đất (tham khảo hình vẽ). Coi gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$. Tính giá trị của $|\cos 2\alpha|$.



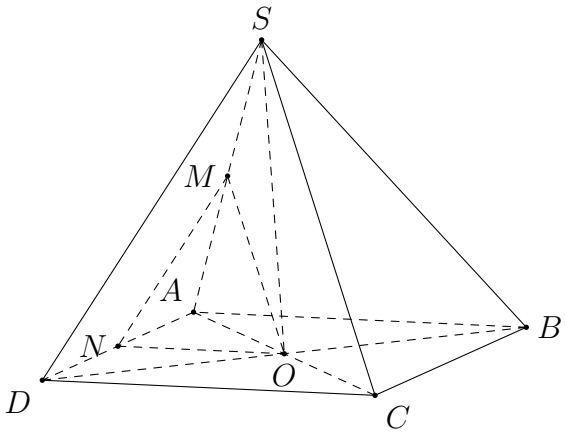
Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2 - 7x - 15}{x - 5} & \text{khi } x \neq 5 \\ -3 & \text{khi } x = 5. \end{cases}$ Xét tính liên tục của hàm số $f(x)$ tại $x_0 = 5$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và AD.

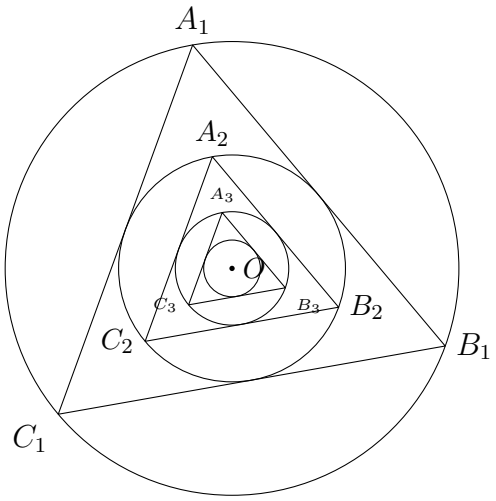
a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Chứng minh rằng: đường thẳng SC song song với mặt phẳng (OMN).



Bài 3. Cho tam giác đều $A_1B_1C_1$ nội tiếp đường tròn tâm O bán kính là $R = 6\,\text{cm}$. Người ta vẽ đường tròn nội tiếp tam giác $A_1B_1C_1$ rồi dựng tam giác đều $A_2B_2C_2$. Tiếp theo người ta vẽ đường tròn nội tiếp tam giác $A_2B_2C_2$ rồi dựng tam giác đều $A_3B_3C_3$. Cứ tiếp tục quá trình như vậy. Gọi

$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$ lần lượt là diện tích các tam giác đều $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \ldots, A_nB_nC_n, \ldots$



Tính tổng diện tích $S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n + \ldots$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 10
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

Ⓐ $q = -2$. Ⓑ $q = -4$. Ⓒ $q = 4$. Ⓓ $q = 2$.

Câu 2. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm bằng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Ⓐ 11. Ⓑ 12. Ⓒ 13. Ⓓ 10.

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) đi qua MN, cắt AD, BC lần lượt tại P và Q. Gọi I là giao điểm MP và NQ. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

Ⓐ I, B, D. Ⓑ I, A, C. Ⓒ I, A, B. Ⓓ I, D, C.

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Ⓐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓑ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Ⓒ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓓ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$; $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(AB'D')$ là đường thẳng nào sau đây?

Ⓐ $A'O$. Ⓑ AO'. Ⓒ $A'C'$. Ⓓ $B'D'$.

Câu 6. Tìm $I = \lim \dfrac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$.

Ⓐ $-\dfrac{2}{3}$. Ⓑ $\dfrac{7}{3}$. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n + 5$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

Ⓐ $d = -2$. Ⓑ $d = 2$. Ⓒ $d = 3$. Ⓓ $d = -3$.

Câu 8. Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một nhóm học sinh thu được mẫu số

liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mẫu số liệu ghép nhóm này có mốt là

Ⓐ 53. Ⓑ 59. Ⓒ 40. Ⓓ 52.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD. Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ (SBC). Ⓑ (SAB). Ⓒ (SCD). Ⓓ $(ABCD)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, trên đường tròn lượng giác gọi điểm M là điểm biểu diễn của góc $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Lấy điểm N đối xứng với M qua gốc tọa độ. Hỏi N là điểm biểu diễn của góc có số đo bằng bao nhiêu?

Ⓐ $\dfrac{7\pi}{6}$. Ⓑ $-\dfrac{\pi}{6}$. Ⓒ $\dfrac{\pi}{6}$. Ⓓ $\dfrac{5\pi}{6}$.

Câu 11. Tính giới hạn $I = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}$.

Ⓐ $I = \dfrac{1}{4}$. Ⓑ $I = \dfrac{1}{2}$. Ⓒ $I = -\dfrac{1}{4}$. Ⓓ $I = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 12. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

Ⓐ Hai mặt phẳng. Ⓑ Một mặt phẳng.
Ⓒ Vô số mặt phẳng. Ⓓ Không có mặt phẳng nào.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Phương trình chuyển động của một vật được xác định bởi hàm số $y = f(x) = x^2+7x+4$, trong đó $f(x)$ là quãng đường (mét) vật đi được trong thời gian x (giây). Giá trị $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ được gọi là vận tốc tức thời (m/s) của chuyển động tại thời điểm x_0.

a) $\lim\limits_{x\to 5} \sqrt{f(x)} = 7$.

b) $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x) = -2$.

c) Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $x_0 = 5$ (giây) là 16 m/s.

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x^2} = 1$.

Bài 2. Năm 2023, một công ty thải ra 125 tấn rác. Với quyết tâm góp phần giảm thiểu sự ô nhiễm môi trường, công ty quyết định kể từ năm 2024, mỗi năm phải giảm 5% lượng rác thải so với năm trước đó. Lấy mốc thời gian tính từ năm 2023 (tức là năm 2023 được tính là năm thứ nhất), gọi T_n (với $n \in \mathbb{N}^*$) là số tấn rác thải của công ty trong năm thứ n.

a) Số tấn rác thải của công ty trong năm 2024 là 118,75.

b) Dãy số (T_n) là một cấp số nhân có $T_1 = 125$ và công bội $q = 0{,}05$.

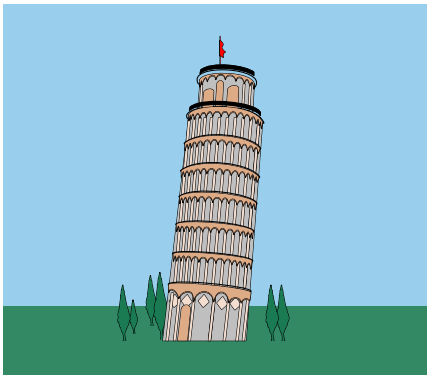
c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số (T_n) là $T_n = 125 \cdot (0{,}95)^{n-1}$, với $n \in \mathbb{N}^*$.

d) Nếu điều này được thực hiện thành công thì ước tính trong năm 2038 khối lượng rác thải

của công ty sẽ giảm đi được 50% so với năm 2023.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Từ độ cao 55,8 m của tháp nghiêng Pisa nước Ý, người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất (hình vẽ). Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng nảy lên với độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được trước đó. Tổng quãng đường mà quả bóng di chuyển từ khi thả cho đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Bài 2. Kết quả của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3-7x^2+11}{3x^6+2x^5-5}$ là

Bài 3. Một đôi thỏ cứ mỗi tháng đẻ được một đôi thỏ con; mỗi đôi thỏ con, khi tròn hai tháng tuổi, lại mỗi tháng đẻ ra một đôi thỏ con, và quá trình sinh nở cứ thế tiếp diễn. Hỏi sau một năm sẽ có tất cả bao nhiêu đôi thỏ, nếu đầu năm có một đôi thỏ sơ sinh? Giả sử thời gian trong năm này không có con thỏ nào chết.

Bài 4. Cho hàm số $H(t)=\begin{cases}0 & \text{khi } t<0\\ 1 & \text{khi } t\geq 0\end{cases}$ (hàm Heaviside, thường được dùng để mô tả việc chuyển trạng thái tắt/mở của dòng điện tại thời điểm $t=0$). Tính $\lim\limits_{t\to0^-}H(t)$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}0 & \text{khi } x=2\\ \dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\end{cases}$ tại điểm $x_0=2$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Chọn điểm M trên cạnh AD sao cho $AD=3AM$, chọn điểm N trên cạnh BC sao cho $BC=3BN$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Chứng minh rằng SC song song với mặt phẳng (GMN).

Bài 3. Một loại gạch men có kích thước hình vuông 60×60 cm. Người ta thiết kế hoa văn cho viên gạch bằng cách tạo đường tròn (C_1) nội tiếp hình vuông ban đầu, phần nằm ngoài đường tròn (C_1) mà thuộc viên gạch thì được tô màu đậm. Tiếp theo họ tạo ra một hình vuông nội tiếp đường tròn (C_1), bên trong hình vuông này lại có một đường tròn nội tiếp (C_2); và họ tiếp tục tô màu đậm cho phần nằm ngoài đường tròn (C_2) mà thuộc hình vuông này. Quy luật này cứ thế tiếp tục vô hạn lần. Hỏi tổng diện tích thuộc về viên gạch được tô màu đậm là bao nhiêu cm^2 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 11
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

(A) Trong không gian, hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
(B) Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
(C) Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chéo nhau.
(D) Trong không gian, hai đường cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì trùng nhau.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và tam giác ABD, E là trung điểm của BC. Đường thẳng MN không song song với mặt phẳng nào dưới đây?

(A) (ACD). (B) (ABD). (C) (BCD). (D) (ECD).

Câu 3. Cho hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $I \in (ABQ)$. (B) $I \in (BCD)$. (C) $I \in (ABP)$. (D) $I \in (ABD)$.

Câu 4. Giới hạn $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{-2+5n}{7-7n}$ bằng

(A) -6. (B) $-\dfrac{2}{7}$. (C) $\dfrac{-5}{7}$. (D) $\dfrac{5}{7}$.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \dfrac{3n+1}{n^2+2}$. Hỏi $\dfrac{31}{102}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

(A) 30. (B) 20. (C) 18. (D) 10.

Câu 6. Cho bảng số liệu ghép nhóm về độ tuổi và số lượng khách hàng của một cửa hàng như sau

Khoảng tuổi	$[17;22)$	$[22;27)$	$[27;32)$	$[32;37)$	$[37;42)$
Số người	8	7	14	8	7

Tính giá trị đại diện của nhóm $[22;27)$.

(A) 37. (B) 34,5. (C) 24,5. (D) 32.

Câu 7. Cho hai góc $\alpha; \beta$ thỏa mãn $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\sin\alpha = -\sin\beta$. (B) $\sin\alpha = -\cos\beta$.
(C) $\sin\alpha = \sin\beta$. (D) $\sin\alpha = \cos\beta$.

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng và số người như sau

Cân nặng	$[45;51)$	$[51;57)$	$[57;63)$	$[63;69)$	$[69;75)$	$[75;81)$
Số người	25	2	9	34	34	9

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

Ⓐ $[63;69)$. Ⓑ $[57;63)$. Ⓒ $[51;57)$. Ⓓ $[69;75)$.

Câu 9. Các nghiệm của phương trình $2\sin x = 1$ là

Ⓐ $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. Ⓑ $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓒ $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. Ⓓ $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{3x-2}{x-2}$ có giá trị bằng

Ⓐ $+\infty$. Ⓑ $-\infty$. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = -3$ và $u_3 = 9$. Tìm công sai của cấp số cộng này.

Ⓐ $d = -6$. Ⓑ $d = 12$. Ⓒ $d = -12$. Ⓓ $d = 6$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SD và AB. Khẳng định nào sau đây **sai**?

Ⓐ $(SBD)//(MNP)$. Ⓑ $(MON)//(SBC)$.
Ⓒ $(SBC)//(MNP)$. Ⓓ $(SBC)//(OPM)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

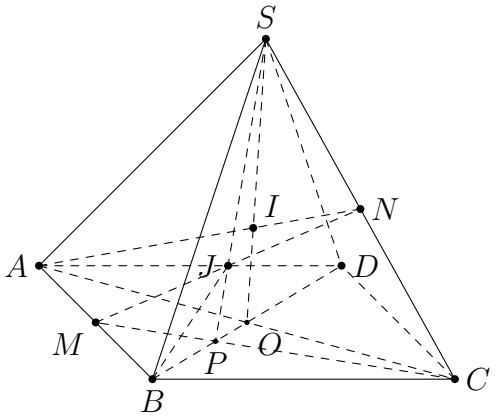
Bài 1. Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, SC. Gọi $O = AC \cap BD$;

a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Giao điểm I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO.

c) Giao điểm J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD.

d) Ba điểm I, J, B thẳng hàng.



Bài 2. Chi phí sản xuất C phụ thuộc lượng đầu ra của sản phẩm Q, chẳng hạn:

$$C = f(Q) = \begin{cases} Q + 2 & \text{khi } 0 < Q \leq 3 \\ \dfrac{Q^2 - 2Q - 3}{Q - 3} & \text{khi } Q > 3. \end{cases}$$

a) $\lim\limits_{Q \to 0^+} f(Q)$ không tồn tại.

b) $\lim\limits_{Q \to 3^-} f(Q) = 5$.

c) $\lim\limits_{Q \to 3^+} f(Q) = 1$.

d) Hàm số $f(Q)$ liên tục trên $(0; +\infty)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - ax + b}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 5, & x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$. Tính $a - 2b$.

Bài 2. Một bồn chứa nước hình trụ bằng nhựa dẻo cao 4 m, có một nắp nhỏ bên trên để bơm nước vào thùng, trong thùng có sẵn một lượng nước. Để đo chiều cao mực nước trong thùng người ta làm như sau: lấy một cây sào tre dài 5 m nhúng vào thùng sao cho một đầu chạm đáy và một đầu chạm với mặt trên của bồn nước. Sau khi rút sào tre ra thì đo được phần sào tre bị ướt là 1,5 m (tham khảo hình vẽ). Hỏi mực nước trong thùng cao bao nhiêu mét?

Bài 3. Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh Phú Thọ được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là 35 cm và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc kế tiếp đều giảm dần đi 7 cm. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 196 cm và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 56 cm. Hỏi giá thành làm cầu thang là bao nhiêu tiền? Biết rằng giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là 1.250.000 đồng. (Kết quả làm tròn đến hàng triệu đồng).

Bài 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là $M_e = \dfrac{a}{b}$. Tính $a + 5b$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{n \to +\infty} (n^2 - 2n + 3)$;

b) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2 - 4x}{\sqrt{x} - 2}$.

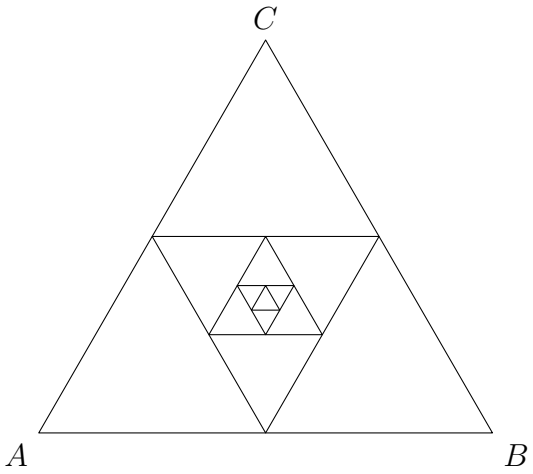
Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SB.

a) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD).

b) Tìm giao điểm J của DM và (SAC).

Bài 3. Cho một tam giác đều ABC cạnh a. Tam giác $A_1B_1C_1$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác ABC, tam giác $A_2B_2C_2$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác

$A_1B_1C_1, \ldots$, tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác $A_nB_nC_n, \ldots$ Gọi $p_1, p_2, \ldots, p_n, \ldots$ và $S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots$ theo thứ tự là chu vi và diện tích của các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \ldots, A_nB_nC_n, \ldots$



a) Tìm giới hạn của các dãy số (p_n) và (S_n).

b) Tìm các tổng $p_1 + p_2 + \ldots + p_n + \ldots$ và $S_1 + S_2 + \ldots + S_n + \ldots$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 12
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

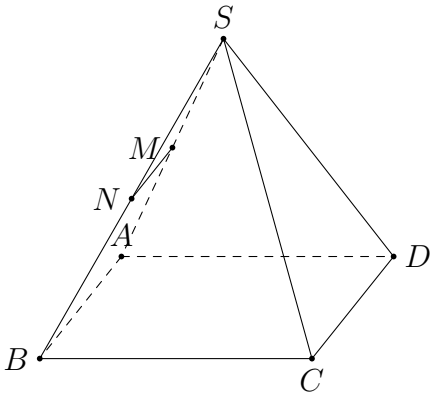
Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

(A) Có một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
(B) Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
(C) Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.
(D) Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt.

Câu 2. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

(A) $\lim(-3{,}02)^n$.
(B) $\lim\left(-\frac{1}{3}\right)^n$.
(C) $\lim(\sqrt{2})^n$.
(D) $\lim\left(\frac{4}{3}\right)^n$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Mệnh đề nào sau đây đúng?



(A) $MN//(SAC)$.
(B) $MN//(SBD)$.
(C) $MN//(SAB)$.
(D) $MN//(SCD)$.

Câu 4. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu với mọi số tự nhiên $n \geq 1$ thì

(A) $u_{n+1} > u_n$.
(B) $u_{n+1} \geq u_n$.
(C) $u_{n+1} < u_n$.
(D) $u_{n+1} = u_n$.

Câu 5. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

(A) $1; -1; 1; -1; \ldots$.
(B) $-1; -3; -5; -7; -9; \ldots$.
(C) $-1; 2; 4; 8; 16; \ldots$.
(D) $-2; 4; 8; -16; 32; \ldots$.

Câu 6. Cho dãy số $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; \ldots$ là một cấp số cộng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ $\begin{cases} u_1 = -\dfrac{1}{2} \\ d = 1 \end{cases}$.
Ⓑ $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 0 \end{cases}$.
Ⓒ $\begin{cases} u_1 = -\dfrac{1}{2} \\ d = \dfrac{1}{2} \end{cases}$.
Ⓓ $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ d = 1 \end{cases}$.

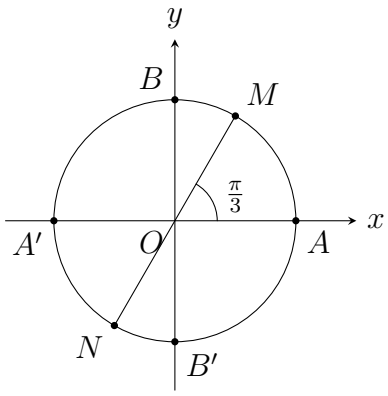
Câu 7. Kết quả của $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x-15}{x-2}$ bằng

Ⓐ $+\infty$.
Ⓑ $-\dfrac{15}{2}$.
Ⓒ $-\infty$.
Ⓓ 1.

Câu 8. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x-5}{x-2}$ là

Ⓐ -1.
Ⓑ 2.
Ⓒ 0.
Ⓓ 1.

Câu 9. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm M thỏa mãn $\widehat{AOM} = \dfrac{\pi}{3}$ và điểm N là điểm đối xứng với M qua O như hình vẽ. Số đo của các góc lượng giác có tia đầu OA và tia cuối ON là



Ⓐ $\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
Ⓑ $\dfrac{4\pi}{3} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
Ⓒ $-\dfrac{2\pi}{3} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
Ⓓ $-\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10. Cho các góc lượng giác a, b thỏa mãn $0 < a < \dfrac{\pi}{2}$; $0 < b < \dfrac{\pi}{2}$ và $\sin a = \dfrac{2}{5}$; $\cos b = \dfrac{3}{5}$. Tính $\cos(a+b)$.

Ⓐ $-\dfrac{8}{25}$.
Ⓑ $\dfrac{12}{25}$.
Ⓒ $\dfrac{3\sqrt{21}-8}{25}$.
Ⓓ $\dfrac{5\sqrt{21}-13}{25}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SA. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $(SBJ)//(ADK)$.
Ⓑ $(KID)//(SBJ)$.
Ⓒ $(SBC)//(IKD)$.
Ⓓ $(SDJ)//(IAK)$.

Câu 12. Tìm nghiệm của phương trình $1 + \sin x = 0$ trên đoạn $[3\pi; 5\pi]$.

Ⓐ $-\dfrac{\pi}{2}$.
Ⓑ $\dfrac{9\pi}{2}$.
Ⓒ 3π.
Ⓓ $\dfrac{7\pi}{2}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác có cặp cạnh đối không song song biết

AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F trong mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

a) AC là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$.

b) Đường thẳng EF không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.

c) SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD), SE là giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và (SBD).

d) Gọi $G = EF \cap AD$. Khi đó, SG là giao tuyến của mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD).

Bài 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{x}{2} & \text{khi } x \le 1 \\ \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ và $g(x) = x^2 - 3x + 1$. Xét tính Đúng - Sai của các mệnh đề sau.

a) Hàm số $g(x)$ gián đoạn tại điểm $x_0 = 1$.

b) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

c) Hàm số $y = f(x) - g(x)$ không liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

d) $f(1) = \dfrac{1}{2}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Tính $\lim \dfrac{3n^2 - 2n + 1}{4n^3 + 11n^2 - 5n - 13}$.

Bài 2. Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx + 1 & \text{khi } x \le 4 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi tham số $m = \dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $2a + b$ bằng?

Bài 3. Hãng taxi Xanh Việt Đức đưa ra giá cước tại tỉnh Đắk Lắk dựa trên số quãng đường di chuyển cho bởi hàm $T(x)$ (đồng) khi đi quãng đường x (km) cho loại xe 4 chỗ như sau

$$T(x) = \begin{cases} 10000 & \text{khi } 0 < x \le 1 \\ a + 13000(x-1) & \text{khi } 1 < x \le 30 \\ b + 11000(x-30) & \text{khi } x > 30. \end{cases}$$

Biết rằng tiền cước được cho bởi hàm số liên tục trên $(0; +\infty)$, khi đó $\dfrac{b}{a}$ bằng bao nhiêu?.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, độ dài cạnh $AB = 2025$, độ dài cạnh $AC = x$ (với x là số thực dương thay đổi). Dựng đường cao AH của tam giác ABC. Hỏi rằng nếu điểm C càng ngày càng tiến xa điểm A, cho đến một lúc nào đó điểm C cách điểm A một khoảng rất lớn thì độ dài đường cao AH tiến về giá trị bao nhiêu?

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $L_1 = \lim\limits_{x \to 1}(1 - 3x)$;

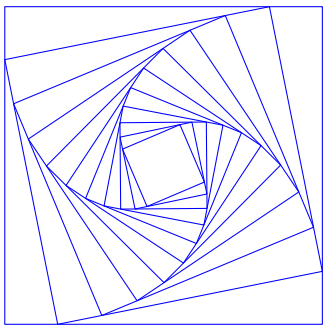
b) $L_2 = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{3 - x}$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a, $SA = SB = SC = SD = a$.

a) Chứng minh đường thẳng AB song song với mặt phẳng (SCD).

b) Gọi G là trọng tâm tam giác SAB. Mặt phẳng (CDG) cắt các cạnh SA và SB lần lượt tại hai điểm E và F. Tính diện tích tứ giác $CDEF$ theo a.

Bài 3. Cho hình vuông H_1 có cạnh bằng a $(a > 0)$. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành sáu phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông H_2. Từ hình vuông H_2 lại làm như trên được hình vuông H_3; cứ tiếp tục như vậy ta nhận được dãy các hình vuông $H_1, H_2, H_3, \ldots, H_n, \ldots$ (tham khảo hình vẽ). Gọi S_i là diện tích của hình vuông H_i $(i \in \{1; 2; 3; \ldots\})$. Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n + \ldots$ Biết $T = 90$, tính a.



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 13
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho góc lượng giác α thoả mãn $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\sin\alpha > 0$. Ⓑ $\cos\alpha < 0$. Ⓒ $\cot\alpha < 0$. Ⓓ $\tan\alpha < 0$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 1,\ u_3 = -2$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

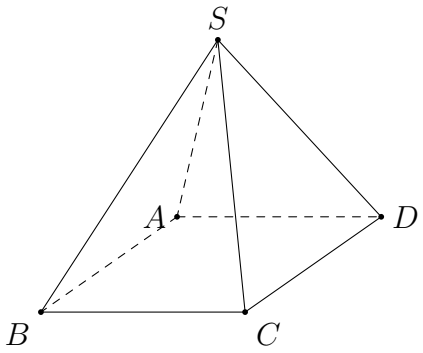
Ⓐ 3. Ⓑ -3. Ⓒ 1. Ⓓ -1.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

Ⓐ $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
Ⓑ $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓒ $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
Ⓓ $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

Ⓐ Hai đường thẳng AD và SC cắt nhau.
Ⓑ Hai đường thẳng SB và CD chéo nhau.
Ⓒ Hai đường thẳng AC và BD cắt nhau.
Ⓓ Hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.

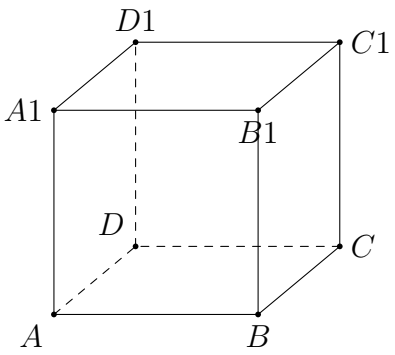


Câu 5. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ có $\lim u_n = 3$ và $\lim v_n = -2$. Khi đó $\lim(u_n + v_n)$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ -1. Ⓒ 5. Ⓓ 1.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng (ACB_1) song song với mặt phẳng nào dưới đây?

Ⓐ (A_1C_1D). Ⓑ (A_1CD_1). Ⓒ (A_1C_1B). Ⓓ (AC_1D_1).



Câu 7. Cho các góc lượng giác a, b. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\sin(a+b)=\sin a.\cos b-\cos a.\sin b$.
Ⓑ $\sin(a+b)=\sin a.\cos b+\cos a.\sin b$.
Ⓒ $\cos(a-b)=\cos a.\cos b-\sin a.\sin b$.
Ⓓ $\cos(a+b)=\cos a.\cos b+\sin a.\sin b$.

Câu 8. Nếu $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=3$ thì $\lim\limits_{x\to 1}[x+f(x)]$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 5.

Câu 9. Trong không gian, khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ Có duy nhất một mặt phẳng chứa hai đường thẳng phân biệt.
Ⓑ Có duy nhất một mặt phẳng chứa ba điểm phân biệt.
Ⓒ Có duy nhất một mặt phẳng chứa một điểm và một đường thẳng.
Ⓓ Có duy nhất một mặt phẳng chứa ba điểm phân biệt không thẳng hàng.

Câu 10. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P), mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng a, mặt phẳng (Q) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường thẳng b. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

Ⓐ a cắt b. Ⓑ a và b chéo nhau.
Ⓒ a song song với b. Ⓓ a trùng b.

Câu 11. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\cos x=\cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\alpha+k\pi \\ x=\pi-\alpha+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Ⓑ $\cos x=\cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\alpha+k2\pi \\ x=-\alpha+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Ⓒ $\cos x=\cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\alpha+k\pi \\ x=-\alpha+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Ⓓ $\cos x=\cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\alpha+k2\pi \\ x=\pi-\alpha+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) với $u_n=2n+1,\ n\in\mathbb{N}^*$. Giá trị u_3 bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 8. Ⓓ 7.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} -\dfrac{x}{2} & \text{khi } x\le 1 \\ \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x>1 \end{cases}$ và $g(x)=x^2-3x+1$. Khi đó:

a) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\dfrac{1}{2}$.

b) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

c) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1} g(x)=\dfrac{1}{2}$.

d) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD song song với BC và

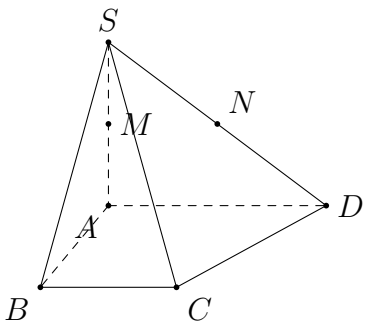
$AD > BC$). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD (tham khảo hình vẽ).

a) Đường thẳng MN song song với mặt phẳng (SBC).

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng đi qua S và O, với O là giao điểm của AC và BD.

c) Đường thẳng CD không cắt mặt phẳng (SAB).

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với đường thẳng AB.



Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hòa cho bởi công thức $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t, A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hòa có phương trình: $x_1(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm) và $x_2(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm). Tìm biên độ của dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Bài 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{5x+1} - \sqrt{4x+4}}{2x-6} & \text{khi } x > 3 \\ m - \dfrac{21x}{16} & \text{khi } x \le 3 \end{cases}$. Tìm giá trị m để hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 3$.

Bài 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Tần số	18	a	13	18

Ước lượng số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên, ta được kết quả là $\overline{x} = \frac{103}{7}$. Tìm tần số a của nhóm $[10;15)$, biết rằng a là số tự nhiên.

Bài 4. Một học sinh bắt đầu thực hiện kế hoạch tiết kiệm tiền để mua một món đồ công nghệ. Trong tuần đầu tiên, học sinh đó tiết kiệm được 20 nghìn đồng. Kể từ tuần thứ hai trở đi, mỗi tuần học sinh đó tiết kiệm được số tiền nhiều hơn 15 nghìn đồng so với tuần liền trước đó. Hỏi sau 16 tuần thực hiện kế hoạch tiết kiệm, học sinh đó sẽ tích lũy được tổng cộng bao nhiêu tiền (tính bằng đơn vị nghìn đồng)?

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $L_1 = \lim\limits_{x\to 1}(1 - 3x)$.

b) $L_2 = \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2 - 9}{3 - x}$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SA.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Chứng minh $SB // (MNQ)$.

c) Tìm giao điểm của SD và mặt phẳng (MNQ).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 14
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Giá trị của $\lim \dfrac{1-2n}{n+2}$ là

Ⓐ 0. Ⓑ $\dfrac{1}{2}$. Ⓒ -2. Ⓓ 1.

Câu 2. Khẳng định nào sau đây **sai**?

Ⓐ $\lim \left(-\dfrac{2024}{2025}\right)^n = 0$. Ⓑ $\lim \left(\sqrt{3}\right)^n = +\infty$.

Ⓒ $\lim \left(\dfrac{5}{3}\right)^n = 0$. Ⓓ $\lim \left(\dfrac{1}{3}\right)^n = 0$.

Câu 3. Tìm số thực a khác 0 sao cho $\lim \dfrac{n^2-2}{an^2-1} = 2$.

Ⓐ $a = -\dfrac{1}{2}$. Ⓑ $a = -2$. Ⓒ $a = 2$. Ⓓ $a = \dfrac{1}{2}$.

Câu 4. Tính giới hạn $L = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{5}{x-3}$.

Ⓐ $L = -\infty$. Ⓑ $L = 0$. Ⓒ $L = +\infty$. Ⓓ $L = 5$.

Câu 5. Giả sử $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 5$ và $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = 6$, khi đó $\lim\limits_{x \to 2} [2f(x) - g(x)]$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ 1. Ⓑ 11. Ⓒ 4. Ⓓ 8.

Câu 6. Cho hàm số $g(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+3x}}{2024x+1}$. Tìm $\lim\limits_{x \to -\infty} [g(x) - 1]$.

Ⓐ $-\dfrac{2025}{2024}$. Ⓑ $-\dfrac{2023}{2024}$. Ⓒ $\dfrac{2025}{2024}$. Ⓓ $\dfrac{2023}{2024}$.

Câu 7. Một công ty sản xuất giày da đã xác định được rằng, tính trung bình một công nhân có thể làm được $f(x) = \dfrac{16x}{15+2x}$ đôi giày mỗi ngày sau khi được đào tạo t ngày. Tính $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

Ⓐ $\dfrac{16}{15}$. Ⓑ 16. Ⓒ 15. Ⓓ 8.

Câu 8. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = \cos x$. Ⓑ $y = \dfrac{x}{x^2+x+2}$.

Ⓒ $y = \dfrac{x}{x+1}$. Ⓓ $y = x^2 + 6x + 20$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

Ⓐ SD.
Ⓑ SO (O là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$).

Ⓒ SE (E là trung điểm AB).
Ⓓ SF (F là trung điểm của CD).

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$; I, J theo thứ tự là trung điểm của AC, AD; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

Ⓐ Qua I và song song với AB.
Ⓑ Qua J và song song với BD.
Ⓒ Qua G và song song với CD.
Ⓓ Qua G và song song với BC.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

Ⓐ $(BC'D)$. Ⓑ (BCA'). Ⓒ (ACC'). Ⓓ (BDA').

Câu 12. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng và số người như sau

Cân nặng	$[45;51)$	$[51;57)$	$[57;63)$	$[63;69)$	$[69;75)$	$[75;81)$
Số người	25	2	9	34	34	9

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

Ⓐ $[63;69)$. Ⓑ $[57;63)$. Ⓒ $[51;57)$. Ⓓ $[69;75)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x^3+27} & \text{khi } x\neq -3\\ a-\dfrac{11}{9} & \text{khi } x=-3\end{cases}$

a) Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

b) $f(-3)=a-\dfrac{11}{9}$.

c) $\lim\limits_{x\to -3} f(x)=\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-9}{x^3+27}$.

d) Có 23 giá trị nguyên của $a\in(0;25)$ để hàm số gián đoạn tại $x=-3$.

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB, N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC. Gọi P là điểm nằm trong ΔBCD. Khi đó:

a) $MN=(MNP)\cap(ABC)$.

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP),(BCD)$ là đường thẳng cắt BC.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP),(ABD)$ là đường thẳng cắt AB và DC.

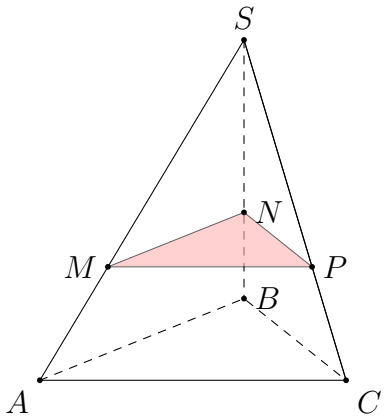
d) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP),(ACD)$ là đường thẳng cắt AB và DC.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Biết rằng $\lim\limits_{x\to -\sqrt{3}}\dfrac{2x^3+6\sqrt{3}}{3-x^2}=a\sqrt{3}+b$. Tính $a+b$.

Bài 2. Anh Bình muốn làm kệ rubic có dạng như hình, nên đã thiết kế bằng việc tạo ra một hình chóp tam giác sau đó cắt phần đỉnh như hình vẽ. Cụ thể anh Bình làm 1 hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC có $AB=AC=5$ (cm), $BAC=30^\circ$. Sau đó dựng mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SM tại M sao cho $SM=2MA$ rồi cắt để tạo sản phẩm. Hỏi diện tích

thiết diện sau khi cắt thành sản phẩm hoàn chỉnh là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)



Bài 3. Một buổi chiều nọ, bên bếp lửa hồng trong gian nhà ấm áp, người ta nhìn thấy ba mẹ con cùng ngồi ăn đậu phộng rang. Tấm ăn trước, cô bốc 1 hạt đậu và bỏ vào miệng; Cám là người bốc đậu tiếp theo, cô bỏ hai hạt đậu vào miệng; dì ghẻ là người bốc đậu tiếp theo liền bỏ 3 hạt vào miệng. Trở lại lượt của Tấm, cô lấy 4 hạt đậu, rồi Cám lấy 5 hạt đậu, dì ghẻ lấy 6 hạt đậu... Bữa ăn hào hứng như thế cho đến lượt cuối cùng thì số hạt đậu không đủ theo quy luật trò chơi, người nào đến lượt cuối sẽ lấy hết số hạt đậu còn lại. Sau bữa ăn ấm áp ấy, Tấm nhận ra mình đã cho vào bụng khoảng 317 hạt đậu. Hỏi tổng số đậu mà ba mẹ con đã ăn trong tối đó là bao nhiêu?

Bài 4. Cho tam giác đều cạnh 1, bên trong có vô hạn các đường tròn tiến về các đỉnh của tam giác đều đó. Mỗi đường tròn tiếp xúc với các đường tròn khác và với các cạnh của tam giác. Tính tổng diện tích của tất cả các đường tròn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính

a) $\lim \dfrac{2n^2+5}{9n^2+n+1}$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+7x+5}+2x\right)$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB.

a) Chứng minh $(OMN)//(SCD)$.

b) Gọi K là điểm bất kỳ trên MN. Chứng minh $OK//(SCD)$.

Bài 3. Một kỹ thuật viên trắc địa dùng máy GNSS 2 tần RTK chuyên dụng kết nối trạm tham chiếu quốc gia đã đo được bậc thứ nhất của một khu ruộng bậc thang ở **Mù Cang Chải** có độ cao 953,4 m (sai số $\pm$0,05 m) so với mực nước biển. Biết rằng thửa ruộng ở bậc thứ hai cao hơn 2 m so với thửa ruộng ở bậc thứ nhất, và kể từ bậc thứ ba trở lên thì mỗi bậc cao hơn bậc ngay dưới nó 0,7 m. Hỏi thửa ruộng cao 964,5 m so với mực nước biển là thửa ruộng ở bậc thứ bao nhiêu?

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 15
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Tính $A = \lim \dfrac{-2n^3 + n}{n^2 + 1}$.

Ⓐ $A = -\infty$. Ⓑ $A = -2$. Ⓒ $A = +\infty$. Ⓓ $A = 0$.

Câu 2. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4$ và $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = 1$. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 2} [f(x) + g(x)]$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 1. Ⓓ -1.

Câu 3. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = \sqrt{3}$?

Ⓐ $y = \dfrac{2}{x - \sqrt{3}}$. Ⓑ $y = \dfrac{2}{x^2 + 1}$.
Ⓒ $y = \sin x$. Ⓓ $y = x^2 - 3$.

Câu 4. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

Ⓐ $m = 0$. Ⓑ $m = 1$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = 3$.

Câu 5. Dãy số nào trong các dãy số sau đây có giới hạn bằng 1?

Ⓐ $u_n = n^2 + n$. Ⓑ $a_n = \dfrac{2n}{2n - 5}$.
Ⓒ $v_n = \dfrac{1}{n}$. Ⓓ $b_n = \dfrac{2n^2}{n - 2}$.

Câu 6. Giá trị của $P = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{3x + 2}{x - 1}$ bằng

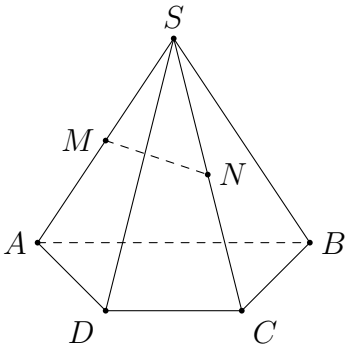
Ⓐ 0. Ⓑ $+\infty$. Ⓒ $-\infty$. Ⓓ $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x > 0 \\ x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

Ⓐ $f(1) = 2$.
Ⓑ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1$.
Ⓒ Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = -1$.
Ⓓ Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $MN//(ABCD)$.
Ⓑ $MN//(SAB)$.
Ⓒ $MN//(SCD)$.
Ⓓ $MN//(SBC)$.



Câu 9. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SB, SD. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào song song với IJ?

Ⓐ AB.
Ⓑ CD.
Ⓒ AC.
Ⓓ BD.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thang có $AB//CD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

Ⓐ SI, với $I = AD \cap BC$.
Ⓑ Sx, với $Sx//AB//CD$.
Ⓒ Sy, với $Sy//AD$.
Ⓓ SO, với $O = AC \cap BD$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $(A'BC)//(AB'C')$.
Ⓑ $(BA'C')//(B'AC)$.
Ⓒ $(ABC')//(A'B'C)$.
Ⓓ $(ABC)//(A'B'C')$.

Câu 12. Biết $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+bx+c}{x-2}=5$ $(b,c\in\mathbb{R})$. Kết quả đúng của biểu thức $T=b+c$ là

Ⓐ $T=-5$.
Ⓑ $T=-3$.
Ⓒ $T=1$.
Ⓓ $T=-6$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Anh Huy sau khi ra trường và xin vào làm cho một công ty với mức lương khởi điểm là 102 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, công ty trả cho anh Huy số tiền gấp 1,2 lần số tiền năm trước đó. Gọi u_n (triệu đồng) là số tiền lương mà anh nhận được năm thứ n. (Giả thiết anh Huy làm việc liên tục ở công ty đó trong n năm mà không nghỉ).

a) Số tiền lương anh Huy nhận được năm thứ ba là 122,4 triệu đồng.

b) Tổng số tiền lương anh Huy nhận được sau 6 năm là trên 1 tỉ đồng.

c) Dãy số (u_n) là cấp số nhân có $u_1=102$ và công bội $q=1{,}2$.

d) Giả sử mỗi năm, anh Huy tiết kiệm 35% số tiền lương nhận được thì sau ít nhất 8 năm đi làm anh Huy đủ tiền mua được 1 chiếc xe ô tô VF5 trị giá 537 triệu đồng.

Bài 2. Xét tính đúng sai của những khẳng định dưới đây:

a) Cho hàm số $g(x)=\dfrac{2025}{3-x}$, ta có $\lim\limits_{x\to 3^+} g(x)=+\infty$.

b) Hàm số $f(x)=\dfrac{x+2025}{x^2-4x+3}$ liên tục trên khoảng $(-\infty;3)$.

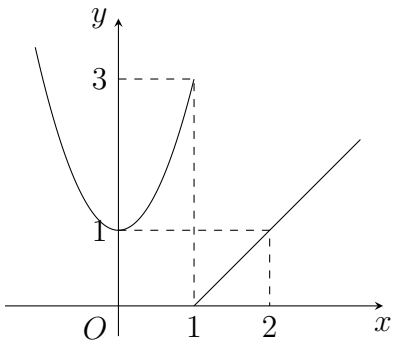
c) Bạn An tính tổng của các số tự nhiên từ 1 đến 9 và ra được kết quả là một số chính phương. Quan sát quá trình An tính toán, Khang mới bảo: "Cậu đã cộng một số tới tận hai lần, tổng này gồm 10 số chứ không phải 9 số".

Biết số mà An đã bị lặp lại khi tính là a. Khi đó $\lim\dfrac{an^2+11n+2025}{2n^2+n-2009}=4$.

d) Cho dãy số (u_n) với $u_n = an^2 + n - 1$ với $a \in \mathbb{R}$. Nếu $a = 1$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

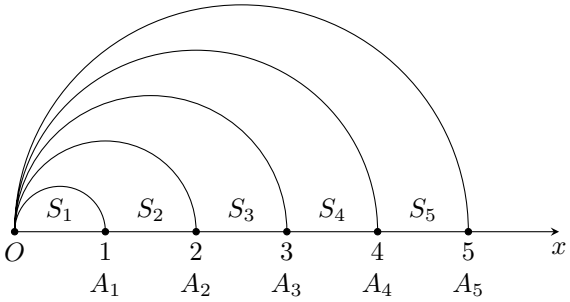
Bài 1. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ bằng bao nhiêu



Bài 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x) + 11}{5x + 10}$ (kết quả viết dưới dạng số thập phân)

Bài 3. Biết rằng $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2 - 13x + 40}{35 - 7x} = \dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Bài 4. Trên tia Ox lấy các điểm A_1, A_2, $A_3, \ldots, A_n, \ldots$ sao cho với mỗi số nguyên dương n thỏa mãn $OA_n = n$. Trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa tia Ox, vẽ các nửa đường tròn đường kính OA_n với $n = 1, 2, 3, \ldots$. Kí hiệu s_1 là diện tích nửa hình tròn đường kính OA_1 và với mỗi số $n \geq 2$, kí hiệu s_n là diện tích của hình giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính OA_{n-1}, nửa đường tròn đường kính OA_n và tia Ox (tham khảo hình vẽ).



Chứng minh rằng dãy số (s_n) là một cấp số cộng. Tính tổng 2 024 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

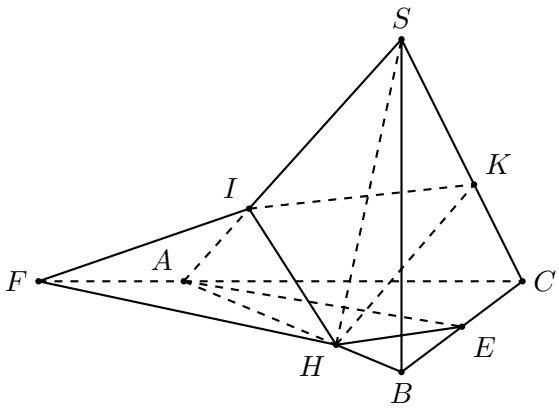
a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2n^2 + 5n - 17}{5n^2 - n + 19}$

b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{3x - 2} - 2}{-3x^2 + 2x + 8}$

Bài 2. Hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{, khi } x > 1 \\ ax - 3 & \text{, khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại điểm $x = 1$.

Bài 3. Để chào xuân Ất Tỵ 2025, một trung tâm tài chính muốn dùng 30025 đồng tiền xu để xếp một mô hình kim tự tháp. Biết rằng tầng dưới cùng có 2401 đồng và cứ lên thêm một tầng thì số đồng xu giảm đi 100 đồng, hỏi mô hình kim tự tháp này có tất cả bao nhiêu tầng?

Bài 4. Cho bốn điểm không đồng phẳng S, A, B, C. Gọi I, H lần lượt là trung điểm của SA, AB. Trên SC lấy điểm K sao cho IK không song song với AC (K không trùng với các đầu mút). Tìm giao điểm E của đường thẳng BC với mặt phẳng (IHK).



Chương II

LỜI GIẢI BỘ ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ 1

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 1
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề nào là **sai**?

(A) Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.
(B) Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
(C) Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
(D) Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

Hướng dẫn giải. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba có thể trùng nhau (mệnh đề chỉ đúng khi hai mặt phẳng đó phân biệt). Do đó mệnh đề ở phương án B là sai.

Chọn B.

Câu 2. Cho dãy (u_n) có $\lim u_n = 3$, dãy (v_n) có $\lim v_n = 5$. Khi đó, $\lim(u_n.v_n)$ bằng:

(A) 8. (B) 3. (C) 15. (D) 5.

Hướng dẫn giải. $\lim(u_n.v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n = 3 \cdot 5 = 15$.

Chọn C.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'BD)$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

(A) (BCA'). (B) $(BC'D)$. (C) $(CB'D')$. (D) (BDA').

Hướng dẫn giải. Ta có $A'B // D'C$ và $A'D // B'C$ nên $(A'BD) // (CB'D')$.

Chọn C.

Câu 4. Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải cấp số cộng?

Ⓐ $3;1;-1;-2;-4$.
Ⓑ $\frac{1}{2};\frac{3}{2};\frac{5}{2};\frac{7}{2};\frac{9}{2}$.
Ⓒ $-8;-6;-4;-2;0$.
Ⓓ $1;1;1;1;1$.

Hướng dẫn giải. Dãy ở phương án A có $1-3=-2$, $-1-1=-2$, $-2-(-1)=-1\neq -2$ nên không phải cấp số cộng.

Chọn A.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

Ⓐ Hai cạnh AA' và $B'C'$ là hai cạnh đối diện.
Ⓑ Hai mặt $ADD'A'$ và $BCC'B'$ là hai mặt phẳng đối diện.
Ⓒ Hai đỉnh A và C là hai đỉnh đối diện.
Ⓓ Hai cạnh AA' và DD' là hai cạnh đối diện.

Hướng dẫn giải. Hai mặt $(ADD'A')$ và $(BCC'B')$ không có điểm chung và song song với nhau nên là hai mặt đối diện.

Các phương án còn lại sai: AA' đối diện với CC'; A đối diện với C'.

Chọn B.

Câu 6. Kết quả của $\lim \dfrac{n^3-2n}{3n^2+n-2}$ là:

Ⓐ $-\infty$.
Ⓑ $+\infty$.
Ⓒ 0.
Ⓓ $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải. $\lim \dfrac{n^3-2n}{3n^2+n-2}=\lim \dfrac{n\left(1-\dfrac{2}{n^2}\right)}{3+\dfrac{1}{n}-\dfrac{2}{n^2}}=+\infty$.

Chọn B.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

Ⓐ $u_6=-160$.
Ⓑ $u_6=320$.
Ⓒ $u_6=160$.
Ⓓ $u_6=-320$.

Hướng dẫn giải. $u_6=u_1\cdot q^5=5\cdot(-2)^5=-160$.

Chọn A.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và $q=-2$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho là:

Ⓐ $S_{10}=-511$.
Ⓑ $S_{10}=1023$.
Ⓒ $S_{10}=-1025$.
Ⓓ $S_{10}=1025$.

Hướng dẫn giải. $S_{10}=u_1\cdot\dfrac{1-q^{10}}{1-q}=-3\cdot\dfrac{1-(-2)^{10}}{1+2}=-3\cdot\dfrac{-1023}{3}=1023$.

Chọn B.

Câu 9. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu

Ⓐ $u_{n+1}>u_{n+2}$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$.
Ⓑ $u_{n+1}<u_n$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$.
Ⓒ $u_{n+1}>u_n$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$.
Ⓓ $u_{n+3}<u_{n+2}$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$.

Hướng dẫn giải. Theo định nghĩa, dãy số (u_n) là dãy số tăng nếu $u_{n+1}>u_n$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$.

Chọn C.

Câu 10. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = x^2 + 6x + 20$.
Ⓑ $y = \dfrac{x}{x^2 + x + 2}$.
Ⓒ $y = \cos x$.
Ⓓ $y = \dfrac{x}{x+1}$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y = \dfrac{x}{x+1}$ không xác định tại $x = -1$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.
Các hàm còn lại đều liên tục trên $\mathbb{R}$ (ở phương án B, $x^2 + x + 2 > 0$ với mọi x).
Chọn D.

Câu 11. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x+1} = \dfrac{1 - 2 + 3}{1+1} = 1$.
Chọn B.

Câu 12. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

Ⓐ $AC // (A'B'C')$.
Ⓑ $AA' // (BCC'B')$.
Ⓒ $AA' // (AA'C'C)$.
Ⓓ $B'C' // (ABC)$.

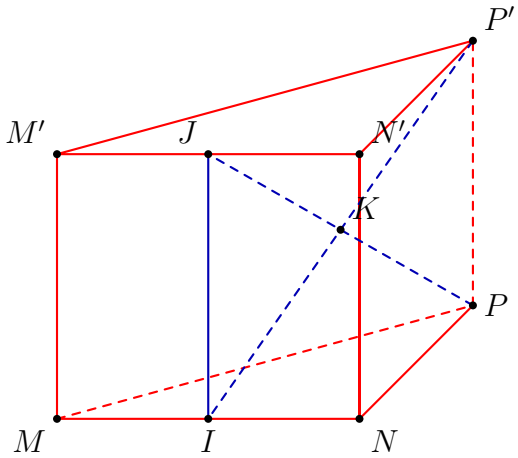
Hướng dẫn giải. Đường thẳng AA' nằm trong mặt phẳng $(AA'C'C)$ nên khẳng định $AA' // (AA'C'C)$ là sai.
Chọn C.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho lăng trụ tam giác $MNP.M'N'P'$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của MN và $M'N'$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $IJ // MP'$.
b) $(MNP) // (M'N'P')$.
c) PP' song song $(IP'J)$.
d) Giao tuyến của $(PM'N')$ và $(P'MN')$ là đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng PJ, $P'I$.

Hướng dẫn giải.



a) **Sai.** Vì $IJ // MM'$ mà MM' cắt MP' tại M nên IJ không song song với MP'.
b) **Đúng.** Hai đáy của hình lăng trụ nằm trong hai mặt phẳng song song.

c) **Sai.** Vì $IJ//PP'$ và $P' \in (IP'J)$ nên $PP' \subset (IP'J)$, do đó PP' không song song với $(IP'J)$.

d) **Sai.** Gọi $K = PJ \cap P'I$. Khi đó $K \in (PM'N')$ nhưng $K \notin (P'MN')$ (vì PJ và $P'I$ nằm trong mặt phẳng $(PP'IJ)$ chứ không thuộc $(P'MN')$), nên giao tuyến của hai mặt phẳng đã cho không đi qua K.

Bài 2. Kết quả đo chiều cao (đơn vị: mét) của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\overline{x} = 8{,}9$ (m).

b) Mẫu số liệu ghép nhóm trên có 5 nhóm số liệu.

c) Hiệu giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất bằng 2,06.

d) Số cây keo có chiều cao khoảng 9,1 (m) là nhiều nhất.

Hướng dẫn giải.

a) **Sai.** Giá trị đại diện các nhóm: 8,5; 8,7; 8,9; 9,1; 9,3.

$$\overline{x} = \frac{5 \cdot 8{,}5 + 12 \cdot 8{,}7 + 25 \cdot 8{,}9 + 44 \cdot 9{,}1 + 14 \cdot 9{,}3}{100} = \frac{900}{100} = 9{,}0 \text{ (m)}.$$

b) **Đúng.** Mẫu số liệu có 5 nhóm.

c) **Sai.** Tần số tích lũy: 5; 17; 42; 86; 100.

Nhóm chứa Q_1 là [8,8; 9,0) (vì $\frac{100}{4} = 25$): $Q_1 = 8{,}8 + \frac{25 - 17}{25} \cdot 0{,}2 = 8{,}864$.

Nhóm chứa Q_3 là [9,0; 9,2) (vì $\frac{3 \cdot 100}{4} = 75$): $Q_3 = 9{,}0 + \frac{75 - 42}{44} \cdot 0{,}2 = 9{,}15$.

Vậy $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 9{,}15 - 8{,}864 = 0{,}286$.

d) **Đúng.** Nhóm [9,0; 9,2) có tần số lớn nhất (44 cây), giá trị đại diện là 9,1 m.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Minh để các quả ốc chó vào 20 cái giỏ theo quy luật: Số quả ở giỏ sau luôn hơn số quả của giỏ ngay trước nó một lượng quả không đổi. Minh nhận thấy tổng số quả ở hai giỏ thứ 4 và thứ 17 là 42 quả. Hỏi Minh đã bỏ tất cả bao nhiêu quả ốc chó vào các giỏ?



Hướng dẫn giải. Gọi $u_1, u_2, \ldots, u_{20}$ là số quả ở các giỏ thứ $1, 2, \ldots, 20$. Đây là một cấp số cộng.

Vì $4 + 17 = 1 + 20 = 21$ nên $u_1 + u_{20} = u_4 + u_{17} = 42$.

Tổng số quả ốc chó là

$$S_{20} = \frac{20\,(u_1 + u_{20})}{2} = 10 \cdot 42 = 420.$$

Vậy Minh đã bỏ tất cả 420 quả ốc chó.

Bài 2. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3}(x-1)}{3x^2-2x-1}=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với $\dfrac{a}{b^2}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{N}^*$. Tính $a+b$.

Hướng dẫn giải. Ta có $3x^2-2x-1=(x-1)(3x+1)$ nên

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3}(x-1)}{3x^2-2x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3}}{3x+1}=\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

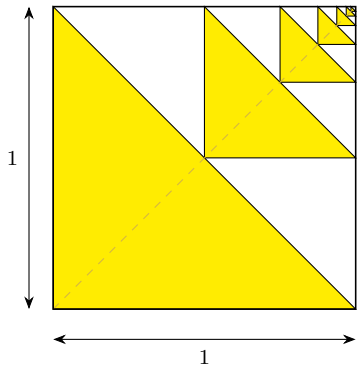
Suy ra $\dfrac{\sqrt{a}}{b}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$, tức $\dfrac{a}{b^2}=\dfrac{3}{16}$ là phân số tối giản nên $a=3$, $b=4$.

Vậy $a+b=7$.

Bài 3. Cho một hình vuông lớn có cạnh bằng 1. Từ hình vuông này, ta thực hiện quá trình tô màu như sau:

- Bước 1: Tô màu tam giác vuông có 2 cạnh là cạnh của hình vuông ban đầu (như hình vẽ).
- Bước 2: Ở tam giác vuông còn lại chưa được tô màu, ta dựng hình vuông mới có 3 trong 4 đỉnh là trung điểm của các cạnh của tam giác. Sau đó lặp lại như bước 1.

Bước 2 được lặp lại liên tục. Tính tổng diện tích phần tô màu (làm tròn đến hàng phần trăm).



Hướng dẫn giải. Tam giác tô màu ở bước 1 có diện tích $\dfrac{1}{2}$. Tam giác chưa tô màu là tam giác vuông cân có hai cạnh góc vuông bằng 1. Hình vuông mới có cạnh bằng một nửa cạnh hình vuông ban đầu (các đỉnh là đỉnh góc vuông và trung điểm ba cạnh của tam giác), tức cạnh $\dfrac{1}{2}$, nên diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$ diện tích hình vuông ban đầu.

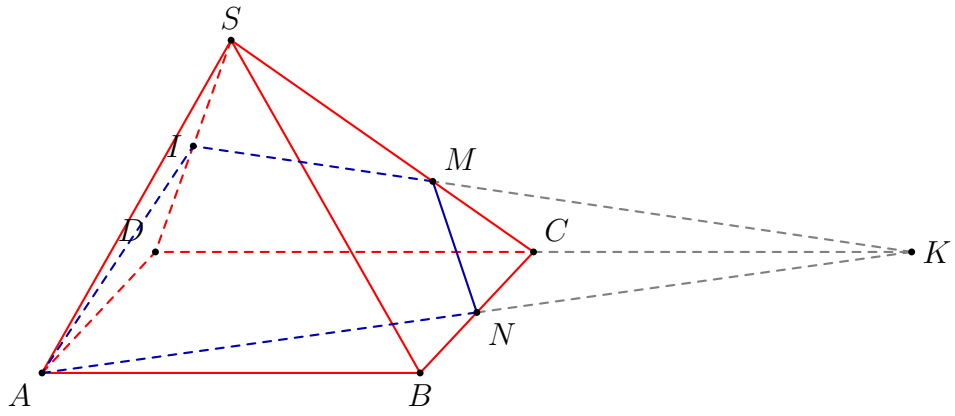
Do đó diện tích các tam giác tô màu lập thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1=\dfrac{1}{2}$, công bội $q=\dfrac{1}{4}$:

$$S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}\approx 0{,}67.$$

Vậy tổng diện tích phần tô màu xấp xỉ 0,67.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của BC, M thuộc cạnh SC sao cho $SM=2MC$. Biết đường thẳng SD cắt mặt phẳng (AMN) tại

điểm I và $SD = 25$ cm thì SI bằng bao nhiêu centimet?



Hướng dẫn giải. Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $K = AN \cap CD$. Vì $\triangle ABN = \triangle KCN$ nên $CK = AB = CD$, suy ra C là trung điểm của DK.

Ta có $KM \subset (AMN)$ và $KM \subset (SDK)$ nên $I = KM \cap SD$.

Trong tam giác SDK, SC là trung tuyến và $SM = 2MC$ nên M là trọng tâm tam giác SDK. Do đó KM là trung tuyến, hay I là trung điểm của SD.

Vậy $SI = \dfrac{SD}{2} = \dfrac{25}{2} = 12{,}5$ cm.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{3n+\sqrt{9n^2-2n}}{2n+1}\right)$.

b) $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{x-5}{x-3}$.

Hướng dẫn giải. a) Chia cả tử và mẫu cho n:

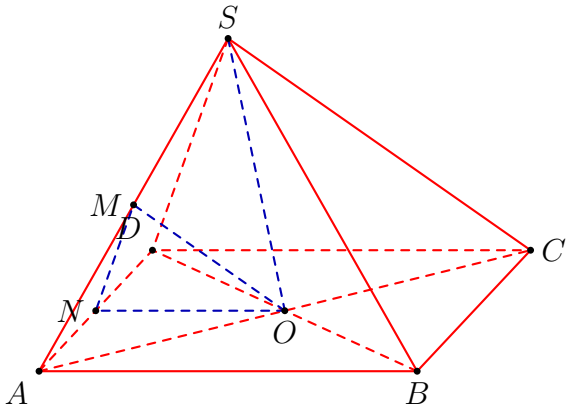
$$\lim_{n\to+\infty}\frac{3n+\sqrt{9n^2-2n}}{2n+1}=\lim_{n\to+\infty}\frac{3+\sqrt{9-\frac{2}{n}}}{2+\frac{1}{n}}=\frac{3+3}{2}=3.$$

b) Khi $x \to 3^-$ thì $x-5 \to -2 < 0$, còn $x-3 \to 0$ và $x-3<0$. Ta có $\lim\limits_{x\to3^-}(x-5) = -2 < 0$ và $x-3 \to 0^-$, nên $\lim_{x\to3^-}\dfrac{x-5}{x-3} = +\infty$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và AD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Chứng minh rằng đường thẳng SC song song với mặt phẳng (OMN).



✍ *Hướng dẫn giải.* a) Ta có S là điểm chung của (SAC) và (SBD).

Vì $O = AC \cap BD$ nên $O \in AC \subset (SAC)$ và $O \in BD \subset (SBD)$, tức O cũng là điểm chung.

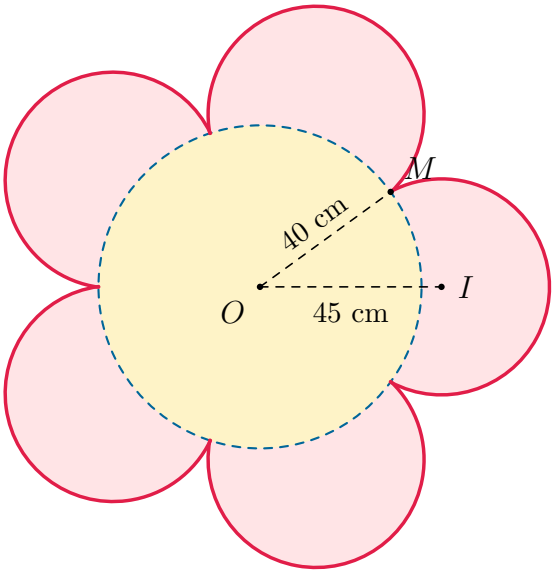
Vậy $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

b) Vì $ABCD$ là hình bình hành tâm O nên O là trung điểm của AC.

Trong tam giác SAC, M là trung điểm SA và O là trung điểm AC nên OM là đường trung bình, suy ra $OM // SC$.

Mà $OM \subset (OMN)$ và $SC \not\subset (OMN)$ nên $SC // (OMN)$.

Bài 3. Trên bức tường của một trường mẫu giáo có vẽ hình phiếu bé ngoan như hình vẽ bên dưới. Cô giáo muốn mua dây kim tuyến bao quanh phần cánh hoa (phần nét liền), biết rằng các cánh hoa là các cung tròn có bán kính bằng nhau và có tâm cách điểm O một khoảng 45 cm, các giao điểm của các cung tròn cách O một khoảng 40 cm. Em hãy giúp cô tính xem cần mua bao nhiêu mét dây kim tuyến? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



✍ *Hướng dẫn giải.* Hình gồm 5 cánh hoa bằng nhau, mỗi cánh là một cung tròn tâm I (tâm cách O là 45 cm), nối hai giao điểm liên tiếp M, M' nằm cách O là 40 cm.

Do tính đối xứng, 5 tâm cách đều nhau nên $\widehat{IOM} = \dfrac{360^\circ}{5 \cdot 2} = 36^\circ$.

Trong tam giác OIM có $OI = 45$, $OM = 40$, theo định lý cosin:

$$IM^2 = 45^2 + 40^2 - 2 \cdot 45 \cdot 40 \cos 36^\circ \approx 712{,}54 \Rightarrow R = IM \approx 26{,}69 \text{ cm}.$$

Tiếp tục dùng định lý cosin để tính $\widehat{OIM}$:

$$\cos\widehat{OIM} = \frac{IO^2 + IM^2 - OM^2}{2 \cdot IO \cdot IM} \approx 0{,}4735 \;\Rightarrow\; \widehat{OIM} \approx 61{,}74^\circ.$$

Phần cung bị khuyết (phía trong, hướng về O) có số đo $2 \cdot 61{,}74^\circ \approx 123{,}48^\circ$, nên cung ngoài (nét liền) của mỗi cánh có số đo $360^\circ - 123{,}48^\circ \approx 236{,}52^\circ \approx 4{,}128$ rad.

Độ dài mỗi cung: $R \cdot 4{,}128 \approx 26{,}69 \cdot 4{,}128 \approx 110{,}19$ cm.

Tổng chiều dài dây: $5 \cdot 110{,}19 \approx 550{,}96$ cm $\approx 5{,}51$ m.

Vậy cần mua khoảng 5,51 mét dây kim tuyến.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 2
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=-3$. Khi đó $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-2g(x)]$ bằng

Ⓐ $-\dfrac{7}{2}$. Ⓑ $\dfrac{13}{2}$. Ⓒ 4. Ⓓ $\dfrac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải. $\lim[f(x)-2g(x)]=\dfrac{1}{2}-2\cdot(-3)=\dfrac{13}{2}$.

Câu 2. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d.

Ⓐ $d=\dfrac{10}{3}$. Ⓑ $d=\dfrac{3}{10}$. Ⓒ $d=\dfrac{3}{11}$. Ⓓ $d=\dfrac{11}{3}$.

Hướng dẫn giải. $u_8=u_1+7d\Rightarrow 7d=26-\dfrac{1}{3}=\dfrac{77}{3}\Rightarrow d=\dfrac{11}{3}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SC, N là trung điểm của SD. Khi đó hai đường thẳng AB và MN là hai đường thẳng

Ⓐ chéo nhau. Ⓑ trùng nhau. Ⓒ song song. Ⓓ cắt nhau.

Hướng dẫn giải. MN là đường trung bình của tam giác SCD nên $MN//CD$. Mà $CD//AB$ nên $MN//AB$ (hai đường thẳng phân biệt).

Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là

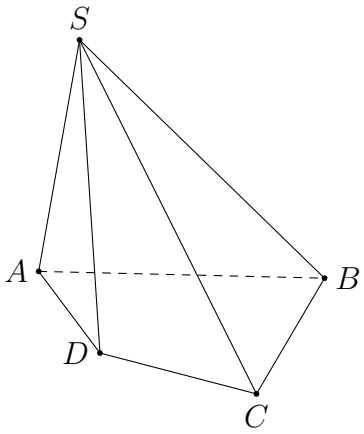
Ⓐ $[20;40)$. Ⓑ $[60;80)$. Ⓒ $[0;20)$. Ⓓ $[40;60)$.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n=5+9+12+10+6=42$. Tần số tích lũy: 5; 14; 26; 36; 42.

Tứ phân vị thứ ba ứng với $\dfrac{3n}{4}=31{,}5$. Vì $26<31{,}5\le 36$ nên nhóm chứa Q_3 là $[40;60)$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ (tham khảo hình vẽ). Gọi O là giao điểm của AC và BD, I

là giao điểm của AB và CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là



Ⓐ OI. Ⓑ SO. Ⓒ SI. Ⓓ SA.

Hướng dẫn giải. S là điểm chung của (SAB) và (SCD).

Vì $I = AB \cap CD$ nên $I \in AB \subset (SAB)$ và $I \in CD \subset (SCD)$, tức I cũng là điểm chung.

Vậy $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n}{n+1}$. Số $\dfrac{7}{4}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số?

Ⓐ 5. Ⓑ 8. Ⓒ 6. Ⓓ 7.

Hướng dẫn giải. $\dfrac{2n}{n+1} = \dfrac{7}{4} \Leftrightarrow 8n = 7n + 7 \Leftrightarrow n = 7$.

Câu 7. Kết quả của $\lim \dfrac{n^3 + n^2 - 1}{2025n - n^2}$ là

Ⓐ $+\infty$. Ⓑ $\dfrac{1}{2025}$. Ⓒ $-\infty$. Ⓓ -1.

Hướng dẫn giải. Chia cả tử và mẫu cho n^2:

$$\lim \frac{n + 1 - \frac{1}{n^2}}{\frac{2025}{n} - 1}.$$

Tử $\to +\infty$, mẫu $\to -1$ nên giới hạn bằng $-\infty$.

Câu 8. Hàm số $y = \dfrac{1}{x^2 - 3x + 2}$ liên tục trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;2)$. Ⓑ $(-1;2)$. Ⓒ $(-\infty;2)$. Ⓓ $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải. $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ nên hàm số xác định và liên tục trên $(-\infty;1)$, $(1;2)$ và $(2;+\infty)$. Trong các khoảng đã cho, chỉ có $(1;2)$ không chứa 1 và 2.

Câu 9. Thống kê điểm trung bình cuối học kì 1 môn Toán của một số học sinh lớp 11B1 được cho ở bảng sau

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)
Tần số	8	10	16	24	13	7

Số trung vị (làm tròn đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

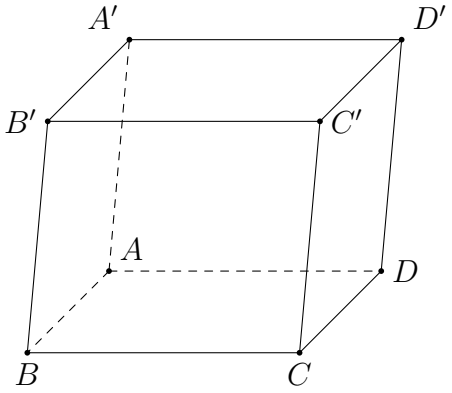
Ⓐ 7,75. Ⓑ 7,15. Ⓒ 9,15. Ⓓ 8,15.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 8 + 10 + 16 + 24 + 13 + 7 + 4 = 82$, $\dfrac{n}{2} = 41$.

Tần số tích lũy: 8; 18; 34; 58; ... nên nhóm chứa trung vị là $[8; 8{,}5)$.

$$M_e = 8 + \frac{41 - 34}{24} \cdot 0{,}5 = 8 + \frac{7}{48} \approx 8{,}15.$$

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng (ABA') song song với mặt phẳng nào?



Ⓐ $(CC'D')$. Ⓑ $(BB'A')$. Ⓒ $(AA'C')$. Ⓓ (ADD').

Hướng dẫn giải. (ABA') chính là mặt phẳng $(ABB'A')$.

Trong hình hộp, hai mặt đối diện song song với nhau, mặt đối diện với $(ABB'A')$ là $(CDD'C')$, tức $(CC'D')$.

Câu 11. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

Ⓐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = c$ với $u_n = c$ là hằng số.

Ⓑ $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$ với $|q| > 1$.

Ⓒ $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.

Ⓓ $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n^k} = 0$ với $k > 1$.

Hướng dẫn giải. $\lim q^n = 0$ khi $|q| < 1$. Với $|q| > 1$ thì $|q^n| \to +\infty$, nên phát biểu B sai.

Câu 12. Hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-3}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng

Ⓐ $x_0 = 1$. Ⓑ $x_0 = -2$. Ⓒ $x_0 = -1$. Ⓓ $x_0 = 3$.

Hướng dẫn giải. Hàm số xác định với mọi $x \neq 3$ nên liên tục trên từng khoảng xác định; tại $x_0 = 3$ hàm số không xác định nên gián đoạn.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi có các cặp cạnh đối không song song với

nhau. Giao của AC và BD là O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

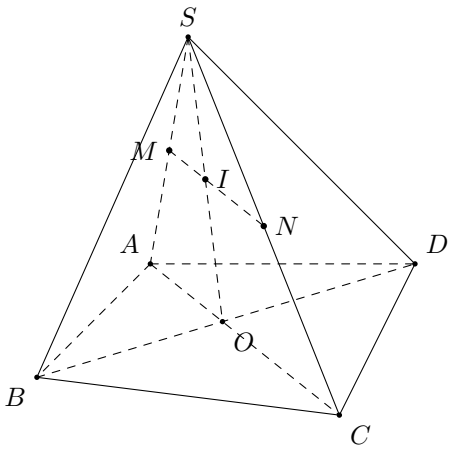
a) Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO.

b) Giao điểm của BD và (SAC) chính là điểm O.

c) Giao điểm của MN và (SBD) chính là trung điểm của SO.

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MCD) là SC.

Hướng dẫn giải.



a) **Đúng.** Vì S là điểm chung thứ nhất của (SAC) và (SBD). $O = AC \cap BD \Rightarrow O \in (SAC)$ và $O \in (SBD) \Rightarrow O$ là điểm chung thứ hai. Vậy $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

b) **Đúng.** Vì $O \in BD$ và $O \in AC \subset (SAC)$. Vậy $BD \cap (SAC) = O$.

c) **Đúng.** Trong tam giác SAC, MN là đường trung bình nên $MN // AC$.

Gọi $I = MN \cap SO$, vì M, N là trung điểm của SA, SC nên I là trung điểm của SO.

Mà $SO \subset (SBD)$ nên I chính là giao điểm của MN và (SBD).

d) **Sai.** Điểm C thuộc cả hai mặt phẳng (SBC) và (MCD).

Tuy nhiên điểm S không thuộc mặt phẳng (MCD) vì S không nằm trên các cạnh MC, CD hay DM.

Do đó SC không thể là giao tuyến của hai mặt phẳng này.

Bài 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$. Khi đó

a) $f(-2) = \sqrt{5}$.

b) Giới hạn $\lim\limits_{x \to (-1)^-} f(x) = -3$.

c) Giới hạn $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x) = \sqrt{2}$.

d) Không tồn tại $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$.

Hướng dẫn giải. a) **Sai.** Vì $-2 < -1$ nên $f(-2) = -2 - 2 = -4$.

b) **Đúng.** $\lim\limits_{x \to (-1)^-} f(x) = \lim\limits_{x \to (-1)^-} (x-2) = -3$.

c) **Đúng.** $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x) = \lim\limits_{x \to (-1)^+} \sqrt{x^2+1} = \sqrt{2}$.

d) **Đúng.** Giới hạn trái bằng -3, giới hạn phải bằng $\sqrt{2}$, hai giá trị khác nhau nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Biết kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(7x-\sqrt{49x^2-2025x+8}\right)=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$, $b\neq 0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a-100b$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Nhân và chia với biểu thức liên hợp:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{49x^2-(49x^2-2025x+8)}{7x+\sqrt{49x^2-2025x+8}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2025x-8}{7x+\sqrt{49x^2-2025x+8}}.$$

Chia cả tử và mẫu cho x (với $x>0$):

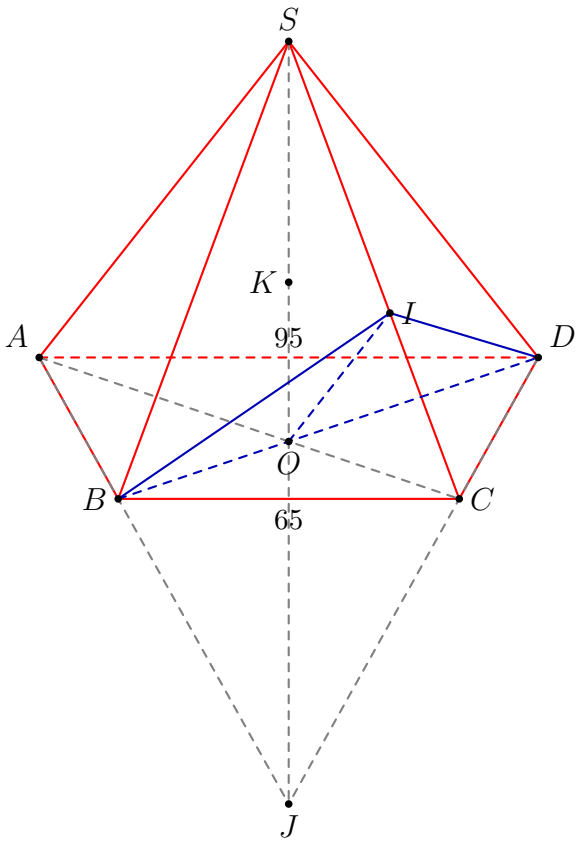
$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{2025-\frac{8}{x}}{7+\sqrt{49-\frac{2025}{x}+\frac{8}{x^2}}}=\frac{2025}{14}.$$

Vì $2025=3^4\cdot 5^2$ nguyên tố cùng nhau với 14 nên $a=2025$, $b=14$.

Vậy $a-100b=2025-1400=625$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thang $(AD//BC)$ và $AD=95$, $BC=65$. Một mặt phẳng (α) chứa BD và song song với SA. Biết (α) cắt SC tại I. Gọi J là giao điểm của AB và CD. Gọi K là giao điểm của ID và mặt phẳng (SAB). Tính tỉ số $\dfrac{JK}{JS}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải.



Gọi $O=AC\cap BD$. Trong (SAC), kẻ $OI//SA$ với $I\in SC$; khi đó $(\alpha)=(BDI)$ song song với SA.

Vì $AD//BC$ nên $\dfrac{OC}{OA}=\dfrac{BC}{AD}=\dfrac{65}{95}=\dfrac{13}{19}$, suy ra $\dfrac{CO}{CA}=\dfrac{13}{32}$. Do $OI//SA$ nên $\dfrac{CI}{CS}=\dfrac{CO}{CA}=\dfrac{13}{32}$.

Ta có $SJ = (SAB) \cap (SCD)$ và $ID \subset (SCD)$ nên $K = ID \cap SJ$.

Vì $BC // AD$ nên $\dfrac{JC}{JD} = \dfrac{BC}{AD} = \dfrac{13}{19}$.

Xét trong mặt phẳng (SCD), đặt $\overrightarrow{JD} = \vec{d}$, $\overrightarrow{JS} = \vec{s}$. Khi đó

$$\overrightarrow{JC} = \frac{13}{19}\vec{d}, \qquad \overrightarrow{JI} = \frac{19}{32}\overrightarrow{JC} + \frac{13}{32}\overrightarrow{JS} = \frac{13}{32}\vec{d} + \frac{13}{32}\vec{s}.$$

Vì $K \in ID$ nên $\overrightarrow{JK} = \vec{d} + \lambda\left(\overrightarrow{JI} - \vec{d}\right) = \left(1 - \dfrac{19}{32}\lambda\right)\vec{d} + \dfrac{13}{32}\lambda\,\vec{s}$. Mà $K \in JS$ nên hệ số của $\vec{d}$ bằng 0, suy ra $\lambda = \dfrac{32}{19}$ và $\overrightarrow{JK} = \dfrac{13}{19}\vec{s}$.

Vậy $\dfrac{JK}{JS} = \dfrac{13}{19} \approx 0{,}68$.

Bài 3. Trong dịp Tết Nguyên Đán, nhu cầu sử dụng Internet (dữ liệu di động) của người dân tại một thành phố lớn thường xuyên thay đổi trong ngày. Lượng dữ liệu sử dụng D (MegaBytes/phút) được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày (tính từ 0 giờ) bởi công thức

$$D(t) = 4\sin\left(\frac{\pi}{12}(t-10) + \frac{\pi}{6}\right) + 20 \quad (0 \le t < 24).$$

Lượng dữ liệu sử dụng đạt mức cao nhất vào thời điểm nào trong ngày?

Hướng dẫn giải. $D(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 24 khi và chỉ khi

$$\sin\left(\frac{\pi}{12}(t-10) + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{12}(t-10) + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$$

Suy ra $\dfrac{t-10}{12} = \dfrac{1}{3} + 2k$, tức $t = 14 + 24k$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Vì $0 \le t < 24$ nên $k = 0$ và $t = 14$.

Vậy lượng dữ liệu cao nhất vào lúc 14 giờ.

Bài 4. Biết rằng khi nung nóng một vật với nhiệt độ tăng từ 20°C, mỗi phút tăng 4°C trong 70 phút, sau đó giảm mỗi phút 2°C trong 50 phút. Hàm số biểu thị nhiệt độ (°C) trong tủ theo thời gian t (phút) có dạng

$$T(t) = \begin{cases} 20 + 4t & \text{khi } 0 \le t \le 70 \\ a - 2t & \text{khi } 70 < t \le 120 \end{cases}$$

(a là hằng số). Biết rằng, $T(t)$ là hàm liên tục trên tập xác định. Tìm a.

Hướng dẫn giải. Hàm số liên tục trên $[0; 70]$ và $(70; 120]$.

Để $T(t)$ liên tục trên $[0; 120]$ thì $T(t)$ phải liên tục tại $t = 70$, tức

$$\lim_{t\to 70^-} T(t) = \lim_{t\to 70^+} T(t) = T(70).$$

Ta có $T(70) = 20 + 4 \cdot 70 = 300$ và $\lim\limits_{t\to 70^+}(a - 2t) = a - 140$.

Suy ra $a - 140 = 300$, hay $a = 440$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính tổng $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{8} + \cdots + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n + \cdots$.

Hướng dẫn giải. Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = -\dfrac{1}{2}$, công bội

$q = -\dfrac{1}{2}$ (thỏa $|q| < 1$).

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3}.$$

Bài 2. Tính giới hạn của các hàm số sau:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-4x^5 - 3x^3 + x + 1\right)$;

b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$.

Hướng dẫn giải. a) Ta có $-4x^5 - 3x^3 + x + 1 = x^5\left(-4 - \dfrac{3}{x^2} + \dfrac{1}{x^4} + \dfrac{1}{x^5}\right)$.

Khi $x \to -\infty$ thì $x^5 \to -\infty$ và $-4 - \dfrac{3}{x^2} + \dfrac{1}{x^4} + \dfrac{1}{x^5} \to -4 < 0$.

Vậy giới hạn bằng $+\infty$.

b) Nhân liên hợp:

$$\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \frac{(x+2)-4}{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)} = \frac{1}{\sqrt{x+2}+2}.$$

Do đó $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \dfrac{1}{2+2} = \dfrac{1}{4}$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SC.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

b) Xác định giao điểm I của AM và mặt phẳng (SBD). Tính $\dfrac{AI}{AM}$.

Hướng dẫn giải. a) S là điểm chung của (SAD) và (SBC).

Ta có $AD \subset (SAD)$, $BC \subset (SBC)$ và $AD // BC$.

Do đó giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng d đi qua S và song song với AD (và BC).

b) Trong (SAC), gọi $I = AM \cap SO$. Vì $SO \subset (SBD)$ nên $I \in (SBD)$, do đó $I = AM \cap (SBD)$.

Trong tam giác SAC, O là trung điểm của AC (tính chất hình bình hành) nên SO là trung tuyến; M là trung điểm của SC nên AM là trung tuyến.

Hai trung tuyến AM và SO cắt nhau tại I nên I là trọng tâm tam giác SAC.

Vậy $\dfrac{AI}{AM} = \dfrac{2}{3}$.

Bài 4. Trong một buổi sinh hoạt trải nghiệm của học sinh trường THPT Ngọc Tảo, học sinh được tham gia trò chơi mang tên: ĐI TÌM TỪ KHÓA và trò chơi sẽ kết thúc khi có học sinh nói đúng từ khoá. Học sinh sẽ trả lời từ khoá sau mỗi gợi ý của Ban tổ chức. Quy tắc của trò chơi:

- Học sinh nào trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ nhất sẽ được nhận nửa số kẹo Ban tổ chức đang có.
- Nếu học sinh trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ hai thì số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa.

Tiếp tục quy luật đó: mỗi lần thêm một gợi ý, số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa. Sau mỗi lượt

gợi ý, nếu không có học sinh nào nói đúng từ khoá thì sẽ chuyển số kẹo ở lượt đó cho câu lạc bộ Olympia. Biết rằng trong buổi sinh hoạt này, học sinh trả lời đúng đáp án sau 6 gợi ý và Ban tổ chức chỉ còn lại 1 cái kẹo sau khi kết thúc trò chơi. Tính số kẹo mà câu lạc bộ Olympia nhận được từ Ban tổ chức.

✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi N là số kẹo ban đầu của Ban tổ chức ($N \in \mathbb{N}^*$).

- Số kẹo thưởng nếu trả lời đúng sau gợi ý thứ 1 là: $u_1 = \dfrac{N}{2}$.
- Số kẹo thưởng nếu trả lời đúng sau gợi ý thứ 2 là: $u_2 = \dfrac{u_1}{2} = \dfrac{N}{2^2}$.
- ...
- Số kẹo thưởng nếu trả lời đúng sau gợi ý thứ k là: $u_k = \dfrac{N}{2^k}$.

Theo đề bài, học sinh trả lời đúng sau gợi ý thứ 6, nghĩa là từ gợi ý thứ 1 đến thứ 5 không có ai trả lời đúng. Khi đó, số kẹo ở các lượt này được chuyển cho câu lạc bộ Olympia.
Tổng số kẹo đã phát ra (cho Olympia và cho học sinh) sau 6 gợi ý là:

$$S_6 = u_1 + u_2 + \cdots + u_6 = \sum_{k=1}^{6} \frac{N}{2^k} = N \cdot \left(1 - \frac{1}{2^6}\right) = \frac{63N}{64}$$

Số kẹo còn lại của Ban tổ chức sau khi kết thúc trò chơi là:

$$N - S_6 = N - \frac{63N}{64} = \frac{N}{64}$$

Theo giả thiết, Ban tổ chức còn lại 1 cái kẹo, nên:

$$\frac{N}{64} = 1 \Rightarrow N = 64 \text{ (cái kẹo)}.$$

Số kẹo câu lạc bộ Olympia nhận được là tổng số kẹo ở 5 lượt đầu (do lượt thứ 6 học sinh đã trả lời đúng):

$$\text{Số kẹo Olympia} = u_1+u_2+u_3+u_4+u_5 = \frac{64}{2}+\frac{64}{4}+\frac{64}{8}+\frac{64}{16}+\frac{64}{32} = 32+16+8+4+2 = 62 \text{ (cái kẹo)}.$$

Vậy câu lạc bộ Olympia nhận được 62 cái kẹo.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 3
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n = 2n+1$, $v_n = \dfrac{1}{1-n}$. Khi đó $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n v_n)$ bằng

Ⓐ $+\infty$. Ⓑ -2. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Hướng dẫn giải. $u_n v_n = \dfrac{2n+1}{1-n} = \dfrac{2+\dfrac{1}{n}}{\dfrac{1}{n}-1} \to \dfrac{2}{-1} = -2.$

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là

Ⓐ $x = \pm\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. Ⓑ $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
Ⓒ $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. Ⓓ $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải. $\tan x = 1 = \tan\dfrac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3. Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	$N = 40$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là

Ⓐ $\dfrac{73}{3}$. Ⓑ 22. Ⓒ $\dfrac{70}{3}$. Ⓓ 21.

Hướng dẫn giải. Tần số tích lũy: 2; 7; 22; 30; 39; 40. Ta có $\dfrac{N}{2} = 20$ và $7 < 20 \le 22$ nên nhóm chứa Q_2 là $[20;25)$.

$$Q_2 = 20 + \frac{20-7}{15}\cdot 5 = 20 + \frac{13}{3} = \frac{73}{3}.$$

Câu 4. Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	$N = 40$

Số trung bình của mẫu số liệu là

Ⓐ $25{,}5$. Ⓑ 25. Ⓒ $22{,}5$. Ⓓ 27.

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện của các nhóm: 12,5; 17,5; 22,5; 27,5; 32,5; 37,5.

$$\bar{x} = \frac{2\cdot 12{,}5 + 5\cdot 17{,}5 + 15\cdot 22{,}5 + 8\cdot 27{,}5 + 9\cdot 32{,}5 + 1\cdot 37{,}5}{40} = \frac{1000}{40} = 25.$$

Câu 5. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{3+2x}{x+3}$.

Ⓐ $-\infty$. Ⓑ $\dfrac{7}{4}$. Ⓒ $-\dfrac{1}{4}$. Ⓓ $+\infty$.

Hướng dẫn giải. Khi $x\to(-3)^+$ thì $3+2x\to -3<0$ và $x+3\to 0^+$. Vậy $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{3+2x}{x+3}=-\infty$.

Câu 6. Giải phương trình $2\cos x=-1$ được tập nghiệm là

Ⓐ $\left\{\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. Ⓑ $\left\{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Ⓒ $\left\{-\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. Ⓓ $\left\{\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải. $2\cos x=-1\Leftrightarrow\cos x=-\dfrac{1}{2}=\cos\dfrac{2\pi}{3}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 7. Tổng $S=1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\cdots$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ $\dfrac{2}{3}$. Ⓒ 2. Ⓓ $\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải. Đây là tổng cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1=1$, $q=\dfrac{1}{2}$.

$$S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2.$$

Câu 8. Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	$N=40$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

Ⓐ 22. Ⓑ $\dfrac{73}{3}$. Ⓒ $\dfrac{70}{3}$. Ⓓ 21.

Hướng dẫn giải. Tần số tích lũy: 2; 7; 22; 30; 39; 40.

Ta có $\dfrac{N}{4}=10$ và $7<10\le 22$ nên nhóm chứa Q_1 là $[20;25)$.

$$Q_1=20+\frac{10-7}{15}\cdot 5=20+1=21.$$

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=-5$ và công sai $d=3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

Ⓐ 15. Ⓑ 35. Ⓒ 36. Ⓓ 20.

Hướng dẫn giải. $u_n=u_1+(n-1)d=-5+3(n-1)=100\Leftrightarrow n-1=35\Leftrightarrow n=36$.

Câu 10. Cấp số nhân (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n=\dfrac{3}{5}\cdot 2^{n-1}$, $n\in\mathbb{N}^*$. Số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân đó là

Ⓐ $u_1=\dfrac{3}{5}$, $q=-2$. Ⓑ $u_1=\dfrac{6}{5}$, $q=2$.

Ⓒ $u_1 = \dfrac{6}{5}$, $q = -2$.

Ⓓ $u_1 = \dfrac{3}{5}$, $q = 2$.

Hướng dẫn giải. $u_1 = \dfrac{3}{5} \cdot 2^0 = \dfrac{3}{5}$ và $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = 2$ nên $q = 2$.

Câu 11. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

Ⓐ Hai mặt phẳng.

Ⓑ Một mặt phẳng.

Ⓒ Vô số mặt phẳng.

Ⓓ Không có mặt phẳng nào.

Hướng dẫn giải. Mọi mặt phẳng chứa a mà không chứa b đều song song với b (vì $b//a$ nên b không có điểm chung với mặt phẳng đó). Có vô số mặt phẳng chứa a, chỉ trừ mặt phẳng (a, b).

Vậy có vô số mặt phẳng thỏa mãn.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $u_n = q \cdot (u_1)^{n-1}$, $(n \geq 2)$.

Ⓑ $u_n = u_1 + (n-1)q$, $(n \geq 2)$.

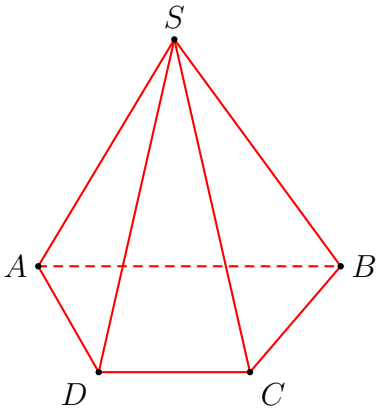
Ⓒ $u_n = \dfrac{u_1}{q^{n-1}}$, $(n \geq 2)$.

Ⓓ $u_n = u_1 q^{n-1}$, $(n \geq 2)$.

Hướng dẫn giải. Số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 q^{n-1}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn và $AB = 2CD$. Gọi I là trung điểm của cạnh AB.



a) IS song song với giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD).

b) $AD//(SBC)$.

c) $AB//(SCD)$.

d) Đường thẳng IC và mặt phẳng (SAD) có một điểm chung.

Hướng dẫn giải. a) **Sai.** Gọi $E = AD \cap BC$ (vì AD, BC là hai cạnh bên của hình thang nên cắt nhau). Khi đó $(SBC) \cap (SAD) = SE$. Đường thẳng IS cắt SE tại S nên không song song với SE.

b) **Sai.** AD cắt BC tại E mà $BC \subset (SBC)$ nên AD cắt (SBC) tại E.

c) **Đúng.** $AB//CD$, $CD \subset (SCD)$ và $AB \not\subset (SCD)$ nên $AB//(SCD)$.

d) **Sai.** Vì $AI = \dfrac{AB}{2} = CD$ và $AI//CD$ nên $AICD$ là hình bình hành, suy ra $IC//AD$. Mà

$AD \subset (SAD)$ và $IC \not\subset (SAD)$ nên $IC // (SAD)$, tức không có điểm chung.

Bài 2. Cho hai hàm số $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x^2+18}}{x-3}$ và $g(x) = x - 3$.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \sqrt{2}$.

b) $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{6}{g(x)} = +\infty$.

c) $\lim\limits_{x\to 4} [f(x)\cdot g(x) + x] = m\sqrt{2} + n$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. Khi đó $m = n + 1$.

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \left[f(x) + \dfrac{g(x)}{x}\right] = a\sqrt{2} + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b = 0$.

Hướng dẫn giải. a) **Đúng.** $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{2x^2+18}}{x-3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{2+\frac{18}{x^2}}}{1-\frac{3}{x}} = \sqrt{2}$.

b) **Sai.** Khi $x \to 3^-$ thì $g(x) = x - 3 \to 0^-$ nên $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{6}{x-3} = -\infty$.

c) **Đúng.** $f(x)\cdot g(x) = \sqrt{2x^2+18}$ nên giới hạn bằng $\sqrt{2\cdot 16+18} + 4 = \sqrt{50} + 4 = 5\sqrt{2} + 4$. Suy ra $m = 5$, $n = 4$ và $m = n + 1$.

d) **Đúng.** Khi $x \to -\infty$ thì $x < 0$, $\sqrt{2x^2+18} = |x|\sqrt{2+\frac{18}{x^2}} = -x\sqrt{2+\frac{18}{x^2}}$ nên

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{2+\frac{18}{x^2}}}{1-\frac{3}{x}} = -\sqrt{2}, \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right) = 1.$$

Vậy giới hạn bằng $-\sqrt{2} + 1$, suy ra $a = -1$, $b = 1$ và $a + b = 0$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho biết $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+2ax} + bx\right) = 2$ (a, b là các số thực). Tính giá trị biểu thức $P = a + 2b$.

Hướng dẫn giải. $\sqrt{x^2+2ax} + bx = x\left(\sqrt{1+\dfrac{2a}{x}} + b\right)$. Khi $x \to +\infty$ thì $\sqrt{1+\frac{2a}{x}} + b \to 1 + b$.

Nếu $1 + b \neq 0$ thì giới hạn là $\pm\infty$, trái với giả thiết. Vậy $b = -1$.

Khi đó

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+2ax} - x\right) = \lim_{x\to+\infty} \frac{2ax}{\sqrt{x^2+2ax} + x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2a}{\sqrt{1+\frac{2a}{x}} + 1} = a.$$

Suy ra $a = 2$.

Vậy $P = a + 2b = 2 - 2 = 0$.

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Điểm E thuộc cạnh AD sao cho $\dfrac{DE}{DA} = \dfrac{1}{4}$. Mặt phẳng (MNE) cắt cạnh BD tại điểm P. Khi đó tổng $\dfrac{DP}{BP} + \dfrac{EP}{MN}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN // AB$ và $MN = \dfrac{AB}{2}$.

Ta có $MN \subset (MNE)$, $AB \subset (ABD)$, $MN // AB$ và E là điểm chung của (MNE) và (ABD). Do đó giao tuyến của hai mặt phẳng này là đường thẳng qua E song song với AB, và nó cắt BD tại P. Vậy $EP // AB$.

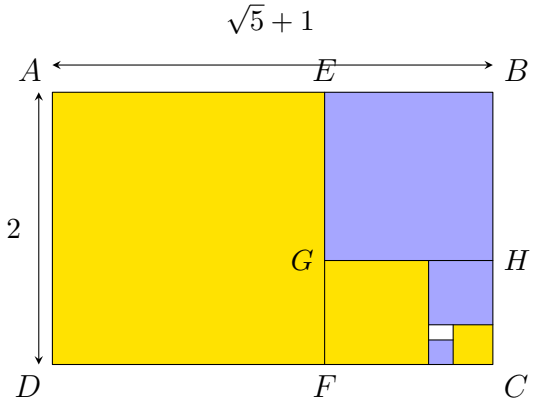
Trong tam giác DAB, vì $EP // AB$ nên

$$\frac{DP}{DB} = \frac{DE}{DA} = \frac{EP}{AB} = \frac{1}{4}.$$

Suy ra $\dfrac{DP}{BP} = \dfrac{1}{3}$ và $EP = \dfrac{AB}{4}$, nên $\dfrac{EP}{MN} = \dfrac{AB/4}{AB/2} = \dfrac{1}{2}$.

Vậy $\dfrac{DP}{BP} + \dfrac{EP}{MN} = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{6} \approx 0{,}83$.

Bài 3. Ông An dự định dùng xen kẽ 2 màu vàng, xanh để sơn trang trí một bức tường hình chữ nhật theo cách như sau: Đầu tiên dùng màu vàng sơn bức tường theo tấm bìa hình chữ nhật H_1 có chiều dài, chiều rộng tính theo đơn vị m lần lượt là $\sqrt{5}+1$ và 2, sau đó cắt hình H_1 thành hình vuông có cạnh bằng chiều rộng của H_1 và hình chữ nhật H_2, rồi dùng màu xanh sơn tường theo hình H_2, ... cứ tiếp tục quá trình như vậy cho đến khi hình chữ nhật tạo ra có diện tích không đáng kể. Biết rằng tiền công để sơn mỗi mét vuông tường như vậy là 21 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chuẩn bị tối đa bao nhiêu tiền công cho thợ sơn? (kết quả tính theo đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng nghìn).



Hướng dẫn giải. Gọi H_k có chiều dài l_k, chiều rộng w_k. Ta có H_1: $l_1 = \sqrt{5}+1$, $w_1 = 2$.

Cắt hình vuông cạnh $w_1 = 2$ khỏi H_1 thì phần còn lại H_2 có chiều dài 2 và chiều rộng $\sqrt{5}+1-2 = \sqrt{5}-1$. Tỉ số các kích thước của H_2 và H_1 là

$$\frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = r.$$

Hai hình chữ nhật này đồng dạng với tỉ số $r = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$. Cứ tiếp tục như vậy, H_{k+1} đồng dạng với H_k theo tỉ số r, nên cạnh các hình vuông lập thành cấp số nhân với công bội r (cạnh hình vuông đầu là 2).

Do đó diện tích các hình vuông lập thành cấp số nhân lùi vô hạn với

$$u_1 = 2^2 = 4, \qquad q = r^2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \ (|q| < 1).$$

Tổng diện tích cần sơn là

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{4}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} = \frac{8}{\sqrt{5}-1} = 2(\sqrt{5}+1) \approx 6{,}472 \text{ m}^2.$$

Tiền công tối đa: $21 \cdot 2(\sqrt{5}+1) \approx 135{,}9$ nghìn đồng.

Vậy ông An cần chuẩn bị khoảng 136 nghìn đồng.

Bài 4. Ở các nơi không gian cổ điển mang cảm giác hoài niệm thường được treo một chiếc đồng

hồ đổ chuông. Đồng hồ đổ chuông là loại đồng hồ không chỉ dùng để chỉ giờ mà còn phát ra tiếng chuông vào những thời điểm nhất định. Hệ thống chuông trong đồng hồ được điều khiển bởi một cơ chế riêng biệt, và khi đến giờ đồng hồ sẽ phát ra tiếng chuông tương ứng với số giờ, tạo ra âm thanh rõ ràng giúp người dùng biết được thời gian mà không cần nhìn vào mặt đồng hồ. Hỏi rằng trong một ngày, đồng hồ đánh tất cả bao nhiêu tiếng, biết rằng đồng hồ chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ (tương ứng với số chỉ ở trên mặt đồng hồ)?

Hướng dẫn giải. Một ngày có 24 giờ, đồng hồ có 12 số tương ứng với 12 giờ. Trong một ngày, đồng hồ sẽ thực hiện 2 chu kỳ từ 1 đến 12 giờ.

Tổng số tiếng chuông trong một chu kỳ 12 giờ là:

$$1+2+3+\cdots+12=\frac{12(12+1)}{2}=78 \text{ (tiếng)}.$$

Trong một ngày (24 giờ), đồng hồ đánh tất cả số tiếng chuông là: $78\cdot 2=156$ (tiếng).

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}0 & \text{khi } x=2\\ \dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\end{cases}$ tại điểm $x_0=2$.

Hướng dẫn giải. Ta có $f(2)=0$.

Với $x\neq 2$: $\dfrac{x^2-4}{x-2}=x+2$, nên

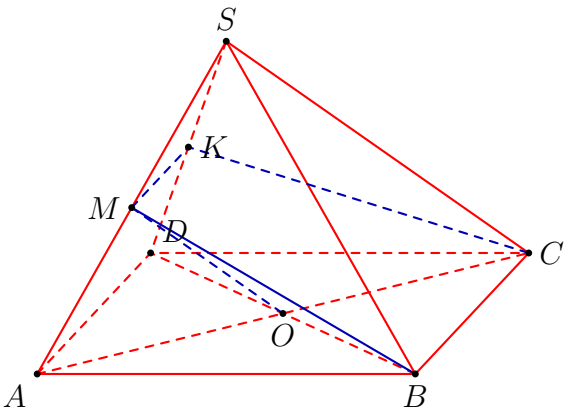
$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}(x+2)=4.$$

Vì $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=4\neq f(2)=0$ nên hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x_0=2$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SA.

a) Chứng minh: $MO//SC$.

b) Tìm giao điểm K của SD và mặt phẳng (MBC).



Hướng dẫn giải. a) Vì $ABCD$ là hình bình hành tâm O nên O là trung điểm của AC.

Trong tam giác SAC, M là trung điểm của SA và O là trung điểm của AC nên MO là đường trung bình, suy ra $MO//SC$.

b) Ta có M là điểm chung của (MBC) và (SAD).

Vì $BC \subset (MBC)$, $AD \subset (SAD)$ và $BC \,//\, AD$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng d đi qua M và song song với AD (và BC).

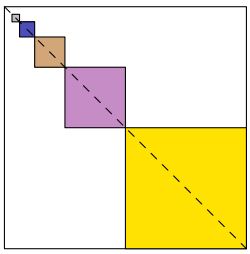
Trong mặt phẳng (SAD), đường thẳng d cắt SD tại K. Khi đó $K \in SD$ và $K \in d \subset (MBC)$ nên $K = SD \cap (MBC)$.

Trong tam giác SAD, $MK \,//\, AD$ và M là trung điểm của SA nên K là trung điểm của SD.

Bài 3. Một nhà thầu nhận được hợp đồng sơn màu trang trí một bức tường hình vuông màu trắng kích thước 4m × 4m của một trường mẫu giáo. Hai điều kiện của hợp đồng như sau:

- Các hình vuông cần sơn màu như hình vẽ. Hình vuông lớn nhất có diện tích bằng một phần tư diện tích bức tường được sơn ý khác màu trắng. Mỗi hình vuông tiếp theo có diện tích bằng một phần tư diện tích hình vuông trước nó, được sơn màu khác với hình vuông trước đó và màu trắng;
- Một phần ba bức tường phải được sơn màu.

Sau khi xem các điều kiện của hợp đồng thì nhà thầu từ chối vì cho rằng không thể thực hiện theo yêu cầu của nhà trường. Hãy giải thích lí do vì sao họ từ chối hợp đồng.



Hướng dẫn giải. Diện tích bức tường là $4 \cdot 4 = 16$ m^2.

Hình vuông lớn nhất có diện tích $u_1 = \dfrac{16}{4} = 4$ m^2 (cạnh 2 m). Mỗi hình vuông sau có diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$ hình vuông trước, nên diện tích các hình vuông lập thành cấp số nhân với $u_1 = 4$, $q = \dfrac{1}{4}$:

$$4;\ 1;\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{16};\ \ldots$$

Tổng diện tích của n hình vuông đầu tiên là

$$S_n = 4 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{16}{3}\left(1 - \frac{1}{4^n}\right) < \frac{16}{3}\ \text{m}^2 \quad \text{với mọi } n.$$

Điều kiện thứ hai yêu cầu diện tích sơn màu bằng $\dfrac{1}{3}$ bức tường, tức $\dfrac{16}{3}$ m^2.

Tổng diện tích của mọi hình vuông (kể cả vô hạn hình vuông) chỉ tiến tới

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{u_1}{1-q} = \frac{16}{3}\ \text{m}^2,$$

nhưng không bao giờ đạt được giá trị này với số hình vuông hữu hạn, vì $S_n < \dfrac{16}{3}$ với mọi n. Việc sơn vô hạn hình vuông với cạnh nhỏ dần về 0 cũng không thể thực hiện được trong thực tế.

Vậy không thể sơn đúng một phần ba bức tường theo cách của hợp đồng, nên nhà thầu từ chối.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 4
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

Ⓐ $u_n = \left(-\dfrac{2}{3}\right)^n$.
Ⓑ $u_n = 3^n - 2^n$.
Ⓒ $u_n = \left(-\dfrac{3}{2}\right)^n$.
Ⓓ $u_n = \left(\dfrac{3}{2}\right)^n$.

Hướng dẫn giải. Dãy q^n có giới hạn 0 khi $|q| < 1$. Chỉ có $\left|-\dfrac{2}{3}\right| < 1$ nên $\lim \left(-\dfrac{2}{3}\right)^n = 0$.

Câu 2. Giá trị của $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{1-2x}$ là

Ⓐ $\dfrac{1}{2}$.
Ⓑ $-\dfrac{1}{2}$.
Ⓒ 1.
Ⓓ -1.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{1-2x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-2} = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 3. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số bị chặn?

Ⓐ $u_n = \dfrac{1}{n+2025}$.
Ⓑ $u_n = 2025 - n$.
Ⓒ $u_n = (-1)^n \cdot 2025^n$.
Ⓓ $u_n = n - 2025$.

Hướng dẫn giải. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ ta có $0 < \dfrac{1}{n+2025} < 1$ nên dãy $u_n = \dfrac{1}{n+2025}$ bị chặn. Các dãy còn lại không bị chặn (không bị chặn trên hoặc không bị chặn dưới).

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_2 = 4$ và $u_3 = 16$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

Ⓐ 2.
Ⓑ -4.
Ⓒ 4.
Ⓓ 12.

Hướng dẫn giải. $q = \dfrac{u_3}{u_2} = \dfrac{16}{4} = 4$.

Câu 5. Số cạnh của một hình tứ diện là

Ⓐ 5.
Ⓑ 4.
Ⓒ 6.
Ⓓ 8.

Hướng dẫn giải. Tứ diện có 4 đỉnh, mỗi cặp đỉnh tạo thành một cạnh nên có $\mathrm{C}_4^2 = 6$ cạnh.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\cos x = \dfrac{1}{2}$ là

Ⓐ $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Ⓑ $x = \pm\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Ⓒ $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Ⓓ $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải. $\cos x = \dfrac{1}{2} = \cos\dfrac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Trên đoạn thẳng BD lấy điểm

M sao cho $MB = 2MD$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ (ABD). Ⓑ (ABC). Ⓒ (ACD). Ⓓ (BCD).

✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi N là trung điểm của AC thì B, G, N thẳng hàng và $\dfrac{BG}{BN} = \dfrac{2}{3}$.

Vì $MB = 2MD$ nên $\dfrac{BM}{BD} = \dfrac{2}{3}$. Do đó $\dfrac{BG}{BN} = \dfrac{BM}{BD}$, suy ra $MG // DN$.

Mà $DN \subset (ACD)$ và $MG \not\subset (ACD)$ nên $MG // (ACD)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AD. Gọi M là trung điểm của SA và Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD). Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\Delta // SD$. Ⓑ $\Delta // AB$. Ⓒ $\Delta // AD$. Ⓓ $\Delta // CD$.

✍ *Hướng dẫn giải.* M là điểm chung của (MBC) và (SAD). Ta có $BC \subset (MBC)$, $AD \subset (SAD)$ và $BC // AD$.

Do đó giao tuyến Δ đi qua M và song song với BC và AD. Vậy $\Delta // AD$.

Câu 9. Cho góc lượng giác α. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\cos(\pi - \alpha) = \sin\alpha$. Ⓑ $\cos(\pi - \alpha) = \cos\alpha$.
Ⓒ $\cos(\pi - \alpha) = -\sin\alpha$. Ⓓ $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Hai góc bù nhau có côsin đối nhau: $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$.

Câu 10. Cho dãy số (u_n), biết $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Tính u_{20}.

Ⓐ $u_{20} = 61$. Ⓑ $u_{20} = 58$. Ⓒ $u_{20} = 52$. Ⓓ $u_{20} = 55$.

✍ *Hướng dẫn giải.* (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = -2$, $d = 3$ nên $u_{20} = u_1 + 19d = -2 + 57 = 55$.

Câu 11. Cho góc α thỏa mãn $\sin\alpha = -\dfrac{3}{5}$ và $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$. Giá trị của $\cos\alpha$ bằng

Ⓐ $\dfrac{16}{25}$. Ⓑ $\dfrac{4}{5}$. Ⓒ $-\dfrac{4}{5}$. Ⓓ $-\dfrac{16}{25}$.

✍ *Hướng dẫn giải.* $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \dfrac{9}{25} = \dfrac{16}{25}$.

Vì $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$ nên $\cos\alpha < 0$, suy ra $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathscr{K}$, $x_0 \in K$. Khi đó, hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 khi

Ⓐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = f(x_0)$. Ⓑ $\lim\limits_{x\to x_0} f(x_0) = f(x)$.
Ⓒ $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$. Ⓓ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = f(x_0)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Theo định nghĩa, hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 khi $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Các phát biểu sau đúng hay sai?

a) Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 1$ và $\lim v_n = 4$. Khi đó $\lim(3u_n + v_n) = 13$.

b) $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{5}{x-3} = +\infty$.

c) Hàm số $y = \dfrac{2x-5}{x-2}$ liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$.

d) Cho $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+2025x-2026}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ ax+2 & \text{khi } x \le 1 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $a = 2025$.

Hướng dẫn giải. a) **Sai.** $\lim(3u_n + v_n) = 3 \cdot 1 + 4 = 7$.

b) **Đúng.** Khi $x \to 3^+$ thì $x - 3 \to 0^+$ nên $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{5}{x-3} = +\infty$.

c) **Sai.** Hàm số không xác định tại $x = 2 \in (1;+\infty)$ nên không liên tục trên $(1;+\infty)$ (hàm số chỉ liên tục trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$).

d) **Đúng.** Với $x > 1$: $\dfrac{x^2+2025x-2026}{x-1} = \dfrac{(x-1)(x+2026)}{x-1} = x + 2026$ nên liên tục; với $x < 1$ hàm $ax + 2$ liên tục. Tại $x = 1$: $f(1) = a + 2$, $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 2027$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = a + 2$. Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi $a + 2 = 2027 \Leftrightarrow a = 2025$. Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $a = 2025$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD, Q là trung điểm cạnh SA. Khi đó xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

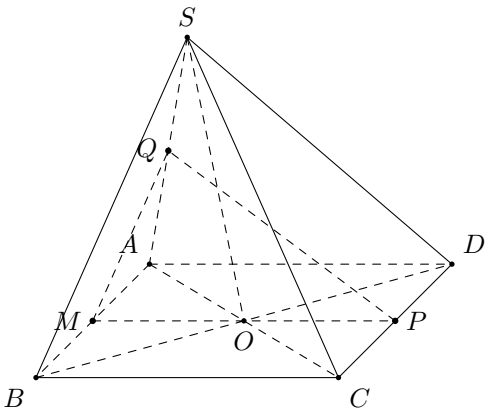
a) $MP // (SAD)$.

b) SC cắt mặt phẳng (MPQ).

c) Điểm O thuộc mặt phẳng (SBD).

d) SB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

Hướng dẫn giải.



a) **Đúng.** Vì M, P là trung điểm của AB, CD nên $MP // AD // BC$ (tính chất hình bình hành). Mà $AD \subset (SAD)$ nên $MP // (SAD)$.

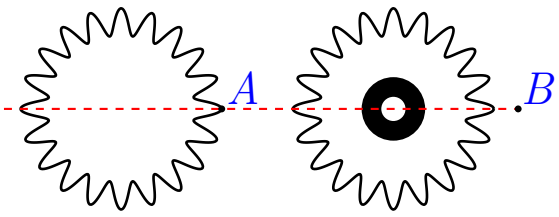
b) **Sai.** Do MP đi qua tâm O của đáy và Q là trung điểm SA. Trong tam giác SAC, OQ là đường trung bình nên $OQ // SC$. Vì $SC // OQ$ mà $OQ \subset (MPQ)$ nên $SC // (MPQ)$.

c) **Đúng.** O là giao điểm của AC và BD, mà $BD \subset (SBD)$ nên điểm O thuộc mặt phẳng (SBD).

d) **Sai.** Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng đi qua điểm chung S và điểm chung O, đó chính là đường thẳng SO.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Hình vẽ dưới đây là hai bánh răng của một động cơ, chúng có cùng kích thước. Khi động cơ hoạt động, hai bánh răng quay đều cùng chiều. Biết tốc độ quay của bánh răng ở hình 2 gấp đôi tốc độ quay của bánh răng ở hình 1 và phương trình biểu thị độ cao của điểm A ở bánh răng thứ nhất là $h = 2R + R\sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$ (trong đó R là bán kính bánh răng, t là thời gian tính bằng giây, h là độ cao của điểm A). Giả sử tại thời điểm bắt đầu khởi động, hai điểm A và B có độ cao bằng nhau. Sau bao nhiêu giây kể từ thời điểm đầu tiên sau khi động cơ hoạt động hai điểm A, B có độ cao bằng nhau?



H.1 **H.2**

Hướng dẫn giải. Độ cao của điểm A là $h_A(t) = 2R + R\sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$.

Vì bánh răng 2 quay cùng chiều và có tốc độ gấp đôi bánh răng 1, nên tần số góc của điểm B là $\omega_B = 2\omega_A = \frac{2\pi}{5}$.

Tại thời điểm $t = 0$, $h_A(0) = h_B(0) = 2R$. Do đó phương trình độ cao điểm B là $h_B(t) = 2R + R\sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right)$.

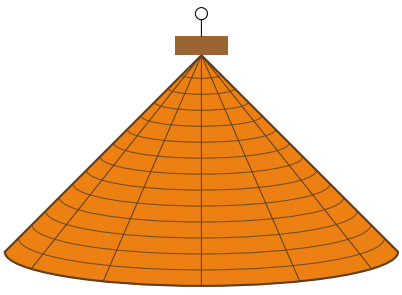
Hai điểm A, B có độ cao bằng nhau khi: $h_A(t) = h_B(t)$

$\Leftrightarrow 2R + R\sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) = 2R + R\sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right) \Leftrightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{2\pi}{5}t = \frac{\pi}{5}t + k2\pi \\ \frac{2\pi}{5}t = \pi - \frac{\pi}{5}t + k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t = 10k \\ t = \frac{5}{3} + \frac{10k}{3}\end{array}\right., (k \in \mathbb{Z}).$$

Thời điểm đầu tiên sau khi khởi động ($t > 0$) ứng với $k = 0$ ở nhánh thứ hai: $t = \frac{5}{3} \approx 1{,}67$ giây.

Bài 2. Người ta làm đèn tre như hình bên, các hình tròn chồng lên nhau. Trong đó tính từ dưới lên hình tròn lớn nhất C_1 có bán kính $R = 200$ cm, hình tròn C_2 có bán kính bằng $\frac{9}{10}$ bán kính của đường tròn C_1, hình tròn C_3 có bán kính bằng $\frac{9}{10}$ bán kính của đường tròn C_2. Cứ tiếp tục như vậy, nhận được dãy hình tròn $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n, \ldots$. Tính tổng chiều dài các thanh tre đã làm chiếc đèn tre (đơn vị mét, làm tròn đến hàng đơn vị).



✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi r_n là bán kính của hình tròn C_n. Ta có $r_1 = 200$ cm và $r_{n+1} = \dfrac{9}{10} r_n$, nên (r_n) là cấp số nhân với công bội $q = \dfrac{9}{10}$.

Chu vi của C_n là $2\pi r_n$, nên các chu vi lập thành cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 2\pi \cdot 200 = 400\pi$ và công bội $q = \dfrac{9}{10}$ $(|q| < 1)$.

Tổng chiều dài các thanh tre là

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{400\pi}{1-\frac{9}{10}} = 4000\pi \text{ cm} = 40\pi \text{ m} \approx 125{,}66 \text{ m}.$$

Vậy tổng chiều dài khoảng 126 m.

Bài 3. Biết kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(7x - \sqrt{49x^2 - 2025x + 8}\right) = \dfrac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a - 100b$ bằng bao nhiêu?

✍ *Hướng dẫn giải.* Nhân và chia với biểu thức liên hợp:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{49x^2 - (49x^2 - 2025x + 8)}{7x + \sqrt{49x^2 - 2025x + 8}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2025x - 8}{7x + \sqrt{49x^2 - 2025x + 8}}.$$

Chia cả tử và mẫu cho x (với $x > 0$):

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{2025 - \frac{8}{x}}{7 + \sqrt{49 - \frac{2025}{x} + \frac{8}{x^2}}} = \frac{2025}{14}.$$

Vì $2025 = 3^4 \cdot 5^2$ nguyên tố cùng nhau với 14 nên $a = 2025$, $b = 14$.

Vậy $a - 100b = 2025 - 1400 = 625$.

Bài 4. Trong dịp Tết Nguyên Đán, nhu cầu sử dụng Internet (dữ liệu di động) của người dân tại một thành phố lớn thường xuyên thay đổi trong ngày. Lượng dữ liệu sử dụng D (MegaBytes/phút) được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày (tính từ 0 giờ) bởi công thức

$$D(t) = 4\sin\left(\frac{\pi}{12}(t-10) + \frac{\pi}{6}\right) + 20 \quad (0 \le t < 24).$$

Lượng dữ liệu sử dụng đạt mức cao nhất vào thời điểm nào trong ngày?

✍ *Hướng dẫn giải.* $D(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 24 khi và chỉ khi

$$\sin\left(\frac{\pi}{12}(t-10) + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{12}(t-10) + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$$

Suy ra $\dfrac{t-10}{12} = \dfrac{1}{3} + 2k$, tức $t = 14 + 24k$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Vì $0 \le t < 24$ nên $k = 0$ và $t = 14$.

Vậy lượng dữ liệu cao nhất vào lúc 14 giờ.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\left(\sqrt{9n^2 + 2n} - 3n + 1\right)$.

b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{-x^2 + x + 2}{2x^2 + x - 10}$.

Hướng dẫn giải. a) Nhân liên hợp:

$$\sqrt{9n^2+2n}-3n=\frac{2n}{\sqrt{9n^2+2n}+3n}=\frac{2}{\sqrt{9+\frac{2}{n}}+3}\to\frac{2}{6}=\frac{1}{3}.$$

Vậy $\lim\left(\sqrt{9n^2+2n}-3n+1\right)=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$.

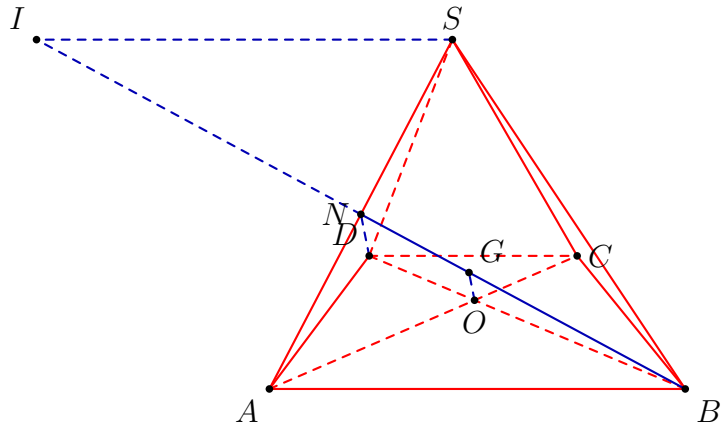
b) Ta có $-x^2+x+2=-(x-2)(x+1)$ và $2x^2+x-10=(x-2)(2x+5)$ nên

$$\lim_{x\to 2}\frac{-x^2+x+2}{2x^2+x-10}=\lim_{x\to 2}\frac{-(x+1)}{2x+5}=\frac{-3}{9}=-\frac{1}{3}.$$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có $AB//CD$ và $AB=2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD; G là trọng tâm tam giác SAB.

a) Chứng minh rằng: $OG//(SAD)$.

b) Tìm giao điểm I của đường thẳng BG và (SCD).



Hướng dẫn giải. a) Gọi N là trung điểm của SA. Vì G là trọng tâm tam giác SAB nên $G\in BN$ và $\frac{BG}{BN}=\frac{2}{3}$.

Vì $AB//CD$ nên $\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}=2$, suy ra $\frac{BO}{BD}=\frac{2}{3}$.

Trong tam giác BND có $\frac{BG}{BN}=\frac{BO}{BD}=\frac{2}{3}$ nên $OG//DN$.

Mà $DN\subset(SAD)$ và $OG\not\subset(SAD)$ nên $OG//(SAD)$.

b) Ta có S là điểm chung của (SAB) và (SCD). Vì $AB\subset(SAB)$, $CD\subset(SCD)$ và $AB//CD$ nên $(SAB)\cap(SCD)=Sx$ với $Sx//AB//CD$.

Trong mặt phẳng (SAB), đường thẳng BG (tức BN) cắt Sx tại I. Khi đó $I\in BG$ và $I\in Sx\subset(SCD)$.

Vậy $I=BG\cap(SCD)$, với I thuộc đường thẳng qua S song song AB và N là trung điểm của BI (khi đó $SI=AB$).

Bài 3. Tại một xưởng sản xuất bột đá thạch anh, giá bán (tính theo nghìn đồng) của x (kg) bột đá thạch anh được tính theo công thức sau:

$$P(x)=\begin{cases}4{,}5x & \text{khi } 0<x\le 400\\ 4x+k & \text{khi } x>400\end{cases}\quad (k \text{ là một hằng số}).$$

a) Với $k = 0$, xét tính liên tục của hàm số $P(x)$ trên $(0; +\infty)$.

b) Với giá trị nào của k thì hàm số $P(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$?

✍ *Hướng dẫn giải.* Trên $(0; 400)$ và $(400; +\infty)$, $P(x)$ là các hàm đa thức nên liên tục. Do đó chỉ cần xét tính liên tục tại $x = 400$.

a) Với $k = 0$: $P(400) = 4{,}5 \cdot 400 = 1800$.

$$\lim_{x \to 400^-} P(x) = 1800, \qquad \lim_{x \to 400^+} P(x) = 4 \cdot 400 = 1600.$$

Hai giới hạn một bên khác nhau nên không tồn tại $\lim\limits_{x \to 400} P(x)$. Vậy $P(x)$ **gián đoạn** tại $x = 400$, tức không liên tục trên $(0; +\infty)$.

b) Ta có $P(400) = 1800$, $\lim\limits_{x \to 400^-} P(x) = 1800$ và $\lim\limits_{x \to 400^+} P(x) = 1600 + k$.

$P(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $1600 + k = 1800$, hay $k = 200$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 5
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hàm số nào sau đây liên tục tại $x=2$?

Ⓐ $f(x)=\dfrac{x+5}{x-2}$. Ⓑ $f(x)=\dfrac{2x+1}{x}$.

Ⓒ $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$. Ⓓ $f(x)=\dfrac{x^2-3}{\sqrt{x-2}}$.

Hướng dẫn giải. Các hàm ở A, C, D không xác định tại $x=2$ nên không liên tục tại $x=2$.

Hàm $f(x)=\dfrac{2x+1}{x}$ là hàm phân thức xác định tại $x=2$ nên liên tục tại $x=2$.

Câu 2. Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

Ⓐ $1;-1;1;-1$. Ⓑ $1;-3;9;10$. Ⓒ $1;0;0;0$. Ⓓ $32;16;8;4$.

Hướng dẫn giải. A là cấp số nhân với $q=-1$; C là cấp số nhân với $q=0$; D là cấp số nhân với $q=\dfrac{1}{2}$.

Dãy B có $\dfrac{-3}{1}=-3$, $\dfrac{9}{-3}=-3$ nhưng $\dfrac{10}{9}\neq -3$ nên không phải cấp số nhân.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) có $u_n=\sin\dfrac{\pi}{n}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

Ⓐ Dãy số (u_n) bị chặn. Ⓑ Dãy số (u_n) tăng.

Ⓒ Dãy số (u_n) giảm. Ⓓ Dãy số (u_n) không bị chặn.

Hướng dẫn giải. Vì $-1\leq \sin\dfrac{\pi}{n}\leq 1$ với mọi n nên dãy bị chặn.

Mặt khác $u_1=0$, $u_2=1$, $u_3=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ nên $u_1<u_2>u_3$, dãy không tăng và không giảm.

Câu 4. Xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) với $u_n=2n+3$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$.

Ⓐ $u_1=2;\ d=3$. Ⓑ $u_1=3;\ d=2$.

Ⓒ $u_1=5;\ d=2$. Ⓓ $u_1=5;\ d=-3$.

Hướng dẫn giải. $u_1=2\cdot 1+3=5$ và $u_{n+1}-u_n=2(n+1)+3-(2n+3)=2$.

Vậy $u_1=5$, $d=2$.

Câu 5. Cho góc α thỏa mãn $\sin\alpha=\dfrac{12}{13}$ và $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Tính $\cos\alpha$.

Ⓐ $\cos\alpha=\dfrac{1}{13}$. Ⓑ $\cos\alpha=\dfrac{5}{13}$.

Ⓒ $\cos\alpha=-\dfrac{5}{13}$. Ⓓ $\cos\alpha=-\dfrac{1}{13}$.

Hướng dẫn giải. $\cos^2\alpha=1-\dfrac{144}{169}=\dfrac{25}{169}$.

Vì $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ nên $\cos\alpha<0$, suy ra $\cos\alpha=-\dfrac{5}{13}$.

Câu 6. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $(ABC)//(A'B'C')$.
Ⓑ $(A'BC)//(AB'C')$.
Ⓒ $(A'B'C')//(AB'C)$.
Ⓓ $(ABC')//(A'B'C')$.

Hướng dẫn giải. Hai đáy của lăng trụ nằm trong hai mặt phẳng song song nên $(ABC)//(A'B'C')$.

Các cặp mặt phẳng ở B, C, D đều có điểm chung nên không song song.

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin\dfrac{5\pi}{3}$ là

Ⓐ $S = \left\{\dfrac{5\pi}{3} + k2\pi; -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓑ $S = \left\{\dfrac{5\pi}{3} + k2\pi; \dfrac{7\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓒ $S = \left\{\dfrac{5\pi}{3} + k2\pi; -\dfrac{5\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓓ $S = \left\{\dfrac{5\pi}{3} + k\pi; -\dfrac{2\pi}{3} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải. $\sin x = \sin\dfrac{5\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \dfrac{5\pi}{3} + k2\pi = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 8. Tính $\lim\limits_{x\to -1}\left(2x^3 - 3x\right)$ bằng

Ⓐ -1.
Ⓑ -5.
Ⓒ 1.
Ⓓ 5.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to -1}\left(2x^3 - 3x\right) = 2\cdot(-1)^3 - 3\cdot(-1) = -2 + 3 = 1$.

Câu 9. Điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng song song với nhau là

Ⓐ Hai mặt phẳng đó cùng song song với một mặt phẳng thứ ba.
Ⓑ Hai mặt phẳng đó cùng song song với một đường thẳng.
Ⓒ Hai mặt phẳng đó không có điểm chung.
Ⓓ Có một mặt phẳng chứa hai đường thẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng còn lại.

Hướng dẫn giải. Theo định nghĩa, hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi chúng không có điểm chung.

A không đủ vì hai mặt phẳng có thể trùng nhau; B sai vì hai mặt phẳng cắt nhau vẫn có thể cùng song song với một đường thẳng; D không đủ vì hai đường thẳng đó có thể song song với nhau.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đường thẳng AD song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

Ⓐ (SBC).
Ⓑ $(ABCD)$.
Ⓒ (SAC).
Ⓓ (SAB).

Hướng dẫn giải. Vì $AD//BC$, $BC \subset (SBC)$ và $AD \not\subset (SBC)$ nên $AD//(SBC)$.

Các mặt phẳng còn lại đều chứa AD hoặc cắt AD.

Câu 11. Một hãng ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau

2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Ⓐ 2,64. Ⓑ 2,89. Ⓒ 2,73. Ⓓ 2,98.

Hướng dẫn giải. Hiệu chỉnh thành các nhóm liên tục: [0,5; 2,5), [2,5; 4,5), [4,5; 6,5), [6,5; 8,5), [8,5; 10,5).

Cỡ mẫu $n = 100$, $\frac{n}{4} = 25$. Tần số tích lũy: 17; 50; 75; 95; 100.

Vì $17 < 25 \leq 50$ nên nhóm chứa Q_1 là [2,5; 4,5).

$$Q_1 = 2{,}5 + \frac{25 - 17}{33} \cdot 2 = 2{,}5 + \frac{16}{33} \approx 2{,}98.$$

Câu 12. Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

Ⓐ 5 mặt, 5 cạnh. Ⓑ 6 mặt, 5 cạnh.
Ⓒ 6 mặt, 10 cạnh. Ⓓ 5 mặt, 10 cạnh.

Hướng dẫn giải. Hình chóp có đáy là ngũ giác có 5 mặt bên và 1 mặt đáy, tức 6 mặt.

Số cạnh gồm 5 cạnh đáy và 5 cạnh bên, tức 10 cạnh.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một khu vực rừng tràm có diện tích ban đầu (đầu năm 2025) được ghi nhận là 15000 héc-ta. Do ảnh hưởng của biến đổi khí hậu và xâm nhập mặn, diện tích rừng được dự báo bị suy giảm với tốc độ trung bình 4% mỗi năm.

a) Diện tích của khu rừng vào đầu năm 2026 là 14400 héc-ta.

b) Diện tích của khu rừng vào đầu mỗi năm (sau năm 2025) lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 0,96$.

c) Diện tích khu rừng sau n năm (kể từ đầu năm 2025) được tính theo công thức $15000 \cdot 0,96^{n-1}$.

d) Đến đầu năm 2035, diện tích khu rừng đã mất đi 5028 héc-ta (làm tròn đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải. Gọi u_n là diện tích rừng vào đầu năm thứ n tính từ đầu năm 2025. Ta có $u_1 = 15000$.

- a) Đúng. Diện tích đầu năm 2026 ứng với $u_2 = 15000 \cdot (1 - 4\%) = 15000 \cdot 0,96 = 14400$ (héc-ta).
- b) Đúng. Mỗi năm diện tích giảm 4% nên diện tích năm sau bằng 96% năm trước, tức là $u_{n+1} = u_n \cdot 0,96$. Dãy số là cấp số nhân với $q = 0,96$.
- c) Sai. Sau n năm (tức là vào đầu năm thứ $n + 1$), diện tích phải là $u_{n+1} = 15000 \cdot 0,96^n$. Nếu tính cho đầu năm thứ n thì công thức là $15000 \cdot 0,96^{n-1}$.

  Tuy nhiên "sau n năm" thường được hiểu là đã qua n chu kỳ giảm.
- d) Đúng. Từ đầu năm 2025 đến đầu năm 2035 là 10 năm. Diện tích còn lại vào đầu năm 2035 là: $15000 \cdot 0,96^{10} \approx 9972$ (héc-ta).

  Diện tích đã mất đi: $15000 - 15000 \cdot 0,96^{10} \approx 5028$ (héc-ta).

Bài 2. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+4}{x-1} & \text{khi } x<1\\ 3x-6 & \text{khi } x\geq 1\end{cases}$

a) $f(1)=-3$.

b) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-3$.

c) Hàm số gián đoạn tại điểm $x_0=1$.

d) $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=1$.

Hướng dẫn giải. a) **Đúng.** $f(1)=3\cdot 1-6=-3$.

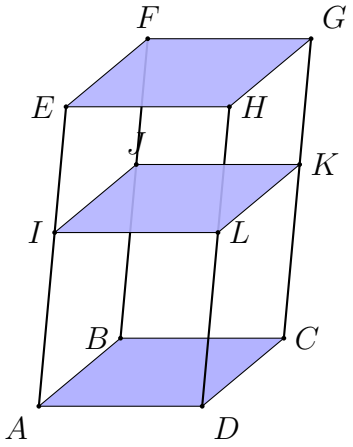
b) **Đúng.** Với $x<1$: $\dfrac{x^2-5x+4}{x-1}=\dfrac{(x-1)(x-4)}{x-1}=x-4$, nên $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=1-4=-3$.

c) **Sai.** Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(3x-6)=-3$, nên $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=f(1)=-3$. Vậy hàm số liên tục tại $x_0=1$.

d) **Sai.** $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{3x-6+3}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{3(x-1)}{x-1}=3\neq 1$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới $(ABCD)$ và mâm tầng trên $(EFGH)$ song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE=100$ cm, $CG=130$ cm và muốn đóng thêm mâm tầng $(IJKL)$ song song với hai mâm tầng trên, tầng dưới và $EI=42$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng KG theo đơn vị cm (Kết quả làm tròn ở hàng phần mười).



Hướng dẫn giải. Ba mặt phẳng $(ABCD)$, $(IJKL)$, $(EFGH)$ đôi một song song và cắt hai đường thẳng AE, CG nên theo định lí Thales trong không gian:

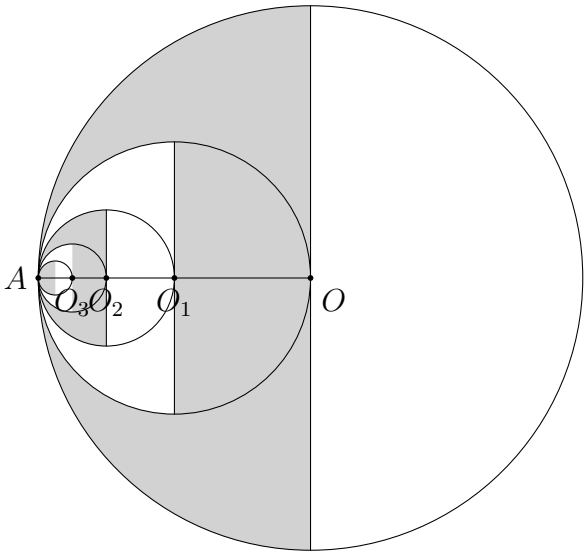
$$\frac{EI}{EA}=\frac{GK}{GC}.$$

Suy ra $GK=\dfrac{EI\cdot GC}{EA}=\dfrac{42\cdot 130}{100}=54{,}6$ cm.

Vậy $KG=54{,}6$ cm.

Bài 2. Trong hình vẽ bên, cho đường tròn (C) tâm O, bán kính $r=20$ cm. Vẽ đường tròn (C_1) đi qua tâm O và tiếp xúc với (C). Đường tròn (C_1) có bán kính bằng một nửa bán kính của (C), tức là $r_1=\dfrac{r}{2}=10$ cm. Tiếp tục, vẽ đường tròn (C_2) đi qua tâm của (C_1) và tiếp xúc với (C_1), với bán kính $r_2=\dfrac{r_1}{2}=\dfrac{10}{2}=5$ cm. Quá trình này tiếp tục đến vô hạn, với mỗi đường tròn mới có bán

kính bằng một nửa bán kính của đường tròn trước đó. Tính diện tích phần tô màu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



✍ *Hướng dẫn giải.* Bán kính các đường tròn lập thành cấp số nhân $r_n = 20 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ nên diện tích các nửa hình tròn là $\dfrac{1}{2}\pi r_n^2$, và các phần diện tích này bằng $\dfrac{1}{4}$ phần trước nó.

Phần tô màu là nửa hình tròn (C) bỏ đi nửa hình tròn (C_1), cộng nửa hình tròn (C_2), bỏ đi nửa hình tròn (C_3), ... nên

$$S = \frac{\pi}{2}\left(r^2 - r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + \cdots\right) = \frac{\pi}{2} \cdot 400\left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \cdots\right).$$

Tổng trong ngoặc là cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 1$, $q = -\dfrac{1}{4}$, bằng $\dfrac{1}{1+\frac{1}{4}} = \dfrac{4}{5}$.

Vậy $S = 200\pi \cdot \dfrac{4}{5} = 160\pi \approx 503$ cm^2.

Bài 3. Biết $\lim \dfrac{2^{n+1} + 7 \cdot 4^n}{3^n + 4^{n+1}} = \dfrac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a^2 + b^2$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Chia cả tử và mẫu cho 4^n:

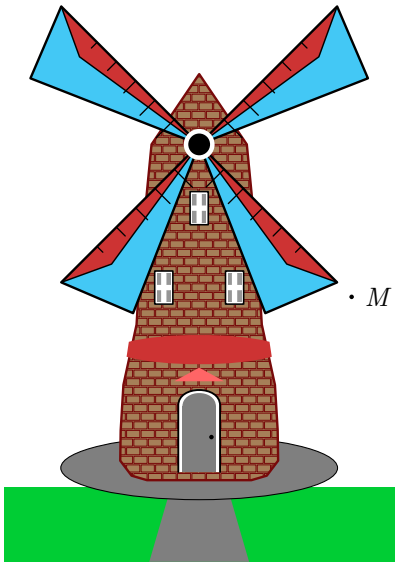
$$\lim \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + 7}{\left(\frac{3}{4}\right)^n + 4} = \frac{0+7}{0+4} = \frac{7}{4}.$$

Do $\dfrac{7}{4}$ tối giản nên $a = 7$, $b = 4$.

Vậy $a^2 + b^2 = 49 + 16 = 65$.

Bài 4. Cối xay gió là một loại máy chạy bằng sức gió. Một điểm M nằm trên cánh của cối xay gió. Khi cánh quạt quay thuận chiều kim đồng hồ, vị trí thấp nhất và cao nhất của M so với mặt đất lần lượt là 8 m và 22 m. Xét vòng quay của M bắt đầu từ vị trí thấp nhất tương ứng thời điểm $t = 0$. Khi cánh quay đều, khoảng cách h (mét) từ M đến mặt đất được tính theo công thức $h = A\cos\left(\dfrac{2\pi}{5}t\right) + C$, với t (giây) là thời gian quay của điểm M $(t \geq 0)$. Hỏi lần thứ 2025 điểm

M cách mặt đất 18,5 m là vào thời điểm bao nhiêu giây (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Hướng dẫn giải. Dựa vào dữ kiện vị trí thấp nhất (8 m) và cao nhất (22 m), ta có:

$C = \dfrac{22+8}{2} = 15$. Biên độ dao động $|A| = \dfrac{22-8}{2} = 7$.

Tại thời điểm $t = 0$, điểm M ở vị trí thấp nhất ($h = 8$ m): $8 = A\cos(0) + 15 \Rightarrow A = -7$.

Vậy công thức tính khoảng cách là $h = -7\cos\left(\dfrac{2\pi}{5}t\right) + 15$.

Yêu cầu $h = 18{,}5$ m:

$$-7\cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right) + 15 = 18{,}5 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right) = -0{,}5 = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$
$$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{5}t = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow t = \pm\frac{5}{3} + 5k \quad (k \in \mathbb{N}).$$

Trong mỗi chu kỳ $T = 5$ giây, có 2 thời điểm điểm M cách mặt đất 18,5 m.

Các thời điểm sắp xếp theo thứ tự tăng dần là: $t_1 = \dfrac{5}{3} + 5\cdot 0$, $t_2 = -\dfrac{5}{3} + 5\cdot 1$, $t_3 = \dfrac{5}{3} + 5\cdot 1$, $t_4 = -\dfrac{5}{3} + 5\cdot 2$,...

Tổng quát, lần thứ $2k-1$ là $t = \dfrac{5}{3} + 5(k-1)$.

Lần thứ 2025 ứng với $2k - 1 = 2025 \Rightarrow k = 1013$.

Thời điểm cần tìm là: $t = \dfrac{5}{3} + 5(1013-1) = 5060 + \dfrac{5}{3} = \dfrac{15185}{3} \approx 5062$ (giây).

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ ax - 3 & \text{khi } x \le 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại điểm $x = 1$.

Hướng dẫn giải. Ta có $f(1) = a - 3$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}(ax-3) = a - 3$.

Với $x>1$: $\dfrac{x^2-4x+3}{x-1}=\dfrac{(x-1)(x-3)}{x-1}=x-3$, nên $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=1-3=-2$.

Hàm số liên tục tại $x=1$ khi và chỉ khi $a-3=-2$, hay $a=1$.

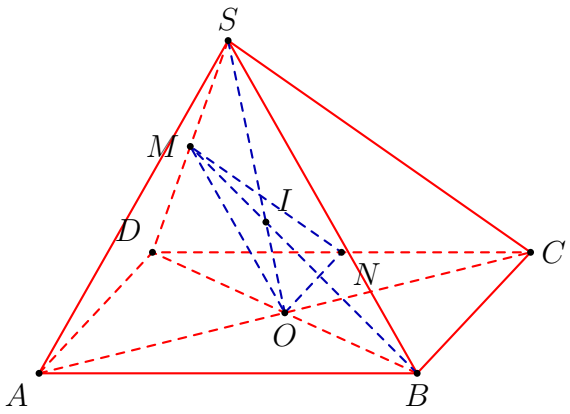
Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SD, CD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

c) Tìm giao điểm của đường thẳng BM và mặt phẳng (SAC).

d) Chứng minh mặt phẳng (SBC) song song với mặt phẳng (OMN).



Hướng dẫn giải. a) S là điểm chung của (SAC) và (SBD). Vì $O=AC\cap BD$ nên O cũng là điểm chung.

Vậy $(SAC)\cap(SBD)=SO$.

b) S là điểm chung của (SAB) và (SCD). Ta có $AB\subset(SAB)$, $CD\subset(SCD)$ và $AB//CD$.

Do đó giao tuyến là đường thẳng d đi qua S và song song với AB (và CD).

c) Trong mặt phẳng (SBD), gọi $I=BM\cap SO$. Vì $SO\subset(SAC)$ nên $I\in(SAC)$.

Vậy $I=BM\cap(SAC)$. (Do SO, BM là hai trung tuyến của tam giác SBD nên I là trọng tâm tam giác SBD.)

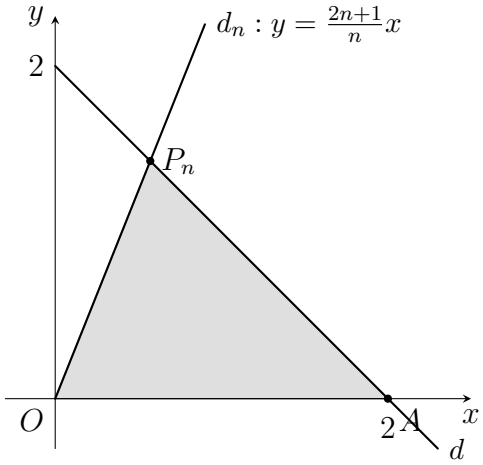
d) Trong tam giác BCD, O và N lần lượt là trung điểm của BD và CD nên $ON//BC$.

Trong tam giác SCD, M và N lần lượt là trung điểm của SD và CD nên $MN//SC$.

Ta có ON, MN cắt nhau tại N và cùng nằm trong (OMN); BC, SC cắt nhau tại C và cùng nằm trong (SBC). Vậy $(OMN)//(SBC)$.

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x+y=2$ cắt trục hoành tại điểm A và cắt đường thẳng $d_n: y=\dfrac{2n+1}{n}x$ tại điểm P_n $(n\in\mathbb{N}^*)$. Kí hiệu S_n là diện tích của tam giác

OAP_n. Tìm $\lim S_n$.



✍ *Hướng dẫn giải.* d cắt trục hoành tại $A(2;0)$, nên $OA = 2$.

Hoành độ của P_n thỏa $x + \dfrac{2n+1}{n}x = 2 \Leftrightarrow \dfrac{3n+1}{n}x = 2$, suy ra $x_{P_n} = \dfrac{2n}{3n+1}$.

Tung độ của P_n là $y_{P_n} = \dfrac{2n+1}{n} \cdot \dfrac{2n}{3n+1} = \dfrac{2(2n+1)}{3n+1}$.

Diện tích tam giác OAP_n là

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot y_{P_n} = \frac{2(2n+1)}{3n+1}.$$

Do đó

$$\lim S_n = \lim \frac{2\left(2 + \frac{1}{n}\right)}{3 + \frac{1}{n}} = \frac{4}{3}.$$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 6
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người.

Thời gian (phút)	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Số người	2	4	10	5	3

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

Ⓐ $M_0 = 105$.
Ⓑ Giá trị đại diện của nhóm $[60;90)$ là 75.
Ⓒ $\overline{x} = 108{,}75$.
Ⓓ Nhóm chứa mốt là $[90;120)$.

Hướng dẫn giải. Nhóm có tần số lớn nhất là $[90;120)$ nên D đúng. Giá trị đại diện của $[60;90)$ là $\dfrac{60+90}{2} = 75$ nên B đúng.

Cỡ mẫu $n = 24$. Giá trị đại diện các nhóm: $45; 75; 105; 135; 165$.

$$\overline{x} = \frac{2\cdot 45 + 4\cdot 75 + 10\cdot 105 + 5\cdot 135 + 3\cdot 165}{24} = \frac{2610}{24} = 108{,}75.$$

Vậy C đúng.

Mốt: $M_0 = 90 + \dfrac{10-4}{(10-4)+(10-5)}\cdot 30 = 90 + \dfrac{180}{11} \approx 106{,}36 \neq 105$. Vậy A sai.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

Ⓐ $u_{10} = 32$. Ⓑ $u_{10} = 22$. Ⓒ $u_{10} = 25$. Ⓓ $u_{10} = 34$.

Hướng dẫn giải. $u_{10} = u_1 + 9d = -5 + 27 = 22$.

Câu 3. Gọi S là tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn ba số x, $4x$, 25 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của S là

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 0.

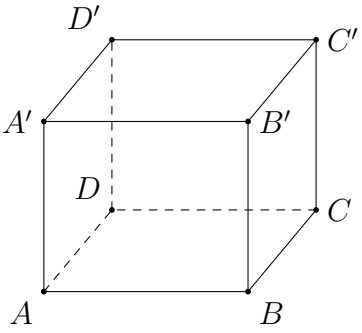
Hướng dẫn giải. Ba số lập thành cấp số nhân thì $(4x)^2 = x\cdot 25 \Leftrightarrow 16x^2 - 25x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \dfrac{25}{16}$.

Với $x = 0$ thì dãy $0; 0; 25$ không là cấp số nhân. Với $x = \dfrac{25}{16}$ thì dãy $\dfrac{25}{16}; \dfrac{25}{4}; 25$ có công bội 4 (thỏa mãn).

Vậy S có 1 phần tử.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, đường thẳng AB song song với mặt phẳng nào dưới

đây?



Ⓐ $(A'B'C'D')$. Ⓑ $(ADD'A')$. Ⓒ $(BCC'B')$. Ⓓ $(ABCD)$.

Hướng dẫn giải. $AB//A'B'$, $A'B' \subset (A'B'C'D')$ và $AB \not\subset (A'B'C'D')$ nên $AB//(A'B'C'D')$.

Các mặt phẳng $(ADD'A')$, $(BCC'B')$, $(ABCD)$ đều chứa AB.

Câu 5. Công thức nào sau đây **sai**?

Ⓐ $\cos(\alpha+\beta)=\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta$.
Ⓑ $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$.
Ⓒ $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$.
Ⓓ $\cos(\alpha-\beta)=\sin\alpha\sin\beta+\cos\alpha\cos\beta$.

Hướng dẫn giải. Công thức đúng là $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$, nên A sai. Các công thức B, C, D đều đúng.

Câu 6. Cho $P=\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{5}{x-4}$. Mệnh đề đúng là

Ⓐ $P=5$. Ⓑ $P=-\infty$. Ⓒ $P=+\infty$. Ⓓ $P=0$.

Hướng dẫn giải. Khi $x\to 4^+$ thì $x-4\to 0^+$ nên $P=+\infty$.

Câu 7. Tính $M=1+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5^2}+\cdots+\dfrac{1}{5^n}+\cdots$ được kết quả là

Ⓐ $+\infty$. Ⓑ $\dfrac{31}{25}$. Ⓒ $\dfrac{5}{4}$. Ⓓ $\dfrac{6}{5}$.

Hướng dẫn giải. Đây là tổng cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1=1$, $q=\dfrac{1}{5}$.

$$M=\frac{1}{1-\frac{1}{5}}=\frac{5}{4}.$$

Câu 8. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt có bao nhiêu vị trí tương đối?

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Hướng dẫn giải. Hai đường thẳng phân biệt có 3 vị trí tương đối: cắt nhau, song song, chéo nhau.

Câu 9. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho MN cắt BD tại I. Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ (ABD). Ⓑ (BCD). Ⓒ (CMN). Ⓓ (ACD).

Hướng dẫn giải. $I\in MN\subset(ABD)$ và $I\in BD\subset(ABD)$, nên $I\in(ABD)$. $I\in BD\subset(BCD)$

nên $I \in (BCD)$. $I \in MN \subset (CMN)$ nên $I \in (CMN)$.

Đường thẳng BD cắt (ACD) tại D và $I \neq D$ (vì $I \in MN$, $M \neq A$), nên $I \notin (ACD)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $2\cos(x - 15^\circ) - 1 = 0$ là

Ⓐ $\left[\begin{array}{l} x = 75^\circ + k360^\circ \\ x = 135^\circ + k360^\circ \end{array}\right.$, $k \in \mathbb{Z}$.

Ⓑ $\left[\begin{array}{l} x = 60^\circ + k360^\circ \\ x = -60^\circ + k360^\circ \end{array}\right.$, $k \in \mathbb{Z}$.

Ⓒ $\left[\begin{array}{l} x = 45^\circ + k360^\circ \\ x = -45^\circ + k360^\circ \end{array}\right.$, $k \in \mathbb{Z}$.

Ⓓ $\left[\begin{array}{l} x = 75^\circ + k360^\circ \\ x = -45^\circ + k360^\circ \end{array}\right.$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải. $\cos(x - 15^\circ) = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x - 15^\circ = \pm 60^\circ + k360^\circ$.

Suy ra $x = 75^\circ + k360^\circ$ hoặc $x = -45^\circ + k360^\circ$.

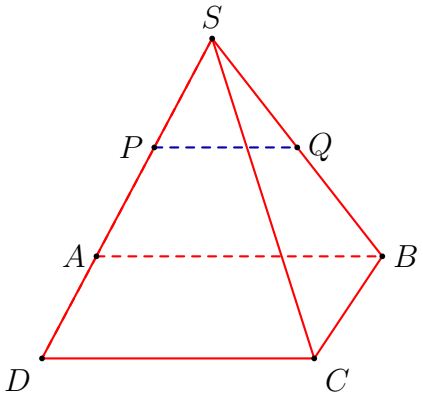
Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SB và P là điểm trên cạnh SC sao cho $SP = 3PC$. Đường thẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (ABC)?

Ⓐ MN. Ⓑ MP. Ⓒ NP. Ⓓ SC.

Hướng dẫn giải. MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN // AB$. Mà $AB \subset (ABC)$ và $MN \not\subset (ABC)$ nên $MN // (ABC)$.

Các đường MP, NP, SC đều cắt (ABC) (tại các giao điểm tương ứng với AC, BC, C).

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB. Đường thẳng PQ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?



Ⓐ (SBC). Ⓑ (SAD). Ⓒ (SAB). Ⓓ (SCD).

Hướng dẫn giải. PQ là đường trung bình của tam giác SAB nên $PQ // AB$. Mà $AB // CD$ (hình bình hành) nên $PQ // CD$.

Vì $CD \subset (SCD)$ và $PQ \not\subset (SCD)$ nên $PQ // (SCD)$.

Các mặt phẳng (SBC), (SAD), (SAB) lần lượt cắt hoặc chứa PQ.

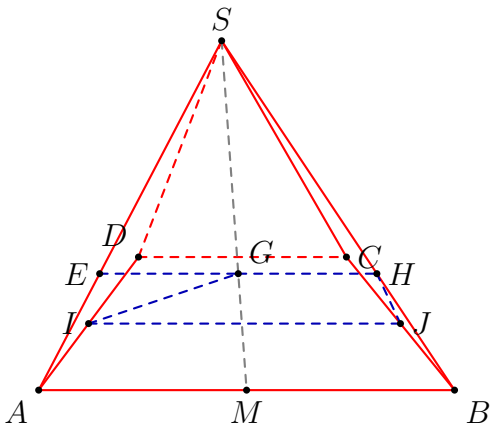
Câu 13. Cho dãy số (u_n) cho bởi công thức tổng quát $u_n = 4 + 4n^2$, $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_6 bằng

Ⓐ 68. Ⓑ 104. Ⓒ 504. Ⓓ 148.

Hướng dẫn giải. $u_6 = 4 + 4 \cdot 6^2 = 4 + 144 = 148$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Điểm E nằm trên cạnh SA sao cho $SE = 2EA$.



a) Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng d đi qua S song song với AB, CD.

b) Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và (GIJ) là đường thẳng đi qua I song song với GJ.

c) Giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (GIJ) là điểm thuộc đường thẳng đi qua G và song song với đường thẳng IJ.

d) EG song song với CD.

Hướng dẫn giải. a) **Đúng.** S là điểm chung của (SAB) và (SCD), $AB \subset (SAB)$, $CD \subset (SCD)$, $AB // CD$ nên giao tuyến là đường thẳng d qua S song song với AB, CD.

b) **Sai.** IJ là đường trung bình của hình thang nên $IJ // AB$. Ta có G là điểm chung của (SAB) và (GIJ), $AB \subset (SAB)$, $IJ \subset (GIJ)$, $AB // IJ$ nên giao tuyến là đường thẳng qua G song song với AB. Điểm I không thuộc (SAB) nên giao tuyến không đi qua I.

c) **Đúng.** Giao tuyến của (SAB) và (GIJ) là đường thẳng qua G song song với AB (và IJ). Đường thẳng này nằm trong (SAB) nên cắt SB tại một điểm H. Khi đó $H = SB \cap (GIJ)$ và H thuộc đường thẳng qua G song song với IJ.

d) **Đúng.** Gọi M là trung điểm của AB thì $G \in SM$ và $\dfrac{SG}{SM} = \dfrac{2}{3}$. Vì $SE = 2EA$ nên $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{2}{3}$. Suy ra $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SG}{SM}$ nên $EG // AM$, tức $EG // AB$. Mà $AB // CD$ nên $EG // CD$.

Bài 2. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n = 4n^2 + 3$; $v_n = 3n^2 + 7$.

a) $\lim \dfrac{u_n}{v_n} = \dfrac{4}{3}$.

b) $\lim \dfrac{1}{u_n} = \dfrac{1}{4}$.

c) $\lim \dfrac{(u_n)^2}{v_n} = \dfrac{16}{3}$.

d) $\lim \dfrac{u_n + an^2 + 7}{v_n} = 8$ khi đó $a = 20$.

Hướng dẫn giải. a) **Đúng.** $\lim \dfrac{4n^2 + 3}{3n^2 + 7} = \lim \dfrac{4 + \frac{3}{n^2}}{3 + \frac{7}{n^2}} = \dfrac{4}{3}$.

b) **Sai.** $u_n \to +\infty$ nên $\lim \dfrac{1}{u_n} = 0$.

c) **Sai.** $\dfrac{(u_n)^2}{v_n} = \dfrac{(4n^2+3)^2}{3n^2+7} = n^2 \cdot \dfrac{\left(4+\frac{3}{n^2}\right)^2}{3+\frac{7}{n^2}} \to +\infty$.

d) **Đúng.** $\dfrac{u_n + an^2 + 7}{v_n} = \dfrac{(4+a)n^2+10}{3n^2+7} \to \dfrac{4+a}{3}$. Cho $\dfrac{4+a}{3} = 8$ suy ra $a = 20$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho biết $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2+6n-2025}{7n^2+4} = \dfrac{1}{a}$. Giá trị a bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2+6n-2025}{7n^2+4} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1+\frac{6}{n}-\frac{2025}{n^2}}{7+\frac{4}{n^2}} = \frac{1}{7}.$$

Suy ra $\dfrac{1}{a} = \dfrac{1}{7}$, hay $a = 7$.

Bài 2. Hàm số $v(t) = \begin{cases} -t^2+4t+12 & \text{khi } 0 \le t \le 5 \\ at-3 & \text{khi } 5 < t \le 10 \end{cases}$ mô tả vận tốc (m/s) của một vật tại thời điểm t (giây) trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên kể từ khi vật bắt đầu chuyển động. Biết rằng $v(t)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0;10]$ và trong 10 giây đầu tiên đó có hai lần vật đạt vận tốc $10m/s$ vào các thời điểm t_1 giây và t_2 giây. Tính t_1+t_2 (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Hướng dẫn giải. Hàm số liên tục trên $[0;5]$ và $(5;10]$. Để liên tục trên $[0;10]$ thì $v(t)$ liên tục tại $t = 5$:

$$v(5) = -25+20+12 = 7, \qquad \lim_{t\to5^+} v(t) = 5a-3.$$

Suy ra $5a-3 = 7$, hay $a = 2$ và $v(t) = 2t-3$ khi $5 < t \le 10$.

Giải $v(t) = 10$:

- Trên $[0;5]$: $-t^2+4t+12 = 10 \Leftrightarrow t^2-4t-2 = 0 \Leftrightarrow t = 2\pm\sqrt{6}$. Chỉ có $t = 2+\sqrt{6} \approx 4{,}45 \in [0;5]$.
- Trên $(5;10]$: $2t-3 = 10 \Leftrightarrow t = 6{,}5$ (thỏa mãn).

Vậy $t_1+t_2 = 2+\sqrt{6}+6{,}5 = 8{,}5+\sqrt{6} \approx 10{,}9$.

Bài 3. Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 10 000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x $(x \ge 1)$ là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \dfrac{T(x)}{x}$. Xem $M(x)$ là hàm số theo x xác định trên nửa khoảng $[1;+\infty)$, tìm $\lim\limits_{x\to+\infty} M(x)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $T(x) = 10\,000+5x$ nên

$$M(x) = \frac{10\,000+5x}{x} = \frac{10\,000}{x}+5.$$

Do đó $\lim\limits_{x\to+\infty} M(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{10\,000}{x}+5\right) = 5$.

Bài 4. Tam giác ABC có số đo một góc là $120°$, độ dài ba cạnh của nó là ba số hạng liên tiếp

của một cấp số cộng và diện tích tam giác ABC bằng $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Gọi ba cạnh là $b-d$, b, $b+d$ với $b>0$, $d>0$. Góc 120° đối diện cạnh lớn nhất $b+d$. Theo định lí côsin:

$$(b+d)^2=(b-d)^2+b^2-2(b-d)b\cos 120^\circ=(b-d)^2+b^2+(b-d)b.$$

Khai triển và rút gọn được $5bd=2b^2$, suy ra $d=\dfrac{2b}{5}$. Ba cạnh có tỉ lệ $\dfrac{3b}{5}:b:\dfrac{7b}{5}=3:5:7$, đặt ba cạnh là $3k$, $5k$, $7k$.

Diện tích: $S=\dfrac{1}{2}\cdot 3k\cdot 5k\cdot\sin 120^\circ=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}k^2=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$, suy ra $k^2=\dfrac{4}{9}$, $k=\dfrac{2}{3}$.

Cạnh đối diện góc 120° là $7k=\dfrac{14}{3}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp:

$$R=\frac{7k}{2\sin 120^\circ}=\frac{14/3}{\sqrt{3}}=\frac{14\sqrt{3}}{9}\approx 2{,}69.$$

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-4x-4}{x-2}$;

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x}-1}{2x}$;

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}+\sqrt{x}-3}{x^2-1}$.

Hướng dẫn giải.

a) Ta có $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-4x-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(3x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(3x+2)=8$.

b) Ta có

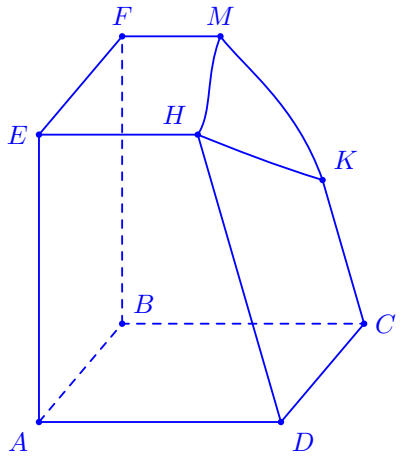
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+3x}-1}{2x}=\lim_{x\to 0}\frac{3x}{2x\left(\sqrt{1+3x}+1\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{3}{2\left(\sqrt{1+3x}+1\right)}=\frac{3}{4}.$$

c) Ta có

$$\begin{aligned}&\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+3}+\sqrt{x}-3}{x^2-1}\\ &=\lim_{x\to 1}\left[\frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1}+\frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}\right]\\ &=\lim_{x\to 1}\left[\frac{1}{\sqrt{x^2+3}+2}+\frac{1}{(x+1)(\sqrt{x}+1)}\right]\\ &=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Bài 2. Một khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với $(ABCD)//(EFMH)$, $CK//DH$. Khối gỗ bị hỏng một góc (hình bên). Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách

cắt khối gỗ theo mặt phẳng (R) đi qua K và song song với mặt phẳng $(ABCD)$.



a) Hãy giúp bác thợ mộc xác định giao tuyến của mặt phẳng (R) với các mặt của khối gỗ để cắt được chính xác.

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của DH, BF với mặt phẳng (R). Biết $BF = 60$ cm, $DH = 75$ cm, $CK = 40$ cm. Tính FJ.

Hướng dẫn giải.

a) Vì $(R)//(ABCD)$ và $(ABCD)//(EFMH)$ nên (R) không có điểm chung với hai mặt $(ABCD)$ và $(EFMH)$. Ta xác định giao tuyến với các mặt bên như sau.

- Trong $(CDHM)$: $(R) \cap (CDHM)$ là đường thẳng qua K song song với CD, cắt DH tại I. Giao tuyến là KI.
- Trong $(ADHE)$: $(R) \cap (ADHE)$ là đường thẳng qua I song song với AD, cắt AE tại L. Giao tuyến là IL.
- Trong $(BCMF)$: $(R) \cap (BCMF)$ là đường thẳng qua K song song với BC, cắt BF tại J. Giao tuyến là KJ.
- Trong $(ABFE)$: $(R) \cap (ABFE)$ là đường thẳng qua J song song với AB, cắt AE tại L. Giao tuyến là JL.

Vậy bác thợ mộc cắt theo các đoạn KI, IL, LJ, JK.

b) Trong $(CDHM)$ có $KI//CD$ và $CK//DI$ nên $CDIK$ là hình bình hành. Suy ra $DI = CK = 40$ cm.

Ba mặt phẳng song song $(ABCD)$, (R), $(EFMH)$ cắt mặt phẳng $(BDHF)$ theo các giao tuyến BD, JI, FH đôi một song song. Theo định lí Thalès:

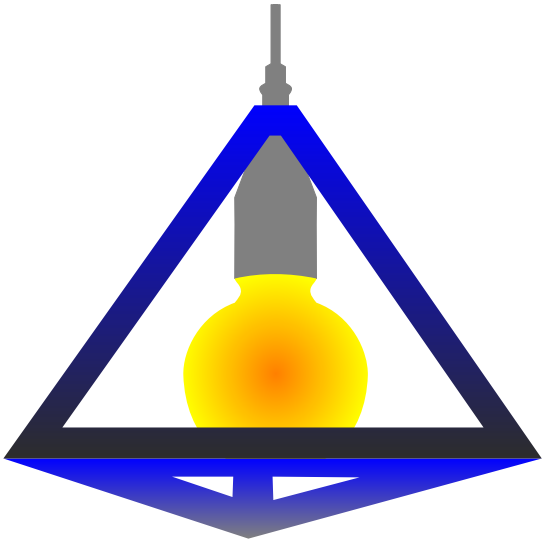
$$\frac{BJ}{BF} = \frac{DI}{DH} = \frac{40}{75} = \frac{8}{15}.$$

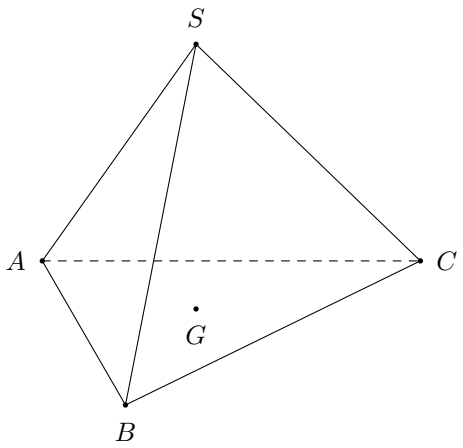
Suy ra $BJ = \dfrac{8}{15} \cdot 60 = 32$ cm.

Vậy $FJ = BF - BJ = 60 - 32 = 28$ cm.

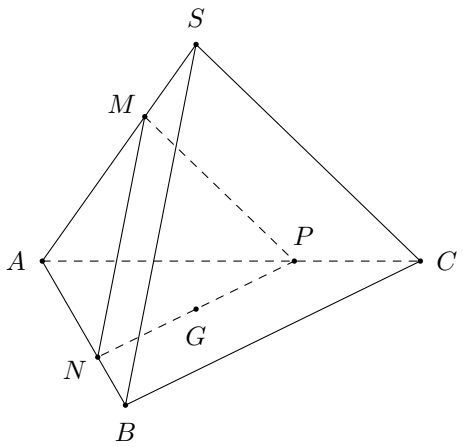
Bài 3. Nhà bạn Lan có một đèn trang trí khung hình chóp tam giác $S.ABC$. Vị trí bóng đèn tiếp xúc với mặt đáy (ABC) tại trọng tâm G của tam giác ABC. Mẹ Lan nhờ Lan xác định vị trí điểm M trên cạnh SA của đèn. Biết rằng M là giao điểm của SA với mặt phẳng (α), và mặt

phẳng (α) đi qua G và song song với mặt phẳng (SBC). Em hãy giúp Lan tính tỉ số $\dfrac{SM}{AM}$.





✍ *Hướng dẫn giải.*



Trong mặt phẳng (ABC): Qua G kẻ đường thẳng song song BC cắt AB và AC lần lượt tại N và P.

Trong mặt phẳng (SAC): Qua P kẻ đường thẳng song song SC cắt SA tại M.

Ta có $\begin{cases} NP // BC \\ PN // SC \\ SC \subset (SBC) \\ BC \subset (SBC) \\ MP \cap NP = \{P\} \end{cases} \Rightarrow (MNP) // (SBC).$

M là giao điểm của (α) với SA suy ra $SA \cap (MNP) = \{M\}$.

Vì $NP // BC$ nên theo định lý talet ta có $\dfrac{AG}{AD} = \dfrac{AN}{AB} = \dfrac{AP}{AC} = \dfrac{2}{3}$.

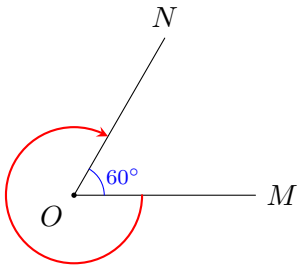
$MP // SC$ nên theo định lý talet ta có $\dfrac{SM}{AM} = \dfrac{CP}{AP} = \dfrac{1}{2}$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 7
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho góc $MON = 60°$. Xác định số đo của góc lượng giác (OM, ON) được biểu diễn trong hình vẽ dưới đây:

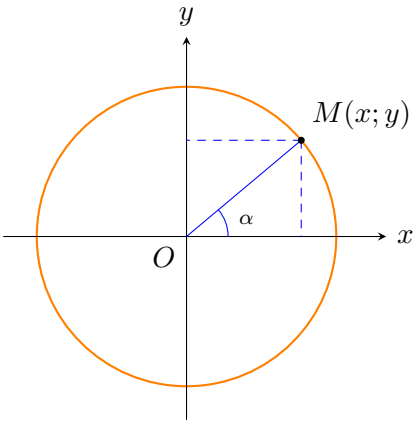


Ⓐ $120°$. Ⓑ $60°$. Ⓒ $-300°$. Ⓓ $300°$.

Hướng dẫn giải. Từ tia OM quay theo chiều kim đồng hồ (chiều âm) một góc $300°$ thì được tia ON.

Vậy $(OM, ON) = -300°$.

Câu 2. Giả sử $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho góc lượng giác có số đo α như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



Ⓐ $\sin\alpha = x$. Ⓑ $\sin\alpha = y$. Ⓒ $\sin\alpha = \dfrac{x}{y}$. Ⓓ $\sin\alpha = \dfrac{y}{x}$.

Hướng dẫn giải. Theo định nghĩa giá trị lượng giác, nếu $M(x; y)$ là điểm biểu diễn góc α trên đường tròn lượng giác thì $\cos\alpha = x$, $\sin\alpha = y$.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

Ⓐ $y = \cot x + x$. Ⓑ $y = \sin^3 x$.
Ⓒ $y = \tan x$. Ⓓ $y = \cos x$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và $\cos(-x) = \cos x$ với mọi x nên là hàm số chẵn. Các hàm số còn lại đều là hàm số lẻ.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là:

Ⓐ $x = k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Ⓑ $x = \pi + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Ⓒ $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Ⓓ $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5. Trong các dãy số (u_n) cho bởi công thức của số hạng tổng quát u_n dưới đây, dãy số nào là số tăng?

Ⓐ $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$.
Ⓑ $u_n = -2n + 5$.
Ⓒ $u_n = \dfrac{1}{n}$.
Ⓓ $u_n = -n^2$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Xét $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$. Ta có

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n-1}{n+2} - \frac{n-2}{n+1} = \frac{(n-1)(n+1) - (n-2)(n+2)}{(n+1)(n+2)} = \frac{3}{(n+1)(n+2)} > 0.$$

Do đó $u_{n+1} > u_n$ nên dãy (u_n) là dãy số tăng.

Các dãy còn lại đều là dãy giảm.

Câu 6. Trong các dãy số cho bởi công thức của số hạng tổng quát u_n dưới đây, dãy số nào là một cấp số nhân?

Ⓐ $u_n = n^2$.
Ⓑ $u_n = 5^n$.
Ⓒ $u_n = 3n + 1$.
Ⓓ $u_n = \dfrac{1}{n}$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Với $u_n = 5^n$ ta có $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{5^{n+1}}{5^n} = 5$ không đổi nên (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 5$.

Các dãy còn lại có $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ phụ thuộc vào n hoặc không phải hằng số nên không là cấp số nhân.

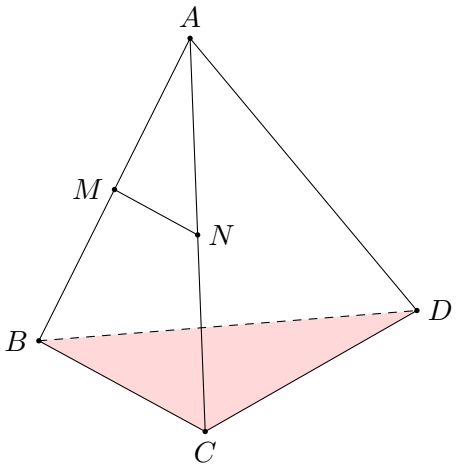
Câu 7. Số cạnh và số mặt của một hình tứ diện theo thứ tự là

Ⓐ 4; 6.
Ⓑ 6; 4.
Ⓒ 4; 4.
Ⓓ 6; 6.

✍ *Hướng dẫn giải.* Hình tứ diện có 6 cạnh và 4 mặt.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC như hình vẽ. Khẳng

định nào sau đây đúng về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng MN và CD?

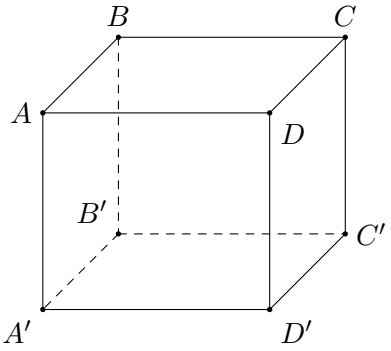


Ⓐ MN và CD song song với nhau.
Ⓑ MN và CD chéo nhau.
Ⓒ MN và CD cắt nhau.
Ⓓ MN và CD đồng phẳng.

Hướng dẫn giải. Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN//BC$.

Mà BC và CD cắt nhau tại C (không trùng nhau) nên MN và CD không song song và không cắt nhau. Do đó MN và CD chéo nhau.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?



Ⓐ $(A'BD)$. Ⓑ $(D'BD)$. Ⓒ $(C'BD)$. Ⓓ $(B'BD)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $AB'//DC'$ và $B'D'//BD$ nên $(AB'D')//(C'BD)$.

Câu 10. Chọn phát biểu đúng?

Ⓐ Phép chiếu song song biến 2 đường thẳng song song thành 2 đường thẳng có thể cắt nhau.
Ⓑ Phép chiếu song song biến 2 đường thẳng song song thành 2 đường thẳng có thể chéo nhau.
Ⓒ Phép chiếu song song biến 2 đường thẳng song song thành 2 đường thẳng có thể trùng nhau.
Ⓓ Phép chiếu song song giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng bất kỳ.

Hướng dẫn giải. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau. Phép chiếu song song chỉ giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng

nằm trên hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Câu 11. Hàm số $y=\dfrac{1}{x-2}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

Ⓐ $x=-2$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $x=0$. Ⓓ $x=2$.

Hướng dẫn giải. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ nên gián đoạn tại $x=2$.

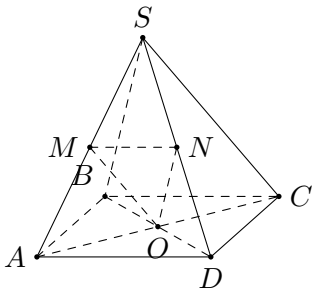
Câu 12. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=\tan x$. Ⓑ $y=\sin x$. Ⓒ $y=\sqrt{x-1}$. Ⓓ $y=\dfrac{x-1}{x-3}$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y=\sin x$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Các hàm còn lại không xác định trên toàn bộ $\mathbb{R}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm SA,SD.



a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SDB).

b) $MO//SB$.

c) $(MNO)//(SBC)$.

d) $MO//(SBC)$.

Hướng dẫn giải.

a) **Đúng.** Ta có S là điểm chung của (SAC) và (SBD). Vì $O=AC\cap BD$ nên O cũng là điểm chung của hai mặt phẳng. Vậy $(SAC)\cap(SBD)=SO$.

b) **Sai.** Trong tam giác SAC, MO là đường trung bình nên $MO//SC$. Mà SC và SB cắt nhau tại S nên MO không song song với SB.

c) **Đúng.** MN là đường trung bình của tam giác SAD nên $MN//AD$. Mà $AD//BC$ nên $MN//BC$, suy ra $MN//(SBC)$.

Lại có $MO//SC$ nên $MO//(SBC)$.

Hai đường thẳng MN, MO cắt nhau cùng nằm trong (MNO) và cùng song song với (SBC). Vậy $(MNO)//(SBC)$.

d) **Đúng.** Vì $MO//SC$, $SC\subset(SBC)$ và $MO\not\subset(SBC)$ nên $MO//(SBC)$.

Bài 2. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & \text{khi } x\geq 0\\ 2x-1 & \text{khi } x<0\end{cases}$.

a) Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=2$.

b) $f(0)=2$.

c) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-1$.

d) Hàm số $y=f(x)$ gián đoạn tại $x=0$.

Hướng dẫn giải.

a) **Đúng.** Tại $x=2>0$ hàm số là $f(x)=x^2+1$, là hàm đa thức nên liên tục tại $x=2$.

b) **Sai.** Ta có $f(0)=0^2+1=1$.

c) **Sai.** Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x^2+1)=1$.

d) **Đúng.** Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(2x-1)=-1$. Hai giới hạn một bên khác nhau nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. Vậy hàm số gián đoạn tại $x=0$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho biết $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^2+6n-2025}{7n^2+4}=\dfrac{1}{a}$. Giá trị a bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ta có

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2+6n-2025}{7n^2+4}=\lim_{n\to+\infty}\frac{1+\dfrac{6}{n}-\dfrac{2025}{n^2}}{7+\dfrac{4}{n^2}}=\frac{1}{7}.$$

Suy ra $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{7}$, vậy $a=7$.

Bài 2. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập khó của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tìm thời gian trung bình hoàn thành bài tập đó của các học sinh (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

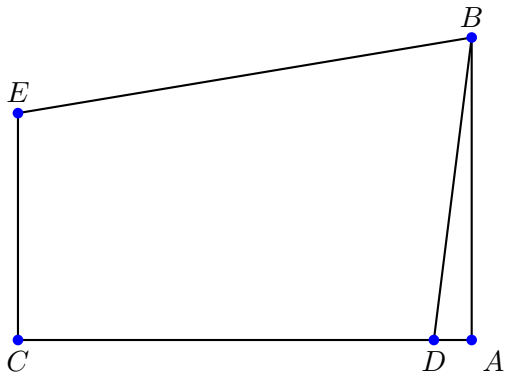
Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là 2; 6; 10; 14; 18. Cỡ mẫu $n=2+4+7+4+3=20$.

Thời gian trung bình là

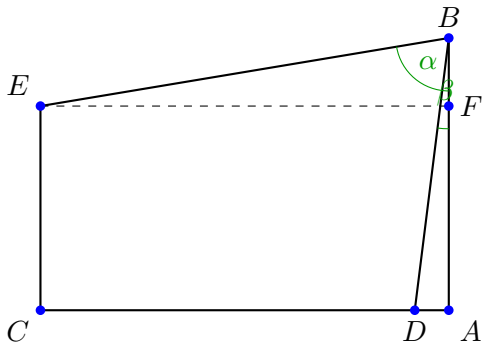
$$\overline{x}=\frac{2\cdot 2+4\cdot 6+7\cdot 10+4\cdot 14+3\cdot 18}{20}=\frac{208}{20}=10{,}4 \text{ (phút)}.$$

Bài 3. Một hộ dân lắp đặt một camera trên cửa nhà để có thể quan sát được cổng và sân nhà. Cửa nhà tại điểm A và cổng tại điểm C, $AC=6\,(\text{m})$. Camera được đặt tại vị trí B, hình chiếu vuông góc của B lên mặt đất trùng với điểm A, $AB=4\,(\text{m})$. Để đảm bảo an ninh, camera có thể quan sát được điểm E trên cổng, CE song song AB, $CE=3\,(\text{m})$ và vị trí điểm D thuộc đoạn AC,

cách điểm A một khoảng $AD = 0{,}5\,(\text{m})$. Số đo của $\widehat{DBE}$ bằng bao nhiêu độ.



✍ *Hướng dẫn giải.*



Gọi F là hình chiếu vuông góc của E lên AB. Đặt góc $\widehat{ABE} = \alpha$; $\widehat{ABD} = \beta$.

Ta có: $EF = AC = 6\,(\text{m})$, $BF = AB - AF = AB - CE = 4 - 3 = 1\,(\text{m})$.

Xét ΔBEF vuông tại F: $BE = \sqrt{BF^2 + FE^2} = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37}\,(\text{m})$. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$\sin\alpha = \frac{EF}{BE} = \frac{6}{\sqrt{37}}; \quad \cos\alpha = \frac{BF}{BE} = \frac{1}{\sqrt{37}}.$$

Xét ΔABD vuông tại A: $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{65}}{2}$. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$\sin\beta = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{\sqrt{65}}; \quad \cos\beta = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{\sqrt{65}}.$$

Áp dụng công thức cộng ta có:

$$\sin\widehat{DBE} = \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\Leftrightarrow \sin\widehat{DBE} = \frac{6}{\sqrt{37}} \cdot \frac{8}{\sqrt{65}} - \frac{1}{\sqrt{37}} \cdot \frac{1}{\sqrt{65}} = \frac{47}{\sqrt{2405}} \Rightarrow \widehat{DBE} \approx 73{,}4^\circ.$$

Cách 2:

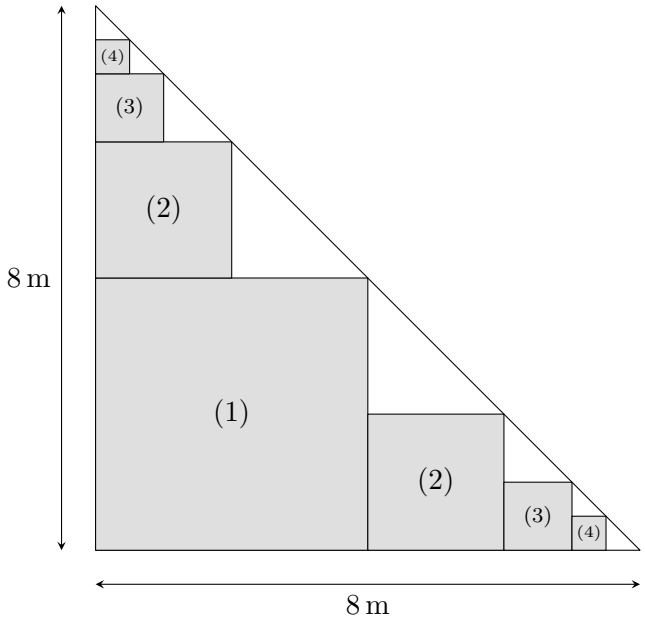
Ta có: $\tan\widehat{ABE} = \tan\alpha = \frac{EF}{BF} = 6$, $\tan\widehat{ABD} = \tan\beta = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{8}$.

$$\tan\widehat{DBE} = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta} = \frac{47}{14} \Rightarrow \widehat{DBE} \approx 73{,}4^\circ.$$

Bài 4. Bạn Nhi muốn trang trí một góc cầu thang bằng cách tô màu các hình vuông như hình vẽ bên dưới. Biết góc cầu thang có dạng một tam giác vuông cân có cạnh 8 m và bạn trang trí như sau:

- Lấy trung điểm cạnh huyền dựng đoạn thẳng song song hai cạnh tạo hình vuông (1) và tô màu nó.
- Phần trắng trên cùng và dưới cùng là 2 tam giác vuông cân và bạn lại tiếp tục thực hiện như ban đầu dựng hai hình vuông (2) và tô màu nó.
- Phần trắng trên cùng và dưới cùng là 2 tam giác vuông cân và bạn lại tiếp tục thực hiện như ban đầu dựng hai hình vuông (3) và tô màu nó.

Bạn Nhi tiếp tục quá trình như thế đến khi các hình vuông không thể tô được nữa thì tổng diện tích đã được tô màu là bao nhiêu mét vuông? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Hướng dẫn giải. Hình vuông (1) có cạnh 4 m (nối trung điểm cạnh huyền với hai cạnh góc vuông), diện tích $u_1 = 4^2 = 16$ (m^2).

Sau đó còn hai tam giác vuông cân cạnh góc vuông 4 m. Trong mỗi tam giác, hình vuông dựng tương tự có cạnh 2 m. Hai hình vuông (2) có tổng diện tích $2 \cdot 2^2 = 8$ (m^2).

Tiếp theo còn hai tam giác vuông cân cạnh góc vuông 2 m, nên hai hình vuông (3) có cạnh 1 m, tổng diện tích $2 \cdot 1^2 = 2$ (m^2).

Cứ mỗi bước, cạnh hình vuông giảm một nửa nên diện tích mỗi hình vuông giảm 4 lần, mà số hình vuông vẫn là 2. Vậy tổng diện tích các hình vuông ở mỗi bước từ bước (2) trở đi lập thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu 8 và công bội $q = \dfrac{1}{4}$.

Tổng diện tích đã tô màu là

$$S = 16 + \frac{8}{1 - \dfrac{1}{4}} = 16 + \frac{32}{3} = \frac{80}{3} \approx 26{,}7 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2n^2+5n-17}{5n^2-n+19}$;

b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{3x-2}-2}{-3x^2+2x+8}$.

✍ *Hướng dẫn giải.*

a) Ta có

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{2n^2+5n-17}{5n^2-n+19}=\lim_{n\to+\infty}\frac{2+\dfrac{5}{n}-\dfrac{17}{n^2}}{5-\dfrac{1}{n}+\dfrac{19}{n^2}}=\frac{2}{5}.$$

b) Ta có $-3x^2+2x+8=-(3x+4)(x-2)$ và

$$\sqrt{3x-2}-2=\frac{3x-6}{\sqrt{3x-2}+2}=\frac{3(x-2)}{\sqrt{3x-2}+2}.$$

Do đó

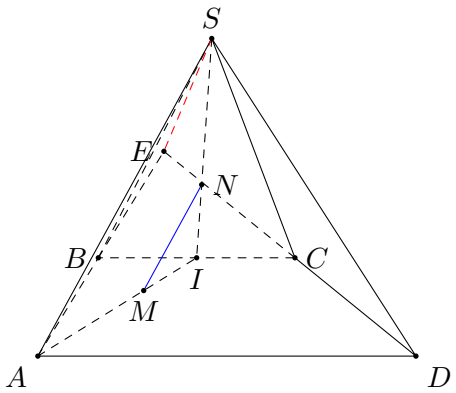
$$\begin{aligned}\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{3x-2}-2}{-3x^2+2x+8}&=\lim_{x\to 2}\frac{3(x-2)}{-(3x+4)(x-2)\left(\sqrt{3x-2}+2\right)}\\&=\lim_{x\to 2}\frac{-3}{(3x+4)\left(\sqrt{3x-2}+2\right)}=\frac{-3}{10\cdot 4}=-\frac{3}{40}.\end{aligned}$$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, AD là đáy lớn. Gọi M,N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và SBC.

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD).

b) Chứng minh: $MN//(SAB)$.

✍ *Hướng dẫn giải.*



a) Ta có S là điểm chung của (SAB) và (SCD).

Vì $ABCD$ là hình thang có đáy lớn AD nên AB và CD không song song. Gọi $E=AB\cap CD$. Khi đó

$$E\in AB\subset(SAB),\qquad E\in CD\subset(SCD).$$

Suy ra E là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng.

Vậy $(SAB)\cap(SCD)=SE$.

b) Gọi I là trung điểm của BC. Vì M là trọng tâm tam giác ABC nên $M\in AI$ và $\dfrac{IM}{IA}=\dfrac{1}{3}$.

Vì N là trọng tâm tam giác SBC nên $N\in SI$ và $\dfrac{IN}{IS}=\dfrac{1}{3}$.

Trong tam giác IAS có $\dfrac{IM}{IA} = \dfrac{IN}{IS}$ nên $MN // SA$ (định lí Thalès đảo).

Mà $SA \subset (SAB)$ nên $MN // (SAB)$

Vậy $MN // (SAB)$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 8
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

(A) $y=\cot x$.
(B) $y=x^3-x$.
(C) $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.
(D) $y=\sqrt{x^2-1}$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y=x^3-x$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$. Các hàm còn lại đều không xác định trên toàn bộ $\mathbb{R}$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) và (v_n) thoả $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=2$ và $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=-4$. Tính $\lim(u_n+v_n)$ bằng

(A) 2.
(B) -6.
(C) -2.
(D) 6.

Hướng dẫn giải. Ta có $\lim(u_n+v_n)=\lim u_n+\lim v_n=2+(-4)=-2$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và $u_2=2$. Công sai d của cấp số cộng đã cho là

(A) $d=4$.
(B) $d=-4$.
(C) $d=-1$.
(D) $d=3$.

Hướng dẫn giải. Công sai $d=u_2-u_1=2-(-2)=4$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng CD?

(A) $(ABCD)$.
(B) (SBC).
(C) (SDA).
(D) (SAB).

Hướng dẫn giải. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $CD//AB$. Mà $AB\subset(SAB)$ và $CD\not\subset(SAB)$ nên $CD//(SAB)$.

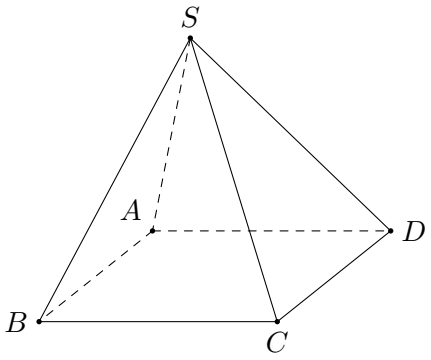
Các mặt phẳng $(ABCD)$, (SBC), (SDA) đều chứa CD hoặc cắt CD nên không thoả.

Câu 5. Phương trình $\sin x=0$ có nghiệm là

(A) $\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.
(B) $\{k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\}$.
(C) $\mathbb{R}$.
(D) $\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ (như hình vẽ).



Giao tuyến của (SAC) và (SAD) là

Ⓐ SC. Ⓑ SD. Ⓒ SA. Ⓓ SB.

Hướng dẫn giải. Hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) có hai điểm chung phân biệt là S và A.

Vậy $(SAC) \cap (SAD) = SA$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Phát biểu nào sau đây đúng?

Ⓐ AD và BC chéo nhau.
Ⓑ AD và BC song song.
Ⓒ AD và BC cắt nhau.
Ⓓ Có mặt phẳng chứa AD và BC.

Hướng dẫn giải. Trong tứ diện $ABCD$, hai cạnh đối diện AD và BC không cùng nằm trong một mặt phẳng nào. Do đó AD và BC chéo nhau.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Mặt phẳng (AA_1D_1) song song với mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ (BCA_1). Ⓑ (A_1C_1C). Ⓒ (BCC_1). Ⓓ (ACB_1).

Hướng dẫn giải. Mặt phẳng (AA_1D_1) chính là mặt phẳng (ADD_1A_1). Trong hình hộp, hai mặt đối diện song song với nhau nên $(ADD_1A_1)//(BCC_1B_1)$, tức là $(AA_1D_1)//(BCC_1)$.

Câu 9. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ thoả mãn $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = a > 0$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = -\infty$. Giá trị của $\lim\limits_{x\to x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ $+\infty$. Ⓓ $-\infty$.

Hướng dẫn giải. Vì $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = a > 0$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = -\infty$ nên $\lim\limits_{x\to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = -\infty$.

Câu 10. Tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ là

Ⓐ $(-1;1)$. Ⓑ $\mathbb{R}$. Ⓒ $[-1;1]$. Ⓓ $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $-1 \le \sin x \le 1$ với mọi x nên tập giá trị của hàm số là $[-1;1]$.

Câu 11. Kết quả của $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ $-\infty$. Ⓒ $\dfrac{2}{3}$. Ⓓ $+\infty$.

Hướng dẫn giải. Vì $\left|\frac{2}{3}\right| < 1$ nên $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$.

Câu 12. Chiều cao (đơn vị: cm) của học sinh lớp 11A được cho trong bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	2	5	12	11	6	4

Tìm chiều cao trung bình của học sinh lớp 11A là

Ⓐ 162,75. Ⓑ 162,35. Ⓒ 163,5. Ⓓ 160,75.

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện của các nhóm là 147,5; 152,5; 157,5; 162,5; 167,5; 172,5. Cỡ mẫu $n = 2+5+12+11+6+4 = 40$.

Chiều cao trung bình là

$$\overline{x} = \frac{147{,}5\cdot 2 + 152{,}5\cdot 5 + 157{,}5\cdot 12 + 162{,}5\cdot 11 + 167{,}5\cdot 6 + 172{,}5\cdot 4}{40} = \frac{6430}{40} = 160{,}75 \text{ (cm)}.$$

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

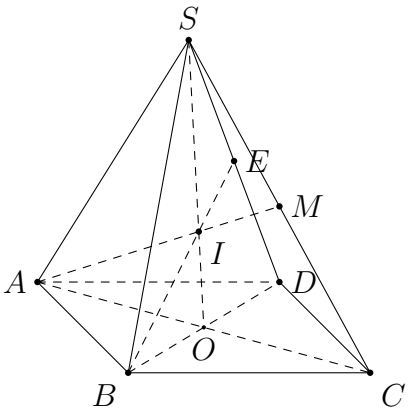
Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SC. Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD). Khi đó:

a) $\dfrac{IA}{IM} = 3$.

b) Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB. Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$.

c) $AM \cap SO = I$.

d) Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI.



Hướng dẫn giải. - Xét tam giác SAC có SO và AM là hai đường trung tuyến (vì O là tâm hình bình hành nên O là trung điểm AC, M là trung điểm SC). Do đó $I = AM \cap SO$ là trọng tâm tam giác SAC.

$\Rightarrow \dfrac{IA}{IM} = 2$. Vậy khẳng định a) sai.

- Vì $I \in SO$ và $SO \subset (SBD)$ nên I là giao điểm của AM và (SBD). Khẳng định c) đúng.

- Điểm $N \in AB \Rightarrow N \in (SNC)$ (vì S, C, N tạo thành một mặt phẳng). Vì $M \in SC$ nên $M \in (SNC)$. Suy ra đường thẳng $MN \subset (SNC)$. Do đó giao điểm của MN và (SBD) phải thuộc giao tuyến của (SNC) và (SBD). Khẳng định b) đúng.

- Trong mặt phẳng (SBD), đường thẳng BI cắt SD tại E. Vì $BI \subset (ABM)$ (do $B, I \in (ABM)$)

nên E chính là giao điểm của SD và (ABM). Khẳng định d) đúng.

Bài 2. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-5x+2}{x-2}$.

a) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=f(2)$.

b) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\dfrac{3}{2}$.

c) Hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

d) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-3}{\sqrt{5x-1}-3}=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$; $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của a^2+b^2+1 bằng 170.

Hướng dẫn giải. Ta có $2x^2-5x+2=(2x-1)(x-2)$ nên với $x\neq 2$ thì $f(x)=\dfrac{(2x-1)(x-2)}{x-2}=2x-1$.

a) Sai. Hàm số không xác định tại $x=2$ nên không tồn tại $f(2)$. Do đó không thể có $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=f(2)$ (thực tế $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}(2x-1)=3$).

b) Sai. $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}(2x-1)=3\neq\dfrac{3}{2}$.

c) Đúng. Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}=(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$. Hàm số là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên từng khoảng của tập xác định, tức là liên tục trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

d) Đúng. Với $x\neq 2$ ta có $f(x)-3=2x-1-3=2(x-2)$ và

$$\sqrt{5x-1}-3=\frac{(5x-1)-9}{\sqrt{5x-1}+3}=\frac{5(x-2)}{\sqrt{5x-1}+3}.$$

Suy ra

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{\sqrt{5x-1}-3}=\lim_{x\to 2}\frac{2(x-2)\left(\sqrt{5x-1}+3\right)}{5(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{2\left(\sqrt{5x-1}+3\right)}{5}=\frac{2\cdot 6}{5}=\frac{12}{5}.$$

Vậy $a=12$, $b=5$ (phân số $\dfrac{12}{5}$ tối giản), do đó $a^2+b^2+1=144+25+1=170$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Biết kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(7x-\sqrt{49x^2-2025x+8}\right)=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$, $b\neq 0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a-100b$ bằng bao nhiêu?

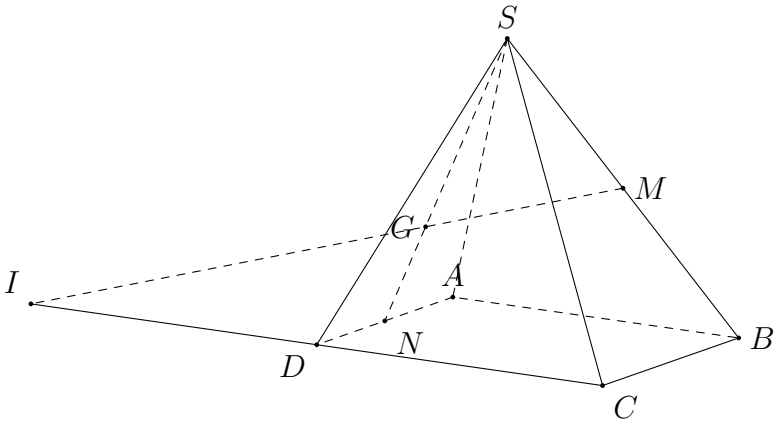
Hướng dẫn giải. Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}\left(7x-\sqrt{49x^2-2025x+8}\right)&=\lim_{x\to+\infty}\frac{49x^2-(49x^2-2025x+8)}{7x+\sqrt{49x^2-2025x+8}}\\&=\lim_{x\to+\infty}\frac{2025x-8}{7x+\sqrt{49x^2-2025x+8}}\\&=\lim_{x\to+\infty}\frac{2025-\dfrac{8}{x}}{7+\sqrt{49-\dfrac{2025}{x}+\dfrac{8}{x^2}}}=\frac{2025}{14}.\end{aligned}$$

Vì $2025=3^4\cdot 5^2$ và $14=2\cdot 7$ nên $\dfrac{2025}{14}$ tối giản. Suy ra $a=2025$, $b=14$.

Vậy $a-100b=2025-1400=625$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD, M là trung điểm của SB. Đường thẳng GM cắt mặt phẳng $(ABCD)$ tại I. Tính tỉ số $\dfrac{GM}{GI}$.



Hướng dẫn giải. Gọi N là trung điểm AD. Khi đó $G \in SN$ và $SG = \dfrac{2}{3}SN$.

Vì $G \in SN$, $M \in SB$ nên $GM \subset (SBN)$. Mà $(SBN) \cap (ABCD) = BN$ và $I = GM \cap (ABCD)$ nên $I \in BN$.

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác SBN với ba điểm thẳng hàng M, G, I:

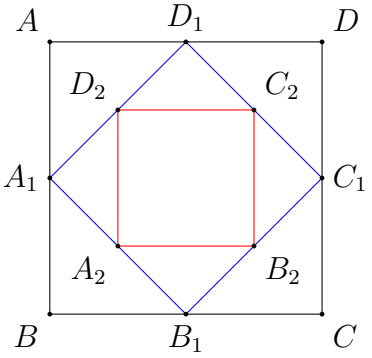
$$\frac{MS}{MB} \cdot \frac{IB}{IN} \cdot \frac{GN}{GS} = 1 \Rightarrow 1 \cdot \frac{IB}{IN} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{IB}{IN} = 2.$$

Vì I nằm ngoài đoạn BN nên N là trung điểm của BI.

Trong tam giác SBI: SN là trung tuyến (vì N là trung điểm BI), IM là trung tuyến (vì M là trung điểm SB). Hai trung tuyến này cắt nhau tại G nên G là trọng tâm tam giác SBI.

Suy ra $GI = 2GM$, tức là $\dfrac{GM}{GI} = \dfrac{1}{2}$.

Bài 3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a_1 và có diện tích S_1. Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2. Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3, ... và cứ tiếp tục làm như thế. Giả sử quá trình trên kéo dài vô hạn. Tính tổng diện tích các hình vuông được tạo thành nếu $a_1 = 4$ cm.



Hướng dẫn giải. Hình vuông thứ nhất có cạnh $a_1 = 4$ nên $S_1 = 16$.

Gọi a_n là cạnh của hình vuông thứ n. Hình vuông thứ $n+1$ có cạnh bằng đường chéo của hình vuông có cạnh $\dfrac{a_n}{2}$, tức là $a_{n+1} = \dfrac{a_n\sqrt{2}}{2}$. Do đó

$$S_{n+1} = \frac{a_n^2}{2} = \frac{1}{2}S_n.$$

Dãy (S_n) là cấp số nhân lùi vô hạn với $S_1 = 16$, công bội $q = \dfrac{1}{2}$. Tổng diện tích các hình vuông là

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots = \frac{S_1}{1-q} = \frac{16}{1-\frac{1}{2}} = 32 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau.

a) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} \dfrac{1-4x^2}{6x^2-5x+1}$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+2x}+3x}{\sqrt{4x^2+1}-x+3}$.

Hướng dẫn giải. **a)** Ta có $1-4x^2=(1-2x)(1+2x)$ và $6x^2-5x+1=(2x-1)(3x-1)$. Do đó

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{1-4x^2}{6x^2-5x+1}=\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{(1-2x)(1+2x)}{(2x-1)(3x-1)}=\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{-(1+2x)}{3x-1}=\frac{-2}{\frac{1}{2}}=-4.$$

b) Với $x<0$ ta có $\sqrt{x^2+2x}=-x\sqrt{1+\dfrac{2}{x}}$ và $\sqrt{4x^2+1}=-x\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}$. Chia cả tử và mẫu cho x:

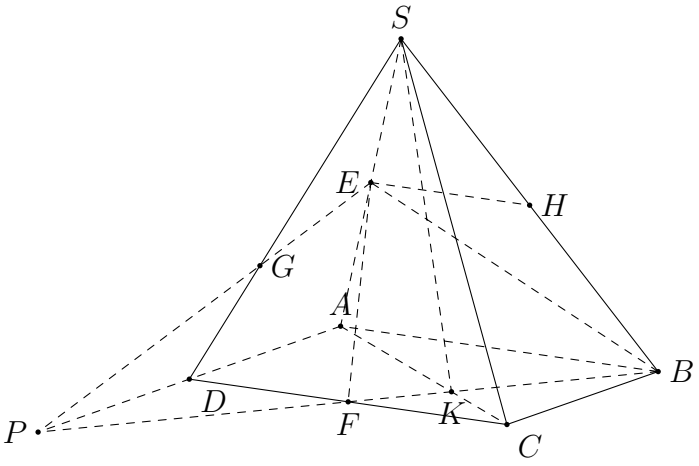
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x}+3x}{\sqrt{4x^2+1}-x+3}=\lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{1+\dfrac{2}{x}}+3}{-\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}-1+\dfrac{3}{x}}=\frac{-1+3}{-2-1}=-\frac{2}{3}.$$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F, H lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, CD và SB.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBF).

b) Chứng minh đường thẳng EH song song với mặt phẳng (SCD).

c) Gọi G là giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (BEF). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích tam giác SEG và diện tích tam giác SAD. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.



Hướng dẫn giải. **a)** Ta có S là điểm chung của (SAC) và (SBF).

Gọi $K=AC\cap BF$ (trong mặt phẳng $(ABCD)$). Khi đó $K\in AC\subset(SAC)$ và $K\in BF\subset(SBF)$, nên K là điểm chung thứ hai.

Vậy giao tuyến của (SAC) và (SBF) là đường thẳng SK.

b) Trong tam giác SAB, E, H lần lượt là trung điểm của SA, SB nên EH là đường trung bình, suy ra $EH//AB$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AB//CD$. Do đó $EH//CD$.

Mà $CD\subset(SCD)$ và $EH\not\subset(SCD)$ nên $EH//(SCD)$.

c) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $P = BF \cap AD$. Vì F là trung điểm CD và $BC // DP$ nên $\triangle FDP = \triangle FCB$, suy ra $DP = CB = AD$. Do đó D là trung điểm của AP.

Ta có $P \in AD \subset (SAD)$ và $P \in BF \subset (BEF)$; mặt khác $E \in (SAD) \cap (BEF)$ nên $(SAD) \cap (BEF) = EP$.

Trong mặt phẳng (SAD), gọi $G = EP \cap SD$. Khi đó $G = SD \cap (BEF)$.

Trong tam giác SAP: SD là trung tuyến (vì D là trung điểm AP), PE là trung tuyến (vì E là trung điểm SA). Do đó G là trọng tâm tam giác SAP, suy ra $\dfrac{SG}{SD} = \dfrac{2}{3}$.

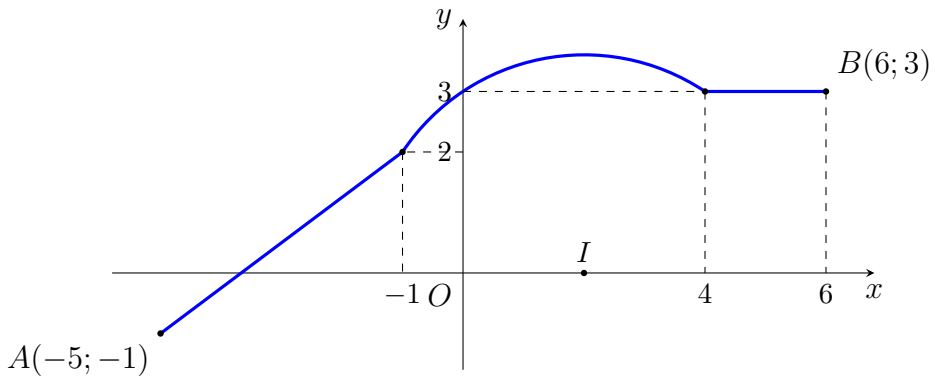
Ta có $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{S_{SEG}}{S_{SAD}} = \dfrac{SE}{SA} \cdot \dfrac{SG}{SD} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$.

Bài 3. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là (C) xác định trên $[-5;6]$ bởi công thức

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{4}x + \dfrac{11}{4} & \text{khi } -5 \le x < -1 \\ \sqrt{13-(x-2)^2} & \text{khi } -1 \le x \le 4 \\ 3 & \text{khi } 4 < x \le 6. \end{cases}$$

Một con kiến bò từ điểm A có hoành độ bằng -5 và nó chỉ đi chuyển trên (C). Gọi $B \in (C)$ là điểm có hoành độ lớn nhất mà con kiến có thể tới được, con kiến sẽ dừng lại nếu đường đi bị gián đoạn. Tính quãng đường kiến di chuyển từ A đến B (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Hướng dẫn giải.



Ta xét tính liên tục của hàm số trên $[-5;6]$.

Trên mỗi khoảng $(-5;-1)$, $(-1;4)$, $(4;6)$ hàm số liên tục (hàm đa thức, hàm căn thức và hàm hằng).

- Tại $x = -1$: $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = \dfrac{3}{4}(-1) + \dfrac{11}{4} = 2$ và $f(-1) = \sqrt{13-9} = 2 = \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$.
- Tại $x = 4$: $f(4) = \sqrt{13-4} = 3 = \lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 4^+} f(x)$.

Vậy hàm số liên tục trên $[-5;6]$, đồ thị không bị gián đoạn nên con kiến đi được đến điểm có hoành độ $x = 6$. Do đó $A(-5;-1)$ và $B(6;3)$.

Quãng đường kiến đi gồm ba đoạn:

- Đoạn thẳng từ $A(-5;-1)$ đến $M(-1;2)$: $AM = \sqrt{4^2+3^2} = 5$.
- Cung tròn của đường tròn tâm $I(2;0)$, bán kính $R = \sqrt{13}$ (nửa trên) từ $M(-1;2)$ đến $N(4;3)$. Ta có $\overrightarrow{IM} = (-3;2)$, $\overrightarrow{IN} = (2;3)$ nên $\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{IN} = -6+6 = 0$, suy ra $\widehat{MIN} = 90°$. Độ dài cung MN là $\dfrac{\pi}{2} \cdot \sqrt{13} \approx 5{,}66$.

◈ Đoạn thẳng từ $N(4;3)$ đến $B(6;3)$: $NB = 2$.

Vậy quãng đường kiến đi là

$$5 + \frac{\pi\sqrt{13}}{2} + 2 \approx 12{,}66 \approx 12{,}7.$$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 9
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=1$ và $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2026$. Giá trị của $f(1)$ bằng

Ⓐ 2025. Ⓑ 1. Ⓒ 2026. Ⓓ 2024.

Hướng dẫn giải. Vì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ nên $f(1)=\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2026$.

Câu 2. Xét các khẳng định sau:
(I) Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
(II) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng bất kì thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
(III) Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng.
(IV) Phép chiếu song song giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.
Trong các khẳng định trên, số khẳng định đúng là

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. (I) Đúng.

(II) Sai, vì chỉ hai đường thẳng **song song** mới biến thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau; hai đường thẳng bất kì có thể biến thành hai đường thẳng cắt nhau.

(III) Sai, vì đường thẳng song song với phương chiếu bị biến thành một điểm.

(IV) Đúng.

Vậy có 2 khẳng định đúng.

Câu 3. Thống kê điểm trung bình môn Toán của 31 bạn học sinh lớp 11B được cho trong bảng sau:

Điểm	$[2;3{,}5)$	$[3{,}5;5)$	$[5;6{,}5)$	$[6{,}5;8)$	$[8;9{,}5)$
Số học sinh	1	1	10	15	4

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm

Ⓐ $[3{,}5;5)$. Ⓑ $[5;6{,}5)$. Ⓒ $[8;9{,}5)$. Ⓓ $[6{,}5;8)$.

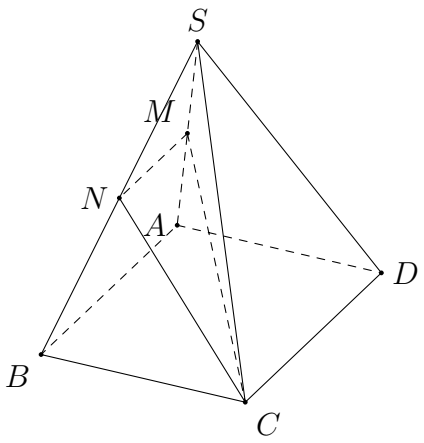
Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n=31$, nên trung vị là giá trị thứ 16.

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là 1; 2; 12; 27; 31.

Vì $12<16\le 27$ nên trung vị thuộc nhóm $[6{,}5;8)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB (tham khảo hình vẽ).
Đường thẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (CMN)?

Ⓐ CD. Ⓑ CM. Ⓒ MN. Ⓓ AB.



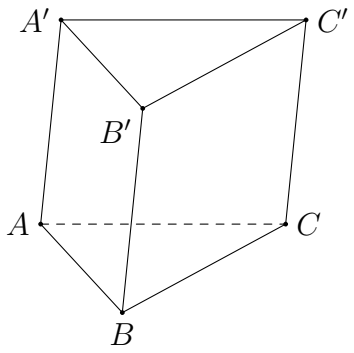
Hướng dẫn giải. MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN//AB$. Mà $AB//CD$ nên $MN//CD$. Do đó $CD \subset (CMN)$, tức (CMN) chính là mặt phẳng $(MNCD)$.

Các đường CD, CM, MN đều nằm trong mặt phẳng (CMN).

Đường $AB//MN$, $MN \subset (CMN)$ và $AB \not\subset (CMN)$ nên $AB//(CMN)$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình vẽ). Hình chiếu song song của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) theo phương CC' là

Ⓐ điểm A'. Ⓑ điểm C. Ⓒ điểm A. Ⓓ điểm B.



Hướng dẫn giải. Vì $AA'//CC'$ (hai cạnh bên của lăng trụ) và $A \in (ABC)$ nên hình chiếu song song của A' trên (ABC) theo phương CC' là điểm A.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

Ⓐ Các mặt bên của hình hộp đã cho là hình bình hành.
Ⓑ Đáy của hình hộp đã cho là hình chữ nhật.
Ⓒ Các cạnh bên của hình hộp đã cho bằng nhau.
Ⓓ Các cạnh bên của hình hộp đã cho song song với nhau.

Hướng dẫn giải. Hình hộp có tất cả các mặt là hình bình hành, các cạnh bên song song và bằng nhau. Đáy của hình hộp chỉ là hình bình hành, chưa chắc là hình chữ nhật.

Vậy khẳng định sai là "Đáy của hình hộp đã cho là hình chữ nhật".

Câu 7. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số thực a khi n dần tới dương vô cực, nếu

Ⓐ $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n + a) = 0$. Ⓑ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.
Ⓒ $\lim\limits_{n\to+\infty} a = 0$. Ⓓ $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - a) = 0$.

Hướng dẫn giải. Theo định nghĩa, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - a) = 0$.

Câu 8. Cho $g(t) = t^2$. Giới hạn $\lim\limits_{t\to 7}\dfrac{g(t) - g(7)}{t - 7}$ bằng

Ⓐ 7. Ⓑ 49. Ⓒ 98. Ⓓ 14.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{t\to 7}\dfrac{g(t)-g(7)}{t-7}=\lim\limits_{t\to 7}\dfrac{t^2-49}{t-7}=\lim\limits_{t\to 7}(t+7)=14.$

Câu 9. Để chuẩn bị cho gian hàng tại Hội chợ Xuân Bính Ngọ 2026 của một trường THPT, nhóm học sinh của lớp 11A đã tiến hành khảo sát 120 học sinh về nhu cầu mua sản phẩm ở mức giá nào và thu được kết quả sau:

Mức giá (nghìn đồng)	$[10;30)$	$[30;50)$	$[50;70)$	$[70;90)$	$[90;110)$
Số học sinh	15	28	42	25	10

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là

Ⓐ 42. Ⓑ 61. Ⓒ 30. Ⓓ 59.

Hướng dẫn giải. Nhóm có tần số lớn nhất là $[50;70)$ (tần số 42), nhóm đứng trước có tần số 28, nhóm đứng sau có tần số 25.

Mốt của mẫu số liệu là

$$M_o=50+\frac{42-28}{(42-28)+(42-25)}\cdot 20=50+\frac{14}{31}\cdot 20\approx 59.$$

Câu 10. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=\cot x$. Ⓑ $y=\dfrac{1}{x}$. Ⓒ $y=x^2$. Ⓓ $y=\tan x$.

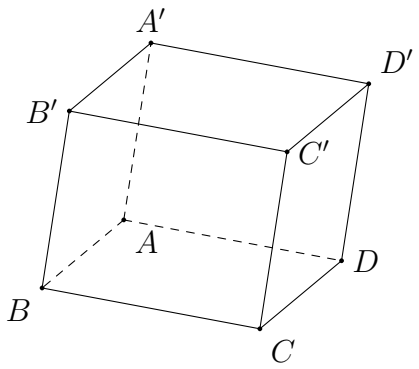
Hướng dẫn giải. Hàm đa thức $y=x^2$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Các hàm $y=\cot x$, $y=\dfrac{1}{x}$, $y=\tan x$ không xác định tại một số điểm của $\mathbb{R}$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).

Mặt phẳng (ABA') song song với mặt phẳng

Ⓐ $(CC'D')$. Ⓑ $(BB'A')$. Ⓒ $(AA'C')$. Ⓓ (ADD').



Hướng dẫn giải. Mặt phẳng (ABA') chính là mặt phẳng $(ABB'A')$.

Trong hình hộp, hai mặt đối diện song song với nhau. Mặt đối diện với $(ABB'A')$ là $(DCC'D')$, cũng chính là mặt phẳng $(CC'D')$.

Các mặt phẳng $(BB'A')$ trùng với (ABA'); $(AA'C')$ và (ADD') cắt (ABA') theo giao tuyến AA'.

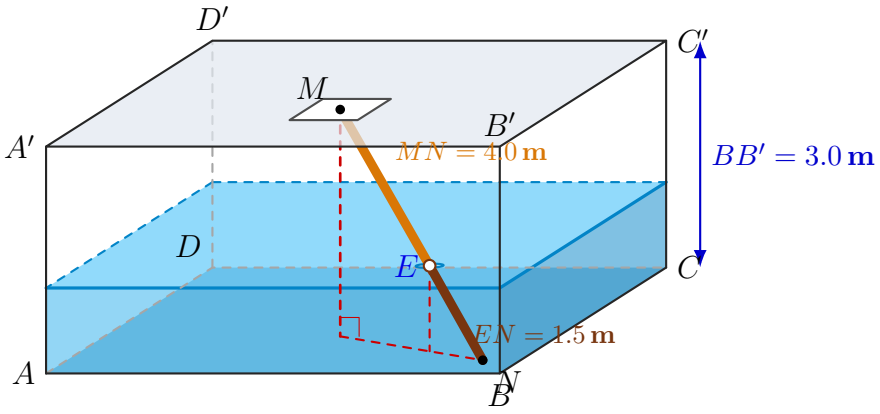
Câu 12. Cho hai đường thẳng b không nằm trong mặt phẳng (P), a nằm trong (P) và b song song với đường thẳng a. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ b song song với (P). Ⓑ b cắt (P).
Ⓒ b nằm trong (P). Ⓓ a song song với (P).

Hướng dẫn giải. Ta có $b//a$, $a\subset(P)$ và $b\not\subset(P)$ nên $b//(P)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một chiếc bể có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao $BB' = 3$ m. Bác Hà đặt một thanh gỗ $MN = 4$ m vào trong bể sao cho một đầu M của thanh gỗ dựa vào mép của nắp bể $(A'B'C'D')$, đầu còn lại N nằm trên đáy bể $(ABCD)$ (xem hình vẽ). Sau đó bác Hà rút thanh gỗ ra ngoài và đo được độ dài của phần thanh gỗ bị ngâm trong nước là $EN = 1{,}5$ m.



a) AB không song song với mặt phẳng $(CC'D'D)$.

b) $A'B'$ song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

c) Chiều cao mực nước trong bể là $TB = 2$ m.

d) Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Hướng dẫn giải. **a) Sai.** Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AB//CD$. Mà $CD \subset (CC'D'D)$ và $AB \not\subset (CC'D'D)$ nên $AB//(CC'D'D)$.

b) Đúng. Vì $A'B'C'D'.ABCD$ là hình hộp chữ nhật nên $A'B'//AB$. Mà $AB \subset (ABCD)$ và $A'B' \not\subset (ABCD)$ nên $A'B'//(ABCD)$.

c) Sai. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên $(ABCD)$ thì $MH = BB' = 3$ m. Gọi T là hình chiếu vuông góc của E trên $(ABCD)$, khi đó $ET//MH$ và ET chính là chiều cao mực nước.

Trong tam giác NMH, theo định lí Thales:

$$\frac{ET}{MH} = \frac{NE}{NM} = \frac{1{,}5}{4} \Rightarrow ET = \frac{1{,}5}{4} \cdot 3 = 1{,}125 \text{ (m)}.$$

Vậy chiều cao mực nước là 1,125 m, không phải 2 m.

d) Đúng. Hai mặt đáy của hình hộp chữ nhật nằm trong hai mặt phẳng song song, tức là $(A'B'C'D')//(ABCD)$.

Bài 2. Cho hai dãy số $u_n = 2026 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$ và $v_n = \frac{2n^2 - 2n + 2}{n+1}$.

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2026$.

b) Cho số thực b thỏa mãn $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n - 2n + b) = 0$. Giá trị của $b^2 - b$ bằng 20.

c) $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n + v_n) = 2027$.

d) $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 2$.

Hướng dẫn giải. **a) Đúng.** Vì $0 < \frac{2}{3} < 1$ nên $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$.

Do đó $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2026 - 0 = 2026$.

b) Sai. Ta có

$$v_n - 2n = \frac{2n^2 - 2n + 2 - 2n(n+1)}{n+1} = \frac{-4n+2}{n+1} \Rightarrow \lim_{n\to+\infty}(v_n - 2n) = \lim_{n\to+\infty}\frac{-4+\frac{2}{n}}{1+\frac{1}{n}} = -4.$$

Do đó $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n - 2n + b) = -4 + b = 0$, suy ra $b = 4$.

Khi đó $b^2 - b = 16 - 4 = 12 \neq 20$.

c) Sai. Ta có $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2n - 2 + \frac{2}{n}}{1+\frac{1}{n}} = +\infty$ và $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2026$.

Do đó $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n + v_n) = +\infty \neq 2027$.

d) Sai. Theo câu c), $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Một bệnh nhân hàng ngày uống một viên thuốc 100 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống thuốc, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%. Tuy nhiên, kể từ ngày thứ 11 trở đi, do khả năng đào thải của cơ thể thay đổi nên trước mỗi lần uống thuốc, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể chỉ còn 2%. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

Hướng dẫn giải. Gọi u_n (mg) là lượng thuốc trong cơ thể ngay sau lần uống ở ngày thứ n. Khi đó $u_1 = 100$ và

- với $2 \le n \le 10$: $u_n = 100 + 0{,}05u_{n-1}$;
- với $n \ge 11$: $u_n = 100 + 0{,}02u_{n-1}$.

Với $n \ge 11$, ta có

$$u_n - \frac{100}{0{,}98} = 0{,}02\left(u_{n-1} - \frac{100}{0{,}98}\right).$$

Do đó $\left(u_n - \dfrac{5000}{49}\right)$ là cấp số nhân với công bội 0,02, nên $u_n - \dfrac{5000}{49} \to 0$ khi $n \to +\infty$.

Cách khác: đặt $L = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n$, từ $u_n = 100 + 0{,}02u_{n-1}$ suy ra

$$L = 100 + 0{,}02L \Rightarrow L = \frac{100}{0{,}98} = \frac{5000}{49} \approx 102{,}04.$$

Vậy khi sử dụng thuốc trong thời gian dài, lượng thuốc trong cơ thể (ngay sau khi uống) xấp xỉ 102,04 mg.

Bài 2. Lớp 11A có 40 học sinh trả lời 30 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê theo bảng sau:

Số câu trả lời đúng	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số học sinh	4	m	8	n	4

Trong đó m, n lần lượt là số học sinh của nhóm $[10;15)$ và $[20;25)$. Biết tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_1 = \dfrac{35}{2}$. Tính giá trị của $m + 2n$.

Hướng dẫn giải. Vì có 40 học sinh nên $4 + m + 8 + n + 4 = 40$, suy ra $m + n = 24$.

Cỡ mẫu $N = 40$, $\dfrac{N}{4} = 10$. Tần số tích lũy của nhóm $[5;10)$ là 4, của nhóm $[10;15)$ là $4+m$. Vì $Q_1 = \dfrac{35}{2} = 17{,}5 \in [15;20)$ nên nhóm chứa Q_1 là $[15;20)$, với $4+m < 10 \le 4+m+8$.

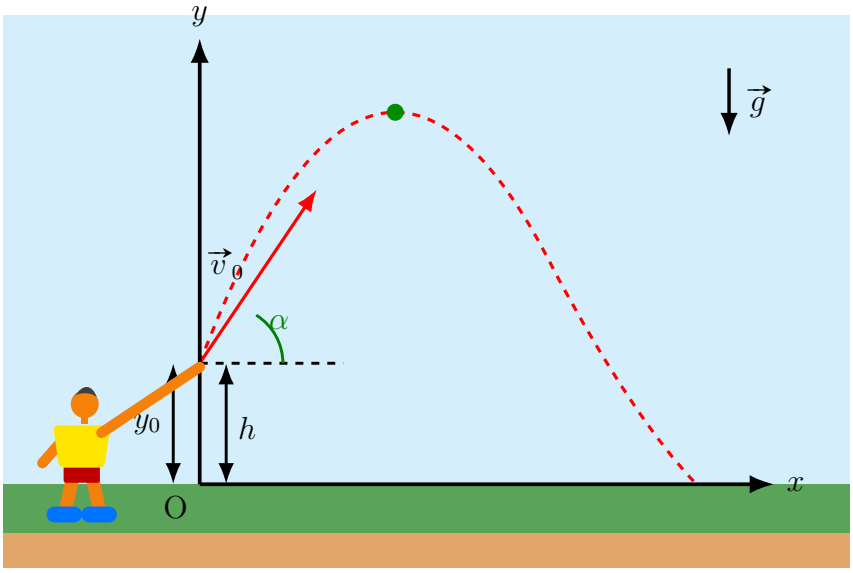
Áp dụng công thức:

$$Q_1 = 15 + \frac{10-(4+m)}{8}\cdot 5 = \frac{35}{2} \Rightarrow \frac{6-m}{8}\cdot 5 = \frac{5}{2} \Rightarrow 6-m = 4 \Rightarrow m = 2.$$

Suy ra $n = 24 - 2 = 22$.

Vậy $m + 2n = 2 + 2\cdot 22 = 46$.

Bài 3. Một vận động viên có chiều cao 1m75 thực hiện ném tạ với vận tốc ban đầu $v_0 = 30\text{m/s}$. Đạt thành tích 15m. Gọi α là góc ném của vận động viên hợp với mặt đất (tham khảo hình vẽ). Coi gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$. Tính giá trị của $|\cos 2\alpha|$.



Hướng dẫn giải. Quỹ đạo của tạ khi ném xiên là một phần của đồ thị hàm số $y = -\dfrac{g}{2v_0^2\cdot\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha\cdot x + y_0$.

Thành tích của vận động viên đạt được là giá trị của hoành độ x_0 sao cho $y(x_0) = 0$.

Khi đó ta có: $-\dfrac{10}{2\cdot 30^2\cdot\cos^2\alpha}\cdot 15^2 + \tan\alpha\cdot 15 + 1{,}75 = 0$

$\Leftrightarrow -\dfrac{1{,}25}{\cos^2\alpha} + 15\tan\alpha + 1{,}75 = 0 \Leftrightarrow -1{,}25(\tan^2\alpha+1) + 15\tan\alpha + 1{,}75 = 0$

$$\Leftrightarrow -1{,}25\tan^2\alpha + 15\tan\alpha + 0{,}5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan\alpha = \dfrac{30+\sqrt{910}}{5}\ \text{(TM)}\\ \tan\alpha = \dfrac{30-\sqrt{910}}{5}\ \text{(L)}\end{array}\right.$$

Ta có $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \dfrac{2}{\tan^2\alpha+1} - 1$.

Với $\tan\alpha = \dfrac{30+\sqrt{910}}{5}$ suy ra $|\cos 2\alpha| \approx 0{,}99$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases}\dfrac{2x^2-7x-15}{x-5} & \text{khi } x \ne 5\\ -3 & \text{khi } x = 5.\end{cases}$ Xét tính liên tục của hàm số $f(x)$ tại $x_0 = 5$.

Hướng dẫn giải. Hàm số xác định tại $x_0 = 5$ và $f(5) = -3$.

Ta có $2x^2 - 7x - 15 = (x-5)(2x+3)$ nên

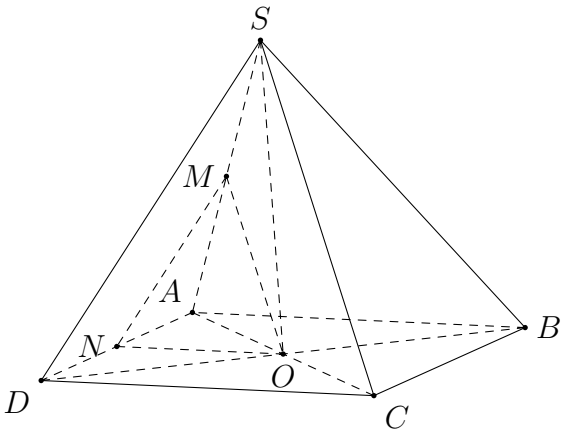
$$\lim_{x\to 5} f(x) = \lim_{x\to 5} \frac{(x-5)(2x+3)}{x-5} = \lim_{x\to 5}(2x+3) = 13.$$

Vì $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = 13 \neq -3 = f(5)$ nên hàm số $f(x)$ không liên tục tại $x_0 = 5$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và AD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Chứng minh rằng: đường thẳng SC song song với mặt phẳng (OMN).



Hướng dẫn giải. **a)** Ta có S là điểm chung thứ nhất của (SAC) và (SBD).

Vì $O = AC \cap BD$ nên $O \in AC \subset (SAC)$ và $O \in BD \subset (SBD)$, do đó O là điểm chung thứ hai.

Vậy $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

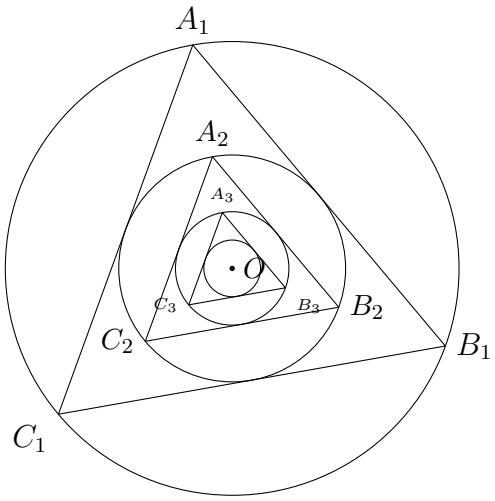
b) Vì $ABCD$ là hình bình hành tâm O nên O là trung điểm của AC.

Trong tam giác SAC, M là trung điểm SA, O là trung điểm AC nên OM là đường trung bình, suy ra $OM // SC$.

Mà $OM \subset (OMN)$ và $SC \not\subset (OMN)$ nên $SC // (OMN)$.

Bài 3. Cho tam giác đều $A_1B_1C_1$ nội tiếp đường tròn tâm O bán kính là $R = 6\,\text{cm}$. Người ta vẽ đường tròn nội tiếp tam giác $A_1B_1C_1$ rồi dựng tam giác đều $A_2B_2C_2$. Tiếp theo người ta vẽ đường tròn nội tiếp tam giác $A_2B_2C_2$ rồi dựng tam giác đều $A_3B_3C_3$. Cứ tiếp tục quá trình như vậy. Gọi

$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$ lần lượt là diện tích các tam giác đều $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \ldots, A_nB_nC_n, \ldots$



Tính tổng diện tích $S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n + \ldots$

✍ *Hướng dẫn giải.* Tam giác đều $A_1B_1C_1$ nội tiếp đường tròn bán kính $R = 6$ nên cạnh $A_1B_1 = R\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$. Do đó

$$S_1 = \frac{\left(6\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{108\sqrt{3}}{4} = 27\sqrt{3}\ (\text{cm}^2).$$

Với tam giác đều, bán kính đường tròn nội tiếp bằng một nửa bán kính đường tròn ngoại tiếp. Đường tròn nội tiếp tam giác $A_1B_1C_1$ có bán kính $\dfrac{R}{2}$, và đó cũng là đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_2B_2C_2$. Vậy tam giác $A_2B_2C_2$ có cạnh bằng $\dfrac{1}{2}$ cạnh tam giác $A_1B_1C_1$.

Tương tự, cạnh của mỗi tam giác bằng $\dfrac{1}{2}$ cạnh của tam giác trước nó, nên diện tích giảm đi 4 lần:

$$S_{n+1} = \frac{1}{4}S_n.$$

Dãy (S_n) là cấp số nhân lùi vô hạn với $S_1 = 27\sqrt{3}$, công bội $q = \dfrac{1}{4}$. Suy ra

$$S = \frac{S_1}{1-q} = \frac{27\sqrt{3}}{1-\frac{1}{4}} = 36\sqrt{3}\ (\text{cm}^2).$$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 10
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

Ⓐ $q = -2$. Ⓑ $q = -4$. Ⓒ $q = 4$. Ⓓ $q = 2$.

Hướng dẫn giải. Từ $u_{20} = 8u_{17}$ suy ra $u_1 q^{19} = 8u_1 q^{16}$, nên $q^3 = 8$, do đó $q = 2$.

(Kiểm tra: $u_1 + u_5 = u_1(1 + 2^4) = 17u_1 = 272 \Rightarrow u_1 = 16$, thỏa mãn.)

Câu 2. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm bằng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Ⓐ 11. Ⓑ 12. Ⓒ 13. Ⓓ 10.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 20$, $\dfrac{3n}{4} = 15$.

Tần số tích lũy: 2; 9; 16; 19; 20. Vì $9 < 15 \leq 16$ nên nhóm chứa Q_3 là $[9;11)$.

$$Q_3 = 9 + \frac{15-9}{7} \cdot 2 = 9 + \frac{12}{7} \approx 10{,}71 \approx 11.$$

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) đi qua MN, cắt AD, BC lần lượt tại P và Q. Gọi I là giao điểm MP và NQ. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

Ⓐ I, B, D. Ⓑ I, A, C. Ⓒ I, A, B. Ⓓ I, D, C.

Hướng dẫn giải. Ta có $I \in MP$ mà $MP \subset (ABD)$ (vì $M \in AB$, $P \in AD$) nên $I \in (ABD)$.

Lại có $I \in NQ$ mà $NQ \subset (BCD)$ (vì $N \in CD$, $Q \in BC$) nên $I \in (BCD)$.

Suy ra I thuộc giao tuyến của (ABD) và (BCD), đó là đường thẳng BD. Vậy I, B, D thẳng hàng.

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Ⓐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓑ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓒ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓓ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải. Hàm số xác định khi $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)\neq 0$, tức là

$$2x-\frac{\pi}{4}\neq\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow 2x\neq\frac{3\pi}{4}+k\pi \Leftrightarrow x\neq\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}.$$

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$; $AC\cap BD=O$, $A'C'\cap B'D'=O'$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(AB'D')$ là đường thẳng nào sau đây?

Ⓐ $A'O$. Ⓑ AO'. Ⓒ $A'C'$. Ⓓ $B'D'$.

Hướng dẫn giải. Điểm A là điểm chung thứ nhất của $(ACC'A')$ và $(AB'D')$.

Vì $O'\in A'C'\subset(ACC'A')$ và $O'\in B'D'\subset(AB'D')$ nên O' là điểm chung thứ hai.

Vậy giao tuyến là AO'.

Câu 6. Tìm $I=\lim\dfrac{7n^2-2n^3+1}{3n^3+2n^2+1}$.

Ⓐ $-\dfrac{2}{3}$. Ⓑ $\dfrac{7}{3}$. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. Chia cả tử và mẫu cho n^3:

$$I=\lim\frac{\dfrac{7}{n}-2+\dfrac{1}{n^3}}{3+\dfrac{2}{n}+\dfrac{1}{n^3}}=\frac{-2}{3}=-\frac{2}{3}.$$

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n=3n+5$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

Ⓐ $d=-2$. Ⓑ $d=2$. Ⓒ $d=3$. Ⓓ $d=-3$.

Hướng dẫn giải. Ta có $u_{n+1}-u_n=3(n+1)+5-(3n+5)=3$. Vậy $d=3$.

Câu 8. Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một nhóm học sinh thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mẫu số liệu ghép nhóm này có mốt là

Ⓐ 53. Ⓑ 59. Ⓒ 40. Ⓓ 52.

Hướng dẫn giải. Nhóm có tần số lớn nhất là $[40;60)$ (tần số 12), nhóm đứng trước có tần số 9, nhóm đứng sau có tần số 10.

$$M_o=40+\frac{12-9}{(12-9)+(12-10)}\cdot 20=40+\frac{3}{5}\cdot 20=52.$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm SA,SD. Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ (SBC). Ⓑ (SAB). Ⓒ (SCD). Ⓓ $(ABCD)$.

Hướng dẫn giải. MN là đường trung bình của tam giác SAD nên $MN//AD$. Mà $AD//BC$ nên $MN//BC$, với $BC\subset(SBC)$.

OM là đường trung bình của tam giác SAC nên $OM//SC$, với $SC\subset(SBC)$.

Mặt phẳng (OMN) chứa hai đường thẳng cắt nhau OM, MN lần lượt song song với hai đường thẳng SC, BC cắt nhau của (SBC) nên $(OMN)//(SBC)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, trên đường tròn lượng giác gọi điểm M là điểm biểu diễn của góc $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Lấy điểm N đối xứng với M qua gốc tọa độ. Hỏi N là điểm biểu diễn của góc có số đo bằng bao nhiêu?

Ⓐ $\dfrac{7\pi}{6}$. Ⓑ $-\dfrac{\pi}{6}$. Ⓒ $\dfrac{\pi}{6}$. Ⓓ $\dfrac{5\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải. Hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ thì số đo các góc tương ứng hơn kém nhau π (cộng thêm $k2\pi$). Vậy N biểu diễn góc $\dfrac{\pi}{6} + \pi = \dfrac{7\pi}{6}$.

Câu 11. Tính giới hạn $I = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$.

Ⓐ $I = \dfrac{1}{4}$. Ⓑ $I = \dfrac{1}{2}$. Ⓒ $I = -\dfrac{1}{4}$. Ⓓ $I = -\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải.

$$I = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x\to 2} \frac{x-3}{x+2} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}.$$

Câu 12. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

Ⓐ Hai mặt phẳng. Ⓑ Một mặt phẳng.
Ⓒ Vô số mặt phẳng. Ⓓ Không có mặt phẳng nào.

Hướng dẫn giải. Mọi mặt phẳng chứa a mà không chứa b đều song song với b (vì $b//a$ nên b không có điểm chung với mặt phẳng đó). Có vô số mặt phẳng chứa a, chỉ trừ mặt phẳng (a, b).

Vậy có vô số mặt phẳng thỏa mãn.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Phương trình chuyển động của một vật được xác định bởi hàm số $y = f(x) = x^2 + 7x + 4$, trong đó $f(x)$ là quãng đường (mét) vật đi được trong thời gian x (giây). Giá trị $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ được gọi là vận tốc tức thời (m/s) của chuyển động tại thời điểm x_0.

a) $\lim\limits_{x\to 5} \sqrt{f(x)} = 7$.

b) $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x) = -2$.

c) Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $x_0 = 5$ (giây) là 16 m/s.

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x^2} = 1$.

Hướng dẫn giải. **a) Sai.** $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = 25 + 35 + 4 = 64$ nên $\lim\limits_{x\to 5} \sqrt{f(x)} = \sqrt{64} = 8 \neq 7$.

b) Đúng. Hàm đa thức liên tục nên $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x) = f(-1) = 1 - 7 + 4 = -2$.

c) Sai. Ta có

$$\lim_{x\to 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = \lim_{x\to 5} \frac{x^2 + 7x + 4 - 64}{x - 5} = \lim_{x\to 5} \frac{(x-5)(x+12)}{x - 5} = \lim_{x\to 5} (x + 12) = 17.$$

Vậy vận tốc tức thời tại $x_0 = 5$ là 17 m/s, không phải 16 m/s.

d) Đúng.

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+7x+4}{x^2} = \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{7}{x}+\frac{4}{x^2}\right) = 1.$$

Bài 2. Năm 2023, một công ty thải ra 125 tấn rác. Với quyết tâm góp phần giảm thiểu sự ô nhiễm môi trường, công ty quyết định kể từ năm 2024, mỗi năm phải giảm 5% lượng rác thải so với năm trước đó. Lấy mốc thời gian tính từ năm 2023 (tức là năm 2023 được tính là năm thứ nhất), gọi T_n (với $n \in \mathbb{N}^*$) là số tấn rác thải của công ty trong năm thứ n.

a) Số tấn rác thải của công ty trong năm 2024 là 118,75.

b) Dãy số (T_n) là một cấp số nhân có $T_1 = 125$ và công bội $q = 0{,}05$.

c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số (T_n) là $T_n = 125 \cdot (0{,}95)^{n-1}$, với $n \in \mathbb{N}^*$.

d) Nếu điều này được thực hiện thành công thì ước tính trong năm 2038 khối lượng rác thải của công ty sẽ giảm đi được 50% so với năm 2023.

Hướng dẫn giải. Mỗi năm lượng rác bằng 95% lượng rác năm trước, nên $T_{n+1} = 0{,}95\,T_n$. Do đó (T_n) là cấp số nhân với $T_1 = 125$ và công bội $q = 0{,}95$.

a) Đúng. $T_2 = 125 \cdot 0{,}95 = 118{,}75$.

b) Sai. Công bội là $q = 0{,}95$, không phải 0,05.

c) Đúng. $T_n = T_1 \cdot q^{n-1} = 125 \cdot (0{,}95)^{n-1}$.

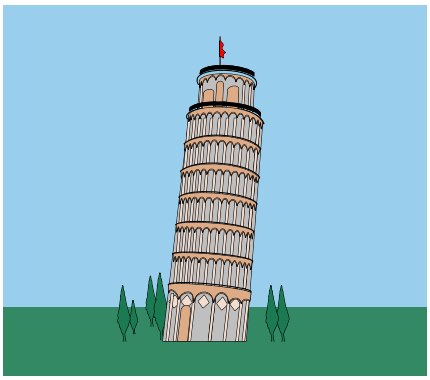
d) Sai. Năm 2038 là năm thứ $n = 2038 - 2023 + 1 = 16$. Ta có

$$T_{16} = 125 \cdot (0{,}95)^{15} \approx 57{,}9 \text{ (tấn)}.$$

Lượng rác giảm so với năm 2023 là $\dfrac{125 - 57{,}9}{125} \approx 53{,}7\% \neq 50\%$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Từ độ cao 55,8 m của tháp nghiêng Pisa nước Ý, người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất (hình vẽ). Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng nảy lên với độ cao bằng $\dfrac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được trước đó. Tổng quãng đường mà quả bóng di chuyển từ khi thả cho đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Hướng dẫn giải. Mỗi khi chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng $\dfrac{1}{10}$ độ cao của lần rơi ngay trước đó và sau đó lại rơi xuống từ độ cao thứ hai này. Do đó, độ dài quãng đường của quả bóng kể từ thời điểm rơi ban đầu đến:

Thời điểm chạm đất lần thứ nhất là $d_1 = 55{,}8$.

Thời điểm chạm đất lần thứ hai là $d_2 = 55{,}8 + 2 \cdot \dfrac{55{,}8}{10}$.

Thời điểm chạm đất lần thứ ba là $d_3 = 55{,}8 + 2 \cdot \dfrac{55{,}8}{10} + 2 \cdot \dfrac{55{,}8}{10^2}$.

Thời điểm chạm đất lần thứ tư là $d_4 = 55{,}8 + 2 \cdot \dfrac{55{,}8}{10} + 2 \cdot \dfrac{55{,}8}{10^2} + 2 \cdot \dfrac{55{,}8}{10^3}$.

...

Thời điểm chạm đất lần thứ n $(n>1)$ là

$$d_n = 55{,}8 + 2\cdot\frac{55{,}8}{10} + 2\cdot\frac{55{,}8}{10^2} + 2\cdot\frac{55{,}8}{10^3} + \cdots + 2\cdot\frac{55{,}8}{10^{n-1}}.$$

Do đó, quãng đường mà quả bóng đi được kể từ thời điểm rơi đến khi nằm yên trên mặt đất là

$$d = 55{,}8 + 2\cdot\frac{55{,}8}{10} + 2\cdot\frac{55{,}8}{10^2} + 2\cdot\frac{55{,}8}{10^3} + \cdots + 2\cdot\frac{55{,}8}{10^{n-1}} + \cdots = \lim d_n.$$

Vì $2\cdot\dfrac{55{,}8}{10}; 2\cdot\dfrac{55{,}8}{10^2}; 2\cdot\dfrac{55{,}8}{10^3}; \ldots; 2\cdot\dfrac{55{,}8}{10^{n-1}}; \ldots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q=\dfrac{1}{10}$ nên ta có

$$2\cdot\frac{55{,}8}{10} + 2\cdot\frac{55{,}8}{10^2} + 2\cdot\frac{55{,}8}{10^3} + \cdots + 2\cdot\frac{55{,}8}{10^{n-1}} + \cdots = \frac{2\cdot\dfrac{55{,}8}{10}}{1-\dfrac{1}{10}} = 12{,}4.$$

Vậy $d = 55{,}8 + 12{,}4 = 68{,}2$ m.

Bài 2. Kết quả của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3-7x^2+11}{3x^6+2x^5-5}$ là

Hướng dẫn giải. Chia cả tử và mẫu cho x^6:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\dfrac{2}{x^3}-\dfrac{7}{x^4}+\dfrac{11}{x^6}}{3+\dfrac{2}{x}-\dfrac{5}{x^6}} = \frac{0}{3} = 0.$$

Bài 3. Một đôi thỏ cứ mỗi tháng đẻ được một đôi thỏ con; mỗi đôi thỏ con, khi tròn hai tháng tuổi, lại mỗi tháng đẻ ra một đôi thỏ con, và quá trình sinh nở cứ thế tiếp diễn. Hỏi sau một năm sẽ có tất cả bao nhiêu đôi thỏ, nếu đầu năm có một đôi thỏ sơ sinh? Giả sử thời gian trong năm này không có con thỏ nào chết.

Hướng dẫn giải. Gọi u_n là số đôi thỏ sau n tháng, $u_0 = 1$.

Số đôi thỏ sau tháng thứ n bằng số đôi thỏ tháng trước (u_{n-1}) cộng số đôi thỏ mới sinh. Số đôi mới sinh bằng số đôi đã từ 2 tháng tuổi trở lên, tức u_{n-2}. Vậy

$$u_n = u_{n-1} + u_{n-2}, \quad u_0 = 1,\ u_1 = 2.$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
u_n	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377

Bài 4. Cho hàm số $H(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t<0 \\ 1 & \text{khi } t\geq 0 \end{cases}$ (hàm Heaviside, thường được dùng để mô tả việc chuyển trạng thái tắt/mở của dòng điện tại thời điểm $t=0$). Tính $\lim\limits_{t\to0^-} H(t)$.

Hướng dẫn giải. Khi $t\to0^-$ thì $t<0$ nên $H(t)=0$. Do đó $\lim\limits_{t\to0^-} H(t) = 0$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x=2 \\ \dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x\neq 2 \end{cases}$ tại điểm $x_0=2$.

Hướng dẫn giải. Ta có $f(2)=0$.

Với $x \neq 2$: $\dfrac{x^2-4}{x-2} = x+2$, nên

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2}(x+2) = 4.$$

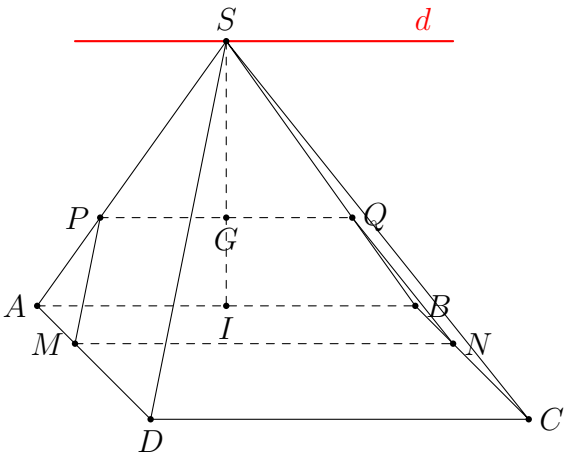
Vì $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4 \neq 0 = f(2)$ nên hàm số $f(x)$ **không liên tục** (gián đoạn) tại $x_0 = 2$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Chọn điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$, chọn điểm N trên cạnh BC sao cho $BC = 3BN$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Chứng minh rằng SC song song với mặt phẳng (GMN).

Hướng dẫn giải.



a) S là điểm chung của (SAB) và (SCD). Ta có $AB \subset (SAB)$, $CD \subset (SCD)$ và $AB // CD$. Do đó giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng d đi qua S và song song với AB (song song với CD).

b) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AD // BC$ và $AD = BC$. Mà $AM = \dfrac{1}{3}AD$, $BN = \dfrac{1}{3}BC$ nên $AM // BN$ và $AM = BN$. Suy ra $ABNM$ là hình bình hành, do đó $MN // AB$.

Gọi I là trung điểm AB. Khi đó $G \in SI$ và $\dfrac{SG}{SI} = \dfrac{2}{3}$.

Trong (SAB), qua G kẻ đường thẳng song song với AB, cắt SA, SB lần lượt tại P, Q. Khi đó $PQ // AB // MN$ nên $P, Q \in (GMN)$. Theo định lí Thalès,

$$\frac{SQ}{SB} = \frac{SG}{SI} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{BQ}{BS} = \frac{1}{3}.$$

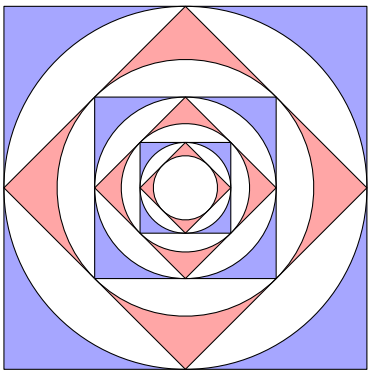
Trong (SBC) có $\dfrac{BN}{BC} = \dfrac{1}{3} = \dfrac{BQ}{BS}$ nên $NQ // SC$ (định lí Thalès đảo).

Ta có $NQ \subset (GMN)$, $SC \not\subset (GMN)$ và $SC // NQ$. Vậy $SC // (GMN)$.

Bài 3. Một loại gạch men có kích thước hình vuông 60×60 cm. Người ta thiết kế hoa văn cho viên gạch bằng cách tạo đường tròn (C_1) nội tiếp hình vuông ban đầu, phần nằm ngoài đường tròn (C_1) mà thuộc viên gạch thì được tô màu đậm. Tiếp theo họ tạo ra một hình vuông nội tiếp đường tròn (C_1), bên trong hình vuông này lại có một đường tròn nội tiếp (C_2); và họ tiếp tục tô màu đậm cho phần nằm ngoài đường tròn (C_2) mà thuộc hình vuông này. Quy luật này cứ thế tiếp tục vô hạn lần. Hỏi tổng diện tích thuộc về viên gạch được tô màu đậm là bao nhiêu cm^2 (làm tròn

kết quả đến hàng đơn vị)?

✍ *Hướng dẫn giải.*



Gọi S_n là diện tích hình vuông thứ n, T_n là diện tích phần tô đậm ở bước n.

Hình vuông thứ nhất có cạnh 60, nên $S_1 = 3600$. Đường tròn (C_1) có bán kính 30, nên

$$T_1 = 3600 - \pi \cdot 30^2 = 3600 - 900\pi.$$

Hình vuông thứ hai nội tiếp (C_1) nên có đường chéo bằng 60, cạnh bằng $30\sqrt{2}$, và $S_2 = 1800 = \dfrac{1}{2}S_1$. Hình vuông thứ $n+1$ nội tiếp đường tròn (C_n) nội tiếp hình vuông thứ n nên diện tích giảm một nửa mỗi lần. Phần tô đậm cũng giảm một nửa mỗi lần vì $T_n = S_n\left(1 - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Vậy (T_n) là cấp số nhân lùi vô hạn có $T_1 = 3600 - 900\pi$ và công bội $q = \dfrac{1}{2}$:

$$T = \frac{T_1}{1-q} = 2(3600 - 900\pi) = 7200 - 1800\pi \approx 1545{,}13.$$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 11
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

Ⓐ Trong không gian, hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
Ⓑ Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
Ⓒ Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chéo nhau.
Ⓓ Trong không gian, hai đường cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì trùng nhau.

Hướng dẫn giải. Dây là tính chất bắc cầu của quan hệ song song: hai đường thẳng **phân biệt** cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau. Phương án A thiếu điều kiện "phân biệt" nên chưa chính xác.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và tam giác ABD, E là trung điểm của BC. Đường thẳng MN không song song với mặt phẳng nào dưới đây?

Ⓐ (ACD). Ⓑ (ABD). Ⓒ (BCD). Ⓓ (ECD).

Hướng dẫn giải. Gọi I là trung điểm của AB. Khi đó $\dfrac{IM}{IC} = \dfrac{IN}{ID} = \dfrac{1}{3}$, suy ra $MN // CD$.

Vì $CD \subset (ACD)$, $CD \subset (BCD)$ và $(ECD) \equiv (BCD)$ (do $E \in BC$) nên MN song song với (ACD), (BCD), (ECD).

Với (ABD): $N \in (ABD)$ nên MN cắt (ABD) tại N, do đó MN không song song với (ABD).

Câu 3. Cho hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $I \in (ABQ)$. Ⓑ $I \in (BCD)$. Ⓒ $I \in (ABP)$. Ⓓ $I \in (ABD)$.

Hướng dẫn giải. Theo hình, I nằm trên đường thẳng đi qua $N \in BC$ và $P \in BD$, mà $NP \subset (BCD)$ nên $I \in (BCD)$.

Câu 4. Giới hạn $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{-2+5n}{7-7n}$ bằng

Ⓐ -6. Ⓑ $-\dfrac{2}{7}$. Ⓒ $\dfrac{-5}{7}$. Ⓓ $\dfrac{5}{7}$.

Hướng dẫn giải. Chia cả tử và mẫu cho n:

$$\lim \frac{-\dfrac{2}{n}+5}{\dfrac{7}{n}-7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}.$$

Câu 5. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \dfrac{3n+1}{n^2+2}$. Hỏi $\dfrac{31}{102}$ là số hạng thứ mấy của

dãy số?

Ⓐ 30. Ⓑ 20. Ⓒ 18. Ⓓ 10.

Hướng dẫn giải. $\dfrac{3n+1}{n^2+2}=\dfrac{31}{102}\Leftrightarrow 102(3n+1)=31(n^2+2)\Leftrightarrow 31n^2-306n-40=0.$

Ta có $\Delta=306^2+4\cdot 31\cdot 40=98596=314^2$, nên $n=\dfrac{306\pm 314}{62}$, suy ra $n=10$ (loại $n=-\dfrac{4}{31}$).

Câu 6. Cho bảng số liệu ghép nhóm về độ tuổi và số lượng khách hàng của một cửa hàng như sau

Khoảng tuổi	$[17;22)$	$[22;27)$	$[27;32)$	$[32;37)$	$[37;42)$
Số người	8	7	14	8	7

Tính giá trị đại diện của nhóm $[22;27)$.

Ⓐ 37. Ⓑ 34,5. Ⓒ 24,5. Ⓓ 32.

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện của nhóm $[22;27)$ là $\dfrac{22+27}{2}=24{,}5$.

Câu 7. Cho hai góc $\alpha;\beta$ thỏa mãn $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\sin\alpha=-\sin\beta$. Ⓑ $\sin\alpha=-\cos\beta$.
Ⓒ $\sin\alpha=\sin\beta$. Ⓓ $\sin\alpha=\cos\beta$.

Hướng dẫn giải. Hai góc phụ nhau: $\alpha=\dfrac{\pi}{2}-\beta$ nên $\sin\alpha=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\beta\right)=\cos\beta$.

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng và số người như sau

Cân nặng	$[45;51)$	$[51;57)$	$[57;63)$	$[63;69)$	$[69;75)$	$[75;81)$
Số người	25	2	9	34	34	9

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

Ⓐ $[63;69)$. Ⓑ $[57;63)$. Ⓒ $[51;57)$. Ⓓ $[69;75)$.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n=25+2+9+34+34+9=113$, nên $\dfrac{n}{4}=28{,}25$.

Tần số tích lũy: 25; 27; 36; ... Vì $27<28{,}25\le 36$ nên nhóm chứa Q_1 là $[57;63)$.

Câu 9. Các nghiệm của phương trình $2\sin x=1$ là

Ⓐ $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$. Ⓑ $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Ⓒ $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$. Ⓓ $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải. $2\sin x=1\Leftrightarrow\sin x=\dfrac{1}{2}=\sin\dfrac{\pi}{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\pi-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$

Câu 10. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x-2}{x-2}$ có giá trị bằng

Ⓐ $+\infty$. Ⓑ $-\infty$. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Hướng dẫn giải. Khi $x\to 2^-$: $3x-2\to 4>0$ và $x-2\to 0^-$ (âm). Vậy giới hạn bằng $-\infty$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = -3$ và $u_3 = 9$. Tìm công sai của cấp số cộng này.

Ⓐ $d = -6$. Ⓑ $d = 12$. Ⓒ $d = -12$. Ⓓ $d = 6$.

Hướng dẫn giải. $u_3 = u_1 + 2d \Rightarrow 9 = -3 + 2d \Rightarrow d = 6$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SD và AB. Khẳng định nào sau đây **sai**?

Ⓐ $(SBD)//(MNP)$. Ⓑ $(MON)//(SBC)$.
Ⓒ $(SBC)//(MNP)$. Ⓓ $(SBC)//(OPM)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $MN//AD//BC$, $MP//SB$ (đường trung bình), $MO//SC$, $ON//SB$, $OP//BC$.

- (MNP) chứa $MN//BC$ và $MP//SB$ nên $(MNP)//(SBC)$. Vậy C đúng.
- (MON) chứa $MO//SC$ và $ON//SB$ nên $(MON)//(SBC)$. Vậy B đúng.
- (OPM) chứa $OP//BC$ và $PM//SB$ nên $(OPM)//(SBC)$. Vậy D đúng.
- (MNP) chứa $MN//AD$, mà AD cắt BD nên $MN \nparallel (SBD)$, do đó $(SBD) \nparallel (MNP)$. Vậy A sai.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

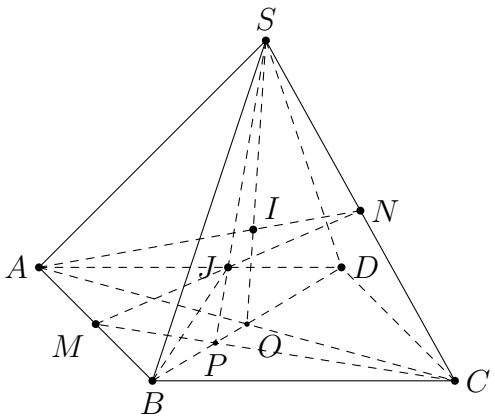
Bài 1. Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, SC. Gọi $O = AC \cap BD$;

a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Giao điểm I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO.

c) Giao điểm J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD.

d) Ba điểm I, J, B thẳng hàng.



Hướng dẫn giải. a. SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).
Ta có $S \in (SAC) \cap (SBD)$.
Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.
Vì $O \in AC \subset (SAC)$ và $O \in BD \subset (SBD)$ nên $O \in (SAC) \cap (SBD)$.
Vậy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

b. Tìm giao điểm I của AN và mặt phẳng (SBD):
Trong mặt phẳng (SAC), gọi $I = SO \cap AN$.

Ta có: $\begin{cases} I \in AN \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I = AN \cap (SBD)$.

Vậy I nằm trên đường thẳng SO. Khẳng định b đúng.

c. Tìm giao điểm J của MN và mặt phẳng (SBD):

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $P = CM \cap BD$.

Trong mặt phẳng (SCM), gọi $J = MN \cap SP$.

Ta có: $\begin{cases} J \in MN \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J = MN \cap (SBD)$.

Điểm J nằm trên đường thẳng SP, không nhất thiết nằm trên SD. Khẳng định c sai.

d. Chứng minh I, J, B thẳng hàng:

Dễ thấy $B \in (ABN) \cap (SBD)$. (1)

Ta có: $\begin{cases} I \in AN, AN \subset (ABN) \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABN) \cap (SBD)$. (2)

Tương tự: $\begin{cases} J \in MN, MN \subset (ABN) \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in (ABN) \cap (SBD)$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra B, I, J cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABN) và (SBD) nên ba điểm này thẳng hàng.

Bài 2. Chi phí sản xuất C phụ thuộc lượng đầu ra của sản phẩm Q, chẳng hạn:

$$C = f(Q) = \begin{cases} Q + 2 & \text{khi } 0 < Q \leq 3 \\ \dfrac{Q^2 - 2Q - 3}{Q - 3} & \text{khi } Q > 3. \end{cases}$$

a) $\lim\limits_{Q \to 0^+} f(Q)$ không tồn tại.

b) $\lim\limits_{Q \to 3^-} f(Q) = 5$.

c) $\lim\limits_{Q \to 3^+} f(Q) = 1$.

d) Hàm số $f(Q)$ liên tục trên $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải.

a) Sai. $\lim\limits_{Q \to 0^+} f(Q) = \lim\limits_{Q \to 0^+} (Q + 2) = 2$ nên giới hạn tồn tại.

b) Đúng. $\lim\limits_{Q \to 3^-} f(Q) = \lim\limits_{Q \to 3^-} (Q + 2) = 5$.

c) Sai. Với $Q > 3$: $\dfrac{Q^2 - 2Q - 3}{Q - 3} = \dfrac{(Q - 3)(Q + 1)}{Q - 3} = Q + 1$, nên $\lim\limits_{Q \to 3^+} f(Q) = 4 \neq 1$.

d) Sai. $\lim\limits_{Q \to 3^-} f(Q) = 5 \neq 4 = \lim\limits_{Q \to 3^+} f(Q)$ nên hàm số gián đoạn tại $Q = 3$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - ax + b}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 5, & x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$. Tính $a - 2b$.

Hướng dẫn giải. Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - ax + b}{x - 2} = f(2) = 5$.

Giới hạn hữu hạn nên tử phải triệt tiêu tại $x = 2$: $4 - 2a + b = 0 \Rightarrow b = 2a - 4$.

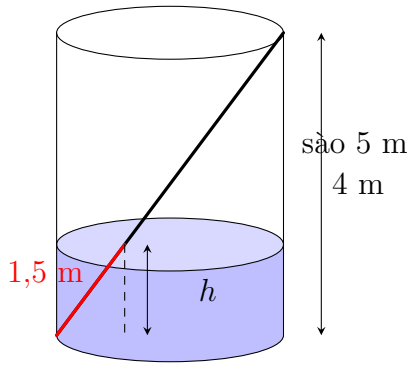
Khi đó $x^2 - ax + 2a - 4 = (x-2)(x+2-a)$, nên

$$\lim_{x\to 2}(x+2-a) = 4 - a = 5 \Rightarrow a = -1,\ b = -6.$$

Vậy $a - 2b = -1 + 12 = 11$.

Bài 2. Một bồn chứa nước hình trụ bằng nhựa dẻo cao 4 m, có một nắp nhỏ bên trên để bơm nước vào thùng, trong thùng có sẵn một lượng nước. Để đo chiều cao mực nước trong thùng người ta làm như sau: lấy một cây sào tre dài 5 m nhúng vào thùng sao cho một đầu chạm đáy và một đầu chạm với mặt trên của bồn nước. Sau khi rút sào tre ra thì đo được phần sào tre bị ướt là 1,5 m (tham khảo hình vẽ). Hỏi mực nước trong thùng cao bao nhiêu mét?

Hướng dẫn giải.



Sào dài 5 m, một đầu chạm đáy, đầu kia chạm mép trên của bồn cao 4 m. Sào hợp với đáy một góc α với $\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$.

Phần sào bị ướt dài 1,5 m là cạnh huyền của tam giác vuông có cạnh góc vuông đối diện là mực nước h:

$$h = 1{,}5 \cdot \sin\alpha = 1{,}5 \cdot \frac{4}{5} = 1{,}2 \text{ (m)}.$$

Bài 3. Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh Phú Thọ được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là 35 cm và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc kế tiếp đều giảm dần đi 7 cm. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 196 cm và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 56 cm. Hỏi giá thành làm cầu thang là bao nhiêu tiền? Biết rằng giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là 1.250.000 đồng. (Kết quả làm tròn đến hàng triệu đồng).

Hướng dẫn giải. Chiều dài các bậc lập thành cấp số cộng có $u_1 = 196$, $d = -7$, $u_n = 56$:

$$56 = 196 + (n-1)(-7) \Rightarrow n = 21.$$

Tổng chiều dài: $S = \dfrac{21(196+56)}{2} = 2646$ cm.

Diện tích: $2646 \cdot 35 = 92610$ cm^2 $= 9{,}261$ m^2.

Giá thành: $9{,}261 \cdot 1\,250\,000 \approx 11\,576\,250$ đồng ≈ 12 triệu đồng.

Bài 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là $M_e = \dfrac{a}{b}$. Tính $a + 5b$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Cỡ mẫu $n = 25$, $\dfrac{n}{2} = 12{,}5$. Tần số tích lũy: 4; 10; 17; ...

Vì $10 < 12{,}5 \le 17$ nên nhóm chứa trung vị là $[20;30)$:

$$M_e = 20 + \frac{12{,}5 - 10}{7} \cdot 10 = 20 + \frac{25}{7} = \frac{165}{7}.$$

Phân số $\dfrac{165}{7}$ tối giản nên $a = 165$, $b = 7$, suy ra $a + 5b = 165 + 35 = 200$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2 - 2n + 3)$;

b) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2 - 4x}{\sqrt{x} - 2}$.

✍ *Hướng dẫn giải.*

a) $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2 - 2n + 3) = \lim\limits_{n\to+\infty} n^2\left(1 - \dfrac{2}{n} + \dfrac{3}{n^2}\right) = +\infty$, vì $n^2 \to +\infty$ và $1 - \dfrac{2}{n} + \dfrac{3}{n^2} \to 1 > 0$.

b) Ta có $x^2 - 4x = x(x-4) = x(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)$ với $x \ne 4$. Do đó

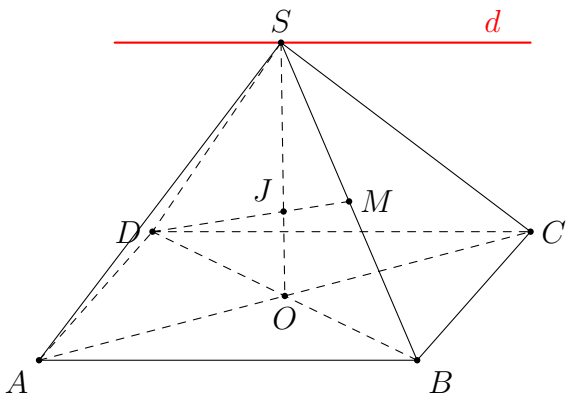
$$\lim_{x\to 4}\frac{x^2 - 4x}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x\to 4} x(\sqrt{x} + 2) = 4 \cdot 4 = 16.$$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SB.

a) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD).

b) Tìm giao điểm J của DM và (SAC).

✍ *Hướng dẫn giải.*



a) S là điểm chung của (SAB) và (SCD). Ta có $AB \subset (SAB)$, $CD \subset (SCD)$ và $AB // CD$.

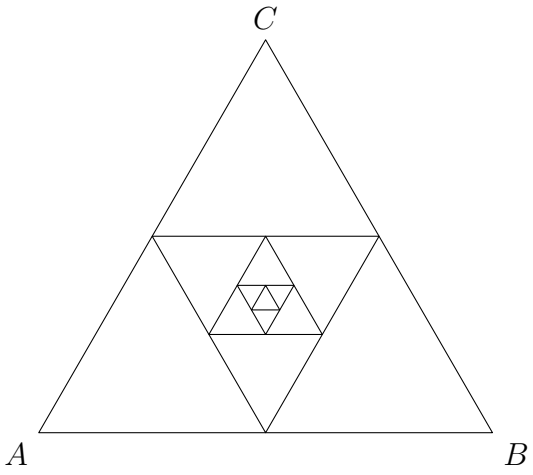
Do đó giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng d đi qua S và song song với AB (song song với CD).

b) Gọi $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SBD), gọi $J = DM \cap SO$.

Vì $SO \subset (SAC)$ nên $J \in (SAC)$, và $J \in DM$. Vậy $J = DM \cap (SAC)$.

(Vì SO và DM là hai đường trung tuyến của tam giác SBD nên J là trọng tâm tam giác SBD.)

Bài 3. Cho một tam giác đều ABC cạnh a. Tam giác $A_1B_1C_1$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác ABC, tam giác $A_2B_2C_2$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác $A_1B_1C_1, \ldots$, tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác $A_nB_nC_n, \ldots$ Gọi $p_1, p_2, \ldots, p_n, \ldots$ và $S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots$ theo thứ tự là chu vi và diện tích của các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \ldots, A_nB_nC_n, \ldots$



a) Tìm giới hạn của các dãy số (p_n) và (S_n).

b) Tìm các tổng $p_1 + p_2 + \ldots + p_n + \ldots$ và $S_1 + S_2 + \ldots + S_n + \ldots$

Hướng dẫn giải.

Tam giác $A_nB_nC_n$ đều và có cạnh bằng $\dfrac{a}{2^n}$ (mỗi lần lấy trung điểm, cạnh giảm một nửa). Do đó

$$p_n = 3 \cdot \frac{a}{2^n} = \frac{3a}{2^n}, \qquad S_n = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2}{4^n} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4^n}.$$

a) $\lim p_n = \lim \dfrac{3a}{2^n} = 0$ và $\lim S_n = \lim \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \dfrac{1}{4^n} = 0.$

b) (p_n) là cấp số nhân lùi vô hạn có $p_1 = \dfrac{3a}{2}$, $q = \dfrac{1}{2}$ nên

$$p_1 + p_2 + \ldots + p_n + \ldots = \frac{\frac{3a}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 3a.$$

(S_n) là cấp số nhân lùi vô hạn có $S_1 = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{16}$, $q = \dfrac{1}{4}$ nên

$$S_1 + S_2 + \ldots + S_n + \ldots = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{16}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}.$$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 12
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

(A) Có một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
(B) Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
(C) Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.
(D) Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt.

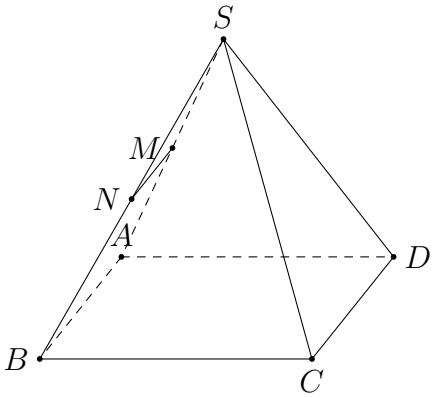
Hướng dẫn giải. Ba điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua; chỉ khi ba điểm không thẳng hàng mới có duy nhất một mặt phẳng. Vậy D sai, các khẳng định A, B, C đều đúng.

Câu 2. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

(A) $\lim(-3{,}02)^n$.
(B) $\lim\left(-\frac{1}{3}\right)^n$.
(C) $\lim(\sqrt{2})^n$.
(D) $\lim\left(\frac{4}{3}\right)^n$.

Hướng dẫn giải. $\lim q^n = 0$ khi $|q| < 1$. Chỉ có $\left|-\frac{1}{3}\right| < 1$. Các số $-3{,}02$, $\sqrt{2}$, $\frac{4}{3}$ có giá trị tuyệt đối lớn hơn 1 nên giới hạn không bằng 0.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Mệnh đề nào sau đây đúng?



(A) $MN//(SAC)$.
(B) $MN//(SBD)$.
(C) $MN//(SAB)$.
(D) $MN//(SCD)$.

Hướng dẫn giải. MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN//AB$. Mà $AB//CD$ nên $MN//CD$. Vì $CD \subset (SCD)$ và $MN \not\subset (SCD)$ nên $MN//(SCD)$.

Các phương án còn lại sai: $M \in (SAC)$, $N \in (SBD)$ nên MN cắt các mặt phẳng đó, và

$MN \subset (SAB)$.

Câu 4. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu với mọi số tự nhiên $n \geq 1$ thì

Ⓐ $u_{n+1} > u_n$. Ⓑ $u_{n+1} \geq u_n$. Ⓒ $u_{n+1} < u_n$. Ⓓ $u_{n+1} = u_n$.

Hướng dẫn giải. Theo định nghĩa, dãy số tăng khi $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \geq 1$.

Câu 5. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

Ⓐ $1; -1; 1; -1; \ldots$. Ⓑ $-1; -3; -5; -7; -9; \ldots$.
Ⓒ $-1; 2; 4; 8; 16; \ldots$. Ⓓ $-2; 4; 8; -16; 32; \ldots$.

Hướng dẫn giải.

- A: mỗi số hạng bằng số hạng đứng trước nhân với -1, là cấp số nhân.
- B: là cấp số cộng công sai -2.
- C: $\dfrac{2}{-1} = -2$ nhưng $\dfrac{4}{2} = 2$, không đều.
- D: $\dfrac{4}{-2} = -2$ nhưng $\dfrac{8}{4} = 2$, không đều.

Câu 6. Cho dãy số $-\dfrac{1}{2}; 0; \dfrac{1}{2}; \ldots$ là một cấp số cộng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ $\begin{cases} u_1 = -\dfrac{1}{2} \\ d = 1 \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 0 \end{cases}$.

Ⓒ $\begin{cases} u_1 = -\dfrac{1}{2} \\ d = \dfrac{1}{2} \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ d = 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải. $u_1 = -\dfrac{1}{2}$, $d = u_2 - u_1 = 0 - \left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$.

Câu 7. Kết quả của $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x - 15}{x - 2}$ bằng

Ⓐ $+\infty$. Ⓑ $-\dfrac{15}{2}$. Ⓒ $-\infty$. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. Khi $x \to 2^+$: $x - 15 \to -13 < 0$ và $x - 2 \to 0^+$ (dương). Vậy giới hạn bằng $-\infty$.

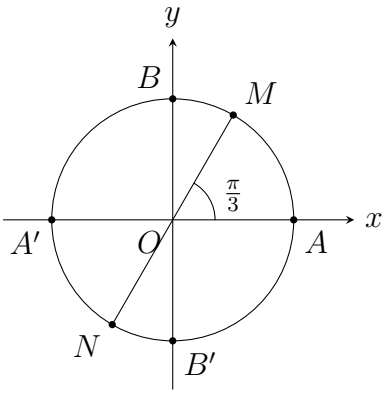
Câu 8. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x - 5}{x - 2}$ là

Ⓐ -1. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. Hàm số xác định tại $x = 5$ nên $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x - 5}{x - 2} = \dfrac{5 - 5}{5 - 2} = 0$.

Câu 9. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm M thỏa mãn $\widehat{AOM} = \dfrac{\pi}{3}$ và điểm N là điểm đối

xứng với M qua O như hình vẽ. Số đo của các góc lượng giác có tia đầu OA và tia cuối ON là



Ⓐ $\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
Ⓑ $\dfrac{4\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
Ⓒ $-\dfrac{2\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
Ⓓ $-\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

✍ *Hướng dẫn giải.* N đối xứng với M qua O nên $(OA,ON)=\dfrac{\pi}{3}+\pi=\dfrac{4\pi}{3}$, tức là $-\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Phương án B, C có chu kỳ $k\pi$ nên chứa cả góc có tia cuối OM, không đúng.

Câu 10. Cho các góc lượng giác a,b thỏa mãn $0<a<\dfrac{\pi}{2}$; $0<b<\dfrac{\pi}{2}$ và $\sin a=\dfrac{2}{5}$; $\cos b=\dfrac{3}{5}$. Tính $\cos(a+b)$.

Ⓐ $-\dfrac{8}{25}$.
Ⓑ $\dfrac{12}{25}$.
Ⓒ $\dfrac{3\sqrt{21}-8}{25}$.
Ⓓ $\dfrac{5\sqrt{21}-13}{25}$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Vì $a,b\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ nên $\cos a>0$, $\sin b>0$:

$$\cos a=\sqrt{1-\frac{4}{25}}=\frac{\sqrt{21}}{5},\qquad \sin b=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}.$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b=\frac{\sqrt{21}}{5}\cdot\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{5}=\frac{3\sqrt{21}-8}{25}.$$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SA. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $(SBJ)//(ADK)$.
Ⓑ $(KID)//(SBJ)$.
Ⓒ $(SBC)//(IKD)$.
Ⓓ $(SDJ)//(IAK)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Vì $BI=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}CD=DJ$ và $BI//DJ$ nên $BIDJ$ là hình bình hành, suy ra $ID//BJ$.

KI là đường trung bình của tam giác SAB nên $KI//SB$.

Mặt phẳng (KID) chứa hai đường thẳng cắt nhau KI, ID lần lượt song song với hai đường thẳng cắt nhau SB, BJ của (SBJ). Vậy $(KID)//(SBJ)$.

Các phương án khác sai vì các cặp mặt phẳng đều có điểm chung S hoặc cắt nhau (ví dụ (SBJ) và $(ADK)\equiv(SAD)$ cùng chứa S; $(IAK)\equiv(SAB)$ và (SDJ) cùng chứa S; còn (SBC) và (SBJ) cắt nhau theo SB nên (SBC) không thể song song với (IKD)).

Câu 12. Tìm nghiệm của phương trình $1+\sin x=0$ trên đoạn $[3\pi;5\pi]$.

Ⓐ $-\dfrac{\pi}{2}$.
Ⓑ $\dfrac{9\pi}{2}$.
Ⓒ 3π.
Ⓓ $\dfrac{7\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải. $1+\sin x=0 \Leftrightarrow \sin x=-1 \Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

$3\pi \le -\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \le 5\pi \Leftrightarrow \dfrac{7}{4}\le k\le \dfrac{11}{4}$, mà $k\in\mathbb{Z}$ nên $k=2$, suy ra $x=\dfrac{7\pi}{2}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác có cặp cạnh đối không song song biết AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F trong mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

a) AC là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$.

b) Đường thẳng EF không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.

c) SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD), SE là giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và (SBD).

d) Gọi $G=EF\cap AD$. Khi đó, SG là giao tuyến của mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD).

Hướng dẫn giải.

a) Đúng. A, C là hai điểm chung của (SAC) và $(ABCD)$ nên $AC=(SAC)\cap(ABCD)$.

b) Sai. $E\in AB\subset(ABCD)$ và $F\in AC\subset(ABCD)$ nên $EF\subset(ABCD)$.

c) Sai. $E\in AB\subset(SAB)$ và $E\in CD\subset(SCD)$ nên $SE=(SAB)\cap(SCD)$. Tương tự $F\in AC\subset(SAC)$ và $F\in BD\subset(SBD)$ nên $SF=(SAC)\cap(SBD)$. Mệnh đề trong đề đã đổi chỗ E và F.

d) Đúng. S là điểm chung của (SEF) và (SAD). Lại có $G\in EF\subset(SEF)$ và $G\in AD\subset(SAD)$. Vậy $SG=(SEF)\cap(SAD)$.

Bài 2. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x}{2} & \text{khi } x\le 1\\ \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x>1\end{cases}$ và $g(x)=x^2-3x+1$. Xét tính Đúng - Sai của các mệnh đề sau.

a) Hàm số $g(x)$ gián đoạn tại điểm $x_0=1$.

b) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

c) Hàm số $y=f(x)-g(x)$ không liên tục tại điểm $x_0=1$.

d) $f(1)=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải.

a) Sai. $g(x)$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$, trong đó có $x_0=1$.

b) Đúng. Ta có $f(1)=-\dfrac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\left(-\dfrac{x}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$ và

$$\lim_{x\to1^+}f(x)=\lim_{x\to1^+}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to1^+}\frac{x-2}{x+1}=-\frac{1}{2}.$$

Ba giá trị bằng nhau nên $f(x)$ liên tục tại $x_0=1$.

c) Sai. $f(x)$ và $g(x)$ đều liên tục tại $x_0=1$ nên $f(x)-g(x)$ liên tục tại $x_0=1$.

d) Sai. $f(1)=-\dfrac{1}{2}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Tính $\lim \dfrac{3n^2-2n+1}{4n^3+11n^2-5n-13}$.

Hướng dẫn giải. Chia cả tử và mẫu cho n^3:

$$\lim \frac{\dfrac{3}{n}-\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{1}{n^3}}{4+\dfrac{11}{n}-\dfrac{5}{n^2}-\dfrac{13}{n^3}}=\frac{0}{4}=0.$$

Bài 2. Biết hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x>4\\ mx+1 & \text{khi } x\le 4\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi tham số $m=\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $2a+b$ bằng?

Hướng dẫn giải. Với $x>4$ và $x<4$, $f(x)$ xác định bằng các biểu thức liên tục nên chỉ cần xét tại $x=4$.

Ta có $f(4)=4m+1$, $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)=4m+1$ và

$$\lim_{x\to 4^+} f(x)=\lim_{x\to 4^+}\frac{(x-4)(x+4)}{x-4}=\lim_{x\to 4^+}(x+4)=8.$$

Hàm số liên tục tại $x=4$ khi $4m+1=8\Leftrightarrow m=\dfrac{7}{4}$.

Vậy $a=7$, $b=4$ và $2a+b=14+4=18$.

Bài 3. Hãng taxi Xanh Việt Đức đưa ra giá cước tại tỉnh Đắk Lắk dựa trên số quãng đường di chuyển cho bởi hàm $T(x)$ (đồng) khi đi quãng đường x (km) cho loại xe 4 chỗ như sau

$$T(x)=\begin{cases}10000 & \text{khi } 0<x\le 1\\ a+13000(x-1) & \text{khi } 1<x\le 30\\ b+11000(x-30) & \text{khi } x>30.\end{cases}$$

Biết rằng tiền cước được cho bởi hàm số liên tục trên $(0;+\infty)$, khi đó $\dfrac{b}{a}$ bằng bao nhiêu?.

Hướng dẫn giải. Ta có $T(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ nên $T(x)$ liên tục tại $x=1$ và $x=30$.

Vì $T(x)$ liên tục tại $x=1$ nên

$$\lim_{x\to 1}T(x)=T(1)\Rightarrow\lim_{x\to 1^+}T(x)=T(1)\Rightarrow a+13000\cdot(1-1)=10000\Rightarrow a=10000.$$

Vì $T(x)$ liên tục tại $x=30$ nên

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 1}T(x)=T(1)&\Rightarrow\lim_{x\to 30^+}T(x)=T(30)\\ &\Rightarrow b+11000\cdot(30-30)=a+13000\cdot(30-1)\\ &\Rightarrow b=10000+13000\cdot 29\\ &\Rightarrow b=387000.\end{aligned}$$

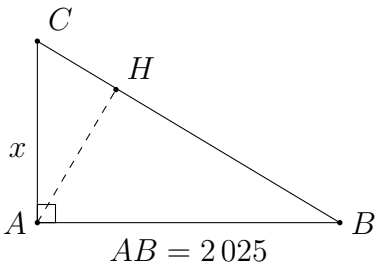
Vậy $\dfrac{b}{a}=\dfrac{387000}{10000}=38{,}7$.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, độ dài cạnh $AB=2\,025$, độ dài cạnh $AC=x$ (với x là số thực dương thay đổi). Dựng đường cao AH của tam giác ABC. Hỏi rằng nếu điểm C càng ngày càng tiến xa điểm A, cho đến một lúc nào đó điểm C cách điểm A một khoảng rất lớn thì độ dài đường cao AH tiến về giá trị bao nhiêu?

✍ *Hướng dẫn giải.*

Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2\,025^2 + x^2}$.
Khi x rất lớn, ta có

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{2\,025 \cdot x}{\sqrt{2\,025^2 + x^2}} = \frac{2\,025}{\sqrt{1 + \dfrac{2\,025^2}{x^2}}}.$$



Khi $x \to +\infty$, ta có $\dfrac{2\,025^2}{x^2} \to 0$, nên $AH \to 2\,025$.

Vậy khi C tiến xa vô hạn, đường cao AH tiến về giá trị $2\,025$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $L_1 = \lim\limits_{x \to 1}(1 - 3x)$;

b) $L_2 = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{3 - x}$.

✍ *Hướng dẫn giải.*

a) $L_1 = 1 - 3 \cdot 1 = -2$.

b) Với $x \neq 3$: $\dfrac{x^2 - 9}{3 - x} = \dfrac{(x - 3)(x + 3)}{-(x - 3)} = -(x + 3)$, nên

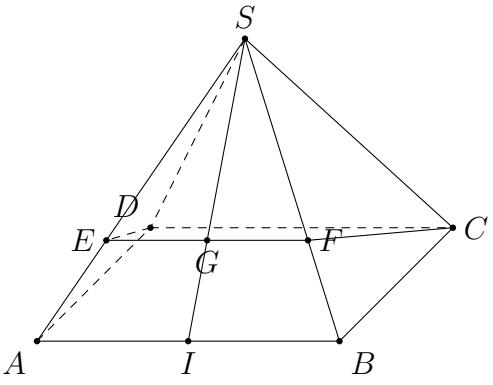
$$L_2 = \lim_{x \to 3}\big[-(x + 3)\big] = -6.$$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a, $SA = SB = SC = SD = a$.

a) Chứng minh đường thẳng AB song song với mặt phẳng (SCD).

b) Gọi G là trọng tâm tam giác SAB. Mặt phẳng (CDG) cắt các cạnh SA và SB lần lượt tại hai điểm E và F. Tính diện tích tứ giác $CDEF$ theo a.

✍ *Hướng dẫn giải.*



a) Vì $ABCD$ là hình thoi nên $AB // CD$. Ta có $CD \subset (SCD)$ và $AB \not\subset (SCD)$. Vậy $AB // (SCD)$.

b) Gọi I là trung điểm AB, khi đó $G \in SI$ và $\dfrac{SG}{SI} = \dfrac{2}{3}$.

Ta có (CDG) và (SAB) có điểm chung G, lại có $CD // AB$, $CD \subset (CDG)$, $AB \subset (SAB)$. Nên

giao tuyến EF đi qua G và $EF//AB//CD$. Theo định lí Thalès:

$$\frac{SE}{SA}=\frac{SF}{SB}=\frac{SG}{SI}=\frac{2}{3}\ \Rightarrow\ SE=SF=\frac{2a}{3},\quad EF=\frac{2}{3}AB=\frac{2a}{3}.$$

Vậy $CDEF$ là hình thang $(EF//CD)$ với $CD=a$, $EF=\dfrac{2a}{3}$.

Vì $SA=SB=SC=SD=a$ và $AB=BC=CD=DA=a$ nên các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA đều là tam giác đều cạnh a. Xét tam giác SDE có $SD=a$, $SE=\dfrac{2a}{3}$, $\widehat{DSE}=60^\circ$:

$$DE^2=a^2+\frac{4a^2}{9}-2\cdot a\cdot\frac{2a}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{7a^2}{9}\ \Rightarrow\ DE=\frac{a\sqrt{7}}{3}.$$

Tương tự $CF=\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$. Do đó $CDEF$ là hình thang cân.

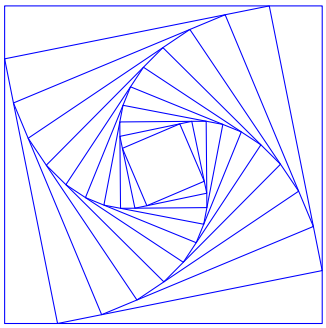
Chiều cao hình thang:

$$h^2=DE^2-\left(\frac{CD-EF}{2}\right)^2=\frac{7a^2}{9}-\frac{a^2}{36}=\frac{3a^2}{4}\ \Rightarrow\ h=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Diện tích:

$$S_{CDEF}=\frac{1}{2}\left(a+\frac{2a}{3}\right)\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}\,a^2}{12}.$$

Bài 3. Cho hình vuông H_1 có cạnh bằng a $(a>0)$. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành sáu phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông H_2. Từ hình vuông H_2 lại làm như trên được hình vuông H_3; cứ tiếp tục như vậy ta nhận được dãy các hình vuông $H_1, H_2, H_3, \ldots, H_n, \ldots$ (tham khảo hình vẽ). Gọi S_i là diện tích của hình vuông H_i $(i\in\{1;2;3;\ldots\})$. Đặt $T=S_1+S_2+S_3+\ldots+S_n+\ldots$ Biết $T=90$, tính a.



Hướng dẫn giải. Hình vuông H_1 có cạnh a nên $S_1=a^2$.

Ở hình vuông H_n cạnh x, mỗi đỉnh của H_{n+1} chia một cạnh thành hai đoạn $\dfrac{x}{6}$ và $\dfrac{5x}{6}$, nên cạnh của H_{n+1} là

$$\sqrt{\left(\frac{x}{6}\right)^2+\left(\frac{5x}{6}\right)^2}=\frac{x\sqrt{26}}{6}.$$

Do đó

$$\frac{S_{n+1}}{S_n}=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}.$$

Vậy (S_n) là cấp số nhân lùi vô hạn với $S_1 = a^2$, công bội $q = \dfrac{13}{18}$:

$$T = \frac{S_1}{1-q} = \frac{a^2}{\dfrac{5}{18}} = \frac{18a^2}{5}.$$

Từ $T = 90$ suy ra $a^2 = 25$, nên $a = 5$ (vì $a > 0$).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 13
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho góc lượng giác α thoả mãn $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\sin\alpha > 0$. Ⓑ $\cos\alpha < 0$. Ⓒ $\cot\alpha < 0$. Ⓓ $\tan\alpha < 0$.

Hướng dẫn giải. Với $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ (góc phần tư thứ nhất) thì $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha > 0$, $\tan\alpha > 0$, $\cot\alpha > 0$.

Chọn đáp án A.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 1$, $u_3 = -2$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

Ⓐ 3. Ⓑ -3. Ⓒ 1. Ⓓ -1.

Hướng dẫn giải. Công sai $d = u_3 - u_2 = -2 - 1 = -3$.

Chọn đáp án B.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

Ⓐ $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. Ⓑ $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

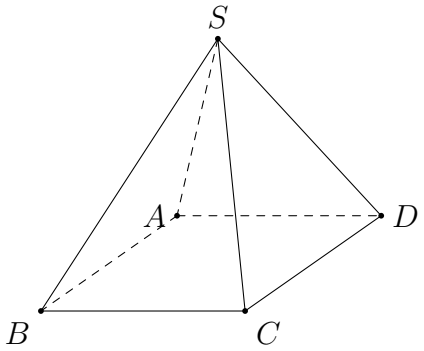
Ⓒ $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. Ⓓ $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải. Hàm $y = \tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án D.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

Ⓐ Hai đường thẳng AD và SC cắt nhau.
Ⓑ Hai đường thẳng SB và CD chéo nhau.
Ⓒ Hai đường thẳng AC và BD cắt nhau.
Ⓓ Hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.



Hướng dẫn giải. $ABCD$ là hình bình hành nên $AB//CD$ (D đúng), AC và BD cắt nhau tại tâm hình bình hành (C đúng).

$SB \cap (ABCD) = B$, $B \notin CD$ nên SB và CD chéo nhau (B đúng).

$SC \cap (ABCD) = C$, $C \notin AD$ nên AD và SC chéo nhau, không cắt nhau. Vậy A sai.

Chọn đáp án A.

Câu 5. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ có $\lim u_n = 3$ và $\lim v_n = -2$. Khi đó $\lim(u_n + v_n)$ bằng

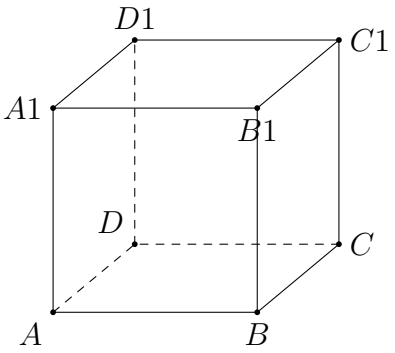
Ⓐ 6. Ⓑ -1. Ⓒ 5. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n = 3 + (-2) = 1$.

Chọn đáp án D.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng (ACB_1) song song với mặt phẳng nào dưới đây?

Ⓐ (A_1C_1D). Ⓑ (A_1CD_1). Ⓒ (A_1C_1B). Ⓓ (AC_1D_1).



Hướng dẫn giải. Ta có $AB_1 // DC_1$ nên $AB_1 // (A_1C_1D)$ (vì $DC_1 \subset (A_1C_1D)$).

Lại có $AC // A_1C_1$ nên $AC // (A_1C_1D)$.

Hai đường thẳng AC và AB_1 cắt nhau cùng nằm trong (ACB_1) và cùng song song với (A_1C_1D). Vậy $(ACB_1) // (A_1C_1D)$.

Chọn đáp án A.

Câu 7. Cho các góc lượng giác a, b. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\sin(a + b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$.
Ⓑ $\sin(a + b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$.
Ⓒ $\cos(a - b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$.
Ⓓ $\cos(a + b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$.

Hướng dẫn giải. Các công thức đúng là $\sin(a + b) = \sin a\cos b + \cos a\sin b$, $\cos(a - b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$, $\cos(a + b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$.

Chọn đáp án B.

Câu 8. Nếu $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 3$ thì $\lim\limits_{x\to 1} [x + f(x)]$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 5.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to 1} [x + f(x)] = \lim\limits_{x\to 1} x + \lim\limits_{x\to 1} f(x) = 1 + 3 = 4$.

Chọn đáp án B.

Câu 9. Trong không gian, khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ Có duy nhất một mặt phẳng chứa hai đường thẳng phân biệt.
Ⓑ Có duy nhất một mặt phẳng chứa ba điểm phân biệt.
Ⓒ Có duy nhất một mặt phẳng chứa một điểm và một đường thẳng.
Ⓓ Có duy nhất một mặt phẳng chứa ba điểm phân biệt không thẳng hàng.

Hướng dẫn giải. Hai đường thẳng chéo nhau thì không cùng nằm trong một mặt phẳng nên A sai.

Ba điểm thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng chứa chúng nên B sai.

Điểm thuộc đường thẳng thì có vô số mặt phẳng chứa cả hai nên C sai.

Theo tính chất, qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng nên D đúng.

Chọn đáp án D.

Câu 10. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P), mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng a, mặt phẳng (Q) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường thẳng b. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

Ⓐ a cắt b.
Ⓑ a và b chéo nhau.
Ⓒ a song song với b.
Ⓓ a trùng b.

Hướng dẫn giải. Theo định lí về giao tuyến của hai mặt phẳng: nếu $a // (P)$, $a \subset (Q)$ và $(Q) \cap (P) = b$ thì $a // b$.

Chọn đáp án C.

Câu 11. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓑ $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓒ $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓓ $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải. Công thức nghiệm của phương trình cơ bản: $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án B.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị u_3 bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 8. Ⓓ 7.

Hướng dẫn giải. $u_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$.

Chọn đáp án D.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{x}{2} & \text{khi } x \le 1 \\ \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ và $g(x) = x^2 - 3x + 1$. Khi đó:

a) Giới hạn $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \dfrac{1}{2}$.

b) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

c) Giới hạn $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} g(x) = \dfrac{1}{2}$.

d) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

✍ *Hướng dẫn giải.* a) Sai. Ta có

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x\to 1^+} \frac{x-2}{x+1} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}.$$

b) Đúng. $g(x)$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$, do đó liên tục tại $x_0 = 1$.

c) Sai. Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} \left(-\dfrac{x}{2}\right) = -\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -\dfrac{1}{2}$, nên $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -\dfrac{1}{2}$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to 1} g(x) = g(1) = 1 - 3 + 1 = -1$.

Vậy $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -\dfrac{1}{2} \neq -1 = \lim\limits_{x\to 1} g(x)$ và cả hai đều khác $\dfrac{1}{2}$.

d) Đúng. $f(1) = -\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -\dfrac{1}{2} = f(1)$ nên $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$.

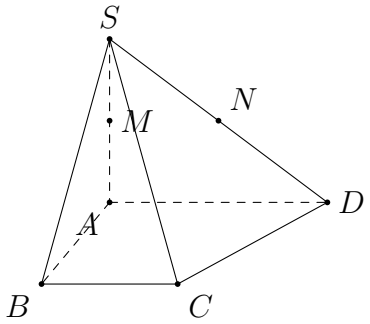
Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD song song với BC và $AD > BC$). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD (tham khảo hình vẽ).

a) Đường thẳng MN song song với mặt phẳng (SBC).

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng đi qua S và O, với O là giao điểm của AC và BD.

c) Đường thẳng CD không cắt mặt phẳng (SAB).

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với đường thẳng AB.



✍ *Hướng dẫn giải.* a) Đúng. MN là đường trung bình của tam giác SAD nên $MN // AD$. Mà $AD // BC$ nên $MN // BC$.

Vì $BC \subset (SBC)$ và $MN \not\subset (SBC)$ nên $MN // (SBC)$.

b) Đúng. S là điểm chung của (SAC) và (SBD). Lại có $O = AC \cap BD$ nên $O \in (SAC)$ và $O \in (SBD)$.

Vậy $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

c) Sai. Trong mặt phẳng $(ABCD)$, vì $ABCD$ là hình thang có $AD > BC$ nên hai cạnh bên AB và CD không song song. Gọi $E = AB \cap CD$.

Khi đó $E \in AB \subset (SAB)$ nên CD cắt (SAB) tại E.

d) Sai. S và E là hai điểm chung của (SAB) và (SCD) (vì $E \in AB \subset (SAB)$, $E \in CD \subset (SCD)$).

Do đó $(SAB) \cap (SCD) = SE$. Đường thẳng SE cắt AB tại E nên không song song với AB.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hòa cho bởi công thức $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t, A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hòa có phương trình: $x_1(t) = 2\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ (cm) và $x_2(t) = 2\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t - \dfrac{\pi}{3}\right)$ (cm). Tìm biên độ của dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

✍ *Hướng dẫn giải.* Hai dao động cùng tần số, có $A_1 = A_2 = 2$ và độ lệch pha

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

Biên độ dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} = \sqrt{4+4+2\cdot 2\cdot 2\cdot\cos\frac{\pi}{2}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2{,}83 \text{ (cm)}.$$

Bài 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{5x+1}-\sqrt{4x+4}}{2x-6} & \text{khi } x > 3 \\ m - \dfrac{21x}{16} & \text{khi } x \le 3 \end{cases}$. Tìm giá trị m để hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 3$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có $f(3) = m - \dfrac{63}{16}$ và $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = m - \dfrac{63}{16}$.

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} \frac{(5x+1)-(4x+4)}{(2x-6)\left(\sqrt{5x+1}+\sqrt{4x+4}\right)} = \lim_{x\to 3^+} \frac{x-3}{2(x-3)\left(\sqrt{5x+1}+\sqrt{4x+4}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 3^+} \frac{1}{2\left(\sqrt{5x+1}+\sqrt{4x+4}\right)} = \frac{1}{2(4+4)} = \frac{1}{16}.$$

$f(x)$ liên tục tại $x = 3$ khi và chỉ khi $m - \dfrac{63}{16} = \dfrac{1}{16} \Leftrightarrow m = 4$.

Bài 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Tần số	18	a	13	18

Ước lượng số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên, ta được kết quả là $\overline{x} = \dfrac{103}{7}$. Tìm tần số a của nhóm $[10;15)$, biết rằng a là số tự nhiên.

✍ *Hướng dẫn giải.* Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là 7,5; 12,5; 17,5; 22,5. Cỡ mẫu $n = 18 + a + 13 + 18 = 49 + a$.

$$\overline{x} = \frac{18\cdot 7{,}5 + 12{,}5a + 13\cdot 17{,}5 + 18\cdot 22{,}5}{49+a} = \frac{767{,}5 + 12{,}5a}{49+a}.$$

Theo đề: $\dfrac{767{,}5+12{,}5a}{49+a} = \dfrac{103}{7}$

$\Leftrightarrow 7(767{,}5 + 12{,}5a) = 103(49+a)$

$\Leftrightarrow 5372{,}5 + 87{,}5a = 5047 + 103a$

$\Leftrightarrow 15{,}5a = 325{,}5 \Leftrightarrow a = 21$ (thỏa mãn).

Bài 4. Một học sinh bắt đầu thực hiện kế hoạch tiết kiệm tiền để mua một món đồ công nghệ. Trong tuần đầu tiên, học sinh đó tiết kiệm được 20 nghìn đồng. Kể từ tuần thứ hai trở đi, mỗi tuần học sinh đó tiết kiệm được số tiền nhiều hơn 15 nghìn đồng so với tuần liền trước đó. Hỏi sau 16 tuần thực hiện kế hoạch tiết kiệm, học sinh đó sẽ tích lũy được tổng cộng bao nhiêu tiền (tính bằng đơn vị nghìn đồng)?

✍ *Hướng dẫn giải.* Số tiền tiết kiệm mỗi tuần lập thành cấp số cộng có $u_1 = 20$, công sai $d = 15$.

Tổng số tiền sau 16 tuần:

$$S_{16} = \frac{16\,[2u_1 + 15d]}{2} = 8\,(2 \cdot 20 + 15 \cdot 15) = 8 \cdot 265 = 2120.$$

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $L_1 = \lim\limits_{x \to 1}(1 - 3x)$.

b) $L_2 = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{3 - x}$.

Hướng dẫn giải. a) $L_1 = \lim\limits_{x \to 1}(1 - 3x) = 1 - 3 \cdot 1 = -2$.

b) Với $x \neq 3$:

$$\frac{x^2 - 9}{3 - x} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{-(x - 3)} = -(x + 3).$$

Do đó $L_2 = \lim\limits_{x \to 3}\,[-(x + 3)] = -6$.

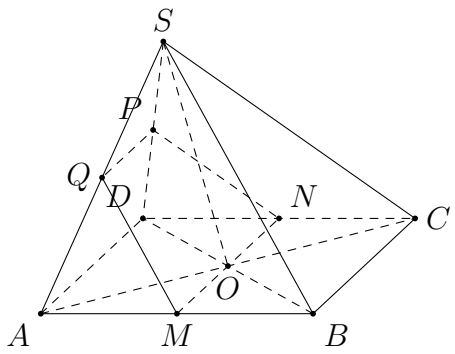
Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SA.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Chứng minh $SB // (MNQ)$.

c) Tìm giao điểm của SD và mặt phẳng (MNQ).

Hướng dẫn giải.



a) Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có S là điểm chung của (SAC) và (SBD). Mặt khác $O \in AC \subset (SAC)$ và $O \in BD \subset (SBD)$ nên O cũng là điểm chung.

Vậy $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

b) Trong tam giác SAB, Q và M lần lượt là trung điểm của SA và AB nên QM là đường trung bình, suy ra $QM // SB$.

Vì $QM \subset (MNQ)$ và $SB \not\subset (MNQ)$ nên $SB // (MNQ)$.

c) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AM // DN$ và $AM = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{CD}{2} = DN$, do đó $AMND$ là hình bình hành, suy ra $MN // AD$.

Ta có (MNQ) và (SAD) có điểm chung Q, lần lượt chứa hai đường thẳng song song MN và AD. Do đó giao tuyến của chúng là đường thẳng d đi qua Q và song song với AD.

Trong mặt phẳng (SAD), gọi $P = d \cap SD$. Khi đó $P \in SD$ và $P \in d \subset (MNQ)$, nên

$P = SD \cap (MNQ)$.

Vì $QP // AD$ và Q là trung điểm của SA nên P là trung điểm của SD.

Vậy giao điểm của SD và (MNQ) là trung điểm P của SD.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 14
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Giá trị của $\lim \dfrac{1-2n}{n+2}$ là

Ⓐ 0. Ⓑ $\dfrac{1}{2}$. Ⓒ -2. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. $\lim \dfrac{1-2n}{n+2} = \lim \dfrac{\frac{1}{n}-2}{1+\frac{2}{n}} = -2$.

Chọn đáp án C.

Câu 2. Khẳng định nào sau đây **sai**?

Ⓐ $\lim \left(-\dfrac{2024}{2025}\right)^n = 0$. Ⓑ $\lim \left(\sqrt{3}\right)^n = +\infty$.

Ⓒ $\lim \left(\dfrac{5}{3}\right)^n = 0$. Ⓓ $\lim \left(\dfrac{1}{3}\right)^n = 0$.

Hướng dẫn giải. Dãy q^n có giới hạn 0 khi $|q|<1$ và giới hạn $+\infty$ khi $q>1$.

Các ý A, B, D đúng. Ý C sai vì $\dfrac{5}{3}>1$ nên $\lim \left(\dfrac{5}{3}\right)^n = +\infty$.

Chọn đáp án C.

Câu 3. Tìm số thực a khác 0 sao cho $\lim \dfrac{n^2-2}{an^2-1} = 2$.

Ⓐ $a=-\dfrac{1}{2}$. Ⓑ $a=-2$. Ⓒ $a=2$. Ⓓ $a=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải. $\lim \dfrac{n^2-2}{an^2-1} = \lim \dfrac{1-\frac{2}{n^2}}{a-\frac{1}{n^2}} = \dfrac{1}{a}$.

Theo đề $\dfrac{1}{a}=2 \Rightarrow a=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D.

Câu 4. Tính giới hạn $L = \lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{5}{x-3}$.

Ⓐ $L=-\infty$. Ⓑ $L=0$. Ⓒ $L=+\infty$. Ⓓ $L=5$.

Hướng dẫn giải. Khi $x\to 3^+$ thì $x-3\to 0^+$ và tử bằng $5>0$.

Do đó $L=+\infty$.

Chọn đáp án C.

Câu 5. Giả sử $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=5$ và $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=6$, khi đó $\lim\limits_{x\to 2}[2f(x)-g(x)]$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ 1. Ⓑ 11. Ⓒ 4. Ⓓ 8.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to 2}[2f(x)-g(x)]=2\cdot 5-6=4$.

Chọn đáp án C.

Câu 6. Cho hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3x}}{2024x+1}$. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}[g(x)-1]$.

Ⓐ $-\dfrac{2025}{2024}$. Ⓑ $-\dfrac{2023}{2024}$. Ⓒ $\dfrac{2025}{2024}$. Ⓓ $\dfrac{2023}{2024}$.

Hướng dẫn giải. Với $x<0$ ta có $\sqrt{x^2+3x}=|x|\sqrt{1+\dfrac{3}{x}}=-x\sqrt{1+\dfrac{3}{x}}$.

Do đó

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1+\frac{3}{x}}}{2024+\frac{1}{x}}=-\frac{1}{2024}.$$

Vậy $\lim\limits_{x\to-\infty}[g(x)-1]=-\dfrac{1}{2024}-1=-\dfrac{2025}{2024}$.

Chọn đáp án A.

Câu 7. Một công ty sản xuất giày da đã xác định được rằng, tính trung bình một công nhân có thể làm được $f(x)=\dfrac{16x}{15+2x}$ đôi giày mỗi ngày sau khi được đào tạo t ngày. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

Ⓐ $\dfrac{16}{15}$. Ⓑ 16. Ⓒ 15. Ⓓ 8.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{16x}{15+2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{16}{\frac{15}{x}+2}=\dfrac{16}{2}=8$.

Chọn đáp án D.

Câu 8. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=\cos x$. Ⓑ $y=\dfrac{x}{x^2+x+2}$.

Ⓒ $y=\dfrac{x}{x+1}$. Ⓓ $y=x^2+6x+20$.

Hướng dẫn giải. Hàm $y=\cos x$ và hàm đa thức $y=x^2+6x+20$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm $y=\dfrac{x}{x^2+x+2}$ có mẫu x^2+x+2 có $\Delta=1-8<0$ nên mẫu luôn dương, hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm $y=\dfrac{x}{x+1}$ không xác định tại $x=-1$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án C.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

Ⓐ SD.
Ⓑ SO (O là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$).
Ⓒ SE (E là trung điểm AB).
Ⓓ SF (F là trung điểm của CD).

Hướng dẫn giải. Gọi $O=AC\cap BD$. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm của MN (do MN đi qua tâm O của hình bình hành), tức $O\in MN\subset(SMN)$.

Mà $O\in AC\subset(SAC)$ nên O là điểm chung của hai mặt phẳng. Lại có S là điểm chung.

Vậy $(SMN)\cap(SAC)=SO$.

Chọn đáp án B.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$; I, J theo thứ tự là trung điểm của AC, AD; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

Ⓐ Qua I và song song với AB.
Ⓑ Qua J và song song với BD.
Ⓒ Qua G và song song với CD.
Ⓓ Qua G và song song với BC.

Hướng dẫn giải. IJ là đường trung bình của tam giác ACD nên $IJ//CD$.

Ta có G là điểm chung của (GIJ) và (BCD), $IJ \subset (GIJ)$, $CD \subset (BCD)$, $IJ//CD$.

Do đó giao tuyến là đường thẳng đi qua G và song song với CD.

Chọn đáp án C.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

Ⓐ $(BC'D)$.
Ⓑ (BCA').
Ⓒ (ACC').
Ⓓ (BDA').

Hướng dẫn giải. Ta có $AB'//DC'$ (vì $ABC'D'$... cùng song song và bằng $A'D'$... cụ thể $AB'DC'$ là hình bình hành nên $AB'//DC'$) và $AD'//BC'$.

Hai đường thẳng cắt nhau AB', AD' của $(AB'D')$ lần lượt song song với hai đường thẳng cắt nhau DC', BC' của $(BC'D)$.

Vậy $(AB'D')//(BC'D)$.

Chọn đáp án A.

Câu 12. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng và số người như sau

Cân nặng	$[45;51)$	$[51;57)$	$[57;63)$	$[63;69)$	$[69;75)$	$[75;81)$
Số người	25	2	9	34	34	9

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

Ⓐ $[63;69)$.
Ⓑ $[57;63)$.
Ⓒ $[51;57)$.
Ⓓ $[69;75)$.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 25+2+9+34+34+9 = 113$, nên $\dfrac{n}{4} = 28{,}25$.

Tần số tích lũy: 25; 27; 36; ... Vì $27 < 28{,}25 \le 36$ nên nhóm chứa Q_1 là $[57;63)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-9}{x^3+27} & \text{khi } x \neq -3 \\ a - \dfrac{11}{9} & \text{khi } x = -3 \end{cases}$

a) Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

b) $f(-3) = a - \dfrac{11}{9}$.

c) $\lim\limits_{x\to -3} f(x) = \lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2-9}{x^3+27}$.

d) Có 23 giá trị nguyên của $a \in (0;25)$ để hàm số gián đoạn tại $x = -3$.

Hướng dẫn giải. a) Đúng. Với $x \neq -3$ thì $f(x)$ có nghĩa (mẫu $x^3+27 \neq 0$), còn tại $x = -3$ hàm có giá trị $a - \dfrac{11}{9}$. Vậy f xác định trên $\mathbb{R}$.

b) Đúng. Theo định nghĩa hàm số, $f(-3) = a - \dfrac{11}{9}$.

c) Đúng. Khi $x \to -3$ thì $x \neq -3$ nên $f(x) = \dfrac{x^2-9}{x^3+27}$.

d) Đúng. Với $x \neq -3$:

$$f(x) = \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)(x^2-3x+9)} = \frac{x-3}{x^2-3x+9}.$$

Suy ra $\lim\limits_{x\to-3} f(x) = \dfrac{-6}{9+9+9} = -\dfrac{2}{9}$.

Hàm gián đoạn tại $x = -3$ khi $a - \dfrac{11}{9} \neq -\dfrac{2}{9} \Leftrightarrow a \neq 1$.

Với $a \in (0;25)$ nguyên thì $a \in \{1;2;\ldots;24\}$ có 24 giá trị, bỏ $a = 1$ còn 23 giá trị.

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB, N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC. Gọi P là điểm nằm trong ΔBCD. Khi đó:

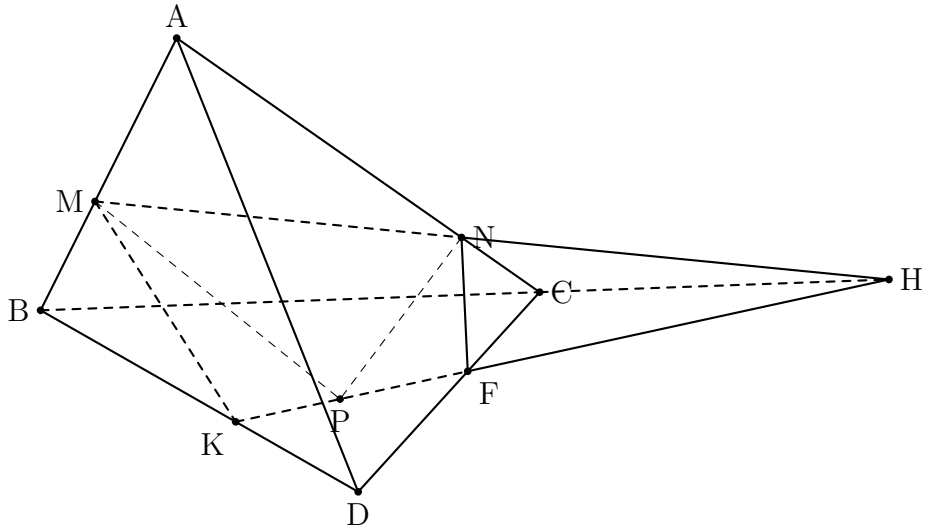
a) $MN = (MNP) \cap (ABC)$.

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (BCD)$ là đường thẳng cắt BC.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABD)$ là đường thẳng cắt AB và DC.

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ACD)$ là đường thẳng cắt AB và DC.

Hướng dẫn giải.



- a) Đúng, vì M, N thuộc cả (MNP) và (ABC).

- b) Đúng, gọi $H = MN \cap BC$, khi đó giao tuyến là HP cắt BC tại H.

- c) Sai, giao tuyến $(MNP) \cap (ABD)$ là MK với $K = HP \cap BD$.

- d) Sai, giao tuyến $(MNP) \cap (ACD)$ là NF với $F = HP \cap CD$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

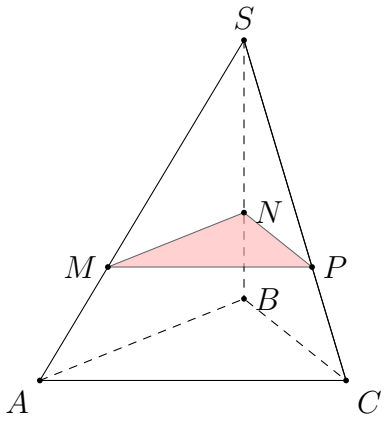
Bài 1. Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}} \dfrac{2x^3+6\sqrt{3}}{3-x^2} = a\sqrt{3}+b$. Tính $a+b$.

Hướng dẫn giải. Ta có $2x^3+6\sqrt{3} = 2\left(x^3+3\sqrt{3}\right) = 2\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x^2-\sqrt{3}x+3\right)$ và $3-x^2 = \left(\sqrt{3}-x\right)\left(\sqrt{3}+x\right)$.

$$\lim_{x\to-\sqrt{3}}\frac{2\left(x^2-\sqrt{3}x+3\right)}{\sqrt{3}-x}=\frac{2(3+3+3)}{2\sqrt{3}}=\frac{18}{2\sqrt{3}}=3\sqrt{3}.$$

Suy ra $a=3$, $b=0$, nên $a+b=3$.

Bài 2. Anh Bình muốn làm kệ rubic có dạng như hình, nên đã thiết kế bằng việc tạo ra một hình chóp tam giác sau đó cắt phần đỉnh như hình vẽ. Cụ thể anh Bình làm 1 hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC có $AB=AC=5$ (cm), $BAC=30^\circ$. Sau đó dựng mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SM tại M sao cho $SM=2MA$ rồi cắt để tạo sản phẩm. Hỏi diện tích thiết diện sau khi cắt thành sản phẩm hoàn chỉnh là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)



Hướng dẫn giải.

Diện tích đáy:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 5\cdot\frac{1}{2}=\frac{25}{4}.$$

Vì $(P)//(ABC)$ nên thiết diện là tam giác đồng dạng với tam giác ABC. Do $SM=2MA$ nên $\dfrac{SM}{SA}=\dfrac{2}{3}$, đây chính là tỉ số đồng dạng.

$$S_{\text{thiết diện}}=\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\frac{25}{4}=\frac{25}{9}\approx 2{,}78\ (\text{cm}^2).$$

Bài 3. Một buổi chiều nọ, bên bếp lửa hồng trong gian nhà ấm áp, người ta nhìn thấy ba mẹ con cùng ngồi ăn đậu phộng rang. Tấm ăn trước, cô bốc 1 hạt đậu và bỏ vào miệng; Cám là người bốc đậu tiếp theo, cô bỏ hai hạt đậu vào miệng; dì ghẻ là người bốc đậu tiếp theo liền bỏ 3 hạt vào miệng. Trở lại lượt của Tấm, cô lấy 4 hạt đậu, rồi Cám lấy 5 hạt đậu, dì ghẻ lấy 6 hạt đậu... Bữa ăn hào hứng như thế cho đến lượt cuối cùng thì số hạt đậu không đủ theo quy luật trò chơi, người nào đến lượt cuối sẽ lấy hết số hạt đậu còn lại. Sau bữa ăn ấm áp ấy, Tấm nhận ra mình đã cho vào bụng khoảng 317 hạt đậu. Hỏi tổng số đậu mà ba mẹ con đã ăn trong tối đó là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ở lượt thứ j (đếm liên tục) người đó lấy j hạt. Tấm bốc ở các lượt $1,4,7,\ldots,3k-2,\ldots$

Nếu Tấm bốc đủ n lượt thì số hạt Tấm ăn là

$$\sum_{k=1}^{n}(3k-2)=\frac{3n^2-n}{2}.$$

Với $n = 14$: $\dfrac{3 \cdot 196 - 14}{2} = 287$ (lượt thứ 14 của Tấm là lượt 40).

Với $n = 15$: $\dfrac{3 \cdot 225 - 15}{2} = 330 > 317$.

Vậy Tấm bốc đủ 14 lượt (đến lượt 40), rồi Cám lấy 41 hạt, dì ghẻ lấy 42 hạt. Đến lượt thứ 43 của Tấm, Tấm chỉ lấy số hạt còn lại là $317 - 287 = 30 < 43$ hạt, đây là lượt cuối.

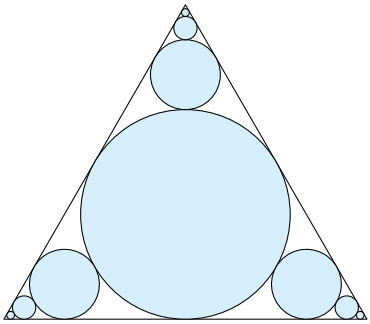
Tổng số hạt đậu:

$$1 + 2 + \cdots + 42 + 30 = \frac{42 \cdot 43}{2} + 30 = 903 + 30 = 933.$$

Đáp số: 933.

Bài 4. Cho tam giác đều cạnh 1, bên trong có vô hạn các đường tròn tiến về các đỉnh của tam giác đều đó. Mỗi đường tròn tiếp xúc với các đường tròn khác và với các cạnh của tam giác. Tính tổng diện tích của tất cả các đường tròn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải.



Đường tròn lớn nhất là đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh 1, có bán kính $r_0 = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Tại mỗi đỉnh (góc 60°), đường tròn tiếp xúc hai cạnh có bán kính r và tâm cách đỉnh $\dfrac{r}{\sin 30^\circ} = 2r$ trên phân giác. Xét hai đường tròn liên tiếp cùng tiếp xúc hai cạnh của góc, bán kính r' (lớn) và r (nhỏ): hai đường tròn tiếp xúc ngoài nên

$$2r' - 2r = r' + r \Rightarrow r = \frac{r'}{3}.$$

Vậy tại mỗi đỉnh có dãy đường tròn bán kính $\dfrac{r_0}{3}, \dfrac{r_0}{3^2}, \dfrac{r_0}{3^3}, \ldots$, tức dãy diện tích lập thành cấp số nhân với số hạng đầu $\dfrac{\pi r_0^2}{9}$ và công bội $\dfrac{1}{9}$.

Tổng diện tích của dãy tại một đỉnh:

$$\frac{\pi r_0^2/9}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\pi r_0^2}{8}.$$

Tổng diện tích tất cả các đường tròn:

$$S = \pi r_0^2 + 3 \cdot \frac{\pi r_0^2}{8} = \frac{11}{8}\pi r_0^2 = \frac{11}{8}\pi \cdot \frac{1}{12} = \frac{11\pi}{96} \approx 0{,}36.$$

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính

a) $\lim \dfrac{2n^2 + 5}{9n^2 + n + 1}$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+7x+5}+2x\right)$.

Hướng dẫn giải. a) Chia cả tử và mẫu cho n^2:

$$\lim\frac{2n^2+5}{9n^2+n+1}=\lim\frac{2+\frac{5}{n^2}}{9+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=\frac{2}{9}.$$

b) Với $x<0$ thì $\sqrt{x^2+7x+5}=|x|\sqrt{1+\dfrac{7}{x}+\dfrac{5}{x^2}}=-x\sqrt{1+\dfrac{7}{x}+\dfrac{5}{x^2}}$.

Do đó

$$\sqrt{x^2+7x+5}+2x=x\left(2-\sqrt{1+\frac{7}{x}+\frac{5}{x^2}}\right).$$

Khi $x\to-\infty$: $x\to-\infty$ và $2-\sqrt{1+\frac{7}{x}+\frac{5}{x^2}}\to 2-1=1>0$.

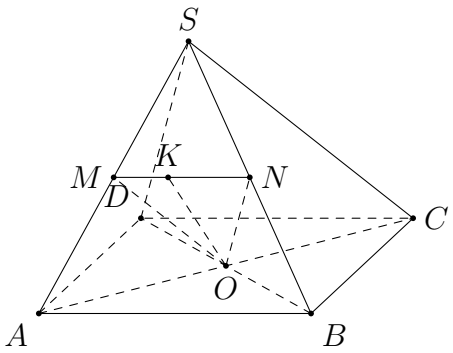
Vậy giới hạn bằng $-\infty$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB.

a) Chứng minh $(OMN)//(SCD)$.

b) Gọi K là điểm bất kỳ trên MN. Chứng minh $OK//(SCD)$.

Hướng dẫn giải.



a) Trong tam giác SAC, M và O lần lượt là trung điểm của SA và AC nên OM là đường trung bình, suy ra $OM//SC$.

Trong tam giác SBD, N và O lần lượt là trung điểm của SB và BD nên ON là đường trung bình, suy ra $ON//SD$.

Ta có $OM//SC\subset(SCD)$ nên $OM//(SCD)$; tương tự $ON//SD\subset(SCD)$ nên $ON//(SCD)$.

Mặt phẳng (OMN) chứa hai đường thẳng cắt nhau OM, ON cùng song song với (SCD). Vậy $(OMN)//(SCD)$.

b) Vì $K\in MN\subset(OMN)$ nên $OK\subset(OMN)$.

Mà $(OMN)//(SCD)$ nên $OK//(SCD)$.

Bài 3. Một kỹ thuật viên trắc địa dùng máy GNSS 2 tần RTK chuyên dụng kết nối trạm tham chiếu quốc gia đã đo được bậc thứ nhất của một khu ruộng bậc thang ở **Mù Cang Chải** có độ cao 953,4 m (sai số $\pm$0,05 m) so với mực nước biển. Biết rằng thửa ruộng ở bậc thứ hai cao hơn 2 m so với thửa ruộng ở bậc thứ nhất, và kể từ bậc thứ ba trở lên thì mỗi bậc cao hơn bậc ngay dưới

nó 0,7 m. Hỏi thửa ruộng cao 964,5 m so với mực nước biển là thửa ruộng ở bậc thứ bao nhiêu?

✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi u_n là độ cao của thửa ruộng ở bậc thứ n (so với mực nước biển).

- Bậc thứ nhất ($n = 1$): Độ cao là $u_1 = 953{,}4$ m. (Sai số $\pm 0{,}05$ m không ảnh hưởng đến tính toán bậc).
- Bậc thứ hai ($n = 2$): Độ cao $u_2 = u_1 + 2 = 953{,}4 + 2 = 955{,}4$ m.
- Từ bậc thứ ba trở lên ($n \geq 3$): Mỗi bậc cao hơn bậc ngay dưới nó $d = 0{,}7$ m, do đó dãy độ cao từ bậc 2 trở đi: Dãy $u_2, u_3, u_4, \ldots$ là một cấp số cộng có số hạng đầu là $u_2 = 955{,}4$ và công sai $d = 0{,}7$.

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng, bắt đầu từ u_2 là $u_n = u_2 + (n-2)d$, trong đó $u_2 = 955{,}4$ và $d = 0{,}7$.
Suy ra

$$u_n = 955{,}4 + (n-2) \cdot 0{,}7\,(*).$$

Thay $u_n = 964{,}5$ vào công thức $(*)$ ta được

$$\begin{aligned} & 964{,}5 = 955{,}4 + (n-2) \cdot 0{,}7 \\ \Leftrightarrow\ & (n-2) \cdot 0{,}7 = 964{,}5 - 955{,}4 \\ \Leftrightarrow\ & (n-2) \cdot 0{,}7 = 9{,}1 \\ \Leftrightarrow\ & n - 2 = \frac{9{,}1}{0{,}7} \\ \Leftrightarrow\ & n - 2 = 13 \\ \Leftrightarrow\ & n = 13 + 2 \\ \Leftrightarrow\ & n = 15. \end{aligned}$$

Vậy thửa ruộng cao 964,5 m so với mực nước biển là thửa ruộng ở bậc thứ 15.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 15
(Đề gồm có 3 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 11
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Tính $A = \lim \dfrac{-2n^3 + n}{n^2 + 1}$.

Ⓐ $A = -\infty$. Ⓑ $A = -2$. Ⓒ $A = +\infty$. Ⓓ $A = 0$.

Hướng dẫn giải. $A = \lim \dfrac{n^3\left(-2 + \frac{1}{n^2}\right)}{n^2\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)} = \lim n \cdot \dfrac{-2 + \dfrac{1}{n^2}}{1 + \dfrac{1}{n^2}} = -\infty$.

Chọn đáp án A.

Câu 2. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4$ và $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = 1$. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 2}[f(x) + g(x)]$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 1. Ⓓ -1.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to 2}[f(x) + g(x)] = 4 + 1 = 5$.

Chọn đáp án A.

Câu 3. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = \sqrt{3}$?

Ⓐ $y = \dfrac{2}{x - \sqrt{3}}$. Ⓑ $y = \dfrac{2}{x^2 + 1}$.
Ⓒ $y = \sin x$. Ⓓ $y = x^2 - 3$.

Hướng dẫn giải. Hàm $y = \dfrac{2}{x - \sqrt{3}}$ không xác định tại $x = \sqrt{3}$ nên gián đoạn tại điểm đó. Ba hàm còn lại xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án A.

Câu 4. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

Ⓐ $m = 0$. Ⓑ $m = 1$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = 3$.

Hướng dẫn giải. Với $x \neq 2$: $f(x) = \dfrac{(x-2)(x+1)}{x-2} = x + 1$, nên $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$.

$f(x)$ liên tục tại $x = 2$ khi $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow m = 3$.

Chọn đáp án D.

Câu 5. Dãy số nào trong các dãy số sau đây có giới hạn bằng 1?

Ⓐ $u_n = n^2 + n$. Ⓑ $a_n = \dfrac{2n}{2n - 5}$.

Ⓒ $v_n = \dfrac{1}{n}$. Ⓓ $b_n = \dfrac{2n^2}{n-2}$.

Hướng dẫn giải. $\lim(n^2+n) = +\infty$; $\lim \dfrac{2n}{2n-5} = \lim \dfrac{2}{2-\frac{5}{n}} = 1$; $\lim \dfrac{1}{n} = 0$; $\lim \dfrac{2n^2}{n-2} = +\infty$.

Chọn đáp án B.

Câu 6. Giá trị của $P = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{3x+2}{x-1}$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ $+\infty$. Ⓒ $-\infty$. Ⓓ $-\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải. Khi $x \to 1^-$: $3x+2 \to 5 > 0$ và $x-1 \to 0^-$.

Vậy $P = -\infty$.

Chọn đáp án C.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{khi } x > 0 \\ x & \text{khi } x \le 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

Ⓐ $f(1) = 2$.
Ⓑ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1$.
Ⓒ Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = -1$.
Ⓓ Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

Hướng dẫn giải. A đúng: $f(1) = 1^2+1 = 2$.

B đúng: $\lim\limits_{x\to 0^+}(x^2+1) = 1$.

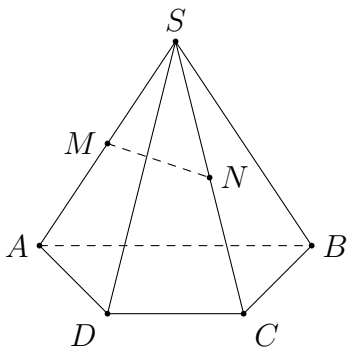
C đúng: trên $(-\infty;0)$, $f(x) = x$ là hàm đa thức nên liên tục tại $x = -1$.

D sai: $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 0 \neq \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1$ nên f gián đoạn tại $x = 0$.

Chọn đáp án D.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $MN // (ABCD)$. Ⓑ $MN // (SAB)$.
Ⓒ $MN // (SCD)$. Ⓓ $MN // (SBC)$.



Hướng dẫn giải. Trong tam giác SAC, MN là đường trung bình nên $MN // AC$.

Vì $AC \subset (ABCD)$ và $MN \not\subset (ABCD)$ nên $MN // (ABCD)$.

Chọn đáp án A.

Câu 9. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SB, SD. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào song song với IJ?

Ⓐ AB. Ⓑ CD. Ⓒ AC. Ⓓ BD.

✍ *Hướng dẫn giải.* Trong tam giác SBD, IJ là đường trung bình nên $IJ//BD$.

Chọn đáp án D.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thang có $AB//CD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

Ⓐ SI, với $I = AD \cap BC$.
Ⓑ Sx, với $Sx//AB//CD$.
Ⓒ Sy, với $Sy//AD$.
Ⓓ SO, với $O = AC \cap BD$.

✍ *Hướng dẫn giải.* S là điểm chung của hai mặt phẳng. Hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song AB và CD nên giao tuyến là đường thẳng Sx đi qua S và song song với AB, CD.

Chọn đáp án B.

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $(A'BC)//(AB'C')$.
Ⓑ $(BA'C')//(B'AC)$.
Ⓒ $(ABC')//(A'B'C)$.
Ⓓ $(ABC)//(A'B'C')$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Hai đáy của hình lăng trụ nằm trong hai mặt phẳng song song nên $(ABC)//(A'B'C')$.

Ba cặp còn lại cắt nhau, chẳng hạn ở A, B, C: gọi $P = AB' \cap A'B$ thì P là điểm chung của $(A'BC)$ và $(AB'C')$, cũng là điểm chung của $(BA'C')$ và $(B'AC)$; gọi $R = AC' \cap A'C$ thì R là điểm chung của (ABC') và $(A'B'C)$.

Chọn đáp án D.

Câu 12. Biết $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+bx+c}{x-2} = 5$ $(b, c \in \mathbb{R})$. Kết quả đúng của biểu thức $T = b + c$ là

Ⓐ $T = -5$.
Ⓑ $T = -3$.
Ⓒ $T = 1$.
Ⓓ $T = -6$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Giới hạn hữu hạn và mẫu tiến về 0 nên $x = 2$ là nghiệm của tử: $4+2b+c = 0$.

Khi đó $x^2 + bx + c = (x-2)(x+k)$ và $\lim\limits_{x\to 2}(x+k) = 2 + k = 5 \Rightarrow k = 3$.

Suy ra $x^2 + bx + c = (x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$, tức $b = 1,\ c = -6$.

Vậy $T = b + c = -5$.

Chọn đáp án A.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Anh Huy sau khi ra trường và xin vào làm cho một công ty với mức lương khởi điểm là 102 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, công ty trả cho anh Huy số tiền gấp 1,2 lần số tiền năm trước đó. Gọi u_n (triệu đồng) là số tiền lương mà anh nhận được năm thứ n. (Giả thiết anh Huy làm việc liên tục ở công ty đó trong n năm mà không nghỉ).

a) Số tiền lương anh Huy nhận được năm thứ ba là 122,4 triệu đồng.

b) Tổng số tiền lương anh Huy nhận được sau 6 năm là trên 1 tỉ đồng.

c) Dãy số (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = 102$ và công bội $q = 1{,}2$.

d) Giả sử mỗi năm, anh Huy tiết kiệm 35% số tiền lương nhận được thì sau ít nhất 8 năm đi làm anh Huy đủ tiền mua được 1 chiếc xe ô tô VF5 trị giá 537 triệu đồng.

✍ *Hướng dẫn giải.* **c) Đúng.** $u_{n+1} = 1{,}2\,u_n$ nên (u_n) là cấp số nhân với $u_1 = 102$, $q = 1{,}2$.

a) Sai. $u_3 = u_1 q^2 = 102 \cdot 1{,}2^2 = 146{,}88$ (triệu đồng). Số 122,4 là lương năm thứ hai.

b) Đúng. $S_6 = u_1 \dfrac{q^6 - 1}{q - 1} = 102 \cdot \dfrac{1{,}2^6 - 1}{0{,}2} \approx 1012{,}85$ triệu đồng > 1000 triệu đồng $= 1$ tỉ đồng.

d) Đúng. Tổng tiền tiết kiệm sau n năm là $T_n = 0{,}35\, S_n = 0{,}35 \cdot 510\,(1{,}2^n - 1)$.
Với $n = 7$: $T_7 \approx 461{,}1 < 537$.
Với $n = 8$: $T_8 \approx 589{,}0 \geq 537$.
Vậy cần ít nhất 8 năm.

Bài 2. Xét tính đúng sai của những khẳng định dưới đây:

a) Cho hàm số $g(x) = \dfrac{2025}{3 - x}$, ta có $\lim\limits_{x \to 3^+} g(x) = +\infty$.

b) Hàm số $f(x) = \dfrac{x + 2025}{x^2 - 4x + 3}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 3)$.

c) Bạn An tính tổng của các số tự nhiên từ 1 đến 9 và ra được kết quả là một số chính phương. Quan sát quá trình An tính toán, Khang mới bảo: "Cậu đã cộng một số tới tận hai lần, tổng này gồm 10 số chứ không phải 9 số".
Biết số mà An đã bị lặp lại khi tính là a. Khi đó $\lim \dfrac{an^2 + 11n + 2025}{2n^2 + n - 2009} = 4$.

d) Cho dãy số (u_n) với $u_n = an^2 + n - 1$ với $a \in \mathbb{R}$. Nếu $a = 1$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$.

Hướng dẫn giải. **a) Sai.** Khi $x \to 3^+$ thì $3 - x \to 0^-$, $2025 > 0$ nên $\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{2025}{3 - x} = -\infty$.

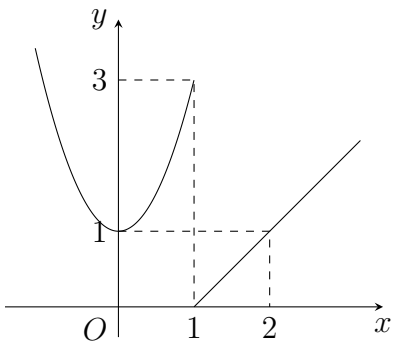
b) Sai. Hàm số không xác định tại $x = 1$ (vì $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) = 0$) mà $1 \in (-\infty; 3)$, nên $f(x)$ không liên tục trên $(-\infty; 3)$.

c) Sai. Tổng $1 + 2 + \cdots + 9 = 45$. Tổng sau khi cộng lặp a là $45 + a$ với $1 \leq a \leq 9$, tức $46 \leq 45 + a \leq 54$ và là số chính phương nên $45 + a = 49$, suy ra $a = 4$.
Khi đó $\lim \dfrac{4n^2 + 11n + 2025}{2n^2 + n - 2009} = \dfrac{4}{2} = 2 \neq 4$.

d) Sai. Với $a = 1$: $u_n = n^2 + n - 1 = n^2 \left(1 + \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n^2}\right) \to +\infty$, không bằng 1.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị của $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$ bằng bao nhiêu



Hướng dẫn giải. Quan sát đồ thị, khi $x \to 1^-$ thì điểm của đồ thị chạy trên nhánh parabol về điểm có tung độ 3.
Vậy $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 3$.

Bài 2. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 1 & \text{khi } x=2\end{cases}$. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)+11}{5x+10}$ (kết quả viết dưới dạng số thập phân)

Hướng dẫn giải. Với $x\neq 2$: $f(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)}{x-2}=x-1$.

Do đó $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)+11}{5x+10}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+10}{5x+10}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\frac{10}{x}}{5+\frac{10}{x}}=\dfrac{1}{5}=0{,}2$.

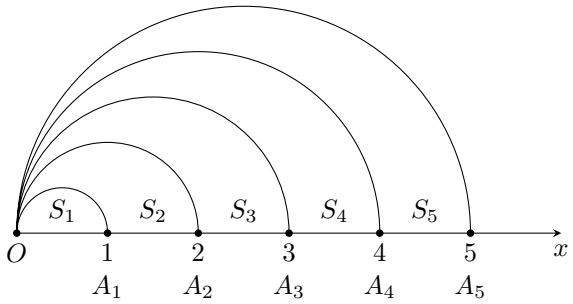
Đáp số: 0,2.

Bài 3. Biết rằng $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-13x+40}{35-7x}=\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-13x+40}{35-7x}=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{(x-5)(x-8)}{-7(x-5)}=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x-8}{-7}=\dfrac{-3}{-7}=\dfrac{3}{7}$.

Suy ra $a=3$, $b=7$ nên $a+b=10$.

Bài 4. Trên tia Ox lấy các điểm A_1, A_2, $A_3,\ldots,A_n,\ldots$ sao cho với mỗi số nguyên dương n thỏa mãn $OA_n=n$. Trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa tia Ox, vẽ các nửa đường tròn đường kính OA_n với $n=1,2,3,\ldots$. Kí hiệu s_1 là diện tích nửa hình tròn đường kính OA_1 và với mỗi số $n\geq 2$, kí hiệu s_n là diện tích của hình giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính OA_{n-1}, nửa đường tròn đường kính OA_n và tia Ox (tham khảo hình vẽ).



Chứng minh rằng dãy số (s_n) là một cấp số cộng. Tính tổng 2 024 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

Hướng dẫn giải. Theo giả thiết $OA_n=n$, $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $s_1=\dfrac{1}{2}\cdot\pi\cdot\left(\dfrac{OA_1}{2}\right)^2=\dfrac{\pi}{8}$.

Vì s_n là diện tích của hình giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính OA_{n-1}, nửa đường tròn đường kính OA_n nên

$$s_n=\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot\left(\frac{OA_n}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot\left(\frac{OA_{n-1}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot\left(\frac{n}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot\left(\frac{n-1}{2}\right)^2=\frac{(2n-1)\pi}{8}.$$

Do $s_n-s_{n-1}=\dfrac{(2n-1)\pi}{8}-\dfrac{(2n-3)\pi}{8}=\dfrac{\pi}{4}$, $\forall n\geq 2$ nên (s_n) là cấp số cộng với số hạng đầu là $s_1=\dfrac{\pi}{8}$ và công sai $d=\dfrac{\pi}{4}$.

Tổng 2024 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (s_n) là

$$T=\frac{2\,024}{2}\cdot\left(2\cdot\frac{\pi}{8}+2\,023\cdot\frac{\pi}{4}\right)=511\,072\pi.$$

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2n^2+5n-17}{5n^2-n+19}$

b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{3x-2}-2}{-3x^2+2x+8}$

Hướng dẫn giải. **a)** $\lim\dfrac{2n^2+5n-17}{5n^2-n+19}=\lim\dfrac{2+\frac{5}{n}-\frac{17}{n^2}}{5-\frac{1}{n}+\frac{19}{n^2}}=\dfrac{2}{5}$.

b) Ta có $-3x^2+2x+8=-(3x+4)(x-2)$ và $\sqrt{3x-2}-2=\dfrac{3x-6}{\sqrt{3x-2}+2}=\dfrac{3(x-2)}{\sqrt{3x-2}+2}$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{3x-2}-2}{-3x^2+2x+8}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3}{-(3x+4)\left(\sqrt{3x-2}+2\right)}=\dfrac{3}{-10\cdot 4}=-\dfrac{3}{40}$.

Bài 2. Hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4x+3}{x-1} & ,\text{khi } x>1\\ ax-3 & ,\text{khi } x\le 1\end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại điểm $x=1$.

Hướng dẫn giải. Ta có $f(1)=a-3$.

$\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(ax-3)=a-3$.

$\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x-1)(x-3)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}(x-3)=-2$.

Hàm số liên tục tại $x=1$ khi và chỉ khi $a-3=-2\Leftrightarrow a=1$.

Vậy $a=1$.

Bài 3. Để chào xuân Ất Tỵ 2025, một trung tâm tài chính muốn dùng 30025 đồng tiền xu để xếp một mô hình kim tự tháp. Biết rằng tầng dưới cùng có 2401 đồng và cứ lên thêm một tầng thì số đồng xu giảm đi 100 đồng, hỏi mô hình kim tự tháp này có tất cả bao nhiêu tầng?

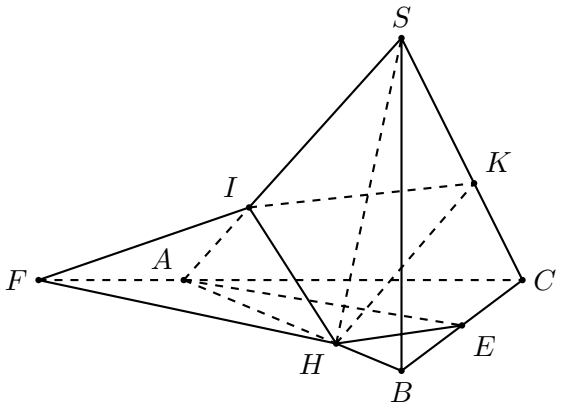
Hướng dẫn giải. Gọi u_n là số đồng xu ở tầng thứ n (tính từ dưới lên). Theo đề, ta được (u_n) là cấp số cộng có $u_1=2401$ và công sai $d=-100$. Gọi k là số tầng xếp được, $k\in\mathbb{N}^*$.

$$\begin{aligned}S_k&=\frac{[2\cdot u_1+(k-1)d]\cdot k}{2}=30025\\ \Leftrightarrow\ &[2\cdot 2401+(k-1)\cdot(-100)]\cdot k=60050\\ \Leftrightarrow\ &-100k^2+4902k-60050=0\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{ll}k=25 & \text{(nhận)}\\ k=\dfrac{1201}{50}. & \text{(loại)}\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy mô hình này có 25 tầng.

Bài 4. Cho bốn điểm không đồng phẳng S,A,B,C. Gọi I,H lần lượt là trung điểm của SA,AB. Trên SC lấy điểm K sao cho IK không song song với AC (K không trùng với các đầu mút). Tìm

giao điểm E của đường thẳng BC với mặt phẳng (IHK).



Hướng dẫn giải.

- Chọn mặt phẳng phụ (ABC) chứa đường thẳng BC.
- Ta có H là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (ABC) và (IHK) (vì $H \in AB \subset (ABC)$ và $H \in (IHK)$).
- Trong mặt phẳng (SAC), gọi $F = IK \cap AC$ (do IK không song song với AC).
- Vì $F \in IK \subset (IHK)$ và $F \in AC \subset (ABC)$ nên F là điểm chung thứ hai của (ABC) và (IHK).
- Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (IHK) là đường thẳng HF.
- Trong mặt phẳng (ABC), gọi $E = HF \cap BC$.
- Ta có $E \in BC$ và $E \in HF \subset (IHK)$, do đó $E = BC \cap (IHK)$.