SỞ GD&ĐT HÀ TĨNH
TRƯỜNG THPT NGUYỄN DU

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 04 trang)

KỲ KIỂM TRA GIỮA HKI NĂM HỌC 2026-2027

Môn: TOÁN, KHỐI 12

*Thời gian làm bài **90** phút*

(không kể thời gian phát đề)

Họ, tên thí sinh: .....

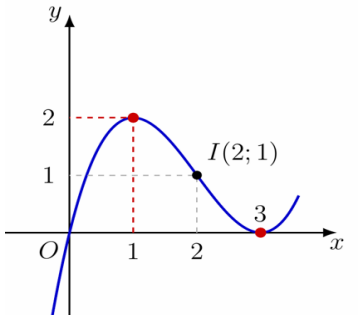
Số báo danh: .....

Mã đề thi: 1234

A. Phần trắc nghiệm khách quan

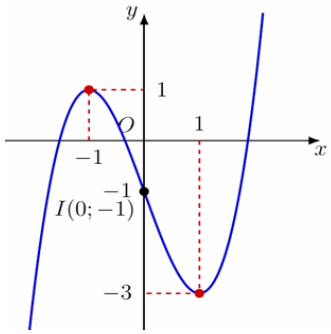
PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;1)$.
B. $(1;3)$.
C. $(3;+\infty)$.
D. $(-\infty;3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là:

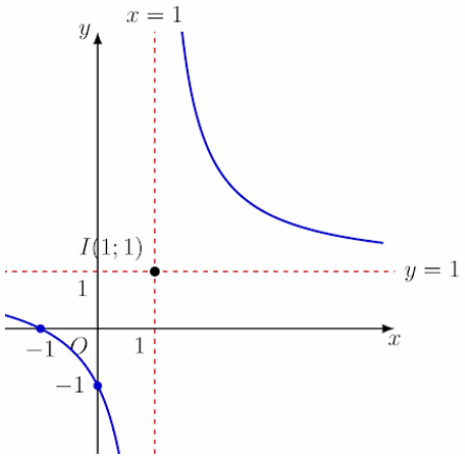


A. 1.
B. -1.
C. -3.
D. 2.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

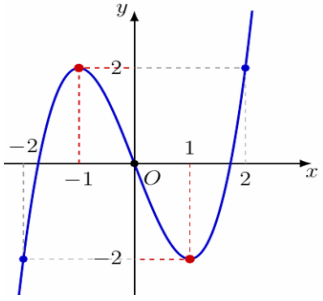
A. $x=3$ và $y=2$.
B. $x=1$ và $y=-2$.
C. $x=-2$ và $y=3$.
D. $x=2$ và $y=3$.

Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.
B. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.
C. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.
D. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số trên đoạn $[-2;2]$.



A. $m=-5;M=-1$.
B. $m=-2;M=2$.
C. $m=-1;M=0$.
D. $m=-5;M=0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

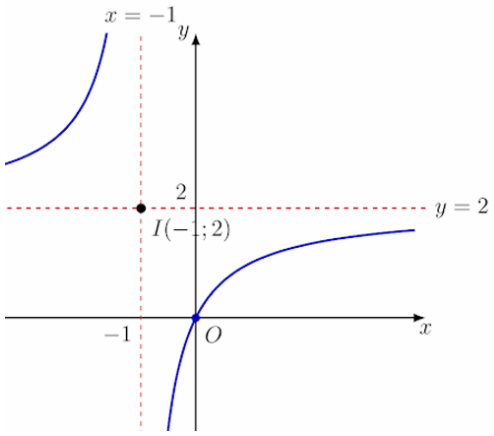
Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là bao nhiêu?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 7. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có toạ độ là:

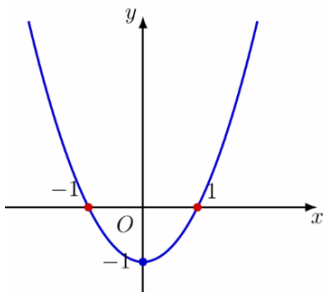
A. $(1;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị (C) như hình vẽ dưới đây. Tâm đối xứng của đồ thị (C) có toạ độ là:



A. $I(1;2)$. **B.** $I(2;1)$.
C. $I(-1;2)$. **D.** $I(1;-2)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.
Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

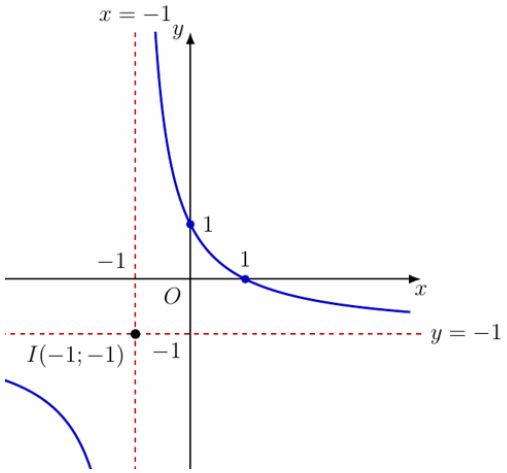


A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$.
C. $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng:

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là:

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=-1$.

Câu 12. Một vật chuyển động theo quy luật $s(t)=-2t^3+9t^2-t+5$ với t tính bằng giây (s), s tính bằng mét (m). Vận tốc của vật tại thời điểm $t=1$ (s) là:

A. 11 m/s. **B.** 9 m/s. **C.** 10 m/s. **D.** 12 m/s.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

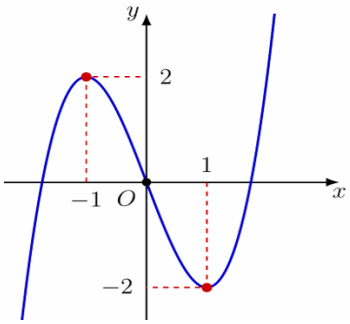
a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

b) Giá trị cực đại của hàm số là 4.

c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;0]$ bằng 4.

Câu 2. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên.



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

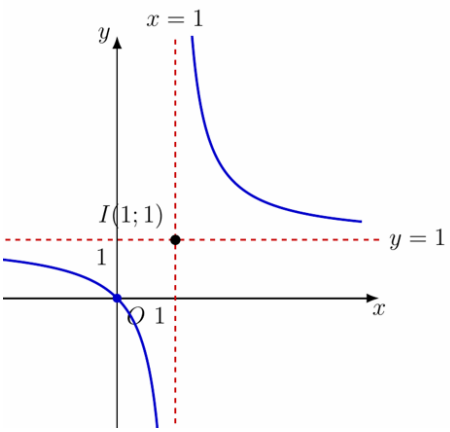
b) Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

c) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng 0.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+a}{bx+c}$.



Khi đó giá trị biểu thức $T=a-3b-2c$ bằng bao nhiêu?.

Câu 2. Một vật chuyển động với vận tốc $f(t)=-t^3+3t^2$ với $t\geq 0$. Vận tốc lớn nhất của vật trong 3 giây đầu là bao nhiêu m/s?.

Câu 3. Biết đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4$ đạt cực tiểu tại $x=2$. Tính giá trị của tham số m.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-3	↗	5	↘	-1	↗	1

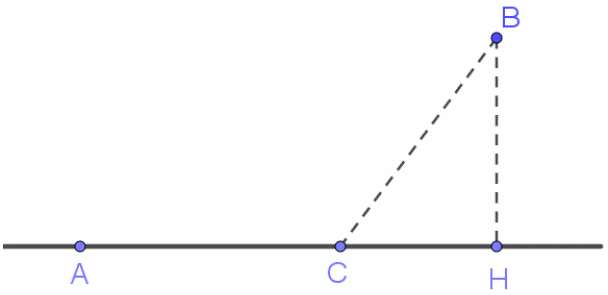
Biết đồ thị hàm số $g(x)=f\left(\sqrt{x^2-4x+5}-x\right)$ có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=a$ và $y=b$, trong đó $a<b$. Tính giá trị của biểu thức: $T=2a+3b$.

B. Phần tự luận

Câu 1. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-2}{x-1}$.

Câu 2. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t)=\dfrac{1}{100}\left(30t^3-\dfrac{t^4}{4}\right)$ với $0\le t\le 90$. Tốc độ bơm nước ở thời điểm t được tính theo công thức $v(t)=V'(t)$. Tìm thời điểm tốc độ bơm nước là lớn nhất và tính tốc độ bơm nước lớn nhất đó.

Câu 3. Trong cuộc kháng chiến chống Mỹ cứu nước, trên tuyến đường Trường Sơn huyền thoại, các đơn vị công binh và vận tải luôn phải tính toán phương án mở đường tối ưu để rút ngắn thời gian chi viện cho tiền tuyến. Giả sử một trạm hậu cần A nằm bên bờ một con sông thẳng và một căn cứ tiếp nhận B nằm trong rừng sâu. Khoảng cách vuông góc từ căn cứ B đến bờ sông tại điểm H là $BH=12$ km, khoảng cách từ trạm A đến H dọc theo bờ sông là $AH=25$ km. Để vận chuyển hàng hóa từ A đến B, đoàn vận tải dự kiến đi bằng thuyền dọc bờ sông từ A đến một bến trung chuyển C nằm giữa A và H với vận tốc trung bình $v_1=25$ km/h, sau đó mở một tuyến đường mòn thẳng xuyên rừng từ C đến B để vận chuyển với vận tốc trung bình $v_2=15$ km/h. Hỏi điểm trung chuyển C phải cách trạm A bao nhiêu kilômét để tổng thời gian vận chuyển từ A đến B là ngắn nhất?



---------- HẾT ----------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

- Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN ĐỀ 1234

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

1B	2C	3D	4A	5B	6B	7D	8C	9D	10C	11B	12A

Phần II. Trắc nghiệm Đúng - Sai.

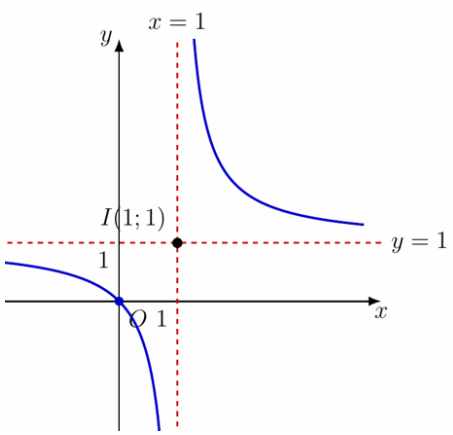
Câu 1	a)	b)	c)	d)	Câu 2	a)	b)	c)	d)
	S	Đ	S	Đ		S	S	Đ	S

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4
Đáp án	–1	4	1	17

2. Hướng dẫn giải ngắn gọn:.

Câu 1. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+a}{bx+c}$.



Khi đó giá trị biểu thức $T=a-3b-2c$ bằng bao nhiêu?.

TCĐ $x=1\Rightarrow bx+c=0\ \Rightarrow b+c=0$.

TCN $y=1\Rightarrow\dfrac{1}{b}=1\Rightarrow b=1\Rightarrow c=-1$.

Hàm số đi qua $(0;0)\Rightarrow\dfrac{a}{c}=0\Rightarrow a=0$.

Vậy $T=a-3b-2c=0-3(1)-2(-1)=-1$.

Câu 2. Một vật chuyển động với vận tốc $f(t)=-t^3+3t^2$ với $t\geq 0$. Vận tốc lớn nhất của vật trong 3 giây đầu là bao nhiêu m/s?.

Để tìm vận tốc cực đại, ta tìm GTLN của hàm số $f(t)=-t^3+3t^2$ trên đoạn $[0;3]$.

Đạo hàm $f'(t)=-3t^2+6t=0\Leftrightarrow t=0$ hoặc $t=2$.

Tính $f(0)=0, f(2)=4, f(3)=0$.

GTLN là 4 m/s .

Câu 3. Biết đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4$ đạt cực tiểu tại $x=2$. Tính giá trị của tham số m .Đạo hàm $y'=3x^2-6mx$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=2\Rightarrow y'(2)=12-12m=0\Rightarrow m=1$.

Kiểm tra $y''=6x-6m\Rightarrow y''(2)=12-6=6>0$ (thỏa mãn cực tiểu).

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-3	↗	5	↘	-1	↗	1

Biết đồ thị hàm số $g(x)=f\left(\sqrt{x^2-4x+5}-x\right)$ có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=a$ và $y=b$, trong đó $a<b$. Tính giá trị của biểu thức: $T=2a+3b$.

Xét $u(x)=\sqrt{x^2-4x+5}-x \Rightarrow g(x)=f(u(x))$.

TXĐ $u(x)$ là $\mathbb{R}$ do $x^2-4x+5=(x-2)^2+1>0 \ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

• Khi $x\to+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}u(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+5}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2-4x+5)-x^2}{\sqrt{x^2-4x+5}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-4x+5}{\sqrt{x^2-4x+5}+x}$$

$$\lim_{x\to+\infty}u(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{-4+\dfrac{5}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{5}{x^2}}+1}=\frac{-4+0}{\sqrt{1-0+0}+1}=\frac{-4}{2}=-2$$

Vì hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=-2$, $f(-2)=5 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(u(x))=f(-2)=5$

$y=5$ TCN cầu $g(x)$.

• Khi $x\to-\infty$

Khi đó: $\lim\limits_{x\to-\infty}u(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{5}{x^2}}-x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-x\left(\sqrt{1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{5}{x^2}}+1\right)\right]=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{u\to+\infty}f(u)=1$

$y=1$ là TCN của $g(x)$.

Do $a<b$, suy ra: $\begin{cases}a=1\\b=5\end{cases}$

$T=2\times1+3\times5=2+15=17$

Phần IV. Tự luận.

Câu 1. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-2}{x-1}$.

TXD: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y=\dfrac{-x^2+2x-2}{x-1}=-x+1-\dfrac{1}{x-1}$.

$y'=-1+\dfrac{1}{(x-1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow(x-1)^2=1\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$.

Tại $x=0\Rightarrow y=2$ (Điểm cực đại).

Tại $x=2\Rightarrow y=-2$ (Điểm cực tiểu). Hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-2)$. **0.5đ**

Tọa độ trung điểm I của AB là $I\left(\frac{0+2}{2};\frac{2-2}{2}\right)\Rightarrow I(1;0)$. **0.5đ**

Câu 2. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t)=\frac{1}{100}\left(30t^3-\frac{t^4}{4}\right)$ với $0\le t\le 90$. Tốc độ bơm nước ở thời điểm t được tính theo công thức $v(t)=V'(t)$. Tìm thời điểm tốc độ bơm nước là lớn nhất và tính tốc độ bơm nước lớn nhất đó.

Tốc độ bơm nước $v(t)=V'(t)=\frac{1}{100}\left(90t^2-t^3\right)$ với $t\in[0;90]$. **0.25đ**

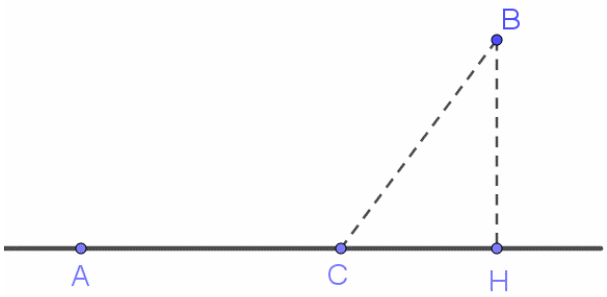
$v'(t)=\frac{1}{100}(180t-3t^2)$.

$v'(t)=0\Leftrightarrow 180t-3t^2=0\Leftrightarrow t=0$ hoặc $t=60$. **0.25đ**

$v(0)=0$, $v(60)=\frac{1}{100}(90\times 60^2-60^3)=1080$, $v(90)=0$. **0.25đ**

Vậy tốc độ bơm nước lớn nhất đạt được tại thời điểm $t=60$ (phút) và tốc độ lớn nhất là 1080 **0.25đ**

Câu 3. Trong cuộc kháng chiến chống Mỹ cứu nước, trên tuyến đường Trường Sơn huyền thoại, các đơn vị công binh và vận tải luôn phải tính toán phương án mở đường tối ưu để rút ngắn thời gian chi viện cho tiền tuyến. Giả sử một trạm hậu cần A nằm bên bờ một con sông thẳng và một căn cứ tiếp nhận B nằm trong rừng sâu. Khoảng cách vuông góc từ căn cứ B đến bờ sông tại điểm H là $BH=12$ km, khoảng cách từ trạm A đến H dọc theo bờ sông là $AH=25$ km. Để vận chuyển hàng hóa từ A đến B, đoàn vận tải dự kiến đi bằng thuyền dọc bờ sông từ A đến một bến trung chuyển C nằm giữa A và H với vận tốc trung bình $v_1=25$ km/h, sau đó mở một tuyến đường mòn thẳng xuyên rừng từ C đến B để vận chuyển với vận tốc trung bình $v_2=15$ km/h. Hỏi điểm trung chuyển C phải cách trạm A bao nhiêu kilômét để tổng thời gian vận chuyển từ A đến B là ngắn nhất?



• Đặt $CH=x$ (km) với $0\le x\le 25$. Khi đó quãng đường thủy $AC=25-x$ (km), quãng đường xuyên rừng $CB=\sqrt{x^2+12^2}=\sqrt{x^2+144}$ (km). **0.25đ**

• Tổng thời gian vận chuyển từ A đến B là hàm số: $T(x)=\frac{25-x}{25}+\frac{\sqrt{x^2+144}}{15}$, $x\in[0;25]$ **0.25đ**

• Đạo hàm: $T'(x)=-\frac{1}{25}+\frac{x}{15\sqrt{x^2+144}}$

• Cho $T'(x)=0\Leftrightarrow 25x=15\sqrt{x^2+144}\Leftrightarrow 5x=3\sqrt{x^2+144}\Leftrightarrow 25x^2=9(x^2+144)$

$\Leftrightarrow 16x^2 = 1296 \Leftrightarrow x = 9$ (km) (nhận vì $0 \le x \le 25$). **0.25đ**

• Ta có: $T(0) = 1{,}80$ h ; $T(9) = 1{,}64$ h ; $T(25) \approx 1{,}85$ h .

Vậy $T(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 9$ km.

• Điểm trung chuyển C cần cách trạm A một khoảng: $AC = 25 - 9 = 16$ km. **0.25đ**

Xem thêm: **ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 12**
https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-12