SỞ GD&ĐT TP. HỒ CHÍ MINH
Trường THCS-THPT Nguyễn Khuyến

(Đề gồm 4 trang)

KIỂM TRA ĐỊNH KỲ NĂM HỌC: 2026 - 2027
Môn: TOÁN Khối: 12
Ngày kiểm tra: 13/11/2026
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ tên học sinh: ..... Số báo danh: ..... **Mã đề: 323**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) có phương trình $-2x+2y-z-3=0$ thì (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $(4;-4;2)$. **B.** $(-2;2;-3)$. **C.** $(-4;4;2)$. **D.** $(0;0;-3)$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-2$; $u_4=-250$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

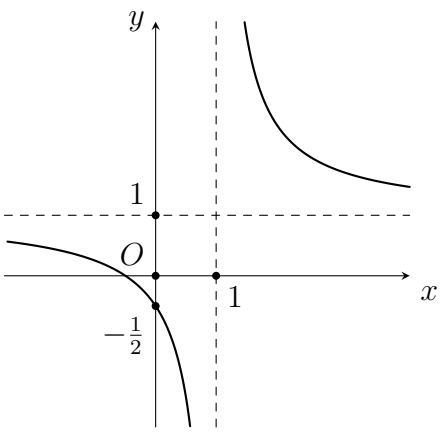
A. 125. **B.** -5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** 5.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, gọi I là trung điểm SO. Vectơ $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}$ bằng với:

A. $2\overrightarrow{SO}$. **B.** $\frac{3}{2}\overrightarrow{SO}$. **C.** $4\overrightarrow{SO}$. **D.** $3\overrightarrow{SO}$.

Câu 4. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $x=1$. **B.** $x=2$.
C. $y=1$. **D.** $y=2$.



Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+3x^2+1$ trên $[0;2]$ là

A. $\frac{13}{4}$. **B.** 29. **C.** -3. **D.** 1.

Câu 6. Mức thưởng Tết (triệu đồng) mà các công nhân một nhà máy nhận được như sau

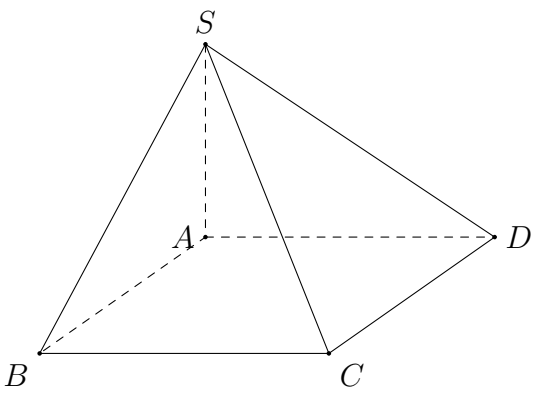
Mức thưởng	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Số công nhân	13	35	47	25

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 17,76. **B.** 16,67. **C.** 17,67. **D.** 16,76.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a; $SA=a\sqrt{2}$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. 30°. **B.** 45°.
C. 60°. **D.** 90°.



Câu 8. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \dfrac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = \mathrm{e}^x + x^2 + \dfrac{3}{2}$. **B.** $F(x) = 2\mathrm{e}^x + x^2 - \dfrac{1}{2}$. **C.** $F(x) = \mathrm{e}^x + x^2 + \dfrac{5}{2}$. **D.** $F(x) = \mathrm{e}^x + x^2 + \dfrac{1}{2}$.

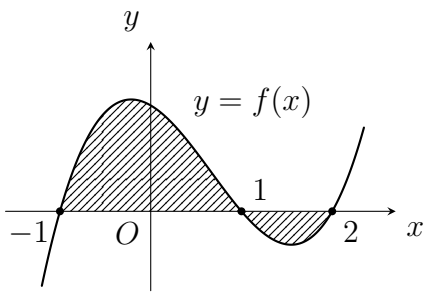
Câu 9. Hàm số $y = \log_3(3 - 2x)$ có tập xác định là

A. $\left(\dfrac{3}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty; \dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty; \dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P)\colon x + 2y - 2z - 2 = 0$.

A. $\dfrac{11}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 11. Gọi S là diện tích miền hình phẳng tô đậm trong hình vẽ bên dưới. Công thức tính S là



A. $S = \displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $S = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $S = -\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $S = \left|\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

Câu 12. Khi điều tra chi phí hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) của 25 người còn độc thân ở độ tuổi 30 đến tuổi 35, người ta thu được mẫu số liệu sau:

Chi phí	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số người	5	5	7	5	3

Tìm phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 6,62. **B.** 6,13. **C.** 5,54. **D.** 5,82.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 2x + \dfrac{1}{2}$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

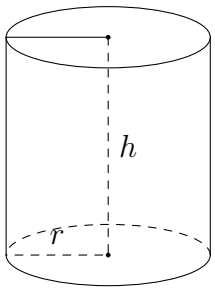
a) $f'(x) = 2\mathrm{e}^{2x} - 2\ \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là $S = (1; +\infty)$.

c) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

d) Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$ và có giá trị nhỏ nhất thuộc khoảng $(1; 2)$.

Câu 2. Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn chứa dầu hình trụ bằng tôn có thể tích 16 mét khối. Người ta muốn hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất có thể. Gọi r, h, V và S lần lượt là bán kính đáy, chiều cao, thể tích và diện tích toàn phần của cái bồn dầu hình trụ. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:



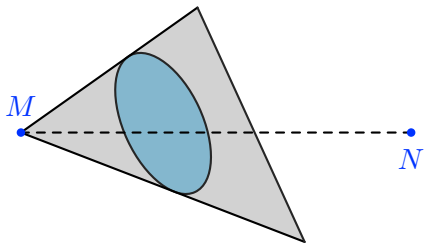
a) Công thức để tìm thể tích bồn chứa dầu là $V = \pi r^2 h$.

b) Diện tích toàn phần của bồn chứa dầu là $S = 2\pi\left(\dfrac{8}{r} + r^2\right)$.

c) $S' = 0 \Leftrightarrow r = \dfrac{5}{2}$.

d) Bồn chứa dầu hình trụ có diện tích bé nhất là 73,4 m^2 (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét, mắt một người quan sát đặt ở vị trí $M(2; 3; -4)$ và vật cần quan sát đặt tại vị trí $N(-1; 0; 8)$. Một tấm bìa chắn đường truyền ánh sáng có dạng hình tròn tâm $T(1; 2; 0)$, bán kính bằng 3 và đặt trong mặt phẳng (Oxy). Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:



a) Khoảng cách hai điểm M, N bằng $9\sqrt{2}\,\mathrm{m}$.

b) Phương trình tham số đường thẳng MN là $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = -4 - 12t \end{cases}$.

c) Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm $(1; -2; 0)$.

d) Tấm bìa che khuất tầm nhìn của người quan sát đối với vật được đặt ở điểm N.

Câu 4. Một chiếc chiến đấu cơ đang bay với vận tốc ban đầu là 100 m/s. Bắt đầu từ thời điểm $t = 0$ (giây), phi công quyết định tăng tốc để thực hiện nhiệm vụ. Vận tốc của máy bay (đơn vị: m/s) được mô hình hóa bởi hàm số phân nhánh:

$$v(t) = \begin{cases} at + 100 & \text{khi } 0 \le t \le 20 \\ 400 & \text{khi } t > 20 \end{cases}$$

(với a là hằng số). Sau 20 giây tăng tốc, máy bay duy trì ổn định tốc độ vừa đạt được trong suốt thời gian tiếp theo. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tại thời điểm $t = 25$ giây, tốc độ của chiến đấu cơ bằng 475 m/s.

b) Gia tốc trong giai đoạn đầu (từ giây thứ 0 đến giây thứ 20) của chiến đấu cơ là $a = 15$.

c) Sau 30 giây kể từ thời điểm $t = 0$, tổng quãng đường bay được của chiến đấu cơ bằng 8 500 m.

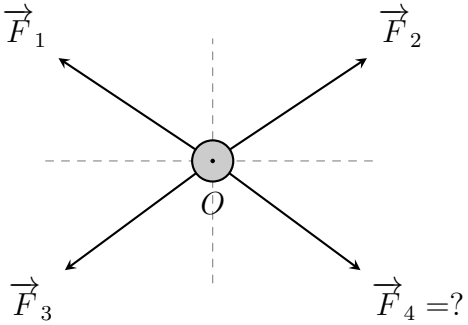
d) Biết sức cản của không khí tác dụng lên máy bay tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc bay theo công thức $F_c = k \cdot v^2$ (k là hệ số cản dương). Lực cản không khí tác dụng lên chiến đấu cơ ở thời điểm $t = 22$ giây gấp 18 lần lực cản ở thời điểm $t = 0$ giây.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*$, $1 \le x \le 5\,000$). Nếu bán hết số sản phẩm đó thì doanh thu là $F(x) = -0{,}02x^2 + 420x$ (nghìn đồng). Chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{24\,000}{x} + 230$ (nghìn đồng). Giả sử sản phẩm làm ra luôn bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận lớn hơn 150 triệu đồng?

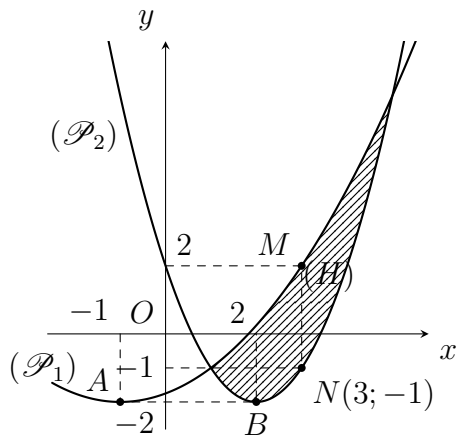
KQ: | | | | |

Câu 2. Một vật thể có khối lượng không đáng kể được giữ ở trạng thái cân bằng nhờ 4 sợi dây cáp chịu lực kéo. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lực căng của ba sợi dây cáp đầu tiên được đo đạc và biểu diễn bằng các vectơ lực (đơn vị: Newton) lần lượt là $\overrightarrow{F}_1 = (-4; 5; -2)$, $\overrightarrow{F}_2 = (3; -12; 4)$ và $\overrightarrow{F}_3 = (-9; -13; -10)$. Hỏi lực căng $\overrightarrow{F}_4$ ở sợi dây cáp thứ tư phải có độ lớn bằng bao nhiêu Newton để tiếp tục duy trì trạng thái cân bằng của vật thể? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



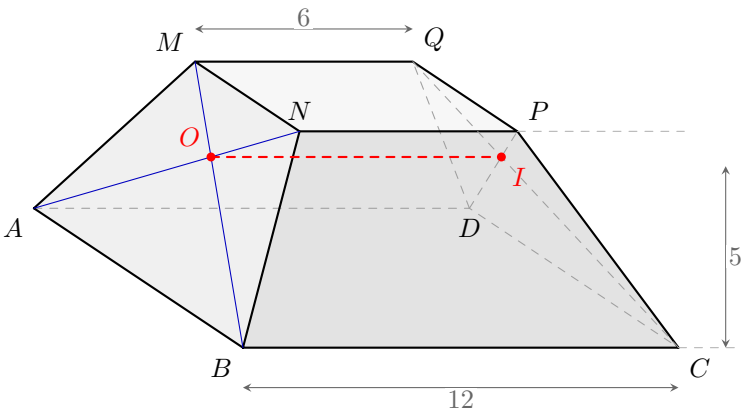
KQ: | | | | |

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai parabol $(\mathscr{P}_1)$ và $(\mathscr{P}_2)$ như hình vẽ. Biết $(\mathscr{P}_1)$ có đỉnh $A(-1; -2)$, đi qua $M(3; 2)$; $(\mathscr{P}_2)$ có đỉnh $B(2; -2)$, đi qua $N(3; -1)$. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi hai parabol trên.



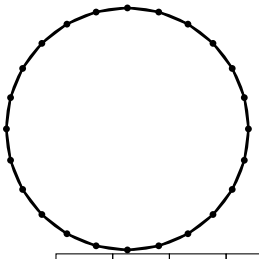
KQ: | | | | |

Câu 4. Một vật trang trí bằng gỗ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều $ABCD.MNPQ$, trong đó đáy lớn $ABCD$ là hình vuông cạnh 12 cm, đáy nhỏ $MNPQ$ là hình vuông cạnh 6 cm, chiều cao khối gỗ bằng 5 cm. Gọi O, I lần lượt là giao điểm hai đường chéo của hai mặt bên hình thang $ABNM$ và $CDQP$. Người ta dùng mũi khoan để khoan khối gỗ theo đoạn thẳng từ O đến I. Biết rằng trong suốt quá trình khoan, mọi thiết diện của lỗ khoan bởi mặt phẳng vuông góc với OI đều là hình tròn bán kính 1 cm. Tính thể tích gỗ còn lại của vật trang trí (làm tròn đến hàng đơn vị của cm^3).



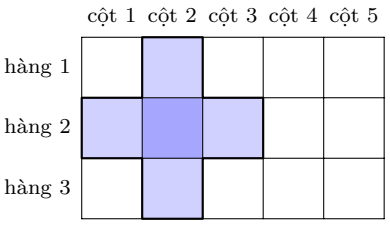
KQ: | | | | |

Câu 5. Cho đa giác đều gồm 24 đỉnh theo thứ tự $A_1A_2\ldots A_{24}$. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh từ 24 đỉnh của đa giác, biết rằng 3 đỉnh này tạo thành một tam giác tù, xác suất để 3 đỉnh đó tạo thành tam giác có góc 150° bằng $\dfrac{a}{b}$ (phân số tối giản), tính giá trị a^3+b^2.



KQ: | | | | |

Câu 6. Cho một lưới ô vuông gồm 3 hàng và 5 cột như hình vẽ. Người ta điền vào mỗi ô vuông đơn vị một chữ số thuộc tập $\{0;1;2\}$, các chữ số có thể lặp lại. Một hình chữ thập gồm một ô trung tâm và bốn ô vuông chung cạnh với ô trung tâm. Hình chữ thập được gọi là cân bằng nếu tổng ba chữ số trên hàng ngang bằng tổng ba chữ số trên cột dọc của hình chữ thập đó. Gọi N là số cách điền để trong lưới tồn tại ít nhất một hình chữ thập cân bằng. Hãy tính giá trị của $\dfrac{N}{1\,143}$.



KQ: | | | | |

HẾT

(Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.)

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Được thực hiện bởi AI & TOANMATH.com

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;2;-1)$. Ta có $(4;-4;2)=-2\vec{n}$ nên $(4;-4;2)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (P). Chọn A.

Câu 2. Ta có $u_4=u_1q^3 \Leftrightarrow -250=-2q^3 \Leftrightarrow q^3=125 \Leftrightarrow q=5$. Chọn D.

Câu 3. Vì O là trung điểm AC và BD nên $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}$, $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}=2\overrightarrow{IO}$. Vì I là trung điểm SO nên $2\overrightarrow{IO}=\overrightarrow{SO}$. Vậy $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}=3\overrightarrow{SO}$. Chọn D.

Câu 4. Từ đồ thị, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$. Chọn A.

Câu 5. $y'=-4x^3+6x$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. Trên $[0;2]$, so sánh các giá trị $y(0)=1$, $y\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)=-\dfrac{9}{4}+\dfrac{9}{2}+1=\dfrac{13}{4}$, $y(2)=-3$. Vậy $\max\limits_{[0;2]} y=\dfrac{13}{4}$. Chọn A.

Câu 6. Nhóm chứa mốt là $[15;20)$ với $n_m=47$, $n_{m-1}=35$, $n_{m+1}=25$, độ dài nhóm $h=5$. Mốt: $M_o=15+\dfrac{47-35}{(47-35)+(47-25)}\cdot 5=15+\dfrac{30}{17}\approx 16,76$. Chọn D.

Câu 7. Vì $SA\perp(ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$, suy ra góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$. Ta có $AC=a\sqrt{2}$, $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}}=1 \Rightarrow \widehat{SCA}=45^\circ$. Chọn B.

Câu 8. $F(x)=\int\left(e^x+2x\right)dx=e^x+x^2+C$. Ta có $F(0)=\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow 1+C=\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow C=\dfrac{1}{2}$. Vậy $F(x)=e^x+x^2+\dfrac{1}{2}$. Chọn D.

Câu 9. Hàm số xác định khi $3-2x>0 \Leftrightarrow x<\dfrac{3}{2}$. Tập xác định $D=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. Chọn B.

Câu 10. $d(M,(P))=\dfrac{|1+2\cdot 2-2\cdot(-3)-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{9}{3}=3$. Chọn C.

Câu 11. Từ hình vẽ, $f(x)\ge 0$ trên $[-1;1]$ và $f(x)\le 0$ trên $[1;2]$. Do đó $S=\int_{-1}^{2}|f(x)|\,dx=\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{2}f(x)dx$. Chọn B.

Câu 12. Giá trị đại diện các nhóm lần lượt là $6;8;10;12;14$. Số trung bình:

$\overline{x}=\dfrac{5\cdot 6+5\cdot 8+7\cdot 10+5\cdot 12+3\cdot 14}{25}=\dfrac{242}{25}=9,68$. Phương sai:

$s^2=\dfrac{5\cdot 6^2+5\cdot 8^2+7\cdot 10^2+5\cdot 12^2+3\cdot 14^2}{25}-9,68^2=100,32-93,7024=6,6176\approx 6,62$. Chọn A.

<u>PHẦN II</u>. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1. Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

a) $f'(x)=2e^{2x}-2$. Mệnh đề đúng.

b) $f'(x)>0\Leftrightarrow e^{2x}>1\Leftrightarrow 2x>0\Leftrightarrow x>0$. Tập nghiệm $S=(0;+\infty)$. Mệnh đề sai.

c) $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$; $f'(x)<0$ khi $x<0$, $f'(x)>0$ khi $x>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, giá trị cực tiểu $f(0)=1-0+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$. Mệnh đề sai.

d) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên hàm số không đồng biến trên $(-1;+\infty)$. Mệnh đề sai.

Câu 2.

a) Thể tích khối trụ $V=\pi r^2h$. Mệnh đề đúng.

b) $V=16\Leftrightarrow \pi r^2h=16\Leftrightarrow h=\dfrac{16}{\pi r^2}$. Diện tích toàn phần

$S=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+\dfrac{32}{r}=2\pi\left(r^2+\dfrac{16}{\pi r}\right)$ với $r>0$. Mệnh đề sai.

c) $S'=4\pi r-\dfrac{32}{r^2}$; $S'=0\Leftrightarrow r^3=\dfrac{8}{\pi}\Leftrightarrow r=\sqrt[3]{\dfrac{8}{\pi}}=\dfrac{2}{\sqrt[3]{\pi}}\approx 1,37$. Mệnh đề sai.

d) Đặt $r_0=\sqrt[3]{\dfrac{8}{\pi}}$. Ta có $S'<0$ khi $0<r<r_0$, $S'>0$ khi $r>r_0$ nên S nhỏ nhất tại $r=r_0$. Vì $\pi r_0^3=8$ nên $\dfrac{32}{r_0}=4\pi r_0^2$, suy ra $S_{\min}=2\pi r_0^2+4\pi r_0^2=6\pi r_0^2=6\pi\cdot\dfrac{4}{\sqrt[3]{\pi^2}}=24\sqrt[3]{\pi}\approx 35,2\left(\text{m}^2\right)$. Mệnh đề sai.

Câu 3.

a) $\overrightarrow{MN}=(-3;-3;12)$, $MN=\sqrt{9+9+144}=\sqrt{162}=9\sqrt{2}$. Mệnh đề đúng.

b) Đường thẳng MN có vectơ chỉ phương $\vec{u} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MN} = (1;1;-4)$, phương trình tham số

$\begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+t \\ z = -4-4t \end{cases}$. Vectơ $(3;-3;-12)$ không cùng phương với $\vec{u}$. Mệnh đề sai.

c) Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$. Ta có $-4-4t = 0 \Leftrightarrow t = -1$, giao điểm là $H(1;2;0)$. Mệnh đề sai.

d) Vì $z_M = -4 < 0$ và $z_N = 8 > 0$ nên M, N nằm khác phía đối với (Oxy), do đó đoạn thẳng MN cắt (Oxy) tại $H(1;2;0)$. Mà $H \equiv T$ là tâm tấm bìa nên H thuộc tấm bìa. Vậy tấm bìa che khuất tầm nhìn của người quan sát đối với vật đặt ở N. Mệnh đề đúng.

Câu 4. Sau 20 giây máy bay đạt tốc độ 400 m/s nên $v(20) = 400 \Leftrightarrow 20a + 100 = 400 \Leftrightarrow a = 15$.

a) Vì $25 > 20$ nên $v(25) = 400$ m/s. Mệnh đề sai.

b) Trong giai đoạn đầu $v(t) = 15t + 100$ nên gia tốc là $a = v'(t) = 15\left(\text{m/s}^2\right)$. Mệnh đề đúng.

c) Quãng đường bay được trong 30 giây:

$s = \int_0^{20}(15t+100)dt + \int_{20}^{30}400dt = \left(\frac{15t^2}{2}+100t\right)\Big|_0^{20} + 400\cdot 10 = 5000 + 4000 = 9000$ (m). Mệnh đề sai.

d) $v(22) = 400$, $v(0) = 100$ nên $\frac{F_c(22)}{F_c(0)} = \frac{k\cdot 400^2}{k\cdot 100^2} = 16$. Mệnh đề sai.

<u>PHẦN III</u>. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Tổng chi phí sản xuất x sản phẩm là $x\cdot G(x) = 24000 + 230x$ (nghìn đồng). Lợi nhuận:
$L(x) = F(x) - x\cdot G(x) = -0,02x^2 + 190x - 24000$ (nghìn đồng). Lợi nhuận lớn hơn 150 triệu đồng
$\Leftrightarrow L(x) > 150000 \Leftrightarrow -0,02x^2 + 190x - 174000 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 9500x + 8700000 < 0$
$\Leftrightarrow 4750 - 50\sqrt{5545} < x < 4750 + 50\sqrt{5545}$. Kết hợp $x \in \mathbb{N}^*$, $1 \le x \le 5000$ và
$4750 - 50\sqrt{5545} \approx 1026,76$ ta được $1027 \le x \le 5000$. Vậy doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất 1027 sản phẩm.

Đáp số: 1027.

Câu 2. Vật cân bằng nên $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{F_4} = -\left(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}\right)$. Ta có
$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = (-10;-20;-8)$ nên $\overrightarrow{F_4} = (10;20;8)$. Độ lớn: $\left|\overrightarrow{F_4}\right| = \sqrt{10^2 + 20^2 + 8^2} = \sqrt{564} \approx 23,7$ (N).

Đáp số: $23,7$.

Câu 3. Theo hình vẽ, $(\mathcal{P}_1)$ và $(\mathcal{P}_2)$ là đồ thị của các hàm số bậc hai. $(\mathcal{P}_1)$ có đỉnh $A(-1;-2)$ nên có dạng $y=a(x+1)^2-2$; qua $M(3;2)$ nên $16a-2=2\Leftrightarrow a=\dfrac{1}{4}$. Vậy $(\mathcal{P}_1)$: $y=\dfrac{1}{4}(x+1)^2-2$. $(\mathcal{P}_2)$ có đỉnh $B(2;-2)$ nên có dạng $y=b(x-2)^2-2$; qua $N(3;-1)$ nên $b-2=-1\Leftrightarrow b=1$. Vậy $(\mathcal{P}_2)$: $y=(x-2)^2-2$. Xét hiệu $\left[\dfrac{1}{4}(x+1)^2-2\right]-\left[(x-2)^2-2\right]=\dfrac{-3x^2+18x-15}{4}=\dfrac{3}{4}(x-1)(5-x)$. Hiệu bằng 0 khi $x=1$ hoặc $x=5$ và không âm trên $[1;5]$. Diện tích hình phẳng (H):

$$S=\int_1^5\frac{3}{4}\left(-x^2+6x-5\right)dx=\frac{3}{4}\left(-\frac{x^3}{3}+3x^2-5x\right)\Big|_1^5=\frac{3}{4}\left[\frac{25}{3}-\left(-\frac{7}{3}\right)\right]=8.$$

Đáp số: 8.

Câu 4. Thể tích khối chóp cụt: $V=\dfrac{h}{3}\left(S+S'+\sqrt{SS'}\right)=\dfrac{5}{3}\left(144+36+\sqrt{144\cdot36}\right)=420\left(\text{cm}^3\right)$. Gọi E, F, G, K lần lượt là trung điểm của AB, MN, CD, PQ. Khi đó $EFKG$ là hình thang cân với $EG=12$, $FK=6$. Hình thang cân $ABNM$ có $O=AN\cap BM$ nên O thuộc trục đối xứng EF. Vì $MN\parallel AB$ nên $\Delta OMN\backsim\Delta OBA$ theo tỉ số $\dfrac{MN}{AB}=\dfrac{1}{2}$, suy ra $OF=\dfrac{1}{2}OE$, tức $\dfrac{FO}{FE}=\dfrac{1}{3}$. Tương tự $I\in GK$ và $\dfrac{KI}{KG}=\dfrac{1}{3}$, do đó $OI\parallel EG$. Kẻ $FH\parallel KG$ $(H\in EG)$, FH cắt OI tại J. Khi đó $FKGH$ và $FKIJ$ là các hình bình hành nên $HG=JI=FK=6$, suy ra $EH=EG-HG=6$. Tam giác FEH có $OJ\parallel EH$ nên $\dfrac{OJ}{EH}=\dfrac{FO}{FE}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow OJ=2$. Vậy $OI=OJ+JI=8$ (cm). Theo giả thiết, thể tích phần gỗ bị khoan bằng thể tích khối trụ có bán kính đáy 1 cm và chiều cao bằng độ dài đoạn OI, tức là 8 cm. Do đó $V_1=\pi\cdot1^2\cdot8=8\pi\left(\text{cm}^3\right)$. Thể tích gỗ còn lại: $V-V_1=420-8\pi\approx395\left(\text{cm}^3\right)$.

Đáp số: 395.

Câu 5. Gọi A là biến cố "3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác tù", B là biến cố "3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác có góc 150°". Cần tính $P(B\mid A)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}$. Đa giác đều nội tiếp đường tròn, mỗi cung nối hai đỉnh liên tiếp có số đo 15°. Xét tam giác XYZ có các đỉnh là đỉnh của đa giác. Gọi k là số cạnh của đa giác nằm trên cung XZ chứa Y $(2\le k\le23)$. Khi đó cung XZ không chứa Y có số đo $360^\circ-15k^\circ$ nên $\widehat{XYZ}=180^\circ-7{,}5k^\circ$. Góc Y tù $\Leftrightarrow180-7{,}5k>90\Leftrightarrow k<12$, tức $2\le k\le11$. Với mỗi k có 24 cách chọn dây cung XZ và $k-1$ cách chọn Y nên $n(A)=24(1+2+\cdots+10)=24\cdot55=1320$ (mỗi tam giác tù có đúng một góc tù nên được đếm một lần). Góc Y bằng $150^\circ\Leftrightarrow180-7{,}5k=150\Leftrightarrow k=4$ nên $n(A\cap B)=24\cdot3=72$. Suy ra $P(B\mid A)=\dfrac{72}{1320}=\dfrac{3}{55}$. Do đó $a=3$, $b=55$, $a^3+b^2=27+3025=3052$.

Đáp số: 3052.

Câu 6. Gọi a_{ij} là chữ số ở ô hàng i, cột j. Ô trung tâm phải có đủ 4 ô chung cạnh nên lưới chỉ có 3 hình chữ thập, có tâm là các ô $(2;2)$, $(2;3)$, $(2;4)$. Hình chữ thập tâm $(2;j)$ cân bằng $\Leftrightarrow a_{2,j-1}+a_{2j}+a_{2,j+1}=a_{1j}+a_{2j}+a_{3j} \Leftrightarrow a_{2,j-1}+a_{2,j+1}=a_{1j}+a_{3j}$. Số cặp chữ số $(x;y)$ thuộc $\{0;1;2\}$ có tổng $x+y$ bằng $0;1;2;3;4$ lần lượt là $1;2;3;2;1$. Ta đếm số cách điền không có hình chữ thập cân bằng nào.

- Chữ thập tâm $(2;3)$: điều kiện cân bằng $a_{22}+a_{24}=a_{13}+a_{33}$ chỉ liên quan 4 ô $a_{22},a_{24},a_{13},a_{33}$ (không xuất hiện trong điều kiện của hai chữ thập còn lại). Số bộ 4 chữ số thỏa mãn là $1^2+2^2+3^2+2^2+1^2=19$, nên có $81-19=62$ cách để chữ thập này không cân bằng.

- Chữ thập tâm $(2;2)$ và $(2;4)$ dùng chung ô $a_{23}=t$. Chữ thập tâm $(2;2)$ cân bằng $\Leftrightarrow a_{21}+t=a_{12}+a_{32}$. Với $t=0$: số bộ $(a_{21};a_{12};a_{32})$ thỏa mãn là $1+2+3=6$, không thỏa mãn là 21. Với $t=1$: thỏa mãn $2+3+2=7$, không thỏa mãn 20. Với $t=2$: thỏa mãn $3+2+1=6$, không thỏa mãn 21. Chữ thập tâm $(2;4)$ với bộ $(a_{25};a_{14};a_{34})$ cho kết quả tương tự. Khi cố định t, hai bộ $(a_{21};a_{12};a_{32})$ và $(a_{25};a_{14};a_{34})$ gồm các ô khác nhau nên số cách để cả hai chữ thập không cân bằng bằng tích số cách của từng chữ thập. Cộng theo $t=0;1;2$ ta được $21\cdot 21+20\cdot 20+21\cdot 21=1282$ cách.

- Bốn ô góc $a_{11},a_{31},a_{15},a_{35}$ điền tùy ý: $3^4=81$ cách.

Số cách điền không có hình chữ thập cân bằng nào: $1282\cdot 62\cdot 81=6438204$. Tổng số cách điền: $3^{15}=14348907$. Suy ra $N=14348907-6438204=7910703$. Vậy $\dfrac{N}{1143}=6921$.

Đáp số: 6921.

---------- HẾT ----------

Lưu ý:

+ Đề thi được gõ lại từ ảnh chụp, không phải bản chính thức từ đơn vị ra đề.

+ Lời giải chi tiết do AI thực hiện, chỉ mang tính chất tham khảo, không thay thế đáp án chính thức.

TOANMATH.com