

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 1 trang; 4 câu)

Môn thi: Toán

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ nhất: 27/8/2026

Câu 1. (4,0 điểm) Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ thỏa mãn

$$f(m + f(n)) = f(m) + 9n,$$

với mọi số nguyên m, n .

Câu 2. (6,0 điểm) Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \frac{u_n + 4}{u_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

a) Chứng minh dãy số đã cho có giới hạn hữu hạn và tính giới hạn đó.

b) Chứng minh tồn tại hàm phân thức $f(x) = \frac{x + a}{x + b}$ ($a \neq b$) sao cho dãy $(f(u_n))$ lập thành một cấp số nhân.

Câu 3. (5,0 điểm) Đặt $A = 2026! + 1$ và xét đa thức

$$P(x) = Ax^{4050} + b_1x^{4048} + b_2x^{4046} + \dots + b_{2024}x^2 + A,$$

trong đó $b_1, b_2, \dots, b_{2024}$ là các số nguyên. Chứng minh $P(x)$ không có nghiệm hữu tỉ trong mỗi trường hợp sau:

a) $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{2024} = 2025$.

b) $b_1 + b_3 + \dots + b_{2023} = 2025$ và $b_2 + b_4 + \dots + b_{2024} = 1$.

Câu 4. (5,0 điểm) Xét tập hợp A gồm n số tự nhiên $x_1, x_2, \dots, x_n$ thỏa mãn cả hai điều kiện sau:

i) $1 = x_1 < x_2 < \dots < x_n = 2026$.

ii) Với mọi $k \in \{2, 3, \dots, n\}$, luôn tồn tại $i, j \in \mathbb{N}^*$ với $i < k, j < k$ sao cho $x_k = x_i + x_j$ (x_i có thể bằng x_j).

a) Chỉ ra một tập hợp A với $n = 15$.

b) Chứng minh $n \geq 13$.

———— HẾT ————

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐỒNG NAI

KỲ THI LẬP ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI
DỰ THI CẤP QUỐC GIA THPT
NĂM HỌC 2026-2027

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 1 trang; 3 câu)

Môn thi: Toán

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ hai: 28/8/2026

Câu 5. (7,0 điểm) Với mỗi số nguyên dương n , ta đặt $T_n = 2027^n - 2026^n$.

- Chứng minh tồn tại vô hạn số nguyên dương n thỏa mãn n là ước của $T_n - 1$.
- Tìm tất cả số nguyên dương n sao cho tồn tại số nguyên m thỏa mãn T_n là ước của $m^2 + 4053^2$ (trong đó $4053 = 3 \times 7 \times 193$).

Câu 6. (6,0 điểm) Cho tam giác ABC không cân. Đường tròn bàng tiếp góc A của tam giác ABC tiếp xúc với các đường thẳng BC , CA , AB lần lượt tại D , E , F . Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng EF , đường thẳng MB cắt đường thẳng DE tại S và đường thẳng MC cắt đường thẳng DF tại R .

- Chứng minh ba điểm A , R , S thẳng hàng.
- Gọi d là đường thẳng đối xứng với đường thẳng AD qua đường phân giác trong góc BAC . Chứng minh các đường thẳng RE , SF và d đồng quy.

Câu 7. (7,0 điểm) Cho số nguyên dương lẻ $n \geq 2$ và một số nguyên tố lẻ p . Xét một bảng vuông $n \times n$, tại mỗi ô vuông đơn vị ta điền một số nguyên thuộc tập $\{1, 2, \dots, p-1\}$. Một bảng được gọi là "TPĐN" nếu thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

- Tích của 4 số trong bất kỳ ô vuông 2×2 nào trên bảng đều đồng dư với 1 mô-đun p .
 - Tích của tất cả n^2 số trên bảng đồng dư với -1 mô-đun p .
- a) Hãy hoàn thành bảng "TPĐN" với $n = 3$ và $p = 5$ sau đây:

3	2	4
3		

- b) Tính số lượng bảng "TPĐN" theo n và p (hai bảng được gọi là khác nhau nếu tồn tại ô vuông đơn vị ở hàng i và cột j trong hai bảng chứa hai số khác nhau).

———— HẾT ————

CHỌN ĐTQG ĐỒNG NAI 2026 – NGÀY 1

Bài toán 0.1. (Lim Olympic - Đồng Nai TST - P1)

Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ thỏa mãn

$$f(m + f(n)) = f(m) + 9n, \quad (1)$$

với mọi số nguyên m, n .

 Lời giải.

Giả sử rằng tồn tại hàm số f thỏa mãn yêu cầu bài toán. Dễ dàng chứng minh được f là đơn ánh. Thay $n = 0$ vào (1) ta được:

$$f(m + f(0)) = f(m) \implies m + f(0) = m \implies f(0) = 0.$$

Thay $m = 0$ vào (1) và kết hợp với $f(0) = 0$, ta có:

$$f(0 + f(n)) = f(0) + 9n \implies f(f(n)) = 9n, \forall n \in \mathbb{Z}.$$

Tiếp theo, thay $m \mapsto f(m)$ vào (1) ta có:

$$f(f(m) + f(n)) = f(f(m)) + 9n = 9(m + n) = f(f(m + n)) \implies f(m + n) = f(m) + f(n), \forall m, n \in \mathbb{Z}.$$

Từ đây bằng quy nạp dễ dàng chứng minh $f(n) = nf(1), \forall n \in \mathbb{Z}$.

Đặt $c = f(1) \in \mathbb{Z}$, khi đó ta có $f(n) = cn, \forall n \in \mathbb{Z}$ và thay vào (1) ta được:

$$c(m + cn) = cm + 9n \iff c^2n = 9n, \forall n \in \mathbb{Z}.$$

Suy ra $c = \pm 3$. Vậy $f(n) = 3n, \forall n \in \mathbb{Z}$ hoặc $f(n) = -3n, \forall n \in \mathbb{Z}$.

Bài toán 0.2. (Lim Olympic - Đồng Nai TST - P2)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \frac{u_n + 4}{u_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

- ① Chứng minh dãy số đã cho có giới hạn hữu hạn và tính giới hạn đó.
- ② Chứng minh tồn tại hàm phân thức $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ ($a \neq b$) sao cho dãy $(f(u_n))$ lập thành một cấp số nhân.

 Lời giải.

- ① Dễ dàng chứng minh $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}$ bằng quy nạp. Ta có:

$$u_{n+1} - 2 = \frac{u_n + 4}{u_n + 1} - 2 = -\frac{u_n - 2}{u_n + 1} \implies |u_{n+1} - 2| \leq \frac{1}{2} |u_n - 2| \leq \dots \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

Mà $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 0$ nên theo nguyên lý kẹp ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$.

② Xét $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ thì:

$$f(u_{n+1}) = \frac{\frac{u_n+4}{u_n+1} - 2}{\frac{u_n+4}{u_n+1} + 2} = \frac{u_n+4-2(u_n+1)}{u_n+4+2(u_n+1)} = \frac{2-u_n}{3u_n+6} = -\frac{1}{3}f(u_n).$$

Vậy dãy $(f(u_n))$ là một cấp số nhân với công bội $q = -\frac{1}{3}$.

Bài toán 0.3. (Lim Olympic - Đồng Nai TST - P3)

Đặt $A = 2026! + 1$ và xét đa thức

$$P(x) = Ax^{4050} + b_1x^{4048} + b_2x^{4046} + \dots + b_{2024}x^2 + A,$$

trong đó $b_1, b_2, \dots, b_{2024}$ là các số nguyên. Chứng minh $P(x)$ không có nghiệm hữu tỉ trong mỗi trường hợp sau:

- ① $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{2024} = 2025$.
- ② $b_1 + b_3 + \dots + b_{2023} = 2025$ và $b_2 + b_4 + \dots + b_{2024} = 1$.

Lời giải.

Giả sử ngược lại $P(x)$ có nghiệm hữu tỉ. Vì $P(0) = A \neq 0$ và $P(x)$ chỉ chứa các số mũ chẵn nên không mất tính tổng quát, giả sử nghiệm đó là $\frac{p}{q}$ trong đó $p, q \in \mathbb{N}^*$ và $\gcd(p, q) = 1$.

Đặt $Q(t) = At^{2025} + b_1t^{2024} + b_2t^{2023} + \dots + b_{2024}t + A$ thì $Q\left(\frac{p^2}{q^2}\right) = 0$.

Khi đó $p^2 \mid A$ và $q^2 \mid A$, từ đó p, q là các số lẻ.

Từ $P\left(\frac{p}{q}\right) = 0$ suy ra

$$Ap^{4050} + b_1p^{4048}q^2 + b_2p^{4046}q^4 + \dots + b_{2024}p^2q^{4048} + Aq^{4050} = 0.$$

- ① Vì $p \equiv -q \pmod{p+q}$ nên

$$0 \equiv (2A + b_1 + b_2 + \dots + b_{2024})q^{4050} \equiv (2A + 2025)q^{4050} \pmod{p+q}.$$

Mà $\gcd(q^{4050}, p+q) = 1$ nên $2A + 2025$ chia hết cho $p+q$ chia hết cho 2, vô lý.

- ② Đặt $r = p^2, s = q^2$ thì $Ar^{2025} + b_1r^{2024}s + b_2r^{2023}s^2 + \dots + b_{2024}rs^{2024} + As^{2025} = 0$.

Vì $r \equiv -s \pmod{r+s}$, ta có

$$0 \equiv (b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + \dots + b_{2023} - b_{2024})s^{2025} = 2024s^{2025} \pmod{r+s}.$$

Vì $\gcd(r+s, s) = 1$, suy ra $p^2 + q^2 = r + s \mid 2024$.

Nếu $p = q = 1$ thì $x = 1$ làm nghiệm, tuy nhiên $P(1) = 2A + 2026 \neq 0$, vô lý.

Vậy ít nhất một trong p, q lớn hơn 1, hơn thế nữa mọi ước nguyên tố của số đó cũng là ước nguyên tố của A , nhưng không có số nguyên tố nào không vượt quá 2026 là ước của A , vì nếu $r \leq 2026$ là số nguyên tố thì $A = 2026! + 1 \equiv 1 \pmod{r}$. Do đó ít nhất một trong p, q không nhỏ hơn 2027.

Suy ra $p^2 + q^2 > 2024$, vô lý với việc $p^2 + q^2 \mid 2024$.

Bài toán 0.4. (Lim Olympic - Đồng Nai TST - P4)

Xét tập hợp A gồm n số tự nhiên $x_1, x_2, \dots, x_n$ thỏa mãn cả hai điều kiện sau:

- ◇ $1 = x_1 < x_2 < \dots < x_n = 2026$.
- ◇ Với mọi $k \in \{2, 3, \dots, n\}$, luôn tồn tại $i, j \in \mathbb{N}^*$ với $i < k, j < k$ sao cho $x_k = x_i + x_j$; (x_i có thể bằng x_j).

- 1 Chỉ ra một tập hợp A với $n = 15$.
- 2 Chứng minh rằng $n \geq 13$.

Lời giải.

- 1 Chọn $A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 384, 386, 418, 804, 1608, 2026\}$ với lưu ý:

$$386 = 2 + 384; \quad 418 = 32 + 386; \quad 804 = 386 + 418; \quad 1608 = 804 + 804; \quad 2026 = 418 + 1608$$

- 2 Với mọi $k \geq 2$, do x_k là tổng của hai số đứng trước nó nên $x_k \leq 2x_{k-1}$.

Vì $x_1 = 1$ nên $x_k \leq 2^{k-1}$, và từ $x_n = 2026 > 2^{10} = 1024$ nên $n \geq 12$.

Giả sử $n = 12$. Từ $x_{12} = 2026$ suy ra $x_{11} \geq 1013, x_{10} \geq 507, x_9 \geq 254, x_8 \geq 127, x_7 \geq 64$.

Mặt khác $x_7 \leq 2^6 = 64$ nên $x_7 = 64$.

Để đạt được giá trị 2^6 sau 6 bước thì buộc dấu bằng phải xảy ra ở mọi bước từ x_1 đến x_7 . Do đó

$$(x_1, x_2, \dots, x_7) = (1, 2, 4, 8, 16, 32, 64)$$

Vì $x_8 \geq 127$, mà nếu $x_8 \neq 64 + 64$ thì tổng lớn nhất của hai số trong $\{x_1, \dots, x_7\}$ chỉ là $64 + 32 = 96$, nên $x_8 = 128$. Tương tự, từ $x_9 \geq 254, x_{10} \geq 507, x_{11} \geq 1013$, ta lần lượt buộc phải có

$$x_9 = 256, \quad x_{10} = 512, \quad x_{11} = 1024.$$

Cuối cùng, x_{12} là tổng của hai số trong $\{x_1, \dots, x_{11}\}$. Nếu hai số đó đều là 1024 thì tổng bằng 2048; còn nếu không thì tổng lớn nhất chỉ là $1024 + 512 = 1536 < 2026$ nên $x_{12} \neq 2026$, mâu thuẫn.

Vậy $n \neq 12$. Kết hợp với $n \geq 12$, ta được $n \geq 13$.

Nhận xét.

Trên thực tế ta có thể chỉ ra $n = 15$ là giá trị nhỏ nhất của n , tuy nhiên điều này sẽ cần nhiều biến đổi phức tạp hơn. Bạn đọc có thể thử sức với bài toán tương tự sau:

(Chuyên Toán Hà Nội 2026) Xét số nguyên dương n và tập hợp S gồm n số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- ◇ $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n = 2000$.
- ◇ Với mọi số tự nhiên $k, 2 \leq k \leq n$, tồn tại các số nguyên dương i, j nhỏ hơn k (không nhất thiết phân biệt) sao cho $a_k = a_i + 4a_j$.

- 1 Chứng minh tất cả các phần tử của tập hợp S đều là số chẵn.
- 2 Tìm giá trị lớn nhất của n .

CHỌN ĐTQG ĐỒNG NAI 2026 – NGÀY 2

Bài toán 0.5. (Lim Olympic - Đồng Nai TST - P5)

Với mỗi số nguyên dương n , ta đặt $T_n = 2027^n - 2026^n$.

- ① Chứng minh tồn tại vô hạn số nguyên dương n thỏa mãn n là ước của $T_n - 1$.
- ② Tìm tất cả số nguyên dương n sao cho tồn tại số nguyên m thỏa mãn T_n là ước của $m^2 + 4053^2$ (trong đó $4053 = 3 \times 7 \times 193$).

✍️ Lời giải.

- ① Ta có $T_n - 1 = (2026 + 1)^n - 2026^n = \sum_{j=1}^{n-1} C_n^j 2026^j$.

Xét $n = 2^k$ với k nguyên dương, khi đó vì $C_n^j = \frac{n}{j} C_{n-1}^{j-1}$ nên $v_2(C_n^j) \geq r - v_2(j)$.

Do đó $v_2(C_n^j 2026^j) \geq r - v_2(j) + j \geq r$ nên $C_n^j 2026^j$ chia hết cho 2^r với mọi $j = 1, 2, \dots, n-1$.

Vì vậy $T_n \equiv 1 \pmod{n}$ với $n = 2^k$, k nguyên dương nên có điều phải chứng minh.

- ② Ta sẽ chứng minh tất cả giá trị cần tìm là $n = 2^k$ với $k \in \mathbb{N}$.

♦ **Điều kiện cần:** Giả sử n có một ước lẻ $d > 1$, khi đó $d \mid n$ nên $T_d \mid T_n$ hay $T_d \mid m^2 + 4053^2$.

Ta có $T_d \equiv (-1)^d \equiv 3 \pmod{4}$ do d lẻ, từ đó $m^2 + 4053^2$ có một ước nguyên tố p dạng $4k+3$, theo tính chất quen thuộc suy ra m và 4053 chia hết cho p nên $p \in \{3, 7, 193\}$.

Tuy nhiên $T_d \equiv 1 \pmod{3}$, $T_d \equiv -2 \cdot 3^d \not\equiv 0 \pmod{7}$ và $T_d \equiv -2 \cdot 96^d \not\equiv 0 \pmod{97}$ nên trường hợp này không tồn tại số nguyên tố p thỏa mãn hay n không có ước lẻ.

Vậy n là một lũy thừa của 2.

♦ **Điều kiện đủ:** Xét $n = 2^k$ với $k \in \mathbb{N}$.

Với $k = 0$, có $n = 1$ cho ta $T_1 = 1$ nên thỏa mãn.

Xét $k \geq 1$, đặt $a = 2027$, $b = 2026$, $c = a + b = 4053$ thì $a - b = 1$ và ta có:

$$T_{2^k} = a^{2^k} - b^{2^k} = (a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) \cdots (a^{2^{k-1}} + b^{2^{k-1}})$$

Đặt $Q_j = a^{2^j} + b^{2^j}$ với $1 \leq j \leq k-1$ thì các số $c, Q_1, \dots, Q_{k-1}$ đôi một nguyên tố cùng nhau.

Thật vậy, nếu tồn tại số nguyên tố q là ước của c và Q_j , thì $a \equiv -b \pmod{q}$, nên

$$Q_j \equiv 2b^{2^j} \not\equiv 0 \pmod{q},$$

mâu thuẫn. Tiếp theo, nếu $i < j$ và $q \mid Q_i, Q_j$, do q lẻ và $q \nmid b$, đặt $x \equiv ab^{-1} \pmod{q}$. Khi đó

$$x^{2^i} \equiv -1 \pmod{q}.$$

Lũy thừa hai vế 2^{j-i} , ta được $x^{2^j} \equiv 1 \pmod{q}$, trái với $q \mid Q_j$.

Với mỗi $j = 1, \dots, k-1$, vì $\gcd(b, Q_j) = 1$, nên ta có thể chọn

$$x_j \equiv a^{2^{j-1}} b^{-2^{j-1}} \pmod{Q_j}.$$

Khi đó $x_j^2 \equiv a^{2^j} b^{-2^j} \equiv -1 \pmod{Q_j}$, nên theo CRT tồn tại số nguyên m thỏa mãn:

$$m \equiv 0 \pmod{c}, \quad m \equiv cx_j \pmod{Q_j} \quad (1 \leq j \leq k-1).$$

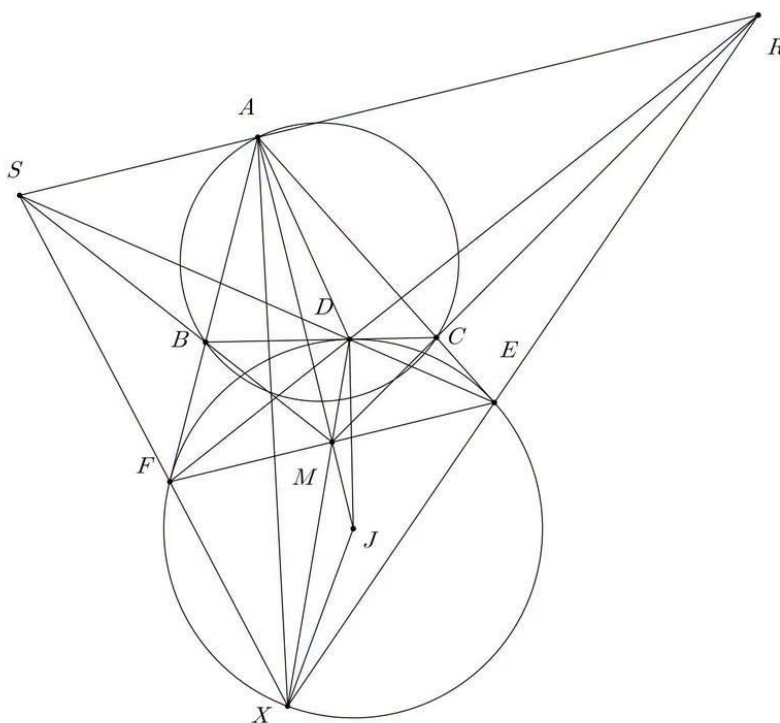
Với số m này, ta có $c \mid m^2 + c^2$ và $Q_j \mid m^2 + c^2$ với mọi j nên $T_{2^k} \mid m^2 + c^2$.

Vậy tất cả số nguyên dương cần tìm là $n = 2^k$ với $k \in \mathbb{N}$.

Bài toán 0.6. (Lim Olympic - Đồng Nai TST - P6)

Cho tam giác ABC không cân. Đường tròn bàng tiếp góc A của tam giác ABC tiếp xúc với các đường thẳng BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F . Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng EF , đường thẳng MB cắt đường thẳng DE tại S và đường thẳng MC cắt đường thẳng DF tại R .

- ① Chứng minh ba điểm A, R, S thẳng hàng.
- ② Gọi d là đường thẳng đối xứng với đường thẳng AD qua đường phân giác trong góc BAC . Chứng minh các đường thẳng RE, SF và d đồng quy.



Lời giải.

- ① Gọi J là tâm (DEF) . Gọi DM cắt (J) tại X . Gọi XF cắt DE tại S' .

Áp dụng định lý Pascal cho bộ các điểm $\begin{pmatrix} F & D & X \\ D & F & E \end{pmatrix} \Rightarrow S', B, M$ thẳng hàng hay S' trùng S .

Tương tự ta có R, E, X thẳng hàng.

Áp dụng định lý Pascal cho bộ các điểm $\begin{pmatrix} F & D & E \\ E & X & F \end{pmatrix} \Rightarrow A, S, R$ thẳng hàng.

- ② Ta có $MA.MJ = ME.MF = MD.MX \Rightarrow$ Tứ giác $ADJX$ nội tiếp mà $JD = JX$.
 $\Rightarrow AJ$ là phân giác $\angle XAD \Rightarrow AD, AX$ đối xứng qua d hay RE, SF, d đồng quy.

Bài toán 0.7. (Lim Olympic - Đồng Nai TST - P7)

Cho số nguyên dương lẻ $n \geq 2$ và một số nguyên tố lẻ p . Xét một bảng vuông $n \times n$, tại mỗi ô vuông đơn vị ta điền một số nguyên thuộc tập $\{1, 2, \dots, p-1\}$. Một bảng được gọi là **TPĐN** nếu thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

- ♦ Tích của 4 số trong bất kỳ ô vuông 2×2 nào trên bảng đều đồng dư với 1 mô-đun p .
- ♦ Tích của tất cả n^2 số trên bảng đồng dư với -1 mô-đun p .

① Hãy hoàn thành bảng **TPĐN** với $n = 3$ và $p = 5$ sau đây:

3	2	4
3		

② Tính số lượng bảng **TPĐN** theo n và p (hai bảng được gọi là khác nhau nếu tồn tại ô vuông đơn vị ở hàng i và cột j trong hai bảng chứa hai số khác nhau).

 Lời giải.

Kí hiệu số nằm ở ô hàng i , cột j là a_{ij} .

① Với $n = 3$ và $p = 5$, xét bảng

3	2	4
3	a	b
c	d	e

Từ ô vuông 2×2 phía trên bên trái, ta có $a = 2$.

Tiếp theo, từ ô vuông 2×2 phía trên bên phải, ta có $b = 1$.

Hai ô vuông 2×2 phía dưới cho ta $3 \cdot 2 \cdot c \cdot d \equiv 2 \cdot 1 \cdot d \cdot e \equiv 1 \pmod{5}$.

Vì thế $cd \equiv 1 \pmod{5}$ và $de \equiv 3 \pmod{5}$

Mặt khác, tích của sáu số ở hai hàng đầu là $4 \pmod{5}$.

Do tích của tất cả 9 số phải đồng dư với $-1 \equiv 4 \pmod{5}$, ta được

$$4cde \equiv 4 \pmod{5},$$

hay $cde \equiv 1 \pmod{5}$. Kết hợp với $cd \equiv 1 \pmod{5}$ suy ra $e = 1$ nên $d = 3$ hay $c = 2$.

3	2	4
3	2	1
2	3	1

② Trước hết, ta nhận xét rằng nếu biết các số trên hàng đầu tiên và cột đầu tiên thì toàn bộ bảng được xác định duy nhất. Thật vậy, giả sử đã biết ba số $a_{i-1,j-1}$, $a_{i-1,j}$ và $a_{i,j-1}$.

Điều kiện đối với ô vuông 2×2 tương ứng với

$$a_{i-1,j-1}a_{i-1,j}a_{i,j-1}a_{ij} \equiv 1 \pmod{p}.$$

Vì ba số đã biết đều khác 0 modulo p , số a_{ij} được xác định duy nhất modulo p , cụ thể

$$a_{ij} \equiv (a_{i-1,j-1}a_{i-1,j}a_{i,j-1})^{-1} \pmod{p}.$$

Bắt đầu từ hàng đầu tiên và cột đầu tiên, ta lần lượt xác định hàng thứ hai từ trái sang phải, sau đó hàng thứ ba, và cứ tiếp tục như vậy. Do đó $2n - 1$ số trên hàng đầu tiên và cột đầu tiên xác định duy nhất cả bảng.

Bây giờ ta xét tích của tất cả các số trên bảng. Đặt

$$B_j = \prod_{i=2}^n a_{ij}$$

Với hai cột liên tiếp j và $j + 1$, nhân các điều kiện của những ô vuông 2×2 có hai hàng lần lượt là

$$(2, 3), (4, 5), \dots, (n - 1, n),$$

ta được $\prod_{i=2}^n a_{ij} a_{i,j+1} \equiv 1 \pmod{p}$ hay $B_j B_{j+1} \equiv 1 \pmod{p}$, do đó

$$B_2 \equiv B_1^{-1}, \quad B_3 \equiv B_1, \quad B_4 \equiv B_1^{-1}, \quad \dots$$

Vì n lẻ nên $B_1 B_2 \cdots B_n \equiv B_1 \pmod{p}$ nên tích n^2 số trên bảng là

$$\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^n a_{ij} \equiv \left(\prod_{j=1}^n a_{1j} \right) \left(\prod_{j=1}^n B_j \right) \equiv \left(\prod_{j=1}^n a_{1j} \right) B_1 \equiv \left(\prod_{j=1}^n a_{1j} \right) \left(\prod_{i=2}^n a_{i1} \right) \pmod{p}.$$

Như vậy, điều kiện tích của tất cả các số trên bảng đồng dư với -1 chính là điều kiện tích của $2n - 1$ số nằm trên hàng đầu tiên và cột đầu tiên đồng dư với -1 modulo p .

Ta chọn tùy ý $2n - 2$ trong $2n - 1$ số này. Mỗi số có $p - 1$ cách chọn, nên có $(p - 1)^{2n-2}$ cách chọn.

Sau khi đã chọn $2n - 2$ số, số còn lại được xác định duy nhất bởi yêu cầu tích của cả $2n - 1$ số phải đồng dư với -1 modulo p . Vì tích của $2n - 2$ số đã chọn khác 0 modulo p , số còn lại cũng khác 0 và do đó thuộc duy nhất một giá trị trong $\{1, 2, \dots, p - 1\}$.

Với mỗi cách chọn như trên, toàn bộ các ô còn lại của bảng lại được xác định duy nhất bởi điều kiện trên các ô vuông 2×2 .

Vậy số lượng bảng **TPĐN** bằng $(p - 1)^{2n-2}$