

ĐỀ CHÍNH THỨC

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (8,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 32. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 6, u_3 = 18$. Số hạng thứ 7 của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 486. B. 1458. C. 4374. D. 66.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -2\sin x + 3$ bằng

- A. -1. B. -5. C. 1. D. 5.

Câu 3. Bất phương trình $\log_2(x+1) < 3$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; 7)$. B. $(-1; 7)$. C. $(-\infty; 8)$. D. $(-1; 8)$.

Câu 4. Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của 72 học sinh lớp 12A1 và 12A2 được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	18

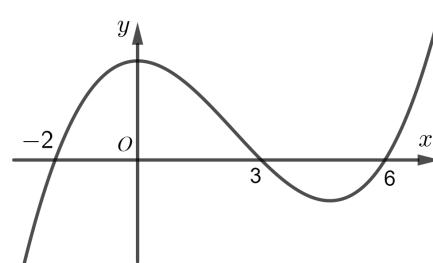
Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu phút?

- A. 19,3. B. 20,3. C. 19,1. D. 16,1.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$, với $f(x)$ là đa thức bậc bốn.

Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x = -2$. B. $x = 0$.
C. $x = 3$. D. $x = 6$.



Câu 6. Bảng dưới đây thống kê số giờ tự học ở nhà của 40 học sinh lớp 12 được hỏi ngẫu nhiên tại một trường THPT X của tỉnh Phú Thọ

Nhóm (số giờ tự học)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)
Số học sinh	15	8	7	10

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 1,36. B. 2,42. C. 5,84. D. 3,6.

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng

- A. $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$. B. $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$. C. $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$. D. $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$.

Câu 8. Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường (km) đi bộ mỗi ngày của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2, 5; 3, 0)	[3, 0; 3, 5)	[3, 5; 4, 0)	[4, 0; 4, 5)	[4, 5; 5, 0)
Số ngày	3	5	4	6	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng

- A. 2,5. B. 1,05. C. 0,55. D. 0,5.

Câu 9. Cho hàm số $y = \ln \frac{x+1}{x^2+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị (C) là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = e$.

Câu 10. Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức $f(t) = A.2^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là hằng số dương, $t(t \geq 0)$ là thời gian tăng trưởng tính theo giờ. Biết số vi khuẩn ban đầu là 70 con và sau 4 giờ là 280 con. Sau bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn đạt đúng 143360 con?

- A. 19. B. 22. C. 21. D. 20.

Câu 11. Cho $F(x) = me^{2x} + nx^2 + p$ ($m, n, p \in \mathbb{Q}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{5}{2}$. Giá trị của biểu thức $T = 4m + n - p$ bằng

- A. -1. B. 2. C. -2. D. 1.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 4x^3$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(2; 4)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(0; 4)$.

Câu 13. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Độ dài của vector $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC'}$ bằng

- A. 1. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 14. Hàm số $F(x) = (ax + b)\sqrt{4x + 1}$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{36x}{\sqrt{4x + 1}}$. Giá trị của biểu thức $a + 2b$ bằng

- A. -12. B. 12. C. 0. D. 6.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập số thực là hàm số $f'(x) = x^2(x + 1)^3(x^2 - 3x)$.

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 16. Trong một công viên người ta xếp một số chậu hoa thành các hàng để trang trí theo cách như sau: Hàng 1 xếp 30 chậu, hàng 2 xếp 32 chậu, hàng 3 xếp 34 chậu, ... (hàng sau nhiều hơn hàng phía trước 2 chậu). Tổng cộng đã sử dụng hết 440 chậu hoa. Số hàng xếp được là

- A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.

Câu 17. Hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 1)$. B. $(-\infty; -3)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 2), B(-1; 0; 1)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng. Độ dài AM bằng

- A. $5\sqrt{10}$. B. $6\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{17}$.

Câu 19. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \sin^2 x$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Giá trị $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $\frac{-\pi + 2}{8}$. B. $\frac{-\pi + 2}{8}$. C. $\frac{-\pi + 2}{4}$. D. $\frac{-\pi + 2}{4}$.

Câu 20. Chiều cao h tính theo đơn vị mét của một cabin trên vòng quay vào thời điểm $t(t \geq 0)$ giây sau khi bắt đầu chuyển động được cho bởi công thức $h(t) = 30 - 20 \sin\left(\frac{\pi}{24}t + \frac{\pi}{2}\right)$. Sau khi bắt đầu chuyển động được bao nhiêu giây thì cabin đạt độ cao 40 mét lần thứ hai?

- A. 8. B. 16. C. 32. D. 40.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2025$, $f(2) = 2026$. Giá trị của biểu thức $P = f(4) - f(-2)$ bằng

- A. $2 \ln 3 + 1$. B. 1. C. $2 \ln 3 + 4051$. D. 4051.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+2}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$			$+\infty$		1
	1			$-\infty$	

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là điểm trên đoạn SD sao cho $SM = 2MD$. Giá trị lượng giác tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 5. C. $\frac{1}{5}$. D. 3.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ là $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 4$ và $f(2) = \frac{21}{2}$.

Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f'(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(3) = 24 + \ln 3$. Giá trị $F(1)$ bằng

- A. 4. B. 1. C. -4. D. -1.

Câu 25. Trong không gian cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng 2. Gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C'$, I là trung điểm của BC' . Thể tích của tứ diện $GIB'C'$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{8\sqrt{3}}{9}$.

Câu 26. Hai đội X và Y thi đấu bóng chuyền hơi, trận đấu gồm tối đa 5 séc, đội nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất để đội X giành chiến thắng trong một séc là 65%.

Xác suất đội X giành chiến thắng trong trận đấu là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 0,74. B. 0,68. C. 0,65. D. 0,76.

Câu 27. Cho tứ diện $OABC$ có $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = 60^\circ$, $\widehat{AOC} = 90^\circ$, $OA = OB = OC = 1$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và OA . Giá trị lượng giác cosin của góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{OC}$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$.

Câu 28. Một cái cây được gieo trồng từ hạt trong chậu 4 năm, sau đó được đánh ra và trồng xuống đất. Chiều cao của cây sau thời gian t ($t \geq 0$) năm (kể từ lúc gieo từ hạt) được cho bởi hàm số $h(t)$ (đơn vị là mét). Biết rằng tốc độ thay đổi chiều cao của cây giai đoạn trồng trong chậu là $h'(t) = 0,2t + 0,15$ (đơn vị là mét/năm) với $0 \leq t \leq 4$; tốc độ thay đổi chiều cao của cây giai đoạn

trồng xuống đất là $h'(t) = \frac{11}{t}$ (mét/năm) với $t \geq 4$. Chiều cao của cây sau 6 năm trồng xuống đất là

bao nhiêu mét? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)

- A. 8,7. B. 11,3. C. 7,8. D. 12,3.

Câu 29. Số các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$ xác định và có giá trị lớn nhất

trên đoạn $[0; 3]$ bằng -3 là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh 2. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC . Cho $SA=2$ và SA hợp với đáy một góc 30° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;1;0)$, $B(2;-1;2)$, $C(4;0;-1)$. Điểm $D(x;y;z)$ thỏa mãn $ABCD$ là hình thang có hai đáy AB, CD và $S_{ABCD} = 4S_{ABC}$. Giá trị của biểu thức $x+y+z$ bằng

- A. 18. B. 8. C. 12. D. 6.

Câu 32. Có hai hộp chứa bi, mỗi hộp chứa hai loại bi màu xanh và màu đỏ, mỗi bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp đúng 1 viên bi. Biết tổng số bi trong hai hộp là 20 và xác suất để lấy được 2 viên bi màu đỏ là $\frac{77}{96}$. Xác suất để lấy được 2 viên bi màu xanh là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 0,03. B. 0,01. C. 0,04. D. 0,02.

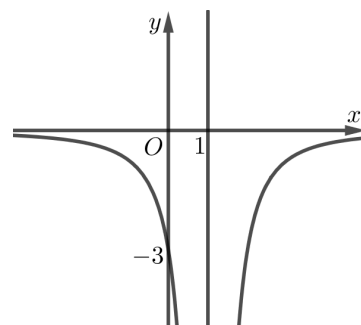
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một xí nghiệp chế biến cà phê bán trong nước và xuất khẩu ra nước ngoài. Nếu giá sản xuất mỗi kg cà phê là x USD thì sản lượng xí nghiệp sản xuất được là $(2000x-150)$ (kg) và lượng tiêu thụ trong nước là $(4000-500x)$ (kg). Phần cà phê còn dư sẽ được xuất khẩu với giá cố định 10 USD mỗi kg. Biết rằng với mỗi kg cà phê xuất khẩu thì xí nghiệp phải chịu mức thuế là T USD. Giả sử lợi nhuận từ xuất khẩu và thuế thu được của nhà nước luôn giữ tỷ lệ 5:1.

- a) Chi phí sản xuất cà phê cho xuất khẩu bao gồm cả thuế là $x(2500x-4150)+T(2500x-4150)$ USD.
b) Nếu giá sản xuất mỗi kg cà phê là 5 USD thì lợi nhuận xuất khẩu cà phê là 34780 USD.
c) Lợi nhuận từ xuất khẩu cà phê đạt giá trị lớn nhất thì giá sản xuất mỗi kg cà phê là 3,83 USD.
d) Lợi nhuận từ xuất khẩu cà phê đạt giá trị lớn nhất thì giá trị của mức thuế T là 0,495 USD.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng như hình vẽ bên. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[2;4]$ bằng 6.



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
b) Giá trị của $f(2)$ bằng 6.
c) Số điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ là 4.
d) Gọi $M(a;b)$ (với $a < 1$) là điểm trên đồ thị hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta: y = -3x+6$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $a+b = -2$.

Câu 3. Người ta quan niệm số 53 là số không đem lại sự may mắn. Một người mua xe ô tô bấm biễn chọn ngẫu nhiên một dãy số có năm chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Gọi A là biến cố “Bấm được biễn số không có chữ số 5” và B là biến cố “Bấm được biễn số không có chữ số 3”.

- a) $P(A) = (0,9)^5$.
b) $P(\bar{B}) \approx 0,59$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
c) Xác suất bấm được biễn không có chữ số 5 hoặc không có chữ số 3 là 0,85 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
d) Xác suất bấm được biễn trong đó chữ số 5 và chữ số 3 xuất hiện đúng 1 lần và cặp số 53 đứng cạnh nhau theo thứ tự số 5 đứng trước và số 3 đứng sau là 0,02 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên các trục là mét và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (coi mặt đất là bằng phẳng). Một flycam xuất phát từ điểm $A(-30;4;2)$ và chuyển động thẳng đều đến điểm $B(170;104;202)$ với tốc độ 6 m/s. Cùng lúc flycam xuất phát từ điểm A , một người đi bộ xuất phát từ điểm $C(-10;-3;0)$ chuyển động thẳng đều đến điểm $D(20;37;0)$ trên mặt đất với tốc độ 1 m/s.

a) Khi flycam đến điểm B cũng là lúc người đi bộ đi đến D .

b) Sau khi xuất phát được 10 giây thì flycam ở vị trí điểm $E(10;24;38)$.

c) Sau khi xuất phát được 40 giây thì khoảng cách giữa người đi bộ và flycam bằng 207 mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

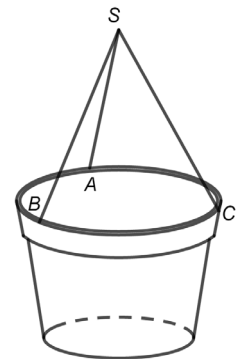
d) Khoảng cách ngắn nhất giữa người đi bộ và flycam trong suốt quá trình flycam di chuyển từ điểm A đến B và người đi bộ từ điểm C đến D không vượt quá 18 mét.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (3,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Doanh số bán hàng (đơn vị triệu đồng) của một sản phẩm mới trong vòng một số năm nhất định được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = 800(t^2 + ke^{-2t})$, với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới, $k \leq 0$ là tham số. Đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ bán hàng tại thời điểm t . Biết rằng tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 5 năm đầu phát hành sản phẩm. Giá trị nhỏ nhất của k bằng bao nhiêu?

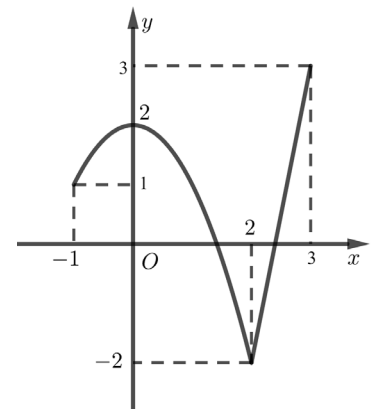
Câu 2. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |x^5 - 5x^2 + 5(m-1)x - 2026|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Chị Vĩnh dự định treo một chậu hoa bằng ba sợi dây không giãn SA, SB, SC , với $S.ABC$ là hình chóp đều có $SA = SB = SC = 30$ cm và $AB = BC = AC = 25$ cm (tham khảo hình vẽ). Biết mỗi sợi dây chỉ chịu được lực căng lớn nhất bằng 25 N (newton), vượt quá mức này thì sợi dây sẽ đứt. Để khi treo sợi dây không bị đứt thì trọng lượng lớn nhất của chậu hoa bằng bao nhiêu newton? (không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị)



Câu 4. Để đủ tiền xây nhà, anh Phú vay ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất 0,75%/tháng và được ngân hàng giải quyết cho trả góp hàng tháng. Đúng một tháng sau ngày vay ngân hàng anh bắt đầu trả nợ, các lần trả nợ cách nhau đúng một tháng. Trong mỗi lần đó anh trả ngân hàng số tiền 15 triệu đồng, số tiền này được anh duy trì trong các tháng sau đó cho đến khi trả hết nợ (trừ tháng cuối cùng, số tiền trả có thể ít hơn). Ở tháng cuối cùng, để kết thúc khoản nợ, anh Phú cần trả cho ngân hàng số tiền bằng bao nhiêu triệu đồng? (không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $f(x)$ trên $[-1;2]$ là parabol và trên đoạn $[2;3]$ là đoạn thẳng như trong hình bên. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Giá trị của $F(1) + F(3)$ bằng bao nhiêu?



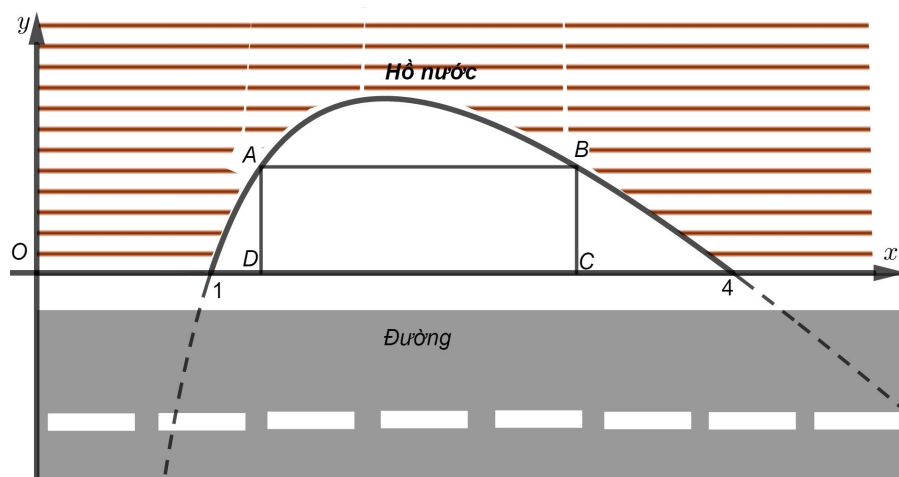
Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 3 và thể tích bằng 18. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB . Trên các cạnh SA, CD lần lượt lấy các điểm là M, N sao cho MN song song với GC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AG và MN bằng $\frac{a}{b}$ với a, b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $P = 6a + 4b$ bằng bao nhiêu?

PHẦN IV. Tự luận (5,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm).

1) Gọi A, B là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x+1}$ và đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x + \frac{1}{2}$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

2) Gia đình anh Thọ có mảnh đất, một phía giáp với đường (là một phần của đường thẳng), phần còn lại giáp với hồ nước là đường cong được mô hình hóa bởi một phần của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 4}{x}$ như hình vẽ bên dưới, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 10 mét. Trong mảnh đất anh Thọ muốn rào một khu vực hình chữ nhật $ABCD$ với hai đỉnh A, B nằm trên đồ thị hàm số $f(x)$ (phần giáp hồ) và cạnh CD nằm trên trục hoành (phần giáp đường). Tính độ dài cạnh BC (theo đơn vị mét) để diện tích hình chữ nhật $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.



Câu 2 (2,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 4, mặt bên SAB là tam giác đều và SCD là tam giác vuông cân tại S . Gọi N là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BN vuông góc với SA .

a) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (SCD)$.

b) Tính thể tích V của khối chóp $S.BDN$.

Câu 3 (1,0 điểm). Trong đợt sơ kết học kì I, thầy Hòa có 40 quyển vở giống nhau muốn tặng cho 5 học sinh là thành viên trong đội tuyển Toán sao cho học sinh nào cũng được tặng vở. Tính xác suất để không có học sinh nào nhận được số quyển vở là một số chia hết cho 3.

-----**HẾT**-----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu, Giám thị không giải thích gì thêm)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh: Phòng thi:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (8,0 điểm).

Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	9	B	17	A	25	C
2	D	10	B	18	B	26	D
3	B	11	D	19	B	27	C
4	B	12	A	20	C	28	D
5	C	13	D	21	B	29	C
6	C	14	C	22	A	30	A
7	B	15	C	23	C	31	D
8	B	16	C	24	A	32	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,0 điểm).

Trong một câu:

Đúng 1 ý được 0,1 điểm;

Đúng 2 ý được 0,25 điểm;

Đúng 3 ý được 0,5 điểm;

Đúng 4 ý được 1 điểm.

Câu 1	Đáp án	Câu 2	Đáp án	Câu 3	Đáp án	Câu 4	Đáp án
a	Đ	a	S	a	Đ	a	Đ
b	S	b	S	b	S	b	S
c	S	c	Đ	c	Đ	c	Đ
d	S	d	S	d	Đ	d	S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (3,0 điểm).

Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
-0,5	83025	65	7,53	3,5	24

PHẦN IV. Tư luận (5,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm).

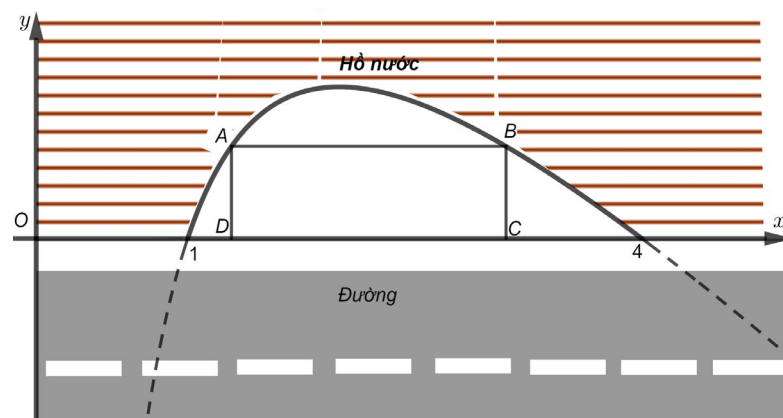
1) (1,0 điểm) Gọi A, B là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x+1}$ và đối xứng với nhau

qua đường thẳng $y = x + \frac{1}{2}$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

Hướng dẫn chấm	Điểm
Ta tìm hai điểm A, B thuộc đồ thị sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x + \frac{1}{2}$ và trung điểm I của AB phải thuộc đường thẳng $y = x + \frac{1}{2}$. Đường thẳng vuông góc với đường thẳng $y = x + \frac{1}{2}$ có dạng $y = -x + m (m \in \mathbb{R})$.	0,25
Hoàn thành các điểm A, B là nghiệm của phương trình $\frac{x^2}{x+1} = -x + m \Leftrightarrow 2x^2 + (1-m)x - m = 0 \quad (x \neq -1) \quad (1)$ (1) có 2 nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 + 6m + 1 > 0 \\ 2 + m - 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 - 2\sqrt{2} \\ m > -3 + 2\sqrt{2} \end{cases}$	0,25

Tọa độ trung điểm trung điểm I của đoạn AB là $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{m-1}{4} \\ y_I = -x_I + m = \frac{3m+1}{4} \end{cases}$ Điểm I thuộc đường thẳng $y = x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{3m+1}{4} = \frac{m-1}{4} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = 0$ (thỏa mãn).	0,25
Phương trình (1) trở thành: $2x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$ (thỏa mãn). Tìm được 2 điểm $A(0;0) \equiv O(0;0); B\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Độ dài $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$.	0,25

2) (1,0 điểm) Gia đình anh Thọ có mảnh đất một phía giáp với đường (là một phần của đường thẳng), phần còn lại giáp với hồ nước là đường cong được mô hình hóa bởi một phần của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 4}{x}$ như hình vẽ bên dưới, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 10 mét. Trong mảnh đất anh Thọ muốn rào một khu vực hình chữ nhật $ABCD$ với hai đỉnh A, B nằm trên đồ thị hàm số $f(x)$ (phần giáp hồ) và cạnh CD nằm trên trục hoành (phần giáp đường). Tính độ dài cạnh BC (theo đơn vị mét) để diện tích hình chữ nhật $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

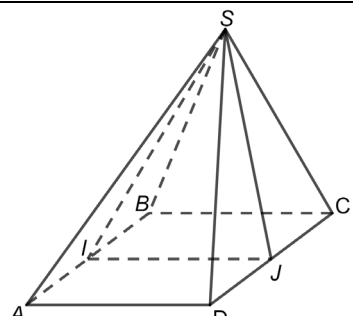


Hướng dẫn chấm	Điểm
Đặt $BC = m$, từ đồ thị hàm số suy ra phương trình AB là: $y = m$. Có $f'(x) = \frac{4-x^2}{x^2}$, tìm được điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là $(2;1)$ suy ra $0 < m < 1$.	0,25
x_A, x_B là nghiệm của phương trình: $\frac{-x^2 + 5x - 4}{x} = m \Leftrightarrow x^2 + (m-5)x + 4 = 0 \quad (x \neq 0) \quad (1)$ Có $\Delta = (m-1)(m-9) > 0, \forall 0 < m < 1$, nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt khác 0 với mọi $0 < m < 1$. Theo định lý Vi-ét $\begin{cases} x_A + x_B = 5 - m \\ x_A \cdot x_B = 4 \end{cases}$ Có $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2} = \sqrt{(x_A + x_B)^2 - 4x_A x_B} = \sqrt{m^2 - 10m + 9}$. Tính được diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = m\sqrt{m^2 - 10m + 9} = \sqrt{m^4 - 10m^3 + 9m^2}$.	0,25

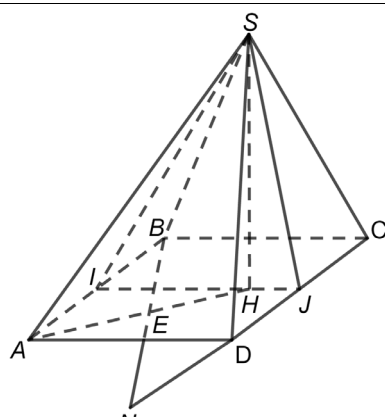
Xét hàm số $g(m)=m^4-10m^3+9m^2$ trên khoảng $(0;1)$. $g'(m)=4m^3-30m^2+18m=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\frac{15\pm 3\sqrt{17}}{4} \end{cases}$	0,25												
Lập bảng biến thiên của hàm số $g(m)$ trên khoảng $(0;1)$ <table><tr><td>m</td><td>0</td><td>$\frac{15-3\sqrt{17}}{4}$</td><td>1</td></tr><tr><td>$g'(m)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$g(m)$</td><td>0</td><td>$g\left(\frac{15-3\sqrt{17}}{4}\right)$</td><td>0</td></tr></table> Tìm được diện tích hình chữ nhật $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất khi $m=\frac{15-3\sqrt{17}}{4}$ Từ đó tìm được $BC=10\times\frac{15-3\sqrt{17}}{4}=\frac{15(5-\sqrt{17})}{2}$ (mét).	m	0	$\frac{15-3\sqrt{17}}{4}$	1	$g'(m)$	+	0	-	$g(m)$	0	$g\left(\frac{15-3\sqrt{17}}{4}\right)$	0	0,25
m	0	$\frac{15-3\sqrt{17}}{4}$	1										
$g'(m)$	+	0	-										
$g(m)$	0	$g\left(\frac{15-3\sqrt{17}}{4}\right)$	0										

Câu 2 (2,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 4 mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Gọi N là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BN vuông góc với SA .

a) (1,0 điểm) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (SCD)$.

Hướng dẫn chấm		Điểm
Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính được $SI = 2\sqrt{3}, SJ = 2, IJ = 4$.		0,25
Do $SI^2 + SJ^2 = IJ^2$ suy ra $SI \perp SJ$ (1)		0,25
Mặt khác: $\begin{cases} AB \perp SI \\ AB \perp IJ \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SIJ) \Rightarrow AB \perp SJ$ (2)		0,25
Từ (1) và (2) suy ra $SJ \perp (SAB) \Rightarrow (SCD) \perp (SAB)$.		0,25

b) (1,0 điểm) Tính thể tích V của khối chóp $S.BDN$.

Hướng dẫn chấm		Điểm
$AB \perp (SIJ) \Rightarrow (SIJ) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến IJ . Kẻ $SH \perp IJ$ tại H suy ra $SH \perp (ABCD)$. Gọi $E = AH \cap BN$. Ta Có $\begin{cases} BN \perp SA \\ BN \perp SH \end{cases} \Rightarrow BN \perp AH$.		0,25

Tính được $SH = \sqrt{3}; HI = 3$ và $AH = \sqrt{13}$. Có $\triangle ABE$ đồng dạng với $\triangle AHI$ nên: $\frac{AE}{AI} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow AE = \frac{AB \cdot AI}{AH} = \frac{8}{\sqrt{13}}.$	0,25
Có $\triangle ABE$ đồng dạng với $\triangle BNC$ nên: $\frac{AB}{BN} = \frac{AE}{BC} \Rightarrow BN = \frac{AB \cdot BC}{AE} = 2\sqrt{13}.$	0,25
Lại có: $S_{\triangle BND} = S_{\triangle BNC} - S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 4$. Thể tích V của khối chóp $S.BDN$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle BND} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = \frac{4}{3} \sqrt{3}$.	0,25

Câu 3 (1,0 điểm). Trong đợt sơ kết học kì I, thầy Hòa có 40 quyển vở giống nhau muốn tặng cho 5 học sinh là thành viên trong đội tuyển Toán sao cho học sinh nào cũng được tặng vở. Tính xác suất để không có học sinh nào nhận được số quyển vở là một số chia hết cho 3.

Hướng dẫn chấm	Điểm
Cho $k \in \mathbb{N}^*$ và $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{N}$, thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = k$ (1) Ta có kết quả sau: + Số bộ $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ thỏa mãn (1) là C_{k+4}^4 (2) + Với $k \geq 5$ và $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 1$, số bộ $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ thỏa mãn (1) là C_{k-1}^4 (3) Gọi số vở 5 học sinh nhận được lần lượt là x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, với $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{N}$ và $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 40$, để học sinh nào cũng được tặng vở thì $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 1$. Theo (3) xác định được số phần tử của không gian mẫu là $\Omega = C_{39}^4$.	0,25
Vì $x_i \not\equiv 3$ nên viết lại $x_i = 3q_i + r_i$ với $q_i \in \mathbb{N}, r_i \in \{1; 2\}$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$. Đặt $Q = \sum_{i=1}^5 q_i$ và $R = \sum_{i=1}^5 r_i$, đưa về $3Q + R = 40$, dẫn đến $R \equiv 1 \pmod{3}$. Lại có $r_i \in \{1; 2\}, i = 1, 2, 3, 4, 5$ nên $5 \leq R \leq 10$. Từ đó tìm được hai trường hợp sau:	0,25
1) $R = 7$, trong các số r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 có ba số bằng 1 và hai số bằng 2, có C_5^3 bộ $(r_1, r_2, r_3, r_4, r_5)$. Tìm được $Q = 11$, theo (2) có C_{15}^4 bộ $(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5)$. Suy ra có $C_5^3 \cdot C_{15}^4$ bộ $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$.	0,25
2) $R = 10$, thì $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = 2$ có 1 bộ $(r_1, r_2, r_3, r_4, r_5)$. Tìm được $Q = 10$, theo (2) có C_{14}^4 bộ $(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5)$. Suy ra có C_{14}^4 bộ $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$. Vậy số bộ $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ cần tìm là $C_5^3 C_{15}^4 + C_{14}^4$. Xác suất cần tìm bằng $P = \frac{C_{14}^4 + C_5^3 C_{15}^4}{C_{39}^4} = \frac{1127}{6327}$.	0,25

CHÚ Ý:

- Hướng dẫn chấm chỉ là lời giải sơ lược của một cách.
- Học sinh có cách giải khác đáp án, cho kết quả đúng thì giám khảo vẫn cho điểm từng phần tương ứng như hướng dẫn chấm.

-----HẾT-----