

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 6 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên:

Số báo danh:

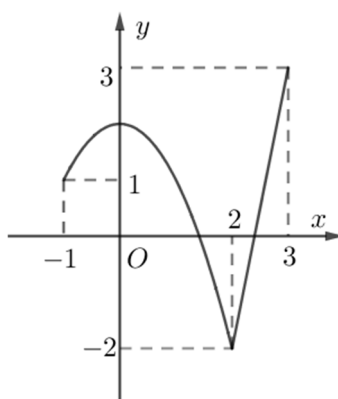
Mã đề 101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (6; 0; -3)$ và $\vec{b} = (-1; -2; 0)$. Vectơ $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(7; 2; 3)$. B. $(-7; -2; 3)$. C. $(-5; 2; 3)$. D. $(7; 2; -3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$.

Giá trị của $3M - 2m$ bằng

- A. 5. B. 1. C. 4. D. 13.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là

- A. $x = 1$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $y = 1$. D. $x = -1$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 4)$ trên trục Ox là

- A. $M'(0; 0; -4)$. B. $M'(0; 2; 0)$. C. $M'(1; 0; 0)$. D. $M'(1; 2; -4)$.

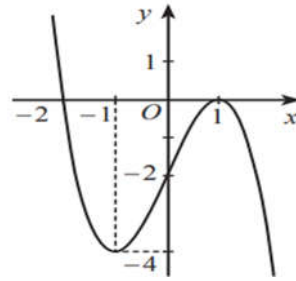
Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 6. Một vật chuyển động theo quỹ đạo $s = 2t^3 + 24t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (m) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Sau 7 (giây) kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $111(m/s)$. B. $487(m/s)$. C. $639(m/s)$. D. $1925(m/s)$.

Câu 7. Cho hàm $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại

- A. $x = 3$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$ cho vector $\vec{a}$ thỏa mãn $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(4; 3; -5)$. B. $(-4; -3; 5)$. C. $(-5; 4; 3)$. D. $(3; 4; -5)$.

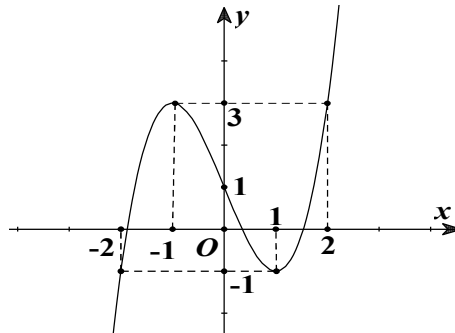
Câu 9. Thời gian công tác của 50 nhân viên một công ty được ghi lại ở bảng số liệu ghép nhóm sau (đơn vị năm).

Nhóm	$[2; 6)$	$[6; 10)$	$[10; 14)$	$[14; 18)$	$[18; 22)$	$[22; 26)$
Tần số	10	20	16	3	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 24. B. 18. C. 21. D. 14.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 2x - 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = 2x^3 - 6x - 1$.

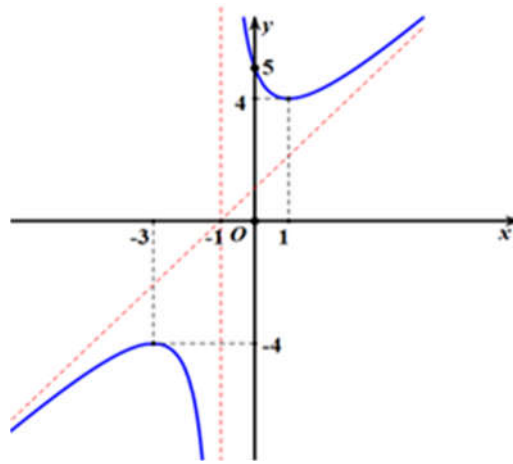
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 12. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$.

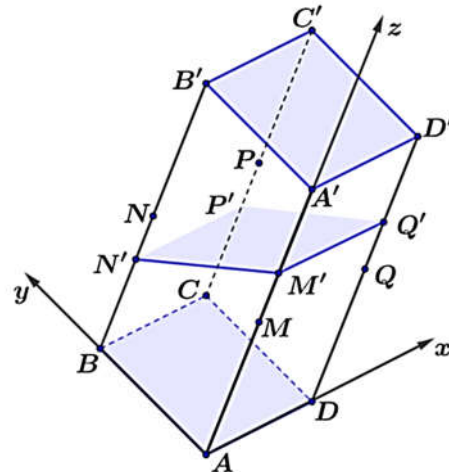
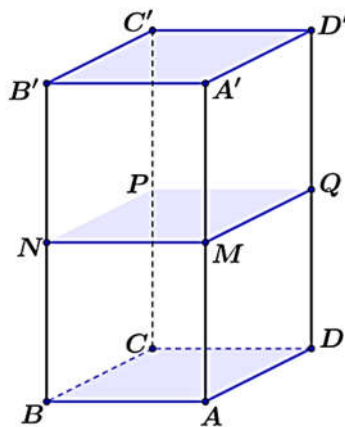
B. $y = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một chậu nước hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng 4 dm và chiều cao bằng 8 dm. Người ta đổ nước vào chiếm một nửa chiều cao chậu nước, mặt thoáng của nước là $MNPQ$. Khi nghiêng chậu nước sao cho các cạnh bên đều lệch một góc 30° so với phương thẳng đứng thì mặt thoáng của nước là $M'N'P'Q'$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với A trùng với gốc tọa độ O , tia Ox qua D và tia Oy qua B .



a) Thể tích nước trong chậu là 64 dm^3 .

b) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 16$.

c) Trung điểm I của $M'N'$ có tọa độ là $(0; 2; 4)$.

d) Góc hai vec tơ $\overrightarrow{AN'}, \overrightarrow{AQ'}$ bằng $61,2^\circ$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2. Bạn Quyết và bạn Thắng làm thí nghiệm trồng cây. Mỗi bạn trồng 40 cây cần tây trong cốc, phần gốc của các cây khi bắt đầu trồng đều dài 4cm. Bảng 1 và bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao của các cây (đơn vị centimét) mà bạn Quyết và bạn Thắng trồng trong 6 tuần.

Nhóm	Tần số		Nhóm	Tần số
[20;25)	2		[20;25)	5
[25;30)	16		[25;30)	9
[30;35)	20		[30;35)	25
[35;40)	2		[35;40)	1
	$n = 40$			$n = 40$
Bảng 1			Bảng 2	

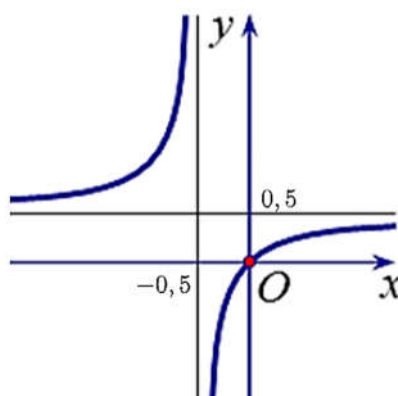
a) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Quyết lớn hơn 3.

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Thắng lớn hơn 4.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Thắng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 13,69.

d) Sự tăng trưởng của cây bạn Thắng trồng đồng đều hơn sự tăng trưởng của cây Bạn Quyết trồng.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($c \neq 0, a-bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ sau:



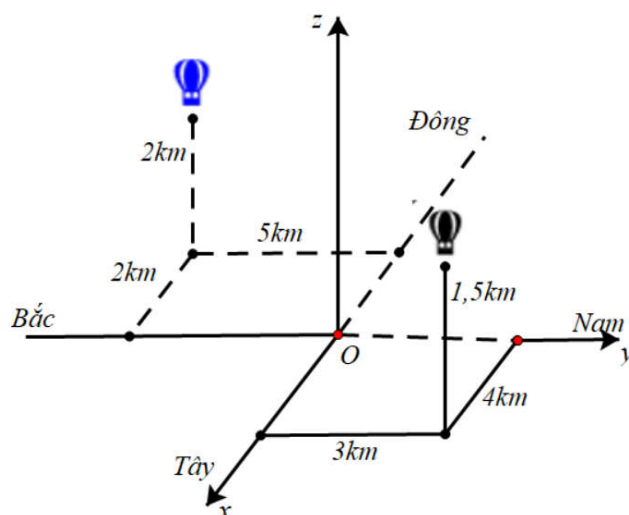
a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = -\frac{1}{2}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

c) $a > 0; b < 0; c > 0$.

d) $a + 2b + c = 3$.

Câu 4. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Tại thời điểm t chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $4km$ về phía tây và $3km$ về phía nam, đồng thời cách mặt đất $1,5km$, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát $2km$ về phía đông và $5km$ về phía bắc, đồng thời cách mặt đất $2km$. Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Giả sử tại thời điểm t vị trí chiếc khinh khí cầu thứ nhất là điểm A , vị trí chiếc khinh khí cầu thứ hai là điểm B .

a) Tọa độ của chiếc khinh khí cầu thứ nhất tại thời điểm t đối với hệ tọa độ đã chọn là $A(3; 4; 1,5)$.

b) Tọa độ của chiếc khinh khí cầu thứ hai tại thời điểm t đối với hệ tọa độ đã chọn là $B(-2; -5; 2)$.

c) Khoảng cách giữa hai kinh khí cầu tại thời điểm t là $AB = \sqrt{3}$.

d) Để theo dõi tín hiệu của hai chiếc khinh khí cầu tại hai điểm A và B , người ta bắt trạm ra đa tại vị trí điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) . Tín hiệu thu được tốt nhất khi và chỉ khi $MA + MB$ nhỏ nhất. Tọa độ điểm $M\left(0; \frac{-1}{6}; \frac{41}{18}\right)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Bảng số liệu sau đây thống kê số cân nặng của một lớp gồm 40 học sinh (đơn vị: kg).

Kết quả cân nặng của học sinh (kg)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	
Số học sinh	3	10	15	10	2	$n = 40$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu? (kết quả lấy một chữ số thập phân)

Câu 2. Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2024$ có giá trị cực tiểu bằng a và giá trị cực đại bằng b . Tính giá trị biểu thức $S = 2a + b$.

Câu 3. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển Drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một Drone giao hàng đang ở tọa độ $A(1; 2; -1)$ di chuyển đến địa điểm nhận hàng là $B(2; -1; 3)$. Mỗi đơn vị trên phần mềm bằng 1km ngoài thực tế. Biết tốc độ của drone là 80km/h; giả sử rằng từ vị trí giao hàng và nhận hàng không gặp chướng ngại vật, sức cản của gió không đáng kể để Drone bay theo đường thẳng. Thời gian Drone bay từ vị trí ban đầu A đến địa điểm giao hàng B mất bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 4. Một người nông dân có 18.000.000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (như hình minh họa). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 30.000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 60.000 đồng/mét, mặt giáp với

bờ sông không phải rào. Để tổng diện tích của hai khu đất lớn nhất thì chiều dài hàng rào song song với bờ sông bằng bao nhiêu mét ?

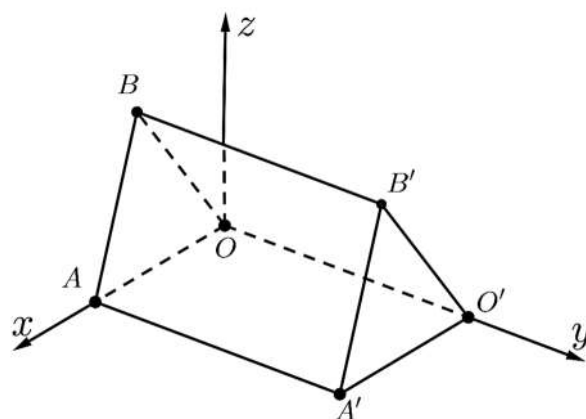


PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1. Tại khu du lịch người ta làm những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như hình 2 (đơn vị đo lấy theo mét), hai điểm $A'\left(\frac{12}{5}; \frac{9}{2}; 0\right)$ và $B\left(\frac{6}{5}; 0; 3\right)$. Gọi điểm $M \in AB$ sao cho $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$, điểm $N \in O'B'$ sao cho $\overrightarrow{O'N} = 2\overrightarrow{NB'}$. Trong căn lều người dùng dây đèn trang trí được nối thẳng từ điểm M sang điểm N . Tính độ dài dây đèn MN .



Hình 1



Hình 2

Câu 2. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384 cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3 cm, để lề trái và lề phải đều là 2 cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ. Kích thước của trang sách là bao nhiêu để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất?

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a} = (6; 0; -3)$ và $\vec{b} = (-1; -2; 0)$. Vector $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A.** $(7; 2; 3)$. **B.** $(-7; -2; 3)$. **C.** $(-5; 2; 3)$. **D.** $(7; 2; -3)$.

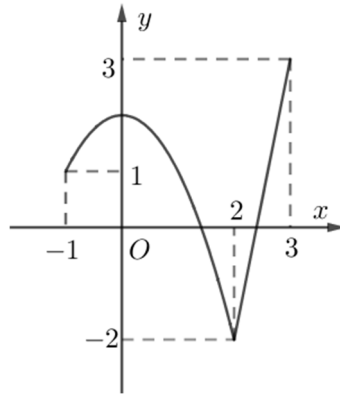
Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a} = (6; 0; -3)$ và $\vec{b} = (-1; -2; 0)$

Suy ra $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (7; 2; -3)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $3M - 2m$ bằng

- A.** 5. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị của hàm số đã cho ta có: $M = f(3) = 3$; $m = f(2) = -2$.

Suy ra $3M - 2m = 3.3 - 2.(-2) = 13$.

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là

- A.** $x = 1$. **B.** $x = \frac{1}{2}$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x \neq 1$.

Vì $\lim_{x \rightarrow (1)^-} \frac{5x-1}{x-1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (1)^+} \frac{5x-1}{x-1} = +\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x-1}$ là đường thẳng $x = 1$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 4)$ trên trục Ox là

- A.** $M'(0; 0; -4)$. **B.** $M'(0; 2; 0)$. **C.** $M'(1; 0; 0)$. **D.** $M'(1; 2; -4)$.

Lời giải

Chọn C

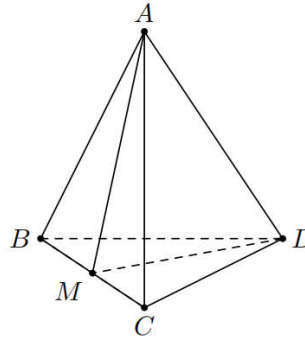
Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Ox là điểm $M'(1; 0; 0)$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Câu 6: Một vật chuyển động theo quỹ đạo $s = 2t^3 + 24t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (m) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Sau 7 (giây) kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $111(m/s)$. B. $487(m/s)$. C. $639(m/s)$. D. $1925(m/s)$.

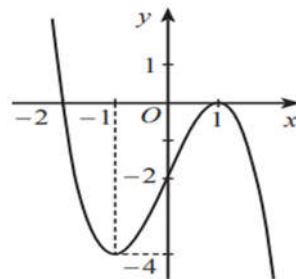
Lời giải

Chọn C

Ta có: $v(t) = s'(t) = 6t^2 + 48t + 9$.

Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 7s$ là: $v(7) = s'(7) = 6.7^2 + 48.7 + 9 = 693(m/s)$.

Câu 7: Cho hàm $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại

- A. $x = 3$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Lời giải

Từ hình vẽ, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$ cho vector $\vec{a}$ thỏa mãn $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(4; 3; -5)$. B. $(-4; -3; 5)$. C. $(-5; 4; 3)$. D. $(3; 4; -5)$.

Lời giải

Vector $\vec{a}$ có tọa độ $\vec{a} = (4; 3; -5)$.

Câu 9: Thời gian công tác của 50 nhân viên một công ty được ghi lại ở bảng số liệu ghép nhóm sau (đơn vị năm).

Nhóm	[2;6)	[6;10)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)
Tần số	10	20	16	3	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 24.

B. 18.

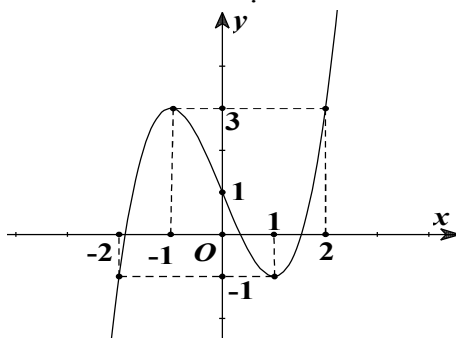
C. 21.

D. 14.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu $R = 26 - 2 = 24$.

Câu 10: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = -x^3 + 2x - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = 2x^3 - 6x - 1$.

Lời giải

Từ hình vẽ, ta thấy nhánh cuối đồ thị hàm số đi lên nên loại đáp án B, C.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$.

Khi đó, chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ thỏa mãn.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

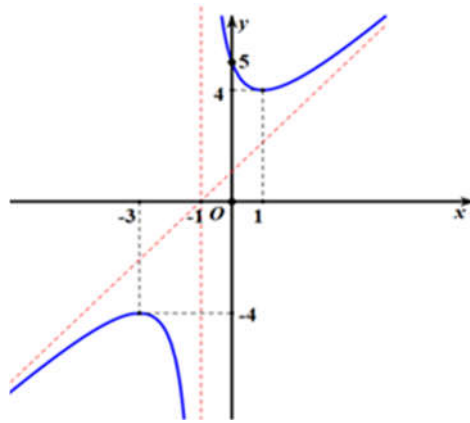
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $(-\infty;-1)$, $y' > 0$ và đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 12: Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$

B. $y = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$

C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

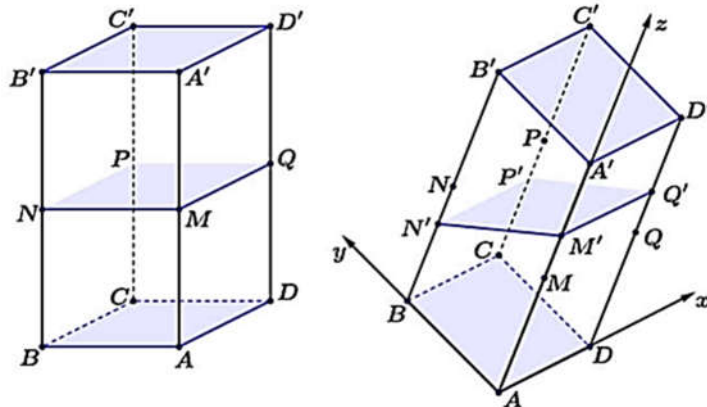
Lời giải

Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$ và đi qua điểm $(0; 5)$,

$(-3; -4)$. Do đó, chỉ có hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$ thỏa mãn các điều kiện trên.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một chậu nước hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng 4 dm và chiều cao bằng 8 dm. Người ta đổ nước vào chiếm một nửa chiều cao chậu nước, mặt thoáng của nước là $MNPQ$. Khi nghiêng chậu nước sao cho các cạnh bên đều lệch một góc 30° so với phương thẳng đứng thì mặt thoáng của nước là $M'N'P'Q'$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với A trùng với gốc tọa độ O , tia Ox qua D và tia Oy qua B .



- a) Thể tích nước trong chậu là 64dm^3 .
b) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 16$.
c) Trung điểm I của $M'N'$ có tọa độ là $(0; 2; 4)$.
d) Góc hai vec tơ $\overrightarrow{AN'}, \overrightarrow{AQ'}$ bằng $61,2^\circ$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) **Đúng**, Thể tích nước trong chậu là $V = B \cdot h = 4^2 \cdot 4 = 64 \text{ dm}^3$.

b) **Đúng**, $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = |\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AN}| \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}) = 4 \cdot 4\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 16$.

c) **Đúng**, Dễ thấy hai đoạn thẳng $NN' = MM'$, đồng thời $MM' \parallel NN' \Rightarrow$ Tứ giác $MM'N'N$ là hình bình hành. Vì MN và $M'N'$ là hai đường chéo của hình bình hành nên có chung trung điểm $I(0;2;4)$.

d) **Sai**, Trong tam giác IMM' , ta có $\angle MIM' = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{MM'}{IM} \Rightarrow MM' = \frac{2}{\sqrt{3}} = NN' = QQ'$.

Do đó $N' \left(0; 4; 4 - \frac{2}{\sqrt{3}} \right), Q' \left(4; 0; 4 + \frac{2}{\sqrt{3}} \right)$.

Vì vậy $\cos(\overrightarrow{AN'}, \overrightarrow{AQ'}) = \frac{\left(4 - \frac{2}{\sqrt{3}} \right) \left(4 + \frac{2}{\sqrt{3}} \right)}{\sqrt{4^2 + \left(4 - \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2} \cdot \sqrt{4^2 + \left(4 + \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2}} \approx 0,458 \Rightarrow (\overrightarrow{AN'}, \overrightarrow{AQ'}) \approx 62,7^\circ$.

Câu 2: Bạn Quyết và bạn Thắng làm thí nghiệm trồng cây. Mỗi bạn trồng 40 cây cần tây trong cốc, phần gốc của các cây khi bắt đầu trồng đều dài 4 cm. Bảng 1 và bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao của các cây (đơn vị centimet) mà bạn Quyết và bạn Thắng trồng trong 6 tuần.

Nhóm	Tần số		Nhóm	Tần số
[20;25)	2		[20;25)	5
[25;30)	16		[25;30)	9
[30;35)	20		[30;35)	25
[35;40)	2		[35;40)	1
	$n = 40$			$n = 40$
Bảng 1			Bảng 2	

- a) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Quyết lớn hơn 3 .
b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Thắng lớn hơn 4 .
c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Thắng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 13,69 .
d) Sự tăng trưởng của cây bạn Thắng trồng đồng đều hơn sự tăng trưởng của cây Bạn Quyết trồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) **Đúng**, số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Quyết là

$$\bar{x} = \frac{22,5 \times 2 + 27,5 \times 16 + 32,5 \times 20 + 37,5 \times 2}{2 + 16 + 20 + 2} = 30,25$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Quyết là

$$s^2 = \frac{1}{40} (22,5^2 \times 2 + 27,5^2 \times 16 + 32,5^2 \times 20 + 37,5^2 \times 2) - 30,25^2 = \frac{179}{16}.$$

Suy ra độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Quyết là

$$s = \sqrt{s^2} = \frac{\sqrt{179}}{4} \approx 3,34 > 3.$$

b) Sai, số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Thắng là

$$\bar{x} = \frac{22,5 \times 5 + 27,5 \times 9 + 32,5 \times 25 + 37,5 \times 1}{5 + 9 + 25 + 1} = 30,25$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Thắng là

$$s^2 = \frac{1}{40} (22,5^2 \times 5 + 27,5^2 \times 9 + 32,5^2 \times 25 + 37,5^2 \times 1) - 30,25^2 = \frac{219}{16} \approx 13,69.$$

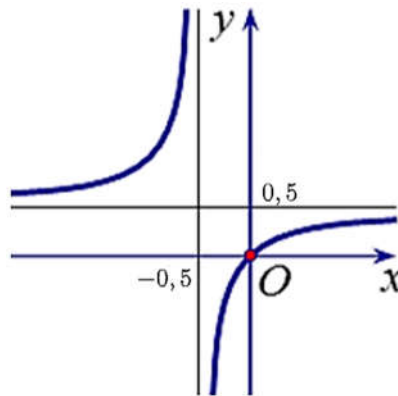
Suy ra độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Quyết là

$$s = \sqrt{s^2} = \frac{\sqrt{219}}{4} \approx 3,7 < 4.$$

c) Đúng, phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Thắng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 13,69.

d) Sai, vì độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Quyết nhỏ hơn độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Thắng nên sự tăng trưởng của cây bạn Quyết trông đồng đều hơn sự tăng trưởng của cây Bạn Thắng trông.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($c \neq 0, a-bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = -\frac{1}{2}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

c) $a > 0; b < 0; c > 0$.

d) $a + 2b + c = 3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = -\frac{1}{2}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

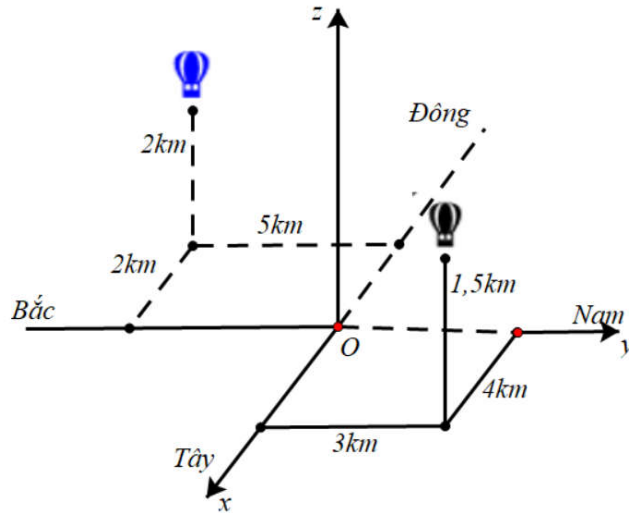
c) Tiệm cận đứng $x = \frac{-1}{c} = \frac{-1}{2} \Rightarrow c = 2$

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} = \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$

$x = 0 \Rightarrow y = b = 0$

d) $a + 2b + c = 2 + 2 \cdot 0 + 1 = 3$

Câu 4: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Tại thời điểm t chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 4km về phía tây và 3km về phía nam, đồng thời cách mặt đất $1,5\text{km}$, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 2km về phía đông và 5km về phía bắc, đồng thời cách mặt đất 2km . Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Giả sử tại thời điểm t vị trí chiếc khinh khí cầu thứ nhất là điểm A , vị trí chiếc khinh khí cầu thứ hai là điểm B .

- a) Tọa độ của chiếc khinh khí cầu thứ nhất tại thời điểm t đối với hệ tọa độ đã chọn là $A(3;4;1,5)$.
b) Tọa độ của chiếc khinh khí cầu thứ hai tại thời điểm t đối với hệ tọa độ đã chọn là $B(-2;-5;2)$.
c) Khoảng cách giữa hai khinh khí cầu tại thời điểm t là $AB = \sqrt{3}$.
d) Để theo dõi tín hiệu của hai chiếc khinh khí cầu tại hai điểm A và B , người ta bắt trạm ra đa tại vị trí điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) . Tín hiệu thu được tốt nhất khi và chỉ khi $MA + MB$ nhỏ nhất. Tọa độ điểm $M\left(0; \frac{-1}{6}; \frac{41}{18}\right)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

- a) Tọa độ của chiếc khinh khí cầu thứ nhất tại thời điểm t đối với hệ tọa độ đã chọn là $A(4;3;1,5)$.
b) Tọa độ của chiếc khinh khí cầu thứ hai tại thời điểm t đối với hệ tọa độ đã chọn là $B(-2;-5;2)$.

c) $\overline{AB} = \left(-6; -8; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow AB = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{401}}{2}$

- d) Gọi $A'(4;3;-1,5)$ là điểm đối xứng với $A(4;3;1,5)$ qua mặt phẳng (Oxy)

$MA + MB = MA' + MB \geq A'B$ suy ra $MA + MB$ nhỏ nhất khi A', M, B thẳng hàng

Với $M(x; y; 0)$.

$$\overrightarrow{MA'} = (4-x; 3-y; -1,5); \overrightarrow{A'B} = (-6; -8; 3,5)$$

$$\frac{4-x}{-6} = \frac{3-y}{-8} = \frac{-1,5}{3,5} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{7} \\ y = \frac{-3}{7} \end{cases}$$

Vậy $M\left(\frac{10}{7}; \frac{-3}{7}; 0\right)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến 20

Câu 1: Bảng số liệu sau đây thống kê số cân nặng của một lớp gồm 40 học sinh (đơn vị: kg).

Kết quả cân nặng của học sinh (kg)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	
Số học sinh	3	10	15	10	2	$n = 40$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu? (kết quả lấy một chữ số thập phân)

Lời giải

Đáp án: 7,5

Tứ phân vị thứ nhất của của mẫu số liệu:

Ta có $\frac{n}{4} = 10$ suy ra $Q_1 \in [40; 50)$

$$Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = 40 + \frac{10 - 3}{10} \cdot 5 = 43,5.$$

Tứ phân vị thứ ba của của mẫu số liệu:

Ta có $\frac{3n}{4} = 30$ suy ra $Q_3 \in [50; 55)$

$$Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = 50 + \frac{30 - 3 - 10 - 15}{10} \cdot 5 = 51.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 51 - 43,5 = 7,5$

Câu 2: Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2024$ có giá trị cực tiểu bằng a và giá trị cực đại bằng b . Tính giá trị biểu thức $S = 2a + b$.

Lời giải

Đáp án: 6076

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			2028		2024		$+\infty$
	$-\infty$						

Vậy $S = 2a + b = 6076$

Câu 3: Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển Drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một Drone giao hàng đang ở toạ độ $A(1; 2; -1)$ di chuyển đến địa điểm nhận hàng là $B(2; -1; 3)$. Mỗi đơn vị trên phần mềm bằng 1km ngoài thực tế. Biết tốc độ của drone là 80km/h; giả sử rằng từ vị trí giao hàng và nhận hàng không gặp chướng ngại vật, sức cản của gió không đáng kể để

Drone bay theo đường thẳng. Thời gian Drone bay từ vị trí ban đầu A đến địa điểm giao hàng B mất bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

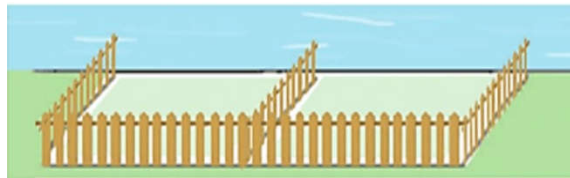
Trả lời: 3,82

$$\overline{AB} = (1; -3; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 4^2} = \sqrt{26}$$

Thời gian Drone bay từ vị trí ban đầu A đến địa điểm giao hàng B là:

$$t = \frac{\sqrt{26}}{80} \cdot 60 = \frac{3\sqrt{26}}{4} \approx 3,82 \text{ (phút)}$$

Câu 4: Một người nông dân có 18.000.000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (như hình minh họa). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 30.000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 60.000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Để tổng diện tích của hai khu đất lớn nhất thì chiều dài hàng rào song song với bờ sông bằng bao nhiêu mét?



Lời giải

Trả lời: 300

Gọi x (m) là chiều dài một trong ba mặt hàng rào song song với nhau của hình chữ E ($x > 0$).

Gọi y (m) là chiều dài mặt hàng rào của hình chữ E song song với bờ sông ($y > 0$).

Số tiền để làm hàng rào là: $x \cdot 3 \cdot 60000 + y \cdot 30000 = 18000000 \Leftrightarrow y = 600 - 6x$

Diện tích đất rào: $S = x \cdot y = x \cdot (600 - 6x) = 600x - 6x^2$.

Ta có: $S' = 600 - 12x$.

$S' = 0 \Leftrightarrow 600 - 12x \Leftrightarrow x = 50$.

Bảng biến thiên:

x	0	50	$+\infty$
S'		+	0
S	0	15000	$-\infty$

Vậy $\max_{(0;+\infty)} S = 15000 \text{ (m}^2\text{)}$ khi $x = 50 \text{ (m)}$ và $y = 600 - 6 \cdot 50 = 300 \text{ (m)}$.

PHẦN IV. Tự luận.

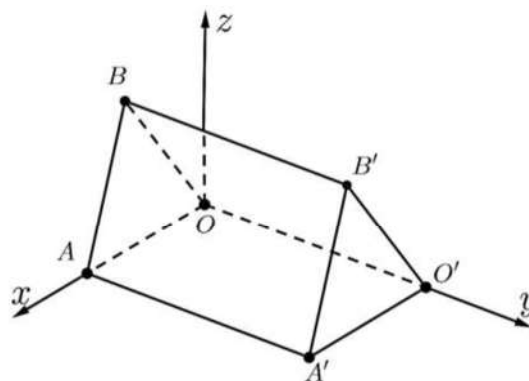
Câu 1: Tại khu du lịch người ta làm những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như

hình 2 (đơn vị đo lấy theo mét), hai điểm $A'\left(\frac{12}{5}; \frac{9}{2}; 0\right)$ và $B\left(\frac{6}{5}; 0; 3\right)$. Gọi điểm $M \in AB$ sao

cho $\overline{AM} = 2\overline{MB}$, điểm $N \in O'B'$ sao cho $\overline{O'N} = 2\overline{NB'}$. Trong căn lều người dùng dây đèn trang trí được nối thẳng từ điểm M sang điểm N . Tính độ dài dây đèn MN .



Hình 1



Hình 2

Lời giải

Do $OAB.O'A'B'$ là lăng trụ đứng:

+ Điểm A là hình chiếu của $A'\left(\frac{12}{5}; \frac{9}{2}; 0\right)$ lên trục Ox nên $A\left(\frac{12}{5}; 0; 0\right)$.

+ Điểm O' là hình chiếu của $A'\left(\frac{12}{5}; \frac{9}{2}; 0\right)$ lên trục Oy nên $O'\left(0; \frac{9}{2}; 0\right)$

+ Điểm $B\left(\frac{6}{5}; 0; 3\right)$ là hình chiếu của B' lên mặt phẳng (Oxz) nên $B'\left(\frac{6}{5}; \frac{9}{2}; 3\right)$.

Gọi tọa độ hai điểm $M(x_M; 0; z_M)$ và $N(x_N; \frac{9}{2}; z_N)$ (Do $M \in AB$ và $N \in O'B'$).

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB} \Rightarrow \begin{cases} x_M - \frac{12}{5} = 2\left(\frac{6}{5} - x_M\right) \\ z_M - 0 = 2(3 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{8}{5} \\ z_M = 2 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{8}{5}; 0; 2\right).$$

$$\text{Và } \overrightarrow{O'N} = 2\overrightarrow{NB'} \Rightarrow \begin{cases} x_N - 0 = 2\left(\frac{6}{5} - x_N\right) \\ z_N - 0 = 2(3 - z_N) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{4}{5} \\ z_N = 2 \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{4}{5}; \frac{9}{2}; 2\right).$$

$$\text{Vậy độ dài dây đèn } MN = \sqrt{\left(\frac{4}{5} - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{9}{2} - 0\right)^2 + (2 - 2)^2} = \frac{\sqrt{2089}}{10} \text{ (mét)}.$$

Câu 2: Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3cm , để lề trái và lề phải đều là 2cm . Phần còn lại của trang sách được in chữ. Kích thước của trang sách là bao nhiêu để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất?

Lời giải

Gọi x, y (cm) lần lượt là các kích thước của trang sách ($x, y > 0$).

$$\text{Ta có: } xy = 384 \Rightarrow y = \frac{384}{x}.$$

Các kích thước của phần in chữ sau khi canh lề lần lượt là $x - 6, y - 4$ (cm).

Diện tích phần in chữ:

$$S = (x - 6)(y - 4) = xy - 6x - 4y + 24 = 384 - 6x - 4 \times \frac{384}{x} + 24 = 408 - \left(6x + \frac{1536}{x}\right) (\text{cm}^2).$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy:

$$S = 408 - \left(6x + \frac{1536}{x} \right) \leq 408 - 2\sqrt{6x \times \frac{1536}{x}} = 408 - 2\sqrt{6 \times 1536} = 216 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } 6x = \frac{1536}{x} \Leftrightarrow x^2 = 256 \Rightarrow x = 16 \Rightarrow y = \frac{384}{16} = 24 \text{ (cm)}.$$

Vậy phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất là 216cm^2 khi kích thước trang sách là $16\text{cm} \times 24\text{cm}$.