

(Đề thi gồm có 04 trang)

Họ tên thí sinh: .....Số báo danh: .....

Mã đề thi 0101

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; -2; 0)$  và  $\vec{v} = (-1; -2; 1)$ . Vectơ  $\vec{u} + 3\vec{v}$  có tọa độ là

- A.  $(2; -8; 1)$ . B.  $(-2; -8; -3)$ . C.  $(2; -8; -1)$ . D.  $(-2; -8; 3)$ .

**Câu 2:** Số tiền điện phải trả của 40 gia đình trong một tháng (đơn vị: nghìn đồng) được cho bởi bảng sau:

| Số tiền | [375; 450) | [450; 525) | [525; 600) | [600; 675) | [675; 750) | [750; 825) |
|---------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Tần số  | 6          | 10         | 7          | 6          | 7          | 4          |

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

- A. 685,7. B. 480. C. 567,9. D. 648,5.

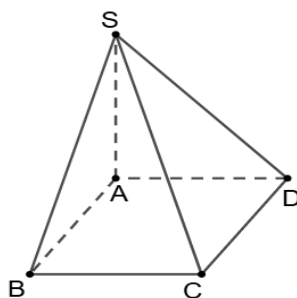
**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x < 0 \\ x^2 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số liên tục tại điểm  $x = 0$ . B.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ .  
C.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ . D.  $f(0) = 0$ .

**Câu 4:** Trường THPT X có 32% học sinh giỏi môn Toán, 28% học sinh giỏi môn Văn và 20% học sinh học giỏi cả hai môn Toán và Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của nhà trường. Xác suất để chọn được một học sinh không giỏi môn nào trong hai môn Toán, Văn là

- A. 0,6. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,5.

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng 1,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \sqrt{3}$ . Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$ . Khi đó  $\alpha$  thỏa mãn hệ thức nào sau đây?



- A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ . B.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{14}}{4}$ . C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{14}}{8}$ . D.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |   |           |           |           |           |
|------|-----------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0 | 2         | 4         | $+\infty$ |           |
| $y'$ | -         | 0 | +         | +         | 0         | -         |
| $y$  | $+\infty$ |   | $+\infty$ |           | 1         |           |
|      |           | 3 |           | $-\infty$ |           | $-\infty$ |

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ . B.  $(3; +\infty)$ . C.  $(-\infty; 1)$ . D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 7:** Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hòa cho bởi công thức  $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ , trong đó  $t$  là thời gian (giây),  $x(t)$  là li độ (cm) của vật tại thời điểm  $t$ ,  $A$  là biên độ dao động ( $A > 0$ ) và  $\varphi \in [-\pi; \pi]$  là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hòa có phương trình:  $x_1(t) = 6 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ ,  $x_2(t) = 6 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ . Dao động tổng hợp  $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$  có biên độ là bao nhiêu cm?

- A.  $3\sqrt{2}$ . B. 6. C.  $6\sqrt{2}$ . D. 12.

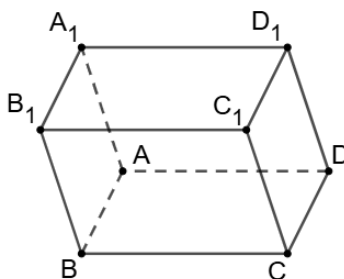
**Câu 8:** Sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số  $N(t) = -t^3 + 12t^2$ ,  $0 \leq t \leq 12$ , trong đó  $N$  là số người nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và  $t$  là thời gian (tính bằng tuần). Đạo hàm  $N'(t)$  biểu thị tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh). Hỏi virus sẽ lây lan nhanh nhất vào tuần thứ bao nhiêu?

- A. Tuần thứ 5. B. Tuần thứ 6. C. Tuần thứ 4. D. Tuần thứ 8.

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = 3 \ln x - x$ . Biết giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[1; 4]$  là  $a + \ln b$  ( $a; b \in \mathbb{Z}$ ). Giá trị của biểu thức  $a + b$  là

- A. 0. B. 24. C. 27. D. 6.

**Câu 10:** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CC_1$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.  $\overrightarrow{A_1M} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AA_1}$ . B.  $\overrightarrow{A_1M} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA_1}$ .  
C.  $\overrightarrow{A_1M} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AA_1}$ . D.  $\overrightarrow{A_1M} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA_1}$ .

**Câu 11:** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ . Biết đường thẳng  $AC'$  tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  góc  $45^\circ$ . Thể tích khối hộp đã cho bằng

- A. 30. B.  $20\sqrt{3}$ . C.  $60\sqrt{3}$ . D. 60.

**Câu 12:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 6$ ; công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Hỏi  $\frac{3}{256}$  là số hạng thứ mấy?

- A. 7. B. 10. C. 8. D. 9.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Một cửa hàng ghi lại dữ liệu của 32 khách hàng trong một giờ cao điểm, bao gồm số tiền mua hàng và phương thức thanh toán. Quản lý cửa hàng tổng hợp dữ liệu vào bảng tần số như sau:

| Nhóm tiền<br>(Ngàn đồng) | Số người<br>trả tiền mặt | Số người<br>chuyển khoản |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| [0; 30)                  | 2                        | 1                        |
| [30; 60)                 | 2                        | 4                        |
| [60; 90)                 | 7                        | 6                        |
| [90; 120)                | 5                        | 5                        |

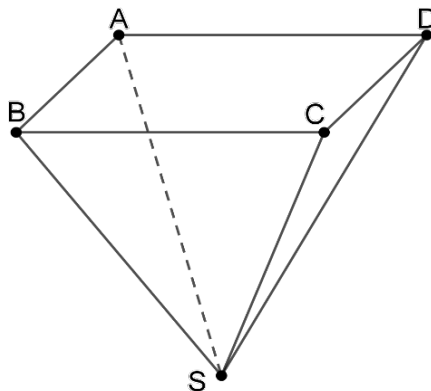
a) Số tiền mua hàng trung bình của nhóm khách hàng chuyển khoản bằng số tiền mua hàng trung bình của nhóm khách hàng trả tiền mặt.

b) Số trung vị của nhóm khách hàng chuyển khoản bé hơn số trung vị của nhóm khách hàng trả tiền mặt.

c) Quản lý siêu thị cần chọn ngẫu nhiên 3 khách hàng để phỏng vấn. Số cách chọn được 3 người mua hàng dưới 60 nghìn đồng là 126 cách.

d) Chọn ngẫu nhiên 4 khách hàng từ 32 khách hàng. Xác suất để trong 4 người được chọn có đúng 2 người trả tiền mặt và đúng 3 người mua hàng với giá dưới 60 nghìn đồng là  $\frac{81}{3596}$ .

**Câu 2:** Phần trong của một bể nước có hình dạng khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  như hình vẽ (mặt trên của bể là hình vuông  $ABCD$ ). Biết  $AB = 8\text{ m}$ ,  $SA = 4\sqrt{6}\text{ m}$ .



a) Chiều cao của khối chóp  $S.ABCD$  bằng 8m.

b) Thể tích chứa nước của bể là  $512\text{ m}^3$ .

c) Người ta cần phủ một lớp sơn chống thấm bốn bề mặt xung quanh của phần trong bể nước. Chi phí sơn chống thấm là 250 nghìn đồng/ $\text{m}^2$ . Tổng chi phí để sơn là 15 triệu đồng.

d) Ban đầu bể không chứa nước, người ta bơm nước vào bể với lưu lượng nước không đổi là 350 lít/phút. Xét thời gian tính từ lúc bắt đầu bơm nước. Khi đó, tốc độ dâng lên của mực nước trong bể tại thời điểm 6 phút 40 giây gấp 9 lần tại thời điểm 3 giờ.

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$  có tập xác định là  $D$ .

a)  $f(2) = \frac{1}{4}$ .

b)  $f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} \forall x \in D$ .

c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên  $[2;3]$  bằng  $\frac{13}{20}$ .

d) Với mọi  $x_1, x_2 \in D$  thỏa mãn  $x_1 < x_2$  luôn có  $f(x_1) < f(x_2)$ .

**Câu 4:** Một chất điểm chuyển động trên trục  $Ox$ , chiều dương của chuyển động là chiều dương của trục  $Ox$  (đơn vị trên trục là mét). Giả sử tại thời điểm  $t$  (giây), tọa độ của chất điểm trên trục  $Ox$  được tính theo công thức  $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$  với  $t \geq 0$ .

a) Tại thời điểm  $t$  giây, vận tốc của chất điểm được tính theo công thức  $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$  (m/s).

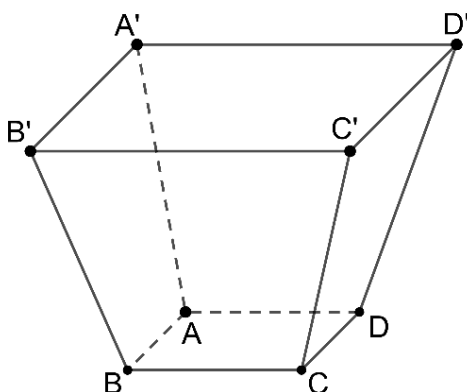
b) Vận tốc của chất điểm giảm trong khoảng thời gian từ giây thứ nhất đến giây thứ ba.

c) Sau 4 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, chất điểm cách điểm xuất phát 4m.

d) Quãng đường chất điểm chuyển động trong 2 giây đầu tiên là 2m.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2.

**Câu 1:** Người ta cần thiết kế một thùng rác cỡ lớn có hình dạng hình chóp cụt tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  như hình vẽ.



Quy định đưa ra là tổng diện tích của hai đáy bằng  $60 \text{ m}^2$  và đường chéo  $AC' = 9 \text{ m}$ . Thể tích lớn nhất của thùng rác là bao nhiêu mét khối? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 2:** Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm I và II. Một hộp sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu, 30 giờ làm việc và lợi nhuận đem lại là 4 triệu đồng. Một hộp sản phẩm loại II cần 6 kg nguyên liệu, 15 giờ làm việc và lợi nhuận đem lại là 3 triệu đồng. Xưởng có 48 kg nguyên liệu và 255 giờ làm việc của nhân công. Hỏi lợi nhuận tối đa mà xưởng sản xuất có thể nhận được là bao nhiêu triệu đồng?

----- **HẾT** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: .....Số báo danh: .....

Mã đề thi 0102

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |           |     |           |     |
|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-4$ | $-1$      | $2$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$       | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $-2$ | $+\infty$ | $1$ | $+\infty$ |     |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ . B.  $(-\infty; -2)$ . C.  $(2; +\infty)$ . D.  $(-1; 2)$ .

**Câu 2:** Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hòa cho bởi công thức  $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ , trong đó  $t$  là thời điểm (giây),  $x(t)$  là li độ (cm) của vật tại thời điểm  $t$ ,  $A$  là biên độ dao động ( $A > 0$ ) và  $\varphi \in [-\pi; \pi]$  là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hòa có phương trình:  $x_1(t) = 6 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $x_2(t) = 6 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ . Dao động tổng hợp  $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$  có biên độ là bao nhiêu cm?

- A. 12. B.  $6\sqrt{2}$ . C.  $3\sqrt{2}$ . D. 6.

**Câu 3:** Sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số  $N(t) = -t^3 + 15t^2$ ,  $0 \leq t \leq 15$ , trong đó  $N$  là số người nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và  $t$  là thời gian (tính theo tuần). Đạo hàm  $N'(t)$  biểu thị tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh). Hỏi virus sẽ lây lan nhanh nhất vào tuần thứ bao nhiêu?

- A. Tuần thứ 6. B. Tuần thứ 5. C. Tuần thứ 10. D. Tuần thứ 4.

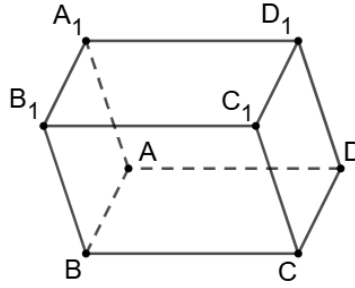
**Câu 4:** Số tiền điện phải trả của 40 gia đình trong một tháng (đơn vị: nghìn đồng) được cho bởi bảng sau:

|         |              |              |              |              |              |              |
|---------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số tiền | $[375; 450)$ | $[450; 525)$ | $[525; 600)$ | $[600; 675)$ | $[675; 750)$ | $[750; 825)$ |
| Tần số  | 6            | 10           | 7            | 6            | 7            | 4            |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A. 567,9. B. 685,7. C. 480. D. 648,5.

**Câu 5:** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CC_1$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?



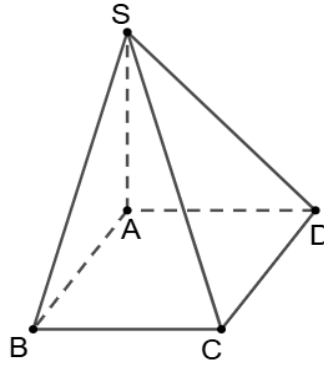
A.  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$ .

B.  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$ .

C.  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$ .

D.  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng 1,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \sqrt{2}$ . Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$ . Khi đó  $\alpha$  thỏa mãn hệ thức nào sau đây?



A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{8}$ .

B.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{6}$ .

C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{30}}{6}$ .

D.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{30}}{8}$ .

**Câu 7:** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ . Biết đường thẳng  $AC'$  tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  góc  $60^\circ$ . Thể tích khối hộp đã cho bằng

A.  $60\sqrt{3}$ .

B.  $20\sqrt{3}$ .

C. 30.

D. 60.

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = 2 \ln x - x$ . Biết giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[1; 4]$  là  $a + \ln b$  ( $a; b \in \mathbb{Z}$ ). Giá trị của biểu thức  $a + b$  là

A. 4.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; -2; 0)$  và  $\vec{v} = (-1; -2; 1)$ . Vectơ  $3\vec{u} + \vec{v}$  có tọa độ là

A.  $(-2; -8; -3)$ .

B.  $(2; -8; 1)$ .

C.  $(2; -8; -1)$ .

D.  $(-2; -8; 3)$ .

**Câu 10:** Trường THPT Y có 42% học sinh giỏi môn Toán, 38% học sinh giỏi môn Văn và 20% học sinh học giỏi cả hai môn Toán và Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của nhà trường. Xác suất để chọn được một học sinh không giỏi môn nào trong hai môn Toán, Văn là

A. 0,4.

B. 0,5.

C. 0,6.

D. 0,3.

**Câu 11:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 6$ ; công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Hỏi  $\frac{3}{128}$  là số hạng thứ mấy?

A. 9.

B. 7.

C. 10.

D. 8.

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x < 0 \\ x^3 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ .

B.  $f(0) = 0$ .

C. Hàm số liên tục tại điểm  $x = 0$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$  có tập xác định là  $D$ .

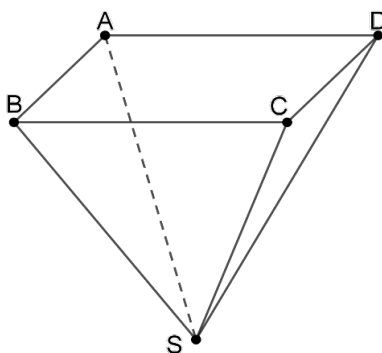
a)  $f(-2) = \frac{1}{4}$ .

b)  $f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2} \forall x \in D$ .

c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên  $[3; 4]$  bằng  $\frac{13}{20}$ .

d) Với mọi  $x_1, x_2 \in D$  thỏa mãn  $x_1 < x_2$  luôn có  $f(x_1) > f(x_2)$ .

**Câu 2:** Phần trong của một bể nước có hình dạng khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  như hình vẽ (mặt trên của bể là hình vuông  $ABCD$ ). Biết  $AB = 4$  m,  $SA = 2\sqrt{6}$  m.



a) Chiều cao của khối chóp  $S.ABCD$  bằng 4 m.

b) Thể tích chứa nước của bể là  $64 \text{ m}^3$ .

c) Người ta cần phủ một lớp sơn chống thấm bốn bề mặt xung quanh của phần trong bể nước. Chi phí sơn chống thấm là 250 nghìn đồng/ $\text{m}^2$ . Tổng chi phí để sơn là 7 triệu đồng.

d) Ban đầu bể không chứa nước, người ta bơm nước vào bể với lưu lượng nước không đổi là 50 lít/phút. Xét thời gian tính từ lúc bắt đầu bơm nước. Khi đó, tốc độ dâng lên của mực nước trong bể tại thời điểm 6 phút 40 giây gấp 9 lần tại thời điểm 3 giờ.

**Câu 3:** Một chất điểm chuyển động trên trục  $Ox$ , chiều dương của chuyển động là chiều dương của trục  $Ox$  (đơn vị trên trục là mét). Giả sử tại thời điểm  $t$  (giây), tọa độ của chất điểm trên trục  $Ox$  được tính theo công thức  $x(t) = 2t^3 - 12t^2 + 18t$  với  $t \geq 0$ .

a) Tại thời điểm  $t$  giây, vận tốc của chất điểm được tính theo công thức  $v(t) = 6t^2 - 24t + 18$  (m/s).

b) Vận tốc của chất điểm giảm trong khoảng thời gian từ giây thứ nhất đến giây thứ ba.

c) Sau 4 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, chất điểm cách điểm xuất phát 8m.

d) Quãng đường chất điểm chuyển động trong 2 giây đầu tiên là 12m.

**Câu 4:** Một cửa hàng ghi lại dữ liệu của 64 khách hàng trong một giờ cao điểm, bao gồm số tiền mua hàng và phương thức thanh toán. Quản lý cửa hàng tổng hợp dữ liệu vào bảng tần số hai chiều như sau:

| Nhóm tiền<br>(Nghìn đồng) | Số người<br>trả tiền mặt | Số người<br>chuyển khoản |
|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $[0; 30)$                 | 4                        | 2                        |
| $[30; 60)$                | 4                        | 8                        |
| $[60; 90)$                | 14                       | 12                       |
| $[90; 120)$               | 10                       | 10                       |

a) Số tiền mua hàng trung bình của nhóm khách hàng chuyển khoản bằng số tiền mua hàng trung bình của nhóm khách hàng trả tiền mặt.

b) Số trung vị của nhóm khách hàng chuyển khoản bé hơn số trung vị của nhóm khách hàng trả tiền mặt.

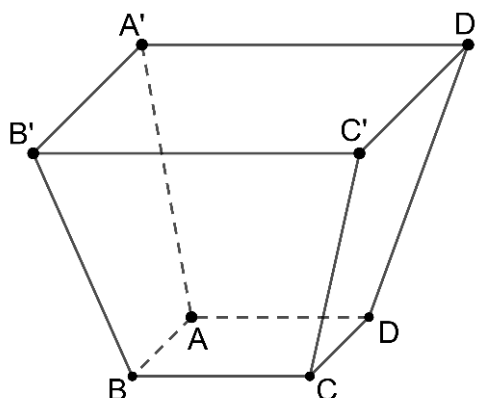
c) Quản lý siêu thị cần chọn ngẫu nhiên 3 khách hàng để phỏng vấn. Số cách chọn được 3 người mua hàng dưới 60 nghìn đồng là 826 cách.

d) Chọn ngẫu nhiên 4 khách hàng từ 64 khách hàng. Xác suất để trong 4 người được chọn có đúng 2 người trả tiền mặt và đúng 3 người mua hàng với giá dưới 60 nghìn đồng là  $\frac{925}{39711}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2.

**Câu 1:** Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm I và II. Một hộp sản phẩm loại I cần 3 kg nguyên liệu, 16 giờ làm việc và lợi nhuận đem lại là 6 triệu đồng. Một hộp sản phẩm loại II cần 9 kg nguyên liệu, 8 giờ làm việc và lợi nhuận đem lại là 4 triệu đồng. Xưởng có 96 kg nguyên liệu và 168 giờ làm việc của nhân công. Hỏi lợi nhuận tối đa mà xưởng sản xuất có thể nhận được là bao nhiêu triệu đồng?

**Câu 2:** Người ta cần thiết kế một thùng rác cỡ lớn có hình dạng hình chóp cụt tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  như hình vẽ.



Quy định đưa ra là tổng diện tích của hai đáy bằng  $30 \text{ m}^2$  và đường chéo  $AC' = 6 \text{ m}$ . Thể tích lớn nhất của thùng rác là bao nhiêu mét khối? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

----- **HẾT** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN

| Câu\Mã đề | 0101 | 0102 | 0103 | 0104 | 0105 | 0106 | 0107 | 0108 | 0109 | 0110 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1         | D    | C    | A    | B    | A    | C    | A    | C    | D    | C    |
| 2         | A    | D    | D    | B    | A    | B    | C    | C    | B    | B    |
| 3         | A    | B    | C    | B    | A    | D    | B    | A    | C    | C    |
| 4         | A    | C    | A    | B    | D    | B    | C    | D    | B    | A    |
| 5         | B    | C    | B    | C    | D    | D    | C    | D    | B    | C    |
| 6         | A    | C    | C    | A    | B    | B    | D    | D    | D    | C    |
| 7         | C    | A    | D    | B    | D    | A    | B    | B    | B    | C    |
| 8         | C    | B    | B    | D    | B    | B    | D    | B    | B    | A    |
| 9         | B    | B    | A    | A    | D    | C    | D    | A    | C    | A    |
| 10        | A    | A    | D    | C    | B    | C    | A    | D    | B    | A    |
| 11        | D    | A    | D    | B    | B    | B    | B    | D    | D    | C    |
| 12        | B    | C    | D    | B    | B    | A    | A    | B    | D    | D    |
| 13        | DDSD | DDSS | DSDS | DSSD | DSDS | DDSS | DSDS | DDSS | DSDS | DDSS |
| 14        | DSSD | DSSD | DDSD | DDSD | DDSD | DSSD | DSDS | DSSD | DDSD | DSSD |
| 15        | DSDS | DSDD | DSSD | DSDD | DSSD | DSDD | DSSD | DSDD | DSSD | DSDD |
| 16        | DSDS | DDSD | DSDS | DDSS | DSDS | DDSD | DDSD | DDSD | DSDS | DDSD |
| 17        | 150  | 70   | 150  | 70   | 150  | 70   | 150  | 70   | 150  | 70   |
| 18        | 39   | 47   | 39   | 47   | 39   | 47   | 39   | 47   | 39   | 47   |

| 0111 | 0112 |
|------|------|
| D    | B    |
| B    | B    |
| D    | D    |
| A    | D    |
| C    | A    |
| D    | B    |
| B    | D    |
| C    | B    |
| B    | B    |
| B    | D    |
| A    | B    |
| D    | B    |
| DDSD | DSDD |
| DSDS | DSSD |
| DSSD | DDSS |
| DSDS | DDSD |
| 150  | 70   |
| 39   | 47   |

**HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM**

Môn: **TOÁN - BẢNG A (Phần tự luận)**

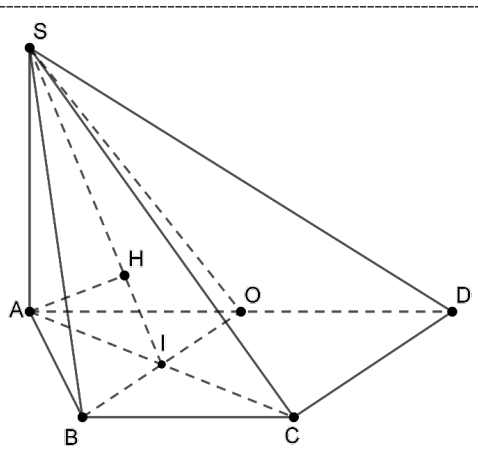
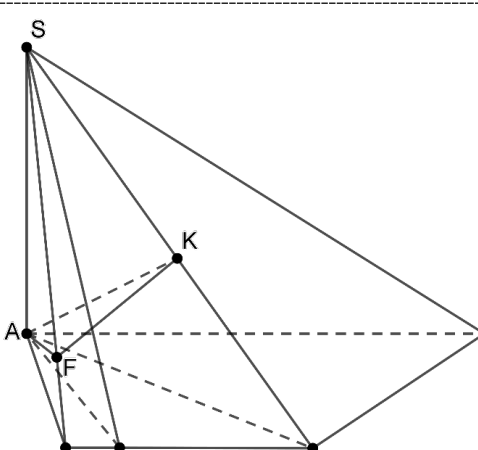
(Hướng dẫn chấm gồm 6 trang)

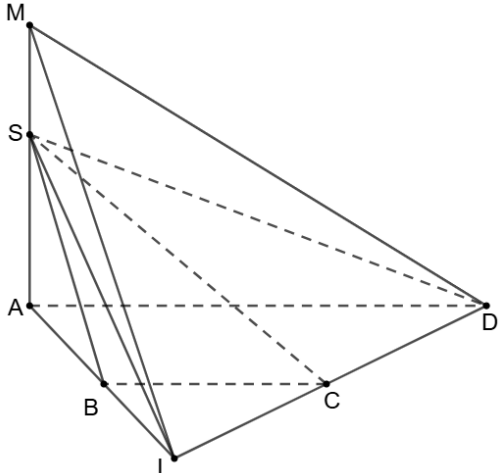
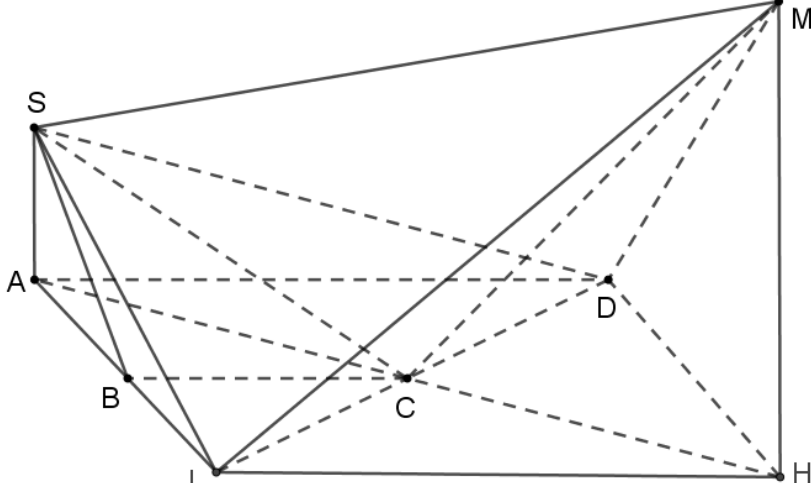
**I. HƯỚNG DẪN CHUNG**

- 1) Cán bộ chấm thi chấm đúng như đáp án, thang điểm của Sở Giáo dục và Đào tạo.
- 2) Hướng dẫn chấm chủ yếu được biên soạn theo hướng "mở", chỉ nêu những ý chính. Trong quá trình chấm, cần chú ý đến lí giải, lập luận của thí sinh; nếu có câu nào, ý nào mà thí sinh có cách trả lời khác với hướng dẫn chấm nhưng đúng, thì vẫn cho điểm tối đa của câu, ý đó theo thang điểm.
- 3) Cán bộ chấm thi không quy tròn điểm bài thi.

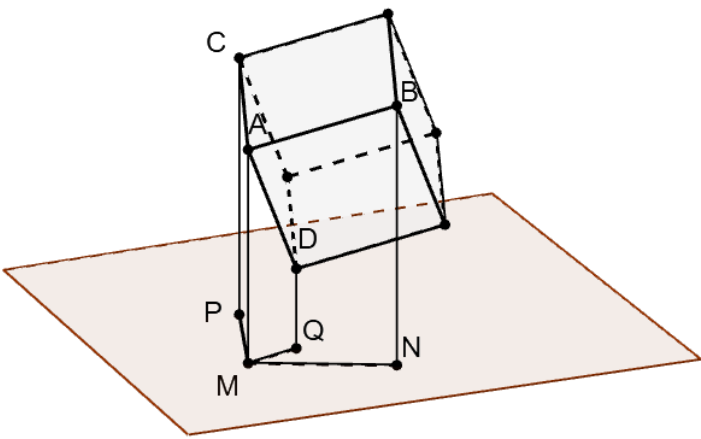
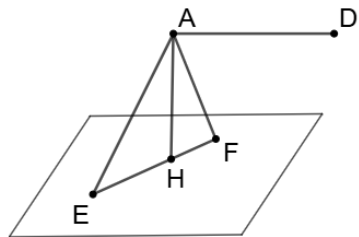
**II. HƯỚNG DẪN CHẤM CHI TIẾT**

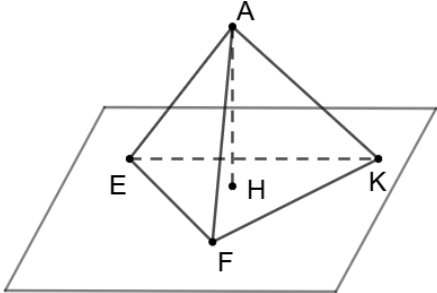
| Câu                            | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Điểm |           |                        |           |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |
|--------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----------|------------------------|-----------|------------------------|-----------|------|---|--|--|-------|--|-----|--|--|--|--|--|
| <b>Câu I. 1)</b><br>(2,0 điểm) | Tìm các điểm cực trị của hàm số $y = \frac{e^x}{\sqrt{x^2-1}}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |           |                        |           |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |
|                                | Tập xác định $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,5  |           |                        |           |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |
|                                | Ta có $y' = \frac{e^x \cdot \sqrt{x^2-1} - e^x \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}}{x^2-1} = \frac{(x^2-x-1)e^x}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,5  |           |                        |           |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |
|                                | $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,5  |           |                        |           |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |
|                                | Bảng biến thiên của hàm số:<br><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>1</math></td><td><math>\frac{1+\sqrt{5}}{2}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td>+</td><td></td><td></td><td>- 0 +</td><td></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <p>Vậy hàm số có 1 điểm cực tiểu <math>x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}</math> và không có điểm cực đại.</p> | $x$  | $-\infty$ | $-1$                   | $1$       | $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ | $+\infty$ | $y'$ | + |  |  | - 0 + |  | $y$ |  |  |  |  |  |
| $x$                            | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | $-1$ | $1$       | $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ | $+\infty$ |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |
| $y'$                           | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |           | - 0 +                  |           |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |
| $y$                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |           |                        |           |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |
| <b>2)</b><br>(2,0 điểm)        | Một công ty chuyển phát nhanh cần vận chuyển một lô hàng trên quãng đường dài 200 km bằng một xe tải. Xe chạy với vận tốc không đổi $v$ km/h. Mức tiêu thụ dầu của xe tải được mô hình hóa bởi công thức $C(v) = \frac{5}{v} + \frac{v}{512}$ (lít/km). Chi phí trả cho tài xế là 150 nghìn đồng/giờ. Giá dầu là 20 nghìn đồng/lít. Hỏi xe nên chạy với vận tốc bằng bao nhiêu để tổng chi phí cho chuyến đi (bao gồm tiền dầu và chi phí cho tài xế) là thấp nhất?                                     |      |           |                        |           |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |
|                                | Chi phí trả cho tài xế là $150 \cdot \frac{200}{v} = \frac{30000}{v}$ (nghìn đồng)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |           |                        |           |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |
|                                | Lượng dầu tiêu thụ là $200 \left( \frac{5}{v} + \frac{v}{512} \right) = \frac{1000}{v} + \frac{25v}{64}$ (lít)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25 |           |                        |           |                        |           |      |   |  |  |       |  |     |  |  |  |  |  |

|                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
|--------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----------|-----------|-----------|------|--|---|---|---|-----|-----------|--|--|-----------|-----|
|                                | Hàm tổng chi phí: $T(v) = 20 \cdot \left( \frac{1000}{v} + \frac{25v}{64} \right) + \frac{30000}{v} = \frac{50000}{v} + \frac{125v}{16}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,5  |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
|                                | $T'(v) = -\frac{50000}{v^2} + \frac{125}{16}$<br>$T'(v) = 0 \Leftrightarrow v^2 = 6400 \Leftrightarrow v = 80$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,5  |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
|                                | Bảng biến thiên<br><table><tr><td><math>v</math></td><td>0</td><td>80</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>T'</math></td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td><math>T</math></td><td><math>+\infty</math></td><td></td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> <p style="text-align: center;">1250</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $v$  | 0         | 80        | $+\infty$ | $T'$ |  | - | 0 | + | $T$ | $+\infty$ |  |  | $+\infty$ | 0,5 |
| $v$                            | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 80   | $+\infty$ |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
| $T'$                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | -    | 0         | +         |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
| $T$                            | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |           | $+\infty$ |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
|                                | Vậy vận tốc xe nên chạy là 80 km/h.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
| <b>Câu II 1)</b><br>(2,5 điểm) | Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân, $AB = BC = CD = 2$ , $AD = 4$ . Cạnh bên $SA = 2\sqrt{6}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ .<br>1) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $SB$ , $CD$ và cosin góc phẳng nhị diện $[B; SC; D]$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
|                                |  <p>Gọi <math>O</math> là trung điểm <math>AD</math>, <math>I = AC \cap BO</math>. Kẻ <math>AH \perp SI</math>. Ta có:<br/><math>d(SB; CD) = d(D; (SBO)) = d(A; (SBO)) = AH</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1,0  |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
|                                | Tam giác $OAB$ đều nên $AI = \sqrt{3}$ .<br>Khi đó $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ .<br>Vậy $d(SB; CD) = \frac{2\sqrt{6}}{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,5  |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
|                                |  <p>Ta có<br/><math>\begin{cases} DC \perp AC \\ DC \perp SA \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAC) \Rightarrow (SCD) \perp (SAC)</math><br/><math>\Rightarrow</math> Số đo của góc nhị diện <math>[D; SC; A]</math> là <math>90^\circ</math>.<br/>Kẻ <math>AK \perp SC</math>, <math>AE \perp BC</math>, <math>AF \perp SE</math>.<br/>Ta có <math>\begin{cases} CE \perp AE \\ CE \perp SA \end{cases} \Rightarrow CE \perp (SAE) \Rightarrow CE \perp AF</math><br/>Mà <math>AF \perp SE \Rightarrow AF \perp (SEC) \Rightarrow AF \perp SC</math><br/>Lại có <math>AK \perp SC \Rightarrow SC \perp (AKF)</math>. Do đó <math>\widehat{AKF}</math> là một góc phẳng của góc nhị diện <math>[B; SC; A]</math>.</p> | 0,25 |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
|                                | Gọi $\alpha$ là số đo của góc nhị diện $[B; SC; D]$ . Khi đó $\alpha = \widehat{AKF} + 90^\circ$ .<br>$\cos \alpha = -\sin \widehat{AKF} = -\frac{AF}{AK}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
|                                | $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AS^2} \Rightarrow AK = 2\sqrt{2}$<br>$\frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AS^2} \Rightarrow AF = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ . Từ đó suy ra $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |
| <b>2)</b><br>(1,0              | 2) Gọi $I$ là giao điểm của $AB$ và $CD$ . Lấy điểm $M$ cùng phía với $S$ so với mặt phẳng $(ABCD)$ sao cho tam giác $MID$ cân tại $M$ . Biết $MI = 8$ , góc giữa đường thẳng $MI$ và mặt                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |           |           |           |      |  |   |   |   |     |           |  |  |           |     |

|                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |
|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| điểm)                         | phẳng (ABCD) bằng $60^\circ$ . Tính thể tích tứ diện SIMD.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|                               |  <p>Gọi <math>H</math> là hình chiếu của <math>M</math> lên <math>(ABCD)</math>.<br/>         Khi đó <math>H</math> nằm trên đường thẳng <math>AC</math>.<br/> <math>MH = MI \cdot \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}</math><br/> <math>HI = HD = MI \cdot \cos 60^\circ = 4</math></p> <p>TH1: <math>H \equiv A</math><br/> <math>V_{SIMD} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{ADI} = (4 - 2\sqrt{2}) \cdot 4 = 16 - 8\sqrt{2}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|                               | <p>TH2: <math>H</math> đối xứng với <math>A</math> qua <math>C</math>.</p>  <p><math>S_{SCM} = S_{SAHM} - S_{SAC} - S_{MHC} = 12 + 6\sqrt{2}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |
|                               | <p><math>V_{MSID} = \frac{2}{3} CD \cdot S_{SCM} = 16 + 8\sqrt{2}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
| <b>Câu III.</b><br>(1,5 điểm) | <p>Một doanh nghiệp cần xây dựng phương án phân bổ 100 thiết bị cứu hỏa lắp đặt cho hai nhà máy A và B. Giả định rằng khi cả hai nhà máy cùng xảy ra hỏa hoạn, tổng thiệt hại (tính bằng tiền, đơn vị tỉ đồng) sau khoảng thời gian <math>t</math> giờ đám cháy xảy ra ở hai địa điểm lần lượt được mô hình hóa bởi công thức: ở nhà máy A là <math>D_A(t) = 2t^3</math>, ở nhà máy B là <math>D_B(t) = 3t^4</math>. Giả sử rằng thời gian để dập tắt đám cháy ở mỗi nhà máy tỉ lệ nghịch với số thiết bị cứu hỏa được lắp đặt. Trong trường hợp lắp đặt mỗi nhà máy 50 thiết bị cứu hỏa thì thời gian dập tắt là 2 giờ ở mỗi nhà máy. Hỏi tổng thiệt hại ở cả hai nhà máy nhỏ nhất là bao nhiêu tỉ đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).</p> |      |
|                               | <p>Gọi <math>x</math> là số thiết bị cứu hỏa lắp tại nhà máy A (<math>0 &lt; x &lt; 100</math>).</p> <p>Thời gian dập tắt tại khu A và khu B lần lượt là <math>t_A = \frac{100}{x}</math>; <math>t_B = \frac{100}{100-x}</math>.</p> <p>Tổng thiệt hại là <math>D = 2\left(\frac{100}{x}\right)^3 + 3\left(\frac{100}{100-x}\right)^4 = \frac{2 \cdot 10^6}{x^3} + \frac{3 \cdot 10^8}{(100-x)^4}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,5  |
|                               | <p><math>D' = -\frac{6 \cdot 10^6}{x^4} + \frac{12 \cdot 10^8}{(100-x)^5}</math>.</p> <p><math>D' = 0 \Leftrightarrow \frac{6 \cdot 10^6}{x^4} = \frac{12 \cdot 10^8}{(100-x)^5} \Rightarrow 200x^4 - (100-x)^5 = 0</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |

|                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |         |         |           |        |       |       |       |      |   |   |  |     |           |  |  |  |           |      |
|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|---------|-----------|--------|-------|-------|-------|------|---|---|--|-----|-----------|--|--|--|-----------|------|
|                                      | <p>Xét hàm số <math>f(x) = 200x^4 - (100 - x)^5</math>, <math>0 &lt; x &lt; 100</math>.</p> <p><math>f'(x) = 800x^3 + 5(100 - x)^4 &gt; 0 \forall x \in (0; 100)</math></p> <p><math>\Rightarrow f(x)</math> là hàm đồng biến trên <math>(0, 100)</math>.</p> <p>Mà <math>f(42) \cdot f(43) &lt; 0</math> nên phương trình <math>D'</math> có nghiệm duy nhất <math>x_0</math> trên <math>(0, 100)</math> và <math>x_0 \in (42; 43)</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25    |         |         |           |        |       |       |       |      |   |   |  |     |           |  |  |  |           |      |
|                                      | <p>Bảng biến thiên</p> <table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td>42</td><td><math>x_0</math></td><td>43</td><td>100</td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>+\infty</math></td><td></td><td></td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> <p style="text-align: center;"><math>D(x_0)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | $x$     | 0       | 42      | $x_0$     | 43     | 100   | $y'$  |       | -    | 0 | + |  | $y$ | $+\infty$ |  |  |  | $+\infty$ | 0,25 |
| $x$                                  | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 42      | $x_0$   | 43      | 100       |        |       |       |       |      |   |   |  |     |           |  |  |  |           |      |
| $y'$                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | -       | 0       | +       |           |        |       |       |       |      |   |   |  |     |           |  |  |  |           |      |
| $y$                                  | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |         |         |         | $+\infty$ |        |       |       |       |      |   |   |  |     |           |  |  |  |           |      |
|                                      | <p><math>D(42) \approx 53,50</math>; <math>D(43) \approx 53,57</math></p> <p>Vậy tổng thiệt hại ở cả hai nhà máy nhỏ nhất là 53,5 tỉ đồng.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25    |         |         |           |        |       |       |       |      |   |   |  |     |           |  |  |  |           |      |
| <p><b>Câu IV.</b><br/>(1,5 điểm)</p> | <p>Một cuộc khảo sát xã hội học được tiến hành trên một nhóm gồm 70 người. Những người tham gia được phân loại vào 3 nhóm dựa trên mức chi tiêu hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) như bảng sau:</p> <table><tr><td>Nhóm</td><td>[10;20)</td><td>[20;30)</td><td>[30;40)</td></tr><tr><td>Tần số</td><td><math>n_1</math></td><td><math>n_2</math></td><td><math>n_3</math></td></tr></table> <p>Biết rằng, ba số <math>n_1, n_2, n_3</math> theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Từ phân vị thứ nhất của toàn bộ dữ liệu 70 người là <math>Q_1 = 23,75</math> (triệu đồng). Từ 70 người đã được khảo sát, chọn ngẫu nhiên một mẫu gồm 7 người. Hãy tính xác suất để mức chi tiêu trung bình của 7 người được chọn (tính theo mức chi tiêu đại diện) đúng bằng mức chi tiêu trung bình của 70 người ban đầu.</p> <p>Ta có <math>n_1 + n_2 + n_3 = 70</math>.</p> <p>Do <math>Q_1 \in [20; 30) \Rightarrow Q_1 = 20 + \frac{\frac{70}{4} - n_1}{n_2} \cdot 10 = 23,75 \Leftrightarrow n_2 = \frac{140 - 8n_1}{3}</math></p> <p>Do <math>n_1, n_2, n_3</math> theo thứ tự là cấp số nhân nên <math>n_1 \cdot n_3 = n_2^2</math></p> <p>Từ đó <math>n_3 = \frac{70 + 5n_1}{3} \Rightarrow \frac{n_1 \cdot (70 + 5n_1)}{3} = \left(\frac{140 - 8n_1}{3}\right)^2 \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 10 \\ n_1 = 40 \end{cases}</math></p> <p>Với <math>n_1 = 40</math> thì <math>n_2 = -60</math> (loại)</p> <p>Với <math>n_1 = 10</math> thì <math>n_2 = 20, n_3 = 40</math></p> <p>Vậy, số người trong mỗi nhóm lần lượt là 10 người, 20 người, 40 người</p> <p>Mức chi tiêu trung bình của 70 người là <math>\bar{x} = \frac{10 \cdot 15 + 20 \cdot 25 + 40 \cdot 35}{70} = \frac{205}{7}</math></p> <p>Với phép thử chọn ngẫu nhiên một mẫu gồm 7 người, số phần tử không gian mẫu là <math>n(\Omega) = C_{70}^7</math></p> <p>Gọi <math>k_1, k_2, k_3</math> lần lượt là số người được chọn từ nhóm 1, 2, 3 trong mẫu 7 người</p> <p><math>(k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{N})</math> sao cho mức chi tiêu trung bình của mẫu bằng <math>\frac{205}{7}</math></p> <p>Ta có hệ phương trình <math>\begin{cases} k_1 + k_2 + k_3 = 7 \\ \frac{15k_1 + 25k_2 + 35k_3}{7} = \frac{205}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 + k_2 + k_3 = 7 &amp; (1) \\ 3k_1 + 5k_2 + 7k_3 = 41 &amp; (2) \end{cases}</math></p> | Nhóm    | [10;20) | [20;30) | [30;40)   | Tần số | $n_1$ | $n_2$ | $n_3$ | 0,25 |   |   |  |     |           |  |  |  |           |      |
| Nhóm                                 | [10;20)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | [20;30) | [30;40) |         |           |        |       |       |       |      |   |   |  |     |           |  |  |  |           |      |
| Tần số                               | $n_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | $n_2$   | $n_3$   |         |           |        |       |       |       |      |   |   |  |     |           |  |  |  |           |      |
|                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25    |         |         |           |        |       |       |       |      |   |   |  |     |           |  |  |  |           |      |

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                             | <p>Từ (1), suy ra <math>k_1 = 7 - k_2 - k_3</math>. Thế vào (2) ta được:</p> $3(7 - k_2 - k_3) + 5k_2 + 7k_3 = 41 \Rightarrow k_2 + 2k_3 = 10 \Rightarrow \begin{cases} k_2 = 10 - 2k_3 \\ k_1 = k_3 - 3 \end{cases} \Rightarrow 3 \leq k_3 \leq 5$ <p>Nếu <math>k_3 = 3 \Rightarrow k_2 = 4; k_1 = 0</math>.<br/>         Nếu <math>k_3 = 4 \Rightarrow k_2 = 2; k_1 = 1</math>.<br/>         Nếu <math>k_3 = 5 \Rightarrow k_2 = 0; k_1 = 2</math>.</p>                                                                                                                             | 0,25 |
|                             | <p>* TH1: (0; 4; 3): Có <math>C_{20}^4 \cdot C_{40}^3</math><br/>         * TH2: (1; 2; 4): Có <math>C_{10}^1 \cdot C_{20}^2 \cdot C_{40}^4</math><br/>         * TH 3 (2; 0; 5): Có <math>C_{10}^2 \cdot C_{40}^5</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|                             | <p>Suy ra <math>P = \frac{C_{20}^4 \cdot C_{40}^3 + C_{10}^1 \cdot C_{20}^2 \cdot C_{40}^4 + C_{10}^2 \cdot C_{40}^5}{C_{70}^7} \approx 0,21</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
| <b>Câu V.</b><br>(1,5 điểm) | <p>An sử dụng 12 thanh sắt gắn thành một hình hộp chữ nhật với kích thước ba cạnh lần lượt là 20cm, 30cm, 60cm. Vào lúc ánh nắng mặt trời vuông góc với mặt sân, An để hình hộp đó trong không trung. Các cạnh hình hộp được in bóng là các đoạn thẳng trên mặt sân. Giả sử rằng các tia nắng song song với nhau và mặt sân phẳng. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài bóng tất cả các cạnh hình hộp chữ nhật.</p>                                                            |      |
|                             | <p>Giả sử <math>AB = 20\text{cm}, AC = 30\text{cm}, AD = 60\text{cm}</math>. Gọi <math>M, N, P, Q</math> lần lượt là hình chiếu của <math>A, B, C, D</math> lên mặt sân và <math>\alpha, \beta, \gamma</math> lần lượt là góc của các đường thẳng <math>AB, AC, AD</math> với mặt sân. (Quy ước: khi cạnh hình hộp song song với mặt sân thì ta coi góc bằng 0).<br/>         Khi đó <math>S = 4(MN + MP + MQ) = 40(2 \cos \alpha + 3 \cos \beta + 6 \cos \gamma)</math>.</p>                                                                                                         | 0,25 |
|                             | <p>+ TH1: Có đúng hai góc bằng 0<br/>         Giả sử <math>\beta = \gamma = 0</math>. Khi đó <math>\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1</math><br/>         + TH2: Có đúng một góc bằng 0<br/>         Giả sử <math>\gamma = 0</math>. Gọi <math>E, F</math> lần lượt là giao điểm của <math>AB, AC</math> với mặt phẳng sân.</p>  <p>Do <math>AEF</math> vuông tại <math>A</math> nên <math>\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1</math></p> | 0,25 |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|  | <p>+ TH3: Cả ba góc <math>\alpha, \beta, \gamma</math> đều nhỏ hơn <math>90^\circ</math></p> <p>Gọi <math>E, F, K</math> lần lượt là giao điểm của <math>AB, AC, AD</math> với mặt phẳng sân; <math>H</math> là trực tâm tam giác <math>EFK</math>. Khi đó ta có</p> $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AK^2} \Rightarrow \frac{AH^2}{AE^2} + \frac{AH^2}{AF^2} + \frac{AH^2}{AK^2} = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$  <p>Như vậy, với mọi trường hợp ta luôn có</p> $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 2.$ | 0,25 |
|  | <p>Đặt <math>\cos \alpha = x; \cos \beta = y; \cos \gamma = z : \begin{cases} 0 \leq x, y, z \leq 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \end{cases}</math>.</p> <p>Khi đó <math>2x + 3y \leq \sqrt{13(x^2 + y^2)} \Rightarrow S \leq 40(\sqrt{13(2 - z^2)} + 6z)</math></p> <p>Xét <math>f(z) = \sqrt{26 - 13z^2} + 6z, 0 \leq z \leq 1</math></p> $f'(z) = 6 - \frac{13z}{\sqrt{26 - 13z^2}}$ $f'(z) = 0 \Leftrightarrow 6\sqrt{26 - 13z^2} = 13z \Leftrightarrow z = \frac{6\sqrt{2}}{7} \text{ (KTM)}$ $f(0) = \sqrt{26}; f(1) = 6 + \sqrt{13} \Rightarrow \max S = 240 + 40\sqrt{13} \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{13}}{13}; y = \frac{3\sqrt{13}}{13}; z = 1$                                                                          | 0,25 |
|  | <p>Ta có <math>2x + 3y + 6z \geq 3(x + y) + 6z - 1 \geq 3(2 - z^2) + 6z - 1 = 5 + z(6 - z) \geq 5</math></p> <p><math>\min S = 200 \Leftrightarrow x = y = 1; z = 0.</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,5  |

--- HẾT ---

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 12  
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-12>