

Câu 1. (2.0 điểm) Giải phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$.

Câu 2. (2.0 điểm) Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg / l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$.

(Nguồn: James Stewart, J. (2015). Calculus. Cengage Learning)

Hãy lập bảng biến thiên của hàm số $y = C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Khi đó, cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$:

a) Tăng trong khoảng thời gian nào;

b) Đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm.

Câu 3. (2.0 điểm) Kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98m và cạnh đáy 180m. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó.

Câu 4. (2.0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 5. (2.0 điểm) Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$.

Câu 6. (2.0 điểm) Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau x lần quảng cáo được phát thì số % người xem mua sản phẩm là $P(x) = \frac{100}{1 + 49e^{-0.015x}}$, $x \geq 0$. Hãy tính số lần quảng cáo được phát tối thiểu để số % người xem mua sản phẩm đạt hơn 75%.

Câu 7. (2.0 điểm) Một đề thi gồm 5 câu hỏi ở dạng thức trắc nghiệm dạng Đúng/Sai. Mỗi câu hỏi có 04 ý, tại mỗi ý học sinh lựa chọn đúng hoặc sai. Cách thức tính điểm như sau:

- Học sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,2 điểm.

- Học sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm.

- Học sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

- Học sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong 01 câu hỏi được 2 điểm.

Một học sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên tất cả các ý trả lời. Tính xác suất để học sinh đó được ít nhất 9 điểm.

Câu 8. (2.0 điểm) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(2x^2 - mx) + \frac{\ln(x^2 + 2024)}{x^2 - 2x - m}$

xác định trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 9. (2.0 điểm) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình sau có

nghiệm $3\sqrt{\sin x + \cos x + 2} + \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + m - 1 = 0$.

Câu 10. (2.0 điểm) Có bao nhiêu cặp số nguyên $x; y$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2024$ và $\log_3 3x + 3 + x = 2y + 9^y$

HẾT

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

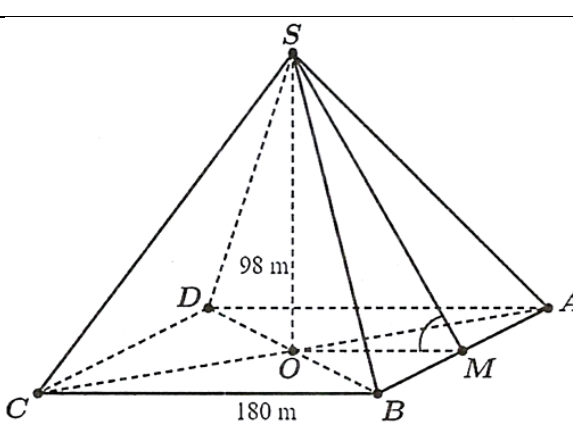
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

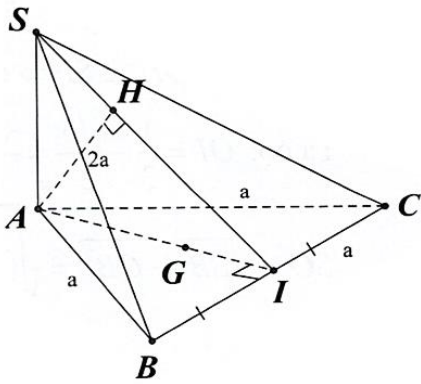
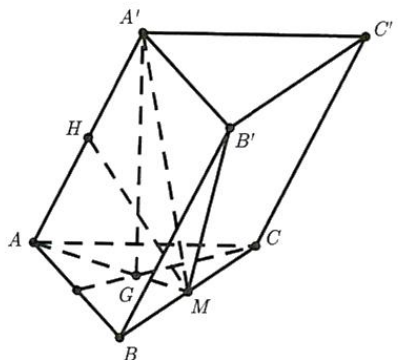
Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

(Hướng dẫn chấm gồm có 4 trang)

Lưu ý: Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều cho điểm tối đa.

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM															
Câu 1 (2,0 đ)	Điều kiện: $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.	0,5															
	Khi đó, phương trình đã cho tương đương với phương trình: $\sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$	0,75															
	Đối chiếu với điều kiện, ta được nghiệm của phương trình là: $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$	0,75															
Câu 2 (2,0 đ)	Ta có: $C'(x) = \frac{-30x^2 + 60}{(x^2 + 2)^2}$; $C'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \text{ (N)} \\ x = -\sqrt{2} \text{ (L)} \end{cases}$	0,5															
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\sqrt{2}$</td><td>6</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>C'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>C</td><td>0</td><td>$\nearrow \frac{15\sqrt{2}}{2}$</td><td>$\searrow$</td><td>0</td></tr></table>	x	0	$\sqrt{2}$	6	$+\infty$	C'		+	0	-	C	0	$\nearrow \frac{15\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	0	0,5
	x	0	$\sqrt{2}$	6	$+\infty$												
	C'		+	0	-												
	C	0	$\nearrow \frac{15\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	0												
a) Nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ tăng trong khoảng thời gian $(0; \sqrt{2})$.	0,5																
b) Trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm nồng độ thuốc trong máu đạt cực đại là $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ tại thời điểm $\sqrt{2}$ phút.	0,5																
Câu 3 (2,0 đ)	 Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$.	0,5															
	Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AB$. (1) Gọi M là trung điểm AB thì OM là đường trung bình của tam giác ABC , suy ra $OM = \frac{BC}{2} = 90(m)$ và $OM \perp AB$. (2)	0,5															

	Từ (1) và (2) suy ra SMO là góc phẳng nhị diện $[(SAB), AB, (ABCD)]$ với $\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{98}{90} = \frac{49}{45} \Rightarrow SMO \approx 47,44^\circ \approx 47^0 26'$	0,5
	Vậy góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp xấp xỉ $47^0 26'$	0,5
Câu 4 (2,0 đ)	Kẻ $AI \perp BC$, kẻ $AH \perp SI$ tại H. 	0,5
	Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AH$. Ta lại có: $AH \perp SI \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$	0,5
	Ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - BA^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3}a$ Ta có: $AH = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\sqrt{3}a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}} = \frac{\sqrt{15}}{5}a$. Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{15}}{5}a$	0,5
	Ta có: GA cắt (SBC) tại I $\Rightarrow \frac{d(G, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{GI}{AI} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(G, (SBC)) = \frac{1}{3}d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{15}}{15}a.$	0,5
Câu 5 (2,0 đ)	Gọi M là trung điểm của BC thì $BC \perp (AA'M)$. Gọi MH là đường cao của tam giác $A'M$ thì $MH \perp A'A$ và $HM \perp BC$ nên HM là khoảng cách AA' và BC. 	0,5

	$\text{Ta có } A'A \cdot HM = A'G \cdot AM \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot A'A = \frac{a\sqrt{3}}{2} \sqrt{A'A^2 - \frac{a^2}{3}}$ $\Leftrightarrow A'A^2 = 4 \left(A'A^2 - \frac{a^2}{3} \right) \Leftrightarrow 3A'A^2 = \frac{4a^2}{3} \Leftrightarrow A'A^2 = \frac{4a^2}{9} \Leftrightarrow A'A = \frac{2a}{3}.$	0,5
	Đường cao của lăng trụ là $A'G = \sqrt{\frac{4a^2}{9} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a}{3}.$	0,5
	Thể tích $V_{LT} = \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$	0,5
Câu 6 (2,0 đ)	Theo yêu cầu bài toán ta có $P(x) = \frac{100}{1 + 49e^{-0.015x}} > 75$	0,5
	$1 + 49e^{-0.015x} < \frac{4}{3} \Leftrightarrow e^{-0.015x} < \frac{1}{147}$	0,5
	$-0.015x < \ln\left(\frac{1}{147}\right) \Leftrightarrow x > \frac{\ln\left(\frac{1}{147}\right)}{-0.015} \approx 332.7$	0,5
	Vậy số lần quảng cáo tối thiểu là 333 lần.	0,5
Câu 7 (2,0 đ)	Học sinh đó được ít nhất 9 điểm chỉ trong hai trường hợp: Trường hợp 1: HS được 10 điểm, tức là trả lời được 5 câu, mỗi câu đúng cả 4 ý. Trường hợp 2: HS được 9 điểm, tức là trả lời được 4 câu đúng 4 ý và 1 câu chỉ đúng 3 ý.	0,5
	Mỗi ý trả lời đều có xác suất trả lời đúng là $\frac{1}{2}$ và xác suất trả lời sai là $\frac{1}{2}$. Xác suất để trả lời được một câu đúng cả 4 ý là $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4.$	0,5
	TH1: Xác suất để học sinh được 10 điểm là $\left(\frac{1}{2}\right)^{4 \times 5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{20}.$	0,5
	TH2: Tính xác suất để học sinh được 9 điểm: - Xác suất để trả lời được 4 câu đúng cả 4 ý là $C_5^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{4 \times 4} = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{16},$ - Xác suất để trả lời được 1 câu đúng 3 ý và sai 1 ý là $C_4^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4.$ Xác suất để học sinh được 9 điểm là $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{16} \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}.$ Vậy xác suất cần tìm bằng $\left(\frac{1}{2}\right)^{20} + 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20} = 21 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}.$	0,5
Câu 8 (2,0 đ)	Điều kiện xác định: $\begin{cases} 2x^2 - mx > 0 & (1) \\ x^2 - 2x - m \neq 0 & (2) \end{cases}$	0,5
	Để hàm số xác định trên $(0;3)$ thì cả (1) và (2) đều thỏa mãn với mọi giá trị $x \in (0;3).$ Trên $(0;3)$, ta có: $(1) \Leftrightarrow x(2x - m) > 0 \Leftrightarrow 2x - m > 0 \Leftrightarrow x > \frac{m}{2}$	0,5

	Do đó, (1) thỏa mãn $\forall x \in (0;3) \Leftrightarrow (0;3) \subset \left(\frac{m}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow \frac{m}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$.													
	(2) thỏa mãn $\forall x \in (0;3) \Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ vô nghiệm trên $(0;3)$ hay phương trình $x^2 - 2x = m$ vô nghiệm trên $(0;3)$. BBT của hàm số $f(x) = x^2 - 2x$ trên $(0;3)$ như sau: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>0</td><td>-1</td><td>3</td></tr></table>	x	0	1	3	$f(x)$	0	-1	3	0,5				
x	0	1	3											
$f(x)$	0	-1	3											
	Từ BBT ta có : (2) thỏa mãn $\forall x \in (0;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m < -1 \end{cases}$. Vậy các giá trị m cần tìm là $m < -1$	0,5												
Câu 9 (2,0 đ)	Phương trình đã cho $\Leftrightarrow 3\sqrt{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+2}+\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+m-1=0$. Đặt $t = \sqrt{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+2} > 0 \Rightarrow \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = t^2 - 2$, điều kiện: $t \in \left[\sqrt{2-\sqrt{2}}; \sqrt{2+\sqrt{2}}\right]$	0,5												
	Khi đó ta có phương trình $t^2 + 3t - 3 = -m$ (2) Ta lập bảng biến thiên của hàm số $y = t^2 + 3t - 3$ trên đoạn $\left[\sqrt{2-\sqrt{2}}; \sqrt{2+\sqrt{2}}\right]$. $y' = 2t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -3/2$	0,5												
	<table><tr><td>t</td><td>-3/2</td><td>$\sqrt{2-\sqrt{2}}$</td><td>$\sqrt{2+\sqrt{2}}$</td></tr><tr><td>y'</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>-0,12</td><td>5,96</td></tr></table>	t	-3/2	$\sqrt{2-\sqrt{2}}$	$\sqrt{2+\sqrt{2}}$	y'	0	+	+	y		-0,12	5,96	0,5
	t	-3/2	$\sqrt{2-\sqrt{2}}$	$\sqrt{2+\sqrt{2}}$										
	y'	0	+	+										
y		-0,12	5,96											
Từ bảng biến thiên ta thấy, để phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm $t \in \left[\sqrt{2-\sqrt{2}}; \sqrt{2+\sqrt{2}}\right] \Leftrightarrow -0,12 \leq -m \leq 5,96 \Leftrightarrow -5,96 \leq m \leq 0,12$. Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = -5; -4; -3; -2; -1; 0$. Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m	0,5													
Câu 10 (2,0 đ)	Ta có: $\log_3 3x + 3 + x = 2y + 9^y \Leftrightarrow \log_3 x + 1 + x + 1 = 2y + 3^{2y} \cdot 1$ Đặt $\log_3 x + 1 = t \Rightarrow x + 1 = 3^t$. Phương trình trở thành: $t + 3^t = 2y + 3^{2y} \cdot 2$	0,5												
	Xét hàm số $f(u) = u + 3^u$ trên $\mathbb{R}$. $f'(u) = 1 + 3^u \ln 3 > 0, \forall u \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.	0,5												
	Do đó $2 \Leftrightarrow f(t) = f(2y) \Leftrightarrow t = 2y \Rightarrow \log_3 x + 1 = 2y \Leftrightarrow x + 1 = 9^y \Leftrightarrow x = 9^y - 1$ Vì $0 \leq x \leq 2024 \Rightarrow 0 \leq 9^y - 1 \leq 2024 \Leftrightarrow 1 \leq 9^y \leq 2025 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \log_9 2025$ $\log_9 2025 \approx 3,465$	0,5												
	Do $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3\}$, có 4 giá trị của y nên cũng có 4 giá trị của x Vậy có 4 cặp số nguyên $x; y$.	0,5												

.....HẾT.....