

MÔN: **TOÁN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: **90** phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi có **22** câu, **04** trang)

Thí sinh làm bài trên **Phiếu trả lời trắc nghiệm**

Mã đề thi: 1001

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Phòng thi:.....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{5}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_3(0; -1; 2)$. B. $\vec{u}_4(3; -4; 5)$. C. $\vec{u}_1(3; 4; 5)$. D. $\vec{u}_2(0; 1; -2)$.

Câu 2. Theo một báo cáo của Common Sense Media, thời gian sử dụng thiết bị số của thanh thiếu niên có thể liên quan đến hiện tượng “Brain rot” (suy giảm khả năng tập trung do sử dụng quá nhiều nội dung số, như video ngắn) đang ngày càng phổ biến ở học sinh. Một khảo sát 100 học sinh lớp 12 cho kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	10	20	30	25	15

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [4;6). B. [2;4). C. [8;10). D. [6;8).

Câu 3. Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu là $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$ thì có số hạng u_4 bằng

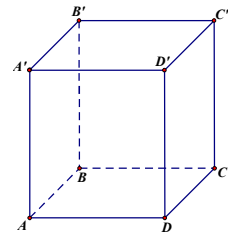
- A. -54. B. -18. C. 81. D. 7.

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là

- A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình bên). Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với đường thẳng

- A. AB' . B. $A'B'$.
C. $B'D$. D. BB' .

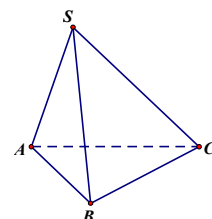


Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log(4x-8) = 2$ là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 27$. C. $x = \frac{e^2 + 8}{4}$. D. $x = 256$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ (xem hình bên). Tìm mệnh đề đúng.

- A. $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AS} = \vec{SC}$. B. $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AS} = \vec{CS}$.
C. $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AS} = \vec{AS}$. D. $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AS} = \vec{SA}$.



Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ có tiệm cận ngang là

- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $y = \frac{1}{2}$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Câu 9. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là:

- A. $x + \ln x + C$. B. $-\frac{1}{x^2} + C$. C. $\frac{1}{x^2} + C$. D. $\ln x + C$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 0)$ và điểm $N(5; 0; -2)$. Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với MN có phương trình là

- A. $5x + y - 2z - 1 = 0$. B. $5x + y - 2z + 1 = 0$.
C. $5x - y - 2z - 1 = 0$. D. $5x + y - 2z - 29 = 0$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $SA = 3, AC = 4, BD = 5$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. 10. B. 30. C. 60. D. 20.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $0,5^x \leq 4$ là:

- A. $\left[-\infty; -\frac{1}{2}\right]$. B. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $[-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2]$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$.

- a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = 1$.
b) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1$.
c) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
d) Hàm số $f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 2. Trong công nghệ ô tô điện (EV), Hệ thống Quản lý Pin (BMS) của xe sẽ tự động điều chỉnh dòng điện để bảo vệ tuổi thọ pin. Một trạm sạc DC siêu nhanh có công suất truyền vào pin $P(t)$ (kW) theo thời gian t (giờ) kể từ lúc bắt đầu cắm sạc được tính bằng hàm số: $P(t) = 250 \cdot e^{-k \cdot t}$, với k là một hằng số dương đặc trưng cho giới hạn tản nhiệt của dòng xe đó. Biết rằng, ngay tại thời điểm vừa cắm sạc, tốc độ sụt giảm công suất sạc là 625 kW/giờ. Thực tế, BMS của xe sẽ tự động ngắt sạc (báo pin đầy) khi công suất sạc giảm xuống chỉ còn bằng 1% so với công suất ban đầu.

- a) Công suất sạc ban đầu ngay khi cắm sạc là 250 kW.
b) Tốc độ thay đổi công suất tại thời điểm t là $P'(t) = 250k \cdot e^{-k \cdot t}$.
c) Công suất sạc giảm dần theo thời gian và $k = 2,5$.
d) Thời gian từ lúc bắt đầu cắm sạc đến khi hệ thống tự ngắt kéo dài không quá 111 phút.

Câu 3. Trong một buổi hội thảo chuyên đề về ứng dụng Trí tuệ nhân tạo (AI) trong học tập, có 300 học sinh khối 11 và 200 học sinh khối 12 tham gia. Qua khảo sát thực tế, tỉ lệ học sinh khối 11 có sử dụng hệ thống chatbot AI hỗ trợ học tập là 0,4; trong khi tỉ lệ này ở khối 12 là 0,7. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên một học sinh tham dự hội thảo để phỏng vấn.

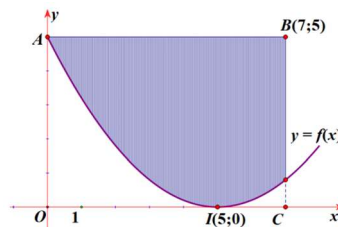
- Xác suất để học sinh được chọn tham gia phỏng vấn thuộc khối 12 là 0,4.
- Xác suất để chọn được một học sinh khối 11 và em này có sử dụng chatbot AI là 0,24.
- Xác suất để học sinh được chọn có sử dụng chatbot AI là 0,55.
- Giả sử học sinh được chọn phỏng vấn cho biết mình có sử dụng chatbot AI, xác suất học sinh đó thuộc khối 12 là $\frac{7}{13}$.

Câu 4. Bay Flycam trái phép là hành vi tiềm ẩn nguy cơ uy hiếp trực tiếp an toàn hàng không, lĩnh vực liên quan đến tính mạng của hàng trăm hành khách trên mỗi chuyến bay. Một cảng hàng không quốc tế thiết lập hệ thống radar giám sát được đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị: 1 km, mặt phẳng Oxy là mặt đất). Tại thời điểm $t = 0$, radar quét được tín hiệu một flycam xâm nhập tại điểm $A(4;2;2)$ và đang bay theo đường thẳng với vectơ vận tốc $\vec{v}_1(-1;0;0)$ (đơn vị: km/phút). Cùng lúc đó, một máy bay chở khách A321 đang chờ lệnh cất cánh tại điểm $B(0;-2;0)$. Nếu được cấp phép, quỹ đạo cất cánh dự kiến của máy bay là một đường thẳng với vectơ vận tốc $\vec{v}_2(0;4;3)$ (đơn vị: km/phút). Kiểm soát viên không lưu không được phép cấp lệnh cất cánh cho máy bay thương mại nếu hệ thống dự báo có bất kì thời điểm nào khoảng cách giữa máy bay và vật thể lạ nhỏ hơn 5 km.

- Khoảng cách từ vị trí ban đầu của máy bay đến Flycam tại thời điểm phát hiện lớn hơn 5 km.
- Phương trình đường thẳng mô tả quỹ đạo máy bay cất cánh là
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + 4t \\ z = 3t. \end{cases}$$
- Tốc độ của Flycam là 1 km/h và tốc độ cất cánh dự kiến của máy bay A321 là 300 km/h.
- Nếu máy bay A321 được phép cất cánh, khoảng cách ngắn nhất giữa nó và chiếc Flycam sẽ đạt được vào thời điểm 1 phút kể từ lúc rời đường băng.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một bảng quảng cáo được minh họa bằng phần được tô màu như hình bên, đơn vị trên các trục đo bằng mét. Biết đường cong là một parabol có đỉnh $I(5;0)$ và $OABC$ là hình chữ nhật. Tính diện tích của bảng quảng cáo theo mét vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần chục của mét vuông).



Câu 2. Một giải đấu eSports có 8 đội tuyển tham gia thi đấu loại trực tiếp, bắt đầu từ Tứ kết (8 đội được chia thành 4 cặp, đội thắng trong mỗi cặp sẽ tiến vào Bán kết, đội thua bị loại). Ban Tổ chức đánh số hạt giống các đội theo thứ tự từ mạnh đến yếu là 1 đến 8. Việc bốc thăm chia 4 cặp đấu Tứ kết được thực hiện ngẫu nhiên. Biết rằng khi thi đấu, đội có số hạt giống nhỏ hơn sẽ đánh bại đội có số hạt giống lớn hơn, tuy nhiên, có hai ngoại lệ: Đội số 8 luôn đánh bại Đội số 1 và Đội số 7 luôn đánh bại Đội số 2. Tính xác suất để Đội hạt giống số 3 giành chức vô địch giải đấu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3. Trong một xưởng in, người ta sản xuất hai loại poster quảng bá sự kiện. Loại I sử dụng 2 tờ giấy khổ lớn và 1 đơn vị mực màu, thu được 35 nghìn đồng. Loại II sử dụng 3 tờ giấy khổ lớn và 2 đơn vị mực màu, thu được 60 nghìn đồng. Biết rằng xưởng chỉ có tối đa 210 tờ giấy khổ lớn và 130 đơn vị mực màu và mỗi poster phải được in trọn vẹn. Hỏi số tiền lớn nhất mà xưởng có thể thu được là bao nhiêu (nghìn đồng)?

Câu 4. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $4\sqrt{2}$ và đáy là tam giác ABC vuông cân tại C , có $AC = 4$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'M$ và AB (không làm tròn ở các bước trung gian).

Câu 5. Trong ngành hàng hải, lượng nhiên liệu tiêu thụ của một con tàu trong một đơn vị thời gian xấp xỉ tỷ lệ thuận với lập phương vận tốc của nó. Một tàu chở hàng xuất phát từ cảng Singapore đi đến cảng Tiên Sa cách 1000 hải lý. Gọi v (hải lý/giờ) là vận tốc của tàu ($v > 0$). Dữ liệu kỹ thuật cho thấy chi phí nhiên liệu vận hành của con tàu là $0,02 \cdot v^3$ (USD/giờ). Các chi phí vận hành cố định khác như lương thuyền viên, khấu hao, bảo hiểm,... không phụ thuộc vào vận tốc tàu là 625 USD/giờ. Hỏi thuyền trưởng cần duy trì vận tốc trung bình là bao nhiêu hải lý/giờ để tổng chi phí cho toàn bộ chuyến đi là thấp nhất?

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 2^{x^2}$ và hàm số $g(x) = \sqrt{\log_2 x}$. Giả sử $S = \int_1^{20} f(x)dx + \int_2^{2^{400}} g(x)dx$ được viết dưới dạng $S = a \cdot 2^b - c$, với b là số nguyên và a, c là các số nguyên tố. Tính $a + b + c$.

---HẾT---

ĐÁP ÁN CHẤM MÔN TOÁN

Mã đề [1001]

1. Dạng thức 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

CÂU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ĐÁP ÁN	B	A	A	C	D	B	A	C	A	B	A	C

2. Dạng thức 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai

CÂU	Ý	ĐÁP ÁN ĐÚNG/SAI
1	a)	ĐÚNG
	b)	SAI
	c)	ĐÚNG
	d)	SAI
2	a)	ĐÚNG
	b)	SAI
	c)	ĐÚNG
	d)	ĐÚNG
3	a)	ĐÚNG
	b)	ĐÚNG
	c)	SAI
	d)	ĐÚNG
4	a)	ĐÚNG
	b)	ĐÚNG
	c)	SAI
	d)	ĐÚNG

3. Dạng thức 3: Trả lời ngắn

CÂU	1	2	3	4	5	6
ĐÁP ÁN	26,1	0,03	4050	2	25	409

Mã đề [1002]**1. Dạng thức 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	D	D	B	C	D	A	B	A	B	A	A

2. Dạng thức 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai

CÂU	Ý	ĐÁP ÁN ĐÚNG/SAI
1	a)	ĐÚNG
	b)	SAI
	c)	ĐÚNG
	d)	ĐÚNG
2	a)	ĐÚNG
	b)	SAI
	c)	ĐÚNG
	d)	SAI
3	a)	ĐÚNG
	b)	ĐÚNG
	c)	SAI
	d)	ĐÚNG
4	a)	ĐÚNG
	b)	ĐÚNG
	c)	SAI
	d)	ĐÚNG

3. Dạng thức 3: Trả lời ngắn

CÂU	1	2	3	4	5	6
ĐÁP ÁN	0,03	26,1	2	4050	409	25

Mã đề [1003]**1. Dạng thức 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	D	A	D	B	A	B	A	C	A	A	D

2. Dạng thức 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai

CÂU	Ý	ĐÁP ÁN ĐÚNG/SAI
1	a)	ĐÚNG
	b)	ĐÚNG
	c)	SAI
	d)	ĐÚNG
2	a)	ĐÚNG
	b)	ĐÚNG
	c)	SAI
	d)	ĐÚNG
3	a)	ĐÚNG
	b)	SAI
	c)	ĐÚNG
	d)	ĐÚNG
4	a)	ĐÚNG
	b)	SAI
	c)	ĐÚNG
	d)	SAI

3. Dạng thức 3: Trả lời ngắn

CÂU	1	2	3	4	5	6
ĐÁP ÁN	2	4050	409	25	0,03	26,1

Mã đề [1004]**1. Dạng thức 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	D	A	C	D	A	C	D	D	D	B	A

2. Dạng thức 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai

CÂU	Ý	ĐÁP ÁN ĐÚNG/SAI
1	a)	ĐÚNG
	b)	ĐÚNG
	c)	SAI
	d)	ĐÚNG
2	a)	ĐÚNG
	b)	ĐÚNG
	c)	SAI
	d)	ĐÚNG
3	a)	ĐÚNG
	b)	SAI
	c)	ĐÚNG
	d)	SAI
4	a)	ĐÚNG
	b)	SAI
	c)	ĐÚNG
	d)	ĐÚNG

3. Dạng thức 3: Trả lời ngắn

CÂU	1	2	3	4	5	6
ĐÁP ÁN	409	25	0,03	26,1	2	4050

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log(4x-8)=2$ là

A. $x = \frac{5}{2}$

B. $x = \frac{e^2+8}{4}$

C. $x = 27$

D. $x = 256$

Lời giải:

Điều kiện xác định của phương trình là $4x-8 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Ta có $\log(4x-8)=2 \Leftrightarrow 4x-8=10^2 \Leftrightarrow x=27$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy nghiệm của phương trình là $x=27$.

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x+1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là:

A. $\frac{-1}{x^2}+C$

B. $\ln x+C$

C. $\frac{1}{x^2}+C$

D. $x+\ln x+C$

Lời giải:

Vì $f(x)=\frac{x+1}{x}=1+\frac{1}{x}$ nên $\int \frac{x+1}{x}dx = \int \left(1+\frac{1}{x}\right)dx = x+\ln|x|+C$.

Vì $x \in (0;+\infty)$, nên $|x|=x$. Vậy nguyên hàm của hàm số là $x+\ln x+C$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $0,5^x \leq 4$ là:

A. $[-2;+\infty)$

B. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]$

C. $(-\infty;-2]$

D. $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right)$

Lời giải:

$$0,5^x \leq 4 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2^2 \Leftrightarrow 2^{-x} \leq 2^2.$$

$$\Leftrightarrow -x \leq 2 \Leftrightarrow x \geq -2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-2;+\infty)$.

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là

A. $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

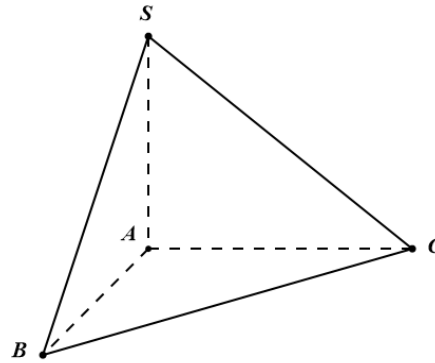
C. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải:

$$\tan x = 1 \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ (xem hình bên dưới). Tìm mệnh đề đúng.



A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AS}.$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{SA}.$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{CS}.$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{SC}.$

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{SC}.$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $SA = 3, AC = 4, BD = 5$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

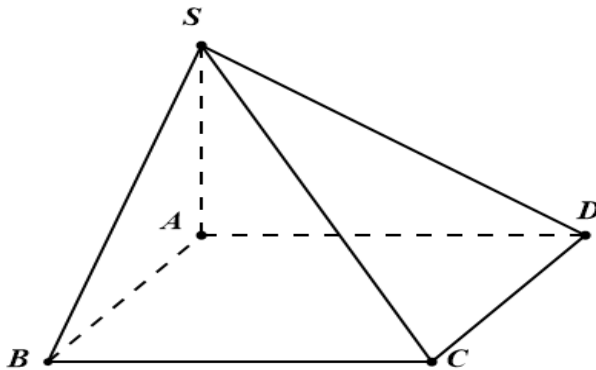
A. 10.

B. 20.

C. 30.

D. 60.

Lời giải:



Đáy $ABCD$ là hình thoi có độ dài hai đường chéo $AC = 4$ và $BD = 5$.

Diện tích đáy của hình chóp là $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10.$

Chiều cao của hình chóp là $h = SA = 3$ (vì $SA \perp (ABCD)$).

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 3 = 10.$

- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{5}$ có một vector chỉ phương là
- A. $\vec{u}_3 = (0; -1; 2)$. B. $\vec{u}_1 = (3; 4; 5)$. **C. $\vec{u}_4 = (3; -4; 5)$.** D. $\vec{u}_2 = (0; 1; -2)$.

Lời giải

- Câu 8:** Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu là $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$ thì có số hạng u_4 bằng
- A. 7. B. -18. C. 81. **D. -54.**

Lời giải

Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu là $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$.

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = -2 \cdot 3^3 = -54$.

- Câu 9:** Theo một báo cáo của Common Sense Media, thời gian sử dụng thiết bị số của thanh thiếu niên có thể liên quan đến hiện tượng “Brain rot” (suy giảm khả năng tập trung do sử dụng quá nhiều nội dung số, như video ngắn) đang ngày càng phổ biến ở học sinh. Một khảo sát 100 học sinh lớp 12 cho kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	10	20	30	25	15

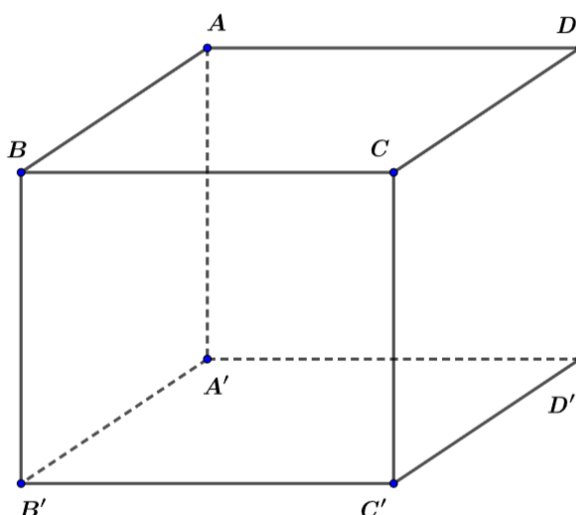
Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [2;4). B. [8;10). C. [6;8). **D. [4;6).**

Lời giải

Ta có $\frac{2n}{4} = \frac{2 \cdot 100}{4} = 50$. Suy ra $M_e \in [4;6)$.

- Câu 10:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình bên). Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với đường thẳng



- A. AB' . B. $B'D$. C. $A'B'$. **D. BB' .**

Lời giải

- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 0)$ và điểm $N(5; 0; -2)$. Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với MN có phương trình là

A. $5x + y - 2z - 29 = 0$.

B. $5x + y - 2z + 1 = 0$.

C. $5x - y - 2z - 1 = 0$.

D. $5x + y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với MN nên mặt phẳng đi qua điểm $M(0; -1; 0)$ và có một vector pháp tuyến $\overrightarrow{MN} = (5; 1; -2)$ có phương trình là

$$5(x - 0) + (y + 1) - 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 5x + y - 2z + 1 = 0.$$

Câu 12: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ có tiệm cận ngang là

A. $y = 2$.

B. $y = -2$.

C. $y = -\frac{1}{2}$.

D. $y = \frac{1}{2}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một buổi hội thảo chuyên đề về ứng dụng trí tuệ nhân tạo (AI) trong học tập, có 300 học sinh khối 11 và 200 học sinh khối 12 tham gia. Qua khảo sát thực tế, tỉ lệ học sinh khối 11 có sử dụng hệ thống chatbot AI hỗ trợ học tập là 0,4; trong khi tỉ lệ này ở 12 là 0,7. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia hội thảo để phỏng vấn.

a) Xác suất để học sinh được chọn tham gia phỏng vấn thuộc khối 12 là 0,4.

b) Xác suất để chọn được một học sinh khối 11 và em này sử dụng chatbot AI là 0,24.

c) Xác suất để học sinh được chọn có sử dụng chatbot AI là 0,55.

d) Giả sử học sinh được chọn phỏng vấn cho biết mình có sử dụng chatbot AI, xác suất học sinh đó thuộc khối 12 là $\frac{7}{13}$.

Lời giải

Tổng số học sinh $300 + 200 = 500$

Gọi biến cố A : “chọn một học sinh khối 11”, suy ra $\overline{A}$: “chọn một học sinh khối 12”,

Gọi biến cố B : “chọn được học sinh có sử dụng AI”, suy ra $\overline{B}$: “chọn được học sinh không sử dụng AI”

Theo đề ta có $P(A) = \frac{300}{500} = 0,6$, $P(\overline{A}) = \frac{200}{500} = 0,4$

$P(B|A) = 0,4$, $P(\overline{B}|A) = 0,6$

$P(B|\overline{A}) = 0,7$, $P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,3$

a) Xác suất để học sinh được chọn tham gia phỏng vấn thuộc khối 12 là $P(\overline{A}) = 0,4 \Rightarrow$ a: **Đúng**

b) Xác suất để chọn được một học sinh khối 11 và em này sử dụng chatbot AI là

$P(AB) = P(A).P(B|A) = 0,6.0,4 = 0,24. \Rightarrow$ b: **Đúng**

c) Xác suất để học sinh được chọn có sử dụng chatbot AI là

$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\overline{A}).P(B|\overline{A}) = 0,6.0,4 + 0,4.0,7 = 0,52 \Rightarrow$ c: **Sai**

d) Giả sử học sinh được chọn phỏng vấn cho biết mình có sử dụng chatbot AI, xác suất học

$$\text{sinh đó thuộc khối 12 là } P(\overline{A}|B) = \frac{P(\overline{A}) \cdot P(B|\overline{A})}{P(B)} = \frac{0,4 \cdot 0,7}{0,52} = \frac{7}{13} \Rightarrow \text{d: Đúng}$$

Câu 2: Bay flycam trái phép là hành vi tiềm ẩn nguy cơ uy hiếp trực tiếp an toàn hàng không, lĩnh vực liên quan tới tính mạng của hàng trăm hành khách trên mỗi chuyến bay. Một cảng hàng không quốc tế thiết lập hệ thống rada giám sát được đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị: 1 km, mặt phẳng Oxy là mặt đất). Tại thời điểm $t = 0$, rada quét được tín hiệu của một flycam xâm nhập tại điểm $A(4;2;2)$ và đang bay theo đường thẳng với vector vận tốc là $\vec{v}_1(-1;0;0)$ (đơn vị: km/phút). Cùng lúc đó, máy bay chở khách A321 đang chờ lệnh cất cánh tại điểm $B(0;-2;0)$. Nếu được cấp phép, quỹ đạo cất cánh dự kiến của máy bay là đường thẳng với vector vận tốc là $\vec{v}_2(0;4;3)$ (đơn vị: km/phút). Kiểm soát viên không lưu không được phép cấp lệnh cất cánh cho máy bay thương mại nếu hệ thống dự báo có bất kỳ thời điểm nào khoảng cách giữa hai máy bay và thể lệ nhỏ hơn 5 km.

a) Khoảng cách từ vị trí ban đầu của máy bay đến Flycam tại thời điểm phát hiện lớn hơn 5 km.

b) Phương trình đường thẳng mô tả quỹ đạo máy bay cất cánh là
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$$

c) Tốc độ của Flycam là 1 km/h và tốc độ cất cánh dự kiến của máy bay A321 là 300 km/h.

d) Nếu máy bay A321 được phép cất cánh, khoảng cách ngắn nhất giữa nó với chiếc Flycam sẽ đạt được vào thời điểm 1 phút kể từ lúc rời đường băng.

Lời giải

a) Ta có $\overline{AB} = (-4; -4; -2)$ suy ra khoảng cách từ vị trí ban đầu của máy bay đến Flycam tại thời điểm phát hiện là $AB = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + (-2)^2} = 6 > 5 \Rightarrow \text{a: Đúng}$

b) Máy bay chở khách A321 đang chờ lệnh cất cánh tại điểm $B(0;-2;0)$ vector vận tốc là $\vec{v}_2(0;4;3)$ suy ra phương trình đường thẳng mô tả quỹ đạo máy bay cất cánh là

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + 4t \\ z = 3t \end{cases} \Rightarrow \text{b: Đúng}$$

c) Ta có $\vec{v}_1(-1;0;0) \Rightarrow |\vec{v}_1| = \sqrt{(-1)^2} = 1 \text{ km/phút} = 60 \text{ km/h}$

Ta có $\vec{v}_2(0;4;3) \Rightarrow |\vec{v}_2| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ km/phút} = 300 \text{ km/h}$

Vậy tốc độ của Flycam là 60 km/h và tốc độ cất cánh dự kiến của máy bay A321 là 300 km/h $\Rightarrow \text{c: Sai}$

d) Ta có phương trình đường thẳng mô tả quỹ đạo máy bay cắt cánh là $\Delta_1 : \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$

Và phương trình đường thẳng mô tả sự di chuyển của flycam là $\Delta_2 : \begin{cases} x = 4 - t \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$

Gọi M, N lần lượt là vị trí của máy bay và flycam tại thời điểm t phút, khi đó

$$M(0; -2 + 4t; 3t), N(4 - t; 2; 2) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (4 - t; 4 - 4t; 2 - 3t)$$

$$\text{Suy ra } MN^2 = (4 - t)^2 + (4 - 4t)^2 + (2 - 3t)^2 = 26t^2 - 52t + 36$$

$$\text{Đặt } f(t) = 26t^2 - 52t + 36 \Rightarrow f'(t) = 52t - 52$$

$$\text{khi đó } f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Bảng biến thiên

$$MN_{\min} = 10 \text{ khi } t = 1.$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay với chiếc Flycam sẽ đạt được vào thời điểm 1 phút kể từ lúc rời đường băng $\Rightarrow$ **d: Đúng**

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$.

a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = 1$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1$.

c) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) Hàm số $f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

a) Đúng.

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

b) Sai.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(2x - 2)(x - 1) - (x^2 - 2x + 3)}{(x - 1)^2} = \frac{2x^2 - 4x + 2 - x^2 + 2x - 3}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1.$$

c) Đúng.

$$\text{Do } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	1	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	$-2\sqrt{2}$		$2\sqrt{2}$	$+\infty$

Vậy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) Sai.

Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{2}$ tại $x = 1 + \sqrt{2}$ trên khoảng $(1; +\infty)$.

- Câu 4:** Trong công nghệ ô tô điện (EV), Hệ thống Quản lý Pin (BMS) của xe sẽ tự động điều chỉnh dòng điện để bảo vệ tuổi thọ pin. Một trạm sạc DC siêu nhanh có công suất truyền vào pin $P(t)$ (kW) theo thời gian t (giờ) kể từ lúc bắt đầu cắm sạc được tính bằng hàm số: $P(t) = 250 \cdot e^{-k \cdot t}$, với k là một hằng số dương đặc trưng cho giới hạn tản nhiệt của dòng xe đó. Biết rằng, ngay tại thời điểm vừa cắm sạc, tốc độ sụt giảm công suất sạc là 625 kW/ giờ. Thực tế, BMS của xe sẽ tự động ngắt sạc (báo pin đầy) khi công suất sạc giảm xuống chỉ còn bằng 1% so với công suất ban đầu.
- Công suất sạc ban đầu ngay khi cắm sạc là 250 kW.
 - Tốc độ thay đổi công suất tại thời điểm t là $P'(t) = 250k \cdot e^{-kt}$.
 - Công suất sạc giảm dần theo thời gian và $k = 2,5$.
 - Thời gian từ lúc bắt đầu cắm sạc đến khi hệ thống tự ngắt kéo dài không quá 111 phút.

Lời giải

a) Đúng.

Công suất sạc ban đầu ngay khi cắm sạc là $P(0) = 250 \cdot e^{-k \cdot 0} = 250$ (kW).

b) Sai.

Tốc độ thay đổi công suất tại thời điểm t là $P'(t) = 250 \cdot (e^{-kt})' = -250k \cdot e^{-kt}$.

c) Đúng.

Tại thời điểm vừa cắm sạc, tốc độ sụt giảm công suất sạc là 625 kW/ giờ nên ta có

$$P'(0) = -625 \Leftrightarrow -250k \cdot e^{-k \cdot 0} = -625 \Leftrightarrow k = 2,5.$$

Vậy công suất sạc giảm dần theo thời gian và $k = 2,5$.

d) Đúng.

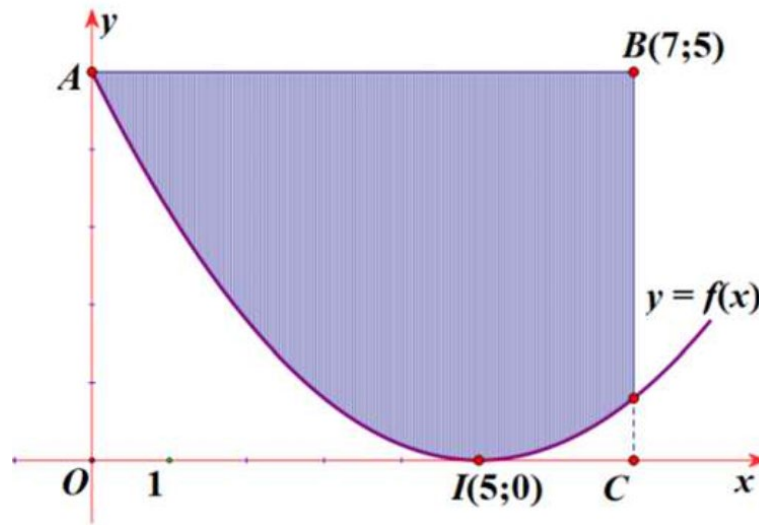
Thực tế, BMS của xe sẽ tự động ngắt sạc (báo pin đầy) khi công suất sạc giảm xuống chỉ còn bằng 1% so với công suất ban đầu nên ta có

$$250 \cdot e^{-2,5t} = 250 \cdot 0,01 \Leftrightarrow 250 \cdot e^{-2,5t} = 2,5 \Leftrightarrow e^{-2,5t} = 0,01 \Leftrightarrow -2,5t = \ln(0,01) \Leftrightarrow t \approx 1,84 \text{ (giờ)}.$$

Vậy thời gian từ lúc bắt đầu cắm sạc đến khi hệ thống tự ngắt kéo dài không quá $t \approx 110,5$ phút.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một bảng quảng cáo được minh họa bằng phần được tô màu như hình bên, đơn vị trên các trục đo bằng mét. Biết đường cong là một parabol có đỉnh $I(5;0)$ và $OABC$ là hình chữ nhật. Tính diện tích của bảng quảng cáo theo mét vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần chục của mét vuông).



Lời giải

Trả lời: 26,1

Parabol có dạng $(P): y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

(P) đi qua điểm $I(5;0)$ và $A(0;5)$ và đỉnh I của parabol có hoành độ $x_I = \frac{-b}{2a} = 5$

$$\text{Suy ra ta có hệ } \begin{cases} f(0) = 5 \\ f(5) = 0 \\ \frac{-b}{2a} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 5 \\ 25a + 5b + 5 = 0 \\ 10a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 5 \\ a = \frac{1}{5} \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = f(x) = \frac{1}{5}x^2 - 2x + 5$$

Diện tích của bảng quảng cáo là

$$S = \int_0^7 \left| 5 - \left(\frac{1}{5}x^2 - 2x + 5 \right) \right| dx = \frac{392}{15} \approx 26,1$$

Câu 2: Một giải đấu eSports có 8 đội tuyển tham gia thi đấu loại trực tiếp, bắt đầu từ Tứ kết (8 đội được chia thành 4 cặp, đội thắng trong mỗi cặp sẽ tiến vào bán kết, đội thua bị loại). Ban Tổ chức đánh số hạt giống các đội theo thứ tự từ mạnh đến yếu là 1 đến 8. Việc bốc thăm chia 4 cặp đấu Tứ kết được thực hiện ngẫu nhiên. Biết rằng khi thi đấu, đội có số hạt giống nhỏ hơn sẽ đánh bại đội có số hạt giống lớn hơn, tuy nhiên, có hai ngoại lệ: Đội số 8 luôn đánh bại đội số 1 và đội số 7 luôn đánh bại đội số 2. Tính xác suất để đội hạt giống số 3 giành chức vô địch giải đấu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,03

Không gian mẫu: $n(\Omega) = 8!$ (số cách sắp xếp 8 đội)

A là biến cố: đội hạt giống 3 giành chức vô địch giải đấu.

Công đoạn 1: cho đội hạt giống 1 gặp đội hạt giống 8 để loại đội hạt giống 1

Có $C_4^1 \cdot 2$ cách

Công đoạn 2. Cho đội hạt giống 2 gặp đội hạt giống 7 để loại đội 2

Có $C_3^1 \cdot 2$ cách

Công đoạn 3. 4 đội còn lại có $4!$ cách sắp xếp.

Do đó $n(A) = C_4^1 \cdot 2 \cdot C_3^1 \cdot 2 \cdot 4!$

Xác suất là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{35} \approx 0,03$.

Câu 3: Trong một xưởng in, người ta sản xuất hai loại poster quảng bá sự kiện. Loại I sử dụng 2 tờ giấy khổ lớn và 1 đơn vị mực màu, thu được 35 nghìn đồng. Loại II sử dụng 3 tờ giấy khổ lớn và 2 đơn vị mực màu, thu được 60 nghìn đồng. Biết rằng xưởng chỉ có tối đa 210 tờ giấy khổ lớn và 130 đơn vị mực màu và mỗi poster phải được in trọn vẹn. Hỏi số tiền lớn nhất mà xưởng có thể thu được là bao nhiêu (nghìn đồng)?

Lời giải

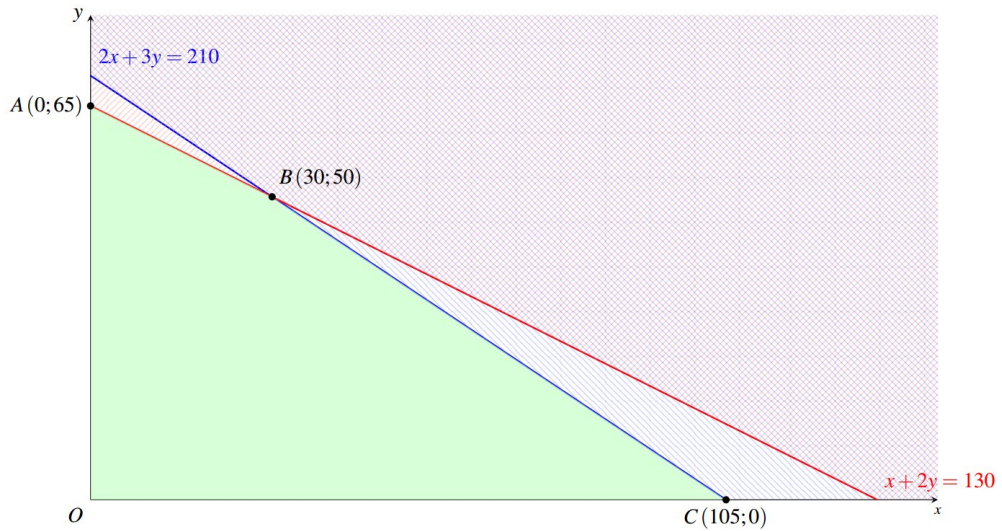
Trả lời: 4050

Gọi x, y lần lượt là số poster loại I và số poster loại II ($x, y \geq 0$).

Khi đó tổng số tờ giấy khổ lớn là $2x + 3y$; tổng số đơn vị mực màu là $x + 2y$.

Bài toán đưa về tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 210 \\ x + 2y \leq 130 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \quad \text{sao cho}$$

$P(x, y) = 35x + 60y$ có giá trị lớn nhất.



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ như hình trên với $A(0;65)$, $B(30;50)$ và $C(105;0)$. Biểu thức $P(x,y) = 35x + 60y$ đạt giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh này:

$$+ P_O = 35 \times 0 + 60 \times 0 = 0;$$

$$+ P_A = 35 \times 0 + 60 \times 65 = 3900;$$

$$+ P_B = 35 \times 30 + 60 \times 50 = 4050;$$

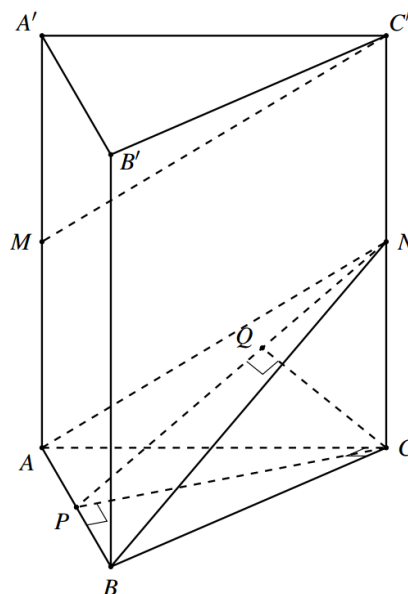
$$+ P_C = 35 \times 105 + 60 \times 0 = 3675.$$

Vậy số tiền lớn nhất mà xưởng có thể thu được là 4050 nghìn đồng sản xuất 30 poster loại I và 50 poster loại II.

Câu 4: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $4\sqrt{2}$ và đáy là tam giác ABC vuông cân tại C , có $AC = 4$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'M$ và AB (không làm tròn ở các bước trung gian).

Lời giải

Trả lời: 2



Gọi N là trung điểm CC' . Dễ thấy $C'M \parallel AN \Rightarrow C'M \parallel (ABN)$.

Do đó, $d(C'M, AB) = d(C'M, (ABN)) = d(C', (ABN))$.

Mà $CN = C'N$ nên $d(C', (ABN)) = d(C, (ABN))$.

Kẻ $CP \perp AB$ và $CQ \perp NP$. Khi đó, $\begin{cases} CP \perp AB \\ CN \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CNP) \Rightarrow AB \perp CQ$.

Suy ra, $\begin{cases} CQ \perp NP \\ CQ \perp AB \end{cases} \Rightarrow CQ \perp (ABN) \Rightarrow d(C, (ABN)) = CQ$.

Lại có: $\frac{1}{CQ^2} = \frac{1}{CP^2} + \frac{1}{CN^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{CN^2}$

Và $AC = BC = 4$; $CN = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{CQ^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{(2\sqrt{2})^2} \Rightarrow CQ = 2$.

Vậy $d(C'M, AB) = 2$.

Câu 5: Trong ngành hàng hải, lượng nhiên liệu tiêu thụ của một con tàu trong một đơn vị thời gian xấp xỉ tỷ lệ thuận với lập phương vận tốc của nó. Một tàu chở hàng xuất phát từ cảng Singapore đi đến cảng Tiên Sa cách 1000 hải lý. Gọi v (hải lý/giờ) là vận tốc của tàu ($v > 0$). Dữ liệu kỹ thuật cho thấy chi phí nhiên liệu vận hành của con tàu là $0,02 \cdot v^3$ (USD/giờ). Các chi phí vận hành cố định khác như lương thuyền viên, khấu hao, bảo hiểm, không phụ thuộc vào vận tốc tàu là 625 USD/giờ. Hỏi thuyền trưởng cần duy trì vận tốc trung bình là bao nhiêu hải lý/giờ để tổng chi phí cho toàn bộ chuyến đi là thấp nhất?

Lời giải

Trả lời: 25

Gọi $v > 0$ là vận tốc tàu (hải lý/giờ). Quãng đường là 1000 hải lý nên thời gian đi là $t = \frac{1000}{v}$.

Vậy tổng chi phí chuyến đi là $C(v) = (0,02v^3 + 625) \cdot \frac{1000}{v} = 20v^2 + \frac{625000}{v}$.

$$C'(v) = 40v - \frac{625000}{v^2}.$$

$$C'(v) = 0 \Rightarrow 40v = \frac{625000}{v^2} \Rightarrow v = 25.$$

x	0	25	$+\infty$
$C'(x)$	—	0	+
$C(x)$	$+\infty$	37500	$+\infty$

Vậy vận tốc tối ưu là 25 hải lý.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = 2^{x^2}$ và hàm số $g(x) = \sqrt{\log_2 x}$. Giả sử $S = \int_1^{20} f(x)dx + \int_2^{2^{400}} g(x)dx$ được viết dưới dạng $S = a \cdot 2^b - c$, với b là số nguyên và a, c là các số nguyên tố. Tính $a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 409

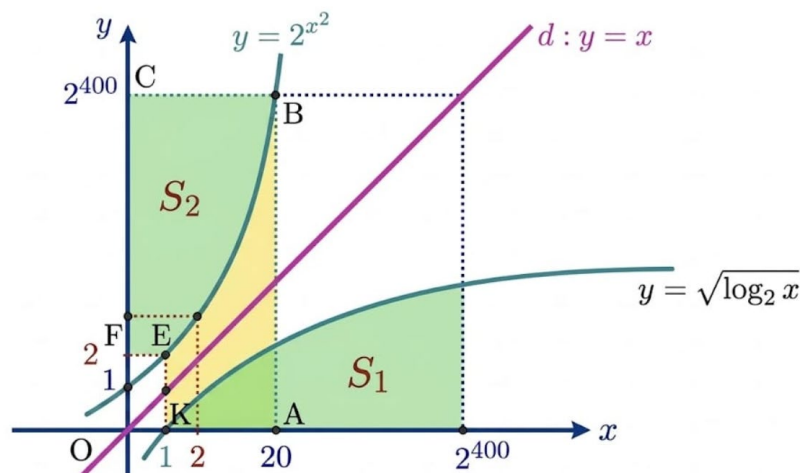
Cho $f(x) = 2^{x^2}$, $g(x) = \sqrt{\log_2 x}$.

$$y = f(x) = 2^{x^2}$$

Xét phép đối xứng qua $d: y = x$

$\Rightarrow$ Thay x bởi y , y bởi x vào $y = 2^{x^2}$ ta được $x = 2^{y^2} \Leftrightarrow y^2 = \log_2 x \Rightarrow y = \sqrt{\log_2 x} = g(x)$

$\Rightarrow f(x)$ và $y(x)$ đối xứng nhau qua $d: y = x$



$$\int_1^{20} f(x)dx = S_1.$$

S_1 là diện tích hình thang cong $KEBA$

$$\int_2^{2^{400}} g(x)dx = S_2 = \text{diện tích hình thang cong } FEBC$$

$$S = S_{OABC} - S_{OKEF} = 20 \cdot 2^{400} - 1 \cdot 2 = 5 \cdot 2^{402} - 2$$

$$\Rightarrow a = 5, b = 402, c = 2 \Rightarrow a + b + c = 409.$$

----- HẾT -----