

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và bán kính $R = 3$ là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3.$

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9.$

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3.$

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9.$

Câu 2. Có bao nhiêu cách xếp 5 người đứng thành một hàng ngang?

A. 5.

B. 5^5 .

C. 20.

D. 120.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				5		$-\infty$

Khẳng định nào đúng?

A. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x_{CT} = -1$.

B. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x_{CD} = 1$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $y_{CD} = 5$.

D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;5)$.

Câu 4. Cho khối nón có đường cao h , độ dài đường sinh l và bán kính đáy r . Diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón được tính theo công thức nào dưới đây?

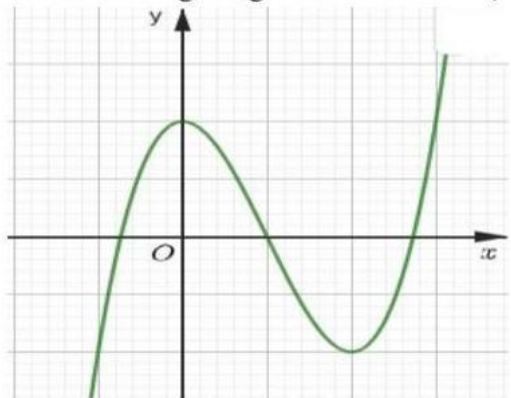
A. $S_{xq} = \pi rl.$

B. $S_{xq} = 2\pi rl.$

C. $S_{xq} = \frac{1}{2}\pi rl.$

D. $S_{xq} = 2\pi rh.$

Câu 5. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào



A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 2.$

C. $y = x^3 + 3x^2 + 2.$

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2.$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-5	$+\infty$	

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-5; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 7. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = 2 - 4x$ tại điểm $M(a; b)$. Tính $a + b$.

- A. -1 . B. -2 . C. 0 . D. 2 .

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = (x - 2022)^{\frac{1}{7}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2022\}$. B. $(2022; +\infty)$. C. $[2022; +\infty)$. D. $(-\infty; 2022)$.

Câu 9. Thể tích V của khối cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. B. $V = \pi R^3$. C. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. D. $V = 4\pi R^3$.

Câu 10. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + e^x$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C$. B. $\int f(x)dx = x^3 + \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.
C. $\int f(x)dx = x^3 + e^x + C$. D. $\int f(x)dx = 6x + e^x + C$.

Câu 11. Thể tích V khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A. $V = B^2 \cdot h$. B. $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$. C. $V = B \cdot h$. D. $V = \frac{1}{3} \cdot B^2 \cdot h$.

Câu 12. Thể tích V khối lập phương cạnh $a\sqrt{3}$ là

- A. $V = 9a^3$. B. $V = \sqrt{3}a^3$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 13. Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $y = x + \log_2 x$ có đạo hàm là

- A. $y' = 1 - \frac{1}{x}$. B. $y' = 1 + \frac{1}{x \ln 2}$. C. $y' = 1 - \frac{1}{x \ln 2}$. D. $y' = 1 + \frac{1}{x}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hỏi phương trình $f(x) = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 15. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $\int [f(x) + 2] dx$

A. $\int [f(x) + 2] dx = F(x) + 2x^2 + C.$

B. $\int [f(x) + 2] dx = F(x) + 2x + C.$

C. $\int [f(x) + 2] dx = F(x) + C.$

D. $\int [f(x) + 2] dx = F(x) + x^2 + C.$

Câu 16. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(x+1) < 2$ là

A. $S = (0; 8).$

B. $S = (-\infty; 8).$

C. $S = (8; +\infty).$

D. $S = (-1; 8).$

Câu 17. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$ là

A. $x = 3.$

B. $x = -3.$

C. $x = 2.$

D. $x = -2.$

Câu 18. Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\int \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}.$

B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

C. $\int k.f(x) dx = k \int f(x) dx, (\forall k \in \mathbb{R}).$

D. $\int [f(x).g(x)] dx = \left(\int f(x) dx \right) . \left(\int g(x) dx \right).$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(3; -2; -6)$. Mặt cầu đường kính AB có tâm là

A. $I(-2; 0; -3).$

B. $I(-2; 0; 3).$

C. $I(2; 0; -3).$

D. $I(2; 0; 3).$

Câu 20. Nghiệm của phương trình $2^x > 3$ là

A. $x < \log_3 2.$

B. $x < \log_2 3.$

C. $x > \log_3 2.$

D. $x > \log_2 3.$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}.$

B. $\frac{a^3}{4}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

D. $\frac{3a^3}{4}.$

Câu 22. Tìm giá trị lớn nhất $y = e^x + x$ trên đoạn $[-2; 2]$.

A. $e - 2.$

B. $e + 2.$

C. $e^2 - 2.$

D. $e^2 + 2.$

Câu 23. Giá dầu thô WTI hôm nay (ngày 6/1/2023) là 81 USD. Giả sử ngày mai (ngày 7/1/2023) giảm 10% và ngày kia (ngày 8/1/2023) tăng 10%. Hỏi giá dầu thô WTI ngày 8/1/2023 là bao nhiêu USD?

A. 80.

B. 80,19.

C. 81.

D. 81,19.

Câu 24. Đội thanh niên xung kích gồm 15 học sinh (10 học sinh nam và 5 học sinh nữ). Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh đi làm nhiệm vụ, tính xác suất để 2 học sinh được chọn cùng giới tính.

A. $\frac{13}{21}.$

B. $\frac{10}{21}.$

C. $\frac{5}{21}.$

D. $\frac{11}{21}.$

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 6$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số cộng.

A. $u_{10} = 33.$

B. $u_{10} = 30.$

C. $u_{10} = 39.$

D. $u_{10} = 36.$

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a$, cạnh bên $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 27. Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy $r = a$ và thể tích $V = 2\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 28. Với mọi cặp số dương a, b thỏa mãn $\log_3 a + 2\log_3 b - 2 = 0$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $ab^2 = 9$. B. $a + b^2 = 9$. C. $a + 2b = 9$. D. $ab^2 = 8$.

Câu 29. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 30. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. 12π . B. 18π . C. 6π . D. 36π .

Câu 31. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V và M là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Thể tích khối chóp $M.ABC$ là

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{6}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				5		
			-3				$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt?

- A. $-1 \leq m \leq 1$. B. $-3 < m < 5$. C. $-3 \leq m \leq 5$. D. $-1 < m < 1$.

Câu 33. Với a là số thực dương tùy ý. Ta có $\log_2(2a^3)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} + \log_2 a$. B. $1 + 3\log_2 a$. C. $3\log_2 a$. D. $\frac{1}{3} \cdot \log_2 a$.

Câu 34. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ sao cho $F(1) = 2$. Tính $F(3)$.

- A. $F(3) = 2\ln 3$. B. $F(3) = 2 - \ln 3$. C. $F(3) = 2 + \ln 3$. D. $F(3) = -2 + \ln 3$.

Câu 35. Một khối cầu có thể tích $V = 36\pi \text{ cm}^3$. Hỏi bán kính R của khối cầu bằng bao nhiêu?

- A. $R = 6 \text{ cm}$. B. $R = \sqrt{6} \text{ cm}$. C. $R = 3 \text{ cm}$. D. $R = \sqrt{3} \text{ cm}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$. Tính giá trị biểu thức $T = OA^2 + 2OB^2 - 4OC^2$.

- A. 19. B. -19. C. -9. D. 9.

Câu 37. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-3x+2}$.

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 38. Tính thể tích của khối tứ diện đều biết chiều cao tứ diện bằng a .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

Câu 39. Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^2 - 4}$.

- A. $\frac{1}{4} \ln \left(\frac{2 + \sin x + \cos x}{2 - \sin x - \cos x} \right) + C$. B. $-\frac{1}{4} \ln \left(\frac{2 + \sin x + \cos x}{2 - \sin x - \cos x} \right) + C$.
C. $\frac{1}{4} \ln \left(\frac{2 + \sin x - \cos x}{2 - \sin x + \cos x} \right) + C$. D. $\frac{1}{4} \ln \left(\frac{\sin x + \cos x + 2}{\sin x + \cos x - 2} \right) + C$.

Câu 40. Cho các số dương a, b thay đổi luôn thỏa mãn $b > a > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_a b + \frac{1}{\log_a b - 1}$.

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{13}{4}$. C. 3. D. $3\sqrt{2}$.

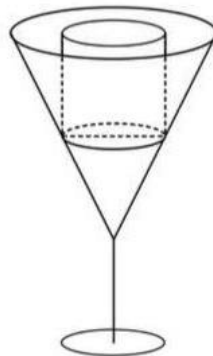
Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SC , biết $AB = a, AC = 2a, SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.AMB$ theo a .

- A. $\frac{1}{2}a^3$. B. $\frac{1}{4}a^3$. C. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(9;6;2)$ và $B(-3;4;6)$. Biết điểm $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

- A. -8. B. -7. C. 8. D. 7.

Câu 43. Một viên đá hình trụ đặc có bán kính đáy bằng $2cm$, chiều cao bằng $4cm$ được đặt vừa khít vào trong một chiếc ly rỗng có phần chứa nước là một hình nón như hình vẽ. Biết rằng chiều cao của phần chứa nước của ly gấp đôi chiều cao viên đá, miệng ly bằng bề mặt viên đá. Tính thể tích nước (ml) cần đổ vào ly cho đầy, làm tròn đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy, biết do lực đẩy Archimedes, khi đổ nước vào, có 8% thể tích viên đá nổi lên phía trên mặt nước.



- A. 84,78ml. B. 130,02ml. C. 87,80ml. D. 83,78ml.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x^2 + 2x + m)$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10; 10]$ của m để hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị?

- A. 13. B. 10. C. 11. D. 20.

Câu 45. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2(3x) - 2\log_3 x^2 = \frac{x^2 - 6x + 9}{4}$.

- A. $\frac{5+2\sqrt{3}}{2}$. B. 4. C. $5+2\sqrt{3}$. D. $4+2\sqrt{3}$.

Câu 46. Tìm số các số nguyên dương a không vượt quá 10 để phương trình $9^{\frac{1}{x^2}} - a \cdot 3^{\frac{1}{x^2}} + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. 7. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 47. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AA' và N là điểm nằm trên cạnh DD' sao cho $DN = 3ND'$. Mặt phẳng (BMN) chia khối lập phương thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 ($V_1 < V_2$), tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{5}{11}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{3}{13}$.

Câu 48. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 + 2x^3 - 10x^2 - 2x + 1}$ có dạng $F(x) = \frac{a}{b} \ln \left| \frac{x^2 - cx - 1}{x^2 + dx - 1} \right|$,

trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a + b + c + d$.

- A. 24. B. 21. C. 15. D. 13.

Câu 49. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng $3a$.

- A. $\frac{\sqrt{15}}{2}a$. B. $\frac{\sqrt{14}}{2}a$. C. $\frac{\sqrt{13}}{2}a$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}a$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Tìm tổng các số nguyên m sao cho phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 7 nghiệm phân biệt.

- A. 0. B. 3. C. 2. D. -2.

----- HẾT -----

(Học sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	D	A	D	A	D	B	C	C	B	C	B	C	B	D	A	B	C	D	D	D	B	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	B	A	A	B	B	C	C	C	C	A	A	C	B	C	D	B	B	D	A	D	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và bán kính $R=3$ là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và bán kính $R=3$ là $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 2: Có bao nhiêu cách xếp 5 người đứng thành một hàng ngang?

A. 5.

B. 5^5 .

C. 20.

D. 120.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp 5 người đứng thành một hàng ngang là $5! = 120$ cách.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		5		$-\infty$
		-3			

Khẳng định nào đúng?

A. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x_{CT} = -1$.

B. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x_{CD} = 1$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $y_{CD} = 5$.

D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;5)$.

Lời giải

Chọn D

Khẳng định đúng là: Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;5)$.

Câu 4: Cho khối nón có đường cao h , độ dài đường sinh l và bán kính đáy r . Diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq} = \pi rl$.

B. $S_{xq} = 2\pi rl$.

C. $S_{xq} = \frac{1}{2} \pi rl$.

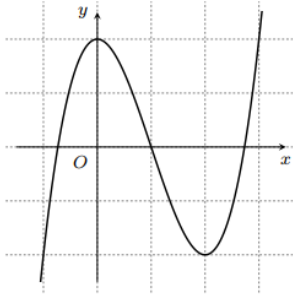
D. $S_{xq} = 2\pi rh$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón được tính theo công thức $S = \pi rl$.

Câu 5: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. C. $y = x^3 + 3x^2 + 2$. **D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.**

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị dạng hàm số bậc ba với $a > 0$. Đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(1; 0)$.

Suy ra hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong như hình.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-5	$+\infty$	

- A. $(3; +\infty)$.** B. $(-5; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 7: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = 2 - 4x$ tại điểm $M(a; b)$. Tính $a + b$.

- A. -1 . B. -2 . C. 0 . **D. 2 .**

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x + 2 = 2 - 4x \Leftrightarrow x^3 + x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow M(0; 2).$$

Suy ra $a + b = 2$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = (x - 2022)^{\frac{1}{7}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2022\}$. **B. $(2022; +\infty)$.** C. $[2022; +\infty)$. D. $(-\infty; 2022)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x - 2022 > 0 \Leftrightarrow x > 2022$.

Tập xác định: $(2022; +\infty)$.

Câu 9: Thể tích V của khối cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$.

B. $V = \pi R^3$.

C. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

D. $V = 4\pi R^3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + e^x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^3 + \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

C. $\int f(x)dx = x^3 + e^x + C$.

D. $\int f(x)dx = 6x + e^x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x)dx = \int (3x^2 + e^x)dx = x^3 + e^x + C.$$

Câu 11: Thể tích V khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = B^2 \cdot h$.

B. $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$.

C. $V = B \cdot h$.

D. $V = \frac{1}{3} \cdot B^2 \cdot h$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$.

Câu 12: Thể tích V khối lập phương cạnh $a\sqrt{3}$ là

A. $V = 9a^3$.

B. $V = \sqrt{3}a^3$.

C. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

D. $V = 3a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V khối lập phương cạnh $a\sqrt{3}$ là $V = (a\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 13: Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $y = x + \log_2 x$ có đạo hàm là

A. $y' = 1 - \frac{1}{x}$.

B. $y' = 1 + \frac{1}{x \ln 2}$.

C. $y' = 1 - \frac{1}{x \ln 2}$.

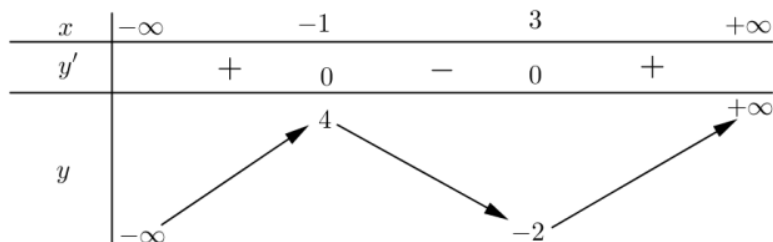
D. $y' = 1 + \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 1 + \frac{1}{x \ln 2}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



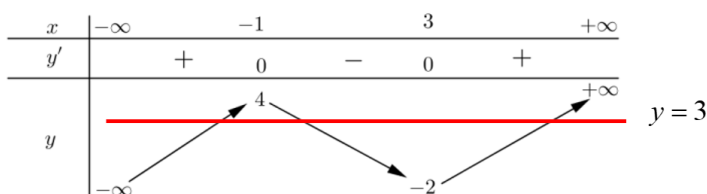
Hỏi phương trình $f(x) = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 4. B. 2. **C. 3.** D. 1.

Lời giải

Chọn C

Vẽ đường thẳng $y = 3$ lên bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$.



Suy ra phương trình $f(x) = 3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 15: Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $\int [f(x) + 2] dx$.

- A. $\int [f(x) + 2] dx = F(x) + 2x^2 + C$. **B. $\int [f(x) + 2] dx = F(x) + 2x + C$.**
C. $\int [f(x) + 2] dx = F(x) + C$. D. $\int [f(x) + 2] dx = F(x) + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int [f(x) + 2] dx = F(x) + 2x + C$.

Câu 16: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(x+1) < 2$ là

- A. $S = (0; 8)$. B. $S = (-\infty; 8)$. C. $S = (8; +\infty)$. **D. $S = (-1; 8)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(x+1) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 8 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 8$

Câu 17: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$ là

- A. $x = 3$.** B. $x = -3$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1}{x-3} = +\infty$

Suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 3$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào đúng

A. $\int \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}.$

B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

C. $\int k.f(x) dx = \int k.f(x) dx \quad (k \in \mathbb{R}).$

D. $\int [f(x).g(x)] dx = \int f(x) dx . \int g(x) dx.$

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất của phép toán nguyên hàm.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$, $B(3;-2;-6)$. Mặt cầu đường kính AB có tâm là

A. $I(-2;0;-3).$

B. $I(-2;0;3).$

C. $I(2;0;-3).$

D. $I(2;0;3).$

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu tâm I đường kính AB nên suy ra I là trung điểm AB

Suy ra $I(2;0;-3)$.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $2^x > 3$ là

A. $x < \log_3 2.$

B. $x < \log_2 3.$

C. $x > \log_3 2.$

D. $x > \log_2 3.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}.$

B. $\frac{a^3}{4}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

D. $\frac{3a^3}{4}.$

Lời giải

Chọn D

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin \widehat{BAC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{4}.$$

Câu 22: Tìm giá trị lớn nhất $y = e^x + x$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $e - 2.$

B. $e + 2.$

C. $e^2 - 2.$

D. $e^2 + 2.$

Lời giải

Chọn D

$y' = e^x + 1 > 0 \quad \forall x \in [-2;2]$. Suy ra hàm số y đồng biến trên $[-2;2]$

Suy ra $\max_{[-2;2]} y = y(2) = e^2 + 2.$

Câu 23: Giá dầu thô WTI hôm nay (ngày 6/1/2023) là 81 USD. Giả sử ngày mai (ngày 7/1/2023) giảm 10% và ngày kia (ngày 8/1/2023) tăng 10%. Hỏi giá dầu thô WTI ngày 8/1/2023 là bao nhiêu USD?

A. 80.

B. 80,19.

C. 81.

D. 81,19.

Lời giải

Chọn D

Giá dầu ngày ngày 7/1/2023 là: $81 \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 72,9$ USD.

Giá dầu ngày ngày 8/1/2023 là: $72,9 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 80,19$ USD.

Câu 24: Đội thanh niên xung kích gồm 15 học sinh (10 học sinh nam và 5 học sinh nữ). Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh đi làm nhiệm vụ, tính xác suất để 2 học sinh được chọn cùng giới tính.

A. $\frac{13}{21}$.

B. $\frac{10}{21}$.

C. $\frac{5}{21}$.

D. $\frac{11}{21}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^2$.

Gọi A là biến cố để 2 học sinh được chọn cùng giới tính.

+) Số cách chọn hai học sinh nam là C_{10}^2

+) Số cách chọn hai học sinh nữ là C_5^2

Từ đó suy ra $n(A) = C_{10}^2 + C_5^2$

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^2 + C_5^2}{C_{15}^2} = \frac{55}{105} = \frac{11}{21}$.

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 6$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số cộng.

A. $u_{10} = 33$.

B. $u_{10} = 30$.

C. $u_{10} = 39$.

D. $u_{10} = 36$.

Lời giải

Chọn A

$u_{10} = u_1 + 9d = 6 + 9 \cdot 3 = 33$.

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a$, cạnh bên $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot 2a = a^3.$$

Câu 27: Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy $r = a$ và thể tích $V = 2\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. **D. $4\pi a^2$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } V = 2\pi a^3 \Leftrightarrow \pi r^2 h = 2\pi a^3 \Leftrightarrow h = 2a.$$

$$\text{Suy ra } S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2.$$

Câu 28: Với mọi cặp số dương a, b thỏa mãn $\log_3 a + 2\log_3 b - 2 = 0$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $ab^2 = 9$.** B. $a + b^2 = 9$. C. $a + 2b = 9$. D. $ab^2 = 8$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_3 a + 2\log_3 b - 2 = 0 \Leftrightarrow \log_3 a + \log_3 b^2 = 2 \Leftrightarrow \log_3 (ab^2) = 2 \Leftrightarrow ab^2 = 9.$$

Câu 29: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.** C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h \text{ với } h \text{ chính là đường cao của tam giác } SAB.$$

$$\text{Do đó, } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 30: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. 12π .** B. 18π . C. 6π . D. 36π .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot \sqrt{5^2 - 3^2} = 12\pi.$$

Câu 31: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V và M là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Thể tích khối chóp $M.ABC$ là

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3}d(M, (ABC)).S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}d(A'(ABC)).S_{\Delta ABC} = \frac{V}{3}.$$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				5		$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $-1 \leq m \leq 1.$

B. $-3 < m < 5.$

C. $-3 \leq m \leq 5.$

D. $-1 < m < 1.$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -3 < m < 5.$

Câu 33: Với a là số thực dương tùy ý. Ta có $\log_2(2a^3)$ bằng

A. $\frac{1}{3} + \log_2 a.$

B. $1 + 3 \log_2 a.$

C. $3 \log_2 a.$

D. $\frac{1}{3} \cdot \log_2 a.$

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(2a^3) = \log_2 2 + \log_2 a^3 = 1 + 3 \log_2 a.$$

Câu 34: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ sao cho $F(1) = 2$. Tính $F(3)$.

A. $F(3) = 2 \ln 3.$

B. $F(3) = 2 - \ln 3.$

C. $F(3) = 2 + \ln 3.$

D. $F(3) = -2 + \ln 3.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, x \in (0; +\infty).$$

$$F(1) = 2 \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow F(x) = \ln x + 2.$$

$$\text{Vậy } F(3) = \ln 3 + 2.$$

Câu 35: Một khối cầu có thể tích $V = 36\pi \text{ cm}^3$. Hỏi bán kính R của khối cầu bằng bao nhiêu?

A. $R = 6 \text{ cm}.$

B. $R = \sqrt{6} \text{ cm}.$

C. $R = 3 \text{ cm}.$

D. $R = \sqrt{3} \text{ cm}.$

Lời giải

Chọn C

$$V = 36\pi \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Rightarrow R = 3 \text{ cm}.$$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$. Tính giá trị biểu thức $T = OA^2 + 2OB^2 - 4OC^2$.

A. 19.

B. -19

C. -9.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ nên tọa độ của chúng là: $A(1;2;0), B(0;2;-3), C(1;0;-3)$.

Do đó, $T = OA^2 + 2OB^2 - 4OC^2 = (1^2 + 2^2 + 0) + 2(0 + 2^2 + 3^2) - 4(1^2 + 0 + 3^2) = -9$.

Câu 37: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-3x+2}$.

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định : $(2; +\infty)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-3x+2} = 0$ nên $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{(x-1)\sqrt{x-2}} = +\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 38: Tính thể tích của khối tứ diện đều biết chiều cao tứ diện bằng a .

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

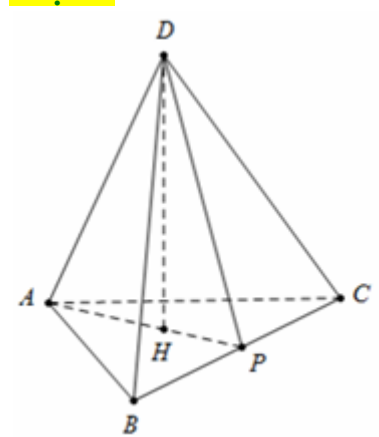
B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Xét tứ diện đều $ABCD$ cạnh $AB = x$, P là trung điểm BC , đường cao $DH = a$

$AP = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{x\sqrt{3}}{3}$. Áp dụng định lí Pi-ta-go trong tam giác ADH ta có:

$$DH^2 + HA^2 = DA^2 \Rightarrow a^2 + \frac{x^2}{3} = x^2 \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Do đó: } S_{\Delta ABC} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{8}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot DH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}.$$

Câu 39: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^2 - 4}$.

A. $\frac{1}{4} \ln \left(\frac{2 + \sin x + \cos x}{2 - \sin x - \cos x} \right) + C.$

B. $-\frac{1}{4} \ln \left(\frac{2 + \sin x + \cos x}{2 - \sin x - \cos x} \right) + C.$

C. $\frac{1}{4} \ln \left(\frac{2 + \sin x - \cos x}{2 - \sin x + \cos x} \right) + C.$

D. $\frac{1}{4} \ln \left(\frac{\sin x + \cos x + 2}{\sin x + \cos x - 2} \right) + C.$

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x) dx = \int \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^2 - 4} dx$$

$$\text{Đặt } \sin x + \cos x = t \Rightarrow (\sin x - \cos x) dx = -dt$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = - \int \frac{dt}{t^2 - 4} = \frac{1}{4} \int \left(\frac{1}{t+2} - \frac{1}{t-2} \right) dt = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{t+2}{t-2} \right| + C = \frac{1}{4} \ln \frac{2 + \sin x + \cos x}{2 - \sin x - \cos x} + C.$$

Câu 40: Cho các số dương a, b thay đổi luôn thỏa mãn $b > a > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_a b + \frac{1}{\log_a b - 1}.$$

A. $2\sqrt{2}$

B. $\frac{13}{4}$

C. 3

D. $3\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_a b = t$. Do $1 < a < b \Rightarrow \log_a b > 1 \Rightarrow t > 1$. Áp dụng BĐT Co-si cho 2 số dương $t-1; \frac{1}{t-1}$

$$\text{Ta có: } P = t + \frac{1}{t-1} = (t-1) + \frac{1}{t-1} + 1 \geq 2\sqrt{(t-1) \cdot \frac{1}{t-1}} + 1 = 3.$$

$$\text{Dấu } = \text{ xảy ra } \Leftrightarrow t-1 = \frac{1}{t-1} \Leftrightarrow t = 2. \text{ Vậy GTNN của } P \text{ bằng } 3 \text{ khi } b = a^2.$$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SC , biết $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.AMB$ theo a .

A. $\frac{1}{2}a^3.$

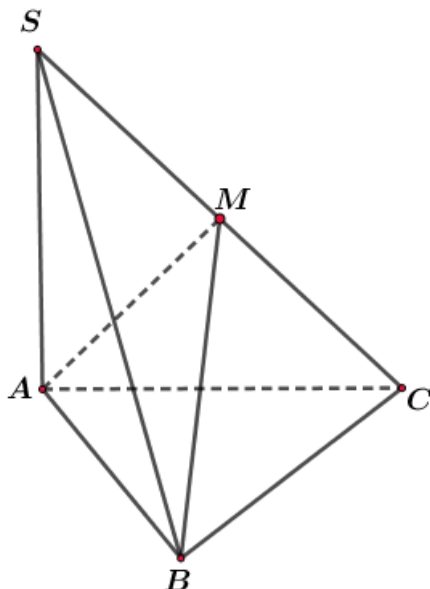
B. $\frac{1}{4}a^3.$

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3.$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3.$

Lời giải

Chọn B



Vì M là trung điểm của SC nên

$$V_{S.AMB} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{12} \cdot a \sqrt{3} \cdot a \cdot \sqrt{4a^2 - a^2} = \frac{1}{4} a^3.$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(9; 6; 2)$ và $B(-3; 4; 6)$. Biết điểm $M(a; b; 0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

A. -8.

B. -7.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

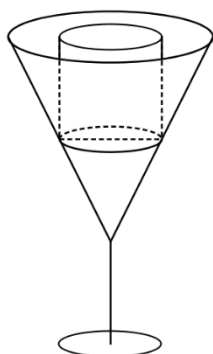
Chọn C

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(3; 5; 4)$

Khi đó $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}| = 2 \cdot MI \geq 2 \cdot HI$, với $H(3; 5; 0)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oxy)

Dấu “=” xảy ra khi $M \equiv H(3; 5; 0) \Rightarrow a + b = 8$.

Câu 43: Một viên đá hình trụ đặc có bán kính đáy bằng $2cm$, chiều cao bằng $4cm$ được đặt vừa khít vào trong một chiếc ly rỗng có phần chứa nước là một hình nón như hình vẽ. Biết rằng chiều cao của phần chứa nước của ly gấp đôi chiều cao viên đá, miệng ly bằng bề mặt viên đá. Tính thể tích nước (ml) cần đổ vào ly cho đầy, làm tròn đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy, biết do lực đẩy Archimedes, khi đổ nước vào, có 8% thể tích viên đá nổi lên phía trên mặt nước.



A. 84,78ml .

B. 130,02ml .

C. 87,80ml .

D. 83,78ml .

Lời giải

Chọn D

Gọi r_1, r_2 lần lượt là bán kính đáy của phần chứa nước và viên đá, ta có $r_2 = 2cm, r_1 = 2r_2 = 4cm$.

Gọi h_1, h_2 lần lượt là chiều cao của phần chứa nước và viên đá, ta có $h_2 = 4cm, r_1 = 2r_2 = 8cm$.

Thể tích nước cần đổ vào ly cho đầy là: $V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 - \pi r_2^2 h_2 \approx 83,78 \text{ (ml)}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x^2 + 2x + m)$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10; 10]$ của m để hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị?

A. 13.

B. 10.

C. 11.

D. 20.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt. Nói cách khác, phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và -1.

$$\begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ 0^2 + 2 \cdot 0 + m \neq 0 \\ (-1)^2 + 2(-1) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Có giá trị nguyên của m thuộc $[-10; 10]$ thỏa yêu cầu bài toán là $-10; -9; -8; \dots; -1$.

Câu 45: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2(3x) - 2\log_3 x^2 = \frac{x^2 - 6x + 9}{4}$.

A. $\frac{5+2\sqrt{3}}{2}$.

B. 4.

C. $5 + 2\sqrt{3}$.

D. $4 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3^2(3x) - 2\log_3 x^2 = \frac{x^2 - 6x + 9}{4}$. Điều kiện của phương trình $x > 0$.

$$\log_3^2(3x) - 2\log_3 x^2 = \frac{x^2 - 6x + 9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (1 + \log_3 x)^2 - 4\log_3 x = \left(\frac{x-3}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (1 - \log_3 x)^2 = \left(\frac{x-3}{2}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \begin{cases} 1 - \log_3 x = \frac{x-3}{2} \\ -1 + \log_3 x = \frac{x-3}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \begin{cases} \log_3 x = \frac{-x+5}{2} \quad (2) \\ \log_3 x = \frac{x-1}{2} \quad (3) \end{cases} \end{cases}$$

+ $\log_3 x = \frac{-x+5}{2} \quad (2)$ có nghiệm duy nhất $x = 3$ vì hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến, hàm số

$y = \frac{-x+5}{2}$ nghịch biến.

$$+ \log_3 x = \frac{x-1}{2} \Leftrightarrow \log_3 x - \left(\frac{x-1}{2}\right) = 0.$$

$$\text{Đặt } y = \log_3 x - \left(\frac{x-1}{2} \right) \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln 3} - \frac{1}{2} \Rightarrow y'' = \frac{-1}{x^2 \ln 3} < 0.$$

Vậy phương trình (3) có không quá 2 nghiệm. Phương trình (3) có 2 nghiệm $x = 1, x = 3$.

Vậy tổng các nghiệm là $1 + 3 = 4$.

Câu 46: Tìm số các số nguyên dương a không vượt quá 10 để phương trình $9^{1-\frac{1}{x^2}} - a \cdot 3^{1-\frac{1}{x^2}} + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 7.

B. 5.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$9^{1-\frac{1}{x^2}} - a \cdot 3^{1-\frac{1}{x^2}} + 2 = 0$$

Điều kiện $x \neq 0$.

$$\text{Đặt } t = 3^{1-\frac{1}{x^2}} (0 < t < 3). \text{ Vì } 1 - \frac{1}{x^2} < 1.$$

Ta được phương trình $t^2 - at + 2 = 0$ (2). Bài toán đưa về tìm số các số nguyên dương a không vượt quá 10 để phương trình $t^2 - at + 2 = 0$ (2) có 1 nghiệm duy nhất t_0 ($0 < t_0 < 3$).

Vì mỗi t , ($0 < t < 3$) thì phương trình $t = 3^{1-\frac{1}{x^2}}$ có 2 giá trị phân biệt của x .

$$t^2 - at + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = t + \frac{2}{t} \\ 0 < t < 3 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } h(t) = t + \frac{2}{t} \Rightarrow h'(t) = 1 - \frac{2}{t^2} = \frac{t^2 - 2}{t^2}.$$

$$h'(t) = 0 \Rightarrow t = \sqrt{2}.$$

Bảng biến thiên

t	0	$\sqrt{2}$	3
$h'(t)$		—	+
$h(t)$	$+\infty$	$2\sqrt{2}$	$\frac{11}{3}$

Dựa vào bảng biến thiên ta được $2\sqrt{2} \leq a < \frac{11}{3}$. Do a là số nguyên dương nên $a = 3$.

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AA' và N là điểm nằm trên cạnh DD' sao cho $DN = 3ND'$. Mặt phẳng (BMN) chia khối lập phương thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 ($V_1 < V_2$), tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{3}{5}$.

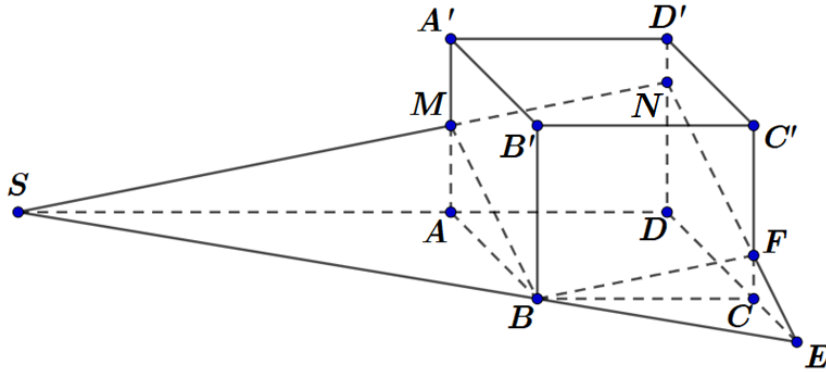
B. $\frac{5}{11}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $S = MN \cap AD$, $E = SB \cap DC$ và $E = NF \cap DC$.

$$\text{Ta có } \frac{MA}{ND} = \frac{\frac{1}{2}AA'}{\frac{3}{4}DD'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SE} = \frac{SM}{SN} = \frac{MA}{ND} = \frac{2}{3} \text{ và } \frac{EF}{EN} = \frac{EC}{ED} = \frac{EB}{ES} = \frac{ES - SB}{ES} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ta có } V_{MAB.NDCF} = V_{SNDE} - V_{SMAB} - V_{BCFE} = V_{SNDE} - \frac{SM}{SN} \frac{SA}{SD} \frac{SB}{SE} V_{SNDE} - \frac{EF}{EN} \frac{EB}{ES} \frac{EC}{ED} V_{SNDE}$$

$$= V_{SNDE} - \left(\frac{SM}{SN}\right)^3 V_{SNDE} - \left(\frac{EF}{EN}\right)^3 V_{SNDE} = V_{SNDE} - \left(\frac{2}{3}\right)^3 V_{SNDE} - \left(\frac{1}{3}\right)^3 V_{SNDE} = \frac{2}{3} V_{SNDE}.$$

$$\text{Mà } V_{SNDE} = \frac{1}{3} ND.S_{SDE} = \frac{1}{6} ND.DS.DE = \frac{1}{6} \frac{3}{4} DD'.3DA.\frac{3}{2} DC = \frac{9}{16} V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

$$\Rightarrow V_{MAB.NDCF} = \frac{2}{3} V_{SNDE} = \frac{3}{8} V_{ABCD.A'B'C'D'} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}.$$

Câu 48: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 + 2x^3 - 10x^2 - 2x + 1}$ có dạng $F(x) = \frac{a}{b} \ln \left| \frac{x^2 - cx - 1}{x^2 + dx - 1} \right|$,

trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a + b + c + d$.

A. 24.

B. 21.

C. 15.

D. 13.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 2x^3 - 10x^2 - 2x + 1} dx &= \int \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{x^2 + 2x - 10 - 2\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} dx = \int \frac{d\left(x - \frac{1}{x}\right)}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x - \frac{1}{x}\right) - 8} \\ &= \frac{1}{6} \int \frac{\left(x - \frac{1}{x} + 4\right) - \left(x - \frac{1}{x} - 2\right)}{\left(x - \frac{1}{x} - 2\right)\left(x - \frac{1}{x} + 4\right)} d\left(x - \frac{1}{x}\right) = \frac{1}{6} \int \left[\frac{d\left(x - \frac{1}{x}\right)}{x - \frac{1}{x} - 2} - \frac{d\left(x - \frac{1}{x}\right)}{x - \frac{1}{x} + 4} \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{6} \ln \left| x - \frac{1}{x} - 2 \right| - \frac{1}{6} \ln \left| x - \frac{1}{x} + 4 \right| + C = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{x - \frac{1}{x} - 2}{x - \frac{1}{x} + 4} \right| + C = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 + 4x - 1} \right| + C.$$

Câu 49: Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng $3a$

A. $\frac{\sqrt{15}}{2}a.$

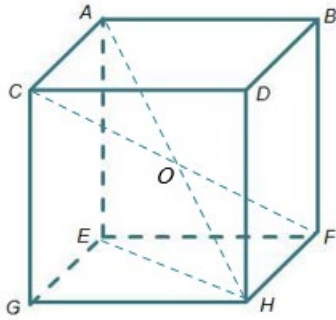
B. $\frac{\sqrt{14}}{2}a.$

C. $\frac{\sqrt{13}}{2}a.$

D. $\frac{\sqrt{11}}{2}a.$

Lời giải

Chọn D



Vì là lăng trụ tứ giác đều nên ta có: $AH = DE = CF = BF$: là các đường chéo của lăng trụ tứ giác đều.

Do vậy tâm O của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ tứ giác đều là giao điểm của 4 đường chéo AH, DE, CF, BF .

Ta có $EG = EF = a \Rightarrow EH = a\sqrt{2} \Rightarrow AH = \sqrt{EA^2 + EH^2} = a\sqrt{11}$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ tứ giác đều là $R = \frac{AH}{2} = \frac{a\sqrt{11}}{2}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Tìm tổng các số nguyên m sao cho phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 7 nghiệm phân biệt.

A. 0.

B. 3.

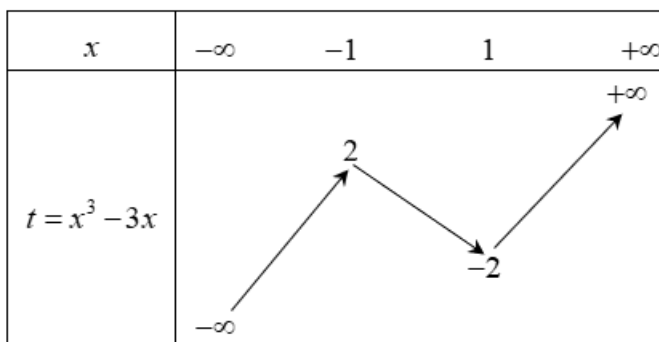
C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn A

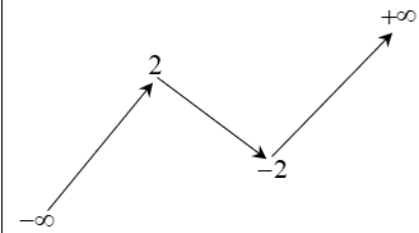
Đặt $t = x^3 - 3x$ (1). Ta có BBT của hàm số $t = x^3 - 3x$:



Khi đó ta có: $f(x^3 - 3x) = m \Leftrightarrow f(t) = m \Leftrightarrow t^3 - 3t^2 + 2 = m$ (2)

Để phương trình (1) có 7 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có 3 nghiệm t trong đó có 2 nghiệm $t \in (-2; 2)$ và 1 nghiệm $t > 2$ hoặc $t < -2$.

Ta có BBT của hàm số $y = t^3 - 3t^2 + 2$:

t	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$y = t^3 - 3t^2 + 2$				

Dựa vào BBT, để thỏa mãn yêu cầu trên thì $m \in (-2;2) \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-1;0;1\} \Rightarrow \sum_{-1}^1 m = 0$