TOÁN THẦY AN

CHUYÊN ĐỀ: KHẢO SÁT HÀM SỐ (QUYỂN 1)

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

Đây là sách của:

CHUYÊN ĐỀ

KHẢO SÁT HÀM SỐ

TOÁN THẦY AN

Sưu tầm và biên soạn: Tô Quốc An

facebook.com/toanthayan

toanthayan@gmail.com

DĐ: 0988 32 33 71

BÀI TOÁN 1: XÁC ĐỊNH TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ DỰA VÀO ĐỒ THỊ HÀM SỐ

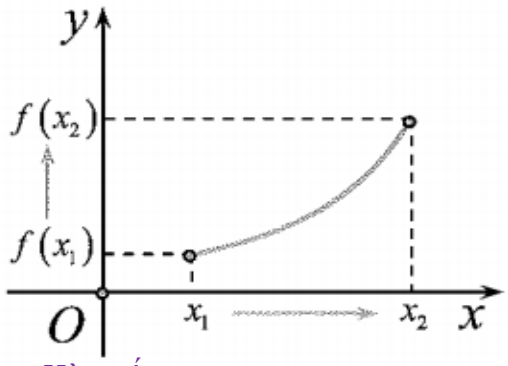
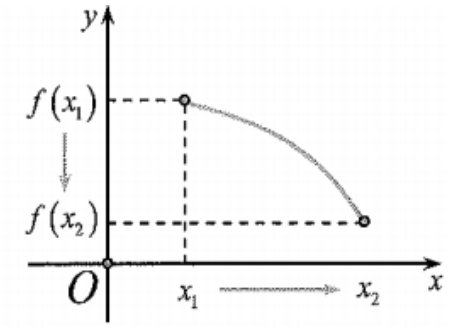
A. LÝ THUYẾT

Bài toán:

Xác định tính đơn điệu của hàm số dựa vào đồ thị hàm số đã cho.

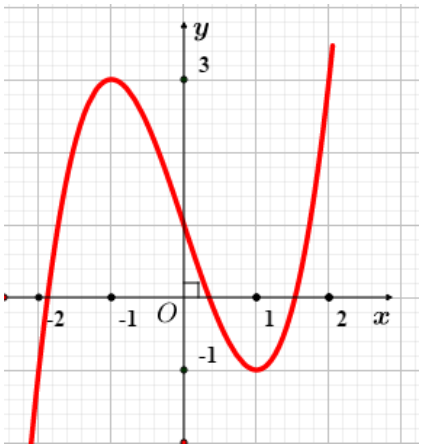
Kí hiệu K là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng

Giả sử hàm số $y=f(x)$ xác định trên K

Hàm số $y=f(x)$ được gọi là ***đồng biến*** (*tăng*) trên K nếu: …….. …….. Khi đó đồ thị hàm số đi lên từ …… *sang* ……	 *Hàm số* ……
Hàm số $y=f(x)$ được gọi là ***nghịch biến*** (*giảm*) trên K nếu: …… …… Khi đó đồ thị hàm số đi xuống từ …. *sang* ……	 *Hàm số* ……
Lưu ý: *Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K được gọi chung là …… trên K.*	

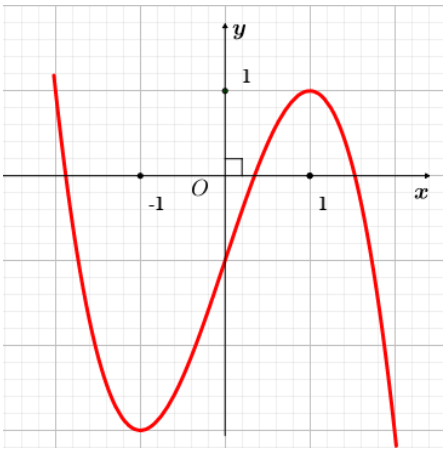
B. VÍ DỤ MINH HỌA:

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



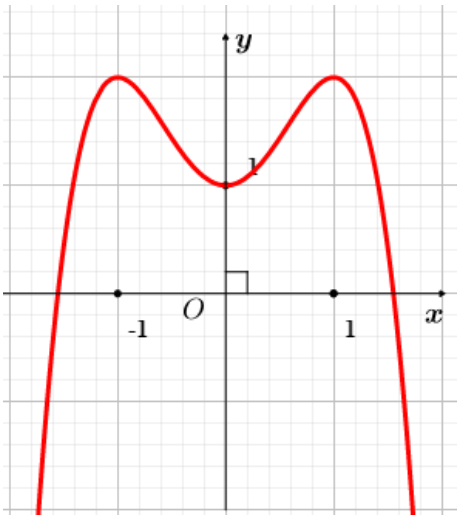
A. $(-2;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

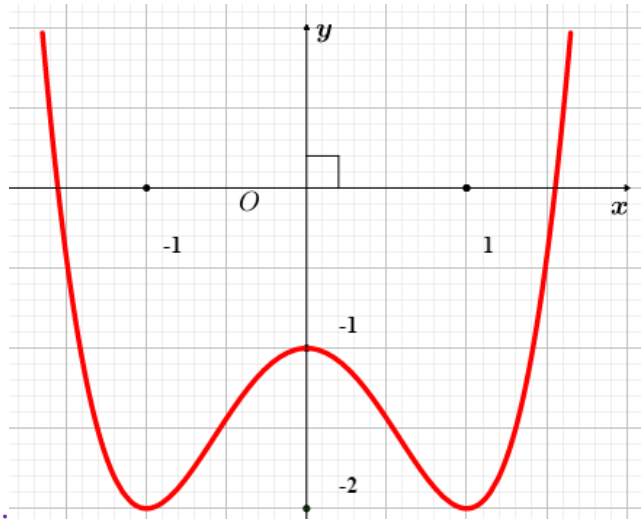
Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

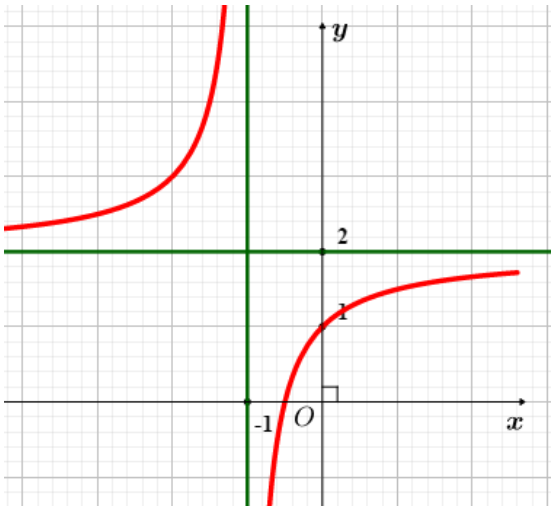
A. $(-1;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình. Tìm câu **đúng**?



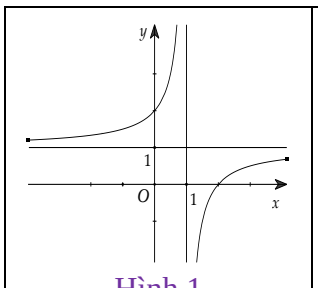
A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$

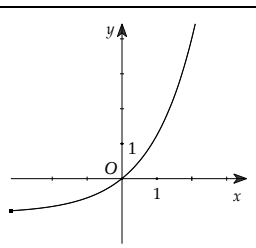
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

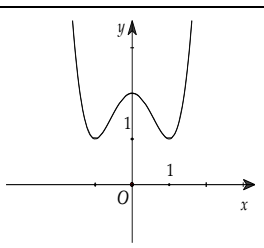
Câu 6: Trong các hàm số được cho bởi các đồ thị sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?



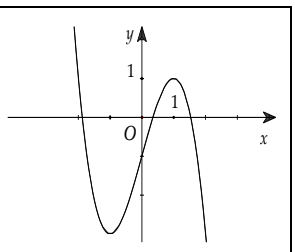
Hình 1



Hình 2



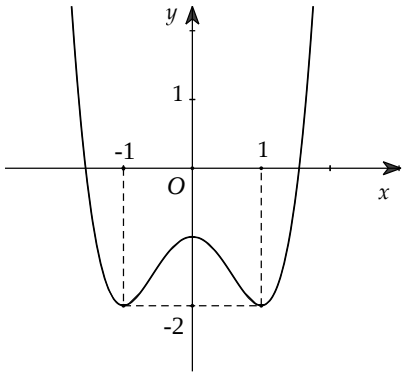
Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 3. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

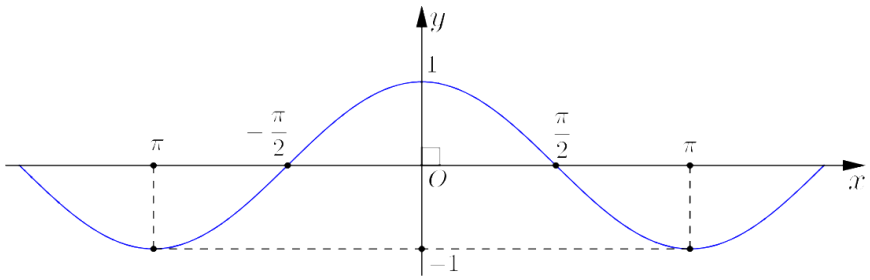
Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hình vẽ bên dưới



Đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-1;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 8: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Xét trên khoảng $(-\pi;\pi)$, khẳng định nào sau đây **đúng**?



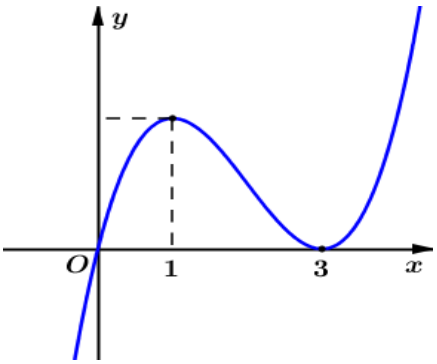
A. Hàm số $|f(x)|$ đồng biến trên $(-\pi;0)$.

B. Hàm số $|f(x)|$ nghịch biến trên $(0;\pi)$.

C. Hàm số $|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ và $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

D. Hàm số $|f(x)|$ đồng biến trên $\left(-\pi;\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng với hàm số $y=f\left(|x|\right)$?

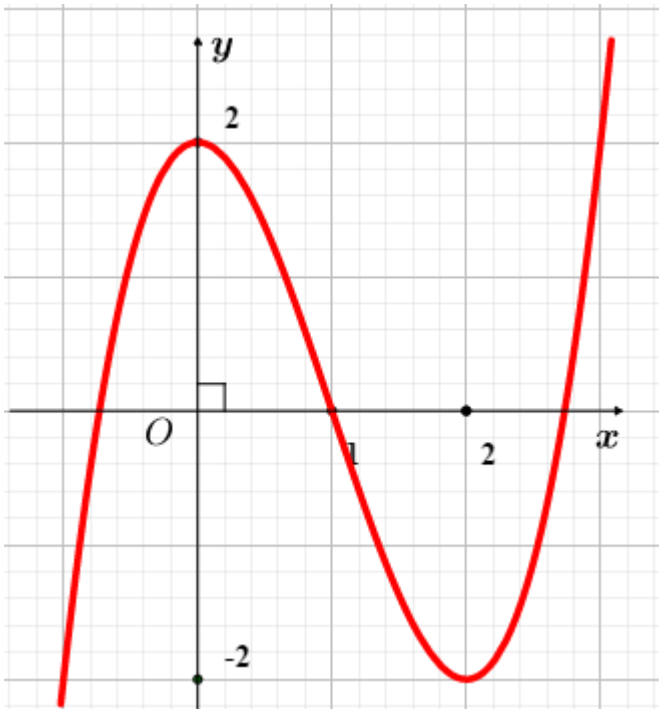
A. Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

C. Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

D. Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ

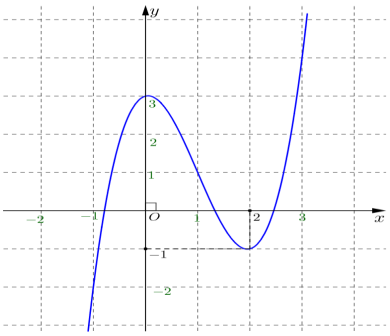


Hàm số $y=f(x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0\,;\,2)$. **B.** $(1\,;\,3)$. **C.** $(-2\,;\,2)$. **D.** $(-1\,;\,2)$.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



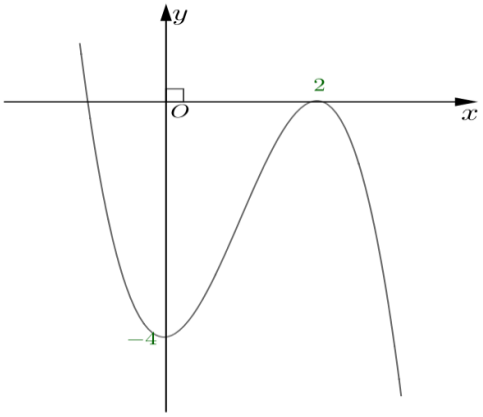
A. Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm câu **đúng**?



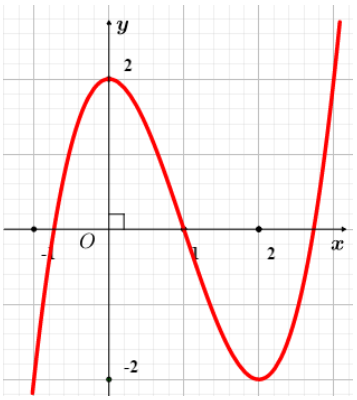
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;0)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



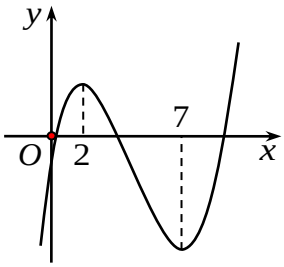
A. $(0;1)$.

B. $(-\infty;1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(-1;0)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm câu **đúng**?



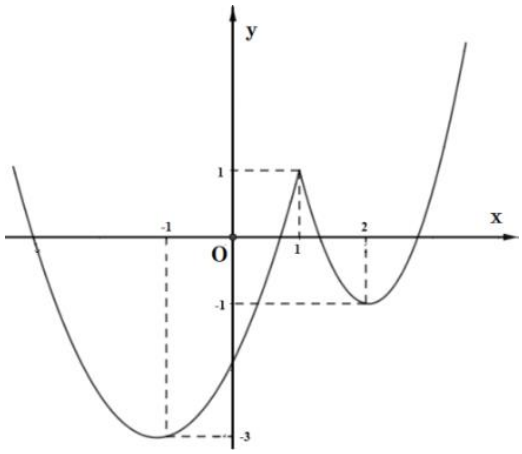
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng với hàm số đó



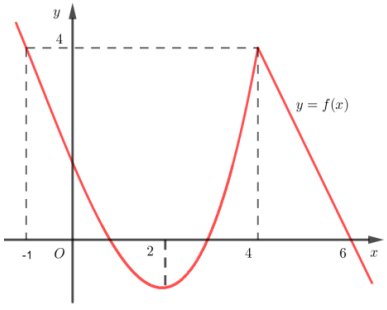
A. Nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(-3;1)$

C. Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

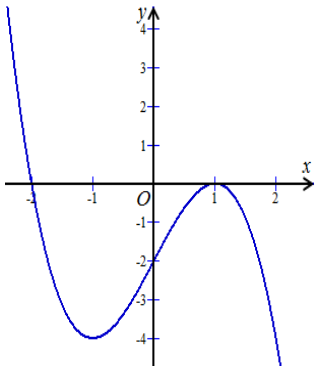
D. Nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



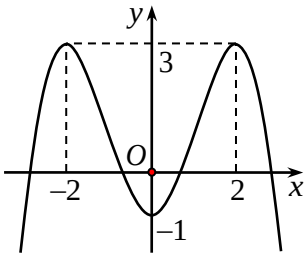
A. $(2;6)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-1;4)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



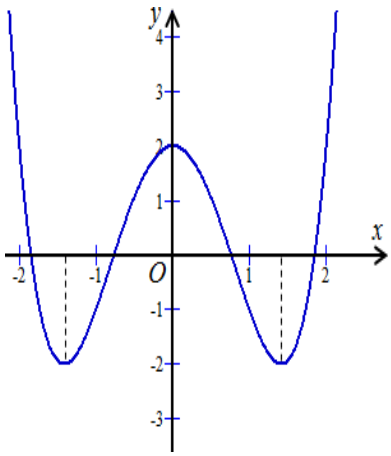
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



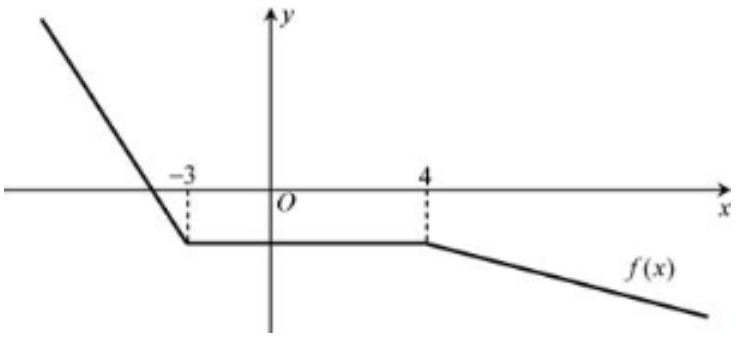
A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét các mệnh đề sau về hàm số $y=f(x)$, có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

(1) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-3)$.

(2) Hàm số có giá trị không đổi trên đoạn $[-3;4]$.

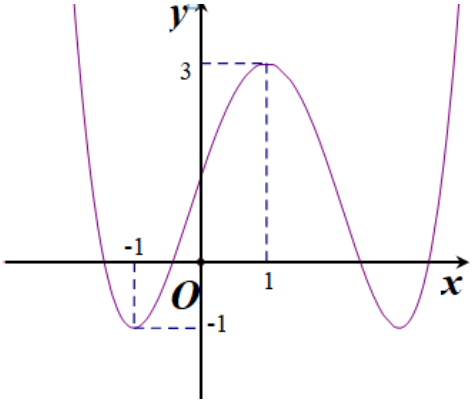
(3) Hàm số đồng biến trên $(-3;4)$.

(4) Hàm số nghịch biến trên $(-3;+\infty)$.

(5) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-3)\cup(4;+\infty)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

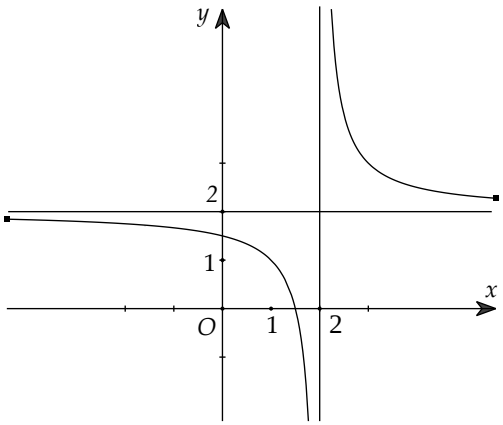
Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

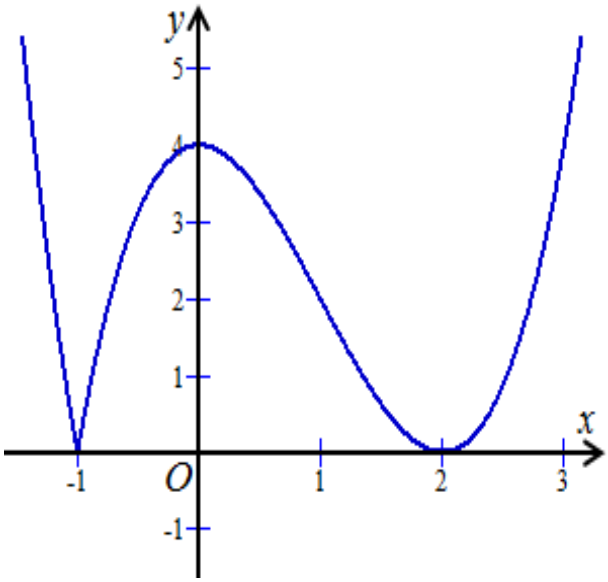
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình. Tìm câu **đúng**?



A. $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\ \forall x\neq 2$. **C.** $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\ \forall x\neq 2$.

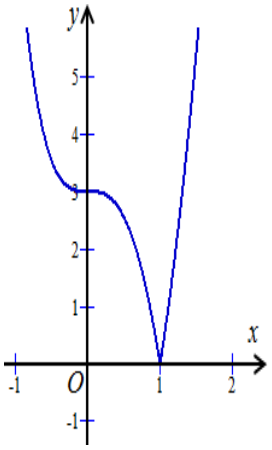
Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các khoảng đồng biến của hàm số là

A. $(-1;0)$ và $(2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)\cup(2;+\infty)$

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

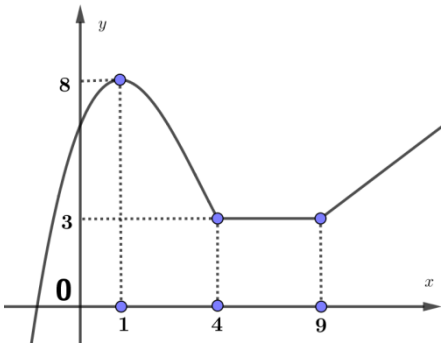
A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$

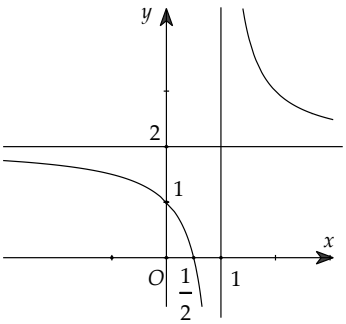
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;8)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

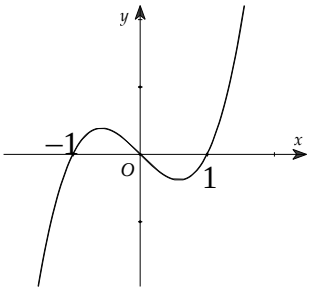
Câu 16: Trong các đồ thị hàm số sau,



đồ thị nào là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{|x-1|}$ đồng biến trên khoảng

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ **B.** $(-1;\,2)$. **C.** $(-\infty;\,1)$ **D.** $(1;+\infty)$

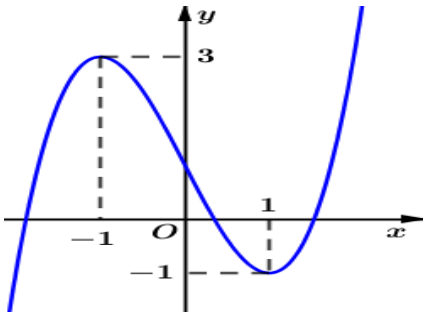
Câu 17: Hàm số $y=f(x)=(x+1)(x^2-x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y=|x+1|(x^2-x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(-1;\,1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)\cup(1;+\infty)$

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng với hàm số $y=|f(x)|$?



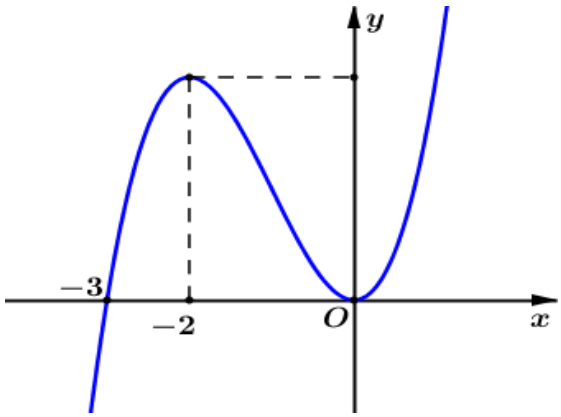
A. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

B. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(1;\ +\infty\right)$.

C. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$.

D. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên khoảng nào?



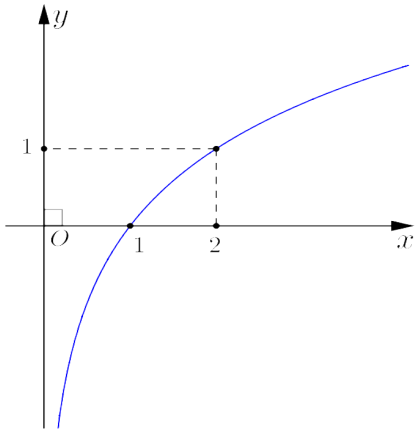
A. $\left(-\infty;-3\right)$.

B. $\left(-\infty;-2\right)$.

C. $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(0;+\infty\right)$.

D. $\left(-3;-2\right)$ và $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 20: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



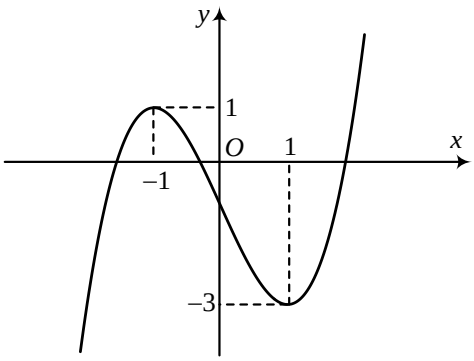
A. Hàm số $f\left(\left|x\right|\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f\left(\left|x\right|\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $f\left(|x|\right)$ nghịch biến trên $\left(-\infty;0\right)$. **D.** Hàm số $f\left(|x|\right)$ đồng biến trên $\left(-1;+\infty\right)$.

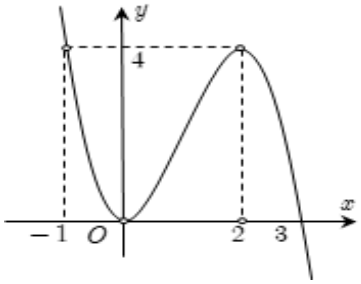
D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: **(Ngô Quyền -Hải Phòng -Lần -2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



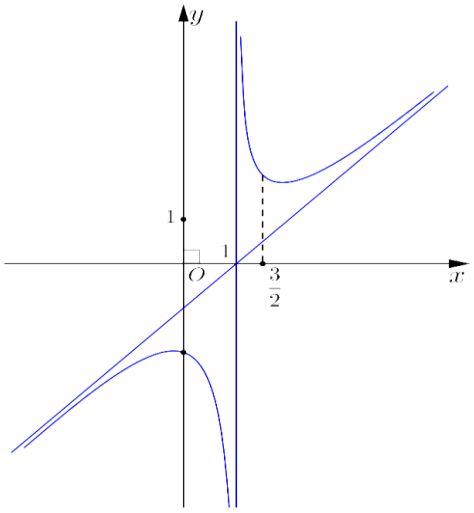
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm câu **đúng**?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$, $(2;3)$.
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$

Câu 3: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



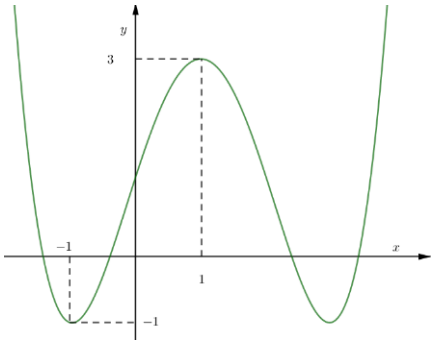
A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ và $\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

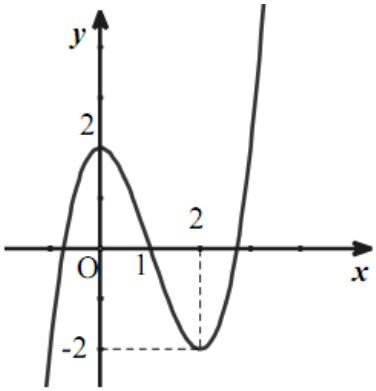
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

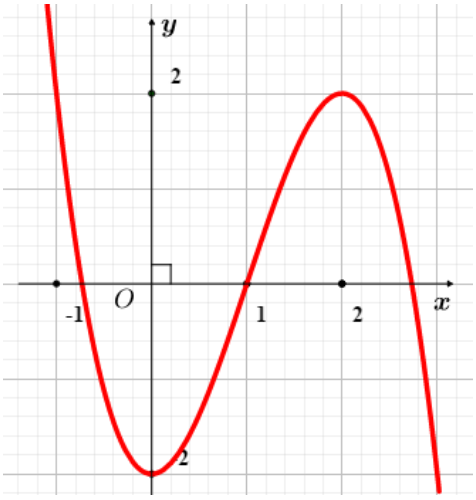
Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

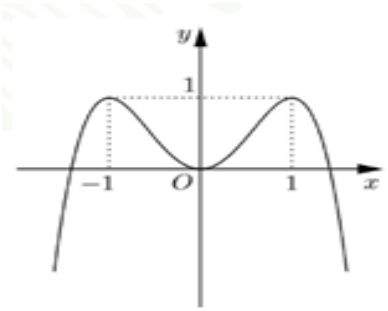
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



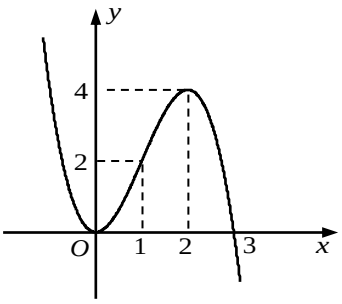
A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



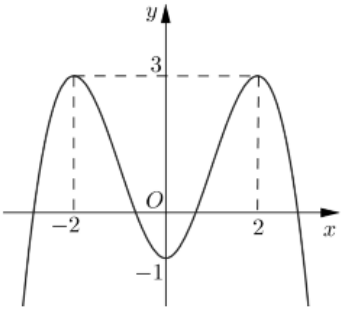
A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



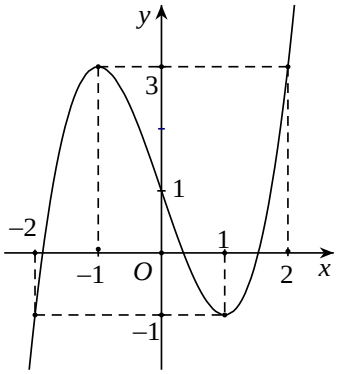
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



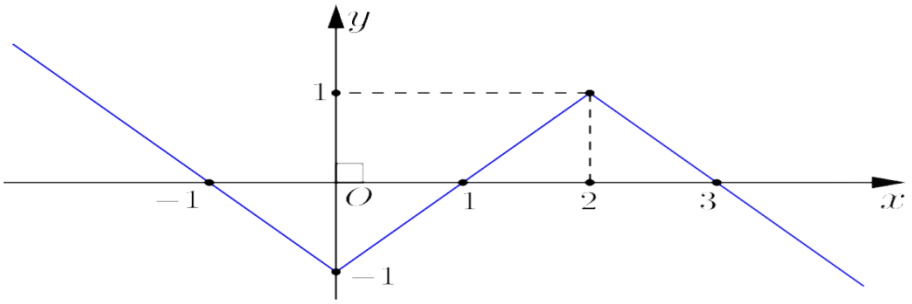
A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 11: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



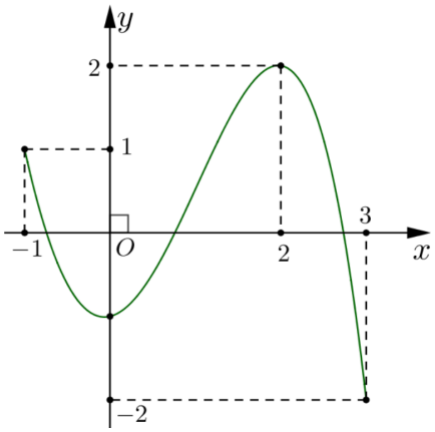
A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

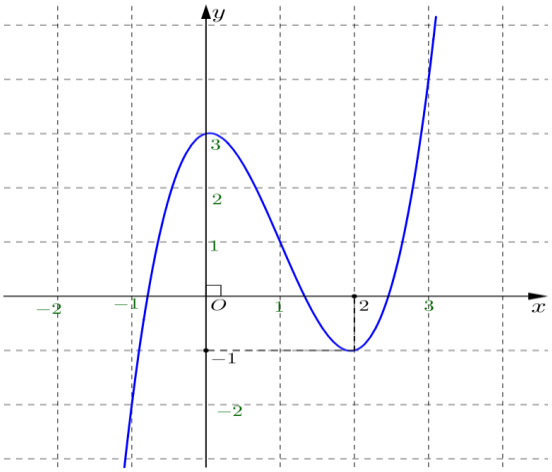
Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. Nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$. **B.** Nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(0;2)$ **D.** Đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



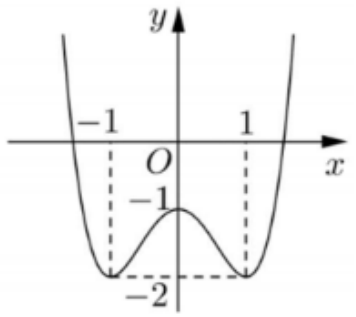
A. Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

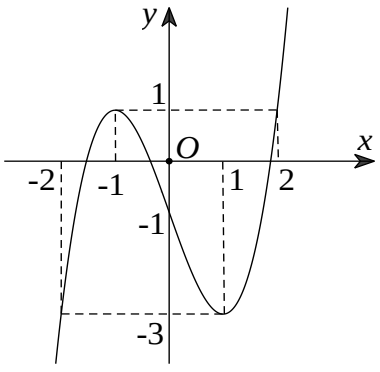
A. $(0;1)$.

B. $(-\infty;-1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(-1;0)$.

Câu 15: **(LÊ HỒNG PHONG HKI 2018-2019)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

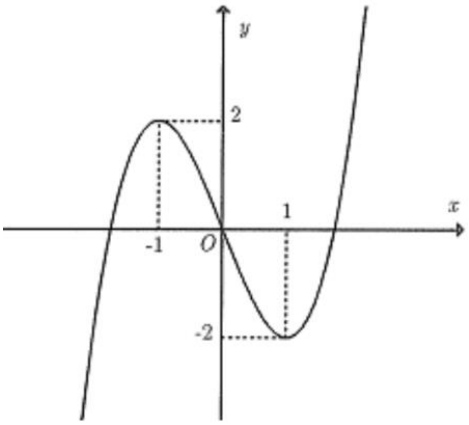
A. $(-2;-1)$.

B. $(-1;2)$.

C. $(-2;1)$.

D. $(-1;1)$.

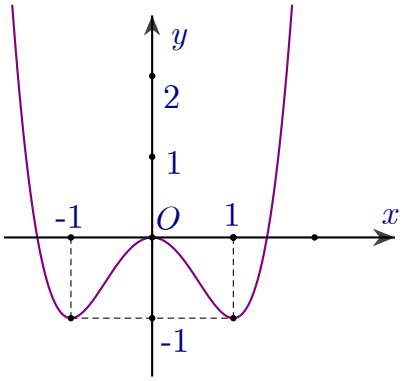
Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-2;+\infty)$

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

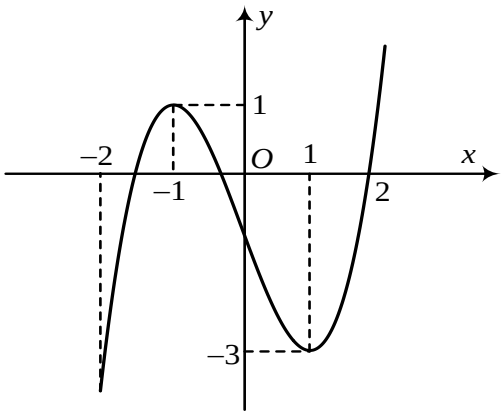


Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

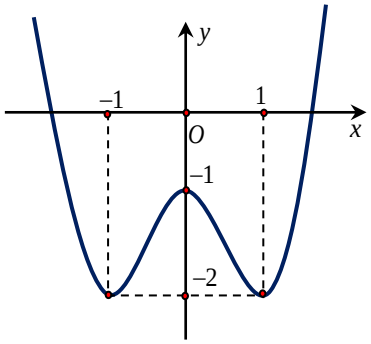
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 18: **(Chuyên ĐH VINH 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



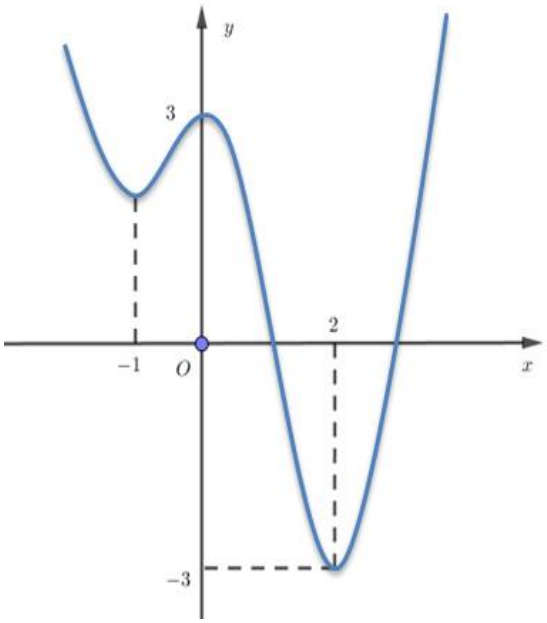
A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 19: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

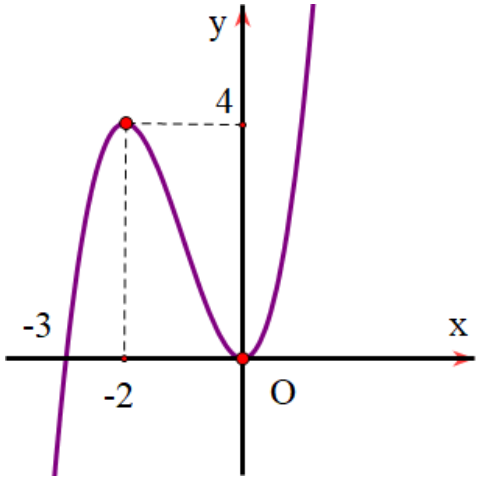
Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, Khẳng định nào sau đây **đúng**:



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

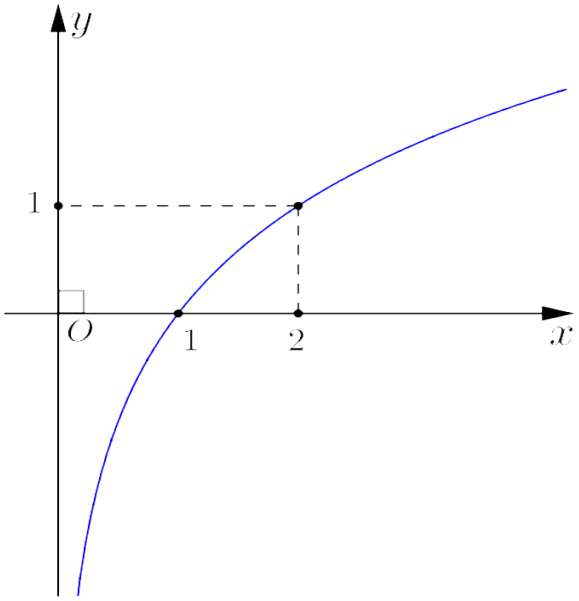
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

Câu 21: **(THPT Yên Dũng 3 - Bắc Giang lần 1- 18-19)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khoảng đồng biến của hàm số



A. $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$ và $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 22: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



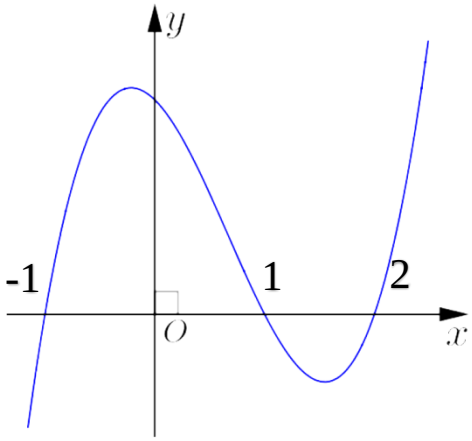
A. Hàm số $\left|f(|x|)\right|$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $\left|f(|x|)\right|$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $\left|f(|x|)\right|$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $\left|f(|x|)\right|$ đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 23: Cho hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



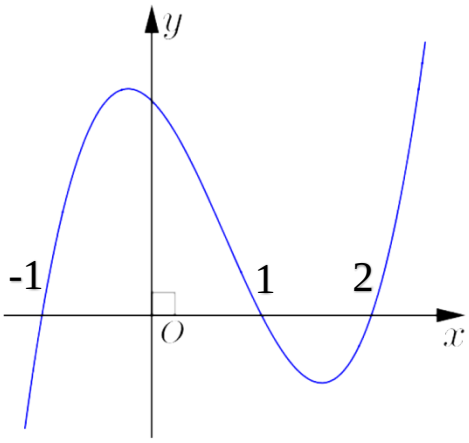
A. Hàm số $y=(x-2)\left|x^2-1\right|$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=(x-2)\left|x^2-1\right|$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số $y=(x-2)\left|x^2-1\right|$ nghịch biến trên $(-1;1)$

D. Hàm số $y=(x-2)\left|x^2-1\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 24: Cho hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số $y=|x-1|(x^2-x-2)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số $y=|x-1|(x^2-x-2)$ đồng biến trên $(0;2)$.

C. Hàm số $y=|x-1|(x^2-x-2)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.

D. Hàm số $y=|x-1|(x^2-x-2)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

BÀI TOÁN 1: XÁC ĐỊNH TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ DỰA VÀO ĐỒ THỊ HÀM SỐ

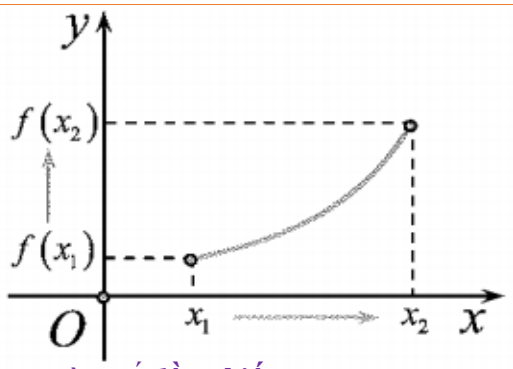
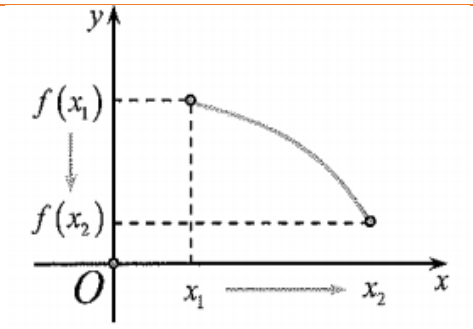
A. LÝ THUYẾT

Bài toán:

Xác định tính đơn điệu của hàm số dựa vào đồ thị hàm số đã cho.

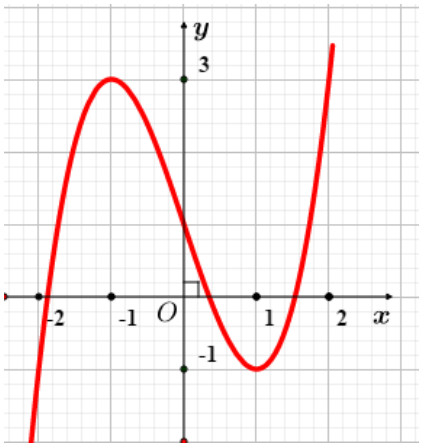
Kí hiệu K là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng

Giả sử hàm số $y=f(x)$ xác định trên K

Hàm số $y=f(x)$ được gọi là ***đồng biến*** (*tăng*) trên K nếu: $\forall x_1,x_2\in K, x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$ Khi đó đồ thị hàm số đi lên từ *trái sang phải*	 *Hàm số **đồng biến***
Hàm số $y=f(x)$ được gọi là ***nghịch biến*** (*giảm*) trên K nếu: $\forall x_1,x_2\in K, x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$ Khi đó đồ thị hàm số đi xuống từ *trái sang phải.*	 *Hàm số **nghịch biến***
Lưu ý: *Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K được gọi chung là đơn điệu trên K.*	

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



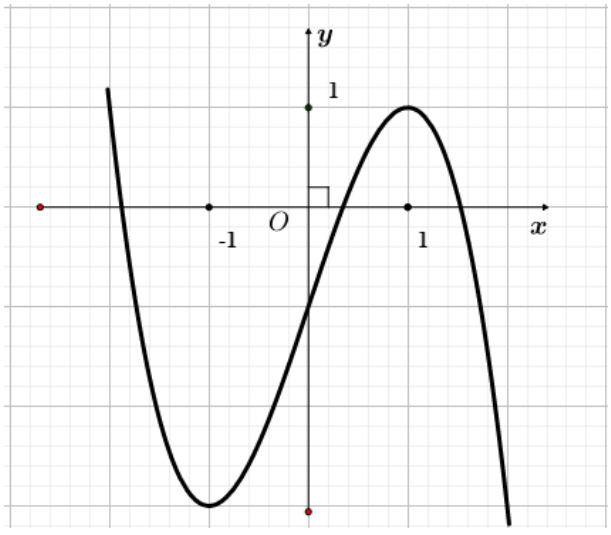
A. $(-2;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

- Xét đáp án A, trên khoảng $(-2;2)$ đồ thị có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến và có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.
- Xét đáp án B, trên khoảng $(0;2)$ đồ thị có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến và có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.
- Xét đáp án C, trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị có hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.
- Xét đáp án D, trên khoảng $(1;2)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên chọn.

Câu 2: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



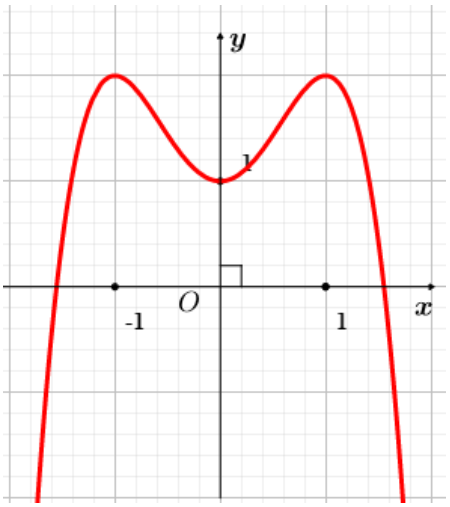
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị hàm số đi lên (theo chiều từ trái qua phải) nên đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 3: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

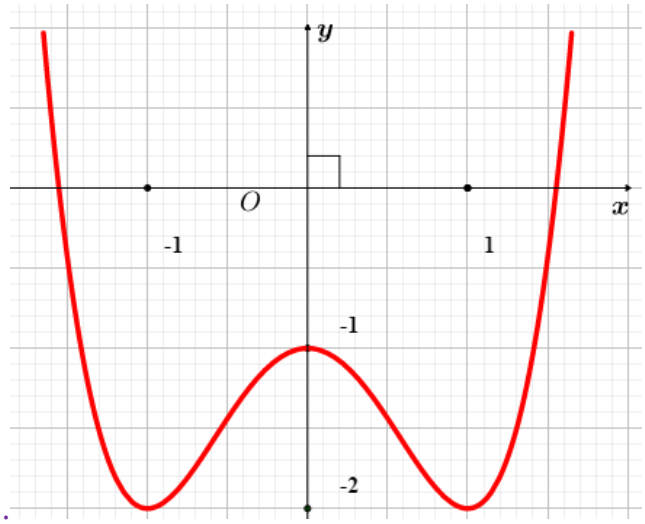
Ta có: Nếu hàm số đồng kiến trên K thì đồ thị *đi lên* từ trái sang phải.

Nếu hàm số nghịch kiến trên K thì đồ thị *đi xuống* từ trái sang phải.

Từ đồ thị trên ta thấy:

Đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$ suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 4: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

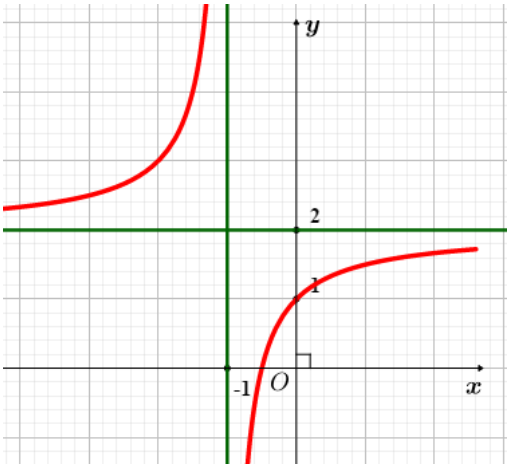
Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị đi lên trong các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 5: **[TH]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình. Tìm câu **đúng**?



A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

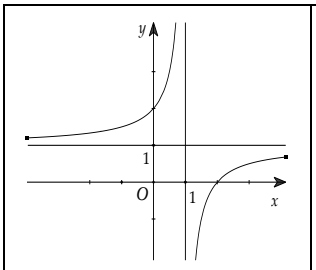
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

Lời giải

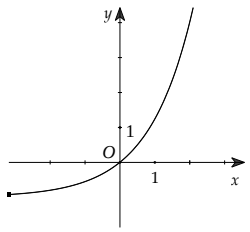
Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng $(-1;+\infty)$ đồ thị hàm số đi lên (theo chiều từ trái qua phải) nên đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

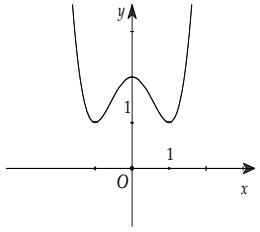
Câu 6: **[TH]** Trong các hàm số được cho bởi các đồ thị sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?



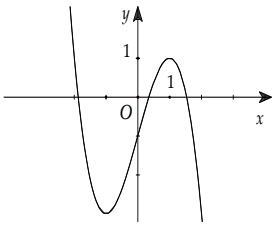
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

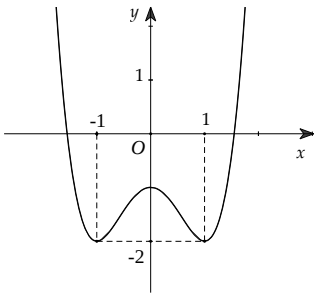
A. Hình 1. **B.** Hình 3. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

Lời giải

Chọn C

- Xét Hình 1, đồ thị hàm số bị gián đoạn tại $x=1$, nên loại.
- Xét Hình 3, đồ thị nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1),(0;1)$, nên loại.
- Xét Hình 2, đồ thị đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên nhận.
- Xét Hình 4, đồ thị nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1),(1;+\infty)$, nên loại.

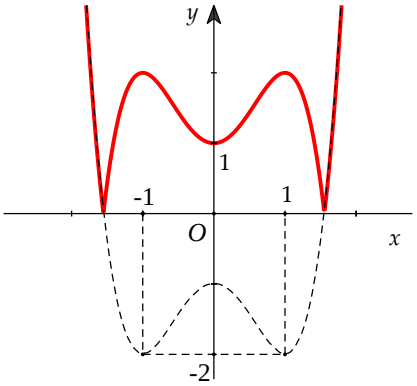
Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hình vẽ bên dưới



Đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải



Chọn B

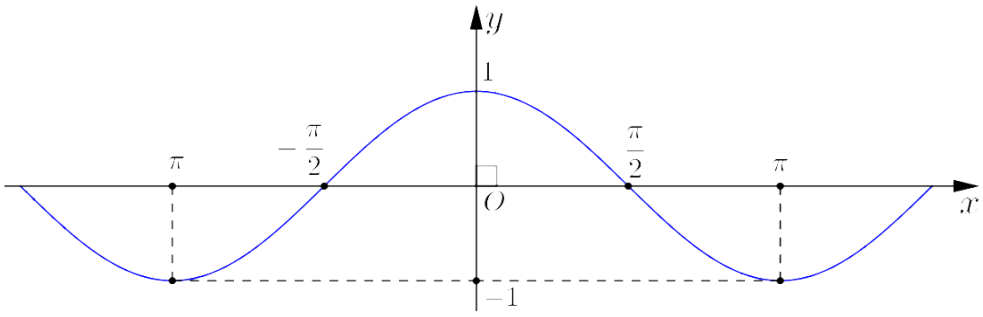
Ta có: $\left|y\right|=\begin{cases}y & \text{khi } y\geq 0\\ -y & \text{khi } y<0\end{cases}$.

Đồ thị $\left(C'\right):y=\left|f\left(x\right)\right|$ được suy ra từ đồ thị $\left(C\right):y=f\left(x\right)$ như sau:

- Giữ nguyên phần $\left(C\right)$ phía trên trục Ox, bỏ phần $\left(C\right)$ dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua trục hoành.

Dựa vào đồ thị $\left(C'\right)$, hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$.

Câu 8: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Xét trên khoảng $\left(-\pi;\pi\right)$, khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số $|f(x)|$ đồng biến trên $(-\pi;0)$.

B. Hàm số $|f(x)|$ nghịch biến trên $(0;\pi)$.

C. Hàm số $|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ và $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

D. Hàm số $|f(x)|$ đồng biến trên $\left(-\pi;\frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

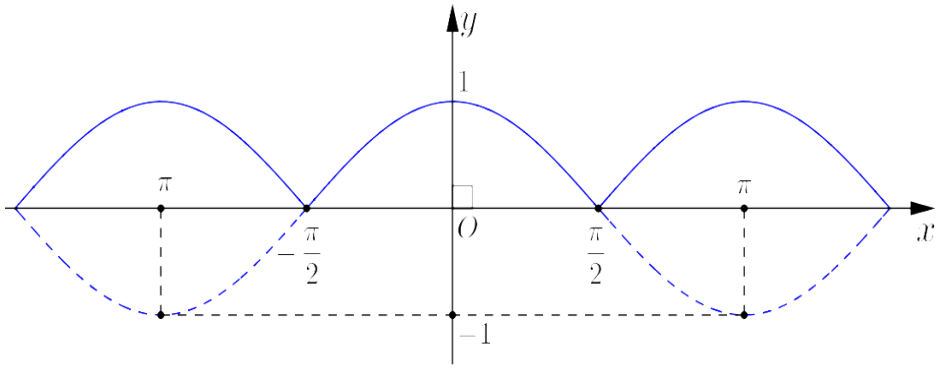
Chọn C

Ta có $|f(x)|=\begin{cases} f(x) & ,f(x)\ge 0 \\ -f(x) & ,f(x)<0 \end{cases}$.

Do đó, đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ gồm 2 phần:

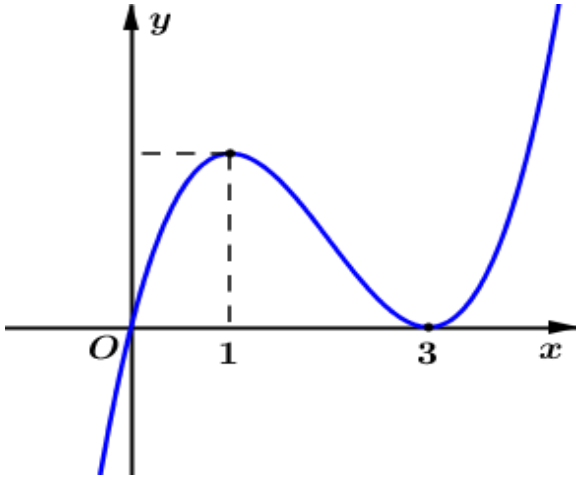
+ Phần 1:phần đồ thị $y=f(x)$ nằm phía trên trục Ox.

+ Phần 2:phần đối xứng phần còn lại của đồ thị $y=f(x)$ qua trục Ox.



Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ và $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng với hàm số $y=f(|x|)$?

A. Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

C. Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

D. Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-1)$.

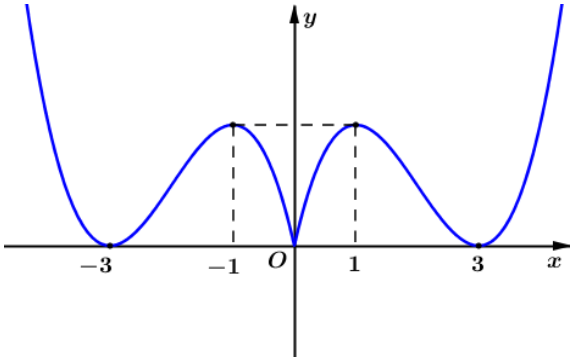
Lời giải

Chọn B

Ta có: $y=f\left(|x|\right)=\begin{cases} f(x) \text{ neu } x\geq 0 \\ f(-x) \text{ neu } x<0 \end{cases}$

Mặt khác hàm số $y=f\left(|x|\right)$ là hàm số chẵn trên tập $\mathbb{R}$. Nên đồ thị của hàm số $y=f\left(|x|\right)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.

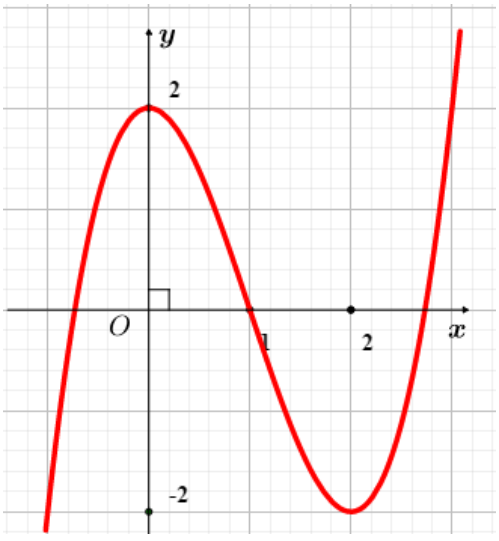
Do đó đồ thị hàm $y=f\left(|x|\right)$ gồm 2 phần: phần 1 giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm bên phải trục Oy, phần 2 lấy đối xứng phần 1 qua trục Oy.



Từ đó suy ra hàm số $y=f\left(|x|\right)$ đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(0;1)$ và $(3;+\infty)$.

Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;0)$ và $(1;3)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ



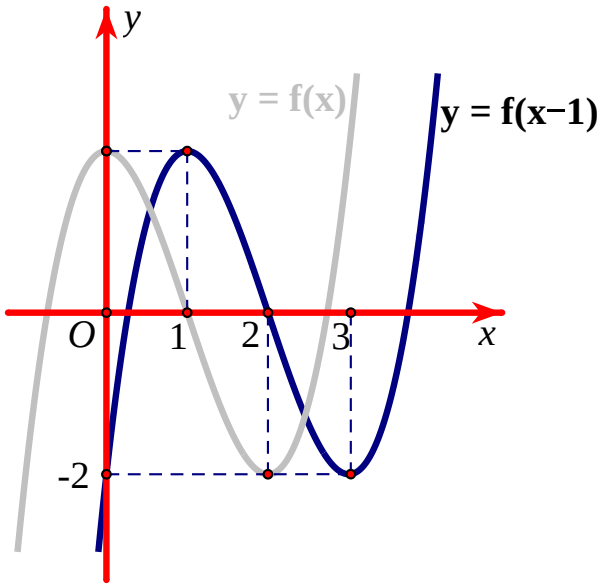
Hàm số $y=f(x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

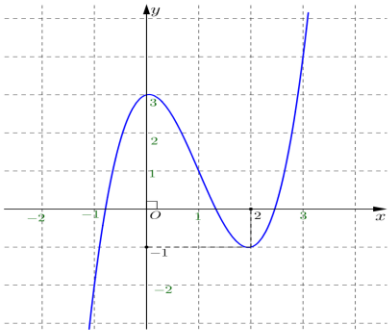
Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$, tịnh tiến theo trục hoành Ox $(+1)$ đơn vị được đồ thị của hàm số $y=f(x-\mathbf{1})$.



Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

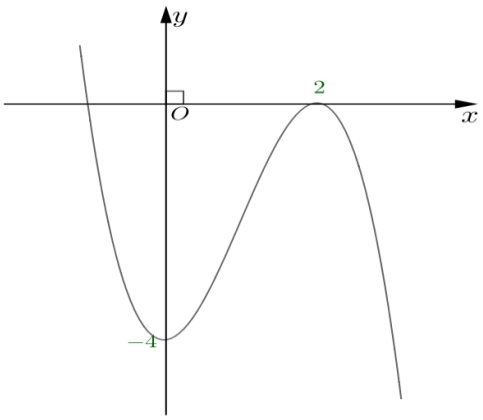
D. Nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm câu **đúng**?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

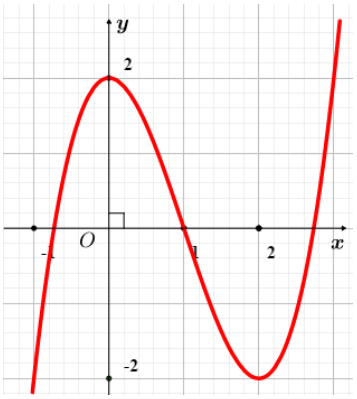
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;0)$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng $(0;2)$, đồ thị hàm số đi lên (theo chiều từ trái qua phải) nên đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



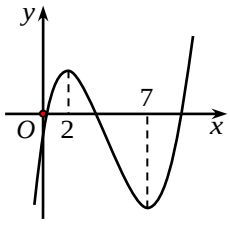
A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng $(-1;0)$ đồ thị hàm số đi lên (theo chiều từ trái qua phải) nên đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm câu **đúng**?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

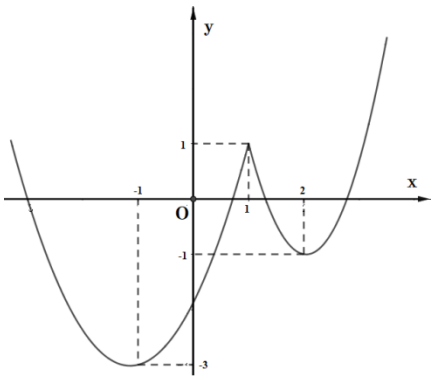
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng $(3;6)$, đồ thị hàm số đi xuống (theo chiều từ trái qua phải) nên nghịch biến trên khoảng $(3;6)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng với hàm số đó



A. Nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(-3;1)$

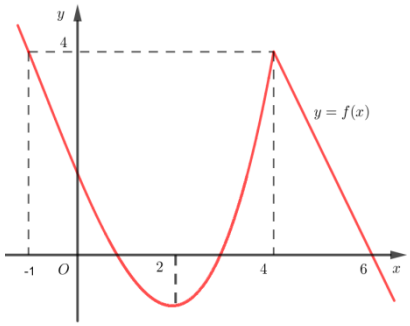
C. Đồng biến trên khoảng $(0;1)$. **D.** Nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Nhận thấy trên khoảng $(0;1)$ đồ thị hàm số là đường có hướng đi lên tính từ trái qua phải nên hàm số trên đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



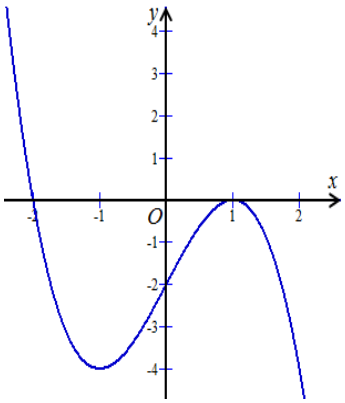
A. $(2;6)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy trên khoảng $(2;4)$ đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi lên từ trái sang phải, suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;4)$. Mà $(3;4)\subset(2;4)$, nên hàm số đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



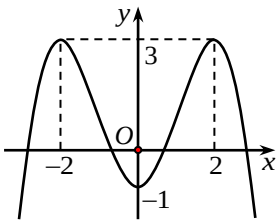
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



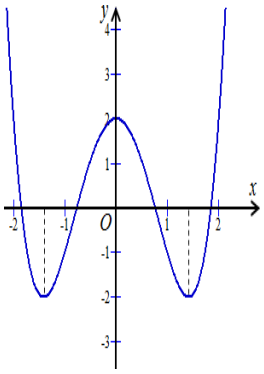
A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng $(-\infty;-2)$, đồ thị hàm số đi lên (theo chiều từ trái qua phải) nên đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



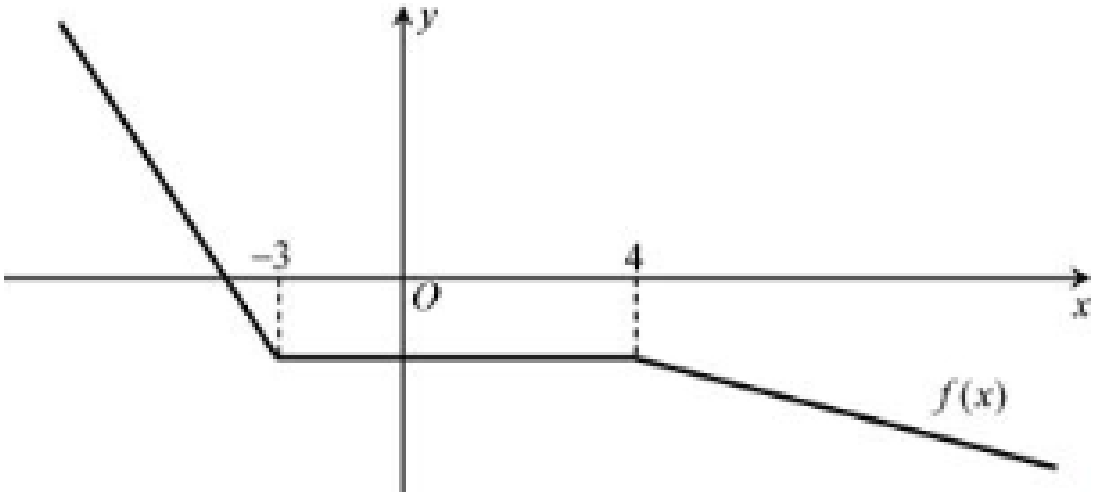
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng $(0;1)$ đồ thị hàm số đi xuống (theo chiều từ trái qua phải) nên nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét các mệnh đề sau về hàm số $y=f(x)$, có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

(1) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-3)$.

(2) Hàm số có giá trị không đổi trên đoạn $[-3;4]$.

(3) Hàm số đồng biến trên $(-3;4)$.

(4) Hàm số nghịch biến trên $(-3;+\infty)$.

(5) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-3)\cup(4;+\infty)$.

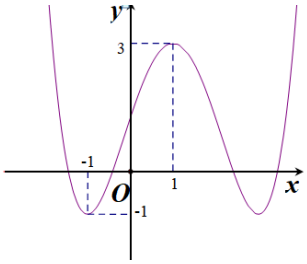
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có các mệnh đề (1), (2) và (5) đúng.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

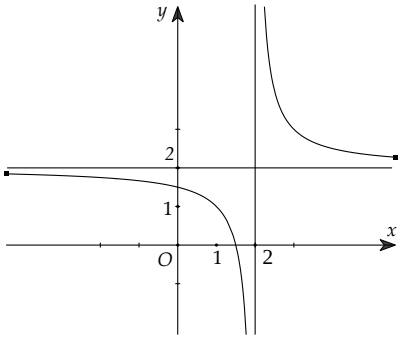
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình. Tìm câu **đúng**?



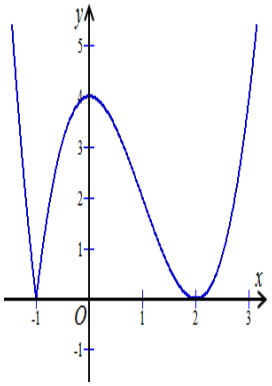
A. $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\ \forall x\neq 2$. **C.** $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\ \forall x\neq 2$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên các khoảng $(-\infty;2),(2;+\infty)$ đồ thị hàm số đi xuống (theo chiều từ trái qua phải) nên nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2),(2;+\infty)$ nên $y'<0,\ \forall x\neq 2$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các khoảng đồng biến của hàm số là

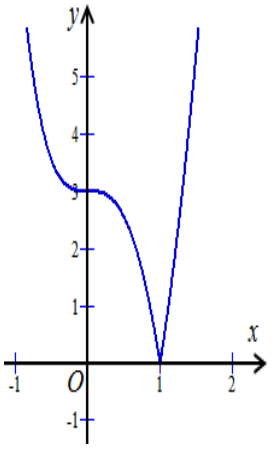
A. $(-1;0)$ và $(2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)\cup(2;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(2;+\infty)$ đồ thị hàm số đi lên (theo chiều từ trái qua phải) nên đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$

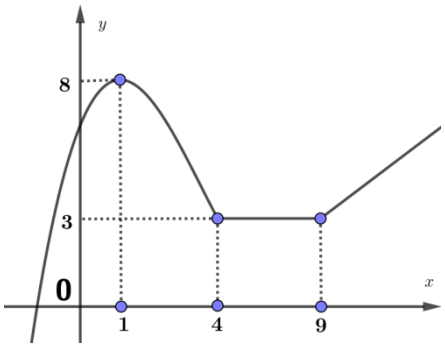
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng $(-\infty;1)$ đồ thị hàm số đi xuống (theo chiều từ trái qua phải) nên nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;8)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

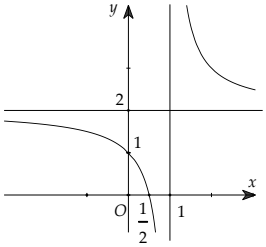
Lời giải

Chọn D

Xét từ trái sang phải, Đáp án A,B loại vì trong khoảng $(1;4)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số nghịch biến, đáp án C loại vì trong khoảng $(4;9)$ đồ thị hàm số là một đường song song trục Ox nên hàm số không đổi.

Đáp án D, trên khoảng (0;1) đồ thị hàm số đi lên liên tục nên hàm số đồng biến trên khoảng đó.

Câu 16: Trong các đồ thị hàm số sau,



đồ thị nào là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{|x-1|}$ đồng biến trên khoảng

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-\infty;1)$ **D.** $(1;+\infty)$

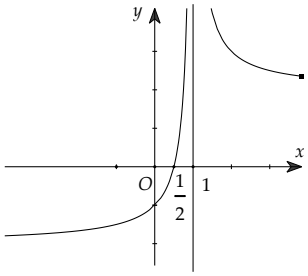
Lời giải

Chọn C

Ta có: $|y|=\begin{cases} y & \text{khi } x>1 \\ -y & \text{khi } x<1 \end{cases}$

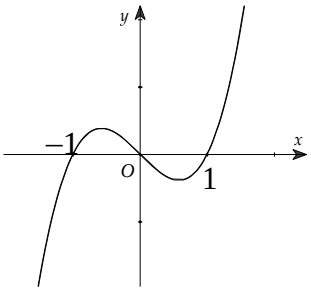
Đồ thị $y=\dfrac{2x-1}{|x-1|}$ được suy ra từ đồ thị $(C):y=f(x)$ như sau:

- Giữ nguyên phần (C) khi $x>1$, bỏ phần (C) khi $x<1$
- Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua trục hoành.



Dựa vào đồ thị (C'), hàm số $y=\dfrac{2x-1}{|x-1|}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 17: Hàm số $y=f(x)=(x+1)(x^2-x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y=|x+1|(x^2-x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)\cup(1;+\infty)$

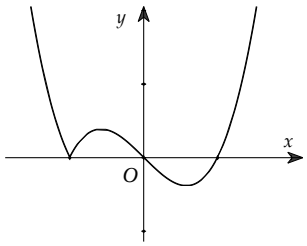
Lời giải

Chọn A

Ta có: $|y|=\begin{cases} y & \text{khi } x\geq -1 \\ -y & \text{khi } x<-1 \end{cases}$

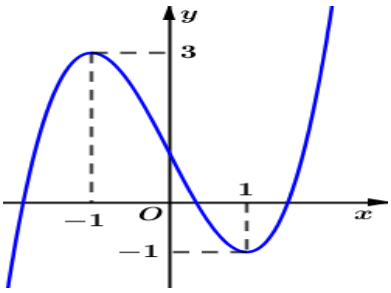
Đồ thị $y=|x+1|(x^2-x)$ được suy ra từ đồ thị $(C): y=f(x)$ như sau:

- Giữ nguyên phần (C) khi $x\geq -1$, bỏ phần (C) khi $x<-1$
- Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua trục hoành.



Dựa vào đồ thị (C'), hàm số $y=|x+1|(x^2-x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng với hàm số $y=|f(x)|$?



A. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

B. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(1;\ +\infty\right)$.

C. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$.

D. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Lời giải

Chọn C

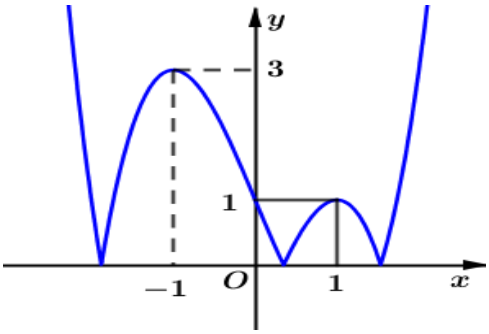
Cách vẽ đồ thị hàm số $\left(C\right):y=\left|f\left(x\right)\right|$

Ta có $y=\left|f\left(x\right)\right|=\begin{cases}f\left(x\right) & \text{nÕu } f\left(x\right)\ge 0\\ -f\left(x\right) & \text{nÕu } f\left(x\right)<0\end{cases}$. Từ đó suy ra cách vẽ đồ thị hàm số $\left(C\right)$ từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như sau:

Phần 1: Giữ nguyên đồ thị $y=f\left(x\right)$ phần nằm phía trên trục hoành.

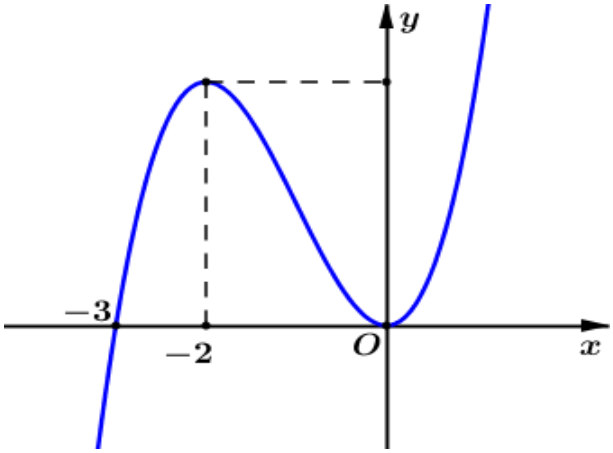
Phần 2: Lấy đối xứng phần 1qua trục hoành.

Kết hợp phần 1 và phần 2 ta được đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.



Từ đó suy ra hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$

Câu 19: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;-3)$.

B. $(-\infty;-2)$.

C. $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

D. $(-3;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

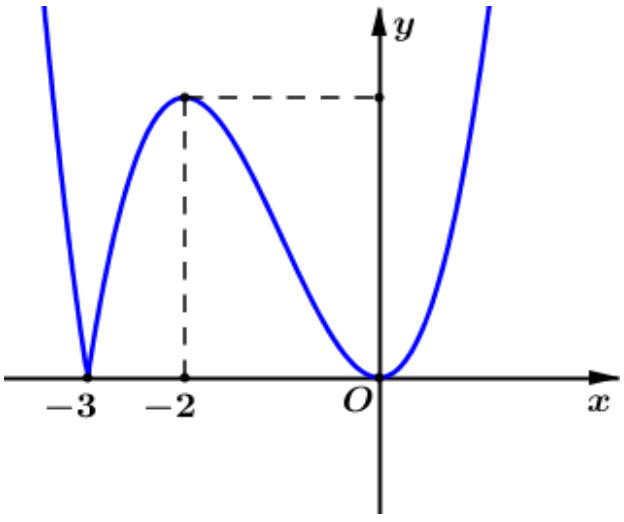
Cách vẽ đồ thị hàm số $(C):y=|f(x)|$

Ta có $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & \text{nÕu } f(x)\geq 0 \\ -f(x) & \text{nÕu } f(x)<0 \end{cases}$. Từ đó suy ra cách vẽ đồ thị hàm số (C) từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ như sau:

Phần 1: Giữ nguyên đồ thị $y=f(x)$ phần nằm phía trên trục hoành.

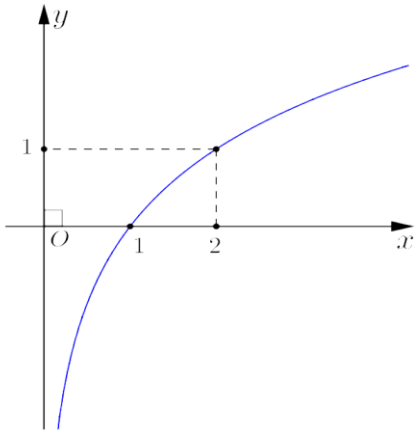
Phần 2: Lấy đối xứng phần 1qua trục hoành.

Kết hợp phần 1 và phần 2 ta được đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.



Từ đó suy ra hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên các khoảng $(-3;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 20: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số $f(|x|)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f(|x|)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $f(|x|)$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

D. Hàm số $f(|x|)$ đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

Lời giải

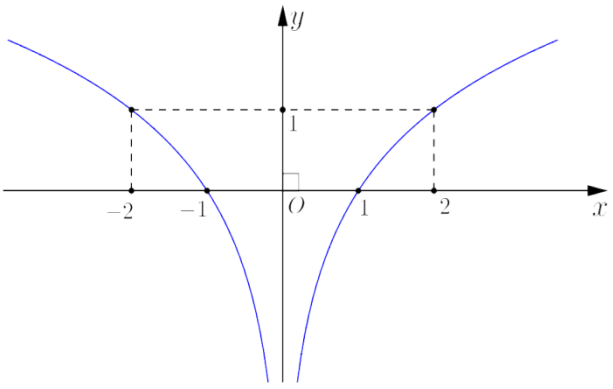
Chọn C

Ta có $f(|x|)=\begin{cases} f(x) & ,x\geq 0 \\ f(-x) & ,x<0 \end{cases}$.

Do đó, đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ gồm 2 phần:

+ Phần 1: phần đồ thị $y=f(x)$ nằm bên phải trục Oy.

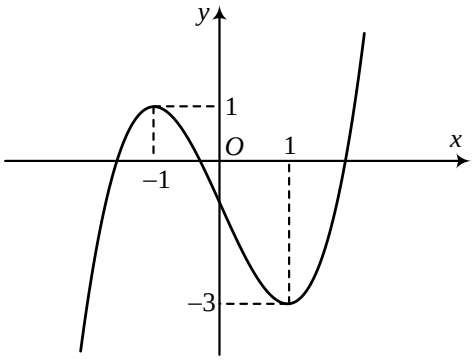
+ Phần 2: phần đối xứng phần 1 qua trục Oy.



Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: **(Ngô Quyền -Hải Phòng -Lần -2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



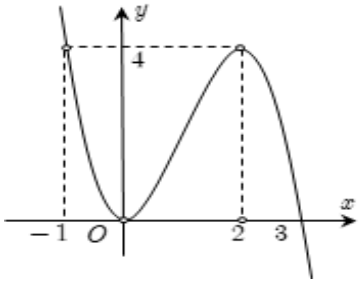
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm câu **đúng**?



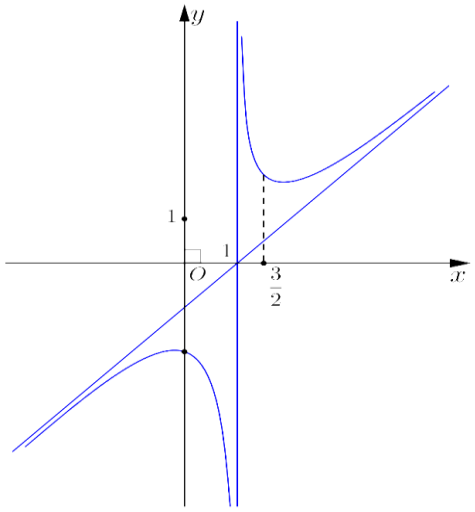
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$, $(2;3)$.
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$ đồ thị hàm số đi xuống (theo chiều từ trái qua phải) nên nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$.

Câu 3: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ và $\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

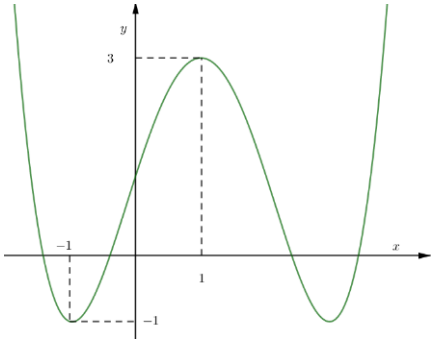
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ và $\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



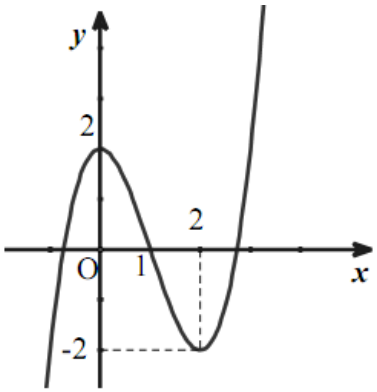
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

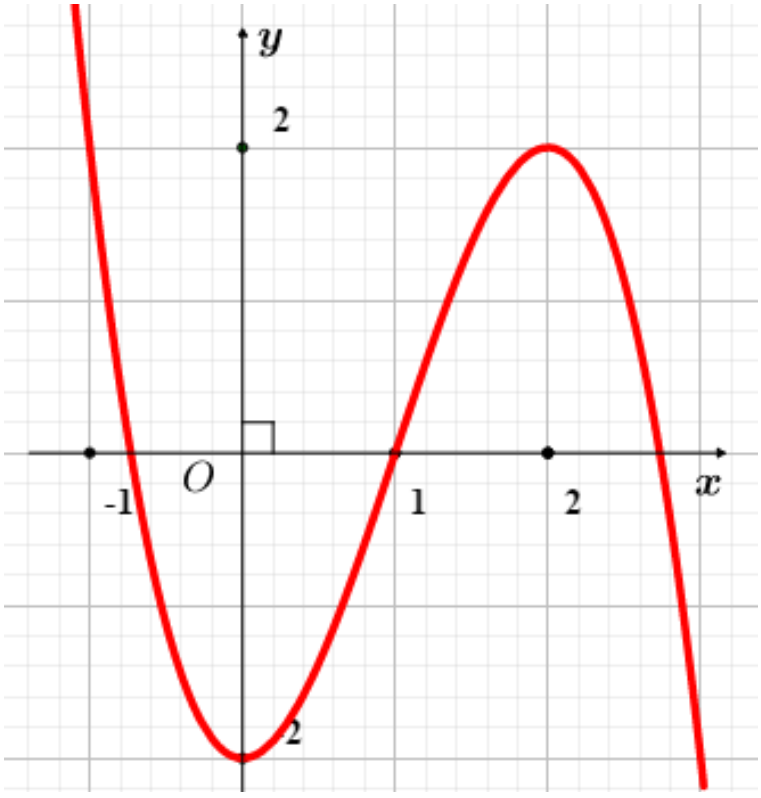
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Trên khoảng $(0;2)$ đồ thị là đường đi xuống.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



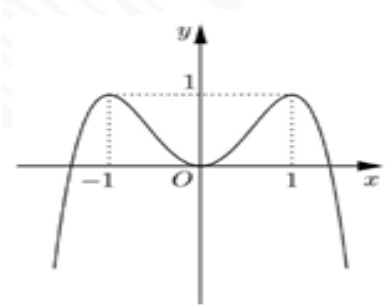
A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải:

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

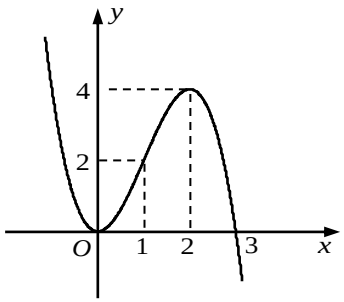
Xét đáp án A, trên khoảng $(-1;0)$ đồ thị có hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.

Xét đáp án B, trên khoảng $(0;1)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên chọn.

Xét đáp án C, trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến và có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Xét đáp án D, trên khoảng $(1;+\infty)$ đồ thị có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

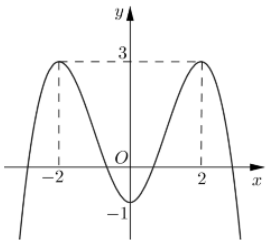
Xét đáp án A, trên khoảng $(-\infty;0)$ đồ thị có hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.

Xét đáp án B, trên khoảng $(1;3)$ đồ thị có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến và có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.

Xét đáp án C, trên khoảng $(0;2)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên chọn.

Xét đáp án D, trên khoảng $(0;+\infty)$ đồ thị có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến và có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

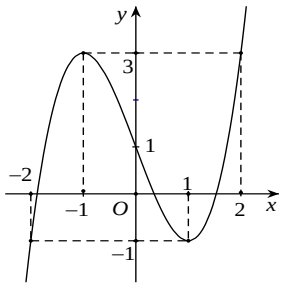
Xét đáp án A, trên khoảng $(-2;0)$ đồ thị hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên chọn.

Xét đáp án B, trên khoảng $(-\infty;0)$ đồ thị có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến và có đoạn hướng xuống là hàm số đồng nghịch biến nên loại.

xét đáp án C, trên khoảng $(-2;2)$ đồ thị có hướng đi xuống là hàm số nghịch biến và có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Xét đáp án D, trên khoảng $(0;2)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

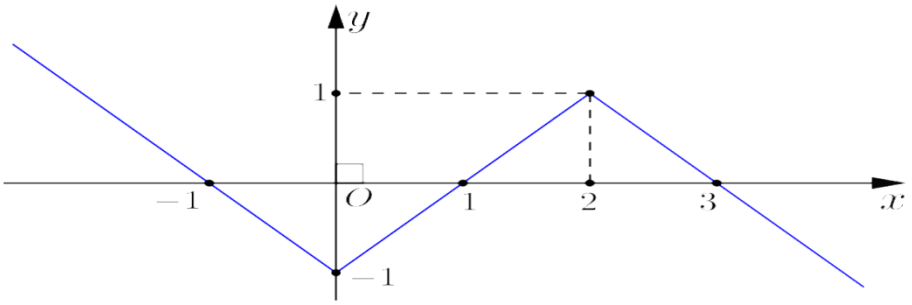
Xét đáp án A, trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị có hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên chọn.

Xét đáp án B, trên khoảng $(-2;-1)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Xét đáp án C, trên khoảng $(-1;2)$ đồ thị có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến và có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Xét đáp án D, trên khoảng $(1;+\infty)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Câu 11: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

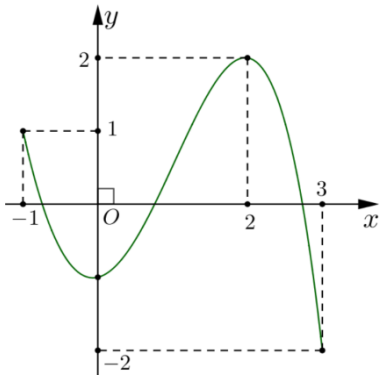
D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. Nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(0;2)$

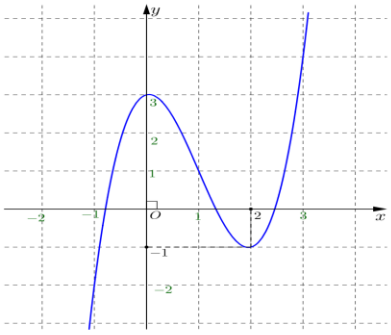
D. Đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số không đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

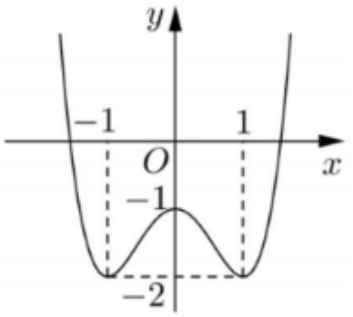
D. Nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$.

B. $(-\infty;-1)$.

C. $(-1;1)$.

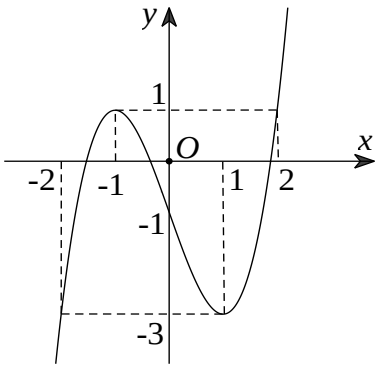
D. $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 15: **(LÊ HỒNG PHONG HKI 2018-2019)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

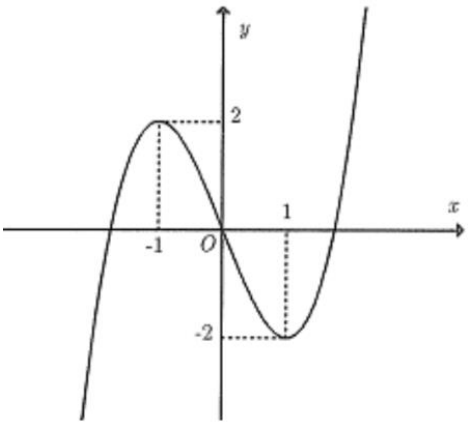
A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào đồ thị ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$ và $(1;2)$

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$.

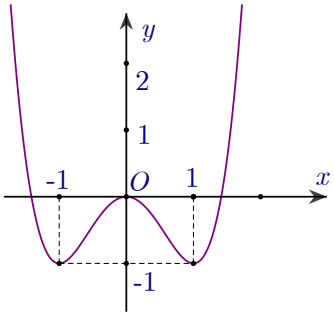
C. $(-\infty;-1)$. **D.** $(-2;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

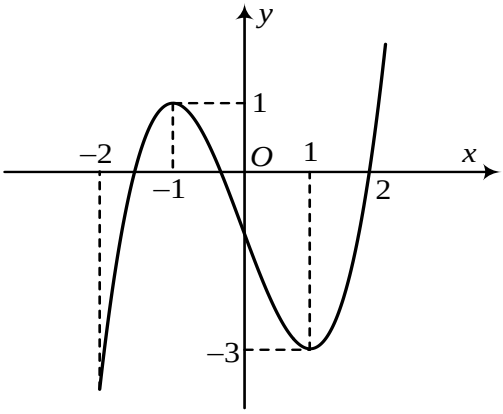
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 18: **(Chuyên ĐH VINH 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



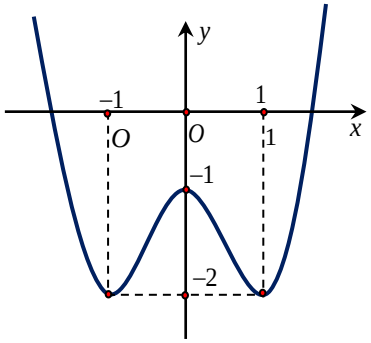
A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 19: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



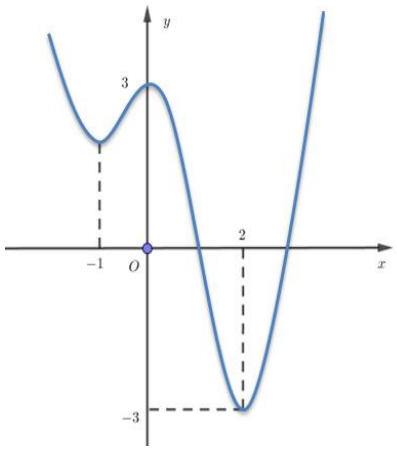
A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, Khẳng định nào sau đây **đúng**:



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

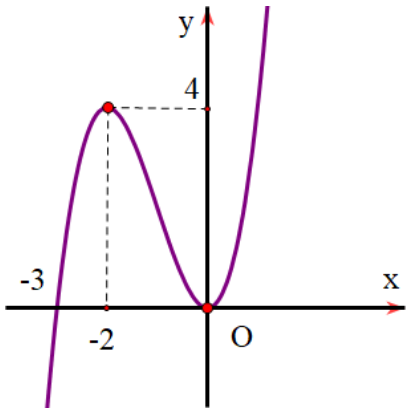
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy hàm số nghịc biến trên $(-1;0)$

Câu 21: **(THPT Yên Dũng 3 - Bắc Giang lần 1- 18-19)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khoảng đồng biến của hàm số



A. $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$. **B.** $(-3;+\infty)$.

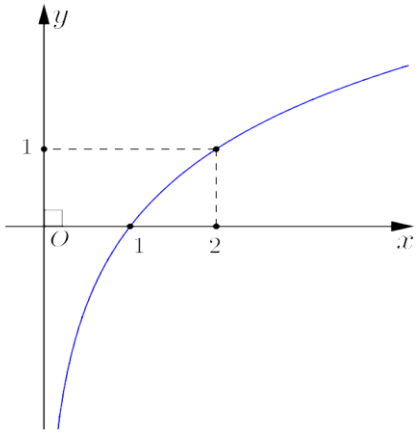
C. $(-\infty;-3)$ và $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta có hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 22: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số $\left|f(|x|)\right|$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $\left|f(|x|)\right|$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $\left|f(|x|)\right|$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

D. Hàm số $\left|f(|x|)\right|$ đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

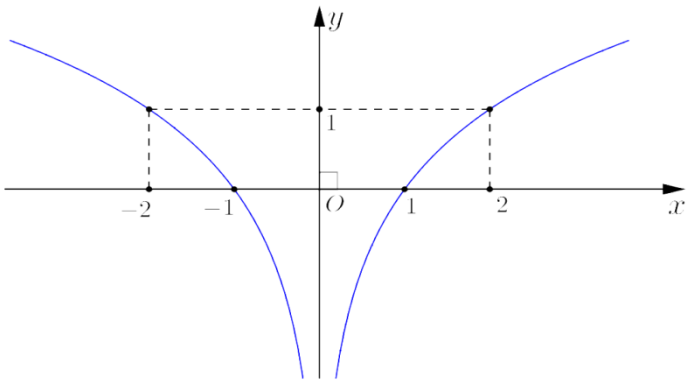
Chọn D

Ta có $f(|x|)=\begin{cases} f(x) & ,x\geq 0 \\ f(-x) & ,x<0 \end{cases}$.

Do đó, đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ gồm 2 phần:

+ Phần 1: phần đồ thị $y=f(x)$ nằm bên phải trục Oy.

+ Phần 2: phần đối xứng phần 1 qua trục Oy.

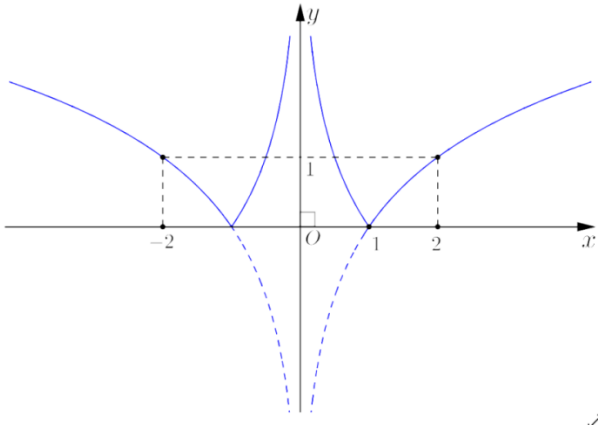


Ta lại có $\left|f(|x|)\right|=\begin{cases} f(|x|) & ,f(|x|)\geq 0 \\ -f(|x|) & ,f(|x|)<0 \end{cases}$.

Do đó, đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ gồm 2 phần:

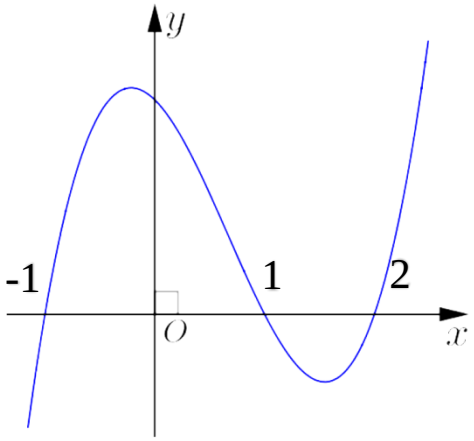
+ Phần 1: phần đồ thị $y=f\left(|x|\right)$ nằm phía trên trục Ox.

+ Phần 2: phần đối xứng của phần còn lại của đồ thị $y=f\left(|x|\right)$ qua trục Ox.



Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 23: Cho hàm số $y=(x-2)\left(x^2-1\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số $y=(x-2)\left|x^2-1\right|$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=(x-2)\left|x^2-1\right|$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số $y=(x-2)\left|x^2-1\right|$ nghịch biến trên $(-1;1)$

D. Hàm số $y=(x-2)\left|x^2-1\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải

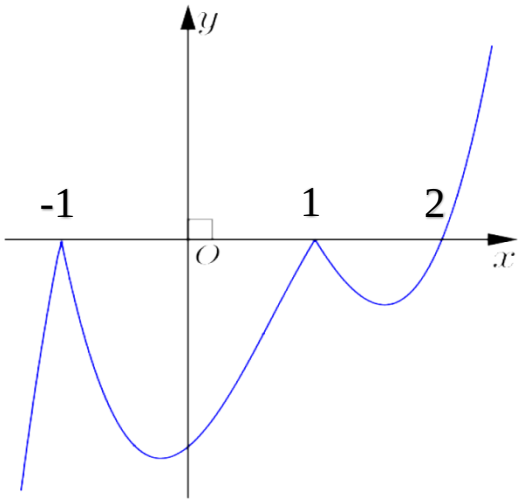
Chọn B

Ta có $y=(x-2)\left|x^2-1\right|=\begin{cases}(x-2)(x^2-1), & x\le -1\cup x\ge 1\\ -(x-2)(x^2-1), & -1<x<1\end{cases}$.

Do đó, đồ thị hàm số $y=(x-2)\left|x^2-1\right|$ gồm 2 phần:

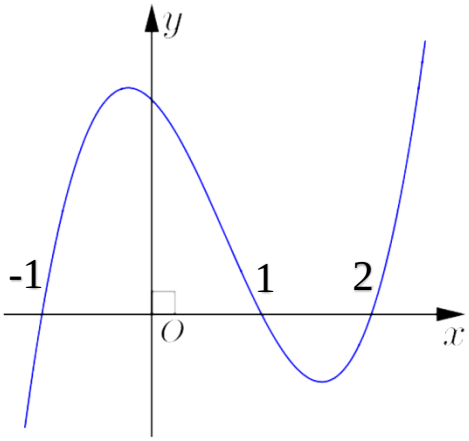
+ Phần 1: phần đồ thị hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ trên $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

+ Phần 2: phần đối xứng của phần đồ thị hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ trên $(-1;1)$ qua trục Ox.



Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=(x-2)\left|x^2-1\right|$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 24: Cho hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số $y=|x-1|(x^2-x-2)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số $y=|x-1|(x^2-x-2)$ đồng biến trên $(0;2)$.

C. Hàm số $y=|x-1|(x^2-x-2)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.

D. Hàm số $y=|x-1|(x^2-x-2)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải

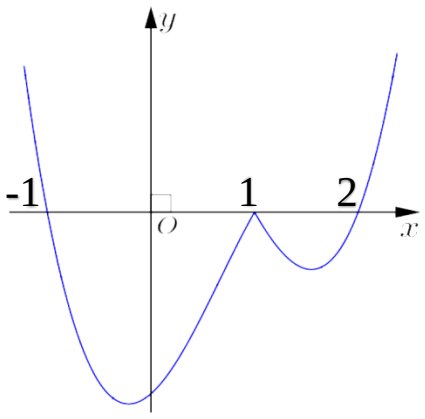
Chọn A

Ta có $y=|x-1|(x^2-x-2)=\begin{cases}(x-1)(x^2-x-2), & x\geq 1\\ -(x-1)(x^2-x-2), & x<1\end{cases}=\begin{cases}(x-2)(x^2-1), & x\geq 1\\ -(x-2)(x^2-1), & x<1\end{cases}$.

Do đó, đồ thị hàm số $y=|x-1|(x^2-x-2)$ gồm 2 phần:

+ Phần 1: phần đồ thị hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ trên $[1;+\infty)$.

+ Phần 2: phần đối xứng của phần đồ thị hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ trên $(-\infty;1)$ qua trục Ox.



Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=|x-1|(x^2-x-2)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

BÀI TOÁN 2: XÁC ĐỊNH CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ DỰA VÀO ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT

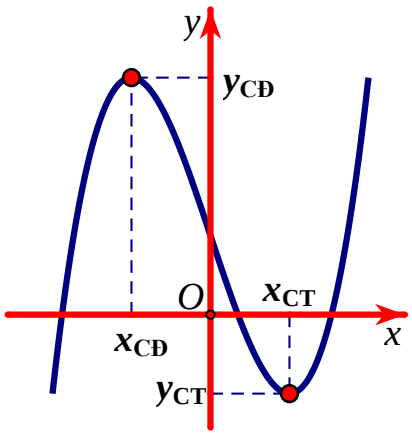
- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm x_o thì hàm số đạt ..... tại điểm x_o.

Khi đó $f(x_o)$ được gọi là giá trị ..... của hàm số $f(x)$

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm x_o thì hàm số đạt ..... tại điểm x_o.

Khi đó $f(x_o)$ được gọi là giá trị ..... của hàm số $f(x)$

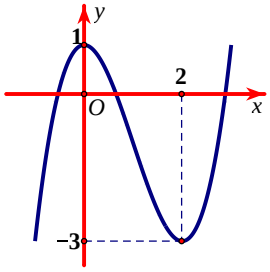
- Các điểm cực đại, cực tiểu của hàm số được gọi chung là ..... của hàm số



Hình vẽ minh hoạ

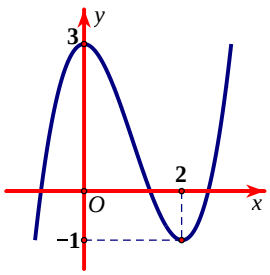
B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



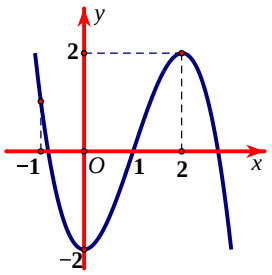
A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



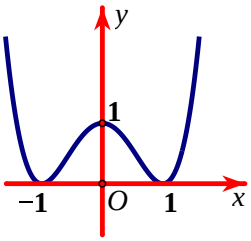
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.
B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.
C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Câu 3: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



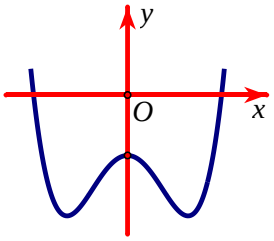
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $x=2$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, $x=3$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=2$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=-1$.

Câu 4: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



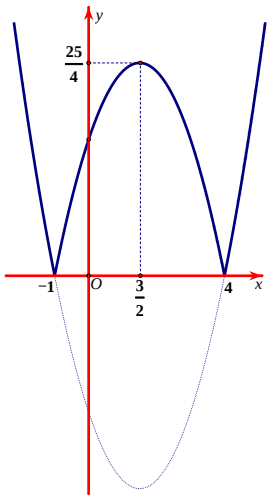
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và tại $x=1$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và tại $x=1$.

Câu 5: [TH] Đường cong bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a,b,c là số thực và $a\neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Phương trình $y=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.
B. Phương trình $y=0$ có đúng một nghiệm thực.
C. Phương trình $y=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.
D. Phương trình $y=0$ có vô số nghiệm thực.

Câu 6: [TH] Đường cong bên (nét đậm) là đồ thị của hàm số $y=f(x)=|x^2-3x-4|$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=\dfrac{25}{4}$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

C. Giá trị cực đại bằng $\dfrac{3}{2}$.

D. Giá trị cực tiểu bằng 0.

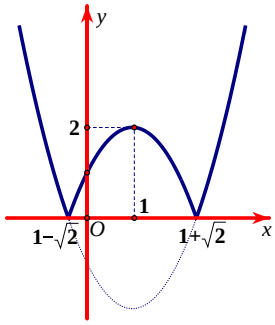
Câu 7: [TH] Đường cong bên (nét đậm) là đồ thị của hàm số $y=f(x)=|x^2-2x-1|$. Xét các phát biểu sau đây có bao nhiêu phát biểu đúng?

(1): Hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu

(2): Giá trị cực đại bằng $f(1)=2$ và giá trị cực tiểu $f\left(1-\sqrt{2}\right)=f\left(1+\sqrt{2}\right)=0$.

(3): Hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu

(4): Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=1+\sqrt{2}>0$, loại điểm $x=1-\sqrt{2}<0$.



A. 1 phát biểu đúng. **B.** 2 phát biểu đúng. **C.** 3 phát biểu đúng. **D.** 4 phát biểu đúng.

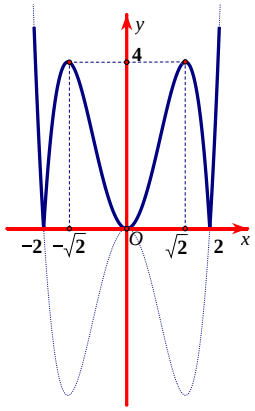
Câu 8: [VD] Đường cong bên (nét đậm) là đồ thị của hàm số $y=f(x)=|x^4-4x^2|$. Xét các phát biểu sau đây có bao nhiêu phát biểu đúng?

(1): Hàm số có hai điểm cực đại và ba điểm cực tiểu

(2): Giá trị cực đại bằng $f\left(-\sqrt{2}\right)=f\left(\sqrt{2}\right)=4$ và giá trị cực tiểu $f(-2)=f(0)=f(2)=0$.

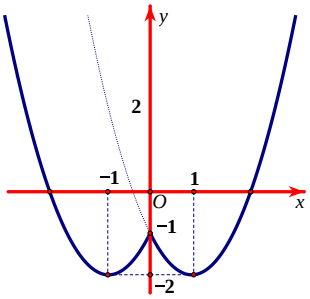
(3): Hàm số chỉ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu

(4): Hàm số đạt cực đại tại $x=\sqrt{2}>0$ và đạt cực tiểu tại $x=0$, loại điểm $x=-2<0$ và $x=-\sqrt{2}$.



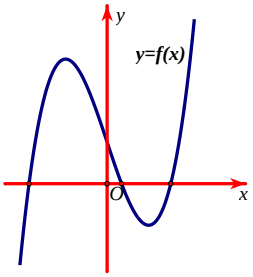
A. 1 phát biểu đúng. **B.** 2 phát biểu đúng. **C.** 3 phát biểu đúng. **D.** 4 phát biểu đúng.

Câu 9: [VD] Đường cong bên (nét đậm) là đồ thị của hàm số $y=f(x)=x^2-2|x|-1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=-1, x=1$.
B. Hàm số chỉ đạt cực tiểu tại $x=-1, x=1$.
C. Hàm số chỉ đạt cực tiểu tại $x=-2$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

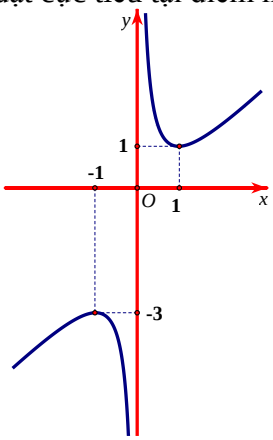
Câu 10: [VD] Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Suy ra đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 0 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.
B. 1 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.
C. 3 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
D. 2 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu.

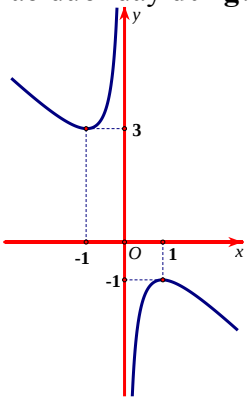
C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



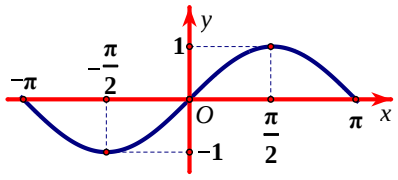
A. $x=0$.
B. $x=-3$.
C. $x=-1$.
D. $x=1$.

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.
B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.
C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 3: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-\pi;\pi]$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



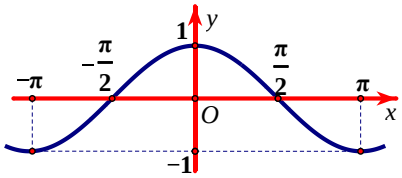
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-\pi$ và $x=\pi$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\frac{\pi}{2}$, cực đại tại $x=\frac{\pi}{2}$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$, cực đại tại $x=1$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=1$.

Câu 4: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-\pi;\pi]$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



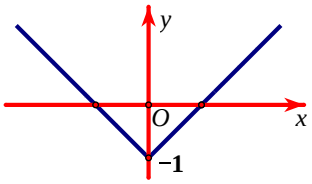
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-\pi$ và $x=\pi$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\pi$ và $x=\pi$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$, cực đại tại $x=1$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\frac{\pi}{2}$, cực đại tại $x=\frac{\pi}{2}$.

Câu 5: [TH] Đường bên là đồ thị của hàm số $y=|x|-1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Phương trình $y=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

B. Phương trình $y=0$ có đúng một nghiệm thực.

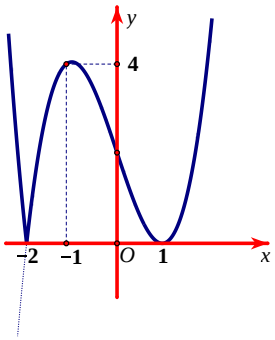
C. Phương trình $y=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

D. Phương trình $y=0$ có vô số nghiệm thực.

Câu 6: [TH] Đường cong bên (nét đậm) là đồ thị của hàm số $y=f(x)=|x^3-3x+2|$. Xét các phát biểu sau đây có bao nhiêu phát biểu đúng?

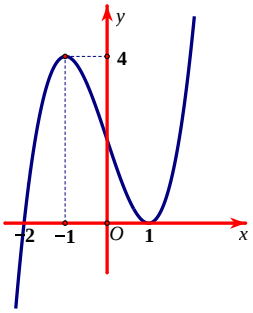
(1): Hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu

(2): Giá trị cực đại bằng $f(-4)=2$ và giá trị cực tiểu $f(-2)=f(1)=0$.
(3): Hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu
(4): Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1>0$, loại điểm $x=-2<0$, $x=-1<0$.



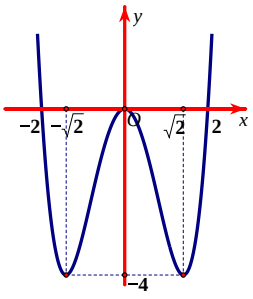
A. 1 phát biểu đúng. **B.** 2 phát biểu đúng. **C.** 3 phát biểu đúng. **D.** 4 phát biểu đúng.

Câu 7: [VD] Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Suy ra đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?



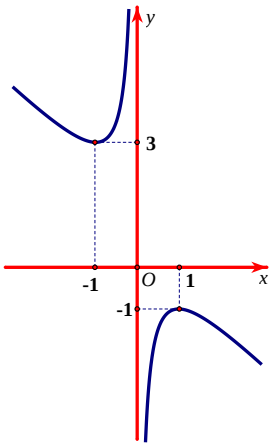
A. 0 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu. **B.** 1 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.
C. 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu. **D.** 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 8: [VD] Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Suy ra đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?



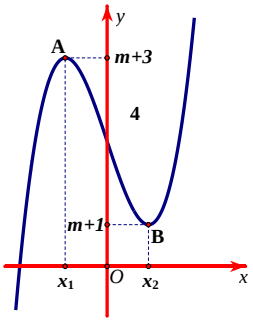
A. 0 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu. **B.** 1 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.
C. 3 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu. **D.** 2 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu.

Câu 9: [VD] Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Suy ra đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?



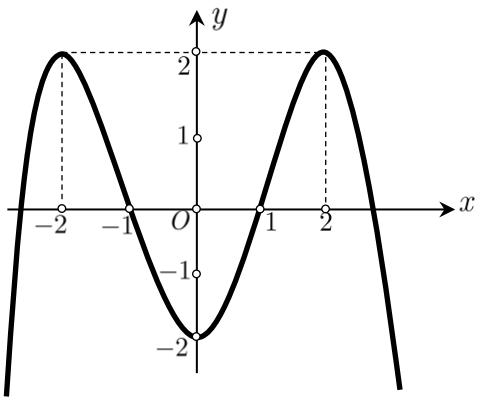
A. 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu. **B.** 2 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.
C. 0 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu. **D.** 2 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.

Câu 10: [VD] Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ (với m là tham số) như hình vẽ. Đồ thị luôn có có toạ độ điểm cực đại là $A(x_1;\, m+3)$, toạ độ điểm cực tiểu là $B(x_2;\, m+1)$. Giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt là



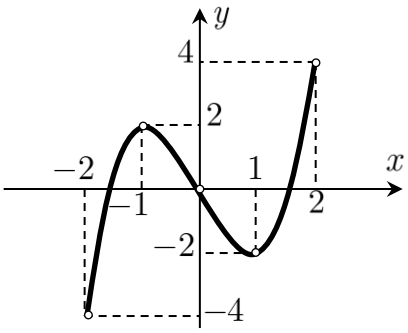
A. Không có m nào. **B.** $m<-3$ *hay* $m>-1$. **C.** $m=-2$. **D.** $-3<m<-1$.

Câu 11: [NB] **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$?



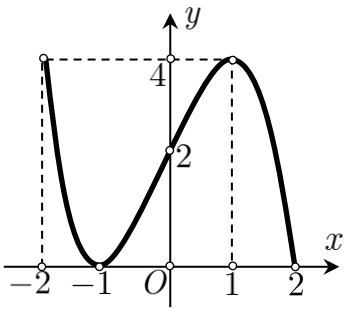
A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $M(0;-2)$. **D.** $N(2;2)$.

Câu 12: [NB] **(Đề thử nghiệm – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?



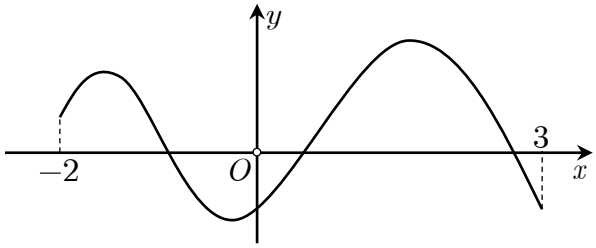
A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 13: [NB] **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?



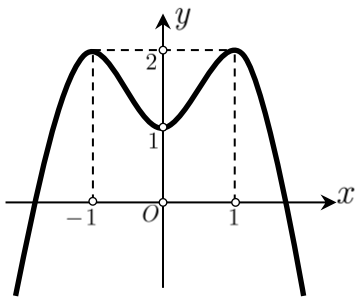
A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Câu 14: [NB] **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu – Đồng Tháp lần 2 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$.



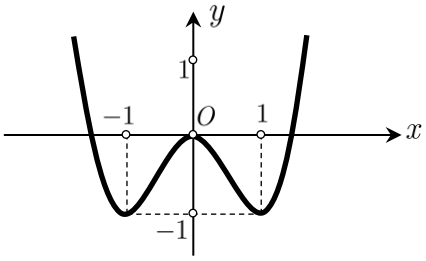
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 15: [TH] **(THPT Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây là **đúng** ?



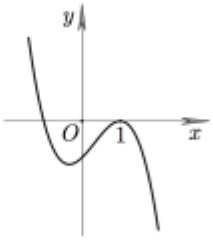
A. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực tiểu là $(2;-1)$, $(2;1)$ và 1 điểm cực đại là $(0;1)$.
B. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực đại là $(-1;2)$, $(1;2)$ và 1 điểm cực tiểu là $(0;1)$.
C. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại là $(1;0)$ và 2 điểm cực tiểu là $(-1;2)$, $(1;2)$.
D. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực đại là $(2;-1)$, $(2;1)$ và 1 điểm cực tiểu là $(1;0)$.

Câu 16: [TH] **(THPT Giao Thủy – Nam Định năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

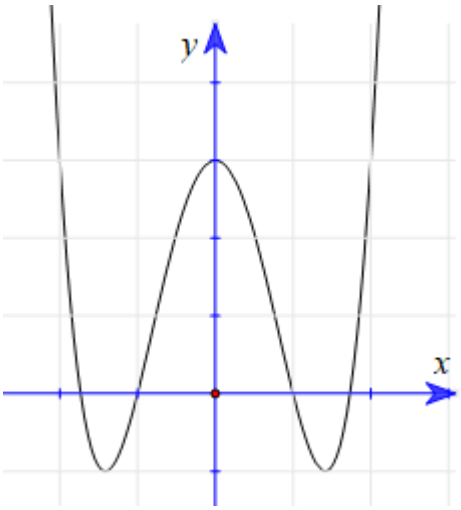
Câu 17: [VD] Đường cong ở hình vẽ là của hàm số $y=f(x)$



Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiểu điểm cực trị?

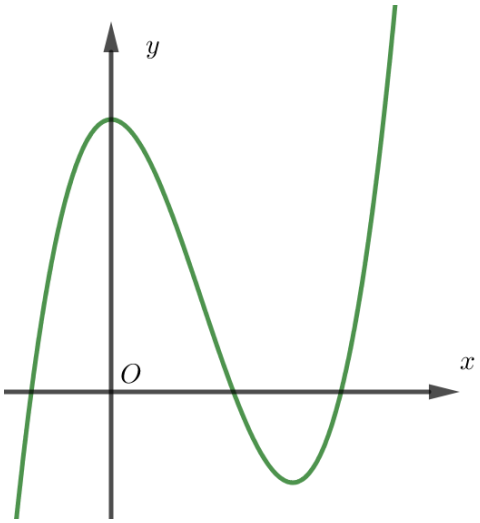
A. 5. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 18: [VD] Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là?



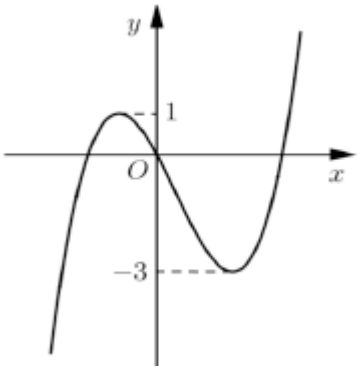
A. 4 **B.** 7 **C.** 5 **D.** 6

Câu 19: [VD] Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ. Hỏi số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$



A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3

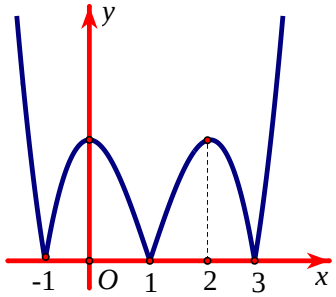
Câu 20: [VDC] Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị.



A. $m \le -1 \vee m \ge 3.$
B. $m \le -3 \vee m \ge 1.$
C. $m = -1 \vee m = 3.$
D. $1 \le m \le 3$

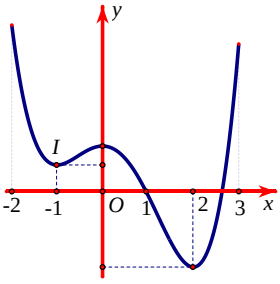
D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



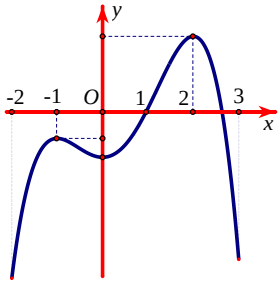
A. $x=-1; x=1; x=3$.
B. $x=0; x=2$.
C. $x=-1; x=0; x=1; x=2; x=3$.
D. Không có điểm nào.

Câu 2: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



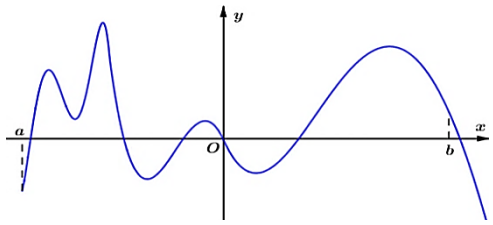
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và $x=3$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$, $x=1$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1; x=2$, cực đại tại $x=0$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2; x=-1$, cực đại tại $x=2; x=3$.

Câu 3: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



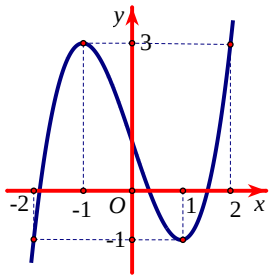
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$ và $x=3$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$, $x=1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1; x=2$, cực tiểu tại $x=0$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2; x=-1$, cực tiểu tại $x=2; x=3$.

Câu 4: **[NB]** **(Trích đề thi thử SGD Quảng Ninh 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$?



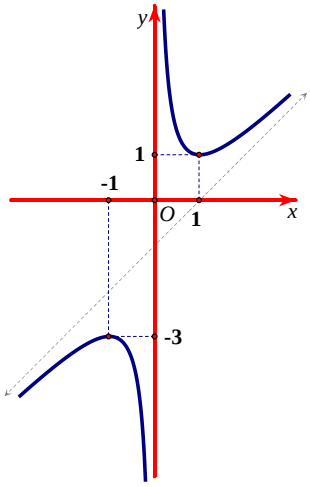
A. 4. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 5: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.



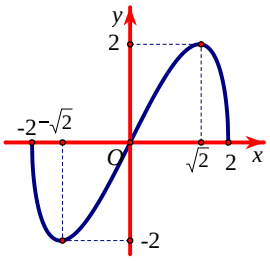
A. $2\sqrt{5}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 6: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.



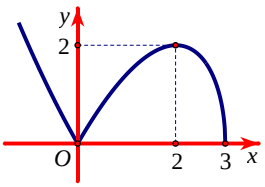
A. $2\sqrt{5}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 7: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Gọi x_1, x_2 lần lượt là điểm cực tiểu và điểm cực của hàm số, tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của hàm số.



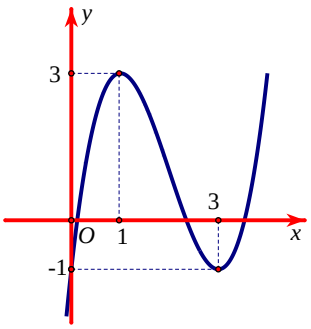
A. $2\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 8: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên nửa đoạn $(-\infty;3]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của hàm số.



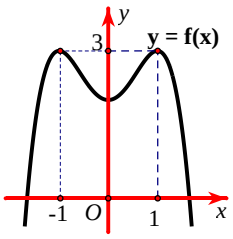
A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 9: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)+1$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



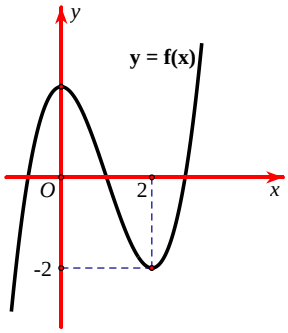
A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Câu 10: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)-1$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



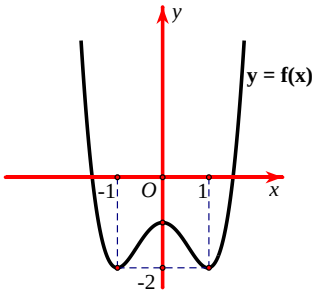
A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1, x=1$.

Câu 11: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y=f(x-1)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



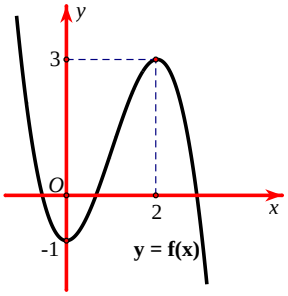
A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 12: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y=f(x+1)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



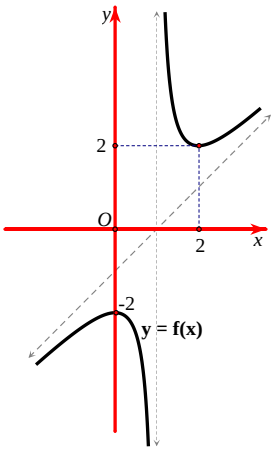
A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 13: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y=f(x-1)+1$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



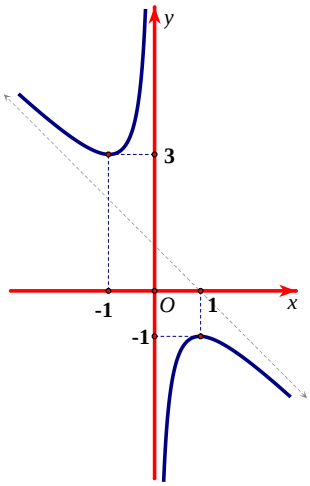
A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 14: **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Đồ thị của hàm số $y=f(x+1)+1$ đạt cực đại tại điểm có toạ độ là



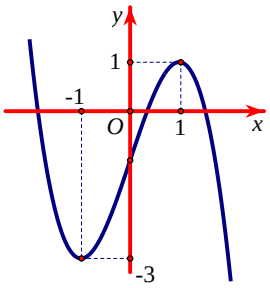
A. $(0;-2)$. **B.** $(-1;-1)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 15: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị có phương trình là



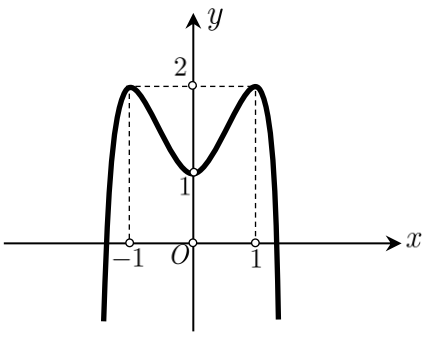
A. $y=-x+1$. **B.** $y=-x$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-2x+1$.

Câu 16: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị có phương trình là



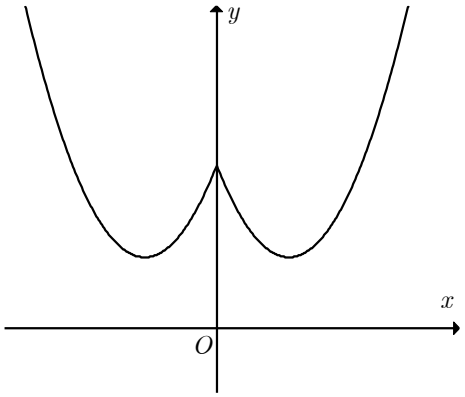
A. $y=x+1$. **B.** $y=x$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=2x-1$.

Câu 17: **[NB]** **(THPT Lạng Giang 1 – Bắc Giang lần 3 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây ?



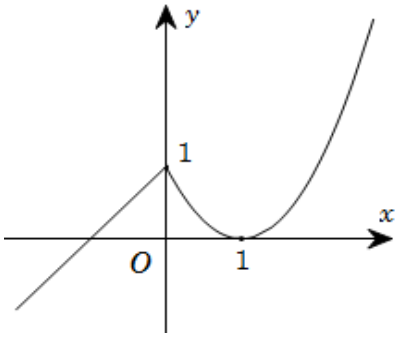
A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 18: **[NB]** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



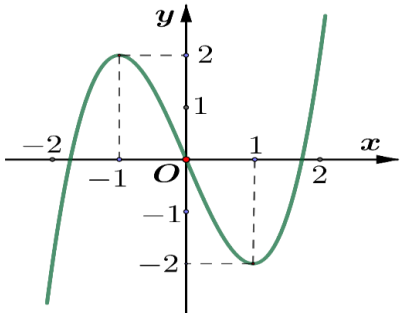
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 19: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

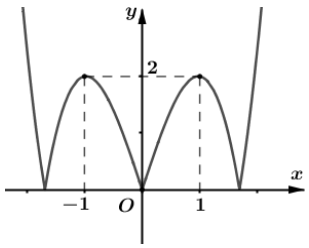
Câu 20: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là

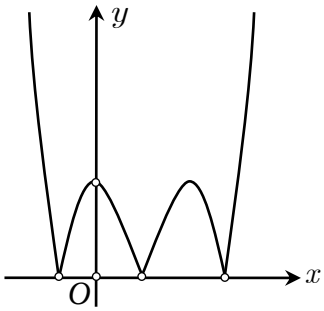
A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Câu 21: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



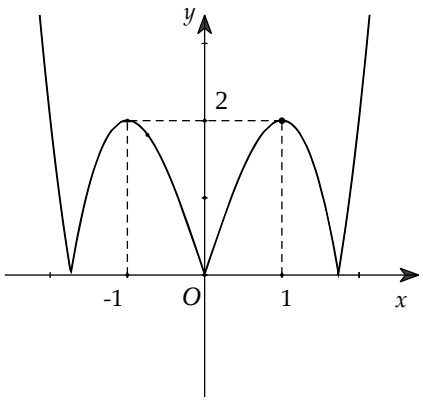
A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22: **[NB]** **(Sở GD & ĐT Bắc Giang năm 2017)** Cho đồ thị hàm số $f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hỏi số điểm cực trị của đồ thị hàm số là bao nhiêu ?



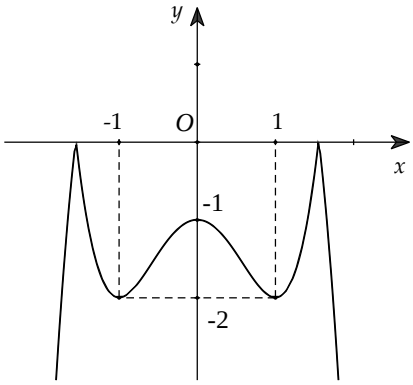
A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 23: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



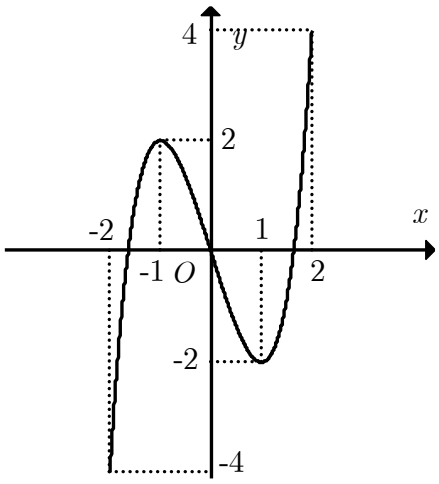
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 24: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



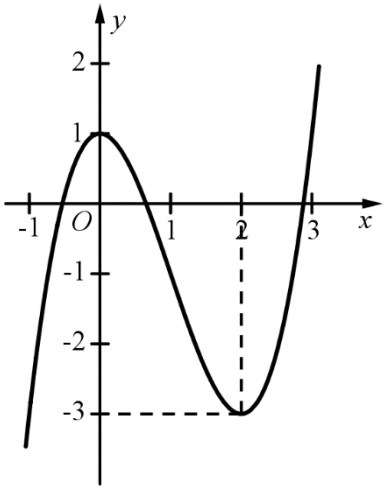
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 25: **[NB] (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?



A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

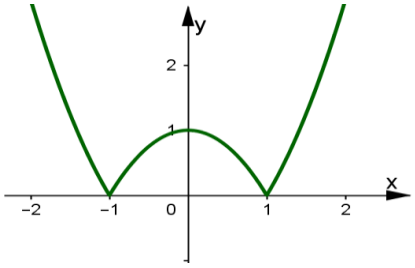
Câu 26: **[NB] (THPT Nguyễn Huệ – Huế 2017):** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau



Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

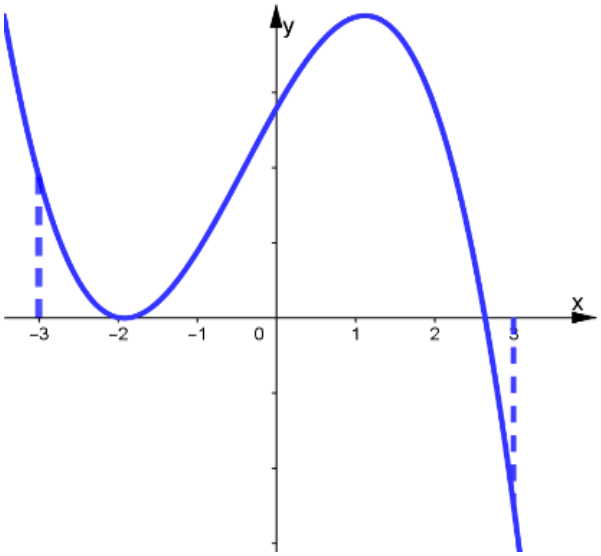
Câu 27: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=0$. **D.** $x=1$

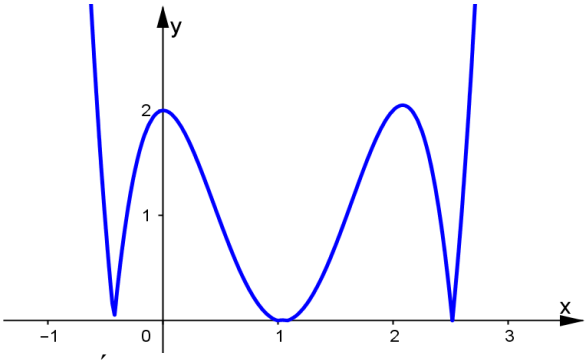
Câu 28: **[NB]** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên $[-3;3]$ như hình vẽ.



Trên khoảng $(-3;3)$ hàm số có bao nhiêu điểm cực trị

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3

Câu 29: **[NB]** Cho đồ thị hàm số $f(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3

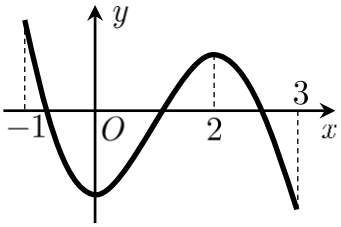
Câu 30: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 31: **[TH]** **(THPT Chuyên ĐH Vinh lần 3 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?



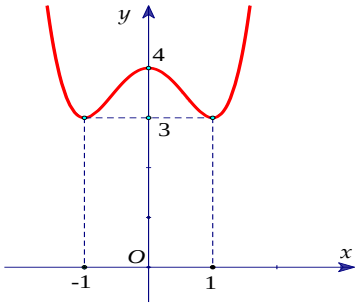
A. Hàm số có hai điểm cực đại là $x=-1,\ x=2$.

B. Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x=0,\ x=3$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0,$ cực đại tại $x=2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0,$ cực đại tại $x=-1$.

Câu 32: **[TH]** **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu – Đồng Tháp lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R},$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?



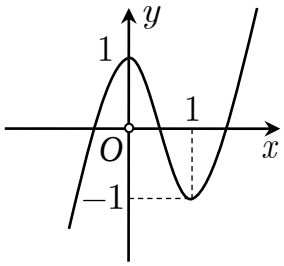
A. Đồ thị (C) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác cân.

B. Giá trị lớn nhất của hàm số là 4.

C. Tổng các giá trị cực trị của hàm số bằng 7.

D. Đồ thị (C) không có điểm cực đại nhưng có hai điểm cực tiểu.

Câu 33: **[TH]** **(Sở GD & ĐT Tp. Hồ Chí Minh năm 2017 cụm 1)** Biết rằng hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phát biểu nào sau đây là phát biểu **đúng** ?



A. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 5 cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 2 cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 3 cực trị.

D. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 1 cực trị.

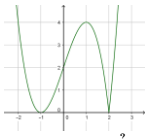
Câu 34: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)=\left|x^2-2x-4\right|$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y=f(x)$ có mấy cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 35: **[TH]** Cho hàm số $y=\left|x^3-3x-2\right|$ có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

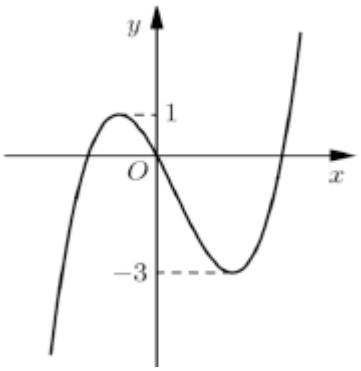
A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bốn điểm cực trị.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

Câu 36: **[VDC]** Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị.



A. $m\le -1\vee m\ge 3.$ **B.** $-1<m<3.$ **C.** $m=-1\vee m=3.$ **D.** $1\le m\le 3$

Chuyên đề

TÌM ĐIỂM CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ DỰA VÀO ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

CHUYÊN ĐỀ: XÁC ĐỊNH CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ DỰA VÀO ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

A. PHƯƠNG PHÁP

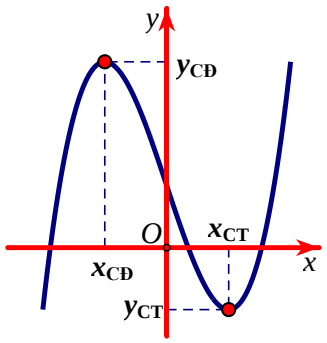
- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm x_o thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_o.

Khi đó $f(x_o)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số $f(x)$

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm x_o thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_o.

Khi đó $f(x_o)$ được gọi là giá trị cực t của hàm số $f(x)$

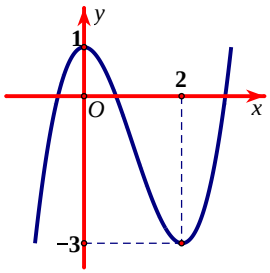
- Các điểm cực đại, cực tiểu của hàm số được gọi chung là ***điểm cực trị*** của hàm số



Hình vẽ minh hoạ

B. VÍ DỤ

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



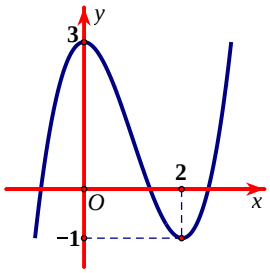
A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$. **B.** Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.
C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

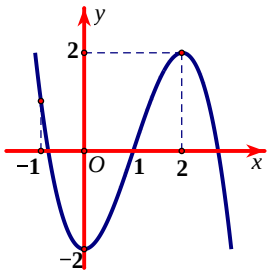
Lời giải

Chọn C

- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$ và giá trị cực đại bằng $f(0)=3$.
- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$ và giá trị cực tiểu bằng $f(2)=-1$.

Vậy đáp án C đúng.

Câu 3: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $x=2$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, $x=3$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=2$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=-1$.

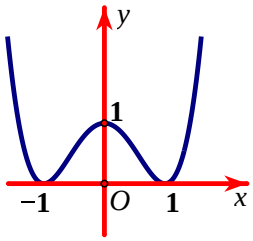
Lời giải

Chọn C

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$
- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=2$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$

Vậy đáp án C đúng.

Câu 4: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và tại $x=1$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và tại $x=1$.

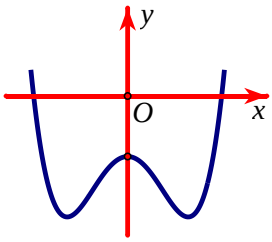
Lời giải

Chọn D

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=-1$ và tại điểm $x=1$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ và điểm $x=1$.
- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

Vậy đáp án D đúng.

Câu 5: [TH] Đường cong bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a,b,c là số thực và $a\neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Phương trình $y=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.
B. Phương trình $y=0$ có đúng một nghiệm thực.
C. Phương trình $y=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.
D. Phương trình $y=0$ có vô số nghiệm thực.

Lời giải

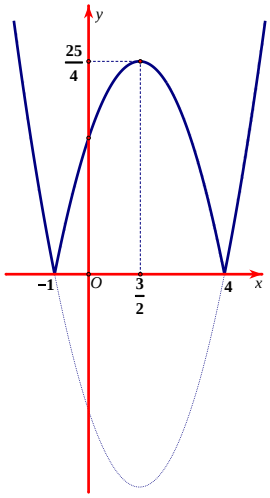
Chọn C

Phương trình $y=0$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành Ox $(y=0)$. Số nghiệm của phương trình tương ứng số giao điểm giữa chúng (kiến thức lớp 9)

Ta thấy đồ thị của hàm số có hai giao điểm (phân biệt) với trục hoành Ox, nên phương trình $y=0$ có hai nghiệm phân biệt

Vậy đáp án C đúng.

Câu 6: [TH] Đường cong bên (nét đậm) là đồ thị của hàm số $y=f(x)=|x^2-3x-4|$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=\dfrac{25}{4}$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

C. Giá trị cực đại bằng $\dfrac{3}{2}$.

D. Giá trị cực tiểu bằng 0.

Lời giải

Chọn D

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=-1$ và tại điểm $x=4$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ và điểm $x=4$. Giá trị cực tiểu $f(-1)=f(4)=\mathbf{0}$.
- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=\dfrac{3}{2}$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\dfrac{3}{2}$. Giá trị cực đại bằng $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{25}{4}$.

Vậy đáp án D đúng.

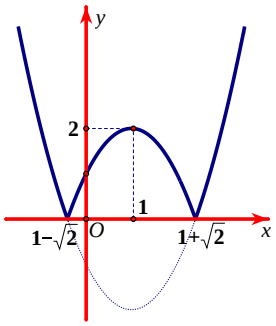
Câu 7: [TH] Đường cong bên (nét đậm) là đồ thị của hàm số $y=f(x)=|x^2-2x-1|$. Xét các phát biểu sau đây có bao nhiêu phát biểu đúng?

(1): Hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu

(2): Giá trị cực đại bằng $f(1)=2$ và giá trị cực tiểu $f\left(1-\sqrt{2}\right)=f\left(1+\sqrt{2}\right)=0$.

(3): Hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu

(4): Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=1+\sqrt{2}>0$, loại điểm $x=1-\sqrt{2}<0$.



A. 1 phát biểu đúng. **B.** 2 phát biểu đúng. **C.** 3 phát biểu đúng. **D.** 4 phát biểu đúng.

Lời giải

Chọn B

(1): đúng. Hàm số có một điểm cực đại $x=1$ và hai điểm cực tiểu $x=1-\sqrt{2}$, $x=1+\sqrt{2}$.

(2): đúng. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$, giá trị cực đại bằng $f(1)=2$; hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1-\sqrt{2}$, $x=1+\sqrt{2}$, giá trị cực tiểu $f\left(1-\sqrt{2}\right)=f\left(1+\sqrt{2}\right)=0$.

(3): sai. Vì hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

(4): sai. Vì tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$ nên không loại điểm nào.

Vậy có 2 phát biểu đúng.

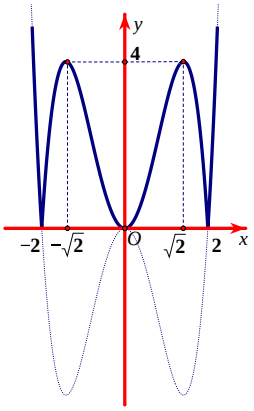
Câu 8: [VD] Đường cong bên (nét đậm) là đồ thị của hàm số $y=f(x)=|x^4-4x^2|$. Xét các phát biểu sau đây có bao nhiêu phát biểu đúng?

(1): Hàm số có hai điểm cực đại và ba điểm cực tiểu

(2): Giá trị cực đại bằng $f\left(-\sqrt{2}\right)=f\left(\sqrt{2}\right)=4$ và giá trị cực tiểu $f(-2)=f(0)=f(2)=0$.

(3): Hàm số chỉ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu

(4): Hàm số đạt cực đại tại $x=\sqrt{2}>0$ và đạt cực tiểu tại $x=0$, loại điểm $x=-2<0$ và $x=-\sqrt{2}$.



A. 1 phát biểu đúng. **B.** 2 phát biểu đúng. **C.** 3 phát biểu đúng. **D.** 4 phát biểu đúng.

Lời giải

Chọn B

(1): đúng. Hàm số có hai điểm cực đại $x=-\sqrt{2}, x=\sqrt{2}$ và ba điểm cực tiểu $x=-2, x=0, x=2$

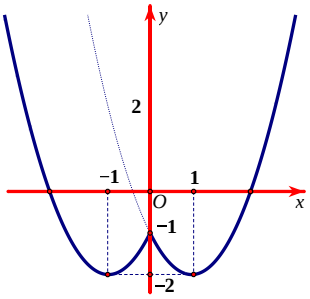
(2): đúng. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-\sqrt{2}, x=\sqrt{2}$, giá trị cực đại bằng $f\left(-\sqrt{2}\right)=f\left(\sqrt{2}\right)=4$; hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-2, x=0, x=2$, giá trị cực tiểu $f(-2)=f(0)=f(2)=0$.

(3): sai. Vì hàm số có hai điểm cực đại và ba điểm cực tiểu.

(4): sai. Vì tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$ nên không loại điểm nào.

Vậy có 2 phát biểu đúng.

Câu 9: [VD] Đường cong bên (nét đậm) là đồ thị của hàm số $y=f(x)=x^2-2|x|-1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=-1, x=1$.

B. Hàm số chỉ đạt cực tiểu tại $x=-1, x=1$.

C. Hàm số chỉ đạt cực tiểu tại $x=-2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

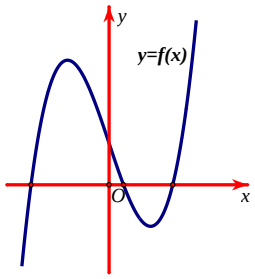
Lời giải

Chọn A

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=-1$ và tại điểm $x=1$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ và điểm $x=1$. Giá trị cực tiểu $f(-1)=f(1)=-2$.
- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$. Giá trị cực đại bằng $f(0)=-1$.

Vậy đáp án A đúng.

Câu 10: [VD] Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Suy ra đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?

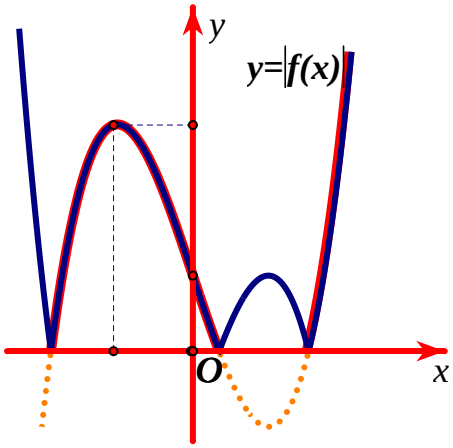


A. 0 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.
B. 1 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.
C. 3 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
D. 2 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn D

* Cách từ đồ thị của hàm $y=f(x)$ suy ra đồ thị của $y=|f(x)|$:



- Giữ nguyên phần đồ thị có $y\ge 0$ (phần nằm trên trục $x'Ox$)
- Lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị có $y\le 0$ (lấy đối xứng phần nằm dưới trục $x'Ox$ - qua trục Ox)
- Hợp hai phần đồ thị chính là đồ thị của $y=|f(x)|$

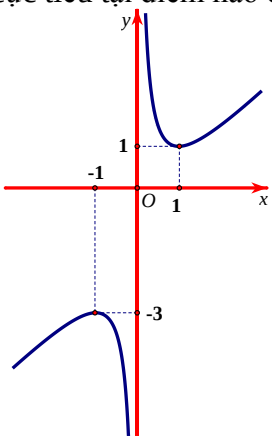
* Cách đếm số điểm cực trị của đồ thị $y=|f(x)|$

+ Nếu đồ thị của $y=f(x)$ có n điểm cực trị sẵn có và có k giao điểm đơn (không phải kép) với trục Ox thì số điểm cực trị của đồ thị của $y=|f(x)|$ là: $n+k$ điểm.

Vậy đồ thị của $y=|f(x)|$ có 5 điểm cực trị, gồm 2 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu.

C. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



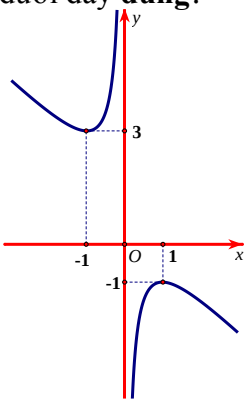
A. $x=0$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

• Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=1$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$. **B.** Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.
C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

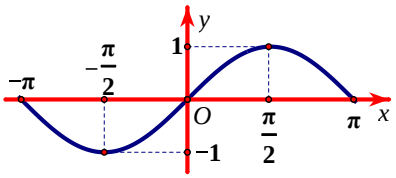
Chọn C

• Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=-1$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ và giá trị cực tiểu bằng $f(-1)=3$.

• Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=1$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$ và giá trị cực đại bằng $f(1)=-1$.

Vậy đáp án C đúng.

Câu 3: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-\pi;\pi]$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-\pi$ và $x=\pi$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\frac{\pi}{2}$, cực đại tại $x=\frac{\pi}{2}$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$, cực đại tại $x=1$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=1$.

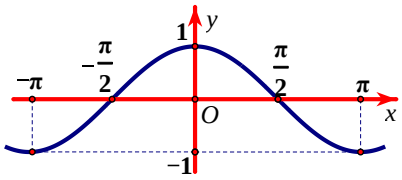
Lời giải

Chọn B

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=-\frac{\pi}{2}$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-\frac{\pi}{2}$
- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=\frac{\pi}{2}$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\frac{\pi}{2}$

Vậy đáp án B đúng.

Câu 4: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-\pi;\pi]$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-\pi$ và $x=\pi$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\pi$ và $x=\pi$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$, cực đại tại $x=1$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\frac{\pi}{2}$, cực đại tại $x=\frac{\pi}{2}$.

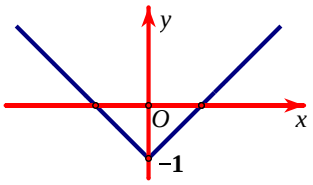
Lời giải

Chọn B

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=-1$ và tại điểm $x=1$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ và điểm $x=1$.
- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

Vậy đáp án B đúng.

Câu 5: [TH] Đường bên là đồ thị của hàm số $y=|x|-1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Phương trình $y=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

B. Phương trình $y=0$ có đúng một nghiệm thực.

C. Phương trình $y=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

D. Phương trình $y=0$ có vô số nghiệm thực.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $y=0$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành Ox $(y=0)$. Số nghiệm của phương trình tương ứng số giao điểm giữa chúng (kiến thức lớp 9)

Ta thấy đồ thị của hàm số có hai giao điểm (phân biệt) với trục hoành Ox, nên phương trình $y=0$ có hai nghiệm phân biệt

Vậy đáp án A đúng.

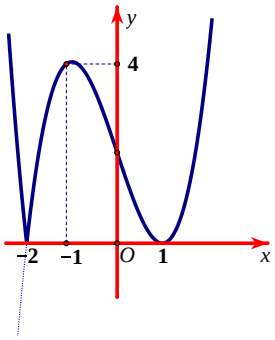
Câu 6: [TH] Đường cong bên (nét đậm) là đồ thị của hàm số $y=f(x)=|x^3-3x+2|$. Xét các phát biểu sau đây có bao nhiêu phát biểu đúng?

(1): Hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu

(2): Giá trị cực đại bằng $f(-4)=2$ và giá trị cực tiểu $f(-2)=f(1)=0$.

(3): Hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu

(4): Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1>0$, loại điểm $x=-2<0$, $x=-1<0$.



A. 1 phát biểu đúng. **B.** 2 phát biểu đúng. **C.** 3 phát biểu đúng. **D.** 4 phát biểu đúng.

Lời giải

Chọn B

(1): đúng. Hàm số có một điểm cực đại $x=-1$ và hai điểm cực tiểu $x=-2$, $x=1$.

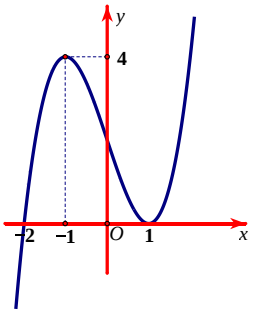
(2): đúng. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$, giá trị cực đại bằng $f(-1)=4$; hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$, $x=1$, giá trị cực tiểu $f(-2)=f(1)=0$.

(3): sai. Vì hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

(4): sai. Vì tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$ nên không loại điểm nào.

Vậy có 2 phát biểu đúng.

Câu 7: [VD] Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Suy ra đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?



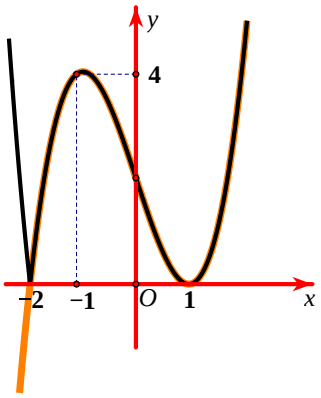
A. 0 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu. **B.** 1 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.

C. 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu. **D.** 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn C

* Cách từ đồ thị của hàm $y=f(x)$ suy ra đồ thị của $y=|f(x)|$



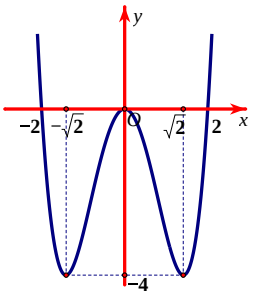
- Giữ nguyên phần đồ thị có $y \ge 0$ (phần nằm trên trục $x'Ox$)
- Lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị có $y \le 0$ (lấy đối xứng phần nằm dưới trục $x'Ox$ - qua trục Ox)
- Hợp hai phần đồ thị chính là đồ thị của $y = |f(x)|$

* Cách đếm số điểm cực trị của đồ thị $y = |f(x)|$

\+ Nếu đồ thị của $y = f(x)$ có n điểm cực trị sẵn có và có k giao điểm đơn (không phải kép) với trục Ox thì số điểm cực trị của đồ thị của $y = |f(x)|$ là: $n + k$ điểm.

Vậy đồ thị của $y = |f(x)|$ có 3 điểm cực trị, gồm 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

Câu 8: [VD] Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Suy ra đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?

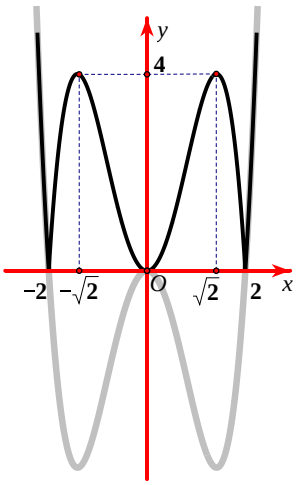


A. 0 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu. **B.** 1 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.
C. 3 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu. **D.** 2 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn D

* Cách từ đồ thị của hàm $y = f(x)$ suy ra đồ thị của $y = |f(x)|$:



- Giữ nguyên phần đồ thị có $y \ge 0$ (phần nằm trên trục $x'Ox$)

• Lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị có $y \le 0$ (lấy đối xứng phần nằm dưới trục $x'Ox$ - qua trục Ox)

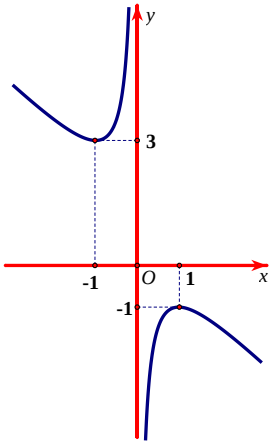
• Hợp hai phần đồ thị chính là đồ thị của $y=|f(x)|$

* Cách đếm số điểm cực trị của đồ thị $y=|f(x)|$

+ Nếu đồ thị của $y=f(x)$ có n điểm cực trị sẵn có và có k giao điểm đơn (không phải kép) với trục Ox thì số điểm cực trị của đồ thị của $y=|f(x)|$ là: $n+k$ điểm.

Vậy đồ thị của $y=|f(x)|$ có 5 điểm cực trị, gồm 2 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu.

Câu 9: [VD] Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Suy ra đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?

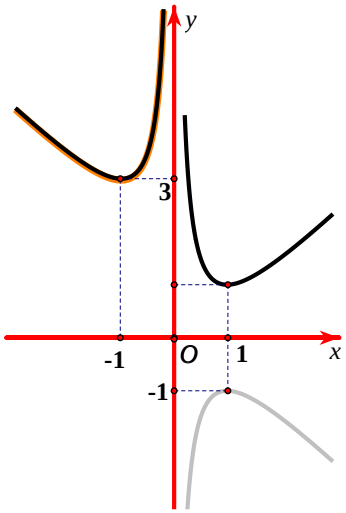


A. 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu. **B.** 2 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.
C. 0 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu. **D.** 2 điểm cực đại và 0 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn C

* Cách từ đồ thị của hàm $y=f(x)$ suy ra đồ thị của $y=|f(x)|$:



• Giữ nguyên phần đồ thị có $y \ge 0$ (phần nằm trên trục $x'Ox$)

• Lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị có $y \le 0$ (lấy đối xứng phần nằm dưới trục $x'Ox$ - qua trục Ox)

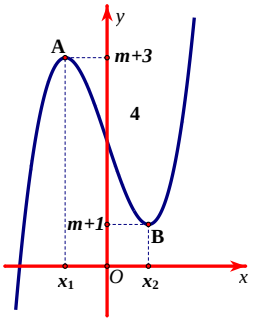
• Hợp hai phần đồ thị chính là đồ thị của $y=|f(x)|$

* Cách đếm số điểm cực trị của đồ thị $y=|f(x)|$

+ Nếu đồ thị của $y=f(x)$ có n điểm cực trị sẵn có và có k giao điểm đơn (không phải kép) với trục Ox thì số điểm cực trị của đồ thị của $y=|f(x)|$ là: $n+k$ điểm.

Vậy đồ thị của $y=|f(x)|$ có 2 điểm cực trị, gồm 0 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

Câu 10: [VD] Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ (với m là tham số) như hình vẽ. Đồ thị luôn có có toạ độ điểm cực đại là $A(x_1;\, m+3)$, toạ độ điểm cực tiểu là $B(x_2;\, m+1)$. Giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt là



A. Không có m nào. **B.** $m<-3$ *hay* $m>-1$. **C.** $m=-2$. **D.** $-3<m<-1$.

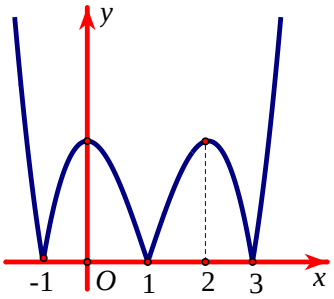
Lời giải

Chọn D

- Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị của hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox $(:y=0)$ tại 3 điểm phân biệt
- Để đồ thị của $y=f(x)$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt, khi hai điểm cực trị $A(x_1;\, m+3)$ và $B(x_2;\, m+1)$ của đồ thị nằm về hai phía trục Ox
- Khi đó yêu cầu: một tung độ dương và tung độ còn lại âm – hai tung độ trái dấu $(m+3)(m+1)<0 \Leftrightarrow -3<m<-1$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



A. $x=-1; x=1; x=3$. **B.** $x=0; x=2$.

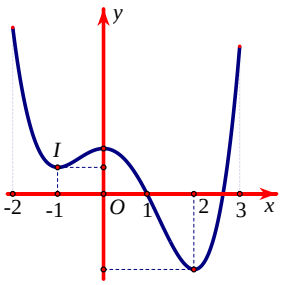
C. $x=-1; x=0; x=1; x=2; x=3$. **D.** Không có điểm nào.

Lời giải

Chọn A

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=-1; x=1; x=3$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1; x=1; x=3$.

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;\, 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



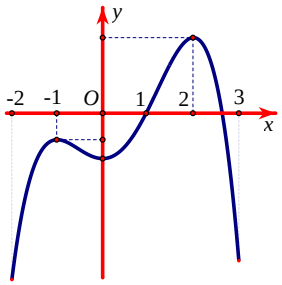
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và $x=3$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$, $x=1$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1; x=2$, cực đại tại $x=0$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2; x=-1$, cực đại tại $x=2; x=3$.

Lời giải

Chọn C

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=-1; x=2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1; x=2$.
- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

Câu 3: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



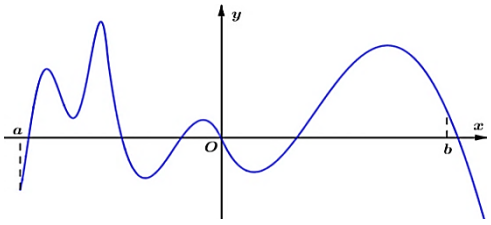
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$ và $x=3$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$, $x=1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1; x=2$, cực tiểu tại $x=0$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2; x=-1$, cực tiểu tại $x=2; x=3$.

Lời giải

Chọn C

- Đồ thị đang *đi xuống* sau đó *đổi hướng đi lên* tại điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.
- Đồ thị đang *đi lên* sau đó *đổi hướng đi xuống* tại điểm $x=-1; x=2$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1; x=2$.

Câu 4: [NB] (Trích đề thi thử SGD Quảng Nhinh 2019) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$?



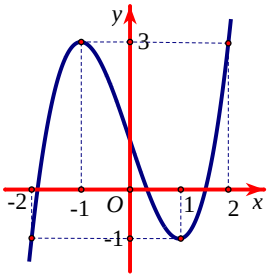
A. 4. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số suy ra hàm số có 3 điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$.

Câu 5: [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.



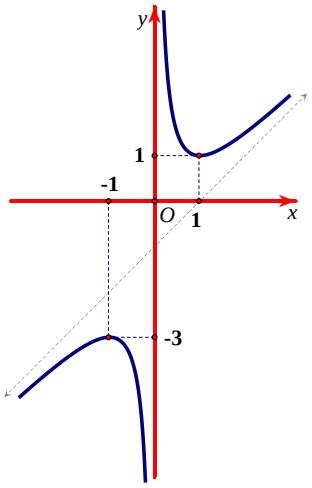
A. $2\sqrt{5}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

- Toạ độ điểm cực đại của dồ thị hàm số là $A(-1;3)$; toạ độ điểm cực tiểu của dồ thị hàm số là $B(1;-1)$
- Khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị là $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=2\sqrt{5}$

Câu 6: [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.



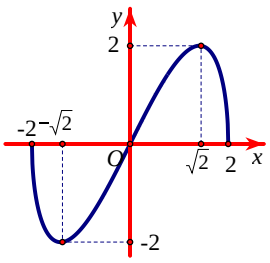
A. $2\sqrt{5}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

- Toạ độ điểm cực đại của dồ thị hàm số là $A(-1;-3)$; toạ độ điểm cực tiểu của dồ thị hàm số là $B(1;1)$
- Khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị là $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=2\sqrt{5}$

Câu 7: [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Gọi x_1,x_2 lần lượt là điểm cực tiểu và điểm cực của hàm số, tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của hàm số.



A. $2\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{2}$.

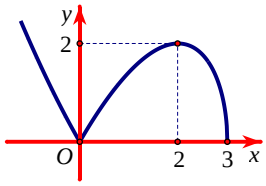
Lời giải

Chọn B

• Điểm cực tiểu và điểm cực của hàm số là $x_1=-\sqrt{2}$; $x_2=\sqrt{2}$

• Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của hàm số là $|x_1-x_2|=2\sqrt{2}$

Câu 8: [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên nửa đoạn $(-\infty;3]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của hàm số.



A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $3\sqrt{2}$.

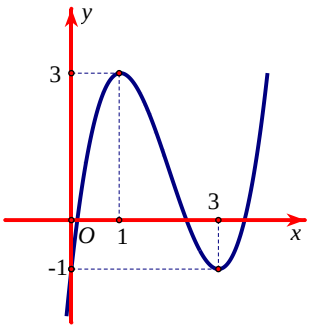
Lời giải

Chọn X

• Điểm cực tiểu và điểm cực của hàm số là $x_1=0$; $x_2=2$

• Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của hàm số là $|x_1-x_2|=2$

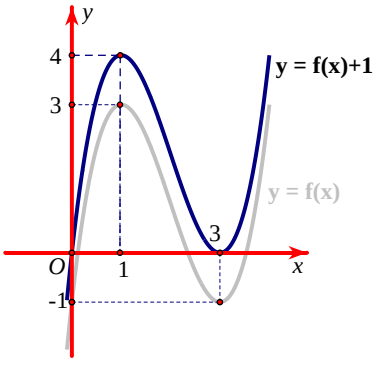
Câu 9: [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)+1$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

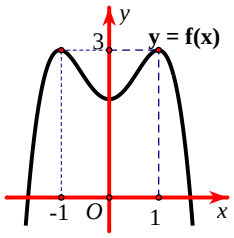
Chọn B



Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$, tịnh tiến theo trục tung Oy $(+1)$ đơn vị được đồ thị của hàm số $y=f(x)+\mathbf{1}$.

KL: Vậy điểm cực đại (và điểm cực tiểu) của đồ thị có hoành độ không đổi nên hàm số $y=f(x)+1$ vẫn đạt cực đại tại điểm $x=1$.

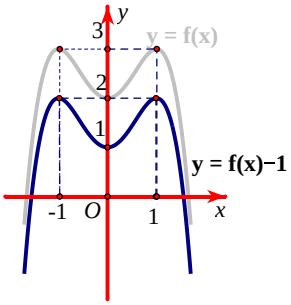
Câu 10: [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)-1$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1, x=1$.

Lời giải

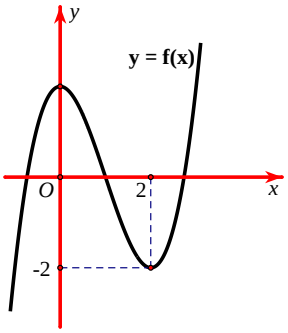
Chọn A



Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$, tịnh tiến theo trục tung Oy (-1) đơn vị được đồ thị của hàm số $y=f(x)-1$.

KL: Vậy điểm cực tiểu (và điểm cực đại) của đồ thị có hoành độ không đổi nên hàm số $y=f(x)-1$ vẫn đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

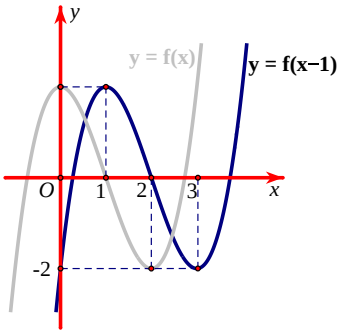
Câu 11: [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y=f(x-1)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

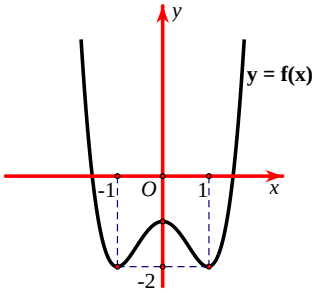
Chọn C



Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$, tịnh tiến theo trục hoành Ox $(+1)$ đơn vị được đồ thị của hàm số $y=f(x-1)$.

KL: Vậy điểm cực tiểu (và điểm cực đại) của đồ thị có hoành độ cộng thêm $(+1)$ đơn vị tức là đạt cực đại tại $x=0+1=1$.

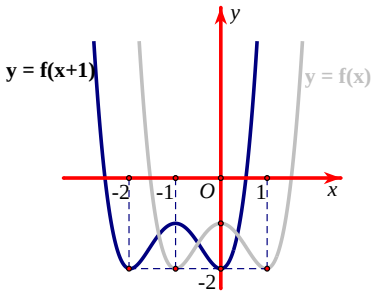
Câu 12: [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y=f(x+1)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

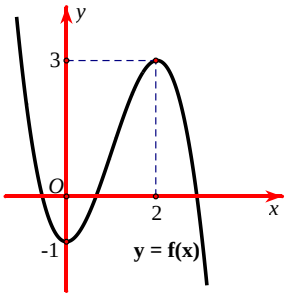
Chọn D



Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$, tịnh tiến theo trục hoành Ox (-1) đơn vị được đồ thị của hàm số $y=f(x+\mathbf{1})$.

KL: Vậy điểm cực tiểu (và điểm cực đại) của đồ thị có hoành độ cộng thêm (-1) đơn vị tức là đạt cực đại tại $x=0-1=-1$.

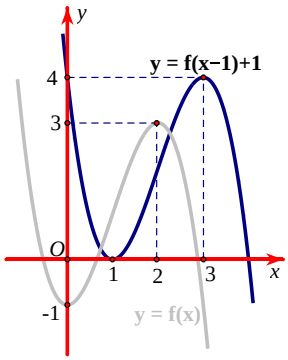
Câu 13: [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y=f(x-1)+1$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

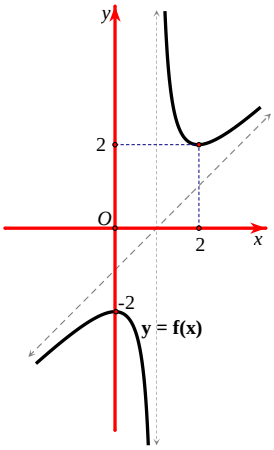
Chọn B



Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$, tịnh tiến theo trục hoành Ox $(+1)$ đơn vị được đồ thị của hàm số $y=f(x-\mathbf{1})$; tiếp tục tịnh tiến theo trục tung Oy $(+1)$ được đồ thị của hàm số $y=f(x-\mathbf{1})+\mathbf{1}$

KL: Vậy điểm cực tiểu (và điểm cực đại) của đồ thị có hoành độ cộng thêm $(+1)$ đơn vị tức là đạt cực đại tại $x=2+1=3$.

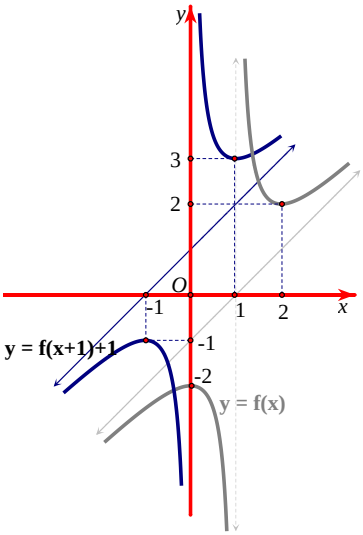
Câu 14: [VDC] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Đồ thị của hàm số $y=f(x+1)+1$ đạt cực đại tại điểm có toạ độ là



A. $(0;-2)$. **B.** $(-1;-1)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn B

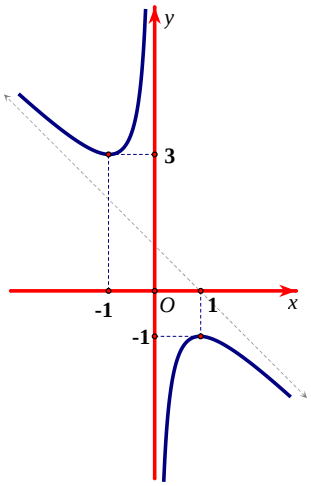


Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$, tịnh tiến theo trục hoành Ox (-1) đơn vị được đồ thị của hàm số $y=f(x+\mathbf{1})$; tiếp tục tịnh tiến theo trục tung Oy $(+1)$ được đồ thị của hàm số $y=f(x+\mathbf{1})+\mathbf{1}$

KL: Vậy điểm cực tiểu (và điểm cực đại) của đồ thị có hoành độ cộng thêm (-1) đơn vị và tung độ cộng thêm $(+1)$ đơn vị.

Vậy toạ độ điểm cực đại đồ thị của hàm số $y=f(x+1)+1$ là điểm $(-1;-1)$.

Câu 15: [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị có phương trình là



A. $y=-x+1$. **B.** $y=-x$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-2x+1$.

Lời giải

Chọn D

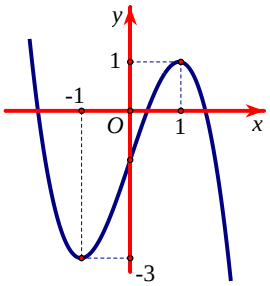
• Toạ độ điểm cực đại của dồ thị hàm số là $A(1;-1)$; toạ độ điểm cực tiểu của dồ thị hàm số là $B(-1;3)$

• Gọi đường thẳng d có phương trình là $y=ax+b$.

+ $\left.\begin{array}{l}A(1;-1)\in d\\ B(-1;3)\in d\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a+b=-1\\ -a+b=3\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a=-2\\ b=1\end{array}\right\}$

+ Vậy Phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị là $d: y=-2x+1$

Câu 16: [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị có phương trình là



A. $y=x+1$. **B.** $y=x$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=2x-1$.

Lời giải

Chọn X

• Toạ độ điểm cực đại của dồ thị hàm số là $A(1;1)$; toạ độ điểm cực tiểu của dồ thị hàm số là $B(-1;-3)$

• Gọi đường thẳng d có phương trình là $y=ax+b$.

+ $\left.\begin{array}{l}A(1;1)\in d\\ B(-1;-3)\in d\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a+b=1\\ -a+b=-3\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a=2\\ b=-1\end{array}\right\}$

+ Vậy Phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị là $d: y=2x-1$

BÀI TOÁN 3: XÁC ĐỊNH GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT DỰA VÀO ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

A. LÝ THUYẾT

Bài toán:

Xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số dựa vào đồ thị hàm số đã cho.

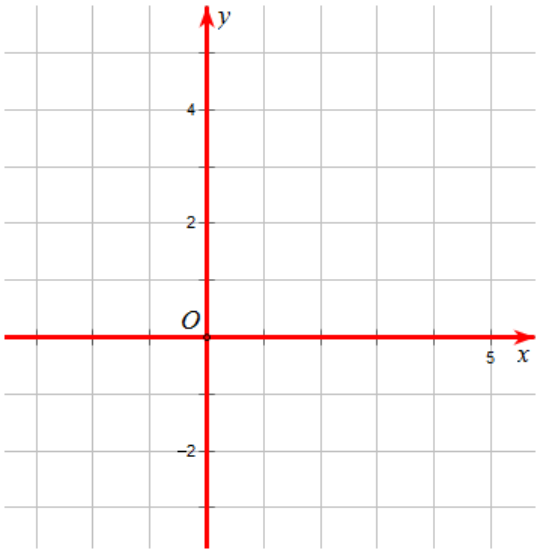
Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên tập D.

- Số M gọi là ..... của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên D

nếu: $\begin{cases}.....\\.....\end{cases}$. Kí hiệu: $M=\max\limits_{x\in D}f(x)$.

- Số m gọi là ..... của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên D

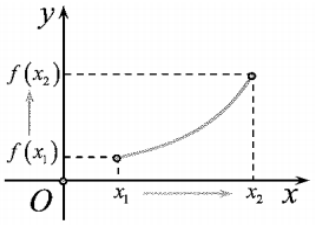
nếu: $\begin{cases}.....\\.....\end{cases}$. Kí hiệu: $m=\min\limits_{x\in D}f(x)$.



Hình vẽ minh họa xét trên đoạn $\left[a;b\right]$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $\left[a;b\right]$. Khẳng định nào sau đây đúng?



*Hàm số **đồng biến***

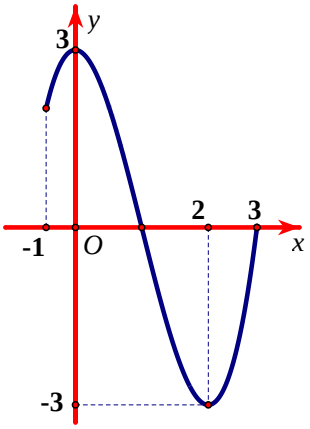
A. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $\left(a;b\right)$.

B. Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $\left[a;b\right]$.

C. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a;b]$.

D. Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a;b]$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số đó ?



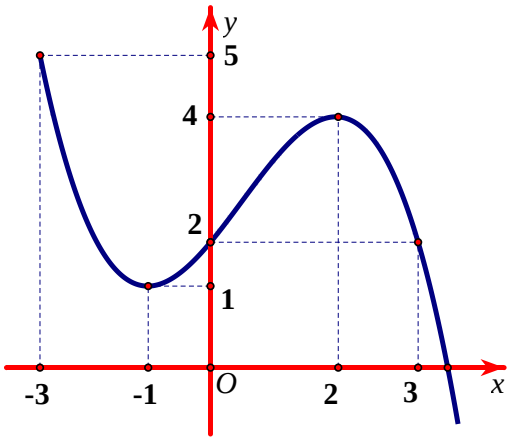
A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=3$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=2$.

C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-3;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số trên đoạn $[-3;3]$?



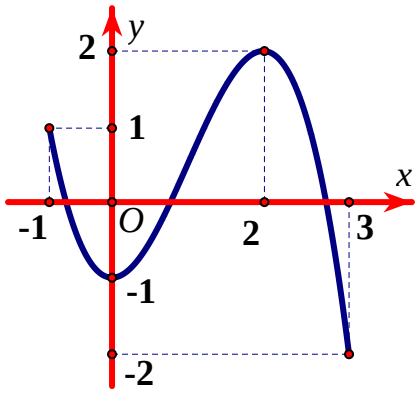
A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=2$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

D. Hàm số $f(x)$ ngịch biến trên khoảng $(-3;3)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



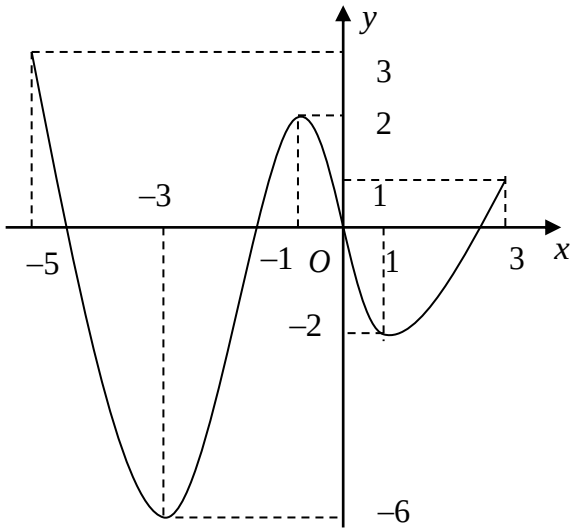
A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-5;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



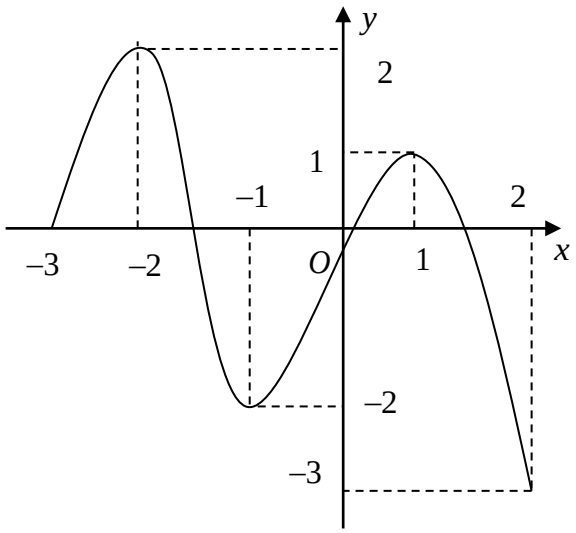
A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 3.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -6.

C. Giá trị cực tiểu tại -6.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-5$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



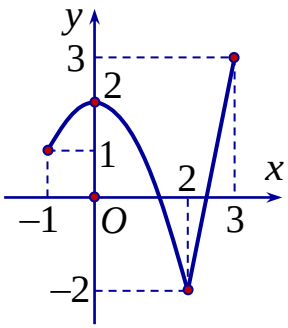
A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 1.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -3.

C. Giá trị cực tiểu tại -2.

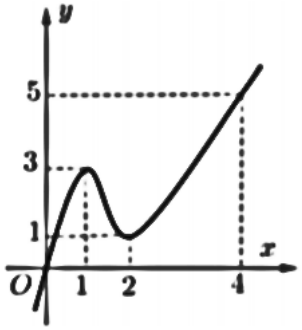
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng



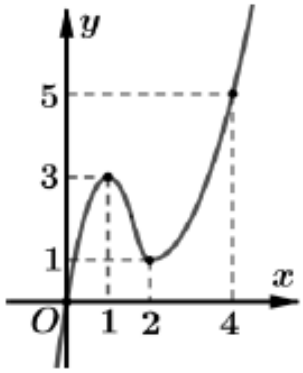
A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(-\dfrac{3\sin x}{2}+\dfrac{5}{2}\right)$ bằng bao nhiêu?



A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

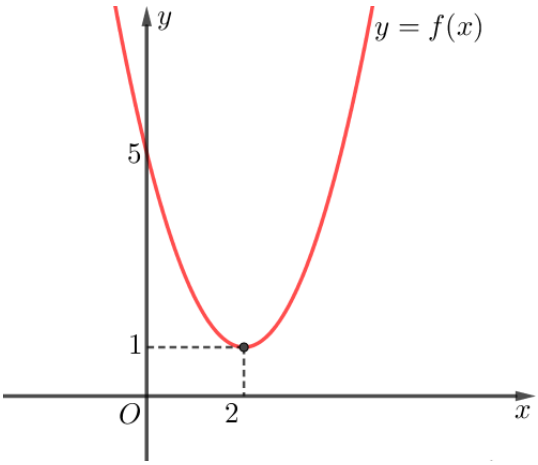
Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là GTLN – GTNN của hám số $g(x)=f\left[2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right]$. Tổng $M+m$ bằng



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

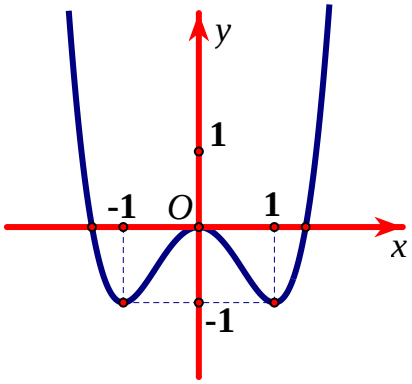
Câu 10. [VDC] Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị nhự hình vẽ. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f(x)+m\right|$ trên đoạn $[0;4]$ bằng 9.

A. –10. **B.** –6. **C.** 4. **D.** 8.



C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số đó ?



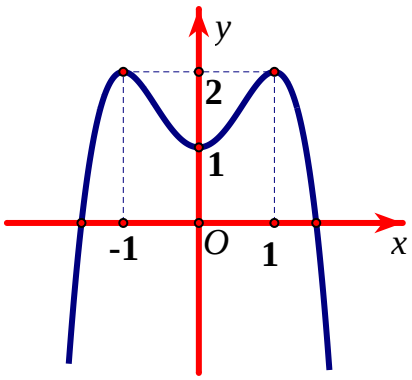
A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$.

C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 2. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số đó ?



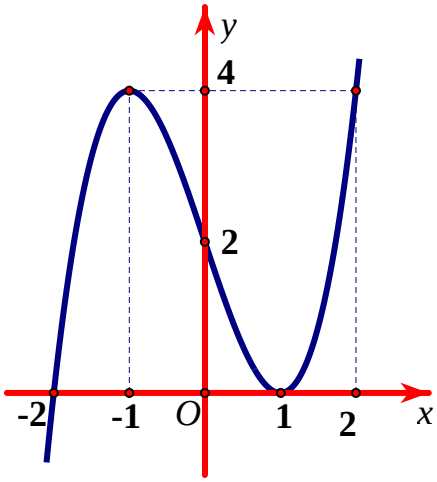
A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$.

C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó ?



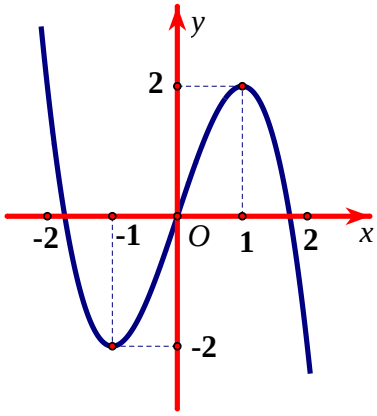
A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0.

C. Giá trị cực tiểu bằng 0.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 4. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số đó ?



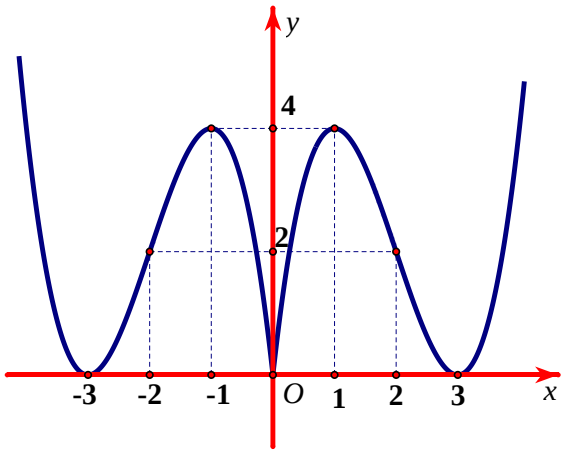
A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 0.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2.

C. Giá trị cực tiểu tại 2.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 5. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-3;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



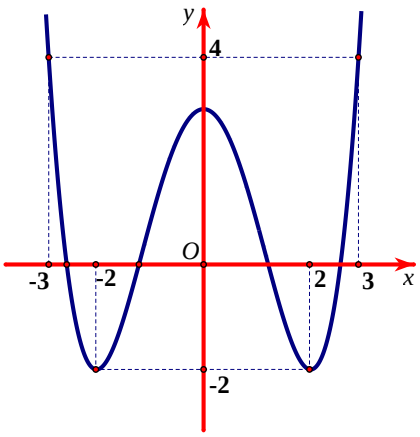
A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 4.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -3.

C. Giá trị cực đại tại -1.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 6. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-3;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số trên đoạn $[-3;3]$?



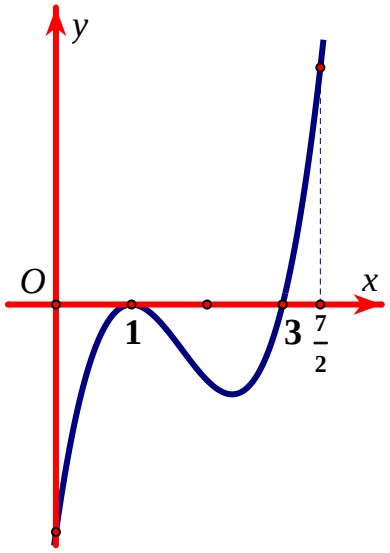
A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=3$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

D. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=\pm 3$.

Câu 7. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\left[0;\frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



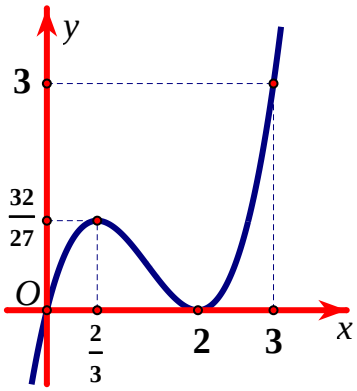
A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất $x=3$.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất $x=0$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 8. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$



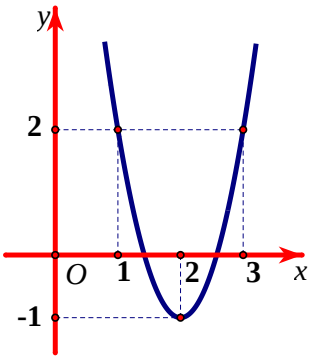
A. $\frac{32}{27}$.

C. $\frac{2}{3}$.

C. 3.

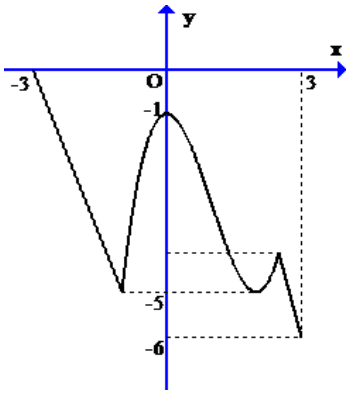
D. 2.

Câu 9. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[1;3]$. Giá trị của $2M+3m$ bằng



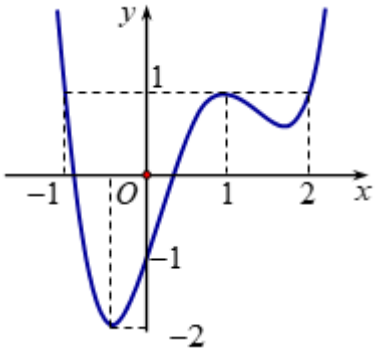
A. 5. **B.** –3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 10. **[TH]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-3;3\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\left[-3;3\right]$. Giá trị của $M-m$ bằng?



A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

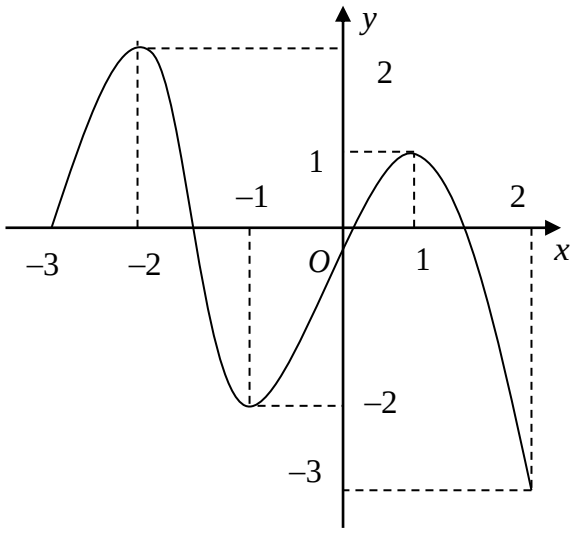
Câu 11. **[TH]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;2\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\left[-1;2\right]$. Giá trị của $M.m$ bằng?



A. 5. **B.** –3. **C.** 4. **D.** –2.

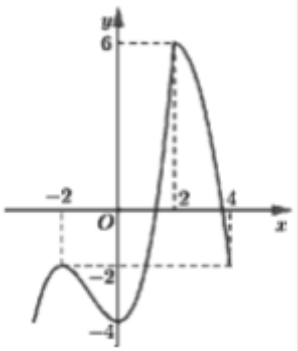
Câu 12. **[TH]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trên $\left[-2;1\right]$ như hình vẽ. Tìm $\max\limits_{[-2;2]}\left|f\left(x\right)\right|$

A. 2. **B.** $|f(0)|$. **C.** 3. **D.** 1.

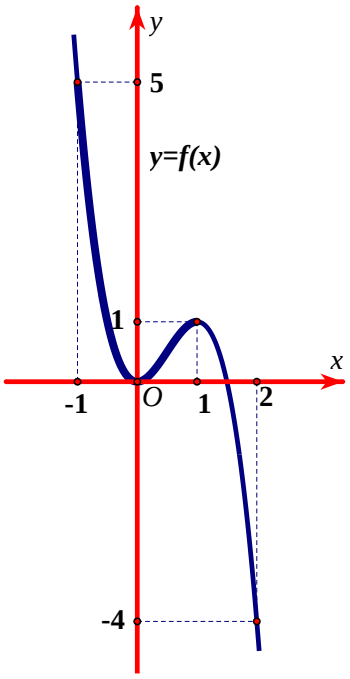


Câu 13. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên $[-2;4]$ như hình vẽ. Tìm $\min\limits_{[-2;4]} f(x)$

A. 2. **B.** $|f(0)|$. **C.** -4. **D.** 1.

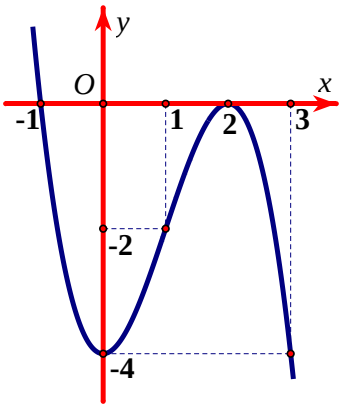


Câu 14. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;1]$. TÍnh giá trị của biểu thức $T=M.m$



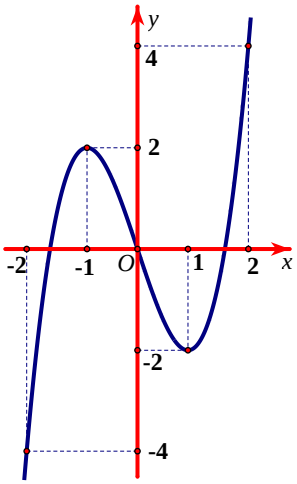
A. $T=5$. **B.** $T=-20$. **C.** $T=0$. **D.** $T=-4$.

Câu 15. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị sau. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$. Tổng $M+m=?$



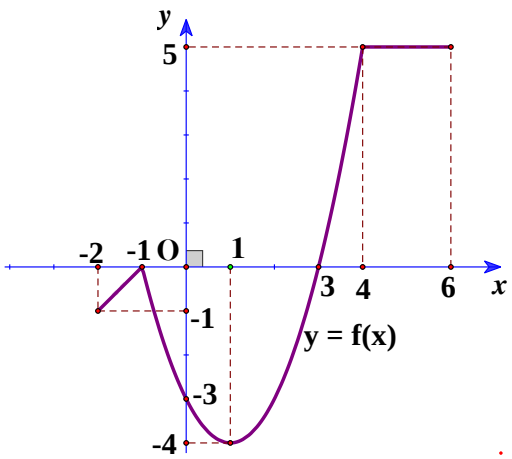
A. 4. **B.** -6. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 16. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$. Hiệu $M-m=?$



A. 0. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

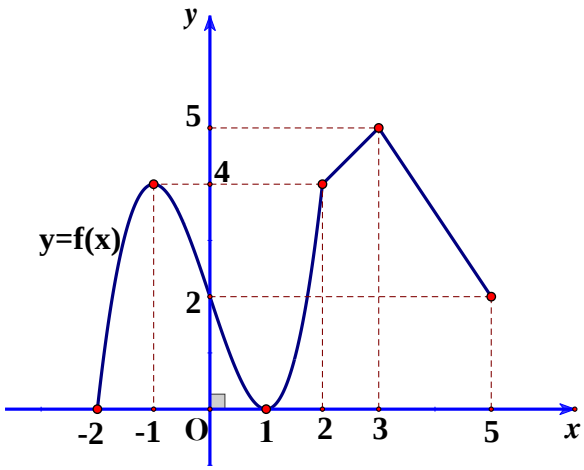
Câu 17. **[TH]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;6\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-2;6\right]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. -8. **B.** -9. **C.** 9. **D.** 8.

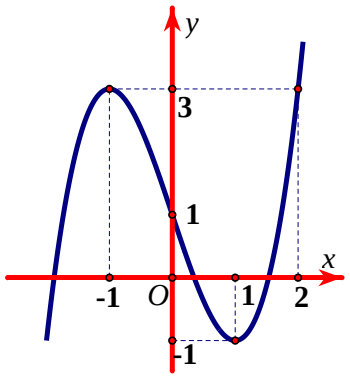
Câu 18. **[VD]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[-2;3\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f\left(2\cos 5x+1\right)$. Giá trị của $M-2m$ bằng

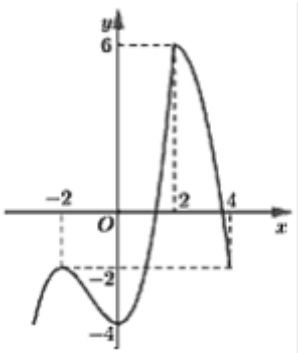
A. -10. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 19. **[VDC]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(2x^2+x-1\right)+m$. Tìm m để $\max\limits_{[0;1]} g\left(x\right)=-10$.



A. $m=3$. **B.** $m=-12$. **C.** $m=-10$. **D.** $m=-13$.

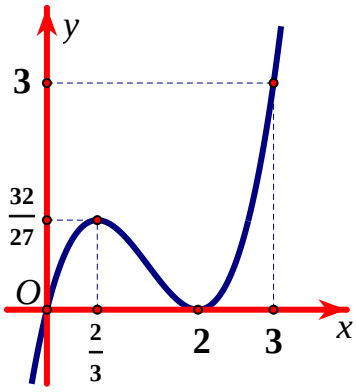
Câu 20. **[VDC]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\frac{1}{2}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+x=m$ có nghiệm thuộc $\left[-2;2\right]$?



A. 8. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 10.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[0;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số đó ?



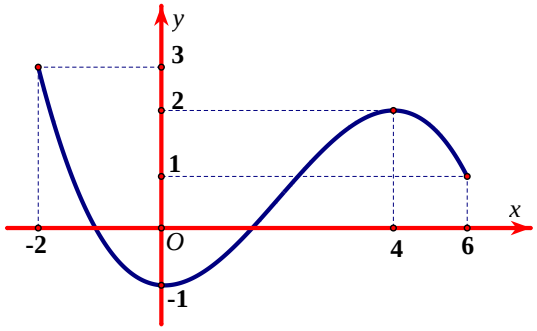
A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=2$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$.

C. Giá trị cực tiểu tại $x=0$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

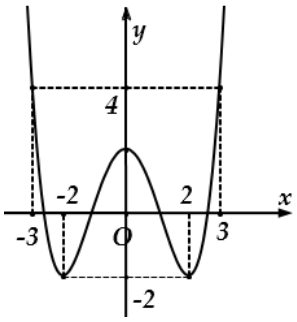
Câu 2. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ bên. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.



A. $\max\limits_{x\in[-2;6]} f(x)=f(-2)$. **B.** $\max\limits_{x\in[-2;6]} f(x)=f(2)$.

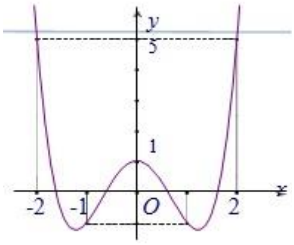
C. $\max\limits_{x\in[-2;6]} f(x)=f(6)$. **D.** $\max\limits_{x\in[-2;6]} f(x)=f(-1)$.

Câu 3. [NB] Cho hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$ đạt được tại điểm nào sau đây? $y=f(x)$



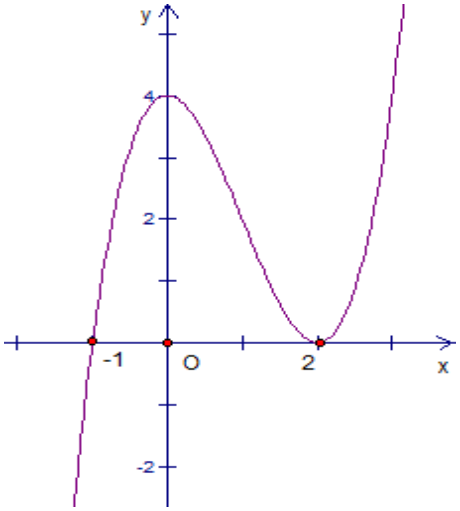
A. $x=-3$ và $x=3$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=0$.

Câu 4. [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$.



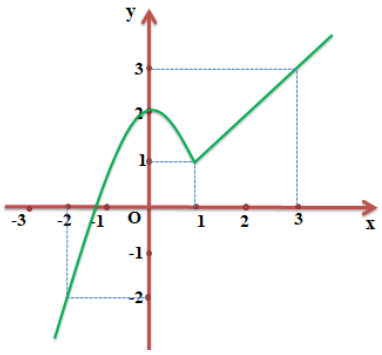
A. 2. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 5. [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó hàm số $y=f\left(2-x^2\right)$ đạt GTLN trên $\left[0;\sqrt{2}\right]$ bằng



A. $f(0)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f\left(\sqrt{2}\right)$. **D.** $f(2)$.

Câu 6. [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như dưới đây



Hãy chỉ ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$.

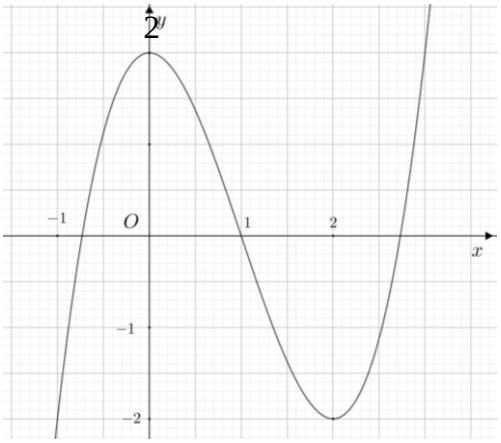
A. $\min\limits_{[-2;3]} f(x)=1$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=2.$

B. $\min\limits_{[-2;3]} f(x)=-2$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=3.$

C. $\min\limits_{[-2;3]} f(x)=1$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=3.$

D. $\min\limits_{[-2;3]} f(x)=-2$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=2.$

Câu 7. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$.



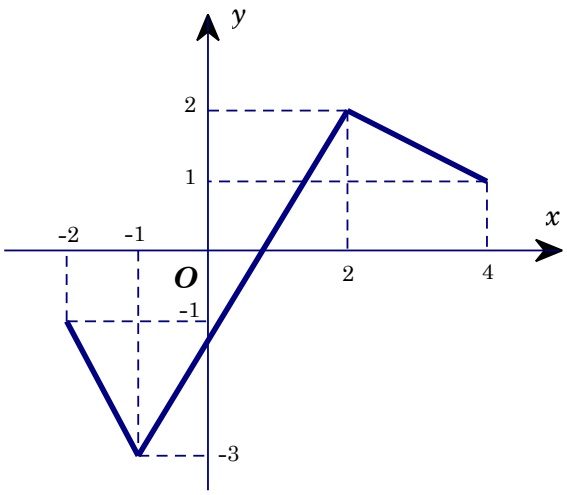
A. $\max\limits_{[0;1]} y=2;\min\limits_{[0;1]} y=-2$.

B. $\max\limits_{[0;1]} y=2;\min\limits_{[0;1]} y=1$.

C. $\max\limits_{[0;1]} y=2;\min\limits_{[0;1]} y=0$.

D. $\max\limits_{[0;1]} y=0;\min\limits_{[0;1]} y=-2$.

Câu 8. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[-2;4]$



A. 2. **B.** $\left|f\left(0\right)\right|$. **C.** 3. **D.** 1.

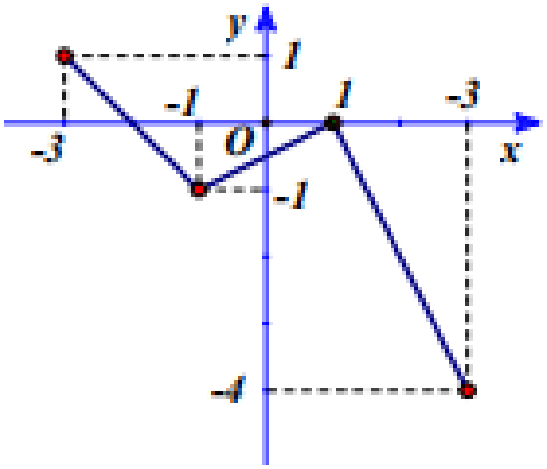
Câu 9. [TH]Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định là $\left[-3;3\right]$ và đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng về hàm số trên.

A. Giá trị lớn nhất là 1, giátrị nhỏ nhất là -1.

B. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là -3.

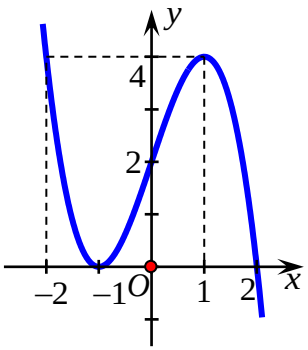
C. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là -2.

D. Giá trị lớn nhất là -3,giá trị nhỏ nhất là -4.



.

Câu 10. [TH] Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới dây là đúng?



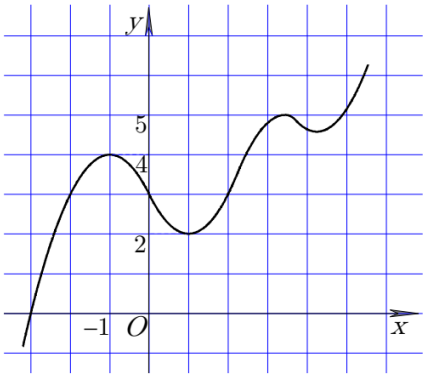
A. $\max\limits_{R} f(x)=4$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

D. $\min\limits_{[-2;1]} f(x)=0$.

Câu 11. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(2\sin x)$ trên $(0;\pi)$ là

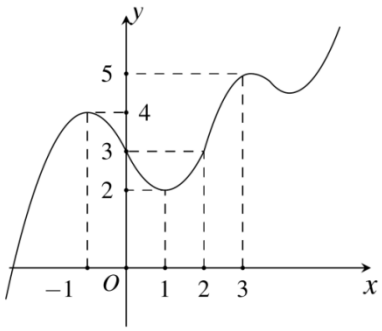
A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 12. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M, m theo thứ tự là GTLN, GTNN của hàm số $y=f(|x-2|)$ trên đoạn $[-1,5]$. Tổng $M+m$ bằng

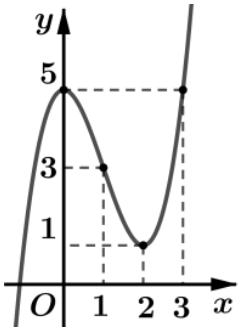
A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 1.

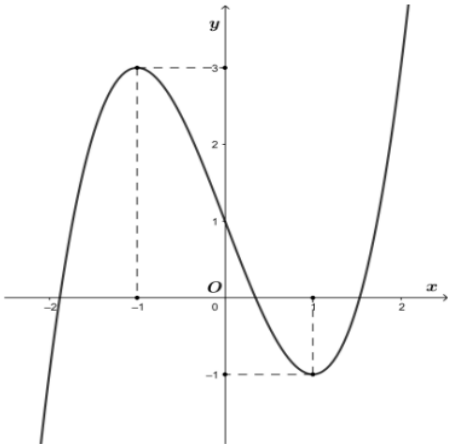
Câu 13. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên R và có đồ thị như hình vẽ như sau:



Hàm số $y=f(|x|)$ có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Không tồn tại.

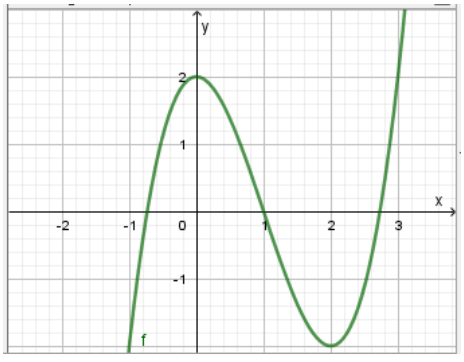
Câu 14. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $M=\max\limits_{R}\left|f\left(\sin^2 2x\right)\right|, m=\min\limits_{R}\left|f\left(\sin^2 2x\right)\right|$. Tổng $M+m$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

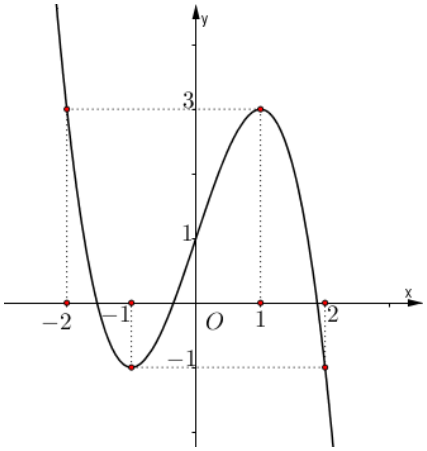
Câu 15. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tổng giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm số $y=h(x)=\left|f\left(x^2+1\right)\right|$ thuộc đoạn $[0;1]$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 16. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ

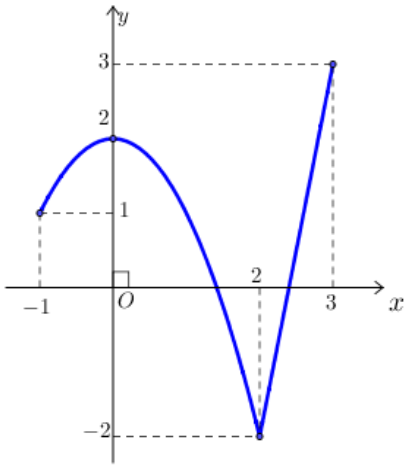


Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|f\left(2x-1\right)\right|$ trên đoạn $\left[0;\frac{1}{2}\right]$.

Tính giá trị $M-m$.

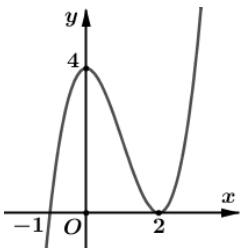
A. 3 **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 17. [VD] Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;3\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(3\left|\cos x\right|-1\right)$ bằng



A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

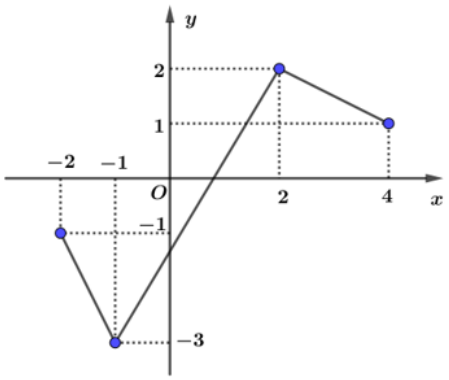
Câu 18. [VD] Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x\right|-2\right)$ trên $\left[-4;4\right]$ là

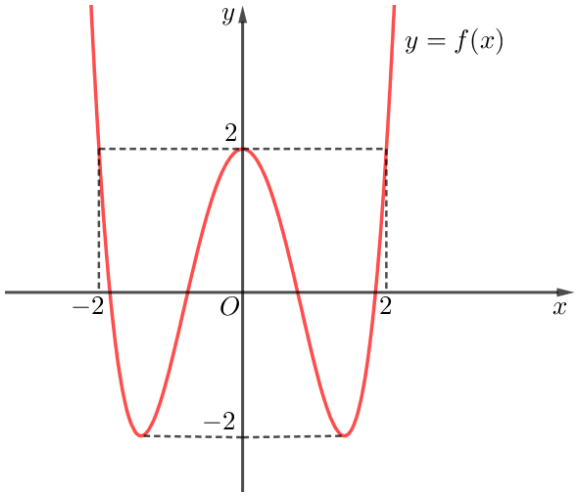
A. 0 **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 19. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;\ 4]$ như hình vẽ bên. Tìm $\max\limits_{[-2;\ 4]}|f(x)|$.



A. $|f(0)|$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

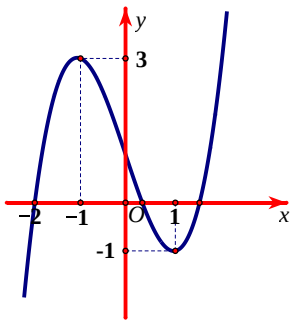
Câu 20. [VD] Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=|2f(x)+m+4|$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 5?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

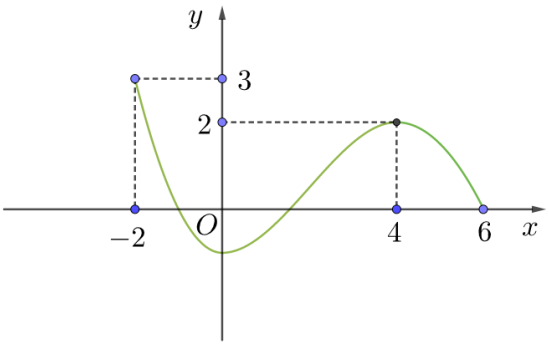
Câu 21. [VD] Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ.



Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ trên đoạn $[-1;1]$ lần lượt là M,m. Tính giá trị của biểu thức $T=673M-2019m$.

A. $T=2019$. **B.** $T=0$. **C.** $T=4038$. **D.** $T=2692$.

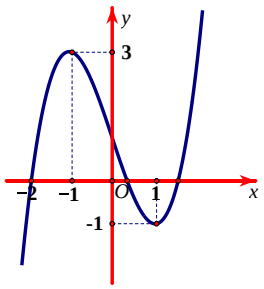
Câu 22. [VDC] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;6]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới.



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(|x|+1\right)$ trên đoạn $[-2;4]$. Giá trị của M bằng

A. 3 **B.** -1. **C.** 2. **D.** 0.

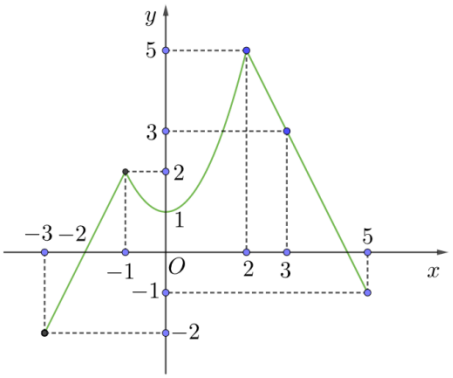
Câu 23. [VDC] Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ.



Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|f(x+2)\right|$ trên đoạn $[-1;0]$ lần lượt là M,m. Tính giá trị của biểu thức $T=M-3m$.

A. $T=3$. **B.** $T=0$. **C.** $T=6$. **D.** $T=4$.

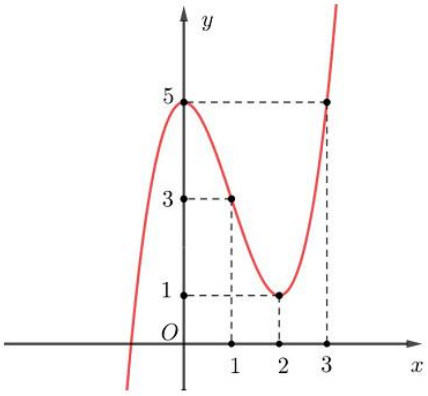
Câu 24. [VDC] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|3\cos x+4\sin x\right|-2\right)$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 25. **[VDC]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên.

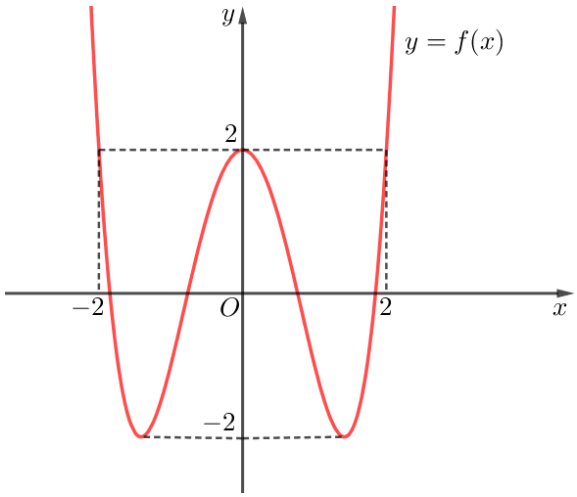


$m\in\left[a;b\right)$

Biết với $a,b\in\mathbb{R}$ là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(\sin x\right)-2m+1\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 trên khoảng $\left(0;\pi\right)$. Giá trị biểu thức $P=2a-b+1$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $\left(3;\frac{9}{2}\right)$. **C.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$.

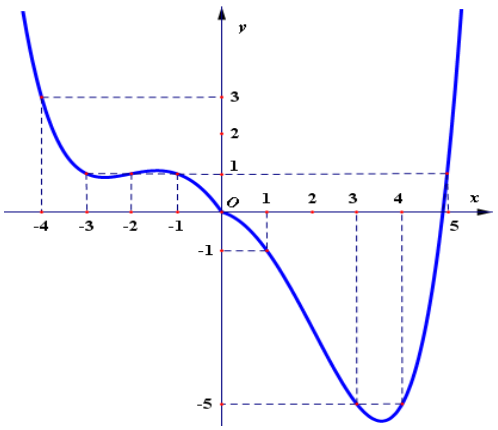
Câu 26. **[VDC]** Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;20]$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|\left|2f(x)+m+4\right|-f(x)-3\right|$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 4?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

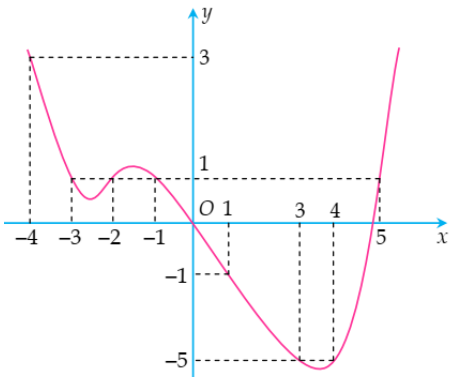
Câu 27. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi GTLN, GTNN tương ứng là M và m của hàm số $y=f\left(3-4\sqrt{6x-9x^2}\right)$. Khi đó $T=M+m$ bằng

A. -4. **B.** 2. **C.** -6. **D.** -2.

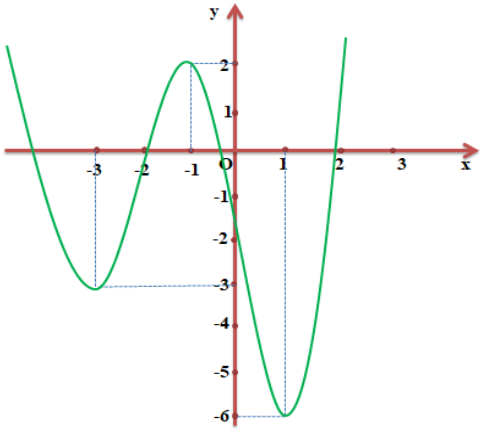
Câu 28. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f\left(\left|3-2\sqrt{6x-9x^2}\right|\right)$. Giá trị biểu thức $T = 3M - m$ bằng

A. $T = 2$. **B.** $T = 0$. **C.** $T = -8$. **D.** $T = 14$.

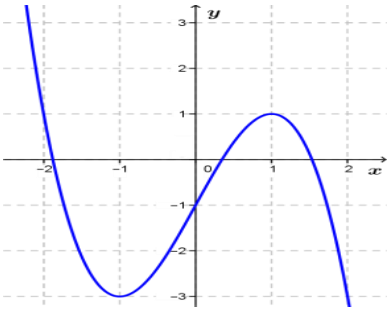
Câu 29. [VDC] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x-1)|$ trên đoạn $[-3;3]$. Tìm M.

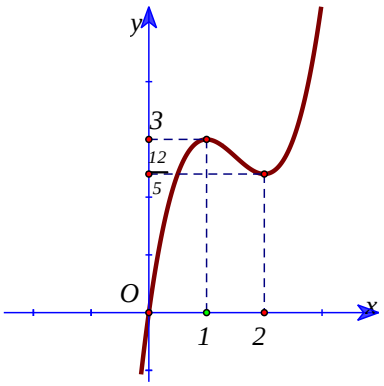
A. $M = 0$. **B.** $M = 6$. **C.** $M = 5$. **D.** $M = 2$.

Câu 30. [VDC] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $g(x) = \left|f\left(2\sin^4 x + 2\cos^4 x - 2\right)\right|$ trên $\mathbb{R}$. Tính $T = M - m$.



A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

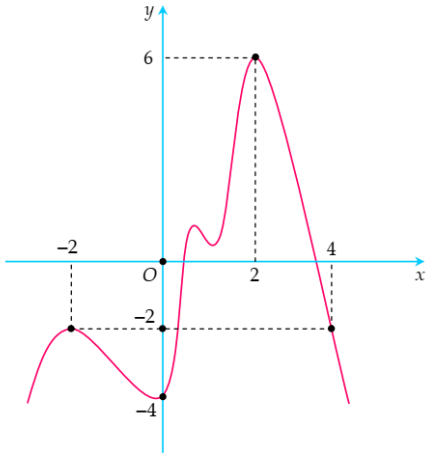
Câu 31. [VDC] Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đặt $M=\underset{\mathbb{R}}{Max}\left|f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)\right|$, $m=\underset{\mathbb{R}}{min}\left|f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)\right|$. Tính tổng $M+m$.

A. 3. **B.** $\frac{27}{5}$. **C.** $\frac{22}{5}$. **D.** 5.

Câu 32. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Gọi m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{3}f\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\sin\left(\frac{\pi}{3}|\sin x|\right)\right)\right|$. Khi đó tổng $m+M$ là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\frac{4}{3}$.

BÀI TOÁN 3: XÁC ĐỊNH GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT DỰA VÀO ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

A. LÝ THUYẾT

Bài toán:

Xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số dựa vào đồ thị hàm số đã cho.

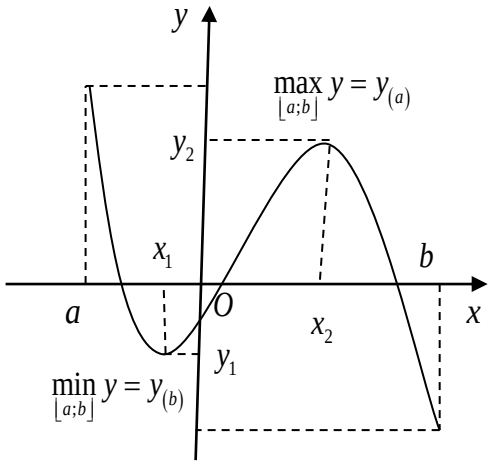
Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D.

- Số M gọi là ***giá trị lớn nhất*** của hàm số $y=f(x)$ trên D

nếu: $\begin{cases} f(x)\le M, \forall x\in D \\ \exists x_0\in D, f(x_0)=M \end{cases}$. Kí hiệu: $M=\max\limits_{x\in D} f(x)$.

- Số m gọi là ***giá trị nhỏ nhất*** của hàm số $y=f(x)$ trên D

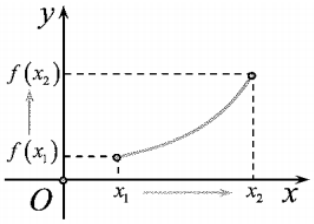
nếu: $\begin{cases} f(x)\ge m, \forall x\in D \\ \exists x_0\in D, f(x_0)=m \end{cases}$. Kí hiệu: $m=\min\limits_{x\in D} f(x)$.



Hình vẽ minh họa xét trên đoạn $[a;b]$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a;b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?



*Hàm số **đồng biến***

A. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a;b)$.

B. Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a;b]$.

C. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a;b]$.

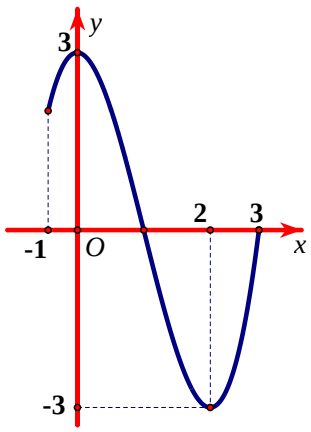
D. Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a;b]$.

Lời giải

Chọn C

Vì hàm số $y=f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a;b]$ nên $\min\limits_{[a;b]} f(x)=f(a)$, $\max\limits_{[a;b]} f(x)=f(b)$.

Câu 2. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số đó ?



A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=3$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=2$.

C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

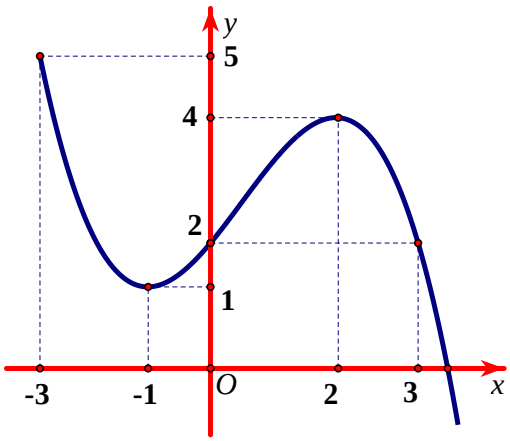
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=2$.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-3;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số trên đoạn $[-3;3]$?



A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=2$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

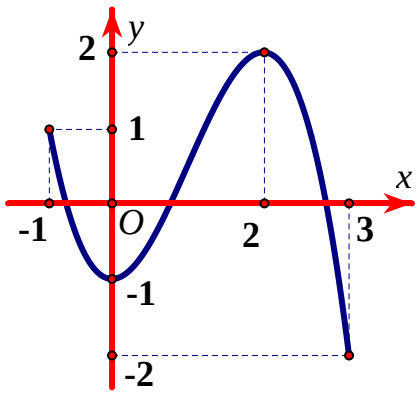
D. Hàm số $f(x)$ ngịch biến trên khoảng $(-3;3)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$.

Câu 4. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

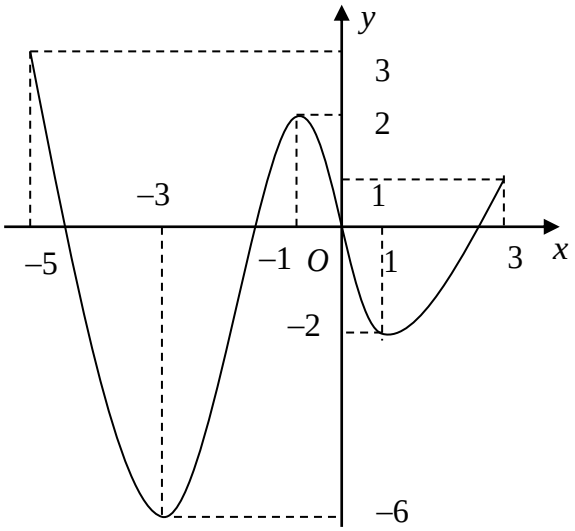
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ là sai.

Sửa lại, hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 5. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-5;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 3.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -6.

C. Giá trị cực tiểu tại -6.

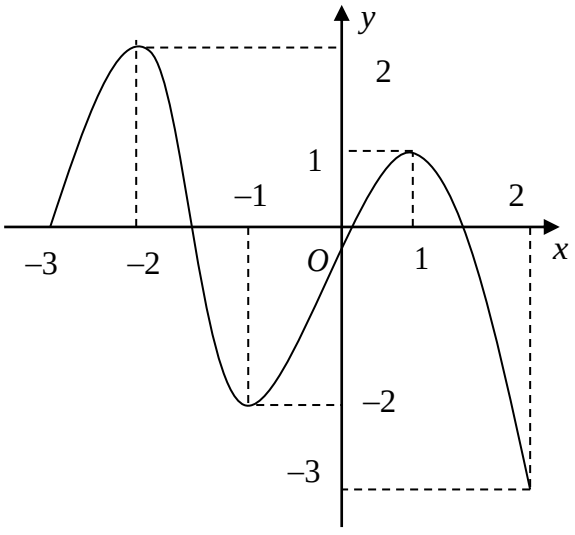
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-5$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy Hàm số đạt cực đại tại $x=-5$ là sai. Sửa lại, Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 6. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -3.

C. Giá trị cực tiểu tại -2.

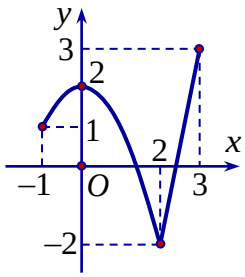
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2.

Câu 7. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng



A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

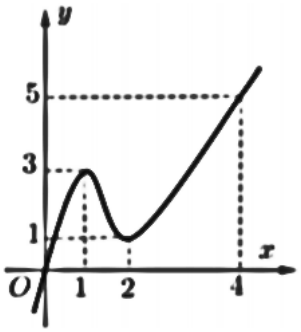
Chọn D.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ ta có:

$M=\max\limits_{[-1;3]} y=f(3)=3$ và $m=\min\limits_{[-1;3]} y=f(2)=-2$

Khi đó $M-m=5$.

Câu 8. **[VD]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(-\dfrac{3\sin x}{2}+\dfrac{5}{2}\right)$ bằng bao nhiêu?



A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

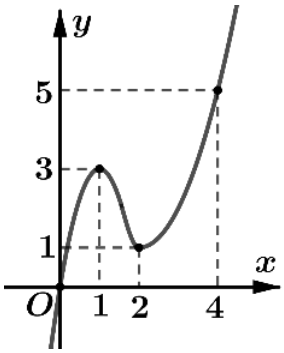
Chọn C

Ta có $1\le -\dfrac{3\sin x}{2}+\dfrac{5}{2}\le 4$.

Đặt $t=-\dfrac{3\sin x}{2}+\dfrac{5}{2}\Rightarrow t\in[1;4]$, theo đồ thị ta có $\max\limits_{[1;4]} f(t)=f(4)=5, \min\limits_{[1;4]} f(t)=f(2)=1$

Vậy tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(-\dfrac{3\sin x}{2}+\dfrac{5}{2}\right)$ là $5+1=6$.

Câu 9. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là GTLN – GTNN của hám số $g(x)=f\left[2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right]$. Tổng $M+m$ bằng



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

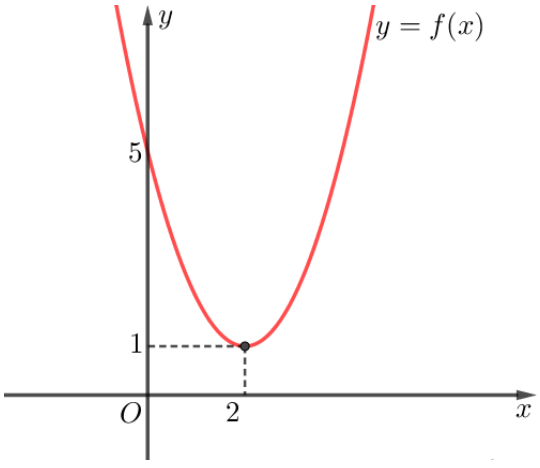
Ta có $\sin^4 x+\cos^4 x=1-\dfrac{1}{2}\sin^2 2x$ có $0\le\sin^2 2x\le 1$ suy ra $1\le 2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\le 2$.

Dựa vào đồ thị suy ra $g(x)=f\left[2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right]\in[1;3]\Rightarrow\begin{cases}m=1\\M=3\end{cases}$.

Vậy $M+m=4$.

Câu 10. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f(x)+m\right|$ trên đoạn $[0;4]$ bằng 9.

A. −10. **B.** −6. **C.** 4. **D.** 8.



Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ ta có đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$ là trục đối xứng, mà $f(0)=5\Rightarrow f(4)=5$. Suy ra: $1\le f(x)\le 5, \forall x\in[0;4]$.

Xét hàm số $g(x)=\left|f(x)+m\right|$, $\forall x\in[0;4]$.

Ta có: $\max\limits_{[0;4]} g(x) = max\{|m+1|;|m+5|\}$.

Cách 1:

Dễ dàng nhận ra đây là trường hợp 1

Do vậy $m \in \{-1-9;9-5\} \Leftrightarrow m \in \{-10;4\}$

Vậy tổng các giá trị nguyên của m là $-10+4=-6$

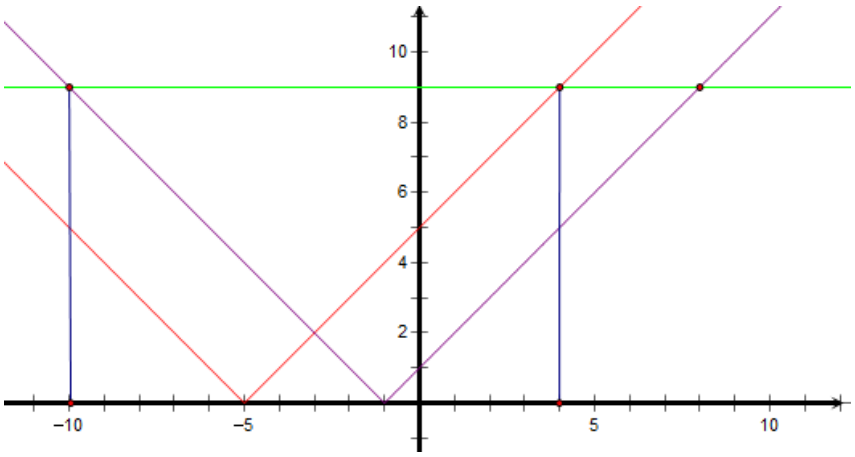
Cách 2:

Trường hợp 1: $\begin{cases} |m+1| \geq |m+5| \\ \max\limits_{[0;4]} g(x) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ |m+1| = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ \left[\begin{array}{l} m=8 \\ m=-10 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=-10$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} |m+1| < |m+5| \\ \max\limits_{[0;4]} g(x) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ |m+5| = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-14 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=4$.

Vậy tổng tất cả giá trị nguyên của m là: $-10+4=-6$.

Cách 3: Dựa vào đồ thị



Từ đồ thị suy ra $m \in \{-10;4\}$

Cách 4:

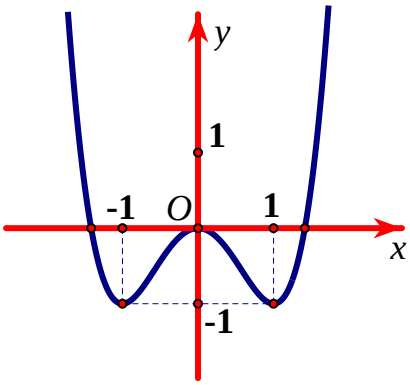
TH1: $|m+1|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-10 \\ m=8 \end{array}\right. \xrightarrow{k.tra\,|m+5|} m=-10$

TH2: $|m+5|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-14 \end{array}\right. \xrightarrow{k.tra\,|m+5|} m=4$

Vậy $m \in \{-10;4\}$

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số đó ?



A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$.

C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

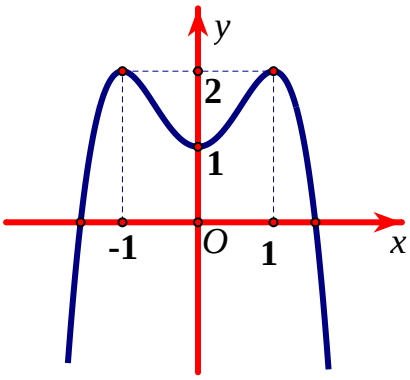
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số trên $[-1;1]$, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$.

Câu 2. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số đó ?



A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$.

C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

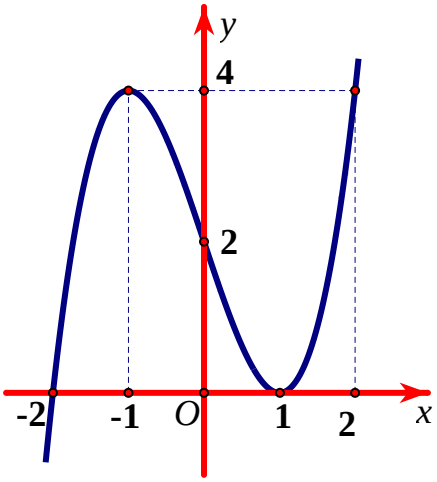
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số trên $[-1;1]$, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó ?



A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0.

C. Giá trị cực tiểu bằng 0.

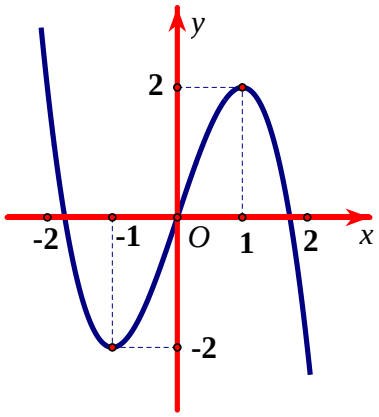
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số trên $[-2;2]$, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại 2 là sai. Sửa lại, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại 4.

Câu 4. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số đó ?



A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 0.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2.

C. Giá trị cực tiểu tại 2.

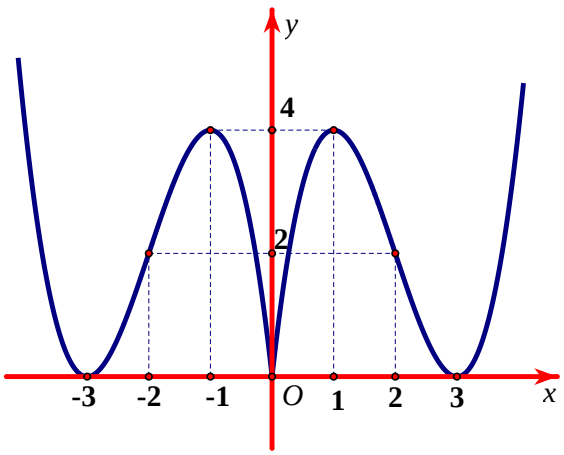
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số trên $[-1;1]$, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2.

Câu 5. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-3;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 4.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -3.

C. Giá trị cực đại tại -1.

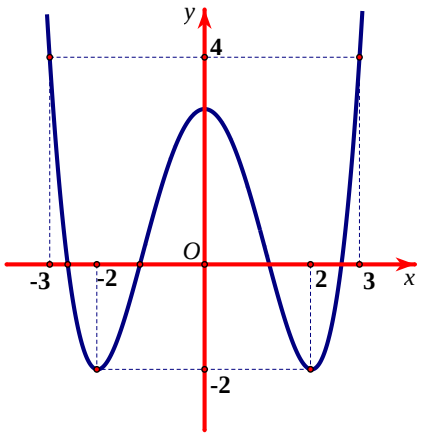
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số trên $[-3;3]$, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại 4.

Câu 6. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-3;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số trên đoạn $[-3;3]$?



A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=3$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

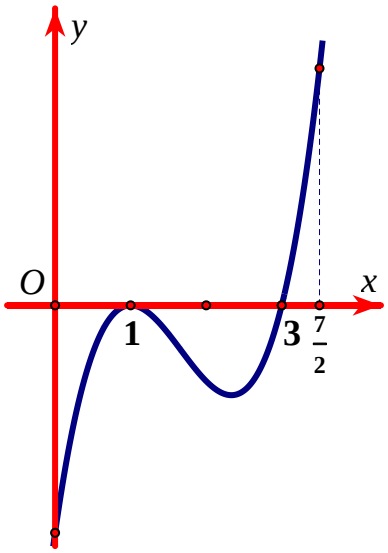
D. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=\pm 3$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=\pm 3$.

Câu 7. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\left[0;\frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất $x=3$.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất $x=0$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

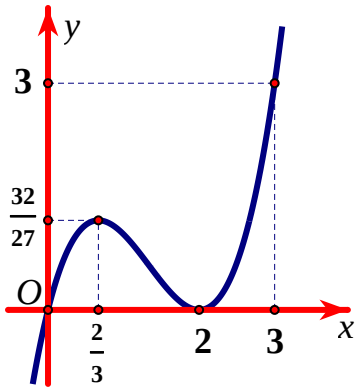
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất $x=0$.

Câu 8. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$



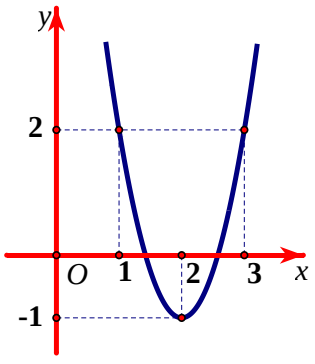
A. $\frac{32}{27}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ là 3.

Câu 9. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[1;3]$. Giá trị của $2M+3m$ bằng



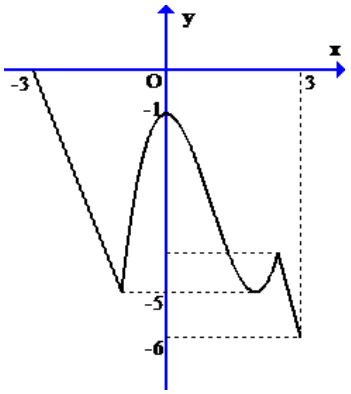
A. 5. **B.** –3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị hàm số ta có $M=2;m=-1\Rightarrow 2M+3m=1$.

Câu 10. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-3;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng?



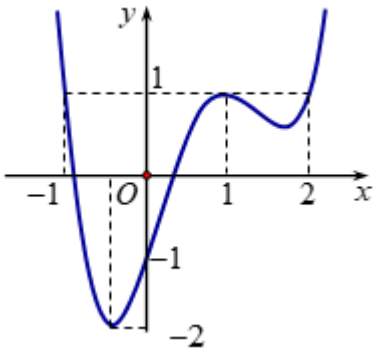
A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị hàm số ta có $M=0;m=-6\Rightarrow M-m=6$.

Câu 11. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1;2]$. Giá trị của $M.m$ bằng?



A. 5. **B.** -3. **C.** 4. **D.** -2.

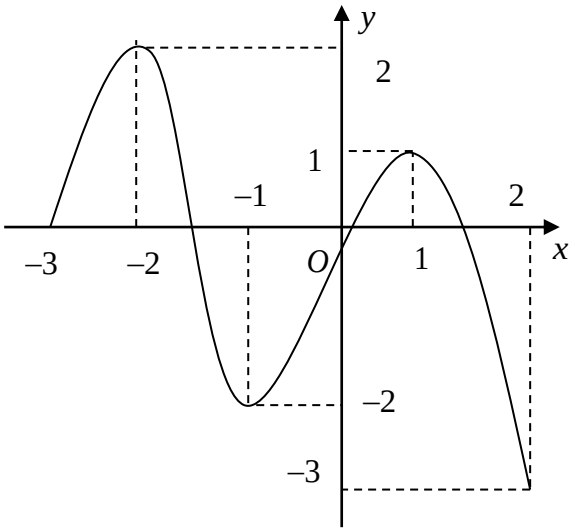
Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị hàm số ta có $M=1;m=-2\Rightarrow M.m=-2$.

Câu 12. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên $[-2;1]$ như hình vẽ. Tìm $\max\limits_{[-2;2]}|f(x)|$

A. 2. **B.** $|f(0)|$. **C.** 3. **D.** 1.



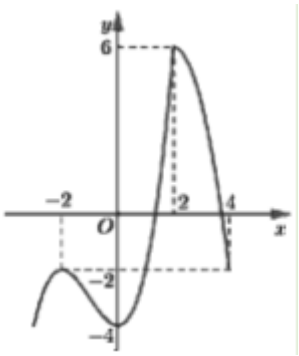
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có: $\max\limits_{[-2;2]}\left|f(x)\right| = f(-2) = 2$.

Câu 13. **[NB]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên $[-2;4]$ như hình vẽ. Tìm $\min\limits_{[-2;4]} f(x)$

A. 2. **B.** $\left|f(0)\right|$. **C.** -4. **D.** 1.

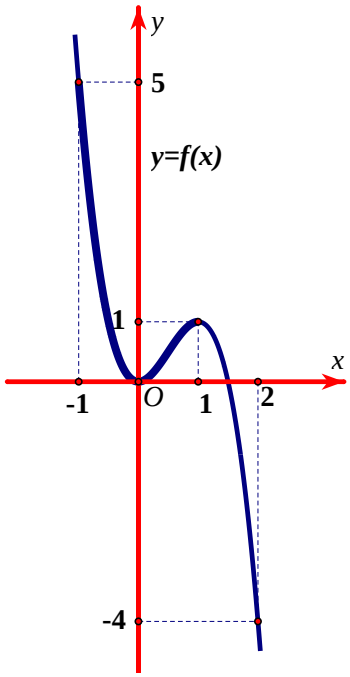


Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta có: $\min\limits_{[-2;4]} f(x) = f(0) = -4$.

Câu 14. **[NB]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1;1]$. Tính giá trị của biểu thức $T = M.m$



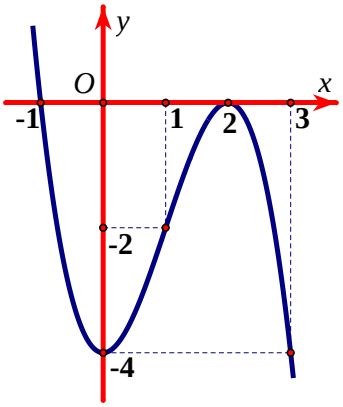
A. $T=5$. **B.** $T=-20$. **C.** $T=0$. **D.** $T=-4$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy $\begin{cases}\min\limits_{[-1;1]} y=0\\ \max\limits_{[-1;1]} y=5\end{cases}\Rightarrow T=M.m=5.0=0$.

Câu 15. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị sau. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$. Tổng $M+m=?$



A. 4. **B.** -6. **C.** -2. **D.** -4.

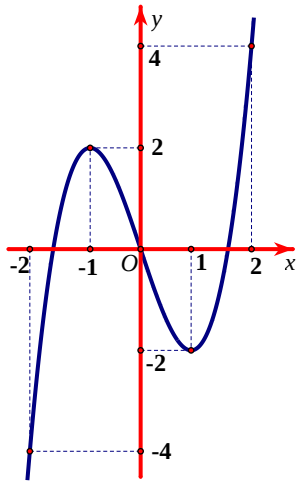
Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta có: giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là $0;-4$.

Vậy tổng $M+m=-4$.

Câu 16. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$. Hiệu $M-m=?$



A. 0. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

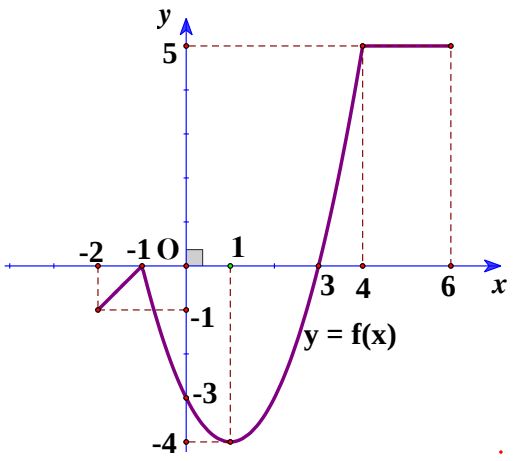
Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta có: giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ lần lượt là $4;-4$.

Vậy hiệu $M-m=8.$

Câu 17. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;6]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;6]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. -8. **B.** -9. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C.

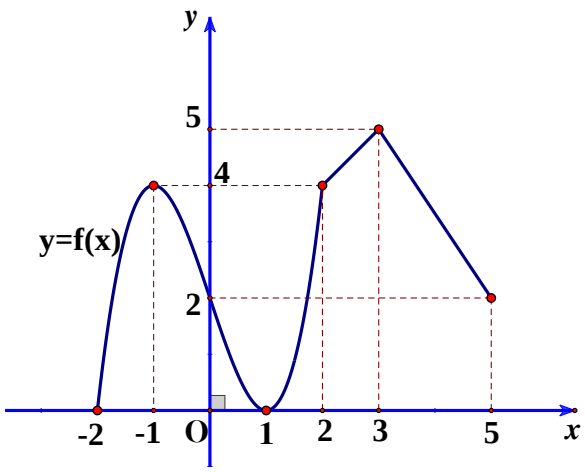
Từ đồ thị ta thấy

$M=\max\limits_{[-2;6]}5=f(4)=f(6)=5,$

$m=\min\limits_{[-2;6]}=f(1)=-4$

Vậy $M-m=9$.

Câu 18. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(2\cos 5x+1)$. Giá trị của $M-2m$ bằng

A. -10. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số $g(x)=f(2\cos 5x+1)$.

$\cos 5x\in[-1;1],\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow 2\cos 5x+1\in[-1;3]\subset[-2;3]$

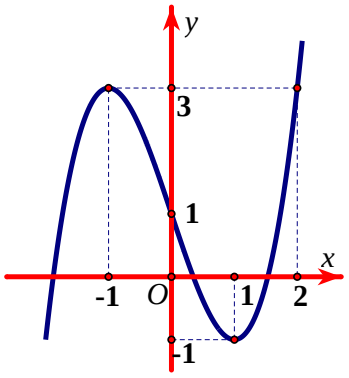
$\Rightarrow$Hàm số $g(x)=f(2\cos 5x+1)$. có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Đặt $t=2\cos 5x+1,$ hàm số $g(x)$ trở thành $y=f(t)$ với $t\in[-1;3]$.

Do đó $m=\min\limits_{\mathbb{R}}g(x)=\min\limits_{[-1;3]}f(t)=f(1)=0,$ $M=\max\limits_{\mathbb{R}}g(x)=\max\limits_{[-1;3]}f(t)=f(3)=5.$

Vậy $M-2m=5$.

Câu 19. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x)=f\left(2x^3+x-1\right)+m$. Tìm m để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$.



A. $m=3$. **B.** $m=-12$. **C.** $m=-10$. **D.** $m=-13$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t(x)=2x^3+x-1$ với $x\in[0;1]$. Ta có $t'(x)=6x^2+1>0,\forall x\in[0;1]$.

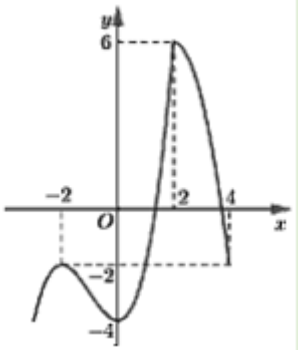
Suy ra hàm số $t(x)$ đồng biến trên $[0;1]\Rightarrow t\in[-1;2]$.

Hay ta dung mode 7 cho chạy từ 0 đến 1 là 0k.

Dựa vào đồ thị ta có $\max\limits_{[-1;2]} f(t)=3$.

Khi đó $-10=\max\limits_{[0;1]} g(x)=\max\limits_{[-1;2]}\left[f(t)+m\right]=3+m\Leftrightarrow m=-13$.

Câu 20. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\frac{1}{2}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+x=m$ có nghiệm thuộc $[-2;2]$?



A. 8. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x)=\frac{1}{2}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+x$. Khi đó yêu cầu bài toán tương đương $\min\limits_{[-2;2]} g(x)\le m\le\max\limits_{[-2;2]} g(x)\ (*)$.

Với $x\in[-2;2]$ ta có $0\le\frac{x}{2}+1\le 2$. Dựa vào đồ thị suy ra

$-4\le f\left(\frac{x}{2}+1\right)\le 6\Rightarrow -2\le\frac{1}{2}f\left(\frac{x}{2}+1\right)\le 3$.

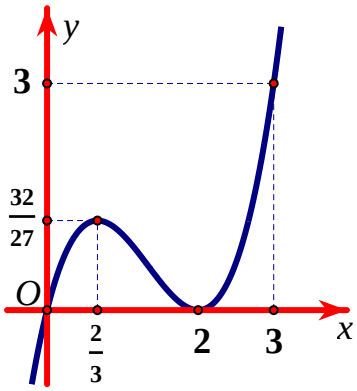
Mặt khác $-2\le x\le 2\Rightarrow -4\le\frac{1}{2}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+x\le 5$.

Suy ra $\begin{cases}\min\limits_{[-2;2]}g(x)=-4\\ \max\limits_{[-2;2]}g(x)=-4\end{cases}$, kết hợp với $(*)$ suy ra $-4\le m\le 5$. Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-4;-3;...;5\}$

hay có 10 giá trị nguyên của m.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[0;3]$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** về hàm số đó ?



A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=2$.

B. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$.

C. Giá trị cực tiểu tại $x=0$.

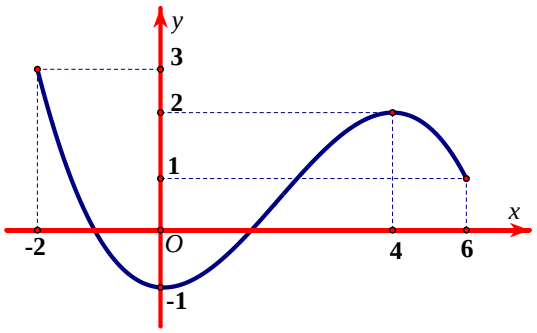
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$.

Câu 2. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ bên. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.



A. $\max\limits_{x\in[-2;6]} f(x)=f(-2)$.

B. $\max\limits_{x\in[-2;6]} f(x)=f(2)$.

C. $\max\limits_{x\in[-2;6]} f(x)=f(6)$.

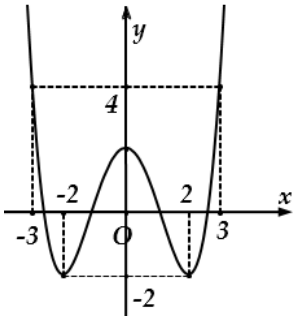
D. $\max\limits_{x\in[-2;6]} f(x)=f(-1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy $\max\limits_{x\in[-2;6]} f(x)=f(-2)$.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$ đạt được tại điểm nào sau đây? $y=f(x)$



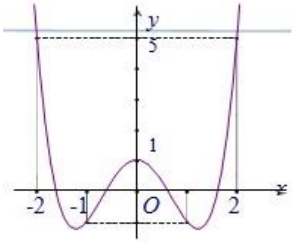
A. $x=-3$ và $x=3$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát đồ thị ta có: $\underset{[-2;3]}{Max}\, y=4$ tại $x=3$.

Câu 4. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$.



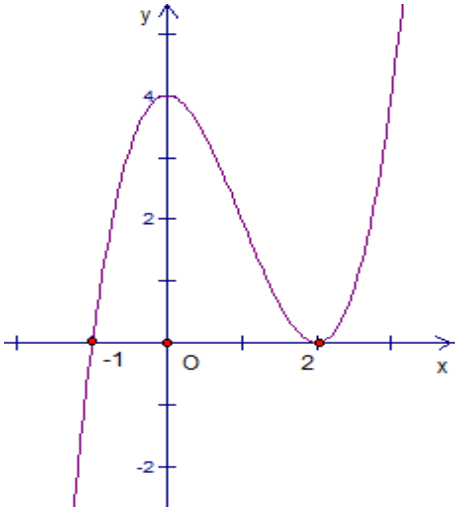
A. 2. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị suy ra $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=f(2)=5$.

Câu 5. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó hàm số $y=f\left(2-x^2\right)$ đạt GTLN trên $\left[0;\sqrt{2}\right]$ bằng



A. $f(0)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f\left(\sqrt{2}\right)$. **D.** $f(2)$.

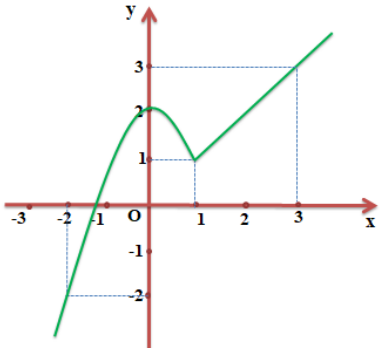
Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2-x^2$, từ $x\in\left[0;\sqrt{2}\right]$, ta có $t\in[0;2]$.

Trên $[0;2]$ hàm số $y=f(t)$ nghịch biến. Do đó $\max\limits_{[0;2]} f(t)=f(0)$.

Câu 6. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như dưới đây



Hãy chỉ ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$.

A. $\min\limits_{[-2;3]} f(x)=1$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=2$.

B. $\min\limits_{[-2;3]} f(x)=-2$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=3$.

C. $\min\limits_{[-2;3]} f(x)=1$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=3$.

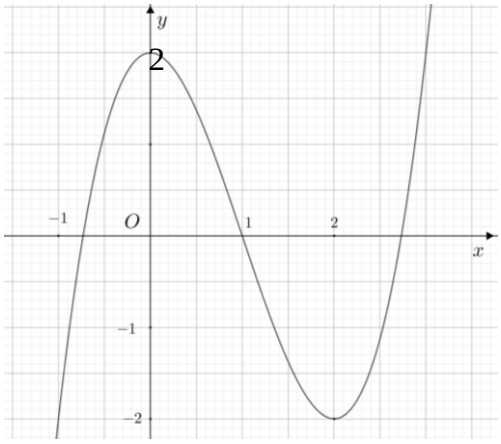
D. $\min\limits_{[-2;3]} f(x)=-2$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy $\min\limits_{[-2;3]} f(x)=-2$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=3$.

Câu 7. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$.



A. $\max\limits_{[0;1]} y=2;\min\limits_{[0;1]} y=-2$.

B. $\max\limits_{[0;1]} y=2;\min\limits_{[0;1]} y=1$.

C. $\max\limits_{[0;1]} y=2;\min\limits_{[0;1]} y=0$.

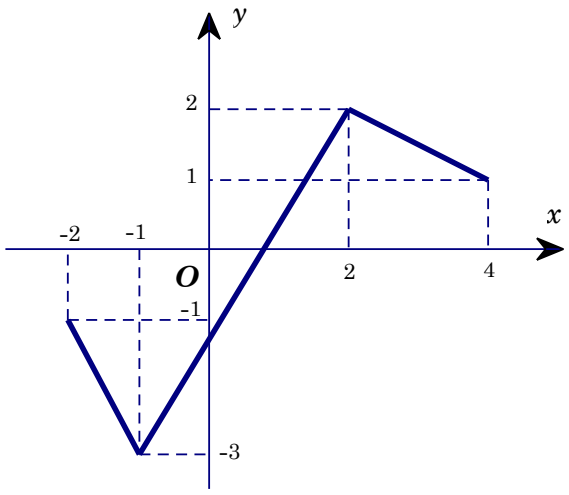
D. $\max\limits_{[0;1]} y=0;\min\limits_{[0;1]} y=-2$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số, ta có $\max\limits_{[0;1]} y=2;\min\limits_{[0;1]} y=0$

Câu 8. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[-2;4]$



A. 2.

B. $|f(0)|$.

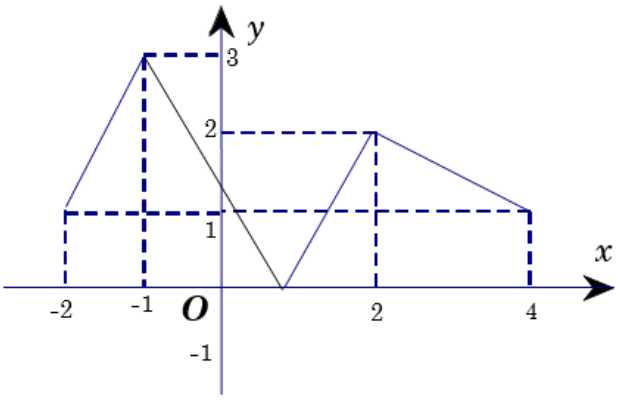
C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị hàm số thấy hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[-2;4]$ như sau:



$\Rightarrow y(-1)>y(2)>y(-2)=y(4)>0\Rightarrow \underset{[-2;4]}{max}\left|f(x)\right|=y(-1)=3$

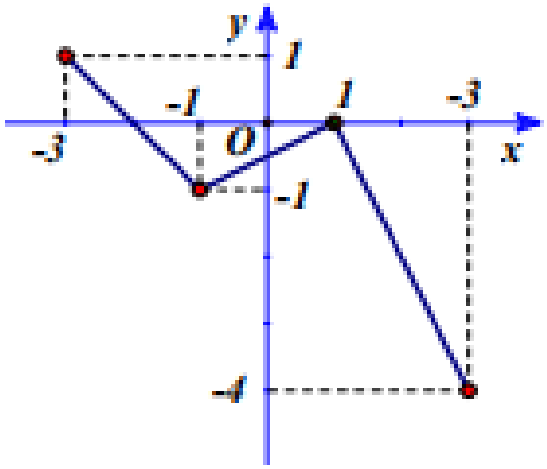
Câu 9. [TH]Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $[-3;3]$ và đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng về hàm số trên.

A. Giá trị lớn nhất là 1, giátrị nhỏ nhất là -1.

B. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là -3.

C. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là -2.

D. Giá trị lớn nhất là -3,giá trị nhỏ nhất là -4.



Lời giải.

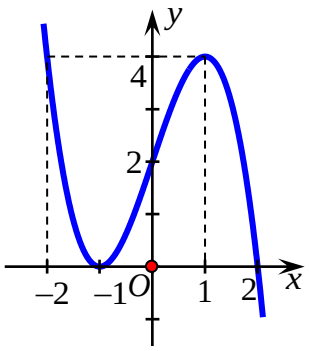
Chọn B.

Nhìn vào đồ thị ta thấy:.

Giá trị lớn nhất của $y=f(x)$ trên $[-3;3]$ là 1 và giá trị nhỏ nhất của $y=f(x)$ trên $[-3;3]$ là -4.

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là -3.

Câu 10. [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới dây là đúng?



A. $\max\limits_{R} f(x)=4$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

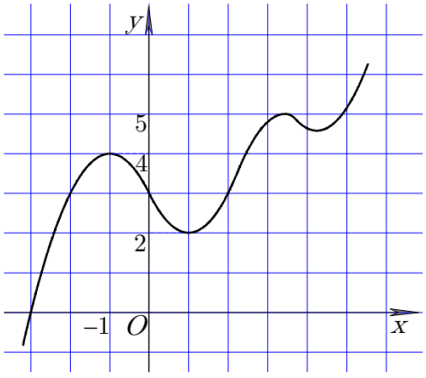
D. $\min\limits_{[-2;1]} f(x)=0$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án A, B, C sai

Câu 11. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(2\sin x)$ trên $(0;\pi)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

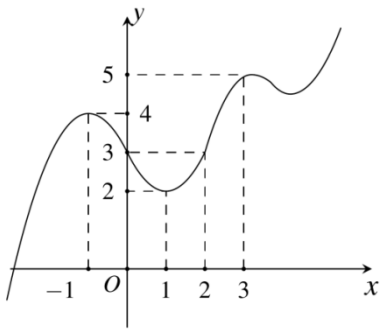
Lời giải

Chọn C

Đặt $t=2\sin x$. Với $x\in(0;\pi)$ thì $t\in(0;2]$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có $\max\limits_{(0;\pi)} f(2\sin x)=\max\limits_{(0;2]} f(t)=f(2)=3$.

Câu 12. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M, m theo thứ tự là GTLN, GTNN của hàm số $y=f\left(|x-2|\right)$ trên đoạn $[-1,5]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-1\le x\le 5\Rightarrow -3\le x-2\le 3\Rightarrow 0\le |x-2|\le 3$

Do đó $\forall x\in[-1;5]$, $0\le |x-2|\le 3$.

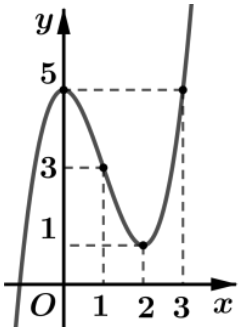
Đặt $t=|x-2|$ với $t\in[0;3]$.

Xét hàm số $y=f(t)$ liên tục $\forall t\in[0;3]$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $\max\limits_{[0;3]} f(t)=5$, $\min\limits_{[0;3]} f(t)=2$.

Suy ra $m=2$, $M=5$ nên $M+m=7$.

Câu 13. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên R và có đồ thị như hình vẽ như sau:



Hàm số $y=f(|x|)$ có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng

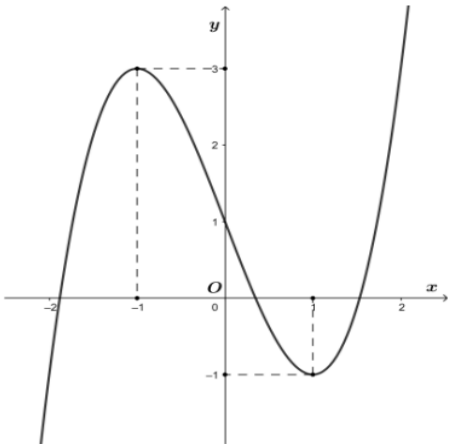
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn C

Do đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng cách giữ nguyên phần bên phải trục Oy, bỏ phần bên trái Oy rồi lấy đối xứng phần bên phải qua trục Oy nên giá trị nhỏ nhất bằng 1.

Câu 14. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $M=\max\limits_{R}\left|f\left(\sin^2 2x\right)\right|, m=\min\limits_{R}\left|f\left(\sin^2 2x\right)\right|$. Tổng $M+m$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$\forall x\in R, 0\le X=\sin^2 2x\le 1$

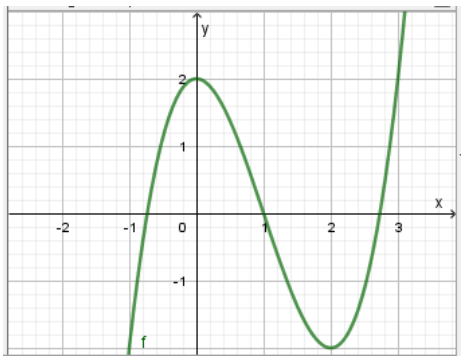
Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên R ta có $\max\limits_{[0;1]} f(X)=1=f(0), \min\limits_{[0;1]} f(X)=-1=f(1)$.

Vì $\min\limits_{[0;1]} f(X)=-1<0<\max\limits_{[0;1]} f(X)=1$ nên

$$M=\max_{R}\left|f\left(\sin^2 2x\right)\right|=\left|\min_{[0;1]} f(X)\right|=\max_{[0;1]} f(X)=1, m=\min_{R}\left|f\left(\sin^2 2x\right)\right|=0$$

Vậy $M+m=1$.

Câu 15. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

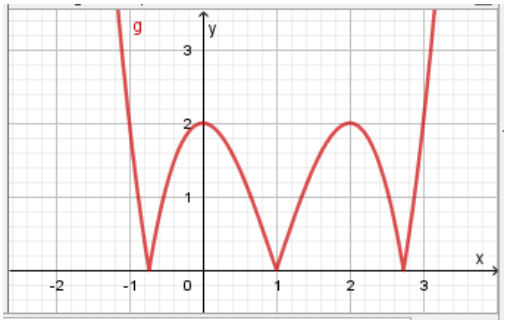


Tổng giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm số $y=h(x)=\left|f\left(x^2+1\right)\right|$ thuộc đoạn $[0;1]$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C



Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta suy đồ thị $y=g(x)=|f(x)|$

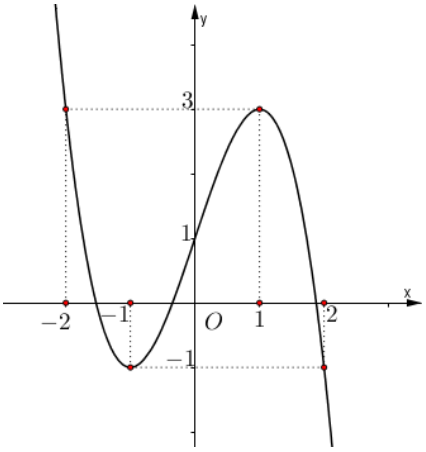
Xét hàm số $h(x)=|f(x^2+1)|, x\in[0;1]$

Đặt $t=x^2+1\,(t\in[1;2])$, suy ra hàm số có dạng $y=g(t)=|f(t)|$

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=g(x)=|f(x)|$, ta suy ra được:

$\max\limits_{[1;2]} g(t)=2\Rightarrow \max\limits_{[0;1]} h(x)=2$, $\min\limits_{[1;2]} g(t)=0\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} h(x)=0$

Câu 16. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ



Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(2x-1)|$ trên đoạn $\left[0;\frac{1}{2}\right]$. Tính giá trị $M-m$.

A. 3 **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

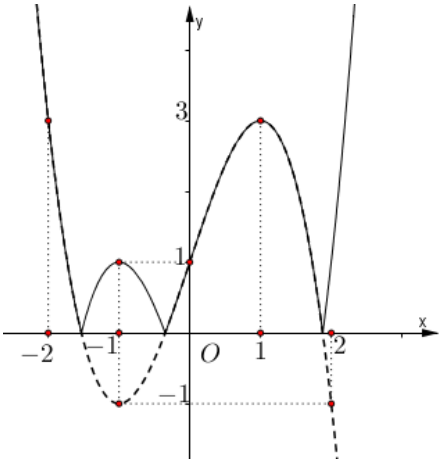
Lời giải

Chọn C

Đặt $t=2x-1$.

Với $x\in\left[0;\frac{1}{2}\right]\Rightarrow t\in[-1;0]$.

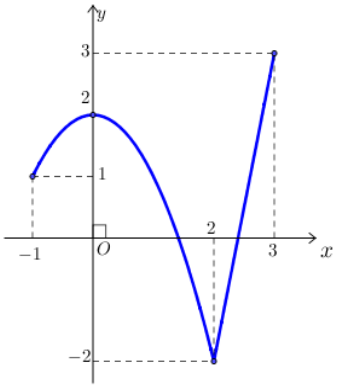
Đồ thị hàm số $y=|f(t)|$ có dạng



Suy ra với $t\in[-1;0]$ ta có $m=0$, $M=1$.

Vậy $M-m=1$.

Câu 17. **[VD]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(3|\cos x|-1\right)$ bằng



A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=3|\cos x|-1$

$\forall x\in\mathbb{R}$ ta có: $0\le|\cos x|\le1\Leftrightarrow0\le3|\cos x|\le3\Leftrightarrow-1\le3|\cos x|-1\le2$.

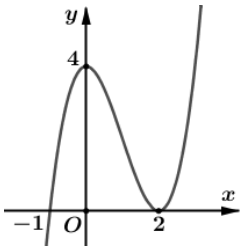
Vậy $t\in[-1;2]$

Khi đó hàm số $y=f\left(3|\cos x|-1\right)$ trở thành: $y=f(t)$ với $t\in[-1;2]$.

Do đó, giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(3|\cos x|-1\right)$ bằnggiá trị lớn nhất của hàm số $y=f(t)$ trên đoạn $[-1;2]$.

Dựa vào đồ thị hàm số $f(x)$ ta có: $\max\limits_{\mathbb{R}}f\left(3|\cos x|-1\right)=\max\limits_{[-1;2]}f(t)=f(0)=2$.

Câu 18. [VD] Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(|x|-2)$ trên $[-4;4]$ là

A. 0 **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

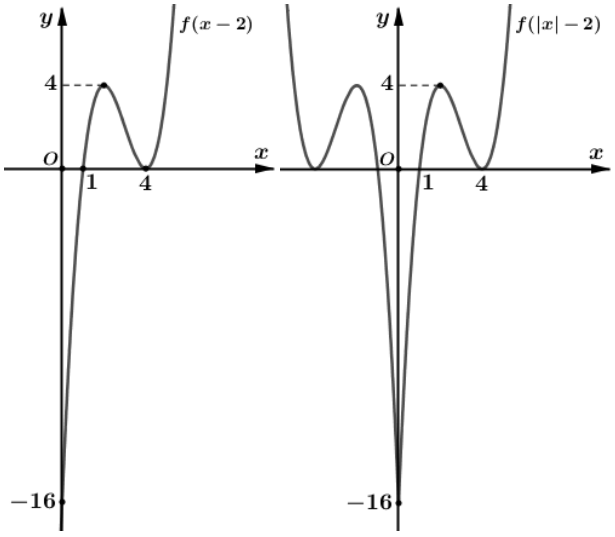
Chọn B

Xét hàm số $g(x)=f(|x|-2)$. Ta thấy hàm số là hàm chẵn nên đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Ta lại có: khi $x\geq 0$ thì hàm số $g(x)=f(|x|-2)$ trở thành: $g(x)=f(x-2)$.

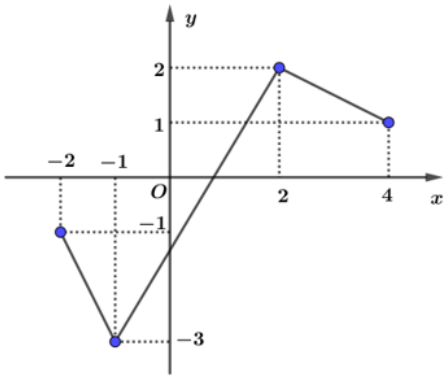
Từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số $f(x-2)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)$ sang phải (theo phương Ox) 2 đơn vị.

Từ đồ thị hàm số $f(x-2)$ ta suy ra đồ thị hàm số $g(x)$ bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $f(x-2)$ bên phải trục Oy qua trục Oy. Ta được đồ thị của hàm số $g(x)=f(|x|-2)$ như sau:



Dựa vào đồ thị hàm số $g(x)=f(|x|-2)$, suy ra hàm số $g(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 4 trên $[-4;4]$

Câu 19. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;\ 4]$ như hình vẽ bên. Tìm $\max\limits_{[-2;\ 4]}|f(x)|$.



A. $|f(0)|$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

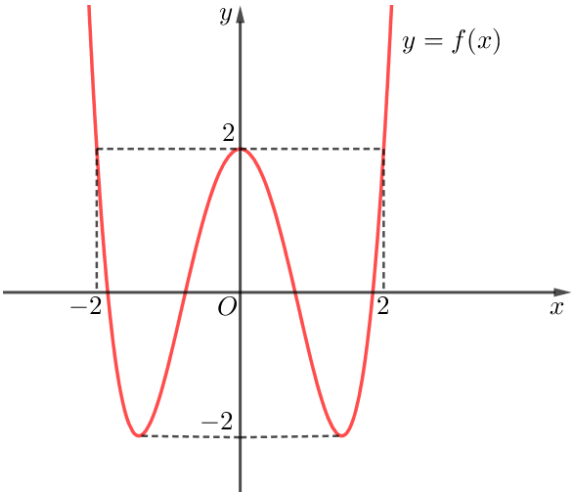
*** Phương pháp tìm GTLN của hàm trị tuyệt đối:**

$$\max_{[a;b]}|f(x)|=\max\left\{\left|\max_{(a;b)}f(x)\right|;\left|\min_{[a;b]}f(x)\right|\right\}$$

Dựa vào đồ thị ta có: $\max\limits_{[-2;\ 4]}f(x)=2$ khi $x=2$ và $\min\limits_{[-2;\ 4]}f(x)=-3$ khi $x=-1$.

Vậy $\max\limits_{[-2;\ 4]}|f(x)|=3$ khi $x=-1$.

Câu 20. [VD] Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=|2f(x)+m+4|$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 5?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

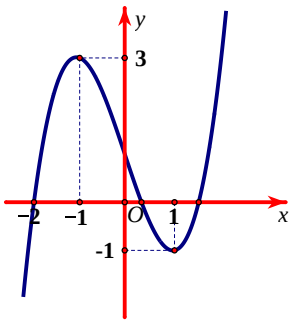
Với $u(x)=2f(x)+m+4$

Dựa vào hình vẽ ta có: $\begin{cases} \min\limits_{[-2;2]} f(x) = -2 \Rightarrow \min\limits_{[-2;2]} u(x) = m \\ \max\limits_{[-2;2]} f(x) = 2 \Rightarrow \max\limits_{[-2;2]} u(x) = m+8 \end{cases}$

Khi đó

$$\max_{[-2;2]} g(x) = 5 \Leftrightarrow \max_{[-2;2]} |u(x)| = 5 \Leftrightarrow \frac{|(m+8)+m| + |(m+8)-m|}{2} = 5 \Leftrightarrow |2m+8| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-5 \end{array}\right.$$

Câu 21. **[VD]** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.



Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-1;1]$ lần lượt là M, m.

Tính giá trị của biểu thức $T = 673M - 2019m$.

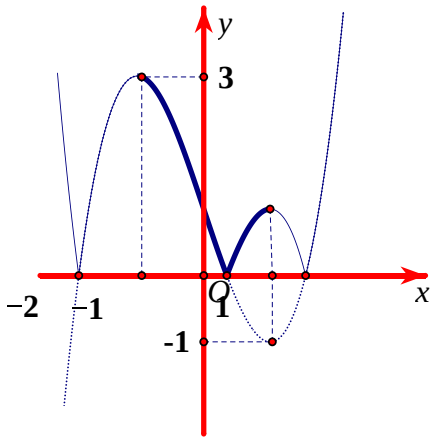
A. $T = 2019$. **B.** $T = 0$. **C.** $T = 4038$. **D.** $T = 2692$.

Lời giải

Chọn A

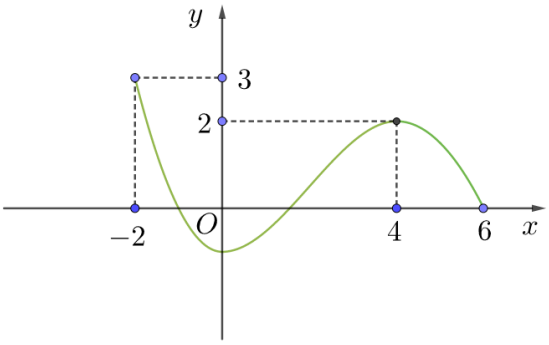
• Vẽ đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ bằng cách giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ở phía trên trục hoành, lấy đối xứng phần đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ở phía đưới trục hoành qua trục hoành, xóa bỏ phần đồ thị phía dưới trục hoành.

• Từ đó suy ra phần đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-1;1]$



Dựa vào phần đồ thị đó, ta được $M = 3, m = 0$ nên $T = 2019$.

Câu 22. [VDC] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;6]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới.



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(|x|+1)$ trên đoạn $[-2;4]$. Giá trị của M bằng

A. 3 **B.** -1. **C.** 2. **D.** 0.

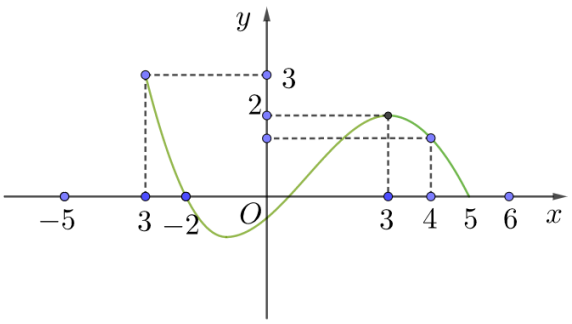
Lời giải

Chọn C

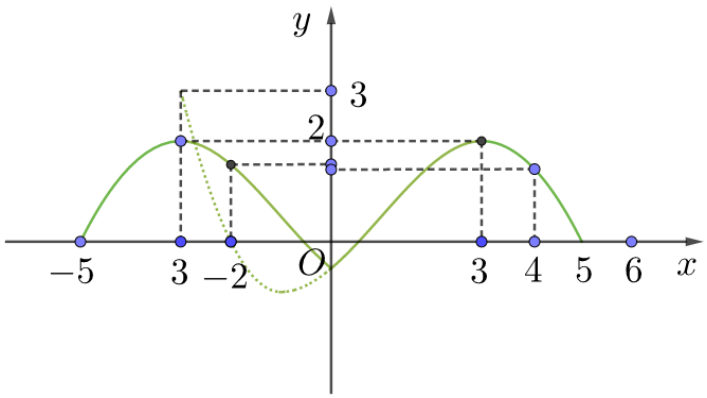
Xét hàm số $y=f(|x|+1)$. Ta thấy hàm số là hàm chẵn nên đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Khi $x\geq 0$ hàm số $y=f(|x|+1)$ trở thành $y=f(x+1)$.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=f(x+1)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái (theo phương Ox) 1 đơn vị, ta được đồ thị hàm số $y=f(x+1)$ như sau:

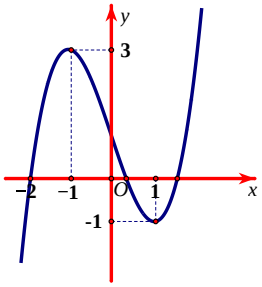


Từ đồ thị hàm số $y=f(x+1)$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=f(|x|+1)$ bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=f(x+1)$ bên phải trục Oy qua trục Oy, ta được đồ thị hàm số $y=f(|x|+1)$ như sau:



Từ đồ thị hàm số $y=f\left(|x|+1\right)$ ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(|x|+1\right)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng 2.

Câu 23. **[VDC]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ.



Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|f(x+2)\right|$ trên đoạn $[-1;0]$ lần lượt là M,m. Tính giá trị của biểu thức $T=M-3m$.

A. $T=3$. **B.** $T=0$. **C.** $T=6$. **D.** $T=4$.

Lời giải

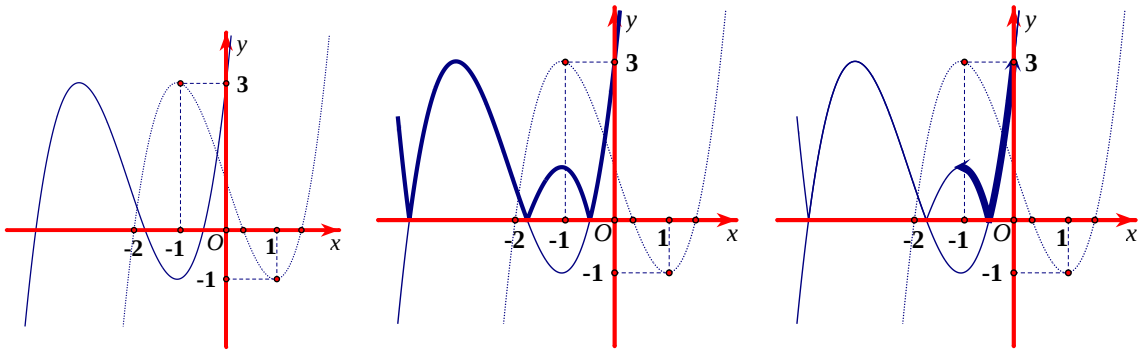
Chọn A

Cách 1:

+ Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ sang trái 2 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=f\left(x+2\right)$

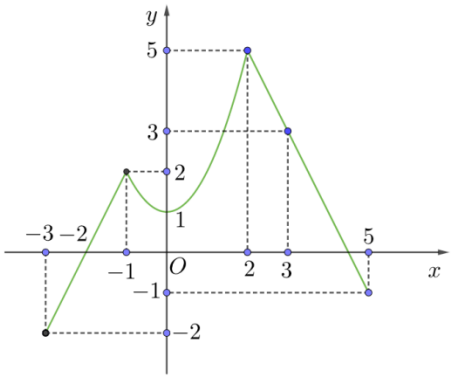
+ Vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x+2\right)\right|$ bằng cách giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y=f\left(x+2\right)$ ở phía trên trục hoành, lấy đối xứng phần đồ thị của hàm số $y=f\left(x+2\right)$ ở phía đưới trục hoành qua trục hoành, xóa bỏ phần đồ thị phía dưới trục hoành.

Từ đó suy ra phần đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x+2\right)\right|$ trên đoạn $[-1;0]$



Dựa vào phần đồ thị đó, ta được $M=3, m=0$ nên $T=3$.

Câu 24. [VDC] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|3\cos x+4\sin x\right|-2\right)$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\left|3\cos x+4\sin x\right|-2$.

$\forall x\in\mathbb{R}$ ta có: $\left(3\cos x+4\sin x\right)^2\le\left(3^2+4^2\right)\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)=25$.

Suy ra $0\le\left|3\cos x+4\sin x\right|\le 5\Leftrightarrow -2\le\left|3\cos x+4\sin x\right|-2\le 3$.

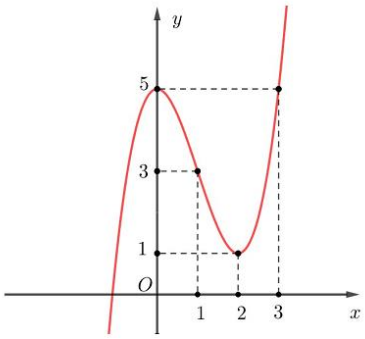
Vậy $t\in[-2;3]$

Khi đó hàm số $y=f\left(\left|3\cos x+4\sin x\right|-2\right)$ trở thành: $y=f(t)$ với $t\in[-2;3]$.

Do đó, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|3\cos x+4\sin x\right|-2\right)$ bằnggiá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(t)$ trên đoạn $[-2;3]$.

Dựa vào đồ thị hàm số $f(x)$ ta có: $\min\limits_{\mathbb{R}} f\left(\left|3\cos x+4\sin x\right|-2\right)=\min\limits_{[-2;3]} f(t)=f(-2)=0$.

Câu 25. [VDC] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



$m\in[a;b)$

Biết với $a,b\in\mathbb{R}$ là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x)=\left|f(\sin x)-2m+1\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 trên khoảng $(0;\pi)$. Giá trị biểu thức $P=2a-b+1$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $\left(3;\frac{9}{2}\right)$. **C.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$.

Lời giải:

Chọn D

Ta có $x\in(0;\pi)\Rightarrow 0<\sin x\le 1$.

Từ đồ thị suy ra hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(0;1]$ nên $3\le f(\sin x)<5$

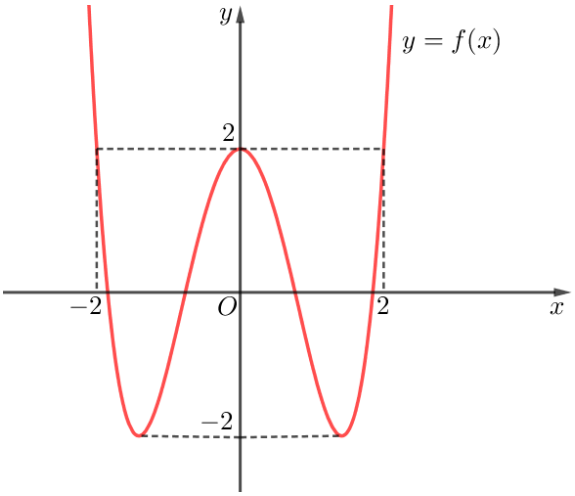
Suy ra $4-2m\le f(\sin x)-2m+1<6-2m$

Do đó $\min\limits_{(0;\pi)}g(x)=0\Leftrightarrow f(\sin x)-2m+1=0$ có nghiệm trên khoảng $(0;\pi)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}(6-2m)(4-2m)\le 0\\ 6-2m\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow 2\le m<3$.

Vậy $m\in[2;3)\Rightarrow a=2;b=3$ nên $P=2a-b+1=2\in\left(\frac{3}{2};3\right)$

Câu 26. [VDC] Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;20]$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|\left|2f(x)+m+4\right|-f(x)-3\right|$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 4?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có: $-2\le f(x)\le 2, \forall x\in[-2;2]$ $(*)$.

$\Rightarrow 2f(x)+4\ge 0, \forall x\in[-2;2]$.

Vì $m\in[0;20]$ nên $2f(x)+m+4\ge 0$

suy ra $\left|2f(x)+m+4\right|=2f(x)+m+4, \forall x\in[-2;2]$.

Ta có:

$g(x)=\left|\left|2f(x)+m+4\right|-f(x)-3\right| =\left|2f(x)+m+4-f(x)-3\right| =\left|f(x)+m+1\right|, \forall x\in[-2;2]$.

Với $u(x)=f(x)+m+1$

Dựa vào hình vẽ ta có: $\begin{cases}\min\limits_{[-2;2]} f(x)=-2\Rightarrow \min\limits_{[-2;2]} u(x)=m-1\\ \max\limits_{[-2;2]} f(x)=2\Rightarrow \max\limits_{[-2;2]} u(x)=m+3\end{cases}$

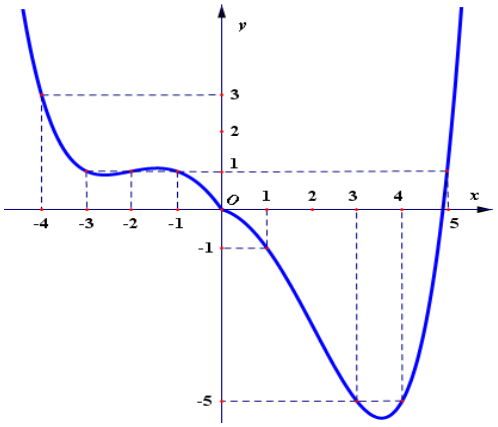
Khi đó $\max\limits_{[-2;2]} g(x)=5\Leftrightarrow \max\limits_{[-2;2]}\left|u(x)\right|=4$

$\Leftrightarrow \dfrac{\left|(m+8)+m\right|+\left|(m+8)-m\right|}{2}=4$

$\Leftrightarrow \left|2m+2\right|=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-3\end{array}\right.$

Vì $m\in[0;20]\Rightarrow m=1$

Câu 27. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi GTLN, GTNN tương ứng là M và m của hàm số $y=f\left(3-4\sqrt{6x-9x^2}\right)$. Khi đó $T=M+m$ bằng

A. -4. **B.** 2. **C.** -6. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $6x-9x^2\ge 0\Leftrightarrow 0\le x\le \frac{2}{3}$.

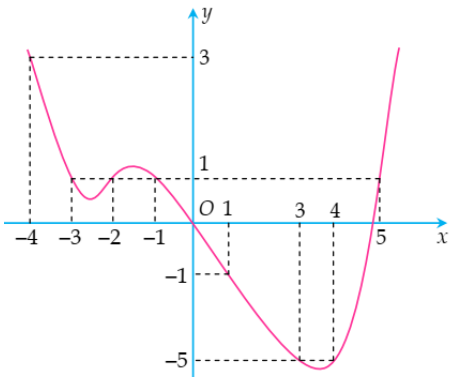
Với $x\in\left[0;\frac{2}{3}\right]$, ta có $0\le\sqrt{6x-9x^2}=\sqrt{1-(1-3x)^2}\le 1\Leftrightarrow 0\ge -4\sqrt{6x-9x^2}\ge -4$.

$\Leftrightarrow 3\ge 3-4\sqrt{6x-9x^2}\ge -1$.

Dựa vào đồ thị ta có: $-5\le f\left(3-4\sqrt{6x-9x^2}\right)\le 1$.

Do đó $T=M+m=-4$.

Câu 28. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|3-2\sqrt{6x-9x^2}\right|\right)$.

Giá trị biểu thức $T=3M-m$ bằng

A. $T=2$. **B.** $T=0$. **C.** $T=-8$. **D.** $T=14$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $6x-9x^2\ge 0\Leftrightarrow 0\le x\le \frac{2}{3}$.

Với $x\in\left[0;\frac{2}{3}\right]$ ta có: $0\le\sqrt{6x-9x^2}=\sqrt{-9\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+1}\le 1$.

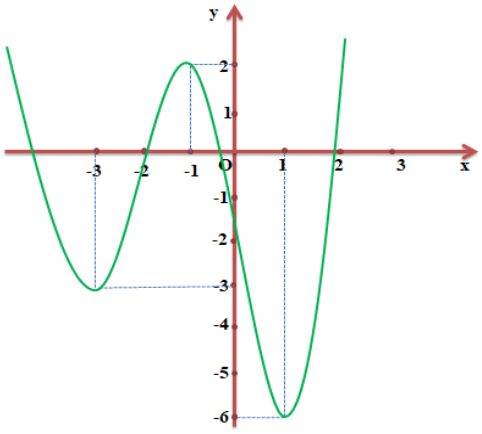
$\Rightarrow 0\ge -2\sqrt{6x-9x^2}\ge -2\Leftrightarrow 3\ge 3-2\sqrt{6x-9x^2}\ge 1$.

Đặt $u=\left|3-2\sqrt{6x-9x^2}\right|\Rightarrow 1\le u\le 3$.

Xét hàm số $y=f(u)$ với $u=\left|3-2\sqrt{6x-9x^2}\right|$ trên đoạn $[1;3]$.

Dựa vào dồ thị hàm số ta có $M=-1; m=-5 \Rightarrow T=3M-m=-3+5=2$.

Câu 29. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x-1)|$ trên đoạn $[-3;3]$. Tìm M.

A. $M=0$. **B.** $M=6$. **C.** $M=5$. **D.** $M=2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=x-1$ Do $x\in[-3;3]\Rightarrow t\in[-4;2]$.

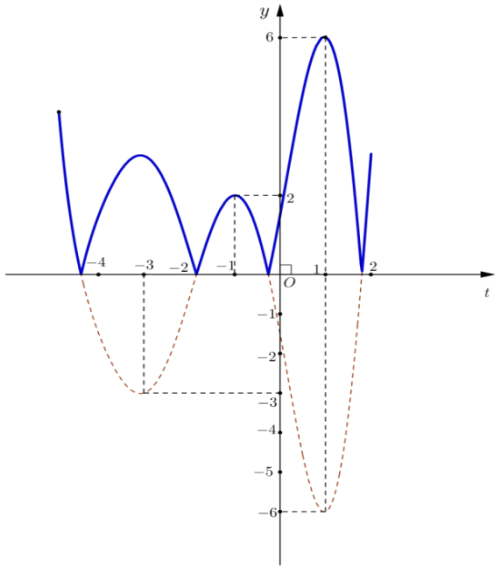
Xét hàm $y=|f(t)|$ trên $[-4;2]$.

Cách vẽ đồ thị hàm $y=|f(t)|$ trên $[-4;2]$

- Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f(x)$ ứng với phần phía trên trục hoành ta được nhánh (I).

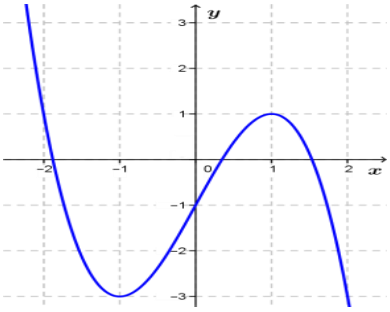
- Lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục hoành qua trục hoành ta được nhánh (II).

Hợp của hai nhánh (I) và (II) ta được đồ thị hàm số $y=|f(t)|$ trên $[-4;2]$ như hình vẽ.



Dựa vào đồ thị suy ra $M=6$.

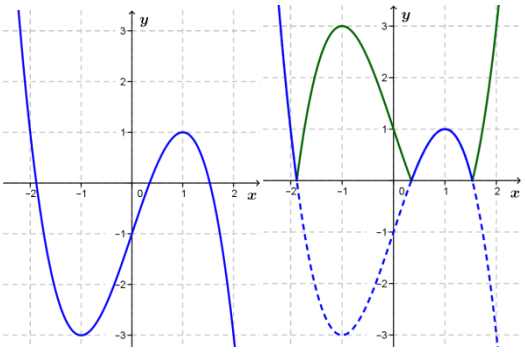
Câu 30. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $g(x)=\left|f\left(2\sin^4 x+2\cos^4 x-2\right)\right|$ trên $\mathbb{R}$. Tính $T=M-m$.



A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A



Xét hàm số: $g(x)=\left|f\left(2\sin^4 x+2\cos^4 x-2\right)\right|$.

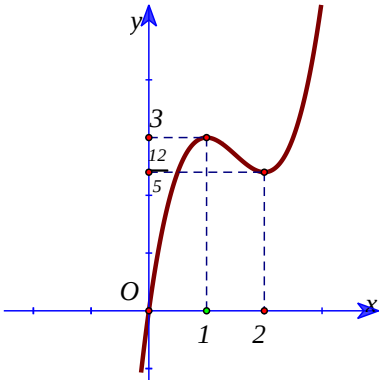
Đặt $t=2\sin^4 x+2\cos^4 x-2=2\left[\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2-2\sin^2 x\cos^2 x\right]-2=-4\sin^2 x\cos^2 x$

$\Rightarrow t=-\sin^2 2x\ (-1\le t\le 0)$. Suy ra hàm số $g(x)$ có dạng $\left|f(t)\right|(-1\le t\le 0)$.

Dựa vào đồ thị hàm số $\left|f\left(x\right)\right|$, ta có:

$Max\, g\left(x\right)=\underset{t\in[-1;0]}{Max}\left|f\left(t\right)\right|=3\Rightarrow M=3;\ Min\, g\left(x\right)=\underset{t\in[-1;0]}{Min}\left|f\left(t\right)\right|=1\Rightarrow m=1$. Nên $M-m=2$

Câu 31. **[VDC]** Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



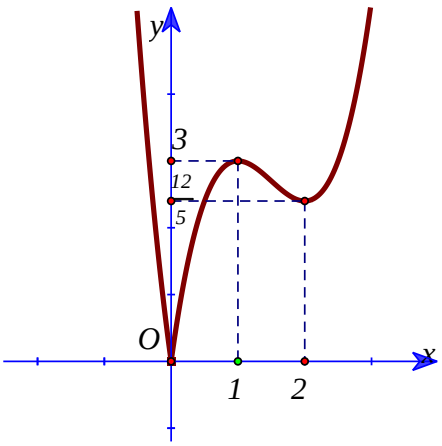
Đặt $M=\underset{\mathbb{R}}{Max}\left|f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)\right|$, $m=\underset{\mathbb{R}}{min}\left|f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)\right|$. Tính tổng $M+m$.

A. 3. **B.** $\frac{27}{5}$. **C.** $\frac{22}{5}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

* Đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ được vẽ như sau:



Đặt $t=2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)=2\left(1-2\sin^2 x\cos^2 x\right)=2\left(1-\frac{1}{2}\sin^2 2x\right)=2-\sin^2 2x$

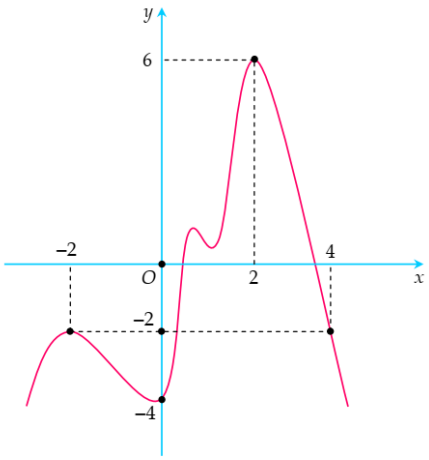
Ta có $0\le\sin^2 2x\le 1\Rightarrow 1\le 2-\sin^2 2x\le 2\Rightarrow 1\le t\le 2$

Khi đó $\left|f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)\right|=\left|f\left(t\right)\right|$ với $t\in[1;2]$

Dựa vào đồ thị $M=\max_{\mathbb{R}}\left|f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)\right|=\max_{t\in[1;2]}\left|f\left(t\right)\right|=3$;

$m=\min\limits_{\mathbb{R}}\left|f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)\right|=\min\limits_{t\in[1;2]}\left|f\left(t\right)\right|=\dfrac{12}{5}\Rightarrow M+m=\dfrac{27}{5}$.

Câu 32. [VDC] Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Gọi m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{3}f\left(\dfrac{4}{\sqrt{3}}\sin\left(\dfrac{\pi}{3}|\sin x|\right)\right)\right|$.

Khi đó tổng $m+M$ là

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $0\le|\sin x|\le 1\Rightarrow 0\le\dfrac{\pi}{3}|\sin x|\le\dfrac{\pi}{3}$.

Trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{3}\right]$ hàm số sin luôn tăng nên suy ra $\sin 0\le\sin\left(\dfrac{\pi}{3}|\sin x|\right)\le\sin\dfrac{\pi}{3}$.

Hay $0\le\sin\left(\dfrac{\pi}{3}|\sin x|\right)\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\dfrac{4}{\sqrt{3}}\sin\left(\dfrac{\pi}{3}|\sin x|\right)\in[0;2]$

Quan sát đồ thị ta thấy: $\dfrac{1}{3}f\left(\dfrac{4}{\sqrt{3}}\sin\left(\dfrac{\pi}{3}|\sin x|\right)\right)\in\left[-\dfrac{4}{3};2\right]$

Từ đó $\max y=2;\min y=0$.

BÀI TOÁN 4: XÁC ĐỊNH SỐ ĐƯỜNG TIỆM CẬN DỰA VÀO ĐỒ THỊ

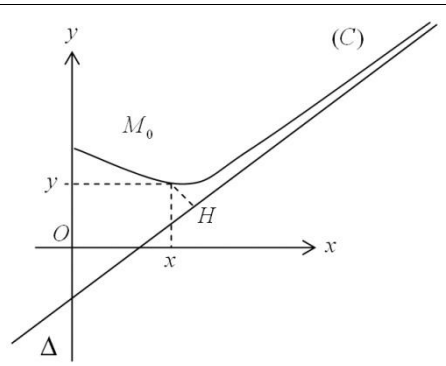
A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

➢ Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C). Điểm $M\in(C)$,

MH là khoảng cách từ M đến đường thẳng d .

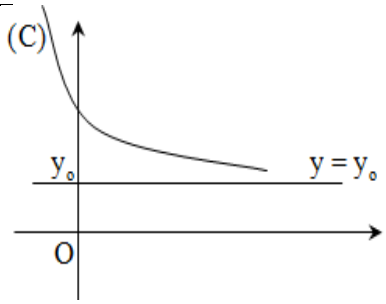
$$(d) \text{ tiệm cận của } (C) \Leftrightarrow \lim_{M\to\infty} MH=0$$



2. Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a;+\infty),(-\infty;b)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$. Đường thẳng $y=y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

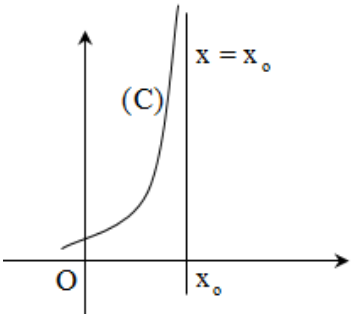
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=y_0$$
$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=y_0$$



3. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x=x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x)=+\infty$$
$$\lim_{x\to x_0^-} f(x)=-\infty$$
$$\lim_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty$$
$$\lim_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty$$



Lưu ý: Với ĐT phân thức $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ luôn có TCN là $y=\dfrac{a}{c}$ và TCD $x=-\dfrac{d}{c}$.

3. Dấu hiệu

+) Hàm phân thức mà nghiệm của mẫu **không** là nghiệm của tử có tiệm cận đứng.

+) Hàm phân thức mà bậc của tử ≤ bậc của mẫu có TCN.

+) Hàm căn thức dạng: $y=\sqrt{}-\sqrt{},y=\sqrt{}-bt,y=bt-\sqrt{}$ có TCN. (Dùng liên hợp)

4. Cách tìm

+) TCĐ: Tìm nghiệm của mẫu **không** là nghiệm của tử.

+) TCN: Tính 2 giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y$

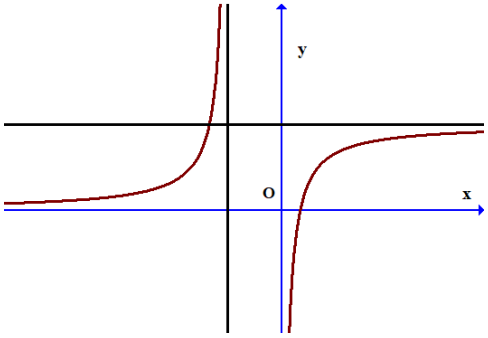
5. Chú ý

+) Nếu $x\to+\infty\Rightarrow x>0\Rightarrow\sqrt{x^2}=|x|=x$

+) Nếu $x\to-\infty\Rightarrow x<0\Rightarrow\sqrt{x^2}=|x|=-x$

B. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

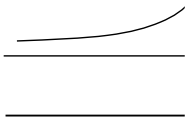
Câu 1. **[NB]** Cho đồ thị một hàm số có hình vẽ như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** Không có tiệm cận. **C.** 2. **D.** 3

Câu 2. **[NB]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



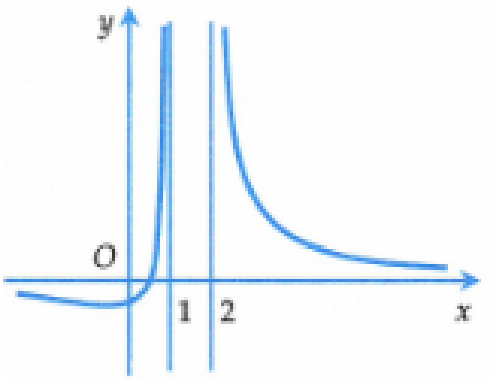
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

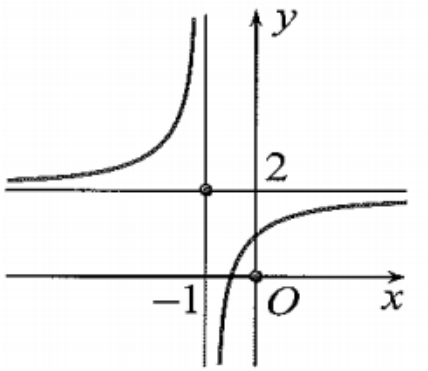
Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus[1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 4. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Cho các khẳng định sau:

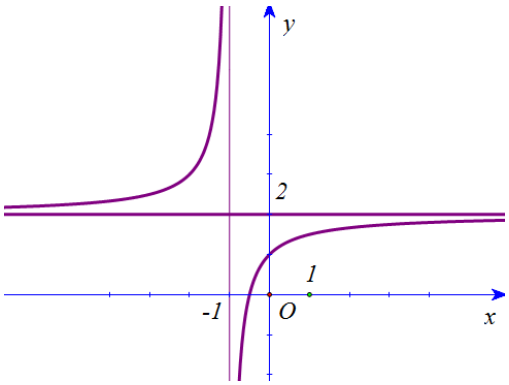
$(I).\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2,$ $(II).\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$(III).\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-1,$ $(IV).\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$

Có bao nhiêu khẳng định **đúng?**

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Xét các mệnh đề sau:

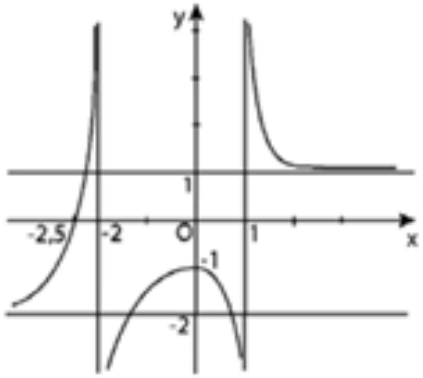
$(I).\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ $(II).\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$(III).\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-1$ $(IV).\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên



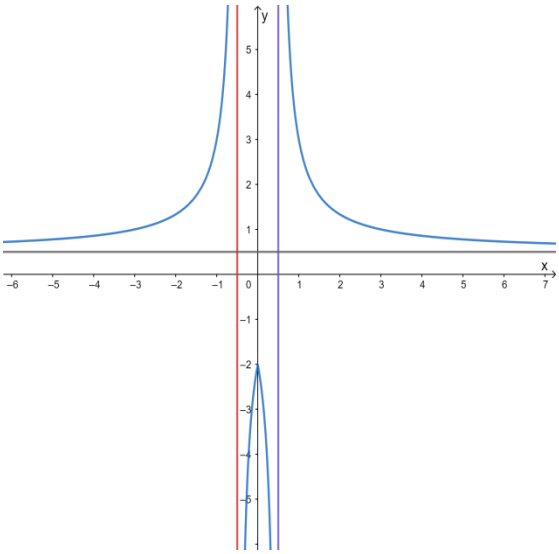
Các khẳng định sau:

$(I)\ \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty;(II)\ \lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=-\infty;(III)\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty;(IV)\ \lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=+\infty$

Số khẳng định đúng là

A. 4 **B.**3 **C.**2 **D.**1

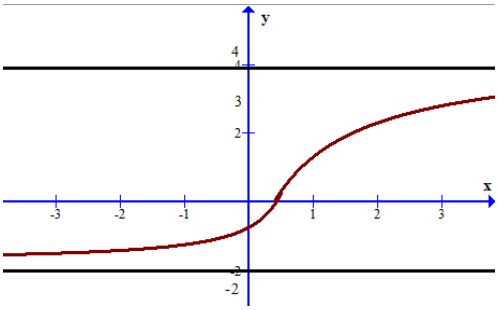
Câu 7. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi a là số đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Giá trị của biểu thức a^2+a bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 30.

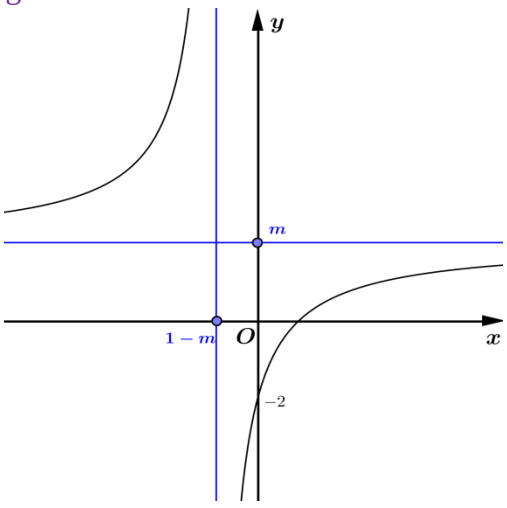
Câu 8. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|f(x)+\sqrt[3]{8-m}+\sqrt{m+1}-4\right|$ có đúng một tiệm cận ngang?



A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

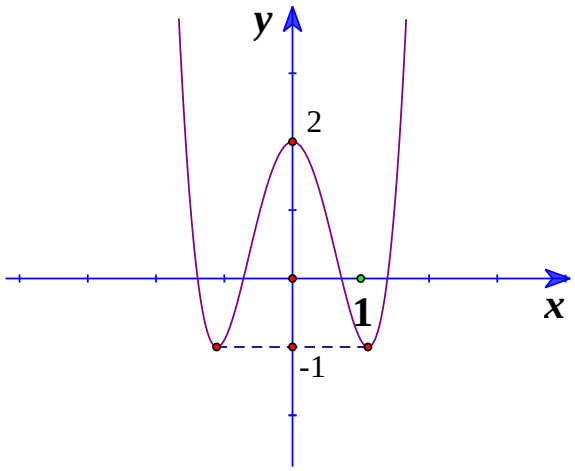
Câu 9. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$, $a,b,c\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên.

Giá trị của $P=a+b+c$ bằng



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** −1.

Câu 10. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.

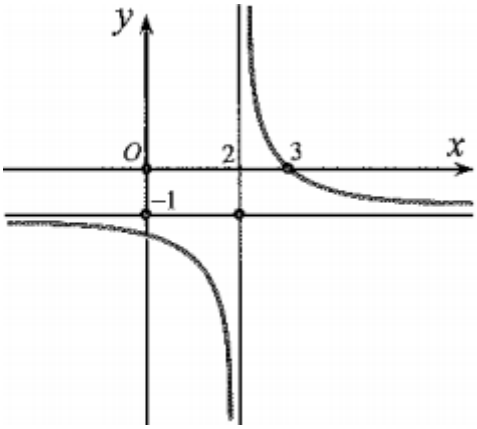


Số các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2020x}{f(x)\left[f(x)-m\right]}$ có tổng số 9 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP:

Câu 1. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây **sai?**

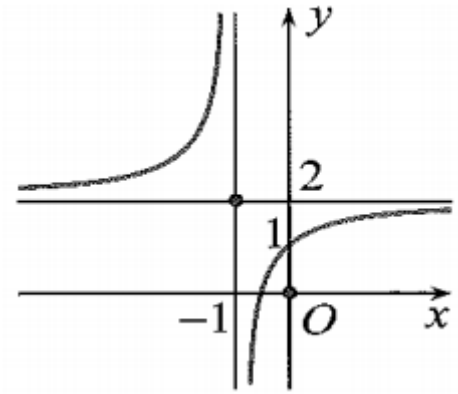
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(3;0)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-1$.

Câu 2. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây **đúng?**

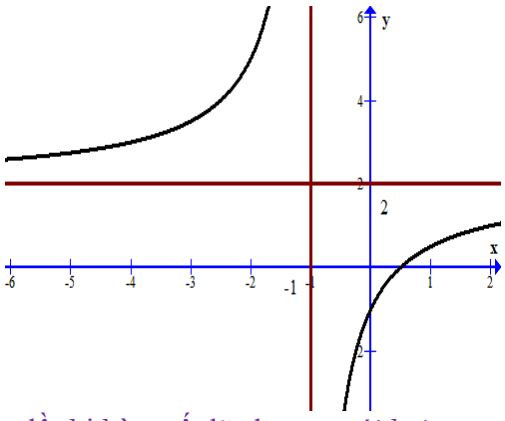
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(1;0)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

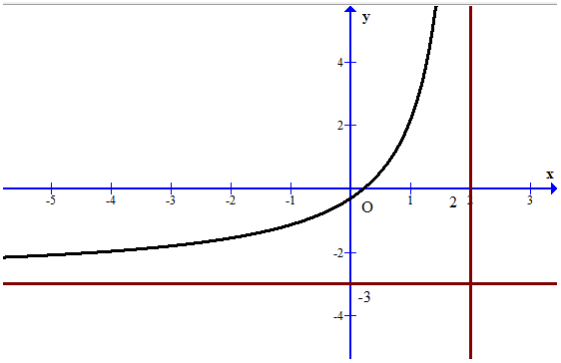
Câu 3. **[NB]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ dưới. Chọn khẳng định **đúng**.



Khi đó hai tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho tạo với hai trục tọa độ một đa giác có diện tích bằng?

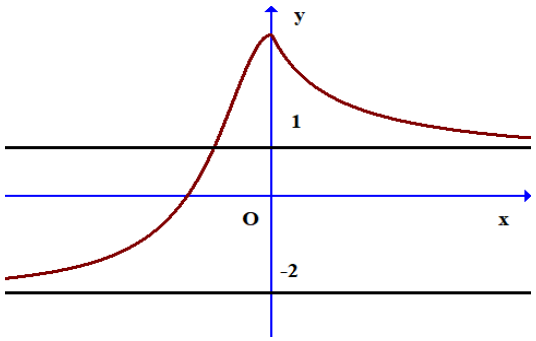
A. 2 (đvdt). **B.** 3 (đvdt). **C.** 6 (đvdt). **D.** 1 (đvdt)

Câu 4. **[NB]** Biết hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(-\infty;2)$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Tính tổng khoảng cách từ *O* đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho.



A. 5. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 4

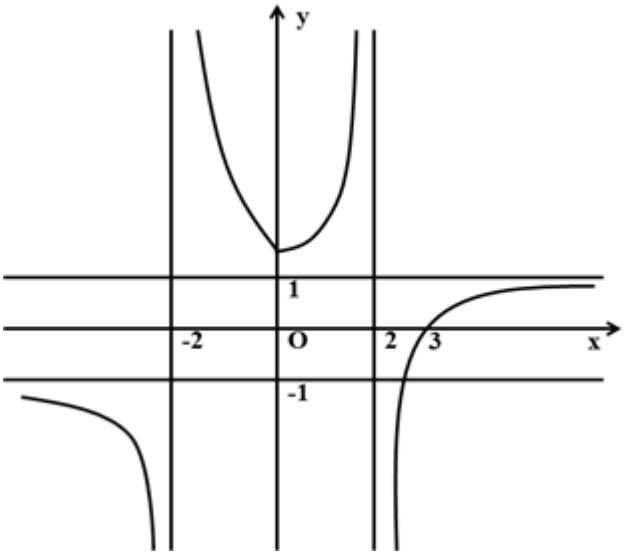
Câu 5. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có tiệm cận ngang là?

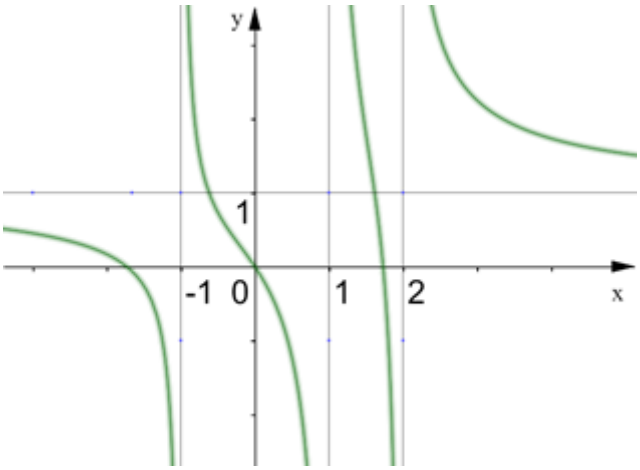
A. $y=1$ và $y=-2$. **B.** $y=-1$ và $y=-2$. **C.** $y=1$ và $y=2$. **D.** $y=2$.

Câu 6. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

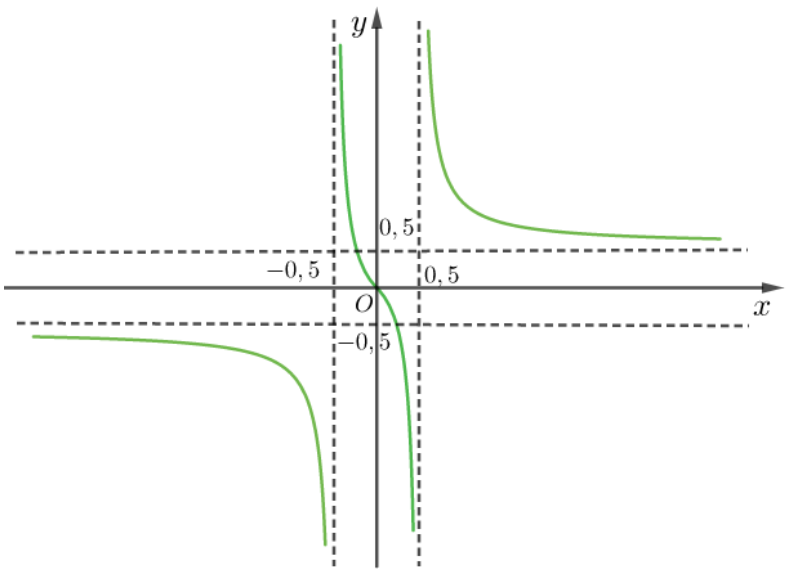
Câu 7. **[TH]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

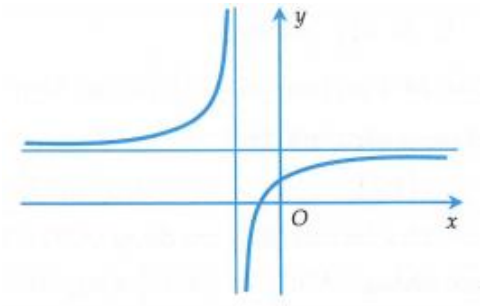
Câu 8. **[TH]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

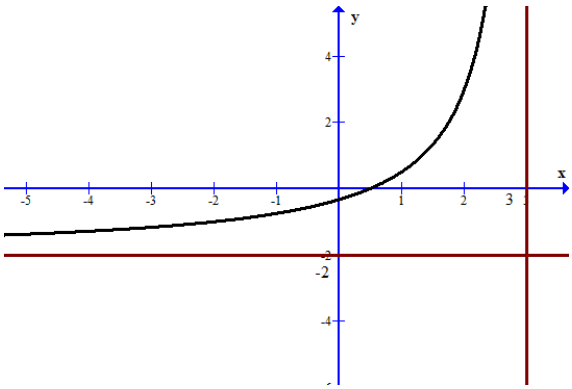
Câu 9. **[TH]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó $d<0.$



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

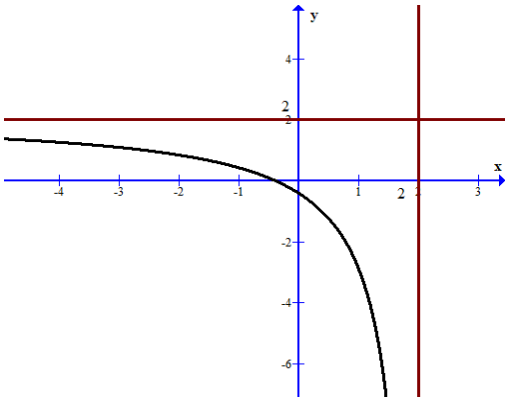
A. $a<0,b>0,c<0.$ **B.** $a<0,b<0,c<0.$ **C.** $a<0,b<0,c>0.$ **D.** $a<0,b>0,c>0.$

Câu 10. **[TH]** Biết hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là?



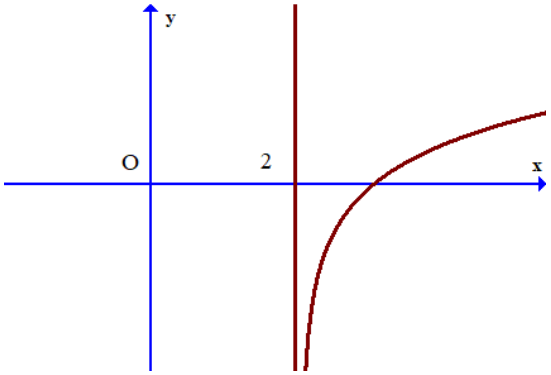
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4

Câu 11. **[TH]** Biết hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là?



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4

Câu 12. **[TH]** Biết đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Chọn phát biểu **đúng.**



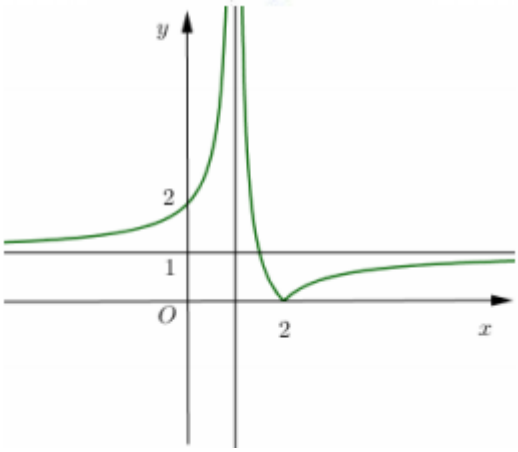
A. Đồ thị hàm số $y=f\left(x-1\right)$ có tiệm cận đứng $x=3.$.

B. Đồ thị hàm số $y=f\left(x-1\right)$ có tiệm cận đứng $x=2.$.

C. Đồ thị hàm số $y=f\left(x-1\right)$ có tiệm cận đứng $x=1$.

D. Đồ thị hàm số $y=f\left(x-1\right)$ không có tiệm cận đứng.

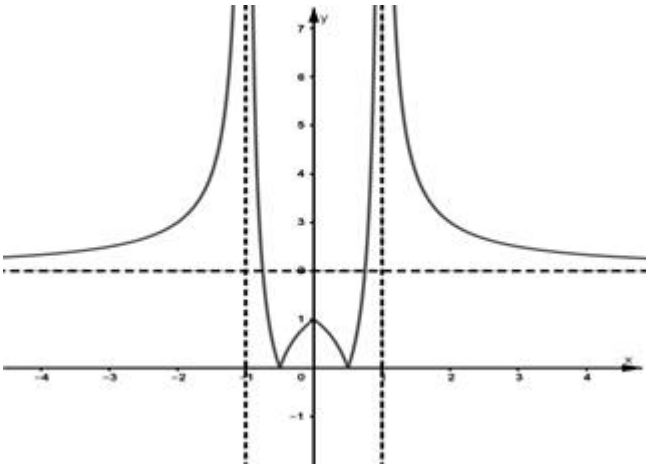
Câu 13. **[TH]** Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ dưới đây:



Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

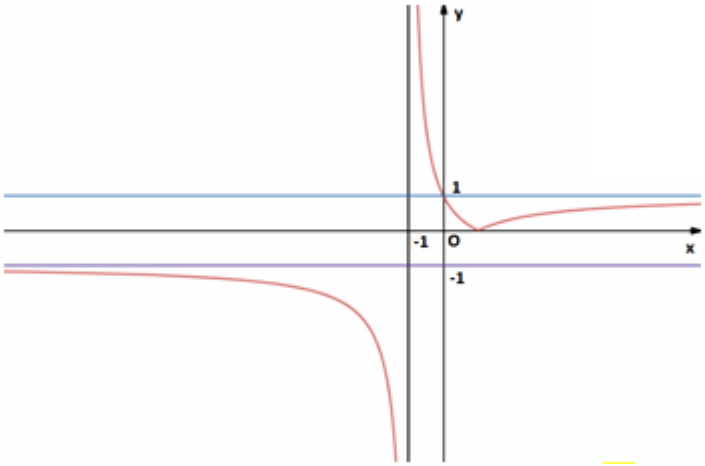
Câu 14. **[TH]** Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có hình vẽ dưới đây.



Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là:

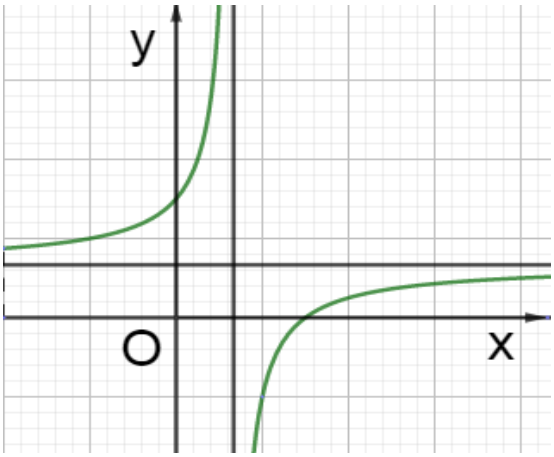
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 15. **[VD]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm m để đồ thị hàm số $y=f\left(x-m\right)$ có tiệm cận đứng là trục Oy ?



A. 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

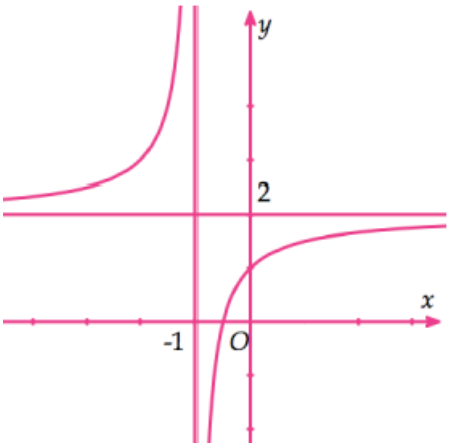
Câu 16. **[VD]** Cho hàm số $y=\dfrac{(2m-1)x-3}{x-m}$ có đồ thị như hình dưới đây



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tâm đối xứng của đồ thị hàm số nằm trong đường tròn tâm gốc tọa độ O bán kính bằng $\sqrt{2019}$?

A. 40. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 38.

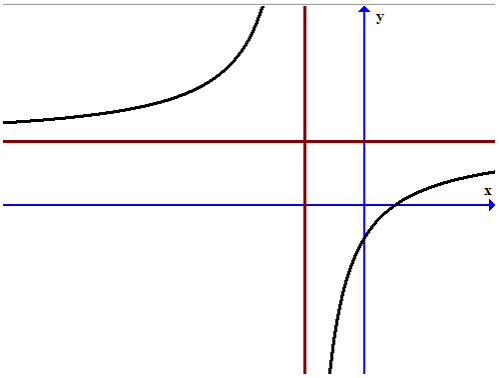
Câu 17. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{nx+1}{x+m};\ (mn\neq 1)$ xác định trên $R\setminus\{-1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có đồ thị như hình vẽ bên:



Tính tổng $m+n$?

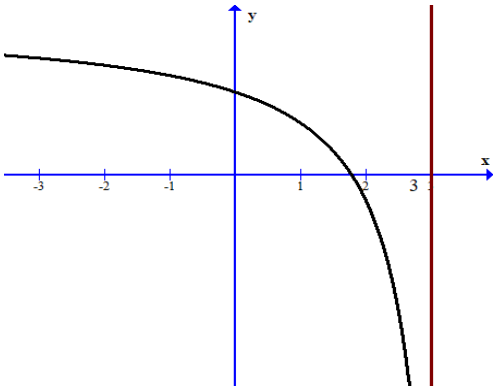
A. $m+n=1$. **B.** $m+n=-1$. **C.** $m+n=3$. **D.** $m+n=-3$.

Câu 18. **[VD]** Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d},(c\neq 0,ad-bc\neq 0)$ như hình **dưới**. Chọn khẳng định đúng:



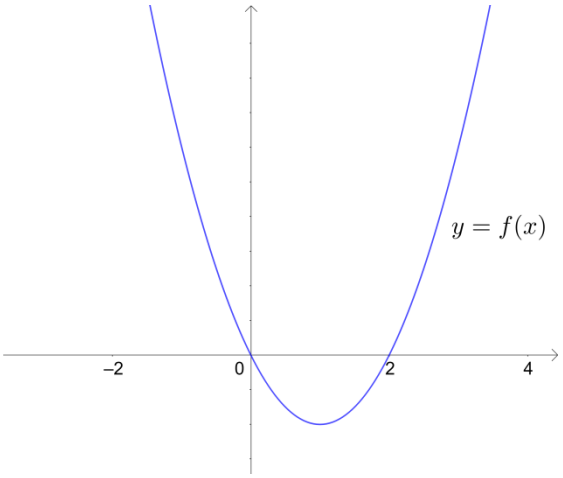
A. $ac>0,cd<0$. **B.** $ac<0,cd>0$. **C.** $ac<0,cd<0$. **D.** $ac>0,cd>0$

Câu 19. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;3)$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Hỏi trong khoảng $(-2018\pi;0)$ đồ thị hàm số $y=f\left(-\sin^2 x-2\cos(x+2017\pi)+1\right)$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng.



A. 1. **B.** 1008. **C.** 1009. **D.** Không có

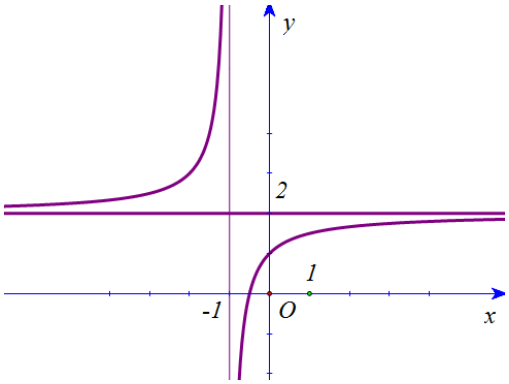
Câu 20. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)=x^2-2x$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{f(x+m)}$ có số tiệm cận là số lẻ.



A. $m\neq 2$ và $m\neq 0$. **B.** $m\neq -2$ và $m\neq 0$.
C. $m\neq 0$. **D.** $m\neq \pm 2$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[NB]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



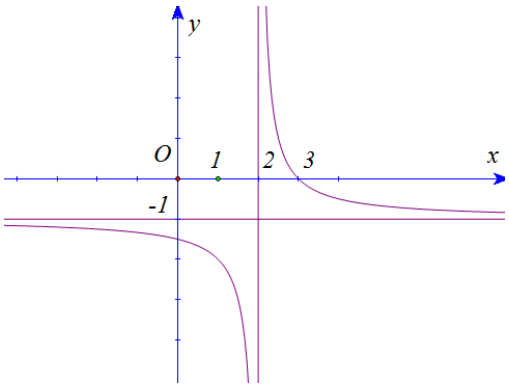
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là. $x=-1$

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(1;0)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 2. **[NB]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ có hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



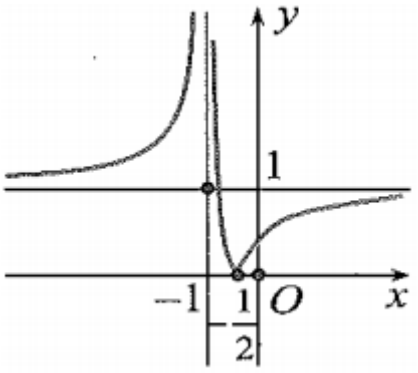
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(3;0)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây **sai?**

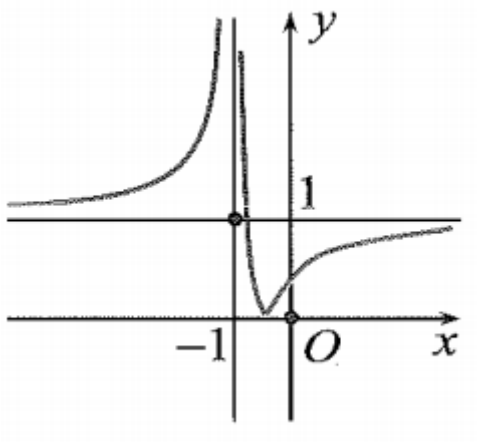
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 4. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Xét các mệnh đề sau:

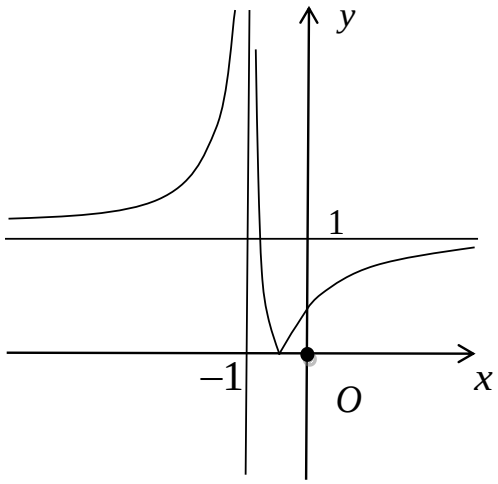
$(I).\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2,$ $(II).\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

$(III).\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-1,$ $(IV).\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề **đúng?**

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5. **[TH]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có hình vẽ bên.



Xét các mệnh đề sau:

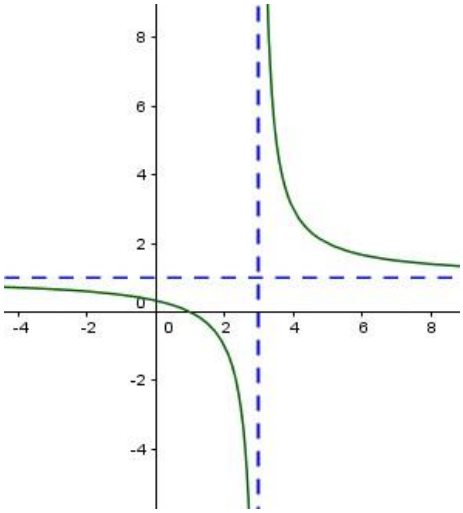
$(I).\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ $(II).\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$(III).\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-1$ $(IV).\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$, có đồ thị như hình vẽ



Xét các mệnh đề sau:

(1) Hàm số nghịch biến trên $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

(2) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=1$, tiệm cận ngang là $y=3$.

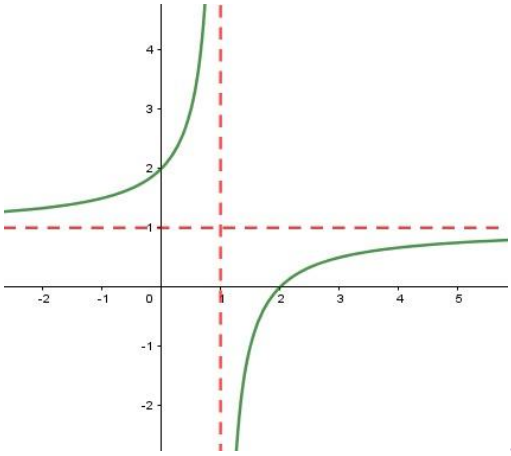
(3) Hàm số đã cho không có cực trị.

(4) Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(3;1)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Chọn các mệnh đề **đúng** ?

A. $(1),(3),(4)$. **B.** $(3),(4)$. **C.** $(2),(3),(4)$. **D.** $(1),(4)$.

Câu 7. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, có đồ thị như hình vẽ



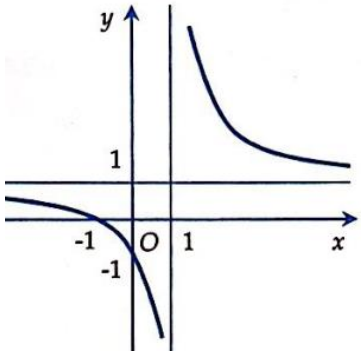
Xét các mệnh đề sau:

1. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.
2. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
3. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.
4. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Số mệnh đề đúng là:

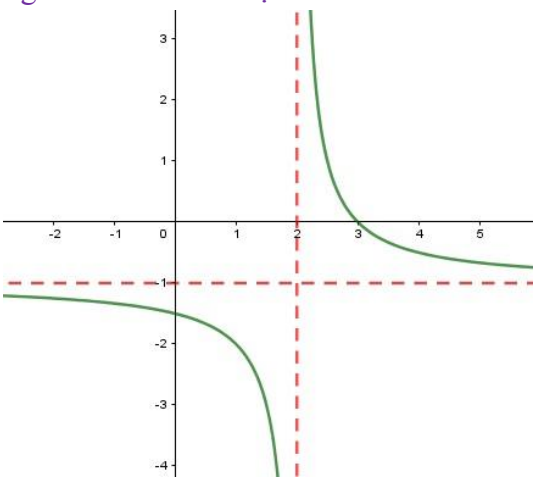
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 8. **[TH]** Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



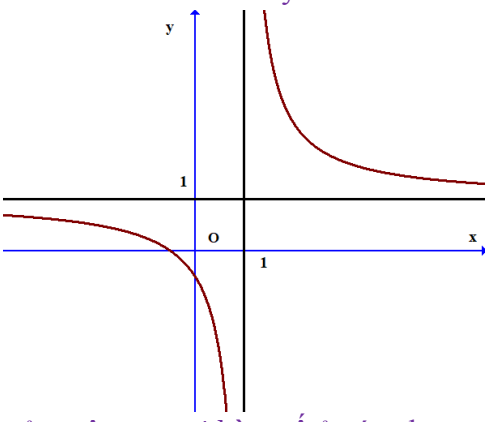
A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ **C.** $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$ **D.** $y=\dfrac{-x}{1-x}$

Câu 9. **[TH]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{-x+3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{-x-3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$.

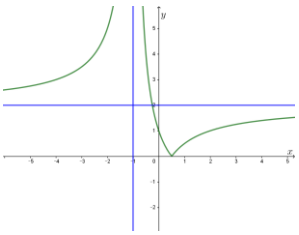
Câu 10. **[TH]** Cho đồ thị có hình vẽ như hình dưới đây.



Biết đồ thị trên là đồ thị của một trong 4 hàm số ở các phương án *A, B, C, D* dưới đây. Chọn phương án trả lời đúng?

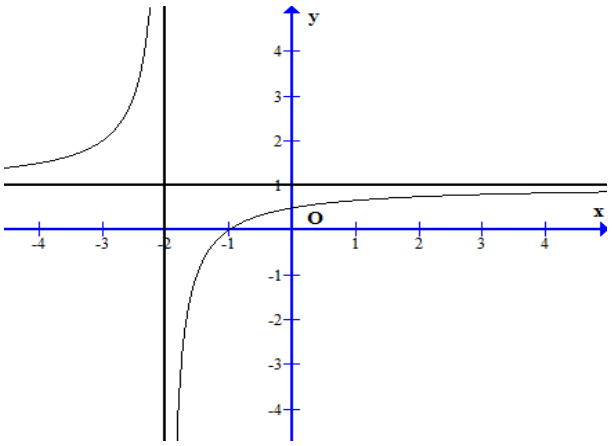
A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 11. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



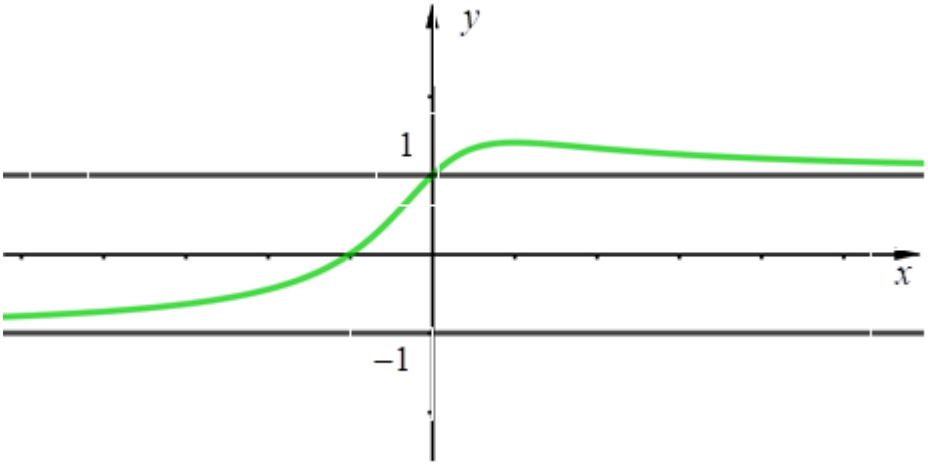
A. Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$.
B. Tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$.
C. Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-2$.
D. Tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=-2$.

Câu 12. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. Tiệm cận đứng $x=-2$, tiệm cận ngang $y=1$.
B. Tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=-1$.
C. Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-2$.
D. Tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$.

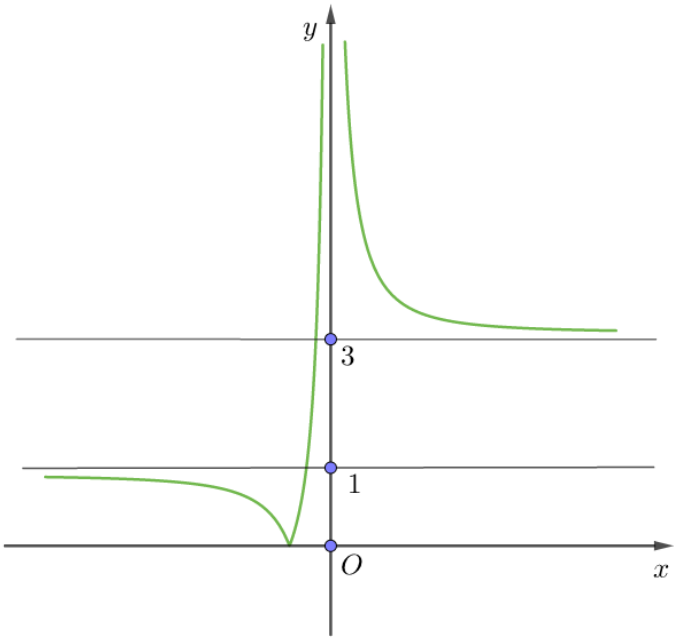
Câu 13. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

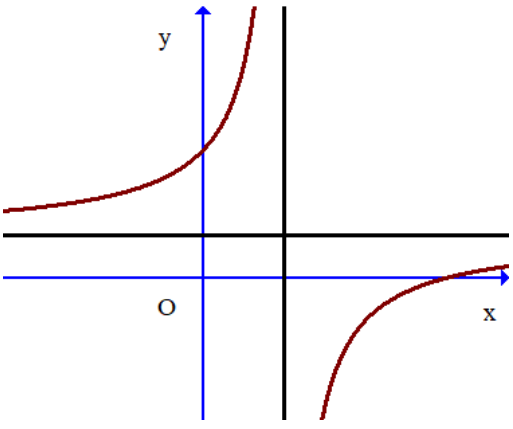
Câu 14. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

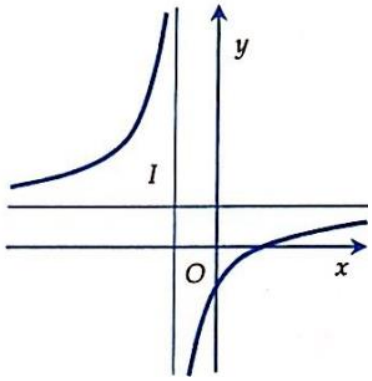
Câu 15. **[VD]** Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d},(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ **như** hình dưới. Chọn khẳng định đúng:



A. $a<0,b>0,c-ab>0$. **B.** $a>0,b>0,c-ab<0$.

C. $a>0,b>0,c-ab>0$. **D.** $a<0,b<0,c-ab>0$

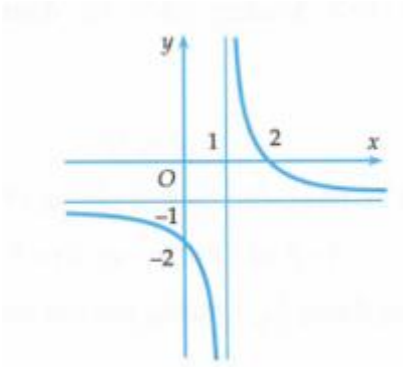
Câu 16. **[VD]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng?

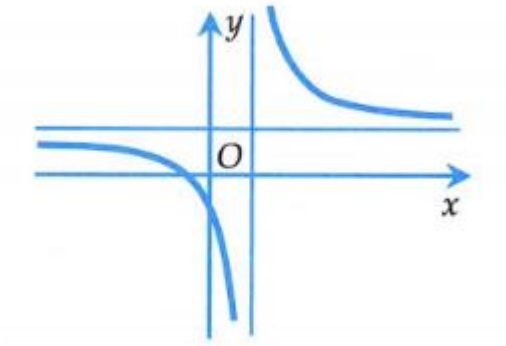
A. $cd<0;bd>0$ **B.** $ac<0;bd<0$ **C.** $ac>0;ab<0$ **D.** $ad<0;bc>0$

Câu 17. **[VD]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới



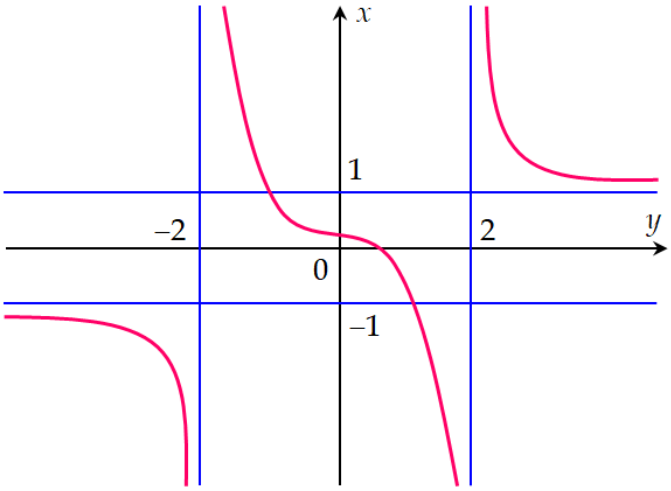
A. $b<0<a$ **B.** $0<b<a$ **C.** $b<a<0$ **D.** $0<a<b$

Câu 18. **[VD]** Cho hàm số $y=\dfrac{(a-1)x+b}{(c-2)x+d'}$ $d<0$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a>1,\ b>0,\ c<2$. **B.** $a>1,b<0,c>2$. **C.** $a<1,b>0,c<2$. **D.** $a>1,b>0,c>2$.

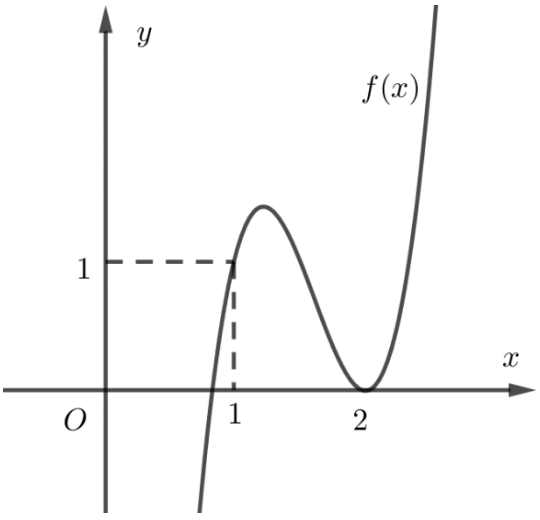
Câu 19. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2}{3f(x)-2}$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

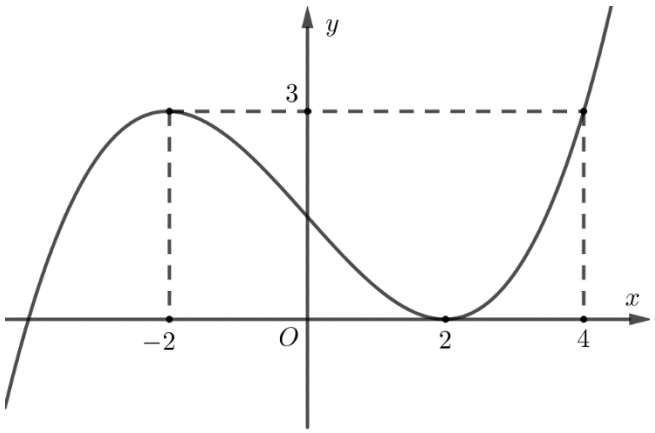
Câu 20. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-1}}{x\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

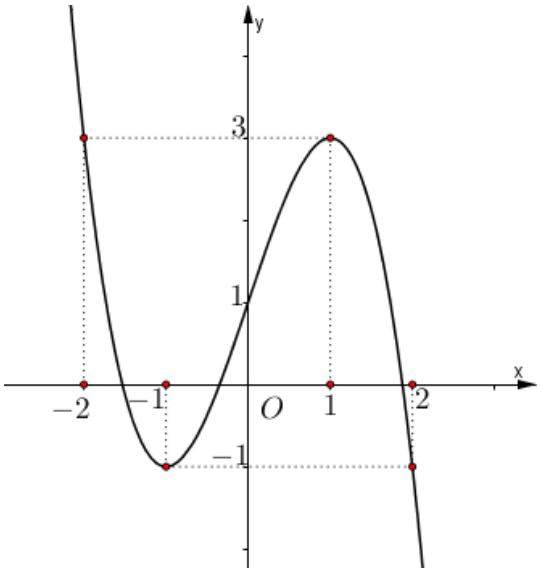
Câu 21. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f\left(4-x^2\right)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

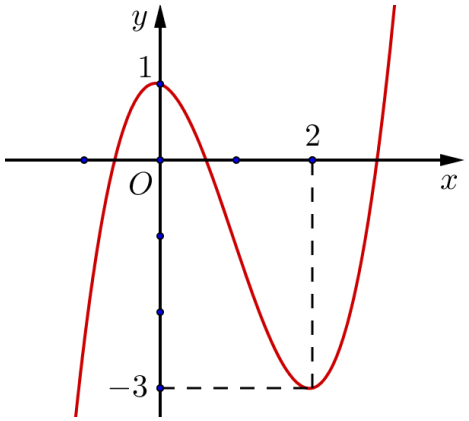
Câu 22. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng ?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 23. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ

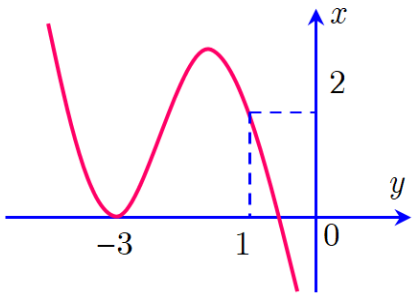


Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\left(x^2-2x\right)\sqrt{1-x}}{(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

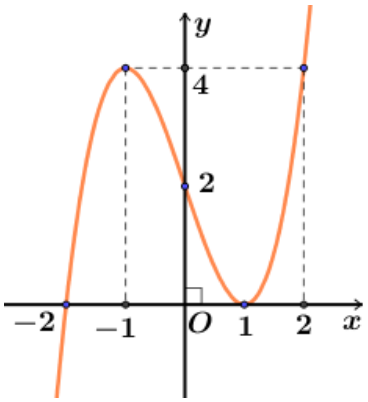
Câu 24. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình bên.

Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x^2+x}}{x\left[\left(f(x)\right)^2-2f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận



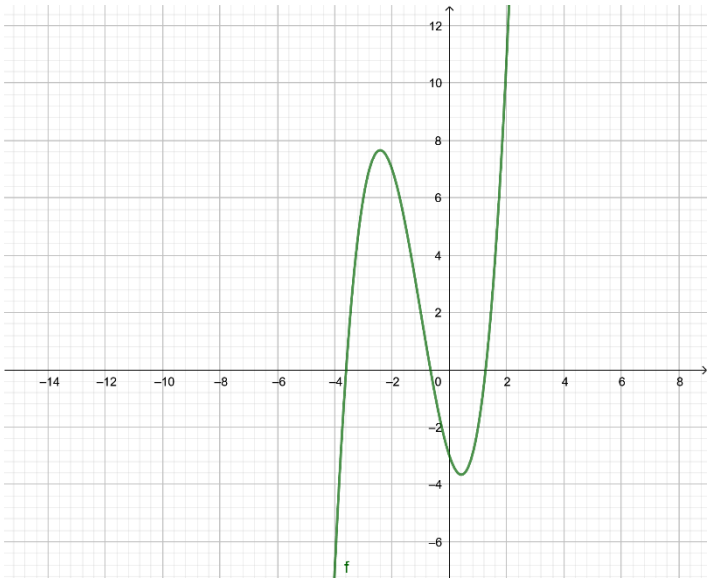
A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 25. **[VDC]** Cho hàm bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4-4x^2+3}{(x-1)\left(f^2(x)-2f(x)\right)}$.



A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

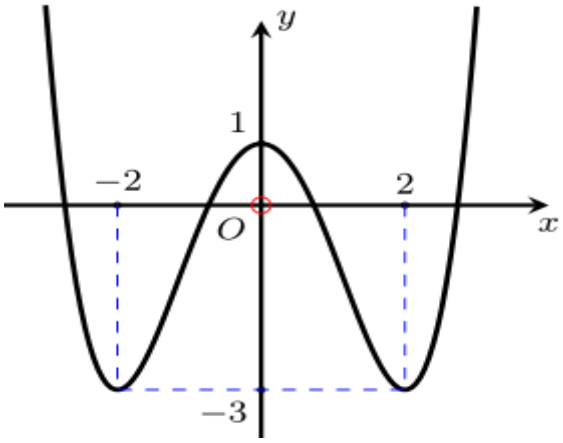
Câu 26. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số: $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{f(x)+2}$

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

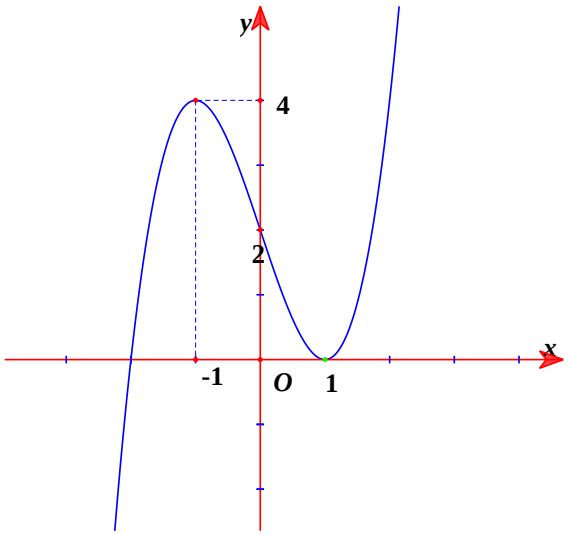
Câu 27. **[VDC]** Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-4\right)\left(x^2+2x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

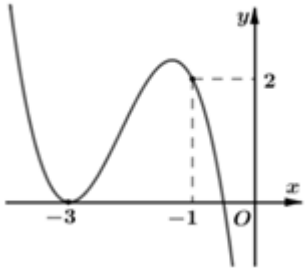
Câu 28. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{\left(x-1\right)\left(x^2-1\right)}{f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

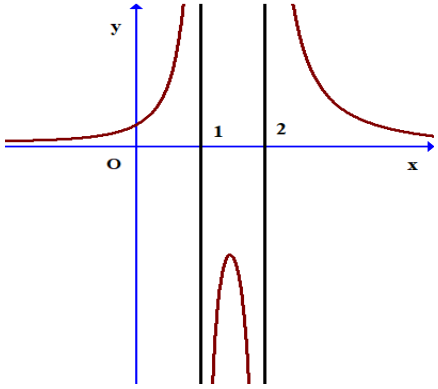
Câu 29. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Đồ thị hàm $y=\dfrac{\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x^2+x}}{x\left[f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

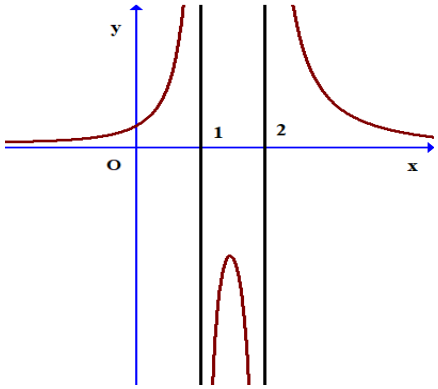
Câu 30. **[VDC]** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x^2+3nx+2m^2}$ có đồ thị có hình vẽ như hình dưới đây.



Hỏi có bao nhiêu cặp số $(m;n)$ thỏa mãn bài toán.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3

Câu 31. **[VDC]** Cho hàm số $y=\dfrac{nx+1}{x^2+3mx+2n^2}$ có đồ thị có hình vẽ như hình dưới đây.



Khi đó tính biểu thức $P=mn+m^2+n^2$?

A. $P=3$. **B.** $P=1$. **C.** $P=1$ hoặc $P=3$. **D.** $P=2$

BÀI TOÁN 4: XÁC ĐỊNH SỐ ĐƯỜNG TIỆM CẬN DỰA VÀO ĐỒ THỊ

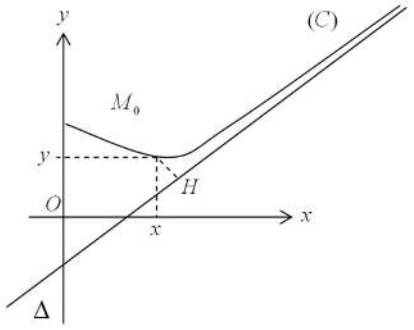
A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

➢ Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C). Điểm $M\in(C)$,

MH là khoảng cách từ M đến đường thẳng d .

(d) tiệm cận của $(C)\Leftrightarrow \lim\limits_{M\to\infty} MH=0$

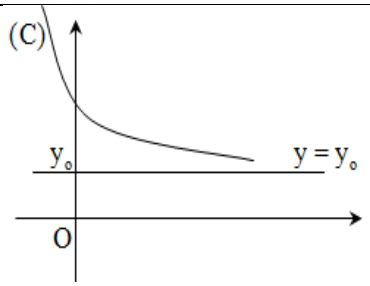


2. Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a;+\infty),(-\infty;b)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$. Đường thẳng $y=y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=y_0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=y_0$$



3. Đường tiệm cận đứng

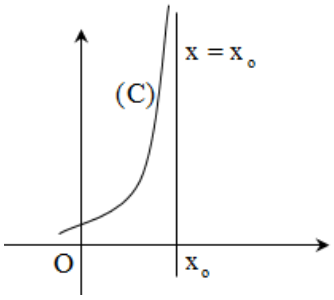
Đường thẳng $x=x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x)=+\infty$$

$$\lim_{x\to x_0^-} f(x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty$$



Lưu ý: Với ĐT phân thức $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ luôn có TCN là $y=\dfrac{a}{c}$ và TCD $x=-\dfrac{d}{c}$.

3. Dấu hiệu

+) Hàm phân thức mà nghiệm của mẫu **không** là nghiệm của tử có tiệm cận đứng.

+) Hàm phân thức mà bậc của tử ≤ bậc của mẫu có TCN.

+) Hàm căn thức dạng: $y=\sqrt{}-\sqrt{},y=\sqrt{}-bt,y=bt-\sqrt{}$ có TCN. (Dùng liên hợp)

4. Cách tìm

+) TCĐ: Tìm nghiệm của mẫu **không** là nghiệm của tử.

+) TCN: Tính 2 giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y$

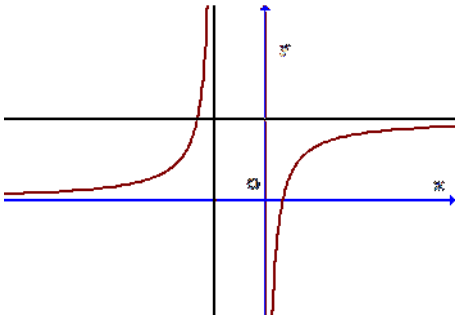
5. Chú ý

+) Nếu $x\to+\infty\Rightarrow x>0\Rightarrow\sqrt{x^2}=|x|=x$

+) Nếu $x\to-\infty\Rightarrow x<0\Rightarrow\sqrt{x^2}=|x|=-x$

B. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. **[NB]** Cho đồ thị một hàm số có hình vẽ như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

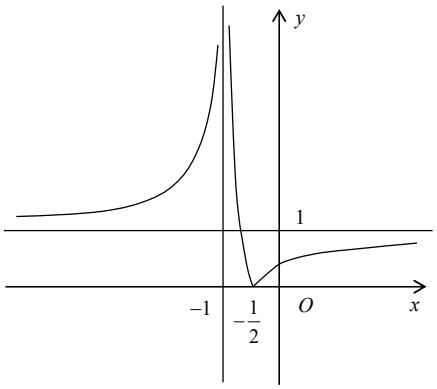
A. 4. **B.** Không có tiệm cận. **C.** 2. **D.** 3

Lời giải:

Chọn A

Nhìn đồ thị ta thấy nhánh bên phải có một tiệm cận đứng, một tiệm cận ngang và nhánh bên trái cũng vậy. Tổng cộng có 4 tiệm cận.

Câu 2. **[NB]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có :

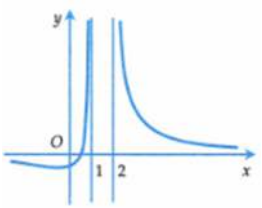
Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận nghang là $y=2$.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus[1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng:

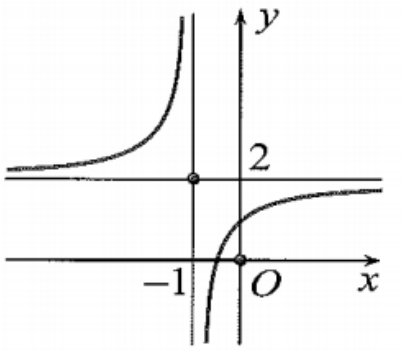
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải:

Chọn B.

Từ đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận ngang và 2 đường tiệm cận đứng. Do đó, đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 4. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Cho các khẳng định sau:

$(I).\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2,$ $(II).\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$(III).\ \lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-1,$ $(IV).\ \lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$

Có bao nhiêu khẳng định **đúng?**

A. 1 . **B.** . **C.** 3 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta có:

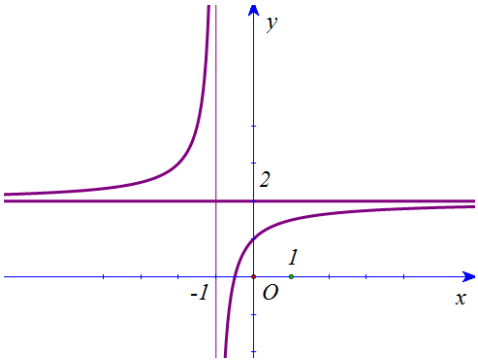
+) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2\Rightarrow(I)$ Đúng.

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2\Rightarrow(II)$ Sai.

+) $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-\infty\Rightarrow(III)$ Sai.

+) $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty\Rightarrow(VI)$ Đúng.

Câu 5. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Xét các mệnh đề sau:

$(I).\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ $(II).\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$(III).\ \lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-1$ $(IV).\ \lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

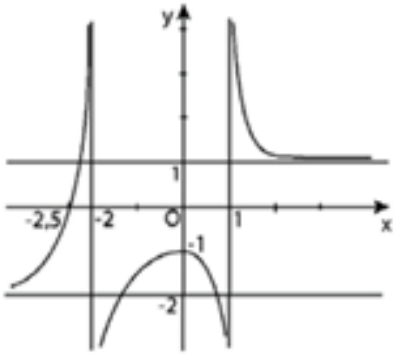
Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có :

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$.

Vậy có 2 mệnh đề đúng.

Câu 6. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên



Các khẳng định sau:

$(I)\ \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty; (II)\ \lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=-\infty; (III)\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty; (IV)\ \lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=+\infty$

Số khẳng định đúng là

A. 4 **B.**3 **C.**2 **D.**1

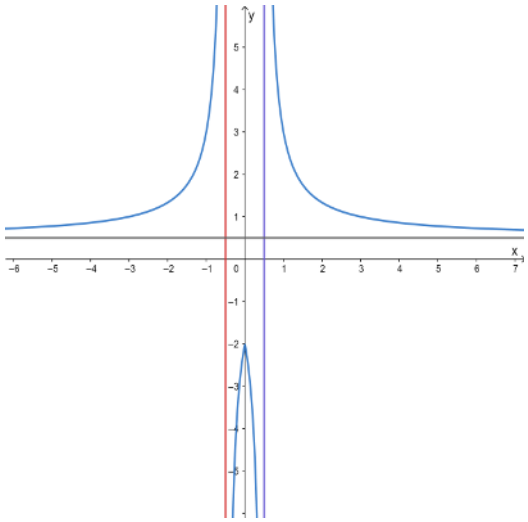
Lời giải

Chọn B

$(I)\ \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ **đúng;** $(II)\ \lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=-\infty$ **đúng**

$(III)\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ **sai;** $(IV)\ \lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=+\infty$ **đúng**

Câu 7. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi a là số đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Giá trị của biểu thức a^2+a bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{1}{2}$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$.

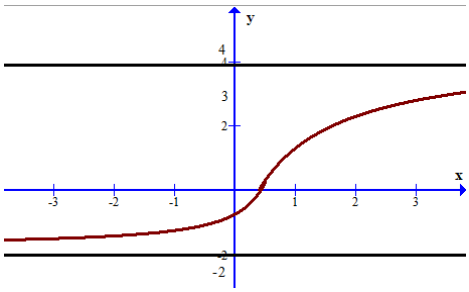
$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-} f(x)=-\infty$ Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{1}{2}$

$\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}^+} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}^-} f(x)=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{2}$

Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận $\Rightarrow a=3$.

Vậy $a^2+a=12$

Câu 8. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|f(x)+\sqrt[3]{8-m}+\sqrt{m+1}-4\right|$ có đúng một tiệm cận ngang?



A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Để đồ thị hàm số $y=\left|f(x)+\sqrt[3]{8-m}+\sqrt{m+1}-4\right|$ có đúng một tiệm cận ngang thì đồ thị hàm số $y=f(x)+\sqrt[3]{8-m}+\sqrt{m+1}-4$ có hai tiệm cận ngang đối xứng nhau,

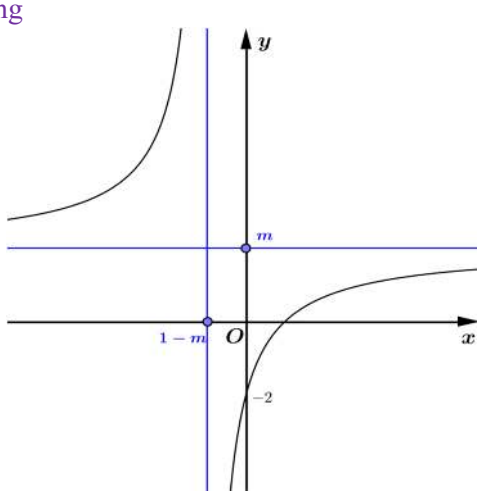
khi đó từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta tiệm tiến xuống đúng 1 đơn vị.

Vậy $\sqrt[3]{8-m}+\sqrt{m+1}-4=-1$.

Giải $\sqrt[3]{8-m}+\sqrt{m+1}=3$ ta đặt $u=\sqrt[3]{8-m}; v=\sqrt{m+1}$ tìm được ba giá trị m là 0; 8; 35.

Câu 9. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$, $a,b,c\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên.

Giá trị của $P=a+b+c$ bằng



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** −1.

Lời giải

Chọn B

Điền kiện: $\begin{cases}x\neq -c\\ ac-b\neq 0\end{cases}$

Hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng: $x=-c$; tiệm cận ngang: $y=a$

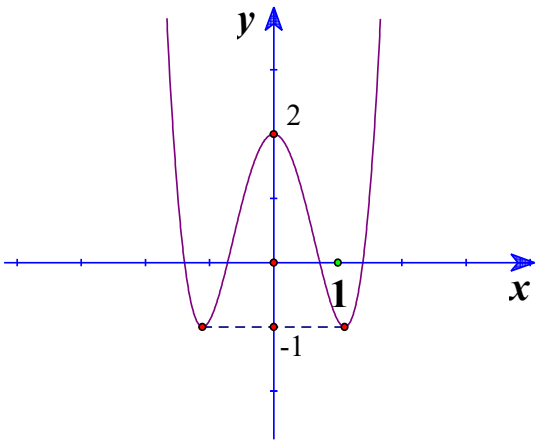
Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta nhận xét được:

- $\begin{cases}m>0\\ 1-m<0\end{cases}\Leftrightarrow m>1$
- Khi $x=0\Rightarrow y=-2\Rightarrow\dfrac{b}{c}=-2\Rightarrow b=-2c$
- Tiệm cận đứng: $x=1-m$; tiệm cận ngang: $y=m$

Suy ra: $\begin{cases}-c=1-m\\ a=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=m-1\\ a=m\end{cases}\Rightarrow b=-2c=-2m+2$ (thỏa điều kiện)

Nên: $P=a+b+c=m-2m+2+m-1=1$

Câu 10. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Số các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2020x}{f(x)\left[f(x)-m\right]}$ có tổng số 9 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x)$ là hàm phân thức hữu tỷ với bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0$, do đó đồ thị hàm số $g(x)$ luôn có một tiệm cận ngang là $y=0$.

Phương trình $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=x_1;-2<x_1<-1 \\ x=x_2\in(-1;0) \\ x=x_3\in(0;1) \\ x=x_4\in(1;2) \end{array}\right.$.

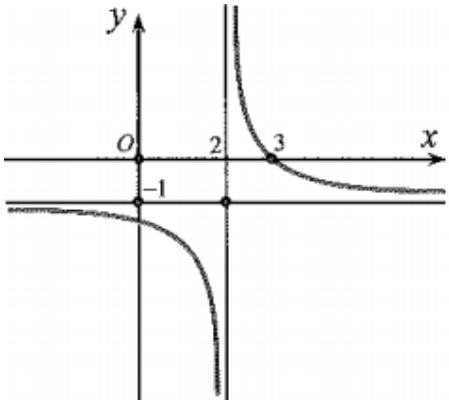
Ta thấy phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt đều khác 0 nên $x=x_1$, $x=x_2$, $x=x_3$, $x=x_4$ là 4 tiệm cận đứng đồ thị hàm số $g(x)$.

Vậy để đồ thị hàm số $g(x)$ có đúng 9 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng thì phương trình $f(x)=m$ phải có đúng 4 nghiệm phân biệt khác 0 và khác với 4 nghiệm $x_i\left(i=\overline{1,4}\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<2\\ m\neq 0\end{cases}$ mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=1$.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP:

Câu 1. [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

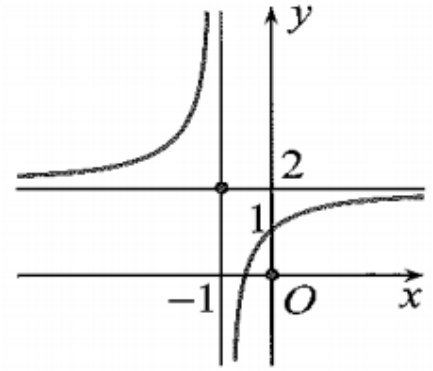
C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(3;0)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(1;0)$.

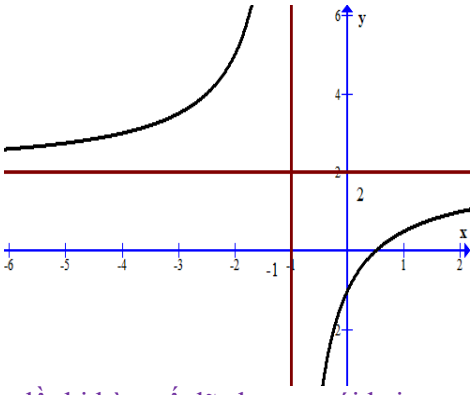
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$. Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 3. **[NB]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ dưới. Chọn khẳng định **sai**.



Khi đó hai tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho tạo với hai trục tọa độ một đa giác có diện tích bằng?

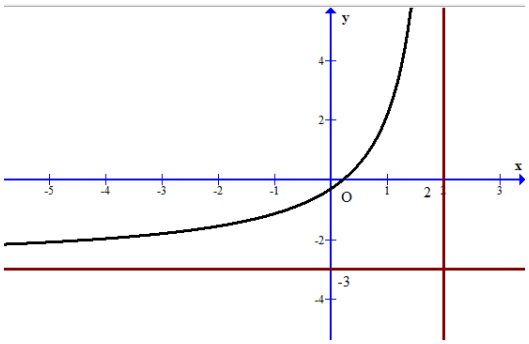
A. 2 (đvdt). **B.** 3 (đvdt). **C.** 6 (đvdt). **D.** 1 (đvdt)

Lời giải:

Chọn. A.

Vì tạo hình chữ nhật có chiều dài bằng 2; chiều rộng bằng 1.

Câu 4. **[NB]** Biết hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(-\infty;2)$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Tính tổng khoảng cách từ *O* đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho.

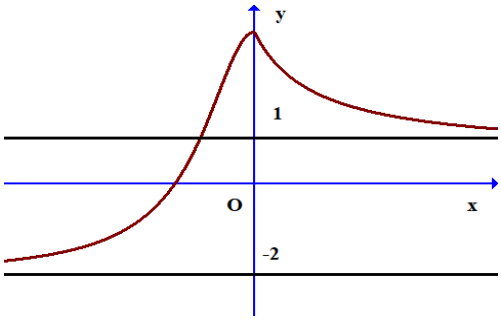


A. 5. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 4

Lời giải:

Chọn A

Câu 5. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



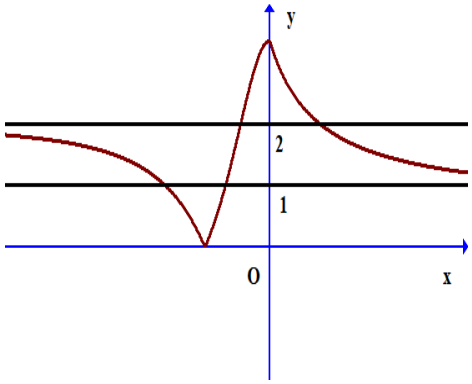
Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có tiệm cận ngang là?

A. $y=1$ và $y=-2$. **B.** $y=-1$ và $y=-2$. **C.** $y=1$ và $y=2$. **D.** $y=2$.

Lời giải:

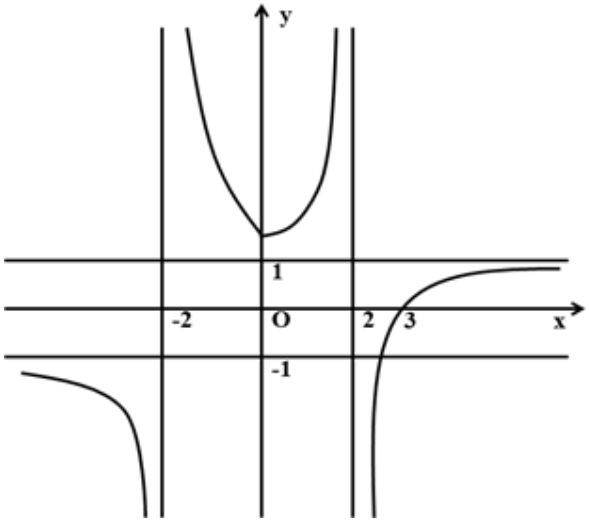
Chọn C

Ta có đồ thị hàm $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có dạng là:



Suy ra đồ thị có hai tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=2$.

Câu 6. **[TH]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

$\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là một đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=1$ nên đường thẳng $y=1$ là một đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=\pm1$.

Tương tự

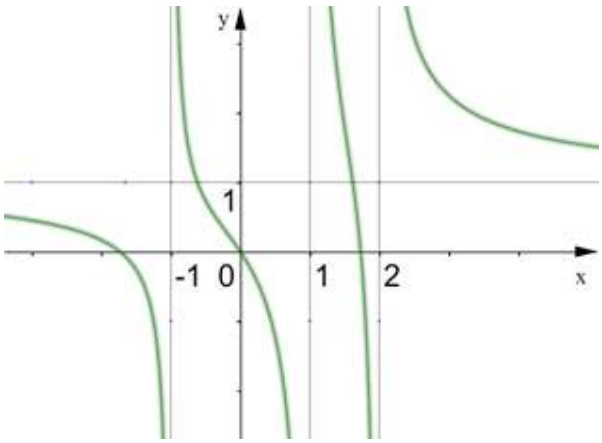
$\lim\limits_{x\to-2^+}f\left(x\right)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-2^-}f\left(x\right)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to2^-}f\left(x\right)=+\infty$ và và $\lim\limits_{x\to2^+}f\left(x\right)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là đường tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x=\pm2$.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 7. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$. Có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị của hàm số ta có

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=+\infty$ và và $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là đường tiệm cận đứng.

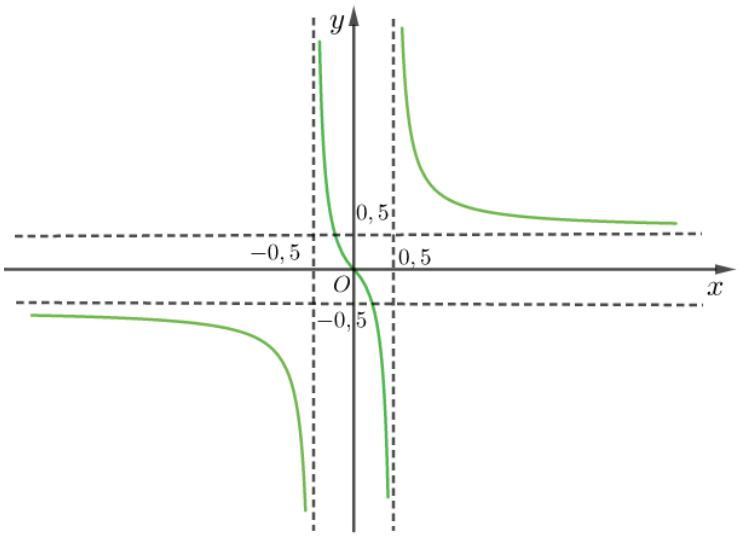
Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận đứng là $x=\pm 1$ và $x=2$.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ nên đường thẳng $y=1$ là một đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Câu 8. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\dfrac{1}{2}$ nên đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{1}{2}$ nên đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y=\pm\dfrac{1}{2}$.

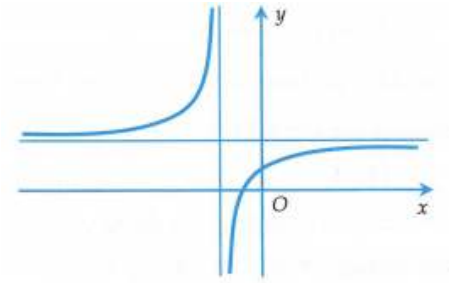
$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x)=+\infty$ nên đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+} f(x)=+\infty$ nên đường thẳng $x=\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai đường tiệm cận đứng là $x=\pm\dfrac{1}{2}$

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tất cả 4 đường tiệm cận.

Câu 9. **[TH]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó $d<0$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

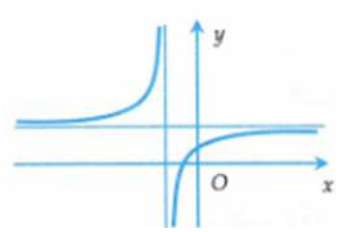
A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a<0,b<0,c<0$. **C.** $a<0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

Lời giải

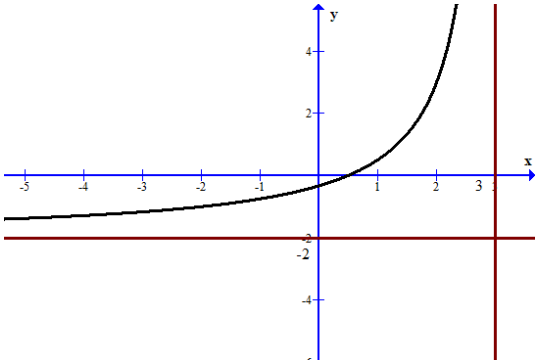
Chọn B.

Từ đồ thị hàm số, ta có: giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung nằm phía trên trục hoành nên $\frac{b}{d}>0.$

Tiệm cận đứng của đồ thị nằm bên phải trục tung nên $-\frac{d}{c}<0.$ Do $d<0$ nên $b<0,c<0.$



Câu 10. **[TH]** Biết hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ là?

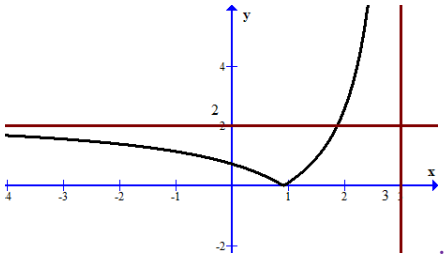


A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4

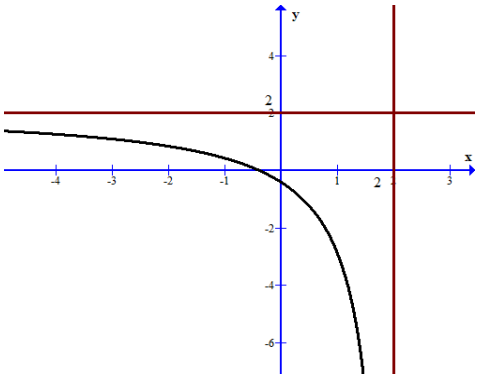
Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm $y=|f(x)|$ là



Câu 11. **[TH]** Biết hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ là?

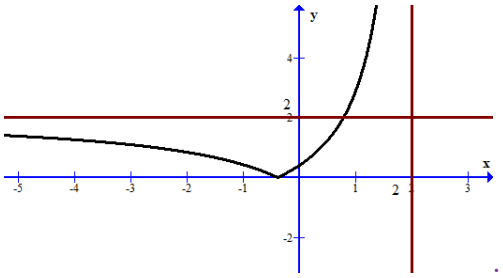


A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4

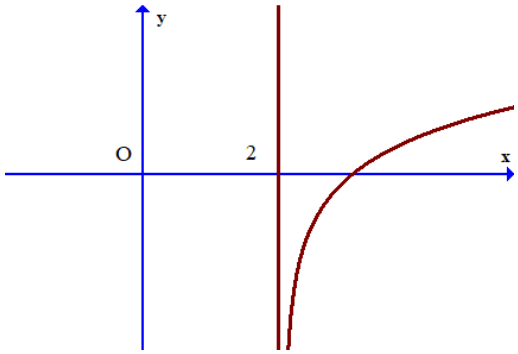
Lời giải

Chọn B

Vì đồ thị hàm $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là



Câu 12. **[TH]** Biết đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Chọn phát biểu **đúng.**



A. Đồ thị hàm số $y=f\left(x-1\right)$ có tiệm cận đứng $x=3.$.

B. Đồ thị hàm số $y=f\left(x-1\right)$ có tiệm cận đứng $x=2.$.

C. Đồ thị hàm số $y=f\left(x-1\right)$ có tiệm cận đứng $x=1$.

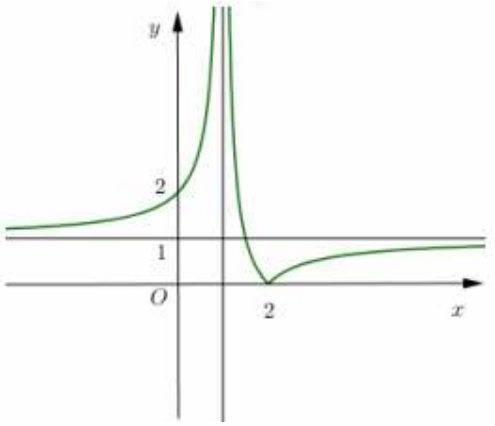
D. Đồ thị hàm số $y=f\left(x-1\right)$ không có tiệm cận đứng.

Lời giải:

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to 3^+} f\left(x-1\right)=\lim\limits_{\substack{t\to 2^+\\ t=x-1}} f\left(t\right)=-\infty$.

Câu 13. **[TH]** Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ dưới đây:



Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

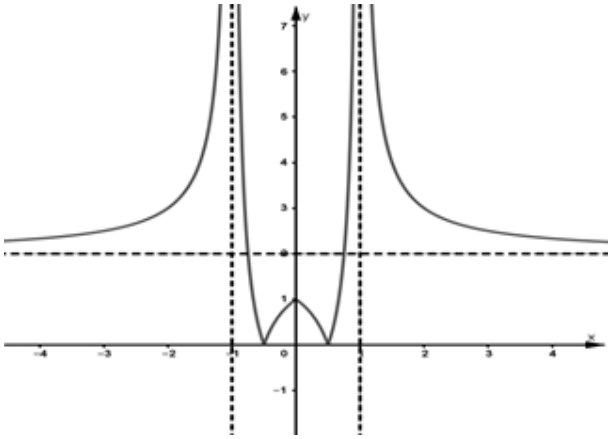
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta có

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=1$ và $\lim\limits_{x\to 1^{\pm}} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=1$. Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 14. **[TH]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hình vẽ dưới đây.



Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

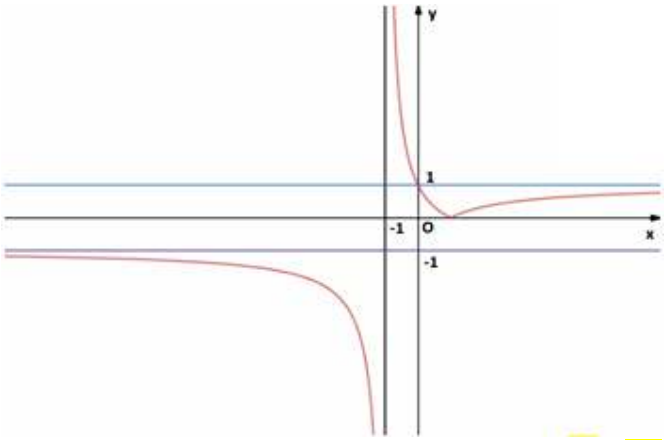
Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y=2$

Lại thấy: $\lim\limits_{x\to -1^{+}} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^{-}} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $x=-1;x=1$

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận

Câu 15. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm m để đồ thị hàm số $y=f(x-m)$ có tiệm cận đứng là trục Oy ?



A. 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

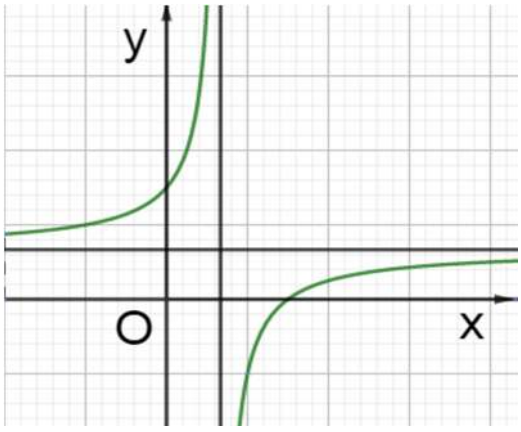
Tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v}=(m;0)$ thì:

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ biến thành đồ thị hàm số $y=f(x-m)$.

Tiệm cận $x=-1$ của đồ thị hàm số $y=f(x)$ biến thành tiệm cận $x=-1+m$ của đồ thị hàm số $y=f(x-m)$.

Đồ thị hàm số $y=f(x-m)$ có tiệm cận đứng là trục $Oy \Leftrightarrow -1+m=0 \Leftrightarrow m=1$

Câu 16. **[VD]** Cho hàm số $y=\dfrac{(2m-1)x-3}{x-m}$ có đồ thị như hình dưới đây



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tâm đối xứng của đồ thị hàm số nằm trong đường tròn tâm gốc tọa độ O bán kính bằng $\sqrt{2019}$?

A. 40. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 38.

Lời giải

Chọn C

Từ dạng đồ thị của hàm số ta suy ra

$y' = \dfrac{-m(2m-1)+3}{(x-m)^2} > 0 \Rightarrow -m(2m-1)+3 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < \dfrac{3}{2}$.

Khi đó dễ thấy đồ thị có hai đường tiệm cận là $x = m$, $y = 2m-1$.

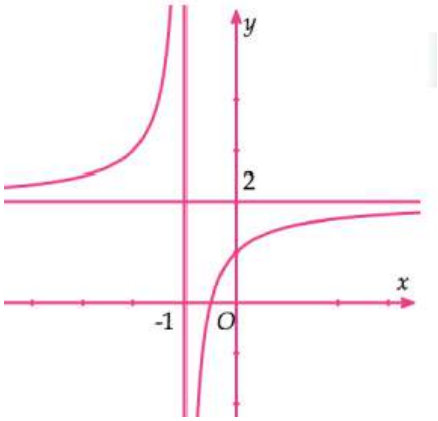
Vậy tâm đối xứng là điểm $I(m; 2m-1)$.

Từ đồ thị và giả thiết kèm theo ta có :

$$\begin{cases} y = 2m-1 > 0 \\ x = m > 0 \\ OI < \sqrt{2019} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{1}{2} \\ m > 0 \\ -19 \le m \le 20 \ (m \in \mathbb{Z}) \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện trên ta suy ra $m = 1$.

Câu 17. **[VD]** Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{nx+1}{x+m}$; $(mn \neq 1)$ xác định trên $R \setminus \{-1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có đồ thị như hình vẽ bên:



Tính tổng $m+n$?

A. $m+n=1$. **B.** $m+n=-1$. **C.** $m+n=3$. **D.** $m+n=-3$.

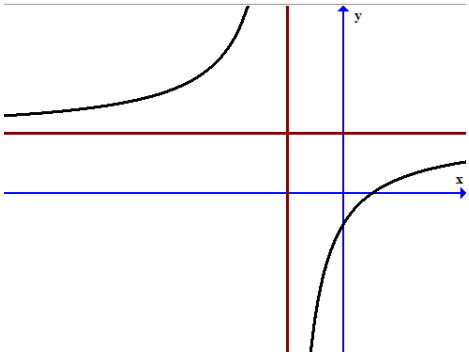
Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y = f(x) = \dfrac{nx+1}{x+m}$; $(mn \neq 1)$ có hai đường tiệm cận $x = -m = -1$;

$y = n = 2 \Rightarrow m = 1$; $n = 2 \Rightarrow m+n = 3$

Câu 18. **[VD]** Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}, (c \neq 0, ad-bc \neq 0)$ như hình **dưới**. Chọn khẳng định đúng:

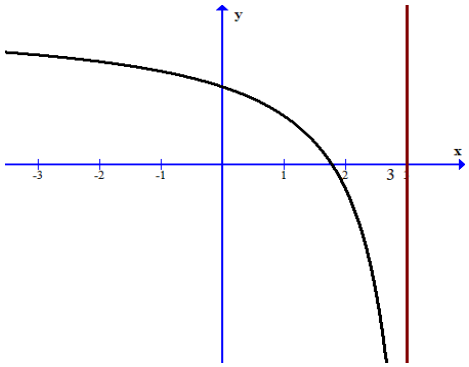


A. $ac>0,cd<0$. **B.** $ac<0,cd>0$. **C.** $ac<0,cd<0$. **D.** $ac>0,cd>0$

Chọn D

Vì tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}<0\Leftrightarrow cd>0$; tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}>0\Leftrightarrow ac>0$.

Câu 19. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;3)$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Hỏi trong khoảng $(-2018\pi;0)$ đồ thị hàm số $y=f\left(-\sin^2 x-2\cos(x+2017\pi)+1\right)$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng.



A. 1. **B.** 1008. **C.** 1009. **D.** Không có

Lời giải

Chọn B

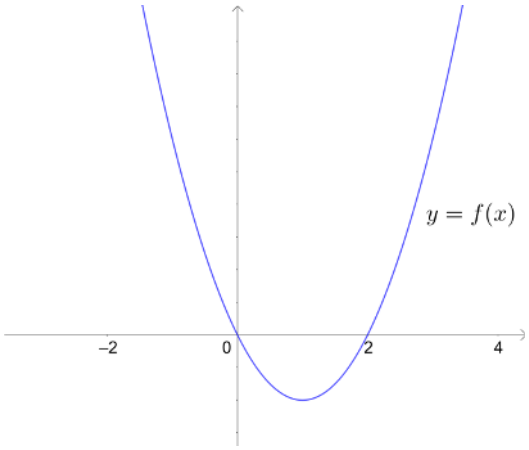
Đặt $t=-\sin^2 x-2\cos(x+2017\pi)+1=\cos^2 x+2\cos x$,

theo đồ thị ta có $\lim\limits_{t\to 3^-} f(t)=-\infty$, để $t\to 3^-\Leftrightarrow \cos^2 x+2\cos x\to 3^-\Leftrightarrow \cos^2 x+2\cos x-3\to 0^-$.

Nên số tiệm cận bằng số nghiệm của phương trình $\cos^2 x+2\cos x-3=0$ trên $(-2018\pi;0)$.

Giải ra và lập luận được 1008 nghiệm, nên chọn.**B.**

Câu 20. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)=x^2-2x$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{f(x+m)}$ có số tiệm cận là số lẻ.



A. $m \neq 2$ và $m \neq 0$.
B. $m \neq -2$ và $m \neq 0$.
C. $m \neq 0$.
D. $m \neq \pm 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\dfrac{f(x)}{f(x+m)} = \dfrac{x^2-2x}{(x+m)^2-2(x+m)}$

$x^2-2x=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=2$.

$(x+m)^2-2(x+m)=0 \Leftrightarrow x=-m \vee x=2-m$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{f(x+m)}=1$, $\forall m\in\mathbb{R}^*$ nên hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{f(x+m)}$ luôn có 1 tiệm cận ngang là $y=1$.

Với $m=0$, ta có $\dfrac{f(x)}{f(x+m)}=1$, $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$. Suy ra đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{f(x+m)}$ không có tiệm cận đứng.

Do vậy với $m=0$, đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{f(x+m)}$ có 1 tiệm cận.

Với $m=2$, ta có $\dfrac{f(x)}{f(x+m)}=\dfrac{x^2-2x}{(x+2)^2-2(x+2)}=\dfrac{x(x-2)}{x(x+2)}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;0\}$.

Có $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{f(x)}{f(x+m)}=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x(x-2)}{x(x+2)}=\infty$,

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{f(x+m)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x(x-2)}{x(x+2)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-2}{x+2}=-1$.

Do đó đồ thị hàm số $\dfrac{f(x)}{f(x+m)}$ có 2 tiệm cận (1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang).

Với $m=-2$, ta có $\dfrac{f(x)}{f(x+m)}=\dfrac{x^2-2x}{(x-2)^2-2(x-2)}=\dfrac{x(x-2)}{(x-2)(x-4)}$, có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2;4\}$.

Có $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f(x)}{f(x+m)}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x(x-2)}{(x-2)(x-4)}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x}{x-4}=-1$,

$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)}{f(x+m)}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x(x-2)}{(x-2)(x-4)}=\infty$.

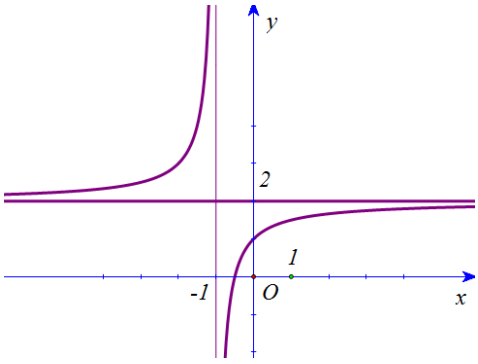
Do đó đồ thị hàm số $\dfrac{f(x)}{f(x+m)}$ có 2 tiệm cận (1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang).

Với $m\neq 0$ và $m\neq\pm 2$, ta có $-m$ và $2-m$ không là nghiệm của x^2-2x. Suy ra đồ thị hàm số $\dfrac{f(x)}{f(x+m)}$ có 2 tiệm cận đứng là $x=-m$ và $x=2-m$. Do vậy đồ thị hàm số $\dfrac{f(x)}{f(x+m)}$ có 3 tiệm cận.

Vậy với $m\neq\pm 2$, đồ thị hàm số $\dfrac{f(x)}{f(x+m)}$ có số tiệm cận là số lẻ.

D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. **[NB]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là. $x=-1$

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(1;0)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có :

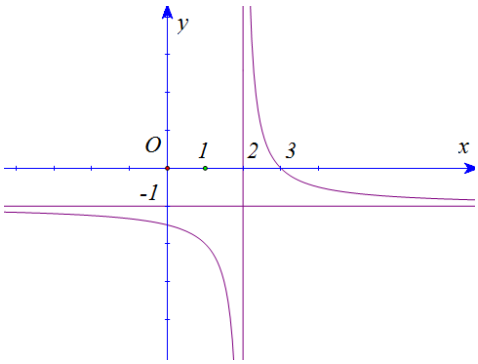
Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(0;1)$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 2. **[NB]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ có hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(3;0)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có :

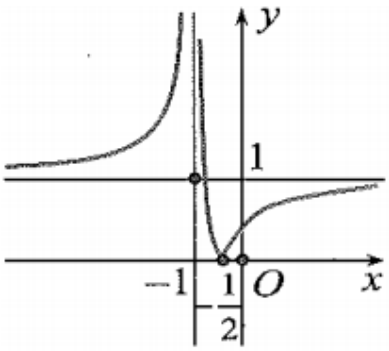
Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(3;0)$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận nghang là $y=-1$.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

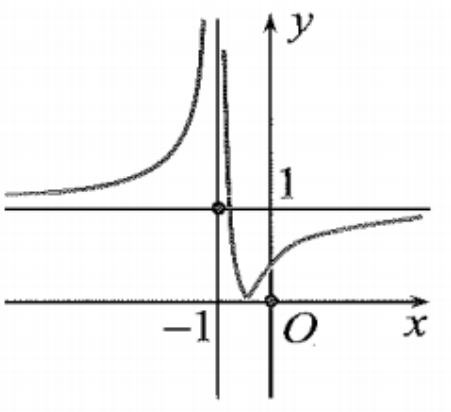
C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Xét các mệnh đề sau:

$(I).\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2,$ $(II).\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

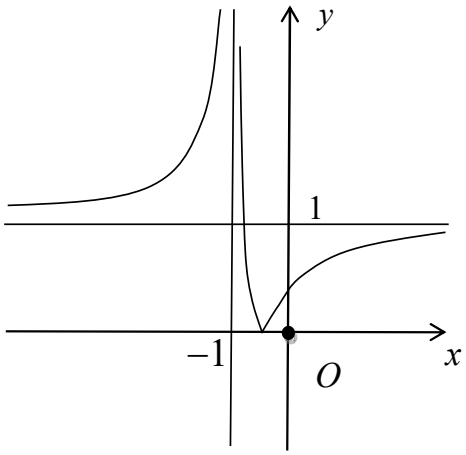
$(III).\ \lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-1,$ $(IV).\ \lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề **đúng?**

A. 1 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 4 .

Lời giải

Câu 5. **[TH]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có hình vẽ bên.



Xét các mệnh đề sau:

$(I).\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ $(II).\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$(III).\ \lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-1$ $(IV).\ \lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

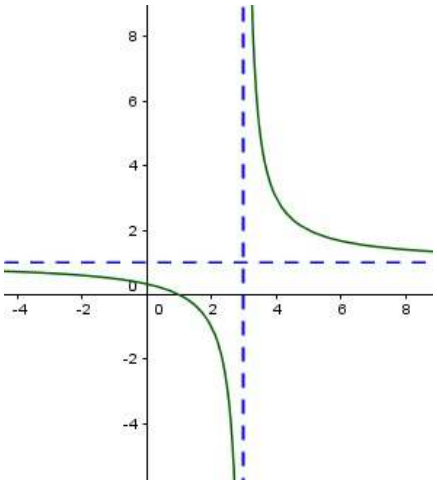
Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có :

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$.

Vậy có 1 mệnh đề đúng.

Câu 6. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$, có đồ thị như hình vẽ



Xét các mệnh đề sau:

(1) Hàm số nghịch biến trên $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

(2) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=1$, tiệm cận ngang là $y=3$.

(3) Hàm số đã cho không có cực trị.

(4) Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(3;1)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Chọn các mệnh đề **đúng** ?

A. $(1),(3),(4)$. **B.** $(3),(4)$. **C.** $(2),(3),(4)$. **D.** $(1),(4)$.

Lời giải

Chọn B

Sai lầm thường gặp:

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

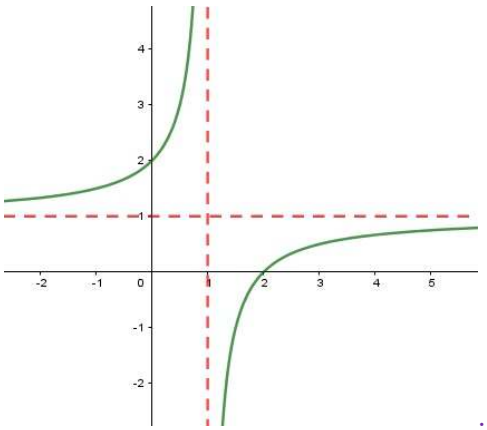
Đạo hàm $y'=\dfrac{-2}{(x-3)^2},0,\forall x\in D\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{3\}$, hoặc làm số nghịch biến trên $(-\infty;3)\cup(3;+\infty)$. Hàm số không có cực trị.

Tiệm cận đứng: $x=3$; tiệm cận ngang: $y=1$. Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(3;1)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Từ đó nhiều học sinh kết luận các mệnh đề $(1),(3),(4)$ đúng và chọn ngay A.

Tuy nhiên đây là phương án **sai**.

Câu 7. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, có đồ thị như hình vẽ



Xét các mệnh đề sau:

1. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

2. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

3. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

4. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Số mệnh đề đúng là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

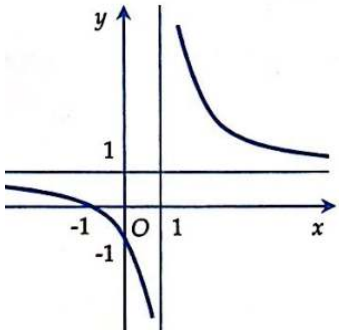
Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Đạo hàm $y'=\dfrac{1}{(x-1)^2}>0,\forall x\neq 1$.

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Chỉ có mệnh đề 3 đúng.

Câu 8. **[TH]** Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ **C.** $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$ **D.** $y=\dfrac{-x}{1-x}$

Lời giải

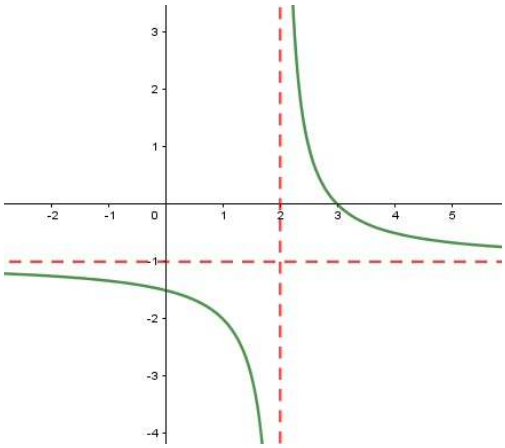
Chọn B.

Ta có: $y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$, hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định.

Từ đồ thị ta có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$

Đồ thị cắt *Ox* tại $(-1;0)$ và cắt *Oy* tại $(0;-1)$ nên chọn B.

Câu 9. **[TH]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{-x+3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{-x-3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$.

Lời giải

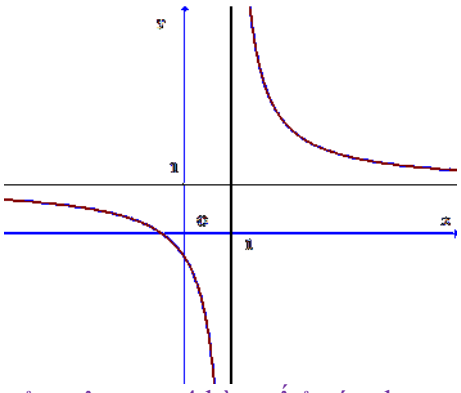
Chọn A.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=3\Rightarrow$ Loại đáp án C, D.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2\Rightarrow$ Loại đáp án B.

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 10. **[TH]** Cho đồ thị có hình vẽ như hình dưới đây.



Biết đồ thị trên là đồ thị của một trong 4 hàm số ở các phương án *A, B, C, D* dưới đây. Chọn phương án trả lời đúng?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải:

Chọn D

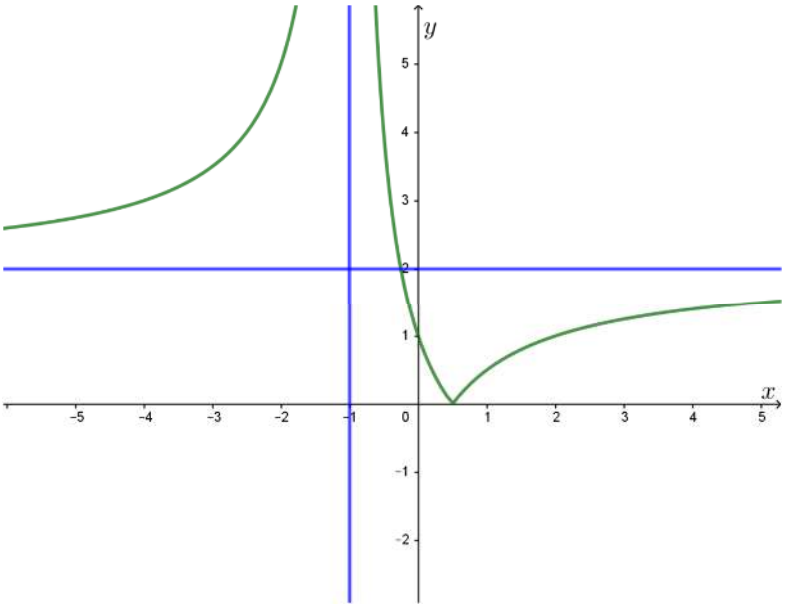
Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$ và tiệm cận đứng $x=1$, chỉ có phương án *B, D* thỏa mãn điều này nên loại *A,.C.*

Phương án *B* có $y'=\dfrac{2}{(x-1)^2}>0$ hàm số đồng biến, mà nhìn đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến nên

phương án này loại.

Phương án *D* có $y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}<0$ hàm số nghịch biến thỏa mãn đồ thị đã cho.

Câu 11. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$.

B. Tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$.

C. Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-2$.

D. Tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=-2$.

Lời giải

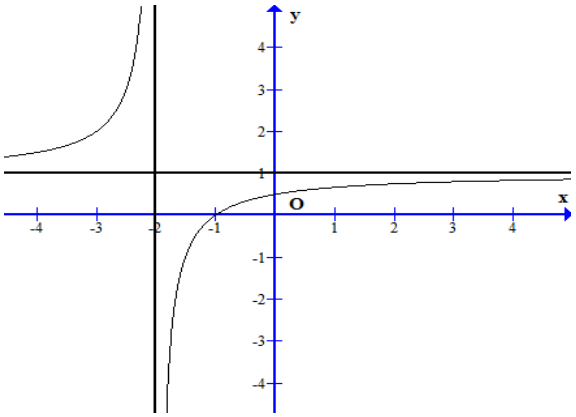
Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 12. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. Tiệm cận đứng $x=-2$, tiệm cận ngang $y=1$.

B. Tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=-1$.

C. Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-2$.

D. Tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$.

Lời giải

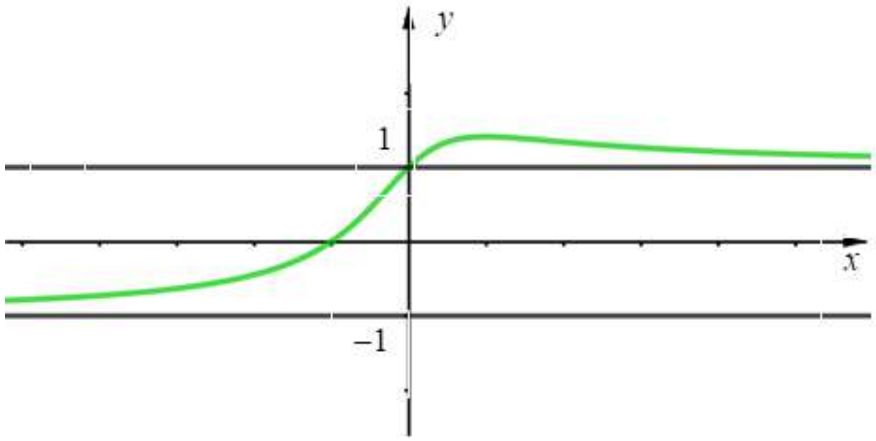
Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có

$\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 13. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

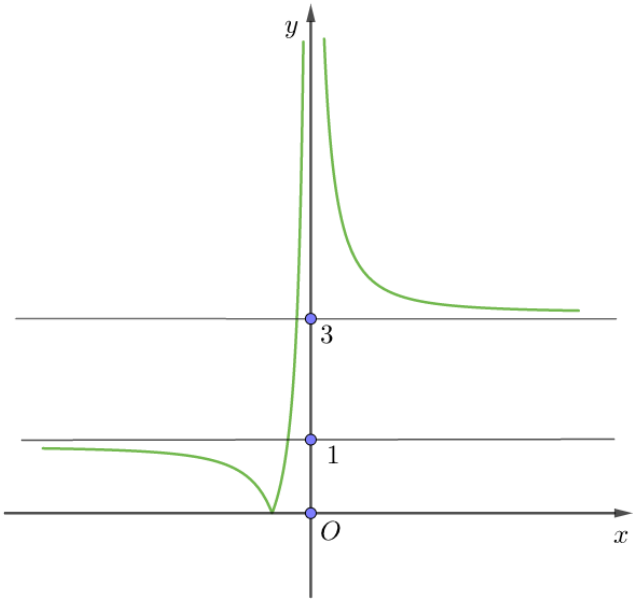
Chọn B

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ nên đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang.

Tương tự $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 đường tiệm cận ngang.

Câu 14. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta có:

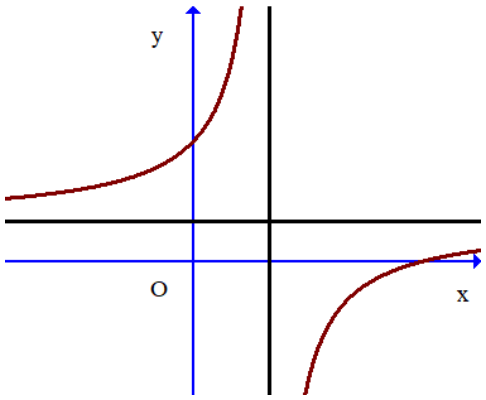
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ nên đường thẳng $y=1$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ nên đường thẳng $y=3$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ suy ra đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tất cả 3 đường tiệm cận.

Câu 15. **[VD]** Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d},(c\neq0,ad-bc\neq0)$ **như** hình dưới. Chọn khẳng định đúng:



A. $a<0,b>0,c-ab>0$. **B.** $a>0,b>0,c-ab<0$.

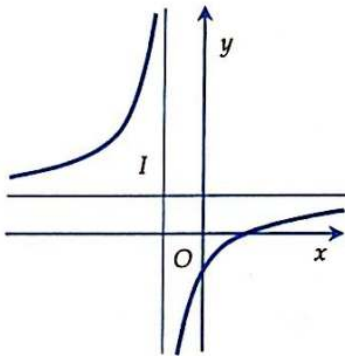
C. $a>0,b>0,c-ab>0$. **D.** $a<0,b<0,c-ab>0$

Lời giải

Chọn C

Dùng đường tiệm cận và hàm số đồng biến.

Câu 16. **[VD]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $cd<0;bd>0$ **B.** $ac<0;bd<0$ **C.** $ac>0;ab<0$ **D.** $ad<0;bc>0$

Lời giải

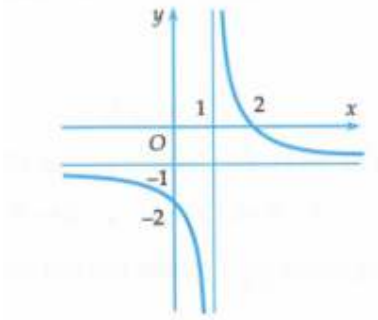
Chọn C.

+ Đồ thị có tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow ac>0\Rightarrow$ loại B

+ Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}<0\Rightarrow dc>0\Rightarrow$ loại A

+ Đồ thị giao Ox tại điểm có hoành độ $-\dfrac{b}{a}>0\Rightarrow a.b<0\Rightarrow C$ đúng

Câu 17. **[VD]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới



A. $b<0<a$ **B.** $0<b<a$ **C.** $b<a<0$ **D.** $0<a<b$

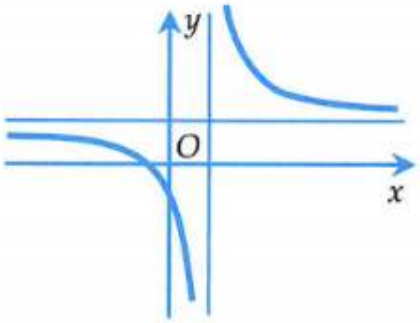
Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ ta thấy: Đồ thị có đường tiệm cận ngang là $y=-1$ và đường tiệm cận đứng là $x=1$. Và đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=2>1$

Suy ra $\begin{cases} a=-1 \\ \dfrac{b}{a}>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b<-1 \end{cases} \Leftrightarrow b<a=-1<0$

Câu 18. **[VD]** Cho hàm số $y=\dfrac{(a-1)x+b}{(c-2)x+d'}$ $d<0$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a>1,\ b>0,\ c<2$. **B.** $a>1, b<0, c>2$. **C.** $a<1, b>0, c<2$. **D.** $a>1, b>0, c>2$.

Lời giải

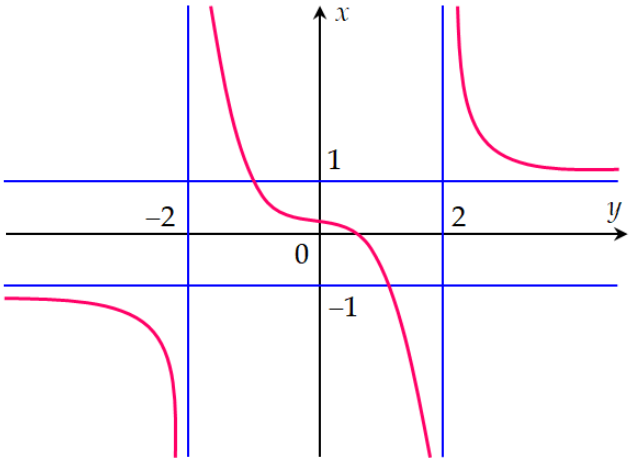
Chọn D.

Từ đồ thị, ta có $\dfrac{b}{d}=y(0)<0$ và $d<0$. Suy ra $b>0$.

Lại có $y=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{b}{a-1}<0$. Suy ra $a>1$.

Mà đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{a-1}{c-2}>0$, nên $c>2$.

Câu 19. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2}{3f(x)-2}$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\dfrac{2}{3.(-1)-2}=-\dfrac{2}{5}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\dfrac{2}{3.1-2}=2$

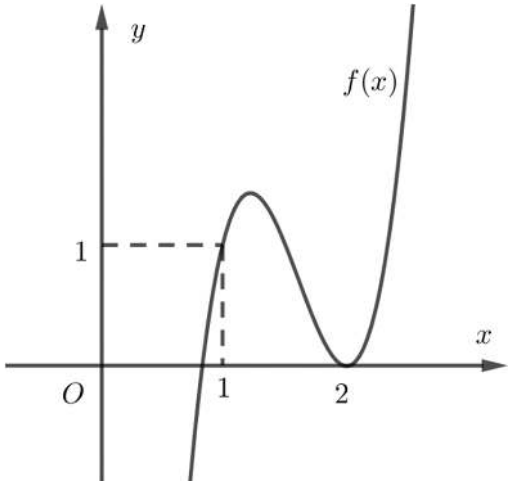
Suy ra đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận ngang.

Xét phương trình $3f(x)-2=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{2}{3}$

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy: phương trình $f(x)=\dfrac{2}{3}$ có duy nhất một nghiệm.

Vậy hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 20. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-1}}{x\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $x\left[f^2(x)-f(x)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f(x)=0\\f(x)=1\end{array}\right.$

+) Từ điều kiện $x\ge 1\Rightarrow x=0$ không là tiệm cận đứng.

+) Từ đồ thị $\Rightarrow$ phương trình $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a(a<1)\\x=2\end{array}\right.$

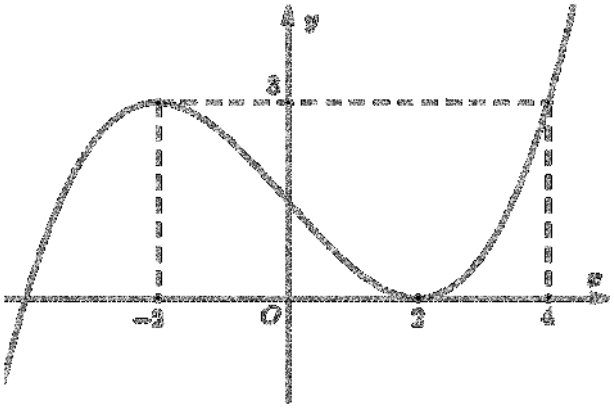
- $x=a$ không là tiệm cận đứng.
- $x=2$ là nghiệm kép và tử số có một nghiệm $x=2\Rightarrow x=2$ là một đường tiệm cận đứng.

+) Từ đồ thị $\Rightarrow$ phương trình $f(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=b(1<b<2)\\x=c(c>2)\end{array}\right.$

- $x=1$ không là tiệm cận đứng (vì tử số có một nghiệm nghiệm $x=1$)
- $x=b$, $x=c$ là hai đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 21. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f\left(4-x^2\right)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

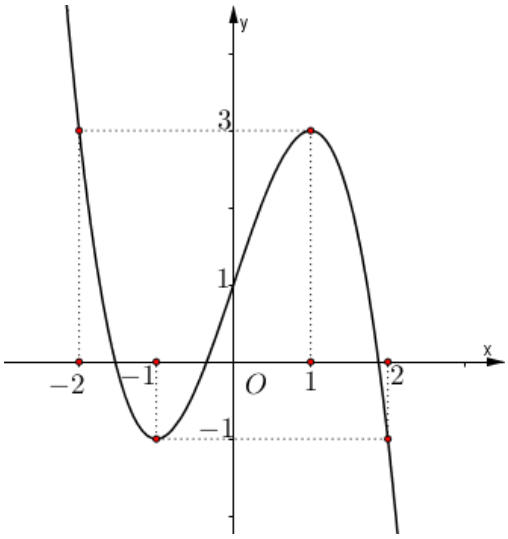
Từ đồ thị ta có $f\left(4-x^2\right)-3=0 \Leftrightarrow f\left(4-x^2\right)=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4-x^2=-2 \\ 4-x^2=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{6} \\ x=0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $g(x)$ có ba đường tiệm cận đứng.

Lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f\left(4-x^2\right)=-\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có bốn đường tiệm cận.

Câu 22. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng ?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 & (1) \\ f^2(x)-f(x)\neq 0 \end{cases}$.

Xét $(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ f^2(x)-f(x)=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow f^2(x)-f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=1 \end{array}\right.$.

* Với $f(x)=0$:

Từ đồ thị hàm số ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt $x_3<x_2<0<x_1$.

Từ điều kiện (1) thì phương trình $f(x)=0$ có 1 nghiệm $x=x_1$.

* Với $f(1)=1$:

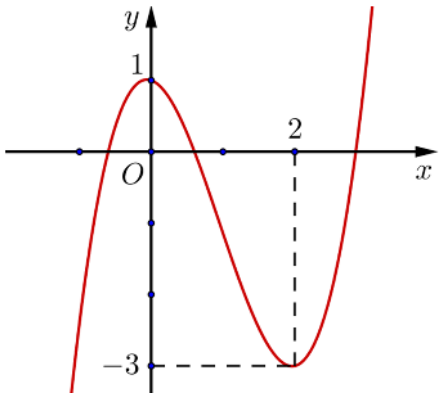
Từ đồ thị hàm số ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt $x_6<x_5=0<x_4$.

Từ điều kiện (1) thì phương trình $f(x)=1$ có 2 nghiệm $x=x_5$ và $x=x_4$ và cả 2 nghiệm này đều khác x_1.

Suy ra phương trình $(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có 3 tiệm cận đứng.

Câu 23. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\left(x^2-2x\right)\sqrt{1-x}}{(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện hàm số có nghĩa $\begin{cases} 1-x\ge 0 \\ (x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 1 \quad (*) \\ (x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]\neq 0 \end{cases}$

Xét phương trình $(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ f(x)=0 \\ f(x)=-3 \end{array}\right.$

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra $f(x)=0$ có 3 nghiệm $-1<x_1<x_2<1<x_3$

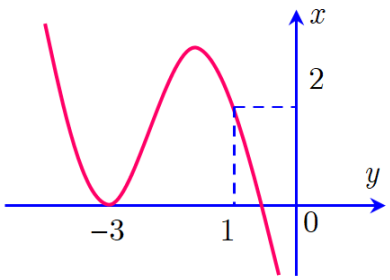
$f(x)=-3$ có hai nghiệm $x_4<1$ và $x_5=2$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ phương trình $(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]=0$ có nghiệm x_1,x_2,x_5.

Và x_1, x_2, x_5 không là nghiệm của tử nên hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 24. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình bên.

Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{x\left[(f(x))^2-2f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận



A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x\neq 0 \\ x^2+x\geq 0 \\ \left[f(x)\right]^2-2f(x)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>0 \\ x\leq -1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} f(x)\neq 0 \\ f(x)\neq 2 \end{array}\right. \end{cases}$

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy phương trình $f(x)=0$ có nghiệm $x=-3$ (bội 2), và nghiệm $x=x_0$; $x_0\in(-1;0)$ nên : $f(x)=a(x+3)^2(x-x_0)$

Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x=-1$; $x=x_1$; $x_1\in(-3;-1)$; $x=x_2$; $(x_2<-3)$. Nên $f(x)-2=a(x+1)(x-x_1)(x-x_2)$.

Do đó: $g(x)=\dfrac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{x\left[(f(x))^2-2f(x)\right]}=\dfrac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{x.f(x)\left[f(x)-2\right]}$

$=\dfrac{(x+1)(x+3)\sqrt{x^2+x}}{x.a(x+3)^2.(x-x_0).a(x+1)(x-x_1)(x-x_2)}=\dfrac{\sqrt{x^2+x}}{a^2x(x+3)(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+}g(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}=\dfrac{\sqrt{x+1}}{a^2\sqrt{x}(x+3)(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}=+\infty$ nên $x=0$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị $y=g(x)$

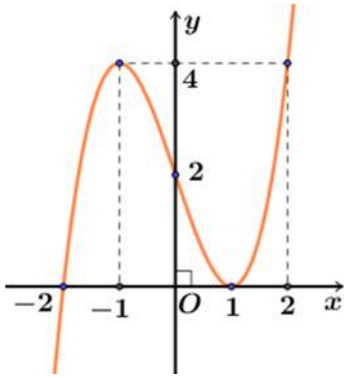
+)Các đường thẳng $x=-3$; $x=x_1$; $x=x_2$ đều là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$

Do đó đồ thị $y=g(x)$ có 4 đường tiệm cận đứng.

+) Hàm số $y=g(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn và bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu nên đồ thị $y=f(x)$ có một đường tiệm cận ngang $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 5 đường tiệm cận.

Câu 25. **[VDC]** Cho hàm bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4-4x^2+3}{(x-1)\left(f^2(x)-2f(x)\right)}$.



A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

Dựa vào đồ thị của $y=f(x)$, ta có

$$\begin{cases} f(-1)=4 \\ f(0)=2 \\ f(1)=0 \\ f(2)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+b-c+d=4 \\ d=2 \\ a+b+c+d=0 \\ 8a+4b+2c+d=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=2 \end{cases}$$

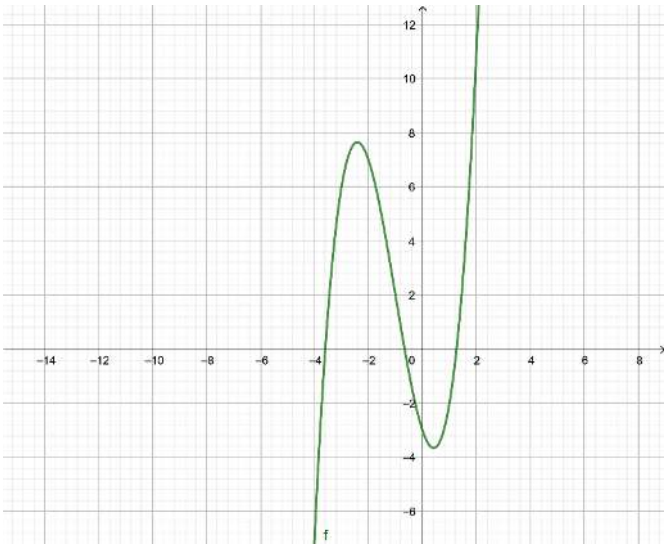
Do đó $f(x)=x^3-3x+2=(x-1)^2(x+2)$

Xét hàm số $y=\dfrac{x^4-4x^2+3}{(x-1)\left(f^2(x)-2f(x)\right)}=\dfrac{\left(x^2-1\right)\left(x^2-3\right)}{(x-1).f(x).\left(f(x)-2\right)}$

$$=\frac{\left(x^2-1\right)\left(x^2-3\right)}{(x-1).(x-1)^2.(x+2).x.\left(x^2-3\right)}=\frac{(x+1)}{(x-1)^2.(x+2).x}$$

Hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x=0$; $x=1$; $x=-2$ và đường tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 26. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số: $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{f(x)+2}$

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

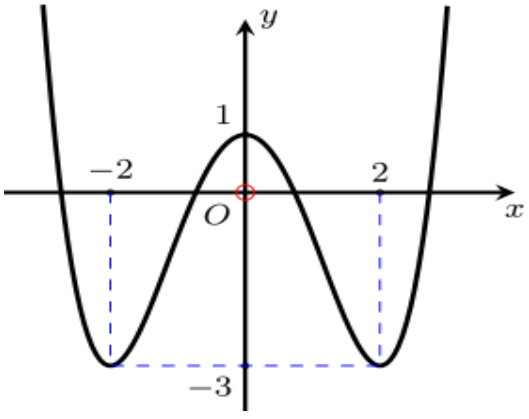
Từ đồ thị ta có: $f(x)+2=0 \Leftrightarrow f(x)=-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \ \ (a<-2) \\ x=b \ \ (-2<b<0) \\ x=c \ \ (c>0) \end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện có nghĩa của $\sqrt{x}$ suy ra đồ thị hàm số $g(x)$ có 1 tiệm cận đứng $x=c(c>0)$.

Hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{f(x)+2}$ có bậc của tử bé hơn bậc của mẫu (Hàm số có bậc tử là $\dfrac{1}{2}$ còn bậc mẫu là 3) suy ra đồ thị hàm số $g(x)$ có 1 tiệm cận ngang là $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{f(x)+2}$ có hai đường tiệm cận.

Câu 27. **[VDC]** Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-4\right)\left(x^2+2x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

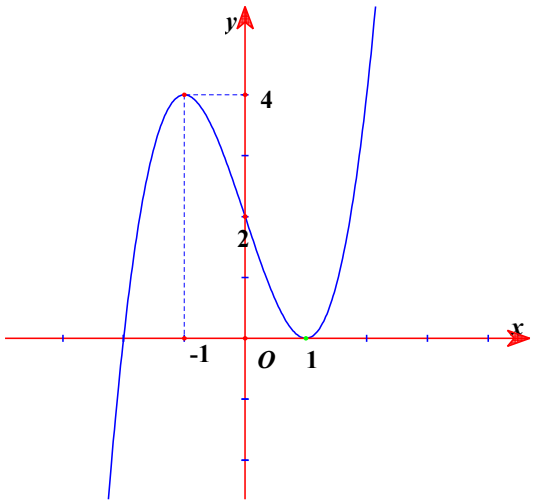
Chọn A

Xét phương trình $f^2\left(x\right)+2f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=1\\f\left(x\right)=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0;x=x_1<-2;x=x_2>2\\x=-2;x=2\end{array}\right.$

Trong đó nghiệm $x=0$, $x=-2$, $x=2$ đều có bội 2 và $x=x_1\left(x_1<-2\right)$; $x=x_2\left(x_2>2\right)$ là nghiệm đơn (bội 1).

So sánh bội nghiệm ở mẫu và bội nghiệm ở tử thì thấy đồ thị có các TCĐ là $x=0$; $x=2$; $x=x_1$; $x=x_2$

Câu 28. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{\left(x-1\right)\left(x^2-1\right)}{f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

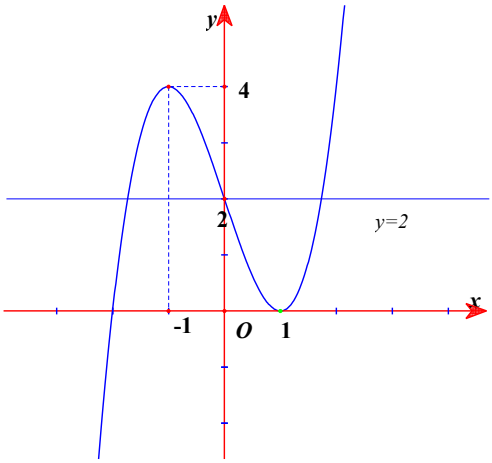
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta xét mẫu số: $f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=0\quad(1)\\f\left(x\right)=2\quad(2)\end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:



+) Phương trình (1) có nghiệm $x_1 = a < -1$ (nghiệm đơn) và $x_2 = 1$ (nghiệm kép)

$\Rightarrow f(x) = (x-a)(x-1)^2$.

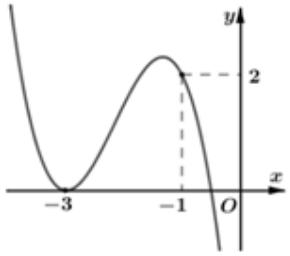
+) Phương trình (2) có nghiệm $x_3 = b \in (a;-1)$, $x_4 = 0$ và $x_5 = c > 1$

$\Rightarrow f(x) - 2 = (x-b)x(x-c)$.

Do đó $g(x) = \dfrac{(x-1)(x^2-1)}{f(x)[f(x)-2]} = \dfrac{(x-1)^2(x+1)}{(x-a)(x-1)^2.(x-b)x(x-c)} = \dfrac{x+1}{(x-a)(x-b)x(x-c)}$.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 29. **[VDC]** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

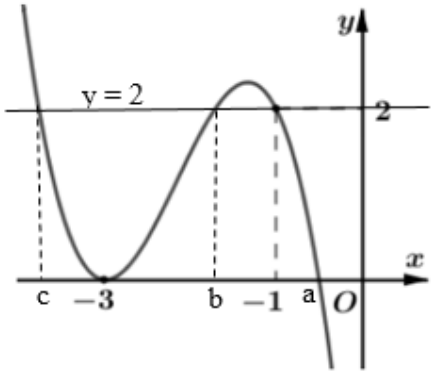


Đồ thị hàm $y = \dfrac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{x[f^2(x)-2f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C



Ta thấy phương trình bậc ba $f(x=2)$ có 3 nghiệm phân biệt là $x_1=c<-3$, $x_2=b$. với $-3<b<-1$ và $x_3=-1$.

Và phương trình bậc ba $f(x)=0$ có nghiệm kép $x=-3$ và nghiệm đơn $x=a$ với $-1<a<0$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ nên không mất tính tổng quát, ta giả sử

$f(x)=0\Leftrightarrow -(x+3)^2(x-a)=0$ và $f(x)=2\Leftrightarrow -(x-c)(x-b)(x+1)=0$.

Ta có: $y=\dfrac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{x\left[f^2(x)-2f(x)\right]}=\dfrac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x.f(x).\left[f(x)-2\right]}$.

Khi đó: $\lim\limits_{x\to0^+} y=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{(x+1)(x+3)\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}.f(x).\left[f(x)-2\right]}=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-3^+} y=\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{(x+1)\sqrt{x(x+1)}}{-x(x+3)(x-a).\left[f(x)-2\right]}=-\infty$.

$\lim\limits_{x\to c^+} y=\lim\limits_{x\to c^+}\dfrac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{-x.f(x)(x-c)(x-b)(x+1)}=+\infty$.

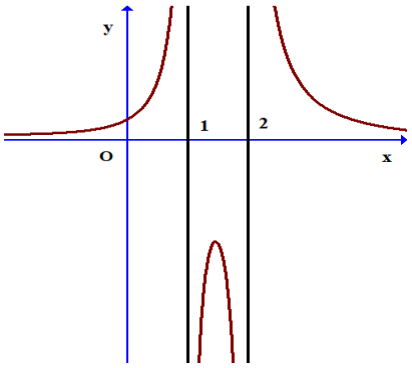
$\lim\limits_{x\to b^+} y=\lim\limits_{x\to b^+}\dfrac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{-x.f(x)(x-c)(x-b)(x+1)}=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-1^-} y=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{-x.f(x)(x-c)(x-b)}=0$.

$\lim\limits_{x\to-1^+} y$ không tồn tại.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{x\left[f^2(x)-2f(x)\right]}$ có 4 đường tiệm cận đứng là $x=0$; $x=-3$; $x=c$; $x=b$.

Câu 30. **[VDC]** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x^2+3nx+2m^2}$ có đồ thị có hình vẽ như hình dưới đây.



Hỏi có bao nhiêu cặp số $(m;n)$ thỏa mãn bài toán.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3

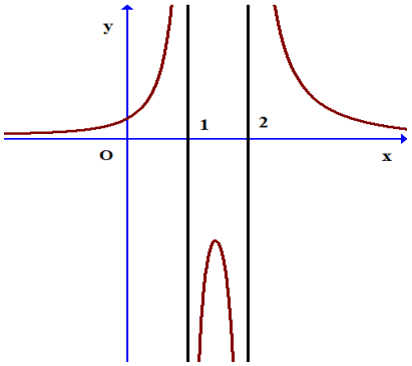
Lời giải:

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta có hai tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=2$, khi đó $x=1$ và $x=2$ là nghiệm bậc nhất của mẫu nhưng không là nghiệm của tử điều kiện:

$$\begin{cases}1+3n+2m^2=0\\4+6n+2m^2=0\\m+1\neq 0\\m+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-1\\m=\pm 1\\m\neq -1\\m\neq -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\n=-1\end{cases}.$$ Vậy có duy nhất một cặp $(m;n)$ thỏa mãn bài toán.

Câu 31. **[VDC]** Cho hàm số $y=\dfrac{nx+1}{x^2+3mx+2n^2}$ có đồ thị có hình vẽ như hình dưới đây.



Khi đó tính biểu thức $P=mn+m^2+n^2$?

A. $P=3$. **B.** $P=1$. **C.** $P=1$ hoặc $P=3$. **D.** $P=2$

Lời giải:

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta có hai tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=2$, khi đó $x=1$ và $x=2$ là nghiệm bậc nhất của mẫu nhưng không là nghiệm của tử điều kiện:

$$\begin{cases}1+3m+2n^2=0\\4+6m+2n^2=0\\n+1\neq 0\\2n+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m+2n^2=-1\\6m+2n^2=-4\\n+1\neq 0\\2n+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\n=\pm 1\\n\neq -1\\2n+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\n=1\end{cases}.$$

Tính $P=mn+m^2+n^2=1$.

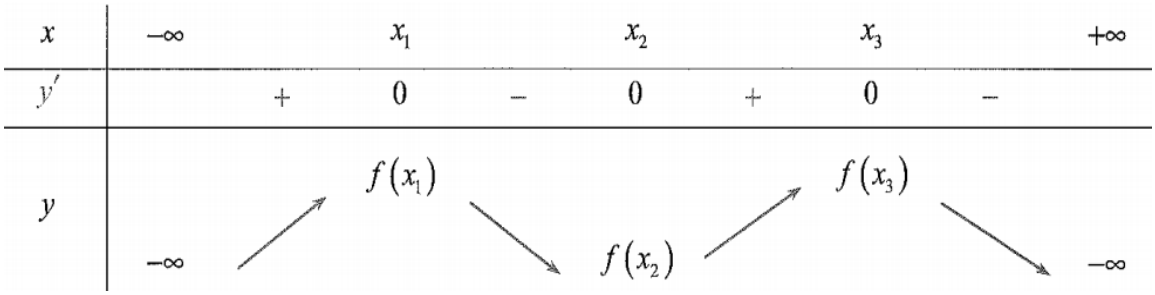
*) ***Lưu ý:*** Học sinh thường sai lầm là chỉ cho $x=1$ và $x=2$ là nghiệm của mẫu nhưng không chú ý điều kiện tử khác *0* nên giải được $\begin{cases} m=-1 \\ n=1 \end{cases}$ và $\begin{cases} m=-1 \\ n=-1 \end{cases}$ từ đó tính được $P=1$ hoặc $P=3$ sau đó chọn.

BÀI TOÁN 5: XÁC ĐỊNH TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN

A. LÝ THUYẾT

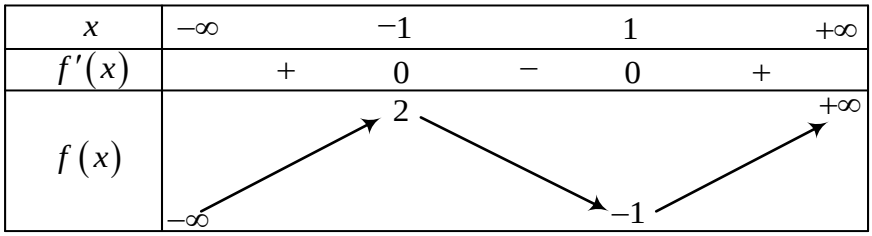
Bài toán:Xác định tính đơn điệu của hàm số dựa vào BBT

- Hàm số đồng biến thì mũi tên đi lên.
- Hàm số nghịch biến thì mũi tên đi xuống.



B. VÍ DỤ MINH HỌA:

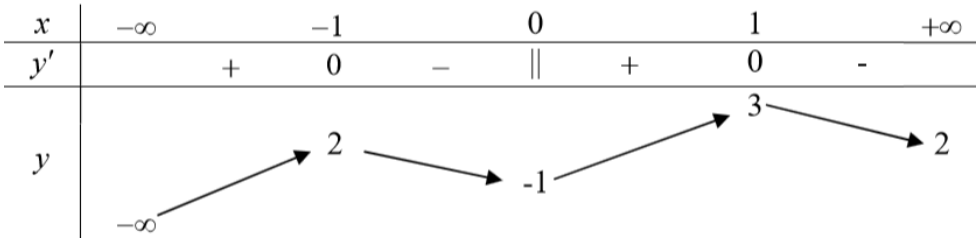
Câu 1. [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 2. [NB] **(HKI-Chuyên Vinh 18-19)** Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $-1;3$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $-\infty;2$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $-2;1$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $1;2$.

Câu 3. [NB] **(HKI-SGD Quảng Trị 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	1

Hãy chọn mệnh đề đúng.

A. $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

B. $f(x)$ đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

C. $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. **[NB]** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau đây đồng biến trên khoảng nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 5. **[TH]** **(Yên Định 1 - Thanh Hóa - 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào đúng ?

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		+	||	+		0	-		
y	-2	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	-2		$\searrow$		$-\infty$

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-2;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;2)$

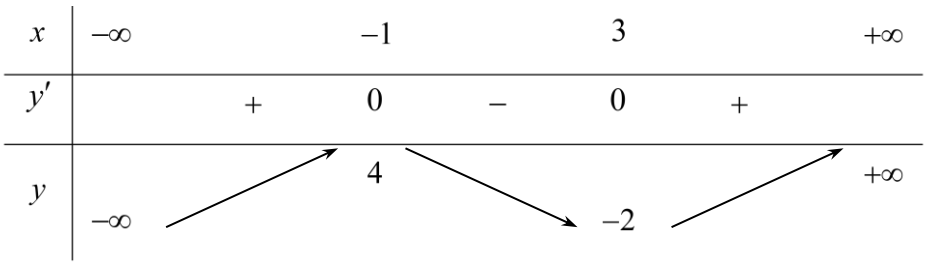
D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và $(-\infty;-2)$

Câu 6. **[TH]** Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	-2	$\searrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\searrow$	-2

A. $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2-x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x-4}{x+1}$.

Câu 7. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Hàm số $y=f(3-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(4;6)$. **C.** $(-1;5)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 8. **[VD]** **(Chuyên Tự Nhiên Lần 1 - 2018-2019)** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-4;-3)$.

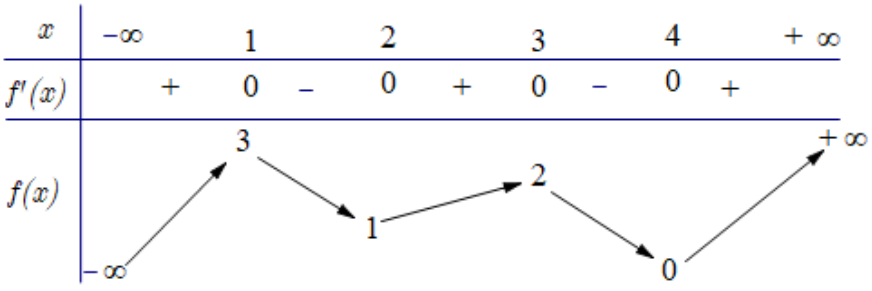
Câu 9. **[VD]** **(Yên Định 1 - Thanh Hóa - 2018-2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-4		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(2x+1)+\frac{2}{3}x^2-8x+5$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-1;7)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 10. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

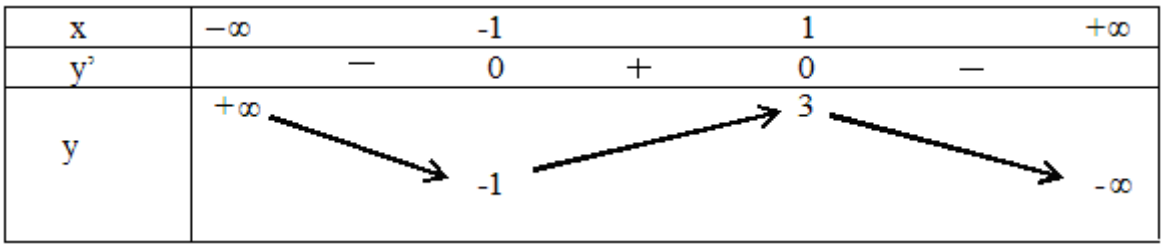


Hàm số $y=\left(f(x)\right)^3-3\left(f(x)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. [NB] **(NGÔ GIA TỰ_VĨNH PHÚC_LẦN 1_1819)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây:



Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 2. [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y=f'(x)$ như sau

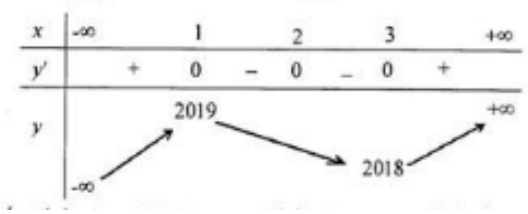
x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$y=f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

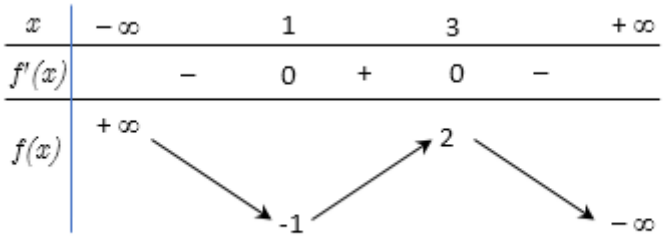
Câu 3. [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

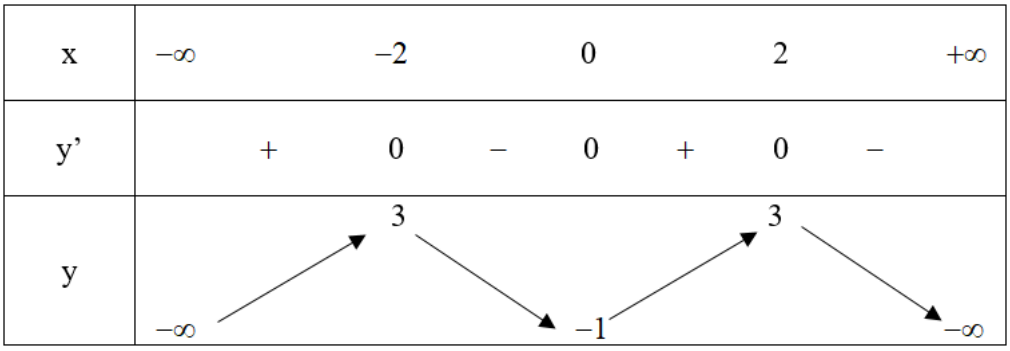
Câu 4. [NB] **(Chuyên Tự Nhiên Lần 1 - 2018-2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

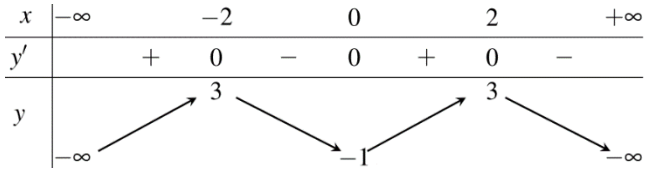
Câu 5. **[NB] (Gia Bình I Bắc Ninh - L3 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;2)$.

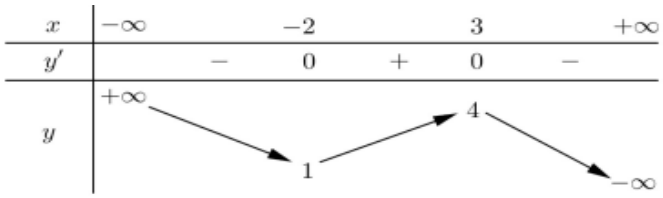
Câu 6. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

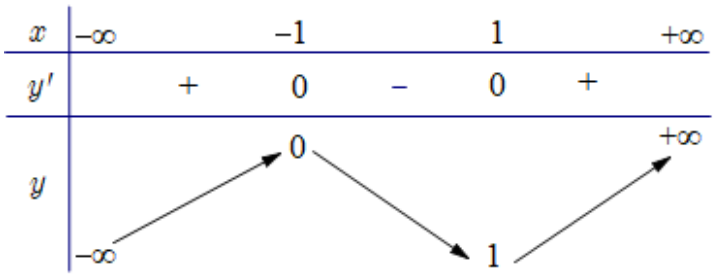
Câu 7. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 8. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0);(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;-1)$.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0);(-1;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;-1)$.

Câu 9. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ (như hình vẽ)

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 10. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 11. **[TH]** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{2+x}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{2x+2}$.

Câu 12. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai?**

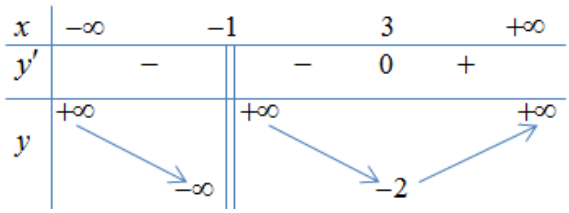
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;8]$ bằng -2.

C. Hàm số đạt giá trị cực tiểu tại $x=3$.

D. Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $m\in(-2;1)$.

Câu 13. [TH] **(ĐỘI CẤN VĨNH PHÚC LẦN 1 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

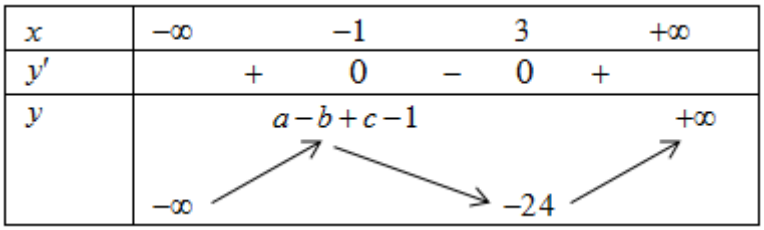
A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;8]$ bằng -2.

B. Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi $m>-2$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

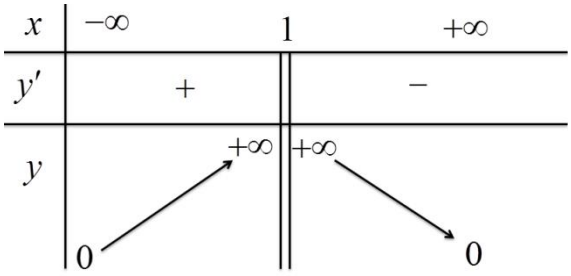
Câu 14. [TH] Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+3c$.

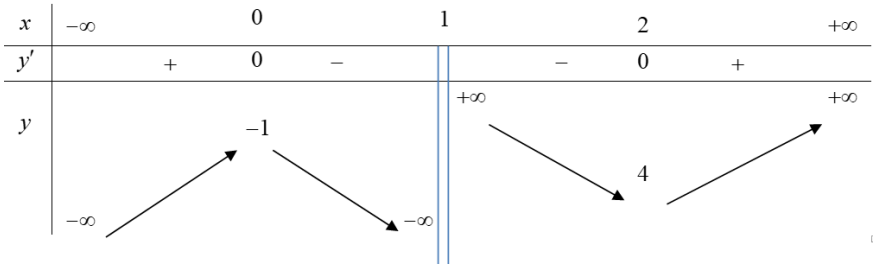
A. $P=-9$. **B.** $P=3$. **C.** $P=-3$. **D.** $P=9$.

Câu 15: [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.Hàm số $y=-2018.f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 16: [TH] **(THI HK I THPT KIM LIÊN HÀ NỘI 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây sai?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$. **B.** Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(0;1)\cup(1;2)$.

Câu 17: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	1	2	5	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$ 0	$+$ 0	$+$ 0	$-$

Hàm số $y=3f(-x+2)+x^3+3x^2-9x+2018$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đấy?

A. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\left(-\frac{3}{2};1\right)$.

Câu 18: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0 $-$	0 $+$	0 $-$	
y	$-\infty$ ↗	3 ↘	-1 ↗	3 ↘	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

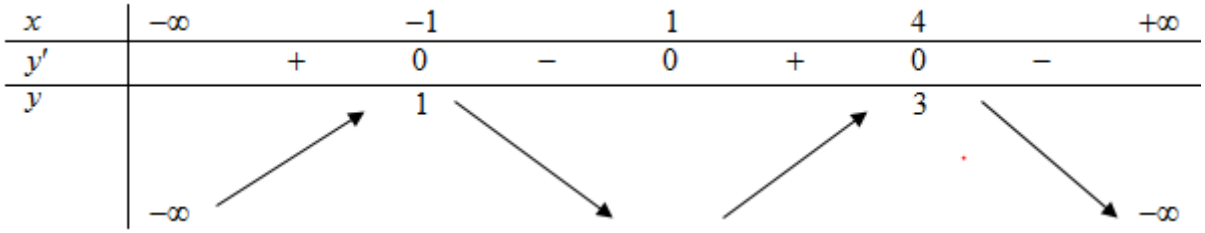
Câu 19: **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0 $+$	0 $+$	0 $-$	0 $+$	

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

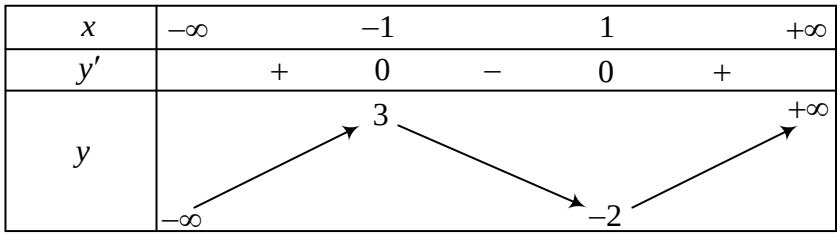
Câu 20: **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến tiên như hình vẽ bên dưới đây. Hàm số $y=\left[f(x)\right]^2-6f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$. **B.** $(6;+\infty)$. **C.** $(1;6)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

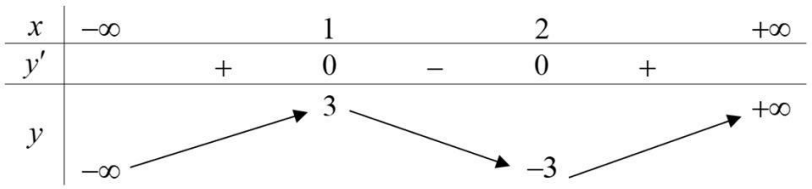
D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 2. [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

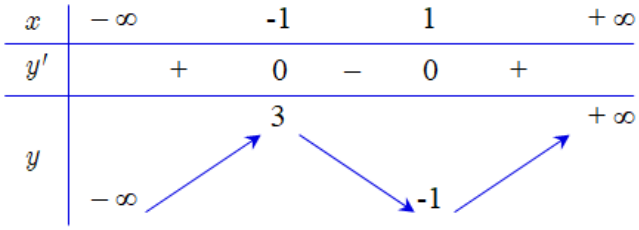


Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;3)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 3. [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

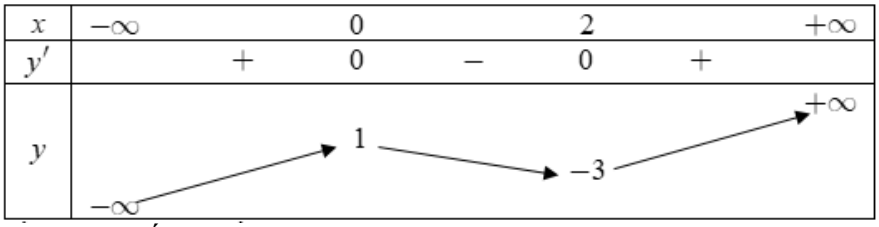
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 4. [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 5. [NB] **(Chuyên Phan Bội Châu-lần 1-2018-2019)** Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	3	↘	2

Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên $-2;1$.

B. Hàm số đồng biến trên $-1;3$.

C. Hàm số nghịch biến trên $1;2$.

D. Hàm số đồng biến trên $-\infty;2$.

Câu 6. **[NB]** Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

A. $-1;5$.

B. $-2;1$.

C. $-\infty;0$.

D. $5;+\infty$.

Câu 7. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 8. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

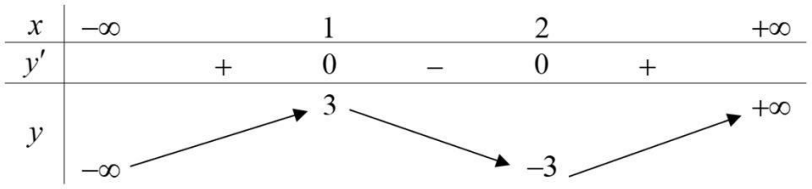
A. $-2;+\infty$.

B. $-\infty;-2$.

C. $-1;0$.

D. $-2;2$.

Câu 9. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

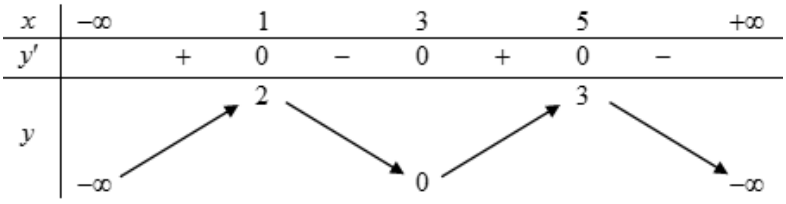


Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;3)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

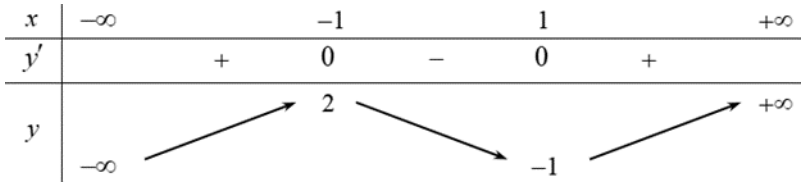
Câu 10. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 11. **[NB]** **(HK1-Ngô Quyền Ba Vì-1819)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 12. **[NB]** **(Bình Minh - Ninh Bình - Lần 4 - 2018)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm dưới đây

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Khẳng định nào sau đây **đúng**

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 13. **[NB]** **(Chuyên Thái Bình lần 2 - 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 14. **[NB] (THI HK I QUẢNG NAM 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y=f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$y=f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 15. **[NB] (Quảng Nam-HKI-1718)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y=f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$y=f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

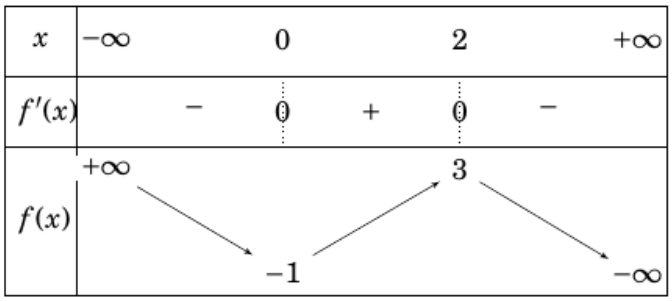
Câu 16. **[NB]** Cho $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	a	↘	b	↗	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;5)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 17. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 18. **[NB]** **(HKI - SGD BẠC LIÊU_2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

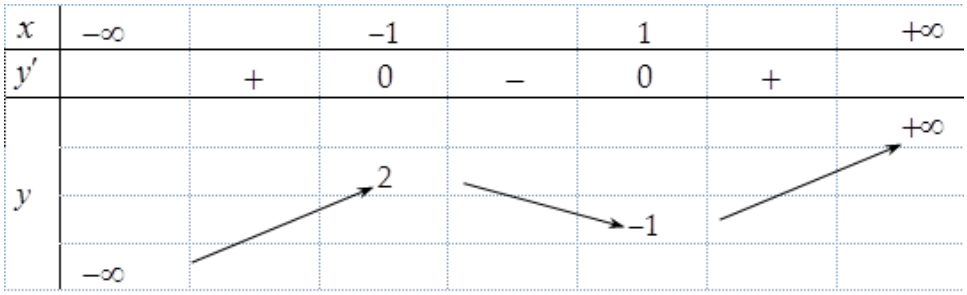
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$-$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 19. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình sau:

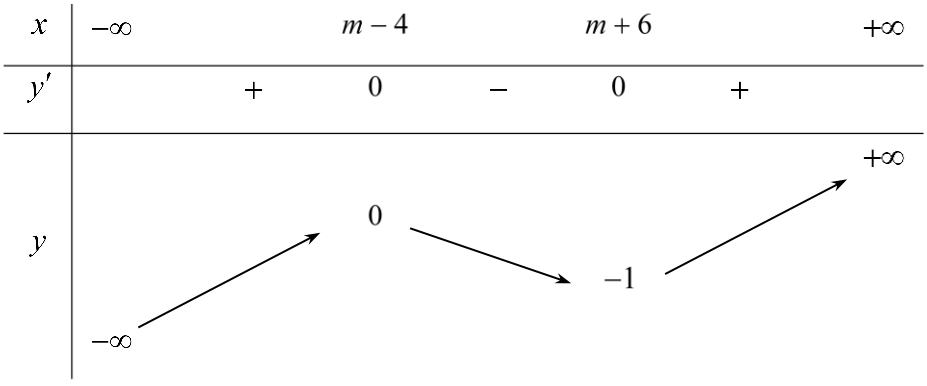


Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 20. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-40;40)$ để hàm số $y=f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

A. 37. **B.** 39. **C.** 36. **D.** 76.

Câu 21. **[VD]** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(x^2+2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;-3)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 22. **[VDC]** **(STRONG_Phát triển đề minh họa 2019_Số 1)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y=6f(x+3)-2x^3-9x^2-6x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 23. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y=6f(x-1)-2x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 24. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		-1		$\frac{1}{2}$		3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Đặt $g(x)=f\left(\frac{x-1}{2}\right)-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x+3$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-4;-1)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(7;+\infty)$.

Câu 25. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		2		3		4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Biết rằng $1<f(x)<3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f\left[f(x)\right]+x^3-6x^2-1$ nghịch biến trên khoảng

A. $(3;4)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 26. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-4		-1		2		7		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(2x+1)+\frac{2}{3}x^3-8x+2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(-1;7)$.

BÀI TOÁN 5: XÁC ĐỊNH TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN

A. LÝ THUYẾT

Bài toán:

Xác định tính đơn điệ của hàm số dựa vào bảng biến thiên của hàm số.

Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$ ta dựa vào bảng biến thiên để xét tình đơn điệu:

- Nếu $f'(x)$ ***mang dấu*** $+$(dương) thì $f(x)$ ***đồng biến*** trên khoảng $(a;b)$.

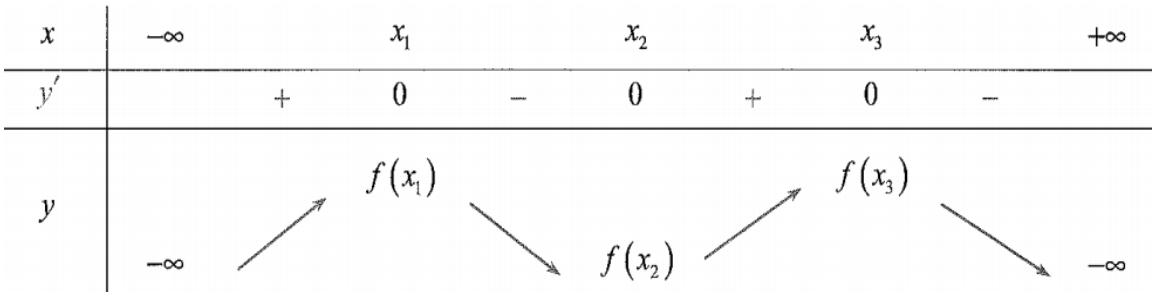
Khi đó: ***Chiều mũi tên hướng lên trên***

MH là khoảng cách từ M đến đường thẳng d .

- Nếu $f'(x)$ ***mang dấu*** $-$(âm) thì $f(x)$ ***nghịch biến*** trên khoảng $(a;b)$.

Khi đó: ***Chiều mũi tên hướng xuống dưới***

Minh họa bảng biến thiên sau:



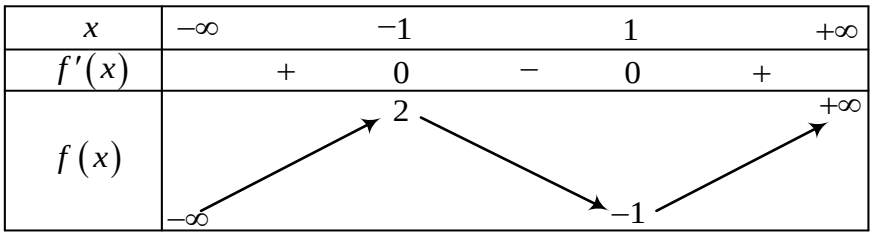
Dựa vào bảng biến thiên:

Hàm số $y=f(x)$ ***đồng biến*** trên các khoảng $(-\infty;x_1)$ và $(x_2;x_3)$.

Hàm số $y=f(x)$ ***nghịch biến*** trên các khoảng $(x_1;x_2)$ và $(x_3;+\infty)$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình sau

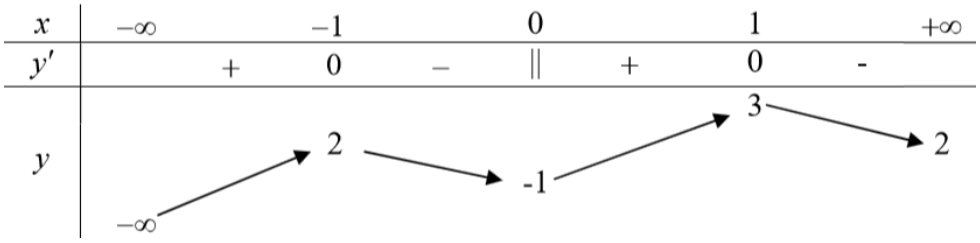


Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 2: **[NB]** **(HKI-Chuyên Vinh 18-19)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

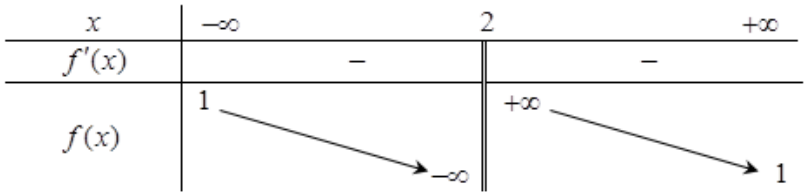
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 3: **[NB]** **(HKI-SGD Quảng Trị 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.



Hãy chọn mệnh đề đúng.

A. $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

B. $f(x)$ đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

C. $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

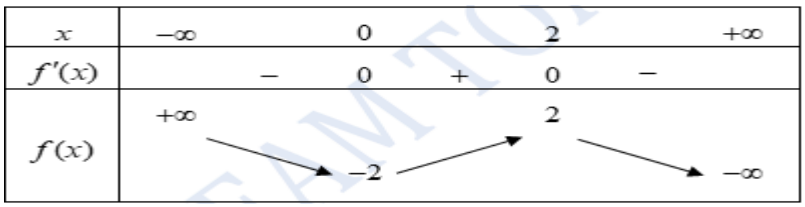
D. $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng xác định $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 4: **[NB]** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau đây đồng biến trên khoảng nào?



A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

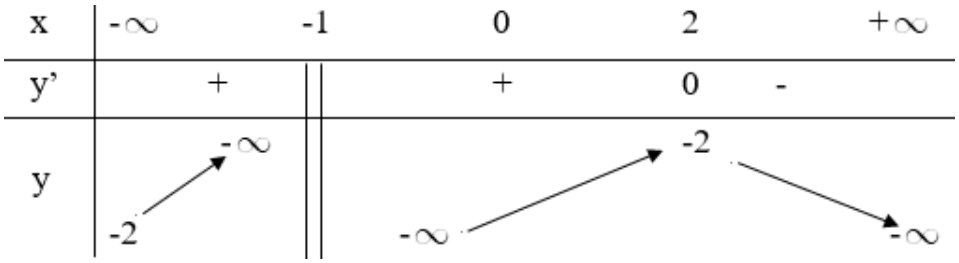
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(0;2)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 5: **[TH] (Yên Định 1 - Thanh Hóa - 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào đúng?



A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-2;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;2)$

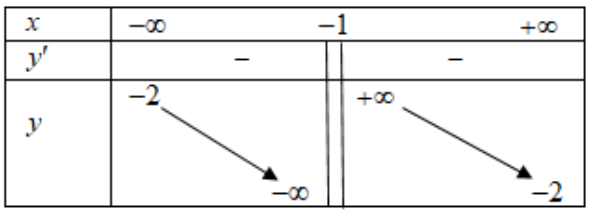
D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và $(-\infty;-2)$

Lời giải

Chọn A

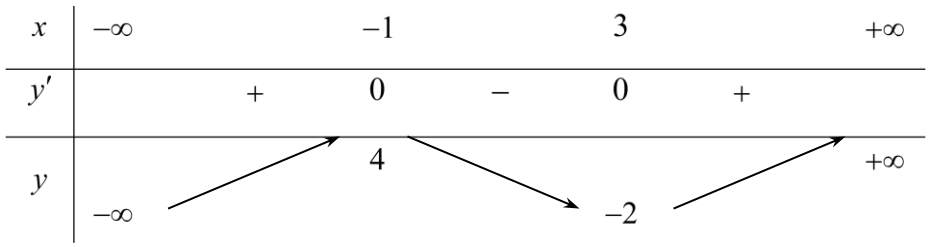
Từ bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(0;2)$ ta có $y'>0$ nên hàm số đồng biến.

Câu 6: **[TH]** Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2-x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x-4}{x+1}$.

Câu 7: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Hàm số $y=f(3-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(4;6)$. **C.** $(-1;5)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-f'(3-x)>0 \Leftrightarrow f'(3-x)<0 \Leftrightarrow -1<3-x<3 \Leftrightarrow 0<x<4$.

Vậy hàm số $y=f(3-x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

Câu 8: **[VD]** (Chuyên Tự Nhiên Lần 1 - 2018-2019) Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-4;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Đặt $g(x)=f\left(x^2+2x\right)$. Ta có $g'(x)=\left[f\left(x^2+2x\right)\right]'=2(x+1)f'\left(x^2+2x\right)$.

$g'(0)=2.1.f'(0)>0$ nên loại phương án **C.**

$g'\left(\frac{1}{2}\right)=2.\frac{3}{2}.f'\left(\frac{5}{4}\right)>0$ nên loại phương án **A.**

$g'\left(-\frac{7}{2}\right)=2.\left(-\frac{5}{2}\right).f'\left(\frac{21}{4}\right)>0$ nên loại phương án **D.**

$g'\left(-\frac{3}{2}\right)=2.\left(-\frac{1}{2}\right).f'\left(-\frac{3}{4}\right)<0$ nên chọn phương án **B.**

Cách 2: giải pt $g'(x)=0$ và lập bảng xét dấu của $g'(x)$.

Câu 9: **[VD]** **(Yên Định 1 - Thanh Hóa - 2018-2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-4		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(2x+1)+\frac{2}{3}x^2-8x+5$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;7)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=2f'(2x+1)+\frac{4}{3}x-8$.

Để hàm số $y=f(2x+1)+\frac{2}{3}x^2-8x+5$ nghịch biến thì $2f'(2x+1)+\frac{4}{3}x-8\le 0,\forall x\in D$ hay

$f'(t)\le\frac{12}{3}-\frac{1}{3}t,\forall t\in D_1$ $(*)$ và $t=2x+1$.

+ Xét $t\in(-\infty;-4)\Rightarrow\begin{cases}f'(t)>0\\ \frac{12}{3}-\frac{1}{3}t>0\end{cases}$ nên chưa thể kết luận tính đúng - sai cho (*) (loại).

+ Xét $t\in(-4;-1)\Rightarrow f'(t)<0$ và $\frac{12}{3}-\frac{1}{3}t>0$ nên (*) đúng.

Suy ra $-4<2x+1<-1\Leftrightarrow-\frac{5}{2}<x<-1$ (loại)

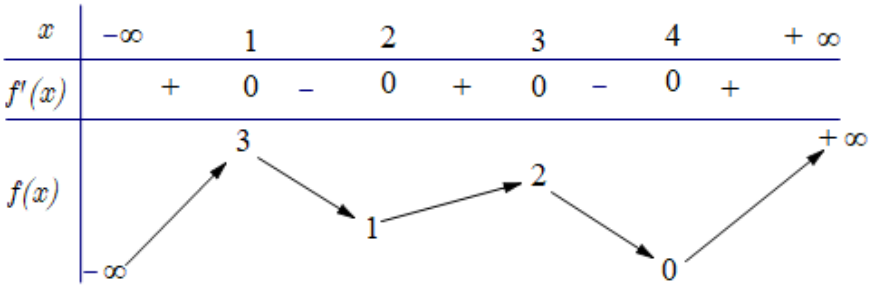
+ Xét $t\in(-1;2)\Rightarrow\begin{cases}f'(t)<0\\ \frac{12}{3}-\frac{1}{3}t>0\end{cases}$ nên (*) đúng. Suy ra

$-1<t<2\Rightarrow-1<2x+1<2\Leftrightarrow-1<x<\frac{1}{2}$.

+ Xét $t\in(2;4)\Rightarrow\begin{cases}f'(t)>0\\ \frac{12}{3}-\frac{1}{3}t<0\end{cases}$ nên (*) sai (loại).

+ Xét $t\in(4;+\infty)\Rightarrow f'(t)<0$ và $\begin{bmatrix}\frac{12}{3}-\frac{1}{3}t\ge0,t\in(4;12]\\ \frac{12}{3}-\frac{1}{3}t<0,\forall t\in(12;+\infty)\end{bmatrix}$ nên chưa kết luận tính đúng - sai cho(*) (loại).

Câu 10: **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau (giống câu 18 BTVN)



Hàm số $y=\left(f(x)\right)^3-3\left(f(x)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3\left(f(x)\right)^2.f'(x)-6f(x).f'(x)$.

$y'=3f'(x).f(x)\left[f(x)-2\right]$.

$y'=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}f'(x)=0\\ f(x)=0\\ f(x)=2\end{bmatrix}$.

+ $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \\ x=4 \end{array}\right.$; $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1<1 \\ x=4 \end{array}\right.$; $f(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_2 \in (x_1;1) \\ x=x_3 \in (1;2) \\ x=x_4>4 \\ x=3 \end{array}\right.$.

+ Bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		x_1		x_2		1		x_3		2		3		4		x_4		$+\infty$
$f'(x)$	+		+		+	0	−		−	0	+	0	−	0	+		+		
$f(x)$	−	0	+		+		+		+		+		+	0	+		+		
$f(x)-2$	−		−	0	+		+	0	−		−		−		−	0	+		
	+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+		

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số $y=\left(f(x)\right)^3-3\left(f(x)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP:

Câu 1: **[NB] (NGÔ GIA TỰ_VĨNH PHÚC_LẦN 1_1819)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		−	0	+	0	−	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có: hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 2: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y=f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$y=f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ là **sai**

Câu 3: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	2019	↘			2018	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

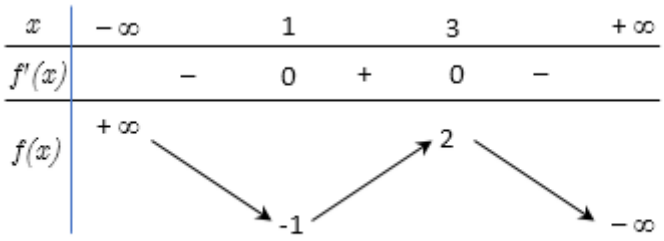
A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 4: **[NB] (Chuyên Tự Nhiên Lần 1 - 2018-2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f'(x)>0, \forall x \in (1;3)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 5: **[NB] (Gia Bình I Bắc Ninh - L3 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

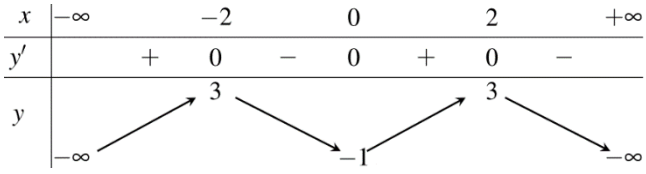
A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số trên có đồng biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 6: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

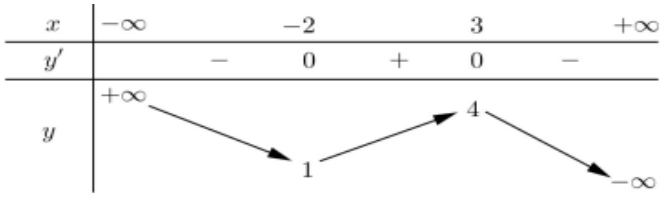
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;2)$

Câu 7: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

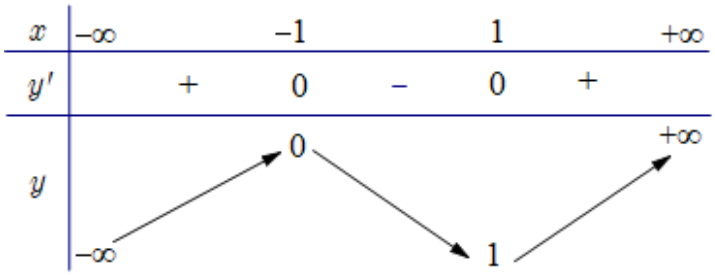
A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số đồng trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 8: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0);(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;-1)$.

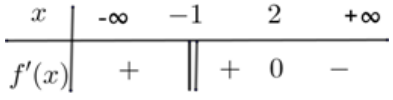
D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0);(-1;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT suy ra kết luận sau đây là đúng: Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(1;+\infty)$.

Câu 9: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ (như hình vẽ)



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

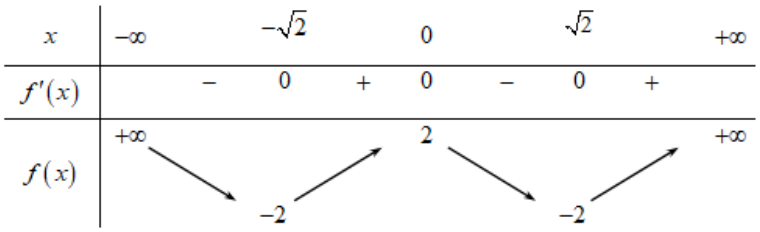
D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có A đúng (lưu ý: hàm số gián đoạn tại $x=-1$).

Câu 10: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

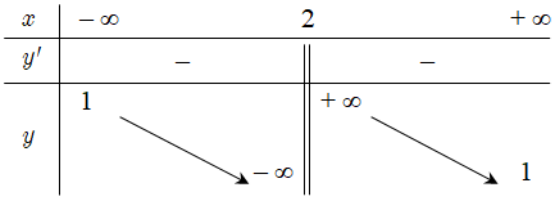
A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$.

Câu 11: **[TH]** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{2+x}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{2x+2}$.

Lời giải

Chọn A

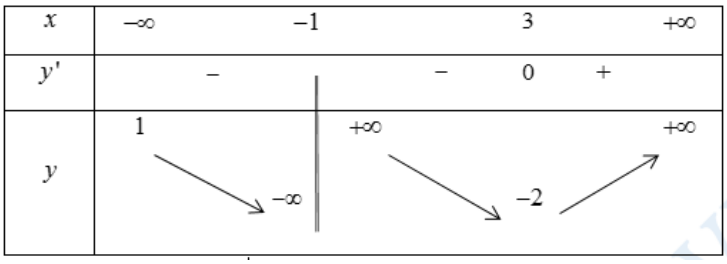
Từ bảng biến thiên ta có nhận xét:

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Đồ thị hàm số nhận $y=1;x=2$ làm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Ta thấy hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là đúng với các đặc điểm trên.

Câu 12: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên:



Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;8]$ bằng -2.

C. Hàm số đạt giá trị cực tiểu tại $x=3$.

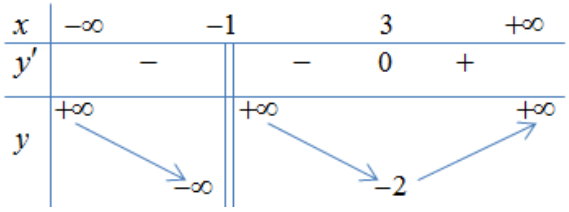
D. Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $m\in(-2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;3)$.

Câu 13: **[TH] (ĐỘI CẤN VĨNH PHÚC LẦN 1 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;8]$ bằng -2.

B. Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi $m>-2$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào BBT ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;3)$. Nên khẳng định sai là "Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$".

Câu 14: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$a-b+c-1$	↘	-24	↗	$+\infty$

Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+3c.$

A. $P=-9.$ **B.** $P=3.$ **C.** $P=-3.$ **D.** $P=9.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2+2ax+b$.

Hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc ba có hai điểm cực trị là $x=-1;x=3$

$\Rightarrow x=-1;x=3$ là 2 nghiệm của phương trình $y'=0\Rightarrow\begin{cases}-2a+b=-3\\6a+b=-27\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\b=-9\end{cases}.$

Mặt khác $x=3\Rightarrow y=-24$ nên ta có $27+9a+3b+c=-24\Leftrightarrow c=3$.

Vậy $P=a+b+3c.=-3-9+9=-3.$

Câu 15: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.Hàm số $y=-2018.f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	
y	0	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

A. $(-\infty;0).$ **B.** $(1;+\infty).$ **C.** $(0;+\infty).$ **D.** $(-\infty;1).$

Lời giải

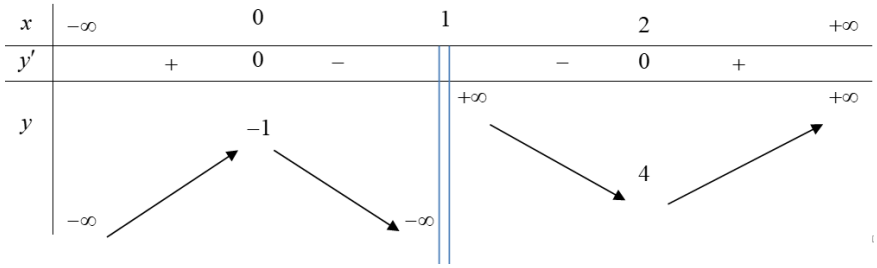
Chọn B

Ta có $y'=-2018f'(x).$

Hàm số đồng biến $\Rightarrow y'=-2018.f'(x)\geq 0\Leftrightarrow f'(x)\leq 0.$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f'(x)\leq 0\Leftrightarrow x>1.$

Câu 16: **[TH]** **(THI HK I THPT KIM LIÊN HÀ NỘI 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$.

B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng.

D. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)\cup(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra:

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ nên cũng đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ nên **A** đúng.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang do đó **B** đúng.

$\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng do đó **C** đúng.

Xét phương án **D** "Hàm số nghịch biến trên $(0;1)\cup(1;2)$" là mệnh đề sai vì ta chỉ xét tính đơn điệu của hàm số trên khoảng K, với K là khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng.

Câu 17: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=3f(-x+2)+x^3+3x^2-9x+2018$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đấy?

A. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\left(-\frac{3}{2};1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$g'(x)=(-3)f'(-x+2)+3x^2+6x-9$$

Nếu $f'(-x+2)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<-x+2<1\\-x+2>5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3<-x<-1\\-x>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x<3\\x<-3\end{array}\right.$.

Khi $f'(-x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x=-1\\2-x=1\\2-x=2\\2-x=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=1\\x=0\\x=-3\end{array}\right.$.

Khi $x^3+3x^2-9=0\Leftrightarrow x=1,x=-3$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		0		1		3		$+\infty$
$(-3)f'(-x+2)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
x^3+3x^2-9		$+$	0	$-$	-9	$-$	0	$+$		$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	-9	$-$	0	$+$		chưa rõ	

Quan sát bản biến thiên ta thấy $g'(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;1)\supset\left(-\frac{3}{2};1\right)$.

Câu 18: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=f'(2-x)=2x.f'\left(x^2-2\right)=2x.f'\left(x^2-2\right)<0$

* Nếu $x>0$ thì $y'<0 \Leftrightarrow f'\left(x^2-2\right)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<x^2-2<0\\ x^2-2>2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>2\\ 0<x<\sqrt{2}\end{array}\right.$.

* Nếu $x<0$ thì $y'>0 \Leftrightarrow f'\left(x^2-2\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-2<-2\\ 0<x^2-2<2\end{array}\right. \Leftrightarrow -2<x<-\sqrt{2}$.

Do đó, đáp án đúng trong các đáp án đã cho hàm khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 19: **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Xét $y=3f\left(x+2\right)-x^3+3x$.

$y'=3.\left[f'\left(x+2\right)+\left(1-x^2\right)\right]$

Ta có $f'\left(x+2\right)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1\le x+2\le 3\\x+2\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1\le x\le 1\\x\ge 2\end{array}\right.$.

Ta có $\left\{\begin{array}{l}f'\left(x+2\right)\ge 0,\forall x\in\left(-1;1\right)\\1-x^2>0,\forall x\in\left(-1;1\right)\end{array}\right.\Rightarrow y'>0,\forall x\in\left(-1;1\right)$.

Vậy ta chọn đáp án **C.**

Cách 2:

Xét $y=3f\left(x+2\right)-x^3+3x$.

$y'=3.\left[f'\left(x+2\right)+\left(1-x^2\right)\right]$

Ta có $y'\left(\frac{3}{2}\right)=3.\left[f'\left(\frac{7}{2}\right)-\frac{5}{4}\right]<0$ nên loại đáp án A, **D.**

$y'\left(-2\right)=3.\left[f'\left(0\right)-3\right]<0$ nên loại đáp án **B.**

Vậy ta chọn đáp án **C.**

Cách 3:

Chọn C

Ta có: $y'=3f'(x+2)-3x^2+3$

Đặt $t=x+2\Rightarrow x=t-2$ khi đó ta có:

$y'=3f'(t)-3\left(t-2\right)^2+3=3\left[f'(t)-(t^2-4t+3)\right]$

Ta có bảng xét dấu như sau:

t	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$-\left(t^2-4t+3\right)$		$-$	0	$+$	1	$+$	0	$-$	-3	$-$	
y'	$-$		$+$		$+$		$-$		Chưa rõ dấu		

Vậy ta thấy $y'\ge 0\Leftrightarrow t\in\left[1;3\right]\Leftrightarrow x\in\left[-1;1\right]$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $\left(-1;0\right)$.

Câu 20: **[VDC]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến tiên như hình vẽ bên dưới đây. Hàm số $y=\left[f\left(x\right)\right]^2-6f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	1	↘		↗	3	↘	$-\infty$

A. $(-1;1)$. **B.** $(6;+\infty)$. **C.** $(1;6)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=2f(x)f'(x)-6f'(x)=2\left[f(x)-3\right].f'(x)<0 \Leftrightarrow f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ 1<x<4 \end{array}\right.$

Vì dựa vào bảng biến thiên ta có $f(x)\le 3, \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow f(x)-3\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-3	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;3)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 3: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

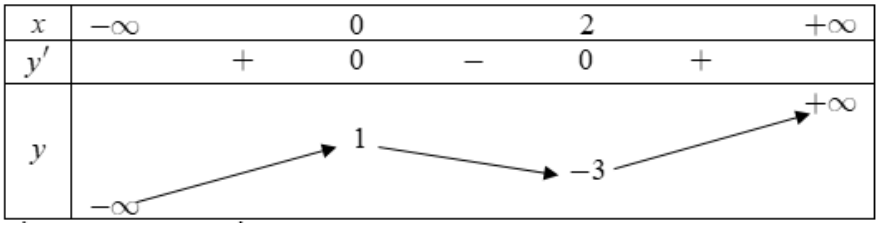
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

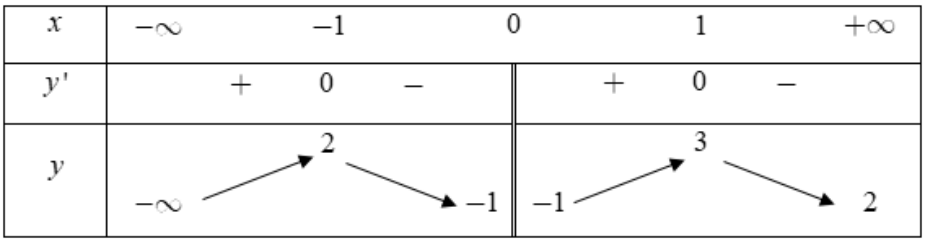
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y'<0$ với mọi x thuộc khoảng $(0;2)$. Suy ra $y'<0$ với mọi x thuộc khoảng $(0;1)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 5: **[NB]** **(Chuyên Phan Bội Châu-lần 1-2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên



Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên $(-2;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$.

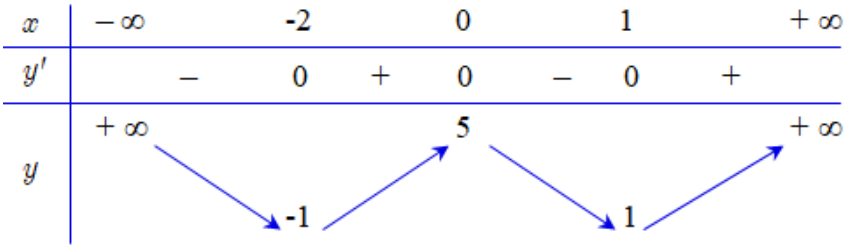
Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$ nên hàm số không đồng biến trên $(-\infty;2)$ và không đồng biến trên $(-1;3)$

Câu 6: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



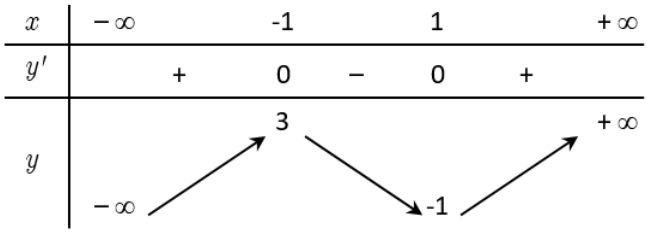
A. $(-1;5)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

Câu 7: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

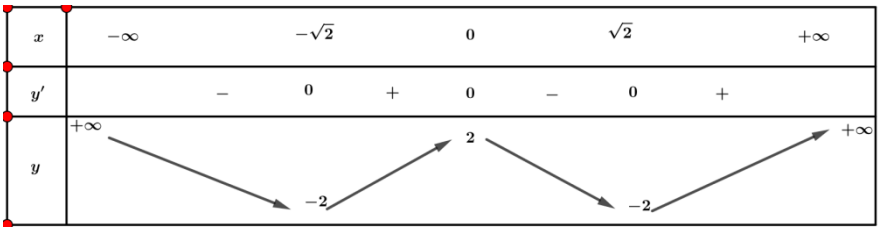
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$ là sai.

Câu 8: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

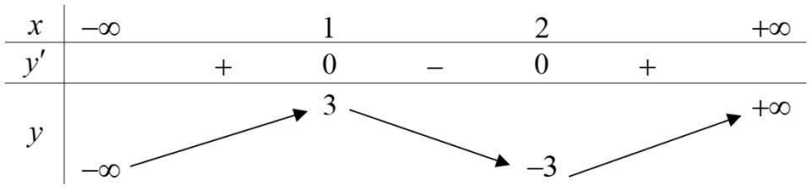
A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trong khoảng $(-\sqrt{2};0)$ chứa khoảng $(-1;0)$

Câu 9: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;3)$.

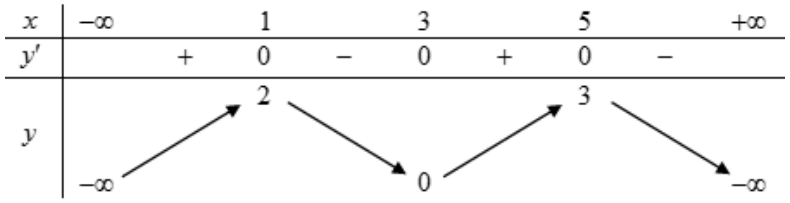
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 10: **[NB]**Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

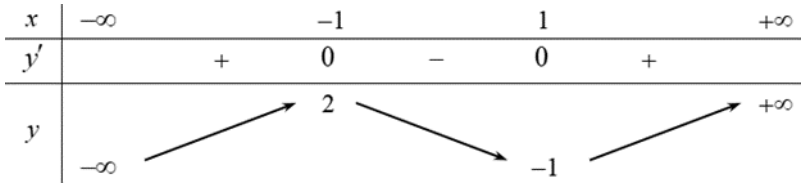
A. $(3;5)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 11: **[NB]** **(HK1-Ngô Quyền Ba Vì-1819)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ nên cũng đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 12: **[NB]** **(Bình Minh - Ninh Bình - Lần 4 - 2018)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng

xét dấu đạo hàm dưới đây

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Khẳng định nào sau đây **đúng**

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 13: **[NB] (Chuyên Thái Bình lần 2 - 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên có hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 14: **[NB] (THI HK I QUẢNG NAM 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y=f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$y=f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ là **sai.**

Câu 15: **[NB]** **(Quảng Nam-HKI-1718)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y=f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$y=f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ là **sai.**

Câu 16: **[NB]** Cho $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	a	↘	b	↗	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;5)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng: $(-\infty;-1)$ và $(5;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1;5)$.

Câu 17: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, đồng biến trên $(0;2)$. Suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Câu 18: **[NB] (HKI - SGD BẠC LIÊU_2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

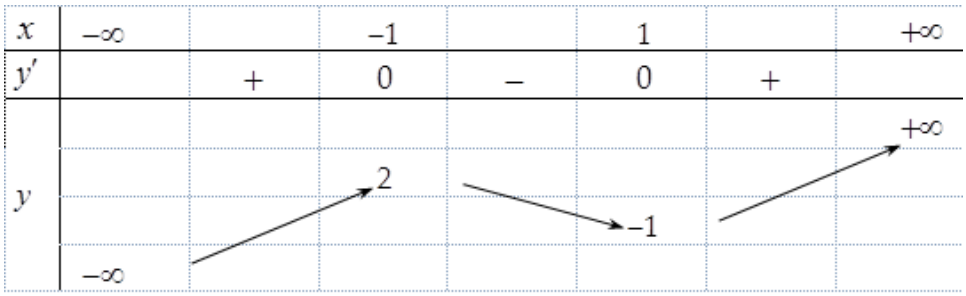
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số không xác định tại giá trị 0; trong các đáp án, chỉ có $y'<0,\forall x\in(-2;0)$. Nên mệnh đề đúng là hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 19: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ nên chọn đáp án **A.**

Câu 20: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$m-4$		$m+6$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-40;40)$ để hàm số $y=f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

A. 37. **B.** 39. **C.** 36. **D.** 76.

Lời giải

Chọn A

$$ycbt \Leftrightarrow y'=2xf'(x^2)\geq 0,\forall x\geq 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2\geq m+6 \\ x^2\leq m-4 \end{array}\right.,\forall x\geq 2$$

$$\Leftrightarrow x^2\geq m+6,\forall x\geq 2 \Leftrightarrow 4\geq m+6 \Leftrightarrow m\leq -2$$

Vì số nguyên $m\in(-40;40)$ nên $m\in\{-39,-38,...,-2\}$.Có 38 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 21: **[VD]** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(x^2+2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;-3)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y'=\left(f(x^2+2x)\right)'=(2x+2)f'(x^2+2x)$.

Xét bất phương trình $y'\leq 0\Leftrightarrow(2x+2)f'(x^2+2x)\leq 0$

TH1: $\begin{cases} x+1\leq 0 \\ f'(x^2+2x)\geq 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\leq -1 \\ -2\leq x^2+2x\leq 3 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\leq -1 \\ -3\leq x\leq 1 \end{cases}\Leftrightarrow -3\leq x\leq -1$

TH2: $\begin{cases} x+1\geq 0 \\ f'(x^2+2x)\leq 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\geq -1 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+2x\leq -2 \ (vn) \\ x^2+2x\geq 3 \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\geq -1 \\ x\leq -3\vee x\geq 1 \end{cases}\Leftrightarrow x\geq 1$

Vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-3;-1)$ và $(1;+\infty)$

$\Rightarrow$Hàm số nghịch biến trên $(-2;-1)$.

Câu 22: **[VDC] (STRONG_Phát triển đề minh họa 2019_Số 1)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y=6f(x+3)-2x^3-9x^2-6x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Tự luận

Đặt $g(x)=6f(x+3)-2x^3-9x^2-6x$

Ta có $g'(x)=6f'(x+3)-6x^2-18x-6$

Lập bảng xét dấu:

x	-∞	-2	-1	0	1	+∞
f'(x+2)	-	+	+	-	-	
-x(x-1)	-	+	-	-	-	
g'(x)	-	+	ko xác định	-	-	

Từ bảng đó có kết quả

Cách 2: Trắc nghiệm

Xét $y=6f(x+3)-2x^3-9x^2-6x$.

$y'=6.\left[f'(x+3)-x^2-3x-2\right]$

Ta có $y'(0)=6.\left[f'(3)-2\right]<0$ nên loại đáp án **C.**

$y'(-4)=6.\left[f'(-1)-6\right]<0$ nên loại đáp án **A.**

$y'(1)=6\left[f'(4)-6\right]<0$ nên loại đáp án **D.**

Vậy ta chọn đáp án B

Lời bình:

+) Ta có thể chọn $f'(x)=a(x-1)(x-2)^2(x-3)(x-4)$ (với $a>0$) như vậy ta có thể chọn hàm $h(x)=bf(x+c)+g(x)$ sao cho $g'(x)$ có chung các nghiệm với $f'(x+c)$. Giả sử nó có nghiệm chung là $(x-m)(x-n)$ khi đó $\frac{bf'(x+c)}{(x-m)(x-n)}+\frac{g'(x)}{(x-m)(x-n)}=k(x)$ và $k(x)$ luôn âm hay dương trên đoạn cần tìm. Như vậy, ta có thể chọn trước $k(x)$.

+) Ví dụ cụ thể:

Nếu ta $c=2;\ b=1$ thì $y=a(x+1)x^2(x-1)(x-2)+g'(x)$. Chọn $g'(x)$ và $f'(x+2)$ có nghiệm chung là $x=1$; Xét hàm còn lại là $q(x)=a(x+1)x^2(x-2)+\frac{g'(x)}{x-1}$. Nhận thấy $a(x+1)x^2(x-2)<0$ với mọi $x\in\left(1;\frac{3}{2}\right)$. Do vậy ta chỉ cần chọn một hàm $\frac{g'(x)}{x-1}<0$ với $\forall x\in\left(1;\frac{3}{2}\right)$. Có vô số hàm như vậy. Ví dụ $\frac{g'(x)}{x-1}=-x$ chẳng hạn. Khi đó ta có một bài toán khác như sau:

$$h'(x)=f'(x+2)-x(x-1)\Rightarrow h(x)=f(x+2)-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2$$

x	-∞	-1	0	1	2	+∞
f'(x+2)	-	+	+	-	-	
-x(x-1)	-	-	+	-	-	
g'(x)	-	ko xác định	+	-	-	

+) Đến đây các bạn có thể sáng tạo ra vô số bài toán dạng như thế này?

Câu 23: **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=6f(x-1)-2x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=6.f'(x-1)-6x^2+6x$. $y'=0\Leftrightarrow f'(x-1)=x^2-x$

Đặt $t=x-1\Rightarrow x=t+1$.

Khi đó ta có phương trình: $f'(t)=(t+1)^2-(t+1)\Leftrightarrow f'(t)=t^2+t\ (*)$.

Nhận thấy phương trình $(*)$ có nghiệm $t=0;t=-1$.

Trên khoảng $(-1;0)$ thì $f'(t)>0$ và $t^2+t<0$ nên $f'(t)-(t^2+t)>0$.

Nên hàm số $y(t)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Suy ra hàm số $y(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

Câu 24: **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		-1		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Đặt $g(x)=f\left(\frac{x-1}{2}\right)-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x+3$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-4;-1)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(7;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=\frac{1}{2}f'\left(\frac{x-1}{2}\right)-x^2+3x-2=\frac{1}{2}\left[f'\left(\frac{x-1}{2}\right)-2x^2+6x-4\right]$.

Hàm số nghịch biến khi $g'(x)<0\Rightarrow f'\left(\frac{x-1}{2}\right)-2x^2+6x-4<0\Rightarrow\begin{cases}-2x^2+6x-4<0\\ f'\left(\frac{x-1}{2}\right)<0\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x<1\\ x>2\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}-\frac{5}{2}<\frac{x-1}{2}<\frac{1}{2}\\ \frac{x-1}{2}>3\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x<1\\ x>2\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}-4<x<2\\ x>7\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}-4<x<1\\ x>7\end{array}\right.$$

Từ đó suy ra B sai.

Câu 25: **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Biết rằng $1<f(x)<3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f\left[f(x)\right]+x^3-6x^2-1$ nghịch biến trên khoảng

A. $(3;4)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y'<0\Leftrightarrow f'(x).f'\left[f(x)\right]+3x^2-12x<0$ (*)

Theo đề bài $1<f(x)<3$, $\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f'\left[f(x)\right]\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy ta chỉ cần các điều kiện sau để thỏa (*) là

$$\begin{cases} f'(x)<0 \\ 3x^2-12x<0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\in(-\infty;1)\cup(3;4) \\ x\in(0;4) \end{cases}\Leftrightarrow x\in(0;1)\cup(3;4).$$

Câu 26: [VDC] Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-4		-1		2		7		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(2x+1)+\frac{2}{3}x^3-8x+2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(-1;7)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=2.f'(2x+1)+2x^2-8$.

Nếu $-1<2x+1<2$, từ bảng xét dấu suy ra $f'(2x+1)<0\Rightarrow 2f'(2x+1)<0$ (1).

Mà $-1<2x+1<2\Rightarrow x\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)\Rightarrow 2x^2-8=2\left(x^2-4\right)<0$ (2).

Từ (1) và $(2)\Rightarrow y'<0$, $\forall x\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)\Rightarrow$ hàm số $y=f(2x+1)+\frac{2}{3}x^3-8x+2019$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Cách 2:

Ta có: $y'=2f'(2x+1)+2x^2-8=2\left[f'(2x+1)+x^2-4\right]$.

Đặt $t=2x+1\Rightarrow x=\frac{t-1}{2}$. Khi đó: $y'=2\left[f'(t)+\frac{t^2-2t+1}{4}-4\right]=2\left[f'(t)+\frac{t^2-2t-15}{4}\right]$.

Ta có bảng xét dấu:

t	$-\infty$		-4		-3		-1		2		5		7		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
$\frac{t^2-2t-15}{4}$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
y'		$+$	|		|	$-$	|	$-$	|		|	$+$	|		

Vậy y nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(-1;2)$, do đó y nghịch biến trên $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Cách 3:

Ta có: $y'=2f'(2x+1)+2x^2-8=2\left[f'(2x+1)+x^2-4\right]$.

Thử $x=2\Rightarrow y'=2f'(5)>0$ nên loại đáp án **A** và **D**.

Thử $x=0\Rightarrow y'=2\left[f'(1)-4\right]<0$ nên ta chọn đáp án **C**.

BÀI TOÁN 6: XÁC ĐỊNH CỰC TRỊ DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN

A. LÝ THUYẾT

*** Bài toán :** Xác định cực tiểu (CT) và cực đại (CĐ) của hàm số $y=f(x)$ trên K.

Quan sát bảng biến thiên, ta có:

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm $(-)$ sang $(+)$ khi qua x_0 (theo chiều tăng) và tồn tại $f(x_0)$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0 và $f(x_0)$ là giá trị cực tiểu.

x	x_0-h	x_0	x_0+h
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$		$f(x_0)$	

- Nếu $f'(x)$. Đổi dấu từ âm $(+)$ sang $(-)$ khi qua x_0 (theo chiều tăng) và tồn tại $f(x_0)$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 và $f(x_0)$ là giá trị cực đại.

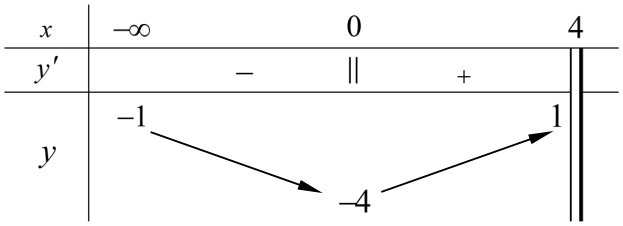
x	x_0-h	x_0	x_0+h
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$		$f(x_0)$	

*** Khi xác định cực trị của hàm số $y=f(x)$ trên K, ta cần chú ý:**

- Nếu tại $x=x_0$ hàm số $y=f(x)$ ..... thì nó không có cực trị tại $x=x_0$.
- Cực trị của hàm số đạt tại $x=x_0$ thì tại đó (tại $x=x_0$) đạo hàm $f'(x)$ có thể bằng 0 hoặc có thể không xác định.

B. VÍ DỤ MINH HỌA:

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định và liên tục trên $(-\infty;4)$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

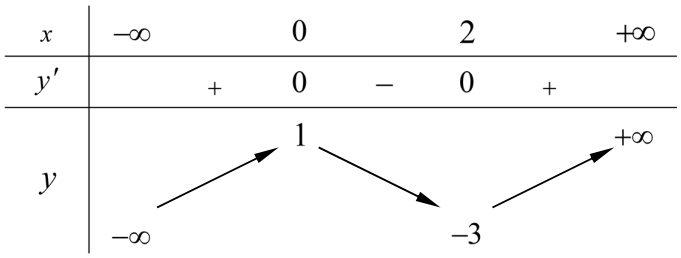
A. Hàm số $y=f(x)$ không có cực tiểu và không có cực đại.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có cực tiểu và có cực đại.

C. Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu và có cực đại.

D. Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu và không có cực đại.

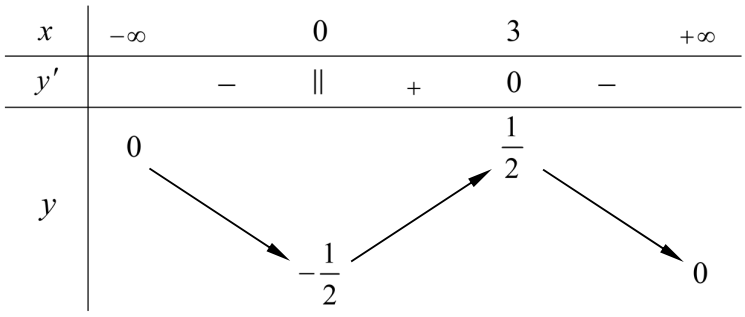
Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=1$.

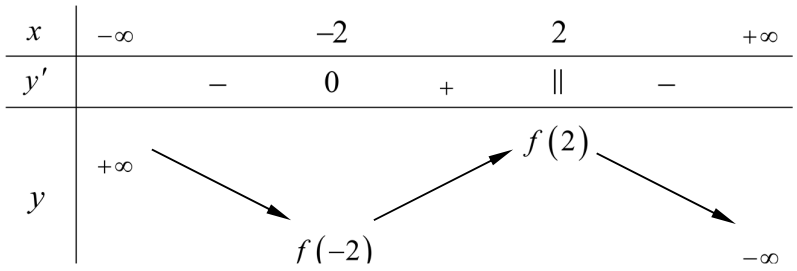
Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

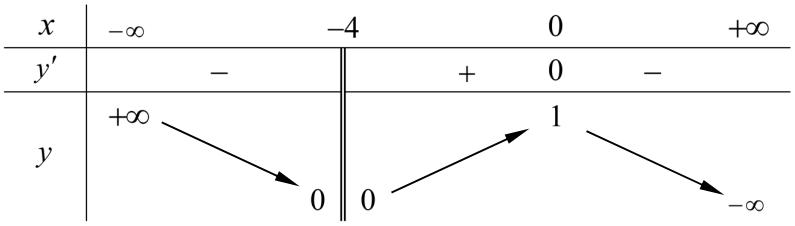
Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại

A. $y=f(-2)$. **B.** $y=f(2)$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai** khi nói về hàm số $y=f(x)$?

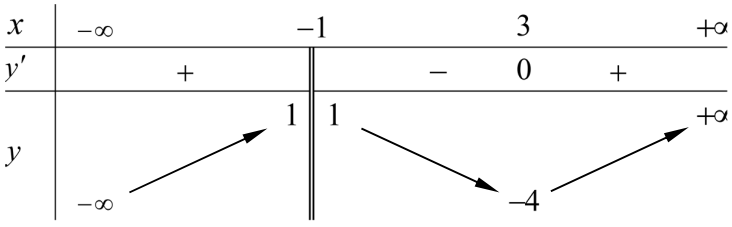
A. Hàm số $y=f(x)$ không có cực tiểu và không có cực đại.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có cực tiểu và có cực đại.

C. Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu và có cực đại.

D. Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu và không có cực đại.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai** khi nói về hàm số $y=f(|x|)$?

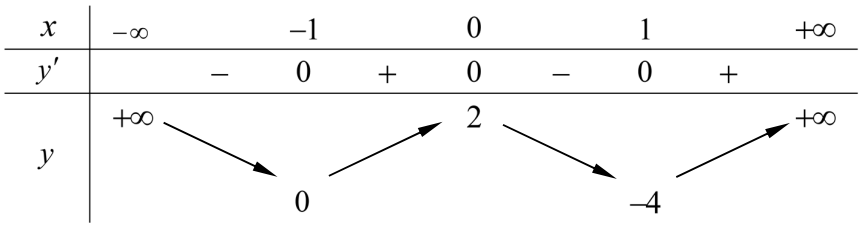
A. Hàm số $y=f(|x|)$ có giá trị nhỏ nhất.

B. Hàm số $y=f(|x|)$ có cực đại.

C. Hàm số $y=f(|x|)$ có cực tiểu.

D. Hàm số $y=f(|x|)$ có giá trị lớn nhất.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

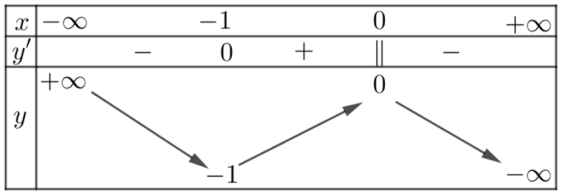


Hỏi hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 2.

C. 5. **D.** 4.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$?

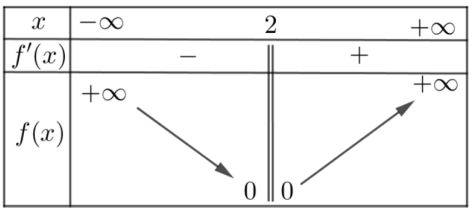
A. Hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ không có cực tiểu và không có cực đại.

B. Hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ không có cực tiểu và có cực đại.

C. Hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có cực tiểu và không có cực đại.

D. Hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có cực tiểu và có cực đại.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai** khi nói về hàm số (C): $y=g(x)=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x\neq 2 \\ 0 & \text{khi } x=2 \end{cases}$?

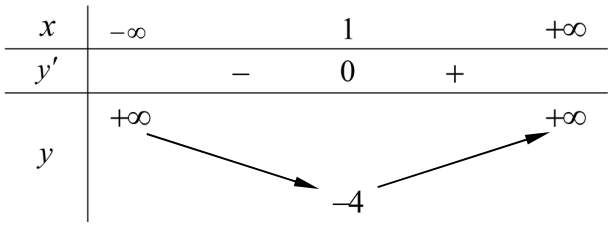
A. Đồ thị hàm số (C) không có điểm cực đại và có điểm cực tiểu.

B. Đồ thị hàm số (C) không có điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

C. Đồ thị hàm số (C) có điểm cực đại và có điểm cực tiểu.

D. Đồ thị hàm số (C) có điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Câu 10: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

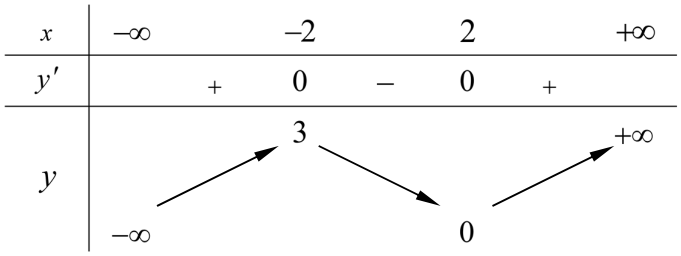


Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m^2+m-2\right|$ có ba cực trị. Tập $S\cap\mathbb{Z}$ có bao nhiêu phần tử?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

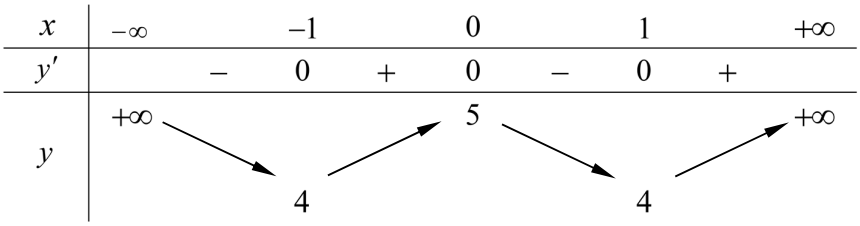
A. $y_{CD}=3$ và $y_{CT}=0$.

B. $y_{CD}=3$ và $y_{CT}=-2$.

C. $y_{CD}=-2$ và $y_{CT}=-2$.

D. $y_{CD}=2$ và $y_{CT}=0$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

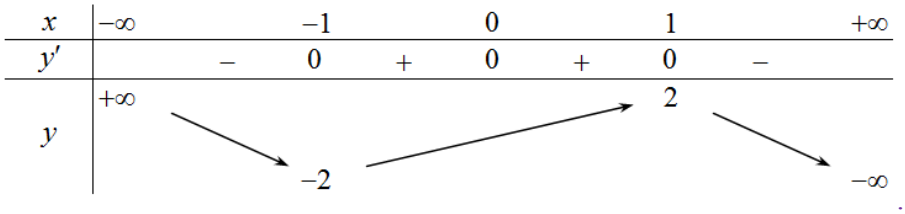
A. Hàm số có 3 điểm cực trị.

B. Hàm số đồng biến trong các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trong các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 5.

Câu 3: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số có ba điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $f(-1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

B. $M(0;2)$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

D. $x_0=1$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5	$\nearrow$	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

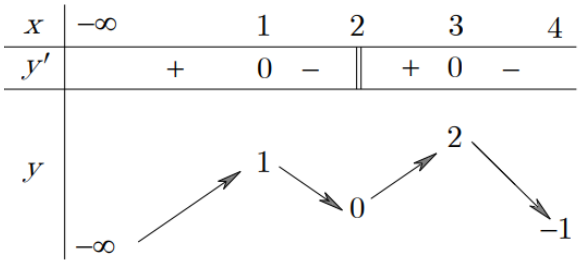
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

B. Hàm số không có cực đại.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

D. Hàm số có bốn điểm cực trị.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

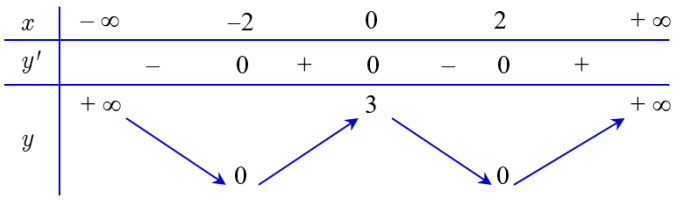
Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

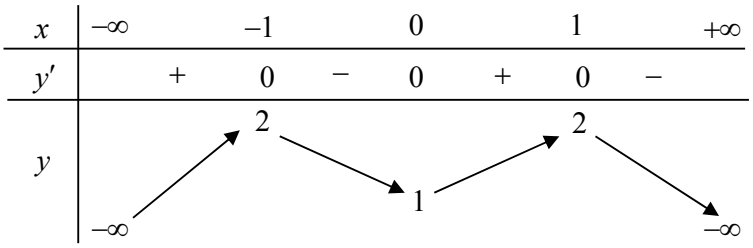


Chọn khẳng định **sai**.

A. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=3$. **B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty-3)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$. **D.** $f(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm số cực trị của hàm số $y=f(x)$

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=3f(x)+1$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\pm 1$. **D.** $x=0$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số $g(x)=f(x^2+1)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(3-x)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

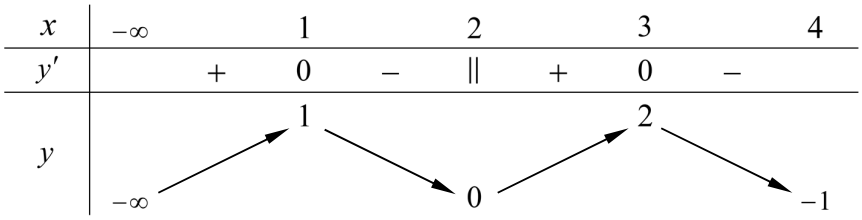
Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2018	$\searrow$	-2018	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\left|f(x-2017)+2018\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

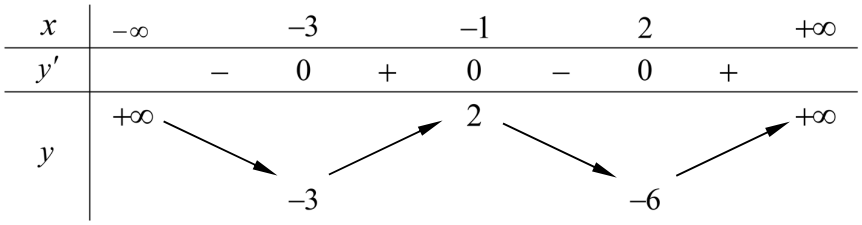
Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Hỏi hàm số $y=|f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu trên $(-\infty;4]$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

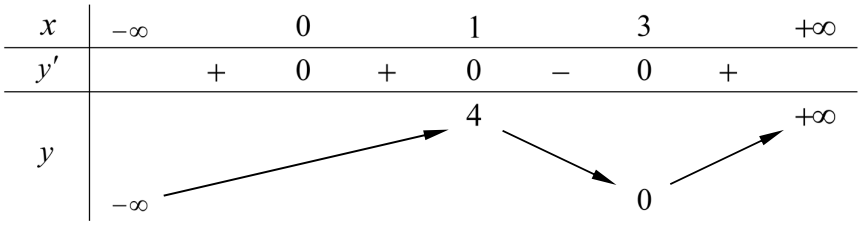
Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Có ? GT nguyên dương của tham số m để hàm số $y=|f(x+1)+m|$ có 5 điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

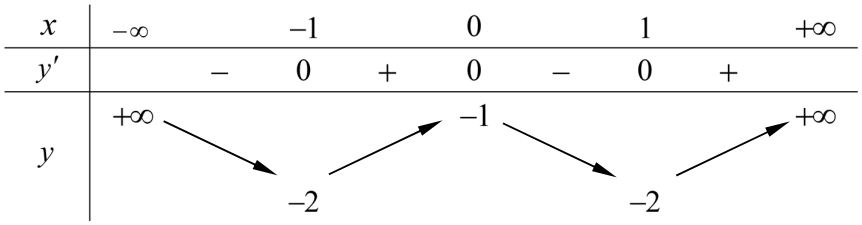
Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới



Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h(x)=|f^2(x)+f(x)+m|$ có đúng 3 điểm cực trị.

A. $m\geq\frac{1}{4}$. **B.** $m\leq 1$. **C.** $m<1$. **D.** $m>\frac{1}{4}$.

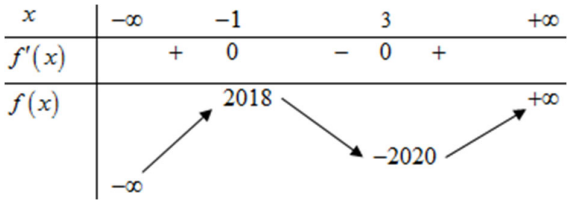
Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=2f^3(x)+4f^2(x)+1$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 9.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

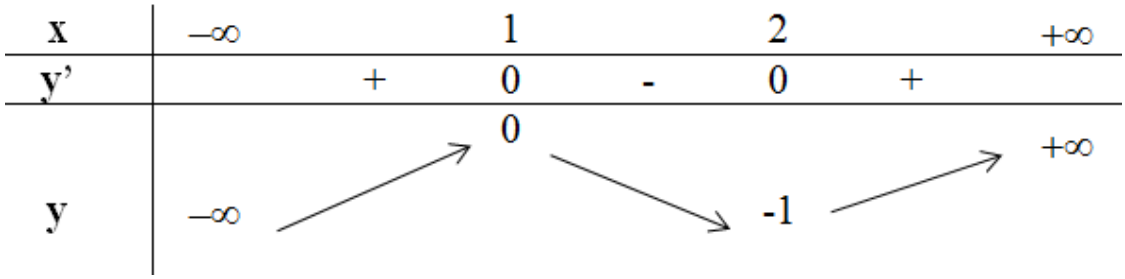


Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\left|f(x-2018)+2019\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

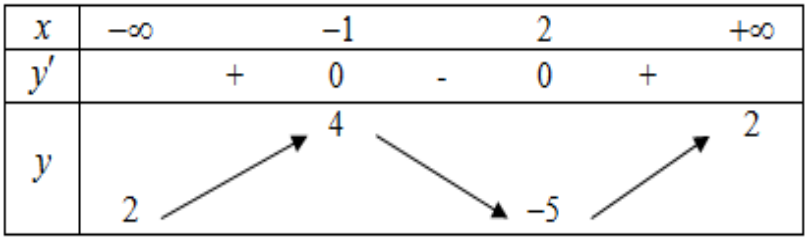
Câu 1. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3 **D.** 1.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

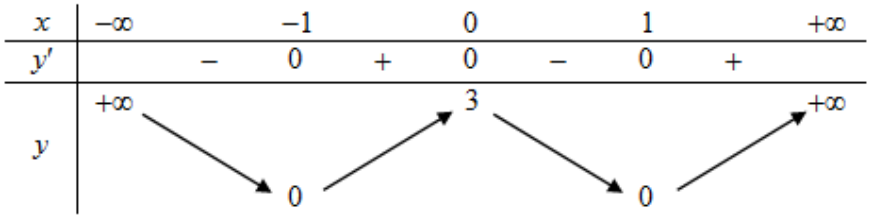


Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số có bốn điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

C. Hàm số không có cực đại. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.

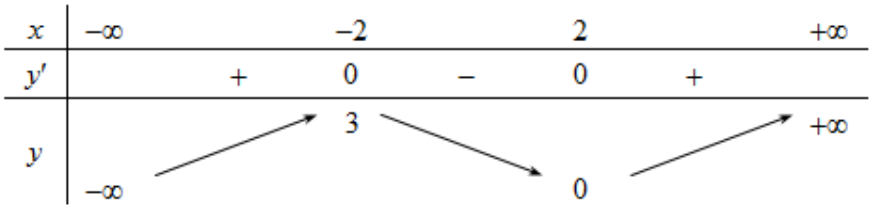


Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0. **D.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.



Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho lần lượt là

A. $3;-2$ **B.** $2;0$. **C.** $-2;2$. **D.** $3;0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	

Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Cực đại của hàm số bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 4 **B.** 2 . **C.** 3. **D.** 5 .

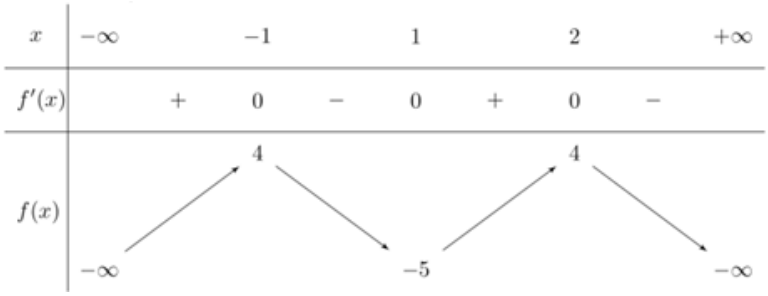
Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-10	↗	$+\infty$ ‖	↗	2	↘	1	↘	$-\infty$ ‖	↘	

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

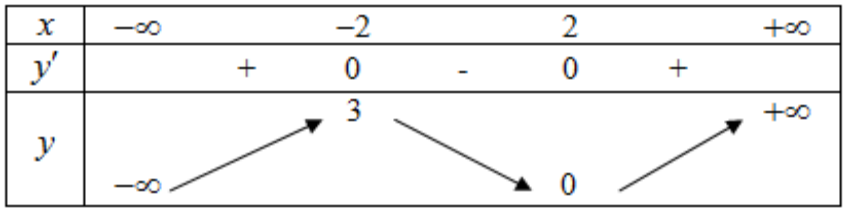
Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:



Hỏi hàm số $y=f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

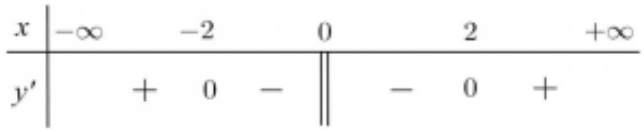
Câu 11. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số đã cho lần lượt là?

A. 3 và −2. **B.** 2 và 0. **C.** −2 và 2. **D.** 3 và 0.

Câu 12. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

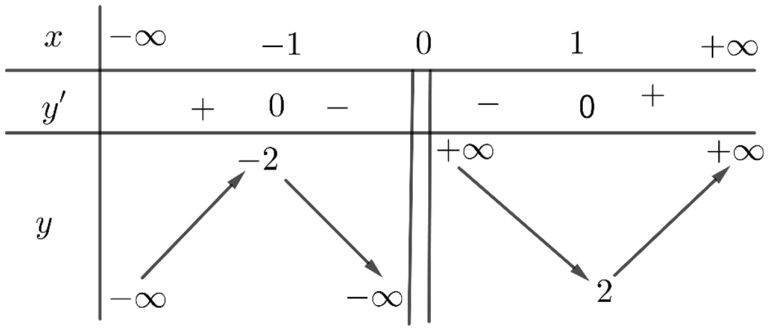
A. Hàm số có ba điểm cực trị.

B. Hàm số có một điểm cực trị.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số không có điểm cực trị.

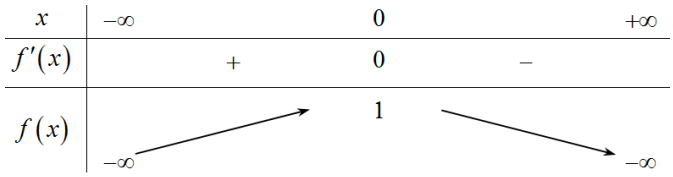
Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Cực tiểu của hàm số bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

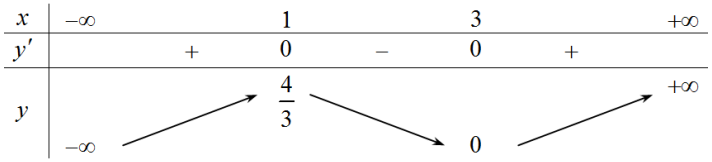
A. Cực đại của hàm số là 0.

B. Giá trị lớn nhất của hàm số là 1.

C. Cực đại của hàm số là 1.

D. Hàm số có một điểm cực trị.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

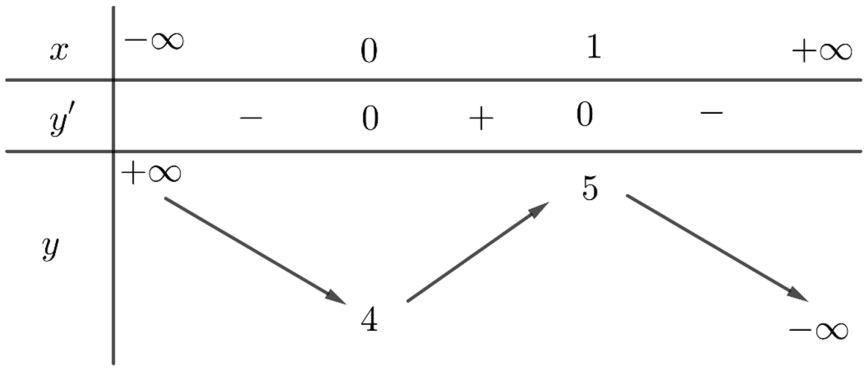
A. Hàm số có hai cực trị là $\frac{4}{3}$ và 0.

B. Hàm số có hai điểm cực trị là 1 và 3.

C. Hàm số có hai cực trị là 1 và 3.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$.

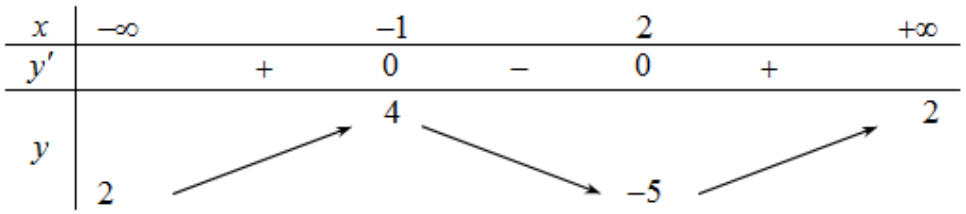
Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

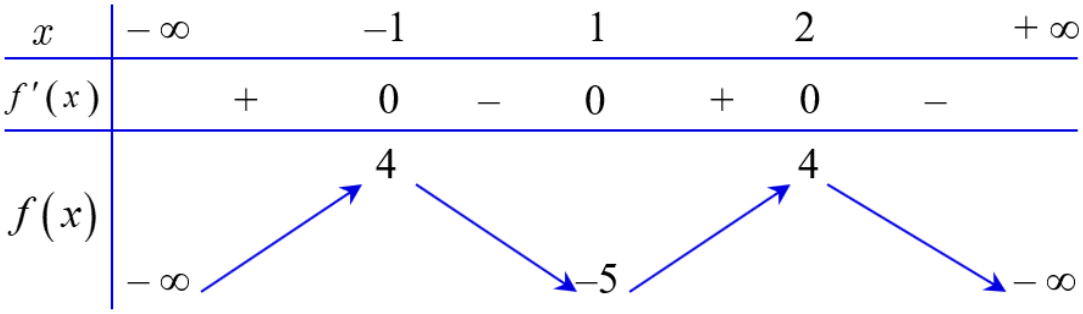
Câu 17. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

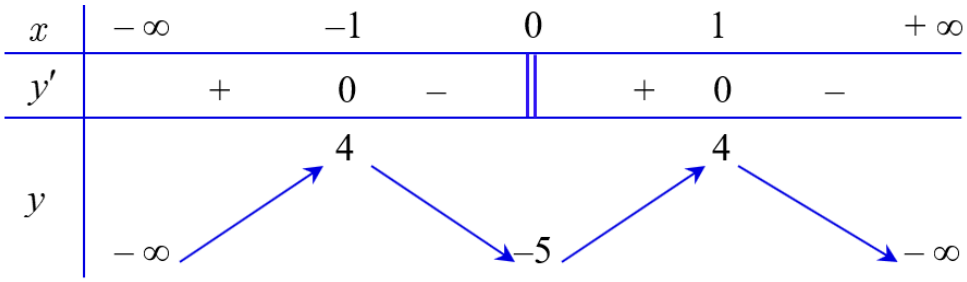
Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+5\right|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 19. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

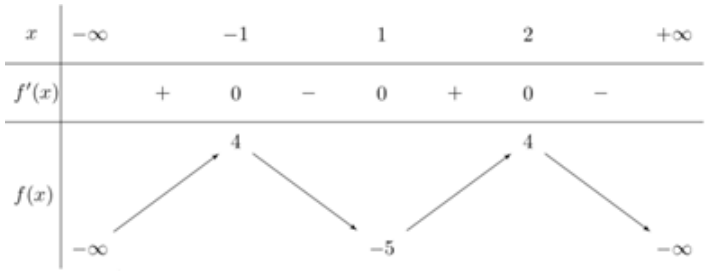


Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có bảy điểm cực trị?

A. $\left(-4;5\right)$. **B.** $\left(-5;4\right)$.

C. $m\le -5$ hoặc $m\ge 4$. **D.** $m<-4$ hoặc $m>5$.

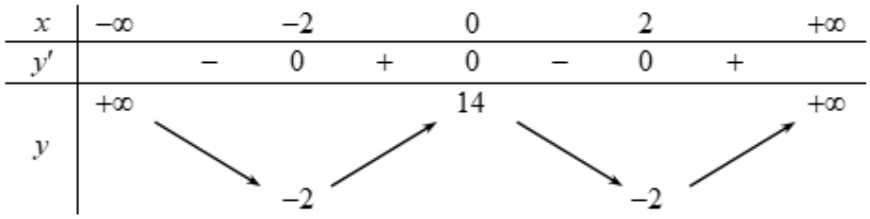
Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+3\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 21. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

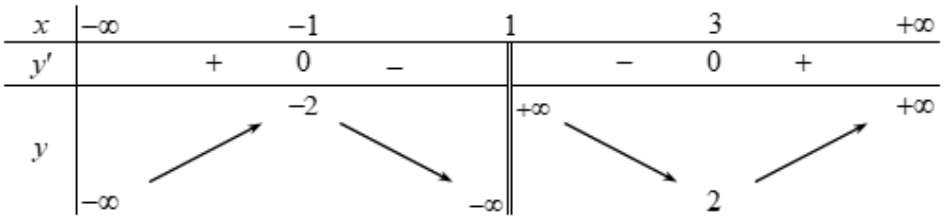


Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 14. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;+\infty\right)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

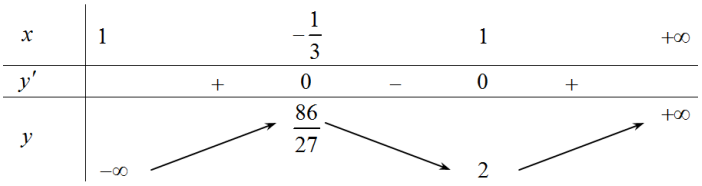
A. Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng -2 .

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số lần lượt là $\frac{86}{27}$ và 2 .

C. Cực đại và cực tiểu của hàm số lần lượt là $\frac{86}{27}$ và 2 .

D. Hàm số có hai cực trị.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	- 0	+
y	$-\infty$ ↗	2	↘ $-\infty$ || $+\infty$	↘ 2	↗ $+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

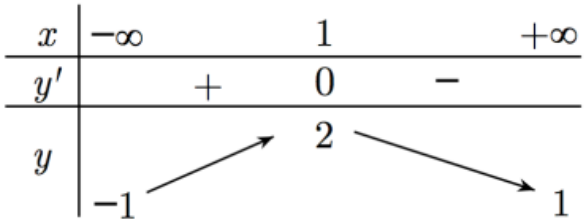
A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Cực đại của hàm số là -1.

C. Cực tiểu của hàm số là 2 .

D. Điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số lần lượt là -1 và 3.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

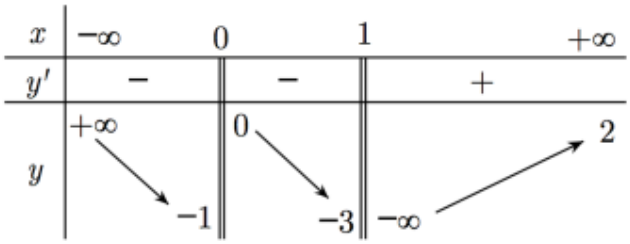


Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

B. Hàm số có 3 cực trị.
C. Cực đại của hàm số là 1.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

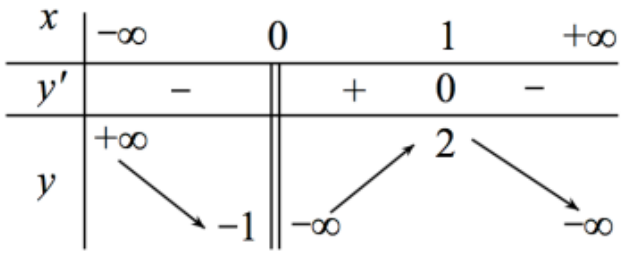
Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số có một điểm cực trị.
B. Hàm số **không** có điểm cực trị.
C. Hàm số có bốn điểm cực trị.
D. Hàm số có hai điểm cực trị.

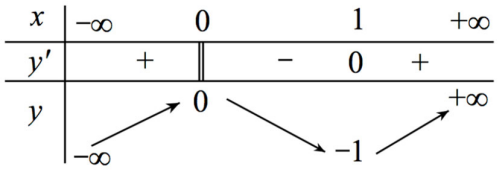
Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Cực đại của hàm số là 2.
B. Hàm số có 2 điểm cực trị.
C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;2)$.
D. Hàm số không có điểm cực tiểu.

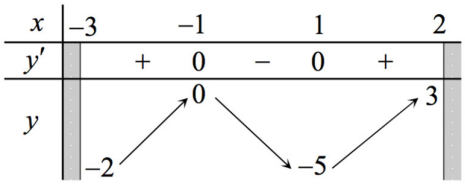
Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số có đúng một điểm cực trị.
B. Hàm số có cực tiểu là 1.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.
D. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là 0 và -1.

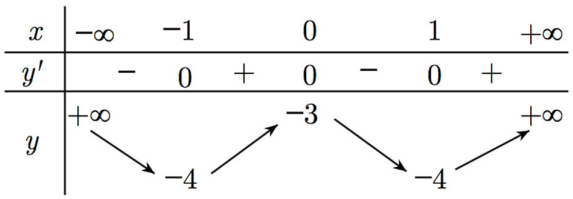
Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Giá trị lớn nhất của hàm số là 3.
B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là -5.
C. Cực đại và cực tiểu của hàm số lần lượt là 0 và -5.
D. Hàm số có hai cực trị là -1 và 1.

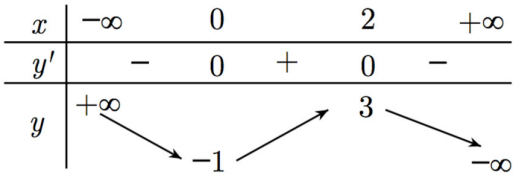
Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

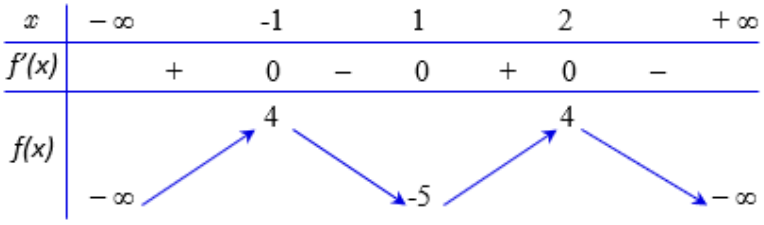
A. Hàm số có ba cực trị.
B. Hàm số có ba điểm cực trị.
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là -4.
D. Hàm số có điểm cực đại là 0.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. Cực tiểu của hàm số là -1.
B. Cực đại của hàm số là 3.
C. Hàm số có hai điểm cực trị là 0 và 2.
D. Hàm số có hai cực trị là 0 và 2.

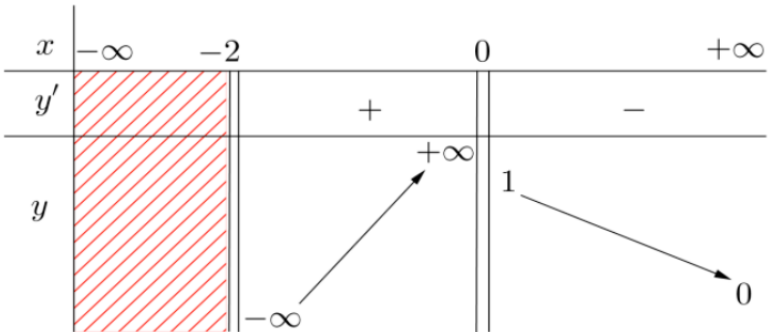
Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

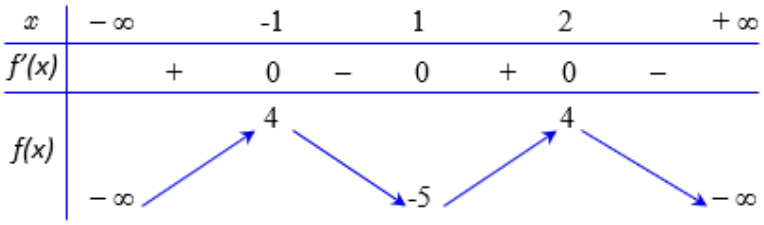
Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

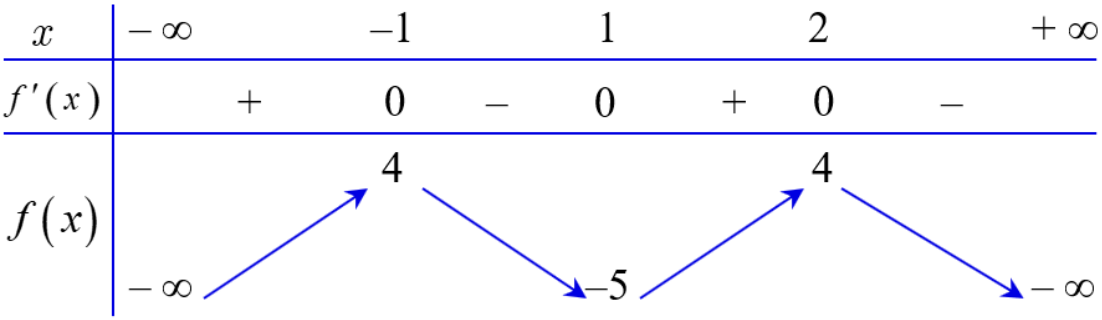
Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

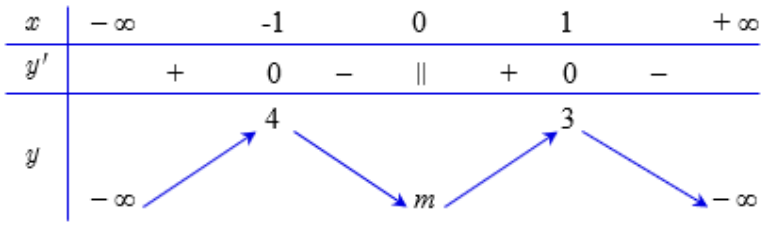
Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=|f(x)-4|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Biết đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 7 điểm cực trị. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $0<m<3$. **B.** $m<0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $0\le m<3$.

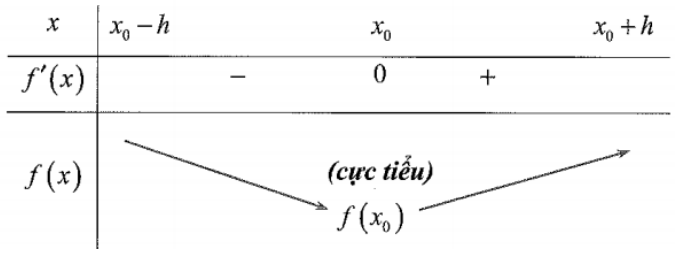
BÀI TOÁN 6: XÁC ĐỊNH CỰC TRỊ DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN

A. LÝ THUYẾT

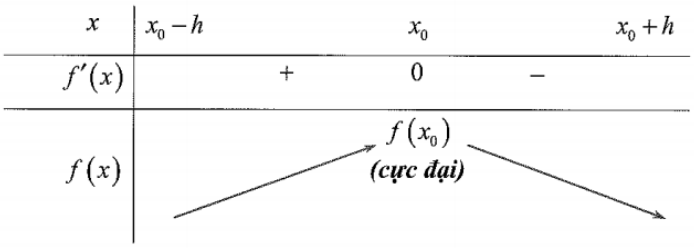
*** Bài toán :** Xác định cực tiểu (CT) và cực đại (CĐ) của hàm số . $y=f(x)$. trên K.

Quan sát bảng biến thiên, ta có:

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm $(-)$ sang $(+)$ khi qua x_0 (theo chiều tăng) và tồn tại $f(x_0)$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0 và $f(x_0)$ là giá trị cực tiểu.



- Nếu $f'(x)$. Đổi dấu từ âm $(+)$ sang $(-)$ khi qua x_0 (theo chiều tăng) và tồn tại $f(x_0)$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 và $f(x_0)$ là giá trị cực đại.

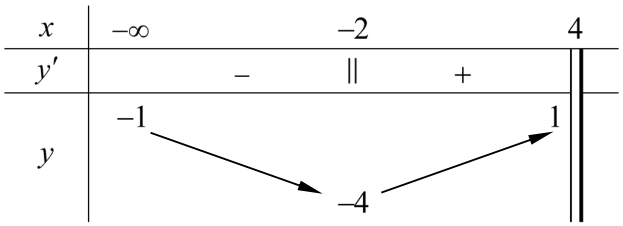


*** Khi xác định cực trị của hàm số $y=f(x)$ trên K, ta cần chú ý:**

- Nếu tại $x=x_0$ hàm số $y=f(x)$ không xác định thì nó không có cực trị tại $x=x_0$.
- Cực trị của hàm số đạt tại $x=x_0$ thì tại đó (tại $x=x_0$) đạo hàm $f'(x)$ có thể bằng 0 hoặc có thể không xác định.

B. VÍ DỤ MINH HỌA:

Câu 1: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định và liên tục trên $(-\infty;4)$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có cực tiểu và không có cực đại.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có cực tiểu và có cực đại.

C. Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu và có cực đại.

D. Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu và không có cực đại.

Lời giải:

Chọn đáp án D.

Câu 2: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=1$.

Lời giải:

Chọn đáp án D.

Câu 3: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0

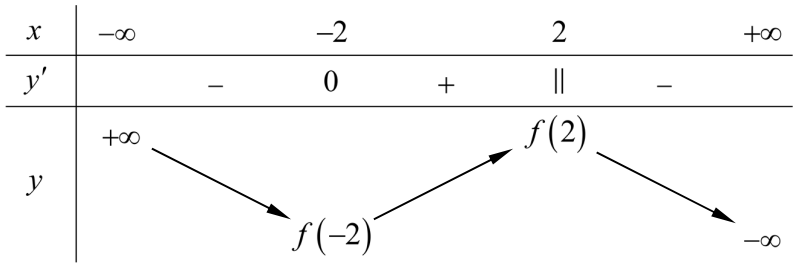
Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải:

Chọn đáp án D.

Câu 4: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



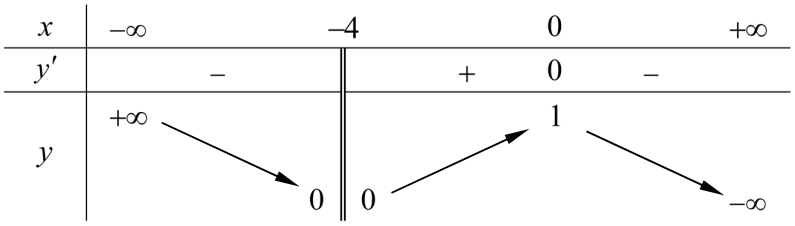
Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại

A. $y=f(-2)$. **B.** $y=f(2)$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải:

Chọn đáp án D.

Câu 5: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai** khi nói về hàm số $y=f(x)$?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có cực tiểu và không có cực đại.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có cực tiểu và có cực đại.

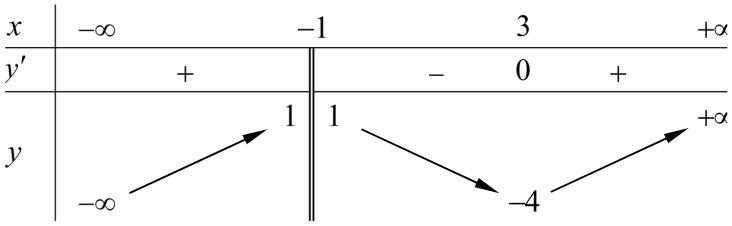
C. Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu và có cực đại.

D. Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu và không có cực đại.

Lời giải:

Chọn đáp án B.

Câu 6: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai** khi nói về hàm số $y=f(|x|)$?

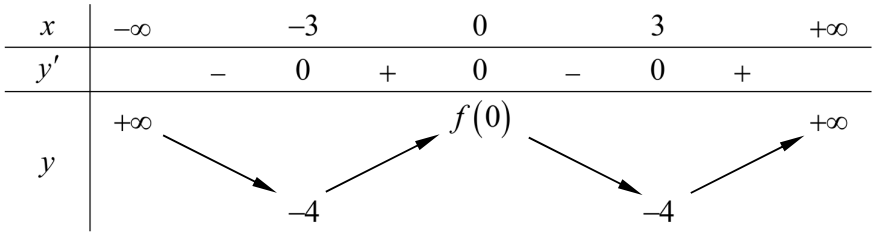
A. Hàm số $y=f(|x|)$ có giá trị nhỏ nhất. **B.** Hàm số $y=f(|x|)$ có cực đại.

C. Hàm số $y=f(|x|)$ có cực tiểu. **D.** Hàm số $y=f(|x|)$ có giá trị lớn nhất.

Lời giải:

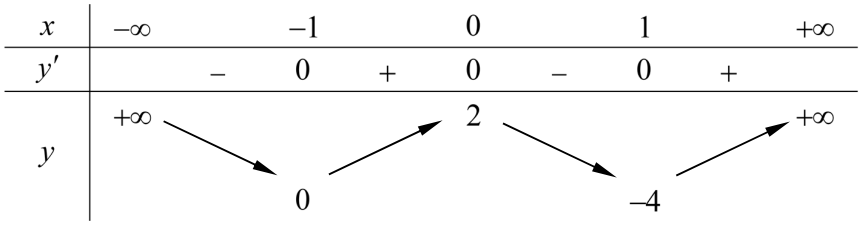
Chọn đáp án D.

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y=f\left(|x|\right)$ như sau



Nhìn và $\mathbb{R}$ o bảng biến thiên ta $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f\left(|x|\right)=+\infty$ nên hàm số $y=f\left(|x|\right)$ không có giá trị lớn nhất.

Câu 7: **[TH]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên và có bảng biến thiên như sau



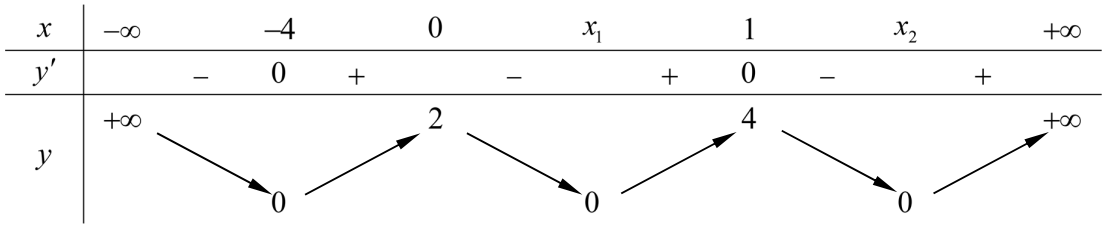
Hỏi hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải:

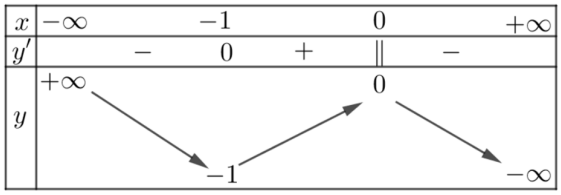
Chọn đáp án C.

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y=f\left(|x|\right)$ như sau



Với x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=0$.

Câu 8: **[VD]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$?

A. Hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ không có cực tiểu và không có cực đại.

B. Hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ không có cực tiểu và có cực đại.

C. Hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có cực tiểu và không có cực đại.

D. Hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có cực tiểu và có cực đại.

Lời giải:

Chọn đáp án C.

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hai hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ và $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ như sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có cực tiểu và không có cực đại.

Câu 9: **[VD]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0 $\|\|$ 0	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai** khi nói về hàm số $\left(C\right)$: $y=g\left(x\right)=\begin{cases}f\left(x\right) & \text{khi } x\neq 2\\ 0 & \text{khi } x=2\end{cases}$?

A. Đồ thị hàm số $\left(C\right)$ không có điểm cực đại và có điểm cực tiểu.

B. Đồ thị hàm số $\left(C\right)$ không có điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

C. Đồ thị hàm số $\left(C\right)$ có điểm cực đại và có điểm cực tiểu.

D. Đồ thị hàm số $\left(C\right)$ có điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Lời giải:

Chọn đáp án A.

Ta thấy $\lim\limits_{x\to 2^+}g\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2^-}g\left(x\right)=g\left(2\right)=0$ nên hàm số $y=g\left(x\right)$ liên tục tại $x=2$ và hơn nữa liên tục trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác $g'\left(x\right)<0$, $\forall x\in\left(-\infty;2\right)$ và $g'\left(x\right)>0$, $\forall x\in\left(2;+\infty\right)$ nên hàm số $y=g\left(x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=2$, giá trị cực tiểu của hàm số $y=0$.

Câu 10: **[VDC]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m^2+m-2\right|$ có ba cực trị. Tập $S\cap\mathbb{Z}$ có bao nhiêu phần tử?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải:

Chọn đáp án B.

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)+m^2+m-2$ như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	m^2+m-6	$\nearrow$	$+\infty$

Trường hợp $m^2+m-6\ge 0$ thì hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m^2+m-2\right|$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	m^2+m-6	$\nearrow$	$+\infty$

Ở trường hợp này có một cực trị nên loại.

Trường hợp $m^2+m-6<0$ thì hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m^2+m-2\right|$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		x_1		1		x_2		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$		$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\left\|m^2+m-6\right\|$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Ở trường hợp này có hai cực tiểu và một cực đại (thoả mãn yêu cầu bài toán).

$m^2+m-6<0\Leftrightarrow -3<m<2\Rightarrow S=\left(-3;2\right)$ và $S\cap\mathbb{Z}=\left\{-2;-1;0;1\right\}$. Như vậy $S\cap\mathbb{Z}$ có 4 phần tử.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CD}=3$ và $y_{CT}=0$.

B. $y_{CD}=3$ và $y_{CT}=-2$.

C. $y_{CD}=-2$ và $y_{CT}=-2$.

D. $y_{CD}=2$ và $y_{CT}=0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $y_{CD}=3$ và $y_{CT}=0$.

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	4	↗	$+\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Hàm số có 3 điểm cực trị.

B. Hàm số đồng biến trong các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trong các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 5.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $y_{CT}=4$.

Câu 3: [NB] Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↗	2	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số có ba điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên dễ thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Câu 4: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $f(-1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

B. $M(0;2)$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

D. $x_0=1$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 5: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Lời giải

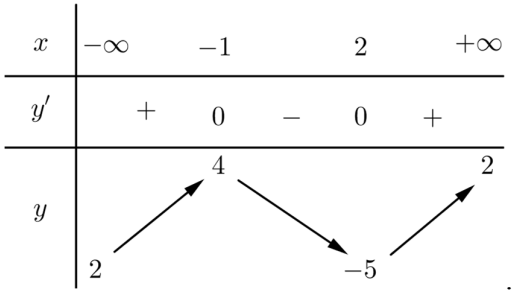
Chọn C

Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1, loại B.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hàm số không có GTNN, GTLN trên $\mathbb{R}$, loại C.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, loại D.

Câu 6: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

B. Hàm số không có cực đại.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

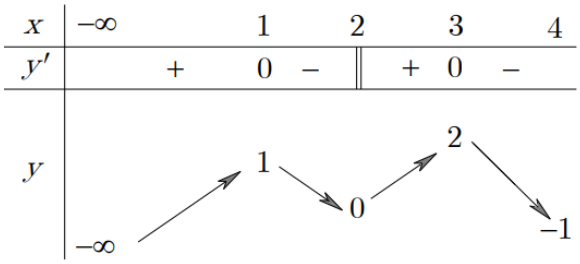
D. Hàm số có bốn điểm cực trị.

Lời giải

Chọn A

Ta dễ thấy mệnh đề hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ đúng.

Câu 7: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 8: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

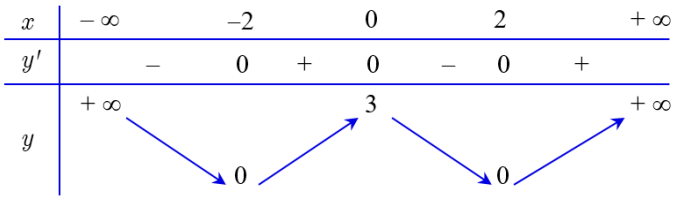
D. 4.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta có: hàm số $f(x)$ có 4 điểm x_0 mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0. Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 9: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Chọn khẳng định **sai**.

A. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=3$. **B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty-3)$.

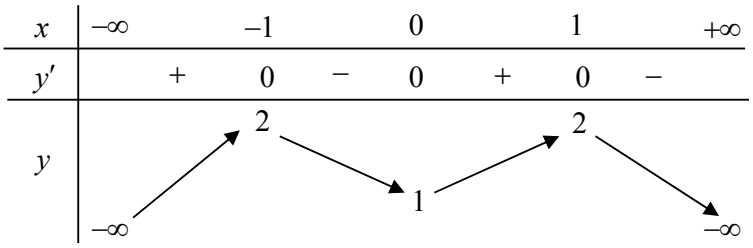
C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$. **D.** $f(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$. Suy ra **A** sai.

Câu 10: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta dễ thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 11: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm số cực trị của hàm số $y=f(x)$

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần.

Vậy số điểm cực trị của hàm số là 2.

Câu 12: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=3f(x)+1$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\pm 1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=3f'(x)$.

Do đó điểm cực tiểu của hàm số $g(x)$ trùng với điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

Vậy điểm cực tiểu của hàm số $g(x)$ là $x=\pm 1$.

Câu 13: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số $g(x)=f(x^2+1)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=2x.f'(x^2+1)$;

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'(x^2+1)\end{array}\right.\xleftrightarrow{\text{theo BBT}}\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2+1=-2\\ x^2+1=1\end{array}\right.\left[\begin{array}{l}x=0\ (\text{nghiem don})\\ x=0\ (\text{nghiem kep})\end{array}\right.\Leftrightarrow x=0(\text{nghiem boi 3}).$$

Vậy $g'(x)=0$ có duy nhất nghiệm bội lẻ $x=0$ nên hàm số $g(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(3-x)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=-f'(3-x)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(3-x)=0 \xleftrightarrow{\text{theo BBT}} \left[\begin{array}{l}3-x=0\\3-x=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\x=1\end{array}\right.$$

$g'(x)$ không xác định $\Leftrightarrow 3-x=1 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Vậy hàm số $g(x)=f(3-x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2018	↘	-2018	↗	$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\left|f(x-2017)+2018\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

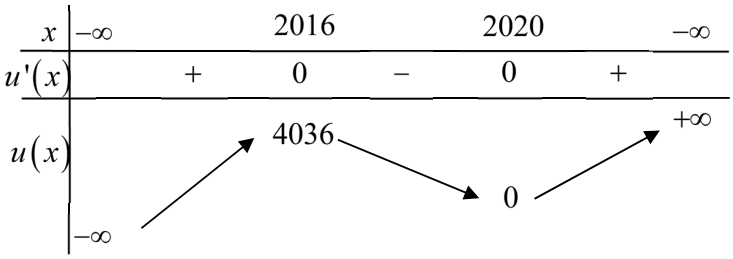
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

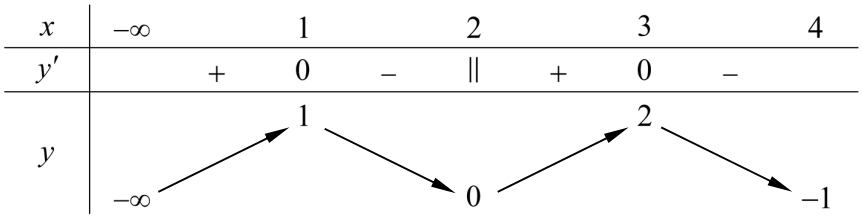
Đồ thị hàm số $u(x)=f(x-2017)+2018$ có được từ đồ thị $f(x)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang phải 2017 đơn vị và lên trên 2018 đơn vị.

Suy ra bảng biến thiên của $u(x)$



Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $g(x)=|u(x)|$ có 3 điểm cực trị. **C**

Câu 16: Cho hàm số $y=|f(x)|$ có tập xác định $(-\infty;4)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Hỏi hàm số $y=|f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu trên $(-\infty;4)$.

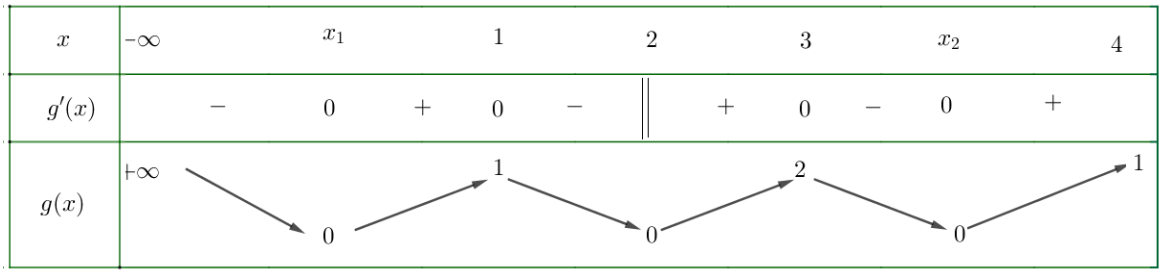
A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

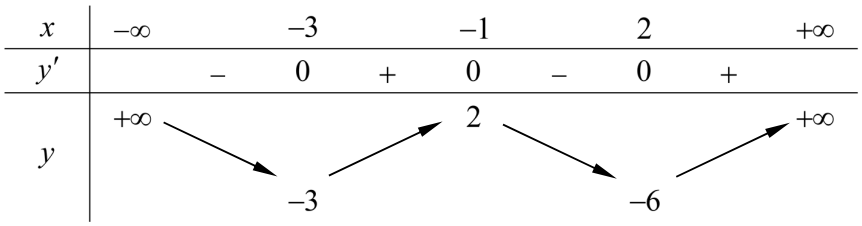
Gọi x_1 và x_2 là hai số thỏa mãn $x_1<1$ và $f(x_1)=0$, $3<x_2<4$ và $f(x_2)=0$

Khi đó hàm số $y=|f(x)|$ có bảng biến thiên như sau



Suy ra hàm số $y=|f(x)|$ có 3 điểm cực tiểu trên $(-\infty;4]$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=|f(x+1)+m|$ có 5 điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+m\right|$ được suy ra từ đồ thị $\left(C\right)$ ban đầu như sau:

Tịnh tiến $\left(C\right)$ sang trái một đơn vị, sau đó tịnh tiến lên trên (hay xuống dưới) m đơn vị. Ta được đồ thị $\left(C'\right):y=f\left(x+1\right)+m$.

Phần đồ thị $\left(C'\right)$ nằm dưới trục hoành, lấy đối xứng qua trục Ox ta được đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+m\right|$.

Ta được bảng biến thiên của của hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+m\right|$ như sau.

x	$-\infty$		-4		-2		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$-3+m$	↗	$2+m$	↘	$-6+m$	↗	$+\infty$

Để hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+m\right|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị của hàm số $\left(C'\right):y=f\left(x+1\right)+m$ phải cắt trục Ox tại 2 hoặc 3 giao điểm.

TH1: Tịnh tiến đồ thị $\left(C'\right):y=f\left(x+1\right)+m$ lên trên. Khi đó $\begin{cases}m>0\\-3+m\ge 0\\-6+m<0\end{cases}\Leftrightarrow 3\le m<6$.

TH2: Tịnh tiến đồ thị $\left(C'\right):y=f\left(x+1\right)+m$ xuống dưới. Khi đó $\begin{cases}m<0\\2+m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\le -2$.

Vậy có ba giá trị nguyên dương của m là $3;4;5$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗			4	↘	0	↗	$+\infty$

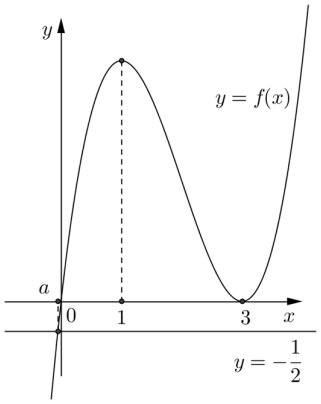
Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h\left(x\right)=\left|f^2\left(x\right)+f\left(x\right)+m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị.

A. $m\ge\frac{1}{4}$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m<1$. **D.** $m>\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=f^2(x)+f(x)+m$. Ta có $g'(x)=2f'(x)f(x)+f'(x)=f'(x)\left(2f(x)+1\right)$.



Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$, suy ra $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(x\right)=0\\f\left(x\right)=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\\x=a<0\end{array}\right.$.

Ta có $g\left(a\right)=f^2\left(a\right)+f\left(a\right)+m=\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{2}+m=m-\dfrac{1}{4}$ và $g\left(3\right)=f^2\left(3\right)+f\left(3\right)+m=m$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g\left(x\right)$

x	$-\infty$		a		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘	$m-\frac{1}{4}$	↗	$g(1)$	↘	m	↗	

Đồ thị hàm số $y=h(x)$ có đúng 3 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $g(x)=0$ không có nghiệm bội lẻ, suy ra $m-\dfrac{1}{4}\geq 0\Leftrightarrow m\geq\dfrac{1}{4}$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=2f^3(x)+4f^2(x)+1$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

$g'(x)=6f'(x)f^2(x)+8f'(x)f(x)=2f'(x)f(x)\left(3f(x)+4\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=0\\f(x)=-\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$$

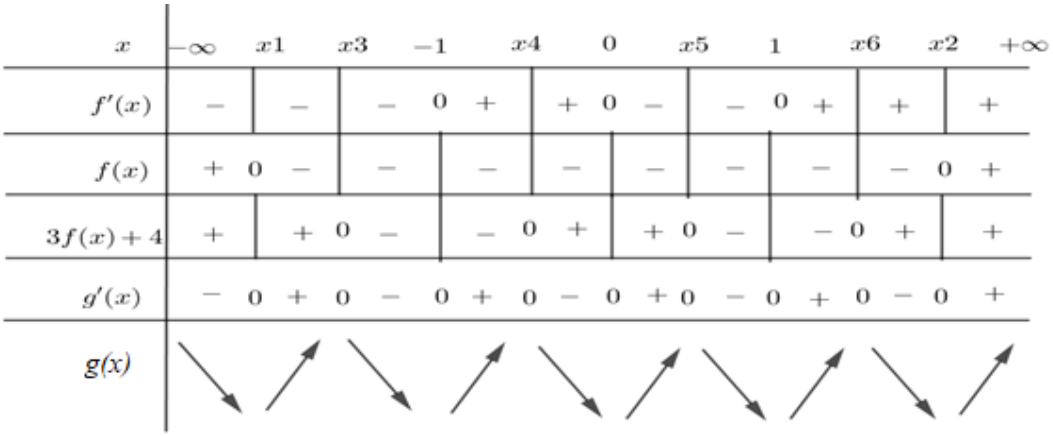
Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có:

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=0\end{array}\right.$$

Phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm x_1 và x_2 (giả sử $x_1<x_2$). Suy ra $x_1<-1$ và $1<x_2$.

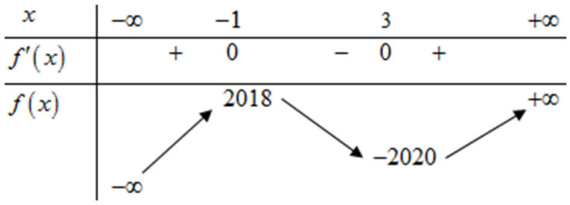
Phương trình $f(x)=-\dfrac{4}{3}$ có 4 nghiệm x_3, x_4, x_5 x_6 (giả sử $x_3<x_4<x_5<x_6$). Và 4 giá trị thỏa mãn yêu cầu sau: $x_1<x_3<-1;-1<x_4<0;0<x_5<1;1<x_6<x_2$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$



Suy ra hàm số $y=g(x)$ có 5 điểm cực tiểu.

Câu 20: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



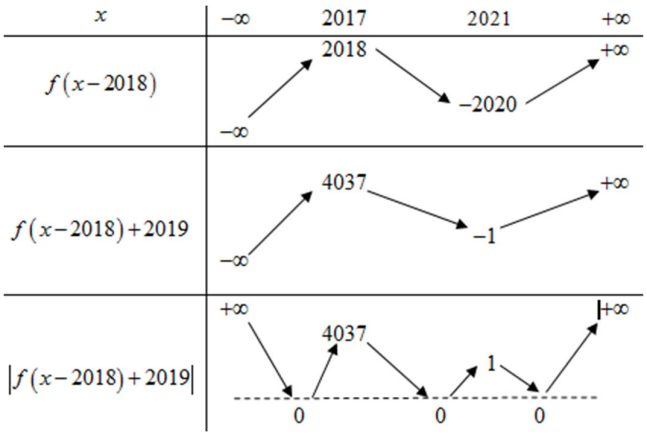
Hỏi đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x-2018\right)+2019\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

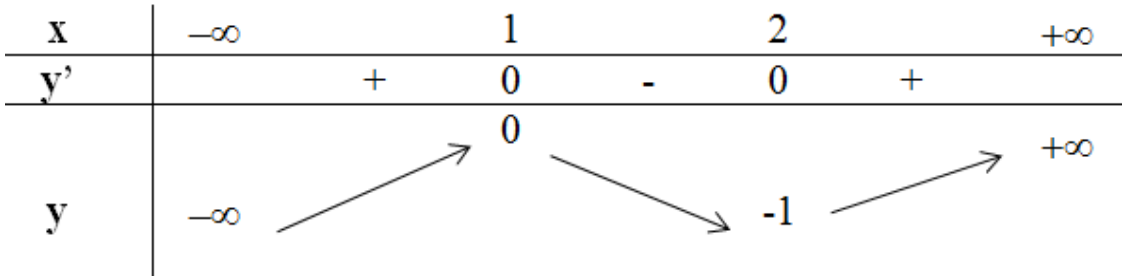
Ta có bảng biến thiên của các hàm số $f\left(x-2018\right)$, $f\left(x-2018\right)+2019$, $\left|f\left(x-2018\right)+2019\right|$ như sau:



Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2018\right)+2019\right|$ có 5 điểm cực trị.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Số điểm cực trị của hàm số $f\left(x\right)$ là?

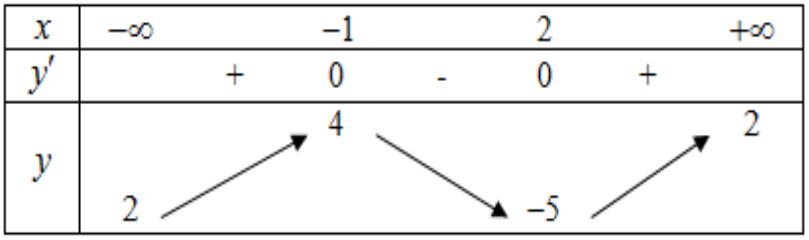
A. 2. **B.** 4. **C.** 3 **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy y' đổi dấu 2 lần nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số có bốn điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

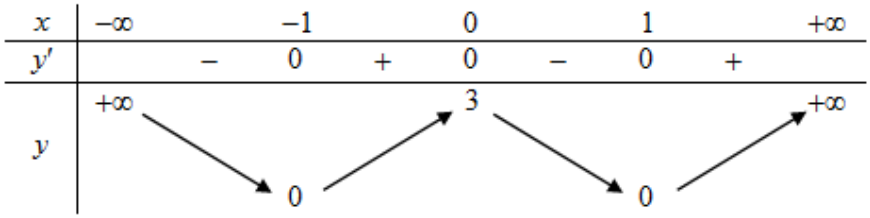
C. Hàm số không có cực đại. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy y' đổi dấu từ âm sang dương tại điểm $x=2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.



Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

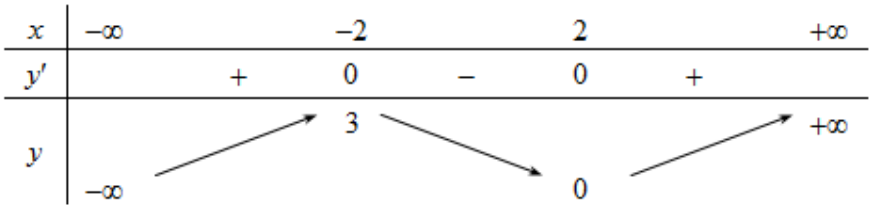
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0. **D.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=0\Rightarrow y_{cd}=3$ và hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm 1\Rightarrow y_{ct}=0$. Vậy đáp án sai là **C**.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.



Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho lần lượt là

A. $3;-2$ **B.** $2;0$. **C.** $-2;2$. **D.** $3;0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=-2\Rightarrow y_{cd}=3$ và hàm số đạt cực tiểu tại $x=2\Rightarrow y_{ct}=0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

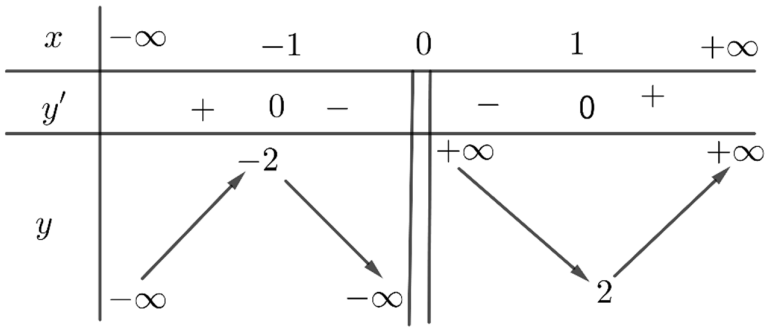
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm, hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và $x=1$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Cực đại của hàm số bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 2.

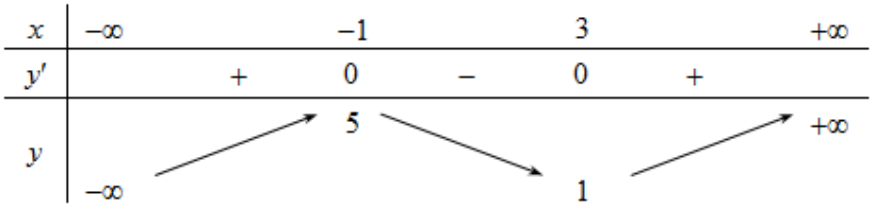
Lời giải

Chọn B.

Từ BBT ta có cực đại của hàm số bằng -2.

Chú ý: Cực trị chính là giá trị cực trị.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.



Đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 4 **B.** 2 . **C.** 3. **D.** 5 .

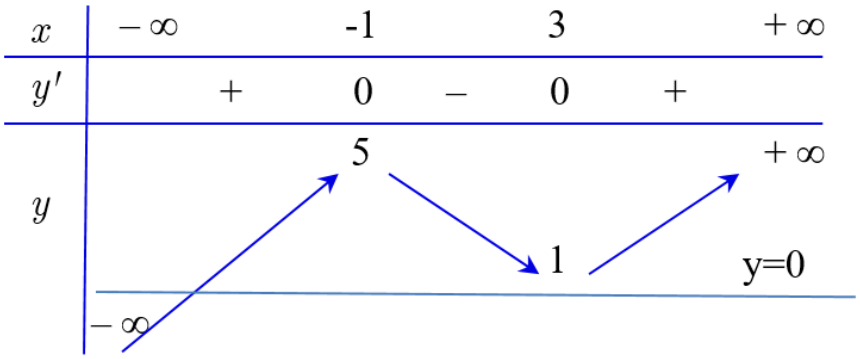
Lời giải

Chọn C

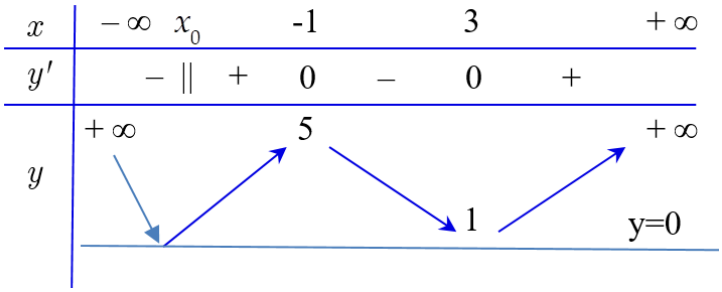
Đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có được bằng cách giữ nguyên phần đồ thị nằm phía trên trục hoành của hàm số $y=f(x)$ sau đó lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành của hàm số $y=f(x)$ qua trục hoành.

Từ bảng biến thiên ta thấy $y_{cd}=5; y_{ct}=1$ đều nằm trên trục hoành, do đó đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có ba điểm cực trị.

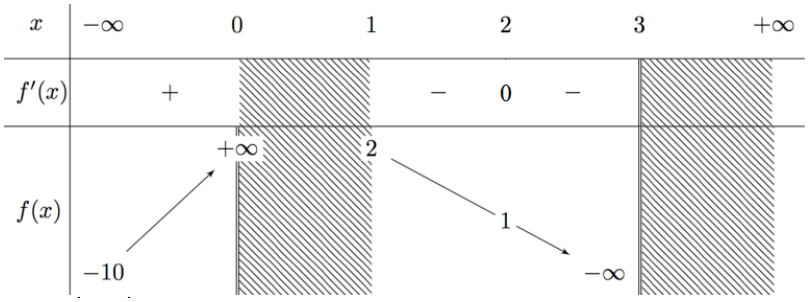
Hoặc dựa vào bảng biến thiên
Bước 1: Vẽ đường thẳng $y=0$



Bước 2: Lấy đối xứng phần đường phía dưới đường thẳng $y=0$ qua nó ta được



Câu 8. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



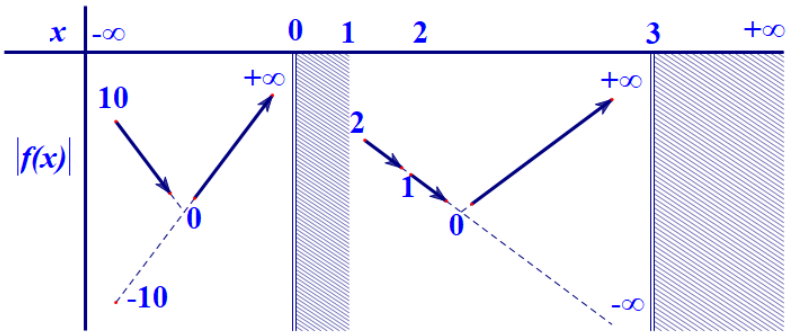
Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

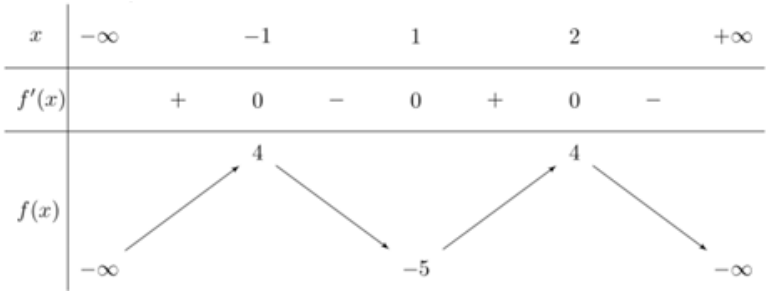
Chọn C

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 2 điểm cực trị.

Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



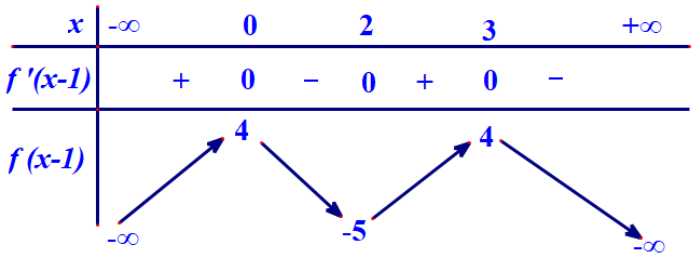
Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Bước 1: Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ sang phải 1 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=f\left(x-1\right)$. Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x-1\right)$ như hình H1 dưới đây.



Hình H1

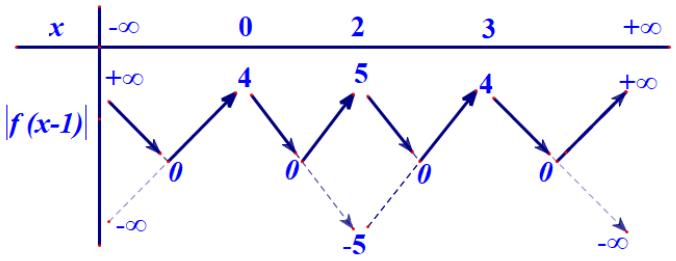
Bước 2: Vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$ từ đồ thị hàm số $y=f\left(x-1\right)$.

- Giữ nguyên phần đồ thị $\left(C\right):y=f\left(x-1\right)$ phần nằm trên và phía trên trục Ox , gọi đó là $\left(C_1\right)$.

- Lấy đối xứng phần đồ thị $\left(C\right)\left(C\right):y=f\left(x-1\right)$ nằm phía dưới trục Ox qua trục Ox , gọi phần nhận được là $\left(C2\right)$.

Đồ thị $(G): y=|f(x-1)|$ bao gồm hai phần (C_1) và (C_2).

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x-1)|$ như hình H2 dưới đây.



Hình H2

Từ bảng biến thiên H2, ta thấy hàm số $y=|f(x-1)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	

Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm, hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và $x=2$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số đã cho lần lượt là?

A. 3 và -2. **B.** 2 và 0. **C.** -2 và 2. **D.** 3 và 0.

Lời giải

Chọn C

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số có ba điểm cực trị.

B. Hàm số có một điểm cực trị.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

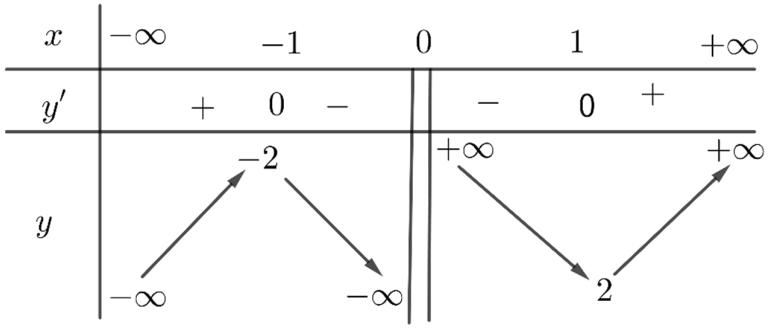
D. Hàm số không có điểm cực trị.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu, ta thấy y' đổi dấu hai lần nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Cực tiểu của hàm số bằng

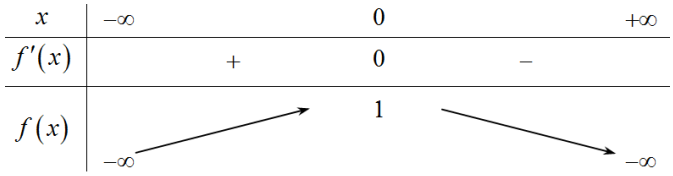
A. -1. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

Từ BBT ta có cực tiểu của hàm số bằng 2.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Cực đại của hàm số là 0.

B. Giá trị lớn nhất của hàm số là 1.

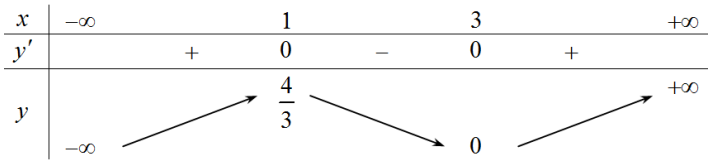
C. Cực đại của hàm số là 1.

D. Hàm số có một điểm cực trị.

Lời giải

Chọn A

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có hai cực trị là $\frac{4}{3}$ và 0.

B. Hàm số có hai điểm cực trị là 1 và 3.

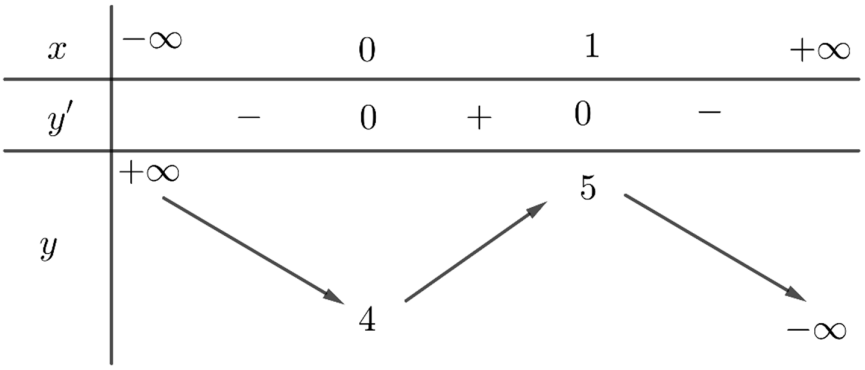
C. Hàm số có hai cực trị là 1 và 3.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

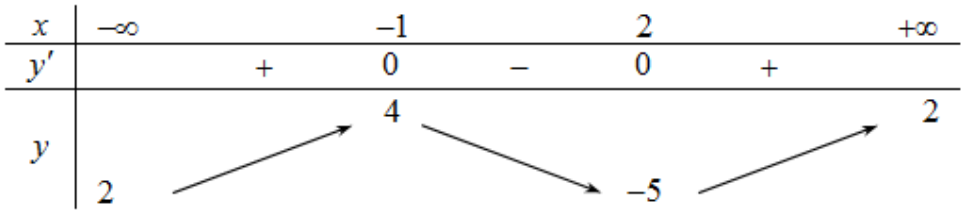
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị và đồ thị cắt trục hoành tại một điểm nên khi lấy đối xứng phần bên dưới Ox qua Ox được thêm một điểm cực trị nữa.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A.

Từ BBT ta thấy đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 4 điểm cực trị.

Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-5	↗	4	↘	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+5\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=f\left(x\right)$ có ba điểm cực trị. Phương trình $f\left(x\right)+5=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-5$ có hai nghiệm đơn và một nghiệm bội chẵn là $x=-5$ (không tính).

Vậy đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+5\right|$ có năm điểm cực trị.

Câu 19. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-5	↗	4	↘	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có bảy điểm cực trị?

A. $\left(-4;5\right)$. **B.** $\left(-5;4\right)$.

C. $m\le -5$ hoặc $m\ge 4$. **D.** $m<-4$ hoặc $m>5$.

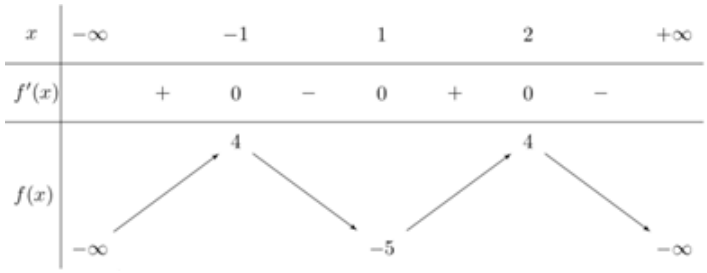
Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=f\left(x\right)$ có ba điểm cực trị. Suy ra hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có bảy điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f\left(x\right)+m=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-m$ có tổng số nghiệm đơn và bội lẻ là 4.

Dựa vào đồ thị ta có $-5<-m<4\Leftrightarrow -4<m<5$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



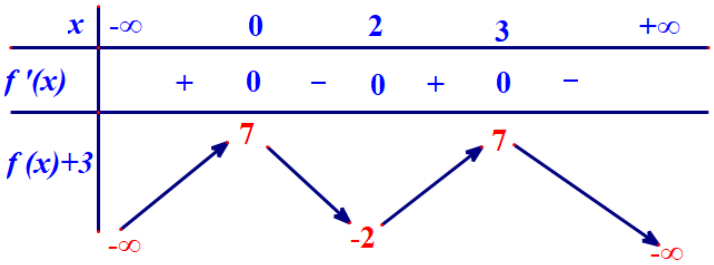
Đồ thị hàm số $y=\left|f(x)+3\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Bước 1: Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ lên trên 3 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=f(x)+3$. Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)+3$ như hình H3 dưới đây.



H3

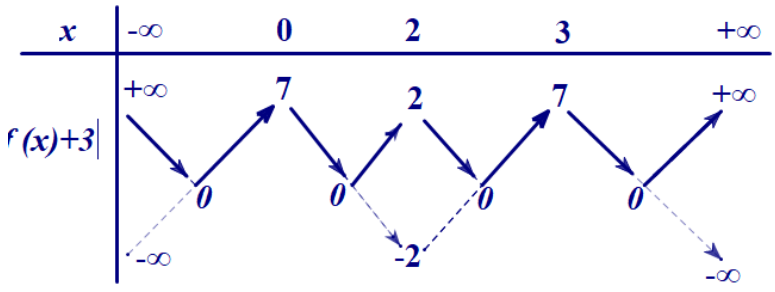
Bước 2: Vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f(x)+3\right|$ từ đồ thị hàm số $y=f(x)+3$.

- Giữ nguyên phần đồ thị $(C):y=f(x)+3$ phần nằm trên và phía trên trục Ox, gọi đó là (C_1).

- Lấy đối xứng phần đồ thị $(C):y=f(x)+3$ nằm phía dưới trục Ox qua trục Ox, gọi phần nhận được là $(C2)$.

Đồ thị $(G):y=\left|f(x)+3\right|$ bao gồm hai phần (C_1) và (C_2).

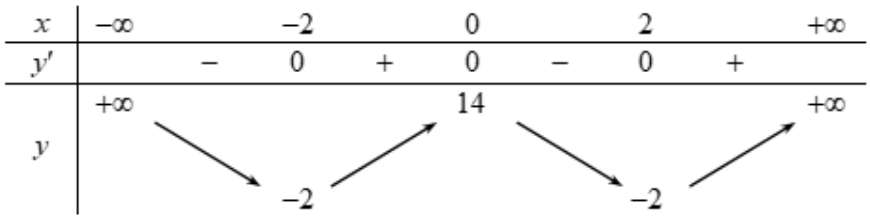
Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f(x)+3\right|$ như hình H4 dưới đây.



H4

Từ bảng biến thiên H4, ta thấy hàm số $y=\left|f\left(x\right)+3\right|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 21. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

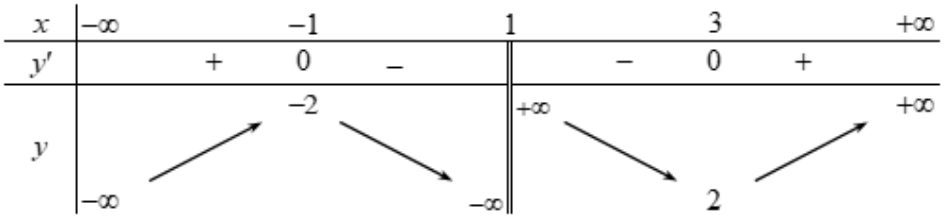
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 14 . **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng -2 .

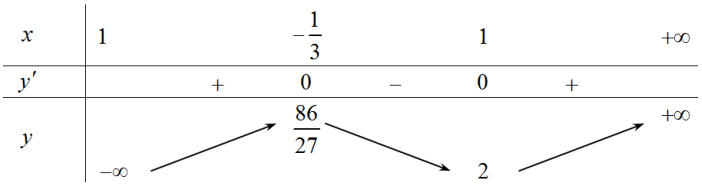
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số lần lượt là $\frac{86}{27}$ và 2.

C. Cực đại và cực tiểu của hàm số lần lượt là $\frac{86}{27}$ và 2.

D. Hàm số có hai cực trị.

Lời giải

Chọn B

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Cực đại của hàm số là -1.

C. Cực tiểu của hàm số là 2.

D. Điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số lần lượt là -1 và 3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có cực đại của hàm số là -2.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	-1	↗	2	↘	1

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

B. Hàm số có 3 cực trị.

C. Cực đại của hàm số là 1.

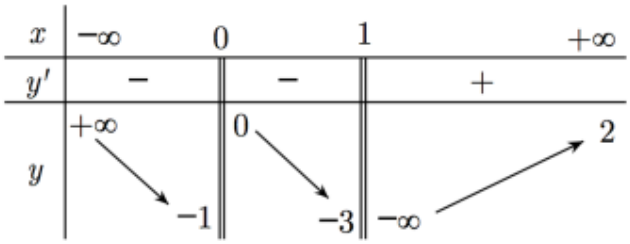
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



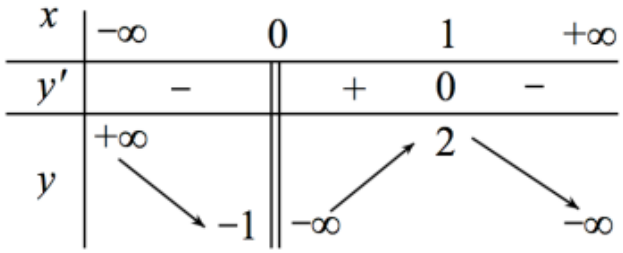
Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số có một điểm cực trị.
B. Hàm số **không** có điểm cực trị.
C. Hàm số có bốn điểm cực trị.
D. Hàm số có hai điểm cực trị.

Lời giải

Chọn B
Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số **không** có điểm cực trị.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



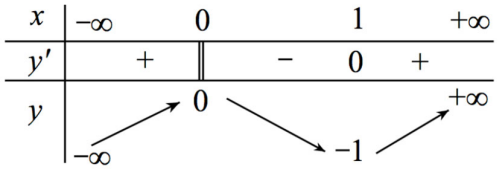
Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Cực đại của hàm số là 2.
B. Hàm số có 2 điểm cực trị.
C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;2)$.
D. Hàm số không có điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn B
Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số có một điểm cực trị.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

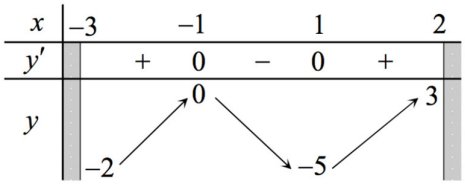
A. Hàm số có đúng một điểm cực trị.
B. Hàm số có cực tiểu là 1.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.
D. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là 0 và -1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

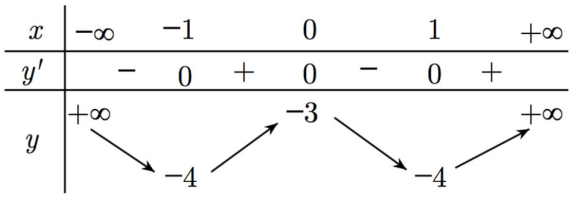
A. Giá trị lớn nhất của hàm số là 3.
B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là -5.
C. Cực đại và cực tiểu của hàm số lần lượt là 0 và -5.
D. Hàm số có hai cực trị là -1 và 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số có hai cực trị lần lượt là 0 và -5 nên đáp án D sai.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

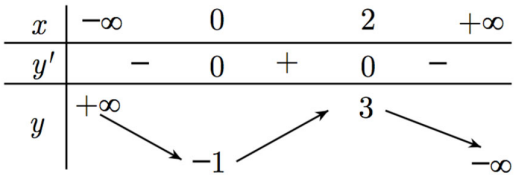
A. Hàm số có ba cực trị.
B. Hàm số có ba điểm cực trị.
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là -4.
D. Hàm số có điểm cực đại là 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số có hai cực trị là -3 và -4.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Cực tiểu của hàm số là -1.

B. Cực đại của hàm số là 3.

C. Hàm số có hai điểm cực trị là 0 và 2.

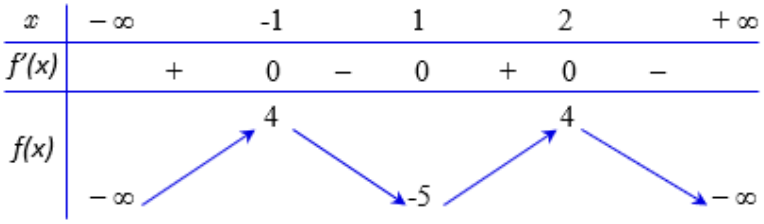
D. Hàm số có hai cực trị là 0 và 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số có điểm cực trị là 0 và 2 nên đáp án D sai.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

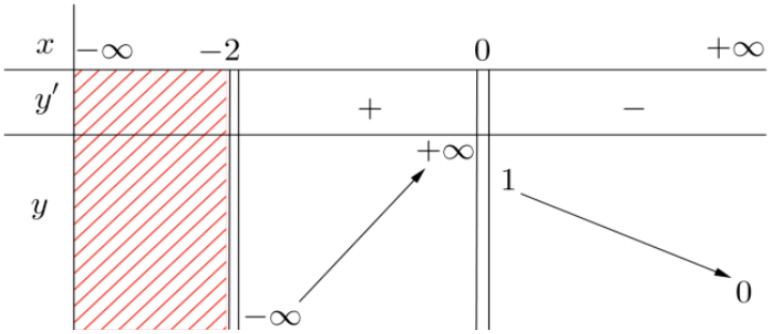
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có cực tiểu (giá trị cực tiểu) là -5; cực đại (giá trị cực đại) là 4.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

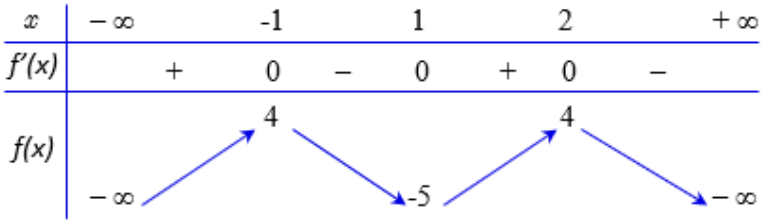
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ không có điểm cực trị và đồ thị chỉ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất nên đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có duy nhất 1 điểm cực trị.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



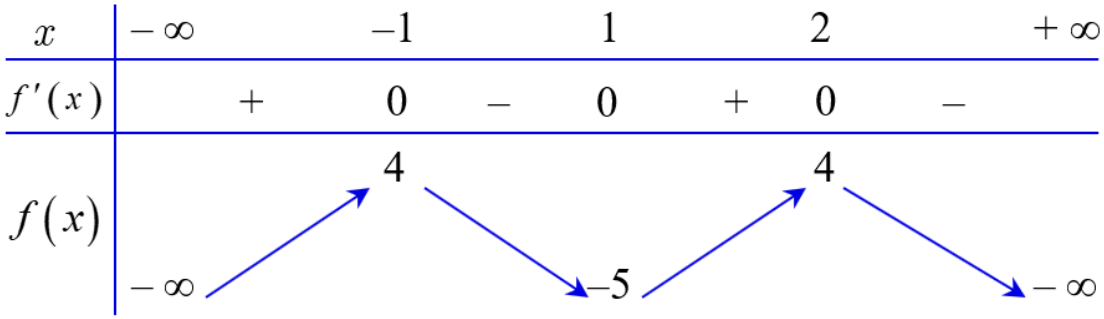
Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=|f(x)-4|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

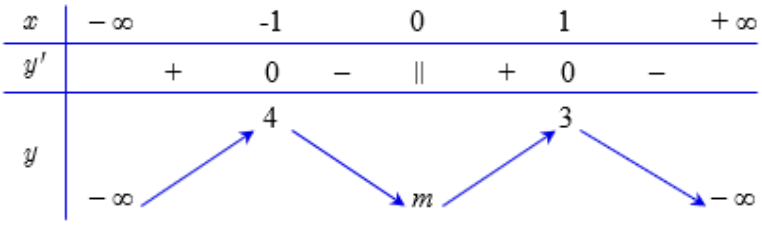
Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị. Phương trình $f(x)-4=0\Leftrightarrow f(x)=4$ có hai nghiệm bội chẵn là $x=-1$ và $x=2$ (không tính).

Vậy đồ thị hàm số $y=|f(x)-4|$ có ba điểm cực trị.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Biết đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 7 điểm cực trị. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $0<m<3$. **B.** $m<0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $0\le m<3$.

Lời giải

Chọn B

Nếu $m\ge 0$, khi đó đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ chỉ có 5 điểm cực trị.

Nếu $m<0$, khi đó đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ chỉ có 7 điểm cực trị.

BÀI TOÁN 7: XÁC ĐỊNH MAX, MIN DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN.

A. LÝ THUYẾT:

❒ Bài toán

Xác định giá trị lớn nhất, nhỏ nhất dựa vào bảng biến thiên.

- **Giá trị lớn nhất** của hàm số là **số lớn nhất** thể hiện trong **hàng** y của bảng biến thiên.
- **Giá trị nhỏ nhất** của hàm số là **số nhỏ nhất** thể hiện trong **hàng** y của bảng biến thiên.

Chú ý:

- Nếu **hàng** y có chứa $+\infty$ thì ***không tồn tại*** giá trị lớn nhất.
- Nếu **hàng** y có chứa $-\infty$ thì ***không tồn tại*** giá trị nhỏ nhất.
- Để có giá trị lớn nhất, nhỏ nhất thì tồn tại $x_0 \in D$.
-

*** Ví dụ: với bảng biến thiên:**

x	a		x_1		x_2		x_3		b
y'		$+$		$-$		$+$		$-$	
y	$f(a)$	↗	$f(x_1)$	↘	$f(x_2)$	↗	$f(x_3)$	↘	$f(b)$

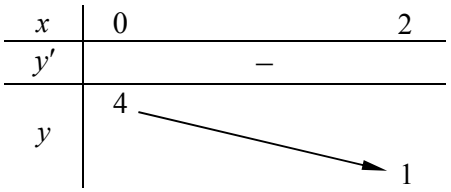
- Để tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ ta so sánh $f(x_1)$ và $f(x_3)$ và chọn ra số lớn hơn.
- Để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$, ta so sánh $f(a)$, $f(x_2)$, $f(b)$ và chọn ra số nhỏ nhất.

*** Khi xác định GTLN, GTNN của hàm số $y=f(x)$ trên K, ta cần chú ý:**

- Nếu tìm ra số nhỏ nhất (lớn nhất) y_0 mà $y_0=f(x_0)$ và $x_0 \notin K$ thì y_0 không phải là GTNN (GTLN).
- Nếu tìm ra số nhỏ nhất (lớn nhất) y_0 mà y_0 là kết quả của giới hạn (nghĩa là $\lim\limits_{x\to-\infty} y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty} y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+} y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} y=y_0$) và $\forall x\in K$, $f(x)>y_0$ ($f(x)<y_0$) thì y_0 không phải là GTNN (GTLN).
- $\min\limits_K y=y_0$ hoặc $\max\limits_K y=y_0$ của hàm số đạt tại $x=x_0$ thì tại đó (tại $x=x_0$) đạo hàm $f'(x)$ có thể bằng một số thực hoặc có thể không xác định.
- Nếu trong phần giá trị y của bảng biến thiên có $+\infty$ thì hàm số không có GTLN và có $-\infty$ thì hàm số không có GTNN.

B. VÍ DỤ MINH HỌA:

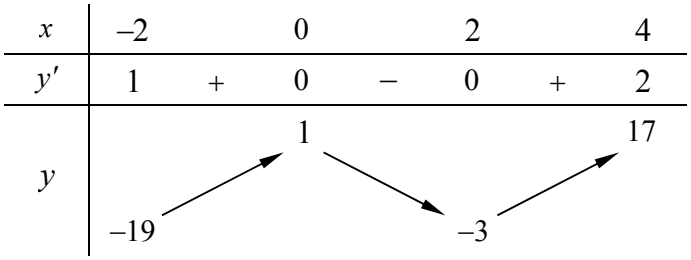
Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[0;2]$ như sau



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $M=4$ và $m=1$. **B.** $M=0$ và $m=2$. **C.** $M=2$ và $m=0$. **D.** $M=1$ và $m=4$.

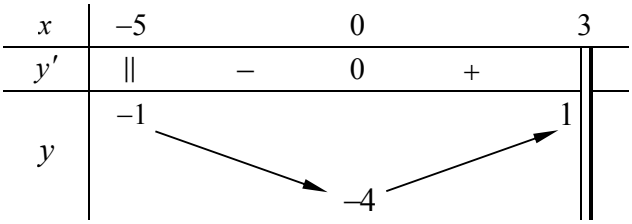
Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-2;4]$ như sau



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

A. $f(-2)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(4)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-5;3)$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

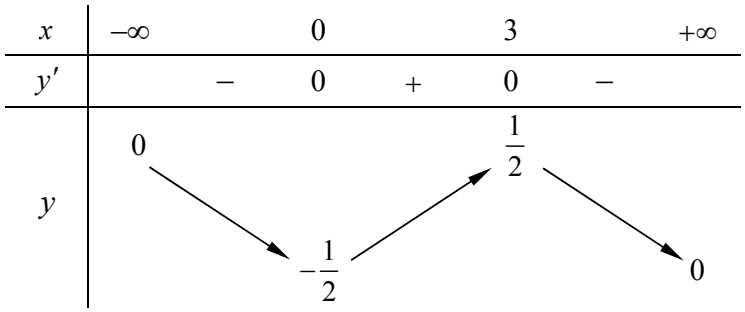
A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

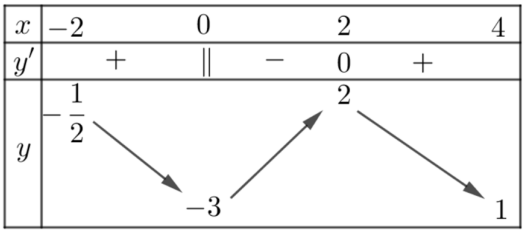
A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-2;4]$ như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x)|$?

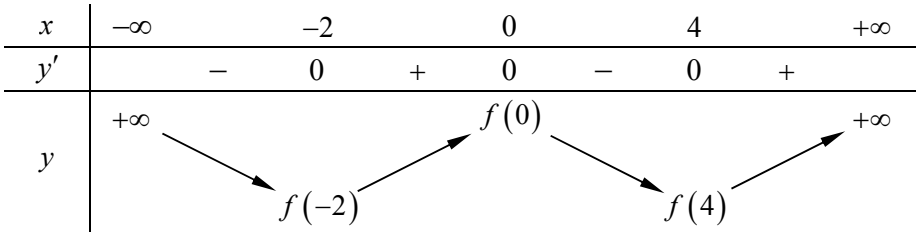
A. $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|$ không tồn tại.

B. $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|=1$.

C. $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|=2$.

D. $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|=3$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(|x|)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

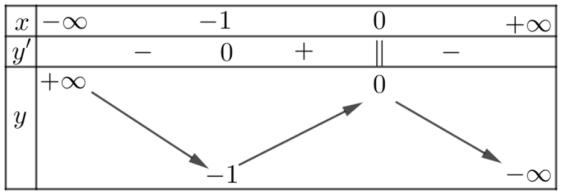
A. $f(2)$.

B. $f(0)$.

C. $f(4)$.

D. Không xác định được.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y=|f(|x|)|$?

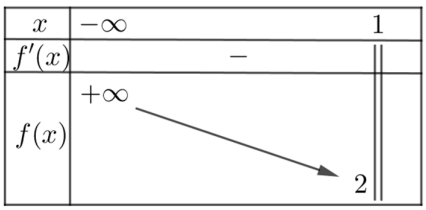
A. Hàm số $y=|f(|x|)|$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

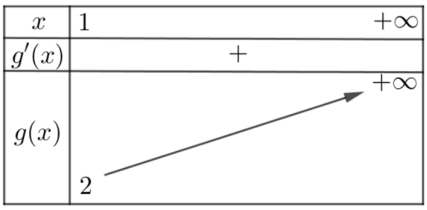
B. Hàm số $y=|f(|x|)|$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất bằng 0.

C. Hàm số $y=|f(|x|)|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=|f(|x|)|$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 và có giá trị lớn nhất bằng 0.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;1)$, hàm số $y=g(x)$ liên tục trên $[1;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau





Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số (C): $y=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x<1 \\ g(x) & \text{khi } x\ge 1 \end{cases}$?

A. Hàm số (C) không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số (C) không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số (C) có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số (C) có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0 ‖ 0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai** khi nói về hàm số (C): $y=g(x)=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x\ne 2 \\ -3 & \text{khi } x=2 \end{cases}$?

A. Hàm số (C) không có cực đại.

B. Hàm số (C) không có cực tiểu.

C. Hàm số (C) không có giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số (C) không có giá trị lớn nhất.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|f(x)\right|+m^2+m-2$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-3;1]$ như sau

x	-3		1
y'	4	$+$	0
y		↗	0
	-5		

Giá trị nhỏ nhất M và giá trị lớn nhất m của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;1]$ là

A. $M=4$ và $m=0$. **B.** $M=0$ và $m=-5$. **C.** $M=-3$ và $m=1$. **D.** $M=-5$ và $m=0$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-6;0]$ như sau

x	-6		-3		0
y'	-2	$-$	$\|\|$	$+$	0
y	7	↘		↗	6
			0		

Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-6;0]$ là

A. $M=7$ và $m=0$. **B.** $M=0$ và $m=6$. **C.** $M=6$ và $m=7$. **D.** $M=0$ và $m=7$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-2;4]$ như sau

x	-2		0		2		4
y'	1	$+$	0	$-$	0	$+$	2
y		↗	1	↘		↗	17
	-19				-3		

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

A. $f(-2)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(4)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;4]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-1		4
y'		$+$	
y		↗	9
	2		

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

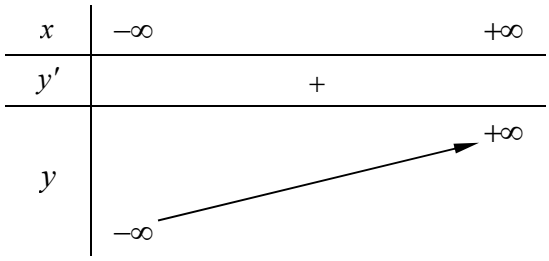
A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-1;4)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị lớn nhất trên nữa khoảng $[-1;4)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ trên nữa khoảng $(-1;4]$.

D. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;4]$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y=f(\sin x)$?

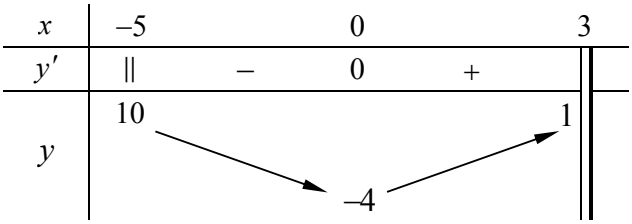
A. Hàm số $y=f(\sin x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(\sin x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=f(\sin x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=f(\sin x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-5;3)$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

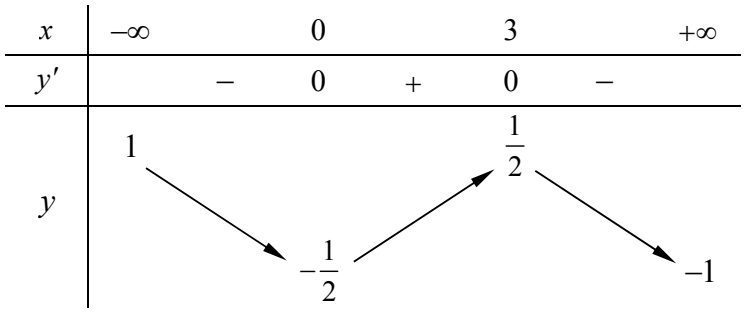
A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

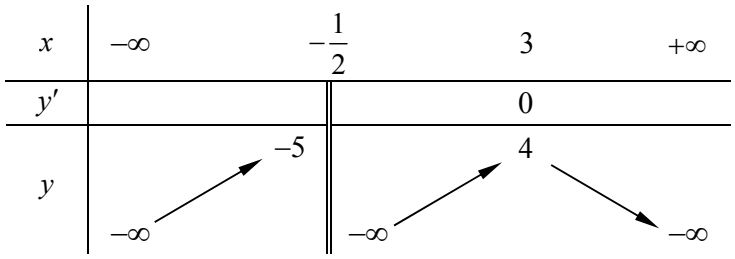
A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

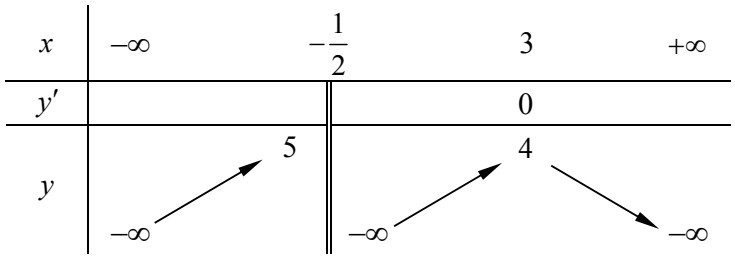
A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

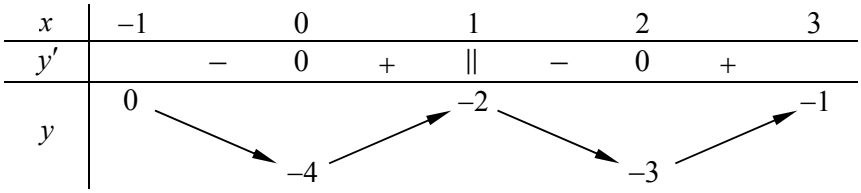
A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

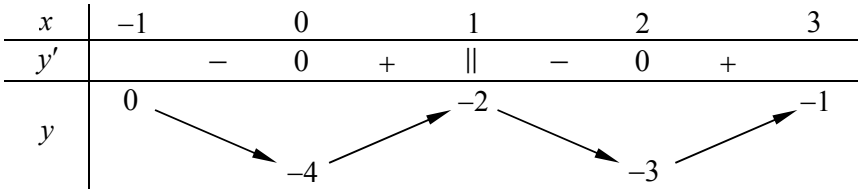
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)+2$ bằng trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. -4. **B.** -1. **C.** -3. **D.** -2.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x+2)$ bằng trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. -4. **B.** -1. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-3;5]$ như sau

x	-3		-1		1		5
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y		$\searrow$	4	$\nearrow$	0	$\searrow$	4
			-1				

Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$?

A. $\min\limits_{[-3;5]}\left|f\left(x\right)\right|$ không tồn tại. **B.** $\min\limits_{[-3;5]}\left|f\left(x\right)\right|=0$.

C. $\min\limits_{[-3;5]}\left|f\left(x\right)\right|=-1$. **D.** $\min\limits_{[-3;5]}\left|f\left(x\right)\right|=4$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$
		$-\infty$					

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 2 và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và không có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 3 và không có giá trị lớn nhất.

Câu 14: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $\left[-1;5\right]$ như sau

x	-1		1		5
y'		$-$	$\|\|$	$+$	
y	9	$\searrow$	1	$\nearrow$	8

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Trên $\left(-1;5\right]$, hàm số $y=f\left(x\right)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và không có giá trị lớn nhất.

B. Trên $\left(-1;5\right]$, hàm số $y=f\left(x\right)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và có giá trị lớn nhất bằng 8.

C. Trên $\left(-1;5\right]$, hàm số $y=f\left(x\right)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và có giá trị lớn nhất bằng 9.

D. Trên $\left(-1;5\right]$, hàm số $y=f\left(x\right)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

Câu 15: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $\left[-1;5\right]$ như sau

x	-1		1		5
y'		$-$	$\|\|$	$+$	
y	9	$\searrow$	1	$\nearrow$	8

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Trên $\left[-1;5\right)$, hàm số $y=f\left(x\right)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và không có giá trị lớn nhất.

B. Trên $\left[-1;5\right)$, hàm số $y=f\left(x\right)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và có giá trị lớn nhất bằng 8.

C. Trên $\left[-1;5\right)$, hàm số $y=f\left(x\right)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và có giá trị lớn nhất bằng 9.

D. Trên $[-1;5)$, hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↘	$f(-4)$	↗	$f(0)$	↘	$f(2)$	↗	$-\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(|x|)$ trên đoạn $[-4;2]$ bằng

A. $f(2)$. **B.** $f(0)$.

C. $f(4)$. **D.** Không xác định được.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-1	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$?

A. Hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;0]$, hàm số $y=g(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	
$g(x)$	1	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số (C): $y=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x\le 0 \\ g(x) & \text{khi } x>0 \end{cases}$?

A. Hàm số (C) không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số (C) không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số (C) có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số (C) có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0 0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng** khi nói về hàm số (C): $y=g(x)=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x\neq 2 \\ 3 & \text{khi } x=2 \end{cases}$?

A. Hàm số (C) có giá trị nhỏ nhất. **B.** Hàm số (C) liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số (C) có tập xác định là $D=\mathbb{R}$. **D.** Hàm số (C) có giá trị lớn nhất.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|f(x)+m\right|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0. Khi đó số phần tử của tập $S\cap\mathbb{N}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[0;4]$ như sau

x	0		4
y'	$\|\|$	$+$	4
y		$\nearrow$	0
	-4		

Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ là

A. $M=4$ và $m=0$. **B.** $M=4$ và $m=-4$. **C.** $M=0$ và $m=4$. **D.** $M=0$ và $m=-4$.

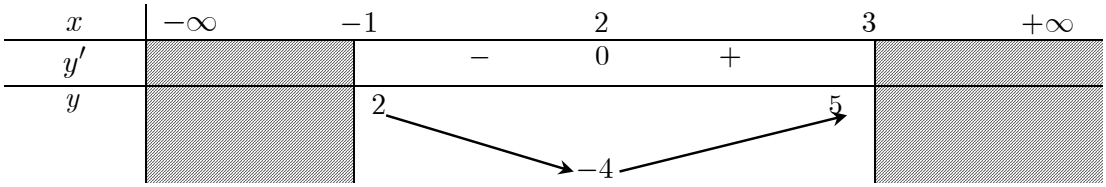
Câu 2. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;2]$ như sau

x	-1		0		2
y'	-2	$-$	$\|\|$	$+$	0
y	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ đạt được tại x bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 3. **[NB] (THPT Bà Rịa Vũng Tàu lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

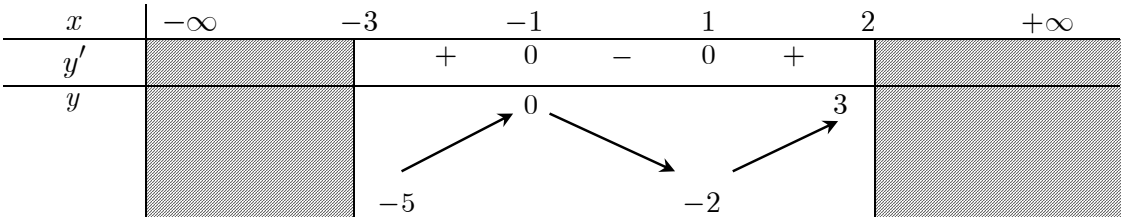
A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng -1.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng -4.

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng 3.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng 2.

Câu 4. **[NB] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh – Phú Yên năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-3;2)$, $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)=-5$, $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=3$ và có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

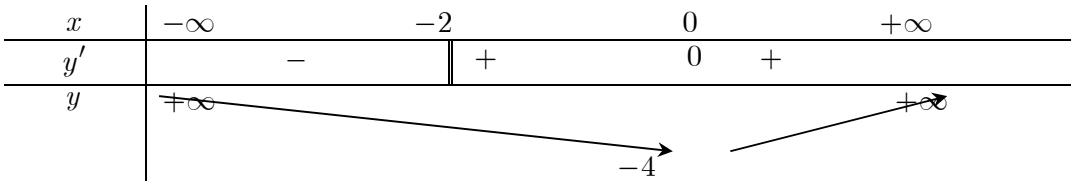
A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-3;2)$.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-3;2)$ bằng 0.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2.

Câu 5. **[NB]** Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

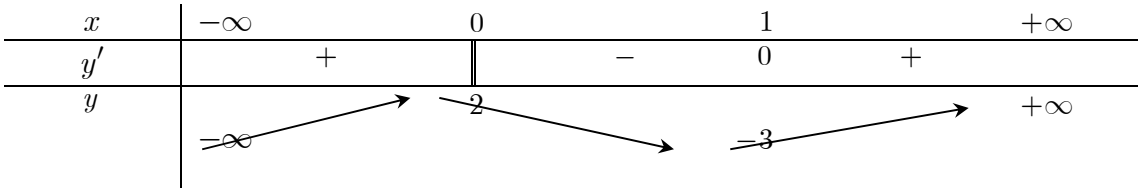
A. Hàm số có đúng hai cực trị.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -4.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.

D. Hàm số không xác định tại $x=-2$.

Câu 6. **[NB] (THPT Hậu Lộc 1 – Thanh Hóa lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 7. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, lên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	-1		0		2
y'	-2	$-$	$\|\|$	$+$	0
y	2	↘	-1	↗	0

Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=0$ và $y=5$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 8. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$-$	
y	2	↘	$-\infty$ $\|\|$ 0	↗	5	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 đường tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5.

Câu 9. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	2	↘	$-\infty$ $\|\|$	↘	0	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

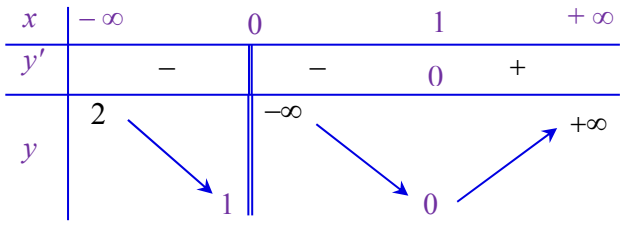
A. Đường thẳng $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

C. Đường thẳng $x=0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2.

Câu 10. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên nửa khoảng $[-3;2)$ có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng?**

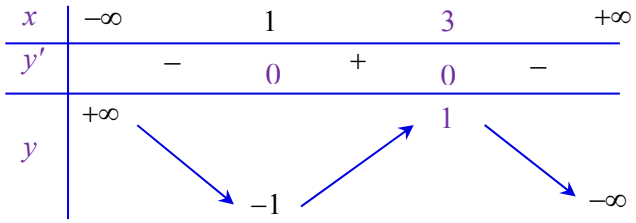
A. $\min\limits_{[-3;2)} y=-2$.

B. $\max\limits_{[-3;2)} y=3$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số đạt được tại $x=1$.

Câu 11. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng?**

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số có đúng một cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 và giá trị lớn nhất bằng 1.

Câu 12. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;2]$. Giá trị của $M+m$ bằng bao nhiêu ?

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	3	↘	0	↗	2	↘	
	-2								1

A. 3. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 13. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dạng

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	-2	$-$	0	$+$	2	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(2\sin x)$ đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là M và m. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m=-2M$. **B.** $M=2m$. **C.** $M+m=0$. **D.** $M+m=2$.

Câu 14. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	
y		↗	2	↘	
	-1				1

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1.

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 1.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 và 1.

Câu 15. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau:

x	$-\infty$		-5		1		7		$+\infty$
y'			‖	$-$	0	$+$	‖		
y			‖	↘	6	↗	9		
			‖		2				

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

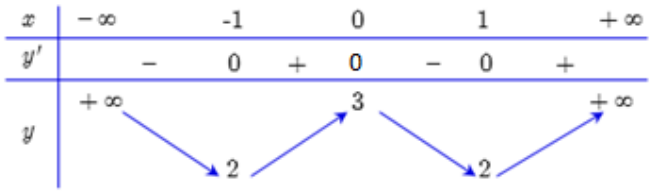
A. $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên —.

B. $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=6$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$.

C. $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$.

D. $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=6$.

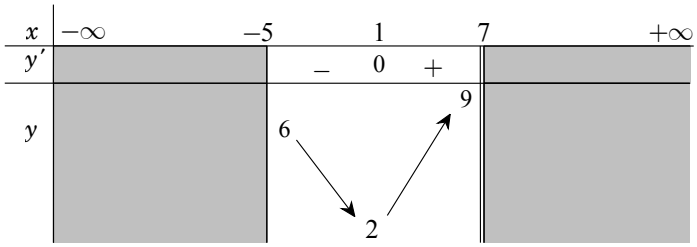
Câu 16. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x+3)$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. 64. **B.** 65. **C.** 66. **D.** 67.

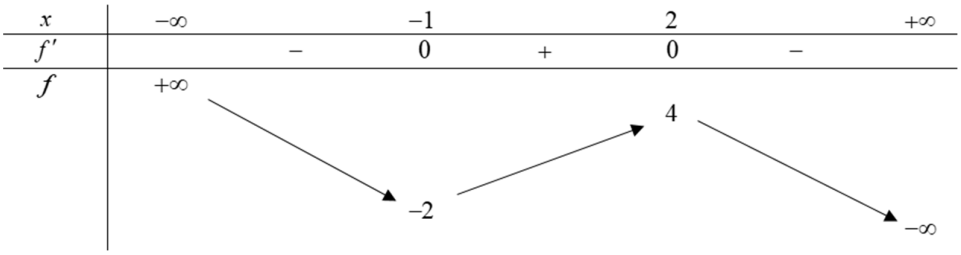
Câu 17. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Hàm số $y=f(|x-1|)$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $f(-2)$. **B.** $f(2)$. **C.** $f(1)$. **D.** $f(0)$.

Câu 18. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=g(x)=f(3-x)$ trên $[0;3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M=f(0)$. **B.** $M=f(3)$. **C.** $M=f(1)$. **D.** $M=f(2)$.

Câu 19. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dạng

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	-2	$-$	0	$+$	2	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(2\sin x)$ đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là M và m. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m=-2M$. **B.** $M=2m$. **C.** $M+m=0$. **D.** $M+m=2$.

Câu 20. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$f(-2)$	↗	$f(0)$	↘	$f(4)$	↗	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(|x|)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

A. $f(2)$. **B.** $f(0)$.

C. $f(4)$. **D.** Không xác định được.

Câu 21. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$\frac{21}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	5	↘	$+\infty$

Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x^2-2x)$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $M.m>10$. **B.** $\frac{M}{m}>2$. **C.** $M-m>3$. **D.** $M+m>7$.

Câu 22. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	3	↘	2	↗	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x+3\right)$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ là

A. 64. **B.** 65. **C.** 66. **D.** 67.

Câu 23. **[VD]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[-2;4\right]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-2		-1		1		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	3	↘	-1	↗	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $g\left(x\right)=f\left(\cos 2x-4\sin^2 x+3\right)$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 24. **[VD]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$\frac{21}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	5	↘	$+\infty$

Gọi $M;m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$. Tìm tổng $M+m$.

A. 3. **B.** 7. **C.** -2. **D.** 2.

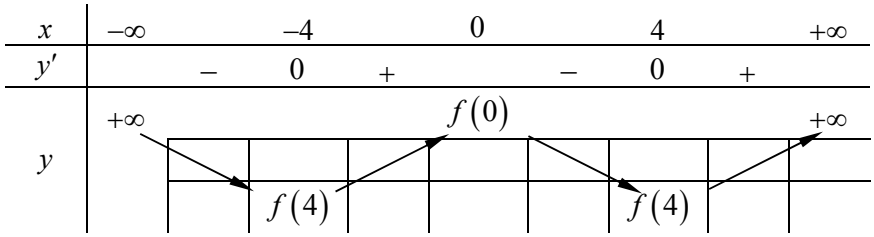
Câu 25. **[VD]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	$-\infty$

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(3-x\right)$ trên $\left[0;3\right]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M=f\left(0\right)$. **B.** $M=f\left(3\right)$. **C.** $M=f\left(1\right)$. **D.** $M=f\left(2\right)$.

Câu 26. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

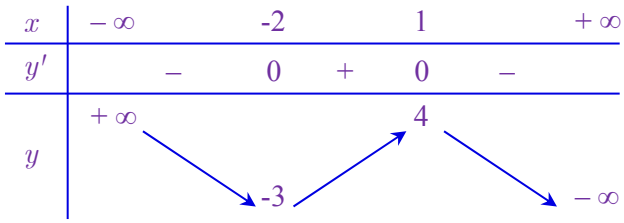


Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(|x|)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

A. $f(2)$. **B.** $f(0)$.

C. $f(4)$. **D.** Không xác định được.

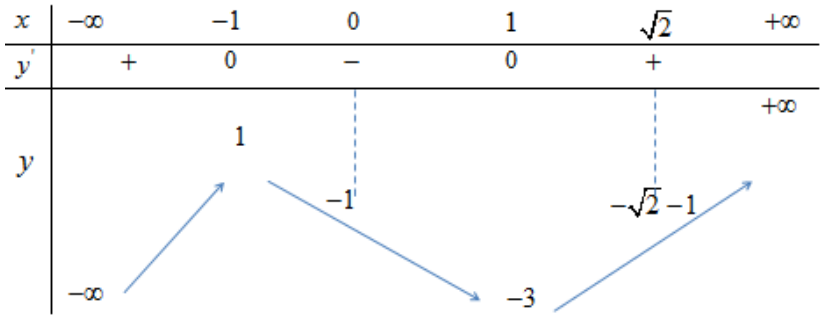
Câu 27. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. `



Hàm số $y=f(|x-1|)$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $f(-2)$. **B.** $f(2)$. **C.** $f(1)$. **D.** $f(0)$.

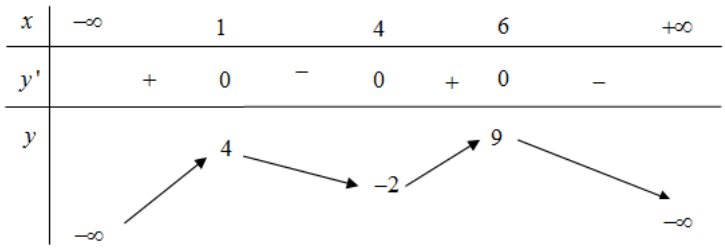
Câu 28. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Xét hàm số $g(x)=x+\sqrt{1-x^2}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(|g(x)|)$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc đoạn $[m;M]$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

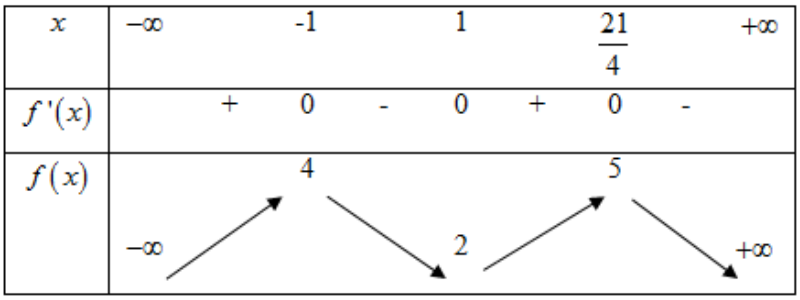
Câu 29. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|-x^2+2x+5\right|\right)$ trên $[-1;3]$ lần lượt là M, m. Tính $M+m$.

A. 13. **B.** 7. **C.** $f(2)-2$. **D.** 2.

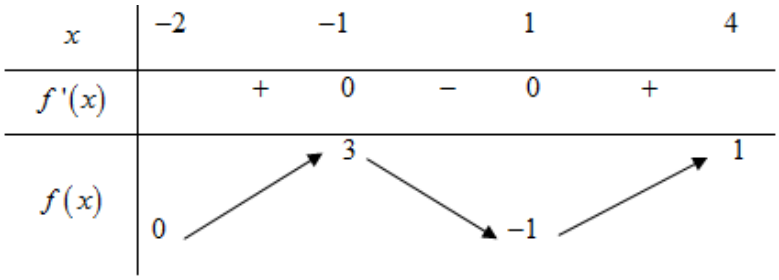
Câu 30. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $M.m>10$. **B.** $\frac{M}{m}>2$. **C.** $M-m>3$. **D.** $M+m>7$.

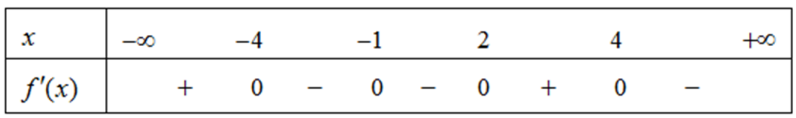
Câu 31. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;4]$ và có bảng biến thiên như sau



Gọi *M*, *m* lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f\left(\cos 2x-4\sin^2 x+3\right)$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 4. **B.** −4. **C.** 2. **D.** 1.

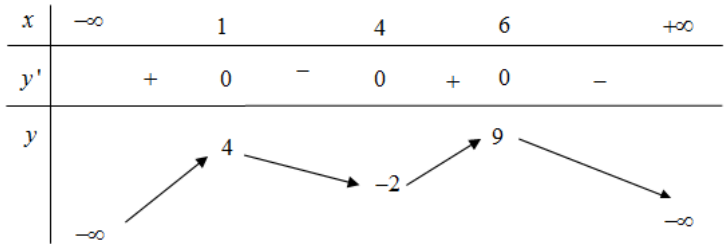
Câu 32. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:



Biết $f(-4)=f(4)=-7$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x)+5|$ trên đoạn $[-4;4]$ đạt được tại điểm nào?

A. $x=-4$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Câu 33. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|-x^2+2x+5\right|\right)$ trên $[-1;3]$ lần lượt là M, m. Tính $M+m$.

A. 13. **B.** 7. **C.** $f(2)-2$. **D.** 2.

BÀI TOÁN 7: XÁC ĐỊNH GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN

A. LÝ THUYẾT:

❒ Bài toán

Xác định giá trị lớn nhất, nhỏ nhất dựa vào bảng biến thiên.

- **Giá trị lớn nhất** của hàm số là **số lớn nhất** thể hiện trong **hàng y** của bảng biến thiên.
- **Giá trị nhỏ nhất** của hàm số là **số nhỏ nhất** thể hiện trong **hàng y** của bảng biến thiên.

Chú ý:

- Nếu **hàng y** có chứa $+\infty$ thì ***không tồn tại*** giá trị lớn nhất.
- Nếu **hàng y** có chứa $-\infty$ thì ***không tồn tại*** giá trị nhỏ nhất.
- Để có giá trị lớn nhất, nhỏ nhắt thì tồn tại $x_0 \in D$.
-

*** Ví dụ: với bảng biến thiên:**

x	a		x_1		x_2		x_3		b
y'		$+$		$-$		$+$		$-$	
y	$f(a)$	↗	$f(x_1)$	↘	$f(x_2)$	↗	$f(x_3)$	↘	$f(b)$

- Để tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ ta so sánh $f(x_1)$ và $f(x_3)$ và chọn ra số lớn hơn.
- Để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$, ta so sánh $f(a)$, $f(x_2)$, $f(b)$ và chọn ra số nhỏ nhất.

*** Khi xác định GTLN, GTNN của hàm số $y=f(x)$ trên K, ta cần chú ý:**

- Nếu tìm ra số nhỏ nhất (lớn nhất) y_0 mà $y_0=f(x_0)$ và $x_0 \notin K$ thì y_0 không phải là GTNN (GTLN).
- Nếu tìm ra số nhỏ nhất (lớn nhất) y_0 mà y_0 là kết quả của giới hạn (nghĩa là $\lim\limits_{x\to-\infty} y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty} y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+} y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} y=y_0$) và $\forall x\in K$, $f(x)>y_0$ ($f(x)<y_0$) thì y_0 không phải là GTNN (GTLN).
- $\min\limits_K y=y_0$ hoặc $\max\limits_K y=y_0$ của hàm số đạt tại $x=x_0$ thì tại đó (tại $x=x_0$) đạo hàm $f'(x)$ có thể bằng một số thực hoặc có thể không xác định.
- Nếu trong phần giá trị y của bảng biến thiên có $+\infty$ thì hàm số không có GTLN và có $-\infty$ thì hàm số không có GTNN.

B. VÍ DỤ MINH HỌA:

Câu 1: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[0;2]$ như sau

x	0		2
y'		$-$	
y	4	↘	1

Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $M=4$ và $m=1$. **B.** $M=0$ và $m=2$. **C.** $M=2$ và $m=0$. **D.** $M=1$ và $m=4$.

Lời giải:

Chọn đáp án A.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $m=\min\limits_{[0;2]} y=1$ khi $x=2$ và $M=\max\limits_{[0;2]} y=4$ khi $x=1$.

Câu 2: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-2;4]$ như sau

x	-2		0		2		4
y'	1	$+$	0	$-$	0	$+$	2
y	-19	↗	1	↘	-3	↗	17

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

A. $f(-2)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(4)$.

Lời giải:

Chọn đáp án D.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[-2;4]} y=17$ khi $x=4$.

Câu 3: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-5;3)$ và có bảng biến thiên như sau

x	-5		0		3
y'	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	-1	↘	-4	↗	1

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

Lời giải:

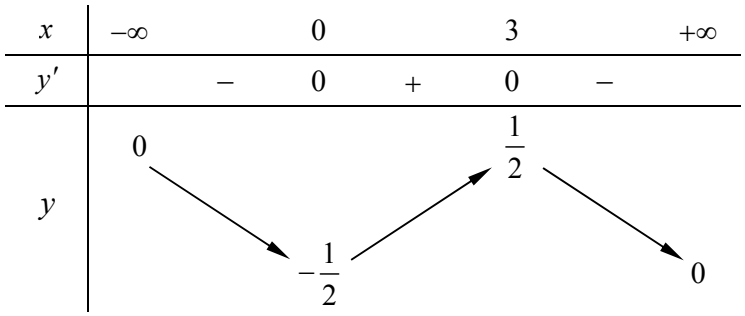
Chọn đáp án D.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy

$\min\limits_{[-5;3)} y=-4$ khi $x=0$.

$\lim\limits_{x\to 3^-} y=1$ và $\forall x\in[-5;3)$, $f(x)<1$ nên hàm số không có GTLN.

Câu 4: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

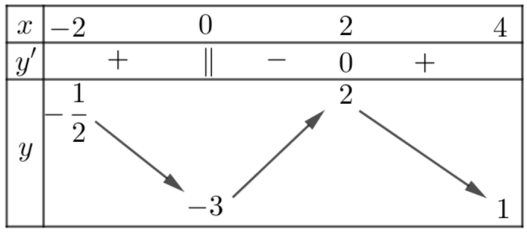
D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Lời giải:

Chọn đáp án D.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{\mathbb{R}} y=-\dfrac{1}{2}$ khi $x=0$ và $\max\limits_{\mathbb{R}} y=\dfrac{1}{2}$ khi $x=3$.

Câu 5: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-2;4]$ như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x)|$?

A. $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|$ không tồn tại.

B. $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|=1$.

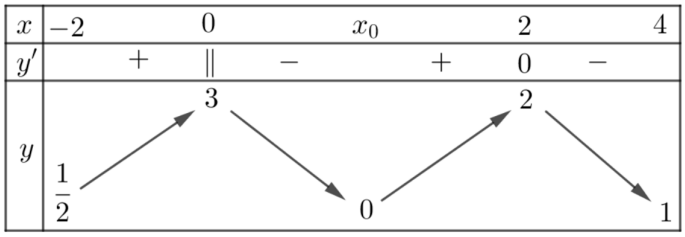
C. $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|=2$.

D. $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|=3$.

Lời giải:

Chọn đáp án D.

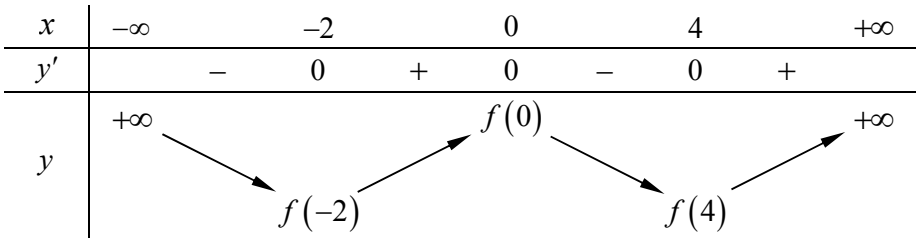
Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y=|f(x)|$ như sau



(Với $x_0\in(0;2)$ sao cho $f(x_0)=0$).

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|=3$ khi $x=0$.

Câu 6: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(|x|\right)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

A. $f(2)$.

B. $f(0)$.

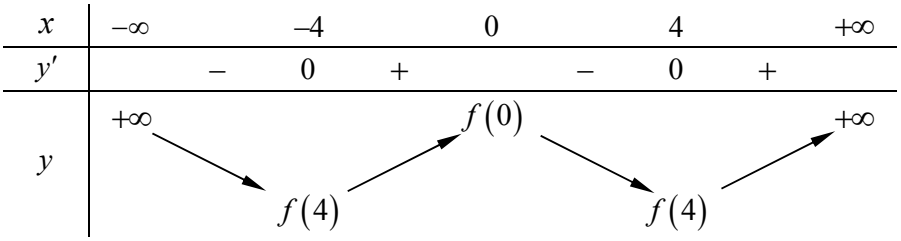
C. $f(4)$.

D. Không xác định được.

Lời giải:

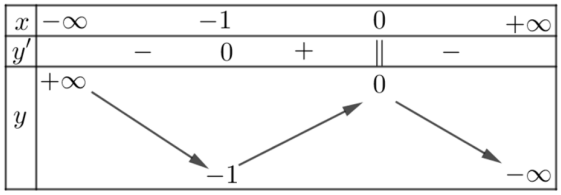
Chọn đáp án C.

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y=f\left(|x|\right)$ như sau



Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{[-2;4]} f\left(|x|\right)=f(4)$.

Câu 7: **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$?

A. Hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất bằng 0.

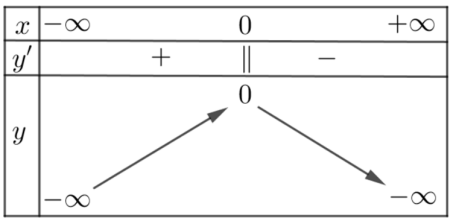
C. Hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và không có giá trị lớn nhất.

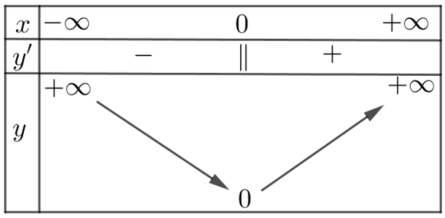
D. Hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 và có giá trị lớn nhất bằng 0.

Lời giải:

Chọn đáp án C.

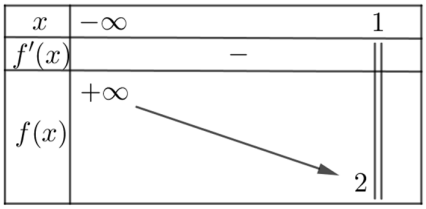
Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hai hàm số $y=f\left(|x|\right)$ và $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ như sau

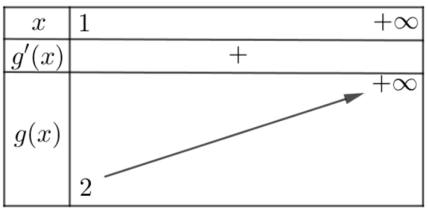




Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{\mathbb{R}}\left|f\left(|x|\right)\right|=0$ khi $x=0$ và $\max\limits_{\mathbb{R}}\left|f\left(|x|\right)\right|$ không tồn tại.

Câu 8: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;1)$, hàm số $y=g(x)$ liên tục trên $[1;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau





Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số (C): $y=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x<1 \\ g(x) & \text{khi } x\geq 1 \end{cases}$?

A. Hàm số (C) không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số (C) không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

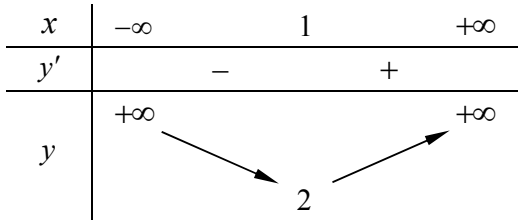
C. Hàm số (C) có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số (C) có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Lời giải:

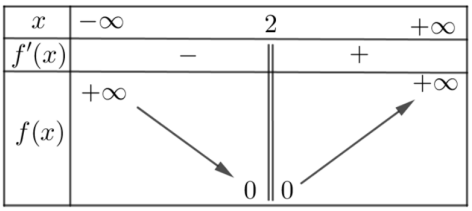
Chọn đáp án C.

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x<1 \\ g(x) & \text{khi } x\geq 1 \end{cases}$ như sau



Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{\mathbb{R}} y=2$ khi $x=1$ và không có giá trị lớn nhất.

Câu 9: **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai** khi nói về hàm số (C): $y=g(x)=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x\neq 2 \\ -3 & \text{khi } x=2 \end{cases}$?

A. Hàm số (C) không có cực đại.

B. Hàm số (C) không có cực tiểu.

C. Hàm số (C) không có giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số (C) không có giá trị lớn nhất.

Lời giải:

Chọn đáp án C.

Ta thấy $g(2)=-3$ và với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$, $g(x)=f(x)>-3$.

Như vậy $\min\limits_{\mathbb{R}} y=-3$ khi $x=2$.

Câu 10: **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|+m^2+m-2$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

Chọn đáp án B.

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau

x	$-\infty$		x_1		-2		x_2		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$		$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

(Với x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=0$).

Như vậy $\min\limits_{\mathbb{R}}\left|f\left(x\right)\right|=0$ khi $x=x_1$, $x=x_2$ và do đó $\min\limits_{\mathbb{R}}\left[\left|f\left(x\right)\right|+m^2+m-2\right]=m^2+m-2$.

Để $\min\limits_{\mathbb{R}}\left[\left|f\left(x\right)\right|+m^2+m-2\right]=0$ thì $m^2+m-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-2\end{array}\right.$. Vậy có 2 giá trị thực của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-3;1]$ như sau

x	-3		1
y'	4	$+$	0
y		$\nearrow$	0
	-5		

Giá trị nhỏ nhất M và giá trị lớn nhất m của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;1]$ là

A. $M=4$ và $m=0$. **B.** $M=0$ và $m=-5$. **C.** $M=-3$ và $m=1$. **D.** $M=-5$ và $m=0$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $m=\min\limits_{[-3;1]} y=-5$ khi $x=-3$ và $M=\max\limits_{[-3;1]} y=0$ khi $x=1$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-6;0]$ như sau

x	-6		-3		0
y'	-2	$-$	$\|\|$	$+$	0
y	7	$\searrow$		$\nearrow$	6
			0		

Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-6;0]$ là

A. $M=7$ và $m=0$. **B.** $M=0$ và $m=6$. **C.** $M=6$ và $m=7$. **D.** $M=0$ và $m=7$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $m=\min\limits_{[-6;0]} y=0$ khi $x=-3$ và $M=\max\limits_{[-6;0]} y=7$ khi $x=-6$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-2;4]$ như sau

x	-2		0		2		4
y'	1	$+$	0	$-$	0	$+$	2
y		$\nearrow$	1	$\searrow$		$\nearrow$	17
	-19				-3		

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

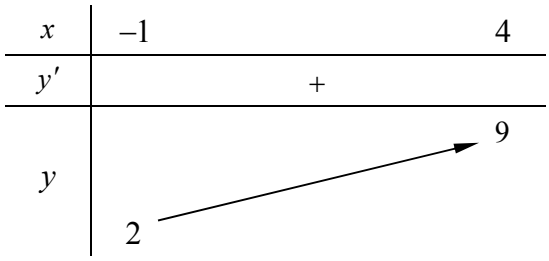
A. $f(-2)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(4)$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{[-2;4]} y=-19$ khi $x=-2$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-1;4)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị lớn nhất trên nữa khoảng $[-1;4)$.

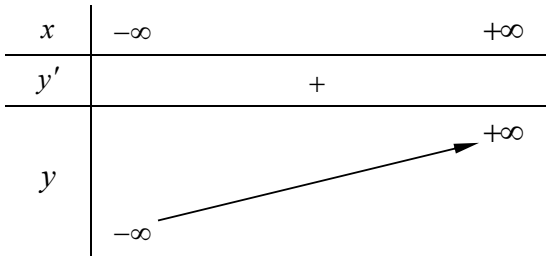
C. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ trên nửa khoảng $(-1;4]$.

D. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;4]$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y=f(\sin x)$?

A. Hàm số $y=f(\sin x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(\sin x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=f(\sin x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=f(\sin x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

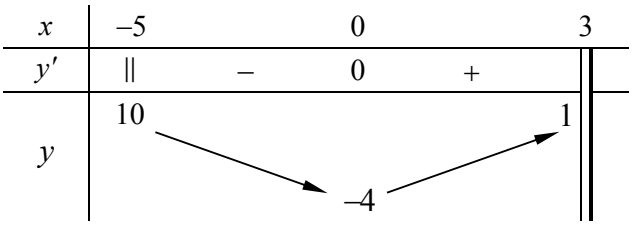
Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sin x \Rightarrow t\in[-1;1]$. Khi đó xét hàm số $y=f(t)$ trên đoạn $[-1;1]$.

Hàm số $y=f(t)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, do đó nó đồng biến trên $[-1;1]$. Như vậy $\min\limits_{[-1;1]} f(t)=f(-1)$ và $\max\limits_{[-1;1]} f(t)=f(1)$. Hay $\min\limits_{\mathbb{R}} f(\sin x)=f(-1)$ và $\max\limits_{\mathbb{R}} f(\sin x)=f(1)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-5;3)$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất trên $[-5;3)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{[-5;3)} y=-4$ khi $x=0$ và $\max\limits_{[-5;3)} y=10$ khi $x=-5$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	1	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	-1

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ và $\forall x\in\mathbb{R}$, $f(x)<1$ nên hàm số $y=f(x)$ không có GTLN.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1$ và $\forall x\in\mathbb{R}$, $f(x)>-1$ nên hàm số $y=f(x)$ không có GTNN.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-5 $\|$ $-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}^{+}} y=-\infty$ nên hàm số $y=f(x)$ không có GTNN.

$\max\limits_{\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}} y=4$ khi $x=3$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
y'			‖		0		
y	$-\infty$	↗	5	‖	4	↘	$-\infty$
				‖	$-\infty$		

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}^+} y=-\infty$ nên hàm số $y=f(x)$ không có GTNN.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=5$ và $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$, $f(x)<5$ nên hàm số $y=f(x)$ không có GTLN.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-1		0		1		2		3
y'		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	0	↘	-4	↗	-2	↘	-3	↗	-1

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)+2$ bằng trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. -4. **B.** -1. **C.** -3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\min\limits_{[-1;1]} f(x)=-4$ khi $x=0$ nên $\min\limits_{[-1;1]}\left[f(x)+2\right]=-2$ khi $x=0$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-1		0		1		2		3
y'		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	0	↘	-4	↗	-2	↘	-3	↗	-1

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x+2)$ bằng trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. -4. **B.** -1. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=x+2$. Ta có $f(t)=f(x+2)$ và do $-1\le x\le 1$ nên $1\le t\le 3$. Như vậy $\min\limits_{[1;3]} f(t)=-3$ khi $t=2$ hay $x=0$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-3;5]$ như sau

x	-3		-1		1		5
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y		$\searrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	4
			-1				

Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y=|f(x)|$?

A. $\min\limits_{[-3;5]}|f(x)|$ không tồn tại.

B. $\min\limits_{[-3;5]}|f(x)|=0$.

C. $\min\limits_{[-3;5]}|f(x)|=-1$.

D. $\min\limits_{[-3;5]}|f(x)|=4$.

Lời giải

Chọn B

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y=|f(x)|$ như sau

x	-3		x_0		-1		1		5
y'		$-$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	4

(Với $x_0\in(-3;-1)$ sao cho $f(x_0)=0$). Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{[-3;5]}|f(x)|=0$ khi $x=x_0$ hoặc $x=1$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$
		$-\infty$					

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=|f(x)|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 2 và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=|f(x)|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và không có giá trị lớn nhất.

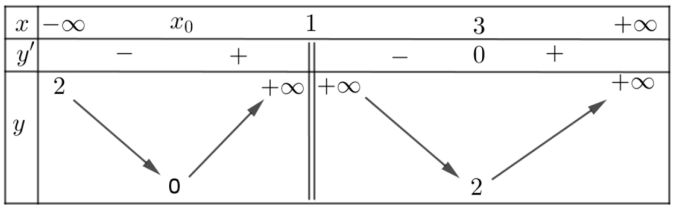
C. Hàm số $y=|f(x)|$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $y=|f(x)|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 3 và không có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn B

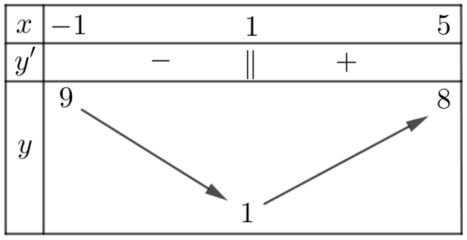
Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y=|f(x)|$ như sau



(Với $x_0 \in (-\infty;1)$ sao cho $f(x_0)=0$).

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{\mathbb{R}\setminus\{1\}}|f(x)|=0$ khi $x=x_0$ và $\max\limits_{\mathbb{R}\setminus\{1\}}|f(x)|$ không tồn tại.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;5]$ như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Trên $(-1;5]$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và không có giá trị lớn nhất.

B. Trên $(-1;5]$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và có giá trị lớn nhất bằng 8.

C. Trên $(-1;5]$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và có giá trị lớn nhất bằng 9.

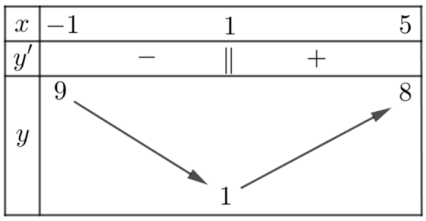
D. Trên $(-1;5]$, hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{(-1;5]} y=1$ khi $x=1$ và $\max\limits_{(-1;5]} y$ không tồn tại.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;5]$ như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Trên $[-1;5)$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và không có giá trị lớn nhất.

B. Trên $[-1;5)$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và có giá trị lớn nhất bằng 8.

C. Trên $[-1;5)$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và có giá trị lớn nhất bằng 9.

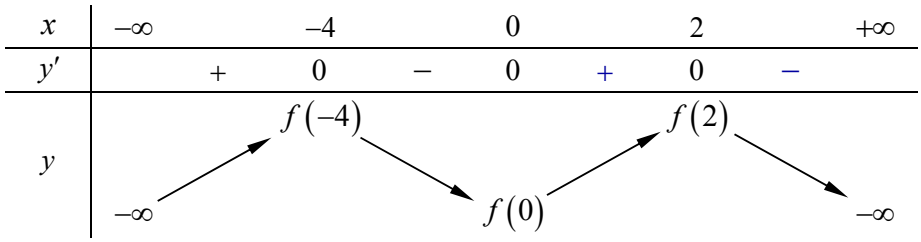
D. Trên $[-1;5)$, hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{[-1;5)} y=1$ khi $x=1$ và $\max\limits_{[-1;5)} y=9$ khi $x=-1$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(|x|\right)$ trên đoạn $[-4;2]$ bằng

A. $f(2)$.

B. $f(0)$.

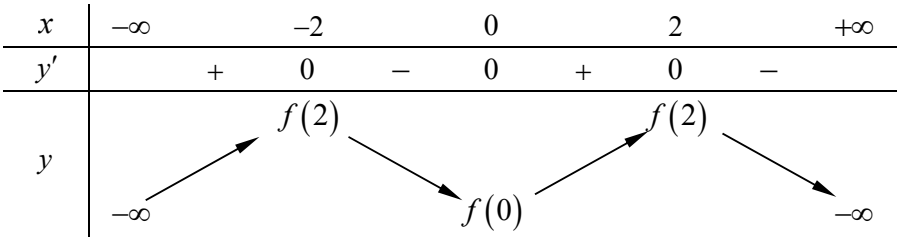
C. $f(4)$.

D. Không xác định được.

Lời giải

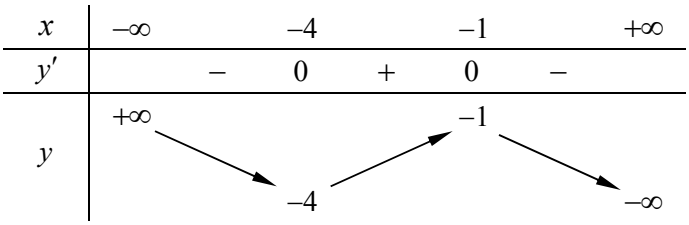
Chọn A

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y=f\left(|x|\right)$ như sau



Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[-4;2]} f\left(|x|\right)=f(2)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$?

A. Hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

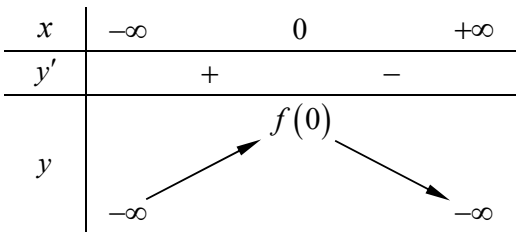
D. Hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

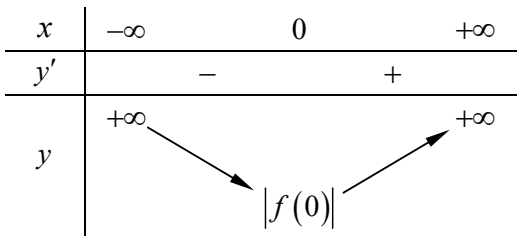
Lời giải

Chọn C

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $0\in(-1;+\infty)$ nên $-2<f(0)<-1$ và do đó $f(0)<0$.

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hai hàm số $y=f\left(|x|\right)$ và $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ như sau





Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{\mathbb{R}}\left|f\left(|x|\right)\right|=\left|f\left(0\right)\right|$ khi $x=0$ và $\max\limits_{\mathbb{R}}\left|f\left(|x|\right)\right|$ không tồn tại.

Câu 18: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng $\left(-\infty;0\right]$, hàm số $y=g\left(x\right)$ liên tục trên $\left(0;+\infty\right)$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0
$f'\left(x\right)$		$+$	
$f\left(x\right)$	$-\infty$	$\nearrow$	1

x	0		$+\infty$
$g'\left(x\right)$	‖	$-$	
$g\left(x\right)$	1	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hàm số $\left(C\right)$: $y=\begin{cases}f\left(x\right) & \text{khi } x\le 0\\ g\left(x\right) & \text{khi } x>0\end{cases}$?

A. Hàm số $\left(C\right)$ không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $\left(C\right)$ không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số $\left(C\right)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số $\left(C\right)$ có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn B

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y=\begin{cases}f\left(x\right) & \text{khi } x\le 0\\ g\left(x\right) & \text{khi } x>0\end{cases}$ như sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$		$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{\mathbb{R}} y=1$ khi $x=0$ và không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 19: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0 ‖ 0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng** khi nói về hàm số $\left(C\right)$: $y=g\left(x\right)=\begin{cases}f\left(x\right) & \text{khi } x\ne 2\\ 3 & \text{khi } x=2\end{cases}$?

A. Hàm số $\left(C\right)$ có giá trị nhỏ nhất.

B. Hàm số $\left(C\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $\left(C\right)$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

D. Hàm số $\left(C\right)$ có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất.

$\lim\limits_{x\to 2} y=0$ và với mọi $x\in\mathbb{R}$, $g\left(x\right)>0$ nên hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

$\lim\limits_{x\to 2} y = 0 \neq g(2) = 3$ nên hàm số không liên tục tại $x = 2$.

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $D_1 = \mathbb{R}\setminus\{2\}$, hàm số $y = 3$ có tập xác định $D_2 = \{2\}$. Do đó tập xác định của hàm số $y = g(x)$ là $D = D_1 \cup D_2 = \mathbb{R}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \left|f(x)+m\right|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0. Khi đó số phần tử của tập $S\cap\mathbb{N}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x) = -3$ khi $x = -2$ nên $\min\limits_{\mathbb{R}}\left[f(x)+m\right] = m-3$ khi $x = -2$. Vì vậy:

Trường hợp 1: Nếu $m-3 \geq 0$ thì hàm số $y = \left|f(x)+m\right|$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$m-3$	$\nearrow$	$+\infty$

Như vậy $\min\limits_{\mathbb{R}} y = m-3$. Để $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 0$ thì $m-3 = 0$. Hay $m = 3$ $(*)$.

Trường hợp 2: Nếu $m-3 < 0$ thì hàm số $y = \left|f(x)+m\right|$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		x_1		-2		x_2		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$		$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$3-m$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

(Với x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $f(x)+m = 0$).

Như vậy $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 0$ khi $x = x_1$, $x = x_2$ với mọi m thoả mãn $m-3 < 0$. Hay $m < 3$ $(**)$.

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra $S = (-\infty;3]$. Do đó $S\cap\mathbb{N} = \{0;1;2;3\}$. Hay $S\cap\mathbb{N}$ có 4 phần tử.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[0;4]$ như sau

x	0		4
y'	$\|\|$	$+$	4
y	-4	↗	0

Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ là

A. $M=4$ và $m=0$. **B.** $M=4$ và $m=-4$. **C.** $M=0$ và $m=4$. **D.** $M=0$ và $m=-4$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $m=\min\limits_{[0;4]} y=-4$ khi $x=0$ và $M=\max\limits_{[0;4]} y=0$ khi $x=4$.

Câu 2. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;2]$ như sau

x	-1		0		2
y'	-2	$-$	$\|\|$	$+$	0
y	2	↘	-1	↗	0

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ đạt được tại x bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[-1;2]} y=2$ khi $x=-1$.

Câu 3. **[NB] (THPT Bà Rịa Vũng Tàu lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
y'				$-$	0	$+$			
y			2	↘	-4	↗	5		

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

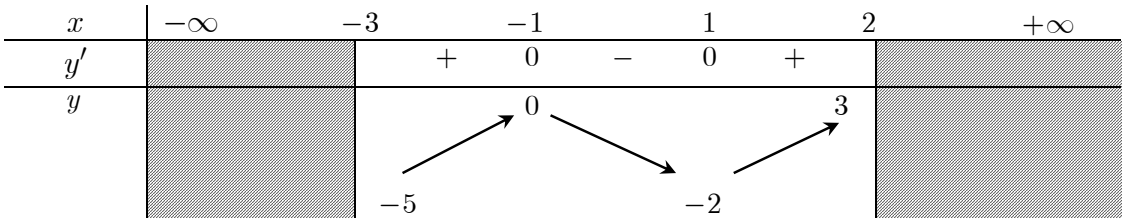
A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng -1.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng -4.

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng 3.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng 2.

Câu 4. **[NB] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh – Phú Yên năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-3;2)$, $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)=-5$, $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=3$ và có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

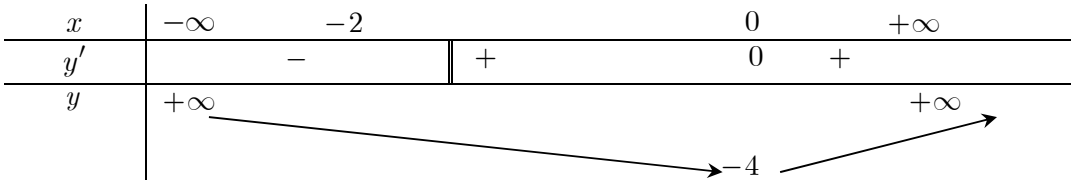
A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-3;2)$.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-3;2)$ bằng 0.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2.

Câu 5. **[NB]** Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

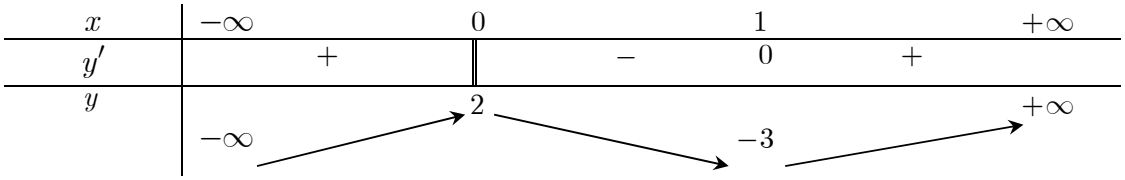
A. Hàm số có đúng hai cực trị.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -4.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.

D. Hàm số không xác định tại $x=-2$.

Câu 6. **[NB] (THPT Hậu Lộc 1 – Thanh Hóa lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

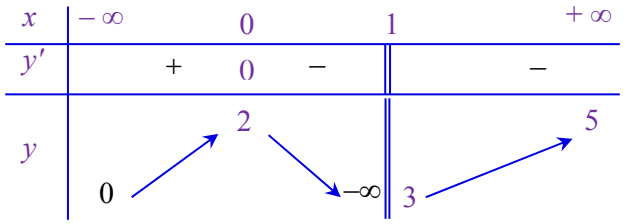
A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

D. Hàm số đat cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 7. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, lên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=0$ và $y=5$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

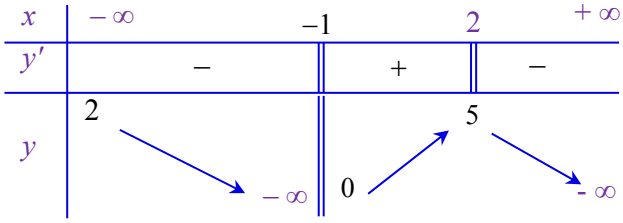
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=5$ nên hàm số không đạt giá trị lớn nhất.

Câu 8. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

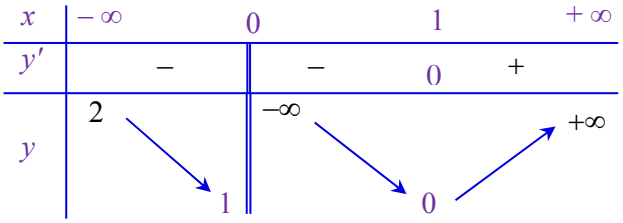
A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 đường tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5.

Câu 9. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

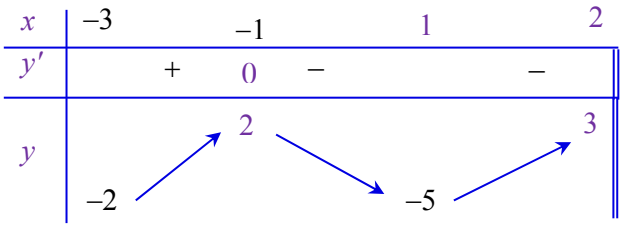
A. Đường thẳng $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

C. Đường thẳng $x=0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2.

Câu 10. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên nửa khoảng $[-3;2)$ có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng?**

A. $\min\limits_{[-3;2)} y=-2$.

B. $\max\limits_{[-3;2)} y=3$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

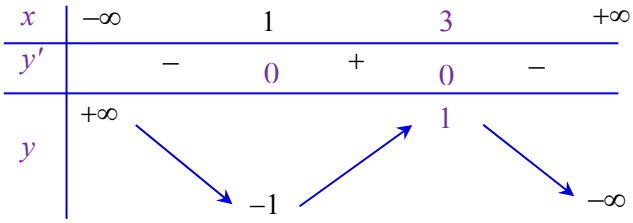
D. Giá trị cực tiểu của hàm số đạt được tại $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên: Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 khi $x=-3$.

Câu 11. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng?**

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số có đúng một cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 và giá trị lớn nhất bằng 1.

Câu 12. [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;2]$. Giá trị của $M+m$ bằng bao nhiêu ?

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-2	↗	3	↘	0	↗	2	↘	1

A. 3 . **B.** 0 . **C.** -2 . **D.** 2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $M=\max\limits_{[-1;2]} f(x)=f(-1)=3$ và $m=\min\limits_{[-1;2]} f(x)=f(0)=0$.

Vậy $M+m=3$.

Câu 13. [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dạng

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	-2	$-$	0	$+$	2	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(2\sin x)$ đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là M và m. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m=-2M$. **B.** $M=2m$. **C.** $M+m=0$. **D.** $M+m=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $-1\le \sin x\le 1 \Leftrightarrow -2\le 2\sin x\le 2$.

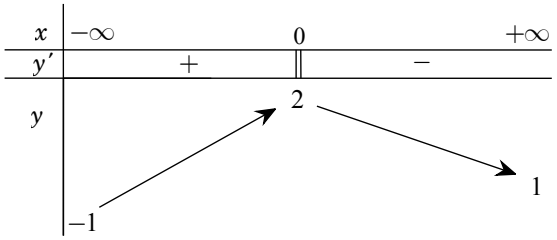
Với $t=2\sin x \Rightarrow t\in[-2;2]$.

Khi đó:

$M=\max f(2\sin x)=\max\limits_{[-2;2]} f(t)=2$.

$m=\min f(2\sin x)=\min\limits_{[-2;2]} f(t)=-4$.

Câu 14. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1.

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 1.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 và 1.

Lời giải.

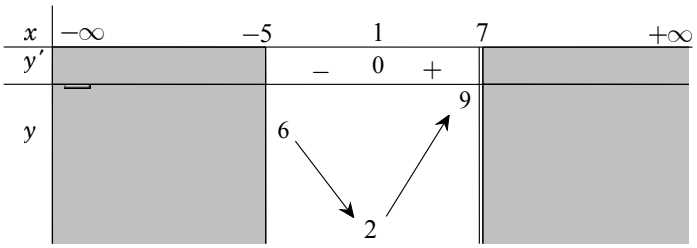
Dựa vào bảng biến thiên nhận thấy:

- $f(x)\le 2,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=2$ nên GTLN của hàm số bằng 2.
- $f(x)\ge -1,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và vì $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ nên không tồn tại $x_0\in\mathbb{R}$ sao cho $f(x_0)=1$, do đó hàm số không có GTNN.

Đáp án A.

Có thể giải thích cách khác: y' đổi dấu qua $x=0$ và tồn tại $y(0)=2$ nên giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

Câu 15. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau:



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5;7)$.

B. $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=6$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$.

C. $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$.

D. $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=6$.

Lời giải.

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên, ta nhận thấy:

- Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2, đạt tại $x=1\in[-5;7)$.

● Ta có $\begin{cases} f(x) \le 9, \forall x \in [-5;7) \\ \lim\limits_{x \to 7^-} f(x) = 9 \end{cases}$. Mà $7 \notin [-5;7)$ nên không tồn tại $x_0 \in [-5;7)$ sao cho $f(x_0) = 9$. Do đó hàm số không đạt GTLN trên $[-5;7)$.

Vậy $\min\limits_{[-5;7)} f(x) = 2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên —.

Câu 16. **[VD]** Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	3	↘	2	↗	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x+3)$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. 64. **B.** 65. **C.** 66. **D.** 67.

Lời giải

Chọn C

Hàm số có dạng $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$. Từ bảng biến thiên ta có:

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(1) = 2 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ b = -2 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^4 - 2x^2 + 3.$$

$x \in [0;2] \Rightarrow x + 3 \in [3;5]$.

Trên đoạn $[3;5]$ hàm số tăng, do đó $\min\limits_{[0;2]} f(x+3) = f(3) = 66$.

Câu 17. **[VDC]** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số $y = f(|x-1|)$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $f(-2)$. **B.** $f(2)$. **C.** $f(1)$. **D.** $f(0)$.

Lời giải

Chọn C

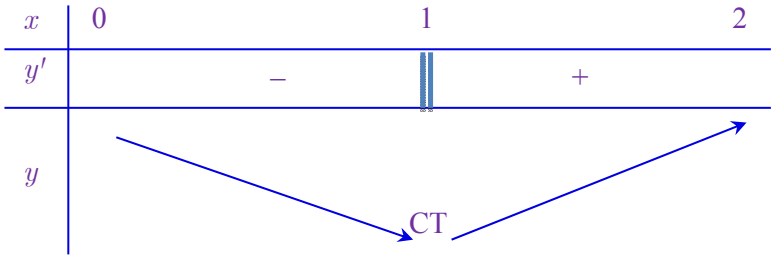
$y = f(|x-1|)(1)$. Đặt $t = |x-1|$, $t \ge 0$ thì (1) trở thành: $y = f(t)$ $(t \ge 0)$.

Có $t=\sqrt{(x-1)^2} \Rightarrow t'_x=\dfrac{x-1}{\sqrt{(x-1)^2}}$.

Có $y'_x=t'_x f'(t)$.

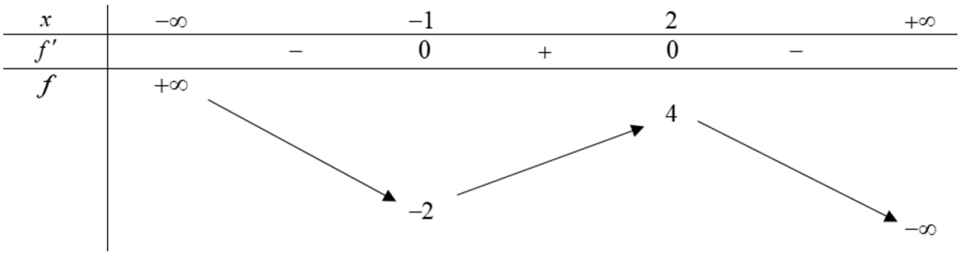
$$y'_x=0 \Leftrightarrow t'_x f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t'_x=0 \\ f'(t)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ t=-2\,(L) \\ t=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x-1=1 \\ x-1=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=0 \end{array}\right.$$

Lấy $x=3$ có $t'(3)f'(2)<0$, đạo hàm đổi dấu qua các nghiệm đơn nên ta có bảng biến thiên:



Hàm số $y=f\left(|x-1|\right)$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng $f(1)$.

Câu 18. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=g(x)=f(3-x)$ trên $[0;3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M=f(0)$. **B.** $M=f(3)$. **C.** $M=f(1)$. **D.** $M=f(2)$.

Lời giải

Chọn C

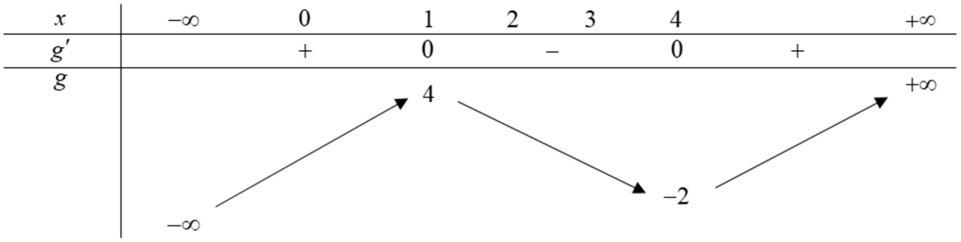
Ta có $g'(x)=-f'(3-x)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow -f'(3-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-x=-1 \\ 3-x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=1 \end{array}\right.$$

$$g'(x)>0 \Leftrightarrow f'(3-x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-x<-1 \\ 3-x>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4 \\ x<1 \end{array}\right.$$

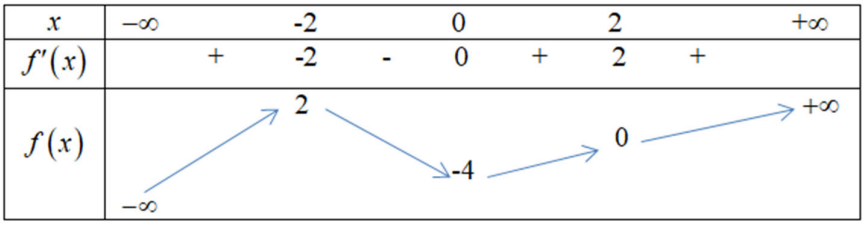
$$g'(x)<0 \Leftrightarrow f'(3-x)>0 \Leftrightarrow -1<3-x<2 \Leftrightarrow 1<x<4.$$

Từ đó ta có bảng biến thiên



Vậy $M = f(1)$.

Câu 19. **[VD]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dạng



Hàm số $y = f(2\sin x)$ đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là M và m. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m = -2M$. **B.** $M = 2m$. **C.** $M + m = 0$. **D.** $M + m = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $-1 \le \sin x \le 1 \Leftrightarrow -2 \le 2\sin x \le 2$.

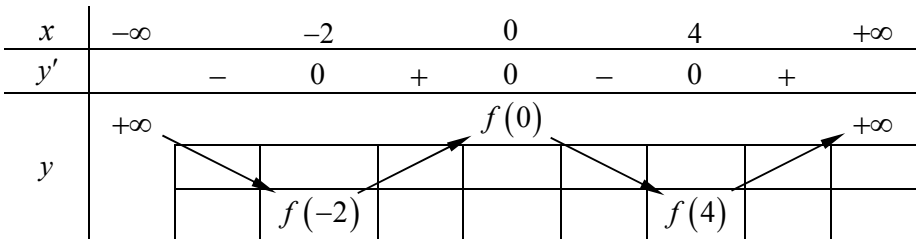
Với $t = 2\sin x \Rightarrow t \in [-2;2]$.

Khi đó:

$M = \max f(2\sin x) = \max\limits_{[-2;2]} f(t) = 2.$

$m = \min f(2\sin x) = \min\limits_{[-2;2]} f(t) = -4.$

Câu 20. **[VD]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(|x|)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

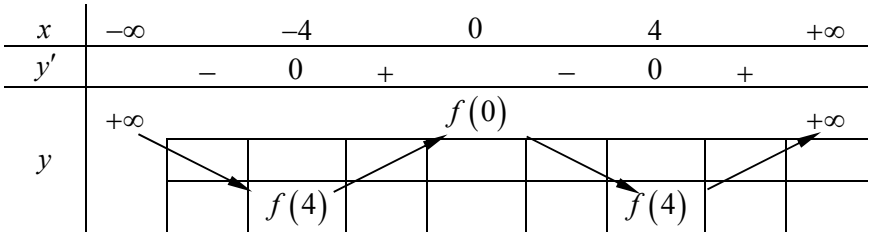
A. $f(2)$. **B.** $f(0)$.

C. $f(4)$. **D.** Không xác định được.

Lời giải

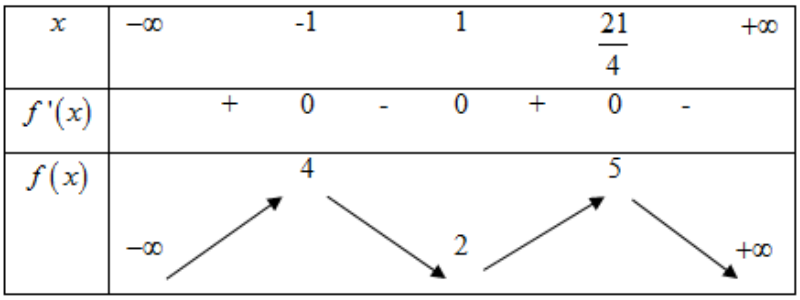
Chọn C

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y = f(|x|)$ như sau



Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{[-2;4]} f\left(|x|\right)=f\left(4\right)$.

Câu 21. **[VD]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $M.m>10$. **B.** $\frac{M}{m}>2$. **C.** $M-m>3$. **D.** $M+m>7$.

Lời giải

Chọn B

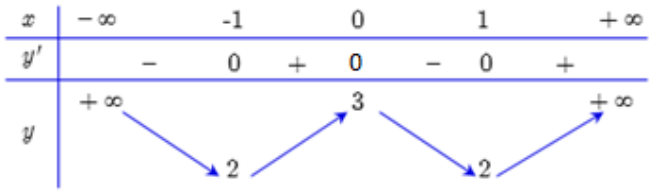
Đặt $t=x^2-2x$. Ta có $x\in\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]\Leftrightarrow-\frac{5}{2}\le x-1\le\frac{5}{2}\Leftrightarrow0\le\left(x-1\right)^2\le\frac{25}{4}$

$\Leftrightarrow-1\le\left(x-1\right)^2-1\le\frac{21}{4}$ nên $t\in\left[-1;\frac{21}{4}\right]$.

Xét hàm số $y=f\left(t\right),t\in\left[-1;\frac{21}{4}\right]$

Từ bảng biến thiên suy ra: $m=\min\limits_{t\in\left[-1;\frac{21}{4}\right]}f\left(t\right)=f\left(1\right)=2,M=\max\limits_{t\in\left[-1;\frac{21}{4}\right]}f\left(t\right)=f\left(\frac{21}{4}\right)=5\Rightarrow\frac{M}{m}>2$.

Câu 22. **[VD]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x+3\right)$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ là

A. 64. **B.** 65. **C.** 66. **D.** 67.

Lời giải

Chọn C

Hàm số có dạng $f(x)=ax^4+bx^2+c$. Từ bảng biến thiên ta có:

$$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(1)=2 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a+b+c=2 \\ 4a+2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ b=-2 \\ a=1 \end{cases} \Rightarrow f(x)=x^4-2x^2+3.$$

$x\in[0;2] \Rightarrow x+3\in[3;5]$.

Trên đoạn $[3;5]$ hàm số tăng, do đó $\min\limits_{[0;2]} f(x+3)=f(3)=66$.

Câu 23. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;4]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-2		-1		1		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	3	↘	-1	↗	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f\left(\cos 2x-4\sin^2 x+3\right)$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos 2x-4\sin^2 x+3=3\cos 2x+1$.

$\Rightarrow g(x)=f(3\cos 2x+1)$, đặt $t=3\cos 2x+1$, khi đó với mọi $x\in\mathbb{R}\Rightarrow t\in[-2;4]$.

Từ bảng biến thiên suy ra $\max\limits_{[-2;4]} f(t)=3; \min\limits_{[-2;4]} f(t)=-1$.

Suy ra $M=\max\limits_{\mathbb{R}} g(x)=\max\limits_{[-2;4]} f(t)=3; m=\min\limits_{\mathbb{R}} g(x)=\min\limits_{[-2;4]} f(t)=-1$.

Vậy $M-m=4$.

Câu 24. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$\frac{21}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	5	↘	$+\infty$

Gọi $M;m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$. Tìm tổng $M+m$.

A. 3. **B.** 7. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t=x^2-2x$ với $x\in\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$.

Ta có $x\in\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]\Leftrightarrow-\frac{5}{2}\le x-1\le\frac{5}{2}\Leftrightarrow 0\le(x-1)^2\le\frac{25}{4}$

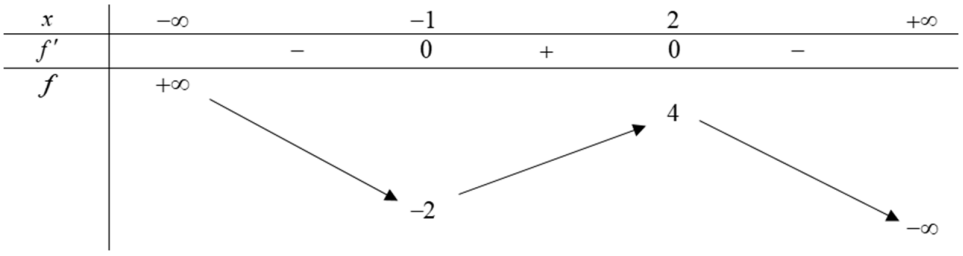
$\Leftrightarrow-1\le(x-1)^2-1\le\frac{21}{4}$ nên $t\in\left[-1;\frac{21}{4}\right]$.

Xét hàm số $y=f(t);t\in\left[-1;\frac{21}{4}\right]$

Từ bảng biến thiên suy ra: $m=\min\limits_{t\in\left[-1;\frac{21}{4}\right]}f(t)=f(1)=2, M=\max\limits_{t\in\left[-1;\frac{21}{4}\right]}f(t)=f\left(\frac{21}{4}\right)=5$.

Do đó $M+m=2+5=7$.

Câu 25. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=g(x)=f(3-x)$ trên $[0;3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M=f(0)$. **B.** $M=f(3)$. **C.** $M=f(1)$. **D.** $M=f(2)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $g'(x)=-f'(3-x)$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow -f'(3-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3-x=-1\\3-x=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\\x=1\end{array}\right.$.

$g'(x)>0 \Leftrightarrow f'(3-x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3-x<-1\\3-x>2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>4\\x<1\end{array}\right.$.

$g'(x)<0 \Leftrightarrow f'(3-x)>0 \Leftrightarrow -1<3-x<2 \Leftrightarrow 1<x<4$.

Từ đó ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		3		4		$+\infty$
g'			$+$		0		$-$				0		$+$
g	$-\infty$	↗		↗	4	↘		↘	-2	↗		↗	$+\infty$

Vậy $M=f(1)$.

Câu 26. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$f(-2)$	↗	$f(0)$	↘	$f(4)$	↗	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(|x|)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

A. $f(2)$. **B.** $f(0)$.

C. $f(4)$. **D.** Không xác định được.

Lời giải

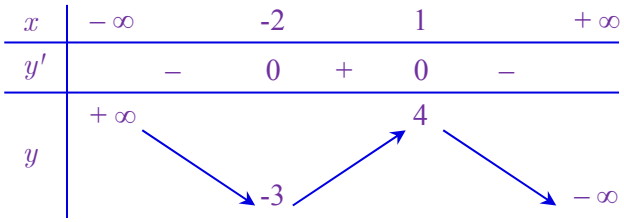
Chọn C.

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng biến thiên cho hàm số $y=f(|x|)$ như sau

x	$-\infty$		-4		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$f(4)$	↗	$f(0)$	↘	$f(4)$	↗	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{[-2;4]} f(|x|)=f(4)$.

Câu 27. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. `



Hàm số $y=f\left(\left|x-1\right|\right)$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $f(-2)$. **B.** $f(2)$. **C.** $f(1)$. **D.** $f(0)$.

Lời giải

Chọn C

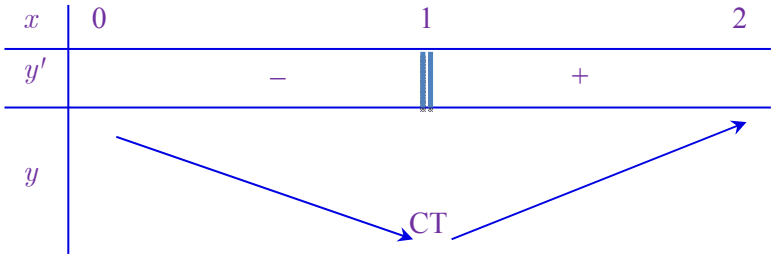
$y=f\left(\left|x-1\right|\right)(1)$. Đặt $t=\left|x-1\right|$, $t\ge 0$ thì (1) trở thành: $y=f(t)$ $(t\ge 0)$.

Có $t=\sqrt{(x-1)^2}\Rightarrow t'_x=\dfrac{x-1}{\sqrt{(x-1)^2}}$.

Có $y'_x=t'_x f'(t)$.

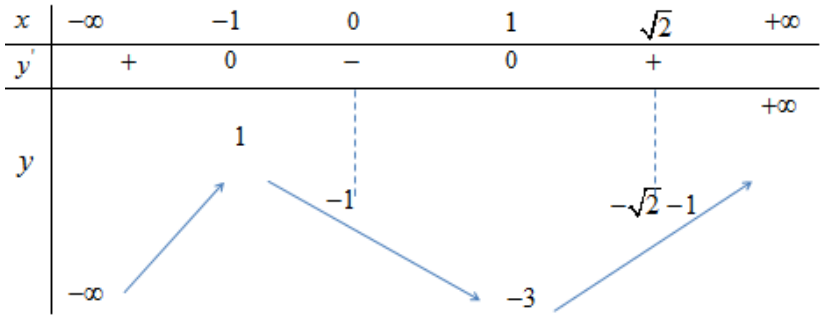
$$y'_x=0\Leftrightarrow t'_x f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t'_x=0\\f'(t)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\t=-2(L)\\t=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x-1=1\\x-1=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=0\end{array}\right.$$

Lấy $x=3$ có $t'(3)f'(2)<0$, đạo hàm đổi dấu qua các nghiệm đơn nên ta có bảng biến thiên:



Hàm số $y=f\left(\left|x-1\right|\right)$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng $f(1)$.

Câu 28. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Xét hàm số $g(x)=x+\sqrt{1-x^2}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|g(x)\right|\right)$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc đoạn $[m;M]$?

A. 3 . **B.** 5 . **C.** 4 . **D.** 2 .

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y=g(x)=x+\sqrt{1-x^2}$ xác định và liên tục trên đoạn $[-1;1]$.

$g'(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}=\dfrac{\sqrt{1-x^2}-x}{\sqrt{1-x^2}}$;

$g'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{1-x^2}-x=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\1-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

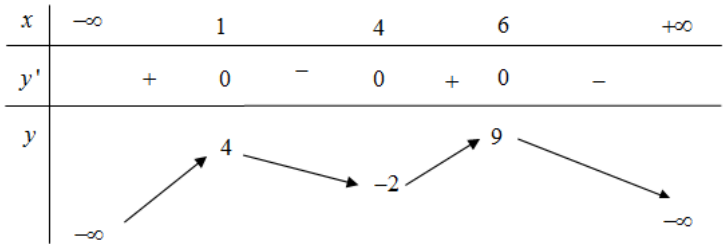
Ta có $g\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}$; $g(-1)=-1$ và $g(1)=1$.

Suy ra $-1\le g(x)\le\sqrt{2}\Leftrightarrow 0\le\left|g(x)\right|\le\sqrt{2}$.

Từ bảng biến thiên của $y=f(x)$ ta được $M=-1$ và $m=-3$

Nên có 3 số nguyên thuộc khoảng $[m;M]$.

Câu 29. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|-x^2+2x+5\right|\right)$ trên $[-1;3]$ lần lượt là M , m . Tính $M+m$.

A. 13 . **B.** 7 . **C.** $f(2)-2$. **D.** 2 .

Lời giải

Chọn B.

Xét hàm số $g(x)=-x^2+2x+5$ trên $[-1;3]$.

Hàm số $g(x)=-x^2+2x+5$ xác định và liên tục trên $[-1;3]$ có

$g'(x)=-2x+2, g'(x)=0\Leftrightarrow -2x+2=0\Leftrightarrow x=1\in[-1;3]$.

$g(1)=6, g(-1)=2, g(3)=2$.

$\forall x \in [-1;3] \Rightarrow g(x) \in [2;6] \Rightarrow |g(x)| \in [2;6]$.

Đặt $t = |g(x)| = |-x^2+2x+5|$. Ta có: $y = f\left(|-x^2+2x+5|\right) = f(t)$.

$\forall x \in [-1;3] \Rightarrow t \in [2;6]$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(t)$ trên $[2;6]$

Ta có: $-2 = f(4) < f(2) < f(1) = 4$ nên

$M = \max\limits_{[2;6]} f(t) = \max\{f(2); f(4); f(6)\} = f(6) = 9$,

$m = \min\limits_{[2;6]} f(t) = \min\{f(2); f(4); f(6)\} = f(4) = -2$.

Vậy $M + m = 7$.

Câu 30. **[VDC]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$\frac{21}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	5	↘	$+\infty$

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f\left(x^2-2x\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $M.m > 10$. **B.** $\frac{M}{m} > 2$. **C.** $M - m > 3$. **D.** $M + m > 7$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = x^2 - 2x$. Ta có $x \in \left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right] \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \le x-1 \le \frac{5}{2} \Leftrightarrow 0 \le (x-1)^2 \le \frac{25}{4}$

$\Leftrightarrow -1 \le (x-1)^2 - 1 \le \frac{21}{4}$ nên $t \in \left[-1;\frac{21}{4}\right]$.

Xét hàm số $y = f(t), t \in \left[-1;\frac{21}{4}\right]$

Từ bảng biến thiên suy ra: $m = \min\limits_{t \in \left[-1;\frac{21}{4}\right]} f(t) = f(1) = 2, M = \max\limits_{t \in \left[-1;\frac{21}{4}\right]} f(t) = f\left(\frac{21}{4}\right) = 5 \Rightarrow \frac{M}{m} > 2$.

Câu 31. **[VDC]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2;4]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-2		-1		1		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	3	↘	-1	↗	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f\left(\cos 2x-4\sin^2 x+3\right)$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos 2x-4\sin^2 x+3=3\cos 2x+1$.

$\Rightarrow g(x)=f\left(3\cos 2x+1\right)$, đặt $t=3\cos 2x+1$, khi đó với mọi $x\in\mathbb{R}\Rightarrow t\in[-2;4]$.

Từ bảng biến thiên suy ra $\max\limits_{[-2;4]} f(t)=3;\min\limits_{[-2;4]} f(t)=-1$.

Suy ra $M=\max\limits_{\mathbb{R}} g(x)=\max\limits_{[-2;4]} f(t)=3;m=\min\limits_{\mathbb{R}} g(x)=\min\limits_{[-2;4]} f(t)=-1$.

Vậy $M-m=4$.

Câu 32. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-4		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Biết $f(-4)=f(4)=-7$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|f(x)+5\right|$ trên đoạn $[-4;4]$ đạt được tại điểm nào?

A. $x=-4$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn C

Xét $g(x)=f(x)+5\Rightarrow g'(x)=f'(x)$.

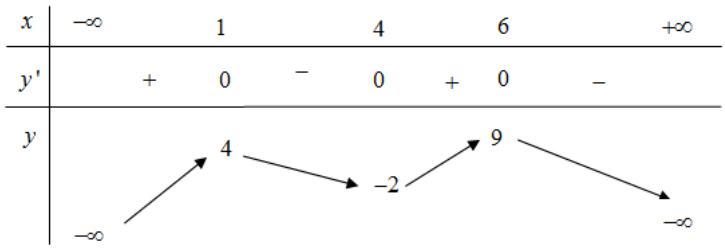
$g'(x)=0\Leftrightarrow x=-4\vee x=-1\vee x=2\vee x=4$.

Bảng biến thiên

x	-4		-1		2		4
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-2	↘	$g(2)$			↗	-2

Từ bảng biến thiên ta thấy $y=\left|f(x)+5\right|$ đạt GTLN tại $x=2$.

Câu 33. [VDC] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|-x^2+2x+5\right|\right)$ trên $[-1;3]$ lần lượt là M, m. Tính $M+m$.

A. 13. **B.** 7. **C.** $f(2)-2$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g(x)=-x^2+2x+5$ trên $[-1;3]$.

Hàm số $g(x)=-x^2+2x+5$ xác định và liên tục trên $[-1;3]$ có

$g'(x)=-2x+2, g'(x)=0\Leftrightarrow -2x+2=0\Leftrightarrow x=1\in[-1;3]$.

$g(1)=6, g(-1)=2, g(3)=2$.

$\forall x\in[-1;3]\Rightarrow g(x)\in[2;6]\Rightarrow |g(x)|\in[2;6]$.

Đặt $t=|g(x)|=\left|-x^2+2x+5\right|$. Ta có: $y=f\left(\left|-x^2+2x+5\right|\right)=f(t)$.

$\forall x\in[-1;3]\Rightarrow t\in[2;6]$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(t)$ trên $[2;6]$

Ta có: $-2=f(4)<f(2)<f(1)=4$ nên

$M=\max\limits_{[2;6]} f(t)=\max\{f(2);f(4);f(6)\}=f(6)=9$,

$m=\min\limits_{[2;6]} f(t)=\min\{f(2);f(4);f(6)\}=f(4)=-2$.

Vậy $M+m=7$.

BÀI 8: XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ THÔNG QUA BẢNG BIẾN THIÊN

A. LÝ THUYẾT

1. Đường tiệm cận đứng :

Định nghĩa:

- Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau đây được thỏa mãn:

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty ; \lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty ; \lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty ; \lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty .$$

2. Đường tiệm cận ngang.

Định nghĩa:

- Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim_{x \to +\infty} f(x) = y_0 ; \lim_{x \to -\infty} f(x) = y_0$

3. Phương pháp giải chung

- Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ quan sát khi x tiến về $+\infty$ hoặc $-\infty$ thì y tiến đến một giá trị y_0. Khi đó ta khẳng định $y = y_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

- Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ quan sát khi x tiến đến x_0 từ phía bên phải ($x \to x_0^+$) hoặc x tiến đến x_0 từ phía bên trái ($x \to x_0^-$) thấy y tiến đến $+\infty$ hoặc $-\infty$ ta khẳng định $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA:

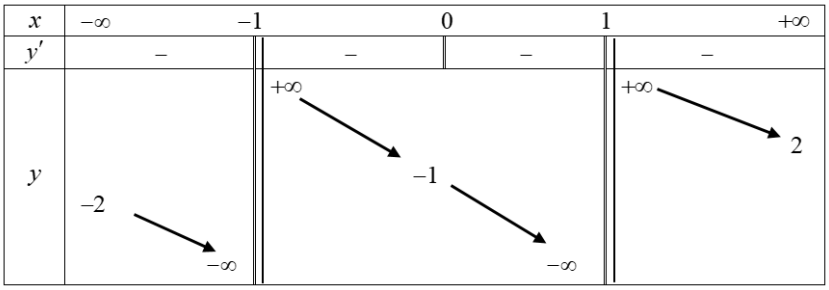
Câu 1. **[NB]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $R \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1 || $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3

Câu 2. **[NB]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $R \setminus \{-1;1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

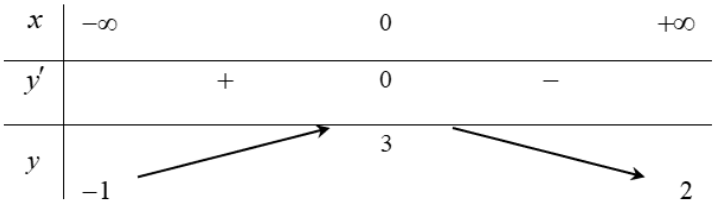
A. Hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=0$.

C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-2$ và một tiệm cận ngang $y=1$..

D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-2$ và $y=2$.

Câu 3. **[NB]** Hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?



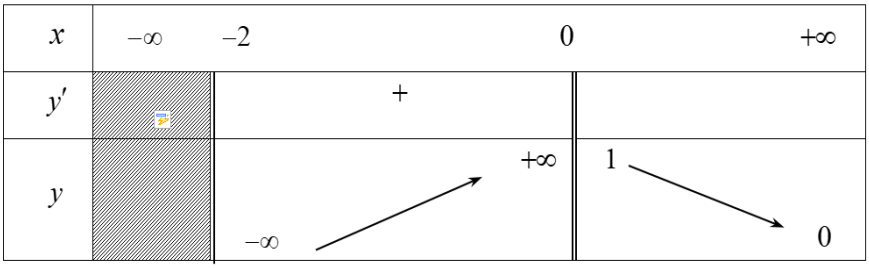
A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1,$ tiệm cận ngang $y=2$..

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-1; y=2.$

Câu 4. **[NB]** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.



Cho các khẳng định sau:

(1) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2.$

(2) Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x=0.$

(3) Hàm số đồng biến trên $(-2;0)$.

(4) Hàm số có tiệm cận ngang $y=0.$

Số khẳng định đúng là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0

Câu 5. **[TH]** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$ ↘ 5	||	$-\infty$ ↗ $m+2$

Tìm m để $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)<10$.

A. $m<1$. **B.** $m<10$. **C.** $m<8$. **D.** $m>8$

Câu 6. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số m để hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một đa giác có diện tích bằng 2 (đvdt).

x	$-\infty$	m	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$ ↘ $-\infty$	||	$-\infty$ ↗ $m+4$

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1

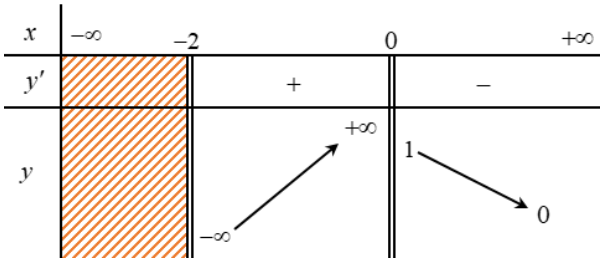
Câu 7. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{-2\}$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$ 0	$-$
y	$-\infty$ ↗ 1	||	$+\infty$ ↘ 0	$+\infty$ ↘ -2

Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1

Câu 8. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. **Hỏi** đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 9. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$-$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$	$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗ $(m-1)(2-m)$

Tìm tổng số các giá trị nguyên dương của tham số $m\in(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang là 4.

A. 42. **B.** 45. **C.** -3. **D.** 0.

Câu 10. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	5	↘	3	↗	$+\infty$ / $+\infty$	↘	1	↗	2

Số giá trị $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{f(x)}{f(x)-m+1}$ có 4 đường tiệm cận là:

A. 5. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 21.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	
y	3	↘	1 / 2	↘	$-\infty$

Chọn phát biểu **đúng:**

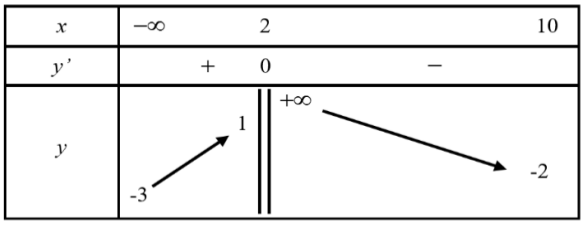
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(-\infty;10)\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.



Chọn phát biểu đúng:

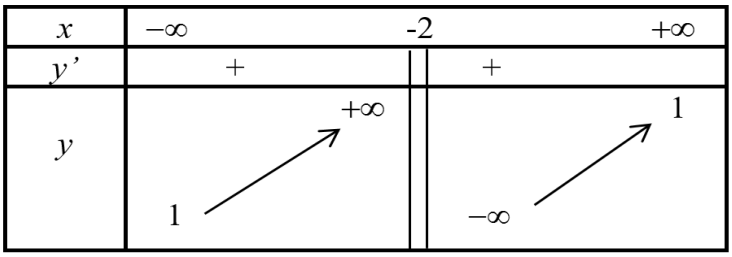
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$ và tiệm cận ngang $y=-3$.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=-2$ và $y=-3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-2;10)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và có bảng biến thên như hình vẽ dưới:



Khẳng định nào sau đây **không** đúng:

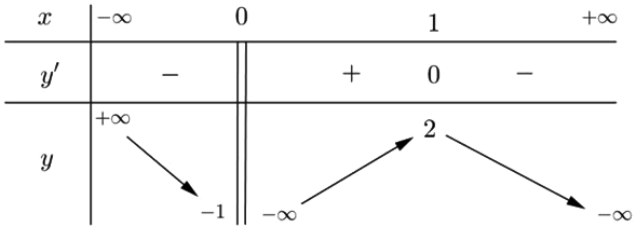
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng *x=-2*.

B. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

C. Đồ thị có tiệm cận ngang là *y=1*.

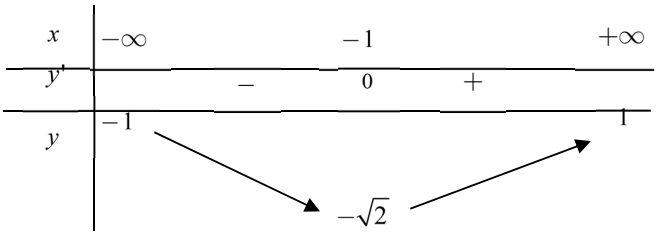
D. Hàm số không có cực trị.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận?



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

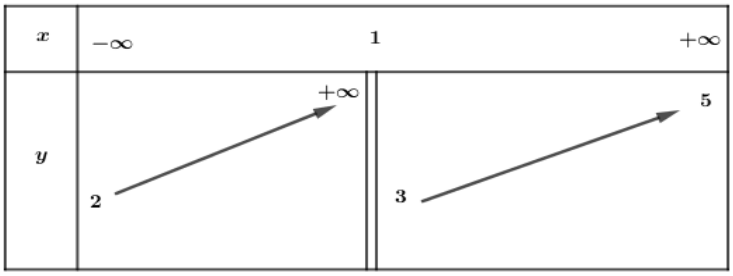
A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang $y=1, y=-1$.

B. Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=1$.

C. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang $y=1, y=-1$ và 1 đường tiệm cận đứng $x=-1$.

D. Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=1$ và 1 đường tiệm cận đứng $x=-1$.

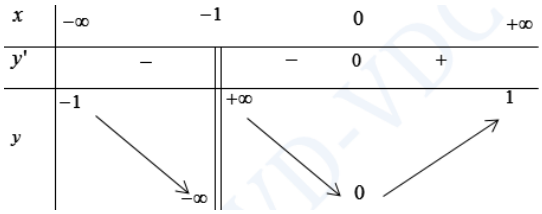
Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

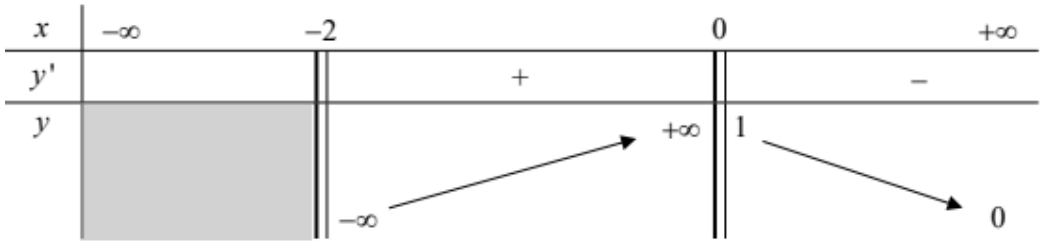
A. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$

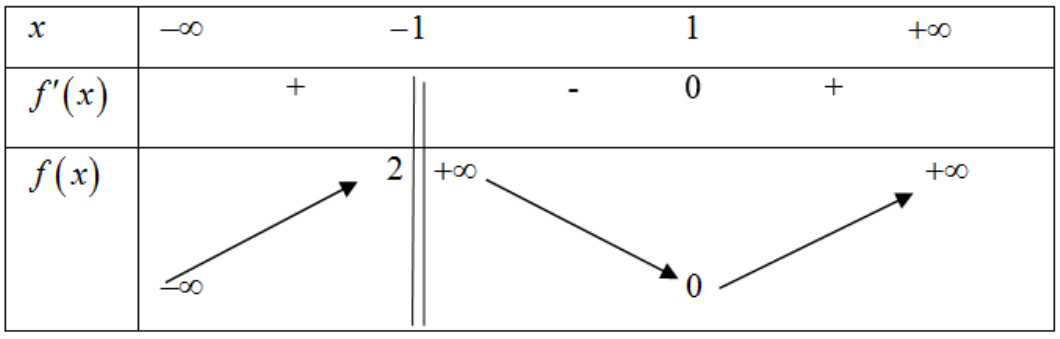
Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây là *sai*?

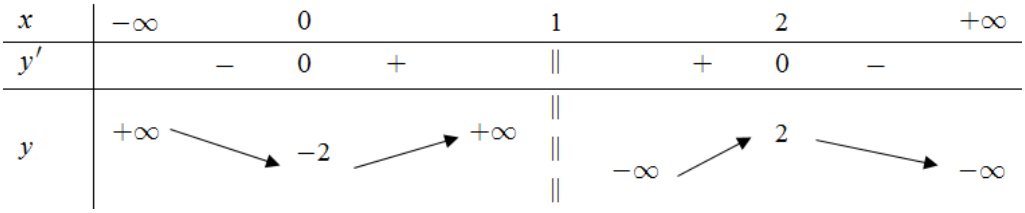
A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

D. Hàm số không có đạo hàm tại $x=-1$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Kết luận nào sau đây là đúng?

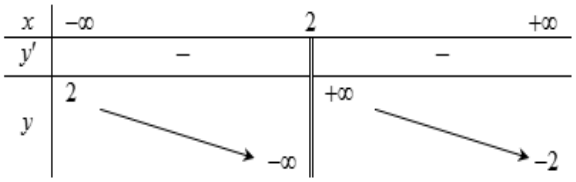
A. $\text{Min}f(x)=-2;\ \text{Max}f(x)=2$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

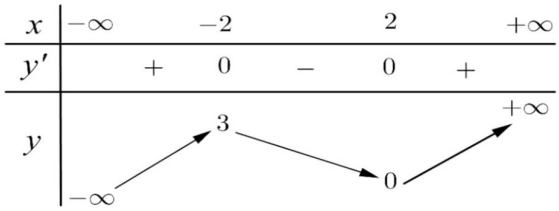
D. Hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau. Hỏi đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận.



A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

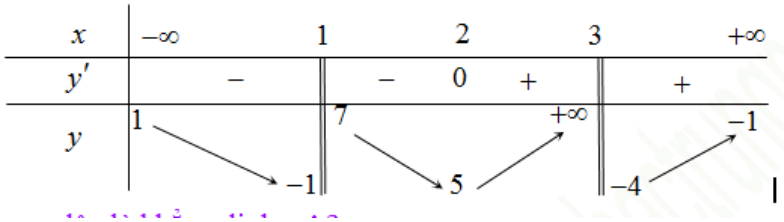


Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1;3\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên :

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?



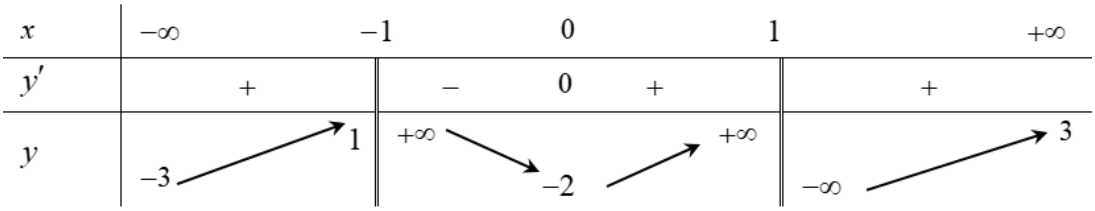
A. Đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

B. Đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm ngang của đồ thị hàm số đã cho.

C. Đường thẳng $x=3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

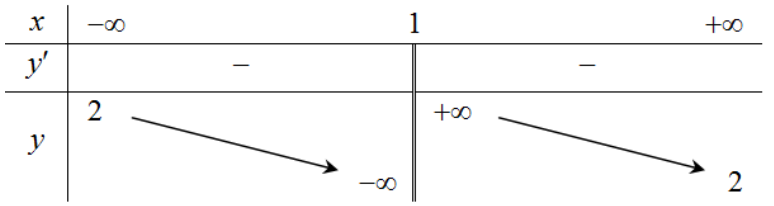
D. Đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu tiệm cận?



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 15: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Nhìn vào bảng biến thiên ta có.

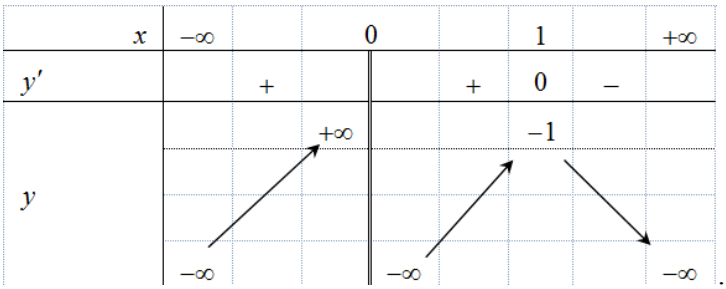
A. Hàm số giảm trên miền xác định.

B. $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$, tiệm cận đứng $x=1$.

D. $\lim\limits_{x\to 2} y=-\infty$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Chọn khẳng định **sai**?

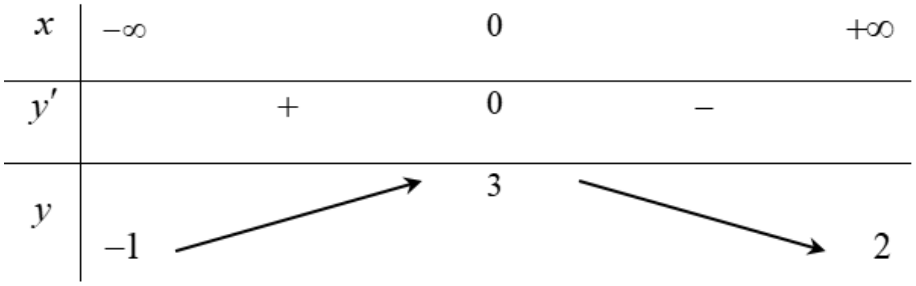
A. Cực đại của hàm số bằng 1.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=0$.

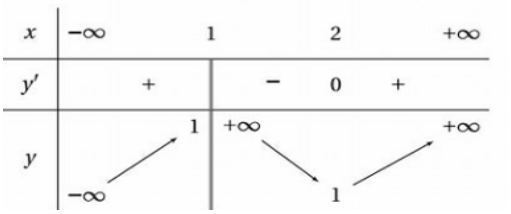
Câu 17: Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?



A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$..
D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-1; y=2$.

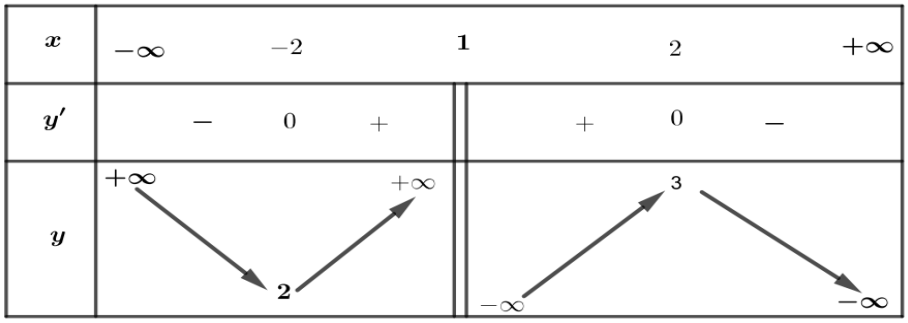
Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.

Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f^2(x)}-2}$ là bao nhiêu?



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2

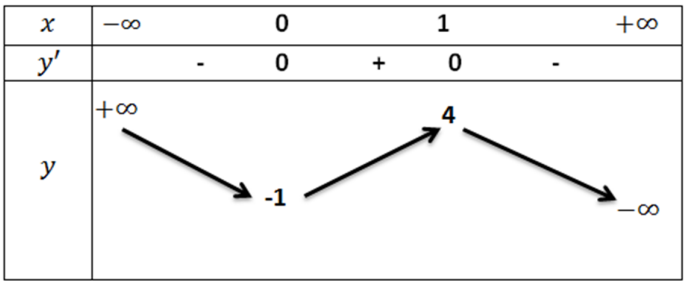
Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:.



Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

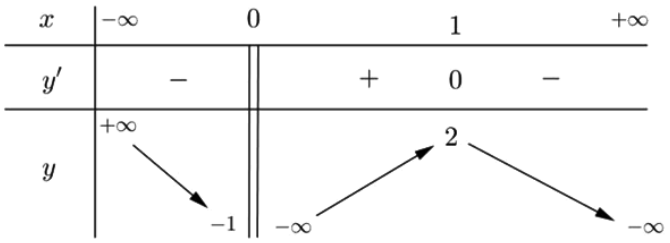


Tìm số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{f^2(x^2)-9}}$

A. 5. **B. 6.** **C. 7** **D. 8.**

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng:

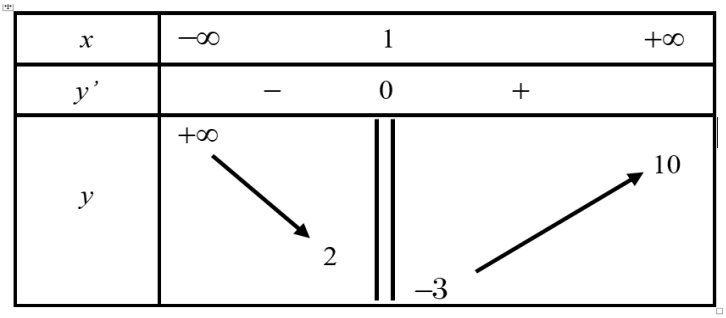
A. Đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận

B. Hàm số có 2 cực trị.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

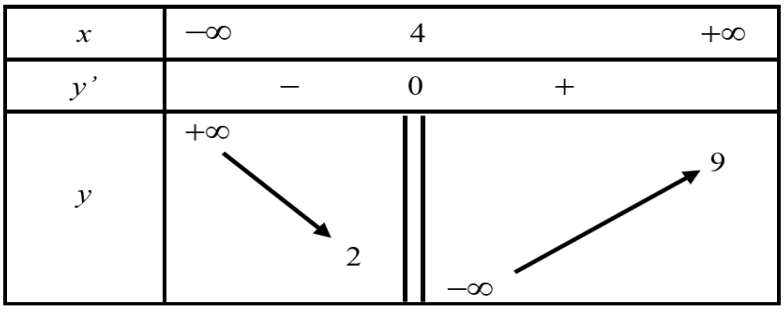
Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3

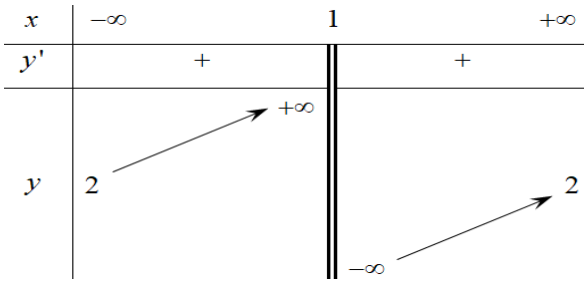
Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

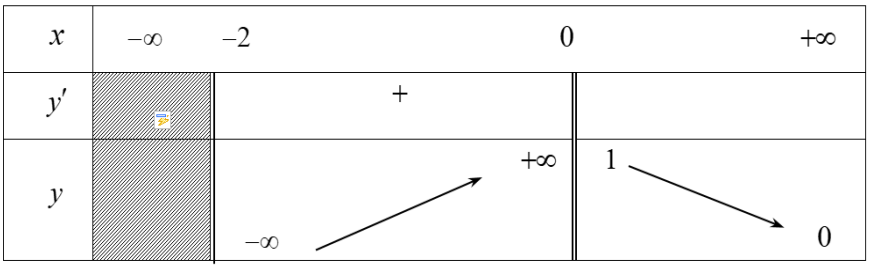
Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào dưới đây là **SAI**?



A. Hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.. **B.** Hàm số không có cực trị.

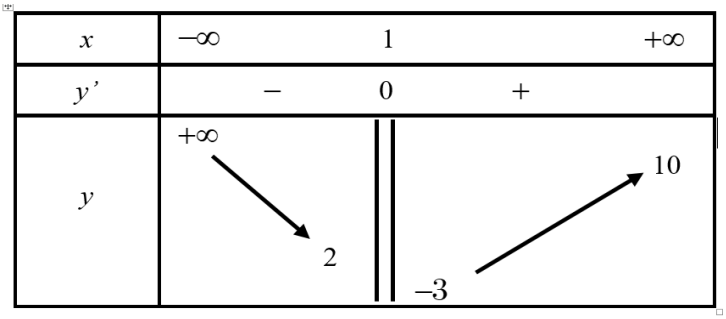
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $x=2$.. **D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

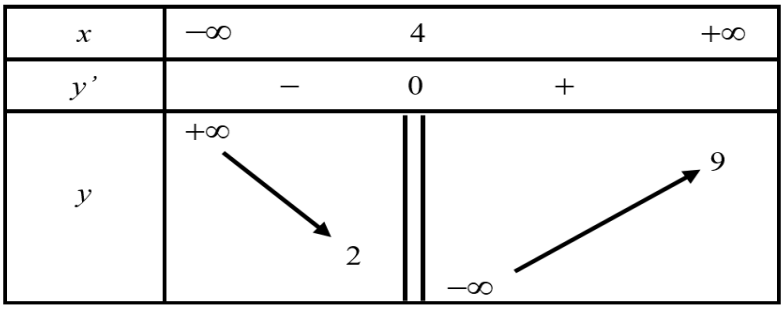
Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3

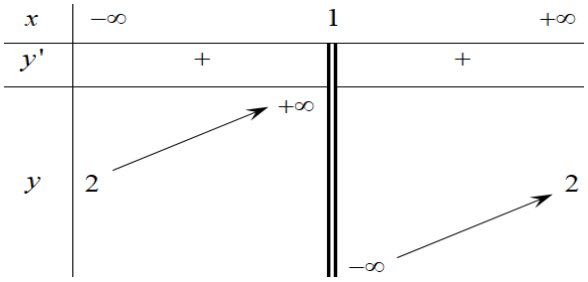
Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2

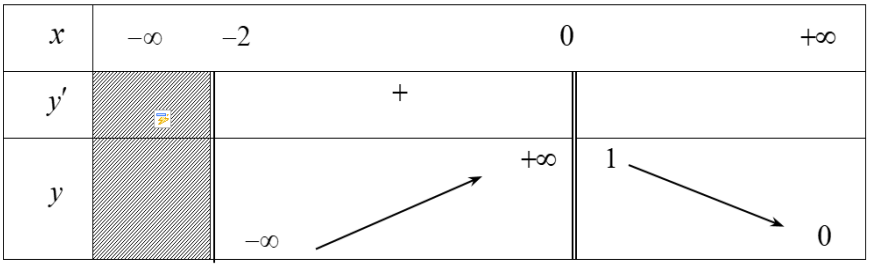
Câu 8 : Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào dưới đây là **SAI**?



A. Hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$. **B.** Hàm số không có cực trị.

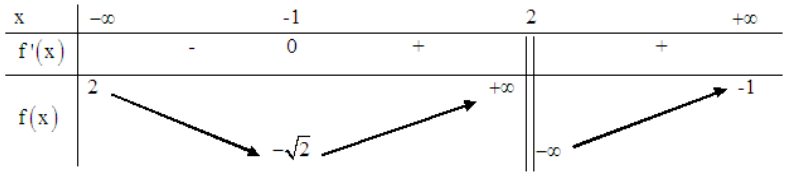
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $x=2$. **D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

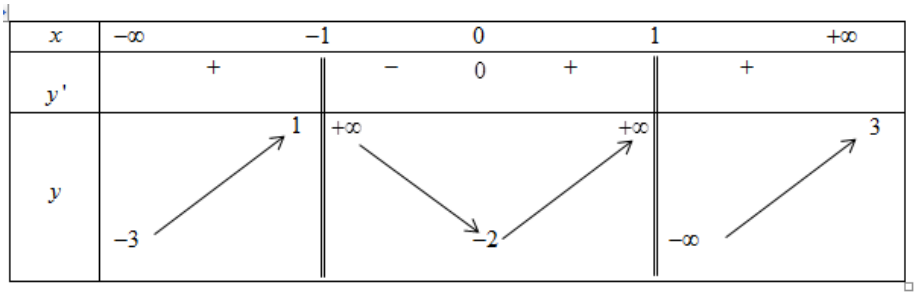
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ:



Đồ thị hàm số có mấy đường tiệm cận?

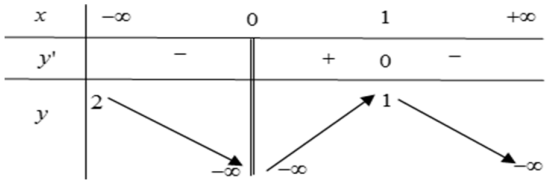
A.1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

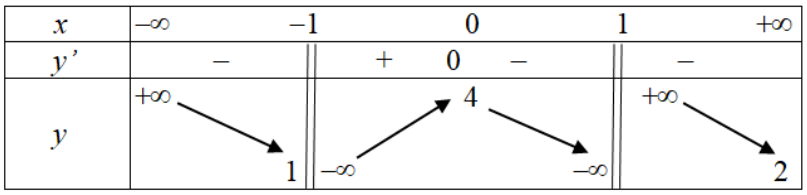
Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

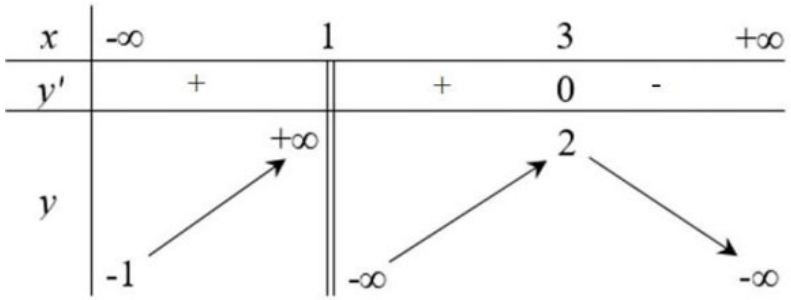
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

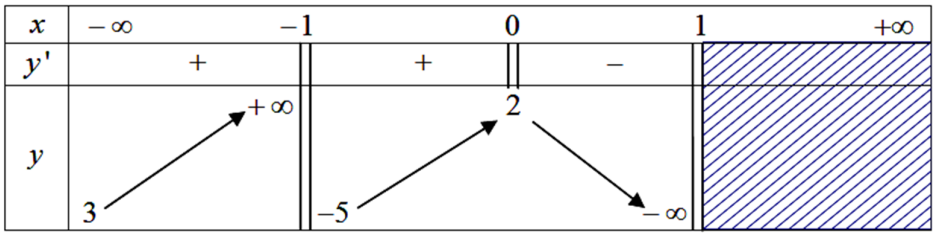
Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (gồm các tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

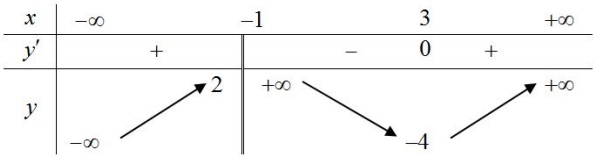
Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

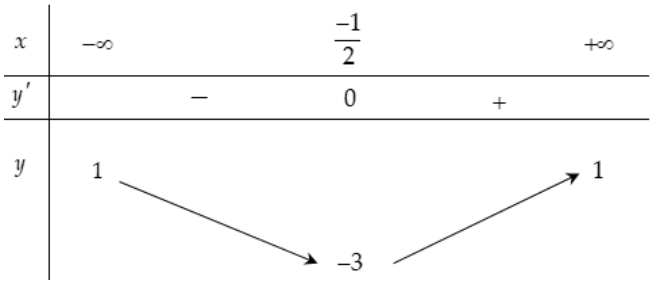
Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

A.0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

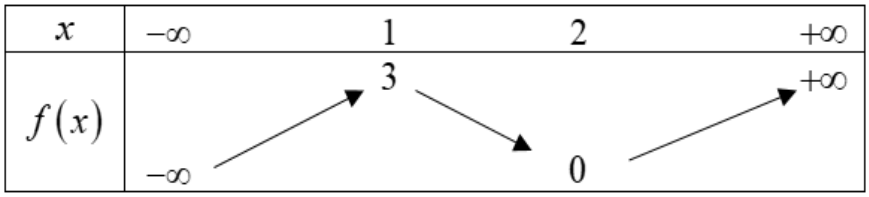
Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

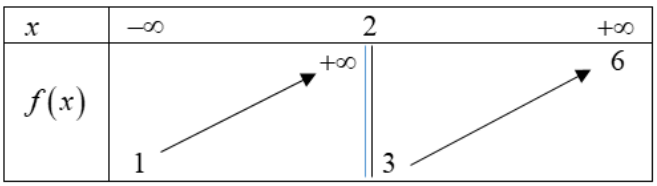
Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

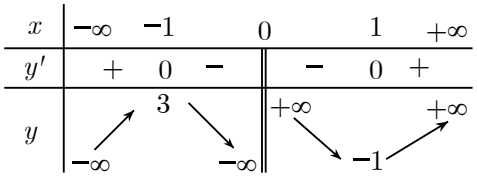
Câu 19. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{f^2(x)}{f(x)-m}$ có đúng 3 tiệm cận đứng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 20. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu số m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{f(x)-m}$ có đúng 3 đường tiệm cận?

A. 15. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 14.

BÀI 8: XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ THÔNG QUA BẢNG BIẾN THIÊN

A. LÝ THUYẾT:

1. Đường tiệm cận đứng

Định nghĩa:

- Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau đây được thỏa mãn:

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty \,;\ \lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty \,;\ \lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty \,;\ \lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty .$$

2. Đường tiệm cận ngang.

Định nghĩa:

- Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim_{x \to +\infty} f(x) = y_0$; $\lim_{x \to -\infty} f(x) = y_0$

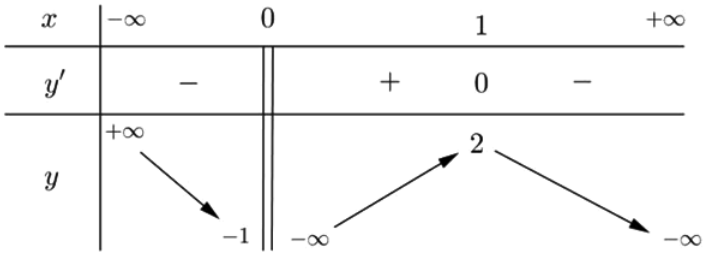
3. Phương pháp giải chung

- Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ quan sát khi x tiến về $+\infty$ hoặc $-\infty$ thì y tiến đến một giá trị y_0. Khi đó ta khẳng định $y = y_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

- Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ quan sát khi x tiến đến x_0 từ phía bên phải ($x \to x_0^+$) hoặc x tiến đến x_0 từ phía bên trái ($x \to x_0^-$) thấy y tiến đến $+\infty$ hoặc $-\infty$ ta khẳng định $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA:

Câu 1. **[NB]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $R \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

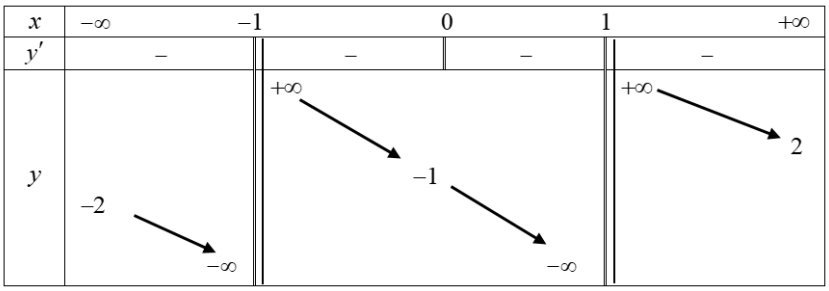
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3

Lời giải:

Chọn B

Nhìn bảng biến thiên ta thấy chỉ có duy nhất một tiệm cận đứng là $x = 0$, chọn phương án **B.**

Câu 2. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=0$.

C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-2$ và một tiệm cận ngang $y=1$..

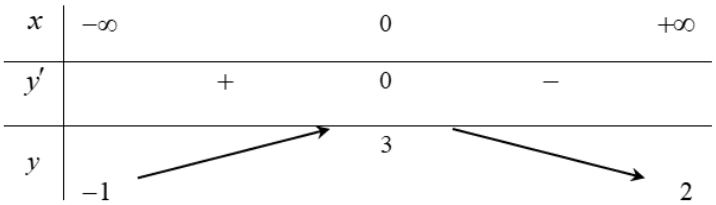
D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-2$ và $y=2$.

Lời giải:

Chọn D

- Phương án A loại vì hàm số không có tiệm cận.
- Phương án B loại vì đường thẳng $x=0$ không là tiệm cận đứng.
- Phương án C loại vì tiệm cận đứng $x=\pm1$; còn tiệm cận ngang $y=\pm2$.
- Phương án D chọn vì nhìn bảng biến thiên thấy ngay đồ thị có tiệm cận ngang $y=-2$ và $y=2$.

Câu 3. **[NB]** Hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?



A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1,$ tiệm cận ngang $y=2$..

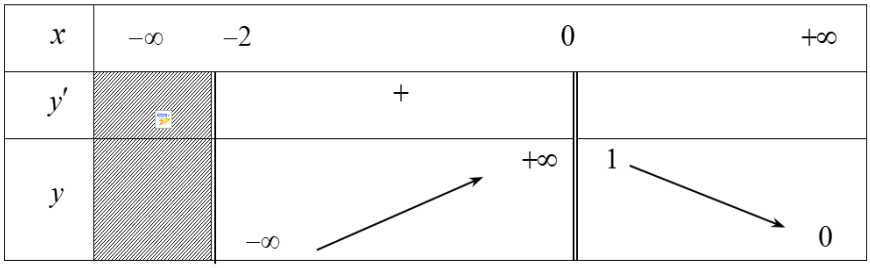
D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-1;y=2.$

Lời giải:

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=2;\lim\limits_{x\to-\infty}y=-1$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=2;y=-1$.

Câu 4. **[NB]** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.



Cho các khẳng định sau:

(1) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2$.

(2) Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x=0$.

(3) Hàm số đồng biến trên $(-2;0)$.

(4) Hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Số khẳng định đúng là:

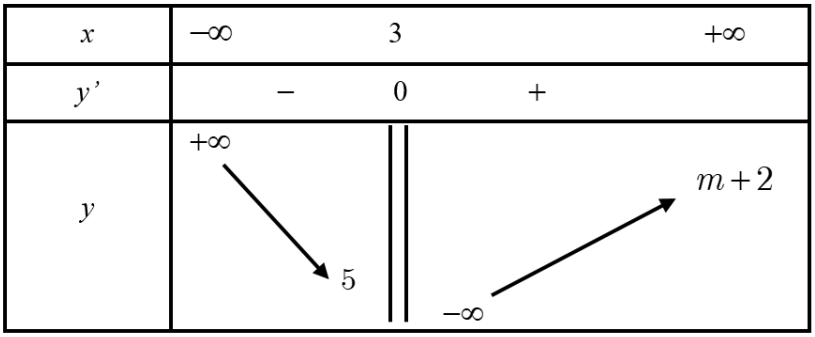
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0

Lời giải:

Chọn C

Khẳng định (1) đúng; khẳng định (2) sai; khẳng định (3) đúng và khẳng định (4) sai. Vậy có 2 khẳng định đúng.

Câu 5. **[TH]** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.



Tìm m để $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)<10$.

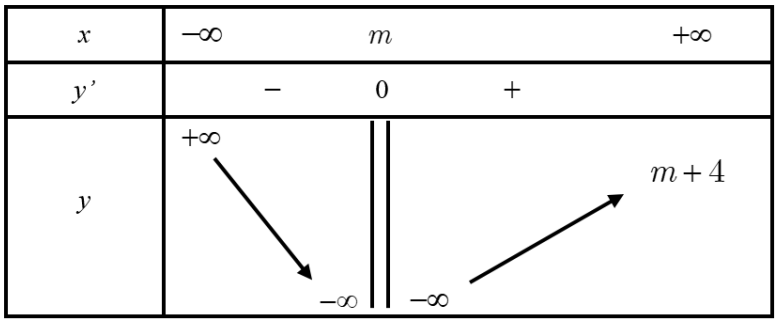
A. $m<1$. **B.** $m<10$. **C.** $m<8$. **D.** $m>8$

Lời giải:

Chọn C.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=m+2;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)<10 \Leftrightarrow m+2<10 \Leftrightarrow m<8$.

Câu 6. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số m để hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một đa giác có diện tích bằng 2 (đvdt).



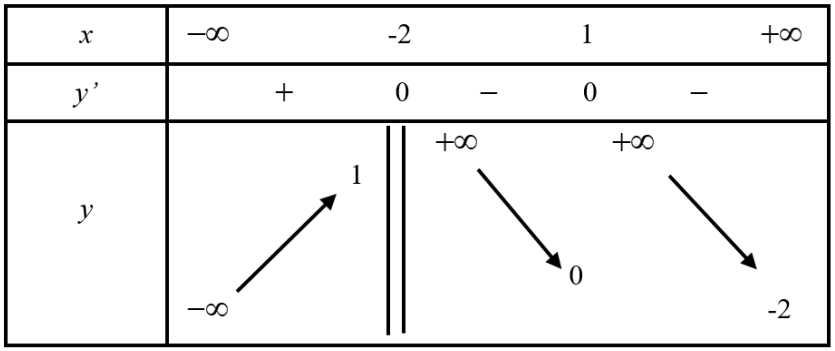
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Đa giác là hình chữ nhật, có diện tích $S=|m||m+4|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2+4m-2=0\\m^2+4m+2=0\end{array}\right.$ mỗi phương trình cho 2 nghiệm, nên tổng cộng có 4 nghiệm.

Câu 7. **[TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{-2\}$ có bảng biến thiên như sau.



Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?

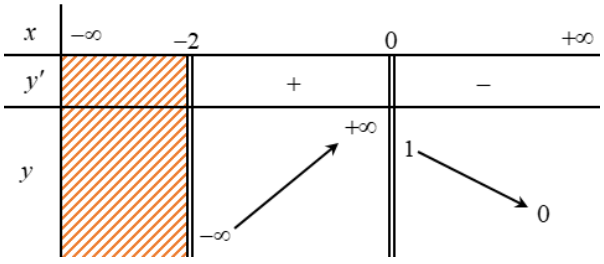
A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Có ba tiệm cận là tiệm cận ngang $y=2$ và hai tiệm cận đứng là $x=-2;x=1$.

Câu 8. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. **Hỏi** đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?



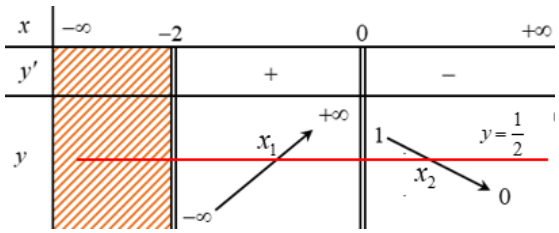
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=-1$; suy ra hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có tiệm cận ngang $y=-1$.

Dựa vào bảng biến thiên



Ta có $2f(x)-1=0$ có hai nghiệm $x=x_1$; $x=x_2$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to x_1^+}\dfrac{1}{2f(x)-1}=+\infty$ suy ra hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có tiệm cận đứng $x=x_1$.

$\lim\limits_{x\to x_2^+}\dfrac{1}{2f(x)-1}=-\infty$ suy ra hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có tiệm cận đứng $x=x_2$.

Vậy hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có 3 đường tiệm cận.

Câu 9. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$-$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	$(m-1)(2-m)$

Tìm tổng số các giá trị nguyên dương của tham số $m\in(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang là 4.

A. 42. **B.** 45. **C.** -3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=(m-1)(2-m)$. Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $y=0$ và $y=(m-1)(2-m)$.

Lại có $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=+\infty$ suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $x=-2$.

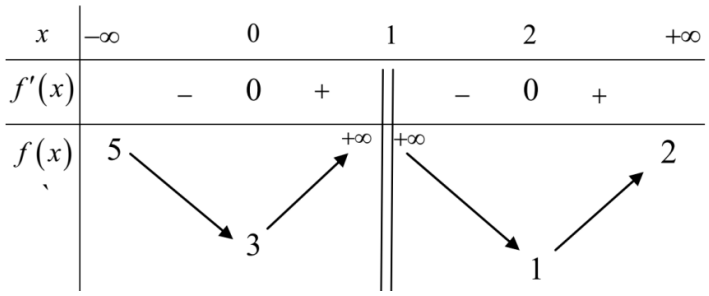
Và $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)=-\infty$ suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $x=2$.

Đề đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang là 4 khi và chỉ khi $(m-1)(2-m)\neq0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq1\\m\neq2\end{cases}$.

Vì $m\in(-10;10)$ và m là số nguyên dương nên $m\in\{3;4;5;6;7;8;9\}$.

Vậy $3+4+5+6+7+8+9=42$.

Câu 10. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ bảng biến thiên như sau:



Số giá trị $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{f(x)}{f(x)-m+1}$ có 4 đường tiệm cận là:

A. 5. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 21.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{f(x)-m+1}=\dfrac{5}{6-m}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{f(x)-m+1}=\dfrac{2}{3-m}$

- Xét với $m=6$ thì đồ thị hàm số $y=g(x)$ nhận đường thẳng có phương trình $y=-\dfrac{2}{3}$ là TCN

Khi đó phương trình: $f(x)=m-1=5$ có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ ĐTHS có 2 TCĐ $\Rightarrow$ ĐTHS có 3 đường tiệm cận $\Rightarrow m=6$ (không thỏa mãn).

- Xét $m=3\Rightarrow$ĐTHS $y=g(x)$ nhận đường thẳng có phương trình $y=\dfrac{5}{3}$ là TCN

Khi đó phương trình: $f(x)=m-1=2$ có 1 nghiệm $\Rightarrow$ĐTHS có 1 TCĐ $\Rightarrow$ ĐTHS có 2 đường tiệm cận $\Rightarrow m=3$ (không thỏa mãn).

- Với $m\neq3$ và $m\neq6$ thì đồ thị hàm số $y=g(x)$ nhận 2 đường thẳng có phương trình $y=\dfrac{5}{6-m}$; $y=\dfrac{2}{3-m}$ là TCN

Xét phương trình: $f(x)-m+1=0\Leftrightarrow f(x)=m-1$ $(*)$

Để ĐTHS $y=g(x)$ có 4 đường tiệm cận thì $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt

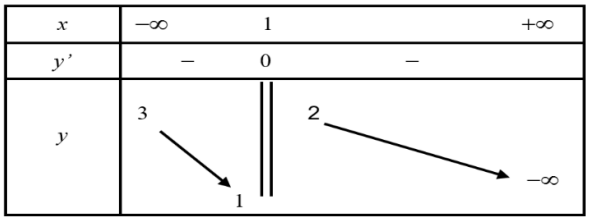
$\Rightarrow m\in(2;3)\cup\{4\}\cup[6;+\infty)$

Do ĐK nên $m\in(2;3)\cup\{4\}\cup(6;+\infty)$

Vậy $m\in(2;3)\cup\{4\}\cup(6;+\infty)$ do $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-10;10]$ nên $m\in\{4;7;8;9;10\}$

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.



Chọn phát biểu **đúng:**

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

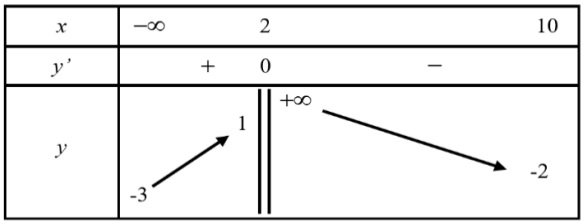
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

Lời giải:

Chọn D

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(-\infty;10)\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.



Chọn phát biểu đúng:

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$ và tiệm cận ngang $y=-3$.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=-2$ và $y=-3$.

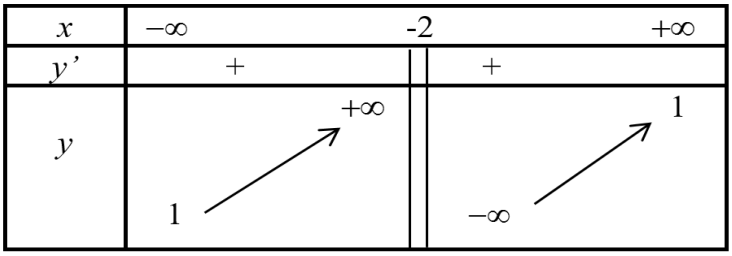
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-2;10)$.

Lời giải:

Chọn A

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và có bảng biến thên như hình vẽ dưới:



Khẳng định nào sau đây **không** đúng:

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2$.

B. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

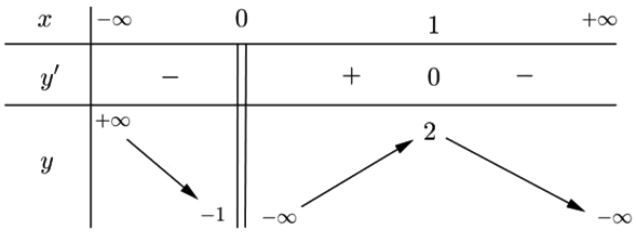
C. Đồ thị có tiệm cận ngang là $y=1$.

D. Hàm số không có cực trị.

Lời giải:

Chọn B.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận?

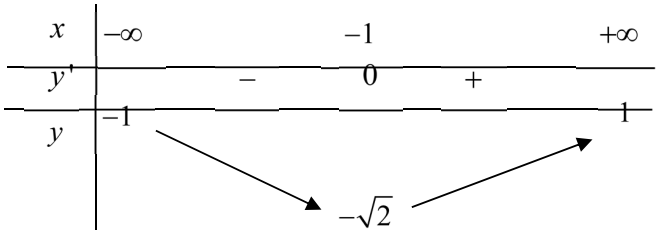


A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang $y=1, y=-1$.

B. Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=1$.

C. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang $y=1, y=-1$ và 1 đường tiệm cận đứng $x=-1$.

D. Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=1$ và 1 đường tiệm cận đứng $x=-1$.

Lời giải

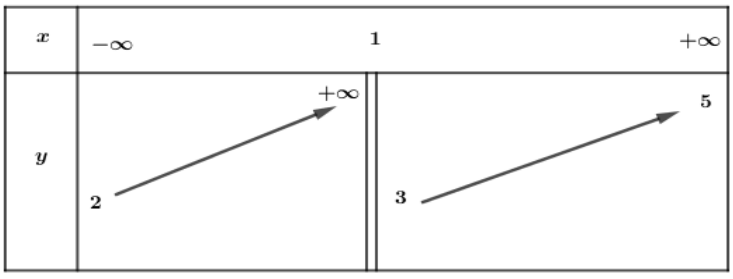
Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to -1} f(x)=\sqrt{2}\neq \pm\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-1, \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=1 \to y=-1, y=1$ là tiệm cận ngang.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn C

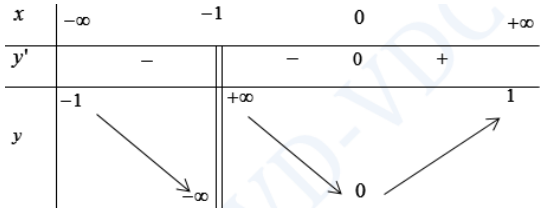
Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=2, \lim\limits_{x\to +\infty} y=5$ nên đường thẳng $y=2$ và $y=5$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$

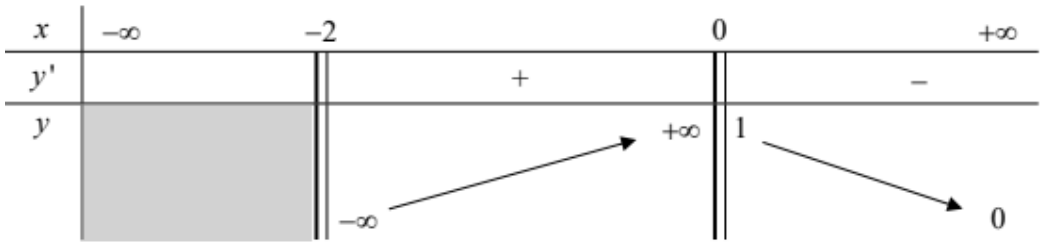
Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to +\infty} y=1; \lim\limits_{x\to -\infty} y=-1$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y=1, y=-1$.

Do $\lim\limits_{x\to (-1)^+} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$. Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Vì $\begin{cases}\lim\limits_{x\to (-2)^+} y=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 0^-} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to +\infty} y=0\end{cases}$ nên đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

D. Hàm số không có đạo hàm tại $x=-1$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty$ nên hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biên thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $\text{Min} f(x)=-2;\ \text{Max} f(x)=2$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

D. Hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

B. Sai vì Hàm số đồng biến trên $(0;1)$ và $(1;2)$.

C. Sai vì $f_{CT}(x)=-2; f_{CD}(x)=2$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau. Hỏi đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận ngang.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	-2

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

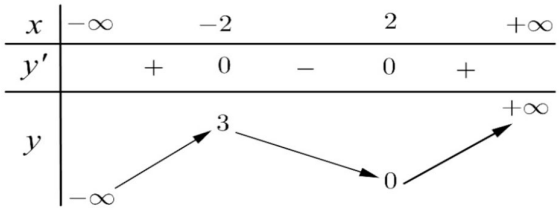
Lời giải

Chọn D.

Ta có.

- $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-2\Rightarrow y=-2$ là tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to2^-} y=-\infty,\ \lim\limits_{x\to2^+} y=+\infty\Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

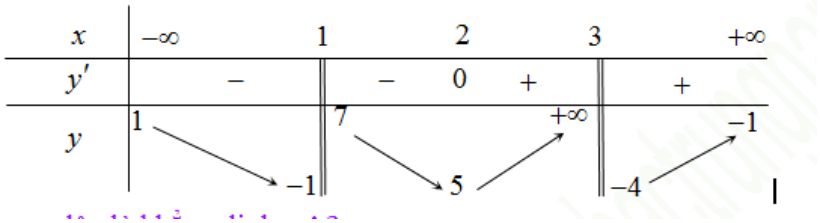
Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f(x)=2$ có 3 nghiệm $\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(3-x)-2}$ có 3 tiệm cận đứng.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1;3\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên :

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?



A. Đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

B. Đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm ngang của đồ thị hàm số đã cho.

C. Đường thẳng $x=3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

D. Đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Lời giải

Chọn D

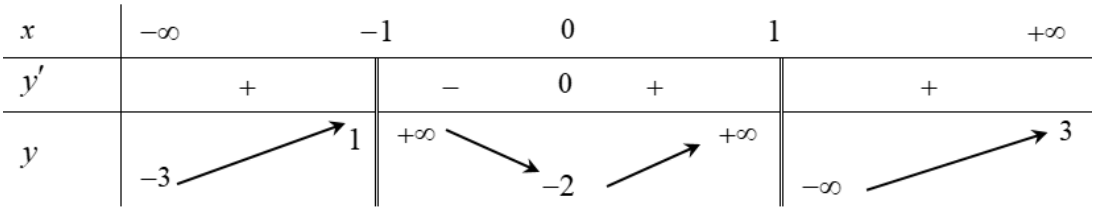
Dựa vào đồ thị ta có :

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.

$\lim\limits_{x\to3^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu tiệm cận?



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-3 \Rightarrow y=-3$ là TCN.

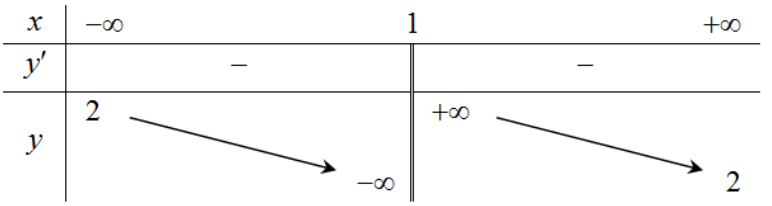
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3 \Rightarrow y=3$ là TCN.

$\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=+\infty \Rightarrow x=-1$ là TCĐ.

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=-\infty \Rightarrow x=1$ là TCĐ.

Hàm số có 2 TCĐ: $x=\pm 1$, 2 TCN: $y=\pm 3$.

Câu 15: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Nhìn vào bảng biến thiên ta có.

A. Hàm số giảm trên miền xác định.

B. $\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty$.

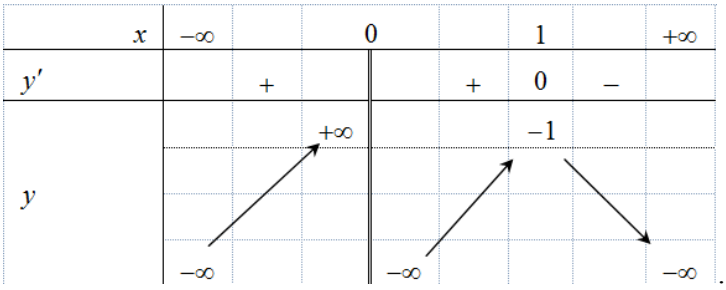
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$, tiệm cận đứng $x=1$.

D. $\lim\limits_{x\to2} y=-\infty$.

Lời giải

Chọn C

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Chọn khẳng định **sai**?

A. Cực đại của hàm số bằng 1.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

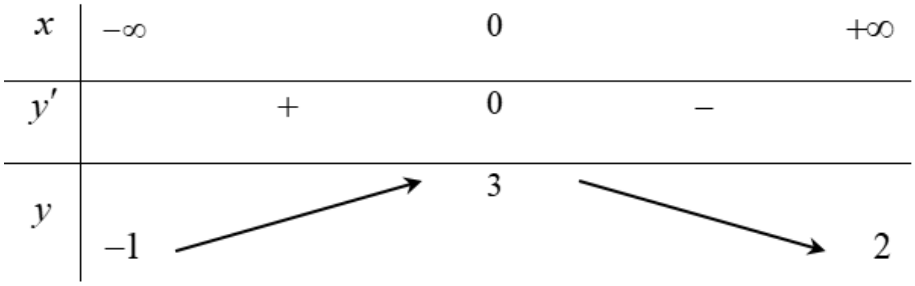
D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=0$.

Lời giải

Chọn A

Cực đại của hàm số bằng 1.

Câu 17: Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?



A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1,$ tiệm cận ngang $y=2.$.

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-1; y=2.$

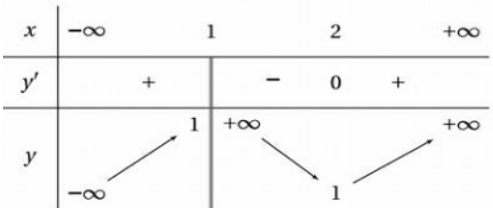
Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=2; \lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=2; y=-1$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.

Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\mathrm{e}^{f^2(x)}-2}$ là bao nhiêu?



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Xét $\mathrm{e}^{f^2(x)}-2=0 \Leftrightarrow f^2(x)=\ln 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\sqrt{\ln 2} \\ f(x)=-\sqrt{\ln 2} \end{array}\right.$.

Dựa vào bbt ta thấy:

Đường thẳng $y=\sqrt{\ln 2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y=-\sqrt{\ln 2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm.

Nên phương trình $\mathrm{e}^{f^2(x)}-2=0$ có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\mathrm{e}^{f^2(x)}-2}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:.

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$	$-\infty$	↗	3	↘ $-\infty$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT, phương trình $2f(x)-5=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc các khoảng $(-\infty;-2)$, $(-2;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	4	↘	$-\infty$

Tìm số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{f^2(x^2)-9}}$

A. 5. **B. 6.** **C. 7** **D. 8.**

Lời giải

Chọn C

Ta có $x\to\pm\infty\Rightarrow x^2\to+\infty\Rightarrow f(x^2)\to-\infty\Rightarrow f^2(x^2)\to+\infty\Rightarrow\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{\sqrt{f^2(x^2)-9}}=0$

Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=0$

Ta có $f^2(x^2)-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x^2)=3\\f(x^2)=-3\end{array}\right.$

Khi $f(x^2)=-3$ suy ra $x^2=k\in(1;+\infty)\Rightarrow x=\pm\sqrt{k}$

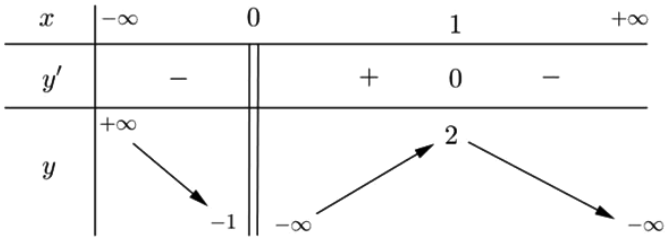
Khi $f(x^2)=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=a\in(-\infty;0)\Rightarrow \text{loai} \\ x^2=b\in(0;1)\Rightarrow \text{x}=\pm\sqrt{b} \\ x^2=c\in(1;+\infty)\Rightarrow \text{x}=\pm\sqrt{c} \end{array}\right.$

Đồ thị hàm số có 6 tiệm cận đứng.

Kết luận đồ thị hàm số có 7 tiệm cận.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận

B. Hàm số có 2 cực trị.

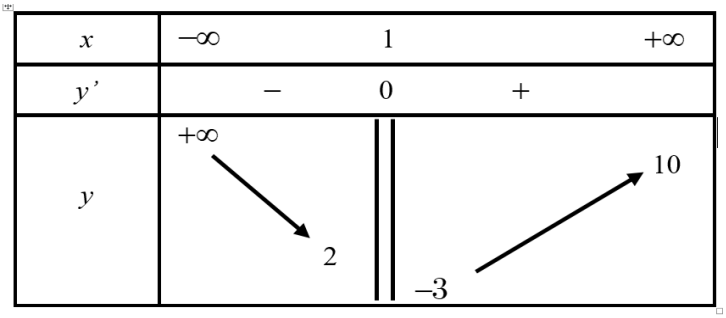
C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là?

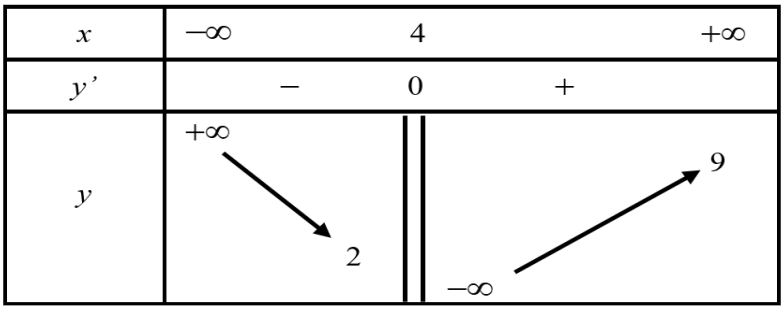
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3

Lời giải:

Chọn A.

Câu trên học sinh thường sai lầm là chọn B vì nghĩ đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=10$, nhưng $x=1$ không là tiệm cận của đồ thị hàm số nên đồ thị chỉ có duy nhất tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



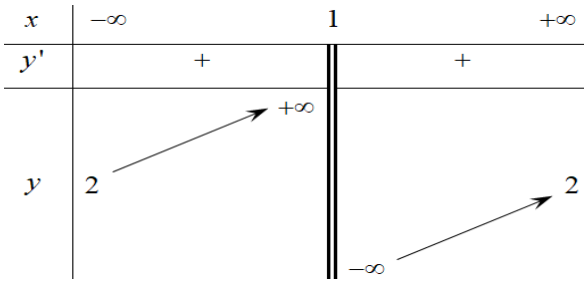
Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải:

Chọn D

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào dưới đây là **SAI**?



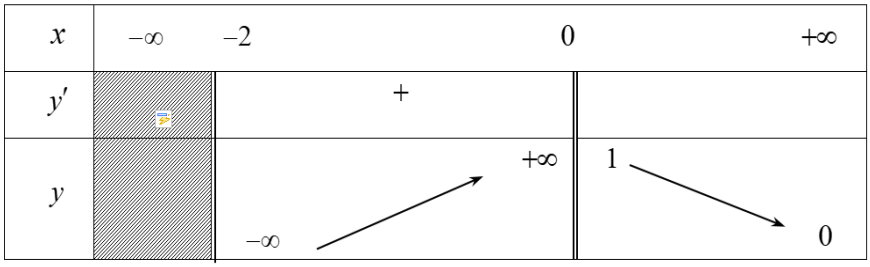
A. Hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.. **B.** Hàm số không có cực trị.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $x=2$.. **D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2 . **D.** 4 .

Lời giải.

Chọn. B.

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=-\infty$, suy ra đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=+\infty$, suy ra đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$, suy ra đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\|\|$	$\nearrow$	10
		2	-3		

Số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3

Lời giải:

Chọn A.

Câu trên học sinh thường sai lầm là chọn B vì nghĩ đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=10$, nhưng $x=1$ không là tiệm cận của đồ thị hàm số nên đồ thị chỉ có duy nhất tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\|\|$	$\nearrow$	9
		2	$-\infty$		

Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào dưới đây là **SAI**?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	2

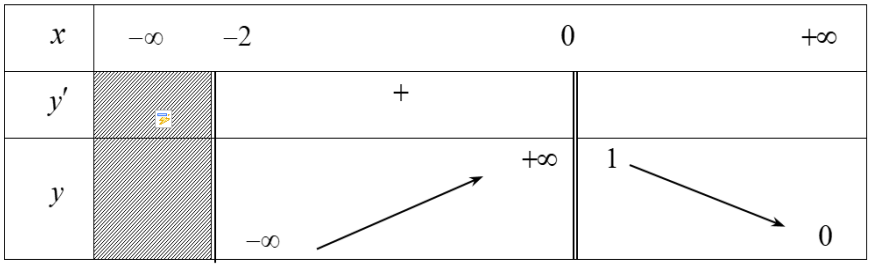
A. Hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$. **B.** Hàm số không có cực trị.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $x=2$. **D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải.

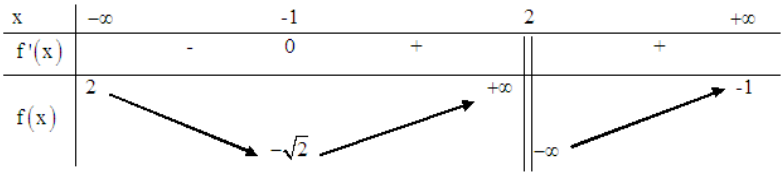
Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=-\infty$, suy ra đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=+\infty$, suy ra đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ:



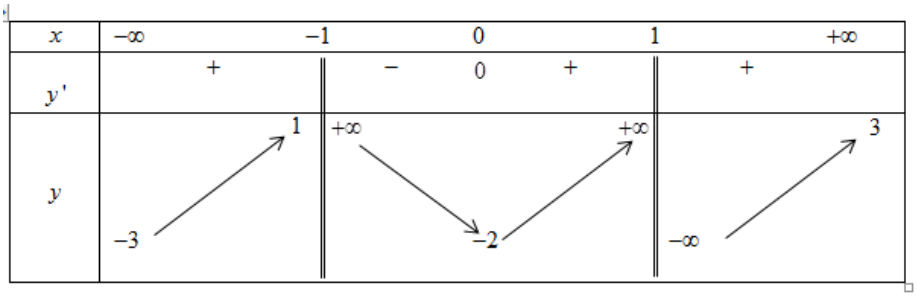
Đồ thị hàm số có mấy đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-3\Rightarrow y=-3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

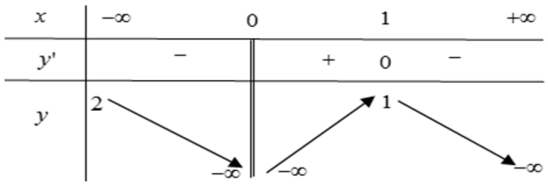
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=3\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+} y=-\infty\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

$\lim\limits_{x\to0^+} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to0^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=0$.

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$		$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	4	↘	$+\infty$	↘	2
				$-\infty$		$-\infty$			

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=2\Rightarrow y=2$ là đường tiệm cận ngang.

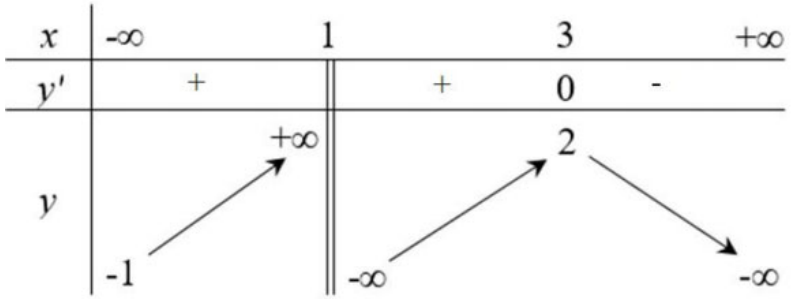
$\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty\Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

($\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty \Rightarrow$ khi $x\to-\infty$ đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang)

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (gồm các tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

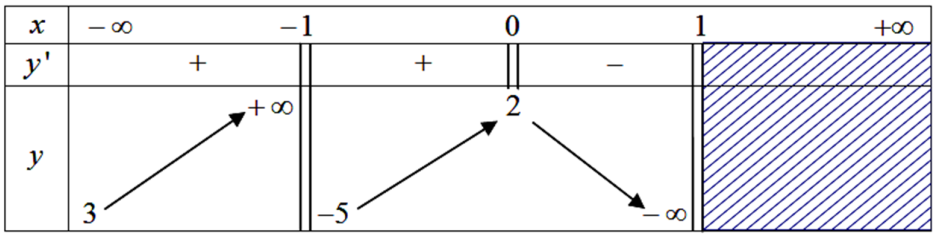
A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$ và tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

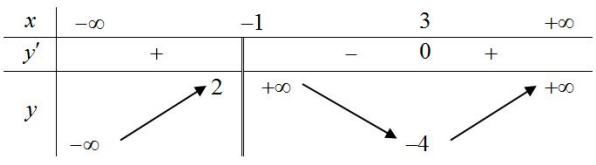
Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=3$ suy ra $y=3$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-1^-} y=+\infty$ suy ra $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty$ suy ra $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Vậy hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



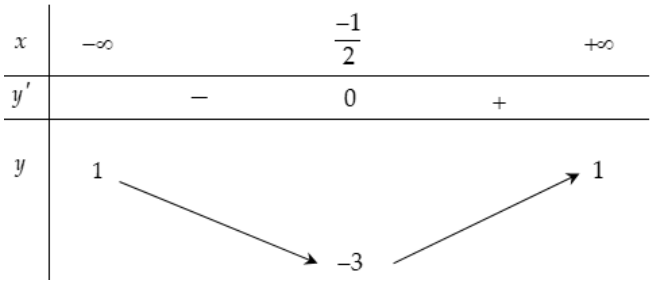
Đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ đúng bằng số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-1=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$.

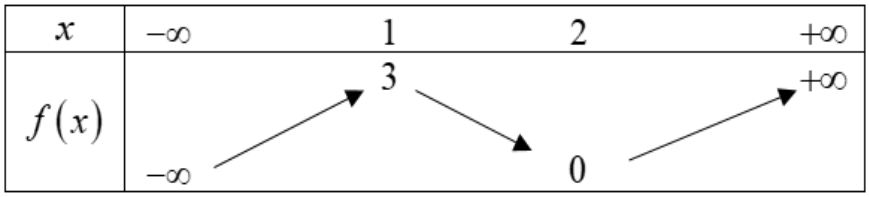
Mà số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có 2 tiệm cận đứng.

Lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=1\Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=1$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là 3.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $h(x)=\dfrac{1}{2f(x)-1}$.

*) Tiệm cận ngang:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=0$.

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y=0$.

*) Tiệm cận đứng:

Xét phương trình: $2f(x)-1=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ có ba nghiệm phân biệt a, b, c thỏa mãn $a<1<b<2<c$.

Đồng thời $\lim\limits_{x\to a^+} h(x)=\lim\limits_{x\to b^-} h(x)=\lim\limits_{x\to c^+} h(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=h(x)$ có ba đường tiệm cận đứng là $x=a$, $x=b$ và $x=c$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=h(x)$ là bốn.

Câu 19. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	6
			3		

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{f^2(x)}{f(x)-m}$ có đúng 3 tiệm cận đứng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$\lim\limits_{x\to 2^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{f^2(x)}{f(x)-m}=+\infty$ nên $\forall m$, đồ thị hàm số $y=g(x)$ luôn có một tiệm cận đứng $x=2$.

Mặt khác, từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ thì phương trình $f(x)-m=0$ tối đa 2 nghiệm. Vậy để đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng 3 tiệm cận đứng thì điều kiện cần là phương trình $f(x)=m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 2 $\Leftrightarrow 3<m<6$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to x_1^+} g(x)=\lim\limits_{x\to x_1^+}\dfrac{f^2(x)}{f(x)-m}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to x_2^+} g(x)=\lim\limits_{x\to x_2^+}\dfrac{f^2(x)}{f(x)-m}=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 2 tiệm cận đứng là đường thẳng $x=x_1$ và $x=x_2$.

Vậy với $3<m<6$ thì đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng 3 tiệm cận đứng. Do m nguyên nên có 2 giá trị của m thỏa mãn bài toán là $m=4$ và $m=5$.

Câu 20. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{f(x)-m}$ có đúng 3 đường tiệm cận?

A. 15. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 14.

Lời giải

Chọn C

- Ta có $\sqrt{x+1}$ có nghĩa khi $x\ge -1$.
- Từ bảng biến thiên suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=g(x)$ luôn có duy nhất 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$, $\forall m\in\mathbb{R}$.
- $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=0$
- Khi đó, để đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng 3 đường tiệm cận thì nó phải có 2 đường tiệm cận đứng
  $\Rightarrow$ phương trình $f(x)=m$ phải có 2 nghiệm phân biệt $\in[-1;+\infty)$

Từ bảng biến thiên suy ra $m\in(3;+\infty)\cup\{-1\}\xrightarrow{m\in\mathbb{Z},m\in[-10;10]} m\in\{-1;4;5;6;7;8;9\}$.

Vậy, có tất cả 7 giá trị của m thỏa mãn.

BÀI TOÁN 9: ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC BA

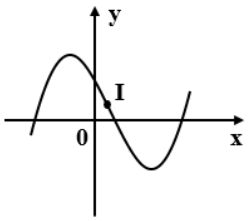
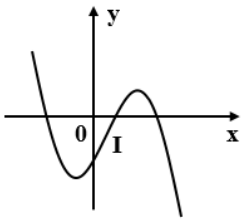
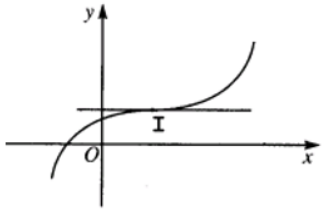
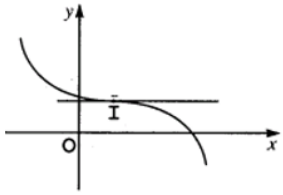
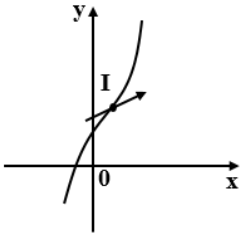
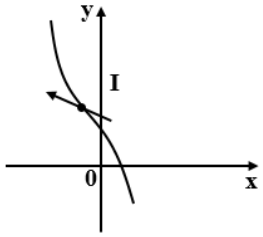
A. LÝ THUYẾT:

Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$ **:**

- Tập xác định D = R.

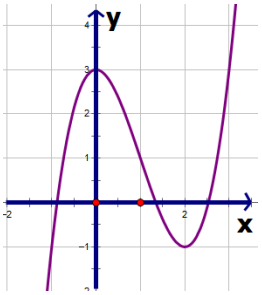
$y' = 3ax^2 + 2bx + c$

- Đồ thị luôn có một điểm uốn và nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.
- Các dạng đồ thị:

	$a > 0$	$a < 0$
$y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac > 0$		
$y' = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac = 0$		
$y' = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac < 0$		

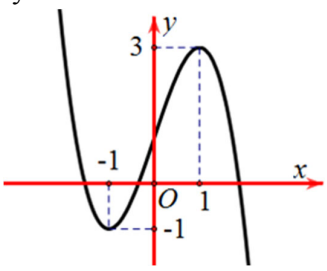
B. VÍ DỤ MINH HỌA:

Câu 1: **[NB]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



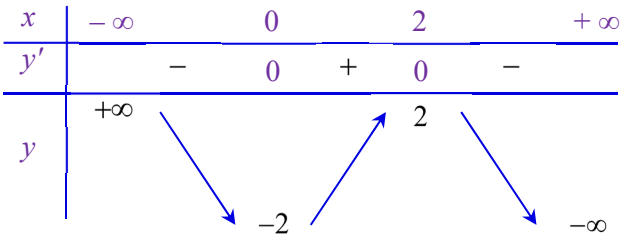
A. $y = -x^3 - 3x^2 + 3.$ **B.** $y = x^3 - 3x + 3.$ **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 3.$ **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 3.$

Câu 2: **[NB]** Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



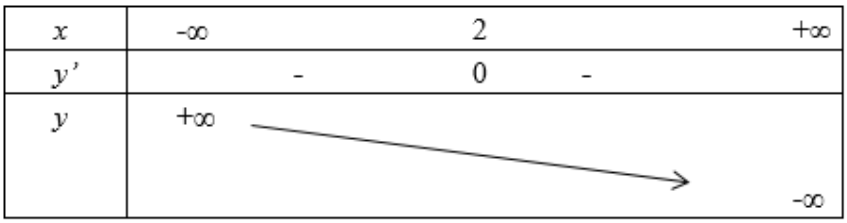
A. $y=-x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Câu 3: **[NB]** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án **A, B, C, D?**



A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x-2$.

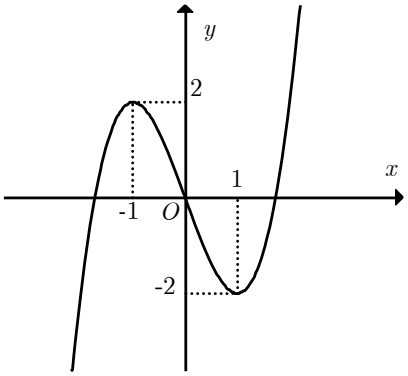
Câu 4: **[NB]** Cho bảng biến thiên



Hỏi bảng biến thiên trên là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y=-x^3+6x^2-12x$. **B.** $y=x^3-6x^2+12x$. **C.** $y=-x^3+4x^2-4x$. **D.** $y=-x^3+4x-4$

Câu 5: **[TH]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số có hệ số $a<0$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;-1)$ và $(1;2)$.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hệ số tự do của hàm số khác 0.

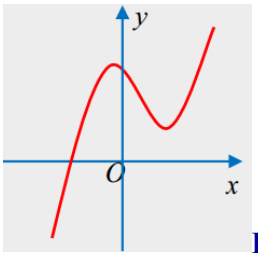
Câu 6: [TH] Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

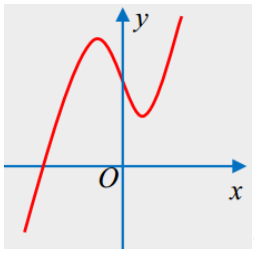
x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

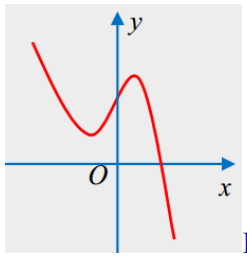
Với $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$ thì phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có bao nhiêu nghiệm

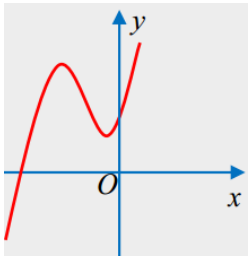
A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Câu 7: [TH] Biết hàm số $y=x^3-x^2-x+2$ có đồ thị là một trong bốn đường cong được liệt kê ở trong các phương án A,B,C,D . Hỏi đó là hình nào dưới đây?

A. 

B. 

C. 

D. 

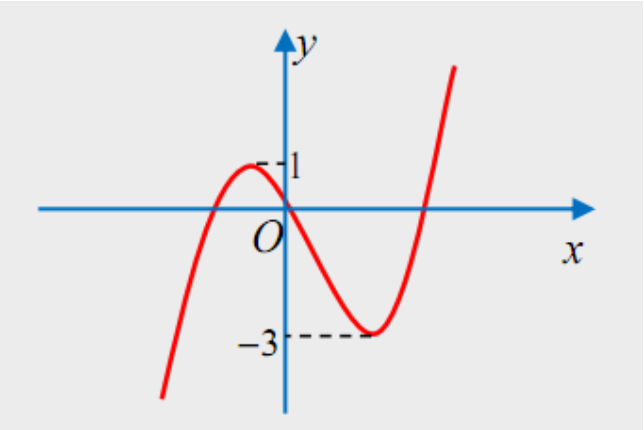
Câu 8: [VD] **(Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng nai – Lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Khi đó phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có bốn nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi

A. $0<m<1$ **B.** $0<m\le 1$ **C.** $\frac{1}{2}<m<1$ **D.** $\frac{1}{2}\le m<1$

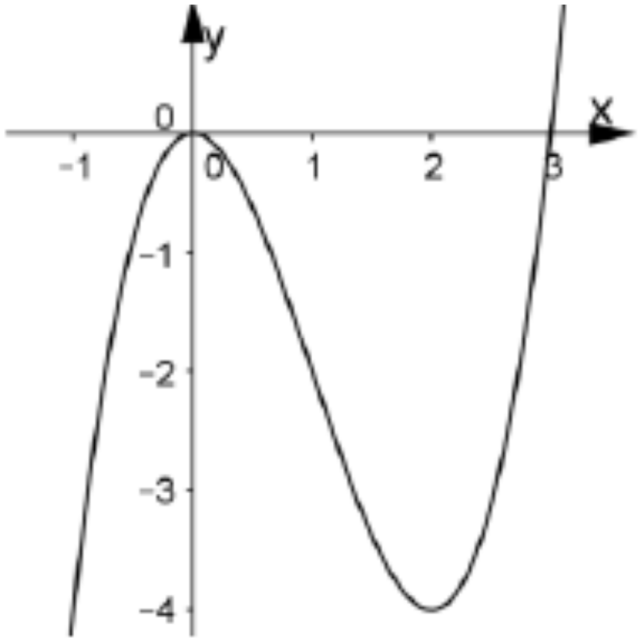
Câu 9: [VD] Đồ thị (C) có hình vẽ bên.



Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f(x)+m\right|$ có ba điểm cực trị là

A. $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$ **B.** $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$ **C.** $m=-1$ hoặc $m=3$ **D.** $1\le m\le 3$

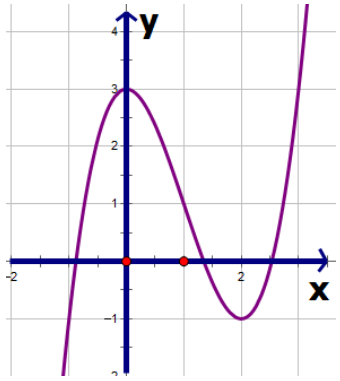
Câu 10: [VDC] **(Đề thi thử THPT Quốc gia năm 2018- Lần 2 - Gv Tô Quốc An)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

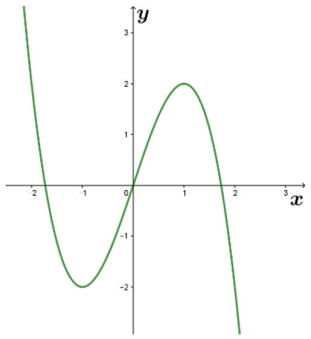
C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: [NB] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x^2+3$. **B.** $y=x^3-3x+3$. **C.** $y=-x^3+3x^2+3$. **D.** $y=x^3-3x^2+3$.

Câu 2: [NB] Đường cong là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số cho ở các phương án A, B, C, D sau đây?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=-x^3+2x^2$. **D.** $y=x^3-3x^2$.

Câu 3: [NB] Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		
y'		$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	↗	1	↘	$-\frac{29}{3}$

				$+\infty$ ↗

A. $y=-x^3+3x^2+9x-2$. **B.** $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x-\frac{2}{3}$.

C. $y=x^3-3x^2-9x-2$. **D.** $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x+\frac{2}{3}$.

Câu 4: [NB] Cho bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		↘	$-\infty$

Hỏi bảng biến thiên trên là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y=x^3-6x^2+12x$. **B.** $y=-x^3+4x-4$.

C. $y=-x^3+6x^2-12x$. **D.** $y=-x^3+4x^2-4x$.

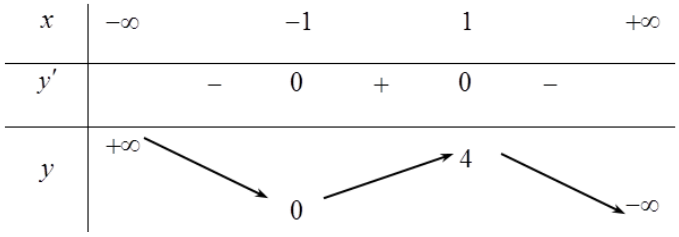
Câu 5: **[NB]** Số điểm cực trị của hàm số $y=x^3-3x^2+2x-1$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 6: **[NB]** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+x^2-5$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $K(-5;0)$. **B.** $M(0;-2)$. **C.** $P(0;-5)$. **D.** $N(1;-3)$.

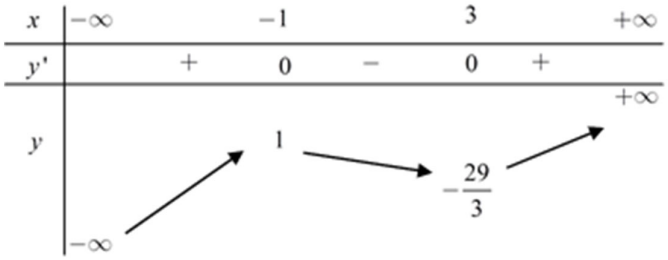
Câu 7: **[NB]** Bảng biến thiên trong hình bên dưới của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-1}{2x-1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$.

C. $y=-x^3+3x+2$. **D.** $y=x^3-3x+4$.

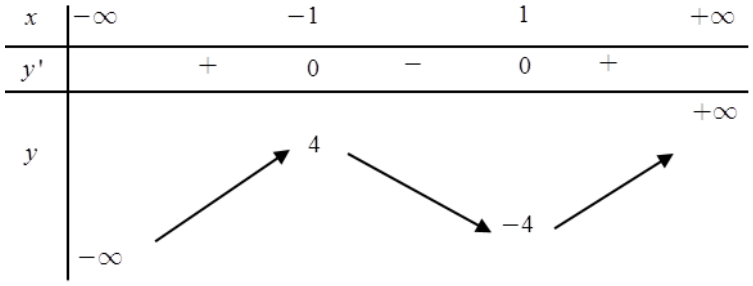
Câu 8: **[NB]** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?



A. $y=-x^3+3x^2+9x-2$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x-\dfrac{2}{3}$.

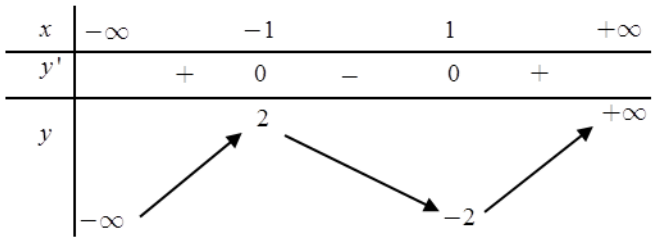
C. $y=x^3-3x^2-9x-2$. **D.** $y=-\dfrac{1}{3}x^3+x^2+3x+\dfrac{2}{3}$.

Câu 9: **[NB]** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?



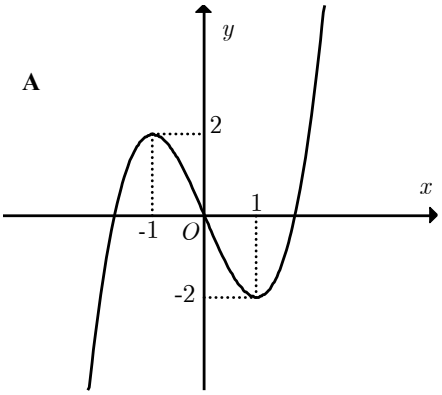
A. $y=2x^3-6x$. **B.** $y=-2x^3+6x-8$. **C.** $y=-2x^3+6x$. **D.** $y=2x^3-6x+8$.

Câu 10: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên sau:

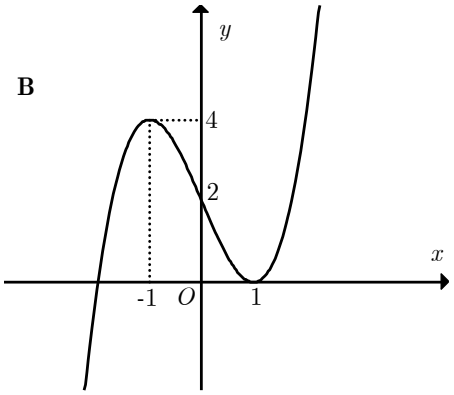


Đồ thị nào trong các phương án A, B, C, D thể hiện hàm số $y=f(x)$?

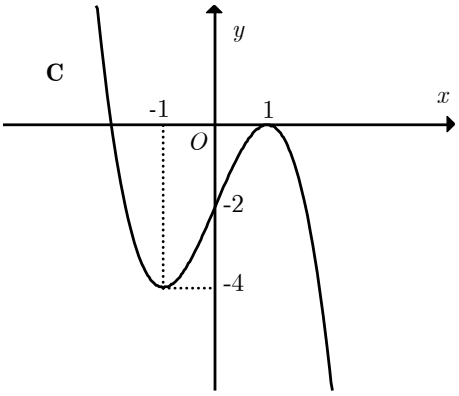
A



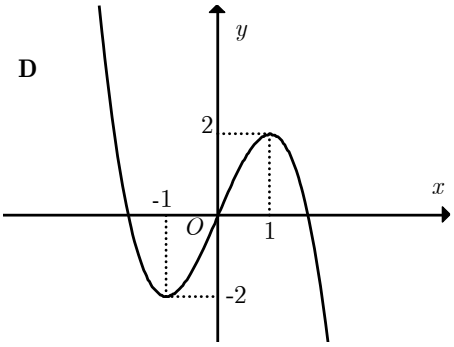
B



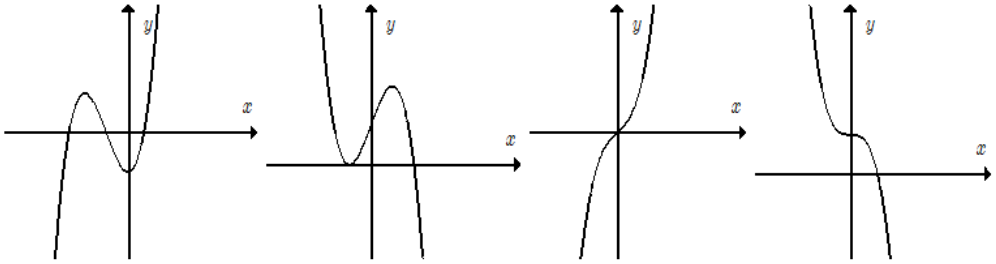
C



D



Câu 11: **[TH]** Cho các dạng đồ thị (I), (II), (III), (IV) như hình dưới đây:

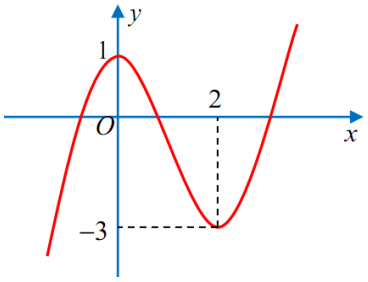


(I) **(II)** **(III)** **(IV)**

Liệt kê tất cả các dạng có thể biểu diễn đồ thị hàm số $y=x^3+bx^2+cx+d$.

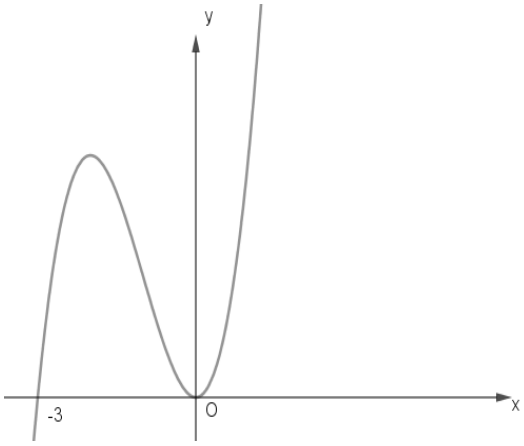
A. (I). **B.** (I) và (III). **C.** (II) và (IV). **D.** (III) và (IV).

Câu 12: [TH] Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hình vẽ bên. Hỏi phương trình $f(x)+2=0$ có bao nhiêu nghiệm?



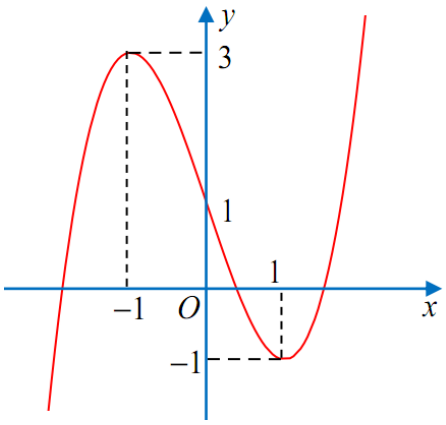
A. Một nghiệm
B. Hai nghiệm phân biệt
C. Ba nghiệm phân biệt
D. Vô nghiệm

Câu 13: [TH] Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ có dạng như hình bên.Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 14: [TH] Cho đồ thị hàm số có đồ thị như hình vẽ. Tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y=2m-1$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt



A. $m=0$ hoặc $m=2$
B. $m=-1$ hoặc $m=3$
C. $-1<m<3$
D. $m\le 0$ hoặc $m\ge 2$

Câu 15: **[TH]** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Với $m\in(1;3)$ thì phương trình $|f(x)|=m$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 3.
C. 4. **D.** 5.

Câu 16: **[TH]** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3$ thuộc góc phần tư thứ mấy?

A. Thứ I **B.** Thứ II.
C. Thứ III. **D.** Thứ IV.

Câu 17: **[VD]** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-4$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ có đồ thị (C_2). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

B. (C_1) và (C_2) trùng nhau.

C. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua Oy.

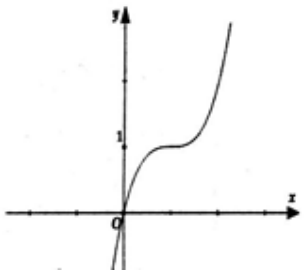
D. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua Ox.

Câu 18: **[VD]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-x^2-x-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt

A. $-1<m<\dfrac{5}{27}$ **B.** $0<m<\dfrac{2}{3}$

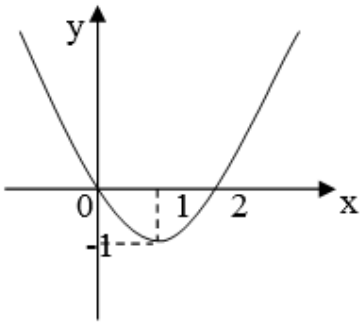
C. $-1<m<\dfrac{2}{3}$ **D.** $-1\le m\le\dfrac{5}{27}$

Câu 19: **[VD] (Đề 10-Megabook)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2+c^2+b+1$ là:



A. 1. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 20: [VDC] **(Đề thi thử THPT Quốc gia năm 2018- Lần 2 - Gv Tô Quốc An)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đạo hàm là hàm số $y=f'(x)$ với đồ thị như hình vẽ dưới.

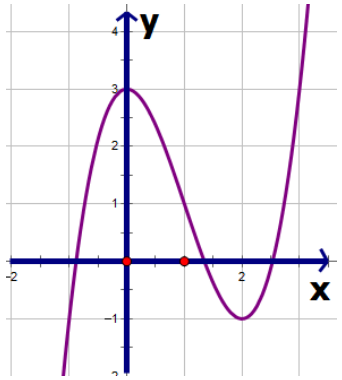


Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ dương. Khi đó đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 1 **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{4}{3}$

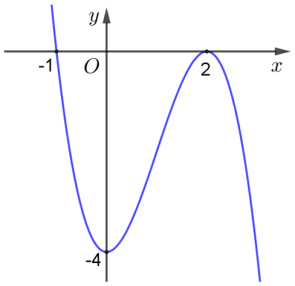
D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: [NB] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x^2+3$. **B.** $y=x^3-3x+3$. **C.** $y=-x^3+3x^2+3$. **D.** $y=x^3-3x^2+3$.

Câu 2: [NB] Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3-4$. **B.** $y=x^3-3x^2-4$.

C. $y=-x^3+3x^2-4$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Câu 3: [NB] Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x-2$.

Câu 4: [NB] Cho bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-	0	-	
y	$+\infty$	↘		↘	$-\infty$

Hỏi bảng biến thiên trên là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y=x^3-6x^2+12x$. **B.** $y=-x^3+4x-4$.

C. $y=-x^3+6x^2-12x$. **D.** $y=-x^3+4x^2-4x$.

Câu 5: **[NB]** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. $y=-x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-1$.

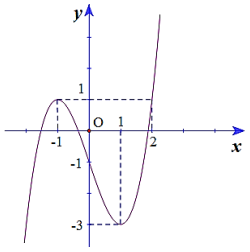
C. $y=x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Câu 6: **[NB]** Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây ?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x-2$.

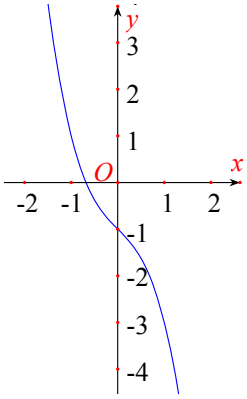
Câu 7: **[NB]** Đồ thị hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Chọn đáp án đúng.



A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=x^3-3x^2-3x-1$.

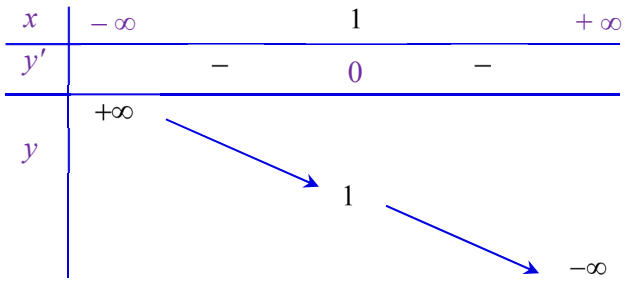
C. $y=\frac{1}{3}x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3+3x^2-3x+1$.

Câu 8: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^3-3x+6$. **B.** $y=x^3-3x-9$. **C.** $y=x^3-3x+5$. **D.** $y=-x^3-x-1$.

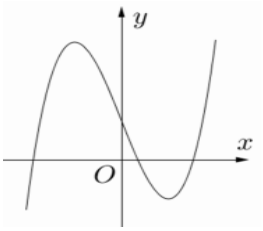
Câu 9: **[NB]** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án **A, B, C D?**



A. $y=-x^3+3x^2-3x+1$. **B.** $y=x^3-x^2+2x$.

C. $y=x^3-3x^2+3x+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-3x+2$.

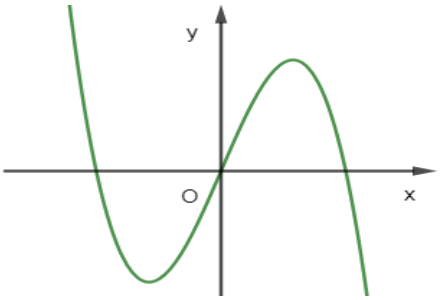
Câu 10: **[NB]** Đường cong trong hình bên là hình dạng đồ thị của hàm số nào?



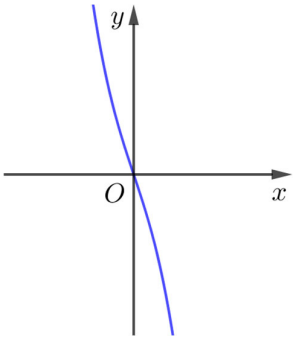
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3-x^2+1$. **C.** $y=-x^2+x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 11: **[NB]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3-3x$.



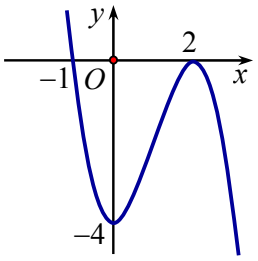
Câu 12: **[NB]** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=3x^4+2x^2$. **B.** $y=-3x^3-3x$.

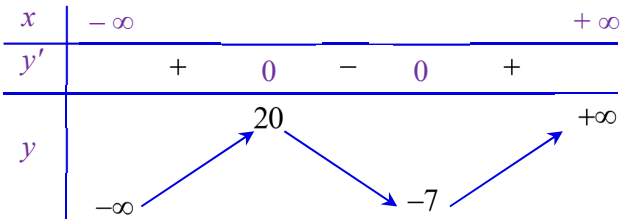
C. $y=-2x^3-4x-1$. **D.** $y=-2x^3-3x^2$.

Câu 13: **[NB]** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



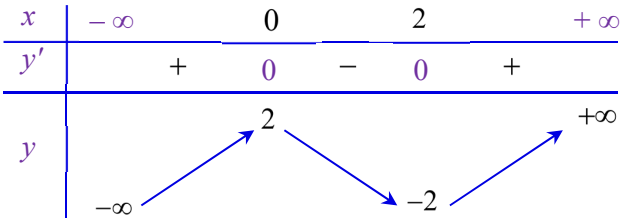
A. $y=x^3-3x^2-4$.
B. $y=-x^3+3x^2-4$.
C. $y=x^3+3x^2-4$.
D. $y=-x^3-3x^2-4$.

Câu 14: **[NB]** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án **A, B, C D?**



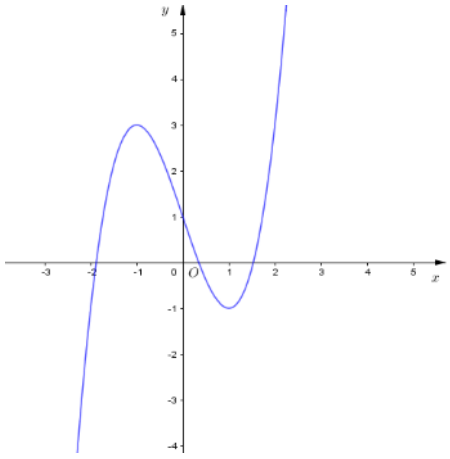
A. $y=-2x^3-3x^2+12x$.
B. $y=2x^3+3x^2-12x$.
C. $y=-2x^4-3x^2+12x$.
D. $y=2x^3-3x^2+12x$.

Câu 15: **[NB]** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án **A, B, C D?**



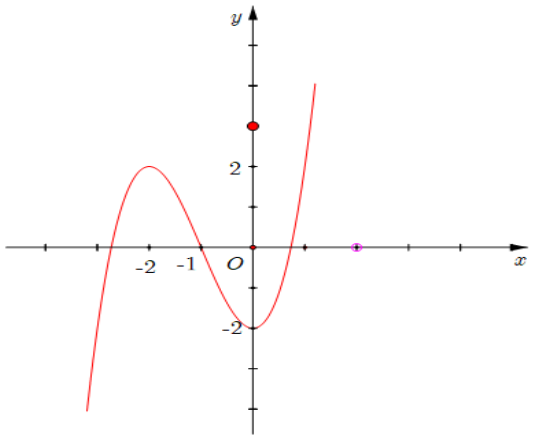
A. $y=-x^3+3x^2-1$.
B. $y=x^3+3x^2-1$.
C. $y=x^3-3x+2$.
D. $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 16: **[NB]** Đồ thị trong hình vẽ bên dưới là của hàm số nào sau đây?



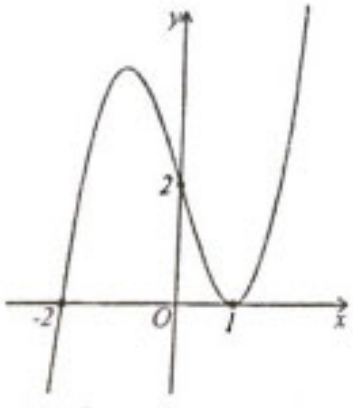
A. $y=-x^3+3x-1$.
B. $y=-x^3+3x+1$.
C. $y=x^3-3x-1$.
D. $y=x^3-3x+1$.

Câu 17: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án $A, B,\ C, D$ dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



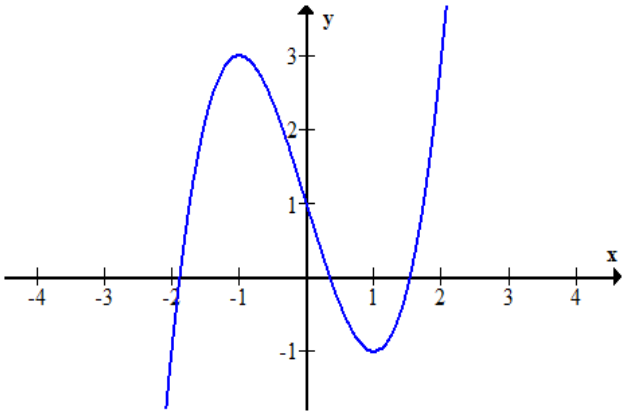
A. $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-2$. **C.** $y=x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^3-3x^2-2$.

Câu 18: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số sau đây. Hàm số đó là hàm số nào?



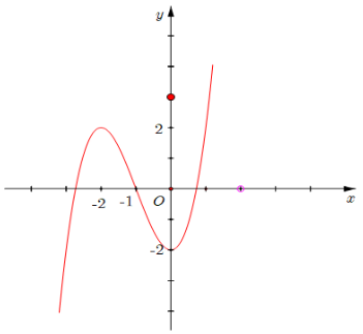
A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^3+3x+2$. **C.** $y=x^3+3x+2$. **D.** $y=x^3-3x-2$.

Câu 19: **[NB]** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau



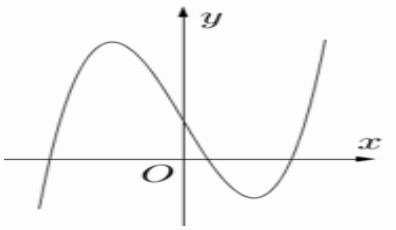
A. $y=-x^3+3x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x-1$ **C.** $y=x^3-3x+1$ **D.** $y=-x^3-3x^2-1$

Câu 20: [NB] Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



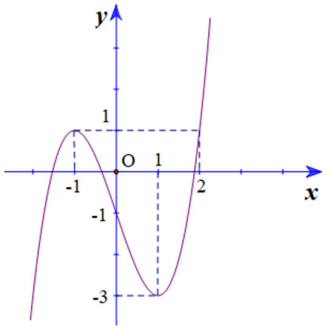
A. $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-2$. **C.** $y=x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^3-3x^2-2$.

Câu 21: [NB] Đường cong trong hình bên là hình dạng đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+2$ **C.** $y=-x^3+x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

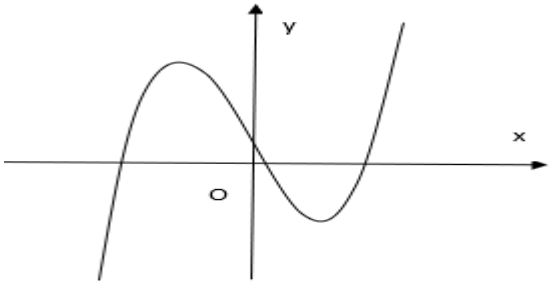
Câu 22: [NB] Đồ thị hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Chọn đáp án đúng?



A. $y=x^3-3x^2-3x-1$. **B.** $y=\frac{1}{3}x^3+3x-1$.

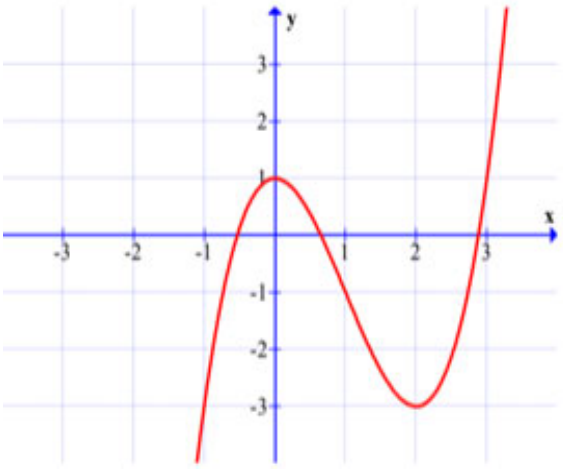
C. $y=x^3+3x^2-3x+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 23: [NB] Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?



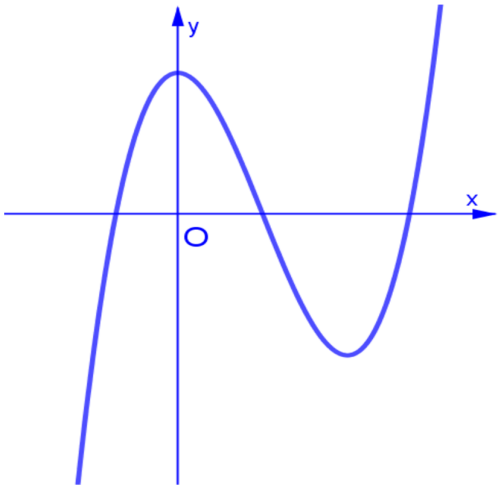
A. $y=-x^3-4x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3+3x+1$.

Câu 24: **[NB]** Đồ thị hình bên là của hàm số



A. $y=-\frac{x^3}{3}+x^2+1$. **B.** $y=x^3+3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 25: **[NB]** Đường cong ở hình vẽ bên dưới là của đồ thị hàm số nào?

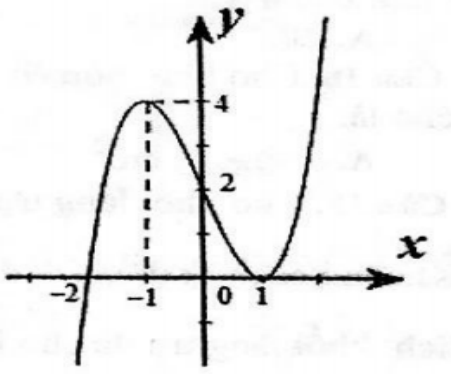


A. $y=x^3+3x-4$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3-4$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

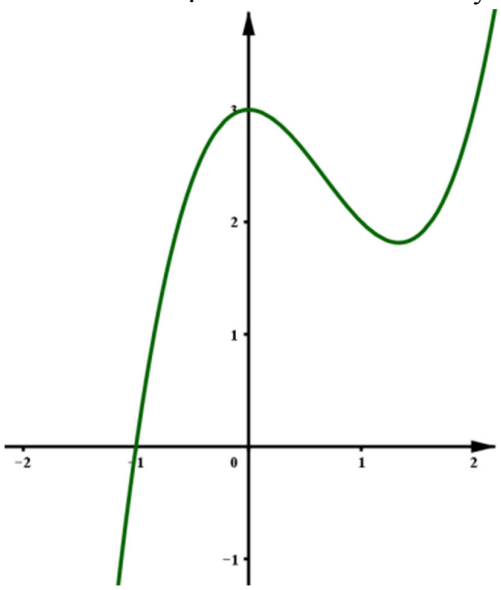
Câu 26: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?.

A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=x^3-2x+2$.

C. $y=-x^3+3x+2$. **D.** $y=x^3+3x+2$.

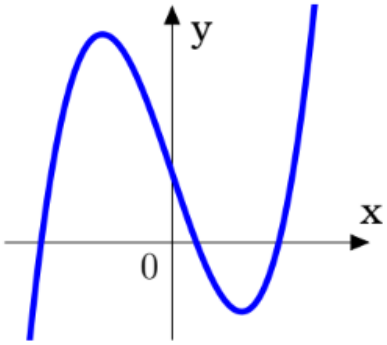


Câu 27: **[NB]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây.



A. $y=x^3-2x^2+3$. **B.** $y=-x^3+2x^2+3$. **C.** $y=-x^3-3x^2+3$. **D.** $y=-x^3-2x^2+3$.

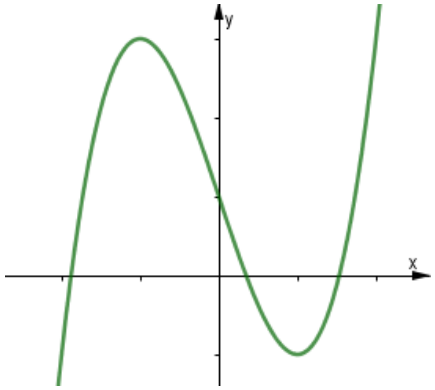
Câu 28: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=-x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3-x^2+3$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

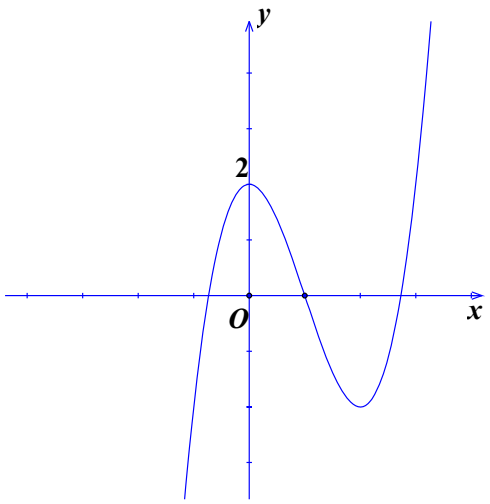
Câu 29: **[NB]** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3-2x^2+1$.

C. $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

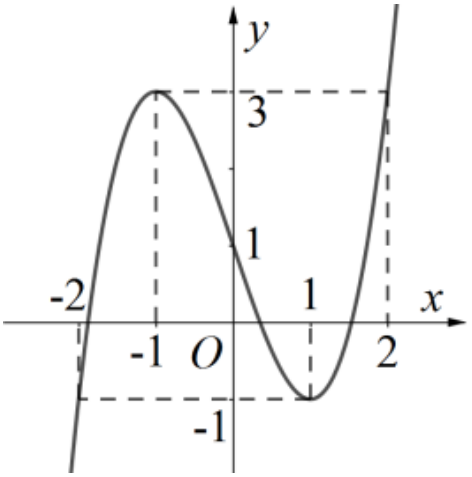
Câu 30: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên là của một trong bốn hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$.

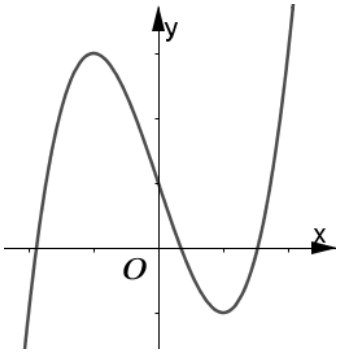
C. $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$

Câu 31: **[NB]** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



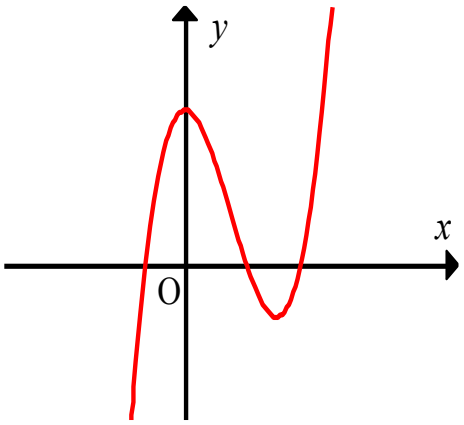
A. $y=x^3-2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+9x+6$ **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 32: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



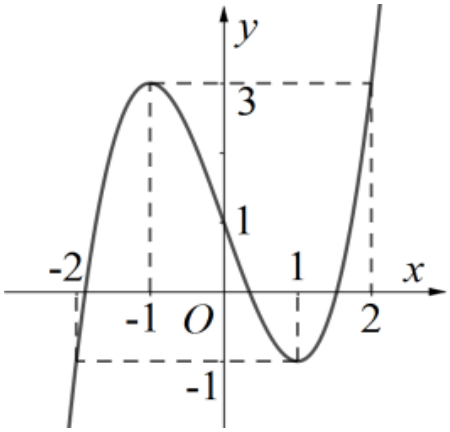
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3-x^2+1$. **C.** $y=-x^3+x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 33: **[NB]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



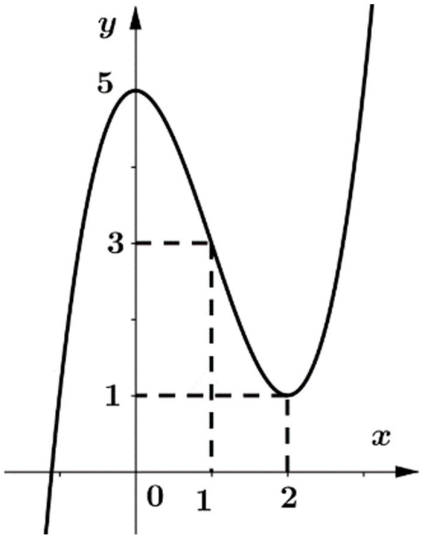
A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3-2x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+2x^2+1$.

Câu 34: **[NB]** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



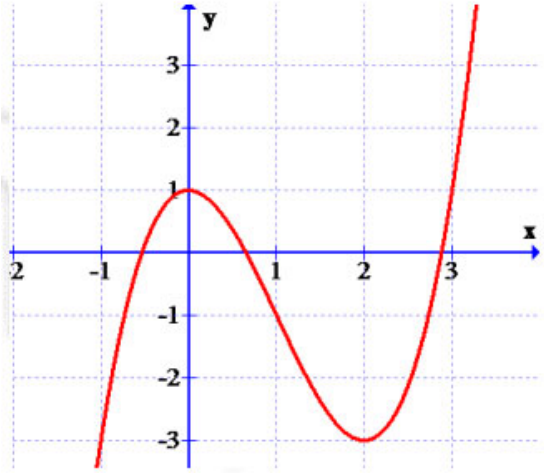
A. $y=-x^3-2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 35: **[NB]** Đường cong như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?



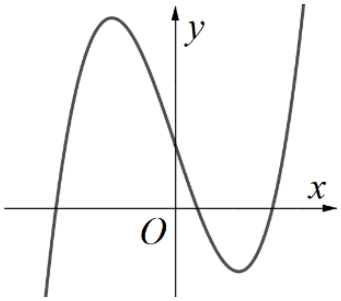
A. $y=-x^3+3x^2+5$. **B.** $y=2x^3-6x^2+5$. **C.** $y=x^3-3x^2+5$. **D.** $y=x^3-3x+5$.

Câu 36: **[NB]** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=2x^3-6x^2+1$. **C.** $y=-x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2+1$.

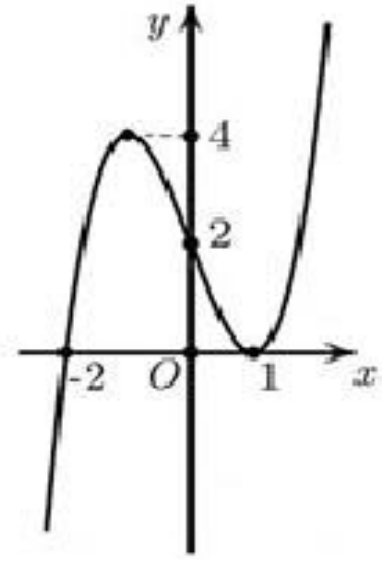
Câu 37: **[NB]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3-x^2+3$.

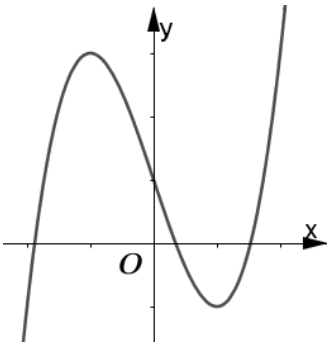
C. $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Câu 38: **[NB]** Đường cong hình dưới đây là đồ thị hàm số nào?



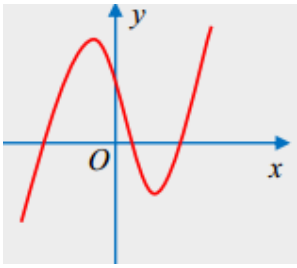
A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^3-3x+2$. **C.** $y=-x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^3-x^2+2$.

Câu 39: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



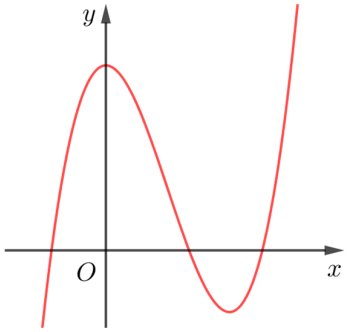
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3-x^2+1$. **C.** $y=-x^3+x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 40: **[NB]** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^2+x-1$ **B.** $y=-x^3+3x+1$ **C.** $y=x^4-x^2+1$ **D.** $y=x^3-3x+1$

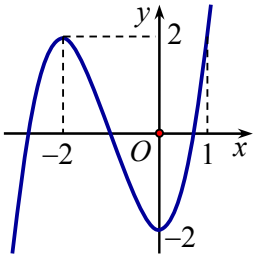
Câu 41: **[NB]** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$.

C. $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

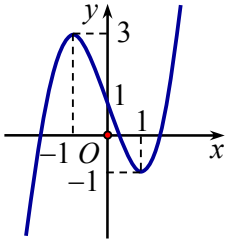
Câu 42: **[NB]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=2x^3+6x^2-2$ **B.** $y=x^3+3x^2-2$.

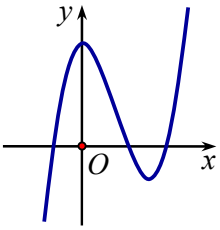
C. $y=-x^3-3x^2-2$. **D.** $y=x^3-3x^2-2$.

Câu 43: **[NB]** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



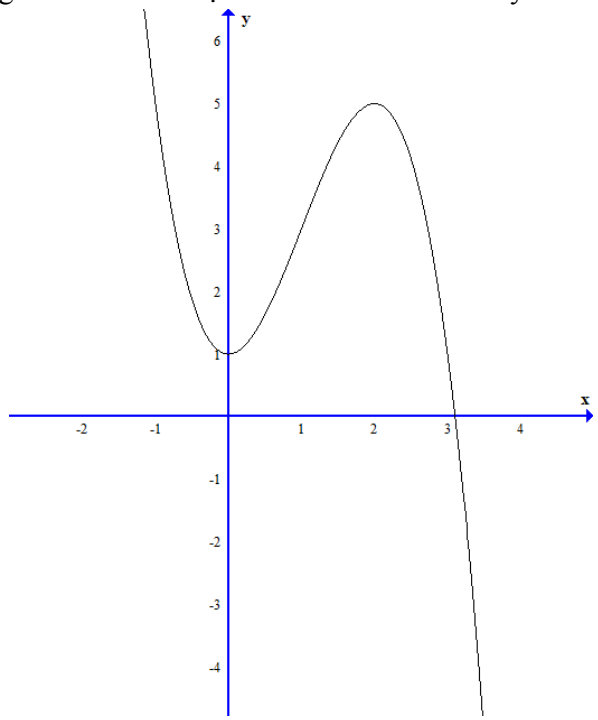
A. $y=x^3-3x+1$.
B. $y=x^3+3x+1$.
C. $y=-x^3+3x+1$.
D. $y=-x^3-3x+1$.

Câu 44: **[NB]** Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



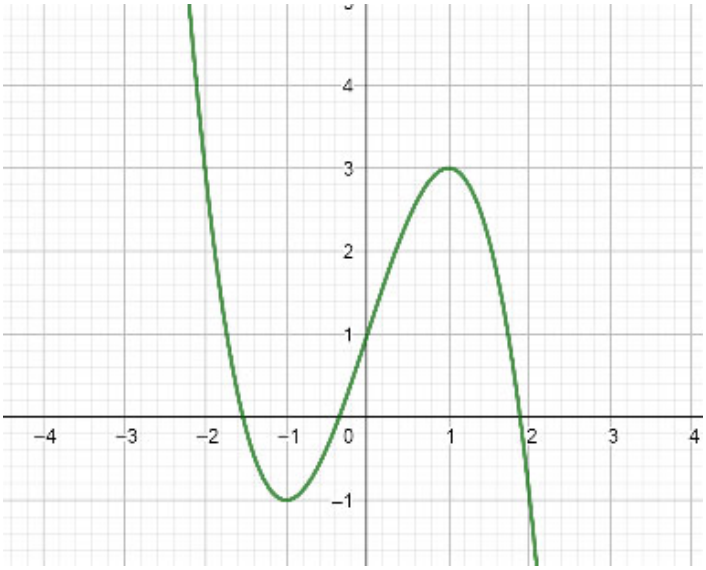
A. $y=x^3-3x^2+3$.
B. $y=2x^3+3x+2$.
C. $y=-3x^3+2x^2+2$.
D. $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-2$.

Câu 45: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^3-3x+8$.
B. $y=x^3-3x+6$.
C. $y=x^3-3x+5$.
D. $y=-x^3+3x^2+1$.

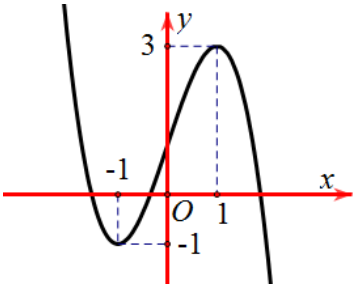
Câu 46: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$.

C. $y=-x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+1$.

Câu 47: [NB] Đồ thị hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$.

C. $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Câu 48: [NB] Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+x+1$ là điểm?

A. $I(2;13)$. **B.** $I(2;-13)$. **C.** $I(-2;-13)$. **D.** $I(-2;-33)$.

Câu 49: [NB] Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm $I(1;-2)$?

A. $y=\dfrac{2x-3}{2x+4}$. **B.** $y=2x^3-6x^2+x+1$.

C. $y=-2x^3+6x^2+x-1$. **D.** $y=\dfrac{2-2x}{1-x}$.

Câu 50: [VDC] Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}a+c>b+1\\a+b+c+1<0\end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

BÀI TOÁN 9: ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC BA

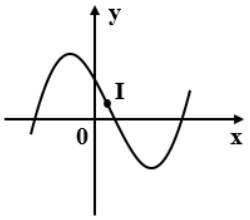
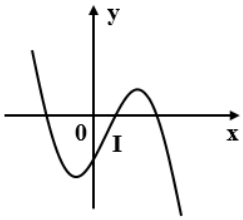
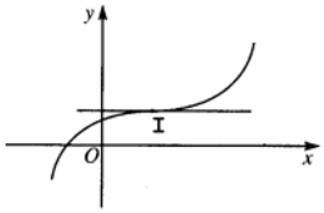
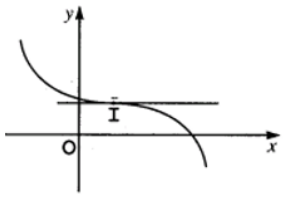
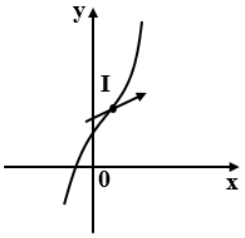
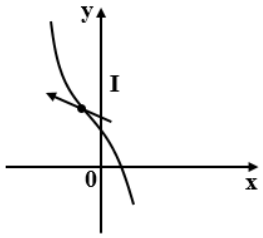
A. LÝ THUYẾT:

Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$ **:**

- Tập xác định D = R.

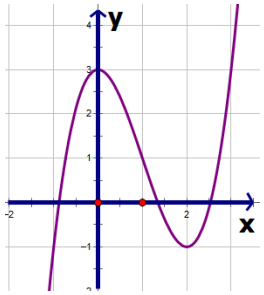
$y' = 3ax^2 + 2bx + c$

- Đồ thị luôn có một điểm uốn và nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.
- Các dạng đồ thị:

	$a > 0$	$a < 0$
$y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac > 0$		
$y' = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac = 0$		
$y' = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac < 0$		

B. VÍ DỤ MINH HỌA:

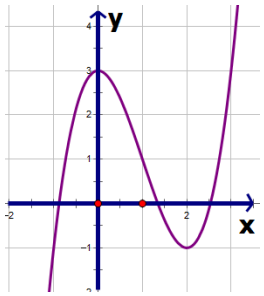
Câu 1: **[NB]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 - 3x^2 + 3$. **B.** $y = x^3 - 3x + 3$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 3$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Lời giải

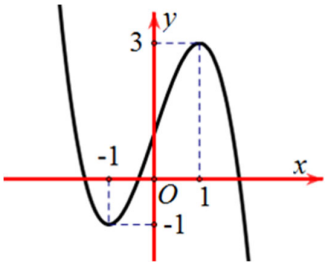
Chọn D



Dựa vào hình dạng đồ thị ta có: $a>0$ nên loại đáp án A và C

Ta lại có đồ thị đi qua điểm $A(2;-1)$ nên chọn đáp án D

Câu 2: [NB] Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

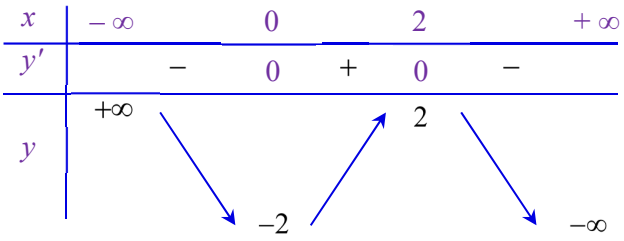
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có: hệ số $a<0\Rightarrow$ loại đáp án C.

Đồ thị đi qua điểm $(-1;-1)$ thay vào các phương trình hàm số thì chỉ có đáp án B thỏa mãn.

Câu 3: [NB] Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án **A, B, C, D?**



A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x-2$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ có hệ số $a=-1<0$.

Ta có $y'=-3x^2+4x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ và $y(0)=-2, y(2)=2$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên như trên

Câu 4: **[NB]** Cho bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$	$-\infty$

Hỏi bảng biến thiên trên là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y=-x^3+6x^2-12x$. **B.** $y=x^3-6x^2+12x$. **C.** $y=-x^3+4x^2-4x$. **D.** $y=-x^3+4x-4$

Lời giải

Chọn A

Xét: $y=-x^3+6x^2-12x$

$y'=-3x^2+12x-12=-3(x-2)^2\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$,thỏa mãn $\Rightarrow$ **chọn**

Xét: $y=x^3-6x^2+12x$

$y'=3x^2-12x+12=3(x-2)^2\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$, không thỏa mãn $\Rightarrow$ **loại**

Xét: $y=-x^3+4x^2-4x$

$y'=-3x^2+8x-4$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2}{3}\\x=2\end{array}\right.$ không thỏa mãn $\Rightarrow$ **loại**

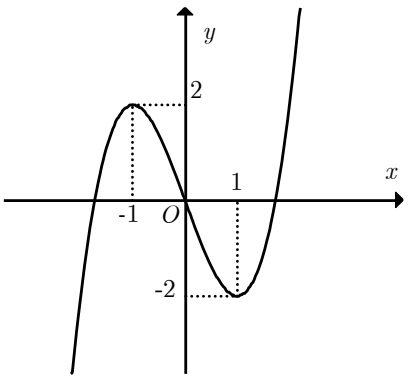
Xét: $y=-x^3+4x-4$

$y'=-3x^2+4$, $y'=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ là nghiệm duy nhất

Hàm số đồng biến trên $\left(-\dfrac{2}{\sqrt{3}};\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}};+\infty\right),\left(-\infty;-\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)$ không thỏa mãn

$\Rightarrow$ **loại**.

Câu 5: **[TH]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số có hệ số $a<0$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;-1)$ và $(1;2)$.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hệ số tự do của hàm số khác 0.

Lời giải

Chọn B

Hình dáng đồ thị thể hiện $a>0$. Do đó A sai.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. Do đó B đúng.

Hàm số có hai cực trị. Do đó C sai.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên hệ số tự do của hàm số phải bằng 0. Do đó D sai.

Câu 6: [TH] Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Với $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$ thì phương trình $|f(x)|=m$ có bao nhiêu nghiệm

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau

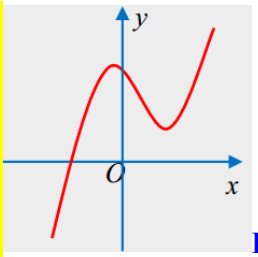
x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$
		↗	3	↘		↗	$+\infty$

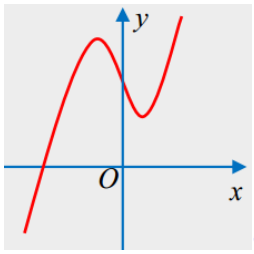
Ta có số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$ (có phương song song hoặc trùng với trục Ox)

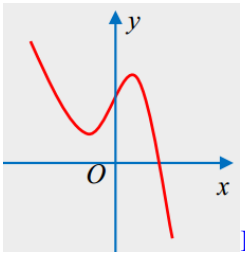
Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy với $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$ thì đường thẳng $y=m$ cắt $y=|f(x)|$ tại 6 điểm.

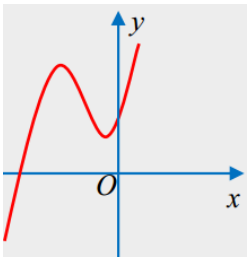
$\Rightarrow$ chọn đáp án D.

Câu 7: [TH] Biết hàm số $y=x^3-x^2-x+2$ có đồ thị là một trong bốn đường cong được liệt kê ở trong các phương án A,B,C,D. Hỏi đó là hình nào dưới đây?

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

Chọn A

Do $a=1>0$ nên nhánh bên phải của đồ thị có hướng đi lên ($\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$) $\to$ loại **C**.

Ba hình còn lại đồ thị đều có 2 cực trị, nên ta gọi x_1,x_2 là hai điểm cực trị của hàm số.

Ta có $ac=-1<0\Rightarrow x_1x_2<0$ hay hai điểm cực trị nằm khác phía so với trục Oy $\to$ loại **D.**

Ta lại có $ab=-1<0\Rightarrow x_1+x_2>0\to$ đáp án **A.**

Câu 8: [VD] **(Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng nai – Lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\dfrac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi

A. $0<m<1$ **B.** $0<m\le 1$ **C.** $\dfrac{1}{2}<m<1$ **D.** $\dfrac{1}{2}\le m<1$

Lời giải

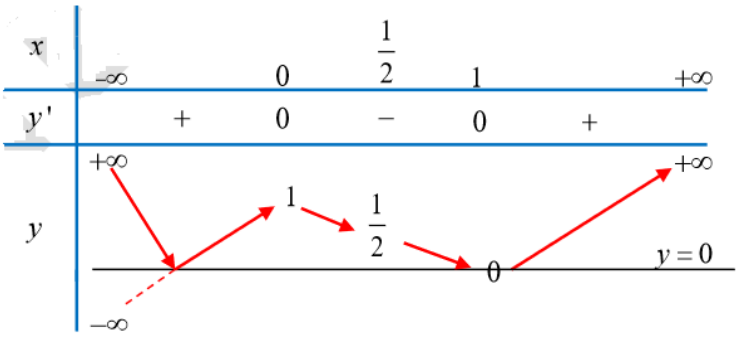
Chọn C

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0 $\nearrow$ $+\infty$

	$-\infty$

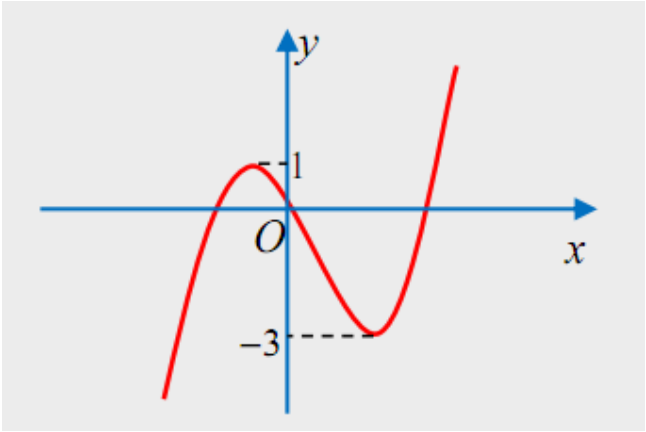
Vì bài toán quan tâm đến việc sắp thứ tự các nghiệm với giá trị $x=\frac{1}{2}$ do đó ta cần tính được giá trị của hàm số tại $x=\frac{1}{2}$. Nhưng ta nhận thấy $M(0;1)$ và $N(1;0)$ là hai điểm cực trị của hàm số. Khi đó trung điểm $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ của MN cũng thuộc đồ thị hàm số hay $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ nên ta có bảng biến thiên như sau



Dựa vào bảng biến thiên này, ta suy ra phương trình $|f(x)|=$ có bốn nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn điều kiện $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi $\frac{1}{2}<m<1$

$\Rightarrow$ **chọn đáp án C.**

Câu 9: **[VD]** Đồ thị (C) có hình vẽ bên.



Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị là

A. $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$ **B.** $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$ **C.** $m=-1$ hoặc $m=3$ **D.** $1\le m\le 3$

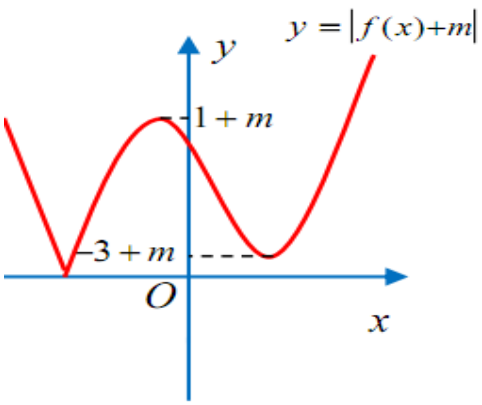
Lời giải

Chọn A

Cách 1: Do $y=f(x)+m$ là hàm số bậc ba

Khi đó, hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ hàm số $y=f(x)+m$ có $y_C.y_{CT}\ge 0$ (hình minh họa)



$\Leftrightarrow (1+m)(-3+m)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$

Cách 2: Ta có $y=|f(x)+m|=\sqrt{(f(x)+m)^2} \Rightarrow y'=\dfrac{(f(x)+m).f'(x)}{\sqrt{(f(x)+m)^2}}$.

Để tìm cực trị của hàm số $y=|f(x)+m|$, ta tìm x làm cho $y'=0$ hoặc y' không xác định.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \quad (1) \\ f(x)=-m \quad (2) \end{array}\right.$. Dựa vào đồ thị ta có (1) có hai điểm cực trị x_1, x_2 trái dấu.

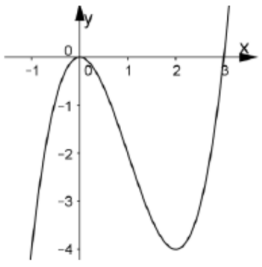
Vậy để đồ thị hàm số có 3 cực trị thì (2) có một nghiệm khác x_1, x_2.

Số nghiệm của (2) chính là số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y=-m$.

Do đó để (2) có một nghiệm thì dựa vào đồ thị ta có điều kiện: $\left[\begin{array}{l} -m\ge 1 \\ -m\le -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$.

Chú ý: $x=x_0$ *là cực trị của hàm số* $y=f(x)$ *thì* $f'(x)=0$ *hoặc không tồn tại* $f'(x)$.

Câu 10: **[VDC] (Đề thi thử THPT Quốc gia năm 2018- Lần 2 - Gv Tô Quốc An)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số $y=|ax^3+bx^2+cx+d+1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

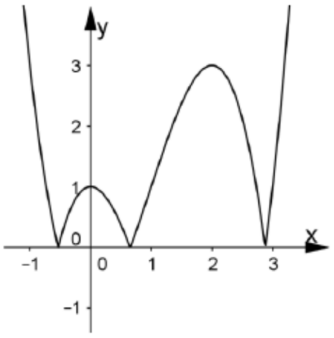


A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Hướng dẫn giải

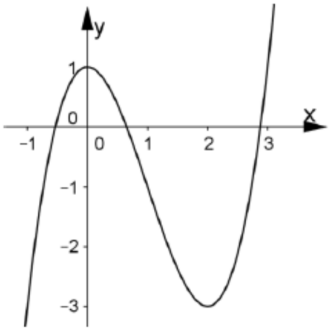
Chọn B

Ta có thể vẽ đồ thị hàm số $y=|ax^3+bx^2+cx+d+1|$ theo ba bước sau:



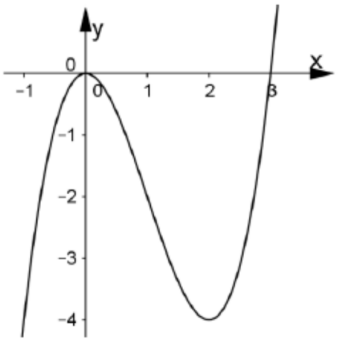
$y=\left|ax^3+bx^2+cx+d+1\right|$

Lật phần bên dưới qua trụ hoành



$y=ax^3+bx^2+cx+d+1$

Tịnh tiến lên trên 1 đơn vị

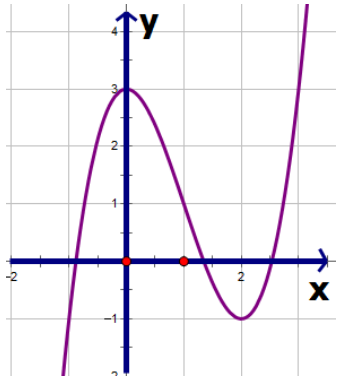


$y=ax^3+bx^2+cx+d$

Đồ thị gốc ban đầu

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: [NB] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x^2+3.$ **B.** $y=x^3-3x+3.$ **C.** $y=-x^3+3x^2+3.$ **D.** $y=x^3-3x^2+3.$

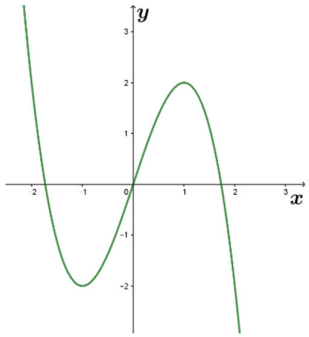
Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dạng đồ thị ta có: $a>0$ nên loại đáp án **A** và **C**.

Ta lại có đồ thị đi qua điểm $A(2;-1)$ nên chọn đáp án **D**.

Câu 2: [NB] Đường cong là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số cho ở các phương án A, B, C, D sau đây?



A. $y=-x^3+3x+1.$ **B.** $y=-x^3+3x.$ **C.** $y=-x^3+2x^2.$ **D.** $y=x^3-3x^2.$

Lời giải

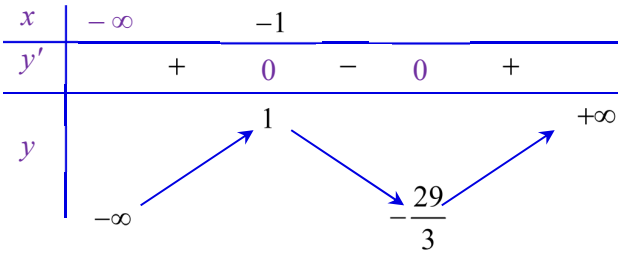
Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta phân tích: Hàm số đối xứng tâm tâm O.

Trong các hàm số ở đáp án A,C,D không là hàm số lẻ và hàm số trong đáp án B là hàm số lẻ.

Chọn đáp án B.

Câu 3: [NB] Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau:



A. $y=-x^3+3x^2+9x-2$.

B. $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x-\frac{2}{3}$.

C. $y=x^3-3x^2-9x-2$.

D. $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x+\frac{2}{3}$.

Lời giải

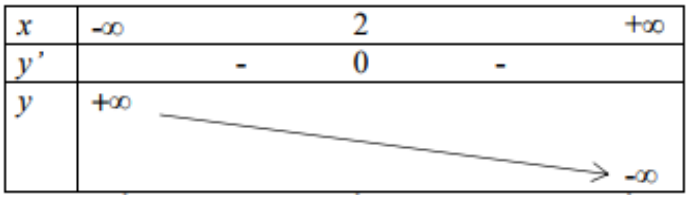
Chọn B

Xét hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x-\frac{2}{3}$ có hệ số $a=\frac{1}{3}>0$

Ta có $y'=x^2-2x-3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$ và $y(0)=-2, y(2)=2$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên như trên

Câu 4: **[NB]** Cho bảng biến thiên



Hỏi bảng biến thiên trên là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y=x^3-6x^2+12x$.

B. $y=-x^3+4x-4$.

C. $y=-x^3+6x^2-12x$.

D. $y=-x^3+4x^2-4x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=x^3-6x^2+12x$ có hệ số $a=1$ nên không nghịch biến trên tập xác định, loại đáp án **A.**

Hàm số $y=-x^3+4x-4$ có $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+4=0$ có hai nghiệm phân biệt nên loại đáp án **B.**

Hàm số $y=-x^3+6x^2-12x$ thỏa mãn bảng biến thiên.

Hàm số $y=-x^3+4x^2-4x$ có $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+8x-4=0$ không nhận $x=2$ là nghiệm nên loại đáp án **D.**

Câu 5: **[NB]** Số điểm cực trị của hàm số $y=x^3-3x^2+2x-1$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Ta có $b^2-3ac=(-3)^2-3.1.2=3>0,$ suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

Chú ý: Hàm bậc ba số cực trị có thể có là 0 hoặc 2 nên ở bài toán này ta có thể loại được ngay hai phương án nhiễu là 1 và 3.

Câu 6: **[NB]** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+x^2-5$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $K(-5;0)$. **B.** $M(0;-2)$. **C.** $P(0;-5)$. **D.** $N(1;-3)$.

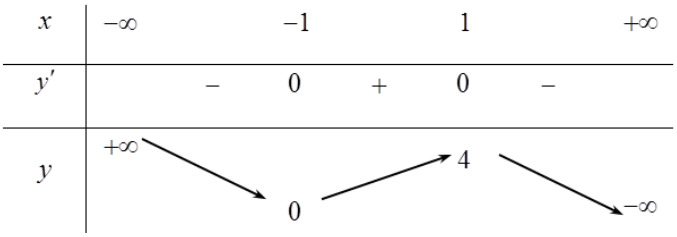
Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=-x^3+x^2-5$, ta có: $x=0\Rightarrow y=-5$.

Vậy điểm $P(0;-5)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số.

Câu 7: **[NB]** Bảng biến thiên trong hình bên dưới của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-1}{2x-1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$.

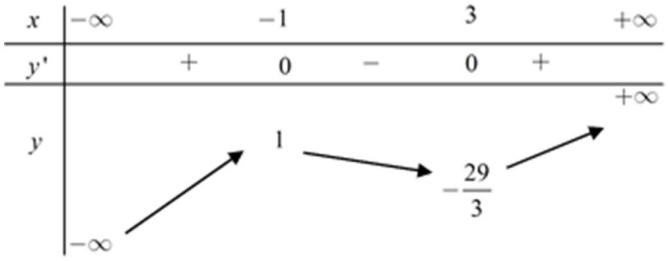
C. $y=-x^3+3x+2$. **D.** $y=x^3-3x+4$.

Lời giải

Chọn C

Bảng biến thiên của hàm số bậc ba có hệ số $a<0$.

Câu 8: **[NB]** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?



A. $y=-x^3+3x^2+9x-2$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x-\dfrac{2}{3}$.

C. $y=x^3-3x^2-9x-2$. **D.** $y=-\dfrac{1}{3}x^3+x^2+3x+\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

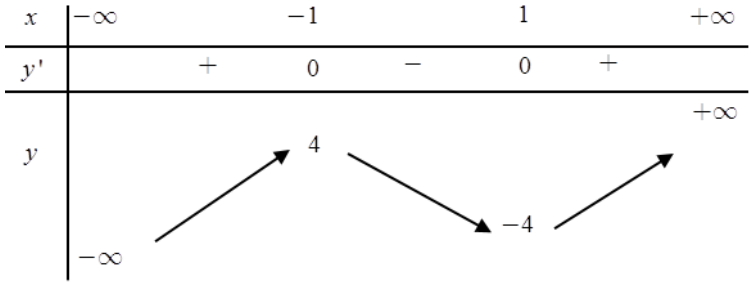
Chọn B

Dựa vào BBT và các phương án lựa chọn, ta thấy:

Đây là dạng hàm số bậc 3 có hệ số $a>0$. Loại A và D

Mặt khác, đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;1)$ nên loại C,

Câu 9: **[NB]** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?



A. $y=2x^3-6x.$ **B.** $y=-2x^3+6x-8.$ **C.** $y=-2x^3+6x.$ **D.** $y=2x^3-6x+8.$

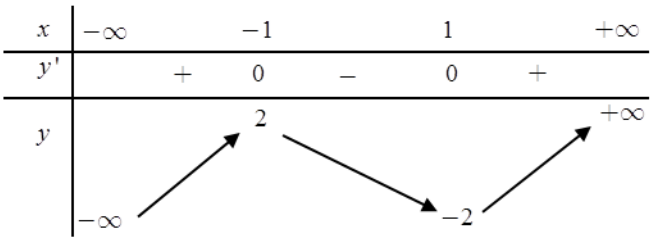
Lời giải

Chọn A

Dựa vào dáng điệu của bảng biến thiên suy ra $a>0$. Loại B & C

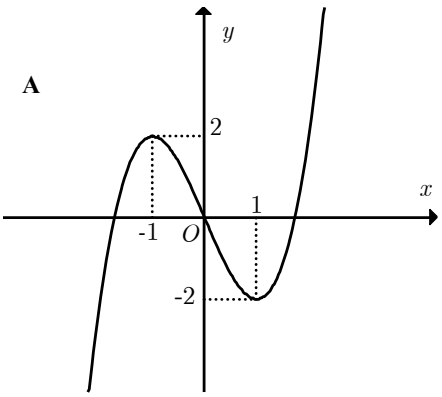
Thử tại $x=1\to y=-4$. Thay vào 2 đáp án còn lại chỉ có A thỏa.

Câu 10: **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên sau:

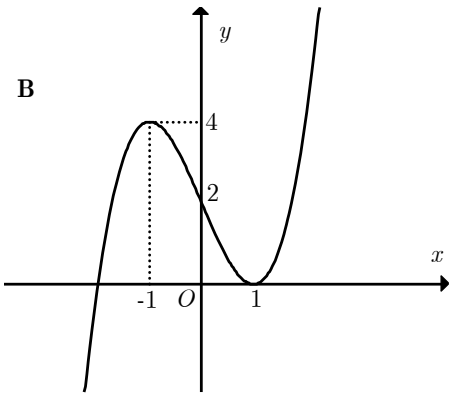


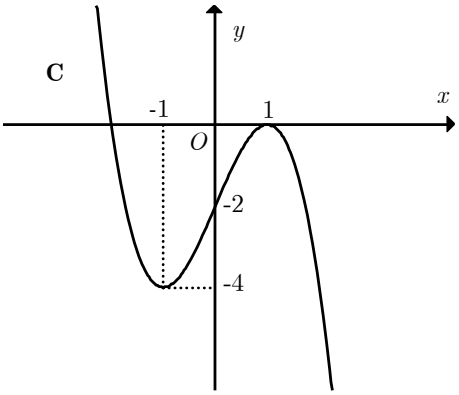
Đồ thị nào trong các phương án A, B, C, D thể hiện hàm số $y=f(x)$?

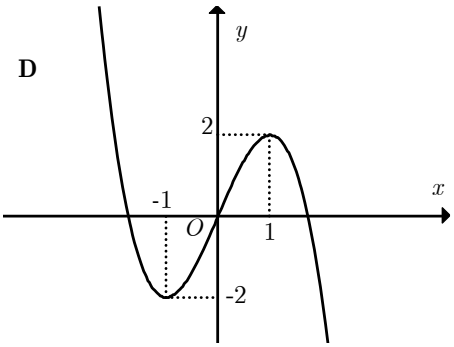
A



B







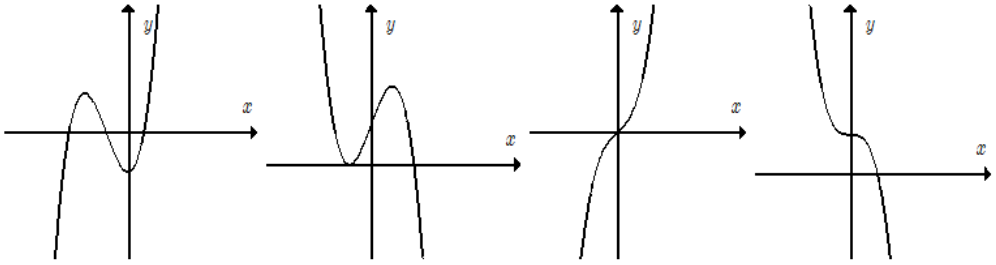
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

- Khi $x \to +\infty$ thì $y \to +\infty$. Loại C và D
- Tọa độ các điểm cực trị là $(-1;2)$ và $(1;-2)$ nên đáp án A là phù hợp.

Câu 11: **[TH]** Cho các dạng đồ thị (I), (II), (III), (IV) như hình dưới đây:



(I) **(II)** **(III)** **(IV)**

Liệt kê tất cả các dạng có thể biểu diễn đồ thị hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$.

A. (I). **B.** (I) và (III). **C.** (II) và (IV). **D.** (III) và (IV).

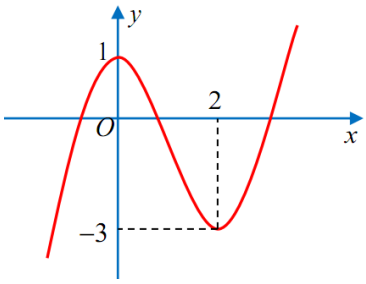
Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số của x^3 dương nên loại (II) và (IV).

Xét $y' = 3x^2 + 2bx + c$ có $\Delta'_{y'} = b^2 - 3c$. Ta chưa xác định được $\Delta'_{y'}$ mang dấu gì nên có thể xảy ra trường hợp (I) và cũng có thể xảy ra trường hợp (III).

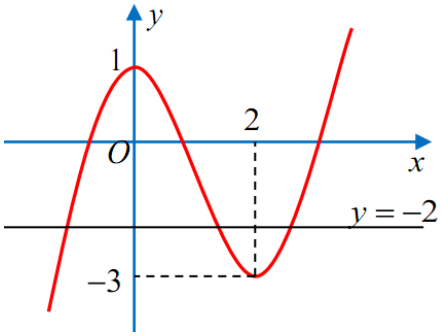
Câu 12: **[TH]** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ bên. Hỏi phương trình $f(x) + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?



A. Một nghiệm
B. Hai nghiệm phân biệt
C. Ba nghiệm phân biệt
D. Vô nghiệm

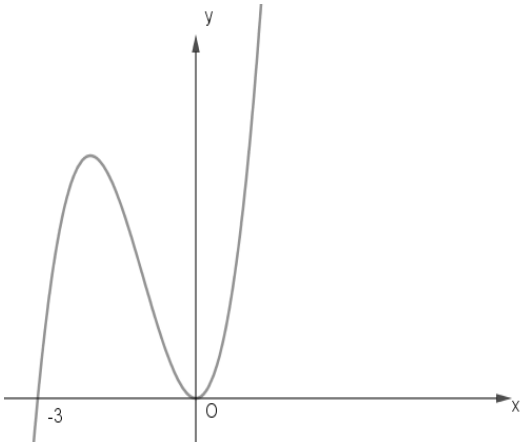
Lời giải

Chọn C



Ta có $f(x)+2=0 \Leftrightarrow f(x)=-2$ $(*)$. Số nghiệm của $(*)$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-2$. Dựa vào đồ thị suy ra có ba giao điểm hay $(*)$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 13: [TH] Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ có dạng như hình bên.Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

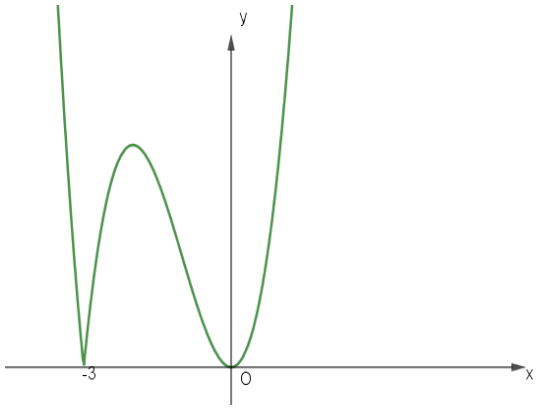


A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Từ đồ thị $y=x^3+3x^2$, suy ra đồ thị $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có hình vẽ như sau:



Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có 3 điểm cực trị

Cách 2: Ta có $y=\left|x^3+3x^2\right|=\sqrt{(x^3+3x^2)^2}\Rightarrow y'=\dfrac{(x^3+3x^2).(3x^2+6x)}{\sqrt{(x^3+3x^2)^2}}$.

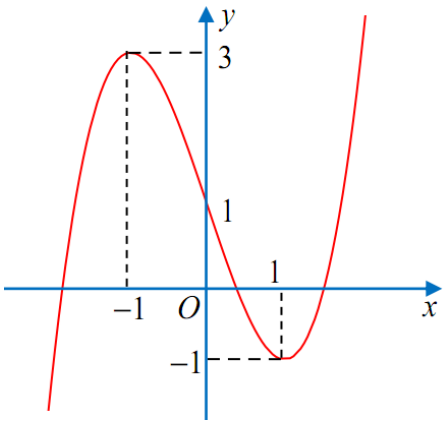
Cực trị của hàm số là những giá trị của x làm cho $y'=0$ hoặc y' không xác định thỏa mãn:

$$(x^3+3x^2).(3x^2+6x)=0\Leftrightarrow 3x^3(x+3)(x+2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-3\\x=-2\end{array}\right.\Rightarrow \text{ có 3 điểm cực trị.}$$

Chú ý: Cách suy luận đồ thị chứa trị tuyệt đối từ đồ thị gốc các bạn có thể xem lại Video bài giảng.

Ở bài toán này những giá trị x làm cho $y'=0$ hoặc y' không xác định đều là các nghiệm đơn (hoặc bội lẻ), do đó qua nó y' đổi dấu nên nó thỏa mãn điều kiện đủ. Vì vậy, nó đều là các điểm cực trị.

Câu 14: [TH] Cho đồ thị hàm số có đồ thị như hình vẽ. Tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y=2m-1$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt

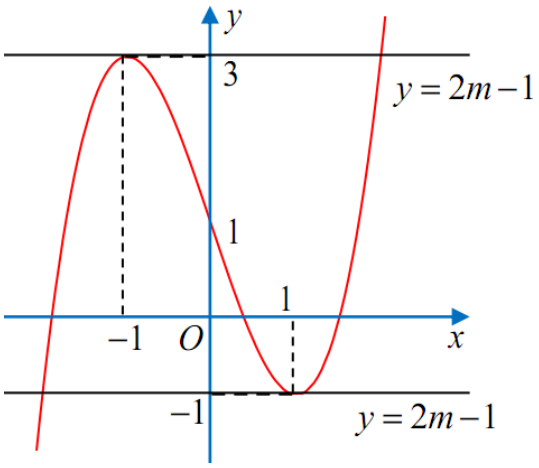


A. $m=0$ hoặc $m=2$ **B.** $m=-1$ hoặc $m=3$

C. $-1<m<3$ **D.** $m\le 0$ hoặc $m\ge 2$

Lời giải

Chọn A



Dựa vào đồ thị ta nhận thấy, để đường thẳng $y=2m-1$ cắt đồ thị hàm số (được biểu diễn trên hình vẽ) tại 2 điểm phân biệt thì $2m-1=-1$ hoặc $2m-1=3$, do đó $m=0$ hoặc $m=2$.

Chú ý: Nếu số giao điểm yêu cầu của đề bài là :

- 1 giao điểm thì $\left[\begin{array}{l}2m-1<-1\\2m-1>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<0\\m>2\end{array}\right.$

- 3 giao điểm thì $-1<2m-1<3\Leftrightarrow 0<m<2$.

Câu 15: **[TH]** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	$-\infty$

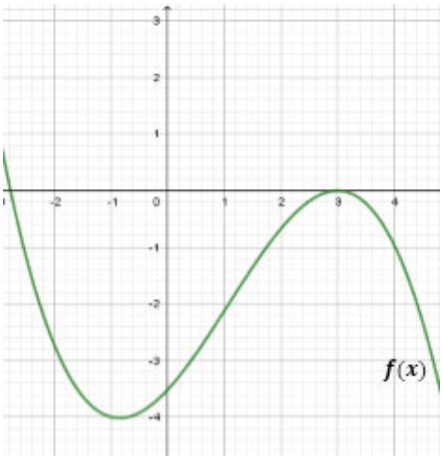
Với $m\in(1;3)$ thì phương trình $|f(x)|=m$ có bao nhiêu nghiệm?

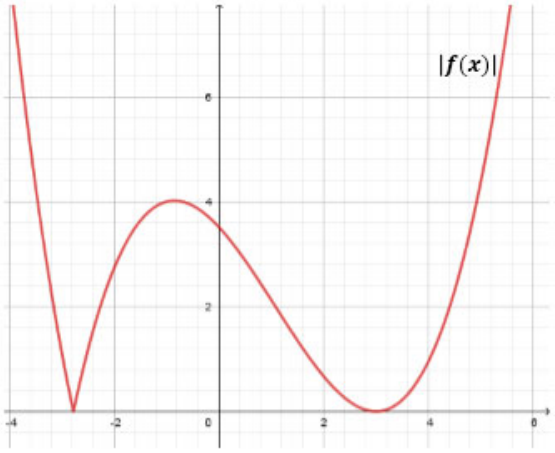
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có phác hoạ đồ thị $y=f(x)$ và $y=|f(x)|$ như sau:





Vậy đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 4 điểm phân biệt.

Câu 16: **[TH]** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3$ thuộc góc phần tư thứ mấy?

A. Thứ I **B.** Thứ II. **C.** Thứ III. **D.** Thứ IV.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}y\left(0\right)=3\\y\left(2\right)=-1\end{array}\right.$. Do $y_{CT}<y_{CD}$ nên $y_{CT}=-1\Rightarrow M\left(2;-1\right)$ là điểm cực tiểu và thuộc góc phần tư thứ IV.

Câu 17: **[VD]** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-4$ có đồ thị $\left(C_1\right)$ và hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ có đồ thị $\left(C_2\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

B. $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$trùng nhau.

C. $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$đối xứng nhau qua Oy.

D. $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$đối xứng nhau qua Ox.

Lời giải

Chọn C

Xét $y=f\left(x\right)=x^3+3x^2-4$ và $y=g\left(x\right)=-x^3+3x^2-4$ đều xác định trên $\mathbb{R}$.

Với mọi $x\in\mathbb{R}$ ta luôn có $f\left(-x\right)=\left(-x\right)^3+3\left(-x\right)^2-4=-x^3+3x^2-4=g\left(x\right)$

Suy ra đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ đối xứng nhau qua Oy, tức $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$ đối xứng nhau qua Oy.

Câu 18: [VD] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-x^2-x-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt

A. $-1<m<\frac{5}{27}$ **B.** $0<m<\frac{2}{3}$ **C.** $-1<m<\frac{2}{3}$ **D.** $-1\le m\le\frac{5}{27}$

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Phương trình tương đương $x^3-x^2-x=m\ (*)$

Xét hàm số $f(x)=x^3-x^2-x$ trên $\mathbb{R}$

Ta có $f'(x)=3x^2-2x-1=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=\frac{1}{3}$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{5}{27}$	↘	-1	↗	$+\infty$

Phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1<m<\frac{5}{27}$

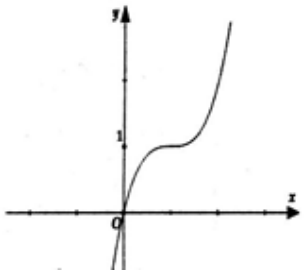
$\Rightarrow$ chọn đáp án A

Cách 2. Xét hàm số $f(x)=x^3-x^2-x$ trên $\mathbb{R}$

Ta có $f'(x)=3x^2-2x-1=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=\frac{1}{3}$. Để phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $f(1).f\left(-\frac{1}{3}\right)<0\Leftrightarrow(-1-m)\left(\frac{5}{27}-m\right)<0\Leftrightarrow(m+1)\left(m-\frac{5}{27}\right)<0$

$\Leftrightarrow -1<m<\frac{5}{27}\Rightarrow$ **chọn đáp án A.**

Câu 19: [VD] **(Đề 10-Megabook)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2+c^2+b+1$ là:



A. 1. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$

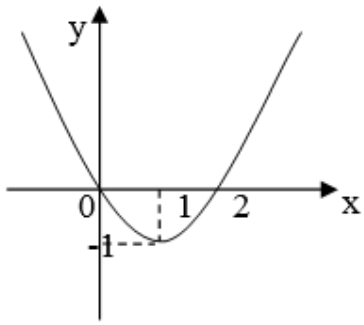
Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hàm số đồng biến trên tập xác định khi và chỉ khi $\Delta' = b^2 - 3ac \le 0 \Leftrightarrow b^2 \le 3ac \Leftrightarrow ac \le \frac{b^2}{3}$

Lúc này $P \ge 2ac + b + 1 \ge \frac{2b^2}{3} + b + 1 \ge \frac{5}{8}$.

Câu 20: [VDC] **(Đề thi thử THPT Quốc gia năm 2018- Lần 2 - Gv Tô Quốc An)** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ với đồ thị như hình vẽ dưới.



Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ dương. Khi đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 1 **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

+) Đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow c = 0$

+) Đồ thị hàm số $f'(x)$ có điểm cực trị $(1;-1) \Rightarrow \begin{cases} 6a + 2b = 0 \\ 3a + 2b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -1 \end{cases}$

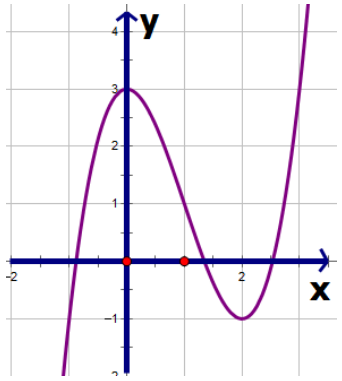
Vậy hàm số $f'(x) = x^2 - 2x$. Đồ thị hàm số $f(x)$ tiếp xúc với trục hoành nên có cực trị nằm trên trục hoành. Các giá trị cực trị của hàm số $f(x)$ là:

$$\begin{cases} f(0) = d \\ f(2) = \frac{8}{3} - 4 + d = -\frac{4}{3} + d \end{cases}$$

do điểm tiếp xúc có hoành độ dương $\Rightarrow d=\frac{4}{3} \Rightarrow f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ $\frac{4}{3}$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: [NB] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x^2+3.$ **B.** $y=x^3-3x+3.$ **C.** $y=-x^3+3x^2+3.$ **D.** $y=x^3-3x^2+3.$

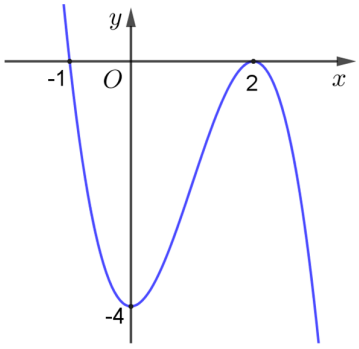
Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dạng đồ thị ta có: $a>0$ nên loại đáp án A và C.

Ta lại có đồ thị đi qua điểm $A(2;-1)$ nên chọn đáp án D.

Câu 2: [NB] Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3-4$. **B.** $y=x^3-3x^2-4$.

C. $y=-x^3+3x^2-4$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Lời giải

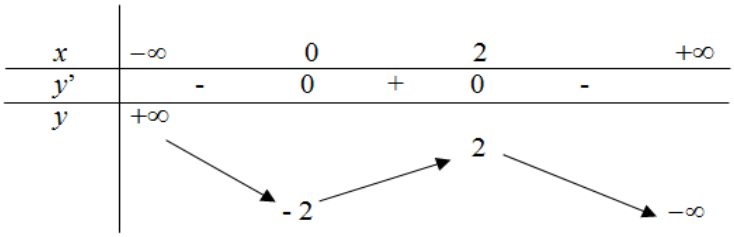
Chọn C

Xét hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ là đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a<0$.

Có $y'=-3x^2+6x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right. \Rightarrow$ Hàm số có 2 cực trị.

$y(0)=-4$.

Câu 3: **[NB]** Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x-2$.

Lời giải

Chọn B

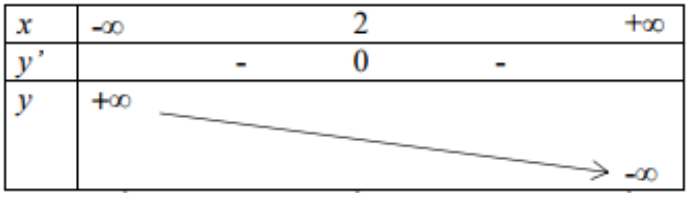
Từ BBT suy ra hệ số của x^3 phải âm (vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$). Loại**A.**

Tại $x=0$ thì $y=-2$ suy ra loại **C.**

$y'=0$ có hai nghiệm phân biệt nên loại **D.**

C thỏa mãn.

Câu 4: **[NB]** Cho bảng biến thiên



Hỏi bảng biến thiên trên là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y=x^3-6x^2+12x$. **B.** $y=-x^3+4x-4$.

C. $y=-x^3+6x^2-12x$. **D.** $y=-x^3+4x^2-4x$.

Lời giải

Chọn C.

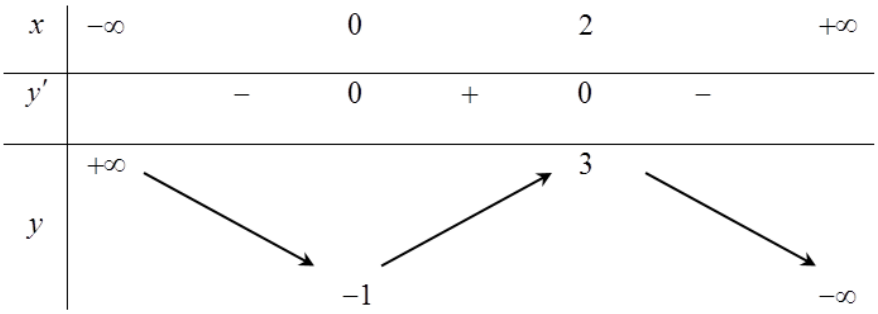
Hàm số $y=x^3-6x^2+12x$ có hệ số $a=1$ nên không nghịch biến trên tập xác định, loại đáp án A.

Hàm số $y=-x^3+4x-4$ có $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+4=0$ có hai nghiệm phân biệt nên loại đáp án B.

Hàm số $y=-x^3+6x^2-12x$ thỏa mãn bảng biến thiên.

Hàm số $y=-x^3+4x^2-4x$ có $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+8x-4=0$ không nhận $x=2$ là nghiệm nên loại đáp án D.

Câu 5: **[NB]** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-1$.

C. $y=x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

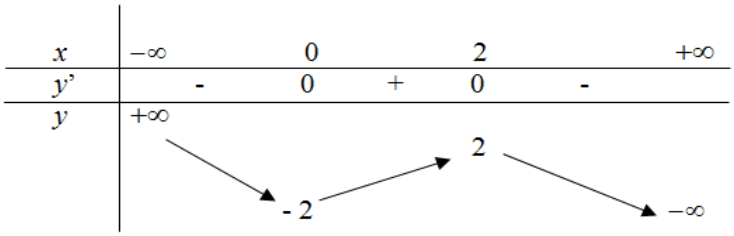
* Bảng biến thiên này là bảng biến thiên của hàm bậc ba.

* Nhánh đầu tiên của bảng biến thiên đi xuống nên ta loại các đáp án C và**D.**

* Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm là $x=0$ và $x=2$ nên ta loại đáp án**A.**

* Đáp án đúng là**B.**

Câu 6: **[NB]** Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây ?



A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x-2$.

Lời giải

Chọn B.

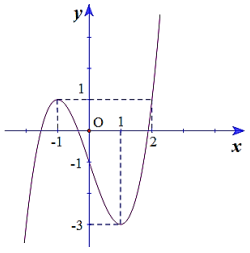
Từ BBT suy ra hệ số của x^3 phải âm . Loại A.

Tại $x=0$ thì $y=-2$ suy ra loại C.

$y'=0$ có hai nghiệm phân biệt nên loại D.

B thỏa mãn.

Câu 7: **[NB]** Đồ thị hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Chọn đáp án đúng.



A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=x^3-3x^2-3x-1$.

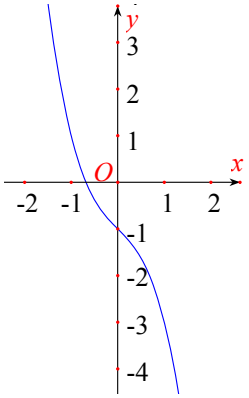
C. $y=\frac{1}{3}x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3+3x^2-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta có hàm số có hai điểm cực trị là $x=\pm 1$. Trong 4 hàm số ở các phương án đã cho thì có hàm số $y=x^3-3x-1$ thỏa mãn.

Câu 8: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



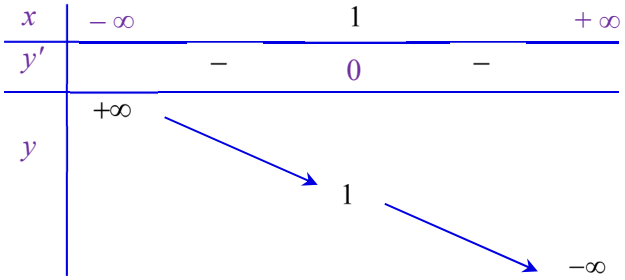
A. $y=x^3-3x+6$. **B.** $y=x^3-3x-9$. **C.** $y=x^3-3x+5$. **D.** $y=-x^3-x-1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thi hàm số bậc ba có hệ số $a<0$ nên **D** đúng.

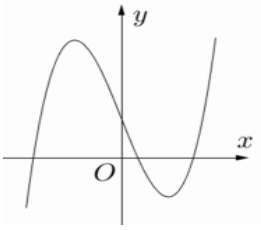
Câu 9: **[NB]** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án **A, B, C D?**



A. $y=-x^3+3x^2-3x+1$. **B.** $y=x^3-x^2+2x$.

C. $y=x^3-3x^2+3x+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-3x+2$.

Câu 10: **[NB]** Đường cong trong hình bên là hình dạng đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3-x^2+1$. **C.** $y=-x^2+x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

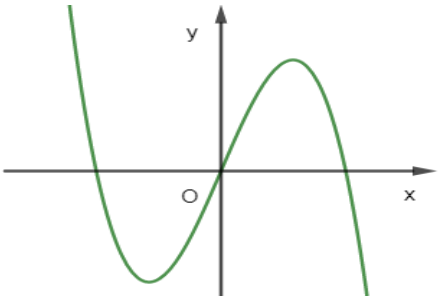
Chọn D

Đồ thị trong hình là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a>0$ nên loại đáp án A, B và C.

Đáp án D đúng.

Câu 11: **[NB]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3-3x$.



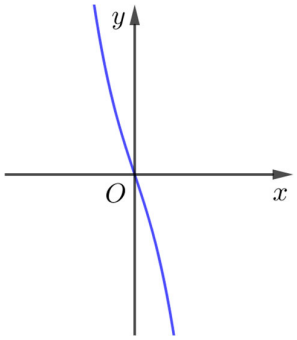
Lời giải

Chọn A

Dựa vào dáng điệu đồ thị suy ra hàm bậc ba có hệ số $a<0$. Loại đáp án B và D.

Vì đồ thị đi qua gốc tọa độ nên loại đáp án C.

Câu 12: **[NB]** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=3x^4+2x^2$. **B.** $y=-3x^3-3x$.

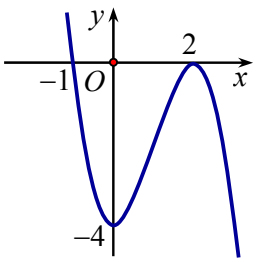
C. $y=-2x^3-4x-1$. **D.** $y=-2x^3-3x^2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số: Là đồ thị của hàm bậc ba có hệ số $a<0$, đồ thị đi qua gốc tọa độ và không có cực trị.

Câu 13: **[NB]** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2-4$.
B. $y=-x^3+3x^2-4$.
C. $y=x^3+3x^2-4$.
D. $y=-x^3-3x^2-4$.

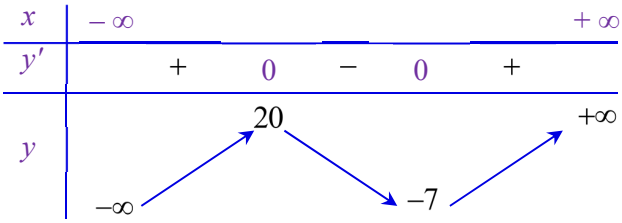
Lời giải

Chọn B

Đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$.

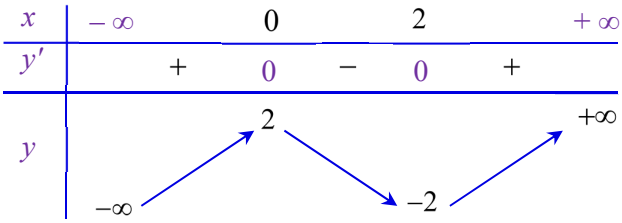
Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên $a<0$, đồ thị có hoành độ điểm cực đại là $x=2$ nên phải là đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$.

Câu 14: **[NB]** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án **A, B, C D?**



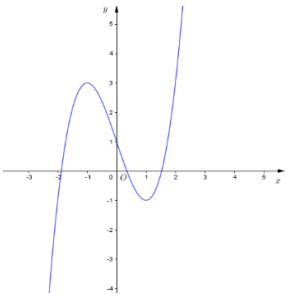
A. $y=-2x^3-3x^2+12x$.
B. $y=2x^3+3x^2-12x$.
C. $y=-2x^4-3x^2+12x$.
D. $y=2x^3-3x^2+12x$.

Câu 15: **[NB]** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án **A, B, C D?**



A. $y=-x^3+3x^2-1$.
B. $y=x^3+3x^2-1$.
C. $y=x^3-3x+2$.
D. $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 16: **[NB]** Đồ thị trong hình vẽ bên dưới là của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

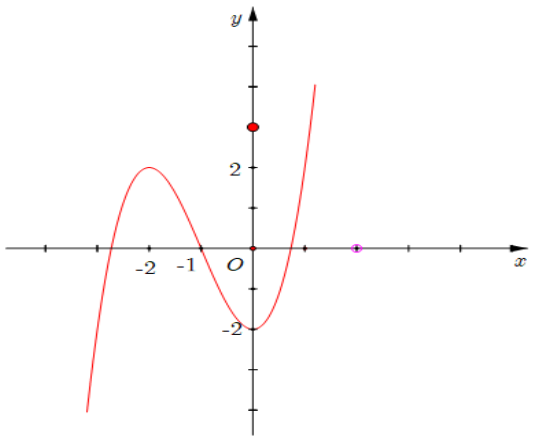
Chọn D

Dựa vào đáp án đề bài cho thì đồ thị của hàm số trên là đồ thị của hàm số bậc ba dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow$ hệ số $a>0$ nên loại A,B.

Lại có $y(0)=1$ suy ra hàm số đó là $y=x^3-3x+1$.

Câu 17: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án $A,B,\ C,D$ dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-2$. **C.** $y=x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^3-3x^2-2$.

Lời giải

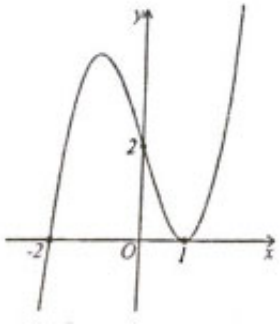
Chọn C

Đồ thị hàm số có dạng chữ N và thay đổi hướng tăng giảm tại các giá trị $x=-2;x=0$ nên hệ số $a>0$ và $y'=0$ có hai nghiệm bằng $0;-2$.

Xét C ta có $y'=3x^2+6x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

Xét D ta có $y'=3x^2-6x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Câu 18: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số sau đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^3+3x+2$. **C.** $y=x^3+3x+2$. **D.** $y=x^3-3x-2$.

Lời giải

Chọn A

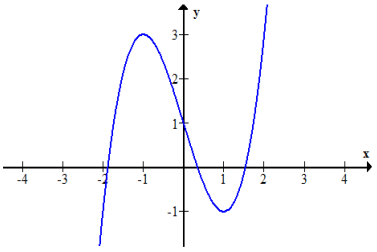
Đồ thị (C) đã cho là đồ thị của hàm số bậc ba có $a>0$, nên loại **B**.

(C) đi qua điểm $A(0;2)$, nên loại **D**.

(C) đi qua điểm $B(1;0)$, nên loại **C**.

Vậy đồ thị $(C):y=x^3-3x+2$.

Câu 19: **[NB]** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau



A. $y=-x^3+3x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x-1$ **C.** $y=x^3-3x+1$ **D.** $y=-x^3-3x^2-1$

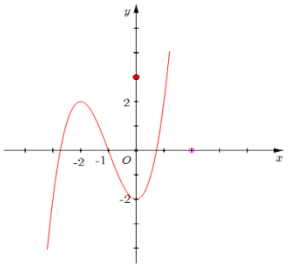
Lời giải

Chọn C

+ Đồ thị có hướng đi lên theo chiều từ trái sang phải nên loại đáp án A và D

+ Giao điểm của đồ thị với trục Oy là $(0;1)$ nên loại đáp án B. Vậy chọn đáp án C

Câu 20: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2-2.$ **B.** $y=x^3-3x^2-2.$ **C.** $y=x^3+3x^2-2.$ **D.** $y=-x^3-3x^2-2.$

Lời giải

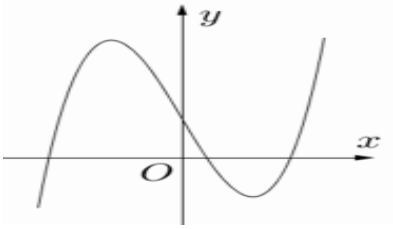
Chọn C

Đồ thị hàm số có dạng chữ N và thay đổi hướng tăng giảm tại các giá trị $x=-2;x=0$ nên hệ số $a>0$ và $y'=0$ có hai nghiệm bằng $0;-2$.

Xét C ta có $y'=3x^2+6x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

Xét D ta có $y'=3x^2-6x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Câu 21: **[NB]** Đường cong trong hình bên là hình dạng đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x+1.$ **B.** $y=-x^3+3x+2$ **C.** $y=-x^3+x-1.$ **D.** $y=x^3-3x+1.$

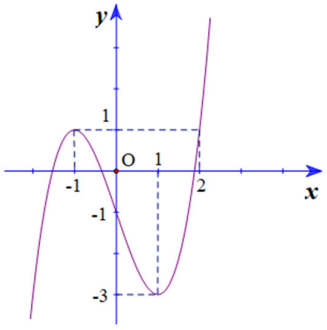
Lời giải

Chọn D

Đồ thị trong hình là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a>0$ nên loại đáp án A, B và C.

Đáp án D đúng.

Câu 22: **[NB]** Đồ thị hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Chọn đáp án đúng?



A. $y=x^3-3x^2-3x-1.$ **B.** $y=\frac{1}{3}x^3+3x-1.$

C. $y=x^3+3x^2-3x+1.$ **D.** $y=x^3-3x-1.$

Lời giải

Chọn D.

+ Đồ thị hàm số có 2 cực trị $x=\pm1$.

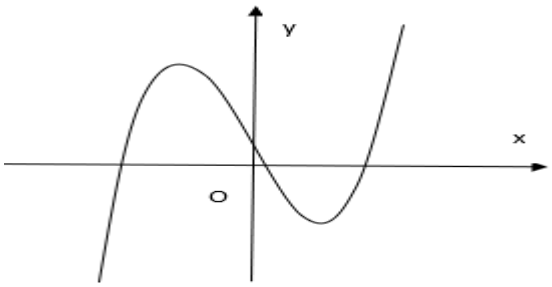
+ $y=x^3-3x^2-3x-1\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1+\sqrt{2} \\ x=1-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

+ $y=\frac{1}{3}x^3+3x-1\Rightarrow y'=x^2+3>0\,\forall x\in\mathbb{R}$.

+ $y=x^3+3x^2-3x+1\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2+6x-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1+\sqrt{2} \\ x=-1-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

+ $y=x^3-3x-1\Rightarrow y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Câu 23: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3-4x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3+3x+1$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Từ hình vẽ ta có dáng điệu đường cong là đồ thị hàm số bậc ba hệ số $a>0$. Nên loại A và C

Mặt khác, đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nên công thức nhanh $b^2>3ac$. Do đó hàm số thỏa mãn là $y=x^3-3x+1$.

Cách 2: Từ hình vẽ ta có dáng điệu đường cong là đồ thị hàm số bậc ba hệ số $a>0$. Nên loại A và C

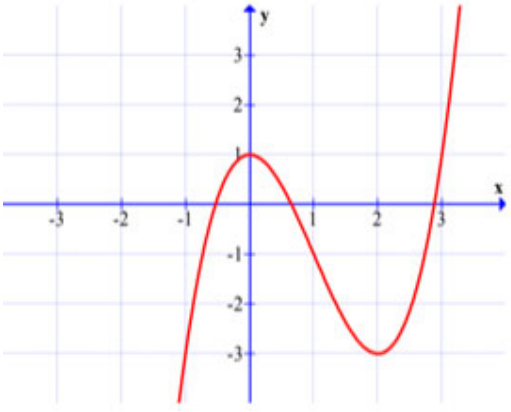
+Xét $y=x^3-3x+1$, TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-3$ $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1, y=-1 \\ x=-1, y=3 \end{array}\right.$, nhận B

+Xét $y=f(x)=x^3+3x+1$, TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+3>0, \forall x\in\mathbb{R}$, loại D

Câu 24: **[NB]** Đồ thị hình bên là của hàm số



A. $y=-\dfrac{x^3}{3}+x^2+1$. **B.** $y=x^3+3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

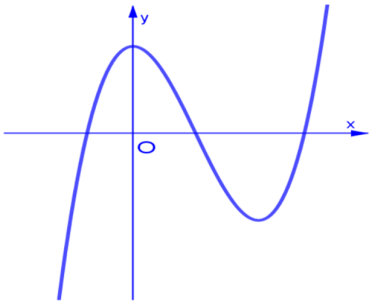
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị của hàm số ta có hệ số $a>0$ và hàm số có 2 điểm cực trị là $x=0$ và $x=2$.

Suy ra đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 25: **[NB]** Đường cong ở hình vẽ bên dưới là của đồ thị hàm số nào?



A. $y=x^3+3x-4$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3-4$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số là đồ thị hàm số bậc 3, hệ số $a>0\Rightarrow$ Loại đáp án C, D.

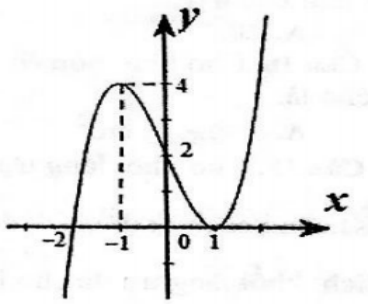
Xét hàm số $y=x^3+3x-4$ có $y'=3x^2+3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên loại đáp án A.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có $y'=3x^2-6x=3x(x-2)$ có hai nghiệm phân biệt nên thỏa mãn.

Câu 26: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?.

A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=x^3-2x+2$.

C. $y=-x^3+3x+2$. **D.** $y=x^3+3x+2$.



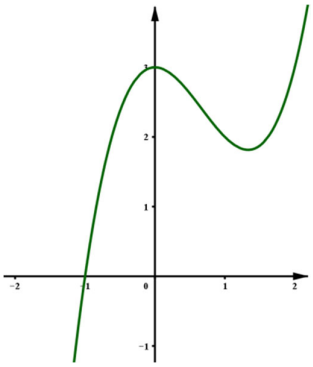
Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị suy ra hàm số có hệ số bậc ba $a>0$. Loại phương án C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$, thay vào ba phương án còn lại, chỉ có phương án A thỏa mãn.

Câu 27: **[NB]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây.



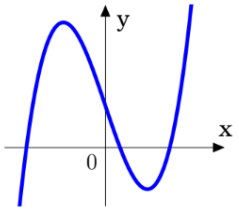
A. $y=x^3-2x^2+3$. **B.** $y=-x^3+2x^2+3$. **C.** $y=-x^3-3x^2+3$. **D.** $y=-x^3-2x^2+3$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có hệ số $a>0$ nên chọn đáp án A.

Câu 28: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

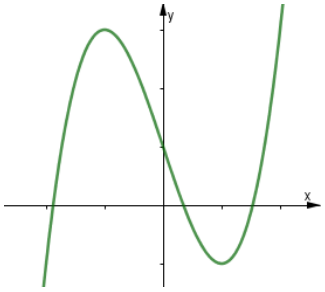
A. $y=-x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3-x^2+3$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho là của hàm số bậc ba có hệ số $a>0$ nên phương án đúng là hàm số $y=x^3-3x+1$.

Câu 29: **[NB]** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3-2x^2+1$.

C. $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

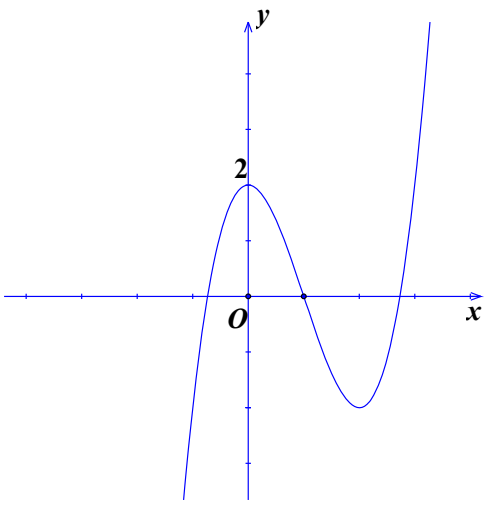
Chọn C

Từ đồ thị ta thấy:

Đồ thị hàm số có dáng điệu như trên là của hàm bậc ba.

Nhánh ngoài cùng đi lên chứng tỏ hệ số $a>0$.

Câu 30: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên là của một trong bốn hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$.

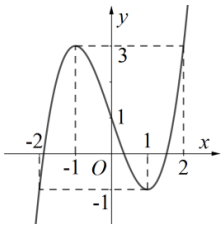
C. $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$

Lời giải

Chọn B

Vì hình dáng đồ thị là của hàm bậc ba và khoảng ngoài cùng bên phải đi lên nên $a>0$.

Câu 31: **[NB]** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+9x+6$ **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

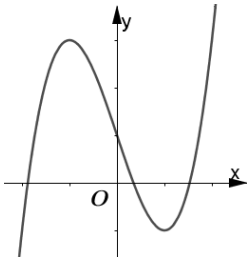
Chọn B

Đồ thị trên là đồ thị hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$:

+ Có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.

+ Đi qua điểm $(-1;3)$.

Câu 32: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



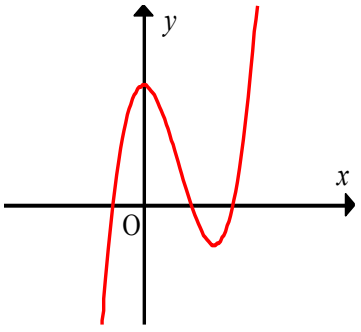
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3-x^2+1$. **C.** $y=-x^3+x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$ nên loại phương án A.

Câu 33: **[NB]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



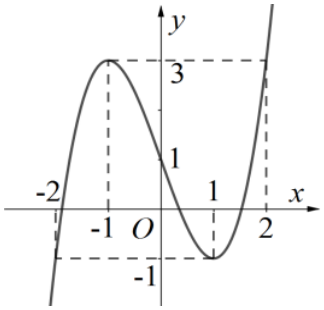
A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3-2x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Từ đường cong ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ trên khoảng $\left(x_{CT};+\infty\right)$ nên $a>0$. Chọn A.

Câu 34: **[NB]** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3-2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

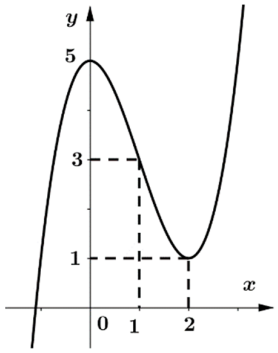
Chọn B

Đồ thị trên là đồ thị hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$:

+ Có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.

+ Đi qua điểm $(-1;3)$.

Câu 35: **[NB]** Đường cong như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+5$. **B.** $y=2x^3-6x^2+5$. **C.** $y=x^3-3x^2+5$. **D.** $y=x^3-3x+5$.

Lời giải

Chọn C

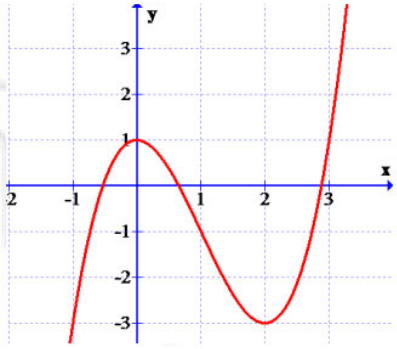
Từ dáng của đồ thị hàm số ta có hệ số $a>0$ do đó loại đáp án A.

Thay tọa độ điểm $M(1;3)$ vào các đáp án B, C, D ta loại được đáp án B.

Thay tọa độ điểm $N(2;1)$ vào các đáp án C, D ta loại được đáp án D.

Vậy đồ thị hàm số đã cho là của hàm số $y=x^3-3x^2+5$, đáp án C.

Câu 36: **[NB]** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



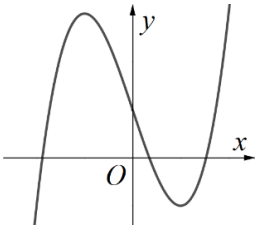
A. $y=x^3-3x^2+1.$ **B.** $y=2x^3-6x^2+1.$ **C.** $y=-x^3-3x^2+1.$ **D.** $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2+1.$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta suy ra hệ số của x^3 dương nên loại phương án **C** và **D**. Lại có đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;-3)$ nên ta chọn phương án **A.**

Câu 37: **[NB]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3-3x+1.$ **B.** $y=-x^3-x^2+3.$

C. $y=x^3-3x+1.$ **D.** $y=-x^3-3x+1.$

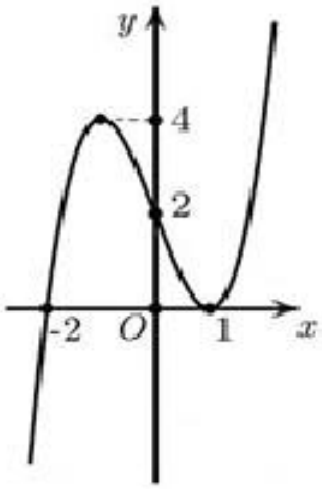
Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số trên:

+ Có nhánh cuối có hướng đi lên $\Rightarrow a>0$.

Câu 38: **[NB]** Đường cong hình dưới đây là đồ thị hàm số nào?



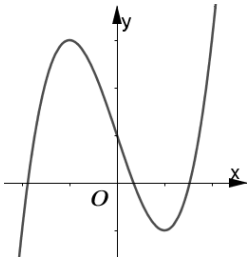
A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^3-3x+2$. **C.** $y=-x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^3-x^2+2$.

Lời giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên có $a>0$, khi đó loại phương án C.

Câu 39: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



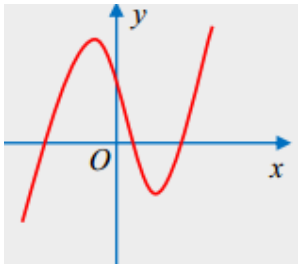
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3-x^2+1$. **C.** $y=-x^3+x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$ nên loại phương án A, B, C.

Câu 40: **[NB]** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^2+x-1$ **B.** $y=-x^3+3x+1$ **C.** $y=x^4-x^2+1$ **D.** $y=x^3-3x+1$

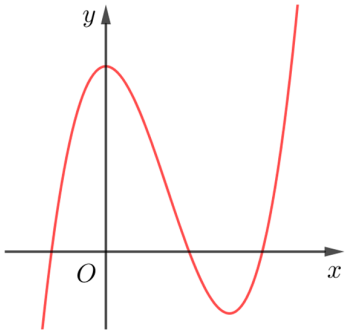
Lời giải

Chọn D

Do nhánh bên phải của đồ thị có hướng lên ($\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$) $\Rightarrow a>0$ $\rightarrow$ loại **A, B**

Từ đồ thị ta nhân thấy đây không phải là đồ thị dạng trùng phương, do đó ta loại **C** $\rightarrow$ đáp án **D**

Câu 41: **[NB]** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



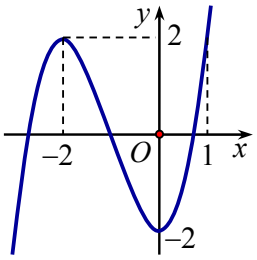
A. $y=x^3-3x^2+3$.
B. $y=-x^4+2x^2+1$.
C. $y=x^4-2x^2+1$.
D. $y=-x^3+3x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số: là đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a>0$

Câu 42: **[NB]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=2x^3+6x^2-2$
B. $y=x^3+3x^2-2$.
C. $y=-x^3-3x^2-2$.
D. $y=x^3-3x^2-2$.

Lời giải

Chọn B

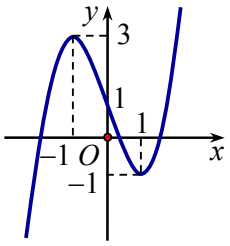
Từ đồ thị hàm số ta có:

Đồ thị trong hình là của hàm số bậc 3, có hệ số $a>0$.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại các điểm $A(-2;2);B(0;-2)$.

Vậy chọn đáp án **B.**

Câu 43: **[NB]** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$.

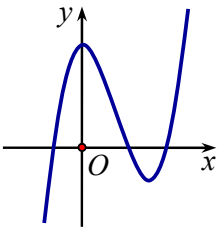
C. $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị có hệ số $a>0$ và đi qua điểm $A(1;-1)$.

Câu 44: **[NB]** Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=2x^3+3x+2$.

C. $y=-3x^3+2x^2+2$. **D.** $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-2$.

Lời giải

Chọn A

* Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số có phương trình dạng: $y=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a\neq 0)$.

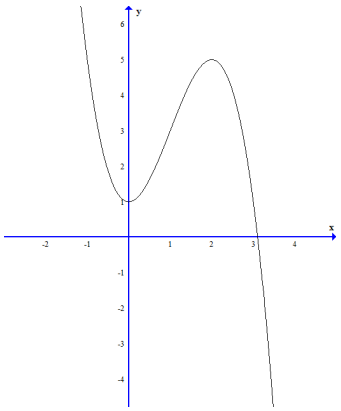
* Nhánh đầu tiên của đồ thị đi lên $\Rightarrow a>0$ ta loại đáp án**C.**

* Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $y=d>0$ ta loại đáp án**D.**

* Hàm số có hai điểm cực trị không âm nên ta loại đáp án**B.**

Đáp án đúng là **A.**

Câu 45: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



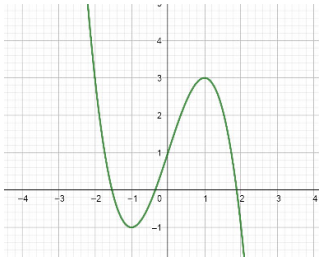
A. $y=x^3-3x+8$. **B.** $y=x^3-3x+6$. **C.** $y=x^3-3x+5$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Lời giải

Chọn D.

Đồ thi hàm số bậc ba có hệ số $a<0$ nên **D** đúng.

Câu 46: **[NB]** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$.

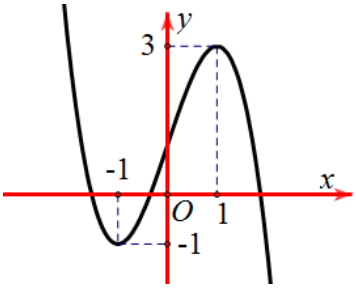
C. $y=-x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+1$.

Lời giải

Đáp án B

Dựa vào đồ thị ta thấy đó là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số x^3 âm và có hai điểm cực trị. Theo đáp án chọn B

Câu 47: **[NB]** Đồ thị hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$.

C. $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm số bậc ba, $a<0$ và có hai điểm cực trị $(-1;-1)$ và $(1;3)$.

Câu 48: **[NB]** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+x+1$ là điểm?

A. $I(2;13)$. **B.** $I(2;-13)$. **C.** $I(-2;-13)$. **D.** $I(-2;-33)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $..\Rightarrow y''=6x-12$.

Do đó $y''=0\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=-13$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+x+1$ là $I(2;-13)$.

Câu 49: **[NB]** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm $I(1;-2)$?

A. $y=\dfrac{2x-3}{2x+4}$. **B.** $y=2x^3-6x^2+x+1$.

C. $y=-2x^3+6x^2+x-1$. **D.** $y=\dfrac{2-2x}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=2x^3-6x^2+x+1$ có $y'=6x^2-12x+1$ và $y''=12x-12$.

Cho $y''=0\Rightarrow x=1\Rightarrow y=-2$ nên đồ thị hàm số có điểm uốn là $I(1;-2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số (tính chất đặc biệt của đồ thị hàm số bậc ba).

Câu 50: **[VDC]** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}a+c>b+1\\a+b+c+1<0\end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Vì hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba nên đồ thị hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và số giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox nhiều nhất là 3.

Theo đề bài ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$

$y(-1)=a+c-b-1>0$, $y(1)=a+b+c+1<0$,

Do đó hàm số đã cho có ít nhất một nghiệm trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$.

Từ đó suy ra số giao điểm cần tìm là 3.

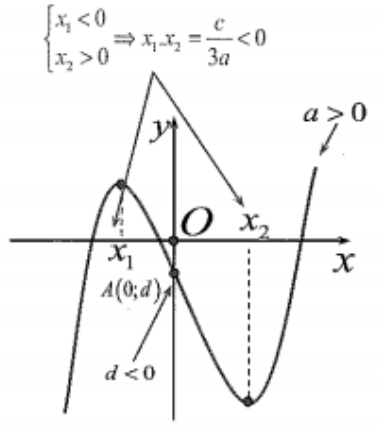
BÀI 10: XÁC ĐỊNH HỆ SỐ CỦA HÀM SỐ $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

A. LÝ THUYẾT:

Bài toán: *Xác định hệ số* a,b,c,d *của hàm số* $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ *dựa vào BBT, đồ thị.*

Áp dụng: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có 2 điểm cực trị.

Hình vẽ minh họa



Quy trình xác định:

**** Xác định hệ số*** a ***:***

- Hướng đồ thị bên phải *đi lên* thì $a > 0$.
- Hướng đồ thị bên phải *đi xuống* thì $a < 0$.

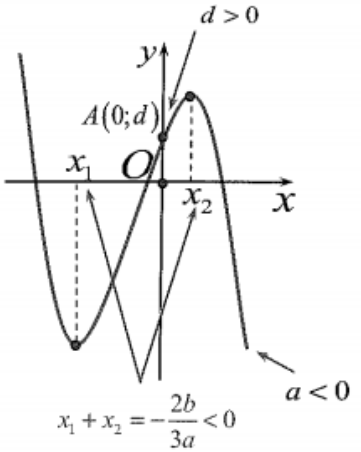
**** Xác định hệ số*** d ***:*** Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $A(0;d)$.

- Điểm $A(0;d)$ *nằm phía trên* trục Ox thì $d > 0$.
- Điểm $A(0;d)$ *nằm phía dưới* trục Ox thì $d < 0$.
- Điểm $A(0;d)$ *trùng với gốc tọa độ* thì $d = 0$.

**** Xác định hệ số*** c ***:*** Đồ thị có hai điểm cực trị có hoành độ là $x_1;x_2$ với $x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$.

- Nếu $x_1;x_2$ ***cùng dấu*** tức ***cùng phía*** so với trục Oy thì $x_1.x_2 = \frac{c}{3a} > 0$.
- Nếu $x_1;x_2$ ***trái dấu*** tức ***khác phía*** so với trục Oy thì $x_1.x_2 = \frac{c}{3a} < 0$.
- Nếu $x_1 = 0$ hoặc $x_2 = 0$ tức cực trị nằm trên trục Oy thì $x_1.x_2 = \frac{c}{3a} = 0 \Rightarrow c = 0$.

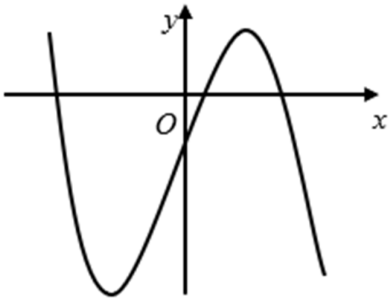
**** Xác định hệ số*** b ***:*** Đồ thị có hai điểm cực trị có hoành độ là $x_1;x_2$ với $x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$.



- Nếu $x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow -\frac{2b}{3a} > 0$.
- Nếu $x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{2b}{3a} < 0$.
- Nếu $x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow -\frac{2b}{3a} = 0 \Rightarrow b = 0$.

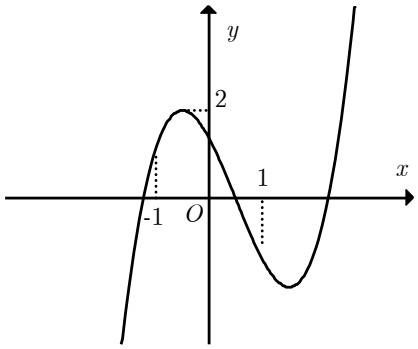
B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: Cho hàm số $y=ax^3+3x+d\ \left(a,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0;\ d>0$. **B.** $a<0;\ d>0$. **C.** $a>0;\ d<0$. **D.** $a<0;\ d<0$.

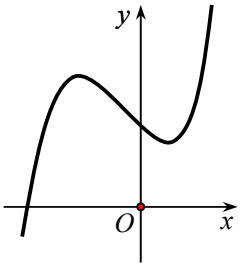
Câu 2: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$. **B.** $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$. **D.** $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.

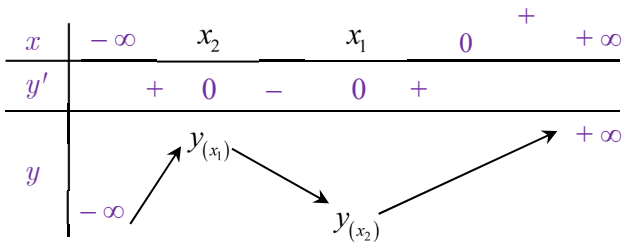
Câu 3: Cho biết hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $\begin{cases}a>0\\ b^2-3ac<0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\ b^2-3ac<0\end{cases}$.

C. $\begin{cases}a<0\\ b^2-3ac>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\ b^2-3ac>0\end{cases}$.

Câu 4: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+1$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

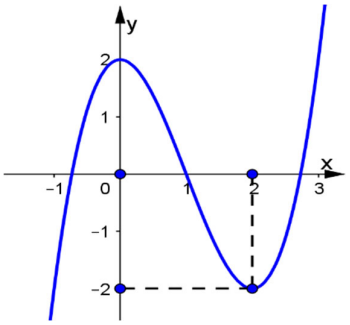
A. $a>0,b>0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$.

C. $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b>0,c>0$.

Câu 5: **[2D1-2.0-2]** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+ax+b$ có đồ thị (C). Biết $M(-1;6)$ là một điểm cực trị của (C). Khi đó tổng $a+b$ bằng

A. -8. **B.** -10. **C.** -14. **D.** 28.

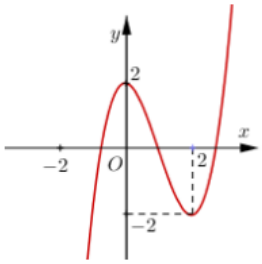
Câu 6: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Tính tổng $S=a+b+c+d$.

A. $S=0$. **B.** $S=6$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=2$.

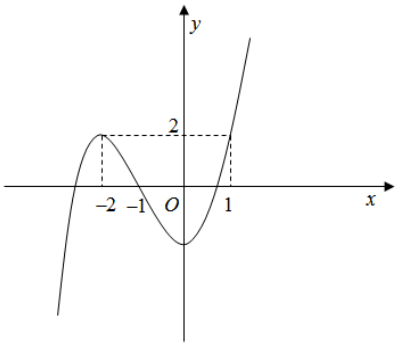
Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d.$ có đồ thị như hĩnh vẽ sau



Tính $S=a+b$

A. $S=1$ **B.** $S=0$ **C.** $S=-2$ **D.** $S=-1$

Câu 8: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, với a, b, c, d là các số thực và $a\neq 0$ (có đồ thị như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây sai?



A. $y'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=-2$.

C. $y'<0, \forall x \in (-2;0)$.

D. Đồ thị có đúng hai điểm cực trị.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$a-b+c-1$	↘	-24	↗	$+\infty$

Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+3c$.

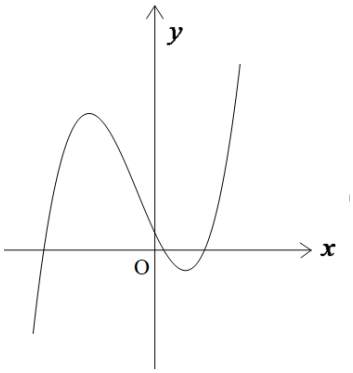
A. $P=-9$. **B.** $P=3$. **C.** $P=-3$. **D.** $P=9$.

Câu 10: **[2D1-2.0-2]** Nếu đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $M(-1;6)$ và $N(3;-26)$ thì tổng $a+b+c+d$ bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** 0. **C.** -10. **D.** -12.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a\neq 0)$ có dạng như hình vẽ bên dưới.

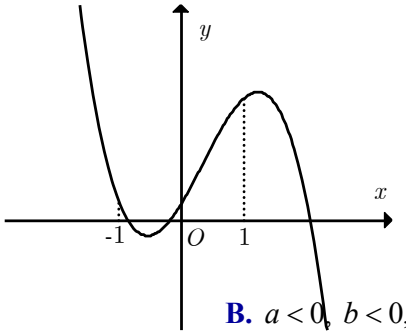


Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0, b>0, c>0, d>0$. **B.** $a>0, b<0, c<0, d>0$.

C. $a>0,b<0,c<0,d>0$. **D.** $a>0,b>0,c<0,d>0$.

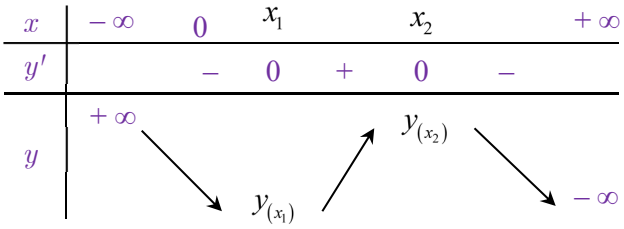
Câu 2: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0.$ **B.** $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d>0.$

C. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d>0.$ **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0.$

Câu 3: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+1$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

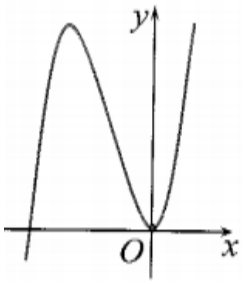
A. $a<0;b>0;c<0$. **B.** $a<0;b<0;c>0$.

C. $a<0;b<0;c<0$. **D.** $a>0;b>0;c>0$.

Câu 4: **[2D1-2.0-2]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị (C). Nếu (C) có hai điểm cực trị là gốc toạ độ O và $A(2;-4)$ thì hàm số có dạng nào sau đây?

A. $y=-3x^3+5x^2$. **B.** $y=-3x^3+10x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^3-3x^2$.

Câu 5: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.

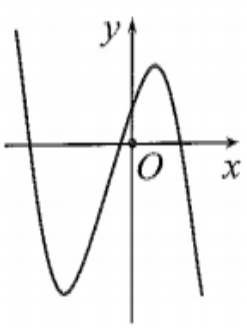


Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>0;b>0;c<0;d=0$. **B.** $a>0;b<0;c=0;d=0$.

C. $a>0;b>0;c=0;d=0$. **D.** $a>0;b>0;c<0;d=0$.

Câu 6: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

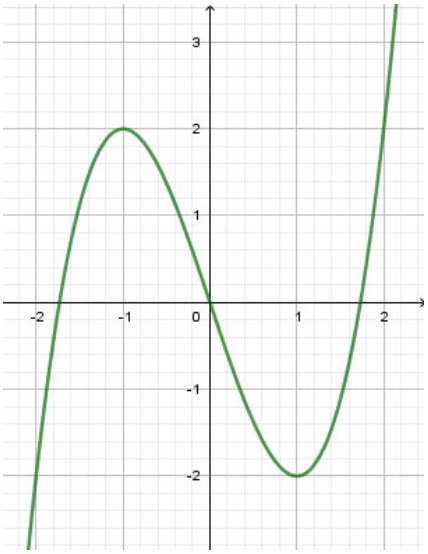
A. $a<0;b>0;c>0;d<0$.

B. $a<0;b<0;c>0;d>0$.

C. $a>0;b<0;c<0;d>0$.

D. $a<0;b>0;c<0;d<0$.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hình vẽ sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$ và $(1;2)$.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hệ số tự do của hàm số khác 0.

Câu 8: **[TH]** Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (C) có hai điểm cực trị là $O(0;0)$ và $M(1;1)$.Khi đó trong các phát biểu sau, phát biểu nào là **không đúng**?

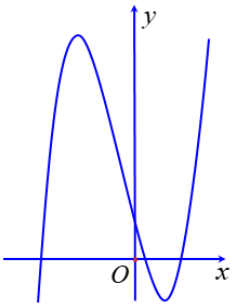
A. a là số thực âm.

B. c và d đều bằng 0.

C. Đồ thị (C) đi qua điểm $N(-1;2)$.

D. $a+b=1$.

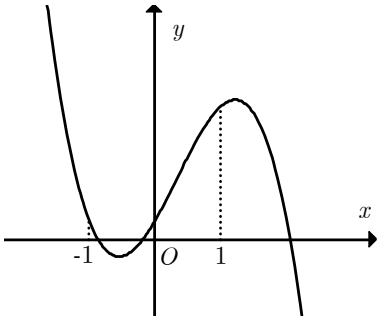
Câu 9: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0, b<0, c>0, d>0$. **B.** $a>0, b>0, c<0, d>0$.

C. $a<0, b<0, c<0, d>0$. **D.** $a>0, b<0, c<0, d>0$.

Câu 10: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

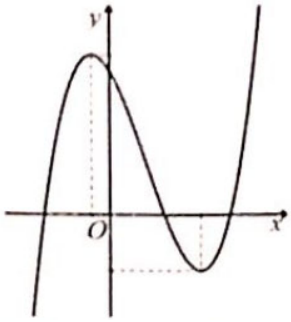


Mệnh đề nào sau đây đúng:

A. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

C. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

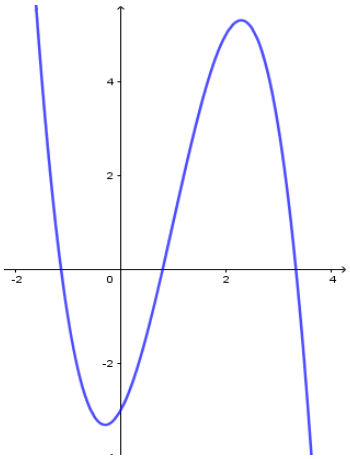
Câu 11: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?



A. $a,d>0;b,c<0$. **B.** $a,b,c<0;d>0$.

C. $a,c,d>0;b<0$. **D.** $a,b,d>0;c<0$.

Câu 12: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hình vẽ sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

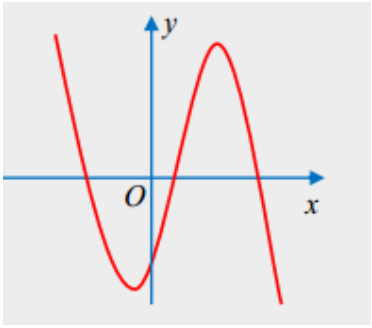
A. $a<0;b>0;c>0;d<0$.

B. $a<0;b<0;c>0;d<0$.

C. $a>0;b<0;c<0;d>0$.

D. $a<0;b>0;c<0;<0$.

Câu 13: [2D1-5.1-2] Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



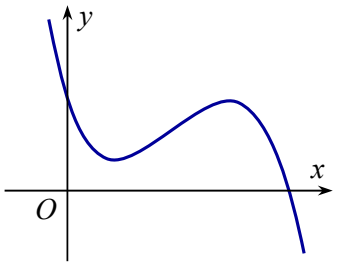
A. $a<0,b>0,c>0,d<0$

B. $a<0,b<0,c>0,c<0$

C. $a>0,b<0,c<0,d>0$

D. $a<0,b>0,c<0,d>0$

Câu 14: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0$, $c>0$, $d>0$.

B. $a<0$, $c>0$, $d>0$.

C. $a<0$, $c<0$, $d<0$.

D. $a<0$, $c<0$, $d>0$.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị nằm khác phía so với trục tung khi và chỉ khi

A. $a>0,b<0,c>0$ **B.** $ac<0$ **C.** $b^2-3ac>0$ **D.** $a>0,b>0,c<0$

Câu 16: [2D1-1.1-2] Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

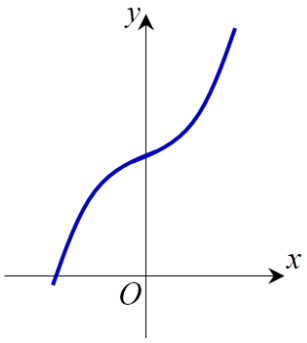
A. $b^2-3ac\le 0$.

B. $a<0$ và $b^2-3ac\le 0$.

C. $a>0$ và $b^2-3ac>0$ hoặc $a=b=0$ và $c>0$.

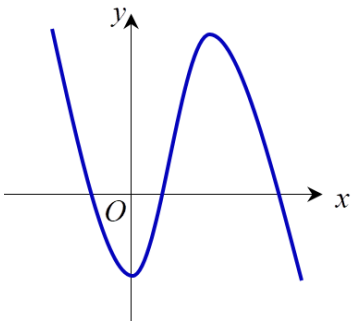
D. $a<0$ và $b^2-3ac\le 0$ hoặc $a=b=0$ và $c<0$.

Câu 17: Cho hàm số $y=x^3+bx^2+d,\left(b,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng:



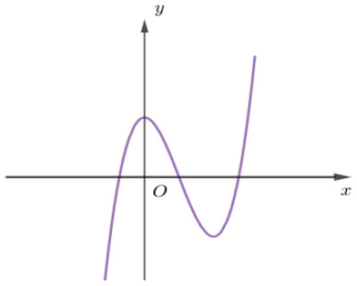
A. $b<0,d>0$. **B.** $b>0,d>0$. **C.** $b=0,d>0$. **D.** $b>0,d=0$.

Câu 18: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng:



A. $\begin{cases}b^2-3ac>0\\ac>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}b^2-3ac<0\\ac>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}b^2-3ac<0\\ac=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}b^2-3ac>0\\ac=0\end{cases}$.

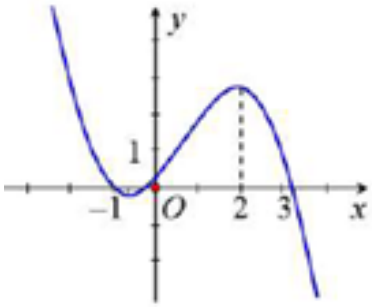
Câu 19: **[VD]** Đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+c$ cho như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0,b<0,c>0.$ **B.** $a>0,b>0,c>0.$ **C.** $a<0,b>0,c>0.$ **D.** $a>0,b>0,c<0.$

Câu 20: **[VD]** Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ sau (đồ thị không đi qua gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng.

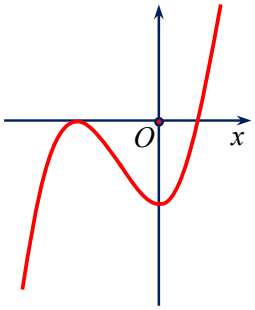


A. $a<0;b>0;c>0;d>0.$ **B.** $a<0;b>0;c<0;d>0.$

C. $a<0;b<0;c<0;d>0.$ **D.** $a<0;b<0;c>0;d>0.$

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

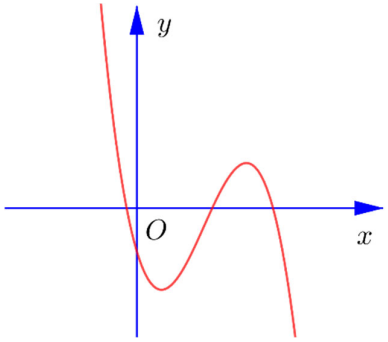
Câu 1: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0,\ b>0,\ c>0\ \ d<0.$ **B.** $a<0,\ b<0,\ c=0,\ d<0.$

C. $a>0,\ b>0,\ c=0,\ d<0.$ **D.** $a>0,\ b<0,\ c=0,\ d<0.$

Câu 2: Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.

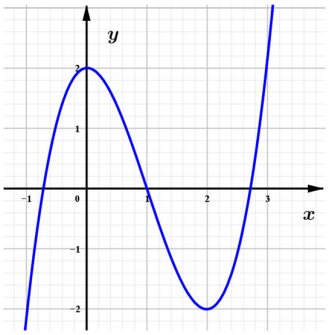


Dấu của a,b,c,d là

A. $a<0,b<0,c<0,d<0.$ **B.** $a<0,b<0,c>0,d<0.$

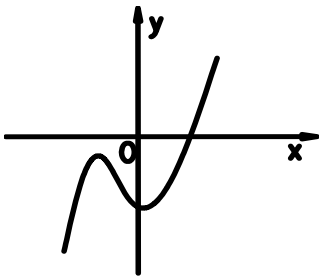
C. $a<0,b>0,c<0,d<0.$ **D.** $a>0,b>0,c>0,d<0.$

Câu 3: **[2D1-5.1-1] (Sở Quảng Ninh Lần1)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Tính tổng $S=a+b+c+d.$



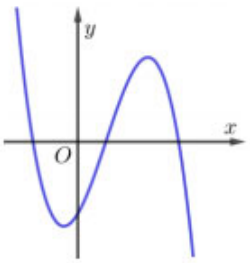
A. $S=6$. **B.** $S=2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=-4$.

Câu 4: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên:
Mệnh đề nào dưới đây đúng?



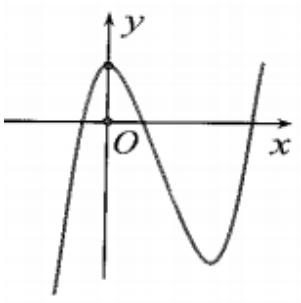
A. $a>0,b>0,c<0,d<0.$ **B.** $a>0,b>0,c=0,d<0.$
C. $a<0,b=0,c>0,d>0.$ **D.** $a>0,b<0,c=0,d<0.$

Câu 5: **[VD]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0,b<0,c<0,d>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0,d<0$.
C. $a<0,b>0,c>0,d<0$. **D.** $a<0,b>0,c<0,d>0$.

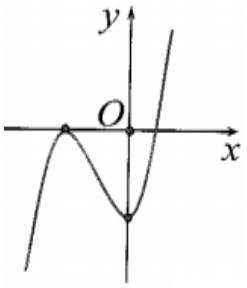
Câu 6: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>0;b>0;c=0;d>0$. **B.** $a>0;b<0;c>0;d>0$.
C. $a>0;b>0;c>0;d>0$. **D.** $a>0;b<0;c=0;d>0$.

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

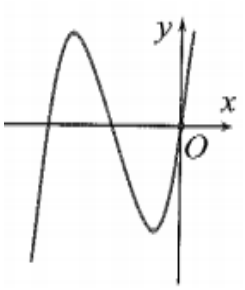
A. $a>0;b>0;c=0;d<0$.

B. $a>0;b>0;c=0;d>0$.

C. $a>0;b>0;c>0;d>0$.

D. $a>0;b<0;c=0;d<0$.

Câu 8: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

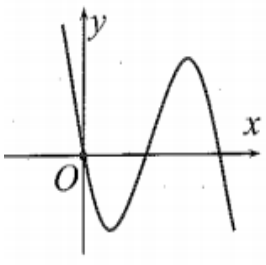
A. $a>0;b>0;c<0;d=0$.

B. $a>0;b>0;c>0;d=0$.

C. $a>0;b<0;c<0;d=0$.

D. $a>0;b>0;c<0;d>0$.

Câu 9: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

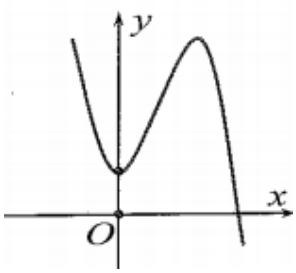
A. $a<0;b>0;c<0;d>0$.

B. $a>0;b>0;c<0;d>0$.

C. $a<0;b<0;c<0;d=0$.

D. $a<0;b>0;c>0;d>0$.

Câu 10: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên.

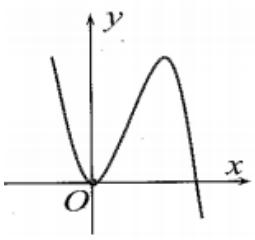


Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a<0;b>0;c>0;d>0$. **B.** $a<0;b<0;c=0;d>0$.

C. $a>0;b<0;c>0;d>0$. **D.** $a<0;b>0;c=0;d>0$.

Câu 11: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.

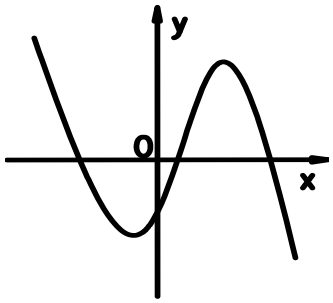


Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a<0;b<0;c=0;d=0$. **B.** $a<0;b>0;c>0;d=0$.

C. $a<0;b>0;c=0;d=0$. **D.** $a<0;b>0;c=0;d>0$.

Câu 12: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

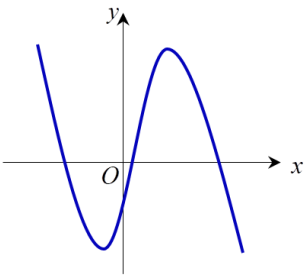


Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b>0,c>0,d<0.$ **B.** $a<0,b<0,c>0,d<0.$

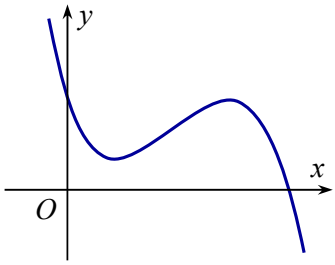
C. $a>0,b<0,c<0,d>0.$ **D.** $a<0,b>0,c<0,d<0.$

Câu 13: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng:



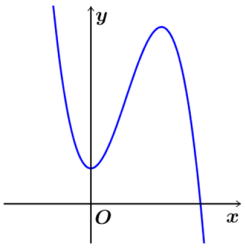
A. $a>0,\mathrm{b}<0,c>0,d>0$.
B. $a<0,\mathrm{b}>0,c>0,d<0$.
C. $a<0,\mathrm{b}>0,c<0,d<0$.
D. $a<0,\mathrm{b}<0,c<0,d<0$.

Câu 14: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0$, $c>0$, $d>0$.
B. $a<0$, $c>0$, $d>0$.
C. $a<0$, $c<0$, $d<0$.
D. $c<0$, $d>0$.

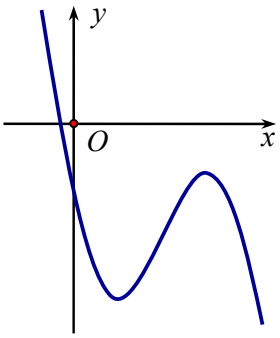
Câu 15: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b>0,c>0,d>0$.
B. $a<0,b<0,c=0,d>0$.
C. $a>0,b<0,c>0,d>0$.
D. $a<0,b>0,c=0,d>0$.

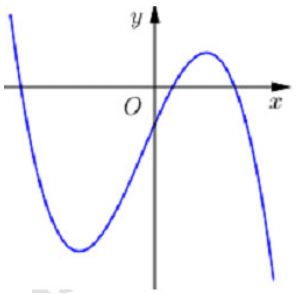
Câu 16: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (a,b,c,d là các hằng số thực và $a\neq 0$) như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b>0,\ c>0$. **B.** $b>0,\ c<0$. **C.** $b<0,\ c>0$. **D.** $b<0,\ c<0$.

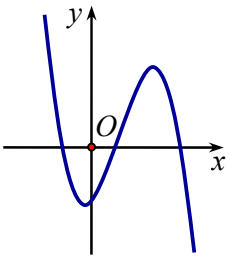
Câu 17: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$. **B.** $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.

C. $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$. **D.** $a<0,\ b<0,\ c<0,\ \mathrm{d}<0$.

Câu 18: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

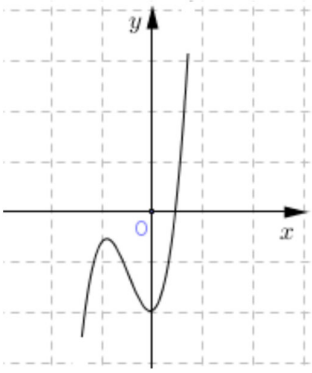


Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b<0,c>0,d<0$. **B.** $a<0,b>0,c>0,d<0$.

C. $a<0,b<0,c<0,d<0$. **D.** $a<0,b>0,c<0,d<0$.

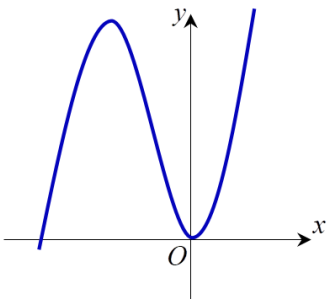
Câu 19: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?.



A. $a>0,b=0,c<0,d<0$.. **B.** $a>0,b>0,c=0,d<0$..

C. $a>0,b=0,c>0,d<0$.. **D.** $a>0,b<0,c=0,d<0$..

Câu 20: Cho hàm số $y=x^3+bx^2+d,\ (b,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng:



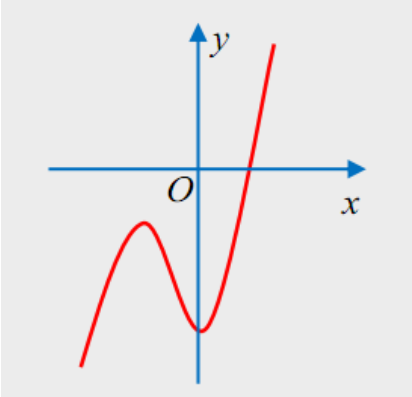
A. $b<0, d>0$. **B.** $b>0, d=0$. **C.** $b>0, d>0$. **D.** $b<0, d=0$.

Câu 21: [2D1-5.3-2] Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía so với trục tung khi và chỉ khi

A. $a>0, b<0, c>0$ **B.** $a<0, b<0, c<0$

C. $b^2>3ac>0$ **D.** $b^2>3ac>0$ và $bc<0$

Câu 22: [2D1-5.3-2] Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.

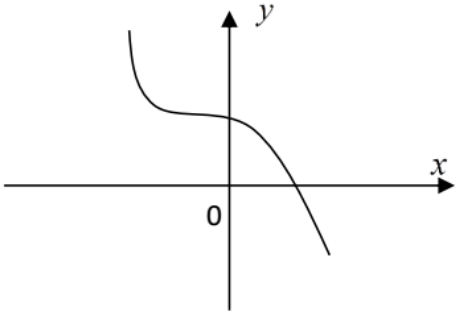


Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0, b>0, c<0, d<0$ **B.** $a>0, b>0, c=0, d<0$

C. $a<0, b=0, c>0, d>0$ **D.** $a>0, b<0, c=0, d<0$

Câu 23: [VD] Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,\ b^2-3ac>0,\ d<0$. **B.** $a>0,\ b^2-3ac>0,\ d>0$.

C. $a<0,\ b^2-3ac\le 0,\ d>0$. **D.** $a>0,\ b^2-3ac\le 0,\ d<0$.

Câu 24: Nếu đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $M(0;2)$ và $N(2;-2)$ thì giá trị của hàm số tại $x=-2$ là:

A. $y(-2)=2$ **B.** $y(-2)=22$ **C.** $y(-2)=6$ **D.** $y(-2)=-18$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng. **B.** Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

C. Hàm số luôn có cực trị. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng. **B.** Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

C. Hàm số luôn có cực trị. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

Câu 27: **[TH]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi:

A. $b^2-3ac\le 0$.

B. $a<0$ và $b^2-3ac\le 0$.

C. $a<0$ và $b^2-3ac>0$ hoặc $a=b=0$ và $c>0$.

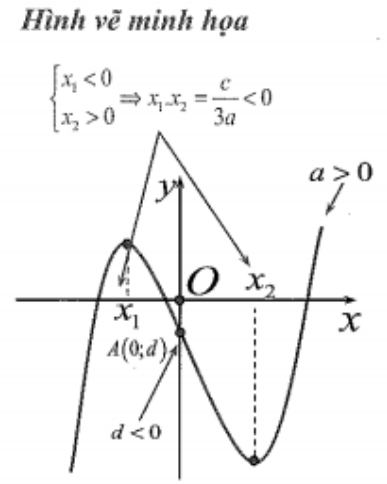
D. $a<0$ và $b^2-3ac\le 0$ hoặc $a=b=0$ và $c<0$.

BÀI 10: XÁC ĐỊNH HỆ SỐ CỦA HÀM SỐ $y=ax^3+bx^2+cx+d$

A. LÝ THUYẾT:

Bài toán: *Xác định hệ số* a,b,c,d *của hàm số* $y=ax^3+bx^2+cx+d$ *dựa vào BBT, đồ thị.*

Áp dụng: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có 2 điểm cực trị.



Quy trình xác định:

**** Xác định hệ số*** a ***:***

- Hướng đồ thị bên phải *đi lên* thì $a>0$.
- Hướng đồ thị bên phải *đi xuống* thì $a<0$.

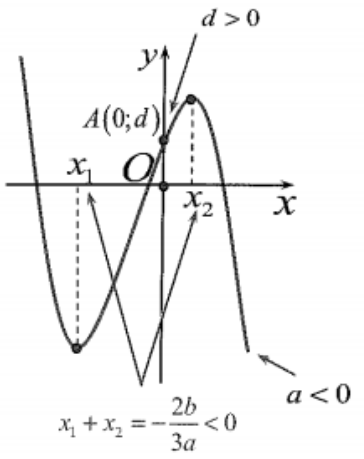
**** Xác định hệ số*** d ***:*** Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $A(0;d)$.

- Điểm $A(0;d)$ *nằm phía trên* trục Ox thì $d>0$.
- Điểm $A(0;d)$ *nằm phía dưới* trục Ox thì $d<0$.
- Điểm $A(0;d)$ *trùng với gốc tọa độ* thì $d=0$.

**** Xác định hệ số*** c ***:*** Đồ thị có hai điểm cực trị có hoành độ là $x_1;x_2$ với $x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình $y'=3ax^2+2bx+c=0$.

- Nếu $x_1;x_2$ ***cùng dấu*** tức ***cùng phía*** so với trục Oy thì $x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}>0$.
- Nếu $x_1;x_2$ ***trái dấu*** tức ***khác phía*** so với trục Oy thì $x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0$.
- Nếu $x_1=0$ hoặc $x_2=0$ tức cực trị nằm trên trục Oy thì $x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}=0\Rightarrow c=0$.

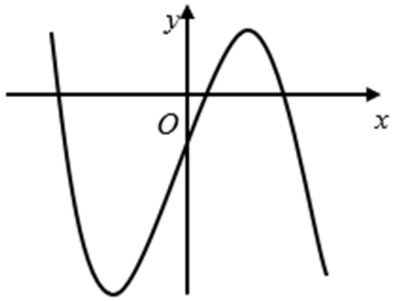
**** Xác định hệ số*** b ***:*** Đồ thị có hai điểm cực trị có hoành độ là $x_1;x_2$ với $x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình $y'=3ax^2+2bx+c=0$.



- Nếu $x_1+x_2>0\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0$.
- Nếu $x_1+x_2<0\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}<0$.
- Nếu $x_1+x_2=0\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}=0\Rightarrow b=0$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: Cho hàm số $y=ax^3+3x+d\ (a,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0;\ d>0$. **B.** $a<0;\ d>0$. **C.** $a>0;\ d<0$. **D.** $a<0;\ d<0$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán xét dấu hệ số hàm số khi biết đồ thị hàm số và nhận dạng đồ thị hàm số.

2. KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

◆ **Xác định hệ số** a**:** Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số bậc ba

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty\Rightarrow a>0;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\Rightarrow a<0$

◆ **Xác định hệ số** d**:** Dựa vào vị trí giao điểm của đồ thị với trục tung.

Giao điểm của đồ thị với trục tung nằm trên trục hoành $\Rightarrow d>0$.

Giao điểm của đồ thị với trục tung nằm dưới trục hoành $\Rightarrow d<0$.

3. HƯỚNG GIẢI

B1: Dựa vào hình dáng của đồ thị để xác định dấu của hệ số a.

B2: Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục tung để xác định dấu của hệ số d.

Giao điểm của đồ thị với trục tung nằm dưới trục hoành nên hệ số $d<0$.

Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:

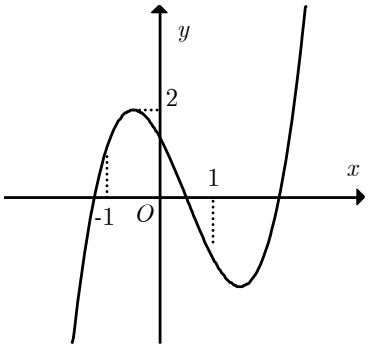
Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số bậc ba, ta có hệ số $a<0$, loại đáp án **A** và **C**.

Giao điểm của đồ thị với trục tung nằm dưới trục hoành nên hệ số $d<0$, loại **B**.

Câu 2: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

B. $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

D. $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.

Lời giải

Chọn C

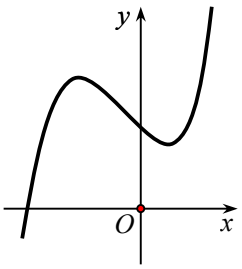
Đồ thị hàm số thể hiện $a>0$; cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Hàm số có $-1<x_{CD}<0,\ x_{CT}>1 \longrightarrow \begin{cases} x_{CD}+x_{CT}>0 \\ x_{CD}.x_{CT}<0 \end{cases}$. $(*)$

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c=0$. Do đó $(*) \leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{2b}{3a}>0 \longrightarrow \dfrac{b}{a}<0 \xrightarrow{a>0} b<0 \\ \dfrac{c}{3a}<0 \longrightarrow \dfrac{c}{a}<0 \xrightarrow{a>0} c<0 \end{cases}$.

Vậy $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

Câu 3: Cho biết hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac<0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a<0 \\ b^2-3ac<0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a<0 \\ b^2-3ac>0 \end{cases}$.

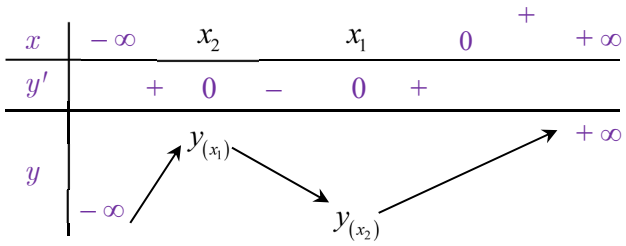
D. $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac>0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta thấy có $a>0$ và có 2 cực trị $\Rightarrow y'=3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt hay $\Delta=4b^2-12ac>0 \Leftrightarrow b^2-3ac>0$.

Câu 4: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+1$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a>0,b>0,c<0$.

B. $a>0,b<0,c>0$.

C. $a>0,b<0,c<0$.

D. $a>0,b>0,c>0$.

Lời giải

Chọn đáp án D.

+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty;\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty\Rightarrow a>0$

+/ $x_2<x_1<0\Rightarrow\dfrac{c}{3a}>0\Rightarrow c>0$

+/ $x_1+x_2<0\Leftrightarrow-\dfrac{2b}{3a}<0\Rightarrow b>0$.

Câu 5: **[2D1-2.0-2]** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+ax+b$ có đồ thị (C). Biết $M(-1;6)$ là một điểm cực trị của (C). Khi đó tổng $a+b$ bằng

A. -8. **B.** -10. **C.** -14. **D.** 28.

Lời giải

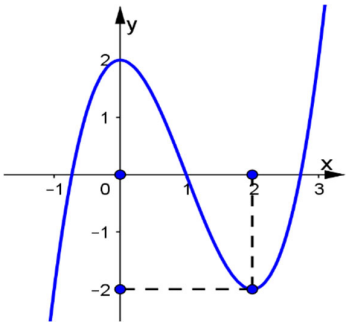
Chọn A

Ta có $y'=3x^2-6x+a$.

Do $M(-1;6)$ là điểm cực trị của $(C)\Rightarrow\begin{cases}M\in(C)\\y'(-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6=-a+b-4\\9+a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-9\\b=1\end{cases}$

$\Rightarrow a+b=-8\rightarrow$đáp án A.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Tính tổng $S=a+b+c+d$.

A. $S=0$. **B.** $S=6$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=2$.

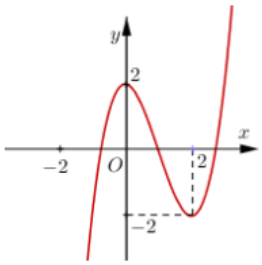
Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$. Hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ liên tục trên $\mathbb{R}$; đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $(2;-2)$ và $(0;2)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f(2)=-2\\f'(2)=0\\f(0)=2\\f'(0)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8a+4b+2c+d=-2\\12a+4b+c=0\\d=2\\c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-3\\c=0\\d=2\end{cases}\Rightarrow S=0.$$

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d.$ có đồ thị như hình vẽ sau



Tính $S=a+b$

A. $S=1$ **B.** $S=0$ **C.** $S=-2$ **D.** $S=-1$

Lời giải

Chọn C

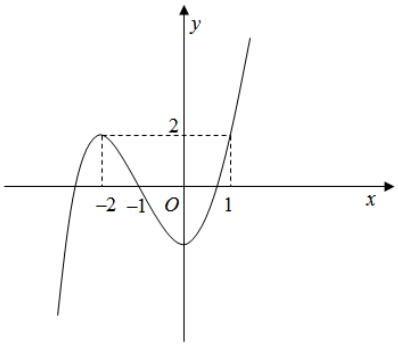
Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số đi qua 2 điểm cực trị $A(0;2),B(2;-2)$

Điểm $A(0;2)$ là điểm cực đại suy ra $\begin{cases}y'(0)=0\\y'(0)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\d=2\end{cases}(1)$

Điểm $B(2;-2)$ là điểm cực đại suy ra $\begin{cases}y'(2)=0\\y'(2)=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12a+4b+c=0\\8a+4b+2c+d=-2\end{cases}(2)$

Từ $(1),(2)$ suy ra $a=1,b=-3,c=0,d=2.$ Vậy tổng $a+b=1-3=-2$

Câu 8: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, với a, b, c, d là các số thực và $a\neq 0$ (có đồ thị như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây sai?



A. $y'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=-2$.

C. $y'<0,\forall x\in(-2;0)$.

D. Đồ thị có đúng hai điểm cực trị.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$a-b+c-1$	↘	-24	↗	$+\infty$

Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+3c$.

A. $P=-9$. **B.** $P=3$. **C.** $P=-3$. **D.** $P=9$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2+2ax+b$.

Hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc ba có hai điểm cực trị là $x=-1;x=3$

$\Rightarrow x=-1;x=3$ là 2 nghiệm của phương trình $y'=0\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}-2a+b=-3\\6a+b=-27\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=-3\\b=-9\end{array}\right.$.

Mặt khác $x=3\Rightarrow y=-24$ nên ta có $27+9a+3b+c=-24\Leftrightarrow c=3$.

Vậy $P=a+b+3c.=-3-9+9=-3$.

Câu 10: [2D1-2.0-2] Nếu đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $M(-1;6)$ và $N(3;-26)$ thì tổng $a+b+c+d$ bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** 0. **C.** -10. **D.** -12.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Do $M(-1;6)$ và $N(3;-26)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nên ta có

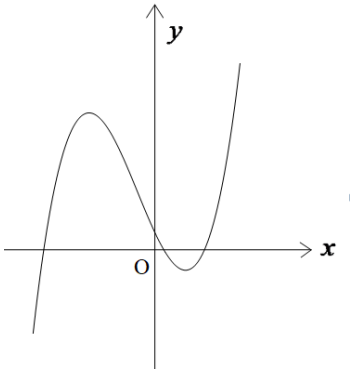
$$\begin{cases} y'(-1)=0 \\ y(-1)=6 \\ y'(3)=0 \\ y(3)=-26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b+c=0 \\ -a+b-c+d=6 \\ 27a+6b+c=0 \\ 27a+9b+3c+d=-26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b+c=0 \\ 27a+6b+c=0 \\ 28a+8b+4c=-32 \\ d=a-b+c+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=-9 \\ d=1 \end{cases}$$

$\Rightarrow a+b+c+d=-10 \rightarrow$ đáp án C.

Cách 2: Sử dụng tính chất đặc biệt của đồ thị hàm bậc ba:" trung điểm nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm bậc ba cũng thuộc đồ thị (còn gọi là điểm uốn)". Khi đó ta có $I(1;-10)$ là trung điểm của MN, suy ra: $y(1)=a+b+c+d=-10 \rightarrow$ đáp án C.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a\neq 0)$ có dạng như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0,b>0,c>0,d>0$. **B.** $a>0,b<0,c<0,d>0$.

C. $a>0,b<0,c<0,d>0$. **D.** $a>0,b>0,c<0,d>0$.

Lời giải

Tác giả:Tạ Văn Ngọc; Fb:Ngocunicom

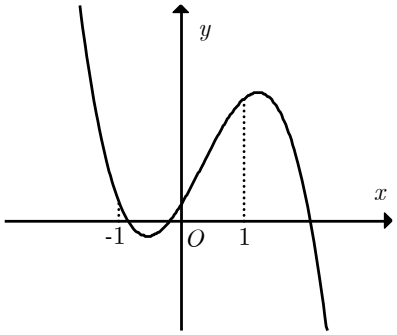
Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Và $y'=3ax^2+2bx+c=0$ có 2 nghiệm trái dấu thỏa mãn $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-2b}{3a}<0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0 \end{cases}$ nên $b>0, c<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có giá trị tung độ dương nên $d>0$.

Câu 2: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0.$

B. $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d>0.$

C. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d>0.$

D. $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0.$

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số thể hiện $a<0$; cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Hàm số có $x_{CD}>1,\ -1<x_{CT}<0 \longrightarrow \begin{cases} x_{CD}+x_{CT}>0 \\ x_{CD}.x_{CT}<0 \end{cases}$. $(*)$

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c=0$. Do đó $(*)\leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{2b}{3a}>0\longrightarrow \dfrac{b}{a}<0 \xrightarrow{a<0} b>0 \\ \dfrac{c}{3a}<0\longrightarrow \dfrac{c}{a}<0 \xrightarrow{a<0} c>0 \end{cases}$.

Vậy $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0.$

Câu 3: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+1$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$-$		0		$+$		0	$-$
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$y_{(x_1)}$	$\nearrow$	$y_{(x_2)}$	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a<0;b>0;c<0$. **B.** $a<0;b<0;c>0$.

C. $a<0;b<0;c<0$. **D.** $a>0;b>0;c>0$.

Lời giải

Chọn đáp án A.

+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty;\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\Rightarrow a<0$

+/ $x_1+x_2>0\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow b>0$

+/ $0<x_1<x_2\Rightarrow \dfrac{c}{3a}>0\Rightarrow c<0$.

Câu 4: **[2D1-2.0-2]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị (C). Nếu (C) có hai điểm cực trị là gốc toạ độ O và $A(2;-4)$ thì hàm số có dạng nào sau đây?

A. $y=-3x^3+5x^2$. **B.** $y=-3x^3+10x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^3-3x^2$.

Lời giải

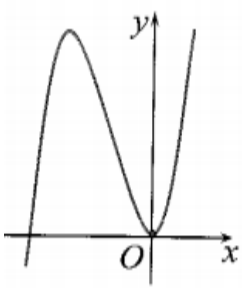
Chọn D

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Do $O(0;0)$ và $A(2;-4)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nên ta có

$$\begin{cases}y'(0)=0\\y(0)=0\\y'(2)=0\\y(2)=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\d=0\\12a+4b+c=0\\8a+4b+2c+d=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-3\\c=d=0\end{cases}\Rightarrow y=x^3-3x^2\to\text{đáp án } D.$$

Câu 5: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>0;b>0;c<0;d=0$. **B.** $a>0;b<0;c=0;d=0$.

C. $a>0;b>0;c=0;d=0$. **D.** $a>0;b>0;c<0;d=0$.

Lời giải

Chọn đáp án C.

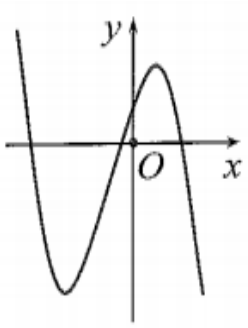
+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty;\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty\Rightarrow a>0$

+/ $x_1+x_2<0\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}<0\Rightarrow b>0$

+/ $0=x_1>x_2\Rightarrow \dfrac{c}{3a}=0\Rightarrow c=0$.

+/ Tại $x=0$ thì $y=0\Rightarrow d=0$.

Câu 6: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a<0;b>0;c>0;d<0$.

B. $a<0;b<0;c>0;d>0$.

C. $a>0;b<0;c<0;d>0$.

D. $a<0;b>0;c<0;d<0$.

Lời giải

Chọn đáp án B.

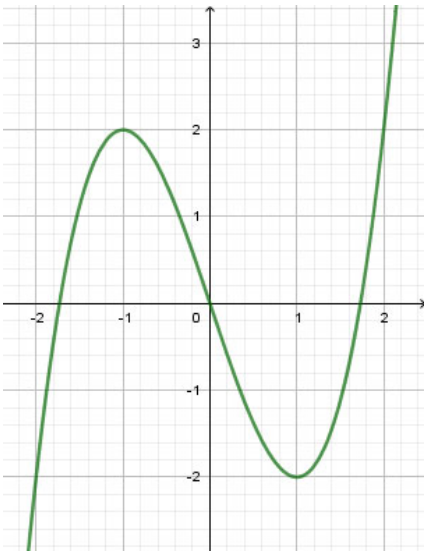
+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty;\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\Rightarrow a<0$

+/ $x_1+x_2<0\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}<0\Rightarrow b<0$

+/ $x_1<0<x_2\Rightarrow \dfrac{c}{3a}<0\Rightarrow c>0$.

+/ Giao điểm của đồ thị với trục Oy nằm trên Ox nên $d>0$.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hình vẽ sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$ và $(1;2)$.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hệ số tự do của hàm số khác 0.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. Nên B đúng.

Câu 8: [TH] Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (C)$ có hai điểm cực trị là $O(0;0)$ và $M(1;1)$.Khi đó trong các phát biểu sau, phát biểu nào là **không đúng**?

A. a là số thực âm. **B.** c và d đều bằng 0.

C. Đồ thị (C) đi qua điểm $N(-1;2)$. **D.** $a+b=1$.

Lời giải

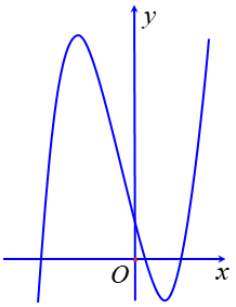
Chọn D

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$. Do (C) có hai điểm cực trị là $O(0;0)$ và $M(1;1)$. Suy ra:

$$\begin{cases} O\in(C) \\ M\in(C) \\ y'(0)=0 \\ y'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ a+b+c+d=1 \\ c=0 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=d=0 \\ a=-2 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow A,B,D \text{ đúng} \Rightarrow C \text{ không đúng} \rightarrow \text{đáp án } D.$$

Chú ý: *Ở đây phương án C không đúng vì (C) có dạng: $y=-2x^3+3x^2$ nên điểm $N(-1;2)\notin(C)$.*

Câu 9: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

C. $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$. **D.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

Lời giải

Chọn B

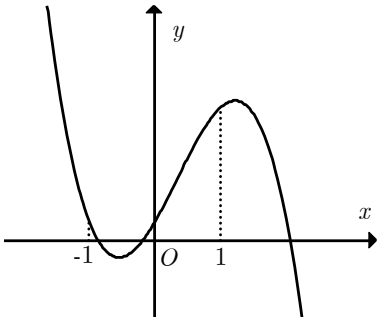
$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.

Xét $f'(x)=3ax^2+2bx+c$, $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên suy ra $a.c<0$ $\Rightarrow c<0$.

Xét $y''=6ax+2b=0\Leftrightarrow x=\dfrac{-b}{3a}$, dựa vào đồ thị ta thấy hoành độ của điểm uốn âm

$\Rightarrow \dfrac{-b}{3a}<0\Rightarrow b>0$.

Câu 10: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng:

A. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

C. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

Lời giải

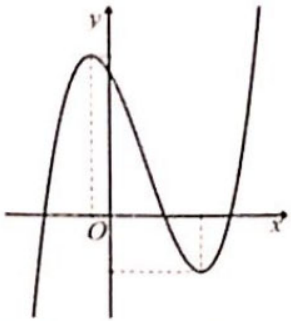
Đồ thị hàm số thể hiện $a<0$, cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Đồ thị hàm số có $x_{CD}>1,\ -1<x_{CT}<0\longrightarrow\begin{cases}x_{CD}+x_{CT}>0\\ x_{CD}.x_{CT}<0\end{cases}.\ (*)$

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c=0$. Do đó $(*)\leftrightarrow\begin{cases}-\dfrac{2b}{3a}>0\longrightarrow\dfrac{b}{a}<0\xrightarrow{a<0}b>0\\ \dfrac{c}{3a}<0\longrightarrow\dfrac{c}{a}<0\xrightarrow{a<0}c>0\end{cases}$.

Vậy $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$.

Câu 11: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?



A. $a,d>0;b,c<0$. **B.** $a,b,c<0;d>0$.

C. $a,c,d>0;b<0$. **D.** $a,b,d>0;c<0$.

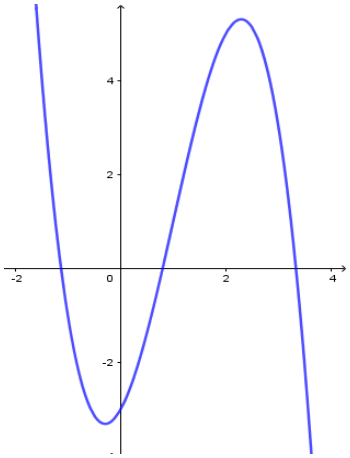
Lời giải

Theo đồ thị, ta có $a>0$ và hoành độ hai cực trị trái dấu suy ra $\frac{c}{a}<0\Rightarrow c<0$. Loại phương án B và C.

Điểm uốn của đồ thị có hoành độ dương. Suy ra $-\frac{b}{a}<0\Rightarrow b<0$.

Chọn A

Câu 12: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hình vẽ sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0;b>0;c>0;d<0$. **B.** $a<0;b<0;c>0;d<0$.

C. $a>0;b<0;c<0;d>0$. **D.** $a<0;b>0;c<0;<0$.

Lời giải

Chọn A

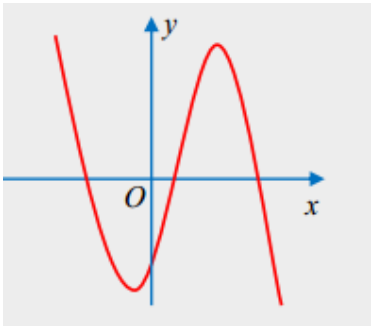
Dễ thấy $a<0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0;d)$. Vậy $d<0$.

Hai cực trị trái dấu $\Rightarrow ac<0\Rightarrow c>0$

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}>0\Rightarrow ab<0\Rightarrow b>0$.

Câu 13: **[2D1-5.1-2]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $a<0,b>0,c>0,d<0$ **B.** $a<0,b<0,c>0,c<0$

C. $a>0,b<0,c<0,d>0$ **D.** $a<0,b>0,c<0,d>0$

Lời giải

Chọn C

Do nhánh bên phải của đồ thị có hướng xuống ($\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$) $\Rightarrow a<0 \rightarrow$ loại **C**

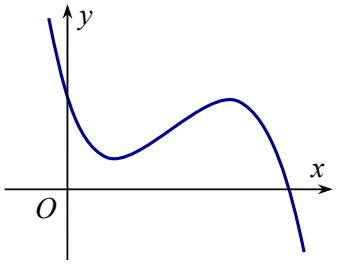
Gọi x_1,x_2 lần lượt là hoành độ hai điểm cực trị.

Dựa vào hình vẽ ta có $x_1+x_2>0\Rightarrow ab<0\xrightarrow{a<0}b>0$

Do hai điểm cực trị nằm khác phía so với trục $Oy\left(x_1,x_2<0\right)$ nên $ac<0\xrightarrow{a<0}c>0$

Vậy $a<0,b>0,c<0,d<0\rightarrow$ đáp án **A.**

Câu 14: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0$, $c>0$, $d>0$. **B.** $a<0$, $c>0$, $d>0$.

C. $a<0$, $c<0$, $d<0$. **D.** $a<0$, $c<0$, $d>0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dạng đồ thị: đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a<0$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$. Đồ thị có hai điểm cực trị cùng nằm bên phải trục tung nên $y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Suy ra $\begin{cases} b^2-3ac>0 \\ -\dfrac{2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2-3ac>0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$.

Chọn A

Câu 15: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị nằm khác phía so với trục tung khi và chỉ khi

A. $a>0,b<0,c>0$ **B.** $ac<0$ **C.** $b^2-3ac>0$ **D.** $a>0,b>0,c<0$

Lời Giải

Chọn B

$y'=3ax^2+2bx+c$

Hai điểm cực trị nằm khác phía so với trục tung khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 trái dấu $\Leftrightarrow x_1x_2<0\Leftrightarrow ac<0$

Câu 16: [2D1-1.1-2] Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $b^2-3ac\le 0$.

B. $a<0$ và $b^2-3ac\le 0$.

C. $a>0$ và $b^2-3ac>0$ hoặc $a=b=0$ và $c>0$.

D. $a<0$ và $b^2-3ac\le 0$ hoặc $a=b=0$ và $c<0$.

Lời giải

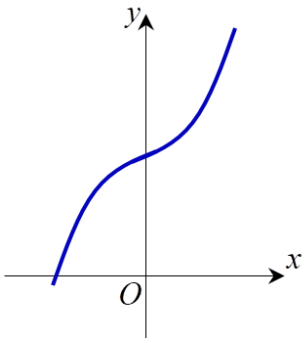
Chọn D

+) Nếu $a=b=0\Rightarrow y=cx+d$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $c<0$.

+) Hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\b^2-3ac\le 0\end{cases}$.

Vậy điều kiện là: $a<0$ và $b^2-3ac\le 0$ hoặc $a=b=0$ và $c<0\rightarrow$ đáp án D.

Câu 17: Cho hàm số $y=x^3+bx^2+d,\ (b,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng:



A. $b<0,d>0$. **B.** $b>0,d>0$. **C.** $b=0,d>0$. **D.** $b>0,d=0$.

Lời giải

Chọn C

$y=x^3+bx^2+d,\ (b,d\in\mathbb{R})$.

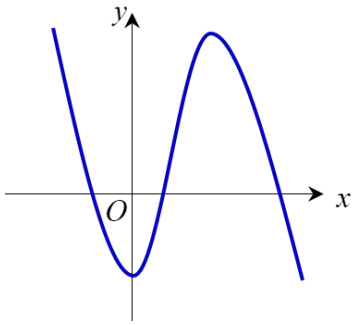
$y'=3x^2+2bx$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d>0$.

Ta có $y' = 3x^2 + 2bx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\dfrac{2b}{3} \end{array}\right.$

Đồ thị hàm số $y = x^3 + bx^2 + d, \left(b, d \in \mathbb{R}\right)$ không có cực trị $\Rightarrow y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Rightarrow b = 0$.

Câu 18: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, \left(a, b, c, d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng:



A. $\begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ ac > 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} b^2 - 3ac < 0 \\ ac > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} b^2 - 3ac < 0 \\ ac = 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ ac = 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

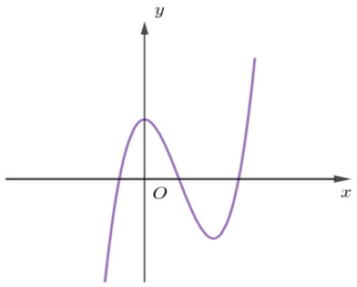
$y = ax^3 + bx^2 + cx + d, \left(a, b, c, d \in \mathbb{R}\right)$.

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị có 2 cực trị $\Rightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow \Delta'_{y'} = b^2 - 3ac > 0$.

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases} x_{CT} = 0 \\ x_{CD} > 0 \end{cases} \Rightarrow x_{CT}.x_{CD} = \dfrac{c}{3a} = 0 \Rightarrow ac = 0 \Rightarrow$ chọn **D**.

Câu 19: **[VD]** Đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + c$ cho như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

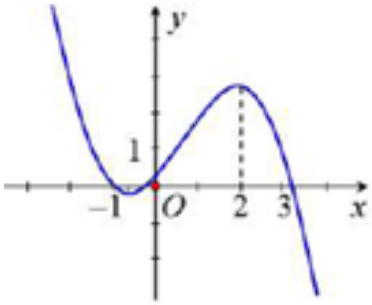
Dựa vào hình dáng đồ thị nên $a > 0$.

Ta có đồ thị hàm số giao trục hoành tại điểm: $\left(0;c\right) \Rightarrow c>0$.

Hoành độ các điểm cực trị là nghiệm phương trình:

$$y'=0 \Leftrightarrow 3ax^2+2bx=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{2b}{3a} \end{array}\right. \Rightarrow -\frac{2b}{3a}>0 \Rightarrow b<0.$$

Câu 20: [VD] Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ sau (đồ thị không đi qua gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng.



A. $a<0;b>0;c>0;d>0$.

B. $a<0;b>0;c<0;d>0$.

C. $a<0;b<0;c<0;d>0$.

D. $a<0;b<0;c>0;d>0$.

Lời giải

Chọn A

Khi $x\to+\infty$ thì $y\to-\infty \Rightarrow a<0$

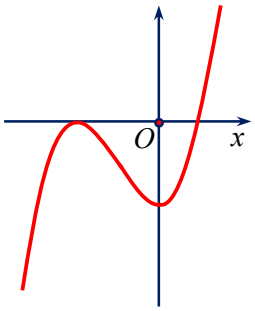
Hàm số cắt Oy tai tung độ $>0 \Rightarrow d>0$

Đồ thị hàm số có hai nghiệm trái dấu $\Rightarrow c.a<0 \Rightarrow c>0$

Trị tuyệt đối của hoành độ cực đại lớn hơn cực tiểu mà $a<0 \Rightarrow b>0$

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d \ \left(a,\,b,\,c,\,d\in\mathbb{R},\,a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0,\ b>0,\ c>0\ \ d<0$. **B.** $a<0,\ b<0,\ c=0,\ d<0$.

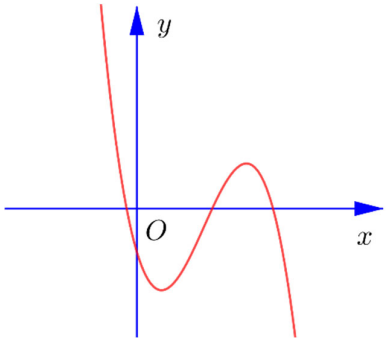
C. $a>0,\ b>0,\ c=0,\ d<0$. **D.** $a>0,\ b<0,\ c=0,\ d<0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra $a>0$ và $d<0$, $f'(x)=0$ có một nghiệm âm và một nghiệm bằng 0 nên suy ra $c=0$ và $b>0$.

Câu 2: Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Dấu của a,b,c,d là

A. $a<0,b<0,c<0,d<0$. **B.** $a<0,b<0,c>0,d<0$.

C. $a<0,b>0,c<0,d<0$. **D.** $a>0,b>0,c>0,d<0$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy nhánh ngoài cùng bên phải của đồ thị hướng xuống dưới nên $a<0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d<0$

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$, $y'=0\Leftrightarrow 3ax^2+2bx+c=0$

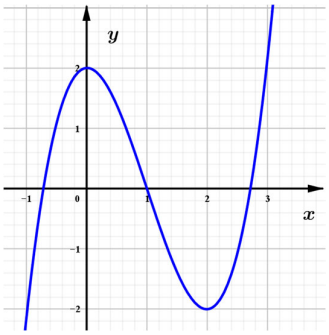
Hàm số có hai điểm cực trị $x_1>0$, $x_2>0$

Suy ra $x_1+x_2>0\Rightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0$. Mà $a<0$ nên $b>0$.

$x_1x_2>0\Rightarrow \dfrac{c}{3a}>0$. Mà $a<0$ nên $c<0$.

Vậy $a<0,b>0,c<0,d<0$.

Câu 3: **[2D1-5.1-1] (Sở Quảng Ninh Lần1)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Tính tổng $S=a+b+c+d$.



A. $S=6$. **B.** $S=2$.

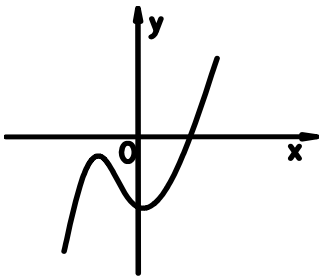
C. $S=0$. **D.** $S=-4$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ suy ra $a+b+c+d=0$ hay $S=a+b+c+d=0$.

Câu 4: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên:
Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,b>0,c<0,d<0$. **B.** $a>0,b>0,c=0,d<0$.

C. $a<0,b=0,c>0,d>0$. **D.** $a>0,b<0,c=0,d<0$.

Giải

Do *"điểm cuối"* của đồ thị có hướng đi lên $\left(\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty\right)\Rightarrow a>0\rightarrow$ **loại C.**

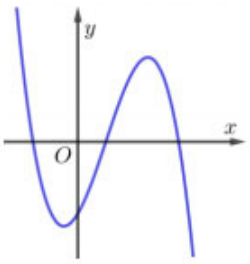
Gọi x_1,x_2 là hoành độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Dựa vào đồ thị ta có $x_1<x_2=0\Rightarrow\begin{cases}x_1+x_2<0\Rightarrow ab>0\overset{a>0}{\rightarrow} b>0\\ x_1.x_2=0\Rightarrow ac=0\overset{a>0}{\rightarrow} c=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b>0\\ c=0\end{cases}\rightarrow$ **đáp án B.**

Chú ý: *Ở câu hỏi này có thể loại* ***C*** *ngay nhờ dấu của* $d<0$.

- ***Đồ thị có vẻ như chưa chính xác lắm vì điểm cực tiểu chưa nằm rõ trên Oy.***

Câu 5: **[VD]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0,b<0,c<0,d>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0,d<0$.

C. $a<0,b>0,c>0,d<0$. **D.** $a<0,b>0,c<0,d>0$.

Lời giải

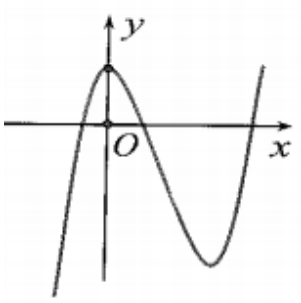
Chọn C.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \Rightarrow a<0$

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;d) \Rightarrow d<0$

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c=0$ khi đó $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-2b}{3a}>0 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>0 \\ c>0 \end{cases}$.

Câu 6: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>0;b>0;c=0;d>0$. **B.** $a>0;b<0;c>0;d>0$.

C. $a>0;b>0;c>0;d>0$. **D.** $a>0;b<0;c=0;d>0$.

Lời giải

Chọn đáp án D.

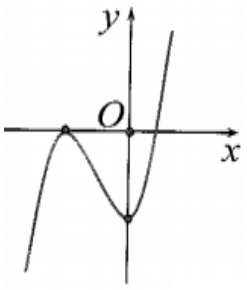
+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$

+/ $x_1+x_2>0 \Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0 \Rightarrow b<0$

+/ $x_1=0 \Rightarrow c=0$.

+/ Giao điểm của đồ thị với Oy nằm trên Ox nên $d>0$.

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>0;b>0;c=0;d<0$. **B.** $a>0;b>0;c=0;d>0$.

C. $a>0;b>0;c>0;d>0$. **D.** $a>0;b<0;c=0;d<0$.

Lời giải

Chọn đáp án A.

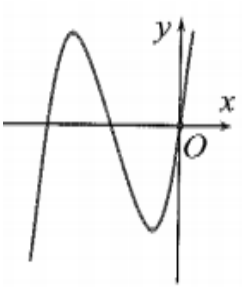
+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty;\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty\Rightarrow a>0$

+/ $x_1+x_2<0\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}<0\Rightarrow b>0$

+/ $0=x_1>x_2\Rightarrow \dfrac{c}{3a}=0\Rightarrow c=0$.

+/ Tại $x=0$ thì $y<0\Rightarrow d<0$.

Câu 8: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>0;b>0;c<0;d=0$. **B.** $a>0;b>0;c>0;d=0$.

C. $a>0;b<0;c<0;d=0$. **D.** $a>0;b>0;c<0;d>0$.

Lời giải

Chọn đáp án B.

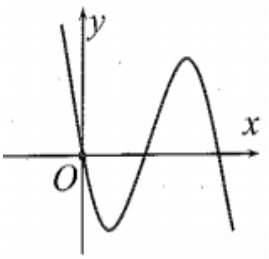
+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty;\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty\Rightarrow a>0$

+/ $x_1+x_2<0\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}<0\Rightarrow b>0$

+/ $0>x_1>x_2\Rightarrow \dfrac{c}{3a}>0\Rightarrow c>0$.

+/ Tại $x=0$ thì $y=0\Rightarrow d=0$.

Câu 9: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a<0;b>0;c<0;d>0$.

B. $a>0;b>0;c<0;d>0$.

C. $a<0;b<0;c<0;d=0$.

D. $a<0;b>0;c>0;d>0$.

Lời giải

Chọn đáp án C.

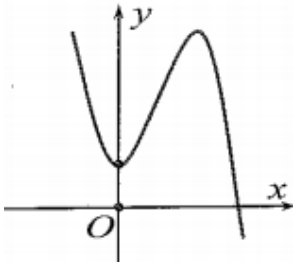
+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty;\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\Rightarrow a<0$

+/ $x_1+x_2>0\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow b<0$

+/ $0<x_1<x_2\Rightarrow \dfrac{c}{3a}>0\Rightarrow c<0$.

+/ Tại $x=0\Rightarrow y=0\Rightarrow d=0$.

Câu 10: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a<0;b>0;c>0;d>0$.

B. $a<0;b<0;c=0;d>0$.

C. $a>0;b<0;c>0;d>0$.

D. $a<0;b>0;c=0;d>0$.

Lời giải

Chọn đáp án D.

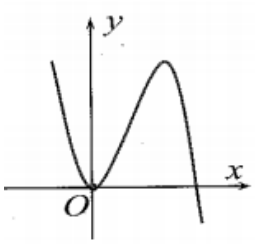
+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty;\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\Rightarrow a<0$

+/ $x_1+x_2>0\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow b>0$

+/ $x_1 = 0 < x_2 \Rightarrow \frac{c}{3a} = 0 \Rightarrow c = 0$.

+/ Tại $x = 0 \Rightarrow y > 0 \Rightarrow d > 0$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a < 0; b < 0; c = 0; d = 0$.

B. $a < 0; b > 0; c > 0; d = 0$.

C. $a < 0; b > 0; c = 0; d = 0$.

D. $a < 0; b > 0; c = 0; d > 0$.

Lời giải

Chọn đáp án C.

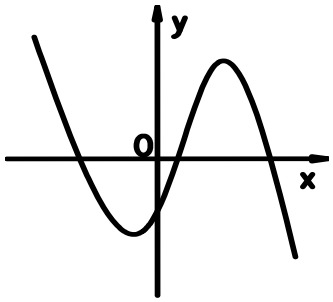
+/ $\lim\limits_{x \to -\infty} y = +\infty; \lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$

+/ $x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$

+/ $x_1 = 0 < x_2 \Rightarrow \frac{c}{3a} = 0 \Rightarrow c = 0$.

+/ Tại $x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow d = 0$.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

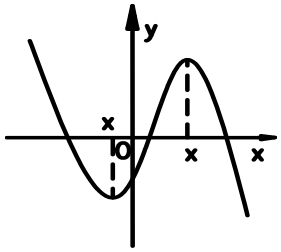
A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Giải



Do *"điểm cuối"* của đồ thị có hướng đi xuống $\left(\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\right)\Rightarrow a<0\rightarrow$ **loại C.**

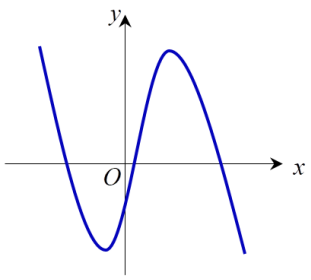
Nếu gọi x_1,x_2 lần lượt là hoành độ hai điểm cực trị.

Dựa vào vẽ ta có $x_1+x_2>0\Rightarrow ab<0 \overset{a<0}{\rightarrow} b>0.$

Do hai điểm cực trị nằm khác phía so với trục Oy $(x_1x_2<0)$

Nên $ac<0 \overset{a<0}{\rightarrow} c>0.$ Vậy $a<0,b>0,c>0,d<0.\rightarrow$ **đáp án A.**

Câu 13: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng:



A. $a>0,\mathrm{b}<0,c>0,d>0$.
B. $a<0,\mathrm{b}>0,c>0,d<0$.
C. $a<0,\mathrm{b}>0,c<0,d<0$.
D. $a<0,\mathrm{b}<0,c<0,d<0$.

Lời giải

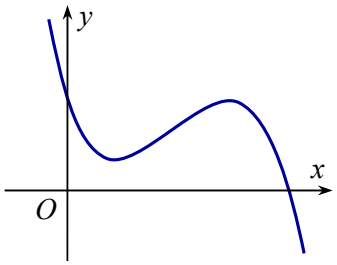
Chọn B

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\Rightarrow a<0$ $a<0$, loại đáp án A.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d<0$.

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases}x_{CT}.x_{CD}<0\\x_{CT}+x_{CD}>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}ac<0\\-\dfrac{b}{a}>0\end{cases}$, kết hợp $a<0\Rightarrow\begin{cases}c>0\\b>0\end{cases}$, chọn **B**.

Câu 14: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0$, $c>0$, $d>0$.
B. $a<0$, $c>0$, $d>0$.
C. $a<0$, $c<0$, $d<0$.
D. $c<0$, $d>0$.

Lời giải

Chọn D

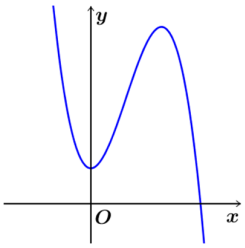
Xem lại h như đáp án D

Dựa vào hình dạng đồ thị: đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a<0$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$. Đồ thị có hai điểm cực trị cùng nằm bên phải trục tung nên $y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Suy ra $\begin{cases} b^2-3ac>0 \\ -\dfrac{2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2-3ac>0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$.

Câu 15: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b>0,c>0,d>0$. **B.** $a<0,b<0,c=0,d>0$.

C. $a>0,b<0,c>0,d>0$. **D.** $a<0,b>0,c=0,d>0$.

Lời giải

Chọn D

Từ hình dáng của đồ thị ta có: $a<0$.

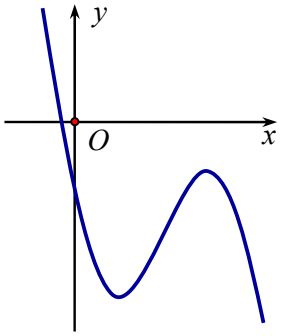
Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0;d)$ ở phía trên trục $Ox \Rightarrow d>0$.

Vì hàm số có một điểm cực trị bằng 0, một điểm cực trị dương nên

phương trình $y'=3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1=0,x_2>0$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_1+x_2>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ -\dfrac{2b}{3a}>0 (a>0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ b>0 \\ a>0 \end{cases}$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (a,b,c,d là các hằng số thực và $a\neq 0$) như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b>0,\ c>0$. **B.** $b>0,\ c<0$. **C.** $b<0,\ c>0$. **D.** $b<0,\ c<0$.

Lời giải

Tác giả:Trần Minh Thảo; Fb: Minh Thảo Trần

Chọn B

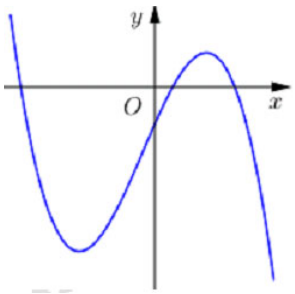
Từ đồ thị hàm số ta thấy:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên $a<0$.

+) $y'=0\Leftrightarrow 3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm dương phân biệt nên $\begin{cases}P=\dfrac{c}{3a}>0\\ S=-\dfrac{2b}{3a}>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c<0\\ b>0\end{cases}$.

Chọn đáp án B.

Câu 17: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a<0, b<0, c>0, d<0$.

B. $a<0, b>0, c>0, d<0$.

C. $a>0, b>0, c<0, d>0$.

D. $a<0, b<0, c<0, \mathrm{d}<0$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thủy; Fb: Thuy Nguyen

Chọn A

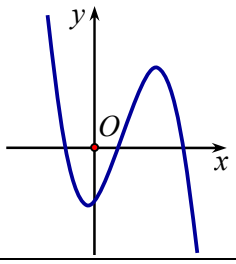
$y'=3ax^2+2bx+c$

Dựa vào đồ thị ta có: $a<0$

Đồ thị có 2 cực trị nên phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm trái dấu $\Rightarrow ac<0\Rightarrow c>0\Rightarrow$ Loại đáp án C,D

Tổng 2 nghiệm của phương trình $y'=0$ là $x_1+x_2=\dfrac{-2b}{3a}<0\Rightarrow b<0\Rightarrow$ Chọn đáp án A

Câu 18: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b<0,c>0,d<0$.

B. $a<0,b>0,c>0,d<0$.

C. $a<0,b<0,c<0,d<0$.

D. $a<0,b>0,c<0,d<0$.

Lời giải

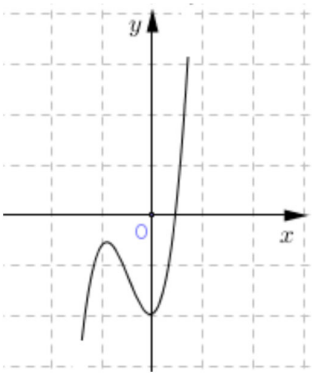
Chọn B

$y=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow y'=3ax^2+2bx+c$.

Từ đồ thị ta có: hàm số có hai điểm cực trị $\begin{cases} x_1<0<x_2 \\ |x_1|<x_2 \end{cases}$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$.

Suy ra $\begin{cases} a<0 \\ d<0 \\ x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ d<0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$.

Câu 19: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?.



A. $a>0,b=0,c<0,d<0$..

B. $a>0,b>0,c=0,d<0$..

C. $a>0,b=0,c>0,d<0$..

D. $a>0,b<0,c=0,d<0$..

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tai điểm nằm dưới trục hoành nên $d<0$.

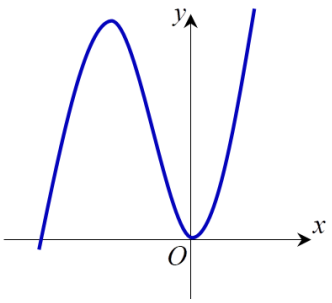
$y'=3ax^2+2bx+c$

Đồ thị đạt cực tiểu tại $x=0$ nên $y'(0)=0 \Leftrightarrow c=0$

Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và cực đại tại $x_1<0\Rightarrow x_1+0=-\dfrac{2b}{3a}<0\Rightarrow b>0$ (vì $a>0$)

Vậy $a>0,b>0,c=0,d<0.$

Câu 20: Cho hàm số $y=x^3+bx^2+d,\left(b,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng:



A. $b<0,d>0$. **B.** $b>0,d=0$. **C.** $b>0,d>0$. **D.** $b<0,d=0$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow d=0$, loại đáp án **A, C**.

Dựa vào đồ thị ta có $x_{CT}+x_{CD}<0\Rightarrow -\dfrac{b}{a}<0$, mà $a=1\Rightarrow b<0$, chọn **B**.

Câu 21: [2D1-5.3-2] Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía so với trục tung khi và chỉ khi

A. $a>0,b<0,c>0$ **B.** $a<0,b<0,c<0$

C. $b^2>3ac>0$ **D.** $b^2>3ac>0$ và $bc<0$

Lời giải

Chọn C

Yêu cầu bài toán tương đương $y'=3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn:

$$x_1x_2>0\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 0\\ \Delta'=b^2-3ac>0\Leftrightarrow b^2-3ac>0\\ 3ac>0\end{cases}$$

Chú ý: Điều kiện hai điểm cực trị $A\left(x_1;y_1\right)$, $B\left(x_2;y_2\right)$ nằm :

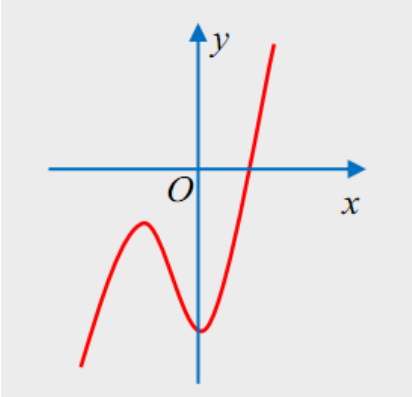
- Khác phía so với trục tung là : $x_1x_2<0$

- Cùng phía so với trục tung là : $x_1x_2>0$

- Khác phía so với trục hoành là : $y_1y_2<0$

- Cùng phía so với trục hoành là : $y_1y_2>0$.

Câu 22: [2D1-5.3-2] Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,b>0,c<0,d<0$ **B.** $a>0,b>0,c=0,d<0$

C. $a<0,b=0,c>0,d>0$ **D.** $a>0,b<0,c=0,d<0$

Lời giải

Chọn B

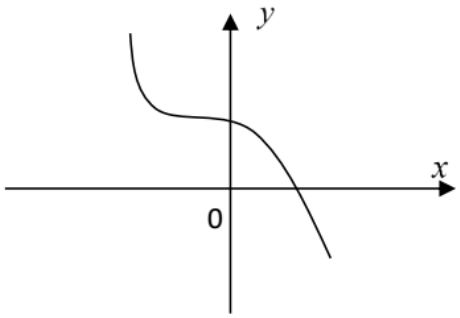
Do "điểm cuối" của đồ thị có hướng đi lên $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0 \rightarrow$ loại C.

Gọi x_1,x_2 là hoành độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số

Dựa vào đồ thị ta có $x_1<x_2=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2<0 \Rightarrow ab>0 \xrightarrow{a>0} b>0 \\ x_1.x_2=0 \Rightarrow ac=0 \xrightarrow{a>0} c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>0 \\ c=0 \end{cases}$.

Chú ý: Ở câu hỏi này có thể loại C ngay nhờ dấu của d<0.

Câu 23: [VD] **(Đề 09 - Lê Bá Trần Phương 2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,\ b^2-3ac>0,\ d<0$. **B.** $a>0,\ b^2-3ac>0,\ d>0$.

C. $a<0,\ b^2-3ac\le 0,\ d>0$. **D.** $a>0,\ b^2-3ac\le 0,\ d<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y=ax^3+bx^2+cx+d; y'=3ax^2+2bx+c.$

+ Hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ dương nên $d>0.$

+ Hàm số nghịch biến trên R nên $y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow\begin{cases}\Delta'=b^2-3ac\le 0\\ a<0\end{cases}.$

Câu 24: Nếu đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $M(0;2)$ và $N(2;-2)$ thì giá trị của hàm số tại $x=-2$ là:

A. $y(-2)=2$ **B.** $y(-2)=22$ **C.** $y(-2)=6$ **D.** $y(-2)=-18$

Lời giải

Chọn D

$y'=3ax^2+2bx+c$

Vì $M(0;2)$ và $N(2;-2)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nên $\begin{cases}y'(0)=0\\ y'(2)=0\\ y(0)=2\\ y(2)=-2\end{cases}$

$$\begin{cases}c=0\\ 12a+4b+c=0\\ d=2\\ 8a+4b+2c+d=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\ d=2\\ 3a+b=0\\ 2a+b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\ d=2\\ a=1\\ b=-3\end{cases}$$

$\Rightarrow f(-2)=-8a+4b-2c+d=-18$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng. **B.** Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

C. Hàm số luôn có cực trị. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b\Rightarrow f''(x)=6x+2a$.

Phương trình $f''(x)=0$ có nghiệm $x=-\dfrac{a}{3}$ nên đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.

$\longrightarrow$ Như vậy A đúng.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+ax^2+bx+c=0$.

Phương trình bậc ba luôn có nghiệm nên đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

$\longrightarrow$ Như vậy B đúng.

Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b=0\Leftrightarrow\Delta'=a^2-3b>0$.

Do đó hàm số không thể luôn có cực trị.

$\longrightarrow$ Như vậy C sai.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

$\longrightarrow$ Như vậy D đúng.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng. **B.** Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

C. Hàm số luôn có cực trị. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b \Rightarrow f''(x)=6x+2a$.

Phương trình $f''(x)=0$ có nghiệm $x=-\dfrac{a}{3}$ nên đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.

$\longrightarrow$ Như vậy A đúng.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+ax^2+bx+c=0$.

Phương trình bậc ba luôn có nghiệm nên đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

$\longrightarrow$ Như vậy B đúng.

Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b=0 \Leftrightarrow \Delta'=a^2-3b>0$.

Do đó hàm số không thể luôn có cực trị.

$\longrightarrow$ Như vậy C sai.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

$\longrightarrow$ Như vậy D đúng.

Câu 27: **[TH]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi:

A. $b^2-3ac\le 0$.

B. $a<0$ và $b^2-3ac\le 0$.

C. $a<0$ và $b^2-3ac>0$ hoặc $a=b=0$ và $c>0$.

D. $a<0$ và $b^2-3ac\le 0$ hoặc $a=b=0$ và $c<0$.

Lời giải

Chọn D

$y'=3ax^2+2bx+c$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

TH1: $a=0 \Rightarrow y'=2bx+c\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ khi $b=0$ và $c<0$.

TH2: $a\ne 0$. Khi đó $y'\le 0\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ b^2-3ac\le 0 \end{cases}$.