

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (02 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (04 Câu). Tự luận (03 câu)

ĐỀ LỄ

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $y = \frac{x+3}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 3)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 10$ trên đoạn $[-5; -1]$ bằng

- A. 12. B. 18. C. -40. D. 14.

Câu 3. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$

- A. $y = x + 1$. B. $y = -3x + 1$. C. $y = x - 2$. D. $y = x - 1$.

Câu 4. Bảng biến thiên ở hình bên là một trong bốn hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$			5		$-\infty$

- A. $y = -x^3 - 3x^2$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 + 2x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$. B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$. D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

Câu 6. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Điều kiện nào dưới đây khẳng định $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng?

- A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p = 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
D. Giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng qui.

Câu 7. Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $\cos \alpha = \frac{3}{8}$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. D. $\alpha = 60^\circ$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$?

- A. 120° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;0;0)$; $N(0;-3;0)$; $P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là

- A. $(-2;-3;4)$. B. $(-2;-3;-4)$. C. $(2;3;4)$. D. $(3;4;2)$.

Câu 10. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số
$[40;50)$	3
$[50;60)$	6
$[60;70)$	19
$[70;80)$	23
$[80;90)$	9
	$n = 60$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 50. B. 40. C. 14,23. D. 70,87.

Câu 11. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 3,41. B. 11,62. C. 0,017. D. 0,36.

Câu 12. Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một học sinh lớp 4 trường A được cho ở bảng sau

Thời gian (phút)	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$	$[10;11)$
Số học sinh	8	10	12	14	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. B. 1. C. 3. D. 7.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;1)$, B nằm trên trục Oz sao cho $OB = 2$.

- a) Tọa độ điểm $B(2;0;0)$.
b) Tọa độ điểm $N(2;-2;-1)$ đối xứng với A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy).
c) $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.
d) Diện tích tam giác OAN bằng $2\sqrt{2}$.

Câu 2. Thống kê thời gian dùng Facebook trong một ngày của các bạn trong Lớp 12C1 được kết quả ghép nhóm như sau:

Thời gian dùng (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Số bạn	15	10	5	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

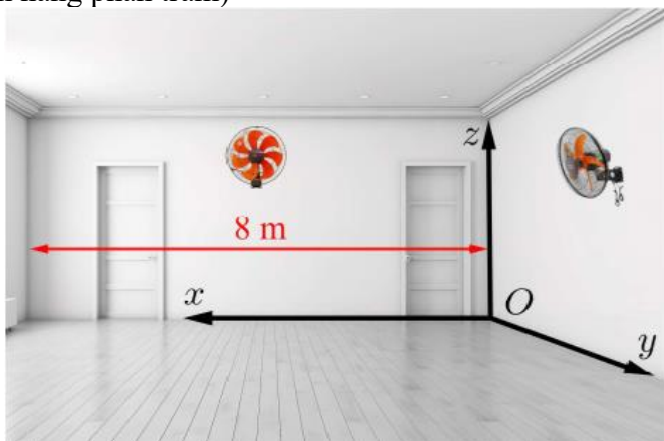
- a) Giá trị đại diện của nhóm thứ nhất theo chiều từ trái sang phải là 5.
- b) Thời gian trung bình dùng Facebook của mỗi bạn trong lớp 12C1 là 12.
- c) Phương sai của mẫu số liệu trên gần bằng 251.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 15.

PHẦN III: Trả lời ngắn:

Câu 1. Xí nghiệp A sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Biết rằng hàm tổng chi phí sản xuất là $TC = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ và hàm doanh thu là $TR = -2x^2 + 1312x$, với x là số sản phẩm. Lợi nhuận của xí nghiệp A được xác định bằng hàm số $f(x) = TR - TC$, cực đại lợi nhuận của xí nghiệp A khi đó đạt bao nhiêu sản phẩm?

Câu 2. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi N là điểm thỏa $\overrightarrow{C'N} = 2\overrightarrow{NB'}$, M là trung điểm của $A'D'$, I là giao điểm của $A'N$ và $B'M$. Biết $\overrightarrow{AI} = a\overrightarrow{AA'} + b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AD}$. Tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có hai chiếc quạt treo tường. Chiếc quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$, chiếc quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Hỏi khoảng cách giữa hai chiếc quạt AB cách nhau bao nhiêu m (Làm tròn đến hàng phần trăm)



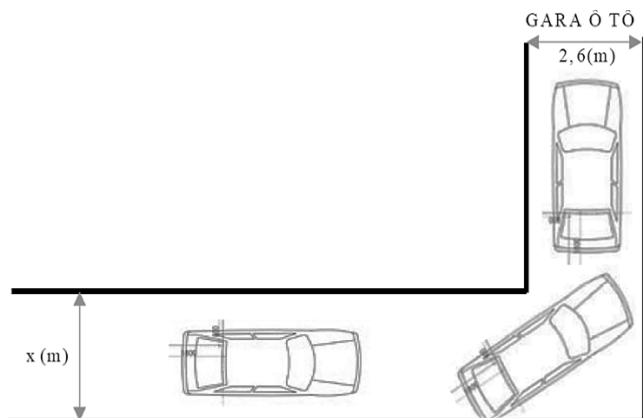
Câu 4. Một trang báo điện tử thống kê thời gian người sử dụng đọc thông tin trên trang trong mỗi lần truy cập ở bảng sau:

Thời gian đọc	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số lượt truy cập	45	34	23	18	5

Hãy tìm tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên..(Làm tròn đến hàng phần trăm)

Phần IV. TỰ LUẬN

Câu 1. Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào Gara ô tô Thành Công ở Thượng Đình, Thanh Xuân, Hà Nội. Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng Gara có chiều rộng $2,6m$. Biết kích thước xe ô tô là $5m \times 1,9m$. Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài $5m$, chiều rộng $1,9m$. Hỏi chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên bằng bao nhiêu để ô tô có thể đi vào Gara được? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 2. Ba chiếc Flycam cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc Flycam thứ nhất cách điểm xuất phát 100 m về phía bắc và 200 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 50 m. Chiếc Flycam thứ hai cách điểm xuất phát 300 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 100 m. Chiếc Flycam thứ ba cách điểm xuất phát 150 m về phía đông và 100 m về phía bắc, đồng thời cách mặt đất 50 m. Vị trí của hai chiếc Flycam thứ nhất và thứ hai tạo với vị trí của chiếc thứ ba một góc bằng α . Hỏi góc α bằng bao nhiêu độ? (Làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3. Bạn An là học sinh rất giỏi chơi Rubic, bạn có thể giải nhiều loại Rubic khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối Rubic 3x3, bạn An đã tự thống kê lại thời gian giải Rubic trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng bao nhiêu?(Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Đề thi gồm có bốn phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (02 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (04 Câu). Tự luận (03 câu)

ĐỀ CHẤM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; -3)$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

- A. $\min y = 5$. B. $\min y = 0$. C. $\min y = 3$. D. $\min y = 7$.

Câu 3. Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{x-1}{x^2+1}$. B. $y = \sqrt{x^2-2x+3}$. C. $y = \frac{x^2-x}{x-2}$. D. $y = \frac{2x^2+x+1}{2x+1}$.

Câu 4. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	
y	2	$+\infty$	2

- A. $y = \frac{2x-7}{x-2}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+2}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{1-2x}{x-2}$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$. D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Câu 6. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

- A. $\alpha = 180^\circ$. B. $\alpha = 0^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 7. Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vectơ $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ và $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng. B. $\vec{x}, \vec{a}$ cùng phương.
C. $\vec{x}, \vec{b}$ cùng phương. D. $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đôi một cùng phương.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng:

- A. 45° B. 30° C. 90° D. 60°

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-4;1;-5)$, $B(2;-4;7)$, $C(3;-2;9)$. Tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $D(2;3;-3)$. B. $D(-3;3;-3)$. C. $D(-3;-3;3)$. D. $D(-6;5;-12)$.

Câu 10. Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 0,9. B. 0,975. C. 0,5. D. 0,575.

Câu 11. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng dưới đây.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 75)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 53,2. B. 46,1. C. 30. D. 11.

Câu 12. Điểm kiểm tra của nhóm học sinh lớp 10 được cho như sau:

Lớp điểm	[3;4]	[5;6]	[7;8]	[9;10]
Số học sinh	3	3	2	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 7 B. 3 C. 5 D. 6

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

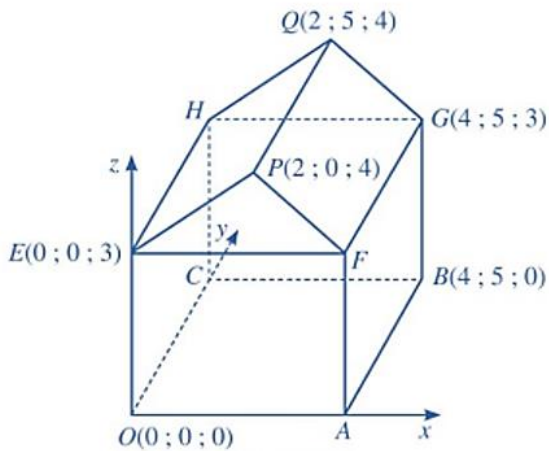
Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Giá trị đại diện của nhóm $[15;16)$ là 15,5.
b) Số trung bình của mẫu số liệu trên là 16,25.

c) Phương sai của mẫu số liệu trên là 0,9875.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $\frac{\sqrt{395}}{20}$.

Câu 2. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ điểm A là $(4;0;0)$.

b) Tọa độ $\overrightarrow{HQ} = (2;1;0)$

c) $\overrightarrow{FG} = 5\vec{k}$

d) Diện tích phần mái PEF bằng $2\sqrt{2}$.

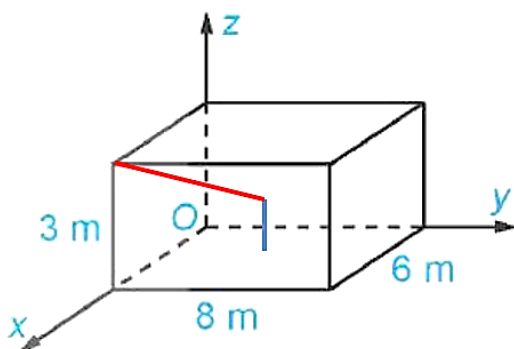
PHẦN III: Trả lời ngắn:

Câu 1. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$.

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày? (Đáp án đơn vị triệu đồng và làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD và điểm M thuộc cạnh AB sao cho $AM = 2BM$. Khi đó $\overrightarrow{MG} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}$. Tìm tổng $2x + y + z$.

Câu 3. Trong một phòng học được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật, với chiều dài $8m$, chiều rộng $6m$ và chiều cao $3m$. Hai bạn An và Bình làm nhiệm vụ trực nhật, mạng nhện cần quét ở góc ngoài cùng trên trần nhà, An bảo không nên đứng ngay vị trí đó ở nền nhà quét vì sẽ bụi rơi xuống người mình, An lại đổ bạn Bình ‘nếu mình đứng ở giữa nhà quét thì mình phải kéo chổi quét nhà dài ra mấy mét để quét được vị trí mạng nhện, biết An cao $1,5m$ ’. Bình trả lời đứng vị trí đó chổi dài $5m$ cũng không tới. Hỏi Bình đã tính được bao nhiêu?(Làm tròn đến hàng phần trăm)



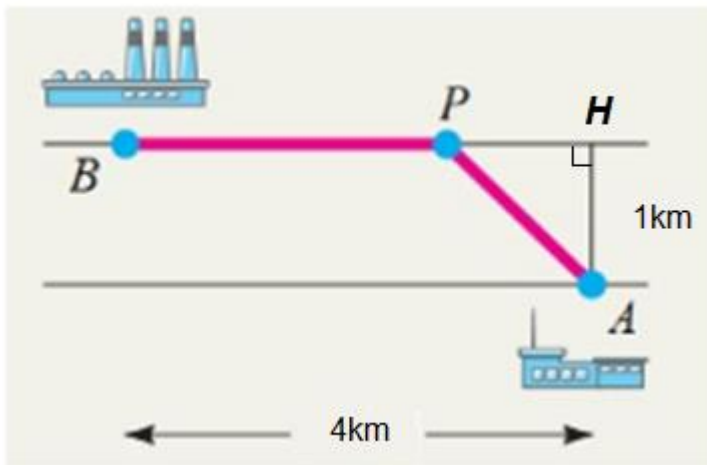
Câu 4. Cho bảng số liệu về khối lượng của 34 củ khoai tây thu hoạch từ một thửa ruộng như dưới đây.

Khối lượng	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)
Tần số	4	7	12	7	4

Tứ phân vị thứ 2 của mẫu số liệu ghép nhóm là bao nhiêu? ?(Làm tròn đến hàng đơn vị)

IV. TỰ LUẬN

Câu 1. Một đường cáp điện được kéo từ một trạm điện A ở một bên sông rộng 1 km đến một nhà máy B ở bờ bên kia của sông, nhà máy cách trạm điện 4km tính xuôi theo bờ sông. Đường cáp này được mô hình hóa thành đường gấp khúc APB như hình vẽ, trong đó đoạn PB đặt trên bờ sông. Biết rằng chi phí để kéo 1km cáp dưới nước là 5000 USD và chi phí kéo 1km cáp trên bờ là 3000 USD. Hỏi để tiết kiệm chi phí nhất thì vị trí P cách phải B một đoạn bao nhiêu km? (Kết quả làm tròn 2 con số phân thập phân)



Câu 2. Chiếc máy bay A sau khi cất cánh, đạt độ cao nhất định và duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ 800 km/h. Sau thời điểm đó nửa giờ và ở độ cao thấp hơn độ cao của máy bay A một khoảng 50km, máy bay B cũng duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ 920km/h. Tìm thời gian máy bay B bay trong khoảng thời gian 6 giờ tính từ lúc máy bay B bay theo hướng nam để khoảng cách giữa hai máy bay A và B ngắn nhất (đơn vị: phút).

Câu 3. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng bao nhiêu?

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (02 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (04 Câu). Tự luận (03 câu)

ĐỀ LỄ

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y = \frac{x+3}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 3)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2$.

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$. Chọn đáp án D

Câu 2 : Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 10$ trên đoạn $[-5; -1]$ bằng

- A. 12. B. 18. C. -40. D. 14.

Lời giải

Trên đoạn $[-5; -1]$ ta có hàm số đã cho liên tục và có

$$y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow x = -2; y(-5) = -40; y(-2) = 14; y(-1) = 12.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-5; -1]$ bằng 14.

Câu 3 : Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$

- A. $y = x + 1$. B. $y = -3x + 1$. C. $y = x - 2$. D. $y = x - 1$.

Lời giải

$$\bullet a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2x} = 1$$

$$\bullet b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2} - x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 1}{x - 2} = -1$$

Tương tự do $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = -1$

Vậy đường thẳng $y = x - 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho

Câu 4: Bảng biến thiên ở hình bên là một trong bốn hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-		
y	$+\infty$		$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

- A.** $y = -x^3 - 3x^2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

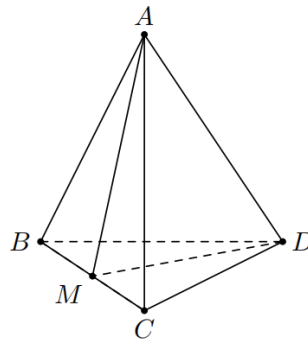
Ta thấy đây là hàm số bậc ba và $\lim_{x \rightarrow -\infty} = -\infty$ nên $a < 0$

Ta có $f(0) = 1$ nên hàm số cần tìm là $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. Chọn đáp án D

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$. **B.** $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$. **D.** $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

Lời giải



Vì M là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \overrightarrow{DM} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}) \end{aligned}$$

- A.** $T = 1$. **B.** $T = 4$. **C.** $T = 7$. **D.** $T = 11$.

Câu 6: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Điều kiện nào dưới đây khẳng định $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng?

- A.** Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p = 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
D. Giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng qui.

Lời giải

Xét $m = n = p = 0$ ta luôn có $m + n + p = 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ nhưng không thể suy ra được $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Xét $m + n + p \neq 0$ thì chắc chắn có một trong ba số m, n, p khác 0.

Giả sử $m \neq 0 \rightarrow m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = -\frac{n}{m}\vec{b} - \frac{p}{m}\vec{c} \rightarrow \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Câu 7. Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$. Chọn khẳng định đúng?

- A.** $\cos \alpha = \frac{3}{8}$. **B.** $\alpha = 30^\circ$. **C.** $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. **D.** $\alpha = 60^\circ$.

Lời giải

Ta có $(\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{9}{2}$. Do đó: $\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3}{8}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\vec{SA}$ và $\vec{BC}$?

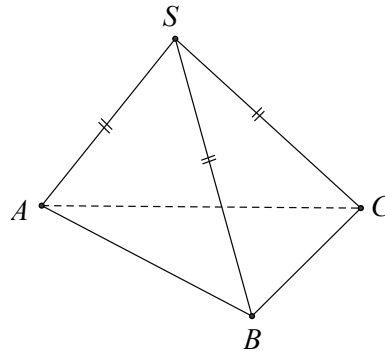
A. 120° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải



Ta có: $\vec{SA} \cdot \vec{BC} = \vec{SA} \cdot (\vec{SC} - \vec{SB}) = \vec{SA} \cdot \vec{SC} - \vec{SA} \cdot \vec{SB} = SA \cdot SC \cdot \cos \angle ASC - SA \cdot SB \cdot \cos \angle ASB = 0$
 $\Rightarrow (\vec{SA}, \vec{BC}) = 90^\circ$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;0;0)$; $N(0;-3;0)$; $P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là

A. $(-2;-3;4)$.

B. $(-2;-3;-4)$.

C. $(2;3;4)$.

D. $(3;4;2)$.

Lời giải

Gọi $Q(x;y;z)$ khi đó $\vec{MN} = (-2;-3;0)$; $\vec{QP} = (-x;-y;4-z)$.

Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \vec{MN} = \vec{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = -2 \\ -y = -3 \\ 4 - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$. Vậy $Q(2;3;4)$.

Câu 10: Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số
$[40;50)$	3
$[50;60)$	6
$[60;70)$	19
$[70;80)$	23
$[80;90)$	9
	$n = 60$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 50.

B. 40.

C. 14,23.

D. 70,87.

Lời giải

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 3, cf_2 = 9, cf_3 = 28, cf_4 = 51, cf_5 = 60$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{60}{4} = 15$ mà $9 < 15 < 28$ suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 15. Xét nhóm 3 là nhóm $[60; 70]$ có $s = 60, h = 10, n_3 = 19$ và nhóm 2 là nhóm $[50; 60]$ có $cf_2 = 9$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = s + \left(\frac{15 - cf_2}{n_3} \right) \cdot h = 60 + \left(\frac{15 - 9}{19} \right) \cdot 10 = \frac{1200}{19}$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 60}{4} = 45$ mà $28 < 45 < 51$ suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 45. Xét nhóm 4 là nhóm $[70; 80]$ có $t = 70, l = 10, n_4 = 23$ và nhóm 3 là nhóm $[60; 70]$ có $cf_3 = 28$

Ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = t + \left(\frac{45 - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 70 + \left(\frac{45 - 28}{23} \right) \cdot 10 = \frac{1780}{23}$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = \frac{1780}{23} - \frac{1200}{19} \approx 14,23$

Câu 11: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng dưới đây.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 65)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 53,2.

B. 46,1.

C. 30.

D. 11.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 42,5 + 14 \cdot 47,5 + 8 \cdot 52,5 + 10 \cdot 57,5 + 6 \cdot 62,5 + 2 \cdot 67,5}{44} = \frac{585}{11}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{4 \left(42,5 - \frac{585}{11} \right)^2 + 14 \left(47,5 - \frac{585}{11} \right)^2 + 8 \left(52,5 - \frac{585}{11} \right)^2 + 10 \left(57,5 - \frac{585}{11} \right)^2 + 6 \left(62,5 - \frac{585}{11} \right)^2 + 2 \left(67,5 - \frac{585}{11} \right)^2}{44} \approx 46,12$$

Câu 12: Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một học sinh lớp 4 trường A được cho ở bảng sau

Thời gian (phút)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)	[10; 11)
Số học sinh	8	10	12	14	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.** 5. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là: $11 - 6 = 5$.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 1)$, B nằm trên trục Oz sao cho $OB = 2$.

- a) Tọa độ điểm $B(2; 0; 0)$.
b) Tọa độ điểm $N(2; -2; -1)$ đối xứng với A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) .
c) $\vec{OA} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.
d) Diện tích tam giác OAN bằng $2\sqrt{2}$.

Lời giải

- a) **Sai** do B nằm trên trục Oz nên $B(0; 0; 2)$
b) **Đúng**
c) **Đúng**
d) **Đúng** vì $N(2; -2; -1)$ đối xứng với A qua mặt phẳng tọa độ $(Oxy) \Rightarrow AN = 2$.

Gọi H là chân đường cao của tam giác ứng với cạnh $AN \Rightarrow H(2; -2; 0) \Rightarrow OH = 2\sqrt{2} \Rightarrow$

$$S_{\triangle OAN} = \frac{OH \cdot AN}{2} = 2\sqrt{2}$$

Câu 2: Thống kê thời gian dùng Facebook trong một ngày của các bạn trong Lớp 12C1 được kết quả ghép nhóm như sau:

Thời gian dùng (phút)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)
Số bạn	15	10	5	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Giá trị đại diện của nhóm thứ nhất theo chiều từ trái sang phải là 5.
b) Thời gian trung bình dùng Facebook của mỗi bạn trong lớp 12C1 là 12.
c) Phương sai của mẫu số liệu trên gần bằng 251.
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 15.

Lời giải

Cỡ của mẫu số liệu là: $n = 15 + 10 + 5 + 2 = 32$.

a) **Đúng:** Giá trị đại diện của nhóm thứ I, II, III, IV theo chiều từ trái sang phải lần lượt là:

$$x_1 = \frac{0+10}{2} = 5, \quad x_2 = \frac{10+20}{2} = 15, \quad x_3 = \frac{20+30}{2} = 25, \quad x_4 = \frac{30+40}{2} = 35.$$

b) **Sai:** Thời gian trung bình dùng Facebook của mỗi bạn trong lớp 12C1 là:

$$\bar{x} = \frac{1}{32}(15 \cdot 5 + 10 \cdot 15 + 5 \cdot 25 + 2 \cdot 35) = 13,125.$$

c) **Đúng:** Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$s^2 = \frac{1}{32}[15 \cdot (5)^2 + 10 \cdot (15)^2 + 5 \cdot (25)^2 + 2 \cdot (35)^2] - (13,125)^2 \approx 251.$$

d) **Sai:** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $s = \sqrt{s^2} \approx \sqrt{251} \approx 15,8$.

PHẦN III: Trả lời ngắn:

Câu 1: Xí nghiệp A sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Biết rằng hàm tổng chi phí sản xuất là $TC = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ và hàm doanh thu là $TR = -2x^2 + 1312x$, với x là số sản phẩm. Lợi nhuận của xí nghiệp A được xác định bằng hàm số $f(x) = TR - TC$, cực đại lợi nhuận của xí nghiệp A khi đó đạt bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

Trả lời: 52

Xét hàm số:

$$f(x) = TR - TC = -2x^2 + 1312x - (x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000).$$

$$f(x) = -x^3 + 75x^2 + 312x - 40000.$$

TXĐ: $D = (0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = -3x^2 + 150x + 312 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 52 (N) \\ x = -2 (L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	52	$+\infty$
$f'(x)$		+	0
$f(x)$	-4000	74416	$-\infty$

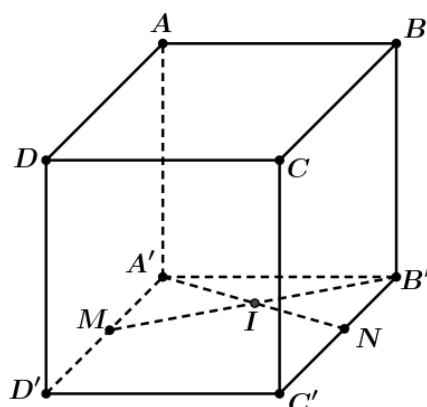
Hàm số đạt giá trị cực đại $y_{CD} = 74416$ tại $x = 52$.

Vậy lợi nhuận của công ty đạt cực đại khi số sản phẩm $x = 52$.

Câu 2: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi N là điểm thỏa $\overrightarrow{C'N} = 2\overrightarrow{NB'}$, M là trung điểm của $A'D'$, I là giao điểm của $A'N$ và $B'M$. Biết $\overrightarrow{AI} = a\overrightarrow{AA'} + b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AD}$. Tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1,8



Ta có tam giác $IA'M$ đồng dạng với tam giác INB' nên suy ra:

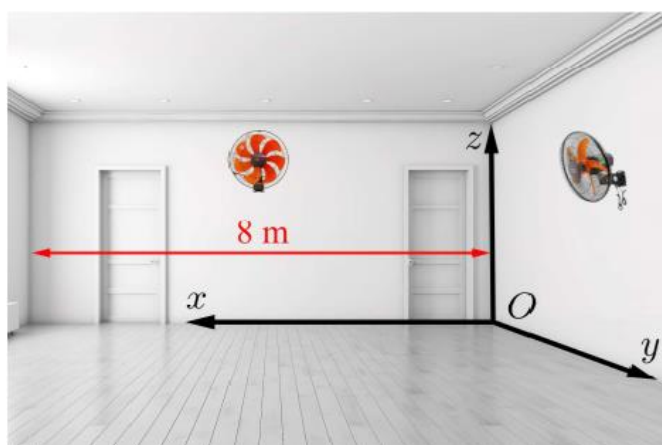
$$\frac{IA'}{IN} = \frac{A'M}{B'N} = \frac{\frac{1}{2}A'D'}{\frac{1}{3}A'D'} = \frac{3}{2} \Rightarrow A'I = \frac{3}{5}A'N$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AI} &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\overrightarrow{A'N} = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}(\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'N}) = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right) \\ &= \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}. \text{ Suy ra } a + b + c = \frac{9}{5} = 1,8\end{aligned}$$

Câu 3 : Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có hai chiếc quạt treo tường. Chiếc quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$, chiếc quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Hỏi khoảng cách giữa hai chiếc quạt AB cách nhau bao nhiêu m (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 5,02



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó ta có điểm $A(4;0;3)$ và điểm

$$B\left(0;3;\frac{5}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(-4;3;-\frac{1}{2}\right). \text{ Do đó độ dài đoạn thẳng } AB \approx 5,024.$$

Câu 4: Một trang báo điện tử thống kê thời gian người sử dụng đọc thông tin trên trang trong mỗi lần truy cập ở bảng sau:

Thời gian đọc	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số lượt truy cập	45	34	23	18	5

Tìm tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên.(Làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 3,03

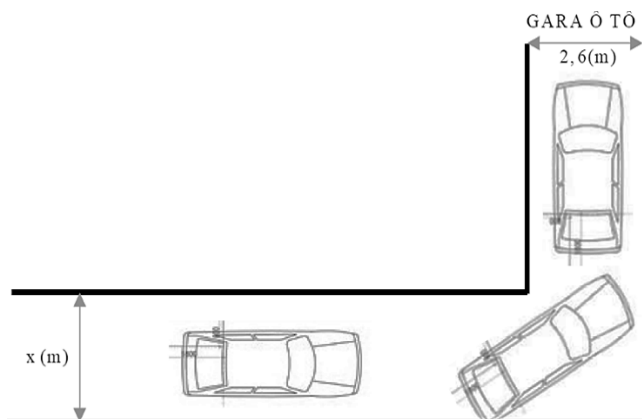
Cỡ mẫu là $n = 45 + 34 + 23 + 18 + 5 = 125$.

$$Q_2 = 2 + \left[\frac{\frac{125}{2} - 45}{34} \right] \cdot 2 \approx 3,03.$$

Phần IV. TỰ LUẬN

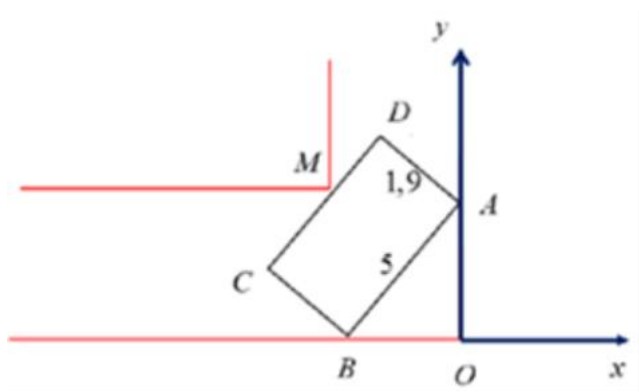
Câu 1. Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào Gara ô tô Thành Công ở Thượng Đình, Thanh Xuân, Hà Nội. Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng Gara có chiều rộng

2,6m. Biết kích thước xe ô tô là $5m \times 1,9m$. Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài 5m, chiều rộng 1,9m. Hỏi chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên bằng bao nhiêu để ô tô có thể đi vào Gara được? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ. Khi đó, điểm góc M có tọa độ $M(-2,6; m)$.



Tọa độ điểm B là $B(-a; 0)$ khi đó $A(0; \sqrt{25-a^2})$. Phương trình đường thẳng AB là:

$$AB: \frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - 1 = 0.$$

Do $CD \parallel AB$ nên phương trình đường thẳng CD là $CD: \frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - T = 0$.

Mà khoảng cách giữa AB và CD bằng 1,9m nên

$$d(AB; CD) = \frac{|T-1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{25-a^2}}\right)^2}} = 1,9 \Rightarrow T = 1 + \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}.$$

Điều kiện để ô tô đi qua được là M, O nằm khác phía đối với bờ là đường thẳng CD .

$$\text{Suy ra: } \frac{-2,6}{-a} + \frac{m}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \geq \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6 \times \sqrt{25-a^2}}{a} \text{ đúng với mọi } a \in (0; 5].$$

-Xét hàm số: $f(a) = \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6 \times \sqrt{25-a^2}}{a}$ trên nửa khoảng $(0; 5]$ ta có:

$$f'(a) = -\frac{a}{\sqrt{25-a^2}} - \frac{9,5}{a^2} + \frac{65}{a^2 \cdot \sqrt{25-a^2}} = \frac{65 - 9,5\sqrt{25-a^2} - a^3}{a^2 \cdot \sqrt{25-a^2}}$$

$$\Rightarrow f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 3 \in (0; 5)$$

BBT:

a	0	3	5	
$f'(a)$		+	0	-
$f(a)$			$\frac{37}{10}$	$\frac{19}{10}$

$-\infty$

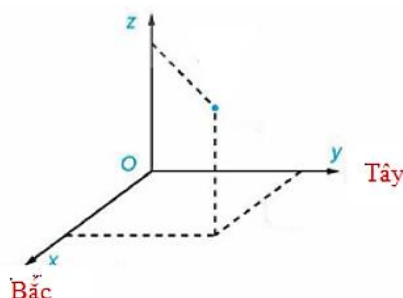
$$\text{Do đó } m \geq f(a), \forall a \in (0; 5] \Leftrightarrow m \geq \max_{(0;5]} f(a) \Leftrightarrow m \geq \frac{37}{10} = 3,7.$$

Vậy $x = 3,7$ là giá trị cần tìm.

Câu 2. Ba chiếc Flycam cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc Flycam thứ nhất cách điểm xuất phát 100 m về phía bắc và 200 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 50 m. Chiếc Flycam thứ hai cách điểm xuất phát 300 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 100 m. Chiếc Flycam thứ ba cách điểm xuất phát 150 m về phía đông và 100 m về phía bắc, đồng thời cách mặt đất 50 m. Vị trí của hai chiếc Flycam thứ nhất và thứ hai tạo với vị trí của chiếc thứ ba một góc bằng α . Hỏi góc α bằng bao nhiêu độ? (Làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, gốc đặt tại điểm xuất phát, mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía tây, trục Oz hướng thẳng lên trời.



Chiếc Flycam thứ nhất có tọa độ $A(100, 200, 50)$;

Chiếc Flycam thứ hai có tọa độ $B(-300, -200, 100)$.

Chiếc Flycam thứ ba có tọa độ $C(100, -150, 50)$.

Hai chiếc Flycam thứ nhất và thứ hai tạo với chiếc thứ ba một góc bằng α . Nên $\angle ACB = (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \alpha$.

$$\overrightarrow{CA} = (0; 350; 0); \overrightarrow{CB} = (-400; -50; 50)$$

$$\cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{CB}|} = \frac{0 \cdot (-400) + 350 \cdot (-50) + 0 \cdot 50}{\sqrt{0^2 + 350^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-400)^2 + (-50)^2 + 50^2}}$$

$$\text{Vậy } \alpha = (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \approx 97,1^\circ.$$

Câu 3. Bạn An là học sinh rất giỏi chơi Rubic, bạn có thể giải nhiều loại Rubic khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối Rubic 3x3, bạn An đã tự thống kê lại thời gian giải Rubic trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng bao nhiêu? *(Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*

Lời giải

$$\text{Ta có } Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6} \cdot 2 = 10,75 \text{ và } Q_3 = 14 + \frac{\frac{25 \cdot 3}{4} - 4 - 6 - 8}{4} \cdot 2 = 14,375.$$

$$\text{Do đó } \Delta_Q = 14,375 - 10,75 = 3,625.$$

