SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ
CỤM 12 TRƯỜNG THPT

Đề có 11 trang
ĐỀ CHÍNH THỨC

KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI LỚP 12 THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2026 - 2027
ĐỀ THI MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Mã đề: 1001

Họ và tên: .....**; Số báo danh:** .....**; Phòng thi số:** .....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (8,0 điểm). *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 32. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Một bác tài xế thống kê độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng (30 ngày) ở bảng số liệu ghép nhóm sau:

Độ dài quãng đường (km)	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$	$[250;300)$
Số ngày	5	10	9	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

A. $55,68$. **B.** $55,67$. **C.** $3206,90$. **D.** $56,63$.

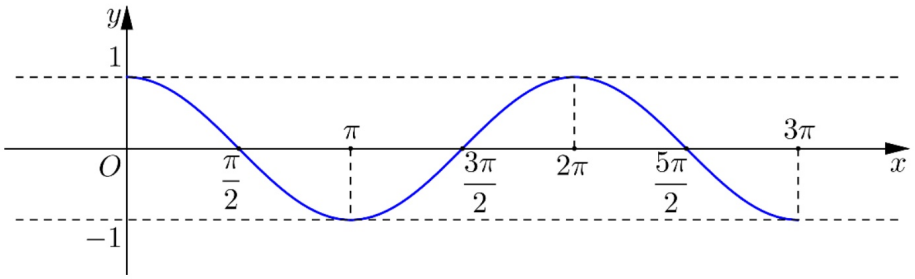
Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có $f(1)=3$ và $f'(1)=2$. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f^2(x)-9}{x-1}$ bằng

A. 2. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA=SB=2a$, $AB=a$. Gọi φ là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AS}$. Tính $\cos\varphi$.

A. $\cos\varphi=-\dfrac{1}{4}$. **B.** $\cos\varphi=\dfrac{1}{4}$. **C.** $\cos\varphi=-\dfrac{7}{8}$. **D.** $\cos\varphi=\dfrac{7}{8}$.

Câu 4. Cho đồ thị hàm số $y=\cos x$ với $x\in[0;3\pi]$ (tham khảo hình vẽ)



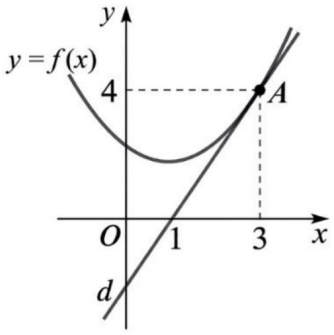
Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\cos x$ trên đoạn $[0;3\pi]$ bằng

A. 2π. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $ABC=60^0, SA=a, SA\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SB, tính góc giữa hai đường thẳng SA và CM.

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Câu 6. Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm $A(3;4)$. Đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.



Xét hàm số $h(x)=\dfrac{x^2}{f(x)}$. Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng 3 với đồ thị $h(x)$ bằng

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{16}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

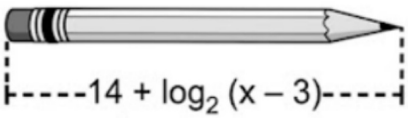
Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+5 & \text{khi } x\geq 1\\ 3x^2+4 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 29. **B.** 27. **C.** 33. **D.** 12.

Câu 8. Cho $3^x=4$. Biết $\dfrac{2+5\left(3^x+3^{-x}\right)}{3^{x+2}+3^{2-x}}=\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị $P=b-a$.

A. $P=-2$. **B.** $P=20$. **C.** $P=10$. **D.** $P=3$.

Câu 9. Hào khoe với bạn Minh rằng mình có một cây viết chì rất đẹp mới mua, bạn Minh muốn xem nó. Hào nói: *"Nếu bạn đoán đúng tham số mật mã x của cây viết chì thì mình sẽ tặng bạn"*. Hào cho thông số như sau: Khi đo bằng thước kẻ học sinh (có vạch chia đến milimét), chiều dài thực tế của chiếc bút là L (cm) và được Hào mã hóa bởi công thức $L=14+\log_2(x-3)$ (cm) với x là một số nguyên.



Biết rằng nếu cây viết chì dài thêm 2 cm thì chiều dài của nó lớn hơn 19 cm; nếu ngắn đi 1 cm thì chiều dài của nó nhỏ hơn 18 cm. Giả sử Minh giải đúng các dữ kiện của Hào để tìm ra tập hợp tất cả các số nguyên x thỏa mãn rồi chọn ngẫu nhiên một số trong đó để đoán, xác suất để Minh có được cây viết chì là

A. $\dfrac{1}{21}$. **B.** $\dfrac{1}{24}$. **C.** $\dfrac{1}{23}$. **D.** $\dfrac{1}{22}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Trong các hệ số a, b, c, d có bao nhiêu hệ số dương?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b},\overrightarrow{AD}=\vec{c}$, gọi M là trung điểm của BC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$. **B.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(-2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. **C.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$. **D.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$

Câu 12. Một công ty vận tải có thể huy động tối đa 10 xe tải để chuyển 60 tấn hàng hóa đến một địa điểm. Mỗi xe tải có thể chở 3 tấn hàng trong một chuyến đi (có thể đi nhiều chuyến), và mất 1 giờ để hoàn tất một chuyến. Chi phí khởi động để điều một xe tải là 100 nghìn đồng. Ngoài ra, khi huy động n xe tải cùng hoạt động, chi phí nhiên liệu của toàn bộ đội xe trong một giờ khi huy động n xe là $15(2n+5)$ nghìn đồng. Công ty đang tính toán để sử dụng một số lượng xe tải sao cho tổng chi phí vận chuyển là thấp nhất, vậy chi phí thấp nhất ấy là bao nhiêu nghìn đồng cho đợt vận chuyển hàng nói trên?

A. 2220. **B.** 1400. **C.** 1374. **D.** 1375.

Câu 13. Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng $6cm$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của cạnh BC,CD và G trọng tâm của tam giác ABD. Mặt phẳng (GMN) cắt các cạnh AB,AD tại E,F. Độ dài đoạn thẳng EF bằng

A. $3cm$. **B.** $2cm$. **C.** $5cm$. **D.** $4cm$.

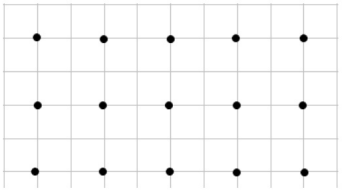
Câu 14. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{6}}+\log\left(4-x^2\right)$ là

A. $[1;2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(1;2]$.

Câu 15. Xét các hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=8$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\left[\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x\right]^2+6\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 112. **B.** 39. **C.** 3. **D.** 48.

Câu 16. Cho 15 điểm nằm trên lưới ô vuông như hình vẽ bên. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm trong 15 điểm này.



Xác suất để ba điểm được chọn lập thành một tam giác bằng

A. $\frac{406}{455}$. **B.** $\frac{424}{455}$. **C.** $\frac{408}{455}$. **D.** $\frac{412}{455}$.

Câu 17. Khảo sát thời gian lướt facebook trong một ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 81. **B.** 91. **C.** 71. **D.** 61.

Câu 18. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S,BC,A]$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 19. Từ một tập gồm 10 câu hỏi trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất một câu lý thuyết và một câu bài tập. Hỏi có thể tạo bao nhiêu đề khác nhau ?

A. 100. **B.** 60. **C.** 36. **D.** 96.

Câu 20. Doanh thu bán hàng của một doanh nghiệp khi bán một loại sản phẩm là số tiền $R(x)$ (triệu đồng) thu được khi x đơn vị sản phẩm được bán ra. Tốc độ biến động (thay đổi) của doanh thu khi x đơn vị sản phẩm đã được bán là hàm số $M_R(x) = R'(x)$. Đại diện của doanh nghiệp cho biết tốc độ biến đổi của doanh thu khi bán một loại sản phẩm được cho bởi $M_R(x) = 500 - 0,1x$, ở đó x là số lượng sản phẩm đã bán. Tìm doanh thu (triệu đồng) của doanh nghiệp khi đã bán 2000 sản phẩm.

A. 600.000. **B.** 98.000. **C.** 800.000. **D.** 80.000.

Câu 21. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{3x+1} + ax + b}{(x-1)^2}$ không có tiệm cận đứng. Khi đó hiệu $a - b$ bằng

A. $-\dfrac{5}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $-\dfrac{3}{4}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, biết $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 1$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng $\dfrac{2\pi}{3}$. Tìm k để vectơ $\vec{p} = k\vec{u} + \vec{v}$ vuông góc với vectơ $\vec{q} = \vec{u} - \vec{v}$.

A. $k = \dfrac{2}{5}$. **B.** $k = \dfrac{5}{2}$. **C.** $k = 2$. **D.** $k = -\dfrac{2}{5}$.

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{7}}{7}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{3}$.

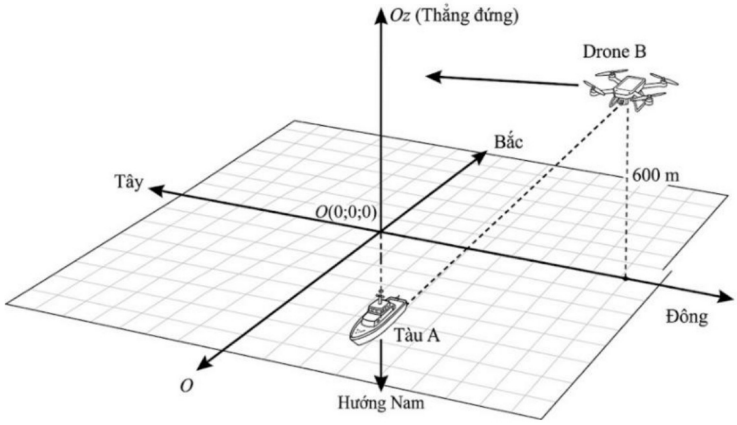
Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là

A. $\dfrac{x}{2} - \dfrac{\sin 2x}{4} + C$. **B.** $\dfrac{x}{2} - \dfrac{\sin 2x}{2} + C$. **C.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{\sin 2x}{2} + C$. **D.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{\sin 2x}{4} + C$.

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $ABC = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ (**mỗi đơn vị dài trên các trục tọa độ tương ứng với 100m trong thực tế),** mặt biển trùng với mặt phẳng (Oxy), trục Ox hướng về phía Đông, trục Oy hướng về phía Bắc và trục Oz hướng thẳng đứng lên cao. Cùng một thời điểm ($t = 0$), tàu tuần tra A xuất phát từ gốc tọa độ $O(0;0;0)$ đi về hướng Nam với vận tốc không đổi 600 m/phút ; đồng thời một thiết bị bay không người lái (Drone) B xuất phát từ vị trí có tọa độ $(8;0;6)$ (ở độ cao 600 m so với mặt biển) và bay thẳng đều về hướng Tây (song song với trục Ox, giữ nguyên độ cao) với vận tốc 800 m/phút .



Trong quá trình bay từ lúc $t=0$ đến thời điểm t (phút) $(0<t\le 1,5)$, bộ phận thu năng lượng mặt trời trên Drone B liên tục nạp điện vào một tụ phát với điện năng tích lũy tỉ lệ thuận với thời gian t. Nếu kích hoạt phát xung liên lạc về tàu A tại thời điểm t, cường độ tín hiệu $I(t)$ thu được tại tàu A tỉ lệ thuận với điện năng đã tích lũy và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách AB, được xác định bởi công thức: $I(t)=\dfrac{500t}{AB^2}$ (mW/m^2) (với AB tính theo đơn vị độ dài của hệ trục tọa độ). Hỏi cần kích hoạt phát xung tại thời điểm t bằng bao nhiêu phút kể từ lúc xuất phát để cường độ tín hiệu thu được tại tàu A là lớn nhất?

A. $1,00$ phút. **B.** $0,64$ phút. **C.** $0,80$ phút. **D.** $1,28$ phút.

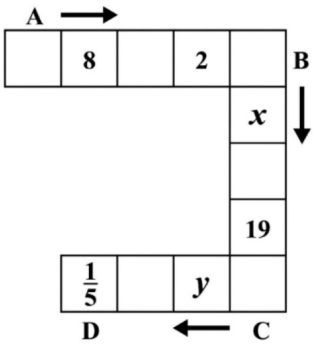
Câu 27. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng nào vuông góc với mặt phẳng (ABC)?

A. (OAH). **B.** (OAC). **C.** (OAB). **D.** (OBC).

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;5;3), B(1;3;4), C(6;3;1)$. Gọi hình chiếu của A, B, C lên mặt phẳng (Oxy) lần lượt là M, N, P. Tính diện tích S của tam giác MNP.

A. $S=10$. **B.** $S=5$. **C.** $S=2$. **D.** $S=20$.

Câu 29. Cho sơ đồ gồm các ô vuông chứa các số thực dương như hình vẽ. Biết rằng theo chiều mũi tên: dãy 5 số từ nhánh A đến nhánh B lập thành một cấp số nhân; dãy 5 số từ nhánh B đến nhánh C lập thành một cấp số cộng và dãy 4 số từ nhánh C đến nhánh D lập thành một cấp số nhân.



Giá trị của $x+y$ bằng

A. 5. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 9.

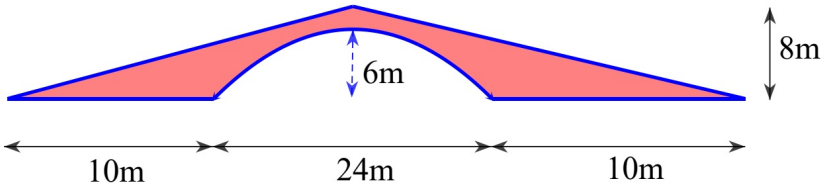
Câu 30. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$ thuộc đoạn $[0;\pi]$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 32. Một kiến trúc sư vẽ bản phác thảo theo tỷ lệ của mặt bên một cây cầu được xây dựng theo kiến trúc Seljuk như hình dưới đây.



Hình cân xứng hai bên, gồm 2 đoạn thẳng và một parabol. Hỏi diện tích mặt bên của cây cầu nhìn thấy trong hình là bao nhiêu mét vuông?

A. 82. **B.** 27. **C.** 23. **D.** 80.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (6,0 điểm). *Thí sinh trả lời từ câu 1đến câu 6. Trong mỗi ý* **a), b), c), d)** *ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có đúng 3 bạn tên Linh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Cô giáo gọi ngẫu nhiên 1 học sinh lên bảng kiểm tra bài cũ.

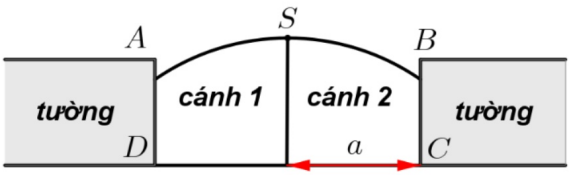
a) Nếu cô giáo gọi 1 bạn có tên là Linh thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{1}{3}$.

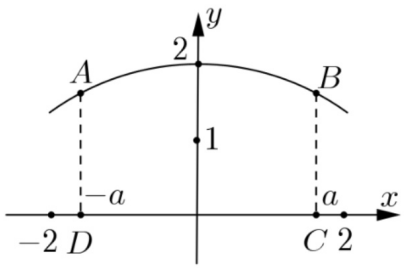
b) Xác suất để gọi được bạn tên Linh là $\frac{1}{10}$.

c) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=30$.

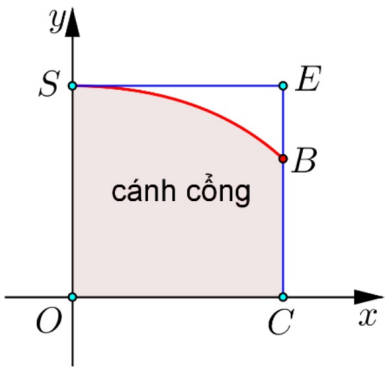
d) Xác suất để gọi được bạn tên Linh với điều kiện bạn đó là nữ là $\frac{3}{17}$.

Câu 2. Một nhà sản xuất cần tạo ra một chiếc cổng gỗ theo yêu cầu riêng cho một khách hàng. Cổng gồm hai cánh giống nhau, mỗi cánh có chiều rộng $a=1,76(\text{m})$. Khi cổng đóng lại, có hình dạng như hình vẽ. Giữa hai điểm A và B, phần trên của các cánh cổng tạo thành một đường cong. Đường cong này là một phần của đồ thị hàm số $f(x)=-\frac{1}{8}\left(e^{x}+e^{-x}\right)+\frac{9}{4}$.

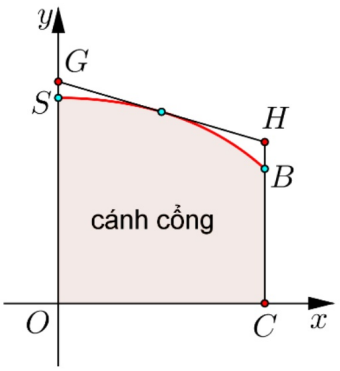




Để cắt các cánh cổng, nhà sản xuất cắt sẵn các tấm gỗ. Họ có hai lựa chọn hình dạng tấm gỗ cắt sẵn: hoặc là hình chữ nhật $OCES$, hoặc là hình thang $OCHG$ như trong các sơ đồ dưới đây.



Hình 1: Cắt từ hình chữ nhật.



Hình 2: Cắt từ hình thang.

Trong phương pháp thứ hai, đường thẳng GH là tiếp tuyến của đường cong biểu diễn hàm số f tại điểm F có hoành độ bằng 1.

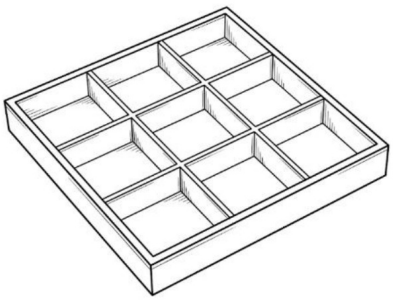
a) Đường thẳng GH có phương trình $y = f'(1)(x-1) + f(1)$.

b) Lượng gỗ thừa khi cắt bằng phương pháp 1 là $0,3\,\text{m}^2$, lượng gỗ thừa khi cắt bằng phương pháp 2 là $0,1\,\text{m}^2$ (*làm tròn đến hàng phần chục*)

c) Diện tích hình thang $GOCH$ bằng $3,2\,\text{m}^2$.

d) Diện tích một cánh cửa được tính bằng công thức $S = \int_0^{1,76} f(x)\,\text{d}x$.

Câu 3. Một chiếc hộp hình vuông được chia thành 9 ô vuông nhỏ gồm 3 hàng ngang và 3 cột dọc (như hình vẽ). Bé An cầm 4 cái kẹo giống nhau để đặt vào 4 ô vuông khác nhau trong hộp (mỗi ô chứa đúng 1 cái kẹo).



a) Số cách đặt 4 cái kẹo sao cho bất kỳ hàng ngang nào và cột dọc nào của hộp cũng có ít nhất một ô chứa kẹo là 45 cách.

b) Số cách chọn ra 1 hàng ngang và đặt 2 cái kẹo vào 2 ô vuông của hàng ngang đó là 9 cách.

c) Để bất kỳ hàng ngang nào cũng có kẹo thì phải có một hàng chứa 2 cái kẹo và hai hàng còn lại mỗi hàng chứa 1 cái kẹo; số cách đặt 4 cái kẹo thỏa mãn điều kiện này là 27 cách.

d) Tổng số cách đặt 4 cái kẹo vào 4 ô vuông bất kỳ trong hộp là 126 cách.

Câu 4. Trong công nghệ sinh học, người ta nuôi cấy nấm men trong môi trường khép kín để thu sinh khối làm nguyên liệu sản xuất các hoạt chất có tính sinh học mạnh. Giả sử tại thời điểm t (tính bằng giờ, $t \geq 0$), số lượng tế bào của quần thể nấm men được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = \dfrac{m}{n + e^{-0,75t}}$ (tính bằng tỷ tế bào, với m, n là các hằng số thực dương) và tốc độ sinh trưởng tức thời của quần thể là $P'(t)$ (tính bằng tỷ tế bào/giờ). Biết rằng tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 30 tỷ tế bào và tốc độ sinh trưởng là 15 tỷ tế bào/giờ.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

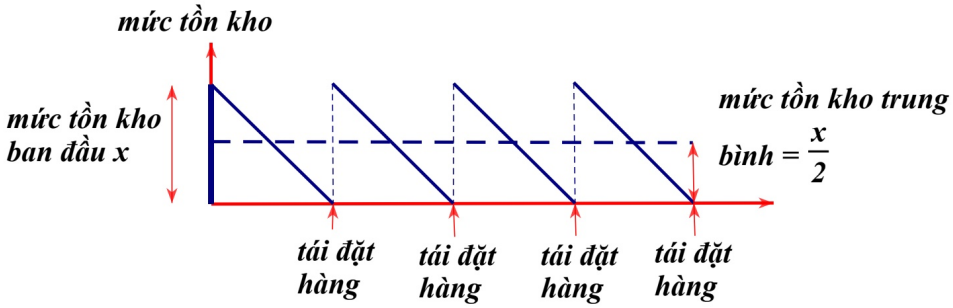
a) Tốc độ sinh trưởng của quần thể nấm men đạt mức tối đa tại thời điểm $t_0 = \dfrac{4}{3}\ln 2$ (giờ); tại thời điểm này, quần thể có 45 tỷ tế bào.

b) Trong quy trình thu hoạch sinh khối, giả sử mỗi tỷ tế bào nấm men mang lại giá trị kinh tế là 5 (triệu đồng) và chi phí vận hành hệ thống nuôi cấy tính đến thời điểm t là 54t (triệu đồng). Lợi nhuận thu được khi kết thúc nuôi cấy ở thời điểm t là $L(t) = 5P(t) - 54t$ (triệu đồng). Lợi nhuận này đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm mà quần thể nấm men có đúng 75 tỷ tế bào.

c) Số lượng tế bào của quần thể nấm men luôn tăng theo thời gian nhưng không vượt quá ngưỡng 90 tỷ tế bào, và tại thời điểm $t = \dfrac{4}{3}\ln 4$ (giờ) thì quần thể có 70 tỷ tế bào.

d) Giá trị của các tham số trong mô hình lần lượt là $m = 45$ và $n = 0,5$.

Câu 5. Trong kinh tế, người ta quản lý hàng tồn kho theo mô hình dưới đây:



Mô hình này minh họa rằng mỗi lần tồn kho được nạp lại (với số lượng x sản phẩm), nó sẽ giảm dần đều và ngay khi vừa hết hàng thì đợt hàng mới lại được bổ sung. Do đó, mức tồn kho trung bình trong suốt quá trình luôn bằng một nửa kích thước của mỗi lô hàng nhập về *(ví dụ: nếu mỗi lần nhập 100 sản phẩm thì mức tồn kho trung bình trong năm là 50 sản phẩm).*

Một đại lý phân phối lốp xe ô tô dự kiến bán được đều đặn 2880 chiếc lốp cùng loại trong một năm. Gọi x là số lượng chiếc lốp trong mỗi lần nhập hàng ($x \in \mathbb{N}^*, 1 \le x \le 2880$). Biết rằng giá mua gốc tại nhà máy là 1,5 triệu đồng/chiếc. Ngoài tiền mua hàng, đại lý còn phải chịu hai khoản chi phí vận hành kho như sau:

Chi phí đặt hàng (vận chuyển, bốc dỡ, thủ tục): 3,6 triệu đồng cho mỗi lần đặt hàng.

Chi phí lưu kho (thuê mặt bằng, bảo quản): 0,3 triệu đồng cho mỗi chiếc lốp lưu trong kho trong 1 năm (tính trên mức tồn kho trung bình của cả năm).

Gọi $C(x)$ (triệu đồng) là tổng chi phí trong một năm của đại lý (bao gồm tiền mua hàng, chi phí đặt hàng và chi phí lưu kho).

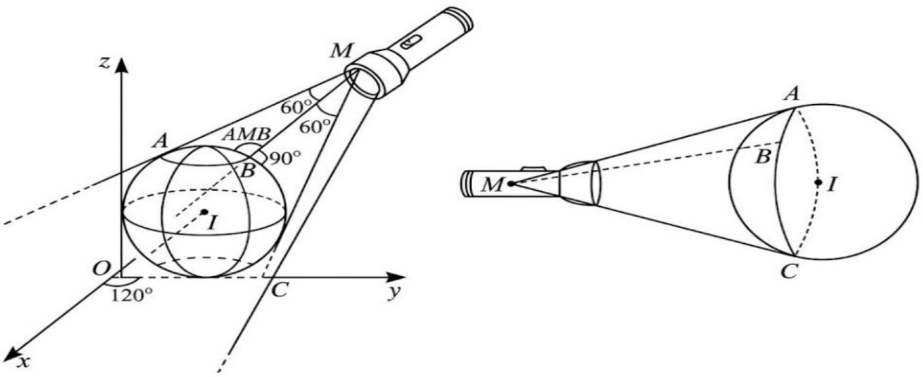
a) Tổng chi phí lưu kho trong một năm của đại lý là $0,3x$ (triệu đồng).

b) Hàm số biểu diễn tổng chi phí trong một năm của đại lý là $C(x) = 0,15x + \dfrac{10368}{x}$ (triệu đồng).

c) Để tổng chi phí trong một năm là nhỏ nhất, trung bình mỗi tháng đại lý cần đặt hàng đúng 1 lần.

d) Số lần đại lý cần đặt hàng trong một năm là $\dfrac{2880}{x}$ (lần).

Câu 6. Nguồn sáng phát ra từ một cây đèn pin khi chiếu vào một quả cầu phản quang sẽ cho ta hình ảnh của một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của một hình nón (xem hình vẽ). Giả sử nguồn sáng phát ra từ điểm M, trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho sẵn với đơn vị trên mỗi trục là mét, các tiếp tuyến MA, MB, MC thỏa mãn $AMB = 60°, BMC = 90°, CMA = 120°$. Mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$.



a) Nếu đặt $MA = MB = MC = x > 0$ thì $AB = x$, $BC = x\sqrt{3}$, $AC = x\sqrt{2}$.

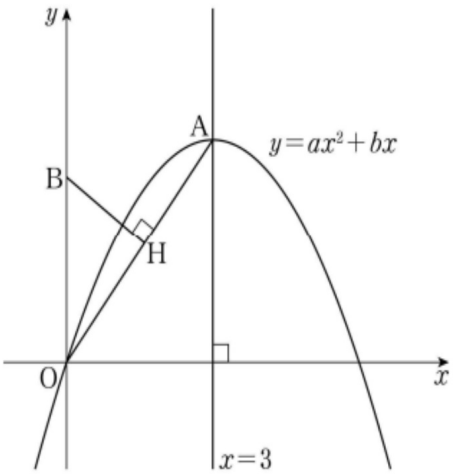
b) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

c) Tam giác ABC cân.

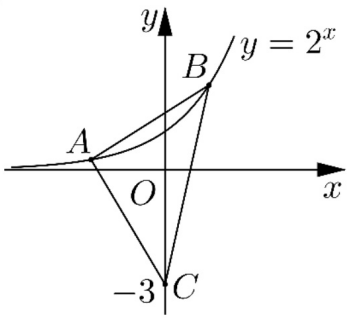
d) Độ dài bé nhất của OM là $2,26\ m$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6,0 điểm). *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.*

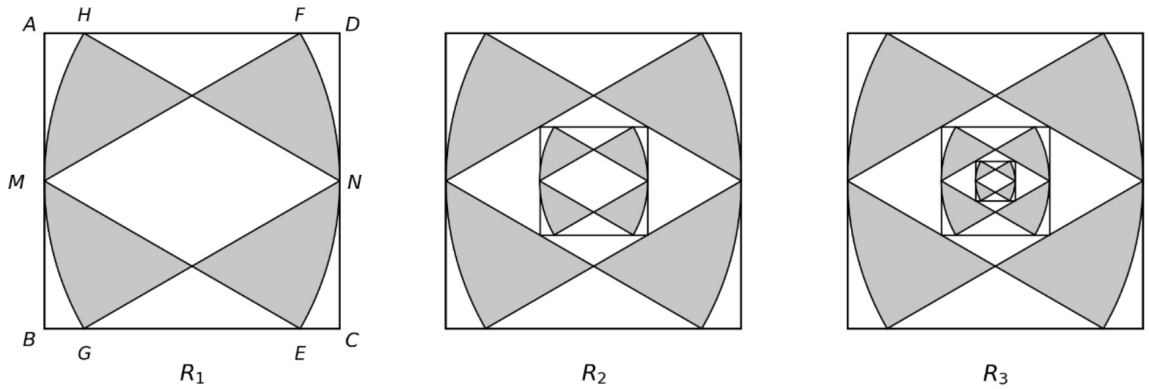
Câu 1. Hình vẽ bên thể hiện một parabol $(P): y = ax^2 + bx$ có đỉnh A. Điểm $B\left(0; \frac{10}{3}\right)$ có khoảng cách đến OA là $BH = 2$. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu? *(làm tròn đến kết quả hàng đơn vị)*



Câu 2. Cho đồ thị hàm số $y = 2^x$ như hình bên. Trên đó ta lấy các điểm phân biệt A và B đồng thời lấy điểm $C(0; -3)$ trên trục Oy. Biết rằng tam giác ABC nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm. Tổng bình phương các tung độ của hai điểm A và B bằng bao nhiêu?

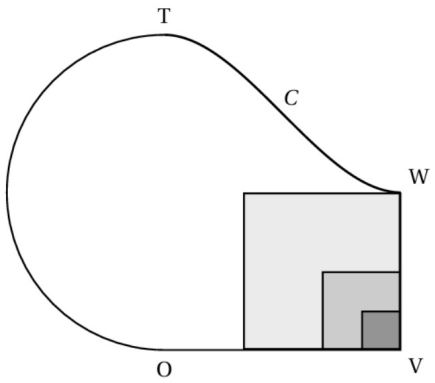


Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 6. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD. Trên các cạnh BC, AD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $ME = MF = 6$ và lấy các điểm G, H sao cho $NG = NH = 6$. Vẽ hai hình quạt tròn: quạt tròn tâm M giới hạn bởi hai bán kính ME, MF cùng cung nhỏ EF; và quạt tròn tâm N giới hạn bởi hai bán kính NG, NH cùng cung nhỏ GH (tham khảo hình vẽ). Phần chung của hai hình quạt tròn này là một hình thoi. Ở bước thứ nhất, ta tô đậm phần hình phẳng thuộc hai hình quạt tròn nhưng không thuộc phần chung của chúng để thu được hình R_1.



Ở bước thứ hai, ta dựng một hình vuông mới nội tiếp trong hình thoi nói trên (bốn đỉnh của hình vuông mới nằm trên bốn cạnh của hình thoi và các cạnh của nó song song với các cạnh của hình vuông $ABCD$). Thực hiện tương tự như bước thứ nhất đối với hình vuông mới này, ta thu được hình R_2. Tiếp tục quá trình trên một cách vô hạn, gọi S_n là tổng diện tích các phần được tô đậm ở hình R_n (thu được ở bước thứ n). Tính giá trị của $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$ *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*.

Câu 4. Một kiến trúc sư đã thiết kế một bể nước có ba bậc. Đường viền của bể, được biểu diễn trong "góc nhìn từ trên", bao gồm một nửa đường tròn có đường kính TO, hai đoạn thẳng OV, VW và một đường cong (C) nối T với W. Trong mặt phẳng Oxy, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1m, các điểm $V(6;0), W(6;4), T(0;8)$ và (C) là một phần đồ thị hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Các phần được tô màu xám biểu thị vị trí của ba bậc. Để đường cong mềm mại thì tiếp tuyến của (C) tại các điểm T, W phải song song với OV. Khu vực hồ nước được thiết kế có tổng diện tích là bao nhiêu mét vuông? (*làm tròn đến hàng đơn vị*)

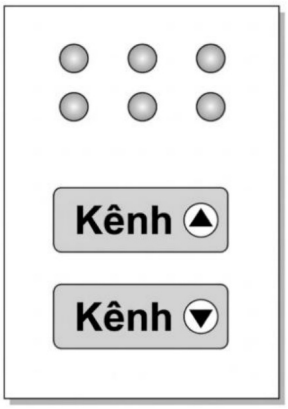


Câu 5. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(2;4;0), B(0;4;6), C(2;0;6), D(-1;-2;-3)$ và vị trí điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA+MB+MC+MD$ nhỏ nhất. Tính độ dài MO *(làm tròn đến hàng phần chục)*.

Câu 6. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 cm, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và số đo góc nhị diện $[B,SC,D]$ bằng $120°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu centimet khối?

Câu 7. Gọi A,B,C là các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\cos 3x+1=0$ trên vòng tròn lượng giác. Diện tích của tam giác ABC bằng *(làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần chục)*

Câu 8. Một chiếc tivi được cài đặt sẵn các kênh truyền hình đánh số từ 1 đến 100 và hiện đang mở ở kênh 50. Trên điều khiển từ xa của tivi có hai nút chuyển kênh là nút tiến kênh (kênh ▲, mỗi lần nhấn sẽ tăng số thứ tự kênh thêm 1) và nút lùi kênh (Kênh ▼, mỗi lần nhấn sẽ giảm số thứ tự kênh đi 1).



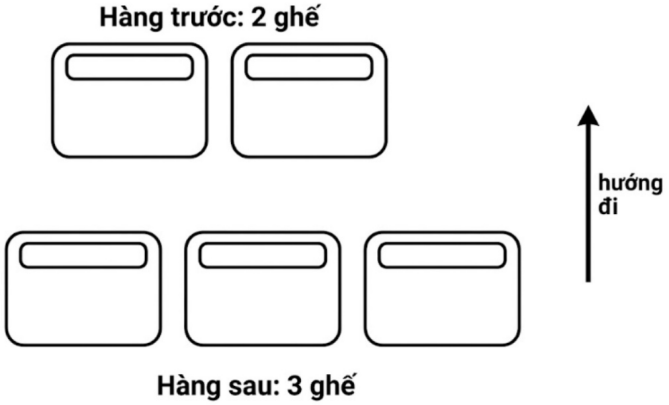
Một người nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 6 lần, mỗi lần chỉ nhấn một trong hai nút trên. Biết xác suất để tivi quay trở lại kênh 50 ở lần nhấn thứ 6 và trước đó chưa từng quay lại kênh 50 lần nào có dạng $\frac{a}{b}$ (với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của biểu thức $T=a+b$?

Câu 9. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là $25\,\text{N}$ và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn $4\,\text{N}$. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên *(làm tròn đến hàng phần chục).*

Câu 10. Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là $50\,\text{mg}$, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kề trước đó. Tổng lượng thuốc (tính bằng mg) trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*

Câu 11. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 300 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1 \le x \le 300\right)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right) = -2x^2 + 1312x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G\left(x\right) = x^2 - 77x + 1000 + \dfrac{40000}{x}$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (tính theo đơn vị triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).*

Câu 12. Hai người lớn và ba trẻ em cùng đến công viên giải trí để chơi một trò chơi. Ghế của trò chơi này gồm hai hàng: hàng trước có 2 ghế, hàng sau có 3 ghế (như hình vẽ). Biết rằng trẻ em bắt buộc phải ngồi cùng hàng với người lớn. Hỏi có bao nhiêu cách để cả 5 người ngồi vào các ghế của trò chơi?



---------- HẾT ----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Được thực hiện bởi AI & TOANMATH.com

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Giá trị đại diện của các nhóm là 75, 125, 175, 225, 275; cỡ mẫu $n=30$. Số trung bình $\overline{x}=\dfrac{5\cdot 75+10\cdot 125+9\cdot 175+4\cdot 225+2\cdot 275}{30}=155$. Phương sai $s^2=\dfrac{5\cdot 80^2+10\cdot 30^2+9\cdot 20^2+4\cdot 70^2+2\cdot 120^2}{30}=\dfrac{93000}{30}=3100$. Độ lệch chuẩn $s=\sqrt{3100}\approx 55{,}68$. Chọn A.

Câu 2. Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f^2(x)-9}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}\cdot\big(f(x)+3\big)\right]=f'(1)\cdot\big(f(1)+3\big)=2\cdot 6=12$. Chọn C.

Câu 3. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{AB}$. Tam giác SAB cân tại S nên $\cos\widehat{SAB}=\dfrac{\frac{AB}{2}}{SA}=\dfrac{1}{4}$. Do đó $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AS}=a\cdot 2a\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{a^2}{2}$ và $\cos\varphi=\dfrac{\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{AS}}{CD\cdot AS}=\dfrac{-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AS}}{a\cdot 2a}=-\dfrac{1}{4}$. Chọn A.

Câu 4. Từ đồ thị, trên đoạn $[0;3\pi]$ ta có $\cos x\le 1$, dấu bằng xảy ra tại $x=0$ và $x=2\pi$. Vậy giá trị lớn nhất bằng 1. Chọn C.

Câu 5. Gọi N là trung điểm của AB. Khi đó MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN\parallel SA$, $MN=\dfrac{a}{2}$ và $MN\perp(ABCD)$. Suy ra góc giữa SA và CM bằng góc giữa MN và CM, tức là $\widehat{NMC}$. Tam giác ABC có $BA=BC=a$, $\widehat{ABC}=60^\circ$ nên là tam giác đều, do đó $CN=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Tam giác MNC vuông tại N có $\tan\widehat{NMC}=\dfrac{CN}{MN}=\sqrt{3}$ nên $\widehat{NMC}=60^\circ$. Chọn B.

Câu 6. Tiếp tuyến d đi qua $A(3;4)$ và điểm $(1;0)$ nên $f'(3)=\dfrac{4-0}{3-1}=2$. Ta có $h'(x)=\dfrac{2xf(x)-x^2f'(x)}{f^2(x)}$, suy ra $h'(3)=\dfrac{6\cdot 4-9\cdot 2}{4^2}=\dfrac{3}{8}$. Chọn A.

Câu 7. Với $x<1$: $F(x)=x^3+4x+C_1$; từ $F(0)=2$ suy ra $C_1=2$. Khi đó $F(-1)=-1-4+2=-3$ và $F(1)=1+4+2=7$ (do F liên tục tại $x=1$). Với $x\ge 1$: $F(x)=x^2+5x+C_2$; từ $F(1)=7$ suy ra $C_2=1$, do đó $F(2)=4+10+1=15$. Vậy $F(-1)+2F(2)=-3+30=27$. Chọn B.

Câu 8. Ta có $3^{-x}=\dfrac{1}{4}$, $3^{x+2}=9\cdot 3^x=36$, $3^{2-x}=\dfrac{9}{3^x}=\dfrac{9}{4}$. Khi đó $\dfrac{2+5\left(4+\frac{1}{4}\right)}{36+\frac{9}{4}}=\dfrac{\frac{93}{4}}{\frac{153}{4}}=\dfrac{31}{51}$. Suy ra $a=31$, $b=51$ và $P=b-a=20$. Chọn B.

Câu 9. Theo giả thiết $L+2>19$ và $L-1<18$ nên $17<L<19$, tức là $17<14+\log_2(x-3)<19 \Leftrightarrow 3<\log_2(x-3)<5 \Leftrightarrow 8<x-3<32 \Leftrightarrow 11<x<35$. Do x nguyên nên $x\in\{12;13;\ldots;34\}$, có 23 giá trị. Xác suất để Minh đoán đúng là $\dfrac{1}{23}$. Chọn C.

Câu 10. Từ bảng biến thiên, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên $a>0$; phương trình $f'(x)=3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm $x=-1$, $x=2$. Theo định lí Vi-ét: $-\dfrac{2b}{3a}=1\Rightarrow b=-\dfrac{3a}{2}<0$ và $\dfrac{c}{3a}=-2\Rightarrow c=-6a<0$. Khi đó $f(x)=ax^3-\dfrac{3a}{2}x^2-6ax+d$. Từ $f(2)=0$ ta có $8a-6a-12a+d=0\Rightarrow d=10a>0$. Vậy có 2 hệ số dương là a và d. Chọn C.

Câu 11. Ta có $\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)-\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$. Chọn C.

Câu 12. Cần $\dfrac{60}{3}=20$ chuyến. Khi huy động n xe $(1\le n\le 10)$, mỗi giờ thực hiện được nhiều nhất n chuyến nên thời gian vận chuyển ít nhất là $\dfrac{20}{n}$ giờ. Do đó tổng chi phí không nhỏ hơn $F(n)=100n+15(2n+5)\cdot\dfrac{20}{n}=100n+600+\dfrac{1500}{n}$ (nghìn đồng). Xét $g(t)=100t+\dfrac{1500}{t}$ trên $[1;10]$: $g'(t)=100-\dfrac{1500}{t^2}$; $g'(t)=0\Leftrightarrow t=\sqrt{15}\approx 3{,}87$. Hàm số g nghịch biến trên $\left[1;\sqrt{15}\right]$ và đồng biến trên $\left[\sqrt{15};10\right]$ nên trên các giá trị nguyên từ 1 đến 10, $F(n)$ nhỏ nhất tại $n=3$ hoặc $n=4$; mà $F(3)=1400$, $F(4)=1375$ nên tổng chi phí luôn không nhỏ hơn 1375 nghìn đồng. Khi huy động 4 xe, mỗi xe chạy đúng 5 chuyến trong 5 giờ, chi phí đúng bằng 1375 nghìn đồng. Vậy chi phí thấp nhất là 1375 nghìn đồng. Chọn D.

Câu 13. Vì MN là đường trung bình của tam giác BCD nên $MN\parallel BD$. Do đó giao tuyến của (GMN) và (ABD) là đường thẳng qua G song song với BD, cắt AB, AD lần lượt tại E, F. Gọi I là trung điểm BD, ta có $\dfrac{AG}{AI}=\dfrac{2}{3}$ nên $EF=\dfrac{2}{3}BD=\dfrac{2}{3}\cdot 6=4$ (cm). Chọn D.

Câu 14. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-1>0\\4-x^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\-2<x<2\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<2$. Tập xác định là $(1;2)$. Chọn B.

Câu 15. Đặt $u=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$, khi đó $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=8-u$. Ta có $T=u^2+6(8-u)=u^2-6u+48=(u-3)^2+39\ge 39$. Dấu bằng xảy ra khi $u=3$, chẳng hạn với $f(x)=1+\dfrac{x}{2}$ thì $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$. Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 39. Chọn B.

Câu 16. Đặt các điểm có tọa độ $(x;y)$ với $x\in\{0;1;2;3;4\}$, $y\in\{0;1;2\}$. Số cách chọn 3 điểm là $C_{15}^3=455$. Số bộ 3 điểm thẳng hàng: trên 3 hàng ngang có $3C_5^3=30$ bộ; trên 5 cột dọc có 5 bộ; dạng $(x;0)$, $(x+1;1)$, $(x+2;2)$ và dạng $(x;2)$, $(x+1;1)$, $(x+2;0)$ với $x\in\{0;1;2\}$ có $3+3=6$ bộ; dạng $(0;0)$, $(2;1)$, $(4;2)$ và $(0;2)$, $(2;1)$, $(4;0)$ có 2 bộ. Tổng cộng $30+5+6+2=43$ bộ. Xác suất cần tìm là $\dfrac{455-43}{455}=\dfrac{412}{455}$. Chọn D.

Câu 17. Cỡ mẫu $n=42$. Ta có $\dfrac{3n}{4}=31,5$, tần số tích lũy của các nhóm là 5, 14, 26, 36, 42 nên nhóm chứa Q_3 là $[60;80)$. Khi đó $Q_3=60+\dfrac{31,5-26}{10}\cdot 20=71$. Chọn C.

Câu 18. Gọi I là trung điểm BC. Tam giác SBC vuông cân tại S nên $SI\perp BC$ và $SI=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; tam giác ABC đều cạnh $\sqrt{2}$ nên $AI\perp BC$ và $AI=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. Do đó $\alpha=\widehat{SIA}$. Vì $SA\perp(SBC)$ nên tam giác SAI vuông tại S, suy ra $\cos\alpha=\dfrac{SI}{AI}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Chọn A.

Câu 19. Số cách chọn 3 câu bất kì là $C_{10}^3=120$; số cách chọn 3 câu toàn lý thuyết là $C_4^3=4$; số cách chọn 3 câu toàn bài tập là $C_6^3=20$. Số đề thỏa mãn là $120-4-20=96$. Chọn D.

Câu 20. Ta có $R(x)=\int(500-0,1x)\mathrm{d}x=500x-0,05x^2+C$. Khi chưa bán sản phẩm nào thì doanh thu bằng 0, tức là $R(0)=0$, suy ra $C=0$. Vậy $R(2000)=500\cdot 2000-0,05\cdot 2000^2=800000$ (triệu đồng). Chọn C.

Câu 21. Đặt $g(x)=\sqrt{3x+1}+ax+b$. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $g(x)$ có nghiệm kép $x=1$, tức là $g(1)=0$ và $g'(1)=0$. Ta có $g'(x)=\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}+a$ nên $g'(1)=\dfrac{3}{4}+a=0\Leftrightarrow a=-\dfrac{3}{4}$ và $g(1)=2-\dfrac{3}{4}+b=0\Leftrightarrow b=-\dfrac{5}{4}$. Thử lại:

$g(x)=\sqrt{3x+1}-\dfrac{3x+5}{4}=\dfrac{16(3x+1)-(3x+5)^2}{4\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}=\dfrac{-9(x-1)^2}{4\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}$, khi đó với $x\neq 1$ ta có

$y=\dfrac{-9}{4\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}$, suy ra $\lim\limits_{x\to 1}y=-\dfrac{9}{64}$ hữu hạn nên đồ thị không có tiệm cận đứng. Vậy $a-b=-\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{4}=\dfrac{1}{2}$. Chọn B.

Câu 22. Ta có $\vec{u}\cdot\vec{v}=2\cdot1\cdot\cos\dfrac{2\pi}{3}=-1$. Khi đó

$\vec{p}\cdot\vec{q}=k|\vec{u}|^2+(1-k)\vec{u}\cdot\vec{v}-|\vec{v}|^2=4k-(1-k)-1=5k-2$. Do $\vec{p}\perp\vec{q}$ nên $5k-2=0\Leftrightarrow k=\dfrac{2}{5}$. Chọn A.

Câu 23. Ta có $y'=\dfrac{\left(x^2-x+1\right)-\dfrac{(x+1)(2x-1)}{2}}{\left(x^2-x+1\right)\sqrt{x^2-x+1}}=\dfrac{3-3x}{2\left(x^2-x+1\right)\sqrt{x^2-x+1}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=1$. Ta có

$y(0)=1$, $y(1)=2$, $y(3)=\dfrac{4}{\sqrt{7}}=\dfrac{4\sqrt{7}}{7}$. Vậy giá trị lớn nhất bằng 2. Chọn C.

Câu 24. Ta có $\int\sin^2x\mathrm{d}x=\int\dfrac{1-\cos2x}{2}\mathrm{d}x=\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin2x}{4}+C$. Chọn A.

Câu 25. Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{ABCD}=2S_{ABC}=2\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Vậy

$V=\dfrac{1}{3}\cdot a\sqrt{6}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. Chọn C.

Câu 26. Đổi đơn vị: 600 m/phút $=6$ đơn vị/phút, 800 m/phút $=8$ đơn vị/phút. Tại thời điểm t, tàu A ở vị trí $(0;-6t;0)$, Drone B ở vị trí $(8-8t;0;6)$. Khi đó

$AB^2=(8-8t)^2+36t^2+36=100t^2-128t+100$. Ta có $I(t)=\dfrac{500t}{100t^2-128t+100}=\dfrac{500}{g(t)-128}$ với

$g(t)=100t+\dfrac{100}{t}$, $t\in(0;1,5]$. Ta có $g'(t)=100-\dfrac{100}{t^2}$; $g'(t)=0\Leftrightarrow t=1$. Hàm số g nghịch biến trên $(0;1]$, đồng biến trên $[1;1,5]$ nên $g(t)$ nhỏ nhất tại $t=1$, khi đó $I(t)$ lớn nhất. Vậy cần kích hoạt tại thời điểm $t=1,00$ phút. Chọn A.

Câu 27. Vì $OA\perp OB$, $OA\perp OC$ nên $OA\perp(OBC)$, suy ra $OA\perp BC$. Mặt khác $AH\perp BC$ (do H là trực tâm tam giác ABC). Do đó $BC\perp(OAH)$. Mà $BC\subset(ABC)$ nên $(ABC)\perp(OAH)$. Chọn A.

Câu 28. Ta có $M(2;5;0)$, $N(1;3;0)$, $P(6;3;0)$. Đoạn NP nằm trên đường thẳng $y=3$ trong mặt phẳng (Oxy), $NP=5$ và khoảng cách từ M đến NP bằng $5-3=2$. Vậy $S=\dfrac{1}{2}\cdot5\cdot2=5$. Chọn B.

Câu 29. Dãy từ A đến B là cấp số nhân u_1, 8, u_3, 2, u_5 có $8q^2=2$, các số đều dương nên $q=\dfrac{1}{2}$, suy ra $u_5=1$. Dãy từ B đến C là cấp số cộng 1, x, v_3, 19, v_5 có $1+3d=19\Leftrightarrow d=6$, suy ra $x=7$ và $v_5=25$. Dãy từ C đến D là cấp số nhân 25, y, w_3, $\dfrac{1}{5}$ có $25q'^3=\dfrac{1}{5}\Leftrightarrow q'=\dfrac{1}{5}$, suy ra $y=5$.

Vậy $x+y=12$. Chọn B.

Câu 30. Ta có $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$. Trên đoạn $[0;\pi]$ chỉ có $x=\dfrac{\pi}{4}$. Vậy phương trình có 1 nghiệm. Chọn B.

Câu 31. Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$, $x=0$ hoặc $x=4$. Xét dấu: $f'(x)<0$ trên $(-\infty;-1)$, $f'(x)>0$ trên $(-1;0)$, $f'(x)<0$ trên $(0;4)$, $f'(x)>0$ trên $(4;+\infty)$. Do đó $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm chỉ tại $x=0$. Vậy hàm số có 1 điểm cực đại. Chọn B.

Câu 32. Phần mặt bên cây cầu nằm giữa hai đoạn thẳng và vòm parabol. Hai đoạn thẳng cùng chân cầu tạo thành tam giác cân có đáy $10+24+10=44$ m, chiều cao 8 m, diện tích $\dfrac{1}{2}\cdot 44\cdot 8=176$ $\left(\text{m}^2\right)$. Chọn hệ trục có gốc tại trung điểm chân vòm, parabol có đỉnh $(0;6)$ và đi qua $(\pm 12;0)$ nên có phương trình $y=6-\dfrac{x^2}{24}$. Diện tích phần dưới vòm là $\int_{-12}^{12}\left(6-\dfrac{x^2}{24}\right)\text{d}x=96$ $\left(\text{m}^2\right)$. Vậy diện tích mặt bên cây cầu là $176-96=80$ $\left(\text{m}^2\right)$. Chọn D.

<u>PHẦN II</u>. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1.

a) Đúng. Trong 3 bạn tên Linh có 1 bạn nữ nên xác suất cần tìm là $\dfrac{1}{3}$.

b) Đúng. Xác suất gọi được bạn tên Linh là $\dfrac{3}{30}=\dfrac{1}{10}$.

c) Đúng. Lớp có 30 học sinh nên $n(\Omega)=30$.

d) Sai. Trong 17 bạn nữ có 1 bạn tên Linh nên xác suất cần tìm là $\dfrac{1}{17}$.

Câu 2. Ta có $f(0)=-\dfrac{1}{8}\cdot 2+\dfrac{9}{4}=2$ nên $S(0;2)$, $C(1,76;0)$ và $f'(x)=-\dfrac{1}{8}\left(\text{e}^x-\text{e}^{-x}\right)$.

a) Đúng. Tiếp tuyến tại điểm $F(1;f(1))$ có phương trình $y=f'(1)(x-1)+f(1)$.

b) Đúng. Diện tích cánh cổng là $S=\int_0^{1,76}f(x)\text{d}x=\left[-\dfrac{1}{8}\left(\text{e}^x-\text{e}^{-x}\right)+\dfrac{9x}{4}\right]_0^{1,76}=3,96-\dfrac{\text{e}^{1,76}-\text{e}^{-1,76}}{8}$. Diện tích hình chữ nhật $OCES$ là $1,76\cdot 2=3,52$, nên lượng gỗ thừa ở phương pháp 1 là $3,52-S=\dfrac{\text{e}^{1,76}-\text{e}^{-1,76}}{8}-0,44\approx 0,3$ $\left(\text{m}^2\right)$. Diện tích hình thang $OCHG$ là $\int_0^{1,76}\left[f'(1)(x-1)+f(1)\right]\text{d}x=1,76f(1)-0,2112f'(1)=3,96-0,22\left(\text{e}+\text{e}^{-1}\right)+0,0264\left(\text{e}-\text{e}^{-1}\right)\approx 3,343$, nên lượng gỗ thừa ở phương pháp 2 là $3,96-0,22\left(\text{e}+\text{e}^{-1}\right)+0,0264\left(\text{e}-\text{e}^{-1}\right)-S\approx 0,1$ $\left(\text{m}^2\right)$.

c) Sai. Theo ý b), diện tích hình thang $GOCH$ xấp xỉ $3,3\ \left(\text{m}^2\right)$, không phải $3,2\ \left(\text{m}^2\right)$.

d) Đúng. Vì $f(x)>0$ trên $[0;1,76]$ nên diện tích một cánh cổng là $S=\int_0^{1,76} f(x)\text{d}x$.

Câu 3.

a) Đúng. Có 4 kẹo và mỗi hàng, mỗi cột đều có kẹo nên có đúng một hàng chứa 2 kẹo và đúng một cột chứa 2 kẹo. Chọn hàng chứa 2 kẹo và cột chứa 2 kẹo: $3\cdot 3=9$ cách; gọi O là ô giao của hàng và cột đó. Nếu ô O có kẹo: chọn thêm 1 ô trong hàng (2 cách), 1 ô trong cột (2 cách), kẹo cuối nằm ở ô thuộc hàng và cột còn lại (1 cách), có 4 cách. Nếu ô O không có kẹo: hàng đó chứa kẹo ở 2 ô còn lại và cột đó chứa kẹo ở 2 ô còn lại, có 1 cách. Vậy có $9\cdot(4+1)=45$ cách.

b) Đúng. Chọn 1 hàng có 3 cách, chọn 2 ô trong hàng đó có $C_3^2=3$ cách, nên có $3\cdot 3=9$ cách.

c) Sai. Chọn hàng chứa 2 kẹo có 3 cách, chọn 2 ô trong hàng đó có $C_3^2=3$ cách, mỗi hàng còn lại chọn 1 ô có 3 cách. Số cách là $3\cdot 3\cdot 3\cdot 3=81$.

d) Đúng. Số cách là $C_9^4=126$.

Câu 4. Ta có $P(0)=\dfrac{m}{n+1}=30$ và $P'(t)=\dfrac{0,75m\text{e}^{-0,75t}}{\left(n+\text{e}^{-0,75t}\right)^2}$ nên

$P'(0)=\dfrac{0,75m}{(n+1)^2}=\dfrac{0,75\cdot 30}{n+1}=15\Leftrightarrow n=0,5$, suy ra $m=45$. Từ $P=\dfrac{45}{0,5+\text{e}^{-0,75t}}$ ta có $\text{e}^{-0,75t}=\dfrac{45}{P}-0,5$, thay vào $P'(t)$ được $P'(t)=0,75P\left(1-\dfrac{P}{90}\right)$.

a) Đúng. Biểu thức $0,75P\left(1-\dfrac{P}{90}\right)$ đạt giá trị lớn nhất khi $P=45$, tức là $\text{e}^{-0,75t}=0,5\Leftrightarrow t=\dfrac{4}{3}\ln 2$ (giờ). Tại thời điểm này quần thể có 45 tỷ tế bào.

b) Sai. Ta có $L'(t)=5P'(t)-54$; $L'(t)=0\Leftrightarrow 0,75P\left(1-\dfrac{P}{90}\right)=10,8\Leftrightarrow P^2-90P+1296=0\Leftrightarrow P=18$ hoặc $P=72$. Vì $P(t)$ tăng từ 30 nên $L'(t)>0$ khi $30\le P<72$ và $L'(t)<0$ khi $P>72$. Do đó lợi nhuận lớn nhất khi quần thể có 72 tỷ tế bào, không phải 75 tỷ tế bào.

c) Sai. Ta có $P'(t)>0$ và $P(t)=\dfrac{45}{0,5+\text{e}^{-0,75t}}<90$ nên quần thể luôn tăng và không vượt quá 90 tỷ tế bào. Tuy nhiên tại $t=\dfrac{4}{3}\ln 4$ thì $\text{e}^{-0,75t}=\dfrac{1}{4}$, khi đó $P=\dfrac{45}{0,75}=60$ tỷ tế bào, không phải 70 tỷ tế bào.

d) Đúng. Theo trên, $m=45$ và $n=0,5$.

Câu 5. Số lần đặt hàng bình quân trong năm là $\frac{2880}{x}$. Tiền mua hàng là $1,5\cdot 2880 = 4320$ (triệu đồng); chi phí đặt hàng là $3,6\cdot\frac{2880}{x} = \frac{10368}{x}$ (triệu đồng); mức tồn kho trung bình là $\frac{x}{2}$ nên chi phí lưu kho là $0,3\cdot\frac{x}{2} = 0,15x$ (triệu đồng).

a) Sai. Tổng chi phí lưu kho trong một năm là $0,15x$ (triệu đồng).

b) Sai. Hàm tổng chi phí là $C(x) = 4320 + 0,15x + \frac{10368}{x}$ (triệu đồng).

c) Sai. Đặt hàng mỗi tháng 1 lần ứng với $x = \frac{2880}{12} = 240$. Ta có $C'(x) = 0,15 - \frac{10368}{x^2}$;
$C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{69120} \approx 262,9$. Vì $C'(x) < 0$ trên $\left[1;\sqrt{69120}\right)$ mà $240 < 241 < \sqrt{69120}$ nên $C(241) < C(240)$. Do đó $x = 240$ không làm tổng chi phí nhỏ nhất.

d) Đúng. Theo mô hình của đề, số lần đặt hàng bình quân trong một năm là $\frac{2880}{x}$ (lần).

Câu 6.

a) Sai. Tam giác MAB cân có $\widehat{AMB} = 60^\circ$ nên là tam giác đều, $AB = x$. Tam giác MBC vuông cân tại M nên $BC = x\sqrt{2}$. Tam giác MCA cân có $\widehat{CMA} = 120^\circ$ nên $AC^2 = x^2 + x^2 - 2x^2\cos 120^\circ = 3x^2$, tức là $AC = x\sqrt{3}$.

b) Đúng. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2 + 13} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$.

c) Sai. Ta có $AB^2 + BC^2 = x^2 + 2x^2 = 3x^2 = AC^2$ nên tam giác ABC vuông tại B. Ba cạnh x, $x\sqrt{2}$, $x\sqrt{3}$ đôi một khác nhau nên tam giác ABC không cân.

d) Đúng. Vì $MA = MB = MC$ và $IA = IB = IC$ nên MI vuông góc với (ABC) tại tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tam giác ABC vuông tại B nên H là trung điểm AC. Tam giác AMC cân tại M có MH là trung tuyến nên cũng là phân giác, suy ra $\widehat{AMI} = \widehat{AMH} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$.

Tam giác MAI vuông tại A (do MA là tiếp tuyến) nên $MI = \frac{IA}{\sin 60^\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6$, tức là M luôn nằm trên mặt cầu tâm I bán kính 6. Ngược lại, với mỗi điểm M thỏa mãn $MI = 6$, các tiếp tuyến từ M có độ dài $\sqrt{36 - 27} = 3$ và các tiếp điểm nằm trên đường tròn bán kính $\frac{3\sqrt{3}}{2}$; chọn A, C là hai đầu một đường kính và B trên đường tròn sao cho $AB = 3$ thì $AB = 3$, $BC = 3\sqrt{2}$, $AC = 3\sqrt{3}$, do đó

$\widehat{AMB}=60^\circ$, $\widehat{BMC}=90^\circ$, $\widehat{CMA}=120^\circ$. Ta có $OI=\sqrt{14}<6$ nên $OM\ge MI-OI=6-\sqrt{14}\approx 2,26$ (m), dấu bằng xảy ra khi M thuộc tia IO và $IM=6$. Vậy độ dài bé nhất của OM là $2,26$ m.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Đỉnh A có hoành độ 3 nên $-\dfrac{b}{2a}=3\Leftrightarrow b=-6a$, suy ra $A(3;-9a)$. Đường thẳng OA có phương trình $y=-3ax\Leftrightarrow 3ax+y=0$. Ta có

$BH=d(B,OA)=\dfrac{\dfrac{10}{3}}{\sqrt{9a^2+1}}=2\Leftrightarrow 9a^2+1=\dfrac{25}{9}\Leftrightarrow a^2=\dfrac{16}{81}$. Parabol có bề lõm quay xuống nên $a=-\dfrac{4}{9}$, suy ra $b=\dfrac{8}{3}$. Vậy $a+b=\dfrac{20}{9}\approx 2$. Đáp số: 2.

Câu 2. Gọi $A\left(x_1;2^{x_1}\right)$, $B\left(x_2;2^{x_2}\right)$. Gốc tọa độ O là trọng tâm tam giác ABC nên $x_1+x_2+0=0$ và $2^{x_1}+2^{x_2}-3=0$. Đặt $u=2^{x_1}>0$, khi đó $2^{x_2}=2^{-x_1}=\dfrac{1}{u}$ và $u+\dfrac{1}{u}=3$. Tổng bình phương các tung độ của A và B là $u^2+\dfrac{1}{u^2}=\left(u+\dfrac{1}{u}\right)^2-2=7$. Đáp số: 7.

Câu 3. Chọn hệ trục với $B(0;0)$, $C(6;0)$, $A(0;6)$, $D(6;6)$, khi đó $M(0;3)$, $N(6;3)$. Từ $ME=MF=6$ suy ra $E\left(3\sqrt{3};0\right)$, $F\left(3\sqrt{3};6\right)$, $\widehat{EMN}=\widehat{FMN}=30^\circ$ nên $\widehat{EMF}=60^\circ$. Diện tích mỗi hình quạt là $\dfrac{60}{360}\cdot\pi\cdot 6^2=6\pi$. Các đường thẳng MF, NH cắt nhau tại $P\left(3;3+\sqrt{3}\right)$ và ME, NG cắt nhau tại $Q\left(3;3-\sqrt{3}\right)$, nên hình thoi $MPNQ$ có hai đường chéo $MN=6$, $PQ=2\sqrt{3}$ và diện tích $6\sqrt{3}$. Diện tích tô đậm ở bước thứ nhất là $2\cdot 6\pi-2\cdot 6\sqrt{3}=12\left(\pi-\sqrt{3}\right)$. Hình vuông nội tiếp hình thoi có đỉnh $\left(3+s;3+s\right)$ nằm trên cạnh NP: $\dfrac{s}{3}+\dfrac{s}{\sqrt{3}}=1\Leftrightarrow s=\dfrac{3\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}$, nên cạnh hình vuông mới là $2s=3\left(\sqrt{3}-1\right)$. Tỉ số cạnh là $k=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$, tỉ số diện tích là $k^2=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$. Diện tích các phần tô đậm lập thành cấp số nhân lùi vô hạn có công bội k^2, nên

$\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\dfrac{12\left(\pi-\sqrt{3}\right)}{1-\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{24\left(\pi-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}}=8\sqrt{3}\left(\pi-\sqrt{3}\right)\approx 19,5$. Đáp số: 19,5.

Câu 4. Nửa đường tròn có đường kính $TO=8$ nên diện tích nửa hình tròn là $\dfrac{1}{2}\pi\cdot 4^2=8\pi\ \left(\text{m}^2\right)$. Ta có $f(0)=8$, $f(6)=4$, $f'(0)=0$, $f'(6)=0$. Từ $f(0)=8$, $f'(0)=0$ suy ra $d=8$, $c=0$. Từ

$f'(6)=108a+12b=0$ suy ra $b=-9a$; từ $f(6)=216a+36b+8=4$ suy ra $-108a=-4\Leftrightarrow a=\dfrac{1}{27}$, $b=-\dfrac{1}{3}$. Vậy $f(x)=\dfrac{x^3}{27}-\dfrac{x^2}{3}+8$. Diện tích phần dưới đường cong (C) là $\int_0^6\left(\dfrac{x^3}{27}-\dfrac{x^2}{3}+8\right)\mathrm{d}x=12-24+48=36\ \left(\mathrm{m}^2\right)$. Tổng diện tích hồ nước là $8\pi+36\approx 61\ \left(\mathrm{m}^2\right)$. Đáp số: 61.

Câu 5. Nhận xét: điểm $I(1;2;3)$ là trọng tâm tứ diện $OABC$ và $\overrightarrow{ID}=(-2;-4;-6)=2\overrightarrow{IO}$. Ta có $\overrightarrow{IO}=(-1;-2;-3)$, $\overrightarrow{IA}=(1;2;-3)$, $\overrightarrow{IB}=(-1;2;3)$, $\overrightarrow{IC}=(1;-2;3)$ nên $IO=IA=IB=IC=\sqrt{14}$, $ID=2\sqrt{14}$. Gọi $\vec{e}_A=\dfrac{\overrightarrow{IA}}{IA}$, $\vec{e}_B=\dfrac{\overrightarrow{IB}}{IB}$, $\vec{e}_C=\dfrac{\overrightarrow{IC}}{IC}$, $\vec{e}_D=\dfrac{\overrightarrow{ID}}{ID}=\dfrac{\overrightarrow{IO}}{IO}$. Vì I là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên $\overrightarrow{IO}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, chia hai vế cho $\sqrt{14}$ được $\vec{e}_A+\vec{e}_B+\vec{e}_C+\vec{e}_D=\vec{0}$. Ta có $MA=\left|\overrightarrow{MA}\right|\geq\overrightarrow{MA}\cdot\vec{e}_A=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)\cdot\vec{e}_A=\overrightarrow{MI}\cdot\vec{e}_A+IA$; tương tự cho MB, MC, MD. Cộng lại được $MA+MB+MC+MD\geq\overrightarrow{MI}\cdot\left(\vec{e}_A+\vec{e}_B+\vec{e}_C+\vec{e}_D\right)+IA+IB+IC+ID=IA+IB+IC+ID$. Dấu bằng ở hai bất đẳng thức ứng với MA, MB đòi hỏi M thuộc cả hai đường thẳng IA và IB; hai đường thẳng này chỉ cắt nhau tại I, nên giá trị nhỏ nhất đạt được duy nhất khi $M\equiv I$. Vậy $M(1;2;3)$ và $MO=\sqrt{1^2+2^2+3^2}=\sqrt{14}\approx 3{,}7$. Đáp số: 3,7.

Câu 6. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, H là hình chiếu của B lên SC. Vì $BD\perp AC$, $BD\perp SA$ nên $BD\perp(SAC)$, suy ra $BD\perp SC$. Kết hợp $BH\perp SC$ suy ra $SC\perp(BHD)$, do đó $DH\perp SC$ và góc nhị diện $[B,SC,D]$ bằng $\widehat{BHD}=120^\circ$. Hai tam giác SBC và SDC bằng nhau nên $HB=HD$, suy ra $HO\perp BD$ và $\widehat{BHO}=60^\circ$. Ta có $BO=3\sqrt{2}$ nên $BH=\dfrac{BO}{\sin 60^\circ}=2\sqrt{6}$. Vì $BC\perp(SAB)$ nên tam giác SBC vuông tại B có đường cao BH: $\dfrac{1}{BH^2}=\dfrac{1}{SB^2}+\dfrac{1}{BC^2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{24}=\dfrac{1}{SB^2}+\dfrac{1}{36}\Leftrightarrow SB^2=72$. Suy ra $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=\sqrt{72-36}=6$. Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot 36\cdot 6=72\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$. Đáp số: 72.

Câu 7. Ta có $\cos 3x+1=0\Leftrightarrow 3x=\pi+k2\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k2\pi}{3}$ $(k\in\mathbb{Z})$. Các nghiệm được biểu diễn bởi 3 điểm A, B, C chia đường tròn lượng giác thành 3 phần bằng nhau, nên tam giác ABC là tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính 1, có cạnh bằng $\sqrt{3}$. Diện tích tam giác ABC là $\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\approx 1{,}3$. Đáp số: 1,3.

Câu 8. Mỗi lần nhấn có 2 cách nên $n(\Omega)=2^6=64$. Kí hiệu nhấn tiến kênh là $+$, lùi kênh là $-$. Để quay lại kênh 50 lần đầu tiên ở lần nhấn thứ 6 thì có 3 lần $+$, 3 lần $-$, và sau các lần nhấn thứ 2, thứ 4 tivi không ở kênh 50. Nếu lần đầu là $+$ thì kênh luôn lớn hơn 50 trước lần thứ 6, có các dãy

$+++---$ và $++-+--$. Tương tự nếu lần đầu là $-$ có các dãy $---+++$ và $--+-++$. Vậy có 4 kết quả thuận lợi, xác suất là $\frac{4}{64}=\frac{1}{16}$. Suy ra $a=1$, $b=16$ và $T=a+b=17$. Đáp số: 17.

Câu 9. Gọi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ là hai lực hợp góc 100°, $\vec{F}_3$ là lực thứ ba. Ta có $\left|\vec{F}_1+\vec{F}_2\right|^2=25^2+12^2+2\cdot25\cdot12\cos100^\circ=769+600\cos100^\circ$. Vì $\vec{F}_3$ vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ nên $\vec{F}_3\perp\left(\vec{F}_1+\vec{F}_2\right)$. Do đó độ lớn hợp lực là $\sqrt{769+600\cos100^\circ+16}=\sqrt{785+600\cos100^\circ}\approx26{,}1$ (N). Đáp số: 26,1.

Câu 10. Lượng thuốc trong máu ở từng ngày lập thành cấp số nhân có $u_1=50$, công bội $q=\frac{1}{2}$. Tổng lượng thuốc trong máu của bệnh nhân sau 10 ngày dùng thuốc liên tiếp là tổng 10 số hạng đầu: $S_{10}=\frac{50\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right)}{1-\frac{1}{2}}=100\left(1-\frac{1}{1024}\right)=\frac{25575}{256}\approx99{,}9$ (mg). Đáp số: 99,9.

Câu 11. Lợi nhuận là $L(x)=F(x)-xG(x)=-2x^2+1312x-\left(x^3-77x^2+1000x+40000\right)=-x^3+75x^2+312x-40000$ (nghìn đồng), với $1\le x\le300$. Ta có $L'(x)=-3x^2+150x+312$;
$L'(x)=0\Leftrightarrow x^2-50x-104=0\Leftrightarrow x=52$ (nhận) hoặc $x=-2$ (loại). Vì $L'(x)>0$ trên $[1;52)$ và $L'(x)<0$ trên $(52;300]$ nên lợi nhuận lớn nhất là $L(52)=-140608+202800+16224-40000=38416$ (nghìn đồng), tức là khoảng 38 triệu đồng. Đáp số: 38.

Câu 12. Nếu hàng trước có 2 người lớn thì 3 trẻ em ở hàng sau không có người lớn; nếu hàng trước có 2 trẻ em thì hàng trước không có người lớn. Do đó hàng trước gồm 1 người lớn và 1 trẻ em, hàng sau gồm 1 người lớn và 2 trẻ em. Chọn người lớn ngồi hàng trước có 2 cách, chọn trẻ em ngồi hàng trước có 3 cách, xếp chỗ hàng trước có $2!$ cách và hàng sau có $3!$ cách. Số cách là $2\cdot3\cdot2!\cdot3!=72$. Đáp số: 72.

---------- HẾT ----------