

Chương

II

DÃY SỐ - CẤP SỐ CÔNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 5.

DÃY SỐ

A. LÝ THUYẾT

1. ĐỊNH NGHĨA. Một hàm số u xác định trên tập $\mathbb{N}^*$ được gọi là dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số):

$$u: \mathbb{N}^* \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$n \longmapsto u(n)$$

- Mỗi giá trị của hàm số u được gọi là một số hạng của dãy số,
 - ✧ $u(1)$ được gọi là số hạng thứ nhất (hay số hạng đầu).
 - ✧ $u(2)$ được gọi là số hạng thứ hai...
- Người ta thường kí hiệu các giá trị $u(1), u(2) \dots$ tương ứng bởi $u_1, u_2, \dots$
- Ta thường kí hiệu dãy số $u = u(n)$ bởi (u_n) và gọi u_n là số hạng tổng quát của dãy số đó.
- Ta cũng thường viết dãy số (u_n) dưới dạng khai triển: $u_1, u_2, \dots, u_n$.

Ví dụ 1. Xác định số hạng đầu và số hạng tổng quát của mỗi dãy số sau:

a). Dãy số (u_n) các số tự nhiên lẻ:

b). Dãy số (v_n) các số nguyên dương chia hết cho 5: 5, 10, 15, 20, ...

Lời giải

Chú ý:

- ✧ Người ta cũng gọi một hàm số u xác định trên tập hợp gồm m số nguyên dương đầu tiên (m tùy ý thuộc $\mathbb{N}^*$) là một dãy số.
- ✧ Rõ ràng, dãy số trong trường hợp này chỉ có hữu hạn số hạng (m số hạng: $u_1, u_2, \dots, u_m$).
- ✧ Vì thế, người ta còn gọi nó là dãy số hữu hạn, u_1 gọi là số hạng đầu và u_m là số hạng cuối.

Ví dụ 2. Xét dãy số hữu hạn gồm các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 20, sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn.

a). Liệt kê tất cả các số hạng của dãy số hữu hạn này.

b). Tìm số hạng đầu và số hạng cuối của dãy số đó.

Lời giải

Ví dụ 3. Hãy viết ba số hạng đầu của dãy số (u_n) cho bởi

a). $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1}$.

b). $u_n = \frac{n + (-1)^n}{2n + 1}$.

c). $u_n = n + \cos^2 n$.

d). $u_n = \frac{(n+1)!}{2^n}$.

Lời giải

Ví dụ 4. Hãy viết bốn số hạng đầu của dãy số (u_n) cho bởi

a). $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$ b). $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2}{u_n^2 + 1} \end{cases}$ c). $\begin{cases} u_1 = 15, u_2 = 9 \\ u_{n+2} = u_n - u_{n+1} \end{cases}$ d). $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = -2 \\ u_{n+2} = u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$

Lời giải

2. CÁCH CHO MỘT DÃY SỐ.

Có 3 cách thông dụng

➤ **Cách 1.** Cho bằng công thức tổng quát u_n .

Ví dụ 5. Cho dãy số (u_n) có $u_n = n + \cos^2 n$ hoặc $u_n = 2n^2 - 3n + 2$.

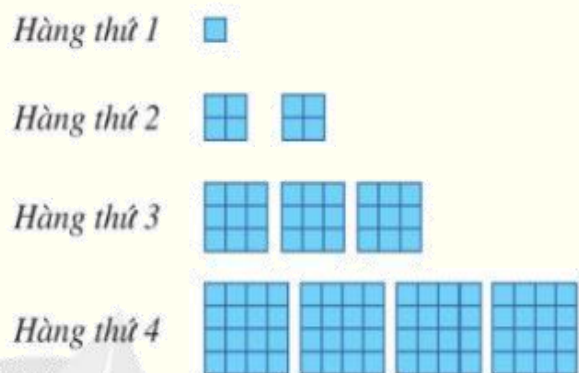
Ví dụ 6. Cho dãy số (u_n) có năm số hạng đầu tiên lần lượt là: $-1; 1; -1; 1; -1$.
Hãy dự đoán công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Lời giải

Ví dụ 7. Gọi u_n là tổng diện tích các hình vuông có ở hàng thứ n trong Hình 1 (mỗi ô vuông nhỏ là 1 đơn vị diện tích).

a). Tính u_1, u_2, u_3, u_4 .

b). Dự đoán công thức tính số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .



Lời giải

Ví dụ 8. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$, số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số?

Lời giải

Ví dụ 9. Năm 2020, số dân của một thành phố trực thuộc tỉnh là khoảng 500 nghìn người. Người ta ước tính rằng số dân của thành phố đó sẽ tăng trưởng với tốc độ khoảng 2% mỗi năm. Khi đó số dân P_n (nghìn người) của thành phố đó sau n năm; kể từ năm 2020, được tính bằng công thức $P_n = 500(1+0,02)^n$. Hỏi nếu tăng trưởng theo quy luật như vậy thì vào năm 2030, số dân của thành phố đó là khoảng bao nhiêu nghìn người ?

Lời giải

Ví dụ 10. Nếu tỉ lệ lạm phát là 3,5% mỗi năm và giá trung bình của một căn hộ chung cư mới tại thời điểm hiện tại là 2,5 tỉ đồng thì giá trung bình của một căn hộ chung cư mới sau n năm nữa được cho bởi công thức $A_n = 2,5.(1,035)^n$ (tỉ đồng). Tính giá trung bình của một căn hộ chung cư mới sau 5 năm nữa.

Lời giải

Ví dụ 11. Bác An gửi tiết kiệm 200 triệu đồng kì hạn 3 tháng, với lãi suất 3% một năm. Số tiền (triệu đồng) cả vốn lẫn lãi mà bác An nhận được sau n quý (mỗi quý là 3 tháng) sẽ là $A_n = 200\left(1 + \frac{0,03}{4}\right)^n$, $n = 0, 1, 2, \dots$

- a). Viết ba số hạng đầu của dãy số.
- b). Tìm số tiền bác An nhận được sau 2 năm.

Lời giải

Ví dụ 12. Giá của một máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị sử dụng của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó. Tính giá trị còn lại của chiếc máy photocopy đó sau mỗi năm, trong khoảng thời gian 5 năm kể từ khi mua.

Lời giải

➤ **Cách 2:** Cho dãy số bởi hệ thức truy hồi (hay quy nạp): $\begin{cases} u_1 = \dots \\ u_{n+1} = \text{theo } u_n \end{cases}$

- ✧ Cho số hạng thứ nhất u_1 (hoặc một vài số hạng đầu).
- ✧ Với $n \geq 2$ cho một công thức tính (u_n) nếu biết u_{n-1} (hoặc vài số hạng đứng ngay trước nó).

📖 Ví dụ 13. Cho dãy số (u_n) xác định bằng hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (n+1) \end{cases}$

a). Mỗi số hạng của dãy số này gọi là một số tam giác. Viết bảy số tam giác đầu.

b). Biết rằng $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. Hãy chứng tỏ công thức của số hạng tổng quát là $u_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

c). Chứng minh rằng $u_{n+1} + u_n = (n+1)^2$, tức là tổng của hai số tam giác liên tiếp là một số chính phương.

Lời giải

📖 Ví dụ 14. Bác Hưng để 10 triệu đồng trong tài khoản ngân hàng. Vào cuối mỗi năm, ngân hàng trả lãi 3% vào tài khoản của bác ấy, nhưng sau đó sẽ tính phí duy trì tài khoản hằng năm là 120 nghìn đồng.

a). Gọi A_0 là số tiền bác Hưng đã gửi. Viết công thức tính lần lượt A_1, A_2, A_3 .
 Từ đó dự đoán hệ thức truy hồi cho số dư A_n (tính theo đơn vị đồng) trong tài khoản của bác Hưng vào cuối năm thứ n .

b). Tìm số dư trong tài khoản của bác Hưng sau 4 năm.

Lời giải

[illegible]

📖 Ví dụ 15. Một công ty dược phẩm đang thử nghiệm một loại thuốc mới. Một thí nghiệm bắt đầu với $1,0 \cdot 10^9$ vi khuẩn. Một liều thuốc được sử dụng sau mỗi bốn giờ có thể tiêu diệt $4,0 \cdot 10^8$ vi khuẩn. Giữa các liều thuốc, số lượng vi khuẩn tăng lên 25%.

- a).** Viết hệ thức truy hồi cho số lượng vi khuẩn sống trước mỗi lần sử dụng thuốc.
b). Tìm số vi khuẩn còn sống trước lần sử dụng thuốc thứ năm.

Lời giải

[illegible]

📖 Ví dụ 16. Một người sử dụng xe có giá trị ban đầu là 80 triệu. Sau mỗi năm, giá trị xe giảm 10% so với năm trước đó. Hỏi sau 5 năm thì giá trị của xe còn lại bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Ví dụ 17. Vi khuẩn E. Coli sinh sản thông qua một quá trình gọi là quá trình phân đôi. Vi khuẩn E. Coli phân chia làm đôi cứ sau 20 phút. Giả sử tốc độ phân chia này được duy trì trong 12 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Hỏi sau 12 giờ sẽ có bao nhiêu vi khuẩn E. Coli trong cơ thể? Giả sử có một nguồn dinh dưỡng vô hạn để vi khuẩn E. Coli duy trì tốc độ phân chia như cũ trong 48 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Hỏi sau 48 giờ sẽ có bao nhiêu vi khuẩn E. Coli trong cơ thể?

Lời giải

3. Dãy số tăng, dãy số giảm.

- ✦ Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng $\Leftrightarrow \boxed{u_{n+1} > u_n}$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$ và $(u_n > 0)$.
- ✦ Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm $\Leftrightarrow \boxed{u_{n+1} < u_n}$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$ và $(u_n > 0)$.

○ **Chú ý.**

- ✦ Xét hiệu $\boxed{u_{n+1} - u_n > 0}$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$ khi chưa biết dãy (u_n) dương hay âm.
(thông thường để giải các dãy số có dạng đa thức, phân thức...)
- ✦ Xét tỉ số $\boxed{\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1}$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$ khi biết $(u_n > 0)$.
(để giải các dãy số có dạng $a^n \dots$)

Ví dụ 18. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) , với $u_n = -2n + 5$.

Lời giải

Ví dụ 19. Xét tính tăng giảm của mỗi dãy số sau:

a). $u_n = n^2 + n + 1$;

b). $u_n = \frac{2n+5}{n+2}$;

c). $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n^2+1}$.

Lời giải

Ví dụ 20. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau:

a). $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$;

b). $u_n = \frac{n + (-1)^n}{n^2}$;

c). $u_n = \frac{3^n - 1}{2^n}$.

Lời giải

3). Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3^n}{2^{n+1}}$

Trang 8

Ví dụ 23. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-1}{n}$.

Lời giải

Ví dụ 24. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$.

Lời giải

Ví dụ 25. Chứng minh rằng dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{n^2+1}{2n^2-3}$ là một dãy số bị chặn.

Lời giải.

Ví dụ 26. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát

$$u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$$

Lời giải

[illegible]

.....

.....

.....



 **Bài tập 2.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sin \left[(2n-1)\frac{\pi}{4} \right]$.

- a).** Viết bốn số hạng đầu của dãy số.
b). Chứng minh rằng $u_{n+4} = u_n$ với mọi $n \geq 1$.
c). Tính tổng 12 số hạng đầu của dãy số.

Lời giải

[illegible]

 **Bài tập 3.** Tìm 5 số hạng đầu và tìm công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của các dãy số sau:

- a).** $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ **b).** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n. \end{cases}$

Lời giải.

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains 10 rows of these lines, providing a guide for letter height and placement. The margins are consistent on all sides, and the overall layout is clean and uncluttered.

Bài tập 4. Dãy số (u_n) được xác định bằng công thức: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} \quad \forall n \geq 1.$

a). Tìm công thức của số hạng tổng quát.

b). Tính số hạng thứ 100 của dãy số.

Lời giải.

Bài tập 5. Hãy viết bốn số hạng đầu của dãy số (u_n) , dự đoán công thức số hạng tổng quát u_n và chứng minh công thức đó bằng qui nạp

a). $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}.$

b). $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} \end{cases}.$

c). $\begin{cases} u_1 = \frac{5}{4} \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2} \end{cases}.$

Lời giải



.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

c). $a_k = \frac{1}{4k^2 - 1}$

[illegible]

3. Bài tập rèn luyện.

 **Bài 1.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 2$ và $u_{n+1} = 5u_n$ với mọi $n \geq 1$.

- a).** Hãy tính u_2, u_4 và u_6 .
- b).** Chứng minh rằng $u_n = 2 \cdot 5^{n-1}$ với mọi $n \geq 1$.

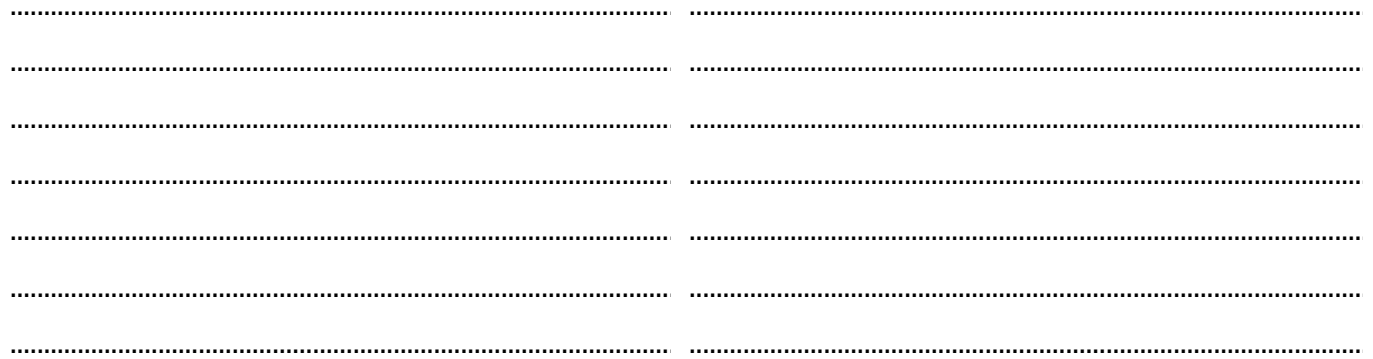
Lời giải.

[illegible]

Bài 2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + 7$ với mọi $n \geq 1$

- a).** Hãy tính u_2, u_4 và u_6 .
- b).** Chứng minh rằng: $u_n = 7n - 6$ (1) với mọi $n \geq 1$.

Lời giải.

[illegible][illegible]

Bài 5. Cho tổng $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$

a). Tính S_1, S_2, S_3 .

b). Dự đoán công thức tính tổng S_n và chứng minh bằng quy nạp.

Lời giải.

Bài 6. Tìm 5 số hạng đầu và tìm công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của các dãy số sau :

a).
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

b).
$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases} \text{ với } n \geq 1, n \in \mathbb{N}$$

Lời giải.

[illegible]

b). Chứng minh rằng: $u_n = u_{n+3}$ với mọi $n \geq 1$.

[illegible]

b). Dựa vào kết quả câu a) , hãy cho dãy số (u_n) bởi hệ thức truy hồi.

[illegible]

Bài 9. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 11 \\ u_{n+1} = 10u_n + 1 - 9n, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát u_n .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$.

B. $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$.

D. $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 2. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 3. Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 0$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-1; 2; 5$.

B. $1; 4; 7$.

C. $4; 7; 10$.

D. $-1; 3; 7$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

A. $u_5 = \frac{1}{4}$.

B. $u_5 = \frac{17}{12}$.

C. $u_5 = \frac{7}{4}$.

D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Lời giải.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 2n$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_1 = -2$.

B. $u_2 = 4$.

C. $u_3 = -6$.

D. $u_4 = -8$.

Lời giải.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3 .

A. $u_3 = \frac{8}{3}$.

B. $u_3 = 2$.

C. $u_3 = -2$.

D. $u_3 = -\frac{8}{3}$.

Lời giải.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

A. $u_4 = \frac{5}{9}$.

B. $u_4 = 1$.

C. $u_4 = \frac{2}{3}$.

D. $u_4 = \frac{14}{27}$.

Lời giải.

Câu 8. Cho dãy (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_2 = \frac{5}{2}$.

B. $u_3 = \frac{15}{4}$.

C. $u_4 = \frac{31}{8}$.

D. $u_5 = \frac{63}{16}$.

Lời giải.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 8. B. 6. C. 9. D. 10.

Lời giải.

Câu 11. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A. $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. B. $u_{n+1} = 2^n + 1$.
C. $u_{n+1} = 2(n+1)$. D. $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Lời giải.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .

- A. $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$. B. $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. C. $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$. D. $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$.

Lời giải.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$. B. $u_{n-1} = 5^n$. C. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. D. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải.

Câu 14. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$. B. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$. C. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. D. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Lời giải.

Câu 15. Dãy số có các số hạng cho bởi: $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$. có số hạng tổng quát là công thức nào dưới đây?

- A. $u_n = \frac{n+1}{n}$. B. $u_n = \frac{n}{n+1}$. C. $u_n = \frac{n-1}{n}$. D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.

Lời giải.

Câu 16. Dãy số có các số hạng cho bởi: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. có số hạng tổng quát là công thức nào dưới đây?

A. $u_n = 1$.

B. $u_n = -1$.

C. $u_n = (-1)^n$.

D. $u_n = (-1)^{n+1}$.

Lời giải.

Câu 17. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là công thức nào dưới đây?

A. $u_n = -2n$.

B. $u_n = n - 2$.

C. $u_n = -2(n+1)$.

D. $u_n = 2n - 4$.

Lời giải.

Câu 18. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = n^{n-1}$.

B. $u_n = 2^n$.

C. $u_n = 2^{n+1}$.

D. $u_n = 2$.

Lời giải.

Câu 19. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$.

B. $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$.

C. $u_n = \frac{1}{2} - 2n$.

D. $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Lời giải.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$.

B. $u_n = 2 + n^2$.

C. $u_n = 2 + (n+1)^2$.

D. $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Lời giải.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

B. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$.

D. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Lời giải.

Câu 22. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{-n+1}{n}$.

B. $u_n = \frac{n+1}{n}$.

C. $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

D. $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Lời giải.

Câu 23. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$.

B. $u_n = 1 - n$.

C. $u_n = 1 + (-1)^{2n}$.

D. $u_n = n$.

Lời giải.

Câu 24. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 2(3^n)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Công thức truy hồi của dãy số đó là:

A. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 6u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$

Lời giải.

Câu 25. Cho dãy số (a_n) , được xác định $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n, n \geq 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{93}{16}$. **B.** $a_{10} = \frac{3}{512}$. **C.** $a_{n+1} + a_n = \frac{9}{2^n}$. **D.** $a_n = \frac{3}{2^n}$.

Lời giải.

Dạng 2. Tính tăng giảm của dãy số.

1. Phương Pháp.

Cách 1: Khi chưa biết dãy số (u_n) dương hay âm thì ta xét dấu của biểu thức $u_{n+1} - u_n$.

➤ Nếu $u_{n+1} - u_n > 0$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số tăng;

➤ Nếu $u_{n+1} - u_n < 0$ thì (u_n) là dãy số giảm.

☞ **Dấu hiệu nhận biết:** thường hàm đa thức, phân thức hữu tỉ.

Cách 2: Khi $\forall n \in \mathbb{N}^*$ và $(u_n > 0)$ thì có thể so sánh $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ với 1.

➤ Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ thì (u_n) là dãy số tăng;

➤ Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ thì (u_n) là dãy số giảm.

☞ **Dấu hiệu nhận xét:** thường hàm căn thức, hàm mũ.

Cách 3: Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = \dots \\ u_{n+1} = \text{theo } u_n \end{cases}$ thì ta có thể sử dụng phương pháp chứng minh quy nạp để chứng minh $u_{n+1} > u_n$ (hoặc $u_{n+1} < u_n$)

☞ **Chú ý:**

➤ Nếu $\exists k \in \mathbb{N}^* : u_{n+1} > u_k$ thì dãy số (u_n) không giảm.

➤ Nếu $\exists k \in \mathbb{N}^* : u_{n+1} < u_k$ thì dãy số (u_n) không tăng.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 8. Xét tính tăng giảm của các dãy số (u_n) sau:

1). Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$.

2). Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3n^2 - 2n + 1}{n + 1}$

3). Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 + 1}$

4). Dãy số (u_n) với $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$

5). Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - 1}{n}$

Lời giải.

[illegible]

Trang 26

This image shows a full page of blank, white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, typical of notebook or legal stationery. There are no margins, text, or other markings on the page.

 **Bài tập 11.** Xét tính tăng giảm của các dãy số (u_n) được cho bởi hệ thức truy hồi sau:

a).
$$\begin{cases} u_2 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}, \forall n \in N^* \end{cases}$$

$$\text{b). } \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{3+u_n} \end{cases}$$

Lời giải.

[illegible]

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains ten rows of lines, and the right column also contains ten rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains ten rows of these lines, providing a guide for letter height and placement. The lines are evenly spaced and extend across the width of each respective column.

Bài tập 14. Cho dãy số (u_n) định bởi: $u_n = \frac{a.n^4 + 2}{2n^4 + 5}; n \in N^*$. Định a để dãy số (u_n) tăng.

Lời giải.

3. Bài tập rèn luyện.

Bài 10. Xét tính tăng, giảm của các dãy số (u_n) cho bởi

a). $u_n = \frac{n^2 + n + 1}{n^2 + 1}$.

b). $u_n = \frac{4^n - 1}{4^n + 5}$.

c). $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n + 3} \end{cases}$.

d). $\begin{cases} u_1 = \sqrt{6} \\ u_{n+1} = \sqrt{6 + u_n} \end{cases}$.

Lời giải

This image shows a full page of blank white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a template for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the paper.[illegible]

b). $u_n = \frac{\sqrt{n+11}}{n}$.

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains ten rows of these lines, providing a guide for letter height and placement. The lines are evenly spaced and extend across the width of each respective column.

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 26. Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

- A.** $1; 1; 1; 1; 1; 1; \dots$ **B.** $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$
C. $1; 3; 5; 7; 9; \dots$ **D.** $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 27. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A.** $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$. **D.** $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 28. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A.** $u_n = \frac{2}{3^n}$. **B.** $u_n = \frac{3}{n}$. **C.** $u_n = 2^n$. **D.** $u_n = (-2)^n$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 29. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.** $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = \sqrt{n+2}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 30. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.** $u_n = \sin n$. **B.** $u_n = \frac{n^2+1}{n}$. **C.** $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$. **D.** $u_n = (-1)^n \cdot (2^n + 1)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số $u_n = \frac{1}{n} - 2$ là dãy tăng.

B. Dãy số $u_n = (-1)^n (2^n + 1)$ là dãy giảm.

C. Dãy số $u_n = \frac{n-1}{n+1}$ là dãy giảm.

D. Dãy số $u_n = 2n + \cos \frac{1}{n}$ là dãy tăng.

Lời giải.

Câu 32. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Dãy số $u_n = \frac{1-n}{\sqrt{n}}$ là dãy giảm.

B. Dãy số $u_n = 2n^2 - 5$ là dãy tăng.

C. Dãy số $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ là dãy giảm.

D. Dãy số $u_n = n + \sin^2 n$ là dãy tăng.

Lời giải.

Dạng 3. Dãy số bị chặn.

1. Phương pháp.

① Nếu $u_n = \sum_{k=1}^n a_k$ thì:

➤ Thu gọn u_n , dựa vào biểu thức thu gọn để chặn u_n .

➤ Ta cũng có thể chặn tổng $\sum_{k=1}^n a_k$ bằng một tổng mà ta có thể biết được chặn trên, chặn dưới của nó.

② Nếu dãy số (u_n) cho bởi một hệ thức truy hồi thì:

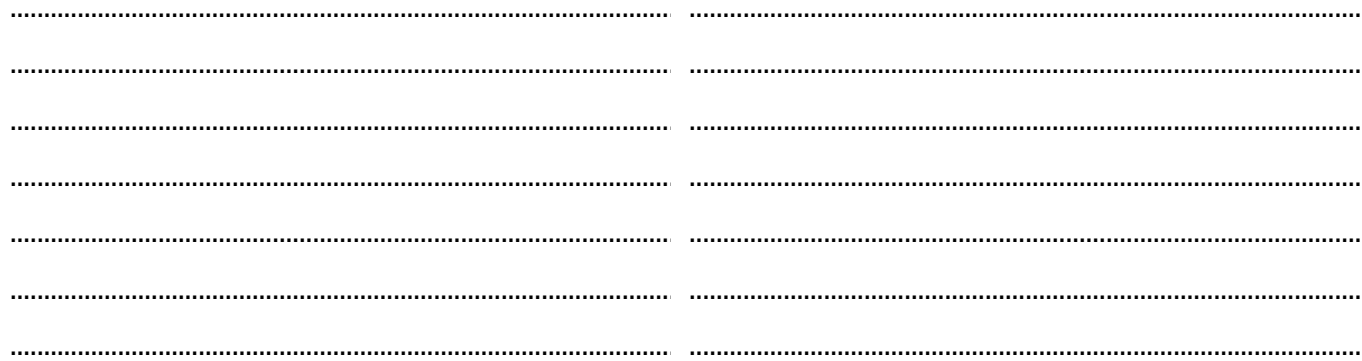
➤ Dự đoán chặn trên, chặn dưới rồi chứng minh bằng phương pháp chứng minh quy nạp.

➤ Ta cũng có thể xét tính đơn điệu (nếu có) sau đó giải bất phương trình $u_{n+1} - u_n$ dựa vào đó chặn (u_n) .

2. Bài tập minh họa.

[illegible][illegible]

- Lời giải.**



This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains ten rows of these lines, providing a guide for letter height and placement. The margins are consistent on all sides, and there are no other markings or text on the page.

[illegible]

[illegible]

- [illegible]



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 22. Cho $a > 2$. Xét dãy (U_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = a^2 \\ u_{n+1} = (u_n - a)^2 \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$. Xét tính đơn điệu của dãy (U_n)

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 33. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 34. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn trên?

A. $u_n = n^2$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = \sqrt{n+1}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 35. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

A. 0. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. Không bị chặn trên.

Lời giải.

.....

.....

Câu 36. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sin n - \cos n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

A. 0.

B. -1.

C. $-\sqrt{2}$.

D. Không bị chặn dưới.

Lời giải.

Câu 37. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sqrt{3}\cos n - \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số m và M nào dưới đây?

A. $m = -2$; $M = 2$.

B. $m = -\frac{1}{2}$; $M = \sqrt{3} + 1$.

C. $m = -\sqrt{3} + 1$; $M = \sqrt{3} - 1$.

D. $m = -\frac{1}{2}$; $M = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Câu 38. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 5^{2n+5}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. Dãy số (u_n) bị chặn.

D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải.

Câu 39. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}$, $\forall n = 1; 2; 3 \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. Dãy số (u_n) bị chặn.

D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải.

Câu 40. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2; 3; 4; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
- B.** Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
- C.** Dãy số (u_n) bị chặn.
- D.** Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải.

Câu 41. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

- A.** $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$.
- B.** $u_n = n + \frac{1}{n}$.
- C.** $u_n = 2^n + 1$.
- D.** $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Lời giải.

Câu 42. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = \frac{1}{2^n}$.
- B.** $u_n = 3^n$.
- C.** $u_n = \sqrt{n+1}$.
- D.** $u_n = n^2$.

Lời giải.

Câu 43. Cho dãy số (u_n) , xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{6+u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\sqrt{6} \leq u_n < \frac{5}{2}$.
- B.** $\sqrt{6} \leq u_n < 3$.
- C.** $\sqrt{6} \leq u_n < 2$.
- D.** $\sqrt{6} \leq u_n \leq 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Câu 44. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \sin \frac{\pi}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Số hạng thứ $n+1$ của dãy là $u_{n+1} = \sin \frac{\pi}{n+1}$.
- B.** Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.
- C.** Dãy số (u_n) là một dãy số tăng.
- D.** Dãy số (u_n) không tăng không giảm.

Lời giải.

Câu 45. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = (-1)^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số (u_n) là dãy số tăng.
- B.** Dãy số (u_n) là dãy số giảm.
- C.** Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.
- D.** Dãy số (u_n) là dãy số không bị chặn.

Lời giải.

Ôn tập bài 1

Bài 12. Xét tính bị chặn trên, bị chặn dưới, bị chặn của các dãy số (u_n) cho bởi

a). $u_n = \frac{2n+3}{n+2}$.

b). $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$.

c). $u_n = n^2 + 4$.

d). $u_n = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + n + 1}$.

e). $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 2n + n}}$.

f). $u_n = (-1)^n \cos \frac{\pi}{2n}$.

Lời giải

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains ten rows of lines, providing a guide for letter height and placement. The lines are evenly spaced and extend across the width of each respective column.

a). $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}.$ **b).** $u_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}.$

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. Each column contains 10 rows of lines, providing a structured space for students to practice letter formation and alignment. The lines are evenly spaced and extend across the width of each respective column.

Dạng 4. Vận dụng dãy số vào giải quyết một số bài toán thực tiễn

1. Phương pháp.

- Đọc kỹ đề và tính vài số hạng đầu của dãy số (chẳng hạn tính $u_1, u_2, \dots, u_m$),
- Từ đó dự đoán công thức tính (u_n) theo n

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 23. Anh Thanh vừa được tuyển dụng vào một công ty công nghệ, được cam kết lương năm đầu sẽ là 200 triệu đồng và lương mỗi năm tiếp theo sẽ được tăng thêm 25 triệu đồng. Gọi s_n (triệu đồng) là lương vào năm thứ n mà anh Thanh làm việc cho công ty đó. Tính lương (triệu đồng) của anh Thanh vào năm thứ 5 làm việc cho công ty.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 24. Một cửa hàng kinh doanh, ban đầu bán mặt hàng A với giá 100 (đơn vị nghìn đồng). Sau đó, cửa hàng tăng giá mặt hàng A lên 10%. Nhưng sau một thời gian, cửa hàng lại tiếp tục tăng giá mặt hàng lên 10%. Hỏi giá (đơn vị nghìn đồng) của mặt hàng A sau hai lần tăng giá là bao nhiêu?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 25. Anh Hùng vừa được tuyển dụng vào một công ty, được cam kết lương năm đầu sẽ là 150 triệu đồng và lương mỗi năm tiếp theo sẽ được tăng thêm 18 triệu đồng. Gọi T_n (triệu đồng) là lương năm thứ n mà anh Hùng làm việc cho công ty đó. Khi đó ta có: $T_1 = 150$, $T_n = T_{n-1} + 18$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$. Tính lương của anh Hùng vào năm thứ 3 làm việc cho công ty.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 26. Ông Hùng gửi tiết kiệm 200 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6% một năm theo hình thức tính lãi kép. Số tiền (triệu đồng) của ông Hùng thu được sau n tháng được cho bởi công thức $T_n = 200 \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^n$. Số tiền ông Hùng nhận được sau 1 năm bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài tập 27. John đang có số dư 3000 đô trên thẻ Discover, với lãi suất 1% mỗi tháng áp dụng trên số dư chưa thanh toán. Mỗi tháng John có thể trả 100 đô cho số dư. Số dư sau mỗi tháng, ngay sau khi thanh toán 100 đô, được cho bởi dãy truy hồi $\begin{cases} B_0 = 3000 \\ B_n = 1,01B_{n-1} - 100 \end{cases}$. Hãy xác định số dư của John sau lần thanh toán đầu tiên B_1 .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài tập 28. Một ao hiện có 2000 con cá hồi. Mỗi tháng, một trại giống thả thêm 20 con cá hồi, và biết rằng quần thể cá hồi tăng trưởng 3% mỗi tháng. Kích thước quần thể sau n tháng được cho bởi dãy truy hồi $\begin{cases} p_0 = 2000 \\ p_n = 1,03p_{n-1} + 20 \end{cases}$. Hỏi sau hai tháng, ao có bao nhiêu con cá hồi? (Tức là tìm p_2 .)

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 29. Cơ quan Bảo vệ Môi trường Hoa Kỳ (EPA) xác định rằng hồ Maple chứa 250 tấn chất ô nhiễm do chất thải công nghiệp, và 10% lượng chất ô nhiễm này bị trung hòa nhờ quá trình oxy hóa dưới ánh sáng mặt trời mỗi năm. EPA ban hành các quy định kiểm soát ô nhiễm mới, theo đó mỗi năm có thêm 15 tấn chất ô nhiễm xâm nhập vào hồ. Lượng chất ô nhiễm trong hồ sau n năm được cho bởi dãy truy hồi $\begin{cases} p_0 = 250 \\ p_n = 0,9p_{n-1} + 15 \end{cases}$. Xác định lượng chất ô nhiễm trong hồ sau 2 năm, tức là tìm p_2 .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 30. Qui luật sinh sản của một đôi thỏ, được tuân thủ theo dãy số Fibonacci có hệ thức truy hồi là:
$$\begin{cases} F_1 = 1, F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \end{cases}, n \geq 3, F_n \text{ là số lượng đôi thỏ được sinh ra ở tháng thứ } n.$$
 Một người nông dân A, nuôi một đôi thỏ (gồm 1 thỏ đực và 1 thỏ cái) trong một chuồng. Hỏi sau một năm người nông dân A đó sẽ thu được bao nhiêu con thỏ (giả sử thỏ con không chết trong 1 năm)?

Lời giải

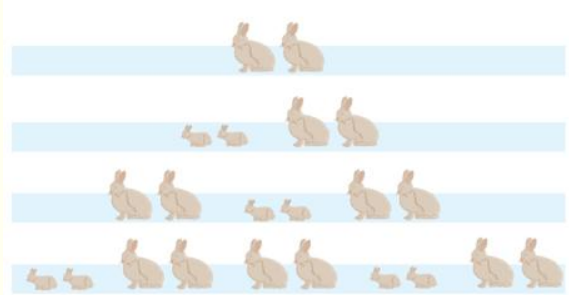
.....

.....

.....

.....

Bài tập 31. Một quần thể thỏ bắt đầu với một cặp thỏ trưởng thành, và mỗi tháng cặp thỏ trưởng thành sẽ sinh ra một cặp con (một đực, một cái). Giả sử mọi con thỏ con cần 2 tháng để trưởng thành và sau đó (tức từ tháng thứ 3 trở đi) mỗi tháng lại sinh thêm một cặp con. Nếu không có con thỏ nào chết, hỏi sau 7 tháng sẽ có bao nhiêu cặp thỏ trưởng thành?



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 32. Định luật Moore: "Số lượng transistor trên mỗi đơn vị inch vuông của chip máy tính sẽ tăng lên gấp đôi sau mỗi 24 tháng." (một inch vuông xấp xỉ $6,45 \text{ cm}^2$). Biết năm 2000 số lượng transistor trên mỗi inch vuông là khoảng 10 triệu. Ước lượng số lượng transistor trên mỗi inch vuông vào năm 2010 khoảng bao nhiêu triệu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

.....

.....

.....

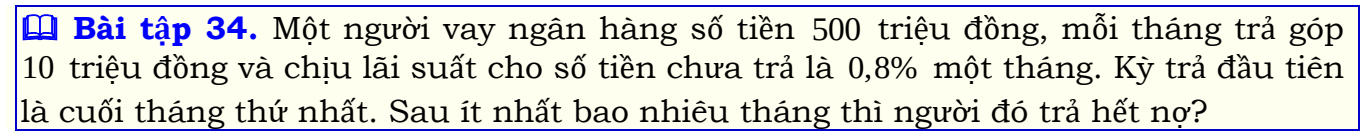
.....

.....

.....

Bài tập 33. Năm 2020, một hãng xe máy niêm yết giá bán xe X là 42 triệu đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo mỗi năm giảm 2% giá bán so với năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe máy niêm yết giá bán xe X là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến đơn vị)?

Lời giải

[illegible]

Lời giải

[illegible]

SBÀI 6.

CẤP SỐ CỘNG

A. LÝ THUYẾT

1. ĐỊNH NGHĨA: Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hay hữu hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó và một số d không đổi, nghĩa là:

$$(u_n) \text{ là cấp số cộng } \Leftrightarrow \forall n \geq 1, u_{n+1} = u_n + d$$

✦ Số d được gọi là công sai của cấp số cộng.

Ví dụ 1. Tìm cấp số cộng trong các dãy số sau:

a). $1; -3; -7; -11; -15$.

b). $1; -3; -6; -9; -12$.

c). $1; -2; -4; -6; -8$.

Lời giải.

Ví dụ 2. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Tìm u_2 .

Lời giải.

Ví dụ 3. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy nào là cấp số cộng

a). $u_n = 2n - 1$.

b). $u_n = (-1)^n + 2n$.

c). $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 1 - u_n \end{cases}$ với $n \geq 1$.

Lời giải.

2. CÁC ĐỊNH LÝ CƠ BẢN.

a). Định lý 1: (tính chất của số hạng)

- ✦ Nếu (u_n) là một cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$$

○ Hệ quả.

|| Ba số a, b, c (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng $\Leftrightarrow a + c = 2b$.

📖 Ví dụ 4. Định x để 3 số $10 - 3x, 2x^2 + 3, 7 - 4x$ theo thứ tự đó lập thành 1 cấp số cộng.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

📖 Ví dụ 5. Tìm x để $2x, 3x+2$ và $5x+3$ là các số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

📖 Ví dụ 6. Cho ba số $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng ba số a^2, b^2, c^2 theo thứ tự cũng lập thành một cấp số cộng.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

b). Định lý 2: (số hạng tổng quát)

- ✦ Nếu một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức sau: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

○ Nhận xét.

- ✦ Công thức này dùng để tìm số hạng đầu u_1 công sai d .

 Ví dụ 7. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Tìm u_{10} .

Lời giải

 **Ví dụ 8.** Cho (u_n) là cấp số cộng có $u_1 + u_5 + u_9 + u_{13} + u_{17} + u_{21} = 234$.

- a).** Tính $u_2 + u_8 + u_{14} + u_{20}$.
b). Tìm u_1, d , biết $u_{10} = 37$.

Lời giải

 **Ví dụ 9.** Cho cấp số cộng (u_n) với $\begin{cases} u_5 = -43 \\ u_{21} = -171 \end{cases}$.

- a).** Tìm d và u_1 . **b).** Tìm u_{29} .
- c).** -16123 là số hạng thứ bao nhiêu. **d).** -35 có thuộc cấp số cộng trên hay không?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 10. Số hạng thứ tám của một cấp số cộng là 75 và số hạng thứ hai mươi là 39.

a). Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

b). Tìm hệ thức truy hồi cho cấp số cộng.

c). Tìm công thức số hạng thứ n của cấp số cộng.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 11. Nếu p, m và q lập thành một cấp số cộng thì dễ thấy $m = \frac{p+q}{2}$. Số m gọi là trung bình cộng của p và q . Cho hai số p và q , nếu ta tìm được k số khác $m_1, m_2, \dots, m_k$ sao cho $p, m_1, m_2, \dots, m_k, q$ lập thành một cấp số cộng, chúng ta nói rằng chúng ta đã "chèn k trung bình cộng vào giữa p và q ".

a). Hãy chèn ba trung bình cộng vào giữa 4 và 12.

b). Tìm bốn trung bình cộng nằm giữa 16 và 91.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

c). Định lý 3: (tổng của n số hạng)

✦ Giả sử (u_n) là một cấp số cộng có công sai d .

Gọi $S_n = \sum_{k=1}^n u_k = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ (S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng)

thì

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

Ví dụ 12. Tổng 20 số hạng đầu của một cấp số cộng với công sai bằng 3 là 650. Tìm số hạng đầu của cấp số cộng này.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 13. Phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của một cấp số cộng có số hạng đầu là 78 và công sai là -4 để được tổng là 702?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 14. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5n - 2$.

a). Chứng minh (u_n) là một cấp số cộng.

b). Tìm S_{50} .

c). Biết $S_n = 2576$, tìm n .

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

📖 Ví dụ 15. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$

- Tìm số hạng thứ 100 của cấp số cộng (u_n) .
- Tính tổng của 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .
- Tính $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$.

Lời giải

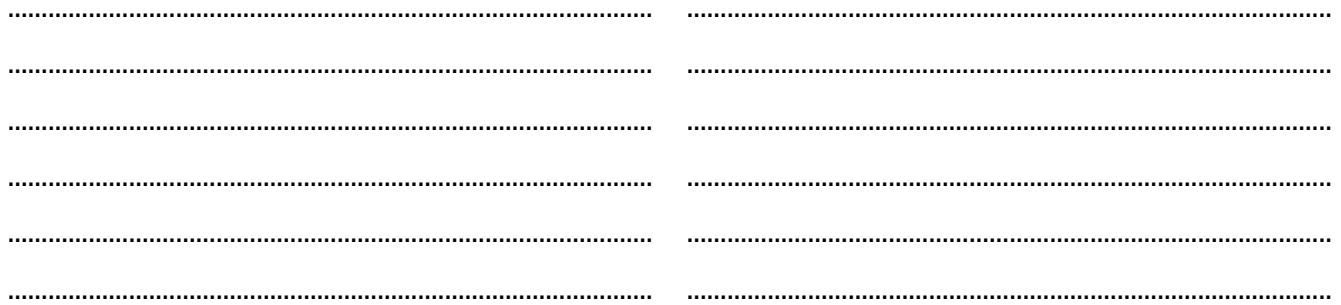
This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains ten rows of these lines, providing a guide for letter height and placement. The lines are evenly spaced and extend across the width of each respective column.

 Ví dụ 16. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát: $u_n = 7n - 3$.

- Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) .
- Tìm u_{2012} .
- Tính tổng của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .
- Số 1208 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng (u_n) ?

Lời giải

[illegible]



a). Tính $u_{100}; S_{100}$.

b). Tính tổng: $u_1 + u_5 + u_9 + \dots + u_{101}$.

[illegible]

a). Chứng minh rằng dãy số (v_n) là một cấp số cộng.

b). Tìm công thức của v_n, u_n tính theo n .

c). Tính tổng $S = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{20}}$.

.....	
.....	
.....	
.....	

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

3. VẬN DỤNG CẤP SỐ CỘNG VÀO GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN THỰC TIỄN.

Ví dụ 19. Một ruộng bậc thang có thửa thấp nhất (bậc thứ nhất) nằm ở độ cao 950m so với mực nước biển, độ chênh lệch giữa thửa trên và thửa dưới trung bình là 1,5m. Hỏi thửa ruộng ở bậc thứ 12 có độ cao là bao nhiêu mét so với mực nước biển?



Hình 1

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 20. Bác Tư vào làm cho một công ty với hợp đồng về tiền lương mỗi năm như sau:
 Năm thứ nhất: 240 triệu;
 Từ năm thứ hai trở đi: mỗi năm tăng thêm 12 triệu.
 Tính số tiền lương một năm của bác Tư vào năm thứ 11.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 21. Một rạp hát có 20 hàng ghế. Hàng thứ nhất có 20 ghế, số ghế ở các hàng sau đều hơn số ghế hàng ngay trước đó một ghế. Cho biết rạp hát đã bán hết vé với giá mỗi vé là 60 nghìn đồng. Tính tổng số tiền vé thu được của rạp hát.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

.....

.....

Ví dụ 22. Một hội trường lớn có 35 ghế ở hàng đầu tiên, 37 ghế ở hàng thứ hai, 39 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật như vậy. Có tất cả 27 hàng ghế. Hỏi hội trường đó có bao nhiêu ghế?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 23. Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn hai viên gạch so với bậc ngay trước nó.

- a). Cần bao nhiêu viên gạch cho bậc trên cùng?
- b). Cần bao nhiêu viên gạch để xây cầu thang?

Lời giải

.....

.....

.....

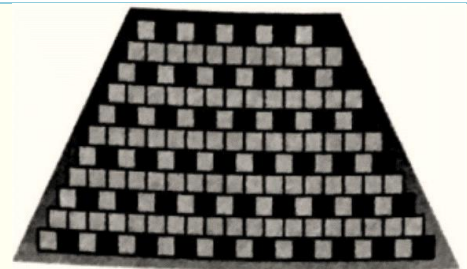
.....

.....

.....

.....

Ví dụ 24. Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng 2,4m ở đáy và rộng 1,2 m ở đỉnh (hình vẽ bên dưới). Các viên gạch hình vuông có kích thước 10 cm×10 cm phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 25. Có bao nhiêu hàng ghế trong một góc khán đài của một sân vận động, biết rằng góc khán đài đó có 2040 chỗ ngồi, hàng ghế đầu tiên có 10 chỗ ngồi và mỗi hàng ghế sau có thêm 4 chỗ ngồi so với hàng ghế ngay trước nó?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 26. Nếu anh Nam nhận được lời mời làm việc cho một công ty nước ngoài với mức lương khởi điểm là 35000 đô la mỗi năm và được tăng thêm 1400 đô la lương mỗi năm, thì sẽ mất bao nhiêu năm làm việc để tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 đô la?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 27. Chuông đồng hồ ở một tòa tháp đánh số tiếng đúng bằng số giờ và cứ mỗi 30 phút không phải là giờ đúng thì đánh một tiếng chuông. Hỏi bắt đầu từ lúc 1 giờ đêm đến 12 giờ trưa, chuông đồng hồ đó đã đánh tất cả bao nhiêu tiếng?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Hình 2

.....	
.....	
.....	
.....	

b). Kí hợp đồng lao động 10 năm?

[illegible]

Dạng 1. Chứng minh một dãy số (u_n) là cấp số cộng.

✦ Nếu A phụ thuộc vào n thì (u_n) không là cấp số cộng.

[illegible]

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A.** 1; -3; -7; -11; -15; ... **B.** 1; -3; -6; -9; -12; ... **C.** 1; -2; -4; -6; -8; ... **D.** 1; -3; -5; -7; -9; ...

Lời giải.

.....

Câu 2. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số cộng?

- A.** $-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}; \dots$ **B.** $15\sqrt{2}; 12\sqrt{2}; 9\sqrt{2}; 6\sqrt{2}; \dots$
C. $\frac{4}{5}; 1; \frac{7}{5}; \frac{9}{5}; \frac{11}{5}; \dots$ **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{2\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{5}{\sqrt{3}}; \dots$

Lời giải.

.....

Câu 3. Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là:

- A.** $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1.$ **B.** $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}.$ **C.** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}.$ **D.** $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}.$

Lời giải:

.....

Câu 4. Cho dãy số $\frac{1}{2}; 0; -\frac{1}{2}; -1; -\frac{3}{2}; \dots$ là cấp số cộng với:

- A.** Số hạng đầu tiên là $\frac{1}{2}$, công sai là $\frac{1}{2}$.
B. Số hạng đầu tiên là $\frac{1}{2}$, công sai là $-\frac{1}{2}$.
C. Số hạng đầu tiên là 0, công sai là $\frac{1}{2}$.
D. Số hạng đầu tiên là 0, công sai là $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

.....

Câu 5. Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

- A.** 7; 12; 17. **B.** 6; 10; 14. **C.** 8; 13; 18. **D.** 6; 12; 18.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Cho hai số -3 và 23 . Xen kẽ giữa hai số đã cho n số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai $d = 2$. Tìm n .

- A.** $n = 12$. **B.** $n = 13$. **C.** $n = 14$. **D.** $n = 15$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đầu lần lượt là $5; 9; 13; 17; \dots$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng.

- A.** $u_n = 5n + 1$. **B.** $u_n = 5n - 1$. **C.** $u_n = 4n + 1$. **D.** $u_n = 4n - 1$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$. **B.** $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$. **C.** $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$. **D.** $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 15$ và $d = -2$. Tìm u_n .

- A.** $u_n = -2n + 21$. **B.** $u_n = -\frac{3}{2}n + 12$. **C.** $u_n = -3n - 17$. **D.** $u_n = \frac{3}{2}n^2 - 4$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.** $u_n = 7 - 3n$. **B.** $u_n = 7 - 3^n$. **C.** $u_n = \frac{7}{3n}$. **D.** $u_n = 7 \cdot 3^n$.

Lời giải.

Câu 11. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = (-1)^n (2n+1)$. **B.** $u_n = \sin \frac{\pi}{n}$.

C. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} - 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$.

Lời giải.

Câu 12. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào không phải là cấp số cộng?

A. $u_n = -4n+9$.

B. $u_n = -2n+19$.

C. $u_n = -2n-21$.

D. $u_n = -2^n + 15$.

Lời giải.

Dạng 2: Tìm số hạng đầu tiên u_1 , công sai d của cấp số cộng, tìm số hạng thứ k của cấp số cộng, tính tổng k số hạng đầu tiên.

1. Phương pháp.

- Ta thiết lập một hệ phương trình gồm hai ẩn u_1 và d . Sau đó giải hệ phương trình này tìm được u_1 và d .
- Khi tìm số hạng thứ k , trước tiên ta tìm u_1 và d . Rồi áp dụng công thức:

$$u_k = u_1 + (k-1)d$$

- Khi tính tổng của k số hạng đầu tiên, ta phải tìm u_1 và d . Sau đó áp dụng công thức:

$$S_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2} = \frac{k[2u_1 + (k-1)d]}{2}$$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 2. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 5$ và $d = 3$.

- Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) .
- Tìm u_{99} .
- Số 1502 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng (u_n) ?
- Cho biết $S = 34275$. Tìm n .

Lời giải.

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains ten rows of lines, providing a structured space for practicing letter formation and alignment. The margins are consistent on all sides, and the overall layout is clean and professional.

Bài tập 3. Tìm số hạng đầu tiên, công sai, số hạng thứ 20 và tổng của 20 số hạng đầu tiên của các cấp số cộng sau, biết rằng:

a). $\begin{cases} u_5 = 19 \\ u_9 = 35 \end{cases}$

$$\text{b). } \begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$

c).
$$\begin{cases} u_3 + u_5 = 14 \\ s_{12} = 129 \end{cases}$$

d).
$$\begin{cases} u_6 = 8 \\ u_2^2 + u_4^2 = 16 \end{cases}$$

Lời giải.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 20 lines, and the right column also contains 20 lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



Bài tập 4. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết:

1). $\begin{cases} S_3 = 12 \\ S_5 = 35 \end{cases}$

5). $\begin{cases} S_4 = 20 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} = \frac{25}{24} \end{cases}$

2).
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 9 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 35 \end{cases}$$

$$6). \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 20 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2 = 170 \end{cases}$$

$$\text{3). } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 16 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 84 \end{cases}$$

7).
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = -12 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 8 \end{cases}$$

4).
$$\begin{cases} S_5 = 5 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \cdot u_4 \cdot u_5 = 45 \end{cases}$$

$$8). \begin{cases} u_1 + u_5 = \frac{5}{3} \\ u_3 \cdot u_4 = \frac{65}{72} \end{cases}$$

Lời giải.

[illegible]

[illegible]

3. Bài tập rèn luyện.

 **Bài 1.** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết:

a). $\begin{cases} u_7 = 27 \\ u_{15} = 59 \end{cases}$

$$\text{b). } \begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5 \end{cases}$$

$$\text{c). } \begin{cases} u_2 + u_4 - u_6 = -7 \\ u_8 - u_7 = 2u_4 \end{cases}$$

$$\text{d). } \begin{cases} u_3 - u_7 = -8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$$

$$\text{e). } \begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases}$$

$$\text{f). } \begin{cases} u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 155 \\ s_3 = 21 \end{cases}$$

Lời giải.

[illegible]

[illegible]

Bài 2. Xác định số hạng đầu, công sai và số hạng thứ n của các cấp số cộng sau, biết rằng:

a). $\begin{cases} S_{12} = 34 \\ S_{18} = 45 \end{cases}$

b). $\begin{cases} u_5 = 10 \\ S_{10} = 5 \end{cases}$

c). $\frac{S_{20}}{5} = \frac{S_{10}}{3} = \frac{S_5}{2}$

d).
$$\begin{cases} S_{20} = 2S_{10} \\ S_{15} = 3S_5 \end{cases}$$

Lời giải.

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_{15} = 34$.

B. $u_{15} = 45$.

C. $u_{13} = 31$.

D. $u_{10} = 35$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Một cấp số cộng có 8 số hạng. Số hạng đầu là 5, số hạng thứ tám là 40. Khi đó công sai d của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

A. $d = 4$.

B. $d = 5$.

C. $d = 6$.

D. $d = 7$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$ và $d = -5$. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

A. $S_{100} = 24350$.

B. $S_{100} = -24350$.

C. $S_{100} = -24600$.

D. $S_{100} = 24600$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{4}$ và $d = -\frac{1}{4}$. Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_5 = -\frac{5}{4}$.

B. $S_5 = \frac{4}{5}$.

C. $S_5 = \frac{5}{4}$.

D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Số hạng tổng quát của một cấp số cộng là $u_n = 3n + 4$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_n = \frac{3^n - 1}{2}$.

B. $S_n = \frac{7(3^n - 1)}{2}$.

C. $S_n = \frac{3n^2 + 5n}{2}$.

D. $S_n = \frac{3n^2 + 11n}{2}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng:

A. 7650.

B. 7500.

C. 3900.

D. 3825.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) có $d = -2$ và $S_8 = 72$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 .

A. $u_1 = 16$.

B. $u_1 = -16$.

C. $u_1 = \frac{1}{16}$.

D. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của n số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ n của cấp số cộng đó là u_n có giá trị là bao nhiêu?

A. $u_n = 57$.

B. $u_n = 61$.

C. $u_n = 65$.

D. $u_n = 69$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Một cấp số cộng có 12 số hạng. Biết rằng tổng của 12 số hạng đó bằng 144 và số hạng thứ mười hai bằng 23. Khi đó công sai d của cấp số cộng đã cho là bao nhiêu?

A. $d = 2$.

B. $d = 3$.

C. $d = 4$.

D. $d = 5$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = \frac{3n^2 - 19n}{4}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng đã cho.

- A.** $u_1 = 2; d = -\frac{1}{2}$. **B.** $u_1 = -4; d = \frac{3}{2}$. **C.** $u_1 = -\frac{3}{2}; d = -2$. **D.** $u_1 = \frac{5}{2}; d = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = n^2 + 4n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đã cho.

- A.** $u_n = 2n + 3$. **B.** $u_n = 3n + 2$. **C.** $u_n = 5 \cdot 3^{n-1}$. **D.** $u_n = 5 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{n-1}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 24. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_2 + u_8 + u_9 + u_{15} = 100$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

- A.** $S_{16} = 100$. **B.** $S_{16} = 200$. **C.** $S_{16} = 300$. **D.** $S_{16} = 400$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$ và $u_{14} = 18$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng đã cho.

- A.** $u_1 = -21; d = 3$. **B.** $u_1 = -20; d = -3$. **C.** $u_1 = -22; d = 3$. **D.** $u_1 = -21; d = -3$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2001$ và $u_5 = 1995$. Khi đó u_{1001} bằng:

- A.** $u_{1001} = 4005$. **B.** $u_{1001} = 4003$. **C.** $u_{1001} = 3$. **D.** $u_{1001} = 1$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) , biết: $u_n = -1, u_{n+1} = 8$. Tính công sai d của cấp số cộng đó.

- A.** $d = -9$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = -7$. **D.** $d = 9$.

Lời giải.

Câu 28. Cho cấp số cộng (u_n) . Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

- A.** $\frac{u_{10} + u_{20}}{2} = u_5 + u_{10}$. **B.** $u_{90} + u_{210} = 2u_{150}$. **C.** $u_{10} \cdot u_{30} = u_{20}$. **D.** $\frac{u_{10} \cdot u_{30}}{2} = u_{20}$.

Lời giải.

Câu 29. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_2 + u_{23} = 60$. Tính tổng S_{24} của 24 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

- A.** $S_{24} = 60$. **B.** $S_{24} = 120$. **C.** $S_{24} = 720$. **D.** $S_{24} = 1440$.

Lời giải.

Câu 30. Một cấp số cộng có 6 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 17; tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

- A.** $d = 2$. **B.** $d = -3$. **C.** $d = 4$. **D.** $d = 5$.

Lời giải.

Câu 31. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 u_7 = 75 \end{cases}$. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

A. $d = \frac{1}{2}$.

B. $d = \frac{1}{3}$.

C. $d = 2$.

D. $d = 3$.

Lời giải.

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\begin{cases} u_1 = 13 \\ d = -3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = 10 \\ d = -3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 4 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = 13 \\ d = -4 \end{cases}$.

Lời giải.

Câu 33. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = 3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = 18 \\ d = 3 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = 4 \end{cases}$.

Lời giải.

Câu 34. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases}$. Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) biết $d < 10$.

A. $d = 3$.

B. $d = 4$.

C. $d = 5$.

D. $d = 6$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 35. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 \end{cases}$. Tính u_2 .

A. $u_2 = 3$.

B. $u_2 = 6$.

C. $u_2 = 9$.

D. $u_2 = 12$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Dựa vào tính chất của cấp số cộng, chứng minh đẳng thức

1. Phương pháp.

- Nếu (u_n) là một cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$
- Ba số a, b, c (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng $\Leftrightarrow a + c = 2b$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 5. Tìm x sao cho $x+3$, $2x+1$ và $5x+2$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6. Cho a, b, c là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, chứng minh rằng:

a). $a^2 + 2bc = c^2 + 2ab$

b). $a^2 + 8bc = (2b + c)^2$

c). $a^2 + ab + b^2, a^2 + ac + c^2, b^2 + bc + c^2$ là cấp số cộng.

Lời giải.

[illegible]

 **Bài tập 7.** Cho a, b, c là 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Chứng minh:

a). $a^2 - bc, b^2 - ac, c^2 - ab$ cũng là 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

b). $2(a+b+c)^3 = 9[a^2(b+c) + b^2(a+c) + c^2(a+b)]$

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 8. Cho a^2, b^2, c^2 lập thành 1 cấp số cộng có công sai khác không.

Chứng minh rằng $\frac{1}{b+c}; \frac{1}{c+a}; \frac{1}{a+b}$ cũng lập thành một cấp số cộng.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 9. Cho cấp số cộng : a, b, c . Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}; \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}; \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$,
($a > 0; b > 0; c > 0$) theo thứ tự đó cũng lập thành CSC.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4. Tính tổng và tìm x .

1. Phương pháp.

➤ Sử dụng công thức tìm số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n-1)d$ để tìm u_1 và công sai d .

➤ Sau đó áp dụng công thức tính tổng $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

2. Bài tập minh họa.



 Bài tập 10. Cho cấp số cộng: $u_1; u_2; u_3; \dots$ có công sai d .

- 1).** Biết $u_2 + u_{22} = 40$. Tính S_{23}
- 2).** Biết $u_1 + u_4 + u_7 + u_{10} + u_{13} + u_{16} = 147$. Tính $u_6 + u_{11}$ và $u_1 + u_6 + u_{11} + u_{16}$
- 3).** Biết $u_4 + u_8 + u_{12} + u_{16} = 224$. Tính: S_{19}
- 4).** Biết $u_{23} + u_{57} = 29$. Tính: $u_{10} + u_{70} + u_{157} + 3u_1$.

Lời giải.

[illegible]

 Bài tập 11. Tính các tổng sau:

- a).** $S = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) + (2n+1)$
b). $S = 1 + 4 + 7 + \cdots + (3n-2) + (3n+1) + (3n+4)$
c). $S = 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \cdots + 2^2 - 1^2$

Lời giải.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins or additional markings on the page.

** Bài tập 12.** Tính các tổng sau

a). $A = 15 + 20 + 25 + \dots + 7515$.

b). $B = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \dots + 2^2 - 1^2$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 13

a). Cho phương trình $1+6+11+16+\dots+x=970$. Tìm x biết $1, 6, 11, \dots, x$ là một cấp số cộng.

b). Giải phương trình $(x+1)+(x+4)+(x+7)+\dots+(x+28)=155$, biết $1, 4, 7, \dots, 28$ là một cấp số cộng.

Lời giải



Câu 39. Với giá trị nào của x và y thì các số $-7; x; 11; y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng?

- A.** $x=1; y=21$. **B.** $x=2; y=20$. **C.** $x=3; y=19$. **D.** $x=4; y=18$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 40. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

- A.** Thứ 15. **B.** Thứ 20. **C.** Thứ 35. **D.** Thứ 36.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Dạng 5. Tìm các số hạng của cấp số cộng.

1. Phương pháp.

➤ Gọi u_1 là số hạng đầu là cấp số cộng, d là công sai thì cấp số cộng có dạng
 $u_1; u_1 + d; u_1 + 2d; u_1 + 3d; \dots$

Đặt biệt:

➤ Nếu dãy của cấp số cộng có 3 số hạng, 5 số hạng, 7 số hạng thì ta gọi như sau:

$$u_1 - 2d; u_1 - d; u_1; u_1 + d; u_1 + 2d$$

➤ Nếu dãy của cấp số cộng có 4 số hạng, 6 số hạng, 8 số hạng thì ta gọi như sau:

$$u_1 - 3d; u_1 - d; u_1 + d; u_1 + 3d$$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 14. Giữa các số 7 và 35 hãy đặt thêm sáu số nữa để được một cấp số cộng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 15. Tìm 3 số hạng liên tiếp của 1 cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 27 và tổng các bình phương của chúng là 293.

Lời giải

.....

.....

[illegible]

Bài tập 16. Tìm 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng có tổng bằng 20 và tích của chúng là 384.

Lời giải

[illegible]

Lời giải

Lời giải

Lời giải

Bài tập 20. Tìm 4 số hạng liên tiếp của một CSC biết tổng của chúng bằng 10 và tổng bình phương của chúng bằng 30.

Lời giải

Bài tập 21. Một CSC có 7 số hạng với công sai dương và số hạng thứ tư bằng 11. Hãy tìm các số hạng còn lại của CSC đó, biết hiệu của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng 6.

Lời giải

Bài tập 22. Một CSC có 7 số hạng mà tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng 28, tổng số hạng thứ năm và số hạng cuối bằng 140. Tìm CSC đó.

Lời giải

Bài tập 23. Viết sáu số xen giữa hai số 3 và 24 để được CSC có tám số hạng. Tìm CSC đó

 Bài 3. Ba góc của một tam giác vuông lập thành một CSC. Tìm số đo các góc đó.

.....	
.....	
.....	
.....	

[illegible]

.....

.....

.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 41. Tính tổng $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \dots + (2n-1) - 2n$ với $n \geq 1$ và $n \in \mathbb{N}$.

- A.** $S = 0$. **B.** $S = -1$. **C.** $S = n$. **D.** $S = -n$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 42. Tính tổng $T = 15 + 20 + 25 + \dots + 7515$.

- A.** $T = 5651265$. **B.** $T = 5651256$. **C.** $T = 5651625$. **D.** $T = 5651526$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 43. Tính tổng $T = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \dots + 2^2 - 1^2$.

- A.** $T = 500500$. **B.** $T = 500005$. **C.** $T = 505000$. **D.** $T = 500050$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 44. Cho cấp số cộng $u_1; u_2; u_3; \dots; u_n$ có công sai d , các số hạng của cấp số cộng đã cho đều khác 0. Với giá trị nào của d thì dãy số $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots; \frac{1}{u_n}$ là một cấp số cộng?

- A.** $d = -1$. **B.** $d = 0$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 45. Nếu $a; b; c$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì dãy số nào sau đây lập thành cấp số cộng?

- A.** $2b^2; a^2; c^2$. **B.** $-2b; -2a; -2c$. **C.** $2b; a; c$. **D.** $2b; -a; -c$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 46. Nếu $\frac{1}{b+c}; \frac{1}{c+a}; \frac{1}{a+b}$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì dãy số nào sau đây lập thành cấp số cộng?

- A.** $b^2; a^2; c^2$. **B.** $c^2; a^2; b^2$. **C.** $a^2; b^2; c^2$. **D.** $a^2; c^2; b^2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 47. Cho $a; b; c$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a^2 + c^2 + 2ac = 4b^2$. **B.** $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$. **C.** $a^2 - c^2 = ab - bc$. **D.** $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 48. Ba góc của một tam giác vuông tạo thành cấp số cộng. Hai góc nhọn của tam giác có số đo (độ) là:

- A.** 20° và 70° . **B.** 45° và 45° . **C.** 20° và 45° . **D.** 30° và 60° .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 49. Ba góc A, B, C ($A < B < C$) của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc bé nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng:
A. 40° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 80° .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 50. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:
A. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. **D.** $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 51. Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?
A. 1635. **B.** 1792. **C.** 2055. **D.** 3125.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 52. Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,...Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?
A. 73. **B.** 75. **C.** 77. **D.** 79.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 53. Một chiếc đồng hồ đánh chuông, kể từ thời điểm 0 (giờ) thì sau mỗi giờ thì số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?

- A.** 78. **B.** 156. **C.** 300. **D.** 48.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 54. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

- A.** 98. **B.** 100. **C.** 102. **D.** 104.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 55. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- A.** 5.2500.000 đồng. **B.** 10.125.000 đồng.
C. 4.000.000 đồng. **D.** 4.245.000 đồng.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 56. Một vườn trồng cây giống có dạng tam giác. Biết rằng hàng đầu tiên trồng 5 cây giống và cứ hàng sau được trồng nhiều hơn hàng đứng liền trước nó là 3 cây. Hỏi hàng thứ 10 có bao nhiêu cây giống được trồng?

- A.** 53. **B.** 48. **C.** 35. **D.** 32.

A. 8800000. **B.** 7700000. **C.** 9980000. **D.** 6670000.

[illegible]

A. 4095000 đồng.
B. 89000 đồng.
C. 4005000 đồng.
D. 3960000 đồng.

[illegible]

Câu 59. Một công ty trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho người lao động theo phương thức sau: Người lao động sẽ được nhận 36 triệu đồng cho năm làm việc đầu tiên, và kể từ năm làm việc thứ hai, mức lương sẽ tăng thêm 3 triệu đồng mỗi năm. Hãy tính tổng số tiền lương một người lao động được nhận sau 5 năm làm việc cho công ty.
A. 210 triệu đồng. **B.** 100 triệu đồng. **C.** 120 triệu đồng. **D.** 420 triệu đồng.

Lời giải

.....

.....

.....

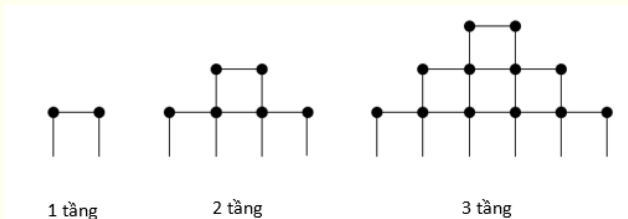
.....

.....

.....

5. Câu hỏi trả lời ngắn.

Câu 60. Một em học sinh dùng các que diêm để xếp thành hình tháp có quy luật được thể hiện như trong hình sau:



Hỏi cần bao nhiêu que diêm để xếp thành hình tháp có 10 tầng?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 61. Một rạp hát có 18 hàng ghế cho khán giả được xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 16 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 24 ghế,... cứ thế cho đến hàng cuối cùng (số ghế ở mỗi hàng sau đều nhiều hơn số ghế ở hàng ngay trước đó là 4 ghế). Trong một buổi hoà nhạc, ban tổ chức đã bán hết sạch vé và số tiền thu được chỉ từ việc bán vé là 135 triệu đồng. Hỏi giá tiền mỗi tấm vé là bao nhiêu nghìn đồng, biết rằng các tấm vé đồng giá và số vé bán ra bằng số ghế trong rạp hát.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải

Lời giải

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 65. Khi một khối không khí chuyển động lên cao (ví dụ, khi bị đẩy qua một ngọn núi), nó sẽ bị làm lạnh với tốc độ giảm nhiệt khô đoạn là $5,5^{\circ}F$ cho mỗi 1000 feet tăng độ cao, cho đến khi đạt điểm sương. Biết rằng nhiệt độ tại mặt đất là $67^{\circ}F$. Nhiệt độ của khối không khí là bao nhiêu nếu nó đã dâng lên 5000 feet?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 66. Những chiếc thang dùng cho người hái trái thường được thiết kế với đáy rộng để ổn định và đỉnh hẹp để dễ với tới trái cây. Nếu bậc dưới cùng của thang rộng 49 inch và bậc trên cùng rộng 24 inch, hỏi thang có bao nhiêu bậc nếu mỗi bậc phía trên ngắn hơn bậc liền dưới 2,5 inch?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 67. Có bao nhiêu hàng ghế trong một góc sân vận động chứa tổng cộng 2040 ghế, nếu hàng đầu tiên có 10 ghế và mỗi hàng tiếp theo có thêm 4 ghế?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 68. Bạn nhận một công việc với mức lương khởi điểm 35.000 USD/năm và được đảm bảo tăng thêm 1400 USD mỗi năm. Hỏi sau bao nhiêu năm thì tổng lương tích lũy của bạn đạt 280.000 USD?

Lời giải

.....	
.....	

[illegible]

Câu 69. Một doanh nghiệp nhỏ trong năm đầu tiên bán được 20000 USD giá trị hàng lưu niệm thể thao. Chủ doanh nghiệp đề ra mục tiêu tăng doanh thu hàng năm thêm 15000 USD mỗi năm trong 19 năm tiếp theo. Giả sử mục tiêu này được thực hiện đầy đủ, hỏi tổng doanh thu trong 20 năm đầu tiên doanh nghiệp hoạt động bằng bao nhiêu nghìn USD

Lời giải

[illegible]

Câu 70. Một cửa hàng bán công cụ đạt lợi nhuận 30000 USD trong năm đầu tiên. Chủ cửa hàng đặt mục tiêu tăng lợi nhuận thêm 5000 USD mỗi năm trong 4 năm tiếp theo. Giả sử mục tiêu được thực hiện đầy đủ, hãy tính tổng lợi nhuận trong 5 năm đầu.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 71. Một vật không chịu lực cản không đáng kể được thả rơi tự do.
 Trong giây thứ nhất nó rơi được 16 ft.
 Trong giây thứ hai rơi 48 ft.
 Giây thứ ba rơi 80 ft.
 Giây thứ tư rơi 112 ft.
 Giả thiết mô hình này tiếp tục, hỏi: Trong 8 giây đầu, vật rơi được bao nhiêu feet?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 72. Chu vi của một đa giác là 158 cm, số đo các cạnh của đa giác đó lập thành cấp số cộng với công sai $d = 3$ cm. Biết cạnh lớn nhất là 44 cm. Số cạnh của đa giác đó là

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 73. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi ít nhất phải trả bao nhiêu triệu đồng để khoan cái giếng đó, (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 74. Bạn An muốn mua một món quà tặng mẹ nhân ngày 20/11 với số tiền 345000 đồng. Bạn ấy quyết định bỏ ống tiết kiệm bắt đầu từ ngày 29/10 đến hết ngày 9/11 với quy ước ngày đầu tiên sẽ bỏ ống tiết kiệm là X đồng. Sau đó mỗi ngày sẽ tăng thêm 2500 đồng vào số tiền của ngày trước. Nhưng đến hết ngày thứ mười do có việc đột xuất nên bạn không bỏ vào ống tiết kiệm nữa. Hỏi bạn An còn thiếu bao nhiêu tiền (đơn vị: trăm đồng) để mua món quà tặng mẹ đó?

Lời giải

[illegible]

Câu 75. Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá từ mét khoan đầu tiên là 105000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá mỗi mét tăng thêm 25000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một hộ gia đình kí hợp đồng với cơ sở khoan giếng này và phải chi trả với số tiền 23700000 đồng. Hỏi cơ sở khoan giếng đã hoàn thành cho hộ gia đình trên giếng sâu bao nhiêu mét ?

Lời giải

[illegible]

.....

.....

.....

.....

Câu 76. Hưởng ứng phong trào “Nuôi heo đất” của Đoàn trường THPT NHS, 43 học sinh lớp 11A của trường đã thực hiện kế hoạch “Nuôi heo đất” như sau: Ngày đầu tiên mỗi bạn nuôi heo 2000 đồng, từ ngày thứ hai trở đi mỗi bạn nuôi heo hơn ngày liền trước là 200 đồng. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì số tiền nuôi heo được là 5658800 đồng?

Lời giải

[illegible]

Câu 77. Công ty A tuyển một kĩ sư xây dựng với mức lương năm đầu là 180 triệu đồng/năm và cam kết sau mỗi năm, tiền lương sẽ tăng thêm 8 triệu đồng/năm so với năm liền trước đó. Hỏi sau bao nhiêu năm thì tổng tiền lương của người kĩ sư đó bằng 2160 triệu đồng?

Lời giải

[illegible]

Câu 78. Trên đồng hồ, tại thời điểm buổi sáng đang xét, kim giờ chỉ số 3, kim phút chỉ số 12. Đến khi kim phút và kim giờ gặp nhau lần cuối cùng trước 9h thì kim phút quay được một góc lượng giác bằng bao nhiêu radian? (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải.

[illegible]

BÀI 7.

CẤP SỐ NHÂN

A. LÝ THUYẾT

1. ĐỊNH NGHĨA. Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn) mà trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tích của số hạng đứng ngay trước nó và một số q không đổi, nghĩa là:

$$(u_n) \text{ là cấp số nhân } \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n \cdot q \quad (\forall n \geq 1)$$

➤ Số q được gọi là công bội của cấp số nhân.

Đặt biệt

- ✧ Khi $q = 0$, cấp số nhân có dạng $u_1, 0, 0, \dots, 0, \dots$
- ✧ Khi $q = 1$, cấp số nhân có dạng $u_1, u_1, u_1, \dots, u_1, \dots$
- ✧ Khi $u_1 = 0$, thì với mọi q , cấp số nhân có dạng $0, 0, 0, \dots, 0, \dots$

Ví dụ 1. Chứng tỏ rằng dãy số sau là cấp số nhân: $u_n = 3 \cdot 4^n$. Tìm số hạng đầu và công bội của nó.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 2. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào là cấp số nhân

a). $u_n = (-1)^n \cdot 3^{3n+1}$.

b). $u_n = n + 3$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT.

Định lý 1. (tính chất của số hạng)

➤ Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$ thì số hạng tổng quát (u_n) của nó được tính bởi công thức:

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \quad (\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$$

Ví dụ 3. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số nhân $64, -32, 16, -8, \dots$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -5$, công bội $q = 2$.

- a). Tìm u_9 .
- b). Số -320 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân trên?
- c). Số 160 có phải là một số hạng của cấp số nhân trên không?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_5 - u_2 = 78 \\ u_6 - u_3 = 234 \end{cases}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) có $u_4 - u_2 = 54$ và $u_5 - u_3 = 108$. Tìm công bội của cấp số nhân đó.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Cho (u_n) là cấp số nhân có $u_1 + u_5 = 51$ và $u_2 + u_6 = 102$.

- a). Tính u_{10} .
- b). Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân trên?
- c). Số 9216 có là số hạng nào của cấp số nhân trên không?

Lời giải

.....

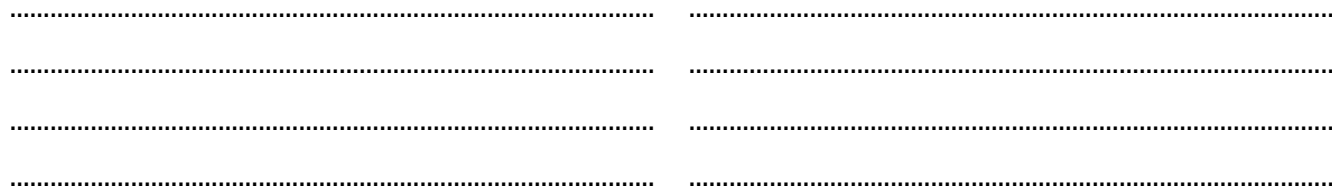
.....

.....

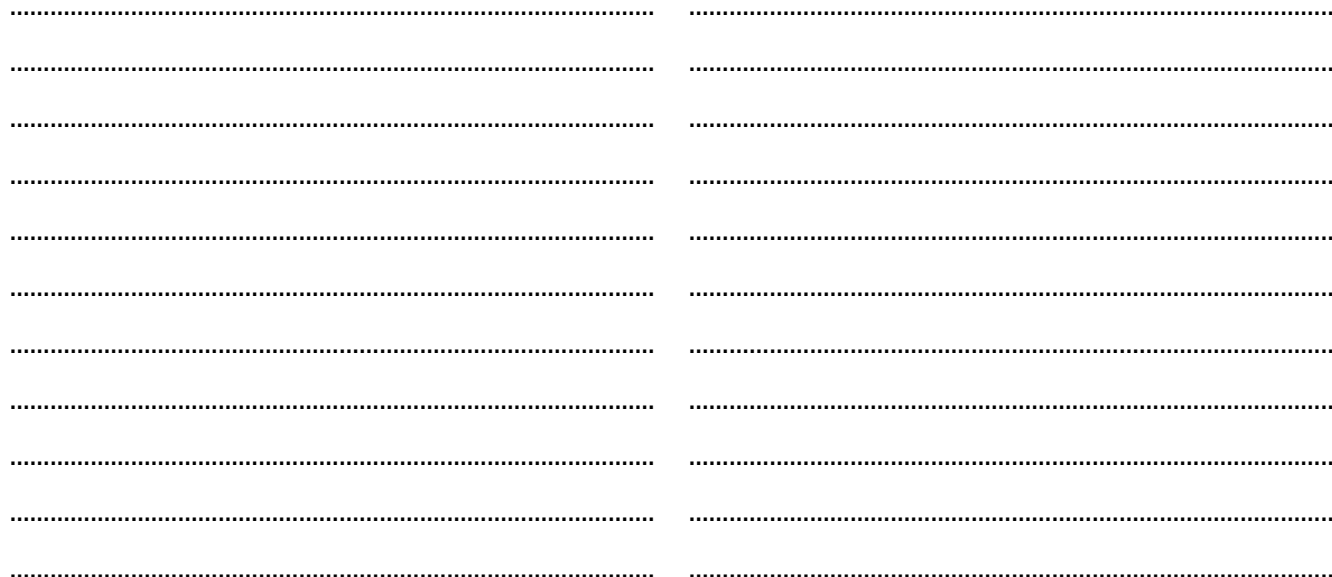
.....

.....

.....



Lời giải



d).
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} = \frac{7}{12} \end{cases}$$

Lời giải



📖 Ví dụ 10. Các bệnh nhân truyền nhiễm có thể lây lan rất nhanh. Giả sử có năm người bị bệnh trong tuần đầu tiên của một đợt dịch, và mỗi người bệnh sẽ lây bệnh cho bốn người vào cuối tuần tiếp theo. Tính đến hết tuần thứ 10 của đợt dịch, có bao nhiêu người đã bị lây bởi căn bệnh này?

📖 Ví dụ 11. Nếu một kĩ sư được một công ty thuê với mức lương hằng năm là 180 triệu đồng và nhận được mức lương tăng hàng năm là 5%, thì mức lương của người kĩ sư đó là bao nhiêu khi bắt đầu năm thứ sáu làm việc cho công ty?

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 12. Một loài vi khuẩn được nuôi cấy trong ống nghiệm, cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu ban đầu có 200 vi khuẩn, tính số lượng vi khuẩn có trong ống nghiệm sau 2 giờ.



Hình 1

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

3. TÍNH CHẤT CỦA SỐ HẠNG.

Định lý 2:

- Nếu (u_n) là một cấp số nhân thì kể từ số hạng thứ hai, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số nhân hữu hạn) bằng tích của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là:

$$u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1} \quad (\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$$

○ **Hệ quả.**

|| Ba số a, b, c khác 0 (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số nhân $\Leftrightarrow b^2 = a \cdot c$.

Ví dụ 13. Tìm x để $x-1$, x và $x+2$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 14. Tìm x sao cho $x, x+2, x+3$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 15. Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1, y+2, x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tìm x và y .

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 16. Nếu p, m và q lập thành một cấp số nhân thì dễ thấy $m^2 = p.q$. Số m được gọi là trung bình nhân của p và q . Cho hai số p và q , nếu ta tìm được k số khác $m_1, m_2, \dots, m_k$ sao cho $p, m_1, m_2, \dots, m_k, q$ lập thành một cấp số nhân, thì chúng ta nói rằng đã “chèn k trung bình nhân vào giữa p và q ”. Hãy:

- a). Chèn hai trung bình nhân vào giữa 3 và 24.
- b). Chèn ba trung bình nhân vào giữa 2,25 và 576.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 17. Cho ba số $\frac{2}{b-a}, \frac{1}{b}, \frac{2}{b-c}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 18. Tìm các số dương a và b sao cho $a, a+2b, 2a+b$ lập thành một cấp số cộng và $(b+1)^2, ab+5, (a+1)^2$ lập thành một cấp số nhân.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN.

Định lý 3:

✦ Giả sử (u_n) là một cấp số nhân có công bội $q \neq 0$.

Gọi $S_n = \sum_{k=1}^n u_k = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ (S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân).

Khi đó

$S_n = nu_1$	khi $q = 1$
$S_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q}$	khi $q \neq 1$

Ví dụ 19. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_3 = 18$.

a). Tìm công bội.

b). Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 20. Cho một cấp số nhân (u_n) có các số hạng đều không âm và thoả mãn $u_2 = 6$ và $u_4 = 24$. Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

📖 Ví dụ 21. Cho cấp số nhân có $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$.

a). Tìm số hạng đầu tiên và công bội.
 b). Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên.
 c). Tổng của bao nhiêu số hạng đầu sẽ bằng 765.
 d). Số 12288 là số hạng thứ mấy?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

📖 Ví dụ 22. Tính tổng: $S = 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{20}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

📖 Ví dụ 23. Tính các tổng sau:

a). $1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4^9$;
 b). $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2^2}{3} + \dots + \frac{2^{12}}{3}$.

Lời giải

.....	
.....	

[illegible]

 **Ví dụ 24.** Tính các tổng sau

a). $S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9$.

b). $S = 7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots7$. n so 9

c). $S = 15 + 155 + 1555 + \dots + \underbrace{1555\dots5}_{\text{n so 5}}^{\text{n so 7}}$

Lời giải

[illegible]

Ví dụ 25. Ba số phân biệt tạo thành một cấp số nhân có tổng bằng 78; đồng thời chúng là số hạng thứ nhất, thứ ba và thứ chín của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 26. Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 1$, $u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + 1$ với $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$. Đặt $v_n = u_n - \frac{3}{2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

- Chứng minh rằng dãy số (v_n) là cấp số nhân. Tìm số hạng đầu, công bội của cấp số nhân đó.
- Tìm công thức số hạng tổng quát của (v_n) , (u_n) .
- Tính tổng $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 27. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = -1$, $q = 3$.

- Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân đó.
- Giả sử tổng m số hạng đầu của (u_n) bằng -364 . Tìm m .
- Tính tổng $S = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{1}{u_5}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 28. Ban đầu, một quả lắc đồng hồ dao động theo một cung tròn dài 46cm (H.2.1). Sau mỗi lần đu liên tiếp, độ dài của cung tròn bằng $0,98$ độ dài cung tròn ở ngay lần trước đó.

- a). Độ dài của cung tròn ở lần thứ 10 là bao nhiêu.
- b). Sau 15 lần dao động, quả lắc sẽ đi được quãng đường tổng cộng là bao nhiêu?

(Kết quả tính theo centimét và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 29. Để tích lũy cho việc học đại học của con gái, cô Hoa quyết định hằng tháng bỏ ra 500 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi $0,5\%$ công dồn hằng tháng. Cô bắt đầu chương trình tích lũy này khi con gái cô tròn 3 tuổi. Cô sẽ tích lũy được bao nhiêu tiền vào thời điểm gửi khoản tiền thứ 180 ? Lúc này con gái cô Hoa bao nhiêu tuổi?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

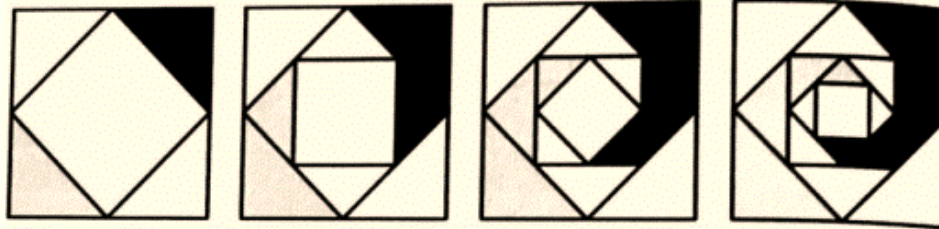
.....

.....

.....

.....

Ví dụ 30. Các cạnh của hình vuông ban đầu có chiều dài 16 cm . Một hình vuông mới được hình thành bằng cách nối các điểm giữa của các cạnh của hình vuông ban đầu với hai trong số cá hình tam giác kết quả được tô màu (hình vẽ dưới). Nếu quá trình này được lặp lại năm lần nữa, hãy xác định tổng diện tích của vùng được tô màu.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

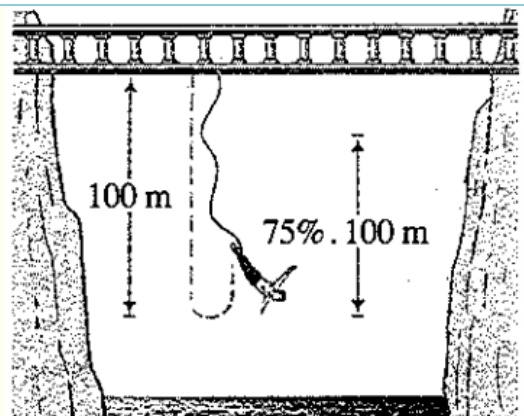
.....

.....

.....

Chú ý. Diện tích cần tính bằng diện tích hình vuông ngoài cùng trừ đi diện tích hình vuông trong cùng rồi chia 2.

Ví dụ 31. Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m . Giả sử sau mỗi lần rơi xuống, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ cao bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên (Hình 3). Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần rơi xuống và lại được kéo lên, tính từ lúc bắt đầu nhảy (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình 3

Lời giải

.....

.....

[illegible]

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

Dạng 1: Chứng minh một dãy (u_n) là cấp số nhân.

1. Phương pháp.

- ✨ **Cách 1.** Chứng minh $u_{n+1} = u_n \cdot q$ ($\forall n \geq 1$) trong đó q là một số không đổi.
- ✨ **Cách 2.** Nếu $u_n \neq 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì ta lập tỉ số $T = \frac{u_{n+1}}{u_n}$
- ✖ T là hằng số thì $u_n \neq 0$ là cấp số nhân có công bội $q = T$.
- ✖ T phụ thuộc vào n thì (u_n) không là cấp số nhân.

2. Bài tập minh họa.

 **Bài tập 1.** Chứng minh rằng mỗi dãy số (u_n) sau là một cấp số nhân. Hãy tìm số hạng đầu và công bội của nó.

a). $u_n = -3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$;

b). $u_n = \frac{2^n}{3^{n-1}}.$

Lời giải

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 4. Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{(n+1)u_n}{3n}, \quad (n \geq 1) \end{cases}.$$

a). Chứng minh dãy số (v_n) với $v_n = \frac{u_n}{n}$ là một cấp số nhân.

b). Tìm công thức tổng quát của dãy số (u_n) .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 5. Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}, \quad (n \geq 1) \end{cases}.$$

a). Chứng minh dãy số (v_n) với $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$ là một cấp số nhân.

b). Tìm công thức tổng quát của dãy số (u_n) .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6. Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 2004, u_2 = 2005 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + u_{n-1}}{3}, (n \geq 2) \end{cases}$$

a). Chứng minh dãy số (v_n) với $v_n = u_{n+1} - u_n$ là một cấp số nhân.

b). Tìm công thức tổng quát của dãy số (v_n) .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. 128; -64; 32; -16; 8; ... B. $\sqrt{2}$; 2; 4; $4\sqrt{2}$;

C. 5; 6; 7; 8; ... D. 15; 5; 1; $\frac{1}{5}$; ...

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải là một cấp số nhân?

A. 2; 4; 8; 16; ... B. 1; -1; 1; -1; ... C. 1^2 ; 2^2 ; 3^2 ; 4^2 ; ... D. a ; a^3 ; a^5 ; ... ($a \neq 0$).

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 3. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. 1; 2; 4; 8; ... B. 3 ; 3^2 ; 3^3 ; 3^4 ; ... C. 4; 2; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; ... D. $\frac{1}{\pi}$; $\frac{1}{\pi^2}$; $\frac{1}{\pi^4}$; ...

Lời giải.

Câu 4. Dãy số $u_n = 3 + 3^n$ là một cấp số nhân với:

- A. Công bội là 3 và số hạng đầu tiên là 1.
- B. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 1.
- C. Công bội là 4 và số hạng đầu tiên là 2.
- D. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 2.

Lời giải.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. $-2; 10; 50; -250$.
- B. $-2; 10; -50; 250$.
- C. $-2; -10; -50; -250$.
- D. $-2; 10; 50; 250$.

Lời giải.

Câu 6. Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là:

- A. 720.
- B. 81.
- C. 64.
- D. 56.

Lời giải.

Câu 7. Cho cấp số nhân $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{4096}$. Hỏi số $\frac{1}{4096}$ là số hạng thứ mấy trong cấp số nhân đã cho?

- A. 11.
- B. 12.
- C. 10.
- D. 13.

Lời giải.

Câu 8. Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$

Lời giải.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** (u_n) không phải là cấp số nhân.
B. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.
C. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.
D. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

Lời giải.

Câu 10. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.** $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. **C.** $u_n = n + \frac{1}{3}$. **D.** $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Câu 11. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.** $u_n = 7 - 3n$. **B.** $u_n = 7 - 3^n$. **C.** $u_n = \frac{7}{3n}$. **D.** $u_n = 7 \cdot 3^n$.

Lời giải.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân với $u_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A.** $u_1; u_3; u_5; \dots$ **B.** $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$
C. $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$ **D.** $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$

Lời giải.

Câu 13. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 3; 9; 27; 81; Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân đã cho.

- A.** $u_n = 3^{n-1}$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = 3^{n+1}$. **D.** $u_n = 3 + 3^n$.

Lời giải.

Câu 14. Tìm x để các số 2; 8; x ; 128 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A.** $x = 14$. **B.** $x = 32$. **C.** $x = 64$. **D.** $x = 68$.

Lời giải.

Câu 15. Với giá trị x nào dưới đây thì các số -4 ; x ; -9 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

- A.** $x = 36$. **B.** $x = -\frac{13}{2}$. **C.** $x = 6$. **D.** $x = -36$.

Lời giải.

Câu 16. Tìm $b > 0$ để các số $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{b}$; $\sqrt{2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A.** $b = -1$. **B.** $b = 1$. **C.** $b = 2$. **D.** $b = -2$.

Lời giải.

Câu 17. Tìm tất cả giá trị của x để ba số $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A.** $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $x = \pm \frac{1}{3}$. **C.** $x = \pm \sqrt{3}$. **D.** $x = \pm 3$.

Lời giải.

Câu 18. Tìm x để ba số $1+x$; $9+x$; $33+x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A.** $x = 1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 7$. **D.** $x = 3$; $x = 7$.

Lời giải.

Câu 19. Với giá trị x, y nào dưới đây thì các số hạng lần lượt là $-2; x; -18; y$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân?

A. $\begin{cases} x = 6 \\ y = -54 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -10 \\ y = -26 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -6 \\ y = -54 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -6 \\ y = 54 \end{cases}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $x; 12; y; 192$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x = 1; y = 144$.

B. $x = 2; y = 72$.

C. $x = 3; y = 48$.

D. $x = 4; y = 36$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Ba số hạng đầu của một cấp số nhân là $x-6; x$ và y . Tìm y , biết rằng công bội của cấp số nhân là 6.

A. $y = 216$.

B. $y = \frac{324}{5}$.

C. $y = \frac{1296}{5}$.

D. $y = 12$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 22. Thêm hai số thực dương x và y vào giữa hai số 5 và 320 để được bốn số 5; $x; y; 320$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} x = 25 \\ y = 125 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 20 \\ y = 80 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 15 \\ y = 45 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 30 \\ y = 90 \end{cases}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Hai số hạng đầu của của một cấp số nhân là $2x+1$ và $4x^2-1$. Số hạng thứ ba của cấp số nhân là:

A. $2x-1$.

B. $2x+1$.

C. $8x^3-4x^2-2x+1$.

D. $8x^3+4x^2-2x-1$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 24. Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

- A. $q = 3$. B. $q = -3$. C. $q = 2$. D. $q = -2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_5 = -\frac{27}{16}$. B. $u_5 = -\frac{16}{27}$. C. $u_5 = \frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

- A. Số hạng thứ 5. B. Số hạng thứ 6.
C. Số hạng thứ 7. D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S_6 = 130$. B. $u_5 = 256$. C. $S_5 = 256$. D. $q = -4$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$ và $q = -\frac{1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

- A. Số hạng thứ 103. B. Số hạng thứ 104.
C. Số hạng thứ 105. D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 29. Một cấp số nhân có công bội bằng 3 và số hạng đầu bằng 5. Biết số hạng chính giữa là 32805. Hỏi cấp số nhân đã cho có bao nhiêu số hạng?

- A.** 18. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 9.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_n = 81$ và $u_{n+1} = 9$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $q = \frac{1}{9}$. **B.** $q = 9$. **C.** $q = -9$. **D.** $q = -\frac{1}{9}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 31. Một dãy số được xác định bởi $u_1 = -4$ và $u_n = -\frac{1}{2}u_{n-1}$, $n \geq 2$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số đó là:

- A.** $u_n = 2^{n-1}$. **B.** $u_n = (-2)^{n-1}$. **C.** $u_n = -4(2^{-n+1})$. **D.** $u_n = -4\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 32. Cho cấp số nhân $u_1; u_2; u_3; \dots$ với $u_1 = 1$. Tìm công bội q để $4u_2 + 5u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất?

- A.** $q = -\frac{2}{5}$. **B.** $q = 0$. **C.** $q = \frac{2}{5}$. **D.** $q = 1$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 33. Một cấp số nhân có số hạng thứ bảy bằng $\frac{1}{2}$, công bội bằng $\frac{1}{4}$. Hỏi số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng bao nhiêu?

- A. 4096. B. 2048. C. 1024. D. $\frac{1}{512}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 34. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$ và $u_6 = -486$. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho, biết rằng $u_3 > 0$.

- A. $q = -3$. B. $q = -\frac{1}{3}$. C. $q = \frac{1}{3}$. D. $q = 3$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 35. Một cấp số nhân có số hạng thứ hai bằng 4 và số hạng thứ sáu bằng 64, thì số hạng tổng quát của cấp số nhân đó có thể tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $u_n = 2^{n-1}$. B. $u_n = 2^n$ C. $u_n = 2^{n+1}$. D. $u_n = 2n$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 36. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$. B. $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$. C. $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$. D. $u_k = u_1 + (k-1)q$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 37. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $u_7 = u_4 \cdot q^3$. B. $u_7 = u_4 \cdot q^4$. C. $u_7 = u_4 \cdot q^5$. D. $u_7 = u_4 \cdot q^6$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 38. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Với $1 < k < m$, đẳng thức nào dưới đây là đúng?

- A. $u_m = u_k \cdot q^k$. B. $u_m = u_k \cdot q^m$. C. $u_m = u_k \cdot q^{m-k}$. D. $u_m = u_k \cdot q^{m+k}$.

Lời giải.

Câu 39. Cho một cấp số nhân có 15 số hạng. Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A. $u_1 \cdot u_{15} = u_2 \cdot u_{14}$. B. $u_1 \cdot u_{15} = u_5 \cdot u_{11}$. C. $u_1 \cdot u_{15} = u_6 \cdot u_9$. D. $u_1 \cdot u_{15} = u_{12} \cdot u_4$.

Lời giải.

Câu 40. Cho một cấp số nhân có n số hạng ($n > k > 55$). Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $u_1 \cdot u_n = u_2 \cdot u_{n-1}$. B. $u_1 \cdot u_n = u_5 \cdot u_{n-4}$. C. $u_1 \cdot u_n = u_{55} \cdot u_{n-55}$. D. $u_1 \cdot u_n = u_k \cdot u_{n-k+1}$.

Lời giải.

Câu 41. Một cấp số nhân có ba số hạng là a, b, c (theo thứ tự đó) trong đó các số hạng đều khác 0 và công bội $q \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{bc}$. B. $\frac{1}{b^2} = \frac{1}{ac}$. C. $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{ba}$. D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}$.

Lời giải.

Dạng 2: Xác định số hạng đầu, công bội, xác định số hạng thứ k , tính tổng của n số hạng đầu tiên:

1. Phương pháp.

- Dựa vào giả thuyết, ta lập một hệ phương trình chứa công bội q và số hạng đầu u_1 , giải hệ phương trình này tìm được q và u_1 .
- Để xác định số hạng thứ k , ta sử dụng công thức: $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$.
- Để tính tổng của n số hạng, ta sử dụng công thức: $S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}, q \neq 1$.
- Nếu $q=1$ thì $u_1 = u_2 = u_3 = \dots = u_n$, do đó $S_n = nu_1$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 7. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:

- a). $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases}$ b). $\begin{cases} u_2 = 6 \\ S_3 = 43. \end{cases}$

Lời giải



a). $\begin{cases} u_1 = 1 \\ S_8 = \frac{3^8 - 1}{2} \end{cases}$

b). $\begin{cases} S_4 = 40 \\ S_8 = 680 \end{cases}$

[illegible]
$$\text{a). } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 49 \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{1}{u_5} \right) \\ u_1 + u_3 = 35 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \end{cases}.$$

Lớp Toán – Thầy Diệp Tuấn

[illegible]

 Bài tập 10. Tìm công bội của cấp số nhân (u_n) , biết

a).
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases}.$$

b).
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85 \end{cases}.$$

Lời giải

[illegible]


$$\text{b). } \begin{cases} u_3 + u_5 = 90 \\ u_2 - u_6 = 240 \end{cases}$$
[illegible]

D. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 3 \end{cases}$

.....

.....

Câu 43. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_5 - u_3 = 72 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\begin{cases} u_1 = 4 \\ q = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 3 \end{cases}$

Lời giải.

Câu 44. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $q = 2$.

B. $q = -4$.

C. $q = 4$.

D. $q = -2$.

Lời giải.

Câu 45. Một cấp số nhân có năm số hạng mà hai số hạng đầu tiên là các số dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 1, tích của số hạng thứ ba và số hạng cuối bằng $\frac{1}{16}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ q = -2 \end{cases}$

Lời giải.

Câu 46. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$. Tính u_3 .

A. $u_3 = 10$.

B. $u_3 = 15$.

C. $u_3 = 20$.

D. $u_3 = 25$.

Lời giải.

Câu 47. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \end{cases}$. Tính u_2 .

A. $u_2 = 4$.

B. $u_2 = 6$.

C. $u_2 = 8$.

D. $u_2 = 10$.

Lời giải.

Câu 48. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q và thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases}$. Tìm q biết rằng $q > 1$.

A. $q = \frac{5}{4}$.

B. $q = 4$.

C. $q = \frac{4}{3}$.

D. $q = 3$.

Lời giải.

Câu 49. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q và thỏa

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 49 \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{1}{u_5} \right) \\ u_1 + u_3 = 35 \end{cases}$$

A. $P = 24$.

B. $P = 29$.

C. $P = 34$.

D. $P = 39$.

Lời giải.

[illegible]

Dạng 3: Tìm cấp số nhân (u_n) dựa vào các tính chất.

1. Phương pháp.

- Gọi $u_1, u_1q, u_1q^2, \dots$ là cấp số nhân cần tìm hoặc $a, b, c, \dots$ là cấp số nhân cần tìm.
- Dựa vào tính chất $b^2 = a.c$ để thiết lập phương trình.

2. Bài tập minh họa.

 **Bài tập 12.** Tìm a, b biết rằng: $1, a, b$ là 3 số hạng liên tiếp của cấp số cộng và $1, a^2, b^2$ là 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân.

Lời giải

[illegible]

 Bài tập 13. Tìm số hạng đầu của CSN biết công bội bằng 3, tổng số các số hạng là 728 và số hạng cuối bằng 486.

Lời giải

[illegible]

Lời giải

Bài tập 15. Cho 3 số dương có tổng là 65 lập thành một cấp số nhân tăng, nếu bớt một đơn vị ở số hạng thứ nhất và 19 đơn vị ở số hạng thứ ba ta được một cấp số cộng. Tìm 3 số đó.

Lời giải

Bài tập 16. Cho $x, 3, y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân và $x^4 = y\sqrt{3}$. Tìm x, y .

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	


Bài tập 17.

a). Giữa các số 160 và 5 hãy chèn vào 4 số nữa để tạo thành một cấp số nhân.
 Tìm 4 số đó.

b). Giữa các số 243 và 1 hãy đặt thêm 4 số nữa để tạo thành một cấp số nhân.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	


Bài tập 18.

Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân biết tổng của chúng là 19 và tích là 216.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 19. Tìm công bội của một cấp số nhân có số hạng đầu là 7, số hạng cuối là 448 và tổng số các số hạng là 889.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 20. Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, trong đó số hạng thứ hai nhỏ hơn số hạng thứ nhất 35, còn số hạng thứ ba lớn hơn số hạng thứ tư 560.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 21. Cho một cấp số nhân có bảy số hạng, số hạng thứ tư bằng 6 và số hạng thứ bảy gấp 243 lần số hạng thứ hai. Hãy tìm số hạng thứ hai của cấp số nhân đó.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 22. Tìm ba số khác nhau có tổng bằng 114 có thể coi là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, hoặc coi là các số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ hai mươi lăm của một cấp số cộng. Tìm các số đó.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 23. Tìm ba số khác nhau tạo thành cấp số cộng có tổng bằng 6, biết rằng nếu hoán đổi vị trí số hạng thứ nhất và số hạng thứ hai đồng thời giữ nguyên số hạng thứ ba ta được cấp số nhân.

Lời giải

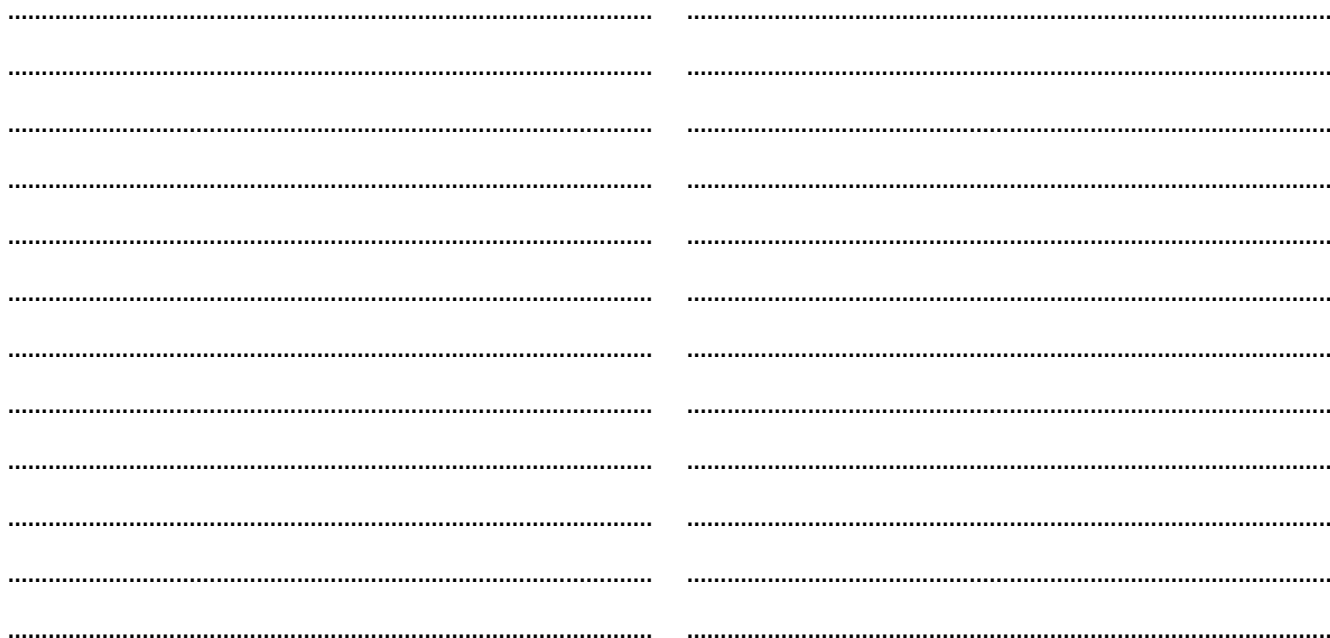
This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. Each column contains 10 rows of lines. The left column starts at approximately x=10 and ends at x=490. The right column starts at approximately x=510 and ends at x=900. There are margins at the top, bottom, and between the two columns.

Bài tập 24. Cho bốn số nguyên dương, trong đó ba số đầu lập thành cấp số cộng, ba số sau lập thành cấp số nhân. Biết rằng tổng của số hạng đầu và cuối bằng 37, tổng của hai số hạng giữa bằng 36. Tìm bốn số đó.

Lời giải

.....

.....

[illegible]

.....	
.....	
.....	
.....	

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

5. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 50. Các số $x+6y$, $5x+2y$, $8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1$, $y+2$, $x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính x^2+y^2 .

A. $x^2+y^2=40$. **B.** $x^2+y^2=25$. **C.** $x^2+y^2=100$. **D.** $x^2+y^2=10$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 51. Ba số x ; y ; z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1; đồng thời các số x ; $2y$; $3z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0. Tìm giá trị của q .

A. $q=\frac{1}{3}$. **B.** $q=\frac{1}{9}$. **C.** $q=-\frac{1}{3}$. **D.** $q=-3$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 52. Cho dãy số tăng a , b , c ($c \in \mathbb{Z}$) theo thứ tự lập thành cấp số nhân; đồng thời a , $b+8$, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng và a , $b+8$, $c+64$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $P=a-b+2c$.

A. $P=\frac{184}{9}$. **B.** $P=64$. **C.** $P=\frac{92}{9}$. **D.** $P=32$.

Lời giải.

.....	
.....	



A. $q = 2$. **B.** $q = -2$. **C.** $q = -\frac{3}{2}$. **D.** $q = \frac{3}{2}$.

[illegible]

A. 56° . **B.** 102° . **C.** 252° . **D.** 168° .

[illegible]

Câu 55. Cho bốn số a, b, c, d biết rằng a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội $q > 1$; còn b, c, d theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tìm q biết rằng $a + d = 14$ và $b + c = 12$.

A. $q = \frac{18 + \sqrt{73}}{24}$.

B. $q = \frac{19 + \sqrt{73}}{24}$.

C. $q = \frac{20 + \sqrt{73}}{24}$.

D. $q = \frac{21 + \sqrt{73}}{24}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4. Tính tổng của một dãy (u_n) là cấp số nhân.

1. Phương pháp.

Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q .

➤ Áp dụng công thức tổng $S_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (q \neq 1)$

Đặc biệt : Đối với dãy số $S = a + aa + aaa + \dots + \underbrace{aa\dots a}_{n \text{ số } a}$ ta làm như sau.

➤ Nếu $a = 10$ thì áp dụng trực tiếp $S_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (q \neq 1)$ với $u_1 = 10, q = 10$

➤ Nếu $a \neq 10$ ($a = 1, 2, \dots, 9, 11$) thì ta tách về số 10 bằng cách

$$9 = 10 - 1$$

$$99 = 100 - 1 = 10^2 - 1$$

$$999 = 1000 - 1 = 10^3 - 1$$

➤ **Hoặc** $8 = \frac{8}{9} \cdot 9 = \frac{8}{9}(10 - 1)$ và $88 = \frac{8}{9} \cdot 99 = \frac{8}{9}(100 - 1) = \frac{8}{9}(10^2 - 1) \dots$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 27. Tính các tổng sau

a). $S = 1 + \pi + \pi^2 + \dots + \pi^{100}$.

b). $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 28. Tính các tổng sau

a). $S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + (n+1).3^n$.

b). $S = 1 + 4.5 + 7.5^2 + \dots + (3n-2).5^n$.

Lời giải

Bài tập 29. Tính tổng $S = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 + \dots + \left(x^n + \frac{1}{x^n}\right)^2$ với $x \neq 0$.

Lời giải

Bài tập 30. Tính các tổng sau:

a). $S_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$

b). $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$

c). $S_n = \left(3 + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(9 + \frac{1}{9}\right)^2 + \dots + \left(3^n + \frac{1}{3^n}\right)^2$

d). $S_n = 6 + 66 + 666 + \dots + \underbrace{666\dots6}_{n \text{ số } 6}$

e). $A = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_n$

f). $B = 7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{777\dots7}_n$

Lời giải

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

6. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 56. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- A.** $S_{10} = -511$. **B.** $S_{10} = -1025$. **C.** $S_{10} = 1025$. **D.** $S_{10} = 1023$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 57. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; ... Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $S_n = 4^{n-1}$. **B.** $S_n = \frac{n(1+4^{n-1})}{2}$. **C.** $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$. **D.** $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 58. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; 1; ...; 2048. Tính tổng S của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho.

- A.** $S = 2047,75$. **B.** $S = 2049,75$. **C.** $S = 4095,75$. **D.** $S = 4096,75$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 59. Tính tổng $S = -2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \dots + (-2)^{n-1} + (-2)^n$ với $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$.

- A.** $S = 2n$. **B.** $S = 2^n$. **C.** $S = \frac{-2(1-2^n)}{1-2}$. **D.** $S = -2 \cdot \frac{1-(-2)^n}{3}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 60. Một cấp số nhân có 6 số hạng với công bội bằng 2 và tổng số các số hạng bằng 189. Tìm số hạng cuối u_6 của cấp số nhân đã cho.

- A.** $u_6 = 32$. **B.** $u_6 = 104$. **C.** $u_6 = 48$. **D.** $u_6 = 96$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 61. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -6$ và $q = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng 2046. Tìm n .

- A.** $n = 9$. **B.** $n = 10$. **C.** $n = 11$. **D.** $n = 12$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 62. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân đã cho.

A. $u_4 = 100$.

B. $u_4 = 124$.

C. $u_4 = 500$.

D. $u_4 = 624$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 63. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = \frac{3^n - 1}{3^{n-1}}$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân đã cho.

A. $u_5 = \frac{2}{3^4}$.

B. $u_5 = \frac{1}{3^5}$.

C. $u_5 = 3^5$.

D. $u_5 = \frac{5}{3^5}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 64. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$.

B. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$.

C. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$.

D. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 65. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng của hai số hạng đầu tiên bằng 4, tổng của ba số hạng đầu tiên bằng 13. Tính tổng của năm số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho, biết công bội của cấp số nhân là một số dương.

A. $S_5 = \frac{181}{16}$.

B. $S_5 = 141$.

C. $S_5 = 121$.

D. $S_5 = \frac{35}{16}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 66. Gọi $S = 9 + 99 + 999 + \dots + 999\dots 9$ (n số 9) thì S nhận giá trị nào sau đây?

A. $S = \frac{10^n - 1}{9}$.

B. $S = 10 \left(\frac{10^n - 1}{9} \right)$.

C. $S = 10 \left(\frac{10^n - 1}{9} \right) - n$.

D. $S = 10 \left(\frac{10^n - 1}{9} \right) + n$.

Lời giải.

Câu 67. Gọi $S = 1 + 11 + 111 + \dots + 111\dots 1$ (n số 1) thì S nhận giá trị nào sau đây?

A. $S = \frac{10^n - 1}{81}$.

B. $S = 10 \left(\frac{10^n - 1}{81} \right)$.

C. $S = 10 \left(\frac{10^n - 1}{81} \right) - n$.

D. $S = \frac{1}{9} \left[10 \left(\frac{10^n - 1}{9} \right) - n \right]$.

Lời giải.

Câu 68. Biết rằng $S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 11.3^{10} = a + \frac{21.3^b}{4}$. Tính $P = a + \frac{b}{4}$.

A. $P = 1$.

B. $P = 2$.

C. $P = 3$.

D. $P = 4$.

Lời giải.

Dạng 5: Chứng minh đẳng thức dựa vào tính chất của cấp số nhân

1. Phương pháp.

- Dựa vào tính chất a, b, c là cấp số nhân $\Leftrightarrow b^2 = a.c$
- Biến đổi về trái thành vế phải.
- Hoặc biến đổi tương đương $A = B \Leftrightarrow A - B = 0$

2. Ví dụ minh họa.

Bài tập 31. Cho a, b, c, d là bốn số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Chứng minh:

a). $(ab + bc + ca)^3 = abc(a + b + c)^3$

b). $(a^2 + b^2)(b^2 + c^2) = (ab + bc)^2$

c). $(a + b + c)(a - b + c) = a^2 + b^2 + c^2$

d). $(b - c)^2 + (c - a)^2 + (d - b)^2 = (a - d)^2$

e). $a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$

Lời giải

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Bài tập 32. Chứng minh rằng nếu a, b, c lập thành một cấp số nhân khi và chỉ khi $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ lập thành một cấp số nhân.

Lời giải

 Bài tập 33. Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Chứng minh rằng

a). $(a^2 + b^2)(b^2 + c^2) = (ab + bc)^2$.

b). $a^2 - 4ab + 8bc + 4c^2 = (a - 2b - 2c)^2$.

c). $(a+b+c)(a-b+c) = a^2 + b^2 + c^2$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 6. Vận dụng cấp số nhân vào giải quyết bài toán thực tiễn

1. Phương pháp.

Trong bài toán thực tế về cấp số nhân việc dùng số hạng đầu u_0 và u_1 rất dễ nhầm lẫn, để dùng chính xác ta sử dụng các quy tắc sau:

➤ Dùng u_0 (Số hạng thứ 0 là thời điểm ban đầu).

- **Dấu hiệu.** Khi bài toán có thời điểm gốc (thời điểm 0) và các giai đoạn sau đó được tính sau 1 chu kỳ, sau 2 chu kỳ...lúc này số thứ tự của số hạng trùng khớp với số chu kỳ thời gian đã trôi qua.
- **Quy ước.** u_0 là giá trị tại thời điểm ban đầu khi chưa tính chu kỳ nào.
- **Áp dụng công thức tổng quát** $u_n = u_0 \cdot q^n$ ($q \neq 1$) với n chính là số chu kỳ thời gian đã trôi qua.
- **Các bài toán thực tế thường gặp.**

① **Bài toán lãi kép ngân hàng (gửi tiền một lần):** Bạn gửi vào ngân hàng số tiền ban đầu là A . Sau n kỳ hạn với lãi suất r , số tiền nhận được là bao nhiêu.

- Gốc thời gian là lúc vừa gửi tiền (chưa qua tháng năm nào) $\Rightarrow u_0 = A$.

- Sau n kỳ hạn số tiền là $u_n = u_0 \cdot (1+r)^n$ hay $u_n = u_0 \cdot q^n$ ($q \neq 1$) với $q = 1+r$

② **Bài toán tăng trưởng dân số hay vi khuẩn:** Một quần thể ban đầu có N_0 cá thể, tốc độ tăng trưởng là r sau mỗi năm.

- Gốc thời gian là quần thể ban đầu có N_0 cá thể $\Rightarrow u_0 = N_0$.

- Sau n năm dân số là $u_n = u_0 \cdot (1+r)^n$ hay $u_n = u_0 \cdot q^n$ ($q \neq 1$) với $q = 1+r$

③ **Bài toán khấu hao tài sản (giảm giá trị):** Một chiếc xe máy giá A triệu đồng, mỗi năm giảm r .

- Gốc thời gian là lúc mới mua $A \Rightarrow u_0 = A$.

- Sau n năm sử dụng thì giá trị còn lại là $u_n = u_0 \cdot (1-r)^n$ hay $u_n = u_0 \cdot q^n$ ($q \neq 1$) với $q = 1-r$

➤ Dùng u_1 (Số hạng thứ 1 là chu kỳ đầu tiên).

- **Dấu hiệu.** Khi bài toán chia thực tế thành các giai đoạn hoặc thời kỳ rõ rệt (ngày thứ nhất, năm thứ nhất, lần thứ nhất, bậc thứ nhất ...) và sau đó ta tính giá trị ở một giai đoạn nào đó.
- **Quy ước.** u_1 là giá trị tại ở giai đoạn hoặc thời kỳ đầu tiên.
- **Áp dụng công thức tổng quát** $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ ($q \neq 1$)

Bài tập 37. Anh Bình được nhận vào một công ty với mức lương tháng khởi điểm là 6 triệu đồng và sau mỗi quý (*mỗi quý bằng 3 tháng*), lương tháng sẽ tăng thêm 5%. Tính tổng lương mà anh Bình nhận được sau ba năm làm việc bằng bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Bài tập 38. Giả sử một thành phố có dân số năm 2022 là khoảng 2,1 triệu người và trong những năm tiếp theo, cứ năm sau dân số lại tăng thêm 0,75% so với năm trước đó. Nếu tốc độ gia tăng dân số vẫn giữ nguyên như trên thì ước tính vào năm nào dân số của thành phố đó sẽ khoảng 2.262.923 người?

Lời giải

Bài tập 39. Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi, biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con. Hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 40. Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 6 phút người ta đếm được có 128000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 4096000 con.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 41. Bác An gửi tiết kiệm vào ngân hàng 100 triệu đồng với hình thức lãi kép tức là số tiền lãi cộng vào tiền gốc và tiếp tục sinh lãi, kì hạn một năm với lãi suất 4,7% /năm. Tính số tiền cả gốc và lãi bằng bao nhiêu triệu đồng mà bác An nhận được sau 10 năm. (Giả sử lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi tiền). Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 42. Giả sử tỷ lệ tăng dân số của tỉnh T là 1,2% và không biến động trong 10 năm tiếp theo. Biết rằng số dân của tỉnh T hiện nay là 2 triệu người. Nếu lấy kết quả chính xác đến hàng nghìn thì sau 9 năm nữa số dân của tỉnh T sẽ là bao nhiêu?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

[illegible]

Bài tập 43. Do ảnh hưởng của tình hình kinh tế toàn cầu nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 30 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7 mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10%. Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng (làm tròn đến một chữ số thập phân)?

Lời giải

[illegible]

Bài tập 44. Để tích lũy tiền cho việc học đại học của con gái, cô Thảo quyết định hằng tháng bỏ ra 500 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hằng tháng. Cô bắt đầu chương trình tích lũy này khi con gái cô tròn 4 tuổi. Cô ấy sẽ tích lũy được bao nhiêu tiền vào thời điểm gửi khoản tiền thứ 180? Lúc này con gái cô Thảo bao nhiêu tuổi?

Lời giải

[illegible]

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 45. Vào năm con gái được 4 tuổi, Chị An gửi tiết kiệm đầu mỗi năm một số tiền x (triệu đồng) ($x \in \mathbb{N}$) để đến năm 18 tuổi sẽ có được 200 triệu cho con gái đi học đại học. Hiện tại lãi suất tiền gửi hàng năm là $4,8\%$ /năm. Giả sử lãi suất này được giữ ổn định. Chị An gửi số tiền đầu mỗi năm là: $x = ?$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 46. Một công ty phần mềm tuyển một chuyên gia về công nghệ thông tin với mức lương năm đầu tiên là 300 triệu đồng và cam kết tăng thêm 5% lương mỗi năm so với năm liền kề nếu hoàn thành tốt công việc được giao. Tính tổng số tiền lương mà chuyên gia đó nhận được sau khi làm việc cho công ty 10 năm (làm tròn đến triệu đồng).

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 47. Sinh nhật bạn của An vào ngày 10 tháng 01 năm 2024, An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn của mình, nên An quyết định bỏ ổng heo 1 000 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2024, sau đó cứ liên tục ngày sau gấp đôi ngày trước. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu nghìn đồng? (thời gian bỏ ổng heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2024 đến ngày 10 tháng 01 năm 2024).

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 48. Gia đình ông A cần khoan một cái giếng. Biết rằng giá của mét khoan đầu tiên là 180.000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, mỗi mét khoan sau sẽ tăng thêm 6,5% so với mét khoan trước đó. Hỏi nếu ông A khoan cái giếng sâu 32m thì hết bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 49. Truyện kể rằng, Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 4 điều ước. Aladin ước 3 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 4 của chàng là: "Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Sau 11 ngày gặp Thần đèn, Aladin đã ước tất cả bao nhiêu điều ước.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 50. Trong buổi phát động trồng cây, trường X trồng được 12 hàng cây, hàng đầu tiên có 2 cây, các hàng liên sau mỗi hàng gấp đôi hàng trước đó. Hỏi trường X trồng được bao nhiêu cây?

Lời giải

Bài tập 51. Bạn An là sinh viên của một trường đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi để trang trải kinh phí học tập. Đầu năm thứ nhất, bạn ấy vay ngân hàng số tiền 40 triệu đồng với lãi suất là 4% một năm. Tính số tiền mà bạn An nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó bạn An chưa trả bất kì khoản nào và lãi suất ngân hàng không thay đổi.

Lời giải

Bài tập 52. Bác Y kí hợp đồng vào làm bảo vệ tại trường THPT chuyên X với điều khoản tiền lương như sau: Năm thứ nhất tiền lương của bác Y là 42 triệu đồng/năm. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của bác Y bằng 1,05 lần mức lương của năm liền trước đó. Tổng tiền lương bác Y đi làm sau 15 năm bằng bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Bài tập 53. Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 100 000 đồng, mỗi lần sau, tiền đặt cược gấp đôi số tiền cược trước đó. Người đó thua 5 lần liên tiếp tính từ lần đặt cược đầu tiên và thắng ở lần thứ 6 (số tiền nhận được khi thắng bằng 2 lần số tiền đã đặt cược ở lần chơi đó). Hỏi số tiền (nghìn đồng) du khách trên đã thắng hay thua là bao nhiêu sau 6 lần chơi?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 54. Nam đậu đại học ở 1 trường thành phố, bạn phải đi làm thêm để có thể giảm gánh nặng kinh tế cho bố mẹ. Tháng đầu tiên đi làm, bạn được ông chủ trả 3 triệu đồng, nhờ siêng năng làm việc nên cứ mỗi tháng ông chủ lại tăng 5% so với tháng trước. Mỗi khi lĩnh lương bạn Nam đều cất đi phần lương tăng so với tháng trước. Hỏi sau 5 năm thì bạn Nam tiết kiệm được bao nhiêu tiền (làm tròn đến triệu đồng?)

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 55. Trong một hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 10 hồ sẽ đầy lá sen. Hỏi nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ mấy hồ sẽ đầy lá sen?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 56. Công ty X dự định vận hành bằng năng lượng mặt trời nên đã tiến hành lắp đặt các tấm pin mặt trời với chỉ tiêu tháng đầu tiên sẽ lắp được 1200 tấm. Sau đó mỗi tháng công ty sẽ lắp thêm khoảng 21% số lượng tấm pin đã lắp tháng trước. Biết rằng mỗi tấm pin cho công suất là 440Wp (xét trong điều kiện chuẩn). Hỏi công ty cần công suất khoảng 2426000Wp để vận hành thì phải lắp pin mặt trời trong ít nhất bao nhiêu tháng mới đủ công suất trên?

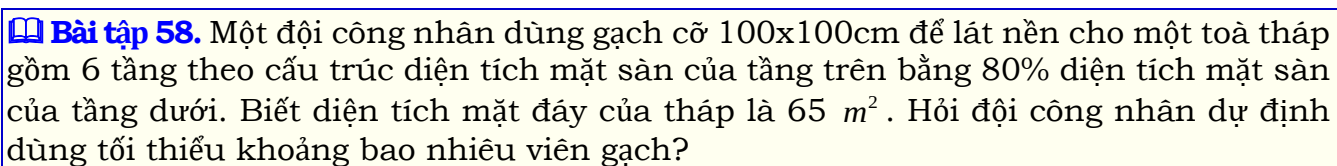
Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 57. Một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ 11 đến số 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30,.... Bậc 1 có giá là 1500 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ $n+1$ tăng so với giá của mỗi số ở bậc thứ n là 3%. Gia đình ông A sử dụng hết 345 số trong tháng 1, hỏi tháng 1 ông A phải đóng bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).

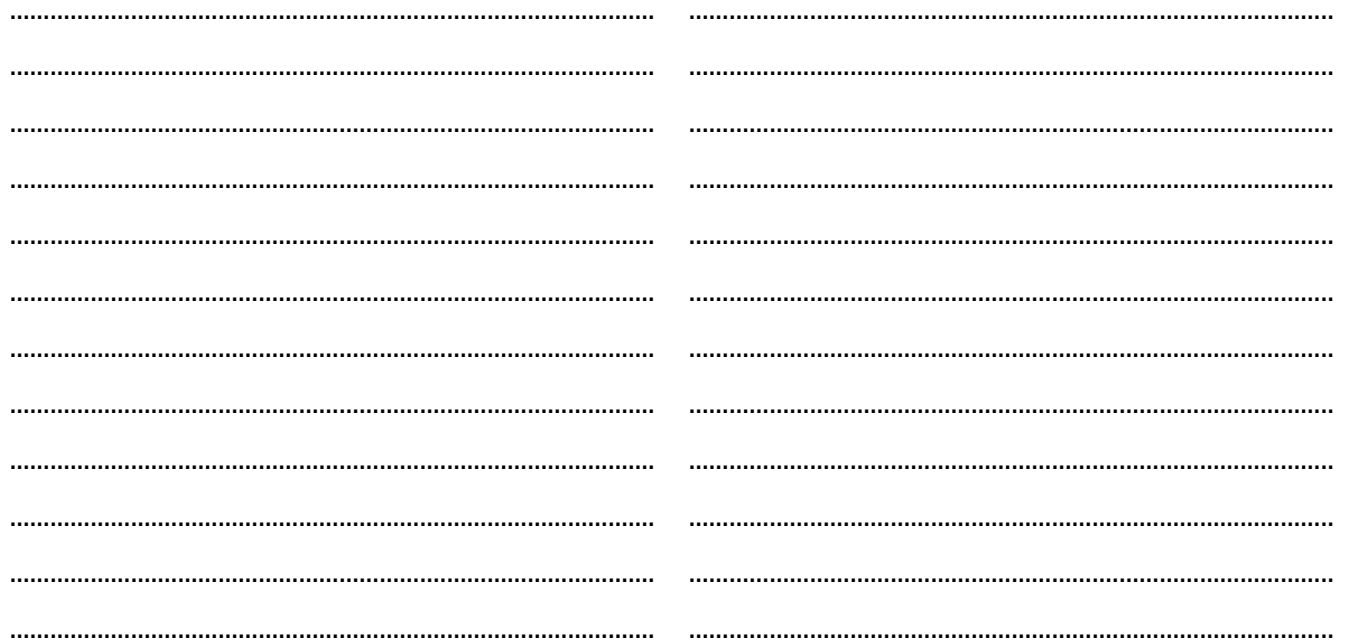
Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

[illegible]

Bài tập 59. Người ta dự định xây dựng 1 tòa tháp 10 tầng tại một ngôi chùa nọ, theo cấu trúc diện tích của mặt sàn tầng trên bằng nửa diện tích mặt sàn tầng dưới, biết diện tích mặt đáy tháp là $16m^2$. Hãy giúp nhà chùa ước lượng số gạch hoa cần dùng để lát nền nhà. Để cho đồng bộ các nhà chùa yêu cầu nền nhà phải lát gạch hoa cỡ $30 \times 30cm$. (làm tròn đến hàng đơn vị).





Lời giải



A 3D visualization of a game board, likely for a board game. The board is a square with a checkerboard pattern of light blue and dark blue squares. A mountain range, composed of several peaks of varying heights, is positioned along the bottom edge of the board. The mountains are colored in a light tan or beige. The board is shown from an isometric perspective, giving it a three-dimensional appearance.

Trang 149



Lời giải



A diagram showing a projectile launched from the ground. A vertical axis on the left is labeled '8 m'. A curved arrow represents the path of the projectile, starting from the ground and reaching a peak at the 8 m height. A colorful ball is shown at the peak of the trajectory.

Tel: 0935.660.880

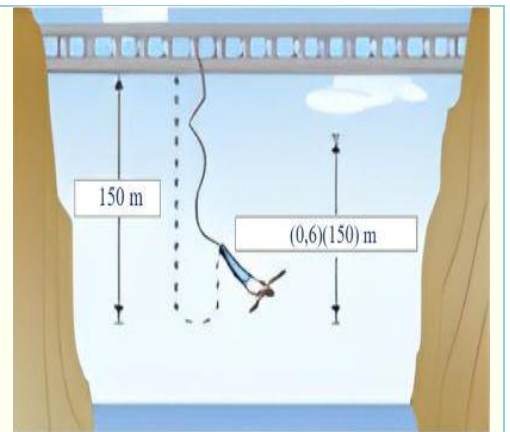
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 64. Bạn Thanh Phong thả quả bóng cao su từ độ cao 7 m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{1}{2}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

Lời giải

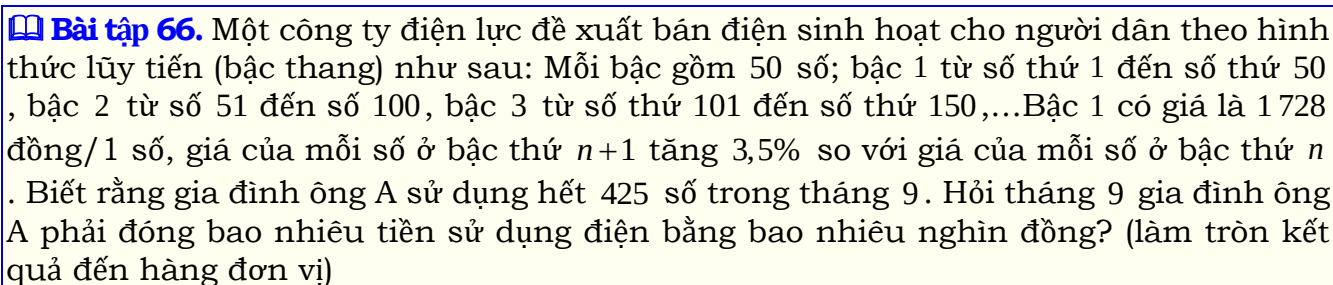
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 65. Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 150 m . Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 60% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên (Hình vẽ). Tính tổng quãng đường bằng bao nhiêu mét khi mà người đó đi được sau 15 lần kéo lên và lại rơi xuống (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



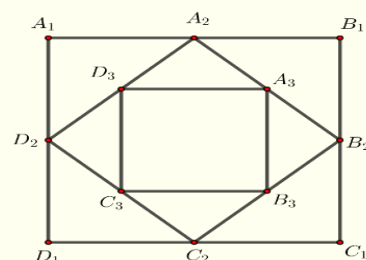
Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	



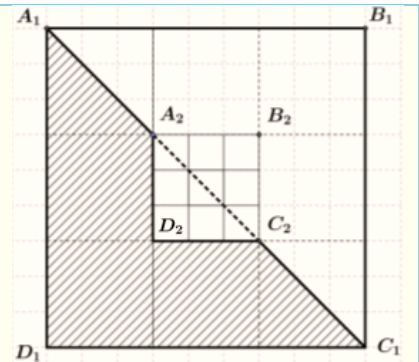
This image shows a full page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a template for writing. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Bài tập 67. Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 2024. Gọi A_{k+1} , B_{k+1} , C_{k+1} , D_{k+1} thứ tự là trung điểm các cạnh A_kB_k , B_kC_k , C_kD_k , D_kA_k (với $k=1, 2, \dots$). Chu vi của hình vuông $A_{2025}B_{2025}C_{2025}D_{2025}$ có dạng $m.2^{-1007}$. Tìm m .



Lời giải

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% .



Lời giải

Bài tập 69. Bạn Vân là học sinh giỏi của một trường THPT nên được hưởng học bổng hằng tháng là 4 triệu đồng. Học bổng được cấp vào đầu tháng. Vì muốn để dành tiền đóng học phí vào năm nhất đại học nên bắt đầu từ đầu tháng 9/2023 (đầu năm học lớp 11), cứ đầu tháng bạn Vân dành 30% số tiền học bổng nói trên để gửi tiết kiệm ở ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng và sẽ cố gắng giữ vững thành tích học tập để nhận học bổng đến hết tháng 8/2025. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu, học bổng được cấp đến hết tháng 8/2025. Hỏi đến hết tháng 8/2025 bạn Vân có bao nhiêu triệu đồng để đóng học phí học đại học (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 70. Đầu mùa thu hoạch dưa hấu, ông A đã bán cho người thứ nhất nửa số dưa hấu thu hoạch được và tặng thêm 1 quả, bán cho người thứ hai nửa số dưa hấu còn lại và tặng thêm 1 quả. Ông cứ tiếp tục cách bán như trên thì đến người thứ chín số dưa hấu của ông được bán hết. Tính số dưa hấu mà ông A thu hoạch được.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 69. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là $12\,288\,m^2$). Tính diện tích mặt trên cùng.

- A. $6\,m^2$. B. $8\,m^2$. C. $10\,m^2$. D. $12\,m^2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 70. Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cọc trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

- A. Hòa vốn. B. Thua 20000 đồng.
C. Thắng 20000 đồng. D. Thua 40000 đồng.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 71. Một máy tính casio fx-580VN X mua với giá 680 nghìn đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc máy tính lại giảm 10% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Tìm giá trị của chiếc máy tính sau 7 năm sử dụng. Làm tròn đến hàng đơn vị.

- A. 325. B. 324. C. 323. D. 326.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....