

MA TRẬN ĐỀ THI GIỮA KỲ 1 – ĐỊNH DẠNG TRẮC NGHIỆM 2025

MÔN: TOÁN 12

Chủ đề	Nội dung	Nhóm câu hỏi		
		Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (mức độ 1-2)	Phần 2. Trắc nghiệm đúng sai (mức độ 1-2-3)	Phần 3. Trả lời ngắn (mức độ 3-4)
CHƯƠNG. KHẢO SÁT HÀM SỐ	Tính đơn điệu, cực trị	2	1	4
	Giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất	2	1	
	Tiếp cận	2		
	Khảo sát đồ thị hàm số	2	1	
CHƯƠNG. VECTO	Vecto	2	1	2
	Biểu thức tọa độ vectơ	2		
Tổng số câu		12	4	6

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1. TOÁN 12
ĐỀ SỐ 1

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$

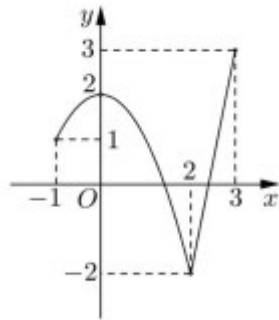
Câu 2. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A. 1 B. 4 C. 5 D. 0

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -36 . B. $-14\sqrt{7}$. C. $14\sqrt{7}$. D. -34 .

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$.

Xét các mệnh đề sau:

(I). Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

(II). Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $x = 1$ và $x = 2$.

(III). Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Chỉ có (III) đúng.

B. Chỉ có (I) và (II) đúng.

C. Chỉ có (I) và (III) đúng.

D. Cả (I), (II) và (III) đều đúng.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	2	$+\infty$	6	$+\infty$	

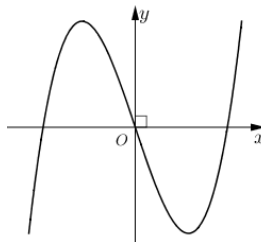
A. $y = \frac{x^2+4x-2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x^2+2x-2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x^2+2}{x-1}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 12.

B. 4.

C. 10.

D. 8.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$.

B. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.

C. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$.

D. $\vec{AB} = \vec{CD}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(0;2;-3)$.

B. $(1;0;-3)$.

C. $(1;2;0)$.

D. $(1;0;0)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

A. $(10;-2;13)$.

B. $(-2;2;-7)$.

C. $(-2;-2;7)$.

D. $(-2;2;7)$.

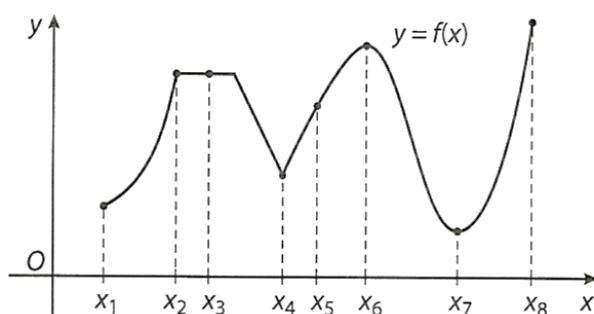
Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 1$.

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
- d) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

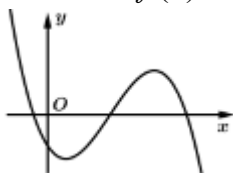
Câu 2. Sử dụng đồ thị hàm số $y = f(x)$



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm x_8 .
- b) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_7 .
- c) Hàm số đạt cực đại tại điểm x_6 .
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm x_4 và x_7 .

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $a > 0$.
- b) $b < 0$.
- c) $c > 0$.
- d) $d < 0$.

Câu 4. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km , cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0)$.
- b) Vị trí A có tọa độ $(300; 200; 10)$.
- c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng $360,69\text{ km}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $S = 4a - 5b$ là bao nhiêu?
- Câu 2.** Cho đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-4}$ có đường tiệm cận đứng $x = a$ và đường tiệm cận ngang $y = b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $C = 5a + 6b$ là bao nhiêu?
- Câu 3.** Hàm chi phí và hàm doanh thu (đều tính bằng triệu đồng) của một loại sản phẩm lần lượt là $C(x) = 25,5x + 1000$ và $R(x) = 75,5x$, trong đó x là số đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra. Biết hàm lợi nhuận trung bình $\bar{P}(x) = \frac{R(x) - C(x)}{x}$. Hỏi lợi nhuận trung bình sẽ không vượt quá bao nhiêu triệu đồng?
- Câu 4.** Một con lắc lò xo, gồm một vật nặng có khối lượng 1 kg được gắn vào một lò xo được cố định một đầu, dao động điều hoà với biên độ $A = 0,24\text{ m}$ và chu kỳ $T = 4$ giây. Vị trí x (mét) của vật tại thời điểm t được cho bởi $x(t) = A \cos(\omega t)$, trong đó $\omega = \frac{2\pi}{T}$ là tần số góc và thời gian t tính bằng giây. Tìm thời gian tối thiểu để vật chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí $x = -0,12\text{ m}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
- Câu 5.** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên các đường chéo AC và BF lấy các điểm M, N sao cho $MC = 2MA, NF = 2NB$. Khi đó biểu diễn vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo ba vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AF}$ ta được: $\overrightarrow{MN} = a \cdot \overrightarrow{AB} + b \cdot \overrightarrow{AD} + c \cdot \overrightarrow{AF}$. Tính giá trị của $12a - 3b + 6c$
- Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(4; 6; -5), B(5; 7; -4), C(5; 6; -4)$ và $D'(2; 0; 2)$. Biết điểm $B'(a; b; c)$, tính $3a - b + c$?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

PHẦN II

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
,	,	,	,	,	,
0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐
1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐
2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐
3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐
4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐
7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐
8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐
9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐

Điểm
Điểm phần I: đ
Điểm phần II: đ
Điểm phần III: đ
Tổng: đ

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. **D. $(-1; 0)$**

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. **B. 2.** C. 1. D. 3.

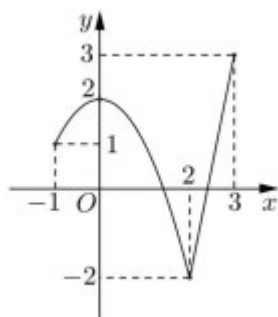
Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua nghiệm -1 và nghiệm 1 ; không đổi dấu khi x qua nghiệm 0 nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



A. 1

B. 4

C. 5

D. 0

Lời giải**Chọn C**Dựa vào đồ thị suy ra $M = f(3) = 3$; $m = f(2) = -2$ Vậy $M - m = 5$ **Câu 4.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằngA. -36 .**B.** $-14\sqrt{7}$.C. $14\sqrt{7}$.D. -34 .**Lời giải****Chọn B**Trên đoạn $[2; 19]$, ta có: $y' = 3x^2 - 21 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{7} \notin [2; 19] \\ x = \sqrt{7} \in [2; 19] \end{cases}$.Ta có: $y(2) = -34$; $y(\sqrt{7}) = -14\sqrt{7}$; $y(19) = 6460$. Vậy $m = -14\sqrt{7}$.**Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ làA. $y = -2$.**B.** $y = 1$.C. $x = -1$.D. $x = 2$.**Lời giải****Chọn B**Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.**Câu 6.** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$.
Xét các mệnh đề sau:(I). Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.(II). Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $x = 1$ và $x = 2$.

(III). Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Chỉ có (III) đúng. B. Chỉ có (I) và (II) đúng.

C. Chỉ có (I) và (III) đúng.

D. Cả (I), (II) và (III) đều đúng.

Lời giảiTa có $y = \frac{1}{x-2}$.

$\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0$. Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$. Do đó (I) đúng.

$\lim_{x \rightarrow 2} y = \infty$. Vậy đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng $x = 2$. Do đó (II) sai.

Vì bậc tử thức bé hơn bậc mẫu thức nên hàm số không có tiệm cận xiên.

Do đó (III) đúng.

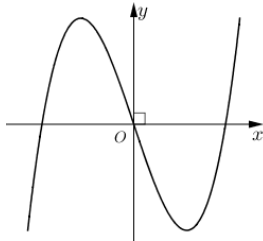
Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	2	$+\infty$	6	$+\infty$	

- A. $y = \frac{x^2 + 4x - 2}{x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. C. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 1}$. D. $y = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

Lời giải

Chọn A

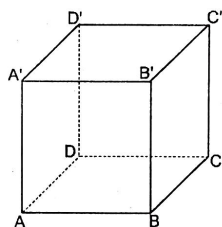
Số vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử $\Rightarrow$ số vector là $A_4^2 = 12$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D



Mệnh đề sai là: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai Vector đối nhau.

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
- A. $(0;2;-3)$. B. $(1;0;-3)$. C. $(1;2;0)$. D. $(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Do điểm $A(1;2;-3)$ nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1;2;0)$.

- Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
- A. $(10;-2;13)$. B. $(-2;2;-7)$. C. $(-2;-2;7)$. D. $(-2;2;7)$.

Lời giải

Ta có: $2\vec{a} = (4;-6;6)$, $3\vec{b} = (0;6;-3)$, $-2\vec{c} = (-6;2;-10) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2;2;-7)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 1$.
- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.
- d) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

Lời giải

a) Đúng.	b) Sai.	c) Sai.	d) Đúng.
----------	---------	---------	----------

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

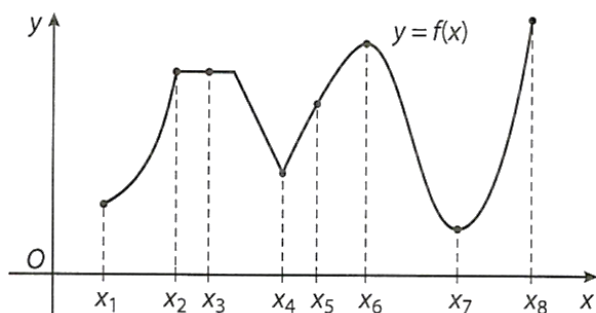
$$y' = x^2 - 4x + 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3.$$

Bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Từ đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

Câu 2. Sử dụng đồ thị hàm số $y = f(x)$



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm x_8 .
- b) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_7 .
- c) Hàm số đạt cực đại tại điểm x_6 .
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm x_4 và x_7 .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

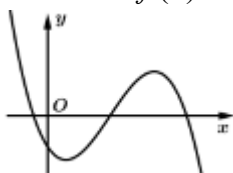
Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm x_8 .

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_7 .

Hàm số đạt cực đại tại điểm x_6 .

Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm x_4 và x_7 .

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $a > 0$.
- b) $b < 0$.
- c) $c > 0$.
- d) $d < 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

a) Sai. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$.

b) Sai. Hoành độ điểm uốn $x = \frac{-b}{3a} > 0 \Rightarrow -b < 0 \Leftrightarrow b > 0$.

c) Sai. Ta có: $c = f'(0) =$ hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 0 \Rightarrow c < 0$.

d) Đúng. Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm $(0; d) \Rightarrow d < 0$.

Câu 4. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Radar ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0)$.

b) Vị trí A có tọa độ $(300; 200; 10)$.

c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Theo giả thiết, radar ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0,08)$; điểm $A(-300; -200; 10)$.

Vậy khoảng cách từ máy bay đến radar là:

$$\sqrt{(-300 - 0)^2 + (-200 - 0)^2 + (10 - 0,08)^2} \approx 360,69(km).$$

Vì $360,69 < 500$ nên radar của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $S = 4a - 5b$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: -24.

$$y' = \frac{-1}{(x-1)^2}, y(2) = 2, y'(2) = -1, y = y'(2)(x-2) + y(2)$$

$$\Rightarrow y = -1(x-2) + 2 \text{ hay } y = -x + 4, a = -1, b = 4, 4a - 5b = -24$$

Câu 2. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-4}$ có đường tiệm cận đứng $x = a$ và đường tiệm cận ngang $y = b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $C = 5a + 6b$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 38.

$$a = 4, b = 3, 5a + 6b = 38.$$

Câu 3. Hàm chi phí và hàm doanh thu (đều tính bằng triệu đồng) của một loại sản phẩm lần lượt là $C(x) = 25,5x + 1000$ và $R(x) = 75,5x$, trong đó x là số đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra. Biết hàm lợi nhuận trung bình $\bar{P}(x) = \frac{R(x) - C(x)}{x}$. Hỏi lợi nhuận trung bình sẽ không vượt quá bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

$$\text{Hàm lợi nhuận trung bình } \bar{P}(x) = \frac{R(x) - C(x)}{x} = \frac{50x - 1000}{x} = 50 - \frac{1000}{x}.$$

Ta coi tập xác định của hàm lợi nhuận trung bình là $(0; +\infty)$.

$$\text{Ta có: } \bar{P}'(x) = \frac{1000}{x^2} > 0 \text{ với mọi } x \in (0; +\infty).$$

Vậy hàm lợi nhuận trung bình đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$\text{Mặt khác, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{P}(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(50 - \frac{1000}{x} \right) = 50.$$

Như vậy, mặc dù lợi nhuận trung bình luôn tăng khi mức sản xuất tăng nhưng sẽ không vượt quá 50 triệu đồng.

Câu 4. Một con lắc lò xo, gồm một vật nặng có khối lượng 1 kg được gắn vào một lò xo được cố định một đầu, dao động điều hoà với biên độ $A = 0,24m$ và chu kỳ $T = 4$ giây. Vị trí x (mét) của vật tại thời điểm t được cho bởi $x(t) = A \cos(\omega t)$, trong đó $\omega = \frac{2\pi}{T}$ là tần số góc và thời gian t tính bằng giây. Tìm thời gian tối thiểu để vật chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí $x = -0,12m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 1,3

$$\text{Ta có: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}.$$

Từ đó, vị trí của vật tại thời điểm t là $x(t) = 0,24 \cos \frac{\pi t}{2} (m)$.

Ta có: $x(t) = 0,24 \cos \frac{\pi t}{2} = -0,12 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi t}{2} = -\frac{1}{2}$

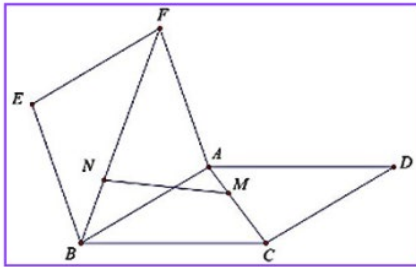
Nghiệm t dương nhỏ nhất của phương trình trên là $t = \frac{4}{3}$.

Vậy thời gian tối thiểu để vật chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí $x = -0,12 m$ là $t = \frac{4}{3} \approx 1,3$ giây.

Câu 5. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên các đường chéo AC và BF lấy các điểm M, N sao cho $MC = 2MA, NF = 2NB$. Khi đó biểu diễn vector $\overrightarrow{MN}$ theo ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AF}$ ta được: $\overrightarrow{MN} = a \cdot \overrightarrow{AB} + b \cdot \overrightarrow{AD} + c \cdot \overrightarrow{AF}$. Tính giá trị của $12a - 3b + 6c$

Lời giải

Trả lời: 7



Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BF} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AB}) - \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AF} \end{aligned}$$

Suy ra $12a - 3b + 6c = 4 + 1 + 2 = 7$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(4;6;-5), B(5;7;-4), C(5;6;-4)$ và $D'(2;0;2)$. Biết điểm $B'(a;b;c)$, tính $3a - b + c$?

Lời giải

Trả lời: 10

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1;1;1) = (5 - x_D; 6 - y_D; -4 - z_D) \Rightarrow D(4;5;-5)$.

Lại có: $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} = (-2; -5; 7)$

Suy ra $B'(3;2;3) \Rightarrow 3a - b + c = 9 - 2 + 3 = 10$.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 2

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		0	3		0		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

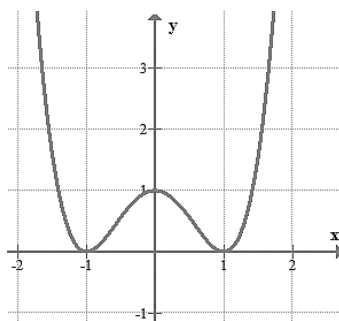
Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -72 . B. $-22\sqrt{11}$. C. -58 . D. $22\sqrt{11}$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

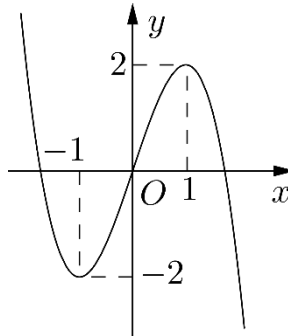
- A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$ B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$ C. $y = \frac{4}{x-1}$ D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-5	$+\infty$	-1	$+\infty$	

A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 2}$. B. $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x + 2}$. C. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$. D. $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{-x + 2}$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 9. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$. B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.
C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$. D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2 e^x$.

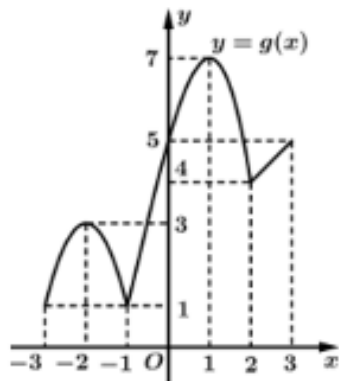
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

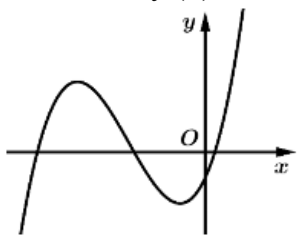
Câu 2. Cho hàm số $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 5.
- b) Trên đoạn $[-3; 3]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = 1$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$, bằng 1.
- d) Trên đoạn $[-1; 3]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = 2$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $a > 0$.
- b) $b > 0$.
- c) $c > 0$.
- d) $d > 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; -1; -2)$, $B(3; 1; 2)$, $C(1; -1; 1)$ và $D(x_D; y_D; z_D)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

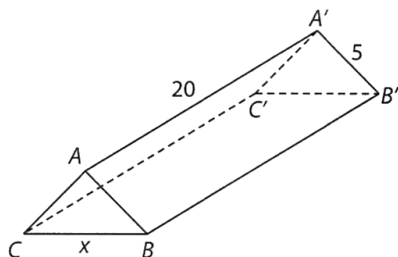
- a) $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4)$.
- b) $\overrightarrow{DC} = (1 - x_D; -1 - y_D; 1 - z_D)$.
- c) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.
- d) Tọa độ điểm D là $(0; 3; 3)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

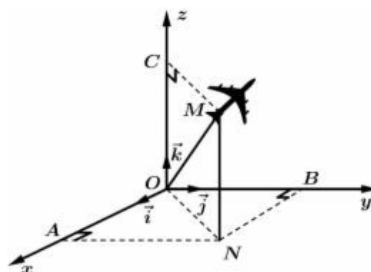
Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-3}$ có đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $D = a - b^2$ là bao nhiêu?

- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)$. Tổng các điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là bao nhiêu?
- Câu 3.** Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ (v được tính bằng ft/s , $1ft = 0,3048m$). Biết gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian $m(s)$ đến $126(s)$ tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tìm m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)
- Câu 4.** Một hành lang giữa hai nhà có hình dạng của một lăng trụ đứng (xem hình bên). Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m. Gọi $x(m)$ là độ dài của cạnh BC .



Hình lăng trụ có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

- Câu 5.** Cho tứ diện $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND = 2NC$. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng MN . Biết rằng $\overrightarrow{AO} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + p \cdot \vec{c}$, ($m, n, p \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của $m + n + p$
- Câu 6.** Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như Hình vẽ, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14$; $\widehat{NOB} = 32^\circ$; $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Biết điểm $M(a; b; c)$. Tính tổng $a + 2b + 3c$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) ☐	☐	☐	☐
b) ☐	☐	☐	☐
c) ☐	☐	☐	☐
d) ☐	☐	☐	☐

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) ☐	☐	☐	☐
b) ☐	☐	☐	☐
c) ☐	☐	☐	☐
d) ☐	☐	☐	☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐
0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐
1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐
2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐
3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐
4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐
7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐
8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐
9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$		0	3	0
					$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

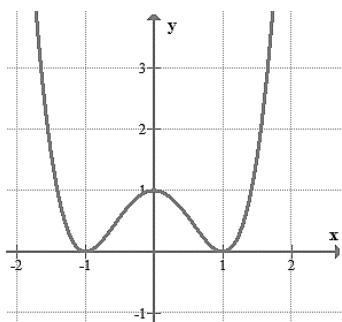
- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $M = 1, m = 0$ nên $M - m = 1$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

A. -72 .

B. $-22\sqrt{11}$.

C. -58 .

D. $22\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 33 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{11} \in [2; 19] \\ x = -\sqrt{11} \notin [2; 19] \end{cases}.$$

Khi đó ta có $f(2) = -58$, $f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$, $f(19) = 6232$. Vậy $f_{\min} = f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y = \frac{1}{4}$.

B. $y = 4$.

C. $y = 1$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn

B.

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

Câu 6. Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$

B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$

C. $y = \frac{4}{x-1}$

D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ và một tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$

Hàm số $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3} = x - \frac{2}{x+3}$ có một tiệm cận đứng $x = -3$ và một tiệm cận xiên $y = x$.

Hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = 1$ và một tiệm cận ngang $y = 0$.

Hàm số $y = \frac{2x}{x^2+1}$ có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Vậy chọn đáp án

D.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-5	$+\infty$	-1	$+\infty$	

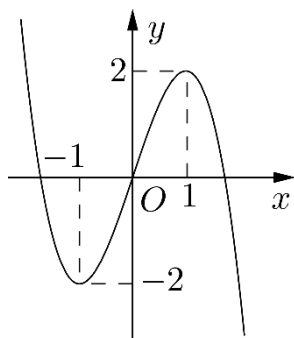
A. $y = \frac{x^2+2x+2}{x+2}$.

B. $y = \frac{-x^2+2x+2}{x+2}$.

C. $y = \frac{x^2+x-1}{x+2}$.

D. $y = \frac{-x^2+2x+2}{-x+2}$.

- Câu 8.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là 3.

- Câu 9.** Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

Chọn C

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

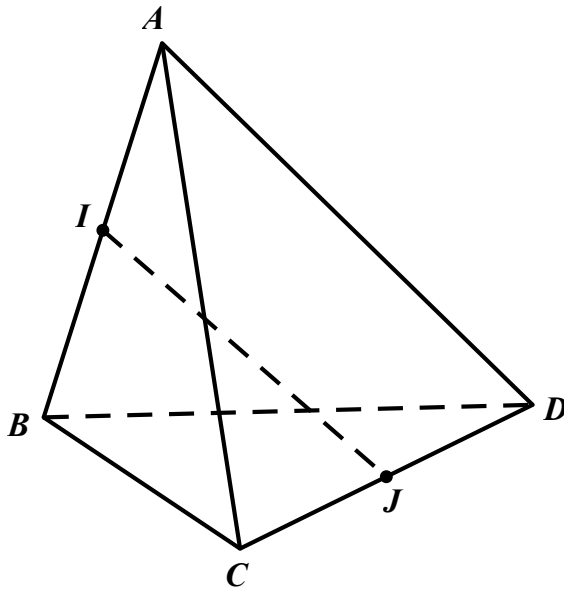
$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}).$$

- Câu 10.** Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$. B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.
C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$. D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC})$
 $= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{BC}).$

Vậy đẳng thức **sai** là $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}).$

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là
A. $(0;1;0).$ **B.** $(2;1;0).$ **C.** $(0;1;-1).$ **D.** $(2;0;-1).$

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $M(2;1;-1)$ lên mặt phẳng (Ozx) là điểm có tọa độ $(2;0;-1).$

- Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là
A. $(-1;2;-3).$ **B.** $(2;-3;-1).$ **C.** $(2;-1;-3).$ **D.** $(-3;2;-1).$

Lời giải

$$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1;2;-3).$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x) = x^2 e^x$.
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2).$
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty).$
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2).$
d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0).$

Lời giải

a) Đúng.	b) Sai.	c) Sai.	d) Đúng.
-----------------	----------------	----------------	-----------------

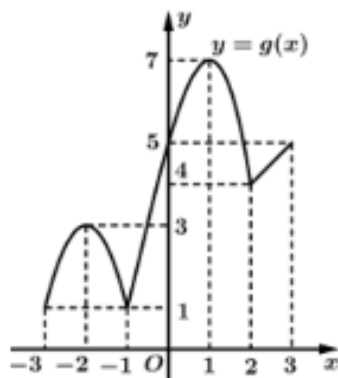
$$f'(x) = e^x(x^2 + 2x) = e^x x(x+2); f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0.$$

Bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$

Từ đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 5.
- b) Trên đoạn $[-3; 3]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = 1$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$, bằng 1.
- d) Trên đoạn $[-1; 3]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = 2$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

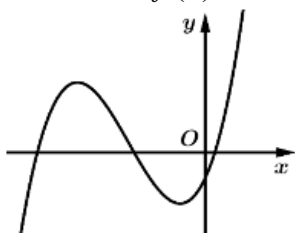
a) Sai. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 7.

b) Đúng.

c) Đúng

d) Sai. Trên đoạn $[-1; 3]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = -1$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $a > 0$.
- b) $b > 0$.
- c) $c > 0$.
- d) $d > 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Đúng. Vì điểm cuối của đồ thị hàm số đi lên.

b) Đúng. Hàm số có 2 cực trị mà $x_C + x_{CT} < 0$. Suy ra $ab > 0 \Rightarrow b > 0$.

c) Đúng. Hàm số có 2 cực trị mà $x_C \cdot x_{CT} > 0$. Suy ra $ac > 0 \Rightarrow c > 0$.

d) Sai. Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; -1; -2), B(3; 1; 2), C(1; -1; 1)$ và $D(x_D; y_D; z_D)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4)$.

b) $\overrightarrow{DC} = (1 - x_D; -1 - y_D; 1 - z_D)$.

c) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.

d) Toạ độ điểm D là $(0; 3; 3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4), \overrightarrow{DC} = (1 - x_D; -1 - y_D; 1 - z_D)$.

Vì $ABCD$ là hình bình

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-3}$ có đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $D = a - b^2$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: -8 .

$$y = x + 3 + \frac{9}{x-3}, a = 1, b = 3, D = a - b^2 = -8.$$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)$. Tổng các điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 4 .

Lập bảng biến thiên, tổng các điểm cực trị là $1 + 3 = 4$.

- Câu 3.** Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ (v được tính bằng $ft/s, 1ft = 0,3048m$). Biết gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian $m(s)$ đến $126(s)$ tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tìm m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 23

Gia tốc của tàu con thoi được tính bởi công thức:

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t.$$

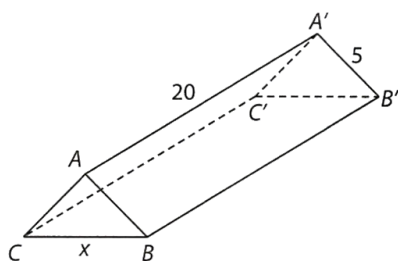
$$\text{Khi đó, } a'(t) = 0,007812t - 0,18058, a'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{45145}{1953} \approx 23,12.$$

Ta có bảng xét dấu của $a'(t)$ như sau:

t	0	$\frac{45145}{1953}$	126
$a'(t)$	–	0	+

Vậy gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian từ $23,12s$ đến $126s$.

- Câu 4.** Một hành lang giữa hai nhà có hình dạng của một lăng trụ đứng (xem hình bên). Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tam giác hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m. Gọi $x(m)$ là độ dài của cạnh BC .

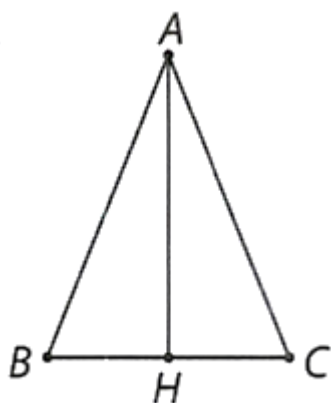


Hình lăng trụ có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 250

$$\text{Chiều cao của tam giác } ABC \text{ là } AH = \sqrt{25 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{100 - x^2}.$$



Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{2} \sqrt{100 - x^2} = \frac{1}{4} x \sqrt{100 - x^2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = 5x\sqrt{100 - x^2} \text{ (m}^3\text{)}, 0 < x < 10$.

Xét hàm số thể tích $f(x) = 5x\sqrt{100 - x^2}$ trên khoảng $(0; 10)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 5\sqrt{100 - x^2} + 5x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{100 - x^2}} = \frac{500 - 10x^2}{\sqrt{100 - x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2} (x > 0).$$

Bảng biến thiên:

x	0	$5\sqrt{2}$	10
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Vậy hình lăng trụ có thể tích lớn nhất khi $x = 5\sqrt{2} \text{ (m)}$.

$$\max_{(0;10)} V = V(5\sqrt{2}) = 250 \text{ (m}^3\text{)}$$

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND = 2NC$. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng MN . Biết rằng $\overrightarrow{AO} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + p \cdot \vec{c}, (m, n, p \in \mathbb{R})$. Tính giá trị của $m + n + p$

Lời giải

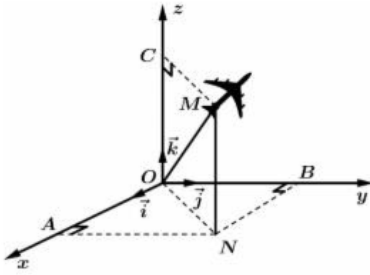
Đáp số: 0,75

Ta có: $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN})$, trong đó $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\vec{a}$ và

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{c} \Rightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}\right) = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{6}\vec{c}$$

Do đó $m+n+p=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=0,75$.

Câu 6. Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như Hình vẽ, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14$; $\widehat{NOB} = 32^\circ$; $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Biết điểm $M(a;b;c)$. Tính tổng $a+2b+3c$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 46

Xét $\triangle OMN$ vuông tại N có $\cos \widehat{MON} = \frac{ON}{OM} \Rightarrow ON = OM \cdot \cos \widehat{MON} = 14 \cdot \cos 25^\circ \approx 12,69$.

+) Xét $\triangle OAN$ vuông tại A , có $\cos \widehat{AON} = \frac{OA}{ON}$

$$\Rightarrow OA = ON \cdot \cos \widehat{AON} = 12,69 \cdot \cos 58^\circ \approx 6,72.$$

+) Xét $\triangle ONB$ vuông tại B , có $\cos \widehat{NOB} = \frac{OB}{ON} \Rightarrow OB = ON \cdot \cos \widehat{NOB} = 12,69 \cdot \cos 32^\circ \approx 10,76$.

+) Xét $\triangle OCM$ vuông tại C , có $\cos \widehat{MOC} = \frac{OC}{OM} \Rightarrow OC = OM \cdot \cos \widehat{MOC} = 14 \cdot \cos 65^\circ \approx 5,92$.

vì $\overrightarrow{OA}$ và $\vec{i}$ cùng hướng và $OA = 6,72$ nên $\overrightarrow{OA} = 6,72\vec{i}$. vì $\overrightarrow{OB}$ và $\vec{j}$ cùng hướng và $OB = 10,67$ nên $\overrightarrow{OB} = 10,67\vec{j}$. Vì $\overrightarrow{OC}$ và $\vec{k}$ cùng hướng và $OC = 5,92$ nên $\overrightarrow{OC} = 5,92\vec{k}$. Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có:

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 6,72\vec{i} + 10,67\vec{j} + 5,92\vec{k}$$

$$\Rightarrow M(6,72; 10,67; 5,92)$$

$$\Rightarrow a+2b+3c = 6,72 + 2 \cdot 10,67 + 3 \cdot 5,92 = 46.$$

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 3

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+		-	0	-	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 4$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng

- A. -39 . B. -40 . C. -36 . D. -4 .

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = \frac{1}{5}$. C. $y = -1$. D. $y = 5$.

Câu 6. Đường thẳng $2y + 1 = 0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

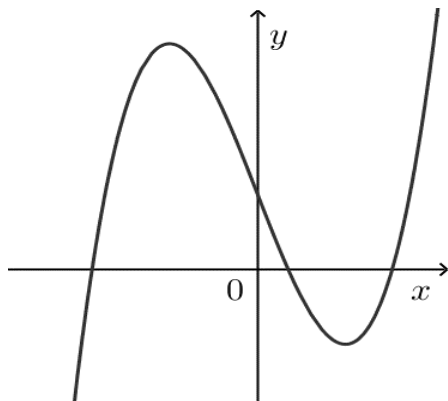
- A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$ B. $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$ C. $y = \frac{2x+1}{1-x}$ D. $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y	$-\infty$		0		$+\infty$		4		$+\infty$

- A. $y = \frac{x^2}{x-1}$. B. $y = \frac{2x^2-2}{x-1}$. C. $y = \frac{3x^2-4x}{x-1}$. D. $y = \frac{-x^2}{x-1}$.

- Câu 8.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^2 - x^2 + 1$ D. $y = -x^2 + x - 1$

- Câu 9.** Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

- Câu 10.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0; 0; 1)$

- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(3; 4; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(1; -2; 1)$.

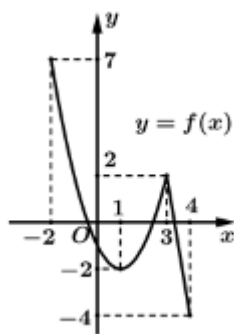
Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-3)^3$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
c) $f(1) > f(2)$.
d) $f(5) < f(4)$.

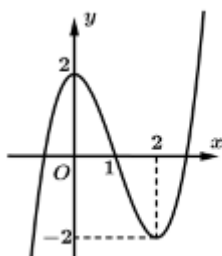
- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 2.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[1; 4]$ bằng 2.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng -4 .
- d) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2; 3]$ tại điểm $x_0 = 1$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.
- b) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
- c) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d - 1 = 0$ có hai nghiệm thực dương.
- d) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d + 3 = 0$ vô nghiệm.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -3; 2)$ và $\vec{b} = (2; 4; m)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $|\vec{a}| = 0$
- b) $\vec{a} + \vec{b} = (3; 1; 7)$ thì $m = 5$
- c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$ thì $m = 1$
- d) Có duy nhất một giá trị m thỏa mãn $|\vec{b}| = 6$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[5; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

- Câu 2.** Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người) (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?
- Câu 3.** Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*, x < 2000$. Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?
- Câu 4.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Trên cạnh AD, BC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. Biết rằng $\overrightarrow{MN} = \alpha \cdot \overrightarrow{MP} + \beta \cdot \overrightarrow{MQ}$.
Hãy tính tổng $\alpha + \beta$
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}(1; -2; 1)$ và $\vec{v}(-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng bao nhiêu độ
- Câu 6.** Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 1, x + y + z = 2$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xyz$ bằng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $2a + b$ bằng

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐
1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐
2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐
3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐
4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐
7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐
8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐
9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+		-	0	-	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(-1) = 0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm $x = -1$, $x = 1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

Trên đoạn $[-1; 2]$ ta có giá trị lớn nhất $M = 3$ khi $x = -1$ và giá trị nhỏ nhất $m = 0$ khi $x = 0$.

Khi đó $M + m = 3 + 0 = 3$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 4$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng

- A. -39. B. -40. C. -36. D. -4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 24x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{6} \end{cases}$

Tính được: $f(0) = -4$; $f(9) = 5585$ và $f(\sqrt{6}) = -40$.

Suy ra $\min_{[0;9]} f(x) = -40$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y = 1$.

B. $y = \frac{1}{5}$.

C. $y = -1$.

D. $y = 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 6. Đường thẳng $2y+1=0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$

B. $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$

C. $y = \frac{2x+1}{1-x}$

D. $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+1}{2x+1}$ có tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$.

Hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$ không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ có tiệm cận ngang $y = -2$.

Hàm số $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$ có tiệm cận ngang $y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2y+1=0$.

Vậy chọn đáp án **D.**

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0		1	2		$+\infty$
y'	+	0	-		-	0	+
y	$-\infty$	0			$+\infty$	$+\infty$	
		$\nearrow$	$\searrow$		$\searrow$	$\nearrow$	
			$-\infty$		4		

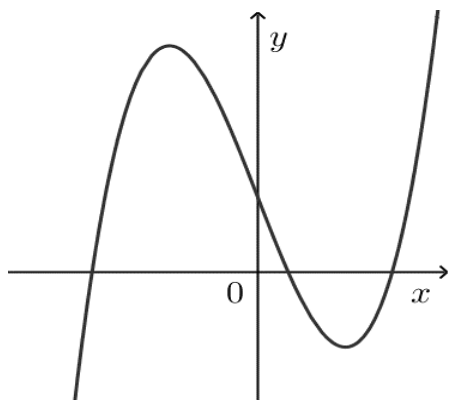
A. $y = \frac{x^2}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x^2 - 2}{x-1}$.

C. $y = \frac{3x^2 - 4x}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x^2}{x-1}$.

Câu 8. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 1$

B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^2 - x^2 + 1$

D. $y = -x^2 + x - 1$

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 9. Cho tứ diện ABCD. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

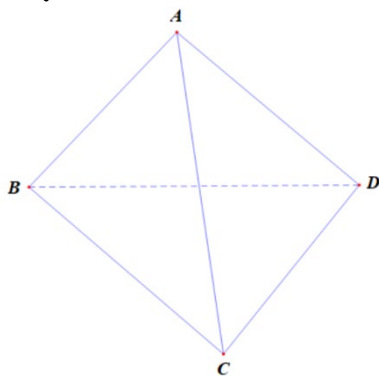
B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C



Có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$

Câu 10. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Chọn đẳng thức vector đúng:

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

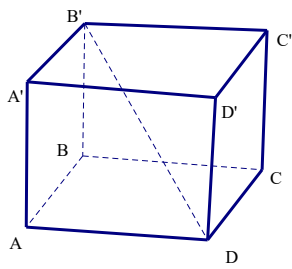
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$



Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0; 0; 1)$

Lời giải

Chọn B

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz) , ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của $A(3; -1; 1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0; -1; 1)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(3; 4; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} - \vec{v} = (1 - 2; 3 - 1; -2 + 1) = (-1; 2; -1)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-3)^3$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
c) $f(1) > f(2)$.
d) $f(5) < f(4)$.

Lời giải

a) Đúng.	b) Sai.	c) Đúng.	d) Sai.
----------	---------	----------	---------

Ta có: $f'(x) = x(x-3)^3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$.

$f'(x) = x(x-3)^3 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(0; 3)$.

a) Đúng.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

b) Sai.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$ và hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

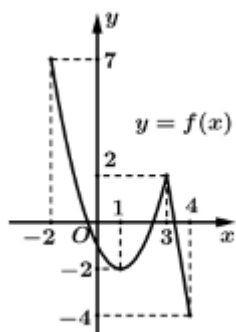
c) Đúng.

Hàm số nghịch biến trên $(0; 3)$ nên $f(1) > f(2)$.

d) Sai.

Hàm số đồng biến trên $(3; +\infty)$ nên $f(5) > f(4)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 2.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[1; 4]$ bằng 2.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng -4 .

d) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2; 3]$ tại điểm $x_0 = 1$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

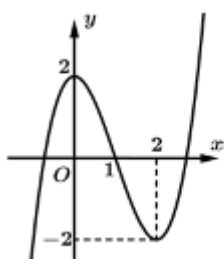
a) Sai. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 7.

b) Đúng. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[1; 4]$ bằng 2.

c) Đúng. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng -4 .

d) Đúng. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2; 3]$ tại điểm $x_0 = 1$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.
- b) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
- c) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d - 1 = 0$ có hai nghiệm thực dương.
- d) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d + 3 = 0$ vô nghiệm.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Đúng. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

b) Đúng.

Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Khi đó: $f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -1$.

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$. Dựa vào đồ thị hàm số trên, ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$ có ba giao điểm nên phương trình $f(x) = -1$.

Hay $ax^3 + bx^2 + cx + d + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

c) Đúng.

Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Khi đó: $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$.

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào đồ thị hàm số trên, ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$ có ba giao điểm nên phương trình $f(x) = 1$ Hay $ax^3 + bx^2 + cx + d - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

d) Sai.

Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Khi đó: $f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -3$.

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = -3$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -3$. Dựa vào đồ thị hàm số trên, ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -3$ có một giao điểm nên phương trình $f(x) = -3$

Hay $ax^3 + bx^2 + cx + d + 3 = 0$ có 1 nghiệm.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -3; 2)$ và $\vec{b} = (2; 4; m)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $|\vec{a}| = 0$

b) $\vec{a} + \vec{b} = (3; 1; 7)$ thì $m = 5$

c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$ thì $m = 1$

d) Có duy nhất một giá trị m thỏa mãn $|\vec{b}| = 6$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) $|\vec{a}| = \sqrt{14}$

b) Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (1+2; -3+4; 2+m) = (3; 1; 2+m) = (3; 1; 7)$, suy ra $2+m = 7$, hay $m = 5$.

c) Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-3) \cdot 4 + 2m = -10 + 2m = -8$, suy ra $2m = 2$, hay $m = 1$.

d) Ta có $|\vec{b}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + m^2} = \sqrt{20 + m^2} = 6$, suy ra $m^2 = 16$, hay $m = 4$ hoặc $m = -4$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[5; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 5,2.

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \geq 0 \forall x \geq 5, f(x) \geq f(5) = 5,2.$$

Câu 2. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người) (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 26

Ta có $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{26t+10}{t+5} = 26$. Nên đồ thị hàm số $f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 26$.

Câu 3. Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*, x < 2000$. Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?

Lời giải

Số tiền hãng thu được khi đại lí nhập x chiếc điện thoại là $f(x) = x(6000 - 3x)$.

Ta có: $f'(x) = -6x + 6000$. Khi đó, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1000$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:

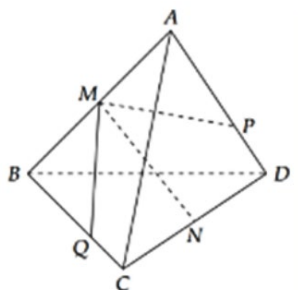
x	0	1 000	2 000
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	0	3 000 000	0

Vậy đại lí nhập cùng lúc 1000 chiếc điện thoại thì hãng có thể thu nhiều tiền nhất từ đại lí đó với 3000000000 (đồng).

Đáp số: 1000.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Trên cạnh AD, BC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. Biết rằng $\overrightarrow{MN} = \alpha \cdot \overrightarrow{MP} + \beta \cdot \overrightarrow{MQ}$. Hãy tính tổng $\alpha + \beta$

Lời giải



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD};$$

$$\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{-1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Đồng nhất } \overrightarrow{MN} = \alpha \cdot \overrightarrow{MP} + \beta \cdot \overrightarrow{MQ} \text{ ta được } \alpha = \beta = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{3}{2}.$$

Đáp số 1,5.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}(1;-2;1)$ và $\vec{v}(-2;1;1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng bao nhiêu độ

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-2-2+1}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{-1}{2} \Rightarrow (\vec{u}; \vec{v}) = 120^\circ.$$

Đáp số: 120

Câu 6. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 1, x + y + z = 2$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xyz$ bằng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $2a + b$ bằng

Lời giải

Trả lời: 6

Ta có: $P = xyz \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \cdot z = \left(\frac{2-z}{2}\right)^2 \cdot z = \frac{1}{4}(4z - 4z^2 + z^3).$

Xét hàm số $f(z) = \frac{1}{4}(4z - 4z^2 + z^3)$ trên $[1; 2]$.

Ta có: $f'(z) = \frac{1}{4}(4 - 8z + 3z^2); f'(z) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{2}{3} (loại) \\ z = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

z	1	2
$f'(z)$		-
$f(z)$	$\frac{1}{4}$	0



Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $P \leq \frac{1}{4}.$

Vậy $P_{\max} = \frac{1}{4}$ khi $\begin{cases} z = 1 \\ x = y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a = 1; b = 4 \Rightarrow 2a + b = 6.$

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 4

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

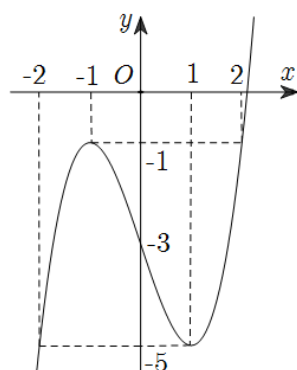
- Câu 2.** Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



- A. $m = -5; M = -1$. B. $m = -2; M = 2$. C. $m = -1; M = 0$. D. $m = -5; M = 0$.

- Câu 4.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 2$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng

- A. -2. B. -11. C. -26. D. -27.

- Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

- Câu 6.** Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của hàm số nào sau đây?

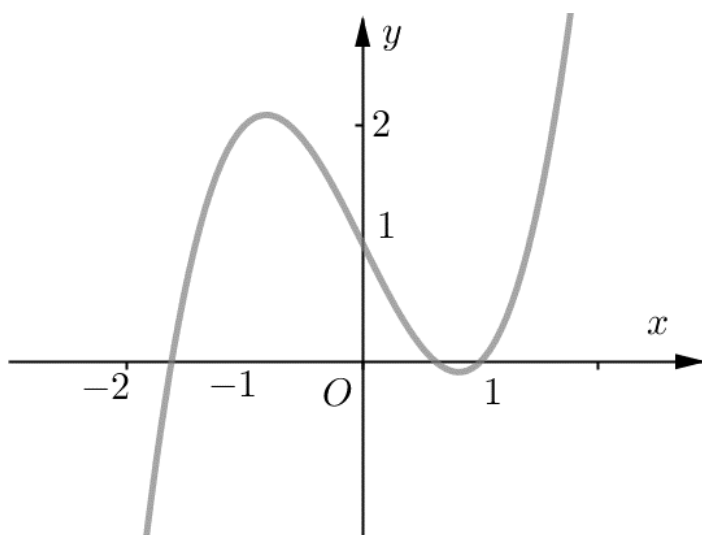
- A. $y = \frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$ B. $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ C. $y = \frac{x+1}{x^2+4x+3}$ D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$

- Câu 7.** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	6	$+\infty$	

A. $y = \frac{3x^2 - 10x + 4}{x - 2}$. B. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{x - 2}$. C. $y = \frac{-x^2 + 6x + 4}{x - 2}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$.

Câu 8. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 + 2x + 1$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 2x + 1$. D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}$. B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 2; 0)$.

B. $(0; 0; 5)$.

C. $(1; 0; 0)$.

D. $(0; 2; 5)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(4; -2; 10)$

B. $(1; 3; 2)$

C. $(2; 6; 4)$

D. $(2; -1; 5)$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Biết rằng hàm số $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 6x + b$ (a và b là hằng số thực) đạt cực trị bằng 4 tại $x = 1$

- a) Giá trị của $a + b$ bằng 8.
- b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
- c) $x = -1$ là một điểm cực trị của hàm số $f(x)$.
- d) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 12.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		$\frac{9}{20}$	$-\frac{3}{5}$	$+\infty$	

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- c) Hàm số có 3 cực trị.
- d) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{9}{20}$ và giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{-3}{5}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-1}$ (C) và đường thẳng $d: y = x + 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
- b) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.
- c) d cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.
- d) d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B và $AB = 3\sqrt{2}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (3; 0; 4)$, $\vec{b} = (2; 7; 7)$ và $\vec{c} = (2; 7; 2)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = (3; 0; -1)$
- b) $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c} = (4; -7; 21)$
- c) $(-\vec{a}) \cdot \vec{b} + (3\vec{a}) \cdot \vec{c} = 10$.
- d) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) < \cos(\vec{a}, \vec{c})$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - x^2$ có một trục đối xứng là đường thẳng $x = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

Câu 2. Một quần thể cá được nuôi trong một hồ nhân tạo lúc ban đầu có 80000 con. Sau t năm, số lượng quần thể cá nói trên được xác định bởi $N(t) = \frac{20(4+3t)}{1+0,05t}$ (nghìn con).

Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là bao nhiêu nghìn con?

Câu 3. Tại một nhà máy, khi sản xuất x tạ sản phẩm ($x > 0$) mỗi ngày thì chi phí trung bình trên mỗi tạ sản phẩm được tính bởi công thức

$$\bar{C}(x) = \frac{1}{2}x + 3 + \frac{8}{x} \text{ (triệu đồng/tạ)}$$

Tính chi phí trung bình thấp nhất (tính theo triệu đồng/tạ) mà nhà máy có thể đạt được trong ngày.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BB' và $A'C'$, điểm K thuộc $B'C'$ sao cho $\overrightarrow{KC'} = -2\overrightarrow{KB'}$. Khi đó ta có $\overrightarrow{AK} = m\overrightarrow{AI} + n\overrightarrow{AJ}$, tính giá trị của $m+n$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (-1; 2; 0)$, $\vec{b} = (3; -1; 2)$ và $\vec{c} = (1; 2; -1)$ và $\vec{w}$ thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{w} = -12$, $\vec{b} \cdot \vec{w} = 20$, $\vec{c} \cdot \vec{w} = -6$. Tính $|\vec{w}|$

Câu 6. Cho $x^2 - xy + y^2 = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	☐	☐	☐	a)	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐	b)	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐	c)	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐	d)	☐	☐	☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

Điểm
Điểm phần I: đ
Điểm phần II: đ
Điểm phần III: đ
Tổng: đ

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. **D. $(-\infty; -1)$.**

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

- Câu 2.** Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số là

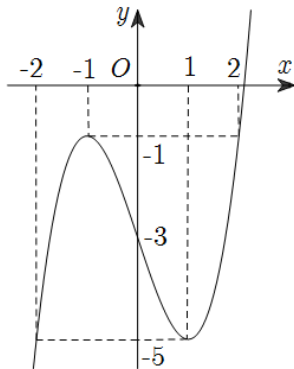
- A. 1. **B. 2.** C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần từ $(-)$ sang $(+)$ khi qua các điểm $x = -1; x = 1$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



- A. $m = -5; M = -1$.** B. $m = -2; M = 2$. C. $m = -1; M = 0$. D. $m = -5; M = 0$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị ta thấy:

$$M = \max_{[-2;2]} f(x) = -1 \text{ khi } x = -1 \text{ hoặc } x = 2.$$

$$m = \min_{[-2;2]} f(x) = -5 \text{ khi } x = -2 \text{ hoặc } x = 1.$$

- Câu 4.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng
A. -2 . **B.** -11 . **C.** -26 . **D.** -27 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 20x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 20x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0;9) \\ x = \sqrt{5} \in (0;9) \\ x = -\sqrt{5} \notin (0;9) \end{cases}$$

$$f(0) = -2; f(\sqrt{5}) = -27; f(9) = 5749.$$

Vậy $\min_{[0;9]} f(x) = -27$.

- Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:
A. $y = \frac{1}{2}$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

- Câu 6.** Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của hàm số nào sau đây?
A. $y = \frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$ **B.** $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ **C.** $y = \frac{x+1}{x^2+4x+3}$ **D.** $y = \frac{x+1}{x^2+1}$

Lời giải

Ta có $x^2 + 1 > 0, \forall x$, vậy hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ không có tiệm cận đứng. $y = \frac{x^2+3x+2}{x^2-1} = \frac{x+2}{x-1}$ không có tiệm cận đứng là $x = -1$.

$$y = \frac{x+1}{x^2+4x+3} = \frac{1}{x+3} \text{ không có tiệm cận đứng là } x = -1.$$

$$y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1} \text{ có tiệm cận đứng là } x = -1.$$

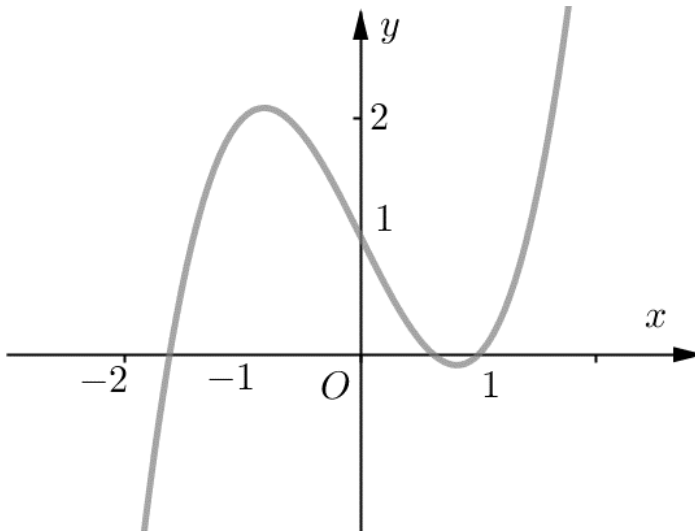
Vậy chọn đáp án **B.**

- Câu 7.** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	6	$+\infty$	

A. $y = \frac{3x^2 - 10x + 4}{x - 2}$. B. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{x - 2}$. C. $y = \frac{-x^2 + 6x + 4}{x - 2}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$.

Câu 8. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 + 2x + 1$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 2x + 1$. D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, loại phương án D.

Xét phương án A có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số không có cực trị, loại phương án A.

Xét phương án B có $y' = 3x^2 - 6x$ và y' đổi dấu khi đi qua các điểm $x = 0, x = 2$ nên hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$, loại phương án B.

Vậy phương án đúng là C.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$. B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}.$$

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có N là trung điểm của BC nên

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \\ &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

(Vì M là trung điểm AD).

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $(0;2;0)$. **B.** $(0;0;5)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;2;5)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là $(1;0;0)$.

- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
A. $(4;-2;10)$ **B.** $(1;3;2)$ **C.** $(2;6;4)$ **D.** $(2;-1;5)$

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của AB , ta có tọa độ điểm I là

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases}$$

Vậy $I(2;-1;5)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Biết rằng hàm số $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 6x + b$ (a và b là hằng số thực) đạt cực trị bằng 4 tại $x = 1$.
- a)** Giá trị của $a + b$ bằng 8.
b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
c) $x = -1$ là một điểm cực trị của hàm số $f(x)$.
d) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 12.

Lời giải

a) Đúng.	b) Sai.	c) Đúng.	d) Sai.
-----------------	----------------	-----------------	----------------

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax - 6.$$

Theo giả thiết, ta có $f'(1) = 0$ và $f(1) = 4$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 2a = 0 \\ a + b - 4 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 8 \end{cases}$$

Vậy $a + b = 8$.

Với $a = 0, b = 8$ ta có $f(x) = 2x^3 - 6x + 8$.

$$f'(x) = 6x^2 - 6; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -1.$$

Bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ đạt giá trị cực đại tại $x = -1$ và giá trị cực đại là $f(-1) = 12$.

Hàm số $f(x)$ đạt giá trị cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu là $f(1) = 4$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$				$\frac{9}{20}$		$+\infty$
	$-\infty$				$-\frac{3}{5}$	

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

c) Hàm số có 3 cực trị.

d) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{9}{20}$ và giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{-3}{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

b) Đúng. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

c) Sai. Hàm số có 2 cực trị.

d) Sai. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-1}$ (C) và đường thẳng $d: y = x + 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

b) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

c) d cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

d) d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B và $AB = 3\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Sai. Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

b) Sai. Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

c) Đúng.

Phương	trình	hoành	độ	giao	điểm:
$\frac{3x-1}{x-1} = x+3 \Leftrightarrow 3x-1 = (x-1)(x+3) \Leftrightarrow 3x-1 = x^2+2x-3 \Leftrightarrow x^2-x-2=0$					
$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases}$					

Vậy d cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

d) Đúng.

Phương	trình	hoành	độ	giao	điểm:
$\frac{3x-1}{x-1} = x+3 \Leftrightarrow 3x-1 = (x-1)(x+3) \Leftrightarrow 3x-1 = x^2+2x-3 \Leftrightarrow x^2-x-2=0$					
$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases}$					

$$\Rightarrow A(2;5); B(-1;2) \Rightarrow AB = \sqrt{(2+1)^2 + (5-2)^2} = 3\sqrt{2}.$$

Vậy d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B và $AB = 3\sqrt{2}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (3;0;4)$, $\vec{b} = (2;7;7)$ và $\vec{c} = (2;7;2)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = (3;0;-1)$

b) $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c} = (4;-7;21)$

c) $(-\vec{a}) \cdot \vec{b} + (3\vec{a}) \cdot \vec{c} = 10$.

d) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) < \cos(\vec{a}, \vec{c})$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = (3;0;-1);$

b) $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c} = (4;-7;21).$

c) $(-\vec{a}) \cdot \vec{b} = (-3) \cdot 2 + 0 \cdot 7 + (-4) \cdot 7 = -34$; $(3\vec{a}) \cdot \vec{c} = 9 \cdot 2 + 0 \cdot 7 + 12 \cdot 2 = 42$.

d) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{102}}{15}$; $\cos(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{14}{5\sqrt{57}}$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - x^2$ có một trục đối xứng là đường thẳng $x = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 0.

Đồ thị của hàm chẵn nhận trục Oy (đường $x = 0$) là trục đối xứng nên $a = 0$.

Câu 2. Một quần thể cá được nuôi trong một hồ nhân tạo lúc ban đầu có 80000 con. Sau t năm, số lượng quần thể cá nói trên được xác định bởi $N(t) = \frac{20(4+3t)}{1+0,05t}$ (nghìn con).

Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là bao nhiêu nghìn con?

Lời giải

Trả lời: 1200

Khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = N(t)$. Tập xác định: $[0; +\infty)$.

Sự biến thiên:

- $N'(t) = \frac{56}{(1+0,05t)^2} > 0$ với mọi $t \geq 0$.

- Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- Hàm số không có cực trị.

- Giới hạn tại vô cực: $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = 1200$.

- Bảng biến thiên:

t	0	$+\infty$
$N'(t)$		+
$N(t)$	80	1 200

Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là 1200 nghìn con.

Câu 3. Tại một nhà máy, khi sản xuất x tạ sản phẩm ($x > 0$) mỗi ngày thì chi phí trung bình trên mỗi tạ sản phẩm được tính bởi công thức

$$\bar{C}(x) = \frac{1}{2}x + 3 + \frac{8}{x} \text{ (triệu đồng/tạ)}$$

Tính chi phí trung bình thấp nhất (tính theo triệu đồng/tạ) mà nhà máy có thể đạt được trong ngày.

Lời giải

Trả lời: 7

$$\bar{C}'(x) = \frac{1}{2} - \frac{8}{x^2}, x > 0.$$

$$\bar{C}'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

Bảng biến thiên:

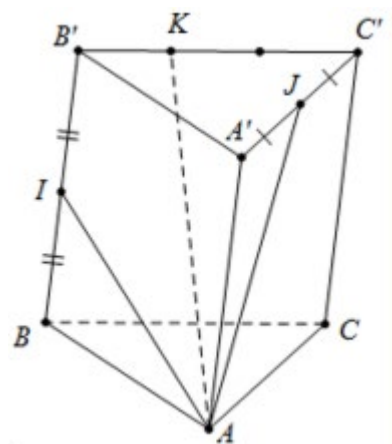
x	0	4	$+\infty$
$\bar{C}'(x)$		- 0 +	
$\bar{C}(x)$	$+\infty$	7	$+\infty$

Từ đó, chi phí trung bình thấp nhất là 7 triệu đồng/tạ.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BB' và $A'C'$, điểm K thuộc $B'C'$ sao cho $\overrightarrow{KC'} = -2\overrightarrow{KB'}$. Khi đó ta có $\overrightarrow{AK} = m\overrightarrow{AI} + n\overrightarrow{AJ}$, tính giá trị của $m+n$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số trả lời ngắn: 1,33



Ta có: $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{B'K}$ (1) ; $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{JC'} + \overrightarrow{C'K}$ (2)

Lấy 2.(1)+(2) ta được $3\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ} + 2\overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{JC'} + \underbrace{2\overrightarrow{B'K} + \overrightarrow{C'K}}_0$

$$= 2\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{A'J} = 2\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{AJ}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ}) \Rightarrow m+n = \frac{4}{3}.$$

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho 3 vector $\vec{a} = (-1; 2; 0)$, $\vec{b} = (3; -1; 2)$ và $\vec{c} = (1; 2; -1)$ và $\vec{w}$ thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{w} = -12$, $\vec{b} \cdot \vec{w} = 20$, $\vec{c} \cdot \vec{w} = -6$. Tính $|\vec{w}|$

Lời giải

Trả lời: 6

$$\text{Gọi } \vec{w} = (a; b; c) \text{ ta có hệ phương trình } \begin{cases} -a + 2b + 0.c = -12 \\ 3a - b + 2c = 20 \\ 1.a + 2b - c = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -4 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } |\vec{w}| = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 4} = 6$$

Câu 6. Cho $x^2 - xy + y^2 = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,67

$$\text{Xét } \frac{P}{2} = \frac{x^2 + xy + y^2}{2} = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}$$

+nếu $y = 0$ thì $x^2 = 2$. Do đó $P = x^2 = 2$ suy ra $\min P = 2$

+nếu $y \neq 0$ ta chia tử mẫu cho y^2 ta được

$$\frac{P}{2} = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2} = \frac{1 + \left(\frac{x}{y}\right) + \left(\frac{x}{y}\right)^2}{1 - \left(\frac{x}{y}\right) + \left(\frac{x}{y}\right)^2}$$

$$\text{Đặt } t = \frac{x}{y}, \text{ khi đó } \frac{P}{2} = \frac{1 + t + t^2}{1 - t + t^2}$$

$$\text{Xét } f(t) = \frac{1 + t + t^2}{1 - t + t^2} \Rightarrow f'(t) = \frac{-2t^2 + 2}{(1 - t + t^2)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(t)$	1	$\frac{1}{3}$	3	1	

Khi đó $\min \frac{P}{2} = \frac{1}{3}$ do đó $\min P = \frac{2}{3} \approx 0,67$.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 5

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;0)$ B. $(-\infty;0)$ C. $(1;+\infty)$ D. $(0;1)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y	0		5		1		4

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 1$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

- A. -28 . B. -1 . C. -36 . D. -37 .

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2;-1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:

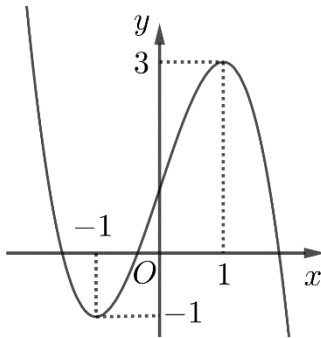
- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B. $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$ C. 2 D. 4

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'			
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

A. $y = \frac{-2x^2 - 4x - 1}{x + 2}$. B. $y = \frac{-2x^2 - 4x + 1}{x + 2}$. C. $y = \frac{-2x^2 - 3x - 2}{x + 2}$. D. $y = \frac{-2x^2 - 3x + 1}{x + 2}$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\overrightarrow{A'B'}$. B. $\overrightarrow{A'C}$. C. $\overrightarrow{A'C'}$. D. $\overrightarrow{A'B}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(3; 0; -1)$. B. $(0; 1; 0)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 0; -1)$.

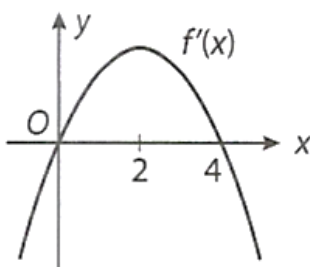
Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

- A. $I(-2; 2; 1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Sử dụng đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.



a) hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.

b) hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

c) hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

d) hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 4$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\max_{[-4;4]} f(x) = 40$ đạt được khi $x = -1$.

b) $\min_{[-4;4]} f(x) = 8$ đạt được khi $x = 3$.

c) Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

d) Giá trị cực tiểu của $f(x)$ bằng 8.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) $f'(x) = 3x^2 + 3$

c) $f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $f'(x) > 0$ khi $x \in (-1; 1)$.

d) Hàm số đã cho có đồ thị như ở Hình

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (m; 3; 6)$ và $\vec{b} = (1; 2; 3)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $|\vec{b}| = 14$

b) Nếu $\vec{a} - 2\vec{b} = (3; -1; 0)$ thì $m = 5$

c) Nếu $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ thì $m = -14$

d) Nếu $|\vec{a}| = 9$ thì tổng các giá trị của m tìm được bằng 0

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

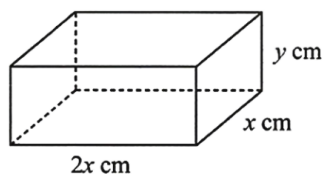
Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà sản xuất áo sơ mi bán x chiếc mỗi ngày với hàm số biểu thị doanh thu: $R(x) = 200 \ln \left(1 + \frac{x}{100} \right) + 1000$ (đô la). Chi phí sản xuất được xác định bởi hàm: $C(x) = (x - 100)^2 + 200$

(đô la). Lợi nhuận tối đa mỗi ngày của nhà sản xuất là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 2. Doanh số bán hệ thống âm thanh nổi mới trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic $R = R(x) = \frac{5000}{1 + 5e^{-x}}$, $x \geq 0$, trong đó thời gian x được tính bằng năm. Hỏi tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ mấy?

Câu 3. Người ta muốn tạo ra một khung thép dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích bằng 24000 cm^3 (Hình). Chiều rộng x của hình hộp chữ nhật bằng bao nhiêu để độ dài dây thép cần dùng là nhỏ nhất? Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của xăngtimét.



- Câu 4.** Có ba lực F_1, F_2, F_3 cùng tác động vào một vật. Ba lực này đôi một hợp với nhau một góc 60° và có độ lớn lần lượt là $3N, 6N$ và $9N$. Tính độ lớn (N) của hợp lực của ba lực trên.
- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1), \vec{b} = (-2; 3; 4), \vec{c} = (0; 1; 2)$ và $\vec{d} = (4; 2; 0)$. Biết $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Tổng $x + y + z$ là
- Câu 6.** Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x + y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2y+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y}$. Tính giá trị $M + m$

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐
0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐
1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐
2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐
3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐
4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐
7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐
8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐
9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐

Điểm
Điểm phần I: đ
Điểm phần II: đ
Điểm phần III: đ
Tổng: đ

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$			

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ **D. $(0; 1)$**

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(-\infty; -1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. **D. 1.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-4	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có đúng 1 điểm cực đại.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	5	1	4	

- A. $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(3)$. C. $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(2)$. **D. $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(-1)$.**

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

- Câu 4.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 1$ trên đoạn $[0;9]$ bằng
A. -28 . **B.** -1 . **C.** -36 . **D.** -37 .

Lời giải**Chọn D**

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 24x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0;9] \\ x = \sqrt{6} \in [0;9] \\ x = -\sqrt{6} \notin [0;9] \end{cases}.$$

$$f(0) = -1, f(\sqrt{6}) = -37, f(9) = 5588$$

- Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:
A. $y = \frac{1}{3}$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 1$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

- Câu 6.** Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:
A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **B.** $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$ **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x+3} = 0$. Vậy $y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$ (Δ) là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

$$d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

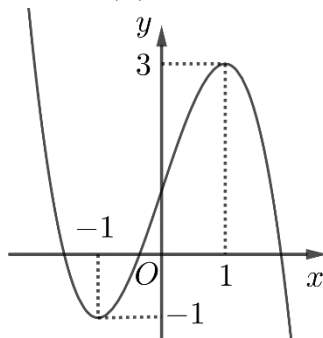
Vậy chọn đáp án **B.**

- Câu 7.** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

A. $y = \frac{-2x^2 - 4x - 1}{x + 2}$. B. $y = \frac{-2x^2 - 4x + 1}{x + 2}$. C. $y = \frac{-2x^2 - 3x - 2}{x + 2}$. D. $y = \frac{-2x^2 - 3x + 1}{x + 2}$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}$ (Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$).

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\overrightarrow{A'B'}$. B. $\overrightarrow{A'C}$. C. $\overrightarrow{A'C'}$. D. $\overrightarrow{A'B}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB \parallel A'B' \Rightarrow \overrightarrow{A'B'}$ là vector chỉ phương của đường thẳng AB .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(3; 0; -1)$. B. $(0; 1; 0)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$.

- Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là :
- A.** $I(-2; 2; 1)$. **B.** $I(1; 0; 4)$. **C.** $I(2; 0; 8)$. **D.** $I(2; -2; -1)$.

Lời giải

Chọn B

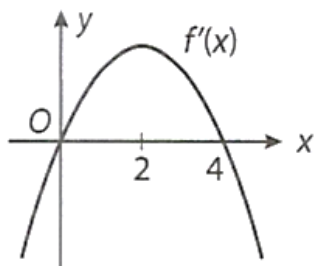
Cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$.

$$\text{Trung điểm } I \text{ có tọa độ: } \begin{cases} \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = 1 \\ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{(-2) + 2}{2} = 0 \\ \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1; 0; 4).$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Sử dụng đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.



- a)** hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.
- b)** hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.
- c)** hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- d)** hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 4$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Từ đồ thị, ta có:

$+f'(x) < 0$ trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.

$+f'(x) > 0$ trên khoảng $(0; 4)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

Vì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua giá trị $x = 4$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 4$.

Vì $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua giá trị $x = 0$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\max_{[-4;4]} f(x) = 40$ đạt được khi $x = -1$.

b) $\min_{[-4;4]} f(x) = 8$ đạt được khi $x = 3$.

c) Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

d) Giá trị cực tiểu của $f(x)$ bằng 8.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

$$y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35. y' = f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	40	8	$+\infty$	

a) Đúng. $\max_{[-4;4]} f(x) = 40$ đạt được khi $x = -1$.

b) Sai. $\min_{[-4;4]} f(x) = -41$ đạt được khi $x = -4$.

c) Đúng. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

d) Đúng. Giá trị cực tiểu của $f(x)$ bằng 8.

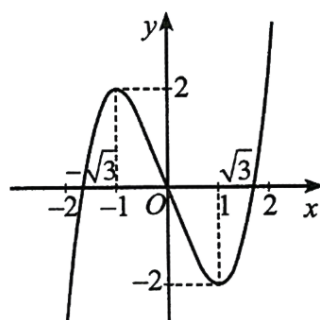
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) $f'(x) = 3x^2 + 3$

c) $f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $f'(x) > 0$ khi $x \in (-1; 1)$.

d) Hàm số đã cho có đồ thị như ở Hình



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

1) Tập xác định: $\mathbb{R}$.

2) Sự biến thiên

- Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$.

- Bảng biến thiên:

$y' = 3x^2 - 3$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 1$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1, y_C = 2$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = -2$.

3) Đồ thị

- Giao điểm của đồ thị với trục tung: $(0; 0)$.

- Giao điểm của đồ thị với trục hoành tại $x = 0$ hoặc $x = \pm\sqrt{3}$. Vậy đồ thị hàm số giao với trục hoành tại ba điểm $(0; 0), (-\sqrt{3}; 0)$ và $(\sqrt{3}; 0)$.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$ được cho ở Hình.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (m; 3; 6)$ và $\vec{b} = (1; 2; 3)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $|\vec{b}| = 14$

b) Nếu $\vec{a} - 2\vec{b} = (3; -1; 0)$ thì $m = 5$

c) Nếu $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ thì $m = -14$

d) Nếu $|\vec{a}| = 9$ thì tổng các giá trị của m tìm được bằng 0

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) $|\vec{b}| = \sqrt{14}$

b) $\vec{a} - 2\vec{b} = (m - 2; 3 - 2 \cdot 2; 6 - 2 \cdot 3) = (3; -1; 0)$, suy ra $m - 2 = 3$ hay $m = 5$.

c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = m \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 6 \cdot 3 = m + 6 + 18 = 10$, suy ra $m = -14$.

d) $|\vec{a}| = \sqrt{m^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{m^2 + 45} = 9$, suy ra $m = \pm 6$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà sản xuất áo sơ mi bán x chiếc mỗi ngày với hàm số biểu thị doanh thu: $R(x) = 200 \ln \left(1 + \frac{x}{100} \right) + 1000$ (đô la). Chi phí sản xuất được xác định bởi hàm: $C(x) = (x - 100)^2 + 200$ (đô la). Lợi nhuận tối đa mỗi ngày của nhà sản xuất là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp số: 939.

Xét $f(x) = 200 \ln \left(1 + \frac{x}{100} \right) + 1000 - (x - 100)^2 - 200$ với x là số dương.

$$f'(x) = \frac{200}{x+100} - 2(x-100) = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt{101} \approx 100,5.$$

Lập bảng biến thiên từ đó suy ra lợi nhuận tối đa mỗi ngày nhà sản xuất thu được là $f(100) \approx 938,63$.

Câu 2. Doanh số bán hệ thống âm thanh nổi mới trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic $R = R(x) = \frac{5000}{1 + 5e^{-x}}, x \geq 0$, trong đó thời gian x được tính bằng năm. Hỏi tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ mấy?

Lời giải

Trả lời: 2

Hàm biểu thị tốc độ bán hàng là $R'(x) = \frac{25000e^{-x}}{(1 + 5e^{-x})^2}, x \geq 0$. Ta có:

$$\begin{aligned} R''(x) &= \frac{-25000e^{-x}(1 + 5e^{-x})^2 + 25000e^{-x} \cdot 2(1 + 5e^{-x}) \cdot 5e^{-x}}{(1 + 5e^{-x})^4} \\ &= \frac{25000e^{-x}(5e^{-x} - 1)}{(1 + 5e^{-x})^3} \end{aligned}$$

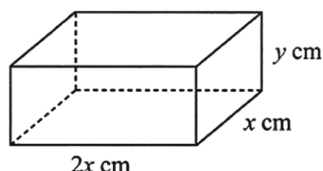
$$R''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \ln 5 \approx 1,61$$

Lập bảng biến thiên:

x	0	$\ln 5$	$+\infty$
R''		+	0
R'	$\frac{6250}{9}$	1 250	0

Từ bảng biến thiên, ta thấy tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ hai.

- Câu 3.** Người ta muốn tạo ra một khung thép dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích bằng 24000cm^3 (Hình). Chiều rộng x của hình hộp chữ nhật bằng bao nhiêu để độ dài dây thép cần dùng là nhỏ nhất? Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của xăngtimét.



Lời giải

Trả lời: 20 cm.

Ta có $V = 2x \cdot x \cdot y = 24000 \Rightarrow y = \frac{12000}{x^2}, x > 0$.

Độ dài dây thép cần dùng: $L = 4 \cdot x + 4 \cdot 2x + 4y = 12x + 4 \cdot \frac{12000}{x^2} = 12x + \frac{48000}{x^2} (cm)$. Xét hàm số $L = 12x + \frac{48000}{x^2}$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có: $L' = 12 - \frac{2 \cdot 48000}{x^3} = \frac{12(x^3 - 8000)}{x^3}; L' = 0 \Leftrightarrow x^3 = 8000 \Leftrightarrow x = 20$.

Bảng biến thiên:

x	0	20	$+\infty$
L'		-	0
		-	+
L	$+\infty$	360	$+\infty$

Suy ra L đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 20(cm)$.

- Câu 4.** Có ba lực F_1, F_2, F_3 cùng tác động vào một vật. Ba lực này đôi một hợp với nhau một góc 60° và có độ lớn lần lượt là $3N, 6N$ và $9N$. Tính độ lớn (N) của hợp lực của ba lực trên.

Lời giải

Trả lời: 25

$\vec{F}_1 = \vec{a}; \vec{F}_2 = \vec{b}; \vec{F}_3 = \vec{c}$ thì $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 6, |\vec{c}| = 9, (\vec{a}; \vec{b}) = (\vec{b}; \vec{c}) = (\vec{c}; \vec{a}) = 60^\circ$

Ta có:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{hl} &= \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow |\vec{F}_{hl}|^2 = (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{c} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} \\ &= 9 + 36 + 81 + 18 + 54 + 27 = 225 \Rightarrow |\vec{F}_{hl}| = 25(N) \end{aligned}$$

- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1), \vec{b} = (-2; 3; 4), \vec{c} = (0; 1; 2)$ và $\vec{d} = (4; 2; 0)$. Biết $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Tổng $x + y + z$ là

Lời giải

Trả lời: 2

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = x - 2y \\ 2 = 2x + 3y + z \\ 0 = x + 4y + 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 2.$$

Câu 6. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x + y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2y+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y}$. Tính giá trị $M + m$

Lời giải

Trả lời: 43

$$(x+y)^2 = (\sqrt{x-1} + \sqrt{2}\sqrt{y+1})^2 \leq 3(x+y) \Leftrightarrow 0 \leq x+y \leq 3$$

$$P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y} = (x+y)^2 + 2(x+y) + 2 + 8\sqrt{4-(x+y)}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{4-(x+y)}, t \in [1; 2].$$

$$\text{Ta có: } f(t) = (4-t^2)^2 + 2(4-t^2) + 2 + 8t = t^4 - 10t^2 + 8t + 26.$$

$$f'(t) = 4t^3 - 20t + 8$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t^2 + 2t - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \in [1; 2] \\ t = -1 + \sqrt{2} \notin [1; 2] \\ t = -1 - \sqrt{2} \notin [1; 2] \end{cases}$$

$$f(1) = 25; f(2) = 18.$$

$$\text{Suy ra } m = \min_{[1;2]} f(t) = f(2) = 18; M = \max_{[1;2]} f(t) = f(1) = 25.$$

$$\text{Vậy } M + m = 43.$$

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 6

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3		-2		$+\infty$

$-\infty \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow +\infty$

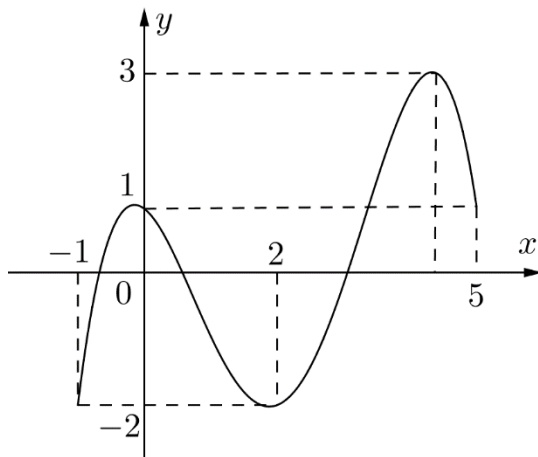
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

Câu 4. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$

- A. $T = [1; 9]$. B. $T = [2\sqrt{2}; 4]$. C. $T = (1; 9)$. D. $T = [0; 2\sqrt{2}]$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x+1}$ có phương trình là

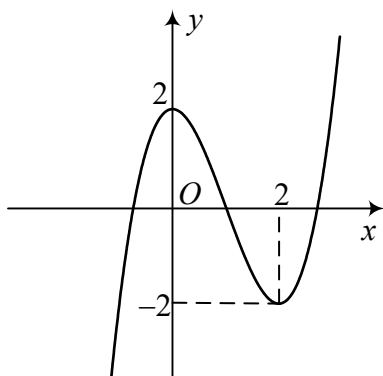
- A. $y = x + 1$.
 B. $y = 2x - 1$.
 C. $y = x - 1$.
 D. $y = 2x + 1$.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	$-\infty$	$+\infty$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$

- A. $y = \frac{x^2 + 2x - 8}{2x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 2x + 8}{2x - 1}$. C. $y = \frac{2x^2 + x + 8}{2x + 1}$. D. $y = \frac{2x^2 + x - 8}{2x + 1}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.
C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.
C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(3; -1; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(0; -1; 0)$. D. $(3; 0; 0)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4), B(2; -1; 0), C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(2; 1; 2)$. B. $G(6; 3; 6)$. C. $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$. D. $G(2; -1; 2)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$;
b) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$;
c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 0$.
d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng -7 .
d) Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó.

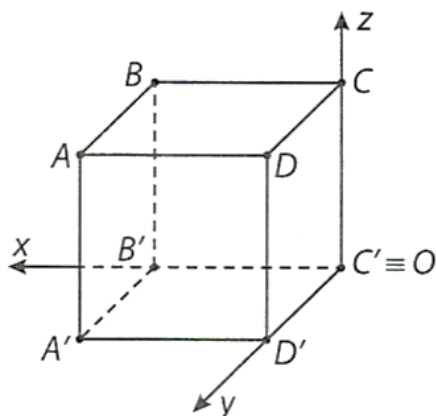
Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$.
b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	-2	2	$+\infty$

- d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ gắn với hình lập phương như hình vẽ bên.



Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ đỉnh $A(1;1;1)$

b) Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (0; -1; 0)$

c) Tọa độ trọng tâm G của tam giác $B'CD'$ là $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

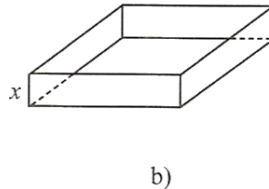
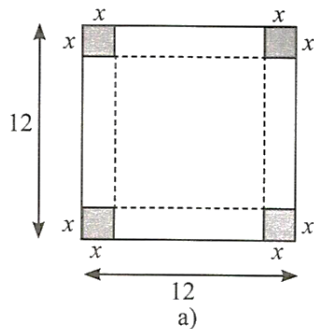
Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà sản xuất âm điện thực hiện một nghiên cứu kiểm soát chi phí và phát hiện ra rằng để sản xuất x âm đun nước mỗi ngày, chi phí cho mỗi âm $C(x)$ được xác định bởi công thức:

$C(x) = 4 \ln x + \left(\frac{30-x}{10}\right)^2$ (trăm đô la) với công suất sản xuất tối thiểu 10 âm/ngày. Cần sản xuất bao nhiêu âm đun nước để giữ giá thành mỗi âm ở mức tối thiểu?

Câu 2. Một công ty ước tính rằng chi phí C (USD) để sản xuất x đơn vị sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng công thức $C = 800 + 0,04x + 0,0002x^2$. Công ty sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì chi phí trung bình $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$ cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

Câu 3. Từ một miếng bìa hình vuông có cạnh bằng 12 cm, người ta cắt bỏ đi bốn hình vuông nhỏ có cạnh bằng x (cm) ở bốn góc (Hình a) và gấp lại thành một hình hộp không nắp (Hình b). Tìm x để thể tích của hình hộp là lớn nhất.



Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB=1, AD=AA'=4$. Độ dài của vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC'}$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A . Tốc độ của máy bay B là bao nhiêu km. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 6. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy-5})x + \sqrt{3xy-5} = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐
0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐
1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐
2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐
3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐
4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐
5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐
6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐
7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐
8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐
9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

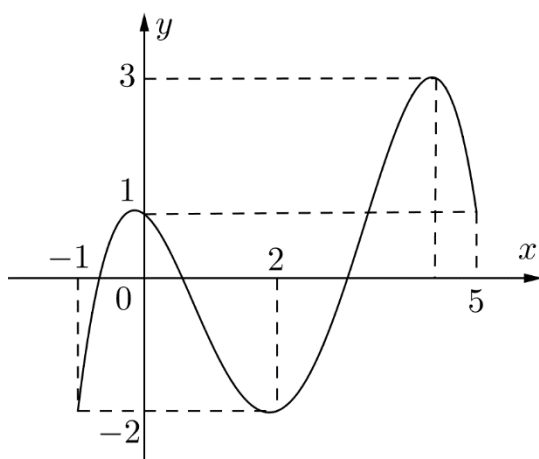
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)(x-4)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y					$f(0)$				
			$f(-1)$			$f(4)$			

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



A. -1

B. 4

C. 1

D. 2

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy:
$$\begin{cases} M = \max_{[-1;5]} f(x) = 3 \\ n = \min_{[-1;5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + n = 1.$$

Câu 4. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$

A. $T = [1; 9]$.

B. $T = [2\sqrt{2}; 4]$.

C. $T = (1; 9)$.

D. $T = [0; 2\sqrt{2}]$.

Lời giải

Tập xác định: $D = [1; 9]$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{9-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{9-x} = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 9-x = x-1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

$$f(1) = f(9) = 2\sqrt{2}; f(5) = 4$$

Vậy tập giá trị là $T = [2\sqrt{2}; 4]$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x+1}$ có phương trình là

A. $y = x + 1$.

B. $y = 2x - 1$.

C. $y = x - 1$.

D. $y = 2x + 1$.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x+1} = 0$ nên đường thẳng $y = 2x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

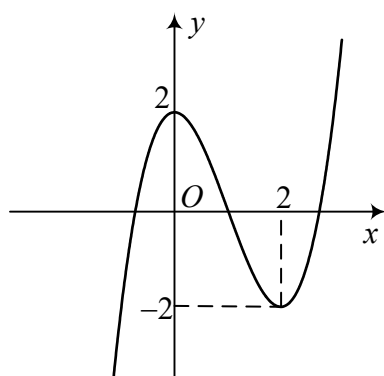
Chọn đáp án B

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	$-\infty$	$+\infty$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$

A. $y = \frac{x^2 + 2x - 8}{2x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 2x + 8}{2x - 1}$. C. $y = \frac{2x^2 + x + 8}{2x + 1}$. D. $y = \frac{2x^2 + x - 8}{2x + 1}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



A. 2

B. 0

C. 1

D. 3

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$ (*)

(*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy (*) có 3 nghiệm.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}.$$

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là
A. $(3; -1; 0)$. **B.** $(0; 0; 1)$. **C.** $(0; -1; 0)$. **D.** $(3; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; 1)$

- Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4), B(2; -1; 0), C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
A. $G(2; 1; 2)$. **B.** $G(6; 3; 6)$. **C.** $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$. **D.** $G(2; -1; 2)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G là

$$\begin{cases} x_G = \frac{1+2+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{3-1+1}{3} = 1 \\ z_G = \frac{4+0+2}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; 2).$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

- a)** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$;
b) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$;
c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 0$.
d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

Căn cứ bảng biến thiên của hàm số, ta có:

- Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$;
- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$;
- Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
- b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng -7.
- d) Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: TX : $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$y = f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 2} = x - 1 + \frac{4}{x + 2}.$$

$$y' = f'(x) = 1 - \frac{4}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 2 \\ x + 2 = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4		-2		0	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
y			-7			$+\infty$	1	$+\infty$

- a) Sai. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -4)$ và $(0; +\infty)$.
- b) Đúng. Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x = -4$ và $x = 0$.
- c) Sai. Hàm số không có giá trị lớn nhất.
- d) Đúng. Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

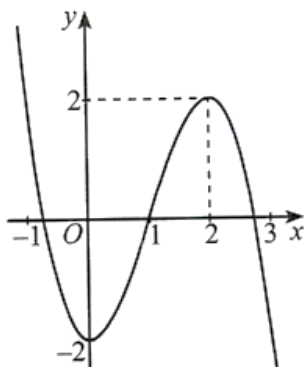
- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình.



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

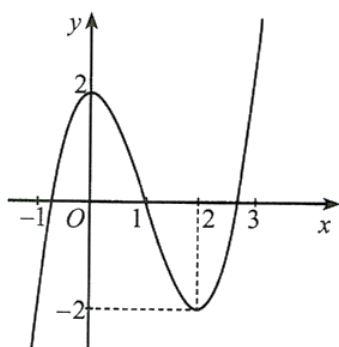
Ta có: $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

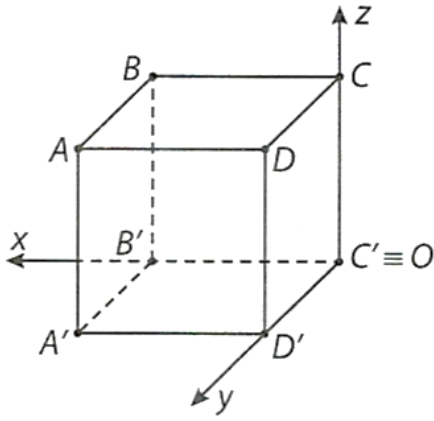
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Đồ thị hàm số đã cho là:



Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ gắn với hình lập phương như hình vẽ bên.



Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ đỉnh $A(1;1;1)$

b) Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (0; -1; 0)$

c) Tọa độ trọng tâm G của tam giác $B'CD'$ là $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) $A(1;1;1), B(1;0;1), C(0;0;1), D(0;1;1), A'(1;1;0), B'(1;0;0), C'(0;0;0), D'(0;1;0)$.

b) Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (0; -1; 0)$

c) $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Ta có $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$, suy ra ba điểm O, G, A thẳng hàng.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà sản xuất âm điện thực hiện một nghiên cứu kiểm soát chi phí và phát hiện ra rằng để sản xuất x âm đun nước mỗi ngày, chi phí cho mỗi âm $C(x)$ được xác định bởi công thức:

$C(x) = 4 \ln x + \left(\frac{30-x}{10}\right)^2$ (trăm đô la) với công suất sản xuất tối thiểu 10 âm/ngày. Cần sản xuất bao nhiêu âm đun nước để giữ giá thành mỗi âm ở mức tối thiểu?

Lời giải

Đáp số: 20.

Xét $C(x) = 4 \ln x + \left(\frac{30-x}{10}\right)^2$ với $x \geq 10$.

$$\text{Ta có } C'(x) = \frac{4}{x} - \frac{30-x}{50} = \frac{x^2 - 30x + 200}{50x} = \frac{(x-10)(x-20)}{50x}.$$

Lập bảng biến thiên ta thấy $C(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 20$.

Vậy nhà máy sản xuất 20 âm mỗi ngày thì giá thành mỗi âm là nhỏ nhất.

Câu 2. Một công ty ước tính rằng chi phí C (USD) để sản xuất x đơn vị sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng công thức $C = 800 + 0,04x + 0,0002x^2$. Công ty sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì chi phí trung bình $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$ cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

Lời giải

Trả lời: 2000

$$\text{Ta có: } \bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{800}{x} + 0,04 + 0,0002x.$$

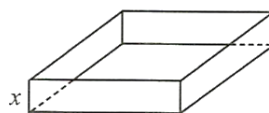
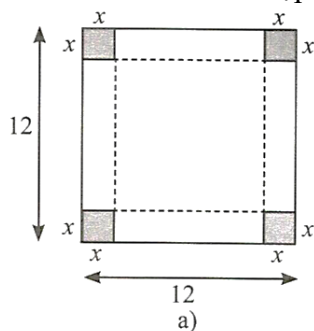
$$\text{Suy ra, } \bar{C}'(x) = -\frac{800}{x^2} + 0,0002 = \frac{0,0002x^2 - 800}{x^2}; \bar{C}'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2000 \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	0	2 000	$+\infty$
$\bar{C}'$		- 0 +	
$\bar{C}$	$+\infty$	$\searrow$ 0,84 $\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra với mức sản xuất là 2000 thì chi phí trung bình cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

Câu 3. Từ một miếng bìa hình vuông có cạnh bằng 12 cm, người ta cắt bỏ đi bốn hình vuông nhỏ có cạnh bằng x (cm) ở bốn góc (Hình a) và gấp lại thành một hình hộp không nắp (Hình b). Tìm x để thể tích của hình hộp là lớn nhất.



b)

Lời giải

Trả lời: 2

Thể tích chiếc hộp là $V = x(12 - 2x)^2$ với $0 < x < 6$.

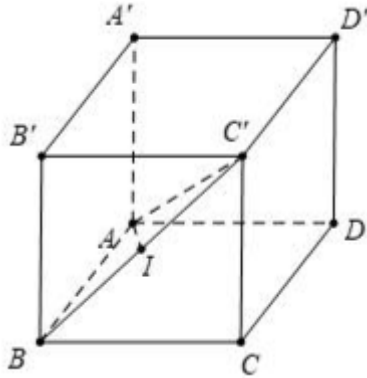
$$\max_{[0;6]} V = V(2) = 128 (cm^3).$$

Vậy $x = 2 cm$.

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB=1, AD=AA'=4$. Độ dài của vector $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC'}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 6



Gọi I là trung điểm của BC' ta có:

$$\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC'} = 2\vec{AI} \Rightarrow |\vec{u}| = |2\vec{AI}| = 2AI$$

$$BC' = \sqrt{BC^2 + CC'^2} = \sqrt{AD^2 + AA'^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow BI = 2\sqrt{2}$$

Ta có $AB \perp (BCC'B') \Rightarrow AB \perp BC' \Rightarrow \Delta ABI$ vuông tại $B \Rightarrow AI = \sqrt{AB^2 + BI^2} = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$.

Vậy $|\vec{u}| = 2AI = 6$.

Câu 5. Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A . Tốc độ của máy bay B là bao nhiêu km. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải

Đáp số: 1616

Vì máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A .

Suy ra máy bay B bay với vector vận tốc $\vec{b} = 3 \cdot \vec{a} = (900; 600; 1200)$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Suy ra tốc độ của máy bay B là $v = |\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} = 300\sqrt{29} \approx 1616 km / h$.

Câu 6. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy-5})x + \sqrt{3xy-5} = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 131

Ta có $9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy-5})x + \sqrt{3xy-5} = 0$

$$\Leftrightarrow 27x^3 + 6x = (3xy-5)\sqrt{3xy-5} + 2\sqrt{3xy-5}.$$

Xét hàm $f(t) = t^3 + 2t$ với $t \in (0; +\infty)$

có $f'(t) = 3t^2 + 2 > 0 \forall t \in (0; +\infty)$ nên hàm số liên tục và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó ta có $3x = \sqrt{3xy-5} \Rightarrow x \geq 0$ và $9x^2 = 3xy - 5$.

Với $x = 0$ thì $0 = -5(l)$.

với $x > 0$ thì $P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$

$$= x^3 + y^3 + 6xy + (9x^2 + 3)(x + y - 2)$$

$$= x^3 + y^3 + 6xy + (3xy - 2)(x + y - 2)$$

$$= x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 2(x + y) + 4$$

$$= (x + y)^3 - 2(x + y) + 4$$

Mà $x + y = x + \frac{9x^2 + 5}{3x} = 4x + \frac{5}{3x} \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{5}{3x}} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$. Đặt $t = x + y$ thì $t \geq \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

Xét $f(t) = t^3 - 2t + 4$ với $t \geq \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$. Khi đó $f'(t) = 3t^2 - 2 > 0$ với $\forall t \geq \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

Do đó $f(t) \geq f\left(\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{36 + 296\sqrt{15}}{9}$

Suy ra $P \geq \frac{36 + 296\sqrt{15}}{9}$. Vậy GTNN của P là $\frac{36 + 296\sqrt{15}}{9} \approx 131$.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 7

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

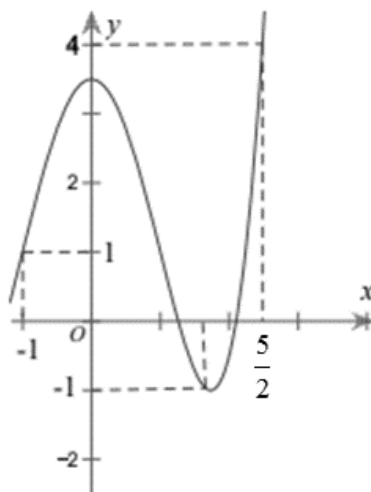
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
y'	+		0	-
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là:

- A. $M = 4, m = 1$ B. $M = 4, m = -1$ C. $M = \frac{7}{2}, m = -1$ D. $M = \frac{7}{2}, m = 1$

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

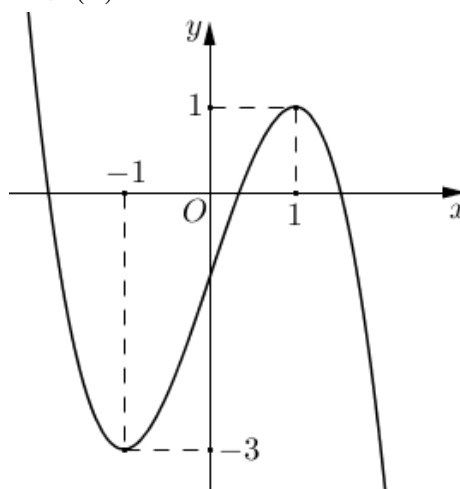
- A. $m = 3$ B. $m = 0$ C. $m = -2$ D. $m = 11$

- Câu 5.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là
- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.
- Câu 6.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = x + 3 + \frac{1}{2x+1}$ có phương trình là
- A. $y = 2x + 1$.
 B. $y = x - 3$.
 C. $y = x + 3$.
 D. $y = 2x - 1$.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-5	-4	-3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$		4	
		12		$-\infty$		$-\infty$

- A. $y = \frac{-2x^2 + 8x + 2}{x - 4}$. B. $y = \frac{-x^2 + 13}{x + 4}$. C. $y = \frac{-x^2 + 13}{-x - 4}$. D. $y = \frac{2x^2 + 8x + 2}{-x - 4}$.
- Câu 8.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.
- Câu 9.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây, biểu thức nào **đúng**.
- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.
- Câu 10.** Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:
- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.
 C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(1;-2;3)$. B. $(1;2;-3)$. C. $(-1;-2;-3)$. D. $(-1;2;3)$.

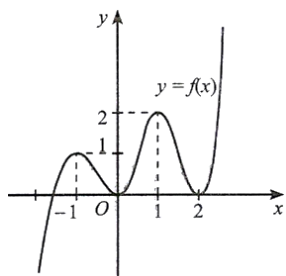
Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;1;0)$ và $\vec{b} = (-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như Hình.

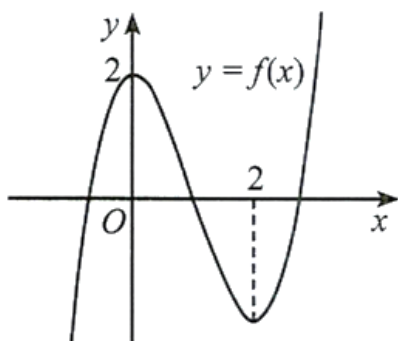


- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.
b) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;2)$.
c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $x = 2$.
d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $x = 1$;

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{x^2-1}{(x^2+1)^2}$.
b) $x = 1$ là điểm cực tiểu của của hàm số.
c) Hàm số có hai điểm cực trị.
d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị như Hình.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là 0 và 2.
- b) Giá trị b bằng 0.
- c) Giá trị $c = -2$.
- d) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$

Câu 4. Cho hình tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = 3, AC = 4, AD = 6$. Xét hệ toạ độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AC, AD . Gọi E, F lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD và ACD . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Toạ độ của đỉnh B là $(3; 0; 0)$.

b) Toạ độ của điểm E là $\left(0; \frac{4}{3}; 2\right)$.

c) $\overrightarrow{EF} = \left(-1; \frac{4}{3}; 0\right)$

d) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{EF} = 0$

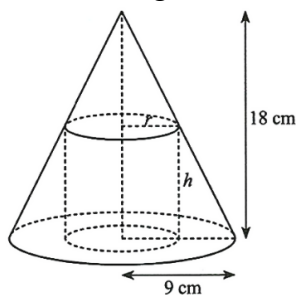
Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công ty muốn thiết kế một loại hộp có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông sao cho thể tích khối hộp được tạo thành là $8dm^3$ và diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài cạnh đáy của mỗi hộp muốn thiết kế là bao nhiêu decimét?

Câu 2. Cho hình thang cân có đáy nhỏ và hai cạnh bên bằng nhau và bằng 5. Tìm diện tích lớn nhất của hình thang cân đó. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 3. Hình bên cho biết một hình trụ bán kính đáy $r(cm)$, chiều cao $h(cm)$ nội tiếp hình nón có bán kính đáy 9 cm, chiều cao 18 cm. Tìm giá trị của r để thể tích của hình trụ là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm).



Câu 4. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực (N) của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{u}(2; 1; -1)$ và $\vec{v}(1; -1; m)$. Tìm giá trị của m để hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 60° .

Câu 6. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$M = 3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 3(x^2 + y^2)$ bằng $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) ☐	☐	☐	☐
b) ☐	☐	☐	☐
c) ☐	☐	☐	☐
d) ☐	☐	☐	☐

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) ☐	☐	☐	☐
b) ☐	☐	☐	☐
c) ☐	☐	☐	☐
d) ☐	☐	☐	☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐
0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐
1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐
2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐
3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐
4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐
7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐
8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐
9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	4	$-\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn D

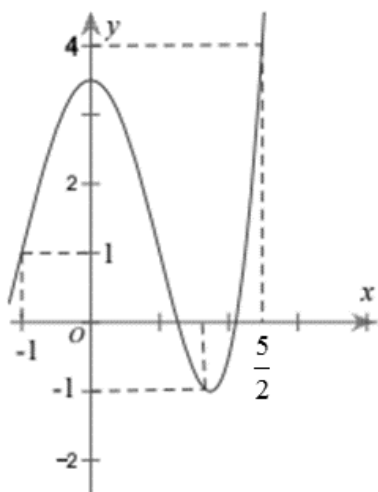
$$f'(x) = x(x+1)(x-4)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$	-1	0	4	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu là $x = -1$ và $x = 4$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là:

- A. $M = 4, m = 1$ B. $M = 4, m = -1$ C. $M = \frac{7}{2}, m = -1$ D. $M = \frac{7}{2}, m = 1$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị $M = 4, m = -1$.

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $m = 3$ B. $m = 0$ C. $m = -2$ D. $m = 11$

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số trên đoạn $[0; 2]$. Ta có $y' = 3x^2 - 14x + 11$ suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Tính $f(0) = -2; f(1) = 3, f(2) = 0$. Suy ra $\min_{[0;2]} f(x) = f(0) = -2 = m$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Chọn D

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{x-3} = -\infty$. Suy ra tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = x + 3 + \frac{1}{2x+1}$ có phương trình là

- A. $y = 2x + 1$.
B. $y = x - 3$.
C. $y = x + 3$.

D. $y = 2x - 1$.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (x+3)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x+1} = 0$ nên đường thẳng $y = x+3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án

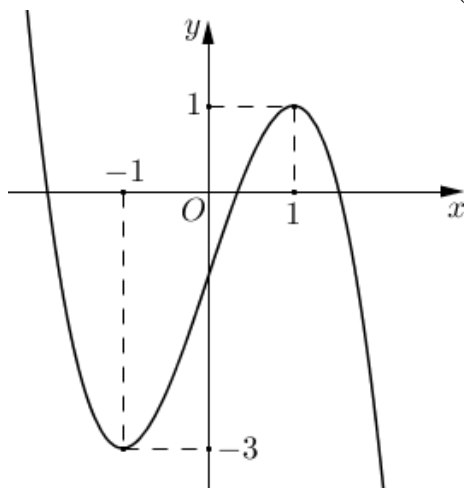
C.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-5	-4	-3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$		4	
		12		$-\infty$		$-\infty$

A. $y = \frac{-2x^2 + 8x + 2}{x - 4}$. B. $y = \frac{-x^2 + 13}{x + 4}$. C. $y = \frac{-x^2 + 13}{-x - 4}$. D. $y = \frac{2x^2 + 8x + 2}{-x - 4}$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 2.

B. 5.

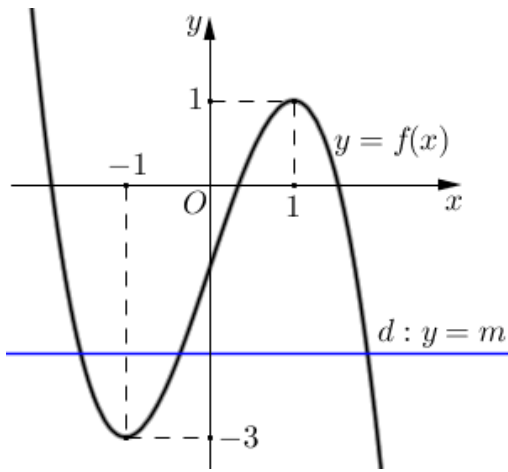
C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = m$.



Dựa vào hình vẽ, ta có:

Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt, tức là $-3 < m < 1$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0\}$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức véc-tơ sau đây, biểu thức nào **đúng**.

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

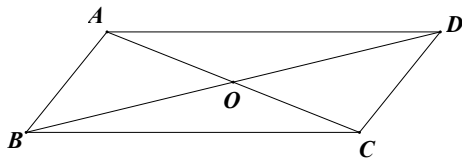
Ta có: $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Câu 10. Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

Lời giải

Chọn B



Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(-1; -2; -3)$. D. $(-1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là $(1;0;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1;-2;3)$

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2;1;0)$ và $\vec{b} = (-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

Lời giải

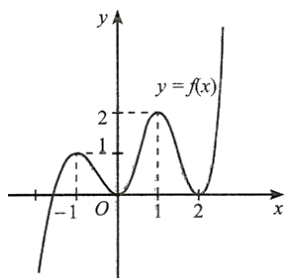
Chọn B

Ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như Hình.



- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.
b) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; 2)$.
c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $x = 2$.
d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $x = 1$;

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có:

- Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.
- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; 2)$.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 0$ và $x = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$.

b) $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

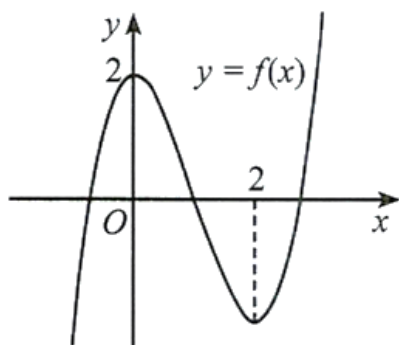
Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{x^2 + 1 - x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		0		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	
							0

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị như Hình.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là 0 và 2.

b) Giá trị b bằng 0.

c) Giá trị $c = -2$.

d) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $x = 2$, điểm cực đại là $x = 0$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$. Vì 0; 2 là hai nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ nên $b = 0, a = -3$. Vì đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0; 2)$ nên $c = 2$. Suy ra $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$.

Câu 4. Cho hình tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = 3, AC = 4, AD = 6$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia

AB, AC, AD . Gọi E, F lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD và ACD . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ của đỉnh B là $(3; 0; 0)$.

b) Tọa độ của điểm E là $\left(0; \frac{4}{3}; 2\right)$.

c) $\overrightarrow{EF} = \left(-1; \frac{4}{3}; 0\right)$

d) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{EF} = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Từ giả thiết suy ra $B(3; 0; 0), C(0; 4; 0), D(0; 0; 6)$.

b) Áp dụng công thức xác định tọa độ trọng tâm tam giác suy ra $E(1; 0; 2)$ và $F\left(0; \frac{4}{3}; 2\right)$.

c) Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; 0; 6)$ và $\overrightarrow{EF} = \left(-1; \frac{4}{3}; 0\right)$, suy ra

d) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{EF} = 0 \cdot (-1) + 0 \cdot \frac{4}{3} + 6 \cdot 0 = 0$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công ty muốn thiết kế một loại hộp có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông sao cho thể tích khối hộp được tạo thành là $8dm^3$ và diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài cạnh đáy của mỗi hộp muốn thiết kế là bao nhiêu decimét?

Lời giải

Đáp số: 2.

Gọi độ dài cạnh đáy là x , chiều cao là $h(x > 0, h > 0)$.

Ta có $V = 8 \Leftrightarrow x^2 h = 8 \Leftrightarrow h = \frac{8}{x^2}$.

Diện tích toàn phần của khối hộp là: $S_p = 2x^2 + 4xh = 2x^2 + \frac{32}{x} = f(x)$.

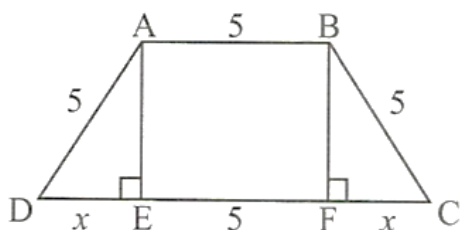
$f'(x) = 4x - \frac{32}{x^2}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Câu 2. Cho hình thang cân có đáy nhỏ và hai cạnh bên bằng nhau và bằng 5. Tìm diện tích lớn nhất của hình thang cân đó. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 32,5

Xét hình thang cân $ABCD$ có $AB // CD$ như hình bên.

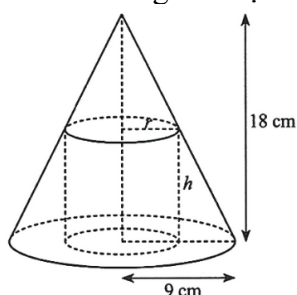


Ta có diện tích hình thang cân $ABCD$ là $S = \frac{1}{2}(AB + CD)AE = (5 + x)\sqrt{25 - x^2}$ ($0 \leq x < 5$).

$$S' = \frac{-2x^2 - 5x + 25}{\sqrt{25 - x^2}}; S' = 0 \Leftrightarrow x = 2, 5.$$

Lập bảng biến thiên, ta có $\max_{[0;5)} S = S\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{75\sqrt{3}}{4} \approx 32,5$.

Câu 3. Hình bên cho biết một hình trụ bán kính đáy $r(\text{cm})$, chiều cao $h(\text{cm})$ nội tiếp hình nón có bán kính đáy 9 cm, chiều cao 18 cm. Tìm giá trị của r để thể tích của hình trụ là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm).



Lời giải

Trả lời: 6

$$\text{Ta có } \frac{r}{9} = \frac{18-h}{18} \Rightarrow h = 18 - 2r (0 < r < 9).$$

$$\text{Thể tích của hình trụ: } V = \pi r^2 h = \pi r^2 (18 - 2r) = 2\pi (9r^2 - r^3).$$

$$V' = 2\pi (18r - 3r^2); V' = 0 \Leftrightarrow r = 0 \text{ (loại) hoặc } r = 6.$$

Bảng biến thiên:

r	0	6	9
V'		+	-
V		↗	↘

Từ đó, V đạt giá trị lớn nhất khi $r = 6 \text{ cm}$.

Câu 4. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực (N) của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 26

Hợp lực của hai lực đầu tiên là $\overrightarrow{F_{12}} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$

→ Độ lớn hợp lực của hai lực đó là $|\overrightarrow{F_{12}}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(F_1, F_2)} = 25,78(N)$

Lực F_3 vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho → Vector $\overrightarrow{F_3}$ vuông góc với mọi vector nằm trong mặt phẳng tạo bởi $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$

→ $|\overrightarrow{F}| = |\overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_{12}}| = \sqrt{F_3^2 + F_{12}^2 + 2 \cdot F_3 \cdot F_{12} \cdot \cos(F_3, F_{12})} = 26(N)$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 vector $\vec{u}(2;1;-1)$ và $\vec{v}(1;-1;m)$. Tìm giá trị của m để hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 60° .

Lời giải

Trả lời: -2

Ta có: $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{2-1-m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+2}} = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \frac{1-m}{\sqrt{6}\sqrt{m^2+2}} = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ 6(m^2+2) = 4(1-m)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ 2m^2 + 8m + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 6. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y+1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 3(x^2+y^2)$ bằng $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 151

Điều kiện $x \geq 2; y \geq -3$.

$$x+y+1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3}) \Leftrightarrow (x+y+1)^2 = 4(x+y+1+2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}). (*)$$

Vì $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3} \leq x+y+1$ nên từ (*) suy ra $(x+y+1)^2 \leq 8(x+y+1) \Leftrightarrow x+y \leq 7$.

Vì $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3} \geq 0$ nên từ (*) suy ra $(x+y+1)^2 \geq 4(x+y+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+1 \leq 0 \\ x+y+1 \geq 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y+1=0 \\ x+y+1 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-1 \\ x+y \geq 3 \end{cases}.$$

Do $x \geq 2$ nên $x^2 \geq 2x$, $y^2+1 \geq 2y$, suy ra $x^2+y^2+1 \geq 2(x+y)$. Từ đó ta có $M = 3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 3(x^2+y^2) \leq 3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 6(x+y) + 3$.

Đặt $t = x+y$ với $t = -1$ hoặc $3 \leq t \leq 7$.

Xét hàm số $f(t) = 3^{t-4} + (t+1)2^{7-t} - 6t + 3$, ta có $f(-1) = \frac{2188}{243}$.

$$f'(t) = 3^{t-4} \ln 3 + 2^{7-t} - (t+1) \cdot 2^{7-t} \ln 2 - 6.$$

$$f''(t) = 3^{t-4} \ln^2 3 + [(t+1) \ln 2 - 2] 2^{7-t} \cdot \ln 2 > 0, \forall t \in [3; 7].$$

Suy ra $f'(t)$ đồng biến trên $(3; 7)$, mà $f'(t)$ liên tục trên $[3; 7]$ và $f'(3) \cdot f'(7) < 0$ nên phương trình $f'(t) = 0$ có nghiệm duy nhất $t_0 \in (3; 7)$.

t	3	t_0	7
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$\frac{148}{3}$	$f(t_0)$	-4

Suy ra $M = 3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 3(x^2 + y^2) \leq \frac{148}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi $x = 2, y = 1$.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 8

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$+\infty$	$\nearrow$	$+\infty$
						4	

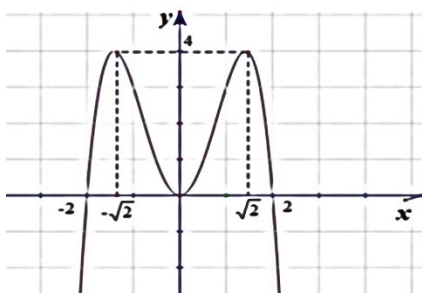
Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1;1)$. B. $(0;1)$. C. $(4;+\infty)$. D. $(-\infty;2)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là:



- A. $\max_{[0;2]} f(x) = 2$. B. $\max_{[0;2]} f(x) = \sqrt{2}$.
C. $\max_{[0;2]} f(x) = 4$. D. $\max_{[0;2]} f(x) = 0$.

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

- A. 201 B. 2 C. 9 D. 54

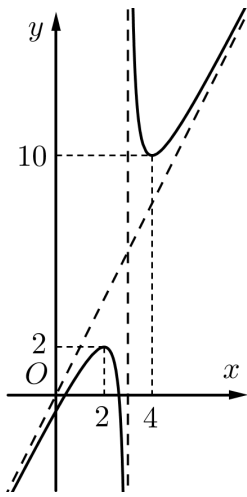
Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{-4x^2 - 2x - 5}{-x + 2}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

- A. $y = 4x + 10$.
B. $y = 4x + 10$.
C. $y = 4x + 10$.
D. $y = 4x + 10$.

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x - 3}$. B. $y = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x + 3}$. C. $y = \frac{x^2 - 6}{x - 3}$. D. $y = \frac{x^2 - 6}{x + 3}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{D'C'}$. B. $\overrightarrow{BA}$. C. $\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

- A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.
C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(2; 3; 5)$. B. $A'(2; -3; -5)$. C. $A'(-2; -3; 5)$. D. $A'(-2; -3; -5)$.

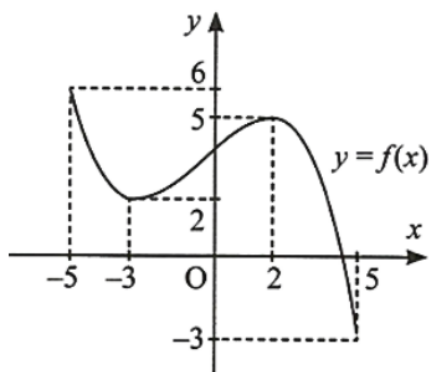
Câu 12. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3)$, $B(-2; -2)$, $C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

- A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

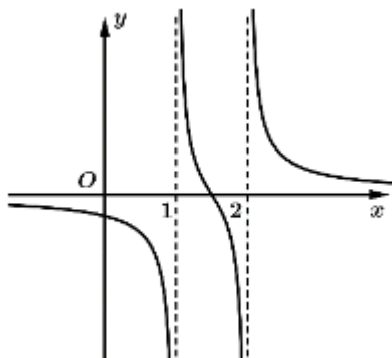
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 2)$,
- b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-5; -3)$ và $(2; 5)$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có $x = -3$ là điểm cực tiểu
- d) Hàm số $y = f(x)$ có $x = 2$ là điểm cực đại

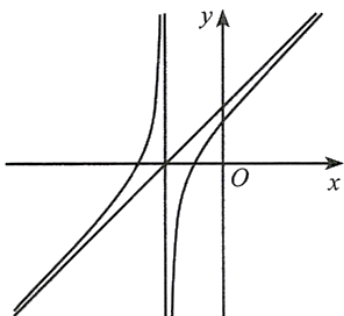
Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{5x^2-15x+10}$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Đồ thị hàm số $f(x)$ có ba đường tiệm cận.
- b) Đường thẳng $x=1, x=2$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- c) Đường thẳng $x=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + n}$ có đồ thị là đường cong ở Hình.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $n < 0$.

b) $a > 0$.

c) $c > 0$.

d) $b < 0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $A(4; 6; -5), B(5; 7; -4), C(5; 6; -4), D'(2; 0; 2)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

b) Tọa độ của điểm D là $(4; 5; -5)$.

c) $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$

d) Tọa độ của điểm C' là $(1; 3; 1)$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho bất phương trình $x^2 - (m+1)x - m + 2 \geq 0$, với m là tham số thực. Tìm giá trị lớn nhất của m sao cho bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 4]$.

Câu 2. Người ta muốn làm một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có đáy hình vuông và thể tích là $10l$. Diện tích toàn phần nhỏ nhất của hộp là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 3. Quan sát một đàn ong trong 20 tuần, người ta ước lượng được số lượng ong trong đàn bởi công thức $P(t) = \frac{20000}{1+1000e^{-t}}$, trong đó t là thời gian tính theo tuần kể từ khi bắt đầu quan sát, $0 \leq t \leq 20$. Tại thời điểm nào thì số lượng ong của đàn tăng nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của tuần)?

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các mặt bên là hình thoi cạnh $2\sqrt{6}$, các góc $\widehat{BAA'} = \widehat{BAD} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$. Tính độ dài đường chéo AC' .

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; x+1; 1), \vec{b} = (2; 1; -1), \vec{c} = (1; 3; -3)$, với x là số thực thay đổi. Đặt $P = |\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{c}|$, tính giá trị nhỏ nhất của P (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 6. Xét các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 4$ và $xy + yz + zx = 5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $(x^3 + y^3 + z^3) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$ bằng?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
,	,	,	,	,	,
0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐
1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐
2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐
3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐
4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐
7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐
8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐
9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		$+\infty$		$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$	$\nearrow$
			$-\infty$		4		

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1;1)$. **B. $(0;1)$.** C. $(4;+\infty)$. D. $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 2** B. 3 C. 4 D. 1

Lời giải

Chọn A

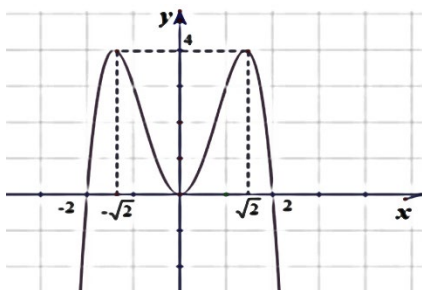
$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+4)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$
									

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là:



- A. $\text{Max}_{[0;2]} f(x) = 2$. B. $\text{Max}_{[0;2]} f(x) = \sqrt{2}$.
C. $\text{Max}_{[0;2]} f(x) = 4$. D. $\text{Max}_{[0;2]} f(x) = 0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy trên đoạn $[0; 2]$ hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 4 khi $x = \sqrt{2}$

Suy ra $\text{Max}_{[0;2]} f(x) = 4$

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 201 B. 2 C. 9 D. 54

Lời giải

Chọn D

$$y' = 4x^3 - 8x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Ta có $y(-2) = 9$; $y(3) = 54$; $y(0) = 9$; $y(\pm\sqrt{2}) = 5$.

Vậy $\max_{[-2;3]} y = 54$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{-4x^2 - 2x - 5}{-x + 2}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

- A. $y = 4x + 10$.
 B. $y = 4x + 10$.
 C. $y = 4x + 10$.

D. $y = 4x + 10$.

Lời giải

Giả sử đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$. Ta tìm hệ số a và b như sau

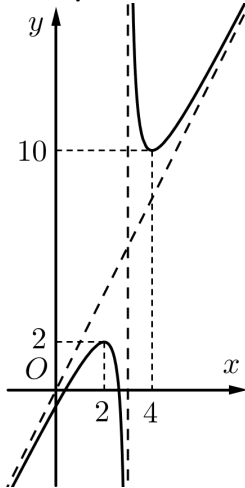
$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2 - 2x - 5}{-x + 2} = 4; b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-4x^2 - 2x - 5}{-x + 2} - 4x \right) = 10 \Rightarrow y = 4x + 10$$

Do đó ta được tiệm cận xiên là $y = 4x + 10$.

Chọn đáp án

D.

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x - 3}$.

B. $y = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x + 3}$.

C. $y = \frac{x^2 - 6}{x - 3}$.

D. $y = \frac{x^2 - 6}{x + 3}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung. Ta có $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2$.

Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{D'C'}$.

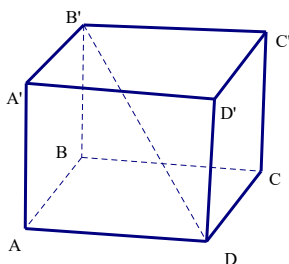
B. $\overrightarrow{BA}$.

C. $\overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải

Chọn A



Dễ dàng thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

Mà $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1}$ nên $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

A. $A'(2; 3; 5)$.

B. $A'(2; -3; -5)$.

C. $A'(-2; -3; 5)$.

D. $A'(-2; -3; -5)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 5)$ lên Oy . Suy ra $H(0; -3; 0)$

Khi đó H là trung điểm đoạn AA' .

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \end{cases} \Rightarrow A'(-2; -3; -5).$$

Câu 12. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3)$, $B(-2; -2)$, $C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$

B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$

C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$

D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Lời giải

Chọn B

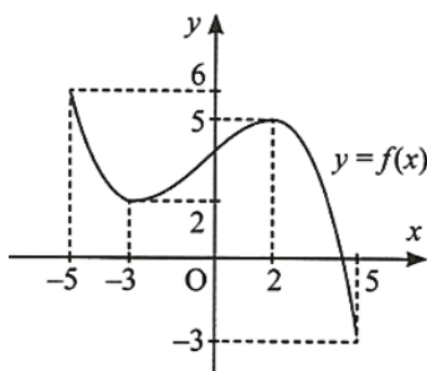
Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -5)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2)$.

$$\text{Khi đó: } \cos A = \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}.$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 2)$,
- b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-5; -3)$ và $(2; 5)$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có $x = -3$ là điểm cực tiểu
- d) Hàm số $y = f(x)$ có $x = 2$ là điểm cực đại

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

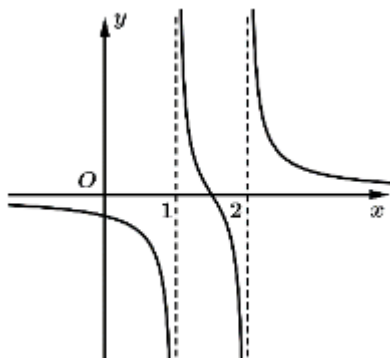
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 2)$, nghịch biến trên các khoảng $(-5; -3)$ và $(2; 5)$.

Hàm số $y = f(x)$ có:

$x = -3$ là điểm cực tiểu vì $f(x) > f(-3)$ với mọi $x \in (-5; 0) \setminus \{-3\}$, $y_{CT} = f(-3) = 2$.

$x = 2$ là điểm cực đại vì $f(x) < f(2)$ với mọi $x \in (0; 5) \setminus \{2\}$, $y_{CD} = f(2) = 5$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{5x^2-15x+10}$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Đồ thị hàm số $f(x)$ có ba đường tiệm cận.
- b) Đường thẳng $x = 1, x = 2$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- c) Đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng. Đồ thị hàm số $f(x)$ có 3 đường tiệm cận.

$x = 1; x = 2$ là 2 đường tiệm cận đứng.

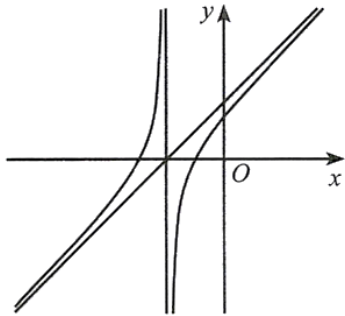
$y = 0$ là đường tiệm cận ngang.

b) Đúng. Đường thẳng $x = 1; x = 2$ là 2 đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Sai. Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

d) Sai. Hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + n}$ có đồ thị là đường cong ở Hình.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $n < 0$.

b) $a > 0$.

c) $c > 0$.

d) $b < 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

- Tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x = -n$ nằm bên trái trục tung nên

$-n < 0$ hay $n > 0$.

- Tiệm cận xiên có hệ số góc là a có hướng đi lên từ trái sang phải nên $a > 0$.

- Đồ thị cắt trục tung tại điểm $\left(0; \frac{c}{n}\right)$ nằm phía trên trục hoành nên $c > 0$.

- Đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ âm nên phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt. Do đó, $-\frac{b}{a} < 0$ hay $b > 0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $A(4; 6; -5), B(5; 7; -4), C(5; 6; -4), D'(2; 0; 2)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

b) Tọa độ của điểm D là $(4; 5; -5)$.

c) $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \overrightarrow{DD'}$

d) Tọa độ của điểm C' là $(1;3;1)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$.

b) Gọi tọa độ của điểm D là $(x_D; y_D; z_D)$, ta có: $\overrightarrow{DC} = (5 - x_D; 6 - y_D; -4 - z_D)$. Trong hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$, ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 5 - x_D = 1 \\ 6 - y_D = 1 \\ -4 - z_D = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 5 \\ z_D = -5. \end{cases}$$

Vậy tọa độ của điểm $D(4;5;-5)$.

c) d) Tương tự, từ các đẳng thức vector $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$, ta suy ra được tọa độ của các điểm còn lại $A'(2;1;2)$, $B'(3;2;3)$ và $C'(3;1;3)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho bất phương trình $x^2 - (m+1)x - m + 2 \geq 0$, với m là tham số thực. Tìm giá trị lớn nhất của m sao cho bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in [0;4]$.

Lời giải

Trả lời: 1

Với $x \in [0;4]$, ta có:

$$\begin{aligned} x^2 - (m+1)x - m + 2 \geq 0 &\Leftrightarrow x^2 - x + 2 \geq m(x+1) \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 - x + 2}{x+1} \geq m \text{ (do } x+1 > 0, \forall x \in [0;4]). \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x+1}, x \neq -1$. Hàm số này liên tục trên $[0;4]$;

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \quad \text{hoặc} \quad x = -3 \quad (\text{loại vì } -3 \notin [0;4]).$$

$$f(0) = 2; f(1) = 1; f(4) = \frac{14}{5}.$$

$$\text{Suy ra } \min_{[0;4]} f(x) = f(1) = 1.$$

$$\text{Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi } x \in [0;4] \Leftrightarrow m \leq \min_{[0;4]} f(x) \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 2. Người ta muốn làm một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có đáy hình vuông và thể tích là $10l$. Diện tích toàn phần nhỏ nhất của hộp là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 27,8

Đặt $x(dm)$ là độ dài cạnh đáy của chiếc hộp hình hộp chữ nhật ($x > 0$).

Khi đó chiều cao của chiếc hộp là $\frac{10}{x^2}(dm)$.

Diện tích toàn phần của chiếc hộp là $S = 2x^2 + 4x \cdot \frac{10}{x^2} = 2x^2 + \frac{40}{x}(dm^2)$.

Diện tích toàn phần nhỏ nhất của chiếc hộp là $6\sqrt[3]{100}dm^2$ khi $x = \sqrt[3]{10}dm$.

Câu 3. Quan sát một đàn ong trong 20 tuần, người ta ước lượng được số lượng ong trong đàn bởi công thức $P(t) = \frac{20000}{1+1000e^{-t}}$, trong đó t là thời gian tính theo tuần kể từ khi bắt đầu quan sát, $0 \leq t \leq 20$. Tại thời điểm nào thì số lượng ong của đàn tăng nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của tuần)?

Lời giải

Trả lời: 7

Tốc độ thay đổi số lượng ong của đàn theo thời gian t là

$$T(t) = P'(t) = 2 \cdot 10^7 \cdot \frac{e^{-t}}{(1+1000e^{-t})^2}.$$

Ta có:

$$\begin{aligned} T'(t) &= 2 \cdot 10^7 \cdot \frac{-e^{-t} \cdot (1+1000e^{-t})^2 - e^{-t} \cdot 2 \cdot (1+1000e^{-t}) \cdot (-1000e^{-t})}{(1+1000e^{-t})^4} \\ &= 2 \cdot 10^7 \cdot \frac{e^{-t}(1000e^{-t} - 1)}{(1+1000e^{-t})^3} = 2 \cdot 10^7 \cdot \frac{e^{-t}(1000 - e^t)}{(1+1000e^{-t})^3}. \end{aligned}$$

$$T'(t) = 0 \Leftrightarrow 1000 - e^t = 0 \Leftrightarrow t = \ln 1000.$$

Bảng xét dấu của đạo hàm:

t	0	$\ln 1000$	20
$T'(t)$		+	0
			-

Từ đó, $T(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = \ln 1000 \approx 7$.

Vậy đàn ong tăng nhanh nhất tại thời điểm khoảng $t = 7$ tuần.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các mặt bên là hình thoi cạnh $2\sqrt{6}$, các góc $\widehat{BAA'} = \widehat{BAD} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$. Tính độ dài đường chéo AC' .

Lời giải

Trả lời: 12

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ thì $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 2\sqrt{6}$ và $(\vec{a}; \vec{b}) = (\vec{b}; \vec{c}) = (\vec{c}; \vec{a}) = 60^\circ$. Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC'} &= \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow AC^2 = (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{c} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} \\ &= 3 \cdot (2\sqrt{6})^2 + 3 \cdot (2 \cdot 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{6} \cdot \cos 60^\circ) = 144 \Rightarrow AC' = 12. \end{aligned}$$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; x+1; 1)$, $\vec{b} = (2; 1; -1)$, $\vec{c} = (1; 3; -3)$, với x là số thực thay đổi. Đặt $P = |\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{c}|$, tính giá trị nhỏ nhất của P (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 8

$$\text{Ta có } \vec{a} + \vec{b} = (3; x+2; 0) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(x+2)^2 + 3^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Lại có } \vec{a} - \vec{c} &= (0; x-2; 4) \Rightarrow |\vec{a} - \vec{c}| = \sqrt{(x-2)^2 + 4^2} \\ \Rightarrow P &= \sqrt{(x+2)^2 + 3^2} + \sqrt{(x-2)^2 + 4^2} \geq \sqrt{[(x+2) + (2-x)]^2 + (3+4)^2} = \sqrt{65} \approx 8 \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \frac{x+2}{3} = \frac{2-x}{4} \Leftrightarrow x = \frac{4}{7}.$$

Câu 6. Xét các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z=4$ và $xy+yz+zx=5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $(x^3+y^3+z^3)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$ bằng:

Lời giải

Trả lời: 25

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x+y+z=4 \\ xy+yz+zx=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4-z \\ xy=5-z(x+y)=5-4z+z^2 \end{cases}.$$

$$\text{Lại có: } (x+y)^2 \geq 4xy \Rightarrow (4-z)^2 \geq 4(5-4z+z^2) \Rightarrow \frac{2}{3} \leq z \leq 2. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } x=y.$$

$$\begin{aligned} \text{Và } (x+y+z)^3 &= x^3+y^3+z^3+3(x+y+z)(x+y)z+3xy(x+y) \\ \Rightarrow x^3+y^3+z^3 &= 4^3-12(x+y)z-3xy(x+y) = 64-3(4-z)(5+z^2). \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } P = (x^3+y^3+z^3)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) = (3z^3-12z^2+15z+4)\left(\frac{5}{z^3-4z^2+5z}\right).$$

$$\text{Đặt } t = z^3 - 4z^2 + 5z, \text{ với } \frac{2}{3} \leq z \leq 2 \Rightarrow \frac{50}{27} \leq t \leq 2.$$

$$\text{Do đó xét hàm số } f(t) = 5\left(\frac{4}{t} + 3\right), \text{ với } \frac{50}{27} \leq t \leq 2.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{-20}{t^2} < 0, \forall t \in \left[\frac{50}{27}; 2\right] \text{ nên hàm số } f(t) \text{ liên tục và nghịch biến.}$$

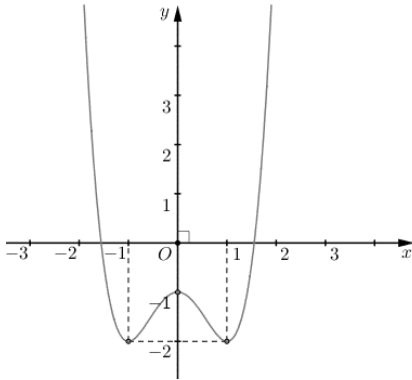
$$\text{Do đó } P_{\min} = f(2) = 25 \text{ đạt tại } x=y=1, z=2.$$

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 9

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

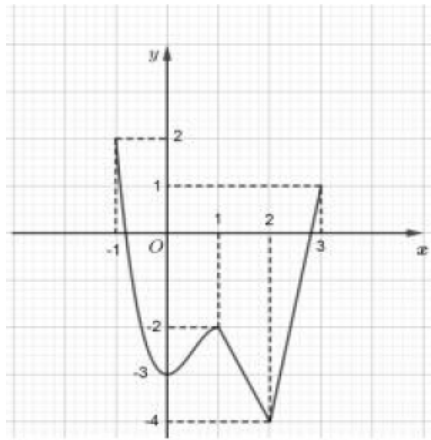


- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-1; 1)$ C. $(-1; 0)$ D. $(0; 1)$

- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là



- A. 2 B. -6 C. -5 D. -2

- Câu 4.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 122 B. 50 C. 5 D. 1

- Câu 5.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+3}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

- Câu 6.** Giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

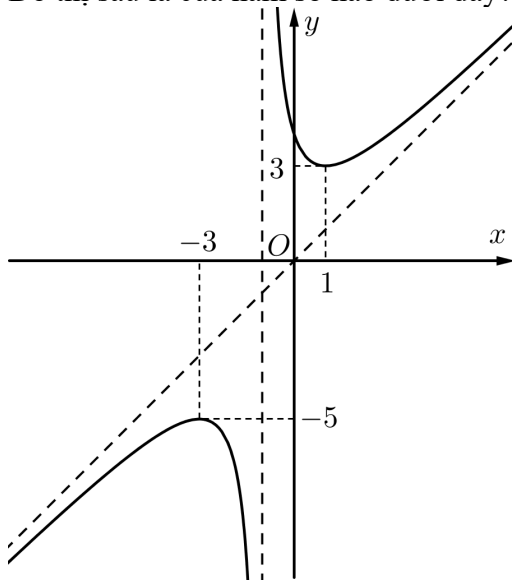
- là
A. $(1; 2)$.

- B. $(1; 1)$.

C. $(1; -1)$.

D. $(1; 0)$.

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$. C. $y = \frac{-x^2 - 3x + 10}{x + 1}$. D. $y = \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 1}$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 3. B. 1. C. -1. D. 0.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn đẳng thức **sai**.

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$. B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1O} + \overrightarrow{OC_1}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(-1; -1; -3)$ B. $(3; 1; 1)$ C. $(1; 1; 3)$ D. $(3; 3; -1)$

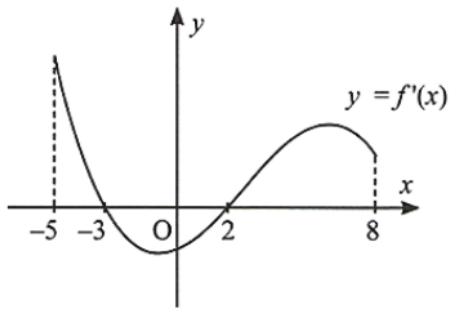
Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° . B. 60° . C. 150° . D. 30° .

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Đạo hàm $y = f'(x)$ của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình.



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(0; 2)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; 2)$.
- c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$.
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

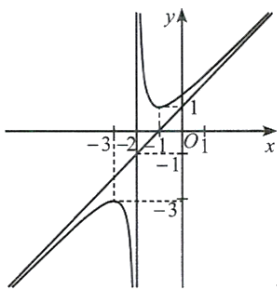
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$	1	0

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng.
- b) Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
- c) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.
- d) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 1.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $a, m \neq 0$) có đồ thị là đường cong như Hình



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; +\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$.
- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x = -2$, tiệm cận xiên: $y = x + 1$.
- c) Phương trình $f(x) = 3$ có ba nghiệm phân biệt
- d) Khi $m = 1$ thì đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(1; \frac{7}{3}\right)$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'(1;0;1), B'(2;1;2), D'(1;-1;1), C(4;5;-5)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{A'D'}$ là $(0;-1;0)$.

b) Gọi tọa độ của điểm B là $(x_B; y_B; z_B)$, ta có tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BC}$ là $(x_B - 4; y_B - 5; z_B + 5)$.

c) Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, ta có: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'}$.

d) Tọa độ điểm B là $(4;4;-5)$.

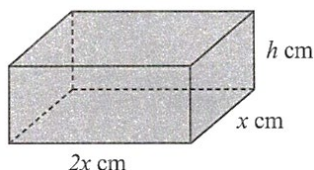
Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

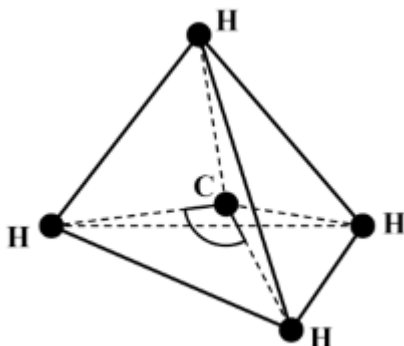
Câu 1. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4 \text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7 \text{ km}$. Người canh hải đăng chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 6 km/h rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc 10 km/h . Người đó nên chèo thuyền trong bao nhiêu ki-lô-mét nếu anh ta muốn đến nơi trong thời gian ngắn nhất?

Câu 2. Sau khi tiêm một loại thuốc vào cơ thể bệnh nhân, nồng độ thuốc trong máu (tính theo mg/cm^3) thay đổi theo công thức $C(t) = \frac{0,15t}{t^2 + 1}$, trong đó t là thời gian (tính theo giờ) kể từ thời điểm tiêm thuốc, $t \geq 0$. Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mg/cm^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 3. Người ta muốn làm một chiếc hộp kim loại hình hộp chữ nhật có thể tích 72 cm^3 và đáy có chiều dài gấp đôi chiều rộng (Hình). Tính diện tích toàn phần nhỏ nhất đạt được của chiếc hộp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm^2).



Câu 4. Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $\text{H}-\text{C}-\text{H}$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tính số đo góc liên kết này (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Câu 5. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn Huyền quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(20;40;30)$ đến điểm $B(40;50;50)$ trong vòng 4 phút.



Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí $C(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$

Câu 6. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$.

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1	Đúng	Sai
a)	☐	☐
b)	☐	☐
c)	☐	☐
d)	☐	☐

Câu 2	Đúng	Sai
	☐	☐
	☐	☐
	☐	☐
	☐	☐

Câu 3	Đúng	Sai
a)	☐	☐
b)	☐	☐
c)	☐	☐
d)	☐	☐

Câu 4	Đúng	Sai
	☐	☐
	☐	☐
	☐	☐
	☐	☐

PHẦN III

Câu 1				
-	☐			
,	☐	☐		
0	☐	☐	☐	☐
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐

Câu 2				
-	☐			
,	☐	☐		
0	☐	☐	☐	☐
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐

Câu 3				
-	☐			
,	☐	☐		
0	☐	☐	☐	☐
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐

Câu 4				
-	☐			
,	☐	☐		
0	☐	☐	☐	☐
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐

Câu 5				
-	☐			
,	☐	☐		
0	☐	☐	☐	☐
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐

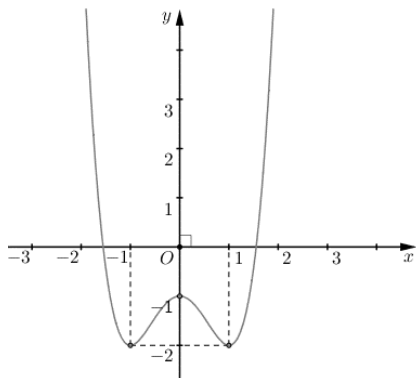
Câu 6				
-	☐			
,	☐	☐		
0	☐	☐	☐	☐
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-1; 1)$ C. $(-1; 0)$ D. $(0; 1)$

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

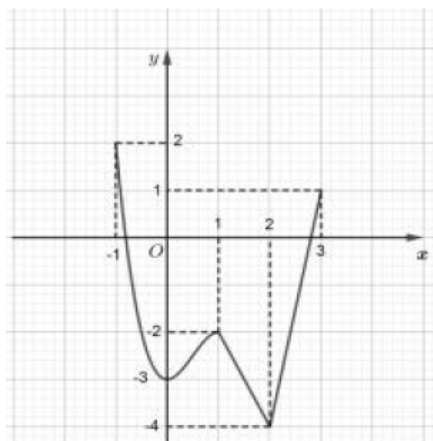
- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Các nghiệm này là các nghiệm đơn nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là



- A. 2 B. -6 C. -5 D. -2

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy GTLN của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ là $M=2$ đạt được tại $x=-1$ và GTNN của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ là $m=-4$ đạt được tại $x=2$
 $\Rightarrow M+m=2+(-4)=-2$

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 122

B. 50

C. 5

D. 1

Lời giải

Chọn B

$$f'(x)=4x^3-8x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases} \in [-2;3];$$

$$f(0)=5; f(\pm\sqrt{2})=1; f(-2)=5; f(3)=50$$

$$\text{Vậy } \underset{[-2;3]}{\text{Max}} y = 50$$

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x+3}$ là

A. $x=-1$.

B. $x=1$.

C. $x=-3$.

D. $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -3^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -3^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-3$ làm tiệm cận đứng.

Câu 6. Giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{2x^2-3x+2}{x-1}$ là

A. $(1;2)$.

B. $(1;1)$.

C. $(1;-1)$.

D. $(1;0)$.

Lời giải

$$\text{Ta viết lại } y = \frac{2x^2-3x+2}{x-1} = 2x-1 + \frac{1}{x-1}.$$

Suy ra

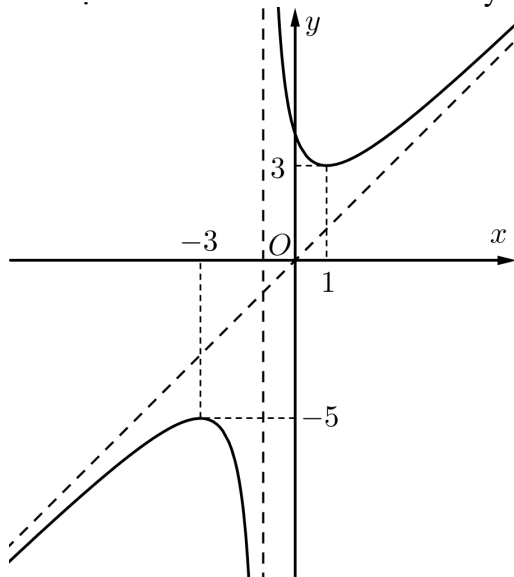
- Tiệm cận đứng $x=1$;

- Tiệm cận xiên $y=2x-1$.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x=1 \\ y=2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

Chọn đáp án B

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$. C. $y = \frac{-x^2 - 3x + 10}{x + 1}$. D. $y = \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 1}$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 3. B. 1. C. -1. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Từ hàm số: $y = -x^3 + 2x^2 - 1$, cho $x = 0 \rightarrow y = -1$.

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}.$$

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn đẳng thức **sai**.

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$. B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1O} + \overrightarrow{OC_1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AB_1}$, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AD_1}$ mà $\overrightarrow{AB_1} \neq \overrightarrow{AD_1}$ nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$ sai.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(-1;-1;-3)$ B. $(3;1;1)$ C. $(1;1;3)$ D. $(3;3;-1)$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-1; 1-(-2)) \text{ hay } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 3).$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

A. 120° .

B. 60° .

C. 150° .

D. 30° .

Lời giải

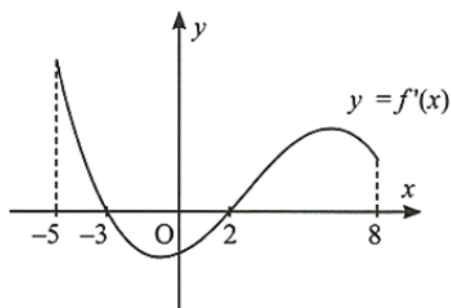
Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$$\text{Vậy: } \cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1 \cdot (-\sqrt{3}) + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{1 \cdot \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ.$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Đạo hàm $y = f'(x)$ của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình.



a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(0; 2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; 2)$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$.

d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Từ đồ thị, ta có $f'(x)$ dương trên các khoảng $(-5; -3)$, $(2; 8)$ và âm trên khoảng $(-3; 2)$. Do đó ta có bảng biến thiên:

x	-5	-3	2	8		
y'		+	0	-	0	+
y						

Diagram illustrating the mapping of x-values to y-values. Arrows point from the x-axis to the y-axis, indicating the relationship between the two variables.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-5; -3)$ và $(2; 8)$, nghịch biến trên khoảng $(-3; 2)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$	0

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng.
- b) Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
- c) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.
- d) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 1.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

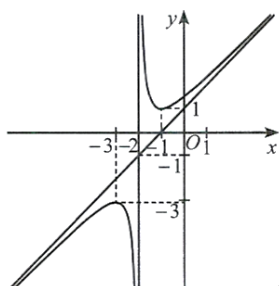
a) Đúng. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng $x = -2; x = 0$.

b) Đúng. Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

c) Sai. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

d) Sai. Hàm số đã cho không có điểm cực đại.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $a, m \neq 0$) có đồ thị là đường cong như Hình



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; +\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$.
- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x = -2$, tiệm cận xiên: $y = x + 1$.
- c) Phương trình $f(x) = 3$ có ba nghiệm phân biệt
- d) Khi $m = 1$ thì đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(1; \frac{7}{3}\right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; +\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$.

b) Tiệm cận đứng: $x = -2$, tiệm cận xiên: $y = x + 1$.

c) Số nghiệm của phương trình $f(x) = 3$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = 3$. Căn cứ vào đồ thị hàm số, phương trình $f(x) = 3$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Khi $m = 1$ tìm được hàm $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$, vậy đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(1; \frac{7}{3}\right)$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'(1; 0; 1), B'(2; 1; 2), D'(1; -1; 1), C(4; 5; -5)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ của vector $\overrightarrow{A'D'}$ là $(0; -1; 0)$.

b) Gọi tọa độ của điểm B là $(x_B; y_B; z_B)$, ta có tọa độ của vector $\overrightarrow{BC}$ là $(x_B - 4; y_B - 5; z_B + 5)$.

c) Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, ta có: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'}$.

d) Tọa độ điểm B là $(4; 4; -5)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có: $\overrightarrow{A'D'} = (1-1; -1-0; 1-1) = (0; -1; 0)$.

Gọi tọa độ của điểm B là $(x_B; y_B; z_B)$, ta có: $\overrightarrow{BC} = (4-x_B; 5-y_B; -5-z_B)$.

Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, ta có: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'}$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 4-x_B = 0 \\ 5-y_B = -1 \\ -5-z_B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 4 \\ y_B = 6 \\ z_B = -5 \end{cases}$$

Vậy tọa độ của điểm $B(4; 6; -5)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4 \text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7 \text{ km}$. Người canh hải đăng chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 6 km/h rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc 10 km/h . Người đó nên chèo thuyền trong bao nhiêu ki-lô-mét nếu anh ta muốn đến nơi trong thời gian ngắn nhất?

Lời giải

Đáp số: 5.

Đặt $BM = x (0 \leq x \leq 7)$. Từ đó ta tính được $AM = \sqrt{16+x^2}$; $MC = 7-x$. Thời gian người đó đi từ A đến C là $\frac{\sqrt{16+x^2}}{6} + \frac{7-x}{10}$.

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{\sqrt{16+x^2}}{6} + \frac{7-x}{10}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x}{6\sqrt{16+x^2}} - \frac{1}{10} = 0 \Leftrightarrow 5x = 3\sqrt{16+x^2} \Leftrightarrow x = 3.$$

Lập bảng biến thiên ta suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 3$ và khi $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $AM = \sqrt{16+3^2} = 5$.

- Câu 2.** Sau khi tiêm một loại thuốc vào cơ thể bệnh nhân, nồng độ thuốc trong máu (tính theo mg/cm^3) thay đổi theo công thức $C(t) = \frac{0,15t}{t^2+1}$, trong đó t là thời gian (tính theo giờ) kể từ thời điểm tiêm thuốc, $t \geq 0$. Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mg/cm^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp số: $0,08 \text{ mg}/cm^3$.

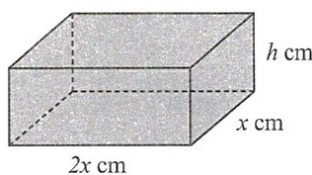
$$\text{Ta có } C'(t) = \frac{0,15(1-t^2)}{(t^2+1)^2}, t \geq 0.$$

Bảng biến thiên của hàm số $C(t)$ trên $(0; +\infty)$.

t	0	1	$+\infty$
$C'(t)$	+	0	-
$C(t)$	0	0,075	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất bằng $0,08 \text{ mg}/cm^3$.

- Câu 3.** Người ta muốn làm một chiếc hộp kim loại hình hộp chữ nhật có thể tích 72 cm^3 và đáy có chiều dài gấp đôi chiều rộng (Hình). Tính diện tích toàn phần nhỏ nhất đạt được của chiếc hộp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm^2).



Lời giải

Trả lời: 108

$$\text{Ta có } x \cdot 2x \cdot h = 72 \Rightarrow h = \frac{36}{x^2}.$$

Diện tích toàn phần của chiếc hộp là:

$$S(x) = 2(x \cdot 2x + xh + 2xh) = 2(2x^2 + 3xh) = 4x^2 + \frac{216}{x}, x > 0.$$

$$S'(x) = 8x - \frac{216}{x^2}.$$

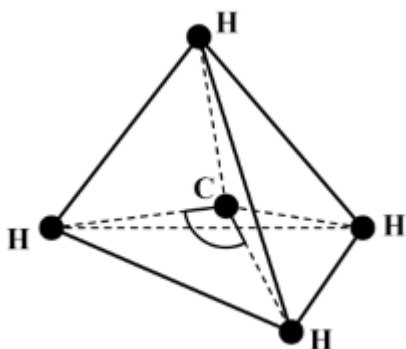
$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 = 27 \Leftrightarrow x = 3.$$

Bảng biến thiên:

x	0	3	$+\infty$
$S'(x)$		- 0 +	
$S(x)$	$+\infty$	108	$+\infty$

Vậy diện tích toàn phần nhỏ nhất của chiếc hộp là 108 cm^2 .

- Câu 4.** Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $\text{H}-\text{C}-\text{H}$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tính số đo góc liên kết này (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Lời giải

Trả lời: 109

Xét tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ và $GA = GB = GC = x$

Ta có: $-\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}$, bình phương hai vế ta được

$$GA^2 = GB^2 + GC^2 + GD^2 + 2\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + 2\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GD} + 2\overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GD}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 3x^2 + 2x^2 \cos \alpha + 2x^2 \cos \alpha + 2x^2 \cos \alpha \Leftrightarrow -2x^2 = 6x^2 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-1}{3} \Rightarrow \alpha \approx 109^\circ.$$

- Câu 5.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn Huyền quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(20; 40; 30)$ đến điểm $B(40; 50; 50)$ trong vòng 4 phút.



Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí $C(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$

Lời giải

Đáp số: 165

Vì hướng bay và vận tốc bay của con chim không đổi nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

Mặt khác do thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BC}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 40-20=2(a-40) \\ 50-40=2(b-50) \\ 50-30=2(c-50) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=100 \\ 2b=110 \\ 2c=120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=50 \\ b=55 \\ c=60 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=165$$

Câu 6. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y=2(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3})$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4(x^2+y^2)+15xy$.

Lời giải

Trả lời: -83

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 3 \\ y \geq -3 \end{cases}$.

Ta có $x+y=2(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}) \Leftrightarrow (x+y)^2=4(x+y)+8\sqrt{x-3}\sqrt{y+3} \geq 4(x+y)$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y \geq 4 \\ x+y \leq 0 \end{cases} \quad (1).$

Mặt khác áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski ta được:

$$x+y=2(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}) \leq 2\sqrt{2(x+y)} \Leftrightarrow x+y \leq 8 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có $x+y \in [4;8]$

Ta lại có $(x+3)(y+3) \geq 0 \Leftrightarrow xy \geq -3(x+y)-9$.

Đặt $t=x+y$ suy ra $P=4(x^2+y^2)+15xy=4(x+y)^2+7xy \geq 4t^2-21t-63$.

Xét hàm số $f(t)=4t^2-21t-63$, với $t \in [4;8]$

Ta có $f'(t)=8t-21=0 \Leftrightarrow t=\frac{21}{8} \notin [4;8]$. Do đó $\min_{[4;8]} f(t)=f(4)=-83$.

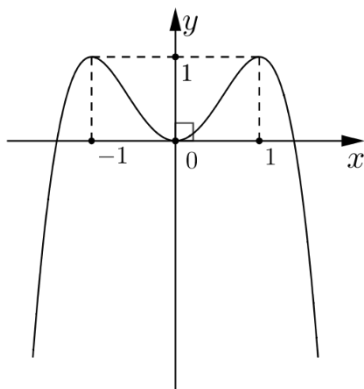
Do đó $P \geq -83$ suy ra $\min P = -83$ khi $\begin{cases} x+y=4 \\ x+y=2(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=-3 \end{cases}$.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 10

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.
- Câu 2.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4
- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	
y	6				9

$\swarrow$ $\nearrow$
 2

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 6$. B. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$. C. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$. D. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 6$.
- Câu 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.
- A. $m = 13$ B. $m = \frac{51}{4}$ C. $m = \frac{51}{2}$ D. $m = \frac{49}{4}$

- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	
$f(x)$	-1		$+\infty$		-1

$\swarrow$ $\searrow$
 $-\infty$ -1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -1$.

B. $y = -1$.

C. $y = -2$.

D. $x = -2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

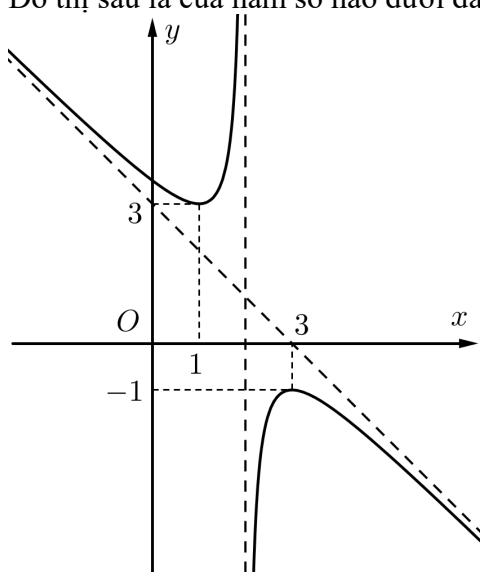
A. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

B. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

C. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

D. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{-x + 2}$. B. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{x + 2}$. C. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x + 2}$. D. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{-x + 2}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -5 .

B. 0 .

C. -1 .

D. 2 .

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1; 2; 3)$

B. $(-1; -2; 3)$

C. $(3; 5; 1)$

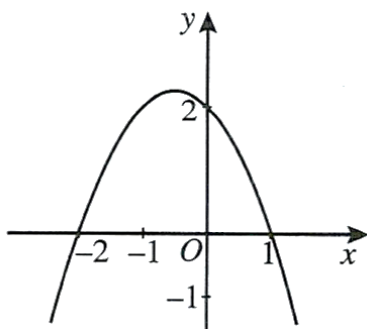
D. $(3; 4; 1)$

- Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d là các số thực và $a \neq 0$) có đồ thị hàm số $f'(x)$ như Hình.



- a) Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CT} = -2$.
- b) Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CD} = 1$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; 1)$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(2025; 2026)$.
- Câu 2.** Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{2x-3}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau
- a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
- b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.
- c) Hàm số đã cho có một điểm cực trị.
- d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = \frac{3}{2}$.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-6	$+\infty$	2	$+\infty$	

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
- b) $x = -2$ đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang

d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$ khi đó $f(1) = \frac{5}{3}$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 2; 3)$, $\vec{b} = (3; 1; -2)$, $\vec{c} = (4; 2; -3)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $2\vec{a} = (-2; 4; 6)$

b) $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c} = (-11; -1; 13)$.

c) $\vec{a} + \vec{c} = (3; 4; 0)$

d) Tọa độ vector $\vec{v}$ sao cho $\vec{v} + 2\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ là $(-3; -2; 4)$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích là $V = 250\pi (cm^3)$, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V = 250\pi (cm^3)$ và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu centimet?

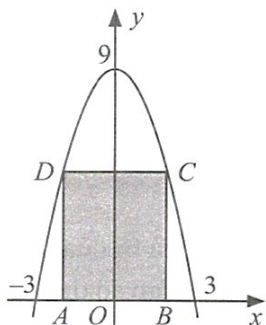
Câu 2. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức:

$$C(t) = \frac{3t}{27 + t^3} \text{ với } t \geq 0 \text{ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).}$$

Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất?

(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3; 3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành (Hình). Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $\widehat{BAD} = \widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{D'A}$, $\overrightarrow{C'Q} = \overrightarrow{DC'}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; -1)$, $B(3; -1; 5)$, $C(0; 5; 0)$. Điểm M thuộc tia đối của tia BA sao cho diện tích tam giác MAC bằng ba lần diện tích tam giác MBC . Tính độ dài đoạn thẳng CM ?

Câu 6. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2x + y = \frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức

$$P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4y}.$$

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐

PHẦN III

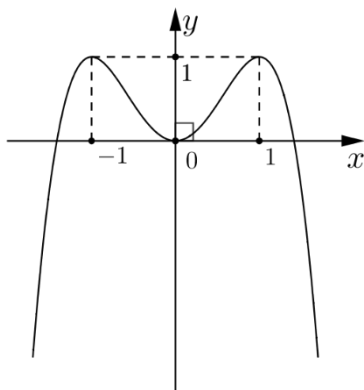
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$							$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7
y'	$-$	0	$+$
y	6	2	9

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\min_{[-5;7]} f(x) = 6$. B. $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$. C. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$. D. $\max_{[-5;7]} f(x) = 6$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên trên $[-5;7]$, ta có: $\min_{[-5;7]} f(x) = f(1) = 2$.

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2;3]$.

- A. $m = 13$ B. $m = \frac{51}{4}$ C. $m = \frac{51}{2}$ D. $m = \frac{49}{4}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = 4x^3 - 2x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2;3] \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \in [-2;3] \end{cases};$$

$$\text{Tính } y(-2) = 25, y(3) = 85, y(0) = 13, y\left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{51}{4} = 12,75;$$

Kết luận: giá trị nhỏ nhất m của hàm số là $m = \frac{51}{4}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là $x = -2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

A. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

B. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

C. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

D. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Lời giải

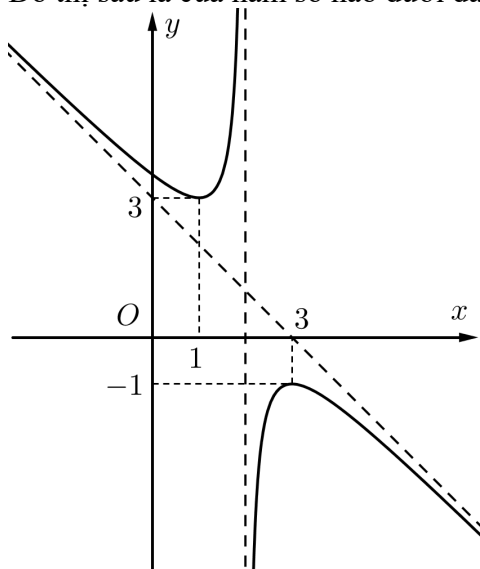
Giả sử đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$. Ta tìm hệ số a và b như sau

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4} = -\frac{3}{5}; b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4} + \frac{3}{5}x \right) = -\frac{37}{25} \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$$

Do đó ta được tiệm cận xiên là $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Chọn đáp án C.

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{-x + 2}$. B. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{x + 2}$. C. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x + 2}$. D. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{-x + 2}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -5 .

B. 0 .

C. -1 .

D. 2 .

Lời giải

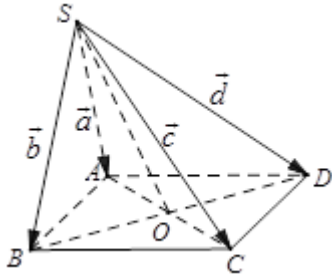
Chọn A

Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ và trục tung, ta có:

$$x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -5$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Lời giải**Chọn D**

Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases} \text{ (do tính chất của đường trung tuyến)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}.$$

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$

nên $2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. Vậy $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1; 2; 3)$

B. $(-1; -2; 3)$

C. $(3; 5; 1)$

D. $(3; 4; 1)$

Lời giải**Chọn A**

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; 2; 3)$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vectơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$.

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

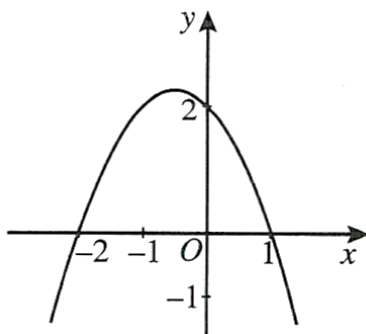
Lời giải

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d là các số thực và $a \neq 0$) có đồ thị hàm số $f'(x)$ như Hình.



a) Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CT} = -2$.

b) Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CD} = 1$.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; 1)$.

d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(2025; 2026)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{2x-3}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

c) Hàm số đã cho có một điểm cực trị.

d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Sai
--------	--------	--------	--------

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$. Ta có: $y = \frac{3x-2}{2x-3} \Rightarrow y' = \frac{-5}{(2x-3)^2} < 0, \forall x \in D$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y'	-		-
y	$\frac{3}{2} \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow \frac{3}{2}$	

a) Sai. Hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Sai. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = \frac{3}{2}$.

c) Sai. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

d) Sai. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-6	$+\infty$	2	$+\infty$	

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

b) $x = -2$ đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang

d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$ khi đó $f(1) = \frac{5}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Điểm cực đại: $x = -4$, điểm cực tiểu $x = 0$, giá trị cực đại $y_{CD} = -6$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$.

b) Tiệm cận đứng: $x = -2$.

c) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang. Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

d) $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2} \Rightarrow f(1) = \frac{7}{3}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 2; 3)$, $\vec{b} = (3; 1; -2)$, $\vec{c} = (4; 2; -3)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $2\vec{a} = (-2; 4; 6)$

b) $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c} = (-11; -1; 13)$.

c) $\vec{a} + \vec{c} = (3; 4; 0)$

d) Toạ độ vector $\vec{v}$ sao cho $\vec{v} + 2\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ là $(-3; -2; 4)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) b) Ta có $2\vec{a} = (-2; 4; 6)$ và $\vec{b} = (3; 1; -2)$. Do đó, $2\vec{a} + \vec{b} = (-2 + 3; 4 + 1; 6 + (-2))$ hay $2\vec{a} + \vec{b} = (1; 5; 4)$. Ngoài ra, vì $3\vec{c} = (12; 6; -9)$ nên $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c} = (-11; -1; 13)$.

c) d) Ta có $2\vec{b} = (6; 2; -4)$. Gọi $\vec{v} = (x; y; z)$, khi đó $\vec{v} + 2\vec{b} = (x + 6; y + 2; z - 4)$, $\vec{a} + \vec{c} = (-1 + 4; 2 + 2; 3 - 3)$ hay $\vec{a} + \vec{c} = (3; 4; 0)$. Do đó, $\vec{v} + 2\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + 6 = 3 \\ y + 2 = 4 \\ z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$$

Vậy toạ độ của $\vec{v} = (-3; 2; 4)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích là $V = 250\pi (cm^3)$, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V = 250\pi (cm^3)$ và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu centimet?

Lời giải

Đáp số: 5.

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của một lon sữa bò hình trụ.

$$S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{500\pi}{r} + 2\pi r^2,$$

$$S_{tp} = f(r), f'(r) = \frac{-500\pi}{r^2} + 4\pi r = \frac{4\pi(r^3 - 125)}{r^2}, \min_{(0; +\infty)} f(r) = f(5).$$

Câu 2. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức:

$$C(t) = \frac{3t}{27 + t^3} \text{ với } t \geq 0 \text{ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).}$$

Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất?

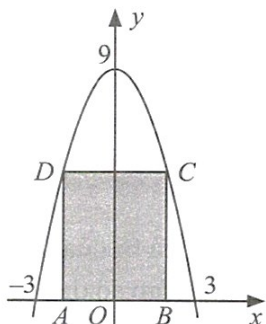
(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 2,38

Ứng với $t = \frac{3\sqrt[3]{4}}{2}$ thì $C(t)$ đạt giá trị lớn nhất, tức là sau khoảng 2,38 giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất.

- Câu 3.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3; 3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành (Hình). Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Trả lời: 20,8

Kí hiệu x là hoành độ của điểm B ($0 < x < 3$).

Ta có $AB = 2x, BC = 9 - x^2$.

Từ đó, diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S(x) = 18x - 2x^3, 0 < x < 3$.

$$S'(x) = 18 - 6x^2; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3} \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

Bảng biến thiên:

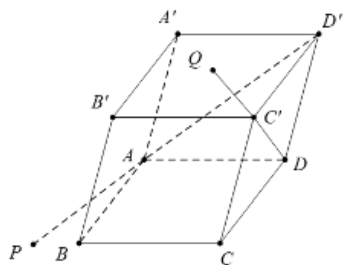
x	0	$\sqrt{3}$	3	
$S'(x)$		+	0	-
$S(x)$	0	$12\sqrt{3}$	0	

Từ đó $\max_{(0;3)} S(x) = S(\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} \approx 20,8$.

- Câu 4.** Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $\widehat{BAD} = \widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{D'A}, \overrightarrow{C'Q} = \overrightarrow{DC'}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

Lời giải

Trả lời: 5,7



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DC'} + \overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \\ &= \overrightarrow{AD} + 2(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AA'} \end{aligned}$$

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}; \overrightarrow{AD} = \vec{b}; \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ thì $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1, (\vec{a}; \vec{b}) = (\vec{b}; \vec{c}) = (\vec{c}; \vec{a}) = 60^\circ$

$$\text{Khi đó } PQ^2 = 4|\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 + 9|\vec{c}|^2 + 8\vec{a} \cdot \vec{b} + 12\vec{a} \cdot \vec{c} + 12\vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$= 4 + 4 + 9 + 4 + 6 + 6 = 33 \Rightarrow PQ = \sqrt{33} \approx 5,7$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; -1), B(3; -1; 5), C(0; 5; 0)$. Điểm M thuộc tia đối của tia BA sao cho diện tích tam giác MAC bằng ba lần diện tích tam giác MBC . Tính độ dài đoạn thẳng CM ?

Lời giải

Điểm M thuộc tia đối của tia BA nên $S_{MAC} = 3S_{MBC} \Rightarrow MA = 3MB$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} \Rightarrow A - M = 3(B - M)$$

$$\Leftrightarrow 2M = 3B - A = (8; -6; 16) \Rightarrow M(4; -3; 8)$$

$$\text{Do đó } CM = \sqrt{4^2 + (5+3)^2 + 8^2} = 12.$$

Điền đáp án 12:

Câu 6. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2x + y = \frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức

$$P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4y}.$$

Lời giải

Trả lời : 5

Từ giả thiết ta có $y = \frac{5}{4} - 2x$. Vì $y > 0$ nên $\frac{5}{4} - 2x > 0 \Rightarrow x < \frac{5}{8}$. Do đó $0 < x < \frac{5}{8}$.

$$\text{Ta có } P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4\left(\frac{5}{4} - 2x\right)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{5 - 8x} = \frac{10 - 15x}{-8x^2 + 5x} \text{ với } 0 < x < \frac{5}{8}.$$

$$P' = \frac{-15(-8x^2 + 5x) - (-16x + 5)(10 - 15x)}{(-8x^2 + 5x)^2} = \frac{120x^2 - 75x - (-160x + 240x^2 + 50 - 75x)}{(-8x^2 + 5x)^2}$$

$$P' = \frac{-120x^2 + 160x - 50}{(-8x^2 + 5x)^2}. \text{ Có } P' = 0 \Rightarrow -120x^2 + 160x - 50 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{6} \notin \left(0; \frac{5}{8}\right) \\ x = \frac{1}{2} \in \left(0; \frac{5}{8}\right) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$
y'		- 0 +	
y	$+\infty$	5	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $P_{\min} = 5$.

Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-12>