

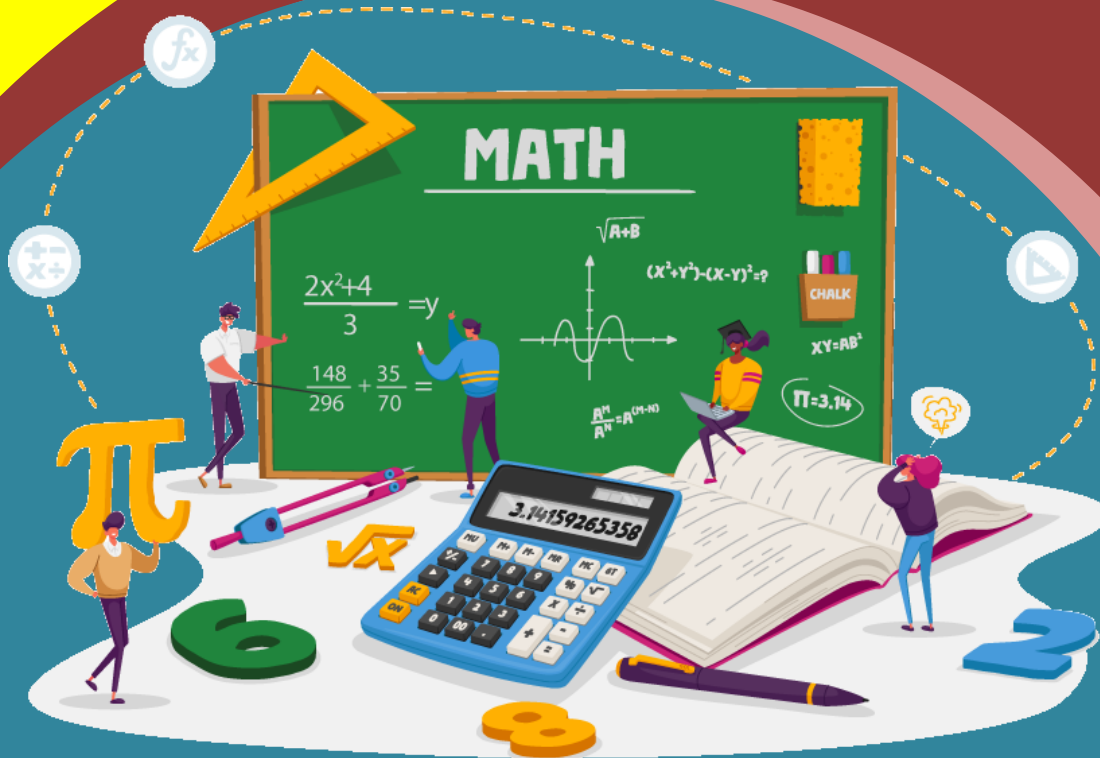
LÊ BÁ BẢO
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 11

Chuyên đề LƯỢNG GIÁC

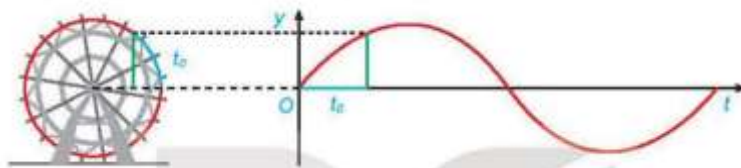
GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

- ✍ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✍ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



CHƯƠNG I

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC



Chủ đề 1: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

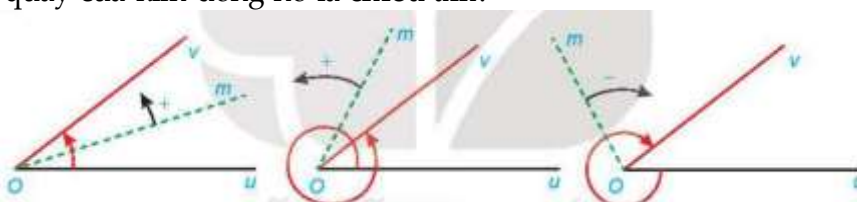
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. GÓC LƯỢNG GIÁC

a. Góc lượng giác

Trong mặt phẳng, cho hai tia Ou, Ov . Xét tia Om cùng nằm trong mặt phẳng này. Nếu tia Om quay quanh điểm O , theo một chiều nhất định từ Ou đến Ov , thì ta nói nó quét **một góc lượng giác** với **tia đầu** Ou , **tia cuối** Ov và kí hiệu (Ou, Ov)

Quy ước: Chiều quay ngược với chiều quay của kim đồng hồ là **chiều dương**, chiều quay cùng với chiều quay của kim đồng hồ là **chiều âm**.



b. Số đo góc lượng giác

Khi tia Om quay góc α° thì ta nói góc lượng giác mà tia đó quét nên có số đo α° . **Số đo của góc lượng giác** có tia đầu Ou , tia cuối Ov được kí hiệu là $sd(Ou, Ov)$

Nhận xét:

Mỗi góc lượng giác gốc O được xác định bởi tia đầu Ou , tia cuối Ov và số đo của nó

Chú ý:

+) Cho hai tia Ou, Ov thì có vô số góc lượng giác tia đầu Ou , tia cuối Ov . Mỗi góc lượng giác như thế đều kí hiệu là (Ou, Ov) .

+) Số đo của các góc lượng giác có cùng tia đầu Ou , tia cuối Ov , sai khác nhau một bội nguyên của 360° .

c. Hệ thức Chasles

Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có: $sd(Ou, Ov) + sd(Ov, Ow) = sd(Ou, Ow) + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$

Chú ý:

Mỗi góc lượng giác $\alpha + \frac{k2\pi}{n}, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*$ thì có n điểm phân biệt biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

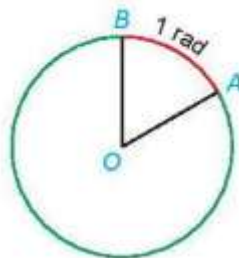
2. ĐƠN VỊ ĐO GÓC VÀ ĐỘ DÀI CUNG TRÒN

a. Đơn vị đo góc và cung tròn

Đơn vị độ: Để đo góc, ta dùng đơn vị độ. Ta đã biết: Góc 1° bằng $\frac{1}{180}$ góc bẹt.

Đơn vị độ được chia thành những đơn vị nhỏ hơn: $1^\circ = 60'; 1' = 60''$.

Đơn vị radian: Cho đường tròn (O) tâm O , bán kính R và một cung AB trên (O) .



Ta nói cung tròn AB có số đo bằng 1 radian nếu độ dài của nó đúng bằng bán kính R . Khi đó, ta cũng nói rằng góc AOB có số đo bằng 1 radian và viết $AOB = 1 \text{ rad}$

Quan hệ giữa độ và radian:

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

và

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ$$

Chú ý:

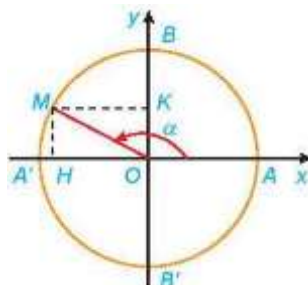
Độ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π

b. Độ dài cung tròn

Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = R\alpha$

3. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

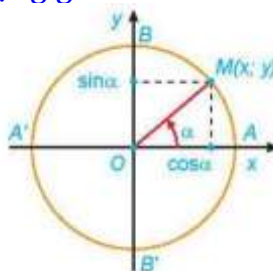
a. Đường tròn lượng giác



+) Đường tròn lượng giác là đường tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính bằng 1, được định hướng và lấy điểm $A(1;0)$ làm điểm gốc của đường tròn.

+) Điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo α (độ hoặc radian) là điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho $sđ(OA, OM) = \alpha$

b. Các giá trị lượng giác của góc lượng giác



Giả sử $M(x; y)$ là điểm trên đường tròn lượng giác, biểu diễn góc lượng giác có số đo α , ta có:

+) Hoành độ x của điểm M được gọi là cosin của α , kí hiệu là $\cos \alpha \longrightarrow \cos \alpha = x$.

+) Tung độ y của điểm M được gọi là sin của α , kí hiệu là $\sin \alpha \longrightarrow \sin \alpha = y$.

+) Nếu $\cos \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ được gọi là tang của α , kí hiệu là $\tan \alpha$.

$$\longrightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x}, (x \neq 0).$$

+) Nếu $\sin \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ được gọi là cotang của α , kí hiệu là $\cot \alpha$.

$$\longrightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y}, (y \neq 0).$$

Chú ý:

+) Ta còn gọi trực tung là trực sin, trực hoành là trực cosin.

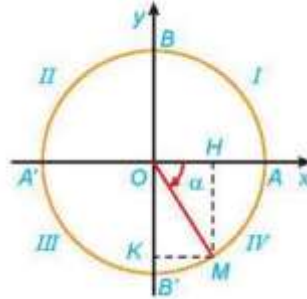
+) $\sin \alpha, \cos \alpha$ xác định với mọi giá trị của α và ta có:

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1; -1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha; \cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha \quad k \in \mathbb{Z}$$

+) $\tan \alpha$ xác định khi $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$; $\cot \alpha$ xác định khi $\alpha \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

+) Dấu của các giá trị lượng giác của một góc lượng giác:



Góc phần tư	I	II	III	IV
Giá trị lượng giác				
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

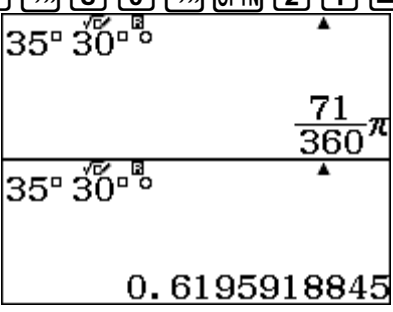
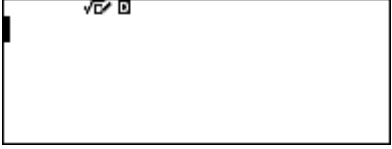
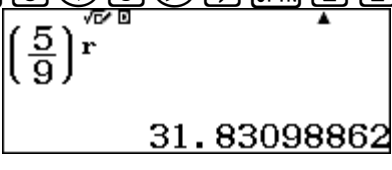
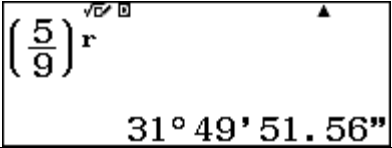
c. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Góc α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Không xác định
$\cot \alpha$	Không xác định	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

d. Sử dụng máy tính cầm tay để đổi số đo góc và tìm giá trị lượng giác của góc

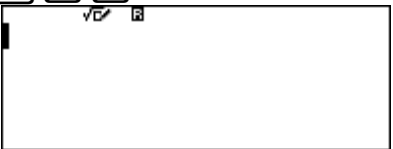
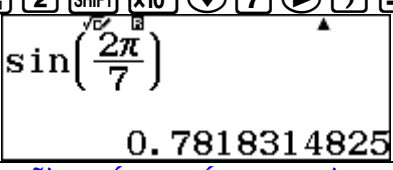
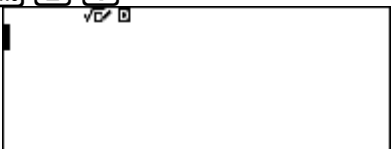
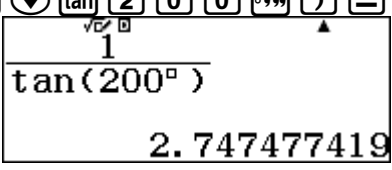
Kỹ thuật 1: Đổi số đo góc

Ví dụ 1:

a) Đổi $35^\circ 30'$ sang đơn vị rad; Bước 1: <i>Hiện thị chế độ rad</i> $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{MENU}} \boxed{2} \boxed{2}$  Bước 2: <i>Nhập $35^\circ 30'$</i> $\boxed{3} \boxed{5} \boxed{.} \boxed{3} \boxed{0} \boxed{.} \boxed{\text{OPTN}} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{=}$ 	b) Đổi $\frac{5}{9}$ sang đơn vị độ. Bước 1: <i>Hiện thị chế độ độ</i> $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{MENU}} \boxed{2} \boxed{1}$  Bước 2: <i>Nhập $\frac{5}{9}$</i> $\boxed{(} \boxed{=}$ $\boxed{5} \boxed{\downarrow} \boxed{9} \boxed{\rightarrow} \boxed{)} \boxed{\text{OPTN}} \boxed{2} \boxed{2} \boxed{=}$  $\boxed{.} \boxed{.} \boxed{.}$ 
--	--

Kỹ thuật 2: Tính các giá trị lượng giác của góc

Ví dụ 2:

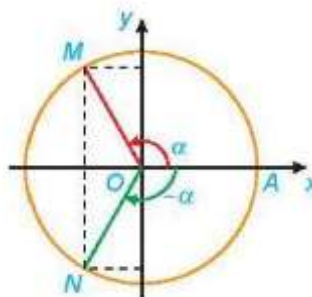
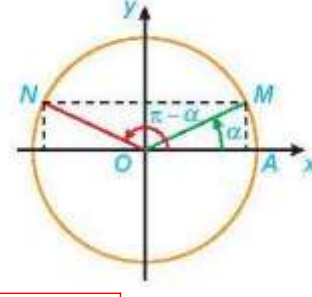
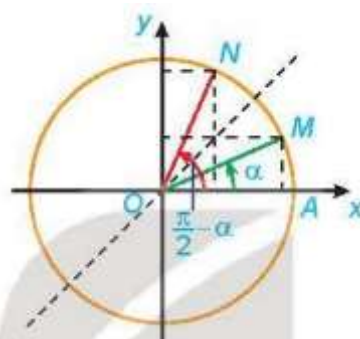
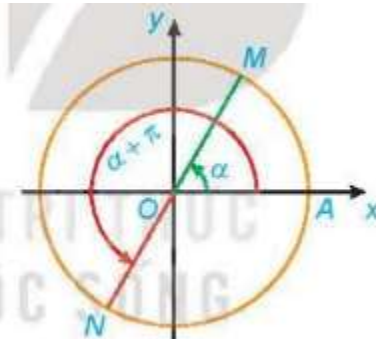
a) Tính $\sin \frac{2\pi}{7}$; Bước 1: <i>Hiện thị chế độ rad</i> $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{MENU}} \boxed{2} \boxed{2}$  Bước 2: <i>Nhập $\sin \frac{2\pi}{7}$</i> $\boxed{\sin} \boxed{=}$ $\boxed{2} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\times 10^x} \boxed{\downarrow} \boxed{7} \boxed{\rightarrow} \boxed{)} \boxed{=}$ 	b) Tính $\cot 200^\circ$. Bước 1: <i>Hiện thị chế độ độ</i> $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{MENU}} \boxed{2} \boxed{1}$  Bước 2: <i>Nhập $\cot 200^\circ = \frac{1}{\tan 200^\circ}$</i> $\boxed{=}$ $\boxed{1} \boxed{\downarrow} \boxed{\tan} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{.} \boxed{.} \boxed{.} \boxed{\rightarrow} \boxed{)} \boxed{=}$ 
---	--

4. QUAN HỆ GIỮA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

a. Các công thức lượng giác cơ bản

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$
$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$	$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$

b. Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt

1. Hai góc đối nhau: α và $-\alpha$ (cos đối)  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha;$ $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha;$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha;$ $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha.$	2. Hai góc bù nhau: α và $\pi - \alpha$ (sin bù)  $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha;$ $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha;$ $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha;$ $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha.$
3. Hai góc phụ nhau: α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$ (chéo)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha;$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha;$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha;$ $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha.$	4. Hai góc hơn kém nhau π: α và $\alpha + \pi$ (tan và cotang)  $\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha;$ $\tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha;$ $\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha;$ $\cot(\alpha + \pi) = \cot \alpha.$

Lưu ý: Góc hơn kém $\frac{\pi}{2}$ (α và $\frac{\pi}{2} + \alpha$)

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$ $\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$
---	--

II. BÀI TẬP MINH HỌA

- Câu 1:** Cho $\text{sđ}(Ou, Ov) = \alpha$ và $\text{sđ}(Ou', Ov') = \beta$. Chứng minh rằng hai góc hình học $uOv, u'Ov'$ bằng nhau khi và chỉ khi hoặc $\beta - \alpha = k2\pi$ hoặc $\beta + \alpha = k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 2:** Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo $-\frac{\pi}{7}$. Trong các số $-\frac{29\pi}{7}; -\frac{22}{7}; \frac{6\pi}{7}; \frac{41\pi}{7}$, những số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc đã cho?
- Câu 3:** Tìm số đo α của góc lượng giác (Ou, Ov) với $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với góc đó có số đo là:

a) $\frac{33\pi}{4}$. b) $-\frac{291983\pi}{3}$. c) 30.

Câu 4: a) Đổi số đo của các góc sau ra radian: $72^\circ, 600^\circ, -37^\circ 45' 30''$.

b) Đổi số đo của các góc sau ra độ: $\frac{5\pi}{18}, \frac{3\pi}{5}, -4$.

Câu 5: Một đường tròn có bán kính $36m$. Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo là

a) $\frac{3\pi}{4}$. b) 51° . c) $\frac{1}{3}$.

Câu 6: Biểu diễn các góc(cung) lượng giác trên đường tròn lượng giác có số đo sau:

a) $\frac{\pi}{4}$. b) $-\frac{11\pi}{2}$. c) 120° . d) -765° .

Câu 7: Trên đường tròn lượng giác gốc A . Biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau (với k là số nguyên tùy ý).

$$x_1 = k\pi; \quad x_2 = \frac{\pi}{3} + k\pi; \quad x_3 = -\frac{\pi}{3} + k\pi$$

Các góc lượng giác trên có thể viết dưới dạng công thức duy nhất nào?

Câu 8: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sin \frac{7\pi}{6} + \cos 9\pi + \tan \left(-\frac{5\pi}{4} \right) + \cot \frac{7\pi}{2}$; b) $B = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$;

c) $C = \sin^2 25^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 65^\circ$; d) $D = \tan^2 \frac{\pi}{8} \cdot \tan \frac{3\pi}{8} \cdot \tan \frac{5\pi}{8}$.

Câu 9: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xác định dấu của các biểu thức sau:

a) $\sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)$; b) $\tan \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)$;
c) $\cos \left(-\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \cdot \tan(\pi - \alpha)$; d) $\sin \frac{14\pi}{9} \cdot \cot(\pi + \alpha)$.

Câu 10: Chứng minh các đẳng thức sau: (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $\cos^4 x + 2 \sin^2 x = 1 + \sin^4 x$;

b) $\frac{\sin x + \cos x}{\sin^3 x} = \cot^3 x + \cot^2 x + \cot x + 1$;

c) $\frac{\cot^2 x - \cot^2 y}{\cot^2 x \cdot \cot^2 y} = \frac{\cos^2 x - \cos^2 y}{\cos^2 x \cdot \cos^2 y}$;

d) $\sqrt{\sin^4 x + 4 \cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4 \sin^2 x} = 3 \tan \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \tan \left(\frac{\pi}{6} - x \right)$;

Câu 11: Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng:

a) $\sin \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cos \frac{C}{2}$;

b) $\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos \left(\frac{A+2B+C}{2} \right)} - \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin \left(\frac{A+2B+C}{2} \right)} = \tan A \cdot \cot(B+C)$.

Câu 12: Rút gọn biểu thức: $A = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - a\right) + \cos(13\pi + a) - 3\sin(a - 5\pi)$.

Câu 13: Rút gọn biểu thức $M = \sin\left(7\pi + \alpha\right) + \cos\left(\alpha - \frac{5\pi}{2}\right) - \cot(3\pi - \alpha) + \tan\left(\frac{9\pi}{2} - \alpha\right) + 2\tan\left(\alpha - \frac{7\pi}{2}\right)$

Câu 14: Đơn giản các biểu thức sau: (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $A = \cos(5\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(3\pi - x);$

b) $B = \frac{\sin(900^\circ + x) - \cos(450^\circ - x) + \cot(1080^\circ - x) + \tan(630^\circ - x)}{\cos(450^\circ - x) + \sin(x - 630^\circ) - \tan(810^\circ + x) - \tan(810^\circ - x)};$

c) $C = \sqrt{2} - \frac{1}{\sin(x + 2013\pi)} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}}$ với $\pi < x < 2\pi$.

Câu 15: Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào x .

a) $A = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x + 2}{\sin^4 x + \cos^4 x + 1};$

b) $B = \frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} - \frac{2 + 2\cot^2 x}{(\tan x - 1)(\tan^2 x + 1)};$

c) $C = \sqrt{\sin^4 x + 6\cos^2 x + 3\cos^4 x} + \sqrt{\cos^4 x + 6\sin^2 x + 3\sin^4 x}$

Câu 16: Tính giá trị lượng giác còn lại của góc α biết:

a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$;

b) $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

c) $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$ và $0 < \alpha < \pi$;

d) $\cot \alpha = -\sqrt{2}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Câu 17: a) Tính giá trị lượng giác còn lại của góc α biết $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ và $\tan \alpha + \cot \alpha < 0$.

b) Cho $3\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $A = 2\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$.

Câu 18: a) Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $A = \frac{\tan \alpha + 3\cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

b) Cho $\tan \alpha = 3$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}$.

c) Cho $\cot \alpha = \sqrt{5}$. Tính $C = \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha$.

Câu 19: Cho $\tan \alpha - 4\cot \alpha = 3$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính giá trị biểu thức $M = \frac{2\sin \alpha - \tan \alpha}{\cos \alpha + \cot \alpha}$.

Câu 20: Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$ theo tham số thực m .

Câu 21: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = m$, $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. Tính các giá trị của $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ theo m .

Câu 22: Biết $\sin x + \cos x = m$.

a) Tính theo m giá trị $\sin x \cos x$ và $|\sin^4 x - \cos^4 x|$.

b) Chứng minh rằng $|m| \leq \sqrt{2}$.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 23: Đường tròn lượng giác là đường tròn định hướng tâm O có bán kính bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

- Câu 24:** Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Mỗi đường tròn là một đường tròn định hướng.
B. Mỗi đường tròn đã chọn một điểm là gốc đều là một đường tròn định hướng.
C. Mỗi đường tròn đã chọn một chiều chuyển động và một điểm là gốc đều là một đường tròn định hướng.
D. Mỗi đường tròn đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương và chiều ngược lại được gọi là chiều âm là một đường tròn định hướng.
- Câu 25:** Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Chỉ một cung lượng giác cố điểm đầu là A , điểm cuối là B .
B. Đúng hai cung lượng giác cố điểm đầu là A , điểm cuối là B .
C. Đúng bốn cung lượng giác cố điểm đầu là A , điểm cuối là B .
D. Vô số cung lượng giác cố điểm đầu là A , điểm cuối là B .
- Câu 26:** Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Mỗi cung lượng giác AB xác định một góc lượng giác tia đầu OA tia cuối OB .
B. Mỗi cung lượng giác AB xác định hai góc lượng giác tia đầu OA tia cuối OB .
C. Mỗi cung lượng giác AB xác định bốn góc lượng giác tia đầu OA tia cuối OB .
D. Mỗi cung lượng giác AB xác định vô số góc lượng giác tia đầu OA tia cuối OB .
- Câu 27:** Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc là A , cung AN , có điểm đầu là A , điểm cuối là N .
A. chỉ có một số đo. **B.** có đúng hai số đo.
C. có đúng 4 số đo. **D.** có vô số số đo.
- Câu 28:** Góc lượng giác tạo bởi cung lượng giác. Trên đường tròn cung có số đo $1rad$ là
A. cung có độ dài bằng 1. **B.** cung tương ứng với góc ở tâm 60° .
C. cung có độ dài bằng đường kính. **D.** cung có độ dài bằng nửa đường kính.
- Câu 29:** Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc A , cung lượng giác có số đo 55° có điểm đầu A xác định
A. chỉ có một điểm cuối M . **B.** đúng hai điểm cuối M .
C. đúng 4 điểm cuối M . **D.** vô số điểm cuối M .
- Câu 30:** Có bao nhiêu điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thỏa mãn $sđ AM = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$?
A. 3. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 6.
- Câu 31:** Một cung tròn có độ dài bằng 2 lần bán kính. Số đo radian của cung tròn đó bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 32:** Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $1 rad = 1^\circ$. **B.** $1 rad = 60^\circ$.
C. $1 rad = 180^\circ$. **D.** $1 rad = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.
- Câu 33:** Cho lục giác $ABCDEF$ nội tiếp đường tròn lượng giác có gốc là A , các đỉnh lấy theo thứ tự đó và các điểm B, C có tung độ dương. Khi đó, góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OC bằng:
A. 120° . **B.** -240° .
C. 120° hoặc -240° . **D.** $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 34:** Góc có số đo 108° đổi ra radian là

- A. $\frac{3\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.
- Câu 35:** Đổi số đo góc 105° sang radian.
- A. $\frac{5\pi}{12}$. B. $\frac{7\pi}{12}$. C. $\frac{9\pi}{12}$. D. $\frac{5\pi}{8}$.
- Câu 36:** Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là:
- A. 240° . B. 135° . C. 72° . D. 270° .
- Câu 37:** Góc có số đo $\frac{\pi}{9}$ đổi sang độ là:
- A. 15° . B. 18° . C. 20° . D. 25° .
- Câu 38:** Góc $63^\circ 48'$ gần bằng
- A. $1,108rad$. B. $1,107rad$. C. $1,114rad$. D. $1,113rad$.
- Câu 39:** Cho $a = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Tìm k để $10\pi < a < 11\pi$.
- A. $k = 4$. B. $k = 6$. C. $k = 7$. D. $k = 5$.
- Câu 40:** Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và một trục (ℓ) đi qua O . Xác định số đo của các góc giữa tia OA với trục (ℓ) , biết trục (ℓ) đi qua đỉnh A của hình vuông.
- A. $180^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $-90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 41:** Biết OMB' và ONB' là các tam giác đều. Cung α có điểm đầu là A và điểm cuối trùng với B hoặc M hoặc N . Tính số đo của α .
- A. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $\alpha = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. D. $\alpha = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 42:** Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết $sd(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$, $sd(Ox, BC)$ bằng:
- A. $210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$. B. $135^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$.
C. $-210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$. D. $175^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$.
- Câu 43:** Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy , số đo cung AN là
- A. 120° . B. -240° .
C. -120° hoặc 240° . D. $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 44:** Cho $(Ox, Oy) = 22^\circ 30' + k360^\circ$. Tính k để $(Ox, Oy) = 1822^\circ 30'$.
- A. $k \in \emptyset$. B. $k = 3$. C. $k = -5$. D. $k = 5$.
- Câu 45:** Cho số đo cung $(Ou, Ov) = 25^\circ + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$. Với giá trị nào của k thì $(Ou, Ov) = -1055^\circ$?
- A. $k = -1$. B. $k = 2$. C. $k = -3$. D. $k = 4$.
- Câu 46:** Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là
- A. 30° . B. 40° . C. 50° . D. 60° .
- Câu 47:** Trên đường tròn bán kính $r = 5$, độ dài của cung đo $\frac{\pi}{8}$ là

A. $l = \frac{\pi}{8}$. B. $l = \frac{3\pi}{8}$. C. $l = \frac{5\pi}{8}$. D. $l = \frac{\pi}{4}$.

Câu 48: Trên đường tròn bán kính $r = 15$, độ dài của cung có số đo 50° là

A. $l = 750$. B. $l = 15 \cdot \frac{180}{\pi}$. C. $l = \frac{15\pi}{180}$. D. $l = \frac{25\pi}{6}$.

Câu 49: Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\frac{5\pi}{6}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$, $\gamma = \frac{25\pi}{3}$, $\delta = \frac{19\pi}{6}$. Các cung nào có điểm cuối trùng nhau?

A. α và β ; γ và δ . B. β và γ ; α và δ . C. α, β, γ . D. β, γ, δ .

Câu 50: Cho góc lượng giác (OA, OB) có số đo bằng $\frac{\pi}{5}$. Hỏi trong các số sau, số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối?

A. $\frac{6\pi}{5}$. B. $-\frac{11\pi}{5}$. C. $\frac{9\pi}{5}$. D. $\frac{31\pi}{5}$.

Câu 51: Trên đường tròn lượng giác gốc A cho các cung có số đo:

I. $\frac{\pi}{4}$. II. $-\frac{7\pi}{4}$. III. $\frac{13\pi}{4}$. IV. $-\frac{71\pi}{4}$.

Hỏi cung nào có điểm cuối trùng nhau?

A. Chỉ I và II. B. Chỉ I, II và III. C. Chỉ I, II và IV. D. Chỉ II, III và IV

Câu 52: Cho góc α thỏa mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha \geq 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 53: Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$. B. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$. C. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha < 0$. D. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha > 0$.

Câu 54: Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Kết quả đúng là

A. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$. B. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$. C. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha < 0$. D. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha > 0$.

Câu 55: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả nào sau đây sai?

A. $\cos(-\alpha) < 0$. B. $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) > 0$. C. $\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) < 0$. D. $\tan(\pi + \alpha) < 0$.

Câu 56: Cho α là một góc bất kì. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$. B. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$.
C. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. D. $\tan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \left(\alpha \neq k\pi \right)$.

Câu 57: Cho góc lượng giác α bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. B. $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = 1$.
C. $\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$. D. $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 2$.

Câu 58: Kết quả nào cho ta tìm được góc α ?

A. $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{4} \\ \cos \alpha = \frac{3}{4} \end{cases}$ B. $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3} \end{cases}$ C. $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{5}{13} \\ \cos \alpha = \frac{12}{13} \end{cases}$ D. $\begin{cases} \sin \alpha = 0.3 \\ \cos \alpha = 0.7 \end{cases}$

Câu 59: $\cos \alpha$ không thể bằng giá trị nào dưới đây?

- A. 1. B. 2. C. 0,2. D. -0,9.

Câu 60: Cho góc α thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}$ bằng

- A. $\frac{4+\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{4-\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

Câu 61: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ biết $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính $\cos \alpha$; $\tan \alpha$

- A. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{15}$. B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$.
C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{15}$.

Câu 62: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Khi đó, $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}}{5}$. B. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

Câu 63: Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 90^\circ + \sin 90^\circ \cos 30^\circ$.

- A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $P = \frac{-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 64: $\cos 18^\circ - \cos 342^\circ$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $2 \cos 18^\circ$. D. $-2 \cos 18^\circ$.

Câu 65: $2 \sin 27^\circ - \sin 153^\circ + \sin(-270^\circ) + \sin 333^\circ$ bằng

- A. 1. B. $2 \sin 27^\circ + 1$. C. 0. D. $\sin 27^\circ$.

Câu 66: Giá trị biểu thức $M = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 67: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

- A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$. B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$. C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$. D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Câu 68: Cho α là một góc bất kì. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$. B. $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$.
C. $\tan(\pi + \alpha) = -\tan \alpha$. D. $\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$.

Câu 69: Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây **sai**?

- A. $\sin \alpha = -\cos \beta$. B. $\cos \alpha = \sin \beta$. C. $\cos \beta = \sin \alpha$. D. $\cot \alpha = \tan \beta$.

Câu 70: Cho tam giác ABC bất kì. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\sin \frac{A+C}{2} = \cos \frac{B}{2}$. B. $\cos \frac{A+C}{2} = \sin \frac{B}{2}$.

C. $\sin(A+B) = \sin C$.

D. $\cos(A+B) = \cos C$.

Câu 71: Biểu thức $M = \tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) + \cot\left(\frac{11\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\frac{15\pi}{2} + \alpha\right) - \cot\left(\frac{19\pi}{2} + \alpha\right)$ bằng

A. $\tan \alpha + \cot \alpha$

B. $2(\tan \alpha + \cot \alpha)$.

C. $2(\tan \alpha - \cot \alpha)$.

D. $\tan \alpha - \cot \alpha$

Câu 72: Cho $\tan x = 3$. Tính $P = \frac{2 \sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$.

A. $P = \frac{3}{2}$.

B. $P = \frac{5}{4}$.

C. $P = 3$.

D. $P = \frac{2}{5}$.

Câu 73: Cho góc x thỏa mãn $\cot x = \frac{1}{2}$. Giá trị biểu thức $A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 12.

Câu 74: Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\sin \alpha + \cos \alpha$ bằng

A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

B. $1 - \sqrt{5}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

D. $-\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Câu 75: Cho biểu thức $M = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ$. Giá trị của M bằng

A. $M = 0$.

B. $M = 1$.

C. $M = 4$.

D. $M = 8$.

Câu 76: Cho $\sin a = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cot a - \tan a}{\tan a + 2 \cot a}$ bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{7}{9}$.

C. $\frac{17}{81}$.

D. $\frac{7}{17}$.

Câu 77: Biểu thức $\sin^2 x \cdot \tan^2 x + 4 \sin^2 x - \tan^2 x + 3 \cos^2 x$ không phụ thuộc vào x và có giá trị bằng

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Câu 78: Giá trị biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 79: Giá trị biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$ bằng

A. $A = -1$.

B. $A = 1$.

C. $A = 4$.

D. $A = -4$.

Câu 80: Biểu thức $A = \sqrt{\sin^4 x + 4 \cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4 \sin^2 x}$ có giá trị là

A. -3.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 81: Biểu thức $B = \frac{\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$ bằng

A. $\tan \alpha$.

B. $\tan^2 \alpha$.

C. $\tan^3 \alpha$.

D. $\tan^4 \alpha$.

Câu 82: Biểu thức $M = \frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$ bằng

A. -2.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

IV. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho $\text{sđ}(Ou, Ov) = \alpha$ và $\text{sđ}(Ou', Ov') = \beta$. Chứng minh rằng hai góc hình học $uOv, u'Ov'$ bằng nhau khi và chỉ khi hoặc $\beta - \alpha = k2\pi$ hoặc $\beta + \alpha = k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải:

Ta có $\text{sđ}(Ou, Ov) = \alpha$ và $\text{sđ}(Ou', Ov') = \beta$ suy ra tồn tại $\alpha_0, \pi < \alpha_0 \leq \pi, \phi_0, \pi < \phi_0 \leq \pi$ và số nguyên k_0, l_0 sao cho $\alpha = \alpha_0 + k_0 2\pi, \beta = \phi_0 + l_0 2\pi$.

Khi đó $|\alpha_0|$ là số đo của uOv và $|\phi_0|$ là số đo của $u'Ov'$.

Hai góc hình học $uOv, u'Ov'$ bằng nhau khi và chỉ khi $|\alpha_0| = |\phi_0| \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_0 = \phi_0 \\ \alpha_0 = -\phi_0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \beta - \alpha = k2\pi$ hoặc $\beta + \alpha = k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo $-\frac{\pi}{7}$. Trong các số $-\frac{29\pi}{7}; -\frac{22}{7}; \frac{6\pi}{7}; \frac{41\pi}{7}$, những số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc đã cho?

Lời giải:

Hai góc có cùng tia đầu, tia cuối thì sai khác nhau một bội của 2π do đó

$$\text{Vì } -\frac{29\pi}{7} - \left(-\frac{\pi}{7}\right) = (-2) \cdot 2\pi, -\frac{22\pi}{7} - \left(-\frac{\pi}{7}\right) = -3\pi, \frac{6\pi}{7} - \left(-\frac{\pi}{7}\right) = \pi \text{ và } \frac{41\pi}{7} - \left(-\frac{\pi}{7}\right) = 3 \cdot 2\pi$$

nên các số $-\frac{29\pi}{7}; \frac{41\pi}{7}$ là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc đã cho.

Câu 3: Tìm số đo α của góc lượng giác (Ou, Ov) với $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với góc đó có số đo là:

a) $\frac{33\pi}{4}$. b) $-\frac{291983\pi}{3}$. c) 30.

Lời giải:

a) Mọi góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{33\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Vì } 0 \leq \alpha \leq 2\pi \text{ nên } 0 \leq \frac{33\pi}{4} + k2\pi \leq 2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 0 \leq \frac{33}{4} + k2 \leq 2, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{33}{8} \leq k \leq -\frac{25}{8}, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow k = -4.$$

$$\text{Suy ra } \alpha = \frac{33\pi}{4} + (-4) \cdot 2\pi = \frac{\pi}{4}$$

b) Mọi góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $-\frac{291983\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Vì } 0 \leq \alpha \leq 2\pi \text{ nên } 0 \leq -\frac{291983\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 0 \leq -\frac{291983}{3} + k2 \leq 2, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \frac{291983}{6} \leq k \leq \frac{291989}{6}, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow k = 48664.$$

$$\text{Suy ra } \alpha = -\frac{291983\pi}{3} + 48664 \cdot 2\pi = \frac{\pi}{3}.$$

c) Mọi góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $30 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

a) Ta có $\frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{8}$. Ta chia đường tròn thành tám phần bằng nhau.

Khi đó điểm M_1 là điểm biểu diễn bởi góc có số đo $\frac{\pi}{4}$.

b) Ta có $-\frac{13\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + (-3).2\pi$ do đó điểm biểu diễn bởi góc $-\frac{13\pi}{2}$ trùng với góc $-\frac{\pi}{2}$ và là điểm B' .

c) Ta có $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$. Ta chia đường tròn thành ba phần bằng nhau.

Khi đó điểm M_2 là điểm biểu diễn bởi góc có số đo 120° .

d) Ta có $-765^\circ = -45^\circ + (-2).360^\circ$ do đó điểm biểu diễn bởi góc -765° trùng với góc -45° .

$\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$. Ta chia đường tròn làm tám phần bằng nhau (chú ý góc âm)

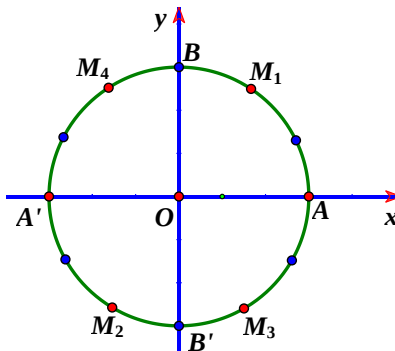
Khi đó điểm M_3 (điểm chính giữa cung nhỏ AB') là điểm biểu diễn bởi góc có số đo -765° .

Câu 7: Trên đường tròn lượng giác gốc A . Biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau (với k là số nguyên tùy ý).

$$x_1 = k\pi; \quad x_2 = \frac{\pi}{3} + k\pi; \quad x_3 = -\frac{\pi}{3} + k\pi$$

Các góc lượng giác trên có thể viết dưới dạng công thức duy nhất nào?

Lời giải:



Ta có: $x_1 = \frac{k2\pi}{2}$ do đó có hai điểm biểu diễn bởi góc có số đo dạng $x_1 = k\pi$

+) Với $k=0 \Rightarrow x_1=0$ được biểu diễn bởi điểm A

+) $k=1 \Rightarrow x_1=\pi$ được biểu diễn bởi A'

Ta có: $x_2 = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{2}$ do đó có hai điểm biểu diễn bởi góc có số đo dạng $x_2 = \frac{\pi}{3} + k\pi$

+) $k=0 \Rightarrow x_2 = \frac{\pi}{3}$ được biểu diễn bởi M_1

+) $k=1 \Rightarrow x_2 = \frac{4\pi}{3}$ được biểu diễn bởi M_2

Ta có: $x_3 = -\frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{2}$ do đó có hai điểm biểu diễn bởi góc có số đo dạng $x_3 = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

+) $k=0 \Rightarrow x_3 = -\frac{\pi}{3}$ được biểu diễn bởi M_3

+) $k=1 \Rightarrow x_6 = \frac{2\pi}{3}$ được biểu diễn bởi M_4 .

Do các góc lượng giác x_1, x_2, x_3 được biểu diễn bởi đỉnh của đa giác đều $AM_1M_4A'M_2M_3$ nên các góc lượng giác đó có thể viết dưới dạng một công thức duy nhất là $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sin \frac{7\pi}{6} + \cos 9\pi + \tan \left(-\frac{5\pi}{4} \right) + \cot \frac{7\pi}{2};$

b) $B = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ};$

c) $C = \sin^2 25^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 65^\circ;$

d) $D = \tan^2 \frac{\pi}{8} \cdot \tan \frac{3\pi}{8} \cdot \tan \frac{5\pi}{8}.$

Lời giải:

a) Ta có $A = \sin \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) + \cos(\pi + 4.2\pi) - \tan \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) + \cot \left(\frac{\pi}{2} + 3\pi \right)$

$$\Rightarrow A = -\sin \frac{\pi}{6} + \cos \pi - \tan \frac{\pi}{4} + \cot \frac{\pi}{2} = -\frac{1}{2} - 1 - 1 + 0 = -\frac{5}{2}.$$

b) Ta có $B = \frac{1}{\tan(8^\circ + 360^\circ)} + \frac{2 \sin(30^\circ + 7.360^\circ) \cos(8^\circ + 180^\circ)}{2 \cos(-90^\circ + 8^\circ + 2.360^\circ) + \cos(90^\circ + 8^\circ)}$

$$B = \frac{1}{\tan 8^\circ} + \frac{2 \sin 30^\circ (-\cos 8^\circ)}{2 \cos(8^\circ - 90^\circ) - \sin 8^\circ} = \frac{1}{\tan 8^\circ} + \frac{2 \cdot \frac{1}{2} (-\cos 8^\circ)}{2 \cos(90^\circ - 8^\circ) - \sin 8^\circ} =$$

$$= \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{\cos 8^\circ}{2 \sin 8^\circ - \sin 8^\circ} = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{\cos 8^\circ}{\sin 8^\circ} = 0.$$

c) Vì $25^\circ + 65^\circ = 90^\circ \Rightarrow \sin 65^\circ = \cos 25^\circ$ do đó

$$C = (\sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ) + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ = 1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2$$

Suy ra $C = \frac{7}{4}.$

d) $D = -\left(\tan \frac{\pi}{8} \cdot \tan \frac{3\pi}{8} \right) \cdot \left[\tan \left(-\frac{\pi}{8} \right) \tan \frac{5\pi}{8} \right]$

Mà $\frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{8} + \frac{5\pi}{8} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \frac{3\pi}{8} = \cot \frac{\pi}{8}, \tan \frac{5\pi}{8} = \cot \left(-\frac{\pi}{8} \right)$

Nên $D = -\left(\tan \frac{\pi}{8} \cdot \cot \frac{\pi}{8} \right) \cdot \left[\tan \left(-\frac{\pi}{8} \right) \cot \left(-\frac{\pi}{8} \right) \right] = -1.$

Câu 9: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xác định dấu của các biểu thức sau:

a) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right);$

b) $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right);$

c) $\cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi - \alpha);$

d) $\sin \frac{14\pi}{9} \cdot \cot(\pi + \alpha).$

Lời giải:

a) Ta có $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \pi < \frac{\pi}{2} + \alpha < \frac{3\pi}{2}$ suy ra $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) < 0$.

Cách khác: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - (-\alpha)\right) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha < 0.$

b) Ta có $-\frac{\pi}{2} > -\alpha > -\pi \Rightarrow 0 > \frac{3\pi}{2} - \alpha > -\frac{\pi}{2}$ suy ra $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$.

Cách khác: $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha < 0.$

c) Ta có $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow 0 < -\frac{\pi}{2} + \alpha < \frac{\pi}{2}$ suy ra $\cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) > 0$.

Và $0 < \pi - \alpha < \frac{\pi}{2}$ suy ra $\tan(\pi - \alpha) > 0$

$$\text{Vậy } \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi + \alpha) > 0.$$

d) Ta có $\frac{3\pi}{2} < \frac{14\pi}{9} < 2\pi \Rightarrow \sin \frac{14\pi}{9} < 0$.

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \frac{3\pi}{2} < \pi + \alpha < 2\pi \text{ suy ra } \cot(\pi + \alpha) < 0.$$

$$\text{Vậy } \sin \frac{14\pi}{9} \cdot \cot(\pi + \alpha) > 0.$$

Câu 10: Chứng minh các đẳng thức sau: (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $\cos^4 x + 2\sin^2 x = 1 + \sin^4 x;$

$$\text{b) } \frac{\sin x + \cos x}{\sin^3 x} = \cot^3 x + \cot^2 x + \cot x + 1;$$

$$\text{c) } \frac{\cot^2 x - \cot^2 y}{\cot^2 x \cdot \cot^2 y} = \frac{\cos^2 x - \cos^2 y}{\cos^2 x \cdot \cos^2 y};$$

d) $\sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x} = 3 \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right);$

Lời giải:

a) Hằng thức tương đương với $\cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x + (\sin^2 x)^2$

$$\Leftrightarrow \cos^4 x = (1 - \sin^2 x)^2 \quad (*)$$

Mà $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

Do đó (*) $\Leftrightarrow \cos^4 x = (\cos^2 x)^2$ (đúng) (đ.p.c.m)

Cách khác:

$$\cos^4 x + 2\sin^2 x = 1 + \sin^4 x \Leftrightarrow \cos^4 x - \sin^4 x + 2\sin^2 x = 1$$

$$\Leftrightarrow (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) + 2\sin^2 x = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \text{ (đúng)}$$

$$\text{b) Ta có } VT = \frac{\sin x + \cos x}{\sin^3 x} = \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{\cos x}{\sin^3 x}$$

$$\text{Mà } \cot^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x} \text{ và } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ nên}$$

$$VT = \cot^2 x + 1 + \cot x(\cot^2 x + 1) = \cot^3 x + \cot^2 x + \cot x + 1 = VP \text{ (đ.p.c.m)}$$

$$\text{c) Ta có } VT = \frac{\cot^2 x - \cot^2 y}{\cot^2 x \cdot \cot^2 y} = \frac{1}{\cot^2 y} - \frac{1}{\cot^2 x} = \tan^2 y - \tan^2 x$$

$$= \left(\frac{1}{\cos^2 y} - 1 \right) - \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = \frac{1}{\cos^2 y} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x - \cos^2 y}{\cos^2 x \cdot \cos^2 y} = VP \text{ (đ.p.c.m)}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } VT &= \sqrt{\sin^4 x + 4(1 - \sin^2 x)} + \sqrt{\cos^4 x + 4(1 - \cos^2 x)} \\ &= \sqrt{(\sin^2 x)^2 - 4\sin^2 x + 4} + \sqrt{(\cos^2 x)^2 - 4\cos^2 x + 4} = \sqrt{(\sin^2 x - 2)^2} + \sqrt{(\cos^2 x - 2)^2} \\ &= |\sin^2 x - 2| + |\cos^2 x - 2| = (2 - \sin^2 x) + (2 - \cos^2 x) = 4 - (\sin^2 x + \cos^2 x) = 3. \end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác vì } \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + \left(\frac{\pi}{6} - x \right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \left(\frac{\pi}{6} - x \right) = \cot \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \text{ nên}$$

$$VP = 3 \tan \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cot \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 3 \Rightarrow VT = VP \text{ (đ.p.c.m)}$$

Câu 11: Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \sin \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cos \frac{C}{2};$$

$$\text{b) } \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos \left(\frac{A+2B+C}{2} \right)} - \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin \left(\frac{A+2B+C}{2} \right)} = \tan A \cdot \cot(B+C).$$

Lời giải:

$$\text{a) Ta có: } \sin \left(\frac{A+B}{2} \right) = \sin \left(\frac{\pi - C}{2} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \cos \frac{C}{2}. \text{ (đ.p.c.m)}$$

$$\text{b) Vì } A+B+C = \pi \text{ nên}$$

$$VT = \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{B}{2} \right)} - \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{B}{2} \right)} = \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{-\sin \frac{B}{2}} - \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\cos \frac{B}{2}} = - \left(\sin^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{B}{2} \right) = -1$$

$$VP = \tan A \cdot \cot(\pi - A) = \tan A \cdot (-\cot A) = -1$$

$$\text{Suy ra } VT = VP. \text{ (đ.p.c.m)}$$

$$\text{Câu 12: Rút gọn biểu thức: } A = \sin \left(\frac{5\pi}{2} - a \right) + \cos(13\pi + a) - 3\sin(a - 5\pi).$$

Lời giải:

Ta có $A = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - a\right) + \cos(13\pi + a) - 3\sin(a - 5\pi) = \cos a - \cos a + 3\sin a = 3\sin a$.

Câu 13: Rút gọn biểu thức $M = \sin(7\pi + \alpha) + \cos\left(\alpha - \frac{5\pi}{2}\right) - \cot(3\pi - \alpha) + \tan\left(\frac{9\pi}{2} - \alpha\right) + 2\tan\left(\alpha - \frac{7\pi}{2}\right)$

Lời giải:

Ta có: $M = -\sin\alpha + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2} - 2\pi\right) - \cot(-\alpha) + \tan\left(4\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) + 2\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{2} - 3\pi\right)$
 $= -\sin\alpha + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cot\alpha + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + 2\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$
 $= -\sin\alpha + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cot\alpha + \cot\alpha - 2\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$
 $= -\sin\alpha + \sin\alpha + \cot\alpha + \cot\alpha - 2\cot\alpha = 0.$

Câu 14: Đơn giản các biểu thức sau: (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $A = \cos(5\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(3\pi - x);$
 b) $B = \frac{\sin(900^\circ + x) - \cos(450^\circ - x) + \cot(1080^\circ - x) + \tan(630^\circ - x)}{\cos(450^\circ - x) + \sin(x - 630^\circ) - \tan(810^\circ + x) - \tan(810^\circ - x)};$
 c) $C = \sqrt{2} - \frac{1}{\sin(x + 2013\pi)} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}}$ với $\pi < x < 2\pi$.

Lời giải:

a) Ta có $\cos(5\pi - x) = \cos(\pi - x + 2.2\pi) = \cos(\pi - x) = -\cos x;$

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cos x;$

$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x;$

và $\cot(3\pi - x) = \cot(-x) = -\cot x;$

Suy ra $A = -\cos x - (-\cos x) + \cot x + (-\cot x) = 0.$

b) Ta có $\sin(900^\circ + x) = \sin(180^\circ + 2.360^\circ + x) = \sin(180^\circ + x) = -\sin x;$

$\cos(450^\circ - x) = \cos(90^\circ + 360^\circ - x) = \cos(90^\circ - x) = \sin x;$

$\cot(1080^\circ - x) = \cot(3.360^\circ - x) = \cot(-x) = -\cot x;$

$\tan(630^\circ - x) = \tan(3.180^\circ + 90^\circ - x) = \tan(90^\circ - x) = \cot x;$

$\sin(x - 630^\circ) = \sin(x - 2.360^\circ + 90^\circ) = \sin(x + 90^\circ) = \cos x;$

$\tan(810^\circ + x) = \tan(4.180^\circ + 90^\circ + x) = \tan(90^\circ + x) = -\cot x;$

và $\tan(810^\circ - x) = \tan(4.180^\circ + 90^\circ - x) = \tan(90^\circ - x) = \cot x;$

Vậy $B = \frac{-\sin x - \sin x - \cot x + \cot x}{\sin x + \cos x - (-\cot x) - \cot x} = \frac{-2\sin x}{\sin x + \cos x}.$

c) Ta có $\sin(x + 2013\pi) = \sin(x + \pi + 1006.2\pi) = \sin(x + \pi) = -\sin x$ nên

$$C = \sqrt{2} + \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{1 - \cos x + 1 + \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}} \\ = \sqrt{2} + \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{2}{1 - \cos^2 x}} = \sqrt{2} + \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{2}{\sin^2 x}} = \sqrt{2} \left(1 + \frac{1}{\sin x |\sin x|} \right).$$

Vì $\pi < x < 2\pi \Rightarrow \sin x < 0$ nên $C = \sqrt{2} \left(1 - \frac{1}{\sin^2 x} \right) = -\sqrt{2} \cot^2 x$

Câu 15: Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào x .

a) $A = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x + 2}{\sin^4 x + \cos^4 x + 1};$

b) $B = \frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} - \frac{2 + 2 \cot^2 x}{(\tan x - 1)(\tan^2 x + 1)};$

c) $C = \sqrt{\sin^4 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos^4 x} + \sqrt{\cos^4 x + 6 \sin^2 x + 3 \sin^4 x}$

Lời giải:

a) Ta có $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha;$

và $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = (\sin^2 \alpha)^3 + (\cos^2 \alpha)^3 = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)$
 $= \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha.$

Do đó $A = \frac{1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 2}{1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 1} = \frac{3(1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)}{2(1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)} = \frac{3}{2}.$

Vậy A không phụ thuộc vào x . (đ.p.c.m)

b) Ta có $B = \frac{1 + \frac{1}{\tan x}}{1 - \frac{1}{\tan x}} - \frac{2 + \frac{2 \cos^2 x}{\sin^2 x}}{(\tan x - 1) \frac{1}{\sin^2 x}} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1} - \frac{2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\tan x - 1} = \frac{\tan x + 1 - 2}{\tan x - 1} = 1.$

Vậy B không phụ thuộc vào x . (đ.p.c.m)

c) $C = \sqrt{(1 - \cos^2 x)^2 + 6 \cos^2 x + 3 \cos^4 x} + \sqrt{(1 - \sin^2 x)^2 + 6 \sin^2 x + 3 \sin^4 x}$
 $= \sqrt{4 \cos^4 x + 4 \cos^2 x + 1} + \sqrt{4 \sin^4 x + 4 \sin^2 x + 1}$
 $= \sqrt{(2 \cos^2 x + 1)^2} + \sqrt{(2 \sin^2 x + 1)^2} = 2 \cos^2 x + 1 + 2 \sin^2 x + 1 = 3.$

Vậy C không phụ thuộc vào x . (đ.p.c.m)

Câu 16: Tính giá trị lượng giác còn lại của góc α biết:

a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ;$

b) $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

c) $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$ và $0 < \alpha < \pi;$

d) $\cot \alpha = -\sqrt{2}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}.$

Lời giải:

a) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$ mặt khác $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

suy ra $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$$\text{Do đó } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{b) Vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \text{ nên } \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{Mà } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha < 0 \text{ suy ra } \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ và } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{c) Vì } \tan \alpha = -2\sqrt{2} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{Ta có } \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{1}{(-2\sqrt{2})^2 + 1} = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vì } 0 < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0 \text{ và } \tan \alpha = -2\sqrt{2} < 0 \text{ nên } \cos \alpha < 0.$$

$$\text{Vì vậy } \cos \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -2\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{d) Vì } \cot \alpha = -\sqrt{2} \text{ nên } \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Ta có } \cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{\cot^2 \alpha + 1} = \frac{1}{(-\sqrt{2})^2 + 1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha < 0 \text{ và } \cot \alpha = -\sqrt{2} < 0 \text{ nên } \sin \alpha > 0$$

$$\text{Do đó } \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta có } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \cot \alpha \cdot \sin \alpha = -\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$$

Câu 17: a) Tính giá trị lượng giác còn lại của góc α biết $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ và $\tan \alpha + \cot \alpha < 0$.

$$\text{b) Cho } 3\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \frac{1}{2}. \text{ Tính } A = 2\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha.$$

Lời giải:

$$\text{a) Ta có } \cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = 25 \Rightarrow \cot^2 \alpha = 24 \text{ hay } \cot \alpha = \pm 2\sqrt{6}$$

Vì $\tan \alpha, \cot \alpha$ cùng dấu và $\tan \alpha + \cot \alpha < 0$ nên $\tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$

Do đó $\cot \alpha = -2\sqrt{6}$. Ta lại có $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = -\frac{1}{2\sqrt{6}}$.

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \cot \alpha \sin \alpha = -2\sqrt{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{-2\sqrt{6}}{5}$$

b) Ta có $3\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3\sin^4 \alpha - (1 - \sin^2 \alpha)^2 = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow 6\sin^4 \alpha - 2(1 - 2\sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha) = 1 \Leftrightarrow 4\sin^4 \alpha + 4\sin^2 \alpha - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = -\frac{3}{2} < 0 \\ \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Suy ra $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}$.

Ta lại có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Suy ra $A = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

Câu 18: a) Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $A = \frac{\tan \alpha + 3\cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

b) Cho $\tan \alpha = 3$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}$.

c) Cho $\cot \alpha = \sqrt{5}$. Tính $C = \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha$.

Lời giải:

a) Ta có $A = \frac{\tan \alpha + 3\frac{1}{\tan \alpha}}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = 1 + 2\cos^2 \alpha$.

Suy ra $A = 1 + 2 \cdot \frac{4}{9} = \frac{17}{9}$.

b) Do $\tan \alpha = 3$ nên $\cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của B cho $\cos^3 \alpha$, ta được:

$$B = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{3\cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{2\sin \alpha}{\cos^3 \alpha}} = \frac{\tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1) - (\tan^2 \alpha + 1)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2\tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1)};$$

Suy ra $B = \frac{3(9+1) - (9+1)}{27 + 3 + 2 \cdot 3(9+1)} = \frac{2}{9}$

c) Do $\cot \alpha = \sqrt{5}$ nên $\sin \alpha \neq 0$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } C &= \sin^2 \alpha \cdot \frac{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \sin^2 \alpha \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \right) \\ &= \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} (1 - \cot \alpha + \cot^2 \alpha) = \frac{1}{1 + (\sqrt{5})^2} (1 - \sqrt{5} + 5) = \frac{6 - \sqrt{5}}{6}. \end{aligned}$$

Câu 19: Cho $\tan \alpha - 4\cot \alpha = 3$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính giá trị biểu thức $M = \frac{2\sin \alpha - \tan \alpha}{\cos \alpha + \cot \alpha}$.

Lời giải:

Ta có: $\tan \alpha - 4 \cot \alpha = 3 \Leftrightarrow \tan \alpha - \frac{4}{\tan \alpha} = 3 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha - 3 \tan \alpha - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = -1 \text{ (loại)} \\ \tan \alpha = 4 \text{ (nhận do } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}) \end{cases}$$

Ta có: $\tan \alpha = 4 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{4}$.

và $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{16}{17} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4\sqrt{17}}{17} \text{ (loại)} \\ \cos \alpha = -\frac{4\sqrt{17}}{17} \text{ (nhận do } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}) \end{cases}$

Với $\cos^2 \alpha = \frac{16}{17} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{1}{17} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{17}}{17} \text{ (loại)} \\ \sin \alpha = -\frac{\sqrt{17}}{17} \text{ (nhận do } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}) \end{cases}$

Vậy ta có: $\tan \alpha = 4, \cot \alpha = \frac{1}{4}, \cos \alpha = -\frac{4\sqrt{17}}{17}$ và $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{17}}{17}$.

Lúc đó $M = \frac{2 \sin \alpha - \tan \alpha}{\cos \alpha + \cot \alpha} = \frac{2 \left(-\frac{\sqrt{17}}{17} \right) - 4}{-\frac{4\sqrt{17}}{17} + \frac{1}{4}} = \frac{-272 - 8\sqrt{17}}{17 - 16\sqrt{17}}$.

Câu 20: Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$ theo tham số thực m .

Lời giải:

Ta có: $\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^3 - 3 \tan \alpha \cot \alpha (\tan \alpha + \cot \alpha) = m^3 - 3m$.

Câu 21: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = m, m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. Tính các giá trị của $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ theo m .

Lời giải:

Ta có: $\sin \alpha + \cos \alpha = m \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = m^2 \Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = m^2$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{m^2 - 1}{2}.$$

Ta có: $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right) + \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \right) = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 2$
 $= \frac{1}{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha} - 2 = \frac{1}{\left(\frac{m^2 - 1}{2} \right)^2} - 2 = \frac{4}{m^4 - 2m^2 + 1} - 2 = \frac{-2m^4 + 4m^2 + 2}{m^4 - 2m^2 + 1}.$

Câu 22: Biết $\sin x + \cos x = m$.

a) Tính theo m giá trị $\sin x \cos x$ và $|\sin^4 x - \cos^4 x|$.

b) Chứng minh rằng $|m| \leq \sqrt{2}$.

Lời giải:

a) Ta có $(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 1 + 2 \sin x \cos x$ (*)

Mặt khác $\sin x + \cos x = m$ nên $m^2 = 1 + 2\sin x \cos x$ hay $\sin x \cos x = \frac{m^2 - 1}{2}$

Đặt $A = |\sin^4 x - \cos^4 x|$.

Ta có: $A = |(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)| = |(\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x)|$

$\Rightarrow A^2 = (\sin x + \cos x)^2 (\sin x - \cos x)^2 = (1 + 2\sin x \cos x)(1 - 2\sin x \cos x)$

$\Rightarrow A^2 = \left(1 + \frac{m^2 - 1}{2}\right) \left(1 - \frac{m^2 - 1}{2}\right) = \frac{3 + 2m^2 - m^4}{4}$. Vậy $A = \frac{\sqrt{3 + 2m^2 - m^4}}{2}$.

b) Ta có $2\sin x \cos x \leq \sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

Kết hợp với (*) suy ra: $(\sin x + \cos x)^2 \leq 2 \Rightarrow |\sin x + \cos x| \leq \sqrt{2}$. Vậy $|m| \leq \sqrt{2}$. (đ.p.c.m)

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 23: Đường tròn lượng giác là đường tròn định hướng tâm O có bán kính bằng

- A. 1.** **B. 2.** **C. 3.** **D. 4.**

Câu 24: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Mỗi đường tròn là một đường tròn định hướng.
B. Mỗi đường tròn đã chọn một điểm là gốc đều là một đường tròn định hướng.
C. Mỗi đường tròn đã chọn một chiều chuyển động và một điểm là gốc đều là một đường tròn định hướng.
D. Mỗi đường tròn đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương và chiều ngược lại được gọi là chiều âm là một đường tròn định hướng.

Lời giải:

Nhắc lại định nghĩa SGK (T134): **Đường tròn định hướng** là một đường tròn trên đó ta đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương, chiều ngược lại là chiều âm. Ta quy ước chọn chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ làm chiều dương.

Từ định nghĩa ta chọn đáp án **D**.

Câu 25: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Chỉ một cung lượng giác cố điểm đầu là A , điểm cuối là B .
B. Đúng hai cung lượng giác cố điểm đầu là A , điểm cuối là B .
C. Đúng bốn cung lượng giác cố điểm đầu là A , điểm cuối là B .
D. Vô số cung lượng giác cố điểm đầu là A , điểm cuối là B .

Lời giải:

Trên đường tròn định hướng cho hai điểm A, B . Một điểm M di động trên đường tròn luôn theo một chiều (âm hoặc dương) từ A đến B tạo nên một cung lượng giác có điểm đầu là A , điểm cuối là B . Do đó có vô số cung lượng giác có điểm đầu là A , điểm cuối là B .

Câu 26: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Mỗi cung lượng giác AB xác định một góc lượng giác tia đầu OA tia cuối OB .
B. Mỗi cung lượng giác AB xác định hai góc lượng giác tia đầu OA tia cuối OB .
C. Mỗi cung lượng giác AB xác định bốn góc lượng giác tia đầu OA tia cuối OB .
D. Mỗi cung lượng giác AB xác định vô số góc lượng giác tia đầu OA tia cuối OB .

Lời giải:

Trên đường tròn định hướng cho một cung lượng góc $\overset{b}{AB}$. Một điểm M chuyển động trên đường tròn từ A tới B tạo nên cung lượng góc $\overset{b}{AB}$ nói trên. Khi đó tia OM quay xung quanh gốc O từ vị trí OA tới vị trí OB . Ta nói tia OM tạo ra một góc lượng góc có tia đầu là OA , tia cuối là OB . Do đó có vô số góc lượng góc tia đầu OA tia cuối OB .

- Câu 27:** Trên đường tròn lượng góc với điểm gốc là A , cung AN , có điểm đầu là A , điểm cuối là N .
A. chỉ có một số đo. **B.** có đúng hai số đo.
C. có đúng 4 số đo. **D.** có vô số số đo.

Lời giải:

Trên đường tròn lượng góc với điểm gốc là A , cung AN , có điểm đầu là A , điểm cuối là N có vô số số đo, các số đo này sai khác nhau 2π .

- Câu 28:** Góc lượng góc tạo bởi cung lượng góc. Trên đường tròn cung có số đo $1rad$ là
A. cung có độ dài bằng 1. **B.** cung tương ứng với góc ở tâm 60° .
C. cung có độ dài bằng đường kính. **D.** cung có độ dài bằng nửa đường kính.

- Câu 29:** Trên đường tròn lượng góc với điểm gốc A , cung lượng góc có số đo 55° có điểm đầu A xác định
A. chỉ có một điểm cuối M . **B.** đúng hai điểm cuối M .
C. đúng 4 điểm cuối M . **D.** vô số điểm cuối M .

Lời giải:

Vì cung lượng góc có số đo xác định, điểm đầu A xác định nên chỉ có một điểm cuối M .

- Câu 30:** Có bao nhiêu điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thỏa mãn $sđ AM = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$?
A. 3. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải:

$x = \alpha + \frac{k2\pi}{n}, n \in \mathbb{N}^*$ thì được biểu diễn bởi n điểm trên đtlg vì vậy ta có $\frac{2\pi}{n} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow n = 6$.

- Câu 31:** Một cung tròn có độ dài bằng 2 lần bán kính. Số đo radian của cung tròn đó bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

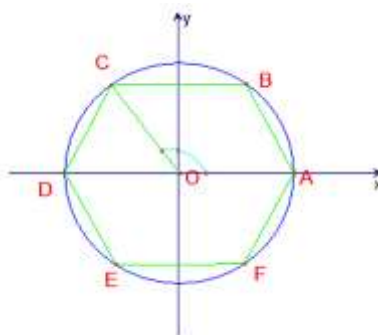
Ta có, cung tròn có độ dài bằng bán kính thì có số đo 1 radian. Vậy cung tròn đó có số đo là 2 radian.

- Câu 32:** Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $1 rad = 1^\circ$. **B.** $1 rad = 60^\circ$.
C. $1 rad = 180^\circ$. **D.** $1 rad = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

- Câu 33:** Cho lục giác $ABCDEF$ nội tiếp đường tròn lượng góc có gốc là A , các đỉnh lấy theo thứ tự đó và các điểm B, C có tung độ dương. Khi đó, góc lượng góc có tia đầu OA , tia cuối OC bằng:
A. 120° . **B.** -240° .
C. 120° hoặc -240° . **D.** $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải:

Theo bài ra ta có $\angle AOC = 120^\circ$ nên góc lượng góc có tia đầu OA , tia cuối OC có số đo bằng $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.



Câu 34: Góc có số đo 108° đổi ra radian là

- A. $\frac{3\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } 108^\circ = \frac{108^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{3\pi}{5}.$$

Câu 35: Đổi số đo góc 105° sang radian.

- A. $\frac{5\pi}{12}$. B. $\frac{7\pi}{12}$. C. $\frac{9\pi}{12}$. D. $\frac{5\pi}{8}$.

Lời giải:

$$105^\circ = \frac{105^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{7\pi}{12}.$$

Câu 36: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là:

- A. 240° . B. 135° . C. 72° . D. 270° .

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{2\pi}{5} = \frac{2 \cdot 180^\circ}{5} = 72^\circ.$$

Câu 37: Góc có số đo $\frac{\pi}{9}$ đổi sang độ là:

- A. 15° . B. 18° . C. 20° . D. 25° .

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{\pi}{9} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ.$$

Câu 38: Góc $63^\circ 48'$ gần bằng

- A. $1,108rad$. B. $1,107rad$. C. $1,114rad$. D. $1,113rad$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } 63^\circ 48' = 63,8^\circ = \frac{63,8^\circ \times 3,1416}{180^\circ} \approx 1,114rad.$$

Câu 39: Cho $a = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Tìm k để $10\pi < a < 11\pi$.

- A. $k = 4$. B. $k = 6$. C. $k = 7$. D. $k = 5$.

Lời giải:

$$+ \text{Để } 10\pi < a < 11\pi \text{ thì } \frac{19\pi}{2} < k2\pi < \frac{21\pi}{2} \Rightarrow k = 5.$$

Câu 40: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và một trục (ℓ) đi qua O . Xác định số đo của các góc giữa tia OA với trục (ℓ) , biết trục (ℓ) đi qua đỉnh A của hình vuông.

A. $180^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $-90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải:

Tia OA và trục (ℓ) cùng đi qua O và $A \Rightarrow$ góc giữa tia OA với trục (ℓ) là $0^\circ + k360^\circ$.

Câu 41: Biết OMB' và ONB' là các tam giác đều. Cung α có điểm đầu là A và điểm cuối trùng với B hoặc M hoặc N . Tính số đo của α .

A. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\alpha = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\alpha = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải:

+ Cung α có điểm đầu là A và điểm cuối trùng với B nên $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

+ $AM = AB + \frac{2\pi}{3}$, $AN = AM + \frac{2\pi}{3}$ nên chu kì của cung α là $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 42: Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết $sd(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$, $sd(Ox, BC)$ bằng:

A. $210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$.

B. $135^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$.

C. $-210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$.

D. $175^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$.

Lời giải:

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua O . Ta có:

$$sd(Ox, BC) = sd(Ox, OA) + sd(OA, OA') = 210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}.$$

Câu 43: Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy , số đo cung AN là

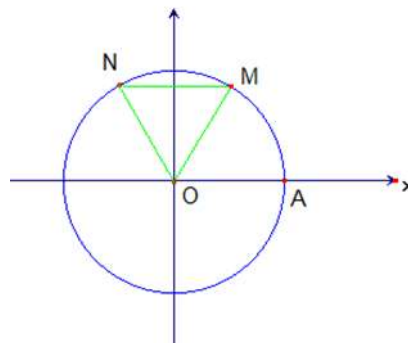
A. 120° .

B. -240° .

C. -120° hoặc 240° .

D. $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải:



Ta có: $AON = 60^\circ$, $MON = 60^\circ$ nên $AOM = 120^\circ$. Khi đó số đo cung AN bằng 120° .

Câu 44: Cho $\angle(Ox, Oy) = 22^\circ 30' + k360^\circ$. Tính k để $\angle(Ox, Oy) = 182^\circ 30'$.

A. $k \in \emptyset$.

B. $k = 3$.

C. $k = -5$.

D. $k = 5$.

Lời giải:

Theo đề: $(Ox, Oy) = 1822^{\circ}30' \Leftrightarrow 22^{\circ}30' + k360^{\circ} = 1822^{\circ}30' \Leftrightarrow k = 5$.

Câu 45: Cho số đo cung $(Ou, Ov) = 25^{\circ} + k360^{\circ}, (k \in \mathbb{Z})$. Với giá trị nào của k thì $(Ou, Ov) = -1055^{\circ}$?

A. $k = -1$.

B. $k = 2$.

C. $k = -3$.

D. $k = 4$.

Lời giải:

Ta có: $(Ou, Ov) = 25^{\circ} + k360^{\circ} = -1055^{\circ} \Rightarrow k = -3$.

Câu 46: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là

A. 30° .

B. 40° .

C. 50° .

D. 60° .

Lời giải:

+ 1 bánh răng tương ứng với $\frac{360^{\circ}}{72} = 5^{\circ} \Rightarrow 10$ bánh răng là 50° .

Câu 47: Trên đường tròn bán kính $r = 5$, độ dài của cung đo $\frac{\pi}{8}$ là

A. $l = \frac{\pi}{8}$.

B. $l = \frac{3\pi}{8}$.

C. $l = \frac{5\pi}{8}$.

D. $l = \frac{\pi}{4}$.

Lời giải:

Độ dài cung AB có số đo cung AB bằng n độ: $l = r.n = 5 \cdot \frac{\pi}{8}$.

Câu 48: Trên đường tròn bán kính $r = 15$, độ dài của cung có số đo 50° là

A. $l = 750$.

B. $l = 15 \cdot \frac{180}{\pi}$.

C. $l = \frac{15\pi}{180}$.

D. $l = \frac{25\pi}{6}$.

Lời giải:

Ta có: $50^{\circ} = \frac{5\pi}{18}$.

$\Rightarrow l = \frac{\pi \cdot r \cdot n^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{25\pi}{6}$.

Câu 49: Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\frac{5\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{3}, \gamma = \frac{25\pi}{3}, \delta = \frac{19\pi}{6}$. Các cung nào có điểm cuối trùng nhau?

A. α và β ; γ và δ .

B. β và γ ; α và δ .

C. α, β, γ .

D. β, γ, δ .

Lời giải:

Ta có: $\delta - \alpha = 4\pi \Rightarrow 2$ cung α và δ có điểm cuối trùng nhau.

$\gamma - \beta = 8\pi \Rightarrow$ hai cung β và γ có điểm cuối trùng nhau.

Câu 50: Cho góc lượng giác (OA, OB) có số đo bằng $\frac{\pi}{5}$. Hỏi trong các số sau, số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối?

A. $\frac{6\pi}{5}$.

B. $-\frac{11\pi}{5}$.

C. $\frac{9\pi}{5}$.

D. $\frac{31\pi}{5}$.

Lời giải:

$\frac{31\pi}{5} - \frac{\pi}{5} = 6\pi = 3 \cdot 2\pi$.

Câu 51: Trên đường tròn lượng giác gốc A cho các cung có số đo:

I. $\frac{\pi}{4}$.

II. $-\frac{7\pi}{4}$.

III. $\frac{13\pi}{4}$.

IV. $-\frac{71\pi}{4}$.

Hỏi cung nào có điểm cuối trùng nhau?

A. Chỉ I và II.

B. Chỉ I, II và III.

C. Chỉ I, II và IV.

D. Chỉ II, III và IV

Lời giải:

$$-\frac{7\pi}{4} = -2\pi + \frac{\pi}{4}; \quad \frac{13\pi}{4} = 2\pi + \frac{5\pi}{4}; \quad -\frac{71\pi}{4} = -18\pi + \frac{\pi}{4}$$

Dùng giả thiết sau cho các câu 1,2: Trên đường tròn lượng giác gốc A cho cung AM có

$$\text{sđ } AM = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

Câu 52: Cho góc α thỏa mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha \geq 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải:

Khẳng định đúng là $\tan \alpha < 0$.

Câu 53: Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$.

B. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.

C. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha < 0$.

D. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha > 0$.

Lời giải:

Vì $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$ nên điểm cuối của cung α thuộc góc phần tư thứ I, do đó $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$.

Câu 54: Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Kết quả đúng là

A. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$.

B. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.

C. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha < 0$.

D. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha > 0$.

Câu 55: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả nào sau đây sai?

A. $\cos(-\alpha) < 0$.

B. $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) > 0$.

C. $\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) < 0$.

D. $\tan(\pi + \alpha) < 0$.

Lời giải:

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha > 0 \quad (\text{do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \tan \alpha < 0).$$

Câu 56: Cho α là một góc bất kì. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$.

B. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$.

C. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

D. $\tan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \left(\alpha \neq k\pi \right)$.

Câu 57: Cho góc lượng giác α bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

B. $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = 1$.

C. $\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$.

D. $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 2$.

Câu 58: Kết quả nào cho ta tìm được góc α ?

A. $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{4} \\ \cos \alpha = \frac{3}{4} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{5}{13} \\ \cos \alpha = \frac{12}{13} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} \sin \alpha = 0.3 \\ \cos \alpha = 0.7 \end{cases}$.

Lời giải:

Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{25}{169} + \frac{144}{169} = 1$.

Câu 59: $\cos \alpha$ không thể bằng giá trị nào dưới đây?

- A. 1. B. 2. C. 0,2. D. -0,9.

Câu 60: Cho góc α thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}$ bằng

- A. $\frac{4+\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{4-\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải:

Cách 1: Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$

Với $\cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

Vì $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy: $P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\frac{1}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = \frac{4-\sqrt{3}}{2}$.

Cách 2: Theo giả thiết: $\begin{cases} \cos \alpha = \frac{1}{2} \\ -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{3}$.

Vậy $P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = \frac{4-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 61: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ biết $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính $\cos \alpha$; $\tan \alpha$

- A. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{15}$. B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$.
C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{15}$.

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{4} \\ \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{15}{16} \end{cases} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$; với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Và $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ nên $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{15}$.

Câu 62: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Khi đó, $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}}{5}$. B. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ (vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$).

Vậy, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Câu 63: Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 90^\circ + \sin 90^\circ \cos 30^\circ$.

- A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $P = \frac{-\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $P = \sin 30^\circ \cos 90^\circ + \sin 90^\circ \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 0 + 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 64: $\cos 18^\circ - \cos 342^\circ$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $2 \cos 18^\circ$. D. $-2 \cos 18^\circ$.

Lời giải:

$342^\circ = -18^\circ + 360^\circ$ nên $\cos 342^\circ = \cos(-18^\circ) = \cos 18^\circ$.

Câu 65: $2 \sin 27^\circ - \sin 153^\circ + \sin(-270^\circ) + \sin 333^\circ$ bằng

- A. 1. B. $2 \sin 27^\circ + 1$. C. 0. D. $\sin 27^\circ$.

Lời giải:

$153^\circ = 180^\circ - 27^\circ$ nên $\sin 153^\circ = \sin 27^\circ$; $-270^\circ = 90^\circ - 360^\circ$ nên $\sin(-270^\circ) = \sin 90^\circ = 1$

$333^\circ = -27^\circ + 360^\circ$ nên $\sin 333^\circ = \sin(-27^\circ) = -\sin 27^\circ$.

Câu 66: Giá trị biểu thức $M = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải:

$M = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$
 $= (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ)(\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ$
 $= (\tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ)(\tan 2^\circ \cdot \cot 2^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \cot 44^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1$.

Câu 67: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$. B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$. C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$. D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Câu 68: Cho α là một góc bất kì. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$. B. $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$.
 C. $\tan(\pi + \alpha) = -\tan \alpha$. D. $\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$.

Câu 69: Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây sai?

- A. $\sin \alpha = -\cos \beta$. B. $\cos \alpha = \sin \beta$. C. $\cos \beta = \sin \alpha$. D. $\cot \alpha = \tan \beta$.

Câu 70: Cho tam giác ABC bất kì. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\sin \frac{A+C}{2} = \cos \frac{B}{2}$. B. $\cos \frac{A+C}{2} = \sin \frac{B}{2}$.
 C. $\sin(A+B) = \sin C$. D. $\cos(A+B) = \cos C$.

Lời giải:

Ta có: $\cos(A+B) = \cos(\pi-C) = -\cos C$, do đó mệnh đề D sai.

- Câu 71:** Biểu thức $M = \tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) + \cot\left(\frac{11\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\frac{15\pi}{2} + \alpha\right) - \cot\left(\frac{19\pi}{2} + \alpha\right)$ bằng
- A. $\tan \alpha + \cot \alpha$ B. $2(\tan \alpha + \cot \alpha)$. C. $2(\tan \alpha - \cot \alpha)$. D. $\tan \alpha - \cot \alpha$

Lời giải:

$$\frac{7\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \alpha + 3\pi \text{ nên } \tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha;$$

$$\frac{11\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \alpha + 5\pi \text{ nên } \cot\left(\frac{11\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

$$\text{Tương tự: } \tan\left(\frac{15\pi}{2} + \alpha\right) = \cot(-\alpha) = -\cot \alpha; \cot\left(\frac{19\pi}{2} + \alpha\right) = \tan(-\alpha) = -\tan \alpha.$$

$$\text{Vậy } M = 2(\tan \alpha + \cot \alpha).$$

- Câu 72:** Cho $\tan x = 3$. Tính $P = \frac{2 \sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$.
- A. $P = \frac{3}{2}$. B. $P = \frac{5}{4}$. C. $P = 3$. D. $P = \frac{2}{5}$.

Lời giải:

Do $\tan x = 3$ nên $\cos x \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos x$, ta được :

$$\text{Khi đó } P = \frac{2 \tan x - 1}{\tan x + 1} = \frac{5}{4}.$$

- Câu 73:** Cho góc x thỏa mãn $\cot x = \frac{1}{2}$. Giá trị biểu thức $A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}$ bằng
- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Lời giải:

Do $\cot x = \frac{1}{2}$ nên $\sin x \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của A cho $\sin^2 x$, ta được :

$$\text{Ta có: } A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x} = \frac{\frac{2}{\sin^2 x}}{\frac{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x}} = \frac{2(1 + \cot^2 x)}{1 - \cot x - \cot^2 x}$$

$$\text{Vì } \cot x = \frac{1}{2} \text{ nên } A = 10.$$

- Câu 74:** Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\sin \alpha + \cos \alpha$ bằng
- A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1 - \sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $-\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Do } 180^\circ < \alpha < 270^\circ \text{ nên } \cos \alpha < 0 \text{ suy ra } \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}. \text{ Do đó } \sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{3}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 75: Cho biểu thức $M = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ$. Giá trị của M bằng

A. $M = 0$.

B. $M = 1$.

C. $M = 4$.

D. $M = 8$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} M &= (\tan 10^\circ \cdot \tan 80^\circ)(\tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ)(\tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ)(\tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ) \\ &= (\tan 10^\circ \cdot \cot 10^\circ)(\tan 20^\circ \cdot \cot 20^\circ)(\tan 30^\circ \cdot \cot 30^\circ)(\tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ) = 1 \end{aligned}$$

Câu 76: Cho $\sin a = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cot a - \tan a}{\tan a + 2 \cot a}$ bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{7}{9}$.

C. $\frac{17}{81}$.

D. $\frac{7}{17}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{\cot a - \tan a}{\tan a + 2 \cot a} = \frac{\frac{\cos a}{\sin a} - \frac{\sin a}{\cos a}}{\frac{\sin a}{\cos a} + 2 \frac{\cos a}{\sin a}} = \frac{\frac{\cos^2 a - \sin^2 a}{\sin a \cos a}}{\frac{\sin^2 a + 2 \cos^2 a}{\sin a \cos a}} \\ &= \frac{(1 - \sin^2 a) - \sin^2 a}{\sin^2 a + 2(1 - \sin^2 a)} = \frac{1 - 2 \sin^2 a}{2 - \sin^2 a} = \frac{7}{17} \end{aligned}$$

Câu 77: Biểu thức $\sin^2 x \cdot \tan^2 x + 4 \sin^2 x - \tan^2 x + 3 \cos^2 x$ không phụ thuộc vào x và có giá trị bằng

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \sin^2 x \cdot \tan^2 x + 4 \sin^2 x - \tan^2 x + 3 \cos^2 x &= (\sin^2 x - 1) \tan^2 x + 3 \sin^2 x + 3 \cos^2 x + \sin^2 x \\ &= -\cos^2 x \tan^2 x + 3 + \sin^2 x = -\cos^2 x \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 3 + \sin^2 x = -\sin^2 x + 3 + \sin^2 x = 3. \end{aligned}$$

Câu 78: Giá trị biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)^2}{4 \sin^2 x \cos^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} \\ A &= \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x + 1)(\cos^2 x - \sin^2 x - 1)}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{2 \cos^2 x \cdot (-2 \sin^2 x)}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = -1. \end{aligned}$$

Câu 79: Giá trị biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$ bằng

A. $A = -1$.

B. $A = 1$.

C. $A = 4$.

D. $A = -4$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x.$$

$$\text{Suy ra: } A = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1.$$

Câu 80: Biểu thức $A = \sqrt{\sin^4 x + 4 \cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4 \sin^2 x}$ có giá trị là

A. -3.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

$$A = \sqrt{\sin^4 x + 4 - 4\sin^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4 - 4\cos^2 x} = |\sin^2 x - 2| + |\cos^2 x - 2|$$

$$= (2 - \sin^2 x) + (2 - \cos^2 x) = 3.$$

Câu 81: Biểu thức $B = \frac{\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$ bằng

A. $\tan \alpha$.

B. $\tan^2 \alpha$.

C. $\tan^3 \alpha$.

D. $\tan^4 \alpha$.

Lời giải:

Ta có: $B = \frac{\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - (1 - \sin^2 \alpha) \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \tan^4 \alpha.$

Câu 82: Biểu thức $M = \frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$ bằng

A. -2.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải:

Ta có: $M = \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = 1.$

$$\left(\frac{\pi}{4} - x \text{ phụ với } \frac{\pi}{4} + x \longrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + x\right)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\right)$$

HẾT

Huế, 08h20' Ngày 14 tháng 3 năm 2023



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC
Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

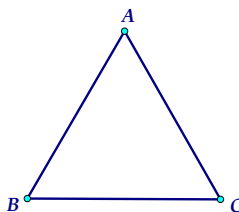
116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác đều ABC (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\text{sđ}(AB; AC) = -60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\text{sđ}(AB; AC) = -300^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\text{sđ}(AB; AC) = -300^\circ$.

D. $\text{sđ}(AB; AC) = 60^\circ$.

Câu 2: Cho góc α thỏa mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha \geq 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 3: Với ba tia Ox, Oy, Oz bất kỳ, ta luôn có:

A. $\text{sđ}(Ox; Oy) - \text{sđ}(Oy; Oz) = \text{sđ}(Ox; Oz) + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\text{sđ}(Ox; Oy) + \text{sđ}(Oy; Oz) = \text{sđ}(Ox; Oz) + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\text{sđ}(Ox; Oy) - \text{sđ}(Ox; Oz) = \text{sđ}(Oy; Oz) + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\text{sđ}(Ox; Oy) + \text{sđ}(Ox; Oz) = \text{sđ}(Oy; Oz) + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Đổi số đo góc 105° sang radian, ta được

A. $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$.

B. $\frac{7\pi}{12} \text{ rad}$.

C. $\frac{9\pi}{12} \text{ rad}$.

D. $\frac{5\pi}{8} \text{ rad}$.

Câu 5: Cho góc α thỏa mãn $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{-\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 6: Với x là góc bất kỳ, đẳng thức nào dưới đây **sai**?

A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$.

C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Câu 7: Đổi số đo góc -115° sang radian, ta được

- A. $\frac{23\pi}{36} \text{ rad.}$ B. $\frac{-23\pi}{36} \text{ rad.}$ C. $\frac{-13\pi}{36} \text{ rad.}$ D. $\frac{13\pi}{36} \text{ rad.}$

Câu 8: Sau quãng thời gian 4 giờ kim giờ sẽ quay được một góc là

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{3\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 9: Các cặp góc lượng giác nào dưới đây có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác?

- A. π và 2π . B. π và 3π . C. 2π và 3π . D. 0 và π .

Câu 10: Trên đường tròn bán kính $r = 15$, độ dài của cung có số đo $\alpha = 50^\circ$ là

- A. $l = 750$. B. $l = 15 \cdot \frac{180}{\pi}$. C. $l = \frac{15\pi}{180}$. D. $l = \frac{25\pi}{6}$.

Câu 11: Cho góc $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

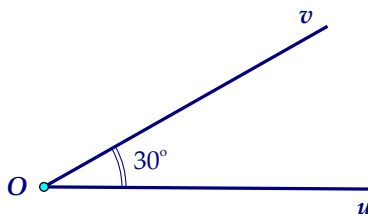
- A. $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha < 0$. B. $\sin \alpha > 0$ và $\cos \alpha > 0$.
C. $\sin \alpha > 0$ và $\cos \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha > 0$.

Câu 12: Đơn giản biểu thức $H = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi)$.

- A. $H = 3\sin \alpha - 2\cos \alpha$. B. $H = 3\sin \alpha$. C. $H = -3\sin \alpha$. D. $H = 2\cos \alpha + 3\sin \alpha$.

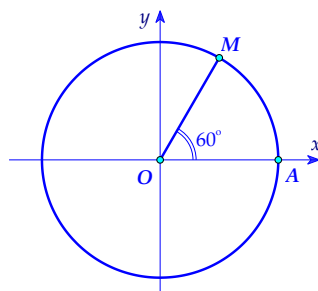
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho góc hình học uOv có số đo bằng 30° (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\text{sđ}(Ou;Ov) = 30^\circ$.		
b)	$\text{sđ}(Ou;Ov) = 30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.		
c)	$\text{sđ}(Ov;Ou) = -30^\circ$.		
d)	$\text{sđ}(Ov;Ou) = 330^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.		

Câu 2: Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho $AOM = 60^\circ$ (tham khảo hình vẽ).



Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\text{sđ}(OA;OM) = 60^\circ$.		

b)	$\text{sd}(OA;OM) = -300^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$		
c)	$\text{sd}(OA;ON) = 120^\circ.$		
d)	$\text{sd}(ON;OM) = 300^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$		

Câu 3: Các khẳng định sau đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Trên đường tròn bán kính $r = 15$, độ dài của cung có số đo $\alpha = 50^\circ$ là $\frac{25\pi}{6}$.		
b)	Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài $10,57\text{cm}$. Trong 30 phút, mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài gần với $2,77\text{cm}$.		
c)	Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là 50° .		
d)	Bánh xe đạp có bán kính 50cm . Một người quay bánh xe 5 vòng quanh trục thì quãng đường đi được là $250\pi(\text{cm})$.		

Câu 4: Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\sin \alpha > 0.$		
b)	$\cos \alpha > 0.$		
c)	$\tan \alpha > 0.$		
d)	$\cot \alpha > 0$		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{1}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Biết $\tan x = \frac{a\sqrt{2}}{b}, a, b \in \mathbb{N}^*, \frac{a}{b}$ tối giản, tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Cho $\cos x = \frac{1}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Biết $2\sin\left(\frac{9\pi}{2}-x\right)+3\cos(19\pi-x)=k\cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính k .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Cho $\tan x=2$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Biết $\frac{\sin x+\sqrt{2}\cos x}{2\cos x+3\sin x}=\frac{a+\sqrt{2}}{b}; a; b \in \mathbb{N}$, tính $a+b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

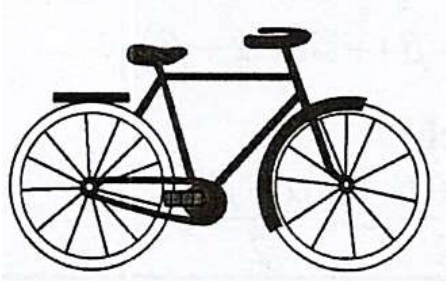
.....

.....

.....

.....

Câu 5: Một bánh xe đạp quay được 25 vòng trong 10 giây.



Tính độ dài quãng đường mà người đi xe thực hiện được trong 2,35 phút, biết rằng bán kính bánh xe bằng 340mm. (Tính theo đơn vị mét, kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).

Kết quả:

Trình bày:

.....

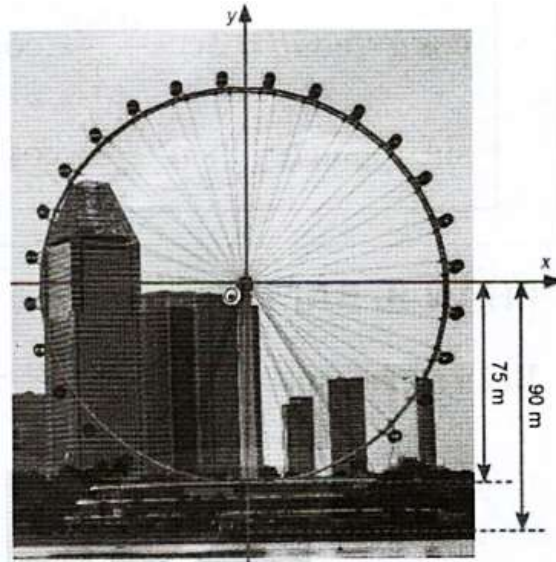
.....

.....

.....

.....

Câu 6: Một chiếc đu quay có bán kính 75m, tâm của vòng quay ở độ cao 90m so với mặt đất, thời gian thực hiện mỗi vòng quay của đu quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin tại vị trí thấp nhất của vòng quay, thì sau 20 phút quay, người đó ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 18 tháng 6 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC
Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

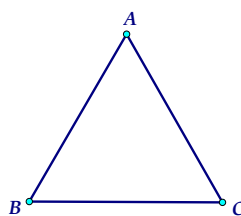
SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác đều ABC (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\text{sđ}(AB; AC) = -60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\text{sđ}(AB; AC) = -300^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\text{sđ}(AB; AC) = -300^\circ$.

D. $\text{sđ}(AB; AC) = 60^\circ$.

Lời giải:

Các kết quả đúng: $\begin{cases} \text{sđ}(AB; AC) = 60^\circ + k360^\circ \\ \text{sđ}(AB; AC) = -300^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Cho góc α thỏa mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha \geq 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải:

Khẳng định đúng là $\tan \alpha < 0$.

Câu 3: Với ba tia Ox, Oy, Oz bất kỳ, ta luôn có:

A. $\text{sđ}(Ox; Oy) - \text{sđ}(Oy; Oz) = \text{sđ}(Ox; Oz) + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\text{sđ}(Ox; Oy) + \text{sđ}(Oy; Oz) = \text{sđ}(Ox; Oz) + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\text{sđ}(Ox; Oy) - \text{sđ}(Ox; Oz) = \text{sđ}(Oy; Oz) + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\text{sđ}(Ox; Oy) + \text{sđ}(Ox; Oz) = \text{sđ}(Oy; Oz) + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Đổi số đo góc 105° sang radian, ta được

A. $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$.

B. $\frac{7\pi}{12} \text{ rad}$.

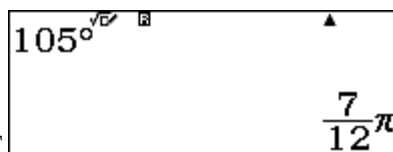
C. $\frac{9\pi}{12} \text{ rad}$.

D. $\frac{5\pi}{8} \text{ rad}$.

Lời giải:

Cách 1: Ta có: $105^\circ = \left(\frac{105\pi}{180} \right) \text{ rad} = \frac{7\pi}{12} \text{ rad}$.

Cách 2: Sử dụng MTCT



Câu 5: Cho góc α thỏa mãn $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{-\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \sin \alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên chọn $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 6: Với x là góc bất kì, đẳng thức nào dưới đây sai?

A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$.

C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Lời giải:

Ta có: $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$.

Câu 7: Đổi số đo góc -115° sang radian, ta được

A. $\frac{23\pi}{36} \text{ rad}$.

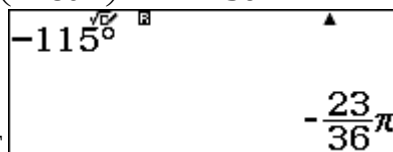
B. $\frac{-23\pi}{36} \text{ rad}$.

C. $\frac{-13\pi}{36} \text{ rad}$.

D. $\frac{13\pi}{36} \text{ rad}$.

Lời giải:

Cách 1: Ta có: $-115^\circ = \left(\frac{-115\pi}{180}\right) \text{ rad} = \frac{-23\pi}{36} \text{ rad}$.



Cách 2: Sử dụng MTCT

Câu 8: Sau quãng thời gian 4 giờ kim giờ sẽ quay được một góc là

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{3\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải:

Sau 1 giờ kim giờ sẽ quay được một góc là $\frac{\pi}{6}$

Sau 4 giờ kim giờ sẽ quay được một góc là $\frac{\pi}{6} \cdot 4 = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 9: Các cặp góc lượng giác nào dưới đây có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác?

A. π và 2π .

B. π và 3π .

C. 2π và 3π .

D. 0 và π .

Lời giải:

Ta có: $3\pi - \pi = 2\pi$.

Câu 10: Trên đường tròn bán kính $r = 15$, độ dài của cung có số đo $\alpha = 50^\circ$ là

A. $l = 750$.

B. $l = 15 \cdot \frac{180}{\pi}$.

C. $l = \frac{15\pi}{180}$.

D. $l = \frac{25\pi}{6}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } 50^\circ = \frac{5\pi}{18} \Rightarrow l = r\alpha = \frac{25\pi}{6}.$$

Câu 11: Cho góc $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha < 0$.

B. $\sin \alpha > 0$ và $\cos \alpha > 0$.

C. $\sin \alpha > 0$ và $\cos \alpha < 0$.

D. $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha > 0$.

Câu 12: Đơn giản biểu thức $H = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi)$.

A. $H = 3\sin \alpha - 2\cos \alpha$. **B.** $H = 3\sin \alpha$.

C. $H = -3\sin \alpha$.

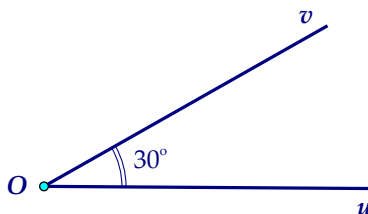
D. $H = 2\cos \alpha + 3\sin \alpha$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } H &= \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + 3\sin(5\pi - \alpha) \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + 3\sin(\pi - \alpha) = \cos \alpha - \cos \alpha + 3\sin \alpha = 3\sin \alpha. \end{aligned}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)

Câu 1: Cho góc hình học uOv có số đo bằng 30° (tham khảo hình vẽ).



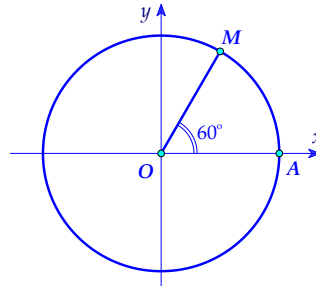
Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\text{sđ}(Ou; Ov) = 30^\circ$.	X	
b)	$\text{sđ}(Ou; Ov) = 30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.		X
c)	$\text{sđ}(Ov; Ou) = -30^\circ$.	X	
d)	$\text{sđ}(Ov; Ou) = 330^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.	X	

Lời giải:

a) b) Ta có: $\text{sđ}(Ou; Ov) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

c) d) Ta có: $\begin{cases} \text{sđ}(Ov; Ou) = 330^\circ + k360^\circ \\ \text{sđ}(Ov; Ou) = -30^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

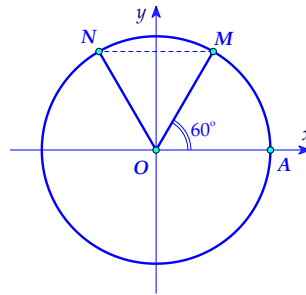
Câu 2: Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho $AOM = 60^\circ$ (tham khảo hình vẽ).



Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$sđ(OA; OM) = 60^\circ$.	X	
b)	$sđ(OA; OM) = -300^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.	X	
c)	$sđ(OA; ON) = 120^\circ$.	X	
d)	$sđ(ON; OM) = 300^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.	X	

Lời giải:



Ta có: $AON = 120^\circ \longrightarrow \begin{cases} sđ(OA; ON) = 120^\circ + k360^\circ \\ sđ(OA; ON) = -240^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

d) Ta có: $\begin{cases} sđ(ON; OM) = 300^\circ + k360^\circ \\ sđ(ON; OM) = -60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

Câu 3: Các khẳng định sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Trên đường tròn bán kính $r = 15$, độ dài của cung có số đo $\alpha = 50^\circ$ là $\frac{25\pi}{6}$.	X	
b)	Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài $10,57cm$. Trong 30 phút, mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài gần với $2,77cm$.	X	
c)	Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là 50° .	X	
d)	Bánh xe đạp có bán kính $50cm$. Một người quay bánh xe 5 vòng quanh trục thì quãng đường đi được là $250\pi(cm)$.		X

Lời giải:

a) Ta có: $50^\circ = \frac{5\pi}{18} \Rightarrow l = r\alpha = \frac{25\pi}{6}$.

b) Trong 30 phút mũi kim giờ quét được một góc là $\frac{2\pi \cdot 0,5}{12} = \frac{\pi}{12}$.

Vậy $l = \alpha \cdot R = \frac{\pi}{12} \cdot 10,57 \approx 2,77 \text{ cm}$.

c) 1 bánh răng tương ứng với $\frac{360^\circ}{72} = 5^\circ \Rightarrow 10$ bánh răng là 50° .

d) Ta có: $r = 50 \text{ cm}$ suy ra $l = 50 \cdot 2\pi \cdot 5 = 500\pi (\text{cm})$.

Câu 4: Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin \alpha > 0$.	X	
b)	$\cos \alpha > 0$.	X	
c)	$\tan \alpha > 0$.	X	
d)	$\cot \alpha > 0$	X	

Lời giải:

Vì $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$ nên điểm cuối của cung góc α thuộc góc phần tư thứ (I), do đó $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{1}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Biết $\tan x = \frac{a\sqrt{2}}{b}, a, b \in \mathbb{N}^*, \frac{a}{b}$ tối giản, tính $a + b$.

Kết quả:

5

Trình bày:

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

$$\text{Do } 0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ nên } \cos x > 0 \longrightarrow \text{Chọn } \cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Ta có: } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{2}}{4} \longrightarrow a = 1; b = 4 \longrightarrow a + b = 5.$$

Câu 2: Cho $\cos x = \frac{1}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

Kết quả:

$\frac{28}{9}$

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
Lời giải:

$$\text{Khi đó: } P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(1 - \cos^2 x) + 4\cos^2 x = 3 + \cos^2 x = 3 + \frac{1}{9} = \frac{28}{9}.$$

Câu 3: Biết $2\sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + 3\cos(19\pi - x) = k \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính k .

Kết quả:

-1

Trình bày:
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } T &= 2\sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) + 3\cos(18\pi + \pi - x) \\ &= 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 3\cos(\pi - x) = 2\cos x - 3\cos x = -\cos x \longrightarrow k = -1. \end{aligned}$$

Câu 4: Cho $\tan x = 2$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Biết $\frac{\sin x + \sqrt{2} \cos x}{2 \cos x + 3 \sin x} = \frac{a + \sqrt{2}}{b}; a, b \in \mathbb{N}$, tính $a + b$.

Kết quả:

10

Trình bày:
.....
.....
.....
.....

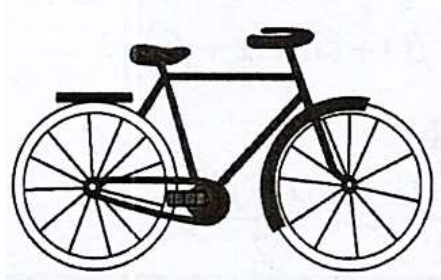
Lời giải:

Do $\tan x = 2$ nên $\cos x \neq 0$.

Chia cả tử và mẫu của biểu thức cho $\cos x$, ta được:

$$\frac{\sin x + \sqrt{2} \cos x}{2 \cos x + 3 \sin x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} + \sqrt{2}}{2 + 3 \cdot \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{\tan x + \sqrt{2}}{2 + 3 \tan x} = \frac{2 + \sqrt{2}}{8} \longrightarrow a = 2; b = 8 \longrightarrow a + b = 10.$$

Câu 5: Một bánh xe đạp quay được 25 vòng trong 10 giây.



Tính độ dài quãng đường mà người đi xe thực hiện được trong 2,35 phút, biết rằng bán kính bánh xe bằng 340 mm . (Tính theo đơn vị mét, kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).

Kết quả:

753

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Sau 2,35 phút (= 141 giây), số vòng mà bánh xe thực hiện được là:

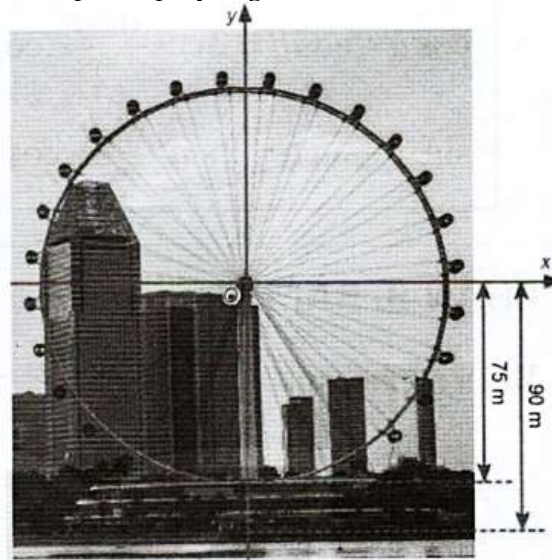
$$\frac{141.25}{10} = 352,5 \text{ vòng.}$$

Bán kính bánh xe: $R = 340 \text{ mm} = 0,34 \text{ m}$.

Quãng đường mà người đi xe đạp thực hiện được sau 2,35 phút là:

$$352,5 \cdot 2\pi R = 352,5 \cdot 2\pi \cdot 0,34 = \frac{2397}{10} \pi \approx 753(m).$$

Câu 6: Một chiếc đu quay có bán kính 75m, tâm của vòng quay ở độ cao 90m so với mặt đất, thời gian thực hiện mỗi vòng quay của đu quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin tại vị trí thấp nhất của vòng quay, thì sau 20 phút quay, người đó ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?



Kết quả:

127,5

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

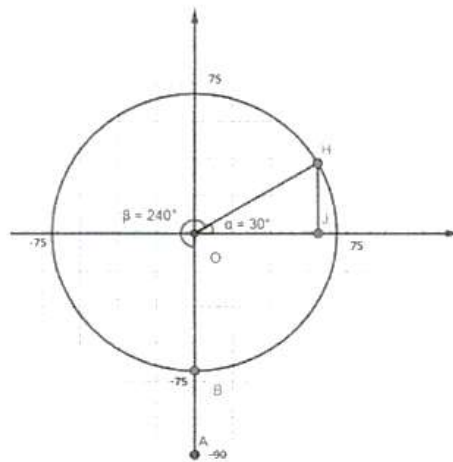
Lời giải:

Do tính đối xứng, dù đu quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ hay ngược chiều kim đồng hồ, ta đều thấy rằng độ cao của người đó là như nhau sau cùng một khoảng thời gian.

Ở đây ta xét đu quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ.

Gắn đu quay có bán kính 75m, tâm của vòng quay ở độ cao 90m vào hệ trục tọa độ Oxy ta

được hình bên:



Sau 20 phút quay cabin đi được một góc là $\frac{20}{30} \cdot 360^\circ = 240^\circ$ tức là đến vị trí điểm H .

Khi đó góc $HOJ = 30^\circ$ và $HJ = OH \cdot \sin 30^\circ = 37,5(m)$.

Vậy sau 20 phút quay, người đó ở độ cao $37,5 + 90 = 127,5(m)$.

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 18 tháng 6 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

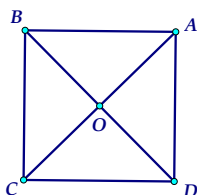
116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\text{sđ}(OA;OB) = 90^\circ$.

B. $\text{sđ}(OA;OB) = 90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\text{sđ}(OA;OB) = -90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\text{sđ}(OA;OB) = -270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải:

Câu 2: Cho góc α thỏa mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha \geq 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 3: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là

A. 240° .

B. 135° .

C. 72° .

D. 270° .

Câu 4: Cho góc α thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $\sin \alpha$.

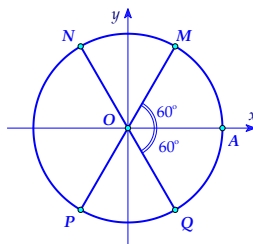
A. $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{-\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{-\sqrt{5}}{3}$.

Câu 5: Trên đường tròn lượng giác, điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo 120° là điểm nào trong 4 điểm M, N, P, Q như hình bên dưới?



A. điểm M .

B. điểm Q .

C. điểm N .

D. điểm P .

Câu 6: Cho biết $\sin a - \cos a = \frac{1}{2}$. Tính $M = \sin a \cdot \cos a$.

A. $M = \frac{3}{8}$. B. $M = \frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $M = \frac{-8}{3}$. D. $M = \frac{-\sqrt{7}}{4}$.

Câu 7: Các cặp góc lượng giác nào dưới đây có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác?

A. $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{-2\pi}{3}$. C. $\frac{-\pi}{3}$ và $\frac{5\pi}{3}$. D. $\frac{-\pi}{3}$ và $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 8: Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây **sai**?

A. $\sin \alpha = -\cos \beta$. B. $\cos \alpha = \sin \beta$. C. $\cos \beta = \sin \alpha$. D. $\cot \alpha = \tan \beta$.

Câu 9: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là

A. 30° . B. 40° . C. 50° . D. 60° .

Câu 10: Trên đường tròn bán kính $r = 5$, độ dài của cung đo $\alpha = \frac{\pi}{8}$ là

A. $l = \frac{\pi}{8}$. B. $l = \frac{3\pi}{8}$. C. $l = \frac{5\pi}{8}$. D. $l = \frac{\pi}{4}$.

Câu 11: Với α là góc bất kì, $M = \cos\left(\alpha - \frac{15\pi}{2}\right)$ bằng

A. $\sin \alpha$. B. $-\sin \alpha$. C. $\cos \alpha$. D. $-\cos \alpha$.

Câu 12: Đơn giản biểu thức $M = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) + \cos\left(a - \frac{7\pi}{2}\right) - \sin\left(a - \frac{7\pi}{2}\right)$.

A. $M = 2 \sin a$. B. $M = -2 \sin a$. C. $M = 2 \cos a$. D. $M = -2 \cos a$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các khẳng định sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\pi = 360^\circ$.		
b)	$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$.		
c)	$-\frac{\pi}{4} = -45^\circ$.		
d)	$105^\circ = \frac{7\pi}{12} \text{ rad}$.		

Câu 2: Các khẳng định sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ (III) của đường tròn lượng giác thoả mãn $AOM = 218^\circ$.		
b)	Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ (IV) của đường tròn lượng giác thoả mãn $AON = -45^\circ$.		
c)	Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ (I) của đường tròn lượng giác thoả mãn $AOP = \frac{\pi}{4}$.		
d)	Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{15\pi}{2}$ là điểm		

	$Q(0;-1)$ thuộc đường tròn lượng giác thoả mãn $AOQ = -\frac{\pi}{2}$.		
--	---	--	--

Câu 3: Với α là góc bất kì và biểu thức có nghĩa, các khẳng định sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin(\pi - \alpha) = \cos \alpha$.		
b)	$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.		
c)	$\cos(\alpha - 2025\pi) = \cos \alpha$.		
d)	$\sin\left(\frac{2025\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(13\pi - \alpha) = 0$.		

Câu 4: Cho $\tan x = -3$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cot x = \frac{1}{3}$.		
b)	$\cos x = \frac{\sqrt{10}}{10}$.		
c)	$\sin x = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.		
d)	$\frac{2\sin^2 x + \sqrt{3}\cos^2 x}{\cos^2 x + 2\sin^2 x + 1} = \frac{a+b\sqrt{3}}{29}; a, b \in \mathbb{N}$ và $a + b = 19$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc α thoả mãn $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. Biết giá trị của biểu thức

$$P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{a - \sqrt{3}}{b}, (a, b \in \mathbb{N}). \text{ Tính } a + b.$$

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Tìm số thực k thoả mãn $\tan\left(\frac{17\pi}{2} - x\right) + 2\cot(5\pi + x) = k \cot x$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Một người đi xe đạp đã đi được quãng đường $494,8m$ trong thời gian 2 phút. Biết rằng đường kính bánh xe là $700mm$. Hỏi trong 3 giây bánh xe quay được một góc lượng giác có số

đo (đơn vị Radian) là bao nhiêu (giả sử bánh xe quay theo chiều dương, kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy)?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Tính giá trị m thỏa mãn $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + m \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 5: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \sqrt{2}$ và giá trị của biểu thức

$$C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha} = \frac{3(\sqrt{a} - b)}{8\sqrt{a} + 3}, a, b \in \mathbb{N}. \text{ Tính } a + b.$$

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 6: Kim phút của đồng hồ dài gấp 1,5 lần kim giờ. Từ lúc 12h hai kim gặp nhau thì sau khoảng thời gian ngắn nhất là $\frac{a}{b}(h)$ (với a, b là số nguyên dương; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) hai kim lại gặp nhau lần tiếp theo. Tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 18 tháng 6 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC
Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

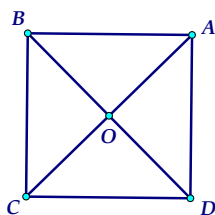
SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\text{sđ}(OA;OB) = 90^\circ$.

B. $\text{sđ}(OA;OB) = 90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\text{sđ}(OA;OB) = -90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\text{sđ}(OA;OB) = -270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải:

Các kết quả đúng: $\begin{cases} \text{sđ}(OA;OB) = 90^\circ + k360^\circ \\ \text{sđ}(OA;OB) = -270^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Cho góc α thỏa mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha \geq 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải:

Khẳng định đúng là $\tan \alpha < 0$.

Câu 3: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là

A. 240° .

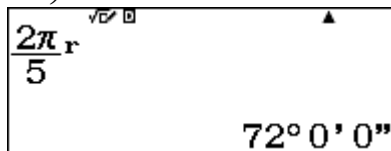
B. 135° .

C. 72° .

D. 270° .

Lời giải:

Cách 1: Ta có: $\frac{2\pi}{5} = \left(\frac{2 \cdot 180}{5}\right)^\circ = 72^\circ$.



Cách 2: Sử dụng MTCT

Câu 4: Cho góc α thỏa mãn $\frac{-\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{-\sqrt{2}}{3}$.

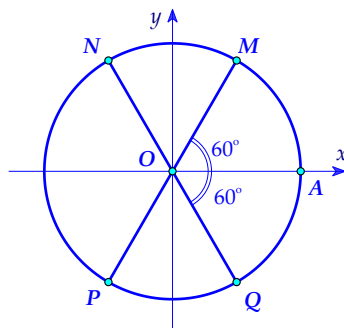
D. $\frac{-\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \sin \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3} \end{cases}$

Do $\frac{-\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha < 0 \rightarrow$ chọn $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$.

Câu 5: Trên đường tròn lượng giác, điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo 120° là điểm nào trong 4 điểm M, N, P, Q như hình bên dưới?



- A. điểm M. B. điểm Q. **C. điểm N.** D. điểm P.

Câu 6: Cho biết $\sin a - \cos a = \frac{1}{2}$. Tính $M = \sin a \cdot \cos a$.

- A. $M = \frac{3}{8}$.** B. $M = \frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $M = \frac{-8}{3}$. D. $M = \frac{-\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải:

Ta có: $\sin a - \cos a = \frac{1}{2} \rightarrow (\sin a - \cos a)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin^2 a - 2 \sin a \cos a + \cos^2 a = \frac{1}{4}$
 $\Leftrightarrow 1 - 2 \sin a \cos a = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin a \cos a = \frac{3}{8}$.

Câu 7: Các cặp góc lượng giác nào dưới đây có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác?

- A. $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{-2\pi}{3}$. **C. $\frac{-\pi}{3}$ và $\frac{5\pi}{3}$.** D. $\frac{-\pi}{3}$ và $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\frac{5\pi}{3} - \left(\frac{-\pi}{3}\right) = 2\pi$.

Câu 8: Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây **sai**?

- A. $\sin \alpha = -\cos \beta$.** B. $\cos \alpha = \sin \beta$. C. $\cos \beta = \sin \alpha$. D. $\cot \alpha = \tan \beta$.

Câu 9: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là

- A. 30° . B. 40° . **C. 50° .** D. 60° .

Lời giải:

+ 1 bánh răng tương ứng với $\frac{360^\circ}{72} = 5^\circ \Rightarrow 10$ bánh răng là 50° .

Câu 10: Trên đường tròn bán kính $r = 5$, độ dài của cung đo $\alpha = \frac{\pi}{8}$ là

- A. $l = \frac{\pi}{8}$. B. $l = \frac{3\pi}{8}$. **C. $l = \frac{5\pi}{8}$.** D. $l = \frac{\pi}{4}$.

Lời giải:

Độ dài cung AB : $l = r.\alpha = \frac{5\pi}{8}$.

Câu 11: Với α là góc bất kì, $M = \cos\left(\alpha - \frac{15\pi}{2}\right)$ bằng

A. $\sin \alpha$.

B. $-\sin \alpha$.

C. $\cos \alpha$.

D. $-\cos \alpha$.

Lời giải:

Ta có: $M = \cos\left(\alpha - \frac{15\pi}{2}\right) = \cos\left(\alpha - 8\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$.

Câu 12: Đơn giản biểu thức $M = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) + \cos\left(a - \frac{7\pi}{2}\right) - \sin\left(a - \frac{7\pi}{2}\right)$.

A. $M = 2 \sin a$.

B. $M = -2 \sin a$.

C. $M = 2 \cos a$.

D. $M = -2 \cos a$.

Lời giải:

Ta có: $M = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{2} - a\right) - \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{2} - a\right) + \cos\left(a - 4\pi + \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(a - 4\pi + \frac{\pi}{2}\right)$
 $= \cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - a\right) + \cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right)$
 $= -\sin a + \cos a - \sin a - \cos a = -2 \sin a$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các khẳng định sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\pi = 360^\circ$.		X
b)	$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$.	X	
c)	$-\frac{\pi}{4} = -45^\circ$.	X	
d)	$105^\circ = \frac{7\pi}{12} \text{ rad}$.	X	

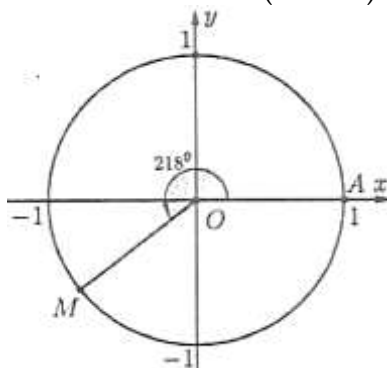
Câu 2: Các khẳng định sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ (III) của đường tròn lượng giác thoả mãn $AOM = 218^\circ$.	X	
b)	Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ (IV) của đường tròn lượng giác thoả mãn $AON = -45^\circ$.	X	
c)	Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ (I) của đường tròn lượng giác thoả mãn $AOP = \frac{\pi}{4}$.	X	
d)	Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{15\pi}{2}$ là điểm	X	

	$Q(0; -1)$ thuộc đường tròn lượng giác thoả mãn $AOQ = -\frac{\pi}{2}$.		
--	--	--	--

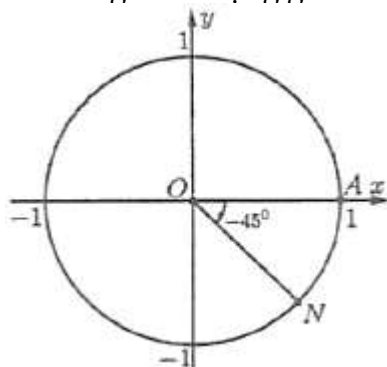
Lời giải:

a) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ III của đường tròn lượng giác thoả mãn $AOM = 218^\circ$ (Hình 1).



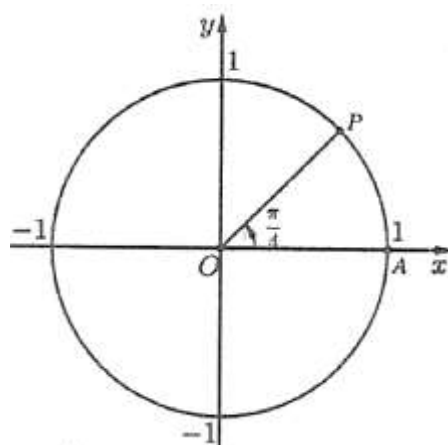
Hình 1

b) Ta có: $-405^\circ = -45^\circ - 360^\circ$. Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác thoả mãn $AON = 45^\circ$ (Hình 2).



Hình 2

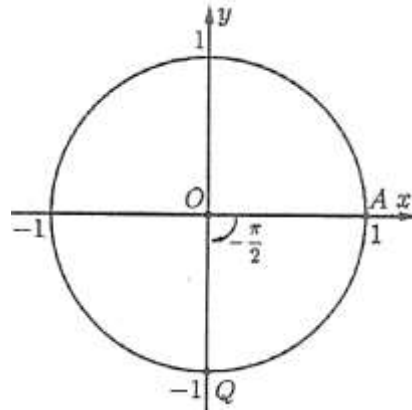
c) Ta có: $\frac{25\pi}{4} = \frac{\pi + 24\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 6\pi$. Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thoả mãn $AOP = \frac{\pi}{4}$ (Hình 3).



Hình 3

d) Ta có: $\frac{15\pi}{2} = \frac{16\pi - \pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + 8\pi$. Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{15\pi}{2}$ là điểm

$Q(0; -1)$ thuộc đường tròn lượng giác thoả mãn $AOQ = \frac{-\pi}{2}$ (Hình 4).



Hình 4

Câu 3: Với α là góc bất kì và biểu thức có nghĩa, các khẳng định sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin(\pi - \alpha) = \cos \alpha$.		X
b)	$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.	X	
c)	$\cos(\alpha - 2025\pi) = \cos \alpha$.		X
d)	$\sin\left(\frac{2025\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(13\pi - \alpha) = 0$.	X	

Lời giải:

a) $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.

c) $\cos(\alpha - 2025\pi) = \cos(\alpha + \pi - 2026\pi) = \cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$.

d) Ta có: $\sin\left(\frac{2025\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(13\pi - \alpha) = \sin\left(1012\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos(-\alpha)$
 $= \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos(-\alpha) = \cos \alpha - \cos \alpha = 0$.

Câu 4: Cho $\tan x = -3$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cot x = \frac{1}{3}$.		X
b)	$\cos x = \frac{\sqrt{10}}{10}$.		X
c)	$\sin x = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.	X	
d)	$\frac{2\sin^2 x + \sqrt{3}\cos^2 x}{\cos^2 x + 2\sin^2 x + 1} = \frac{a+b\sqrt{3}}{29}; a, b \in \mathbb{N}$ và $a + b = 19$.	X	

Lời giải:

Ta có: $\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{-1}{3}$.

$$\text{Ta có: } 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{10}}{10} \\ \cos x = \frac{-\sqrt{10}}{10} \end{cases}$$

Do $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\cos x < 0 \longrightarrow$ Chọn $\cos x = \frac{-\sqrt{10}}{10}$.

$$\text{Ta có: } \sin x = \cos x \cdot \tan x = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

d) Do $\tan x = -3$ nên $\cos x \neq 0$.

Chia cả tử và mẫu của biểu thức cho $\cos^2 x$, ta được:

$$\frac{2 \tan^2 x + \sqrt{3}}{1 + 2 \tan^2 x + 1(1 + \tan^2 x)} = \frac{18 + \sqrt{3}}{29} \longrightarrow a = 18; b = 1.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. Biết giá trị của biểu thức

$$P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{a - \sqrt{3}}{b}, (a; b \in \mathbb{N}). \text{ Tính } a + b.$$

Kết quả:

6

Trình bày:

.....

Lời giải:

Cách 1: Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$

$$\text{Với } \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vì } -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \text{ nên } \sin \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy: } P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\frac{1}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = \frac{4 - \sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Cách 2: Theo giả thiết: } \begin{cases} \cos \alpha = \frac{1}{2} \\ -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{3}.$$

$$\text{Vậy } P = \sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = \frac{4 - \sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } a = 4; b = 2 \longrightarrow a + b = 6.$$

Câu 2: Tìm số thực k thỏa mãn $\tan\left(\frac{17\pi}{2} - x\right) + 2 \cot(5\pi + x) = k \cot x$.

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $\tan\left(8\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \cot x = \cot x + 2 \cot x = 3 \cot x \longrightarrow k = 3.$

Câu 3: Một người đi xe đạp đã đi được quãng đường $494,8m$ trong thời gian 2 phút. Biết rằng đường kính bánh xe là $700mm$. Hỏi trong 3 giây bánh xe quay được một góc lượng giác có số đo (đơn vị Radian) là bao nhiêu (giả sử bánh xe quay theo chiều dương, kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy)?

Kết quả:

35,3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đổi đơn vị: $700mm = 0,7m$.

Chu vi bánh xe là $C = 2\pi r = 0,7\pi m$.

Trong 2 phút bánh xe quay được số vòng là: $n = \frac{494,8}{0,7\pi} \approx 225$ (vòng).

Mỗi vòng bánh xe đã quay được một góc 360° tương ứng với 2π (radian) nên trong 3 giây bánh xe đã quay được góc lượng giác có số đo là: $\alpha = \frac{3}{120} \cdot \frac{494,8}{0,7\pi} \cdot 2\pi \approx 35,3.$

Câu 4: Tính giá trị m thỏa mãn $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + m \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}.$

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha).$

$= \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha.$

Suy ra: $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + m \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + m \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1$

$\Leftrightarrow (m - 3)\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 0, \forall \alpha \in \mathbb{R} \longrightarrow m = 3.$

Câu 5: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \sqrt{2}$ và giá trị của biểu thức

$$C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha} = \frac{3(\sqrt{a} - b)}{8\sqrt{a} + 3}, a; b \in \mathbb{N}. \text{ Tính } a + b.$$

Kết quả:

3

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Vì $\tan \alpha = \sqrt{2}$ nên $\cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của biểu thức C cho $\cos^3 \alpha$, ta được:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha) - (1 + \tan^2 \alpha)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha)} \\ &= \frac{(1 + \tan^2 \alpha)(\tan \alpha - 1)}{3 \tan^3 \alpha + 2 \tan \alpha + 3} = \frac{(1 + 2)(\sqrt{2} - 1)}{3 \cdot 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3} = \frac{3(\sqrt{2} - 1)}{8\sqrt{2} + 3} \rightarrow a = 2; b = 1. \end{aligned}$$

Câu 6: Kim phút của đồng hồ dài gấp 1,5 lần kim giờ. Từ lúc 12h hai kim gặp nhau thì sau khoảng thời gian ngắn nhất là $\frac{a}{b}$ (h) (với a, b là số nguyên dương; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) hai kim lại gặp nhau lần tiếp theo. Tính $a + b$.

Kết quả:

19

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Gọi độ dài kim giờ, kim phút lần lượt là $R; 1,5.R$.

Từ lúc 12h đến khi gặp nhau lần tiếp theo kim giờ quay được một góc là α thì kim phút quay được một góc là $\alpha + 2\pi$. Quãng đường kim giờ, kim phút đã quay được lần lượt là $\alpha.R; (\alpha + 2\pi).1,5R$.

Vận tốc kim phút nhanh gấp 12 lần kim giờ nên gọi kim giờ có vận tốc là v thì kim phút có vận tốc là $12.v$.

Vì thời gian từ lúc 12h đến khi gặp nhau lần tiếp theo hai kim quay như nhau nên ta có:

$$\frac{\alpha.R}{v} = \frac{(\alpha + 2\pi).1,5.R}{12v} \Rightarrow 12.\alpha = 1,5.(\alpha + 2\pi) \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{7}.$$

Một vòng kim giờ quay được góc là 2π hết 12h, thì để quay được góc $\frac{2\pi}{7}$ sẽ hết $\frac{12}{7}$ (h).

Vậy $a = 12, b = 7 \Rightarrow a + b = 19$.

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 18 tháng 6 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

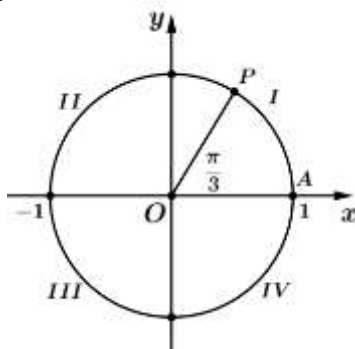
NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm P trên đường tròn lượng giác (tham khảo hình vẽ) biểu diễn góc lượng giác có số đo là

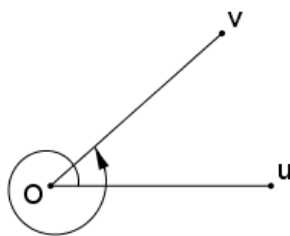


- A. $-\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $-\frac{\pi}{3} + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. C. $\frac{\pi}{3} + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Góc có số đo 135° đổi sang radian là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{3\pi}{8}$.

Câu 3: Cho góc hình học $uOv = 40^\circ$. Xác định số đo của góc lượng giác sau:

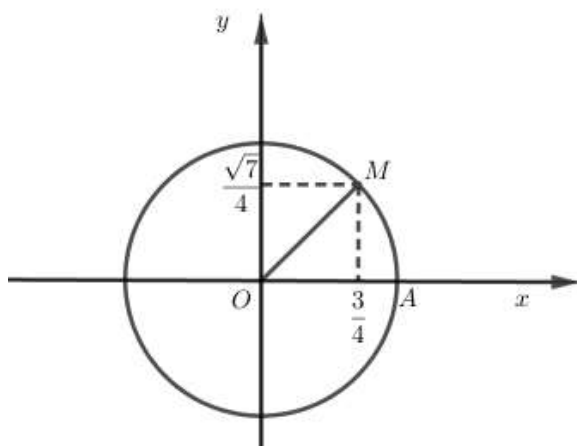


- A. 400° . B. 40° . C. -400° . D. 4000° .

Câu 4: Cho 3 tia Ou, Ov, Ow . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ow, Ov) = sđ(Ow, Ou) + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
 B. $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ow, Ov) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
 D. $sđ(Ou, Ov) - sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: Trên đường tròn lượng giác cho điểm $M\left(\frac{3}{4}; \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. Tính sin của góc lượng giác $(OA; OM)$.



- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{3}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Câu 6: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

- A. $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$. B. $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\cot \frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3}$. D. $\tan \frac{\pi}{2} = 0$.

Câu 7: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xác định dấu của biểu thức $M = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi - \alpha)$.

- A. $M = 0$. B. $M > 0$. C. $M \leq 0$. D. $M < 0$.

Câu 8: Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi x ?

- A. $\sin(-x) = -\sin x$. B. $\cos(-x) = -\cos x$. C. $\cot(-x) = \cot x$. D. $\tan(-x) = \tan x$.

Câu 9: Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi x ?

- A. $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. B. $\cos(90^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.
C. $\tan(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$. D. $\cot(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$.

Câu 10: Cho góc α , $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$. Tính $\sin \alpha$.

- A. $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$. B. $\sin \alpha = \frac{144}{169}$. C. $\sin \alpha = \frac{8}{13}$. D. $\sin \alpha = \frac{12}{13}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $A + B + C = \pi$. B. $\cos(A + B) = \cos C$.
C. $\sin(A + B) = \sin C$. D. $\cos(A + B) = -\cos C$.

Câu 12: Biết $\sin \alpha = \frac{2}{7}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\tan \alpha$.

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{15}$. B. $-\frac{2\sqrt{5}}{15}$. C. $-\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $-\frac{3\sqrt{5}}{7}$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin \alpha < 0$.		

b)	$\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}.$		
c)	Biết $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{a + \sqrt{15}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị $a + b = 15$.		
d)	Giá trị của biểu thức $\frac{\tan \alpha + 10 \cot \alpha}{2 \tan \alpha + \cot \alpha}$ bằng $\frac{26}{15}$.		

Câu 14: Cho góc lượng giác α thỏa mãn điều kiện xác định của các biểu thức cho dưới đây.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$		
b)	$\tan(3\pi + \alpha) \cdot \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 1.$		
c)	$1 - \sin(5\pi - \alpha) + \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha.$		
d)	$\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x)\right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(2\pi - x)\right]^2 = 2.$		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Biểu thức $A = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Cho $\sin x = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = 2 \sin(-x) + 7 \sin(x + \pi)$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Một đường tròn có bán kính $20(cm)$. Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo 35° (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18: Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là 184 cm, bánh xe trước có đường kính là 92 cm, xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết rằng vận tốc của bánh xe sau trong chuyển động này là 80 vòng/phút. Tính quãng đường đi được của máy kéo trong 10 phút (theo đơn vị mét, kết quả đến hàng đơn vị).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho $\cos x = \frac{-2}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính giá trị biểu thức $P = 2 \sin x + 5 \tan x$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 20: Cho $\tan x = 2$. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $M = \frac{2 \sin x + 5 \cos x}{3 \sin x + 7 \cos x};$

b) $N = \frac{2 \sin^2 x + \cos^2 x + 5}{3 \sin^2 x + 2 \cos^2 x + 3}.$

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 21: a) Chứng minh: $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$.

b) Rút gọn biểu thức $A = \sin\left(x + \frac{85\pi}{2}\right) + \cos(2017\pi + x) + \sin^2(33\pi + x) + \sin^2\left(x - \frac{5\pi}{2}\right).$

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 6 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

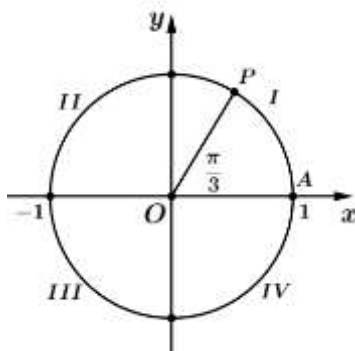
Môn: **Toán 11 - KNTT**

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC
Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm P trên đường tròn lượng giác (tham khảo hình vẽ) biểu diễn góc lượng giác có số đo là



- A. $-\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $-\frac{\pi}{3} + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. C. $\frac{\pi}{3} + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. **D. $\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.**

Lời giải:

Các góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OP có số đo là: $\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

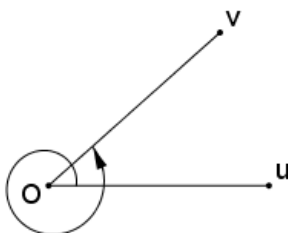
Câu 2: Góc có số đo 135° đổi sang radian là

- A. $\frac{3}{4}$. **B. $\frac{3\pi}{4}$.** C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{3\pi}{8}$.

Lời giải:

Ta có: $135^\circ = 135 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{3\pi}{4}$.

Câu 3: Cho góc hình học $\angle uOv = 40^\circ$. Xác định số đo của góc lượng giác sau:



- A. 400° .** B. 40° . C. -400° . D. 4000° .

Lời giải:

Ta có: $sđ(Ou, Ov) = 400^\circ$

Câu 4: Cho 3 tia Ou, Ov, Ow . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ow, Ov) = sđ(Ow, Ou) + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.**

B. $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ow, Ov) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

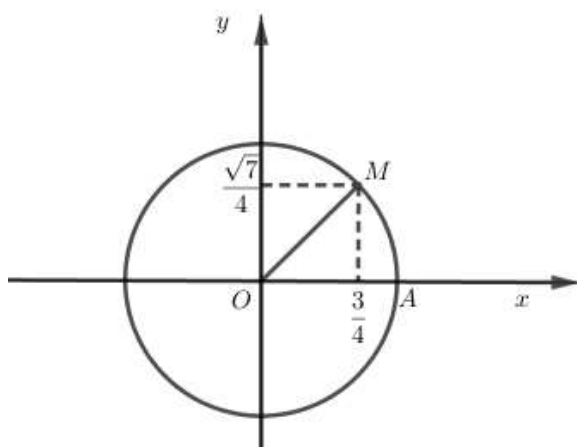
D. $sđ(Ou, Ov) - sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải:

Với 3 tia Ou, Ov, Ow . Ta có

$$sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 5: Trên đường tròn lượng giác cho điểm $M\left(\frac{3}{4}; \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. Tính sin của góc lượng giác $(OA; OM)$.



A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{7}}$.

D. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải:

Ta có: sin của góc lượng giác $(OA; OM)$ bằng $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Câu 6: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

B. $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cot \frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3}$.

D. $\tan \frac{\pi}{2} = 0$.

Lời giải:

Ta có: $\tan \frac{\pi}{2}$ không xác định.

Câu 7: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xác định dấu của biểu thức $M = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi - \alpha)$.

A. $M = 0$.

B. $M > 0$.

C. $M \leq 0$.

D. $M < 0$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow 0 < -\frac{\pi}{2} + \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) > 0 \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow 0 < \pi - \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \tan(\pi - \alpha) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi - \alpha) > 0.$$

Câu 8: Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi x ?

A. $\sin(-x) = -\sin x$.

B. $\cos(-x) = -\cos x$.

C. $\cot(-x) = \cot x$.

D. $\tan(-x) = \tan x$.

Lời giải:

Ta có:
$$\begin{cases} \sin(-x) = -\sin x \\ \cos(-x) = \cos x \\ \cot(-x) = -\cot x \\ \tan(-x) = -\tan x \end{cases}$$

Câu 9: Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi x ?

A. $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

B. $\cos(90^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.

C. $\tan(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$.

D. $\cot(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$.

Lời giải:

Ta có: $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

Câu 10: Cho góc α , $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$.

B. $\sin \alpha = \frac{144}{169}$.

C. $\sin \alpha = \frac{8}{13}$.

D. $\sin \alpha = \frac{12}{13}$.

Lời giải:

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169}$.

$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{12}{13}$ do $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Câu 11: Cho tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $A + B + C = \pi$.

B. $\cos(A + B) = \cos C$.

C. $\sin(A + B) = \sin C$.

D. $\cos(A + B) = -\cos C$.

Lời giải:

Ta có $A + B + C = \pi$

Suy ra $A + B = \pi - C$ nên $\cos(A + B) = \cos(\pi - C) = -\cos C$.

Vậy phương án B sai.

Câu 12: Biết $\sin \alpha = \frac{2}{7}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{15}$.

B. $-\frac{2\sqrt{5}}{15}$.

C. $-\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

D. $-\frac{3\sqrt{5}}{7}$.

Lời giải:

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$, $\tan \alpha < 0$.

Suy ra: $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{4}{49}} = -\frac{3\sqrt{5}}{7}$.

Ta có: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{7} : \left(-\frac{3\sqrt{5}}{7}\right) = -\frac{2\sqrt{5}}{15}$.

PHẦN II. (2.0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin \alpha < 0$.		

b)	$\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}.$		
c)	Biết $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{a + \sqrt{15}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị $a + b = 15$.		
d)	Giá trị của biểu thức $\frac{\tan \alpha + 10 \cot \alpha}{2 \tan \alpha + \cot \alpha}$ bằng $\frac{26}{15}$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

Vì $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\sin \alpha < 0$.

b) Sai.

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

$\Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}.$

c) Đúng.

Ta có $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{8 + \sqrt{15}}{7}.$

Vậy $a + b = 15$.

d) Sai.

Ta có: $\frac{\tan \alpha + 10 \cot \alpha}{2 \tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{(\tan \alpha + 10 \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{(2 \tan \alpha + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + 10 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$

$$= \frac{1 + 9 \cos^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{1 + 9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2}{1 + \left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2} = \frac{25}{31}.$$

Câu 14: Cho góc lượng giác α thỏa mãn điều kiện xác định của các biểu thức cho dưới đây.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$		
b)	$\tan(3\pi + \alpha) \cdot \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 1.$		
c)	$1 - \sin(5\pi - \alpha) + \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha.$		
d)	$\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x)\right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(2\pi - x)\right]^2 = 2.$		

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai.

Ta có: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

b) Sai.

Ta có: $\tan(3\pi + \alpha) \cdot \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha \cdot \tan \alpha = \tan^2 \alpha$.

c) Đúng.

Ta có: $1 - \sin(5\pi - \alpha) + \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = 1 - \sin \alpha + \cot(-\alpha) \cdot \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$
 $= 1 - \sin \alpha - \cot \alpha \cdot \tan \alpha = 1 - \sin \alpha - 1 = -\sin \alpha$.

d) Đúng.

Ta có: $\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha)\right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(2\pi - \alpha)\right]^2$
 $= [\cos \alpha + \sin \alpha]^2 + \left[-\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos \alpha\right]^2 = 1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + [-\sin \alpha + \cos \alpha]^2$
 $= 1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 1 - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2$.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Biểu thức $A = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ \\ &= 2(\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 80^\circ) + \cos^2 90^\circ + \cos^2 180^\circ \\ &= 2\left[(\cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ) + \dots + (\cos^2 40^\circ + \sin^2 40^\circ)\right] + \cos^2 180^\circ = 9. \end{aligned}$$

Câu 16: Cho $\sin x = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = 2 \sin(-x) + 7 \sin(x + \pi)$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $P = -2 \sin x - 7 \sin x = -9 \sin x = -9 \cdot \frac{1}{3} = -3$.

Câu 17: Một đường tròn có bán kính $20(cm)$. Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo 35° (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$35^\circ = 35 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{36}.$$

Độ dài của cung tròn có số đo 35° trên đường tròn có bán kính $R = 20\text{ cm}$ là:

$$l = 20 \cdot \frac{7\pi}{36} = \frac{35\pi}{9} (\text{ cm}) \approx 12,2 (\text{ cm}).$$

Câu 18: Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là 184 cm, bánh xe trước có đường kính là 92 cm, xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết rằng vận tốc của bánh xe sau trong chuyển động này là 80 vòng/phút. Tính quãng đường đi được của máy kéo trong 10 phút (theo đơn vị mét, kết quả đến hàng đơn vị).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đổi 184 cm = 1,84 m.

Quãng đường máy kéo đi chuyển được khi bánh xe sau quay 1 vòng bằng chu vi của bánh xe sau của máy kéo là $C = \pi d = \pi \cdot 1,84 = 1,84\pi$ (m).

Số vòng bánh xe sau chuyển động trong 10 phút là $80 \cdot 10 = 800$ (vòng).

Quãng đường máy kéo đi được trong 10 phút là: $s = 1,84\pi \cdot 800 \approx 4624$ (m).

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho $\cos x = \frac{-2}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính giá trị biểu thức $P = 2 \sin x + 5 \tan x$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \sin x = \frac{-\sqrt{5}}{3} \end{cases}$$

Do $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\sin x > 0 \longrightarrow$ Chọn $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Ta có: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\sqrt{5}}{2}$.

Vậy $P = 2\sin x + 5\tan x = \frac{-11\sqrt{5}}{6}$.

Câu 20: Cho $\tan x = 2$. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $M = \frac{2\sin x + 5\cos x}{3\sin x + 7\cos x}$;

b) $N = \frac{2\sin^2 x + \cos^2 x + 5}{3\sin^2 x + 2\cos^2 x + 3}$.

Trình bày:

.....

Lời giải:

a) Do $\tan x = 2$ nên $\cos x \neq 0$.

Chia cả tử và mẫu của biểu thức M cho $\cos x$, ta được: $M = \frac{2\tan x + 5}{3\tan x + 7} = \frac{9}{13}$.

b) Do $\tan x = 2$ nên $\cos x \neq 0$.

Chia cả tử và mẫu của biểu thức M cho $\cos^2 x$, ta được:

$$N = \frac{2\tan^2 x + 1 + 5(1 + \tan^2 x)}{3\tan^2 x + 2 + 3(1 + \tan^2 x)} = \frac{7\tan^2 x + 6}{6\tan^2 x + 5} = \frac{34}{29}.$$

Câu 21: a) Chứng minh: $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$.

b) Rút gọn biểu thức $A = \sin\left(x + \frac{85\pi}{2}\right) + \cos(2017\pi + x) + \sin^2(33\pi + x) + \sin^2\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)$.

Trình bày:

.....

Lời giải:

a) Ta có: $VT = \tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = \tan^2 x \cdot \sin^2 x = VP$ (đ.p.c.m)

b) Ta có: $A = \sin\left(x + \frac{85\pi}{2}\right) + \cos(2017\pi + x) + \sin^2(33\pi + x) + \sin^2\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)$.

$$= \sin\left(x + 42\pi + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(2016\pi + \pi + x) + \sin^2(32\pi + \pi + x) + \sin^2\left(x - 2\pi - \frac{\pi}{2}\right).$$

$$= \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi + x) + \sin^2(\pi + x) + \sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$

$$= \cos x - \cos x + (-\sin x)^2 + (-\cos x)^2 = 1.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 6 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

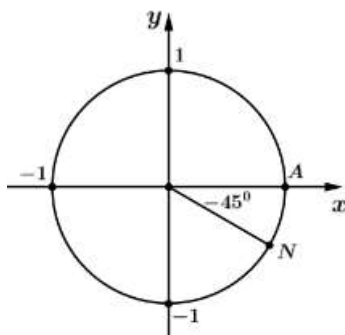
NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm N trên đường tròn lượng giác (tham khảo hình vẽ) biểu diễn góc lượng giác có số đo là



A. $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $-45^\circ + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $315^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $-315^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Góc có số đo $-\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là

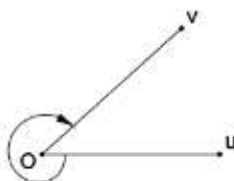
A. 72° .

B. -72° .

C. 144° .

D. -144° .

Câu 3: Cho góc hình học $uOv = 50^\circ$. Xác định số đo của góc lượng giác sau :



A. 50° .

B. -310° .

C. -400° .

D. -50° .

Câu 4: Cho 3 tia Ox, Ou, Ov . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

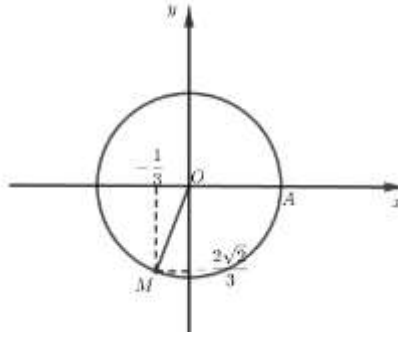
A. $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ou, Ox) - sđ(Ox, Ov) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) + sđ(Ox, Ou) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: Trên đường tròn lượng giác cho góc lượng giác $(OA; OM) = \alpha$ và điểm $M\left(\frac{-1}{3}; \frac{-2\sqrt{2}}{3}\right)$.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$. C. $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$. D. $\cot \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 6: Cho góc lượng giác $\alpha = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\tan \alpha = \sqrt{3}$. B. $\cot \alpha = -\sqrt{3}$. C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 7: Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$. D. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$.

Câu 8: Biểu thức $M = 2 + \sin x \cdot \sin(-x) - \tan(-x) \cdot \cot(-x)$ có biểu thức rút gọn là

A. $M = 2 \sin x$. B. $M = -2 \sin x$. C. $M = \cos^2 x$. D. $M = -\cos^2 x$.

Câu 9: Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. B. $\cos(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.
C. $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$. D. $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$.

Câu 10: Cho góc α , $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{7}$. Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{7}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{7}$. C. $\cos \alpha = \frac{40}{49}$. D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{7}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}$. B. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$.
C. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$. D. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$.

Câu 12: Biết $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cot \alpha$.

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{4}{3}$. D. $-\frac{3}{4}$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos^2 \alpha = \frac{9}{16}$.		

b)	$\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}.$		
c)	Giá trị của biểu thức $\frac{\cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha}$ bằng $\frac{25}{9}.$		
d)	Biết $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{a\sqrt{b}}{21}$ với $a, b \in \mathbb{Z}.$ Giá trị $a + b = 23.$		

Câu 14: Cho góc lượng giác α thỏa mãn điều kiện xác định của các biểu thức cho dưới đây.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$1 + \cot^2(\pi - \alpha) = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$		
b)	$\sin(\pi - \alpha) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha.$		
c)	$-\cos(5\pi + \alpha) + \cot(7\pi + \alpha) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = 1.$		
d)	$\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)\right]^2 + \left[\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(-\alpha)\right]^2 = 0.$		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Biểu thức $B = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \dots \cdot \tan 89^\circ$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Cho $\cot x = -3$ và $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$. Giá trị của biểu thức $T = 5\cos(2\pi - x) - 4\sin(2025\pi + x)$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Một điểm chạy trên đường tròn có bán kính $10(\text{cm})$. Chất điểm chạy được $\frac{11}{5}$ vòng tròn. Tính độ dài của cung tròn mà chất điểm đi được (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Kết quả:

Trình bày:

.....

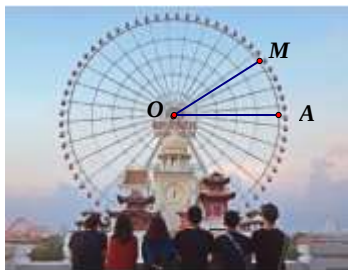
.....

.....

.....

.....

Câu 18: Vòng quay Sun Wheel ở Đà Nẵng là một công trình lớn thứ nhất ở nước ta. Điểm cao nhất trên vòng quay cách mặt đất 115m, điểm thấp nhất cách mặt đất 5m. Tốc độ quay là 15 phút /1 vòng và quay theo chiều ngược chiều kim đồng hồ. Một người đang ở vị trí điểm M, biết góc lượng giác tạo bởi tia đầu OA và tia cuối OM bằng 30° .



Hỏi sau 5 phút thì người đó ở độ cao cách mặt đất bao nhiêu mét? *Kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân.*

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho $\tan x = \frac{3}{4}$ $\left(-\pi < x < -\frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị của các giá trị lượng giác còn lại.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 20: Cho $\sin a = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cot a - \tan a}{\tan a + 2 \cot a}$ bằng

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 21: a) Rút gọn biểu thức $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi)$.

b) Chứng minh: $\left(1 - \frac{1}{\cos x}\right)\left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) + \tan^2 x = 0$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 6 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

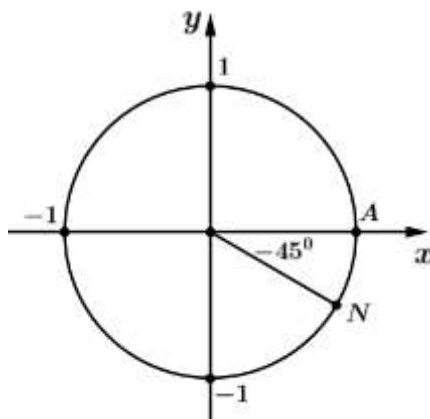
GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm N trên đường tròn lượng giác (tham khảo hình vẽ) biểu diễn góc lượng giác có số đo là



A. $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $-45^\circ + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $315^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $-315^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải:

Các góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối ON có số đo là: $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Góc có số đo $-\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là

A. 72° .

B. -72° .

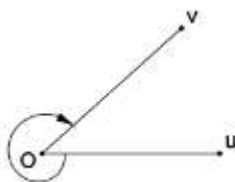
C. 144° .

D. -144° .

Lời giải:

Ta có: $-\frac{2\pi}{5} = -\frac{2\pi}{5} \cdot \frac{180}{\pi} = -72^\circ$.

Câu 3: Cho góc hình học $uOv = 50^\circ$. Xác định số đo của góc lượng giác sau :



A. 50° .

B. -310° .

C. -400° .

D. -50° .

Lời giải:

Ta có $sđ(Ou, Ov) = -310^\circ$.

Câu 4: Cho 3 tia Ox, Ou, Ov . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

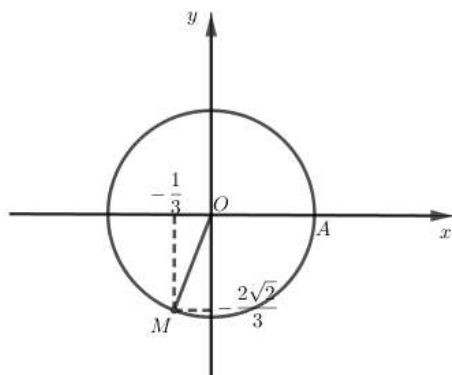
C. $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ou, Ox) - sđ(Ox, Ov) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) + sđ(Ox, Ou) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải:

Với 3 tia Ox, Ou, Ov . Ta có $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: Trên đường tròn lượng giác cho góc lượng giác $(OA; OM) = \alpha$ và điểm $M\left(\frac{-1}{3}; \frac{-2\sqrt{2}}{3}\right)$.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$. **C.** $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$. **D.** $\cot \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Lời giải:

Vì $M\left(\frac{-1}{3}; \frac{-2\sqrt{2}}{3}\right)$ nên $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ và $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Do đó $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$ và $\cot \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 6: Cho góc lượng giác $\alpha = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\tan \alpha = \sqrt{3}$. **B.** $\cot \alpha = -\sqrt{3}$. **C.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $\sin\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.

$\tan\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$; $\cot\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \cot \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 7: Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$. **B.** $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$. **D.** $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$.

Lời giải:

Ta có: α thuộc góc phần tư thứ III.

Dựa vào bảng định dấu của các giá trị lượng giác ta có $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$.

Câu 8: Biểu thức $M = 2 + \sin x \cdot \sin(-x) - \tan(-x) \cdot \cot(-x)$ có biểu thức rút gọn là

A. $M = 2 \sin x$. **B.** $M = -2 \sin x$. **C.** $M = \cos^2 x$. **D.** $M = -\cos^2 x$.

Lời giải:

Ta có: $M = 2 + \sin x \cdot \sin(-x) - \tan(-x) \cdot \cot(-x) = 2 - \sin^2 x - \tan x \cdot \cot x = 1 - \sin^2 x = \cos^2 x$.

Câu 9: Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

B. $\cos(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

C. $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$.

D. $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$.

Lời giải:

Ta có: $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

Câu 10: Cho góc α , $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{7}$. Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{7}$.

B. $\cos \alpha = \frac{4}{7}$.

C. $\cos \alpha = \frac{40}{49}$.

D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{7}$.

Lời giải:

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{40}{49}$.

$\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{7}$ do $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Câu 11: Cho tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}$.

B. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$.

C. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$.

D. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$.

Lời giải:

Ta có $A + B + C = \pi$

Suy ra $\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \rightarrow \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$.

Câu 12: Biết $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cot \alpha$.

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $-\frac{4}{3}$.

D. $-\frac{3}{4}$.

Lời giải:

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$, $\tan \alpha < 0$.

Nên $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$.

Ta được: $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \left(-\frac{4}{5}\right) : \frac{3}{5} = -\frac{4}{3}$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos^2 \alpha = \frac{9}{16}$.		

b)	$\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}.$		
c)	Giá trị của biểu thức $\frac{\cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha}$ bằng $\frac{25}{9}.$		
d)	Biết $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{a\sqrt{b}}{21}$ với $a, b \in \mathbb{Z}.$ Giá trị $a + b = 23.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16}.$$

b) Sai.

$$\text{Ta có: } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \text{ nên } \tan \alpha > 0.$$

$$\text{Suy ra: } \tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \sqrt{\frac{1}{\frac{9}{16}} - 1} = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$

c) Sai.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{\cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} &= \frac{-\sin^2 \alpha + \tan^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \\ &= -1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = -1 + 1 + \tan^2 \alpha = \tan^2 \alpha = \frac{7}{9}. \end{aligned}$$

d) Đúng.

$$\text{Ta có } \cot \alpha = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$$\text{Suy ra: } \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{3\sqrt{7}}{7} = \frac{16\sqrt{7}}{21}. \text{ Do đó } a + b = 23.$$

Câu 14: Cho góc lượng giác α thỏa mãn điều kiện xác định của các biểu thức cho dưới đây.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$1 + \cot^2(\pi - \alpha) = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$		
b)	$\sin(\pi - \alpha) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha.$		
c)	$-\cos(5\pi + \alpha) + \cot(7\pi + \alpha) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = 1.$		
d)	$\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)\right]^2 + \left[\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(-\alpha)\right]^2 = 0.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Đúng.

$$\text{Ta có: } 1 + \cot^2(\pi - \alpha) = 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

b) Đúng.

Ta có: $\sin(\pi - \alpha) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \cdot \cot \alpha = \sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cos \alpha$.

c) Đúng.

Ta có: $-\cos(5\pi + \alpha) + \cot(7\pi + \alpha) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$
 $= -\cos(\pi + \alpha) - \cot \alpha \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha - \cot \alpha \cdot \sin \alpha = 0$.

d) Đúng.

Ta có: $\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)\right]^2 + \left[\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(-\alpha)\right]^2$
 $= [\sin \alpha - \cos \alpha]^2 + \left[-\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin \alpha\right]^2$
 $= 1 - 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha + [-\cos \alpha - \sin \alpha]^2 = 1 - 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha + 1 + 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2$.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Biểu thức $B = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \dots \cdot \tan 89^\circ$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

Lời giải:

Ta có
 $B = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \dots \cdot \tan 89^\circ$
 $= (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ)(\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ$
 $= (\tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ)(\tan 2^\circ \cdot \cot 2^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \cot 44^\circ) \tan 45^\circ = 1$

Câu 16: Cho $\cot x = -3$ và $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$. Giá trị của biểu thức $T = 5\cos(2\pi - x) - 4\sin(2025\pi + x)$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Kết quả:

Trình bày:

.....

Lời giải:

$T = 5\cos(2\pi - x) - 4\sin(2025\pi + x) = 5\cos(-x) - 4\sin(\pi + x) = 5\cos x + 4\sin x$.

Có $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \Leftrightarrow 1 + (-3)^2 = \frac{1}{\sin^2 x} \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \sin x = -\frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$.

Giả thiết $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ nên $\sin x < 0$. Vậy $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{10}}$.

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow \cos x = \cot x \cdot \sin x = (-3) \left(-\frac{1}{\sqrt{10}} \right) = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

$$T = 5\cos x + 4\sin x = 5 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} + 4 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{10}} \right) = \frac{11}{\sqrt{10}} \approx 3,48.$$

Câu 17: Một điểm chạy trên đường tròn có bán kính $10(\text{cm})$. Chết điểm chạy được $\frac{11}{5}$ vòng tròn.

Tính độ dài của cung tròn mà chết điểm đi được (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

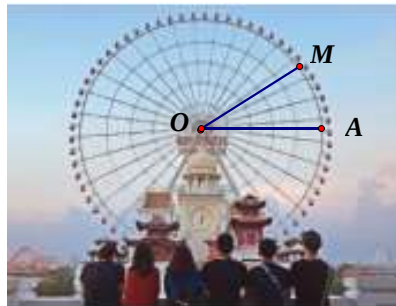
Lời giải:

$$\text{Số đo cung tròn } \frac{11}{5} \cdot 2\pi = \frac{22\pi}{5}.$$

Độ dài của cung tròn có số đo $\frac{22\pi}{5}$ trên đường tròn có bán kính $R = 10\text{ cm}$ là

$$l = 10 \cdot \frac{22\pi}{5} = 44\pi (\text{ cm}) \approx 138 (\text{ cm}).$$

Câu 18: Vòng quay Sun Wheel ở Đà Nẵng là một công trình lớn thứ nhất ở nước ta. Điểm cao nhất trên vòng quay cách mặt đất 115m , điểm thấp nhất cách mặt đất 5m . Tốc độ quay là 15 phút / 1 vòng và quay theo chiều ngược chiều kim đồng hồ. Một người đang ở vị trí điểm M , biết góc lượng giác tạo bởi tia đầu OA và tia cuối OM bằng 30° .



Hỏi sau 5 phút thì người đó ở độ cao cách mặt đất bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân.

Kết quả:

Trình bày:

.....

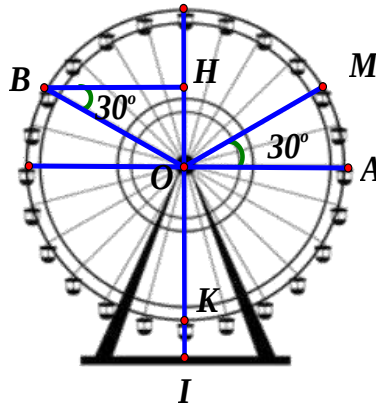
.....

.....

.....

.....

Lời giải:



Theo đề bài, ta có $OI = 60m$; $OB = 55m$.

Sau 5 phút người đó ở vị trí điểm B , người đó cách mặt đất khoảng bằng đoạn IH .

Xét tam giác vuông OHB , $\sin 30^\circ = \frac{OH}{OB} \Rightarrow OH = OB \sin 30^\circ = 55 \cdot \frac{1}{2} = 27,5m$.

Vậy người này cách mặt đất một khoảng bằng $HI = HO + OI = 27,5 + 60 = 87,5$.

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho $\tan x = \frac{3}{4} \left(-\pi < x < -\frac{\pi}{2} \right)$. Tính giá trị của các giá trị lượng giác còn lại.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Vì $-\pi < x < -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos x < 0$

$$\tan x \cdot \cot x = 1 \Rightarrow \cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x = 1 + \left(\frac{3}{4} \right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{16}{25}$$

$$\text{Vậy } \cos x = -\frac{4}{5}.$$

$$\text{Vậy } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5} \right) = -\frac{3}{5}$$

Câu 20: Cho $\sin a = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cot a - \tan a}{\tan a + 2 \cot a}$ bằng

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\begin{aligned}\text{Ta có } A &= \frac{\cot a - \tan a}{\tan a + 2 \cot a} = \frac{\frac{\cos a}{\sin a} - \frac{\sin a}{\cos a}}{\frac{\sin a}{\cos a} + 2 \frac{\cos a}{\sin a}} = \frac{\frac{\cos^2 a - \sin^2 a}{\sin a \cos a}}{\frac{\sin^2 a + 2 \cos^2 a}{\sin a \cos a}} \\ &= \frac{(1 - \sin^2 a) - \sin^2 a}{\sin^2 a + 2(1 - \sin^2 a)} = \frac{1 - 2 \sin^2 a}{2 - \sin^2 a} = \frac{7}{17}.\end{aligned}$$

Câu 21: a) Rút gọn biểu thức $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi)$.

b) Chứng minh: $\left(1 - \frac{1}{\cos x}\right)\left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) + \tan^2 x = 0$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

a) Ta có $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi)$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + 3\sin(\pi - \alpha) = \cos \alpha - \cos \alpha + 3 \sin \alpha = 3 \sin \alpha.$$

b) Ta có: $\left(1 - \frac{1}{\cos x}\right)\left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) + \tan^2 x = 1 - \frac{1}{\cos^2 x} + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = 0$.

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 6 năm 2025