

(Đề thi có 3 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 1126

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Số đo radian của góc 108° là

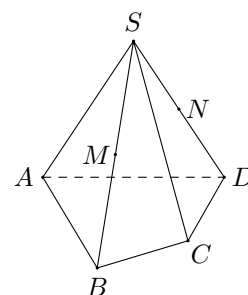
- A. $\frac{2\pi}{5}$ rad. B. $\frac{3\pi}{10}$ rad. C. $\frac{4\pi}{5}$ rad. D. $\frac{3\pi}{5}$ rad.

Câu 2. Hình chóp ngũ giác $S.ABCDE$ có bao nhiêu mặt bên?

- A. 6. B. 7. C. 4. D. 5.

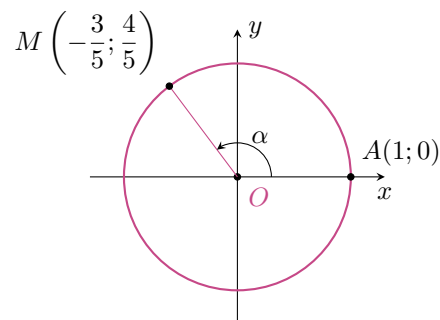
Câu 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel SA$. B. $MN \parallel BD$. C. $MN \parallel AC$. D. $MN \parallel AB$.



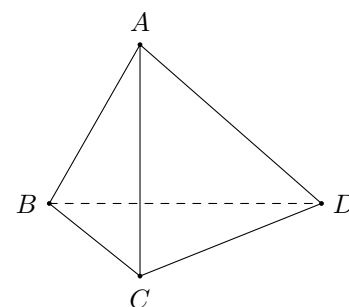
Câu 4. Cho điểm M thuộc đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác α có tọa độ như hình vẽ bên. Giá trị của $\sin \alpha$ bằng

- A. $-\frac{3}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $-\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{5}$.



Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$, vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD là

- A. chéo nhau. B. song song. C. trùng nhau. D. cắt nhau.

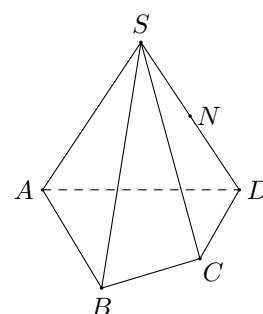


Câu 6. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

- A. $\sin x = 0$. B. $\sin x = \frac{1}{2}$. C. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sin x = -\frac{5}{3}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ như hình vẽ. Xét N là một điểm bất kỳ nằm trên cạnh SD (N khác S). Điểm N không thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

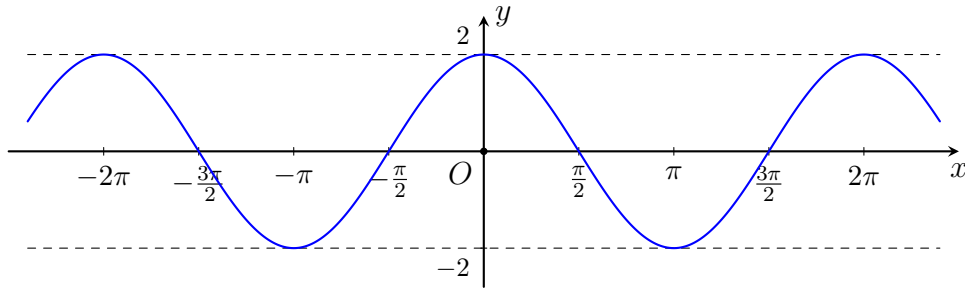
- A. (SAD) . B. (SBC) . C. (SBD) . D. (SCD) .



Câu 8. Biểu thức $P = \cos 3x \cos x + \sin 3x \sin x$ bằng biểu thức nào dưới đây?
A. $\cos 4x$. **B.** $\sin 2x$. **C.** $\cos 2x$. **D.** $\sin 4x$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ là
A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = 2 \sin x$. **B.** $y = 2 \tan x$. **C.** $y = 2 \cos x$. **D.** $y = \cos 2x$.

Câu 11. Cho biểu thức $P = 1 - \cos 2a$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $P = 2 \sin^2 a$. **B.** $P = \sin^2 a$. **C.** $P = 2 \cos^2 a$. **D.** $P = 1 - 2 \sin a$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ là
A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- a)** $\cos 2\alpha = \frac{119}{169}$. **b)** $\sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$.
c) $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. **d)** $\sin 2\alpha > 0$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi K là trung điểm của SC , G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác SBC và ABC .

- a)** Ba đường thẳng KO , SA , G_1G_2 đôi một song song với nhau.
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD .
c) Mặt phẳng (KAB) cắt cạnh SD tại điểm P , khi đó tỉ số $\frac{SP}{PD} = \frac{1}{2}$.
d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (KBD) là KO .

Câu 3. Cho phương trình $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$.

- a)** Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{6}$.
b) Phương trình có hai họ nghiệm $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$, $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.
c) Phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.
d) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 4. Hằng ngày, Mặt Trời chiếu sáng làm bóng của một cột ăng-ten truyền hình cao 50 m in trên mặt đất. Độ dài bóng của cột ăng-ten này được mô hình hóa bởi công thức

$$S(t) = 50 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|,$$

trong đó S được tính bằng mét (m), t là số giờ tính từ 6 giờ sáng ($0 < t < 12$).

- Trong khoảng thời gian từ 12 giờ trưa đến 6 giờ tối, độ dài bóng của cột ăng-ten tăng dần.
- Trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 6 giờ tối, có đúng hai thời điểm mà độ dài bóng của cột ăng-ten bằng $\frac{50\sqrt{3}}{3}$ m.
- Lúc 9 giờ sáng, độ dài bóng của cột ăng-ten là 50 m.
- $S(t) = S(12 - t)$ với mọi $t \in (0; 12)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Nhiệt độ ngoài trời tại một thành phố trong ngày được ghi nhận đạt mức cao nhất là 35°C vào lúc 14 giờ và mức thấp nhất là 23°C vào lúc 2 giờ sáng. Kỹ sư khí tượng dùng mô hình hàm lượng giác $h(t) = A \sin \left[\frac{\pi}{12}(t - 8) \right] + B$ để mô phỏng nhiệt độ (độ C) tại thời điểm t (giờ, $0 \leq t \leq 24$). Tìm nhiệt độ ngoài trời vào lúc 11 giờ (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 2. Cho biểu thức $A = \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$. Rút gọn biểu thức A ta thu được kết quả là $A = m \cos x$. Tính m^2

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Biết $AB \parallel CD$ và $AB = 3CD$. Gọi N là trung điểm cạnh SB và P là giao điểm của đường thẳng DN với mặt phẳng (SAC) . Tính tỉ số $\frac{PO}{PS}$ (viết kết quả ở dạng số thập phân).

Câu 4. Một chiếc đu quay có bán kính $R = 12$ m. Tâm của vòng quay ở độ cao 15 m so với mặt đất. Vòng quay quay đều với tốc độ một vòng hết 16 phút. Khi vòng quay hoạt động, quan sát một cabin ban đầu ở vị trí thấp nhất, sau t (phút), chiều cao h (đơn vị m) của cabin đó so với mặt đất được tính theo công thức:

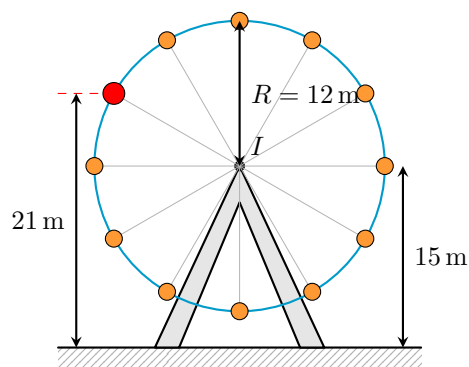
$$h(t) = -12 \cos \left(\frac{\pi t}{8} \right) + 15$$

Sau $\frac{a}{b}$ phút ($a, b \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) kể từ khi bắt đầu quay, cabin sẽ ở độ cao 21 m lần đầu tiên. Tính $a + b$.

Câu 5. Cho phương trình lượng giác $\cos 5x = \cos x$. Trên đường tròn lượng giác, có bao nhiêu điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho?

Câu 6. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\cos x = \frac{m}{2027}$ có nghiệm?

———— HẾT ————



ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI & TOANMATH.com](#)

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1.

Số đo radian của góc 108° là $108 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{3\pi}{5}$ rad.

Chọn đáp án D.

Câu 2.

Hình chóp ngũ giác $S.ABCDE$ có đáy là đa giác 5 cạnh nên có 5 mặt bên.

Chọn đáp án D.

Câu 3.

Trong tam giác SBD , M là trung điểm của SB và N là trung điểm của SD . Do đó MN là đường trung bình của tam giác SBD , suy ra $MN \parallel BD$.

Chọn đáp án B.

Câu 4.

Điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ nằm trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác α . Tung độ của điểm

M bằng $\sin \alpha$, suy ra $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

Chọn đáp án B.

Câu 5.

Trong tứ diện $ABCD$, hai đường thẳng AB và CD không cùng thuộc một mặt phẳng nên chúng chéo nhau.

Chọn đáp án A.

Câu 6.

Tập giá trị của hàm số $\sin$ là đoạn $[-1;1]$. Vì $-\frac{5}{3} < -1$ nên phương trình $\sin x = -\frac{5}{3}$ vô nghiệm.

Chọn đáp án D.

Câu 7.

Điểm N thuộc cạnh SD với N khác S . Các mặt phẳng (SAD) , (SBD) , (SCD) đều chứa cạnh SD nên đều chứa điểm N . Mặt phẳng (SBC) chỉ có điểm chung duy nhất với đoạn SD là đỉnh S , do đó N không thuộc mặt phẳng (SBC) .

Chọn đáp án B.

Câu 8.

Áp dụng công thức cộng cosin:

$$P = \cos 3x \cos x + \sin 3x \sin x = \cos(3x - x) = \cos 2x.$$

Chọn đáp án C.

Câu 9.

Điều kiện xác định của hàm số là $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án D.

Câu 10.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$, nhận giá trị lớn nhất bằng 2, giá trị nhỏ nhất bằng -2 và tuần hoàn với chu kỳ 2π . Đây là đồ thị của hàm số $y = 2 \cos x$.

Chọn đáp án C.

Câu 11.

Áp dụng công thức nhân đôi $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$, suy ra $P = 1 - \cos 2a = 2 \sin^2 a$.

Chọn đáp án A.

Câu 12.

Ta có $\tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án B.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1.

Cho $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$.

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{5}{13}.$$

a) Đúng. Ta có $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(-\frac{12}{13}\right)^2 - 1 = \frac{119}{169}$.

b) Đúng. Áp dụng công thức cộng:

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\alpha \cos\frac{\pi}{3} + \cos\alpha \sin\frac{\pi}{3} = \frac{5}{13} \cdot \frac{1}{2} + \left(-\frac{12}{13}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5-12\sqrt{3}}{26}.$$

c) Đúng. Ta có $\sin\alpha = \frac{5}{13}$.

d) Sai. Ta có $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha = 2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{120}{169} < 0$.

Câu 2.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . K là trung điểm của SC , G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác SBC và tam giác ABC .

a) Đúng. Trong tam giác SAC , O là trung điểm của AC và K là trung điểm của SC nên KO là đường trung bình, suy ra $KO \parallel SA$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , ta có $\frac{MG_1}{MS} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3}$, theo định lý Ta-lét đảo suy ra $G_1G_2 \parallel SA$. Vậy ba đường thẳng KO , SA , G_1G_2 đôi một song song với nhau.

b) Đúng. Hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có điểm chung S và lần lượt chứa hai đường thẳng song song $AD \parallel BC$. Do đó giao tuyến của chúng là đường thẳng đi qua S và song song với AD .

c) Sai. Trong mặt phẳng (SCD) , giao tuyến của mặt phẳng (KAB) với mặt phẳng (SCD) đi qua K và song song với $AB \parallel CD$, cắt cạnh SD tại P . Do $KP \parallel CD$ và K là trung điểm của SC nên KP là đường trung bình của tam giác SCD , suy ra P là trung điểm của SD , dẫn tới $\frac{SP}{PD} = 1$.

d) Đúng. Điểm K thuộc $SC \subset (SAC)$ và thuộc mặt phẳng (KBD) . Điểm $O = AC \cap BD$ là điểm chung thứ hai giữa (SAC) và (KBD) . Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng này là đường thẳng KO .

Câu 3.

Phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$.

a) Sai. Phương trình tương đương với $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$.

b) Đúng. Nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

c) Đúng. Các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ là $x = \frac{\pi}{3}$ và $x = \frac{2\pi}{3}$, tức là có đúng hai nghiệm.

d) Sai. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 4.

Độ dài bóng được mô hình hóa bởi $S(t) = 50 \left| \cot \left(\frac{\pi}{12} t \right) \right|$ với $0 < t < 12$.

a) Đúng. Khoảng thời gian từ 12 giờ trưa đến 6 giờ tối ứng với $6 < t < 12$. Khi đó $\frac{\pi}{12} t \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$, giá trị $\cot \left(\frac{\pi}{12} t \right)$ mang dấu âm và giảm dần từ 0 về $-\infty$, do đó độ lớn $\left| \cot \left(\frac{\pi}{12} t \right) \right|$ tăng dần từ 0 lên $+\infty$, nghĩa là độ dài bóng tăng dần.

b) Đúng. Ta có $S(t) = \frac{50\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \left| \cot \left(\frac{\pi}{12} t \right) \right| = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Vì góc $\frac{\pi}{12} t \in (0; \pi)$ nên phương trình có hai nghiệm: $\frac{\pi}{12} t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = 4$ (lúc 10 giờ sáng) và $\frac{\pi}{12} t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t = 8$ (lúc 14 giờ chiều).

c) Đúng. Lúc 9 giờ sáng ứng với $t = 3$. Ta có $S(3) = 50 \left| \cot \left(\frac{3\pi}{12} \right) \right| = 50 \cot \frac{\pi}{4} = 50 \text{ m}$.

d) Đúng. Với mọi $t \in (0; 12)$, ta có:

$$S(12-t) = 50 \left| \cot \left(\frac{\pi}{12} (12-t) \right) \right| = 50 \left| \cot \left(\pi - \frac{\pi}{12} t \right) \right| = 50 \left| -\cot \left(\frac{\pi}{12} t \right) \right| = S(t).$$

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1.

Hàm số nhiệt độ có dạng $h(t) = A \sin \left[\frac{\pi}{12} (t-8) \right] + B$.

Tại thời điểm $t = 14$, nhiệt độ đạt mức cao nhất bằng 35°C nên:

$$A \sin \left[\frac{\pi}{12} (14-8) \right] + B = 35 \Leftrightarrow A \sin \frac{\pi}{2} + B = 35 \Leftrightarrow A + B = 35.$$

Tại thời điểm $t = 2$, nhiệt độ đạt mức thấp nhất bằng 23°C nên:

$$A \sin \left[\frac{\pi}{12} (2-8) \right] + B = 23 \Leftrightarrow A \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) + B = 23 \Leftrightarrow -A + B = 23.$$

Giải hệ phương trình ta được $A = 6$ và $B = 29$.

Nhiệt độ ngoài trời lúc 11 giờ ứng với $t = 11$:

$$h(11) = 6 \sin \left[\frac{\pi}{12} (11-8) \right] + 29 = 6 \sin \frac{\pi}{4} + 29 = 3\sqrt{2} + 29 \approx 33.24^\circ \text{C}.$$

Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị thu được 33.

Câu 2.

Khai triển theo công thức cộng:

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x.$$

$$\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x.$$

Cộng hai biểu thức trên lại, ta có:

$$A = \sqrt{2} \cos x.$$

Suy ra $m = \sqrt{2}$, do đó $m^2 = 2$.

Câu 3.

Trong hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $AB = 3CD$. Do hai tam giác OAB và OCD đồng dạng

$$\text{nên } \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD} = 3 \Rightarrow OB = 3OD.$$

Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO .

Trong mặt phẳng (SBD) , đường thẳng DN cắt SO tại điểm P , nên P chính là giao điểm của DN với mặt phẳng (SAC) .

Từ N kẻ đường thẳng song song với SO , cắt đoạn BD tại H .

Vì N là trung điểm của SB và $NH \parallel SO$ nên NH là đường trung bình của tam giác SOB , suy ra

$$H \text{ là trung điểm của } OB \text{ và } NH = \frac{1}{2} SO.$$

Coi độ dài đoạn OD là 1 đơn vị thì $OB = 3$ đơn vị.

$$\text{Khi đó } OH = \frac{OB}{2} = 1.5 \text{ đơn vị, suy ra } DH = DO + OH = 1 + 1.5 = 2.5 \text{ đơn vị.}$$

Trong tam giác DNH , do $PO \parallel NH$, áp dụng định lý Ta-lét ta có:

$$\frac{PO}{NH} = \frac{DO}{DH} = \frac{1}{2.5} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Suy ra } PO = \frac{2}{5} NH = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} SO = \frac{1}{5} SO.$$

Độ dài đoạn PS là $PS = SO - PO = \frac{4}{5}SO$.

Vậy tỉ số cần tìm là $\frac{PO}{PS} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{5}} = \frac{1}{4} = 0.25$.

Câu 4.

Độ cao của cabin bằng 21 m khi:

$$-12 \cos\left(\frac{\pi t}{8}\right) + 15 = 21 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{8}\right) = -\frac{1}{2}.$$

Thời điểm đầu tiên kể từ khi bắt đầu quay ứng với nghiệm dương nhỏ nhất:

$$\frac{\pi t}{8} = \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow t = \frac{16}{3} \text{ phút}.$$

Vì $\frac{16}{3}$ là phân số tối giản nên $a = 16$ và $b = 3$.

Vậy $a + b = 16 + 3 = 19$.

Câu 5.

Ta có $\cos 5x = \cos x \Leftrightarrow \cos 5x - \cos x = 0 \Leftrightarrow -2 \sin 3x \sin 2x = 0$.

Phương trình tương đương với $\sin 3x = 0$ hoặc $\sin 2x = 0$.

Trường hợp 1: $\sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$). Trên đường tròn lượng giác có 6 điểm biểu diễn: $0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$.

Trường hợp 2: $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). Trên đường tròn lượng giác có 4 điểm biểu diễn: $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$.

Hai họ nghiệm có chung 2 điểm biểu diễn là 0 và π .

Số điểm biểu diễn tất cả các nghiệm phân biệt trên đường tròn lượng giác là $6 + 4 - 2 = 8$.

Câu 6.

Phương trình $\cos x = \frac{m}{2027}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

$$-1 \leq \frac{m}{2027} \leq 1 \Leftrightarrow -2027 \leq m \leq 2027.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên số giá trị nguyên của m là $2027 - (-2027) + 1 = 4055$.

----- **HẾT** -----

Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 11
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-11>