

LÊ BÁ BẢO

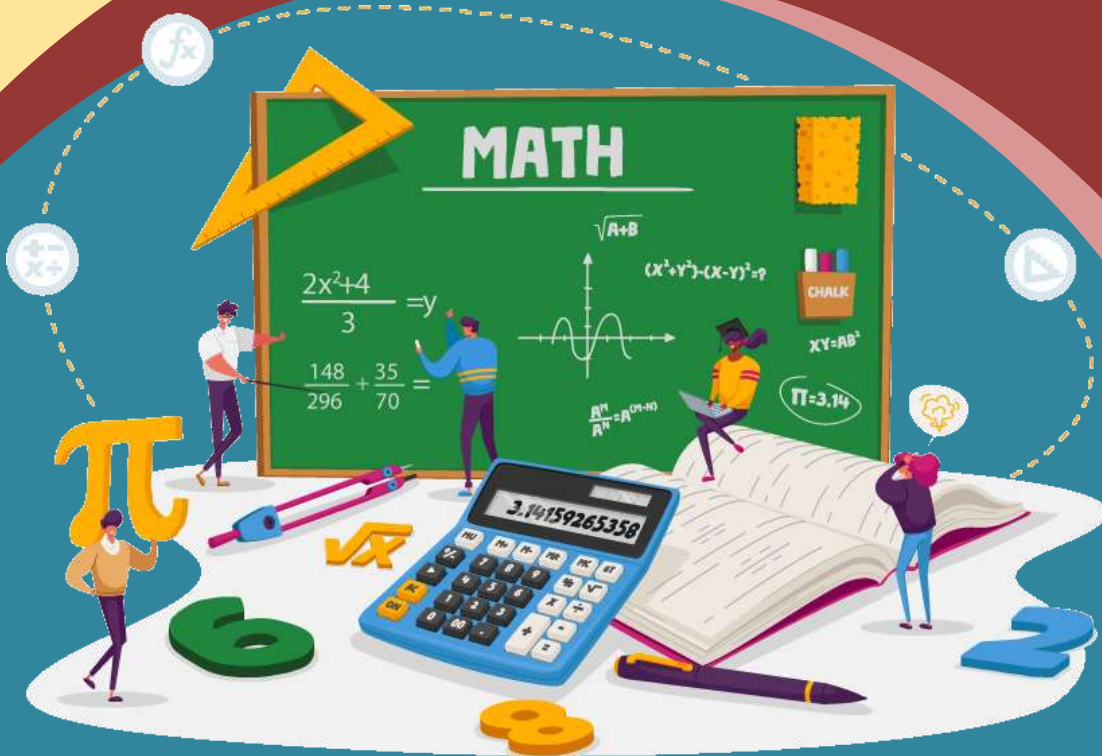
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 12

KHẢO SÁT HÀM SỐ

BỘ ĐỀ ÔN TẬP THEO TỪNG CHỦ ĐỀ

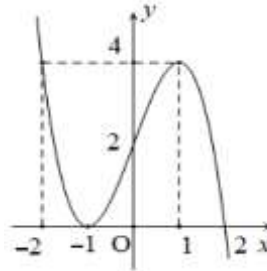
- ✎ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✎ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



ĐỀ ÔN TẬP: TÍNH ĐƠN ĐIỀU - CB

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (a; b)$.
 B. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm nghịch biến trên $(a; b)$.
 C. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm đồng biến trên $(a; b)$.
 D. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.
- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



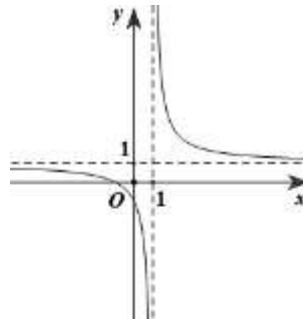
Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 4)$. D. $(-1; 1)$.
- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			1		$+\infty$	
	$-\infty$		$-\infty$		2	$+\infty$

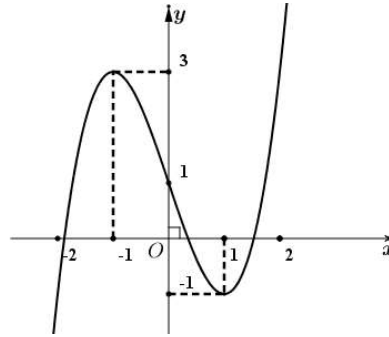
Hỏi hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-3; 1)$.
- Câu 4.** Biết hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây và m là số thực cho trước. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (-1; +\infty)$. C. $m \in [0; +\infty)$. D. $m \in (0; +\infty)$.
- Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2; 1]$ và thỏa mãn $f(-2) = 1$; $f(0) = 2$; $f(1) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $2 < f(-1) < 3$. B. $1 < f(-1) < 2$. C. $f(-1) > 3$. D. $f(-1) < 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới:



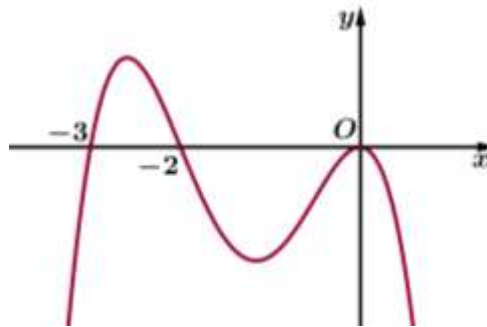
Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 3)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên K . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.
 B. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .
 C. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .
 D. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K .

Câu 8. Hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới :



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 10. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-3; 0)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$, trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

- C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 12. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^3 + 3x$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Câu 14. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = x^3 + x^2 - 5x$. B. $y = \frac{x-5}{x+1}$. C. $y = \tan x$. D. $y = x^3 + x^2 + 5x$.

Câu 15. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2x^2 + 5$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 9x$. C. $y = -x^3 - x^2$. D. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Câu 16. Cho các hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 1$; $y = x^3 + x^2 + 5x + 1$; $y = \frac{x-1}{x+2}$; $y = x^2 + x + 1$. Trong các hàm số đã cho, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x+2)(1-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

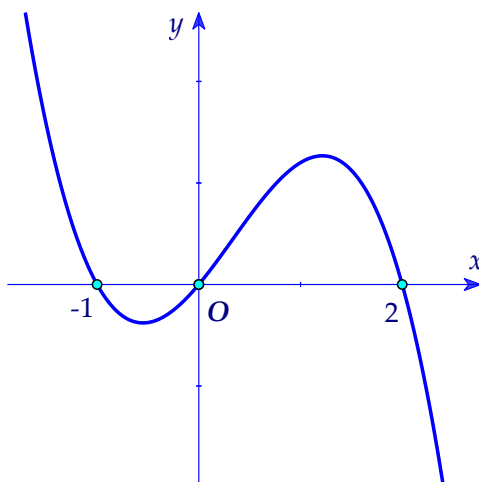
Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(0; 2)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(3; 5)$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có biểu thức đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2-2x+2)$ đồng biến trên các khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 21. Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(3-2x)$ được cho như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; 5)$. D. $(5; +\infty)$.

Câu 22. Tập hợp S tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

- A. $S = (-1; +\infty)$. B. $S = [-1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; -1)$. D. $S = (-\infty; 1)$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m \geq 0$. B. $m \leq -3$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq -3$.

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 25. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 5m + 1$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

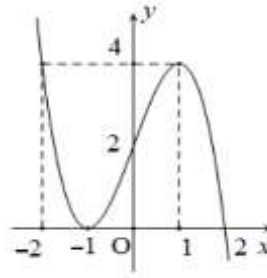
- A. 17. B. 8. C. 13. D. 9.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (a; b)$.
 B. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm nghịch biến trên $(a; b)$.
 C. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm đồng biến trên $(a; b)$.
D. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 4)$. **D. $(-1; 1)$.**

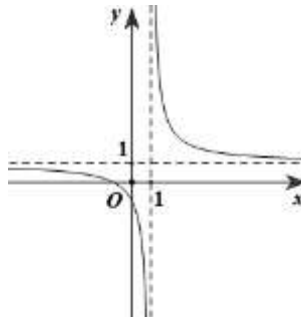
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-3		0		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$			1		$+\infty$		2	$+\infty$

Hỏi hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. **C. $(-2; 0)$.** D. $(-3; 1)$.

Câu 4. Biết hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây và m là số thực cho trước. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (-1; +\infty)$. C. $m \in [0; +\infty)$. **D. $m \in (0; +\infty)$.**

Lời giải:

Ta có $y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}$, $\forall x \neq 1$

Dạng đồ thị đi xuống thì $y' < 0 \Leftrightarrow m > -1, \forall x \neq 1$.

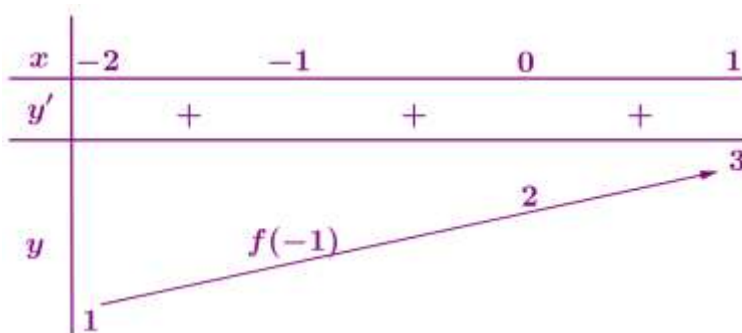
Giao Ox tại $(0; -m)$, nằm bên trái trục Oy nên $m > 0$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2; 1]$ và thỏa mãn $f(-2) = 1; f(0) = 2; f(1) = 3$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2 < f(-1) < 3$. B. $1 < f(-1) < 2$. C. $f(-1) > 3$. D. $f(-1) < 1$.

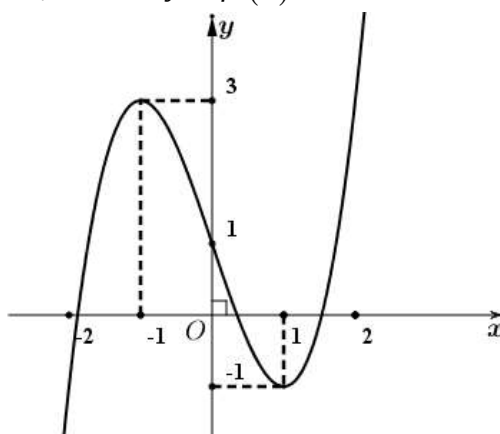
Lời giải:



Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ như trên

Từ đó ta thấy $1 < f(-1) < 2$ do đó **Chọn B** đúng, các **Chọn C** còn lại đều sai.

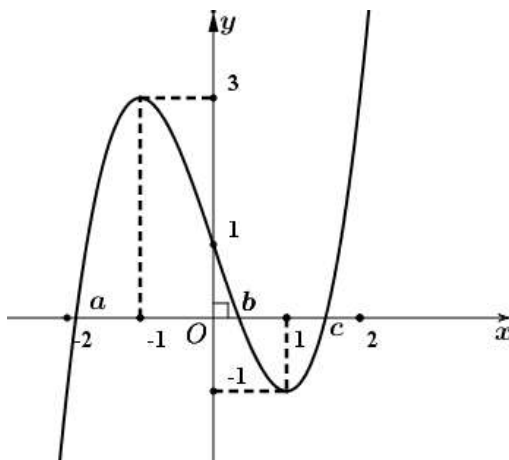
Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới:



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 3)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải:



Từ đồ thị suy ra $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (a; b) \cup (c; +\infty)$ với $a < -1; b \in (0; 1); c \in (1; 2)$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên K . Khẳng định nào sau đây **sai**?

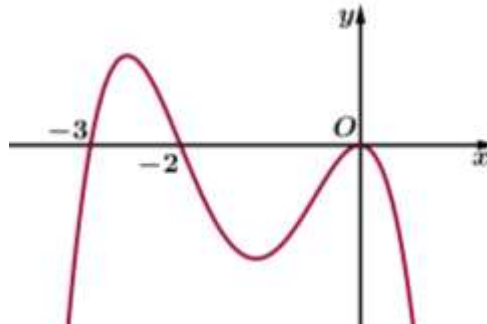
A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.

B. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .

C. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .

D. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K .

Câu 8. Hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới :



Mệnh đề nào sau đây đúng?

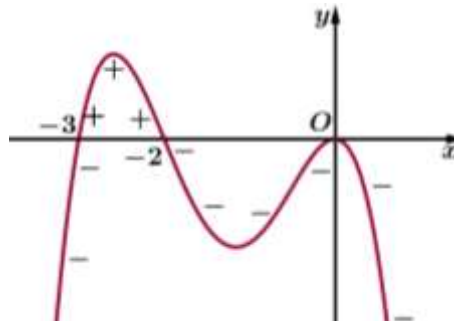
A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Lời giải:



Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải:

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}, y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Câu 10. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-3;0)$.

B. $(-1;0)$.

C. $(0;+\infty)$.

D. $(0;1)$.

Lời giải:

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				0		1		$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$, trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = (-\infty;1) \cup (1;+\infty)$.

Ta có: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 12. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3}{2};4\right)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = (-\infty;-1] \cup [4;+\infty)$.

$y' = \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x-4}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \notin D$

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
y'		$-$				$+$	

Kết luận:

Hàm số đồng biến trên khoảng: $(4;+\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng: $(-\infty;-1)$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = x^3 + 3x$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Lời giải:

Nhận xét $y = x^3 + 3x$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 14. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = x^3 + x^2 - 5x$.

B. $y = \frac{x-5}{x+1}$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = x^3 + x^2 + 5x$.

Lời giải:

Hàm số $y = x^3 + x^2 + 5x$ có $y' = 3x^2 + 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên nó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 15. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 2x^2 + 5$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 9x$.

C. $y = -x^3 - x^2$.

D. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Lời giải:

Xét hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 9x + 2 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x - 9$

Ta thấy $y' = -3(x^2 - 2x + 3) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 9x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 16. Cho các hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 1$; $y = x^3 + x^2 + 5x + 1$; $y = \frac{x-1}{x+2}$; $y = x^2 + x + 1$. Trong các hàm số đã cho, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải:

Dựa vào tính chất hàm số ta loại $y = x^4 + 3x^2 + 1$; $y = \frac{x-1}{x+2}$; $y = x^2 + x + 1$.

Xét hàm số $y = x^3 + x^2 + 5x + 1$.

Ta có $D = \mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 + 2x + 5 = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{14}{3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y = x^3 + x^2 + 5x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy trong các hàm số đã cho, chỉ có 1 hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = -x + 1 > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x+2)(1-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 3)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải:

$$f'(x) = x^2(x+2)(1-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$					$-\infty$

$f(-2)$ $f(1)$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty) \supset (2; 3)$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 3)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(5; +\infty)$.

D. $(3; 5)$.

Lời giải:

Ta có: $y' = -2f'(5-2x)$.

Để hàm số nghịch biến thì: $y' \leq 0$.

$$\Leftrightarrow -2f'(5-2x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 5-2x \leq -1 \\ 5-2x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 4 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có biểu thức đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2-2x+2)$ đồng biến trên các khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } g'(x) &= (2x-2)f'(x^2-2x+2) = (2x-2)(x^2-2x+2-1)^2(x^2-2x+2)(x^2-2x+2-2) \\ &= (2x-2)(x^2-2x+1)^2(x^2-2x+2)x(x-2) \end{aligned}$$

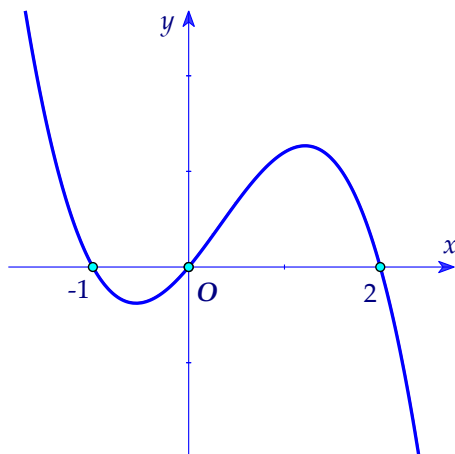
Phương trình có các nghiệm bội lẻ là: $x \in \{0; 1; 2\}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$							$+\infty$

Vậy hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 21. Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(3-2x)$ được cho như hình vẽ bên dưới :



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(1; 5)$.

D. $(5; +\infty)$.

Lời giải:

Ta có: $f'(3-2x) = ax(x-1)(x-2)$ ($a < 0$).

Với $x = 0$ thì $f'(3) = 0$.

Với $x = 1$ thì $f'(1) = 0$.

Với $x = 2$ thì $f'(-1) = 0$.

Suy ra: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Với $x = -\frac{1}{2}$ thì $f'(4) > 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$					

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$.

Câu 22. Tập hợp S tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

A. $S = (-1; +\infty)$.

B. $S = [-1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; -1)$.

D. $S = (-\infty; 1)$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$f(x) = \frac{x-m}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{1+m}{(x+1)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Vậy $S = (-1; +\infty)$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $m \geq 0$.

B. $m \leq -3$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \geq -3$.

Lời giải:

Ta có $y' = -3x^2 + 6x + m$.

Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 6x + m \leq 0, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x, \forall x \in (0; +\infty)$$

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 - 6x$ trên $(0; +\infty)$.

Ta lại có $g'(x) = 6x - 6$.

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		- 0 +	
$g(x)$	0	$\searrow$ -3 $\nearrow$	$+\infty$

Do đó $\min_{(0; +\infty)} g(x) = -3$.

Vậy $m \leq -3$ thì hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải:

Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$ và $y' = \frac{m^2 - 9}{(x+m)^2}$.

Để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty) \Leftrightarrow y' = \frac{m^2 - 9}{(x+m)^2} < 0, \forall x \in (1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ -m \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ -m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1; 2\}$. Vậy có bốn giá trị nguyên của tham số m .

Câu 25. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 5m + 1$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 17.

B. 8.

C. 13.

D. 9.

Lời giải:

Ta có $y' = x^2 - mx + 2m$, $\Delta = m^2 - 8m$.

Nếu $\Delta \leq 0$ thì $y' \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Do đó, hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nếu $\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 8 \end{cases}$ thì $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (*), khi đó ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

Hàm số y nghịch biến trên một khoảng có độ dài đúng bằng 3 khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 3$.

$$|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9 \Leftrightarrow m^2 - 8m - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = -1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $S = \{9; -1\}$. Suy ra tổng tất cả các phần tử của S bằng 8.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 10 tháng 6 năm 2023

ĐỀ ÔN TẬP: CỰC TRI HÀM SỐ - CB

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A.** $x = x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số thì hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$.
B. Nếu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$ thì hàm số không có cực trị.
C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = x_0$ thì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua x_0 .
D. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = x_0$ thì $f'(x_0) = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Xét các mệnh đề sau:

- (1) Nếu $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$
- (2) Nếu $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$
- (3) Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0 \in (a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.
- (4) Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 \in (a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a; x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0; b)$.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 3. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới:

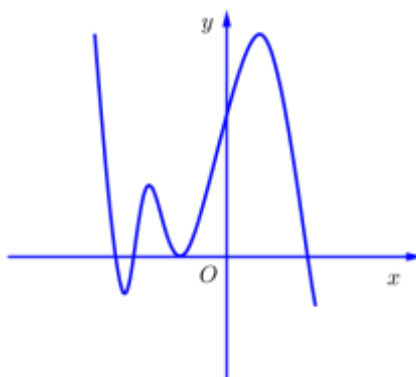
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'		$+$	$+$	0	$-$
y					

The graph shows a cubic function $y = x^3 - 3x^2 + 2x$. The x-axis is marked with $-\infty$, -1 , 1 , and $+\infty$. The y-axis is marked with $-\infty$, 0 , and $+\infty$. The curve has a local maximum at $(-1, 2)$ and a local minimum at $(1, 0)$. The curve passes through the origin $(0, 0)$ and approaches $-\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$. The curve is increasing on the intervals $(-\infty, -1)$ and $(1, +\infty)$, and decreasing on the interval $(-1, 1)$.

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. **B.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** $f(x)$ có cực đại bằng 0.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên dưới:



Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

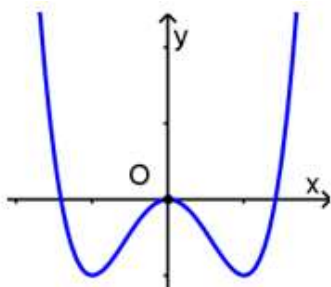
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					
	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

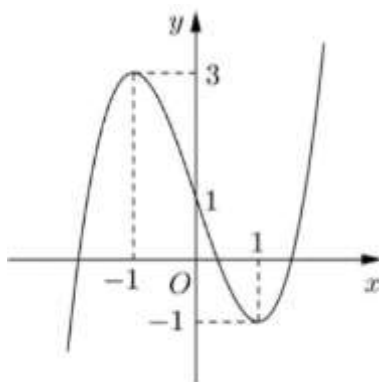
- A. 0. B. -5. C. 3. D. 2.

Câu 6. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?



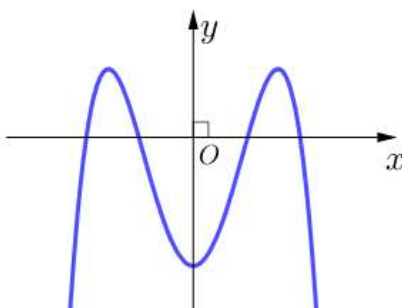
- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 7. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

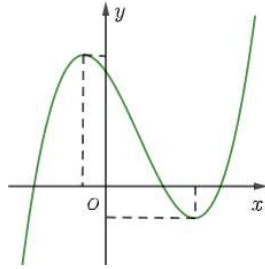
Câu 8. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0$. C. $a < 0, b < 0, c < 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 9. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
 B. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
 C. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.
 D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 12x + 1$. Điểm cực tiểu của hàm số là

- A. $x = 2$.
 B. $x = -15$.
 C. $x = 13$.
 D. $x = -2$.

Câu 11. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ là

- A. 1.
 B. $\frac{3}{4}$.
 C. 0.
 D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$. Khi đó, $y_{CT} - y_{CD}$ bằng

- A. $4 - 2m$.
 B. $2m - 4$.
 C. -4 .
 D. 4.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 25)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.
 B. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -5$.
 C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 5$.
 D. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4.
 B. 2.
 C. 5.
 D. 3.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)^2(3-x)(x^2-x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu cực tiểu?

- A. 1
 B. 3
 C. 0
 D. 2.

Câu 16. Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.
 B. 2.
 C. 0.
 D. 1.

Câu 17. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào **không** có cực trị?

- A. $y = 2x^3 - x$.
 B. $y = -2x^3 - 3x$.
 C. $y = 3x^3 - 2x$.
 D. $y = -3x^3 + 2x$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có cực trị?

- A. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.
 B. $y = 2x - 1$.
 C. $y = x^3 + 2x$.
 D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 19. Hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

- A. $y = x^3 + 2x^2 - 3$.
 B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
 C. $y = 2x^2 - 3$.
 D. $y = \frac{x-2}{x+3}$.

Câu 20. Hàm số nào dưới đây có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu?

- A. $y = -x^4 - x^2$. B. $y = x^4 + x^2$. C. $y = x^4 - x^2$. D. $y = -x^4 + x^2$.

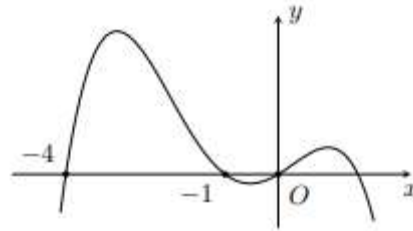
Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

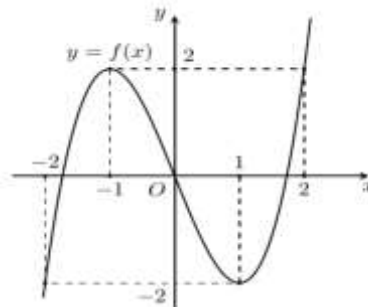
Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị có 3 điểm cực trị như hình dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x + 2)$ là

- A. 5. B. 9. C. 11. D. 7.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ là

- A. 5. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 24. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt giá trị cực đại tại $x = 1$ là

- A. $\{2\}$. B. $\{0; 3\}$. C. $\{3\}$. D. $\{0\}$.

Câu 25. Giả sử các số a, b, c thỏa mãn đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0; 1)$ và có điểm cực trị là $B(-2; 0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b + c$.

- A. 22. B. 24. C. 20. D. 23.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu

- A. $m \geq \frac{3}{2}$. B. $m < \frac{3}{2}$. C. $m \leq \frac{3}{2}$. D. $m > \frac{3}{2}$.

- Câu 27.** Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.
- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.
- Câu 28.** Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $m_0 \in (-4; -2)$. B. $m_0 \in (2; 4)$. C. $m_0 \in (0; 2)$. D. $m_0 \in (-2; 0)$.
- Câu 29.** Tìm m để đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lập thành tam giác đều.
- A. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = 1$. C. $m = \sqrt[3]{3}$. D. $m = \sqrt{3}$.
- Câu 30.** Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - (3m + 1)x^2 + 2m + 2$ (C). Có bao nhiêu giá trị của tham số m thì đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị A, B, C sao cho tam giác ABC nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm?
- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 17 tháng 6 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A.** $x = x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số thì hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$.
B. Nếu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$ thì hàm số không có cực trị.
C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = x_0$ thì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua x_0 .
D. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = x_0$ thì $f'(x_0) = 0$.

Lời giải:

Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = x_0$ thì $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Xét các mệnh đề sau:

- (1) Nếu $f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a; b)$
 (2) Nếu $f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a; b)$
 (3) Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.
 (4) Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a; x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0; b)$.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải:

Mệnh đề (4) sai.

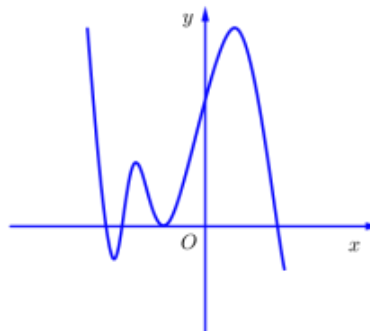
Câu 3. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+	+	0	-
y	$-\infty$	$+\infty$	0	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. **B.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** $f(x)$ có cực đại bằng 0.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên dưới:



Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải:

x	$-\infty$	a	b	c	d	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+	0	-
y								

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

$-\infty$ $\nearrow$ 2 $\searrow$ -5 $\nearrow$ $+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

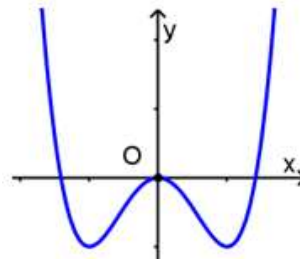
A. 0.

B. -5.

C. 3.

D. 2.

Câu 6. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?



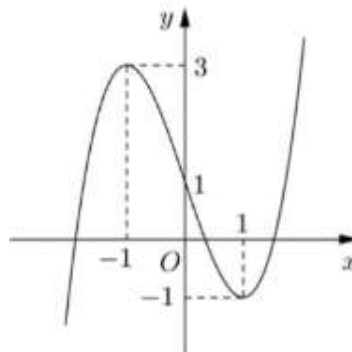
A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 7. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

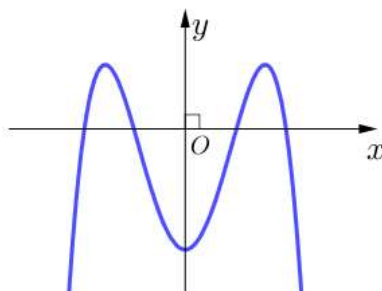
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải:

Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ và cắt Oy tại $(0;1)$.

Câu 8. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0$. C. $a < 0, b < 0, c < 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải:

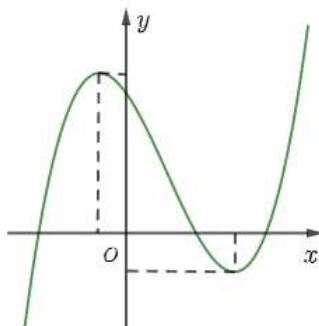
Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

+ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

+ Hàm số có 3 cực trị nên $a.b < 0 \Rightarrow b > 0$.

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Câu 9. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$. D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải:

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ theo hình vẽ:

- Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0, d)$ nằm phía trên trục hoành nên $d > 0$;

- Hàm số có hai cực trị trái dấu nên $ac < 0$ mà $a > 0$, do đó $c < 0$.

- Điểm uốn của đồ thị có hoành độ dương nên $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{2b}{6a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$. Do $a > 0$ nên $b < 0$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 12x + 1$. Điểm cực tiểu của hàm số là

- A. $x = 2$. B. $x = -15$. C. $x = 13$. D. $x = -2$.

Lời giải:

Ta có: $y' = 3x^2 - 12$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu y' suy ra điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$.

Câu 11. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ là

- A.** 1. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{3}{4}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4} \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4} \\ x = 0 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Vậy giá trị cực đại của hàm số là 1.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$. Khi đó, $y_{CT} - y_{CD}$ bằng

- A.** $4 - 2m$. **B.** $2m - 4$. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải:

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = m \\ x = 2 \Rightarrow y = -4 + m \end{cases}$$

Khi đó giá trị cực tiểu $y_{CT} = m - 4$ và giá trị cực đại $y_{CD} = m$ nên $y_{CT} - y_{CD} = -4$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 25)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu. **B.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -5$.
C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 5$. **D.** Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 25) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \\ x = -5 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-5	0	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -5$ và đạt cực tiểu tại $x = 5$.

Do vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải:

Từ bảng trên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi $x = \pm 2$ và $x = 1$. Nhưng $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)^2(3-x)(x^2-x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu cực tiểu?

A. 1

B. 3

C. 0

D. 2.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(3-x)(x^2-x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \\ x=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta suy ra hàm số có một cực tiểu.

Câu 16. Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có } y = \frac{2x+3}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \in D.$$

Vậy hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 17. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào **không** có cực trị?

A. $y = 2x^3 - x$.

B. $y = -2x^3 - 3x$.

C. $y = 3x^3 - 2x$.

D. $y = -3x^3 + 2x$.

Lời giải:

Xét hàm số: $y = 2x^3 - x$ ta có $y' = 6x^2 - 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{6}$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Loại đáp án **A**.

Xét hàm số: $y = -2x^3 - 3x$ ta có $y' = -6x^2 - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có cực trị?

A. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.

B. $y = 2x - 1$.

C. $y = x^3 + 2x$.

D. $y = x^3 - 3x$.

Lời giải:

+ Xét hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ có $y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \neq \frac{1}{2}$. Hàm số không có cực trị.

+ Xét hàm số $y = 2x - 1$ có $y' = 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số không có cực trị.

+ Xét hàm số $y = x^3 + 2x$ có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số không có cực trị.

+ Xét hàm số $y = x^3 - 3x$ có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$, ta thấy y' đổi dấu qua $x = 1$ và $x = -1$.

Vậy hàm số đạt cực trị tại $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 19. Hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

A. $y = x^3 + 2x^2 - 3$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = 2x^2 - 3$.

D. $y = \frac{x-2}{x+3}$.

Lời giải:

Xét hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Ta có $y' = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Ta thấy y' đổi dấu khi đi qua 3 điểm này nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 20. Hàm số nào dưới đây có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu?

A. $y = -x^4 - x^2$.

B. $y = x^4 + x^2$.

C. $y = x^4 - x^2$.

D. $y = -x^4 + x^2$.

Lời giải:

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a; b; c \in \mathbb{R})$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Dựa vào bảng xét dấu $y = f'(x)$ có 3 nghiệm là $x = -2; x = 1; x = 2$, các nghiệm $x = -2; x = 2$ là nghiệm đơn và $x = 1$ là nghiệm kép $\Rightarrow f'(x) = a(x+2)(x-1)^2(x-2), (a < 0)$

Xét hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 2x \cdot f'(x^2 - 2), y' = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot [a(x^2 - 2 + 2)(x^2 - 2 - 1)^2(x^2 - 2 - 2)] = 0, (a < 0)$

$\Leftrightarrow a \cdot 2x^3(x^2 - 3)^2(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

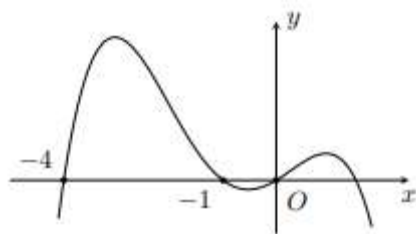
Bảng xét dấu của hàm số $y = f(x^2 - 2)$

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	0	-

Dựa vào bảng xét dấu, hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có cực đại tại $x = 2; x = -2$.

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có hai điểm cực đại.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị có 3 điểm cực trị như hình dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x + 2)$ là

A. 5.

B. 9.

C. 11.

D. 7.

Lời giải:

Ta có $g'(x) = (3x^2 - 3)f'(x^3 - 3x + 2)$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x^3 - 3x + 2 = m_1 \quad (1) \\ x^3 - 3x + 2 = m_2 \quad (2), \\ x^3 - 3x + 2 = m_3 \quad (3) \end{cases}$ với

$$m_1 \in (-4; -1); m_2 \in (-1; 0); m_3 \in (0; 1)$$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 2$, có $y' = 3x^2 - 3$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

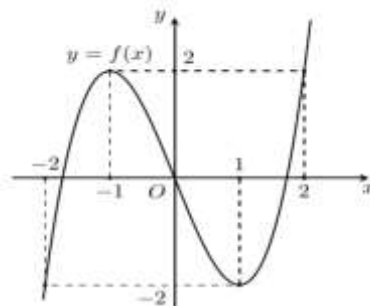
Với $m_1 \in (-4; -1) \Rightarrow (1)$ có 1 nghiệm

Với $m_2 \in (-1; 0) \Rightarrow (2)$ có 1 nghiệm

Với $m_3 \in (0; 1) \Rightarrow (3)$ có 3 nghiệm phân biệt

Vậy $g'(x) = 0$ có 7 nghiệm bội lẻ, nên có 7 điểm cực trị.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ là

A. 5.

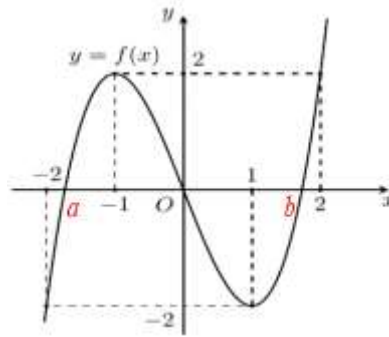
B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải:

Ta có: $g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$.



$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = 0 \\ x = b \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \text{ trong đó } \begin{cases} -2 < a < -1 \\ 1 < b < 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	a	-1	0	1	b	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$	0
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	0	4	0	4	0	$+\infty$

Vậy hàm số $y = [f(x)]^2$ có 5 điểm cực trị.

Câu 24. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt giá trị cực đại tại $x = 1$ là

A. $\{2\}$.

B. $\{0; 3\}$.

C. $\{3\}$.

D. $\{0\}$.

Lời giải:

$D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m - 1$ và $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ nên $y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$.

+ Với $m = 0$ thì $y''(1) = 2 > 0$ suy ra hàm đạt cực tiểu tại $x = 1$ (loại).

+ Với $m = 3$ thì $y''(1) = -4 < 0$ suy ra hàm đạt cực đại tại $x = 1$ (nhận).

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 25. Giả sử các số a, b, c thỏa mãn đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0; 1)$ và có điểm cực trị là $B(-2; 0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b + c$.

A. 22.

B. 24.

C. 20.

D. 23.

Lời giải:

$y' = 3x^2 + 2ax + b$

Hàm số có cực trị $a^2 - 3b > 0$

Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(0;1); B(-2;0)$ nên $\begin{cases} c=1 \\ -8+4a-2b+c=0 \end{cases}$

Hàm số đạt cực trị tại $x=-2$ do đó $12-4a+b=0$

$$\text{Vậy ta có hệ } \begin{cases} c=1 \\ -8+4a-2b+c=0 \\ 12-4a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{17}{4} \\ b=5 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow T=4a+b+c=23.$$

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+2mx+m$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu

A. $m \geq \frac{3}{2}$.

B. $m < \frac{3}{2}$.

C. $m \leq \frac{3}{2}$.

D. $m > \frac{3}{2}$.

Lời giải:

$$y=x^3-3x^2+2mx+m$$

$$y'=3x^2-6x+2m.$$

Hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu

$\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9-2.3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}.$$

Câu 27. Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4+2(m^2-m-6)x^2+m-1$ có ba điểm cực trị.

A. 5.

B. 6.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Để hàm số $y=x^4+2(m^2-m-6)x^2+m-1$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab < 0 \Leftrightarrow 2(m^2-m-6) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 3$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 28. Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1+x_2-3x_1x_2=1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_0 \in (-4; -2)$.

B. $m_0 \in (2; 4)$.

C. $m_0 \in (0; 2)$.

D. $m_0 \in (-2; 0)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y'=3x^2-6x+m; y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x+m=0(*).$$

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9-3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

$$\text{Theo định lý Vi-et ta có } \begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1.x_2=\frac{m}{3} \end{cases} \Rightarrow x_1+x_2-3x_1x_2=1 \Leftrightarrow 2-m=1 \Leftrightarrow m=1$$

$$\text{Vậy } m_0=1 \in (0; 2).$$

Câu 29. Tìm m để đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lập thành tam giác đều.

A. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$.

B. $m = 1$.

C. $m = \sqrt[3]{3}$.

D. $m = \sqrt{3}$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

Khi đó, 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 2m + m^4)$, $B(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$, $C(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$.

Tam giác ABC có $AB = AC$ nên tam giác ABC cân tại A , suy ra tam giác ABC đều $\Leftrightarrow AB = BC \Leftrightarrow \sqrt{m + m^4} = 2\sqrt{m} \Leftrightarrow m^4 + m = 4m \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt[3]{3} \\ m = 0 \end{cases}$.

Kết hợp điều kiện $m > 0$ ta được $m = \sqrt[3]{3}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - (3m+1)x^2 + 2m+2$ (C). Có bao nhiêu giá trị của tham số m thì đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị A, B, C sao cho tam giác ABC nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^3 - 2(3m+1)x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 2(3m+1)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 6m+2 \end{cases}$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì $6m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{3}$.

3 điểm cực trị là: $A(0; 2m+2)$, $B(\sqrt{6m+2}; -9m^2 - 4m + 1)$, $C(-\sqrt{6m+2}; -9m^2 - 4m + 1)$.

Để O là trọng tâm tam giác ABC khi và chỉ khi

$2m+2+2(-9m^2-4m+1) = 0 \Leftrightarrow -9m^2-3m+2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{2}{3} \\ m = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Kết hợp điều kiện $m > -\frac{1}{3}$ ta được $m = \frac{1}{3}$.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 17 tháng 6 năm 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 2: CỰC TRỊ HÀM SỐ - CB

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.
B. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số $y = f(x)$ đã cho.
C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .
D. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .

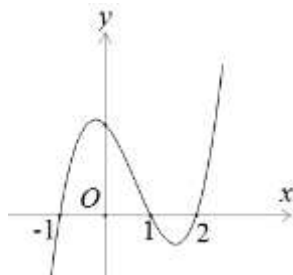
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	3	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 3. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A.** $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.** 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$	0
y	$-\infty$	2	-1	3	2

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 3.. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

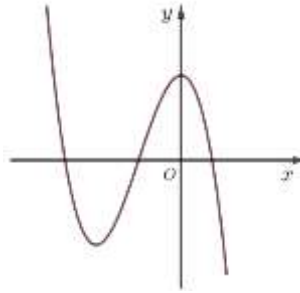
Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 7. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào **không** có cực trị?

- A. $y = -x^3 + 2x$. B. $y = 3x^3 - x$. C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = 2x^3 - 3x$.

Câu 8. Đồ thị trong hình vẽ bên dưới là một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 - 3x + 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			2		2			
	$-\infty$			1			$-\infty$	

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

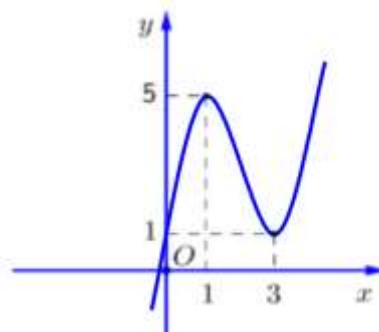
Câu 10. Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

- A. $y = 2x^4 + 4x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 5$. D. $y = -x^4 - 2x^2 - 6$.

Câu 11. Hàm số nào sau đây có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại?

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. B. $y = x^4 + x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 4$. D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
C. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$. D. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

- Câu 13.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1$. Giả sử hàm số đạt cực đại tại điểm $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$ thì giá trị biểu thức $2a - 5b$ là
A. 1. **B.** 12. **C.** -1. **D.** -8.
- Câu 14.** Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
A. 6. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}$.
- Câu 15.** Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ là
A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;-1)$.
- Câu 16.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 17.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 18.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow -3$	$\nearrow +\infty$	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2) - 2023$ là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.
- Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết bảng xét dấu y' như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

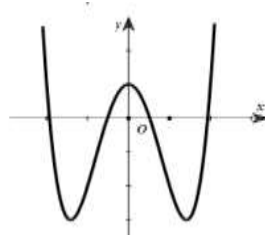
Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x - 4)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.
- Câu 20.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$
			-2					
				-2				

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f^3(x) + 3f^2(x) + 2023$ là

- A.** 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.
- Câu 21.** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b > 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a > 0, b < 0, c < 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 22. Biết đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $A\left(-1; \frac{13}{2}\right)$ và $B(2; -7)$. Tính

$$f\left(\frac{1}{2}\right).$$

- A. $-\frac{5}{4}$. B. $-\frac{3}{8}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $-\frac{7}{8}$.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = (m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + x - 1$ không có điểm cực đại?

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 3.

Câu 24. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 5$ (m là tham số) có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi chỉ khi

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -2$. C. $m = \frac{3}{2}$. D. $m = 1$.

Câu 25. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 0$. Giá trị của biểu thức $T = (m_0 - 1)^{2023} + 1$ bằng

- A. 1. B. $2^{2023} + 1$. C. 0. D. 2.

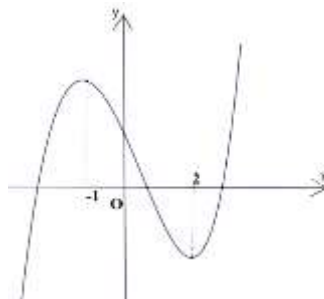
Câu 26. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m+2)x^4 + (m-3)x^2 + 2020$ có 3 cực trị là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 6.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 2023$ có đúng một điểm cực đại.

- A. $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. B. $m < 1$. C. $m \leq 0$. D. $0 \leq m \leq 1$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Giá trị của biểu thức $T = f(2) - f(0)$ bằng

- A. -10. B. 6. C. 4. D. -8.

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 4x^3 - 8x^2 - m|$ có đúng 7 điểm cực trị?

- A. 127. B. 124. C. 5. D. 2.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ và điểm $I(2; -2)$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$.

- A. $-\frac{2}{17}$. B. $\frac{20}{17}$. C. $\frac{14}{17}$. D. $\frac{4}{17}$.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 19 tháng 6 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số $y = f(x)$ đã cho.

C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .

D. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .

Lời giải:

Theo lý thuyết, ta có nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						
			</			

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 3.

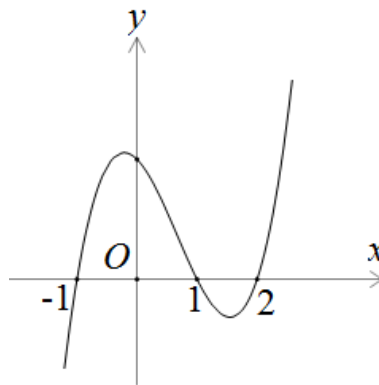
C. 1.

D. 5.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho có giá trị cực tiểu là 3.

Câu 3. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 2$.

Lời giải:

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$							

Vậy hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải:

Từ bảng xét dấu của đạo hàm ta lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

Vậy hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$	0
y	$-\infty$	2	-1	-1	3

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3..

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = 4$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải:

Từ bảng xét dấu ta thấy: vì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = -1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 7. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào **không** có cực trị?

A. $y = -x^3 + 2x$.

B. $y = 3x^3 - x$.

C. $y = x^3 + 3x$.

D. $y = 2x^3 - 3x$.

Lời giải:

Xét $y = -x^3 + 2x$ có $y' = -3x^2 + 2$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow$ hàm số $y = -x^3 + 2x$ có hai điểm cực trị.

Xét $y = 3x^3 - x$ có $y' = 9x^2 - 1$

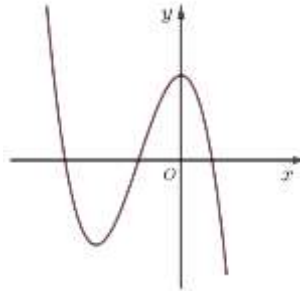
$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{3} \Rightarrow$ hàm số $y = 3x^3 - x$ có hai điểm cực trị.

Xét $y = 2x^3 - 3x$ có $y' = 6x^2 - 3$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow$ hàm số $y = 2x^3 - 3x$ có hai điểm cực trị.

Xét $y = x^3 + 3x$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \Rightarrow$ hàm số $y = x^3 + 3x$ không có cực trị.

Câu 8. Đồ thị trong hình vẽ bên dưới là một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^3 - 3x + 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.**

Lời giải:

Giả sử đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Từ đồ thị hàm số đã cho ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = -\infty$ suy ra $a < 0 \Rightarrow$ **loại phương án C.**

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đã cho có hai điểm cực trị, trong đó có một điểm cực trị bằng 0, một điểm cực trị âm.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, $f'(x) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} < 0$, mà $a < 0$ do đó $b < 0 \Rightarrow$ **loại phương án B.**

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} = 0$, do đó $c = 0 \Rightarrow$ **loại phương án A.**

Câu 9. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$-$
y			2		2	
	$-\infty$			1		$-\infty$

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.** D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải:

Bảng biến thiên đã cho của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 10. Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

A. $y = 2x^4 + 4x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. **C. $y = x^4 - 2x^2 - 5$.** D. $y = -x^4 - 2x^2 - 6$.

Lời giải:

$$y = x^4 - 2x^2 - 5 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

y' là một hàm bậc ba có ba nghiệm đơn phân biệt nên đổi dấu ba lần khi qua ba nghiệm. Do đó hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 11. Hàm số nào sau đây có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. **B.** $y = x^4 + x^2 - 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 4$. **D.** $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải:

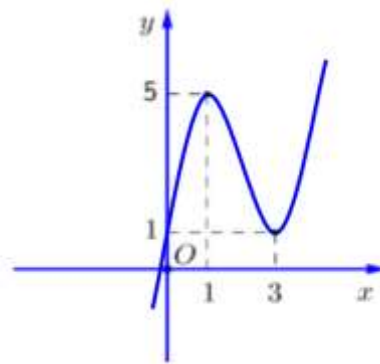
Hàm số $y = x^4 + x^2 - 1$ có $ab > 0 \Rightarrow$ hàm số có một cực trị. Do đó loại phương án $y = x^4 + x^2 - 1$.

Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có nhiều nhất 2 cực trị nên loại phương án $y = x^3 - 3x + 2$.

Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 4$ có $ab < 0, a < 0 \Rightarrow$ Hàm số có 2 cực đại, một cực tiểu. Do đó loại phương án $y = -x^4 + 2x^2 + 4$.

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ có $ab < 0, a > 0 \Rightarrow$ Hàm số có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Khi $x = 0$ thì $y = d = 1 > 0$.

Mặt khác $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Từ đó suy ra $\frac{-2b}{3a} = 4 \Rightarrow b = -6a < 0; \frac{c}{3a} = 3 \Rightarrow c = 9a > 0$.

$\Rightarrow a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1$. Giả sử hàm số đạt cực đại tại điểm $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$ thì giá trị biểu thức $2a - 5b$ là

A. 1.

B. 12.

C. -1.

D. -8.

Lời giải:

Đạo hàm $y' = x^2 - 3x + 2$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Vì đây là hàm số bậc ba với hệ số $a = \frac{1}{3} > 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$, do đó $2a - 5b = 2 \cdot 1 - 5 \cdot 2 = -8$.

Câu 14. Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A. 6. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải:

+ Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(2;-3)$

$\Rightarrow AB = \sqrt{(2-0)^2 + (-3-1)^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 15. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ là

- A. $(0;1)$. B. $(-1;0)$. C. $(1;0)$. D. $(0;-1)$.

Lời giải:

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	1	0		$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ đạt cực đại tại điểm $(0;1)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = x(x+2)^2 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$.

Ta thấy nghiệm $x = -2$ là nghiệm kép và $x = 0$ là nghiệm đơn nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu 1 lần khi qua nghiệm $x = 0$. Do vậy hàm số có điểm 1 cực trị.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2(x-1)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \text{ trong đó các nghiệm } x = 0 \text{ và } x = 1 \text{ là các} \\ x = 1 \end{cases}$

nghiệm bội lẻ do đó hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-3	$+\infty$	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2) - 2023$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải:

Ta có $y' = 2xf'(x^2)$.

$$\text{Giải } y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -2 \text{ (L)} \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng BBT:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y								

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2) - 2022$ là 3.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết bảng xét dấu y' như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x - 4)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

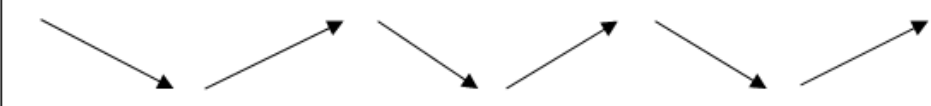
Lời giải:

Ta có $g'(x) = (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x - 4)$;

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ f'(x^2 - 2x - 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 4 = -2 \\ x^2 - 2x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 = 0 \\ x^2 - 2x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \pm \sqrt{3} \\ x = 1 \pm \sqrt{5} \end{cases}.$$

Ta thấy các nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ đều là nghiệm đơn.

Vì $g'(0) = -2, f'(-4) < 0$ nên ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$1-\sqrt{5}$	$1-\sqrt{3}$	1	$1+\sqrt{3}$	$1+\sqrt{5}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$							

Vậy hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f^3(x) + 3f^2(x) + 2023$ là

A. 4.

B. 7.

C. 5.

D. 3.

Lời giải:

Ta có $g'(x) = 3f^2(x) \cdot f'(x) + 6f(x) \cdot f'(x) = 3f(x) \cdot f'(x) \cdot [f(x) + 2]$.

$$\text{Khi đó } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) + 2 = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = -2 \\ f'(x) = 0 \end{cases}$$

Trong đó:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

$y = 0$
 $y = -2$

+ Phương trình $f'(x) = 0$ có các nghiệm đơn hoặc bội lẻ là $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1$.

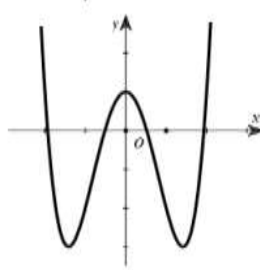
+ Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x_4 < -1$ và $x_5 > 1$.

+ Phương trình $f(x) = -2$ có hai nghiệm bội chẵn là $x_1 = -1$ và $x_3 = 1$.

Từ đó suy ra số nghiệm đơn hoặc bội lẻ của phương trình $g'(x) = 0$ là 5.

Do đó hàm số $y = g(x)$ có đúng 5 điểm cực trị.

Câu 21. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b > 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a > 0, b < 0, c < 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải:

Do đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; c)$ nằm phía trên trục Ox nên $c > 0$.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 22. Biết đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $A\left(-1; \frac{13}{2}\right)$ và $B(2; -7)$. Tính

$$f\left(\frac{1}{2}\right).$$

A. $\frac{-5}{4}$.

B. $\frac{-3}{8}$.

C. $\frac{-1}{4}$.

D. $\frac{-7}{8}$.

Lời giải:

Ta có $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Do có hai điểm cực trị là $A\left(-1; \frac{13}{2}\right)$ và $B(2; -7)$ nên
$$\begin{cases} f(-1) = \frac{13}{2} \\ f(2) = -7 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = \frac{13}{2} \\ 8a + 4b + 2c + d = -7 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{-3}{2} \\ c = -6 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 3 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-1}{4}.$$

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = (m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + x - 1$ không có điểm cực đại?

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải:

Với $m = -1$, ta có: $f(x) = 3x^2 + x - 1$ là một parabol với hệ số $a = 3 > 0$ suy ra hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu thỏa yêu cầu đề bài.

Với $m \neq -1$, ta có: $f(x) = (m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + x - 1$.

Suy ra $f'(x) = 3(m+1)x^2 - 2(2m-1)x + 1$. Khi đó, hàm số không có điểm cực đại $\Leftrightarrow$ hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f'(x) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' \leq 0$

$$\Leftrightarrow (2m-1)^2 - 3(m+1) \cdot 1 \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 7m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq m \leq 2.$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0, 1, 2\}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 24. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 5$ (m là tham số) có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi chỉ khi

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = -2$.

C. $m = \frac{3}{2}$.

D. $m = 1$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 5$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (-3)^2 - 3m > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Theo định lí Viet ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}.$$

Ta có $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3$ (*).

Thay $x_1 + x_2 = 2$ và $x_1 x_2 = \frac{m}{3}$ vào (*) ta được $4 - \frac{2m}{3} = 3 \Leftrightarrow \frac{2m}{3} = 1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$.

Đối chiếu với điều kiện $m < 3$, ta thấy $m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn.

Vậy $m = \frac{3}{2}$ là giá trị cần tìm.

Câu 25. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 0$. Giá trị của biểu thức $T = (m_0 - 1)^{2023} + 1$ bằng

A. 1.

B. $2^{2023} + 1$.

C. 0.

D. 2.

Lời giải:

Ta có $y' = 3x^2 - 2mx + m^2 - 1, y'' = 6x - 2m$.

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0 \Rightarrow y'(0) = 0$ hay $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$.

Thử lại

+ Khi $m = 1 \Rightarrow y''(0) = -2 < 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

+ Khi $m = -1 \Rightarrow y''(0) = 2 > 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Khi đó $m_0 = 1$ thì hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Vậy $T = (m_0 - 1)^{2023} + 1 = 1$.

Câu 26. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m+2)x^4 + (m-3)x^2 + 2020$ có 3 cực trị là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 6.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Hàm số đã cho có ba cực trị khi và chỉ khi $\Leftrightarrow (m+2)(m-3) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 3$

Ta có: $m \in \mathbb{Z}, -2 < m < 3 \Leftrightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 2023$ có đúng một điểm cực đại.

A. $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$.

B. $m < 1$.

C. $m \leq 0$.

D. $0 \leq m \leq 1$.

Lời giải:

TH1: $m = 0$. Khi đó hàm số suy biến thành hàm bậc hai có dạng $y = -x^2 + 2022$ là một parabol có bề lõm quay xuống nên đồ thị hàm số có 1 điểm cực trị và là điểm cực đại. Suy ra $m = 0$ (thỏa mãn)

TH2: $m \neq 0$. Khi đó hàm số đã cho là hàm bậc bốn trùng phương.

Ta có nhận xét sau về hàm bậc bốn trùng phương: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$).

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab < 0$.

Hàm số có một điểm cực trị khi và chỉ khi $a.b \leq 0$.

Do đó ta có hai khả năng cho **TH2**:

❶ **KN1:** Đồ thị hàm số có một điểm cực trị và đó là điểm cực đại thì

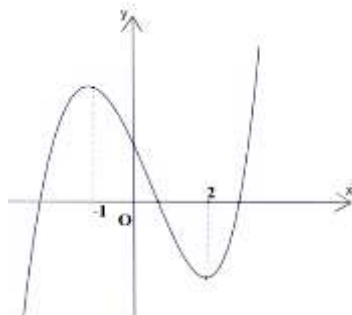
$$\begin{cases} a < 0 \\ a.b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

❷ **KN2:** Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị trong đó có hai điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại thì

$$\begin{cases} a > 0 \\ a.b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Vậy kết hợp các trường hợp trên ta được $m < 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Giá trị của biểu thức $T = f(2) - f(0)$ bằng

A. -10.

B. 6.

C. 4.

D. -8.

Lời giải:

$$f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$$

$$\text{Kết hợp đồ thị, ta có: } \begin{cases} -\frac{2b}{3} = 1 \\ \frac{c}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ c = -6 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + d$$

Vậy $T = f(2) - f(0) = -10$.

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 4x^3 - 8x^2 - m|$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 127.

B. 124.

C. 5.

D. 2.

Lời giải:

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 - m$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 16x = 4x(x^2 - 3x - 4); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của $y = f(x)$:

x	$-\infty$	-1	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		$-3-m$	$-m$	$-128-m$	$+\infty$

Ta thấy hàm số $y = f(x)$ luôn có 3 điểm cực trị với mọi giá trị của m . Do đó hàm số $y = |f(x)|$ có đúng 7 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm đơn (hoặc bội lẻ), tức là $-3-m < 0 < -m \Leftrightarrow -3 < m < 0$.

Vì m nguyên nên $m \in \{-2; -1\}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ và điểm $I(2; -2)$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$.

A. $-\frac{2}{17}$.

B. $\frac{20}{17}$.

C. $\frac{14}{17}$.

D. $\frac{4}{17}$.

Lời giải:

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1); y' = 0 \Leftrightarrow x = m+1; x = m-1.$$

$$A(m+1; -4m-2), B(m-1; -4m+2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5} = 2R$$

Suy ra tam giác IAB vuông ở I .

$$\vec{IA}(m-1; -4m); \vec{IB}(m-3; -4m+4) \Rightarrow \vec{IA} \cdot \vec{IB} = (m-1)(m-3) + 16m^2 - 16m = 0 \Leftrightarrow 17m^2 - 20m + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{3}{17} \end{cases}$$

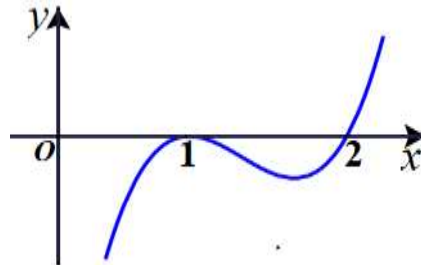
$$\text{Tổng các giá trị của } m \text{ là } 1 + \frac{3}{17} = \frac{20}{17}.$$

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 19 tháng 6 năm 2023

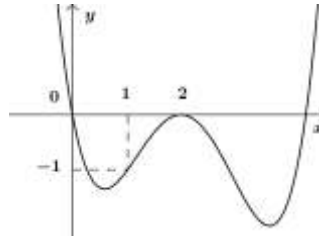
ĐỀ ÔN SỐ 1 – ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ

- Câu 1:** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của chúng?
- A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = x^3 + 3x^2 - 21$. D. $y = x^3 + x + 1$.
- Câu 2:** Gọi A, B là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$. Tính khoảng cách AB .
- A. $AB = 4$. B. $AB = 3\sqrt{2}$. C. $AB = 2\sqrt{2}$. D. $AB = 2\sqrt{5}$.
- Câu 3:** Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B . Khi đó phương trình đường thẳng AB là:
- A. $y = 2x - 1$. B. $y = x - 2$. C. $y = -x + 2$. D. $y = -2x + 1$.
- Câu 4:** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x-3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 5:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
- A. $(-\infty; 1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(1; 3)$.
- Câu 6:** Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 2x^2 - mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.
- A. $m \geq 7$. B. $m \leq -\frac{4}{3}$. C. $-\frac{4}{3} < m < 7$. D. $m \geq 39$.
- Câu 7:** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+3)x^2 + (m^2+3m-4)x$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- A. $m = -3$ hoặc $m = 2$. B. $m = -2$ hoặc $m = 3$.
C. $m = 2$. D. $m = -3$.
- Câu 8:** Hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$:



- Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
- A. $(1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$. D. $(0; 1)$.
- Câu 9:** Biết điểm $M(0; 4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$. Tính $f(3)$.
- A. $f(3) = 17$. B. $f(3) = 49$. C. $f(3) = 34$. D. $f(3) = 13$.
- Câu 10:** Để đồ thị hàm số $y = -x^4 - (m-3)x^2 + m + 1$ có điểm cực đại mà **không** có điểm cực tiểu thì tất cả giá trị thực của tham số m là:
- A. $m \geq 3$. B. $m > 3$. C. $m \leq 3$. D. $m < 3$.

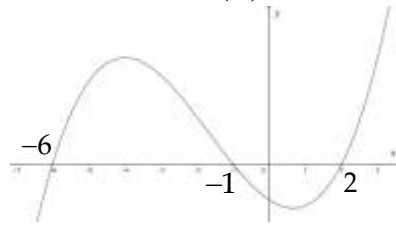
Câu 11: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3x + 4)$ là

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.

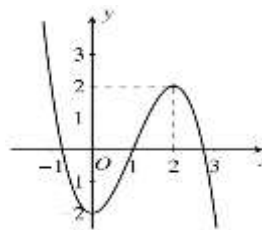
Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(2; 3)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Đặt $g(x) = f(f(x))$. Hỏi hàm số $g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 5. C. 7. D. 6.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 16. B. 18. C. 15. D. 17.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						

Tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2m|$ có 5 điểm cực trị là

- A. $m \in (4; 11)$. B. $m \in \left(2; \frac{11}{2}\right)$. C. $m = 3$. D. $m \in \left[2; \frac{11}{2}\right]$.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 27 tháng 6 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của chúng?

- A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = x^3 + 3x^2 - 21$. **D. $y = x^3 + x + 1$.**

Lời giải:

Xét đáp án A : Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y = x^4 + 2x^2 - 1 \Rightarrow y' = 4x^3 + 4x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (vô lý). Nên loại. **A.**

Xét đáp án B : Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. $y = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1), (-1; +\infty)$. Nên loại. **B.**

Xét đáp án C: Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y = x^3 + 3x^2 - 21 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (vô lý). Nên loại. **C.**

Xét đáp án D: Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y = x^3 + x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (luôn đúng).

Câu 2: Gọi A, B là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$. Tính khoảng cách AB .

- A. $AB = 4$. B. $AB = 3\sqrt{2}$. C. $AB = 2\sqrt{2}$. **D. $AB = 2\sqrt{5}$.**

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	0	-	
y			↗ 2 ↘	↘ 2 ↗	

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A(-1; -2), B(1; 2)$, suy ra $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 3: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B . Khi đó phương trình đường thẳng AB là:

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = x - 2$. C. $y = -x + 2$. **D. $y = -2x + 1$.**

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị $A(-1; 3), B(1; -1)$

Đường thẳng AB đi qua $A(-1; 3)$, có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (2; -4)$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} \Leftrightarrow y = -2x + 1$$

Câu 4: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x-3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = (x-1)^2(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

Như vậy: phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm kép (bội 2) là $x=1$ và một nghiệm đơn là $x=3$ nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu qua nghiệm $x=3$, do đó hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x), \forall x \in \mathbb{R}$.
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1, \text{ trong đó } x=1 \text{ là nghiệm bội hai, } x=-1 \text{ là nghiệm bội ba và } x=3 \text{ là} \\ x=3 \end{cases}$$

nghiệm đơn.

Ta có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Mặt khác, hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

Câu 6: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 2x^2 - mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

A. $m \geq 7$.

B. $m \leq -\frac{4}{3}$.

C. $-\frac{4}{3} < m < 7$.

D. $m \geq 39$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 4x - m$$

$$\text{Hàm số nghịch biến trên khoảng } (1; 3) \Leftrightarrow y' = 3x^2 + 4x - m \leq 0, \forall x \in (1; 3)$$

$$\Leftrightarrow m \geq 3x^2 + 4x \quad \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow m \geq \max_{(1;3)} f(x), \text{ với } f(x) = 3x^2 + 4x.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 6x + 4; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}.$$

$$f(1) = 7; \quad f(3) = 39; \quad f\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3}$$

$$\text{Suy ra } \max_{(1;3)} f(x) = 39 \Rightarrow m \geq 39.$$

Từ bảng biến thiên và (*), ta suy ra $2m \geq 8 \Leftrightarrow m \geq 4$. Vậy $m \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

Câu 7: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+3)x^2 + (m^2+3m-4)x$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $m = -3$ hoặc $m = 2$.

B. $m = -2$ hoặc $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = -3$.

Lời giải:

Ta có $y' = x^2 - (2m+3)x + (m^2 + 3m - 4)$ và $y'' = 2x - (2m+3)$.

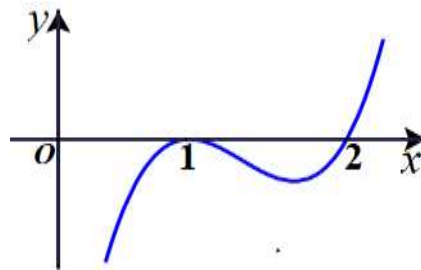
$x = 1$ là điểm cực trị của hàm số $\Rightarrow y'(1) = 0 \Rightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}$.

+) Với $m = 2$ ta có $y'' = 2x - 7$, $y''(1) = -5 < 0$ nên với $m = 2$ thì $x = 1$ là điểm cực đại của hàm số.

+) Với $m = -3$ ta có $y'' = 2x + 3$, $y''(1) = 5 > 0$ nên với $m = -3$ thì $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 8: Hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$:



Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) > 0, \forall x > 2$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 9: Biết điểm $M(0; 4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$. Tính $f(3)$.

A. $f(3) = 17$.

B. $f(3) = 49$.

C. $f(3) = 34$.

D. $f(3) = 13$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ và $f''(x) = 6x + 2a$.

$M(0; 4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $\Rightarrow \begin{cases} f(0) = 4 \\ f'(0) = 0 \\ f''(0) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b = 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \end{cases}$.

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$. Vậy $f(3) = 13$.

Câu 10: Để đồ thị hàm số $y = -x^4 - (m-3)x^2 + m+1$ có điểm cực đại mà **không** có điểm cực tiểu thì tất cả giá trị thực của tham số m là:

A. $m \geq 3$.

B. $m > 3$.

C. $m \leq 3$.

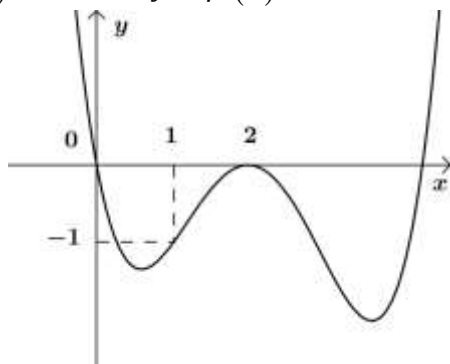
D. $m < 3$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có điểm cực đại mà không có cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -(m-3) \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Câu 11: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3x + 4)$ là

A. 4.

B. 6.

C. 3.

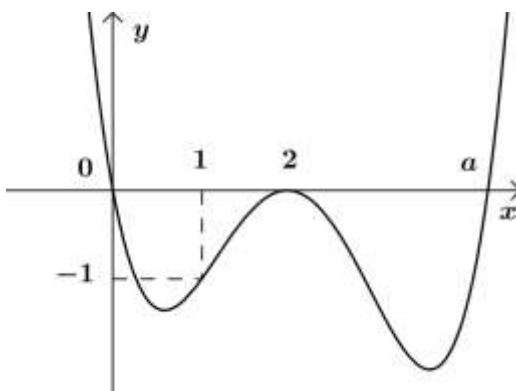
D. 5.

Lời giải:

Ta có: $g'(x) = (2x - 3) \cdot f'(x^2 - 3x + 4)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 & (1) \\ f'(x^2 - 3x + 4) = 0 & (2) \end{cases}$$

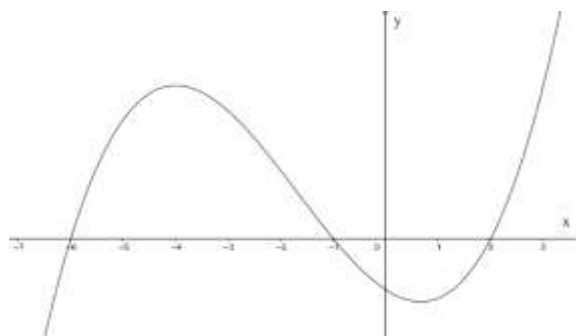
Ta có: (1) $\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.



$$\text{Và (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 4 = 0 \text{ (vô nghiệm)} \\ x^2 - 3x + 4 = 2 \text{ (PT nghiệm kép)} \\ x^2 - 3x + 4 = a, a > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = 2 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = a_1 \\ x = a_2 \end{cases}$$

Do $a > 2 \Rightarrow \begin{cases} a_1 \neq \frac{3}{2} \\ a_2 \neq \frac{3}{2} \end{cases}$, suy ra phương trình $g'(x) = 0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt nên $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;1)$.

B. $(-1;0)$.

C. $(2;3)$.

D. $(-2;-1)$.

Lời giải:

Ta có: $y' = -2x \cdot f'(3 - x^2)$.

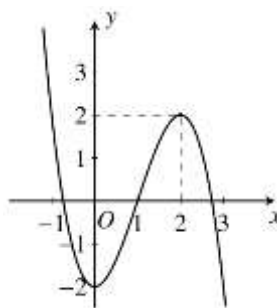
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(3 - x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3 - x^2 = -6 \\ 3 - x^2 = -1 \\ 3 - x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Ta thấy hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến trên các khoảng $(-3;-2)$, $(-1;0)$, $(1;2)$, $(3;+\infty)$, do đó chọn phương án B.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Đặt $g(x) = f(f(x))$. Hỏi hàm số $g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 5.

C. 7.

D. 6.

Lời giải:

$$Ta \text{ có: } g'(x) = f'(x) \cdot f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'(f(x)) = 0 \end{cases}.$$

Với $f'(x) = 0$, dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 2 nghiệm đơn $x = 0$, $x = 2$.

$$\text{Với } f'(f(x))=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ f(x)=2 \end{cases}$$

+ Khi $f(x)=0$, dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 3 nghiệm đơn phân biệt.

+ Khi $f(x)=2$, dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 1 nghiệm đơn và 1 nghiệm kép tại $x=2$. Do đó phương trình $g'(x)=0$ có tất cả 6 nghiệm đơn.

Vậy $g(x)$ có 6 cực trị.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 16.

B. 18.

C. 15.

D. 17.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x) \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } g(x)=f(x^2-8x+m) \Rightarrow g'(x)=(2x-8) \cdot f'(x^2-8x+m)$$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-8=0 \\ f'(x^2-8x+m)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 & (1) \\ x^2-8x+m=1 & (2) \\ x^2-8x+m=0 & (3) \\ x^2-8x+m=2 & (4) \end{cases}$$

Phương trình (1) luôn có nghiệm đơn.

Phương trình (2) luôn có nghiệm bội chẵn hoặc vô nghiệm.

Để $g(x)$ có 5 điểm cực trị thì (3) và (4) mỗi phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt khác 4 (

$$\text{rõ ràng các nghiệm này khác nhau do } 2-m \neq -m) \Rightarrow \begin{cases} -m > -16 \\ 2-m > -16 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16$$

Mặt khác, m nguyên dương $\Rightarrow m \in \{1; 2; \dots; 15\} \Rightarrow$ có 15 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						

Tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số $y=|f(x)-2m|$ có 5 điểm cực trị là

A. $m \in (4; 11)$.

B. $m \in \left(2; \frac{11}{2}\right)$.

C. $m=3$.

D. $m \in \left[2; \frac{11}{2}\right]$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị nên đồ thị hàm số $y = f(x) - 2m$ có 2 điểm cực trị.

Để đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2m|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng

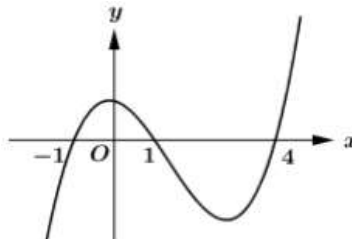
$y = 2m$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 4 < 2m < 11 \Leftrightarrow 2 < m < \frac{11}{2}$.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 27 tháng 6 năm 2023

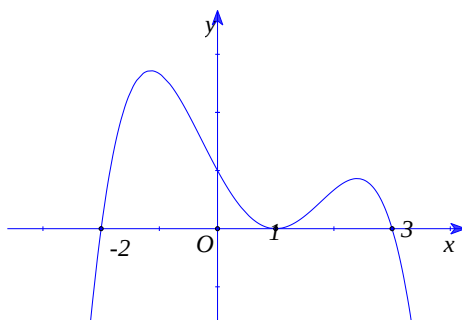
ĐỀ ÔN SỐ2 – ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ

- Câu 1:** Hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?
A. $(2; +\infty)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(1; 2)$.
- Câu 2:** Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 3:** Biết hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Phương trình đường thẳng AB là
A. $y = -2x + 1$. **B.** $y = 2x - 1$ **C.** $y = x - 2$. **D.** $y = -x + 2$.
- Câu 4:** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 5:** Cho hàm số $y = \frac{2x+12}{x+m}$ (m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?
A. Vô số. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.
- Câu 6:** Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2mx + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$ là
A. 6. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 11.
- Câu 7:** Hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m-1)^2x$. Hàm số đạt cực trị tại điểm có hoành độ $x = 1$ khi
A. $m = 1$. **B.** $m = 0; m = 4$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 0; m = 1$.
- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(2 - x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; 3)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-2; 1)$. **D.** $(-\infty; 2)$.
- Câu 9:** Cho hàm số $y = x^4 + ax^2 + b$. Biết rằng đồ thị hàm số nhận điểm $A(-1; 4)$ là điểm cực tiểu. Tổng $2a + b$ bằng
A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 10:** Hàm số $y = mx^4 + (m^2 + m)x^2 - 2019$ có đúng một điểm cực trị khi và chỉ khi
A. $m \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty; -1)$.
C. $m \in [-1; +\infty)$. **D.** $[-1; 0) \cup (0; +\infty)$.
- Câu 11:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

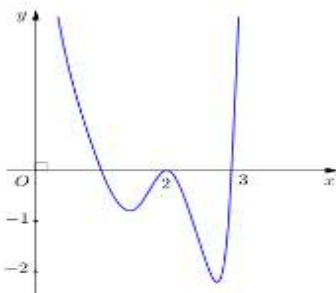
Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi hàm số $y = f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 7. B. 9. C. 6. D. 8.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$					

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 15. B. 14. C. 16. D. 17.

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m , để đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 5. B. 3. C. 1. D. Vô số.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 27 tháng 6 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải:

Ta có: $y = 6x^2 - 18x + 12$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 18x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y					$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$.

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	1	0		$+\infty$	

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(-1; 0); B(0; 1); C(1; 0)$.

Ta có: $AB = BC = \sqrt{2}; AC = 2 \Rightarrow$ tam giác ABC vuông cân tại B .

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 1.$$

Câu 3: Biết hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Phương trình đường thẳng AB là

A. $y = -2x + 1$.

B. $y = 2x - 1$

C. $y = x - 2$.

D. $y = -x + 2$.

Lời giải:

$$Ta \text{ có } y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 3), B(1; -1).$$

Khi đó phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị là: $y = -2x + 1$.

- Câu 4:** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 1. **B. 0.** **C. 2.** **D. 3.**

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = x^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Như vậy: phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm kép (bội 2) là $x = 0$ và một nghiệm đơn là $x = 1$ nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu qua nghiệm $x = 1$, do đó hàm số có 1 điểm cực trị.

- Câu 5:** Cho hàm số $y = \frac{2x+12}{x+m}$ (m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. Vô số.** **B. 9.** **C. 7.** **D. 8.**

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = \frac{2m-12}{(x+m)^2}.$$

Để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ thì $\begin{cases} y' = \frac{2m-12}{(x+m)^2} < 0; \forall x \in (2; +\infty) \\ -m \notin (2; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ m \geq -2 \end{cases}.$$

Vì m nguyên nên ta có được $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy có tất cả 8 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 6:** Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2mx + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$ là

- A. 6.** **B. 7.** **C. 10.** **D. 11.**

Lời giải:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 3) \Leftrightarrow y' = x^2 - 2x - 2m \leq 0, \forall x \in (-2; 3)$

$$g(x) = x^2 - 2x \leq 2m, \forall x \in (-2; 3), (*). \text{ Ta có: } g'(x) = 2x - 2.$$

Bảng biến thiên:

x	-2	1	3
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	8	-1	3

Từ bảng biến thiên và (*), ta suy ra $2m \geq 8 \Leftrightarrow m \geq 4$. Vậy $m \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

- Câu 7:** Hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m-1)^2x$. Hàm số đạt cực trị tại điểm có hoành độ $x = 1$ khi
A. $m = 1$. **B.** $m = 0; m = 4$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 0; m = 1$.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 3(m-1)^2$$

* ĐK cần ($\Rightarrow$): Hàm số đạt cực trị tại điểm có hoành độ $x = 1$ thì

$$y'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 - 6(m+1) + 3(m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 12m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$$

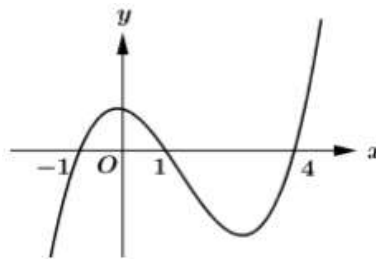
* ĐK đủ ($\Leftarrow$)

+ Với $m = 0$, $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0$ nên hàm số không có điểm cực trị. Vậy loại $m = 0$.

+ Với $m = 4$, $y' = 3x^2 - 30x + 27$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 9 \end{cases}$ nên hàm số đạt cực trị tại điểm có hoành độ

$x = 1$. Vậy nhận $m = 4$.

- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; 3)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-2; 1)$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Lời giải:

Từ đồ thị của đạo hàm, ta có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Ta có $y' = (f(2-x))' = (2-x)' \cdot f'(2-x) = -f'(2-x)$.

Để hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến thì $y' > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$.

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta được: $\begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$

Đối chiếu các đáp án, ta chọn được phương án C.

- Câu 9:** Cho hàm số $y = x^4 + ax^2 + b$. Biết rằng đồ thị hàm số nhận điểm $A(-1; 4)$ là điểm cực tiểu.

Tổng $2a + b$ bằng

- A.** -1 . **B.** 0 . **C.** 1 . **D.** 2 .

Lời giải:

Ta có: $y' = 4x^3 + 2ax \Rightarrow y'' = 12x^2 + 2a$.

$$\text{Do đó: } \begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) > 0 \\ y(-1) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - 2a = 0 \\ 12 + 2a > 0 \\ 1 + a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a > -6 \\ b = 5 \end{cases}.$$

Vậy $2a + b = -4 + 5 = 1$.

Câu 10: Hàm số $y = mx^4 + (m^2 + m)x^2 - 2019$ có đúng một điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $m \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; -1)$.

C. $m \in [-1; +\infty)$.

D. $[-1; 0) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

+) Nếu $m = 0 \Rightarrow$ Hàm số $y = -2019$ không có cực trị.

+) Nếu $m \neq 0 \Rightarrow y' = 2x(2mx^2 + m^2 + m)$.

$$+ y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2mx^2 + m^2 + m = 0 \quad (*) \end{cases}$$

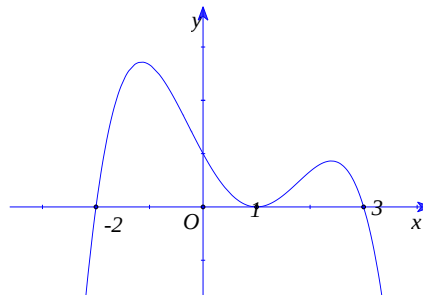
+ Hàm số có đúng một điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có đúng một nghiệm

$\Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm hoặc $(*)$ có nghiệm $x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = -m^2(m+1) < 0 \\ m^2 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq -1.$$

+ Vậy $m \in [-1; 0) \cup (0; +\infty)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

$$\text{Ta có } g'(x) = (x^2 - 2x)' f'(x^2 - 2x) = (2x - 2) f'(x^2 - 2x)$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ x^2 - 2x = -2 \\ x^2 - 2x = 1 \\ x^2 - 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$ nên $f'(x^2 - 2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x < -2 \\ x^2 - 2x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$1-\sqrt{2}$	1	$1+\sqrt{2}$	3	$+\infty$
$2x-2$	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$	$ $	$+$
$f'(x^2-2x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$							

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có hai điểm cực đại.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải:

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$.

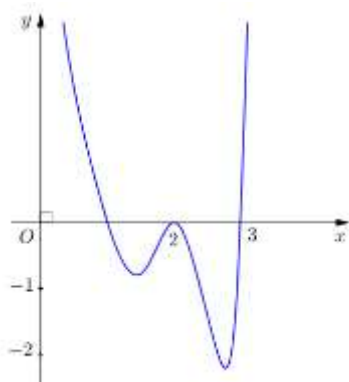
Với $y = f(x^2 - 2)$ ta có $y' = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \\ x^2 - 2 = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{2} \\ x = \pm 2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
$2x$	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$	$ $	$+$
$f'(x^2-2)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Dựa vào bảng xét dấu y' ta được $y' < 0$, $\forall x \in (-2; -\sqrt{2}) \cup (0; \sqrt{2}) \cup (2; +\infty)$ nên hàm số $y = f(4 - x^2)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi hàm số $y = f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7.

B. 9.

C. 6.

D. 8.

Lời giải:

Từ đồ thị ta suy ra bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	a	2	b	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$f(a)$	0	$f(b)$	$+\infty$

Với $a \in (1; 2)$, $b \in (2; 3)$ và $f(a) \in (0; -1)$, $f(b) \in (-2; -3)$.

Ta có $y' = f'(f(x)) \cdot f'(x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'(f(x)) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = 2 \\ x = b \\ f(x) = a \\ f(x) = 2 \\ f(x) = b \end{cases}$$

Mặt khác, nhìn vào bảng biến thiên (hoặc đồ thị) ta thấy các đường thẳng $y = a$, $y = 2$ và $y = b$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm có hoành độ khác nhau và khác a , 2 , b .

Do đó có thể kết luận phương trình $y' = 0$ có 9 nghiệm đơn.

Suy ra hàm số $y = f(f(x))$ có 9 điểm cực trị.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$					

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15.

B. 14.

C. 16.

D. 17.

Lời giải:

Từ BBT của $f'(x)$, ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Đặt $g(x) = f(x^2 - 8x + m) \Rightarrow g'(x) = (2x - 8) \cdot f'(x^2 - 8x + m)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 8 = 0 \\ f'(x^2 - 8x + m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 & (1) \\ x^2 - 8x + m = 1 & (2) \\ x^2 - 8x + m = 0 & (3) \\ x^2 - 8x + m = 2 & (4) \end{cases}$$

Phương trình (1) luôn có nghiệm đơn.

Phương trình (2) luôn có nghiệm bội chẵn hoặc vô nghiệm.

Để $g(x)$ có 5 điểm cực trị thì (3) và (4) mỗi phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt khác 4 (

$$\text{rõ ràng các nghiệm này khác nhau do } 2 - m \neq -m) \Rightarrow \begin{cases} -m > -16 \\ 2 - m > -16 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16$$

Mặt khác, m nguyên dương $\Rightarrow m \in \{1; 2; \dots; 15\} \Rightarrow$ có 15 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m , để đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ có 5 điểm cực trị?

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải:

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + m$

Ta có: $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Ta có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		$m+2$		$m-2$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi $m - 2 < 0 < m + 2 \Leftrightarrow -2 < m < 2 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}^+} m = 1$.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 27 tháng 6 năm 2023

ĐỀ ÔN SỐ 1 – GIÁ TRỊ MAX MIN

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D khi chỉ khi

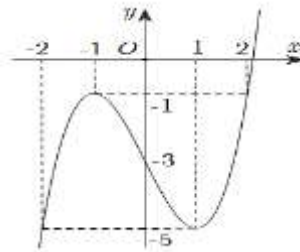
A. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

B. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$.

C. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$.

D. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 1]$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $m = -5; M = 0$. **B.** $m = -2; M = 1$. **C.** $m = -5; M = -1$. **D.** $m = -2; M = -1$.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như sau:

x	-1	0	1	3	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	0	5	1	4	

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 5.

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 6: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	0	8	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			9				$+\infty$

Biết $f(-4) > f(8)$, khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 9. **B.** $f(-4)$. **C.** $f(8)$. **D.** -4.

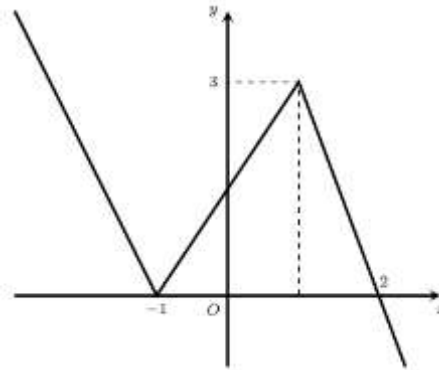
Câu 7: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2; 4]$. Khi đó, $M - m$ bằng

- A. 3. B. -2. C. 4. D. 2.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) - 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 2.

Câu 10: Hàm số $y = x^4 - 4x^2$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ lần lượt là M và m . Khi đó, $M + m$ bằng

- A. -6. B. -4. C. -3. D. 0.

Câu 11: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + (m^2 + 1)x + m^2 + 12$ trên đoạn $[2; 8]$ bằng 25. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $S = \{\pm 3\}$. B. $S = \{\pm 1\}$. C. $S = \{\pm 2\}$. D. $S = \{\pm 5\}$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có giá trị lớn nhất trên tập xác định của nó?

- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^4 + 3x^2$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = -x^4 + x^2$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng

- A. $f(2)$. B. $f(1)$. C. $f(4)$. D. $f(3)$.

Câu 14: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{5-x} + \sqrt{x+3}$. Hiệu $M - m$ bằng

- A. $4 - 2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $7 - 4\sqrt{2}$. D. $8 - 5\sqrt{2}$.

Câu 15: Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $89(m/s)$. B. $109(m/s)$. C. $71(m/s)$. D. $\frac{25}{3}(m/s)$.

Câu 16: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 2}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+4}$. D. 0.

Câu 17: Biết hàm số $y = \frac{mx+2}{2x}$, (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{1;3} y = 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $m \in (0;1)$. B. $m \in (-1;0)$. C. $m \in (1;2)$. D. $m \in (-2;-1)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+3)(x-2)^3(x^2-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(-2) > \max\{f(-3); f(2)\}$. B. $f(-3) < f(-2) < f(2)$.
C. $f(-2) < \min\{f(-3); f(2)\}$ D. $f(-3) > f(-2) > f(2)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$. Biết $\min_{[0;2]} y + 3\max_{[0;2]} y = 10$ khi $m = m_0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $m_0 \in (1;3)$. B. $m_0 \in [3;5)$. C. $m_0 \in (5;7)$. D. $m_0 \in [7;9)$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+4}$, với a, b là tham số. Nếu $\min_{\mathbb{R}} f(x) = f(-1) = -1$ thì $\max_{\mathbb{R}} f(x)$ bằng

- A. $\frac{11}{20}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2\cos x + 1)$. Tính $M + m$.

- A. -2 B. 1. C. -1. D. 0.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x+1}+m}{\sqrt{x+1}+4}$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;8]$ nhỏ hơn 3. Số phần tử của tập S là

- A. 9. B. 11. C. 12. D. 10.

Câu 23: Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là

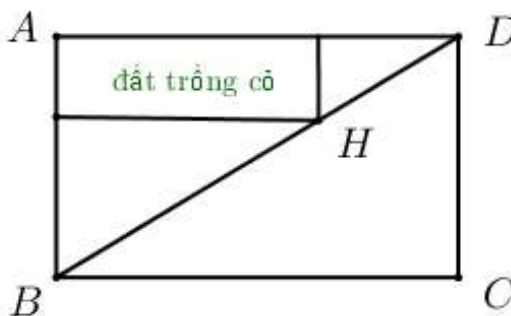
$108 - x^2$ (gam). Hỏi nên thả bao nhiêu con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên đó để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất?

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 24: Biết khi $m = m_0$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + 2m - 1|$ trên đoạn $[0; 2]$ là nhỏ nhất. Giá trị của m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$. B. $\left(\frac{2}{3}; 2\right)$. C. $[-1; 0]$. D. $(0; 1)$.

Câu 25: Trên mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích $25m^2$, người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là A và H , với H thuộc cạnh BD . Hỏi số tiền lớn nhất người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ là khoảng bao nhiêu, với chi phí trồng cỏ là 70.000 đồng/ m^2 ?



- A. 337.500 đồng. B. 875.000 đồng. C. 584.000 đồng. D. 437.500 đồng.

HẾT

Huế, 16h30' Ngày 01 tháng 7 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D khi chỉ khi

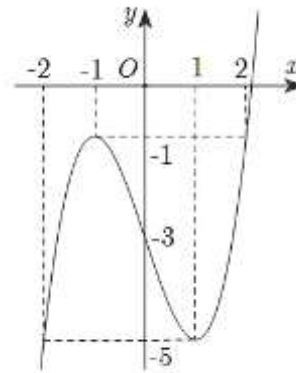
A. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

B. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$.

C. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$.

D. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 1]$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $m = -5; M = 0$. **B.** $m = -2; M = 1$. **C.** $m = -5; M = -1$. **D.** $m = -2; M = -1$.

Lời giải:

Ta có $m = -5; M = -1$.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

A. 3.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải:

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \text{ (loại)} \end{cases}$

$y(-1) = 1, y(0) = -1, y(1) = 3$.

Vậy $\min_{[-1; 1]} y = -1$ tại $x = 0$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như sau:

x	-1	0	1	3	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	0	5	1	4	

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 0. D. 5.

Lời giải:

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $-1;3$ bằng 5.

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ là

- A. 2. B. 0. C. 4. D. 1.

Lời giải:

Tập xác định: $D = [-2;2]$. Ta có: $y' = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in (-2;2)$

Ta có: $\begin{cases} y(-2) = y(2) = 0 \\ y(0) = 2 \end{cases} \Rightarrow \max_{[-2;2]} y = 2.$

Câu 6: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	0	8	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			9				$+\infty$
		$\swarrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$			
		$f(-4)$		$f(8)$				

Biết $f(-4) > f(8)$, khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\mathbb{R}$ bằng

- A. 9. B. $f(-4)$. C. $f(8)$. D. -4 .

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên và giả thiết $f(-4) > f(8)$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ là: $\min_{\mathbb{R}} f(x) = f(8)$.

Câu 7: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$. Khi đó, $M - m$ bằng

- A. 3. B. -2 . C. 4. D. 2.

Lời giải:

$y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0 \Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

$m = \min_{[2;4]} y = y(4) = 3$ và $M = \max_{[2;4]} y = y(2) = 5$. Vậy $M - m = 5 - 3 = 2$.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $\left[\frac{1}{2};3\right]$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

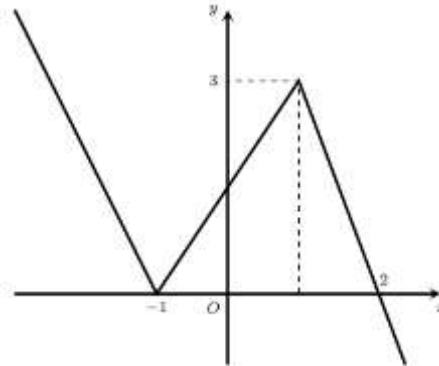
Lời giải:

Ta có $f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^3 - 2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{17}{4}$; $f(1) = 3$; $f(3) = \frac{29}{3}$.

Vậy $\min_{\left[\frac{1}{2}; 3\right]} f(x) = f(1) = 3$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) - 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 2.

Lời giải:

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) - 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

$$\max_{[-1; 2]} g(x) = 2 \max_{[-1; 2]} f(x) - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5.$$

Câu 10: Hàm số $y = x^4 - 4x^2$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ lần lượt là M và m . Khi đó, $M + m$ bằng

- A. -6. B. -4. C. -3. D. 0.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 8x; \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = \sqrt{2} \notin [-1; 1] \\ x = -\sqrt{2} \notin [-1; 1] \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } y(-1) = y(1) = -3 \text{ và } y(0) = 0 \text{ nên } \begin{cases} M = \max_{[-1; 1]} y = 0 \\ m = \min_{[-1; 1]} y = -3 \end{cases} \text{ nên } M + m = -3.$$

Câu 11: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + (m^2 + 1)x + m^2 + 12$ trên đoạn $[2; 8]$ bằng 25. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $S = \{\pm 3\}$. B. $S = \{\pm 1\}$. C. $S = \{\pm 2\}$. D. $S = \{\pm 5\}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + m^2 + 1 > 0 \quad \forall m \in \mathbb{R}.$$

$$\min_{2; 8} y = 25 \Leftrightarrow y(2) = 25 \Leftrightarrow 2^3 + (m^2 + 1) \cdot 2 + m^2 + 12 = 25 \Leftrightarrow 3m^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có giá trị lớn nhất trên tập xác định của nó?

- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^4 + 3x^2$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = -x^4 + x^2$.

Lời giải:

Xét phương án A: Có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 3x) = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên tập xác định.

Xét phương án B: Có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 + 3x^2) = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên tập xác định.

Xét phương án C: Có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x) = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên tập xác định.

Xét phương án D: Có $y' = -4x^3 + 2x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{4} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{4} \\ x = 0 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-
y		$\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$
	$-\infty$				0			$-\infty$

Vậy hàm số có $\max y = \frac{1}{4}$ tại $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng

A. $f(2)$.

B. $f(1)$.

C. $f(4)$.

D. $f(3)$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f(2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 4]$ là $f(2)$.

Câu 14: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{5-x} + \sqrt{x+3}$. Hiệu $M - m$ bằng

A. $4 - 2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $7 - 4\sqrt{2}$.

D. $8 - 5\sqrt{2}$.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $D = [-3; 5]$

Ta có: $y' = (\sqrt{5-x} + \sqrt{x+3})' = \frac{-1}{2\sqrt{5-x}} + \frac{1}{2\sqrt{x+3}} = \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+3}}{2\sqrt{5-x}\sqrt{x+3}}$.

Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{5-x} = \sqrt{x+3} \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số y như sau:

x	-3	1	5
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$2\sqrt{2}$	4	$2\sqrt{2}$

Từ bảng biến thiên ta có: giá trị lớn nhất của hàm số là $M = 4$, giá trị nhỏ nhất của hàm số là $m = 2\sqrt{2}$. Do đó, $M - m = 4 - 2\sqrt{2}$.

Câu 15: Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $89(m/s)$.

B. $109(m/s)$.

C. $71(m/s)$.

D. $\frac{25}{3}(m/s)$.

Lời giải:

Ta có: $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$

Vận tốc chuyển động theo quy luật $v(t) = s'(t) = t^2 - 2t + 9$

Xét phương trình $v'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Ta có $v(0) = 9$, $v(1) = 8$, $v(10) = 89$

Vậy sau 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được là $89 m/s$.

Câu 16: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 2}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+4}$.

D. 0 .

Lời giải:

Đặt $t = \sin x$.

Ta có: $x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right] \Rightarrow t \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$. Khi đó $y = \frac{2t-1}{t+2} = f(t)$.

Ta có: $f'(t) = \frac{5}{(t+2)^2} > 0, \forall t \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$.

Ta có: $f(0) = -\frac{1}{2}$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$.

Vậy $\max_{\left[0; \frac{\pi}{6}\right]} y = \max_{\left[0; \frac{1}{2}\right]} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ khi $t = \frac{1}{2}$ hay $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 17: Biết hàm số $y = \frac{mx+2}{2x}$, (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{1;3} y = 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m \in (0; 1)$.

B. $m \in (-1; 0)$.

C. $m \in (1; 2)$.

D. $m \in (-2; -1)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có $y' = \frac{-4}{4x^2} < 0, \forall x \in [1; 3]$. Suy ra hàm số nghịch biến trên $[1; 3]$.

Do đó $\min_{[1;3]} y = f(3)$.

Theo đề $\min_{[1;3]} y = 1 \Leftrightarrow f(3) = 1 \Leftrightarrow \frac{3m+2}{6} = 1 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+3)(x-2)^3(x^2-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(-2) > \max\{f(-3); f(2)\}$.

B. $f(-3) < f(-2) < f(2)$

C. $f(-2) < \min\{f(-3); f(2)\}$

D. $f(-3) > f(-2) > f(2)$

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$

Xét bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 2]$:

x	-3	-2	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$f(-3)$	$f(-2)$	$f(2)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(-2) < \min\{f(-3); f(2)\}$

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$. Biết $\min_{[0;2]} y + 3\max_{[0;2]} y = 10$ khi $m = m_0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in (1; 3)$.

B. $m_0 \in [3; 5)$.

C. $m_0 \in (5; 7)$.

D. $m_0 \in [7; 9)$.

Lời giải:

Ta có $y' = \frac{2-m}{(x+1)^2}$

Trường hợp 1: Nếu $2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$ thì $\min_{[0;2]} y = f(0) = m; \max_{[0;2]} y = f(2) = \frac{m+4}{3}$

Khi đó $\min_{[0;2]} y + 3\max_{[0;2]} y = 10 \Leftrightarrow m + m + 4 = 10 \Leftrightarrow m = 3$ (loại)

Trường hợp 2: Nếu $2 - m < 0 \Leftrightarrow m > 2$ thì $\max_{[0;2]} y = f(0) = m; \min_{[0;2]} y = f(2) = \frac{m+4}{3}$

Khi đó $\min_{[0;2]} y + 3\max_{[0;2]} y = 10 \Leftrightarrow 3m + \frac{m+4}{3} = 10 \Leftrightarrow m = 2,6$ (tm). Vậy $m = 2,6 \in (1;3)$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+4}$, với a, b là tham số. Nếu $\min_{\mathbb{R}} f(x) = f(-1) = -1$ thì $\max_{\mathbb{R}} f(x)$ bằng

A. $\frac{11}{20}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = \frac{-ax^2 - 2bx + 4a}{(x^2 + 4)^2}$.

Do $\min_{\mathbb{R}} f(x) = f(-1)$ nên $f'(-1) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0$ (1)

Do $f(-1) = -1 \Rightarrow b - a = -5$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$ thay vào hàm số ta được $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$

Ta có: $f'(x) = \frac{-2x^2 + 6x + 8}{(x^2 + 4)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$.

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	$-$
y	0	-1	$\frac{1}{4}$	0	

Dựa vào bảng biến thiên $\max_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{1}{4}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2\cos x + 1)$. Tính $M + m$.

A. -2

B. 1 .

C. -1 .

D. 0 .

Lời giải:

Đặt $t = 2\cos x + 1$ ($t \in [-1;3]$).

Ta có : $M = \max_{\mathbb{R}} y = \max_{[-1;3]} f(t) = 1$; $m = \min_{\mathbb{R}} y = \min_{[-1;3]} f(t) = -2$. Suy ra $M + m = -1$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x+1}+m}{\sqrt{x+1}+4}$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;8]$ nhỏ hơn 3. Số phần tử của tập S là

A. 9.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot \frac{8-m}{(\sqrt{x+1}+4)^2}.$$

Trường hợp 1: Nếu $m < 8 \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(-1;8)$.

$$\Rightarrow \max_{[-1;8]} f(x) = f(8) = \frac{6+m}{7} < 3 \Leftrightarrow m < 15.$$

$$\text{Mà } m < 8; m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}.$$

Trường hợp 2: Nếu $m > 8 \Rightarrow f'(x) < 0 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(-1;8)$

$$\Rightarrow \max_{[-1;8]} f(x) = f(-1) = \frac{m}{4} < 3 \Leftrightarrow m < 12.$$

$$\text{Mà } m > 8; m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m \in \{9; 10; 11\}.$$

Trường hợp 3: Nếu $m = 8 \Rightarrow f(x) = 2 \Rightarrow \max_{[-1;8]} f(x) = 2 < 3$ (thỏa mãn) $\Rightarrow m = 8$ thỏa mãn.

Vậy có 11 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\}$.

Câu 23: Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là $108 - x^2$ (gam). Hỏi nên thả bao nhiêu con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên đó để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Lời giải:

Sau một vụ lượng tôm trung bình trên mỗi m^2 mặt hồ nặng $x(108 - x^2) = 108x - x^3$ (gam)

Xét hàm số $f(x) = 108x - x^3$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có

$$f'(x) = 108 - 3x^2; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow 108 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 < 0 \end{cases}$$

x	0	6	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		$f(6)$	

Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $f(x) = 108x - x^3$ đạt GTLN tại $x = 6$.

Vậy nên thả 6 con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ thì cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất.

Câu 24: Biết khi $m = m_0$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + 2m - 1|$ trên đoạn $[0; 2]$ là nhỏ nhất. Giá trị của m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$.

B. $\left(\frac{2}{3}; 2\right)$.

C. $[-1; 0]$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải:

Đặt $f(x) = x^3 - 3x + 2m - 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$.

Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \end{cases}$.

Ta có: $\begin{cases} f(0) = 2m - 1 \\ f(1) = 2m - 3 \\ f(2) = 2m + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \max_{[0; 2]} f(x) = 2m + 1, \\ \min_{[0; 2]} f(x) = 2m - 3. \end{cases}$

Gọi $M = \max_{[0; 2]} |x^3 - 3x + 2m - 1|$, khi đó $M = \max\{|2m - 3|, |2m + 1|\}$.

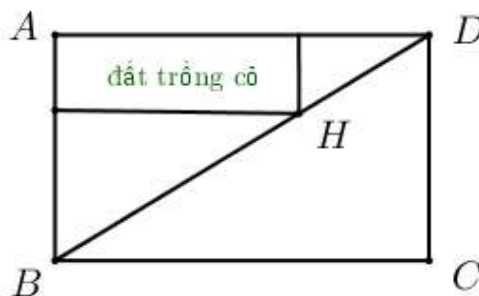
Ta có: $2M \geq |2m - 3| + |2m + 1| = |3 - 2m| + |2m + 1| \geq |(3 - 2m) + (2m + 1)| = 4$.

Suy ra $M \geq 2 \Rightarrow \min M = 2$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} |3 - 2m| = |2m + 1| \\ (3 - 2m)(2m + 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2m = 2m + 1 \\ 3 - 2m = -(2m + 1) \\ 4m^2 - 4m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Vậy $m \in (0; 1)$.

Câu 25: Trên mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích $25m^2$, người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là A và H , với H thuộc cạnh BD . Hỏi số tiền lớn nhất người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ là khoảng bao nhiêu, với chi phí trồng cỏ là 70.000 đồng/ m^2 ?



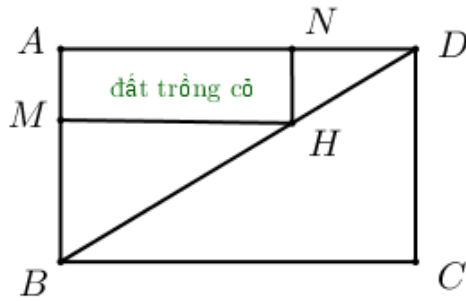
A. 337.500 đồng.

B. 875.000 đồng.

C. 584.000 đồng.

D. 437.500 đồng.

Lời giải:



Ta có $AB \cdot AD = 25(m^2)$; $\frac{NH}{AB} = \frac{DN}{DA}$

Đặt $\frac{NH}{AB} = \frac{DN}{DA} = x \Rightarrow NH = x \cdot AB$; $AN = (1 - x)AD$

Diện tích đất trồng cỏ là: $S = AN \cdot NH = x \cdot (1 - x) \cdot AB \cdot AD = 25 \cdot x \cdot (1 - x)$

Diện tích lớn nhất khi $x \cdot (1 - x)$ lớn nhất. Mà $x \cdot (1 - x) \leq \frac{(x + 1 - x)^2}{4} = \frac{1}{4}$

Diện tích đất trồng cỏ lớn nhất $S = \frac{1}{4} \cdot 25 = \frac{25}{4}$

Số tiền lớn nhất để trồng cỏ: $T = \frac{25}{4} \cdot 70000 = 437500$ đồng.

HẾT

Huế, 16h30' Ngày 01 tháng 7 năm 2023

ĐỀ ÔN SỐ 2 – GIÁ TRỊ MAX MIN

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là 2024. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) < 2024, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $f(x) \leq 2024, \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0 : f(x_0) = 2024$.
C. $f(x) > 2024, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) \geq 2024, \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0 : f(x_0) = 2024$.

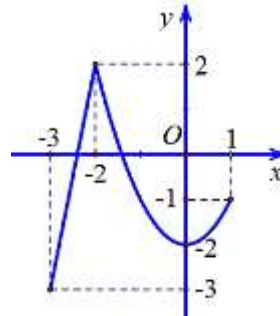
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$-$	$-$	0	$+$	0	$-$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$. B. $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$. C. $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$. D. $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;1]$ và có đồ thị như hình vẽ. Trên đoạn $[-3;1]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào dưới đây?



- A. $x = 0$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = -3$.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 0. D. -1.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Tính $M + m$.

- A. $M + m = 4$. B. $M + m = 2$. C. $M + m = 1$. D. $M + m = 3$.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 20x^2$ trên đoạn $[-1;4]$ bằng

- A. -64. B. -19. C. -100. D. -99.

Câu 7: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \cos^2 x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

- A. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} y = \frac{1}{2}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} y = -1$. B. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} y = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} y = \frac{1}{2}$.

C. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} y = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} y = 1.$

D. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} y = \frac{\pi}{4}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} y = \frac{\pi}{6}.$

Câu 8: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{16 - x^2}$ bằng

A. 16.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Câu 9: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \frac{5x+1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 4]$.

A. $m = \frac{21}{5}.$

B. $m = 1.$

C. $m = 0.$

D. $m = 4.$

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó?

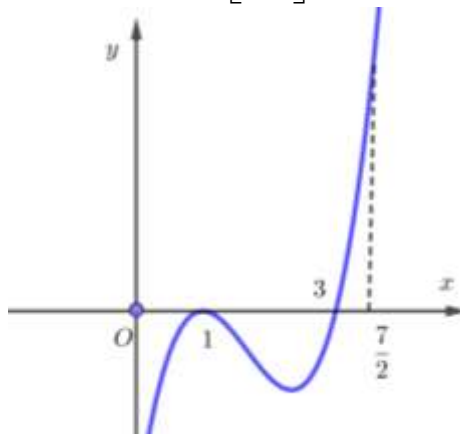
A. $y = -x^3 + 3x.$

B. $y = -x^4 + 3x^2.$

C. $y = x^3 - 3x.$

D. $y = x^4 + x^2.$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây ?

A. $x_0 = 0.$

B. $x_0 = 3.$

C. $x_0 = 1.$

D. $x_0 = \frac{1}{2}.$

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-m^2}{x+4}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số m để hàm số đã cho có giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 3]$ bằng -3 . Phương trình $x^2 = m_0 \cdot \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

A. $\{3\}.$

B. $\{-3\}.$

C. $\{-3; 3\}.$

D. $\{3\sqrt{3}\}.$

Câu 13: Đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A thường kéo dài trong 2 tháng (60 ngày). Người ta nhận thấy số lượng xuất khẩu gạo tính theo ngày thứ t được xác định bởi công thức $S(t) = t^3 - 72t^2 + 405t + 3100$ ($1 \leq t \leq 60$). Hỏi trong mấy ngày đó thì ngày thứ mấy có số lượng xuất khẩu gạo cao nhất?

A. 1.

B. 60.

C. 3.

D. 45.

Câu 14: Hàm số $y = \frac{2x-m}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng 1 khi

A. $m = 1.$

B. $m = 0.$

C. $m = -1.$

D. $m = 2.$

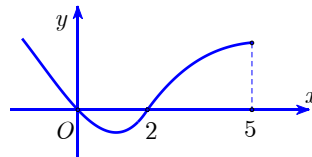
Câu 15: Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

- A. 20. B. 10. C. 1200. D. 1100.

Câu 16: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + m$ (m là tham số thực), thỏa mãn $\min_{[0;2]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $7 < m < 20$. B. $m > 20$. C. $-10 < m < 6$. D. $m < -10$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ tại mọi $x \in \mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây:



Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $y = f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ lần lượt là

- A. $f(2); f(5)$. B. $f(0); f(5)$. C. $f(2); f(0)$. D. $f(2); f(3)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$, biết $\min_{[1;3]} f(x) + \max_{[1;3]} f(x) = 6$ khi $m = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a - 3b$ bằng

- A. 13. B. 10. C. 11. D. 15.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	-

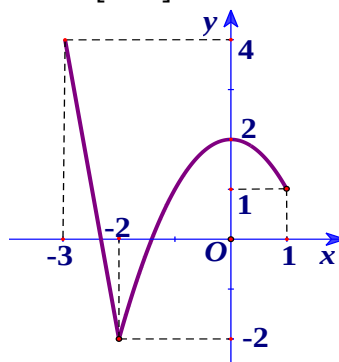
Biết $f(-2) = f(0) = -3$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

- A. $f(-1)$. B. -3 . C. $-f(-1)$. D. 3.

Câu 20: Tổng các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |-x^4 + 8x^2 + m|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 2023 là

- A. 6. B. -6. C. -7. D. 4.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;1]$ và có đồ thị như hình bên dưới:



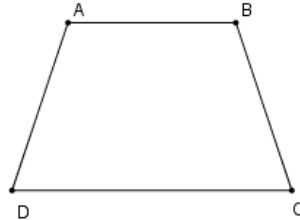
Tìm giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(4|\sin 2022x| - 3) - m$ bằng 5.

- A. $m = -3$. B. $m = -7$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Câu 22: Cho hàm số $y = |x^2 + x + m|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho $\min_{[-2;2]} y = 2$?

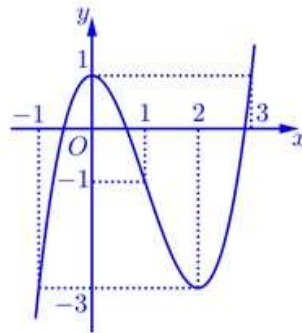
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 23: Một người nông dân có 3 tấm lưới thép B40, mỗi tấm dài $16m$ và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông dạng hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ, trong đó bờ sông là đường thẳng DC không phải rào và mỗi tấm là một cạnh của hình thang. Hỏi ông ấy có thể rào một mảnh vườn với diện tích lớn nhất bao nhiêu m^2 ?



- A. $192\sqrt{3}m^2$. B. $196\sqrt{3}m^2$. C. $190\sqrt{3}m^2$. D. $194\sqrt{3}m^2$.

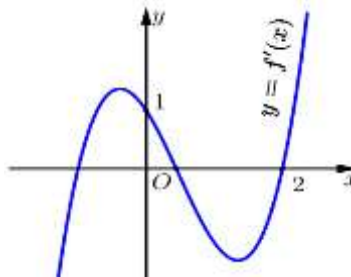
Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Xét hàm số $g(x) = f(x^3 + 2x) + m$. Giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0;1]$ bằng 9 là

- A. $m = 10$. B. $m = 6$. C. $m = 12$. D. $m = 8$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi:

- A. $m \geq f(2) - 2$. B. $m \geq f(0)$. C. $m > f(2) - 2$. D. $m > f(0)$.

HẾT

Huế, 16h30' Ngày 01 tháng 7 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là 2024. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) < 2024, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) \leq 2024, \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0 : f(x_0) = 2024$.

C. $f(x) > 2024, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) \geq 2024, \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0 : f(x_0) = 2024$.

Lời giải:

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là 2024. Khi đó $f(x) \leq 2024, \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0 : f(x_0) = 2024$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$-$	$-$	0	$+$	0	$-$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$.

B. $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$.

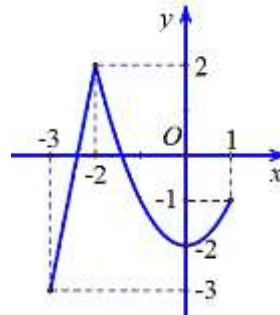
C. $\max_{(-1;1)} f(x) = f(0)$.

D. $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy khẳng định $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$ là đúng.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;1]$ và có đồ thị như hình vẽ. Trên đoạn $[-3;1]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào dưới đây?



A. $x = 0$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -3$.

Lời giải:

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2, tại $x = -2$.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 0.

D. -1.

Lời giải:

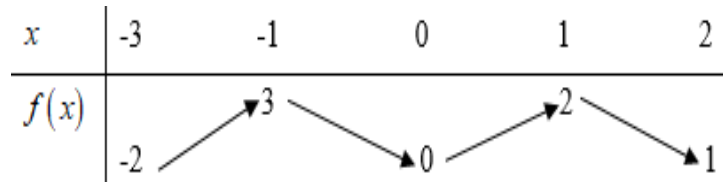
Hàm số xác định trên $[-1;2]$

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1;2] \\ x = -1 \in [-1;2] \end{cases}$

Ta có $f(1) = 0, f(-1) = 4, f(2) = 4$

Vậy giá trị nhỏ nhất là 0 tại $x = 1$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau:



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

A. $M + m = 4$.

B. $M + m = 2$.

C. $M + m = 1$.

D. $M + m = 3$.

Lời giải:

Ta có $M = \max_{[-1; 2]} f(x) = f(-1) = 3, m = \min_{[-1; 2]} f(x) = f(0) = 0$.

Suy ra $M + m = 3 + 0 = 3$.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 20x^2$ trên đoạn $[-1; 4]$ bằng

A. -64 .

B. -19 .

C. -100 .

D. -99 .

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 40x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 40x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 4] \\ x = \sqrt{10} \in [-1; 4] \\ x = -\sqrt{10} \notin [-1; 4] \end{cases}$$

Ta có: $f(-1) = -19; f(0) = 0; f(\sqrt{10}) = -100; f(4) = -64$.

Vậy $\min_{[-1; 4]} y = -100$.

Câu 7: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \cos^2 x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

A. $\max y = \frac{1}{2}; \min y = -1$.

B. $\max y = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}; \min y = \frac{1}{2}$.

C. $\max y = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}; \min y = 1$.

D. $\max y = \frac{\pi}{4}; \min y = \frac{\pi}{6}$.

Lời giải:

Xét hàm số $y = x + \cos^2 x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ta có: $y' = 1 - 2\cos x \cdot \sin x = 1 - \sin 2x$.

Giải $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Xét trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$ (thỏa mãn). Tính $y(0) = 1; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

Vậy $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} y = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}; \min y = 1$.

Câu 8: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{16 - x^2}$ bằng

A. 16.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Lời giải:

Ta có $y = \sqrt{16 - x^2} \leq 4$, dấu "=" khi $x = 0$. Vậy $\max_{[-4;4]} y = 4$.

Câu 9: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \frac{5x+1}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$.

A. $m = \frac{21}{5}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 0$.

D. $m = 4$.

Lời giải:

Đặt $f(x) = \frac{5x+1}{x+1}$. Ta có $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0; \forall x \in [0;4]$. Ta có $f(0) = 1; f(4) = \frac{21}{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $m = 1$.

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó?

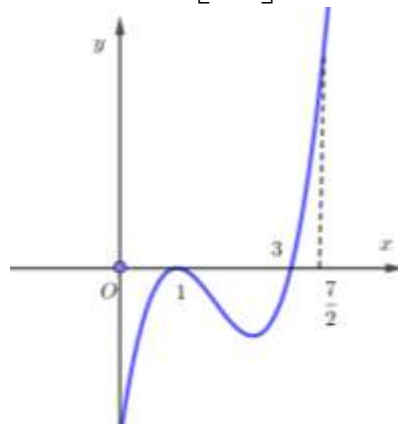
A. $y = -x^3 + 3x$.

B. $y = -x^4 + 3x^2$.

C. $y = x^3 - 3x$.

D. $y = x^4 + x^2$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây ?

A. $x_0 = 0$.

B. $x_0 = 3$.

C. $x_0 = 1$.

D. $x_0 = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

Theo đồ thị hàm $f'(x)$, ta có:

$f'(x) \leq 0, \forall x \in \left[\frac{1}{2}; 3\right]$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) \geq f(x) \geq f(3), \forall x \in \left[\frac{1}{2}; 3\right]$.

Vậy hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$ tại điểm $x_0 = \frac{1}{2}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-m^2}{x+4}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số m để hàm số đã cho có giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ bằng -3 . Phương trình $x^2 = m_0 \cdot \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

- A. $\{3\}$. B. $\{-3\}$. **C. $\{-3;3\}$.** D. $\{3\sqrt{3}\}$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = \frac{m^2+8}{(x+4)^2} > 0, \forall x \neq -4$, do đó hàm số đã cho đồng biến trên $[1;3]$

Suy ra $\max_{[1;3]} f(x) = f(3) = \frac{6-m^2}{7} = -3 \Leftrightarrow m = \pm 3\sqrt{3}$, do đó $m_0 = 3\sqrt{3}$.

Vậy phương trình $x^2 = m_0 \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Câu 13: Đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A thường kéo dài trong 2 tháng (60 ngày). Người ta nhận thấy số lượng xuất khẩu gạo tính theo ngày thứ t được xác định bởi công thức $S(t) = t^3 - 72t^2 + 405t + 3100$ ($1 \leq t \leq 60$). Hỏi trong mấy ngày đó thì ngày thứ mấy có số lượng xuất khẩu gạo cao nhất?

- A. 1. B. 60. **C. 3.** D. 45.

Lời giải:

Xét hàm số $S(t) = t^3 - 72t^2 + 405t + 3100$ với $t \in [1;60]$

$$+ S'(t) = 3t^2 - 144t + 405$$

$$+ S'(t) = 0 \Rightarrow 3t^2 - 144t + 405 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in [1;60] \\ x = 45 \in [1;60] \end{cases}$$

$$+ S(1) = 3434, S(3) = 3694, S(45) = -33350, S(60) = -15800$$

$$\Rightarrow \max_{[1;60]} S(t) = 3694 \Leftrightarrow t = 3$$

Vậy: Ngày thứ 3 là ngày có số lượng xuất khẩu gạo cao nhất.

Câu 14: Hàm số $y = \frac{2x-m}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 1 khi

- A. $m = 1$. **B. $m = 0$.** C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có: $y' = \frac{2+m}{(x+1)^2}, \forall x \in D$.

+ Trường hợp 1: $y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow 2+m > 0 \Leftrightarrow m > -2$.

Khi đó hàm số đồng biến trên $[0;1]$ nên $\max_{[0;1]} y = y(1) = \frac{2-m}{2}$.

Yêu cầu bài toán suy ra $\frac{2-m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = 0$ (nhận).

+ Trường hợp 2: $y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow 2+m < 0 \Leftrightarrow m < -2$

Khi đó hàm số nghịch biến trên $[0;1]$ nên $\max_{[0;1]} y = y(0) = -m$.

Yêu cầu bài toán suy ra $-m = 1 \Leftrightarrow m = -1$ (loại).

+ Trường hợp 3: $m = -2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \text{Max } y = 2$ (loại)

Vậy $m = 0$.

Câu 15: Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

A. 20.

B. 10.

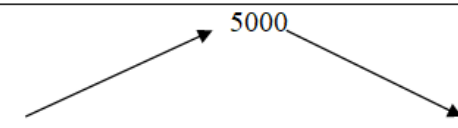
C. 1200.

D. 1100.

Lời giải:

Xét hàm số $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$).

$$N'(t) = 60t - 3t^2; N'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \end{cases}$$

t	0	20	30
N'	+	0	-
N			

Với $t = 20$ phút thì số vi khuẩn lớn nhất.

Câu 16: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + m$ (m là tham số thực), thỏa mãn $\min_{x \in [0;2]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây

đúng?

A. $7 < m < 20$.

B. $m > 20$.

C. $-10 < m < 6$.

D. $m < -10$.

Lời giải:

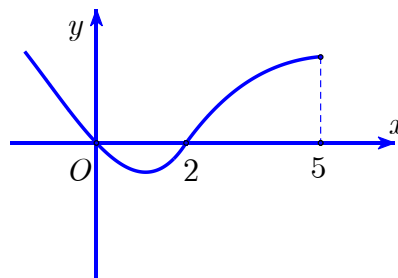
Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$, ta có $x = 1 \in (0;2)$.

Mặt khác: $y(0) = m$; $y(1) = m - 2$; $y(2) = m + 2$.

Khi đó $\min_{x \in [0;2]} y = m - 2$. Do $\min_{x \in [0;2]} y = 3$ nên $m - 2 = 3 \Leftrightarrow m = 5$

Vậy $-10 < m < 6$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ tại mọi $x \in \mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây:



Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $y = f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ lần lượt là

A. $f(2); f(5)$.

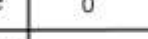
B. $f(0); f(5)$.

C. $f(2); f(0)$.

D. $f(2); f(3)$.

Lời giải:

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;5]$

x	0	2	5	
$f'(x)$	0	–	0	+
$f(x)$				

Từ bảng biến thiên ta thấy $\min_{[0;5]} f(x) = f(2); f(2) < f(3)$

Mà $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$ nên $f(5) > f(0)$

Vậy $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$, biết $\min_{[1;3]} f(x) + \max_{[1;3]} f(x) = 6$ khi $m = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a - 3b$ bằng

A. 13.

B. 10.

C. 11.

D. 15.

Lời giải:

Với điều kiện: $x \neq -1$, ta có $f'(x) = \frac{1-m}{(x+1)^2}$.

Để hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1;3]$ thì $m \neq 1$.

Khi đó:

$$\min_{[1;3]} f(x) + \max_{[1;3]} f(x) = 6 \Leftrightarrow f(1) + f(3) = 6 \Leftrightarrow \frac{1+m}{2} + \frac{3+m}{4} = 6 \Leftrightarrow m = \frac{19}{3} \text{ (tmđk)}.$$

Suy ra $a = 19, b = 3$ và $a - 3b = 19 - 3.3 = 10$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	-

Biết $f(-2) = f(0) = -3$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. $f(-1)$.

B. -3 .

C. $-f(-1)$.

D. 3 .

Lời giải:

Dựa vào bảng dấu của đạo hàm ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$			-3	$f(-1)$	-3		
$ f(x) $			3	$-f(-1)$	3		

Dựa vào bảng biến thiên $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-2; 0]$ ta có $\max_{[-2; 0]} |f(x)| = -f(-1)$.

Câu 20: Tổng các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |-x^4 + 8x^2 + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 2023 là

- A. 6. B. -6. C. -7. D. 4.

Lời giải:

Ta có $f(x) = -x^4 + 8x^2 + m$ nên $f'(x) = -4x^3 + 16x$.

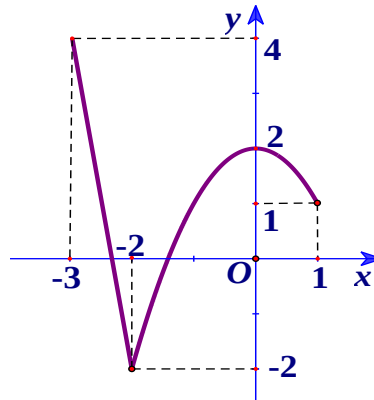
Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2. \end{cases}$

Khi đó $f(-1) = m + 7$; $f(0) = m$; $f(2) = m + 16$; $f(3) = m - 9$.

Do đó $\max_{[-1; 3]} y = \frac{|2m + 7| + 25}{2} = 2023 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2014 \\ m = 2007. \end{cases}$

Vậy tổng các giá trị của tham số m là -7.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 1]$ và có đồ thị như hình bên dưới:



Tìm giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(4|\sin 2022x| - 3) - m$ bằng 5.

- A. $m = -3$. B. $m = -7$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Lời giải:

Xét hàm số $y = f(4|\sin 2022x| - 3) - m$. Đặt $t = 4|\sin 2022x| - 3$.

Với $0 \leq |\sin 2022x| \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 0 \leq 4|\sin 2022x| \leq 4 \Rightarrow -3 \leq 4|\sin 2022x| - 3 \leq 1$
 $\Rightarrow -3 \leq t \leq 1$.

Ta được hàm số $y = f(t) - m$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 1] \Rightarrow \min_{[-3; 1]} f(t) = -2$

Nên $\min_{[-3; 1]} [f(t) - m] = -2 - m = 5 \Leftrightarrow m = -7$.

Câu 22: Cho hàm số $y = |x^2 + x + m|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho $\min_{[-2; 2]} y = 2$?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải:

Xét hàm số $g(x) = x^2 + x + m$ trên đoạn $[-2; 2]$.

Ta có: $g'(x) = 2x + 1$. Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Do đó:

$$+) A = \max_{[-2;2]} g(x) = \left\{ g(-2), g\left(-\frac{1}{2}\right), g(2) \right\} = \max \left\{ m+2; m-\frac{1}{4}; m+6 \right\} = m+6.$$

$$+) a = \min_{[-2;2]} g(x) = \min \left\{ g(-2), g\left(-\frac{1}{2}\right), g(2) \right\} = \min \left\{ m+2; m-\frac{1}{4}; m+6 \right\} = m-\frac{1}{4}.$$

TH1: Nếu $a \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}$.

Suy ra $\min_{[-2;2]} y = m - \frac{1}{4}$. Theo bài ra $\min_{[-2;2]} y = 2$ nên ta có: $m - \frac{1}{4} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$ (thỏa mãn).

TH2: Nếu $A \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -6$.

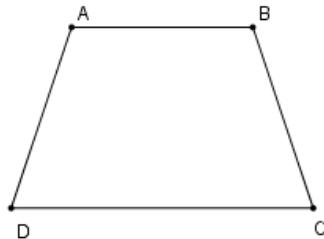
Suy ra $\min_{[-2;2]} y = -(m+6)$. Theo bài ra $\min_{[-2;2]} y = 2$ nên ta có: $-(m+6) = 2 \Leftrightarrow m = -8$ (thỏa mãn).

TH3: Nếu $A.a < 0 \Leftrightarrow -6 < m < \frac{1}{4}$.

Suy ra $\min_{[-2;2]} y = 0$ (không thỏa mãn đề bài).

Do đó $m = \frac{9}{4}$; $m = -8$ thỏa mãn yêu cầu đề bài. Vậy có 2 giá trị thực của tham số m .

Câu 23: Một người nông dân có 3 tấm lưới thép B40, mỗi tấm dài $16m$ và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông dạng hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ, trong đó bờ sông là đường thẳng DC không phải rào và mỗi tấm là một cạnh của hình thang. Hỏi ông ấy có thể rào một mảnh vườn với diện tích lớn nhất bao nhiêu m^2 ?



A. $192\sqrt{3}m^2$.

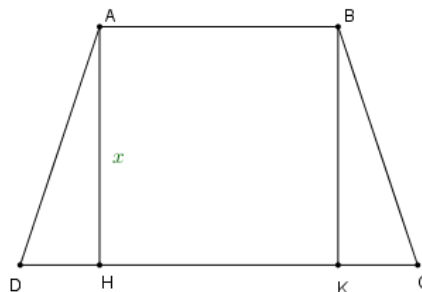
B. $196\sqrt{3}m^2$.

C. $190\sqrt{3}m^2$.

D. $194\sqrt{3}m^2$.

Lời giải:

Gọi x ($m, 0 < x < 16$) là độ dài chiều cao của hình thang.



Khi đó diện tích hình thang là:

$$S = \frac{1}{2} (16 + 16 + 2\sqrt{16^2 - x^2})x = 16x + x\sqrt{16^2 - x^2}$$

Xét hàm số $f(x) = 16x + x\sqrt{16^2 - x^2}$ với $0 < x < 16$.

Ta có: $f'(x) = 16 + \frac{16^2 - 2x^2}{\sqrt{16^2 - x^2}}$.

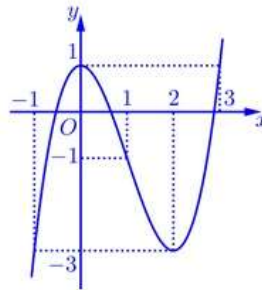
Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 16 + \frac{16^2 - 2x^2}{\sqrt{16^2 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 192 = 0 \Leftrightarrow x = 8\sqrt{3}$.

Bảng biến thiên

x	0	$8\sqrt{3}$	16	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			$192\sqrt{3}$	

Vậy diện tích lớn nhất của mảnh vườn là $192\sqrt{3}m^2$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Xét hàm số $g(x) = f(x^3 + 2x) + m$. Giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng 9 là

A. $m = 10$.

B. $m = 6$.

C. $m = 12$.

D. $m = 8$.

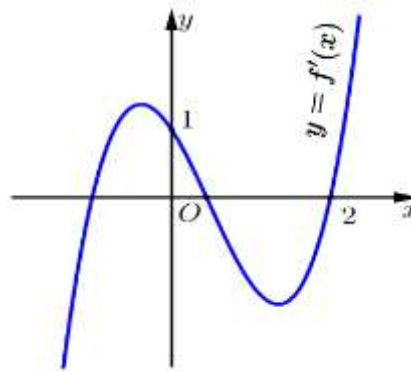
Lời giải:

Ta có: $g'(x) = (3x^2 + 2)f'(x^3 + 2x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3 + 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 2x = 0 \\ x^3 + 2x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \alpha, \alpha \in (0; 1) \end{cases}$$

Vì $g(0) = g(1) = 1 + m > f(\alpha) + m = g(\alpha)$ nên $\max_{[0; 1]} g(x) = 1 + m = 9 \Leftrightarrow m = 8$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi:

A. $m \geq f(2) - 2$.

B. $m \geq f(0)$.

C. $m > f(2) - 2$.

D. $m > f(0)$.

Lời giải:

Ta có $f(x) < x + m, \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow m > f(x) - x, \forall x \in (0; 2)$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - x$.

$g'(x) = f'(x) - 1 < 0, \forall x \in (0; 2)$ (do trên khoảng $(0; 2)$ thì $f'(x) < 1$).

Bảng biến thiên:

x	0	2
$g'(x)$	-	
$g(x)$	$g(0)$	$g(2)$

Suy ra $m > g(x), \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow m \geq g(0)$.

HẾT

Huế, 16h30' Ngày 01 tháng 7 năm 2023

ĐỀ ÔN SỐ 1 – ĐƯỜNG TIỆM CẬN

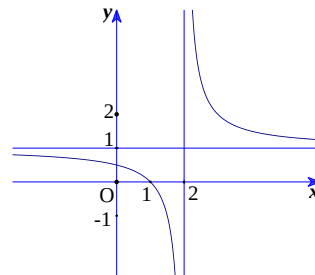
Câu 1: Cho hàm xuống $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $x = 1, x = 2$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có không tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $y = 1, y = 2$.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận ngang.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.
- C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 3: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$.
- B. $y' > 0, \forall x \neq 2$.
- C. $y' < 0, \forall x \neq 2$.
- D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 4: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ là

- A. $x = 3$.
- B. $y = 3$.
- C. $y = 2$.
- D. $x = 1$.

Câu 5: Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số nào trong các hàm số đã cho dưới đây?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	3
		$-\infty$	

- A. $y = \frac{3x+8}{x+2}$.
- B. $y = \frac{3-x}{x+2}$.
- C. $y = \frac{3-3x}{x+2}$.
- D. $y = \frac{3x-3}{x+2}$.

Câu 6: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2023}{x+1}$ và các trục tọa độ giới hạn một hình vuông có chu vi bằng

- A. 8.
- B. 4.
- C. 2.
- D. 12.

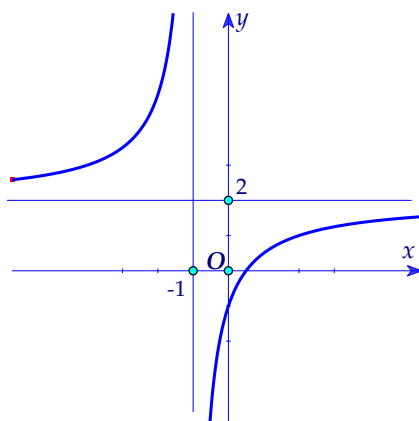
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	3 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ -2	↗ 5	

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 8: Cho đường cong hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x-2}{x-1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 9: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị nào dưới đây?

- A. $y = \frac{2}{x+1}$. B. $y = \frac{1+x}{1-2x}$. C. $y = \frac{-2x+3}{x-2}$. D. $y = \frac{2x-2}{x+2}$.

Câu 10: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$ là điểm có tọa độ là

- A. (2;1). B. (1;2). C. (1;-2). D. (-2;1).

Câu 11: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+b}$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	-	-
y	-1 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ -1	

Giá trị của $a+b$ là

- A. -1. B. 3. C. 1. D. -3.

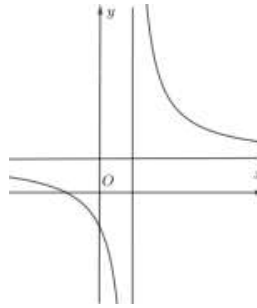
Câu 13: Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

- A. $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$. B. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$. C. $y = \frac{x^2-1}{x}$. D. $y = \frac{1-x^2}{x}$.

Câu 14: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2+x-2}$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $a > 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $b < 0, c > 0, d < 0$. B. $b > 0, c > 0, d < 0$. C. $b > 0, c < 0, d < 0$. D. $b < 0, c < 0, d < 0$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2023}{f(x)}$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 17: Số đường tiệm cận ngang của hàm số $y = 2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

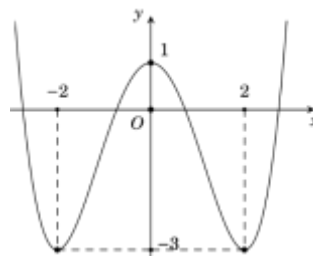
Câu 18: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x}{|x|-1}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+5}$ là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

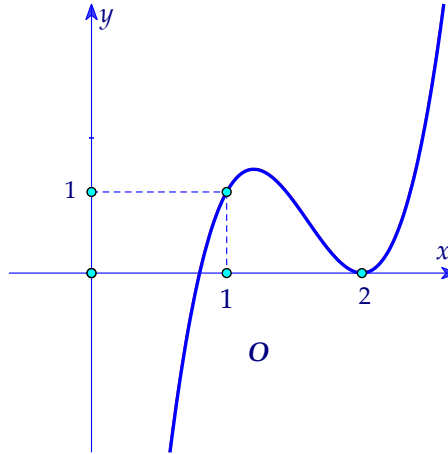
Câu 20: Cho hàm số trùng phương $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Số đường tiệm cận đứng đồ thị hàm số $y = \frac{2024}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3}$ là

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 21: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{x[2f^3(x) - 3f^2(x) + f(x)]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 4. B. 8. C. 5. D. 6.

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{x+5}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi A là một điểm nằm trên đồ thị (C). Tổng khoảng cách từ điểm A đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) nhỏ nhất bằng

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 2.

Câu 23: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-25; 25]$ sao cho đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-1}{x^2 - 2mx + 3m + 10}$$
 có đúng 2 đường tiệm cận đứng?

- A. 42. B. 43. C. 44. D. 45.

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx + \sqrt{x^2 + x + 1}$ có tiệm cận ngang?

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 25: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022; 2022]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

- A. 2010. B. 2008. C. 2009. D. 2011.

HẾT

Huế, 16h30' Ngày 06 tháng 7 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm xuống $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $x = 1, x = 2$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có không tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $y = 1, y = 2$.**
- D. Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận ngang.

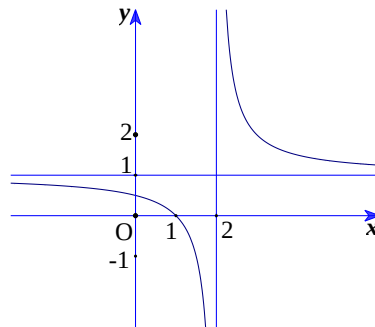
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.**
- C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là $x = 1$ và $x = -1$.

Lời giải:

Theo định nghĩa ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$ thì đường thẳng $y = y_0$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$.
- B. $y' > 0, \forall x \neq 2$.
- C. $y' < 0, \forall x \neq 2$.**
- D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 4: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ là

- A. $x = 3$.
- B. $y = 3$.**
- C. $y = 2$.
- D. $x = 1$.

Lời giải:

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-2}{x-1} = 3$ suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 3$.

Câu 5: Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số nào trong các hàm số đã cho dưới đây?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	3
		$-\infty$	

A. $y = \frac{3x+8}{x+2}$.

B. $y = \frac{3-x}{x+2}$.

C. $y = \frac{3-3x}{x+2}$.

D. $y = \frac{3x-3}{x+2}$.

Lời giải:

Kiểm tra các sự kiện:

+) Đồ thị hàm số có TCD và TCN lần lượt là $x = -2; y = 3$.

+) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 6: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2023}{x+1}$ và các trục tọa độ giới hạn một hình vuông có chu vi bằng

A. 8.

B. 4.

C. 2.

D. 12.

Lời giải:

+ $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-2023}{x+1} = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

+ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2023}{x+1} = 1$, suy ra đường thẳng $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

+ Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2023}{x+1}$ và các trục tọa độ giới hạn một hình vuông có cạnh bằng 1 nên chu vi hình vuông bằng 4.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	3 ↘ $-\infty$	$+\infty$	$-\infty$ ↗ 5	

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải:

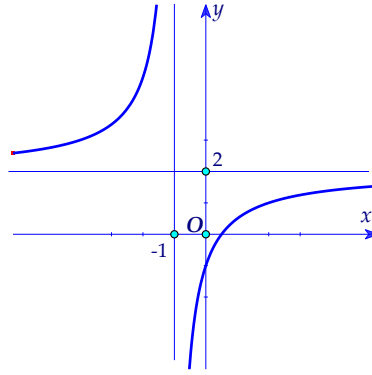
Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = 3$ và $y = 5$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 8: Cho đường cong hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{2x-2}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải:

Kiểm tra các sự kiện:

+) Đồ thị hàm số có TCĐ và TCN lần lượt là $x = a < 0; y = b > 0$.

+) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Cách khác:

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ nên chọn D.

Câu 9: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị nào dưới đây?

A. $y = \frac{2}{x+1}$.

B. $y = \frac{1+x}{1-2x}$.

C. $y = \frac{-2x+3}{x-2}$.

D. $y = \frac{2x-2}{x+2}$.

Lời giải:

Trong 4 đáp án trên chỉ có đáp án $y = \frac{2x-2}{x+2}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-2}{x+2} = 2$.

Câu 10: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$ là điểm có tọa độ là

A. $(2; 1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(1; -2)$.

D. $(-2; 1)$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$; tiệm cận ngang

$y = -2 \Rightarrow$ giao điểm hai đường tiệm cận là $I(1; -2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Câu 11: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 2$ là TCN của đồ thị hàm số.

Lại có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x=1$ là TCD của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+b}$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1		$+\infty$		-1

Giá trị của $a+b$ là

A. -1 .

B. 3 .

C. 1 .

D. -3 .

Lời giải:

Dựa vào BBT, đồ thị hàm số đã cho có:

+) Tiệm cận đứng $x = -b = 2 \Rightarrow b = -2$.

+) Tiệm cận ngang $y = a = -1$

Suy ra $a+b = -3$.

Câu 13: Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$.

B. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$.

C. $y = \frac{x^2-1}{x}$.

D. $y = \frac{1-x^2}{x}$.

Lời giải:

-) Hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ có tập xác định $D = (-1;1) \setminus \{0\}$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ không có đường tiệm cận ngang.

-) Hàm số $y = \frac{x^2-1}{x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Khi đó $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

$\Rightarrow$ Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2-1}{x}$ không có đường tiệm cận ngang.

-) Hàm số $y = \frac{1-x^2}{x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Khi đó $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

$\Rightarrow$ Đồ thị của hàm số $y = \frac{1-x^2}{x}$ không có đường tiệm cận ngang.

-) Hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ có tập xác định $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

Khi đó $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$.

$\Rightarrow$ Đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = \pm 1$.

Câu 14: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2+x-2}$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. **D. 3.**

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x^2+x-2} = 0$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y = 0$.

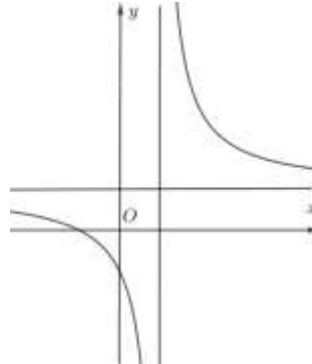
Mặt khác, $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x^2+x-2} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x^2+x-2} = +\infty$;

$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x-1}{x^2+x-2} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x-1}{x^2+x-2} = +\infty$

Do đó, đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng $x = -2$; $x = 1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $a > 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $b < 0, c > 0, d < 0$. B. $b > 0, c > 0, d < 0$. C. $b > 0, c < 0, d < 0$. D. $b < 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ta có:

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow a, b$ cùng dấu, mà $a > 0 \Rightarrow b > 0$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a, c$ cùng dấu. Suy ra $c > 0$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow c, d$ trái dấu. Suy ra $d < 0$.

Vậy $b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2023}{f(x)}$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x) = 0$ có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 phân biệt.

Do vậy $\lim_{x \rightarrow x_1} y = \pm\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_2} y = \pm\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_3} y = \pm\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{2023}{f(x)}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 17: Số đường tiệm cận ngang của hàm số $y = 2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0

Lời giải:

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x + 3}{2x - 1 - \sqrt{4x^2 - 4}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4 + \frac{3}{x}}{2 - \frac{1}{x} + \sqrt{4 - \frac{4}{x^2}}} = -1$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - 1 + x\sqrt{4 - \frac{4}{x^2}} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(2 - \frac{1}{x} + \sqrt{4 - \frac{4}{x^2}} \right) = +\infty$$

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y = -1$.

Câu 18: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x}{|x| - 1}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải:

$$\text{Khi } x \geq 0, x \neq 1 \Rightarrow f(x) = \frac{x}{x - 1}$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y = 1$ và 1 tiệm cận đứng $x = 1$.

$$\text{Khi } x < 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x}{-x - 1}$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y = -1$ và 1 tiệm cận đứng $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 4 đường tiệm cận.

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x^2 - 6x + 5}$ là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Lời giải:

$$\text{Tập xác định: } D = [-3; 3] \setminus \{1\}. \text{ Ta có } x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}.$$

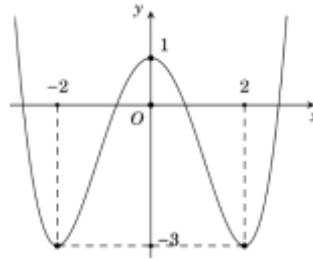
Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+5} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+5} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=1$.

Do $x=5 \notin [-3;3]$ nên đồ thị hàm số không nhận $x=5$ là tiệm cận đứng.

Vì hàm số có tập xác định là $D=[-3;3] \setminus \{1\}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có 1 tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 20: Cho hàm số trùng phương $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Số đường tiệm cận đứng đồ thị hàm số $y = \frac{2024}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3}$ là

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải:

Ta có $[f(x)]^2 + 2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1(1) \\ f(x) = -3(2) \end{cases}$

Mặt khác, dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có:

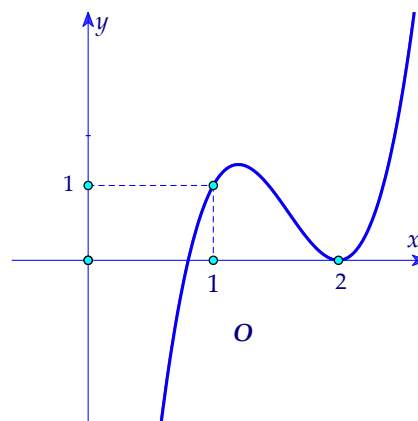
-) Phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(\text{kép}) \\ x = a < -2(\text{don}) \\ x = b > 2(\text{don}). \end{cases}$

-) Phương trình (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2(\text{kép}) \\ x = 2(\text{kép}). \end{cases}$

Do đó, khi x dần đến một trong các giá trị $\{0; a; b; \pm 2\}$ thì y dần đến vô cực.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 5 tiệm cận đứng.

Câu 21: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{x[2f^3(x) - 3f^2(x) + f(x)]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4.

B. 8.

C. 5.

D. 6.

Lời giải:

+ Đk của Tử: $x \geq 1$.

+ Do $f(x)$ là hàm bậc ba nên bậc tử bé hơn bậc mẫu suy ra đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận ngang $y = 0$.

$$+ \text{ Xét } (x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

$$+ \text{ Xét } x[2f^3(x) - 3f^2(x) + f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=1 \\ f(x)=\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$+ f(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=a(0 < a < 1) \\ x=2(\text{bởi } 2) \end{cases}. \text{ Suy ra } x=2 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

$$+ f(x)=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1(\text{bởi } 1) \\ x=b(1 < b < 2) \\ x=c(c > 2) \end{cases}. \text{ Suy ra } x=b, x=c \text{ là các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

$$+ f(x)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=d(0 < d < 1) \\ x=e(1 < e < 2) \\ x=g(g > 2) \end{cases}. \text{ Suy ra } x=e, x=g \text{ là các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{x+5}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi A là một điểm nằm trên đồ thị (C) . Tổng khoảng cách từ điểm A đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) nhỏ nhất bằng

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 2.

Lời giải:

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $\Delta_1: x+1=0$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $\Delta_2: y-1=0$. Do $A \in (C) \Rightarrow A\left(x; \frac{x+5}{x+1}\right)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} d(A, \Delta_1) = |x+1| \\ d(A, \Delta_2) = \left| \frac{4}{x+1} \right| \end{cases} \Rightarrow d(A, \Delta_1) + d(A, \Delta_2) = |x+1| + \left| \frac{4}{x+1} \right| \geq 4.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } |x+1| = \left| \frac{4}{x+1} \right| \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}.$$

Câu 23: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-25; 25]$ sao cho đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-1}{x^2 - 2mx + 3m + 10} \text{ có đúng 2 đường tiệm cận đứng?}$$

A. 42. **B.** 43. **C.** 44. **D.** 45.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 - 2mx + 3m + 10}$ có đúng 2 đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - 2mx + 3m + 10 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 - 2m + 3m + 10 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - 3m - 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -11 \\ m > 5 \\ m < -2 \end{cases}$$

Do $m \in [-25; 25]$ nên tập giá trị của m là $\{-25; -24; \dots; -12; -10; \dots; -3; 6; 7; \dots; 25\}$

Như vậy có 42 giá trị m thỏa mãn đề bài.

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx + \sqrt{x^2 + x + 1}$ có tiệm cận ngang?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải:

+) Nếu $m > 0$ thì đồ thị hàm số tiệm cận ngang khi $x \rightarrow -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx + \sqrt{x^2 + x + 1})$ hữu hạn.

$$\text{Xét: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (mx + \sqrt{x^2 + x + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{(m^2 - 1)x^2 - x - 1}{mx - \sqrt{x^2 + x + 1}} \right)$$

Giới hạn có kết quả hữu hạn khi: $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ ($m > 0$)

+) Nếu $m < 0$ thì đồ thị hàm số tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (mx + \sqrt{x^2 + x + 1})$ hữu hạn.

$$\text{Xét: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (mx + \sqrt{x^2 + x + 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(m^2 - 1)x^2 - x - 1}{mx - \sqrt{x^2 + x + 1}} \right)$$

Giới hạn có kết quả hữu hạn khi: $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ ($m < 0$)

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

Câu 25: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022; 2022]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2010. **B.** 2008. **C.** 2009. **D.** 2011.

Lời giải:

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 + x - m \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^4}}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{m}{x^2}} = 0$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

Nên để đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ Phương trình: $x^2 + x - m = 0$ có đúng 1 nghiệm $x \geq 3$.

$\Leftrightarrow x^2 + x = m$ (1) có đúng 1 nghiệm $x \geq 3$.

Xét $f(x) = x^2 + x \Rightarrow f'(x) = 2x + 1 > 0 \quad \forall x \geq 3$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty) \Rightarrow \min_{[3; +\infty)} f(x) = f(3) = 12$

Để (1) có 1 nghiệm $x \geq 3 \Leftrightarrow m \geq \min_{[3; +\infty)} f(x) = 12$.

Mà m nguyên thuộc đoạn $[-2022; 2022] \Rightarrow m \in \{12; 13; \dots; 2022\} \Rightarrow$ Có 2011 giá trị.

HẾT

Huế, 16h30' Ngày 06 tháng 7 năm 2023

ĐỀ ÔN SỐ 2 – ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $x = 1, x = 2$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có không tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho một tiệm cận ngang là $x = 1$.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận ngang.

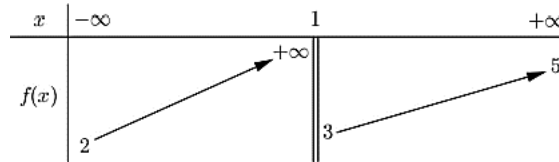
Câu 2: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 2024}{x - 1}$ có phương trình là

- A. $y = 1$.
- B. $x = 1$.
- C. $x = 3$.
- D. $y = 3$.

Câu 3: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 5}$?

- A. $x = 1$.
- B. $x = -1$.
- C. $y = 2$.
- D. $y = -1$.

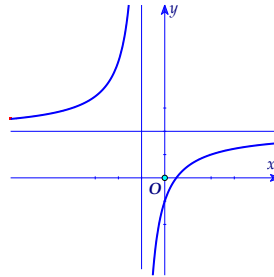
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới:



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.
- B. 2.
- C. 1.
- D. 4.

Câu 5: Cho đường cong hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây



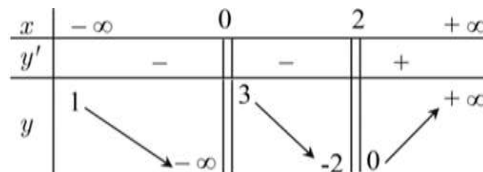
Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x - 2}{x - 1}$.
- B. $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$.
- C. $y = \frac{2x + 3}{x + 1}$.
- D. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị $y = \frac{3x - 1}{x - 2}$ cắt đường thẳng $\Delta: y = 2x + 3$ tại điểm nào dưới đây?

- A. $D(3; 9)$.
- B. $C(2; 7)$.
- C. $A(2; 5)$.
- D. $B(-2; -1)$.

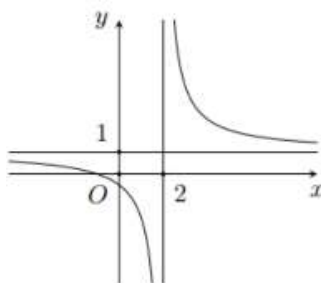
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 2.
- B. 4.
- C. 1.
- D. 3.

Câu 8: Với các số thực a, b, c, d và hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



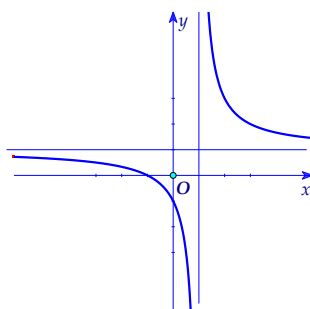
Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là

- A. $(1; 2)$. B. $(2; 1)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-1; -2)$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$. B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$. D. $y = \frac{x}{x + 1}$.

Câu 10: Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên dưới:



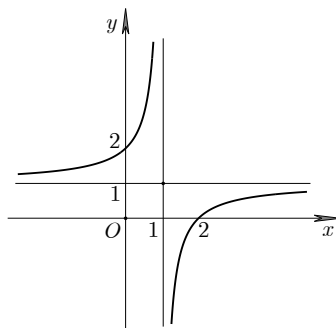
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' < 0, \forall x \neq 1$. C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 11: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số?

- A. $x = -1, y = 1$. B. $x = 1, y = 2$. C. $x = 1, y = 1$. D. $x = 2, y = 1$.

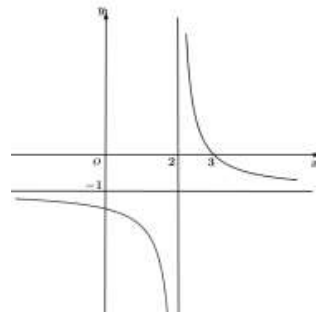
Câu 13: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng có phương trình

- A. $x = -2, y = -1$. B. $x = -1, y = -2$. C. $x = -1, y = 1$. D. $x = -2, y = -1$.

Câu 14: Giá trị của tham số m sao cho tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{mx+5}{x+1}$ đi qua điểm $M(2; -4)$ là

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-2}$ có đồ thị như hình sau đây:



Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng

- A. $S = -2$. B. $S = -1$. C. $S = 2$. D. $S = 3$.

Câu 16: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x - 5}}{x}$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17: Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1}$.

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

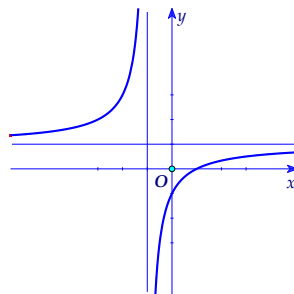
Câu 18: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x+1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x+4}}{x^2 + 5x}$ là

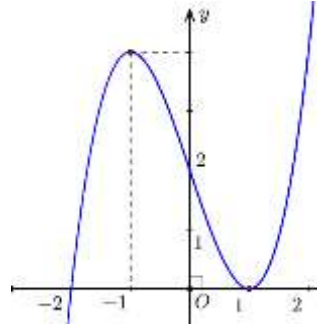
- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 20: Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $ad > 0, ab < 0$. B. $bd > 0, ad > 0$. C. $bd < 0, ab > 0$. D. $ad < 0, ab < 0$.

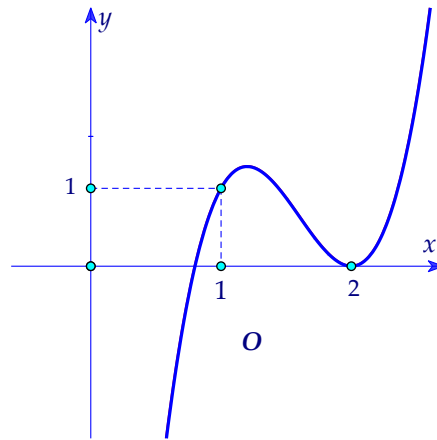
Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{f^2(x) - f(x)}$ là

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 22: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{(x+1)[f^2(x) - f(x)]}$ là

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 23: Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 + mx + 9}$ có đúng hai đường tiệm cận?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 24: Tập giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2 - 4x - m}$ có đúng hai tiệm cận là

- A. $(-\infty; 12) \cup \{4\}$. B. $(12; +\infty) \cup \{-4\}$. C. $(-\infty; 12)$. D. $[12; +\infty) \cup \{-4\}$.

Câu 25: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2 - 6x + 2m}}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của tập S là

- A. 13. B. Vô số. C. 11. D. 12.

HẾT

Huế, 16h30' Ngày 06 tháng 7 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $x = 1, x = 2$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho có không tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho một tiệm cận ngang là $x = 1$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận ngang.

Câu 2: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 2024}{x - 1}$ có phương trình là
 A. $y = 1$. **B. $x = 1$.** C. $x = 3$. D. $y = 3$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x + 2024}{x - 1} = +\infty$

$\Rightarrow$ Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 2024}{x - 1}$ có phương trình là $x = 1$.

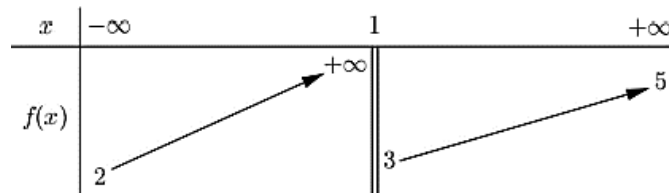
Câu 3: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 5}$?
 A. $x = 1$. B. $x = -1$. **C. $y = 2$.** D. $y = -1$.

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x}} = 2$.

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 5}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới:



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.** B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải:

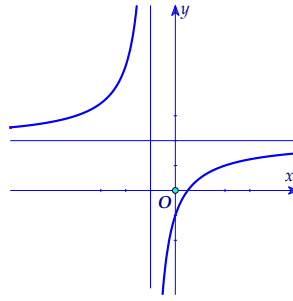
Dựa vào bảng biến thiên ta có

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \Rightarrow y = 2; y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 tiệm cận.

Câu 5: Cho đường cong hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây



Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{2x-2}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ nên chọn

D.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ cắt đường thẳng $\Delta: y = 2x+3$ tại điểm nào dưới đây?

A. $D(3;9)$.

B. $C(2;7)$.

C. $A(2;5)$.

D. $B(-2;-1)$.

Lời giải:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ là $x = 2$.

Thay $x = 2$ vào $\Delta: y = 2x+3$ ta được $y = 7$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ cắt đường thẳng $\Delta: y = 2x+3$ tại điểm $C(2;7)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-		-	+
y	1	3	-2	$+\infty$

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải:

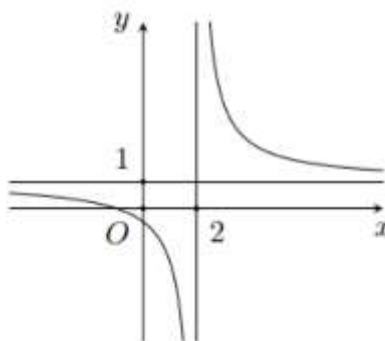
Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là $x = 0$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 8: Với các số thực a, b, c, d và hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là

- A. $(1; 2)$. B. $(2; 1)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-1; -2)$.

Lời giải:

Tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $x = 2; y = 1$

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận đứng?

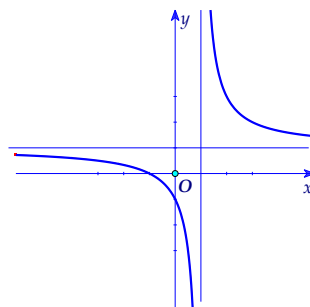
- A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$. B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$. D. $y = \frac{x}{x + 1}$.

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x}{x + 1} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x}{x + 1} = +\infty$

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x + 1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$.

Câu 10: Biết hàm số $y = \frac{x + a}{x - 1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' < 0, \forall x \neq 1$. C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 11: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải:

Ta có :

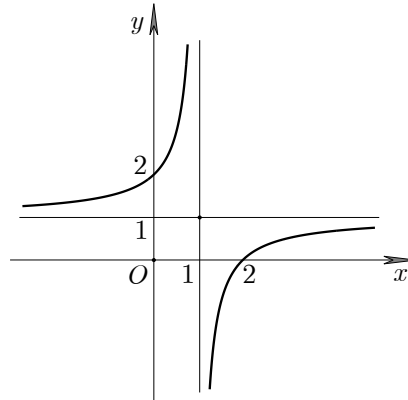
$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có kích thước lần lượt là 1 và 2.

Vậy diện tích hình chữ nhật là $S = 2$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số?

- A. $x = -1, y = 1$. B. $x = 1, y = 2$. **C. $x = 1, y = 1$.** D. $x = 2, y = 1$.

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ta có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng có phương trình

- A. $x = -2, y = -1$. **B. $x = -1, y = -2$.** C. $x = -1, y = 1$. D. $x = -2, y = -1$.

Lời giải:

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ là $x = -1$

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ là $y = \frac{-2}{1} = -2$.

Câu 14: Giá trị của tham số m sao cho tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{mx+5}{x+1}$ đi qua điểm $M(2; -4)$ là

- A. $m = 4$. **B. $m = -4$.** C. $m = -2$. D. $m = 2$.

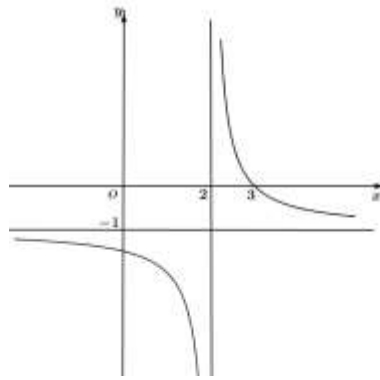
Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{mx+5}{x+1}$ có phương trình đường tiệm cận ngang là $y = m$.

Để $y = m$ đi qua điểm $M(2; -4)$ thì $m = -4$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-2}$ có đồ thị như hình sau đây:



Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng

A. $S = -2$.

B. $S = -1$.

C. $S = 2$.

D. $S = 3$.

Lời giải:

Từ đồ thị suy ra tiệm cận ngang là $y = -1 \Rightarrow \frac{a}{c} = -1 \Leftrightarrow a = -c$.

Tiệm cận đứng $x = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow a = -1$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $(3; 0) \Rightarrow 3a + b = 0 \Rightarrow b = 3$.

$\Rightarrow S = a + b + c = 3$.

Câu 16: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x - 5}}{x}$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

TXĐ: $D = (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

Xét $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ nên ta có 2 tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

Hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 17: Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1}$.

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải:

Tập xác định: $D = [-3; +\infty) \setminus \{\pm 1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+3-4x^2}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(-4x-3)(x-1)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(-4x-3)}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2x)} = \frac{-7}{8} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} = \frac{-7}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(-4x-3)}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2x)} = -\infty$$

Nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x = -1$
 Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 18: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x+1}}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

- A. 2. B. 3. C. 0. **D. 1.**

Lời giải:

Tập xác định $D = (-1; 4]$. Do đó đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x+1}} = +\infty$$

Vì $\lim_{x \rightarrow -1^+} \sqrt{4-x} = \sqrt{5} > 0$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} \sqrt{x+1} = 0$ mặt khác $x+1 > 0$ khi $x \rightarrow -1^+$.

Suy ra đường thẳng $x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có một đường tiệm cận: $x = -1$.

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x}$ là

- A. 2.** B. 0. C. 3. D. 1.

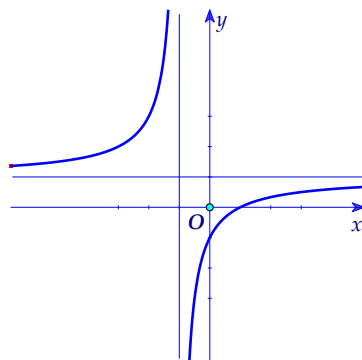
Lời giải:

Điều kiện $D = [-4; +\infty) \setminus \{0\}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}}}{1 + \frac{5}{x}} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x} = -\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Câu 20: Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $ad > 0, ab < 0$.** B. $bd > 0, ad > 0$. C. $bd < 0, ab > 0$. D. $ad < 0, ab < 0$.

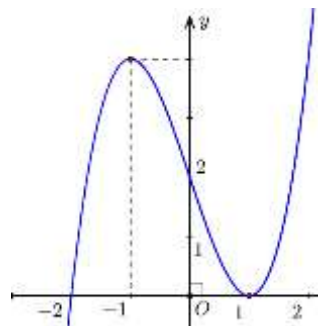
Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra:

Đồ thị hàm số có TCD và TCN là: $x = -\frac{d}{c}, y = \frac{a}{c} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{d}{c} < 0 \\ \frac{a}{c} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} cd > 0 \\ ac > 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0.$

Đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ $\left(0; \frac{b}{d}\right), \left(-\frac{b}{a}; 0\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{d} < 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bd < 0 \\ ab < 0 \end{cases}.$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{f^2(x) - f(x)}$ là

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

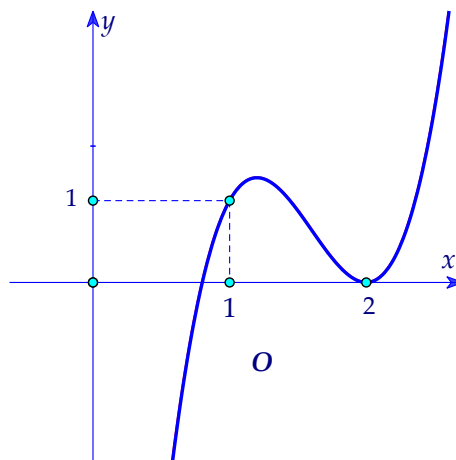
Lời giải:

Chọn hàm số có đồ thị như hình vẽ: $f(x) = x^3 - 3x + 2$

Nên: $y = \frac{x^2 + x - 2}{f^2(x) - f(x)} = \frac{x^2 + x - 2}{(x^3 - 3x + 2)(x^3 - 3x + 1)} = \frac{1}{(x-1)(x^3 - 3x + 1)}$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 22: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{(x+1)[f^2(x) - f(x)]}$ là

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải:

Nhận xét 1: Với $x_0 \geq 1$ và $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x)$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} g(x)$ có kết quả là $+\infty$ hoặc $-\infty$ thì $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

Nhận xét 2: Dựa vào đồ thị hàm số $f(x)$ ta có: $f(x) = a(x - x_1)(x - 2)^2$.

$$\text{Ta có } (x+1)[f^2(x) - f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 1 \end{cases}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1, 0 < x_1 < 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = x_2, 1 < x_2 < 2 \text{ suy ra } f(x) - 1 = a(x-1)(x-x_2)(x-x_3) \\ x = x_3, x_3 > 2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó ta có } g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{(x+1)[f^2(x) - f(x)]} = \frac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{(x+1) \cdot f(x)[f(x)-1]}$$

$$g(x) = \frac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{(x+1) \cdot a(x-x_1)(x-2)^2 \cdot a(x-1)(x-x_2)(x-x_3)} = \frac{\sqrt{x-1}}{a^2(x+1)(x-x_1)(x-2)(x-x_2)(x-x_3)}$$

$x = -1, x = x_1$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = g(x)$ không thỏa mãn điều kiện $x_0 \geq 1$. Đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng là: $x = 2, x = x_2, x = x_3$.

Câu 23: Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 + mx + 9}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải:

Ta có:

$$*) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^2 + mx + 9} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{m}{x} + \frac{9}{x^2}} = 0, \text{ nên đồ thị hàm số luôn có một đường tiệm cận}$$

ngang là đường thẳng $y = 0$.

*) Vậy đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận khi đồ thị có đúng một đường tiệm cận đứng. Suy ra phương trình $x^2 + mx + 9 = 0$ hoặc nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng -1 .

+) Trường hợp 1: Phương trình $x^2 + mx + 9 = 0$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow m^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -6 \end{cases}$$

+) Trường hợp 2: Phương trình $x^2 + mx + 9 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (-1)^2 + m(-1) + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 36 > 0 \\ m = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < -6 \\ m = 10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 10.$$

Vậy có 3 giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+mx+9}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Câu 24: Tập giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-4x-m}$ có đúng hai tiệm cận là

- A. $(-\infty; 12) \cup \{4\}$. B. $(12; +\infty) \cup \{-4\}$. C. $(-\infty; 12)$. D. $[12; +\infty) \cup \{-4\}$.

Lời giải:

Điều kiện $\begin{cases} x^2 - 4x - m \neq 0 \\ x \geq -2 \end{cases}$.

TH1: Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow x^2 - 4x - m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 < -2 < x_2$:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ (x_1 + 2)(x_2 + 2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + m > 0 \\ -m + 12 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 12.$$

TH2: $x^2 - 4x - m = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow 4 + m = 0 \Leftrightarrow m = -4$

Với $m = -4$, $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2 - 4x + 4}$.

Ta thấy đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = 2$ và tiệm cận ngang $y = 0$.

Vậy $m \in (12; +\infty) \cup \{-4\}$.

Câu 25: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$

có đúng hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của tập S là

- A. 13. B. Vô số. C. 11. D. 12.

Lời giải:

Điều kiện xác định $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 - 6x + 2m > 0 \end{cases}$.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - 6x + m = 0$ có hai

nghiệm phân biệt lớn hơn $-2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (-3)^2 - 2m > 0 \\ (x_1 + 2)(x_2 + 2) > 0 \\ (x_1 + 2) + (x_2 + 2) > 0 \end{cases} \quad (1)$

với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 6x + m = 0$, theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = 2m \end{cases}$, thay

vào hệ (1) ta được: $\begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ 2m + 16 > 0 \Leftrightarrow -8 < m < \frac{9}{2}, \\ 10 > 0 \end{cases}$

vì $m \in \mathbb{Z}$ nên có 12 phần tử thỏa mãn là $\{-7; -6; \dots; 3; 4\}$.

HẾT

Huế, 16h30' Ngày 06 tháng 7 năm 2023

ĐỀ ÔN SỐ 1 – CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐỒ THỊ

Câu 1: Đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 3$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A.** $M(-1;3)$. **B.** $P(-1;0)$. **C.** $Q(-1;-1)$. **D.** $N(-1;1)$.

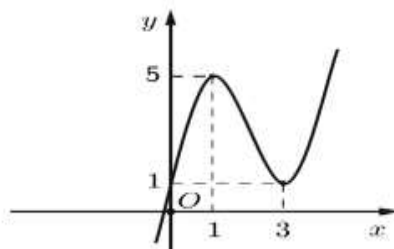
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		↗ 3		↘ -5		↗ $+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;3)$.
B. Đồ thị hàm số đã cho có một điểm cực trị.
C. Đồ thị hàm số đã cho và trục hoành không có điểm chung.
D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

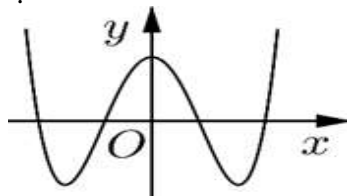
Câu 3: Cho hàm số bậc ba có đồ thị ở hình bên dưới:



Tất cả các giá trị của x để $f(x) \geq 1$ là

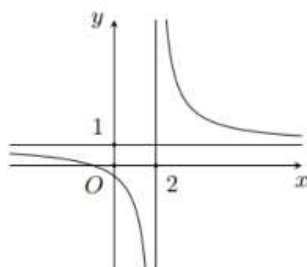
- A.** $x \geq 3$. **B.** $x \geq 0$. **C.** $x \geq 1$. **D.** $3 \leq x \leq 5$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x - 2$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

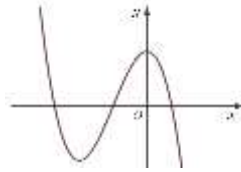
Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** $(1;2)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;-2)$.

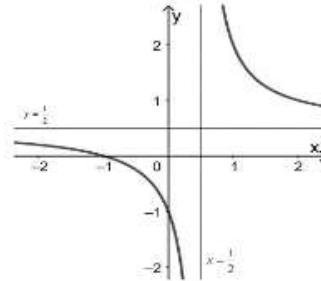
Câu 6: Đồ thị trong hình vẽ bên là một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hàm số đó là hàm số nào?

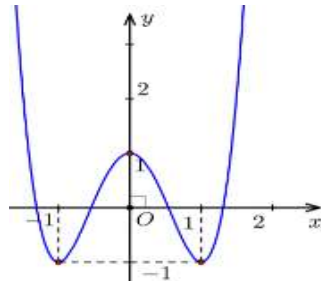
- A.** $y = -x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình bên dưới?



- A.** $y = \frac{-x+1}{-2x+1}$. **B.** $y = \frac{x+1}{2x-1}$. **C.** $y = \frac{-x}{-2x+1}$. **D.** $y = \frac{-x+1}{2x-1}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị $f(a+b+c+1)$ bằng

- A.** -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x$.

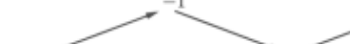
Lời giải:

Câu 10: Bảng biến thiên bên là của hàm số nào trong các hàm số đã cho dưới đây?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		+	+
y	3	$+\infty$	3

- A.** $y = \frac{3x+8}{x+2}$. **B.** $y = \frac{3-x}{x+2}$. **C.** $y = \frac{3-3x}{x+2}$. **D.** $y = \frac{3x-3}{x+2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 - 3x^2 + b$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y					

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0; b < 0$. B. $a < 0; b > 0$. C. $a > 0; b > 0$. D. $a < 0; b < 0$.

Câu 12: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên sau?

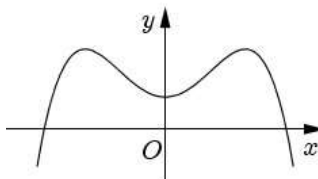
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y		$+\infty$	$-\infty$

- A. $y = \frac{-x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{-x-2}{x-1}$. C. $y = \frac{-x+2}{x-1}$. D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 13: Đồ thị hàm số nào dưới đây có trục đối xứng?

- A. $y = x^3 - 4x + 1$. B. $y = \frac{x+3}{x-2}$. C. $y = -x^4 + 4x^2 + 5$. D. $y = x^4 + 4x^3 - 6$.

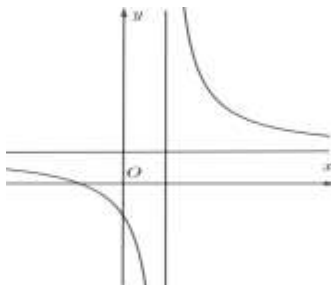
Câu 14: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0$. C. $a > 0, b > 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $a > 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



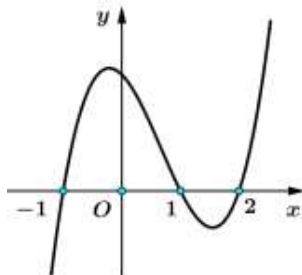
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $b < 0, c > 0, d < 0$. B. $b > 0, c > 0, d < 0$. C. $b > 0, c < 0, d < 0$. D. $b < 0, c < 0, d < 0$.

Câu 16: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tâm đối xứng?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-3}$. B. $y = \tan x$. C. $y = 2x^3 - x$. D. $y = 2x^4 - x^2 + 3$.

Câu 17: Biết đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ bên dưới:



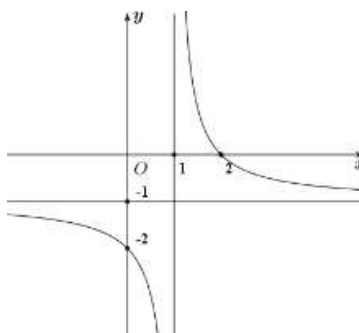
Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 18: Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

- A. $y = x^4 + 5x^2 - 1$. B. $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên dưới:



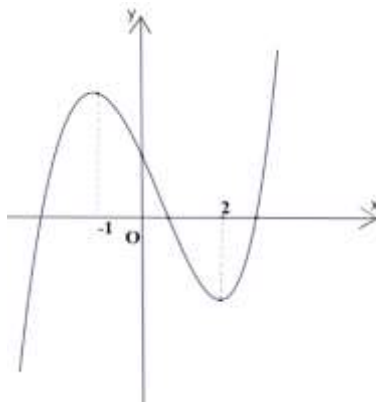
Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.

- A. $T = -9$. B. $T = -7$. C. $T = 12$. D. $T = 10$.

Câu 20: Biết hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực đại tại điểm $x = -3$, $f(-3) = 28$ và đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1. Tính $S = a^2 + b^2 - c^2$.

- A. $S = 89$. B. $S = \frac{225}{4}$. C. $S = \frac{619}{8}$. D. $S = 91$.

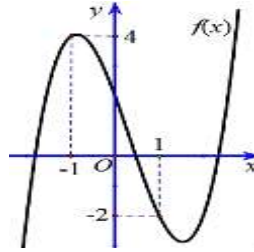
Câu 21: Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên dưới:



Giá trị của biểu thức $T = f(2) - f(0)$ bằng

- A. -10. B. 6. C. 4. D. -8.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tính giá trị của biểu thức $T = f(a - b + c - d + 5) + f(f(a + b + c + d + 3) + 3)$.

- A. $T = 2$. B. $T = -4$. C. $T = 8$. D. $T = -6$.

Câu 23: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với a, b, c là các số thực $a \neq 0$. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, hàm số có 3 điểm cực trị và phương trình $y = 0$ vô nghiệm. Hỏi trong 3 số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-4}{bx+c}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$, ($a \neq 0$) có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	+
y	$-\infty$	1	$+\infty$

Tổng $a + 2b + 3c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 10)$. B. $(-10; 0)$. C. $(10; 20)$. D. $(-20; -10)$.

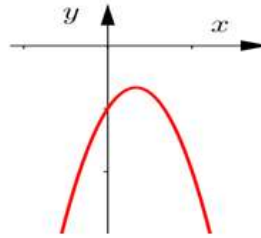
Câu 26: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $b \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $b \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 C. $b \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (0; +\infty)$. D. $b \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

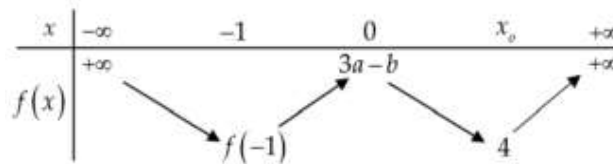
Câu 27: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đã cho có thể là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

- A. $y = -x^3 + x^2 - x + 2$. B. $y = -x^3 + 2x^2 + x + 2$. C. $y = x^3 - 2x - 1$. D. $y = -x^3 + 2x^2 - x - 2$.

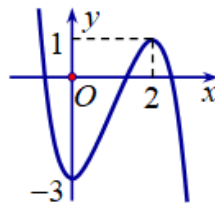
Câu 28: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên dưới đây:



Tổng $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

- A. 29. B. 30. C. 36. D. 96.

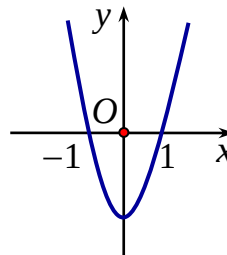
Câu 29: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ -3 ; hoành độ điểm cực đại là 2 và đi qua điểm $(1; -1)$ như hình vẽ bên dưới:



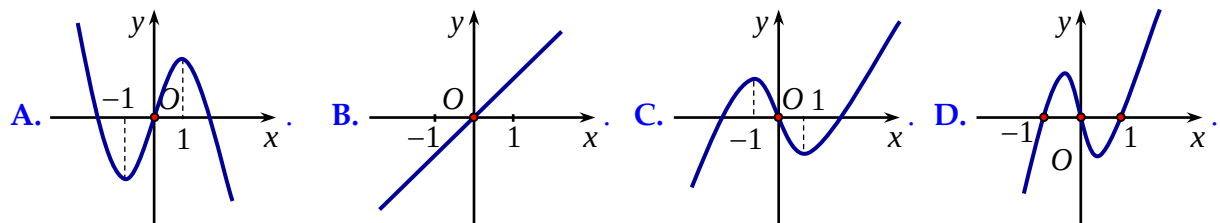
Tỉ số $\frac{b}{a}$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. -3 . D. 3 .

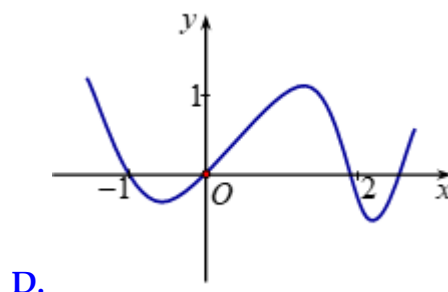
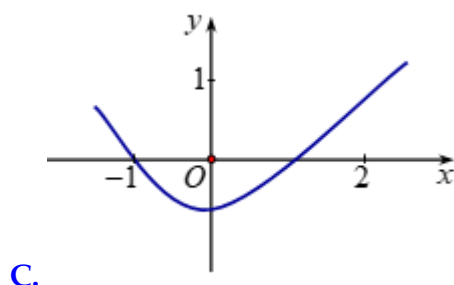
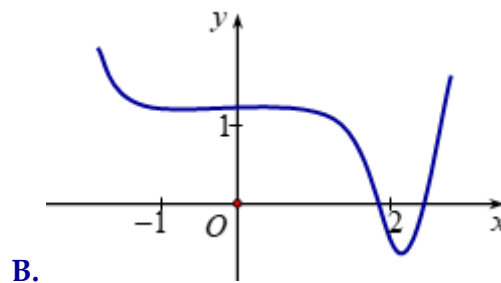
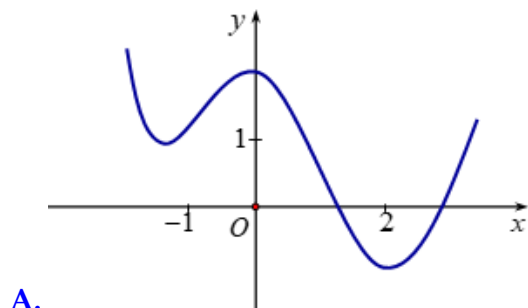
Câu 30: Hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.



Hỏi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là hình nào sau đây?



Câu 31: Một trong số các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $g(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $g'(0)=0$, $g''(x)<0, \forall x \in (-1; 2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?



Câu 32: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	0	$f(2)$	$-\infty$

Giá trị $\frac{a}{d} + \frac{b}{c}$ bằng

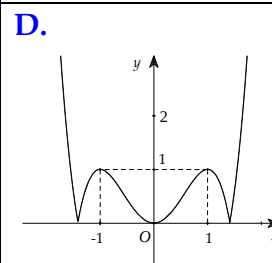
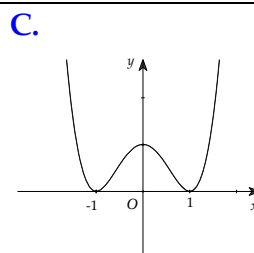
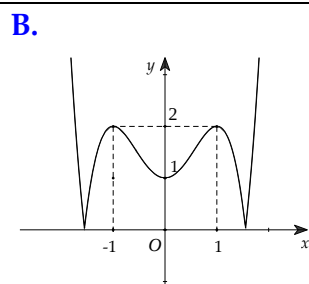
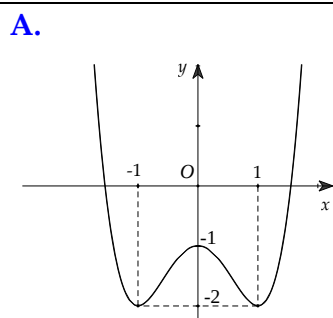
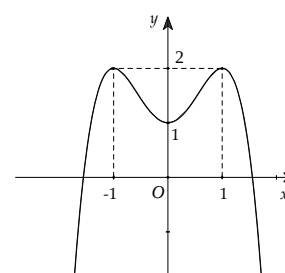
A. $-\frac{1}{28}$.

B. $\frac{22}{21}$.

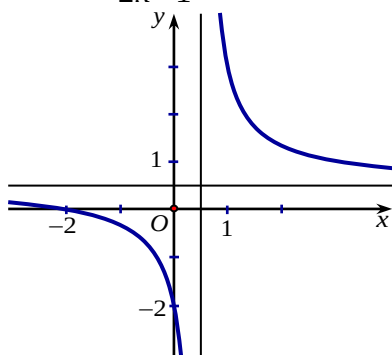
C. $\frac{11}{42}$.

D. $\frac{5}{12}$.

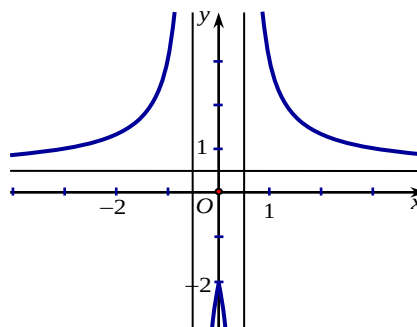
Câu 33: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có đồ thị như hình bên. Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |-x^4 + 2x^2 + 1|$?



Câu 34: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Hình 1



Hình 2

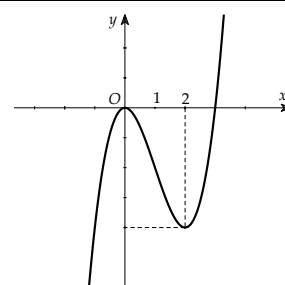
A. $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$.

B. $y = \left| \frac{x+2}{2x-1} \right|$.

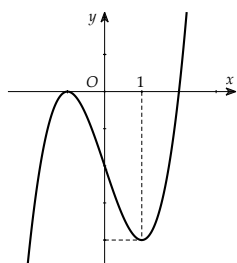
C. $y = \frac{x+2}{|2x-1|}$.

D. $y = \frac{|x+2|}{2x-1}$.

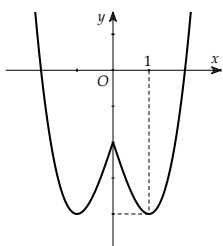
Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Trong các đồ thị sau, đồ thị nào là đồ thị hàm số $y = f(|x|-1)$?



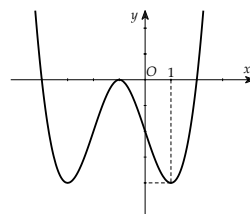
A.



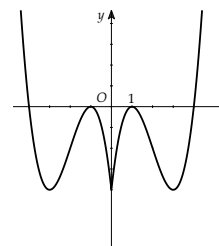
B.



C.



D.



HẾT

Huế, 16h30' Ngày 11 tháng 7 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 3$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $M(-1;3)$. B. $P(-1;0)$. C. $Q(-1;-1)$. D. $N(-1;1)$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 3$ đi qua điểm $N(-1;1)$ vì $(-1)^3 - 1 + 3 = 1$.

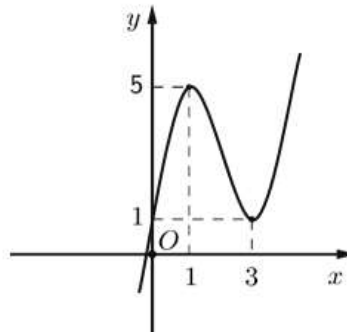
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;3)$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho có một điểm cực trị.
 C. Đồ thị hàm số đã cho và trục hoành không có điểm chung.
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Câu 3: Cho hàm số bậc ba có đồ thị ở hình bên dưới:



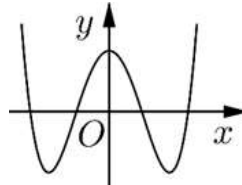
Tất cả các giá trị của x để $f(x) \geq 1$ là

- A. $x \geq 3$. B. $x \geq 0$. C. $x \geq 1$. D. $3 \leq x \leq 5$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta được $f(x) \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



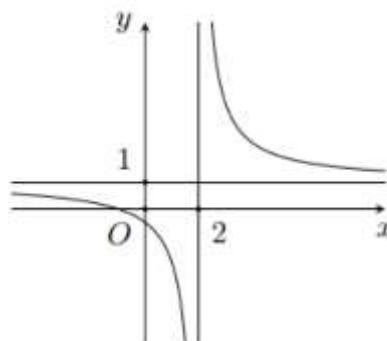
- A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x - 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

Lời giải:

Từ đồ thị suy ra hàm số không phải là hàm số bậc 3 nên loại B, C.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$ suy ra hệ số của x^4 dương nên chọn đáp án A.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



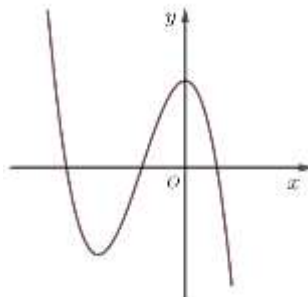
Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(2; 1)$. **C.** $(-2; -1)$. **D.** $(-1; -2)$.

Lời giải:

Tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $x = 2; y = 1$

Câu 6: Đồ thị trong hình vẽ bên là một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hàm số đó là hàm số nào?

- A.** $y = -x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải:

Giả sử đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Từ đồ thị hàm số đã cho ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = -\infty$ suy ra $a < 0 \Rightarrow$ **loại phương án C.**

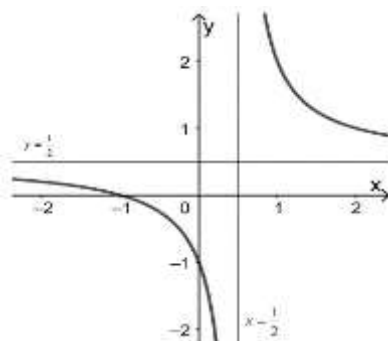
Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đã cho có hai điểm cực trị, trong đó có một điểm cực trị bằng 0, một điểm cực trị âm.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, $f'(x) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} < 0, \text{ mà } a < 0 \text{ do đó } b < 0 \Rightarrow \text{loại phương án B.}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} = 0, \text{ do đó } c = 0 \Rightarrow \text{loại phương án A.}$$

Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình bên dưới?



A. $y = \frac{-x+1}{-2x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.

C. $y = \frac{-x}{-2x+1}$.

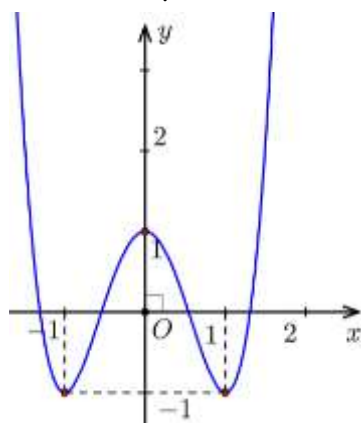
D. $y = \frac{-x+1}{2x-1}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số trong hình vẽ có đường tiệm cận ngang là nên loại các phương án D.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(0; -1)$ nên loại phương án A và C.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị $f(a+b+c+1)$ bằng

A. -2.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Lời giải:

Dựa vào hình ảnh đồ thị hàm số ta tìm được $f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 1$

Nên: $f(a+b+c+1) = f(0) = 1$.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		2		-2	$+\infty$

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^4 + 2x^2$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x$.

Lời giải:

Nhìn vào bảng biến thiên ta có: Hàm số bậc 3, hệ số $a > 0$.

Câu 10: Bảng biến thiên bên là của hàm số nào trong các hàm số đã cho dưới đây?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	3

A. $y = \frac{3x+8}{x+2}$.

B. $y = \frac{3-x}{x+2}$.

C. $y = \frac{3-3x}{x+2}$.

D. $y = \frac{3x-3}{x+2}$.

Lời giải:

Hàm số thỏa mãn bảng biến thiên trên là $y = \frac{3x-3}{x+2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 - 3x^2 + b$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0; b < 0$.

B. $a < 0; b > 0$.

C. $a > 0; b > 0$.

D. $a < 0; b < 0$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = ax^3 - 3x^2 + b$ ($a \neq 0$) ta có

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty \Rightarrow a > 0.$$

Mà đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -1) \Rightarrow b = -1 < 0$.

Câu 12: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	-1

A. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{-x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải:

+ Từ bảng biến thiên ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$ nên ta loại phương án A và D.

+ Từ bảng biến thiên ta thấy $y' > 0$ với mọi $x \neq 1$. Kiểm tra hai đáp án còn lại ta thấy

$$\left(\frac{-x+2}{x+1} \right)' = \frac{-3}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \text{ nên loại phương án C.}$$

$$\left(\frac{-x-2}{x-1}\right)' = \frac{3}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1 \text{ nên chọn } \mathbf{B.}$$

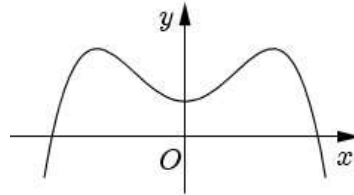
Câu 13: Đồ thị hàm số nào dưới đây có trục đối xứng?

- A.** $y = x^3 - 4x + 1$. **B.** $y = \frac{x+3}{x-2}$. **C.** $y = -x^4 + 4x^2 + 5$. **D.** $y = x^4 + 4x^3 - 6$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 5$ là hàm chẵn nên có trục đối xứng là $x = 0$.

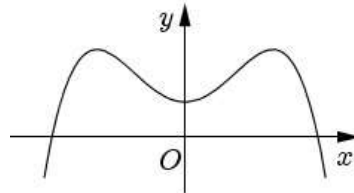
Câu 14: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

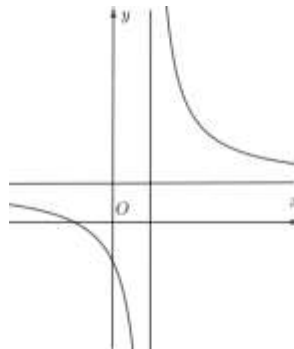
Lời giải:



Từ đồ thị ta có:

Hàm số có 2 cực đại, 1 cực tiểu nên $a < 0, b > 0$, mà tại $x = 0 \Rightarrow y = c$ nên $c > 0$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $a > 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $b < 0, c > 0, d < 0$. **B.** $b > 0, c > 0, d < 0$. **C.** $b > 0, c < 0, d < 0$. **D.** $b < 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ta có:

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow a, b$ cùng dấu, mà $a > 0 \Rightarrow b > 0$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a, c$ cùng dấu. Suy ra $c > 0$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow c, d$ trái dấu. Suy ra $d < 0$.

Vậy $b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 16: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tâm đối xứng?

A. $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = 2x^3 - x$.

D. $y = 2x^4 - x^2 + 3$.

Lời giải:

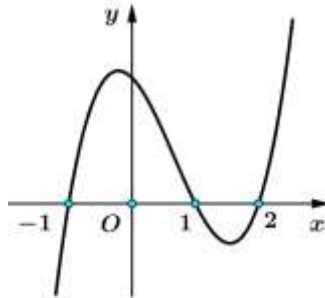
- Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tâm đối xứng là điểm $I(3; 2)$ (giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang).

- Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ nên đồ thị có tâm đối xứng là gốc tọa độ O .

- Hàm số bậc ba $y = 2x^3 - x$ có $y' = 6x^2 - 1$, $y'' = 12x$ và $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0$, $y(0) = 0$. Do đó đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ O . (Có thể giải thích là hàm số $y = 2x^3 - x$ là hàm số lẻ)

- Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - x^2 + 3$ không có tâm đối xứng, chỉ có trục đối xứng là trục tung.

Câu 17: Biết đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ bên dưới:



Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$.

• Đồ thị cắt trục tung tại điểm phía trên trục hoành nên $d > 0$.

• Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ $x_1 = -1; x_2 = 1; x_3 = 2$.

Mà $x_1 + x_2 + x_3 = 2 > 0 \Leftrightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

• Hàm số có hai cực trị trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0$, mà $a > 0$ nên $c < 0$.

Vậy trong các số a, b, c, d có 2 số dương.

Câu 18: Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y = x^4 + 5x^2 - 1$.

B. $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

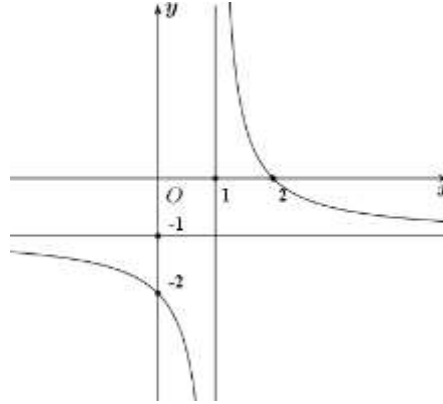
D. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải:

Ta có $y = -(x^2 - 1)^2 - 1 \leq -1, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó đồ thị của hàm số này nằm dưới Ox .

Nhận xét: có thể lập bảng biến thiên và kết luận.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}, (a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên dưới:



Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.

A. $T = -9$.

B. $T = -7$.

C. $T = 12$.

D. $T = 10$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$. Suy ra $c = -1$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$. Suy ra $a = -1$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ giao với trục tung tại điểm có hoành độ -2 . Suy ra $\frac{b}{c} = -2 \Rightarrow b = 2$.

Vậy $T = -9$.

Câu 20: Biết hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực đại tại điểm $x = -3$, $f(-3) = 28$ và đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1. Tính $S = a^2 + b^2 - c^2$.

A. $S = 89$.

B. $S = \frac{225}{4}$.

C. $S = \frac{619}{8}$.

D. $S = 91$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$; $f''(x) = 6x + 2a$.

Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -3$ khi và chỉ khi $\begin{cases} f'(-3) = 0 \\ f''(-3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a + b = -27 \\ a < 9 \end{cases} \quad (1).$

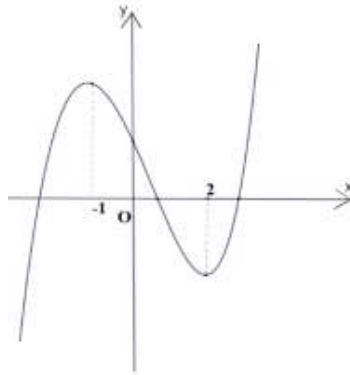
Mà $f(-3) = 28 \Rightarrow 9a - 3b + c = 55 \quad (2).$

Ngoài ra, đồ thị của hàm số $f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên $c = 1 \quad (3).$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\begin{cases} -6a + b = -27 \\ 9a - 3b + c = 55 \\ c = 1 \\ a < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -9 \\ c = 1 \\ a < 9 \end{cases}.$

Do đó $S = 3^2 + (-9)^2 - 1^2 = 89$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên dưới:



Giá trị của biểu thức $T = f(2) - f(0)$ bằng

A. -10.

B. 6.

C. 4.

D. -8.

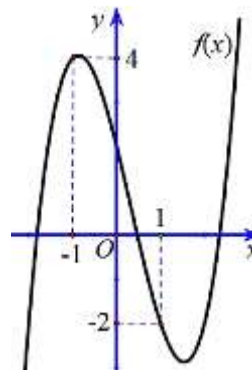
Lời giải:

$$f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$$

$$\text{Kết hợp đồ thị, ta có: } \begin{cases} -\frac{2b}{3} = 1 \\ \frac{c}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ c = -6 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + d$$

$$\text{Vậy } T = f(2) - f(0) = -10.$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tính giá trị của biểu thức $T = f(a - b + c - d + 5) + f(f(a + b + c + d + 3) + 3)$.

A. $T = 2$.

B. $T = -4$.

C. $T = 8$.

D. $T = -6$.

Lời giải:

$$\text{Từ đồ thị ta có: } \begin{cases} f(-1) = -a + b - c + d = 4 \\ f(1) = a + b + c + d = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b + c - d + 5 = -4 + 5 = 1 \\ a + b + c + d + 3 = -2 + 3 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } T = f(1) + f(f(1) + 3) = f(1) + f(-2 + 3) = 2f(1) = 2 \cdot (-2) = -4.$$

Câu 23: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với a, b, c là các số thực $a \neq 0$. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, hàm số có 3 điểm cực trị và phương trình $y = 0$ vô nghiệm. Hỏi trong 3 số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải:

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Ta lại có hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Vì nhánh cuối của đồ thị đi lên mà phương trình $y = 0$ vô nghiệm nên đồ thị nằm hoàn toàn trên $Ox \Rightarrow c > 0$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-4}{bx+c}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Tiệm cận đứng: $x = -2 < 0 \Rightarrow -\frac{c}{b} = -2 \Rightarrow c = 2b$.

Tiệm cận ngang: $y = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b$.

$$f'(x) = \frac{ac+4b}{(bx+c)^2} < 0 \Rightarrow ac+4b < 0 \Rightarrow 2b^2+4b < 0 \Rightarrow b \in (-2; 0).$$

Vậy $b < 0$. Do đó $a < 0, c < 0$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$, ($a \neq 0$) có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		0	
y	$-\infty$	1	$+\infty$

Tổng $a + 2b + 3c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (0;10).

B. (-10;0).

C. (10;20).

D. (-20;-10).

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} f(1) = 1 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c-1=1 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=2 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a+4b+4c=8 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Rightarrow a+2b+3c=8 \in (0;10).$$

Lưu ý: Dựa vào BBT ta thấy $x_0 = 1$ là nghiệm kép của $f'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{2b}{3a} = 1$.

Từ đây ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a+b+c-1=1 \\ 3a+2b+c=0 \\ -\frac{2b}{3a}=1 \end{cases}$$

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$
			2

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $b \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

B. $b \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $b \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (0; +\infty)$.

D. $b \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

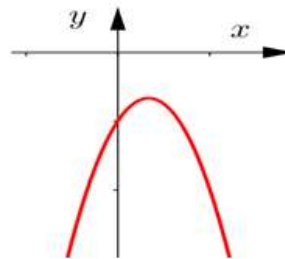
Lời giải:

Tiệm cận đứng $x = -1 \Leftrightarrow -\frac{c}{b} = -1 \Leftrightarrow c = b$.

Tiệm cận ngang $y = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 2 \Leftrightarrow a = 2b$.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định nên $ac - b > 0 \Leftrightarrow 2b^2 - b > 0 \Leftrightarrow b \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đã cho có thể là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $y = -x^3 + x^2 - x + 2$.

B. $y = -x^3 + 2x^2 + x + 2$.

C. $y = x^3 - 2x - 1$.

D. $y = -x^3 + 2x^2 - x - 2$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có $3a < 0 \Rightarrow a < 0$ nên loại phương án C.

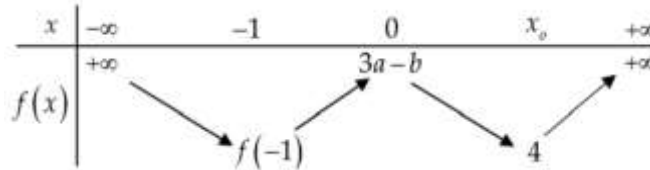
Ta thấy đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bé hơn 0 nên suy ra $c < 0$ nên ta loại phương án **B**.

Mặt khác hoành độ đỉnh của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ dương nên ta có $-\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Mà đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm hoàn toàn phía dưới trục Ox nên suy ra tam thức bậc hai $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ vô nghiệm, suy ra $\Delta_{f'(x)} < 0 \Leftrightarrow b^2 - 3ac < 0 \Leftrightarrow b^2 < 3ac$ (*).

Khi đó thay các hệ số a, b, c ở hai phương án **A** và **D** vào (*) ta có phương án **A** thỏa mãn.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có bảng biến thiên dưới đây:



Tổng $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. 29.

B. 30.

C. 36.

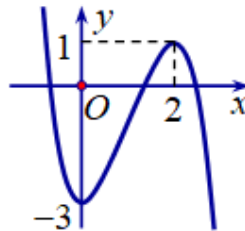
D. 96.

Lời giải:

Do hàm số $y = f(x)$ là hàm chẵn nên $x_0 = 1, f(-1) = 4$. Ta có: $f'(x) = 4ax^3 + 2bx$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} f(0) = 3a - b \\ f(-1) = 4 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3a - b \\ a + b + c = 4 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 30.$$

Câu 29: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ -3 ; hoành độ điểm cực đại là 2 và đi qua điểm $(1; -1)$ như hình vẽ bên dưới:



Tỉ số $\frac{b}{a}$ bằng

A. -1 .

B. 1 .

C. -3 .

D. 3 .

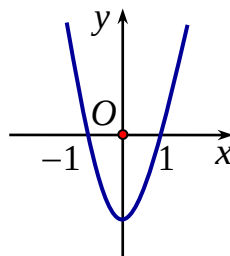
Lời giải:

Ta có $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

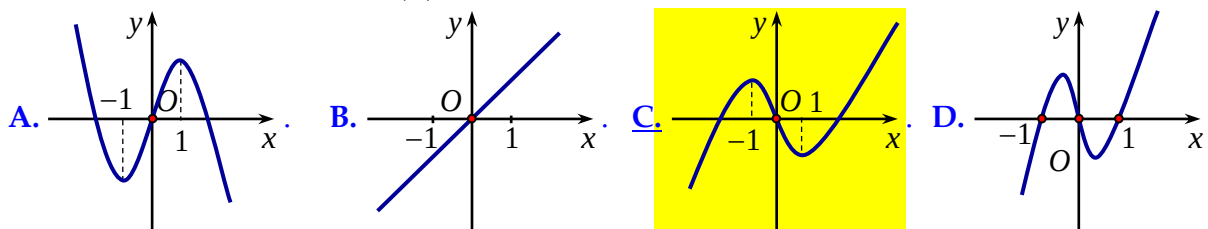
Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ -3 ; hoành độ điểm cực đại là 2 và đi qua điểm $(1; -1)$, nên ta có:

$$\begin{cases} d = -3 \\ y'(2) = 0 \\ y(2) = 1 \\ y(1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -3 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = 1 \\ a + b + c + d = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -3 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ 8a + 4b + 2c = 4 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = 0 \\ d = -3 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} = -3.$$

Câu 30: Hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.



Hỏi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là hình nào sau đây?

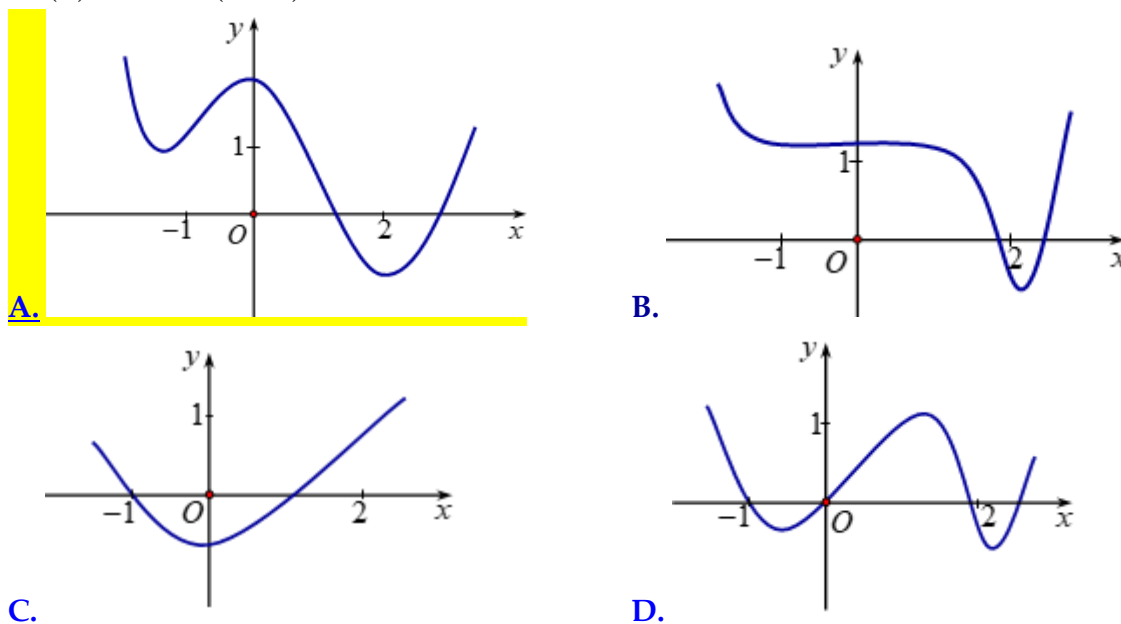


Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta thấy, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Chỉ có đáp án C thỏa mãn nhận xét trên.

Câu 31: Một trong số các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $g(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $g'(0) = 0$, $g''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?



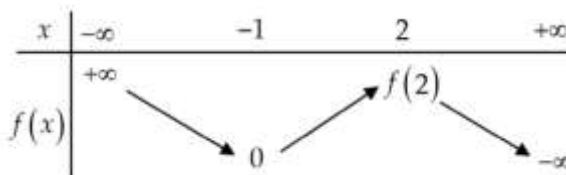
Lời giải:

$$\text{Vì } \begin{cases} g''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2) \\ 0 \in (-1; 2) \end{cases} \Rightarrow g''(0) < 0$$

Mà $\begin{cases} g'(0) = 0 \\ g''(0) < 0 \end{cases}$ nên $x = 0$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $g(x)$.

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy phương án A thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên dưới đây:



Giá trị $\frac{a}{d} + \frac{b}{c}$ bằng

A. $-\frac{1}{28}$.

B. $\frac{22}{21}$.

C. $\frac{11}{42}$.

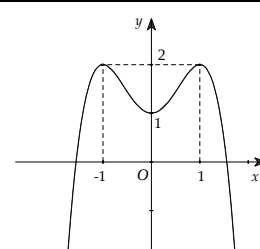
D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải:

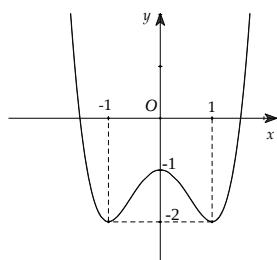
Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Ta có hệ:
$$\begin{cases} f(-1) = 0 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 0 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -a + b + d \\ 3a - 2b + (-a + b + d) = 0 \\ 12a + 4b + (-a + b + d) = 0 \end{cases}$$

Biểu diễn theo d
$$\begin{cases} a = -\frac{2}{7}d \\ b = \frac{3}{7}d \\ c = \frac{12}{7}d \end{cases} \text{ . Vậy } \frac{a}{d} + \frac{b}{c} = -\frac{2}{7} + \frac{3}{12} = -\frac{1}{28}.$$

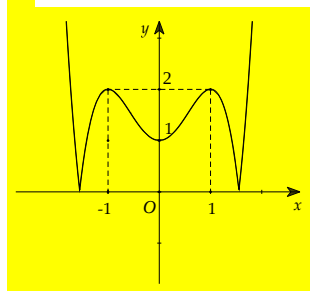
Câu 33: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có đồ thị như hình bên. Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |-x^4 + 2x^2 + 1|$?



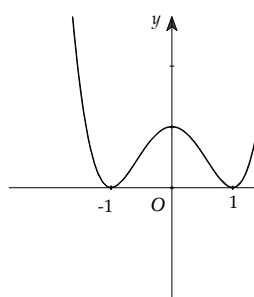
A.



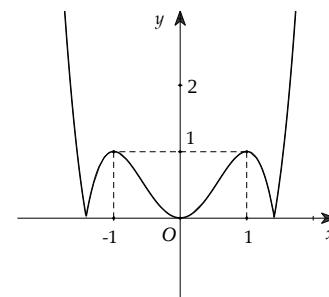
B.



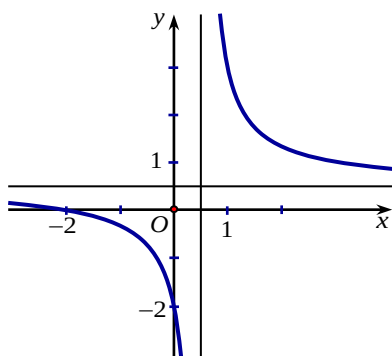
C.



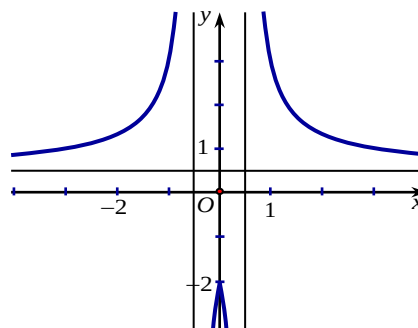
D.



Câu 34: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{2x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{|2x-1|}$.

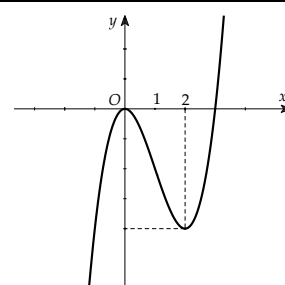
D. $y = \frac{|x+2|}{2x-1}$.

Lời giải:

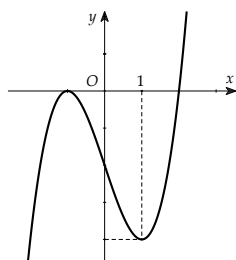
Sử dụng cách suy đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ từ đồ thị $f(x)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.

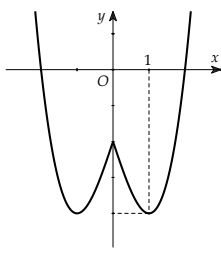
Trong các đồ thị sau, đồ thị nào là đồ thị hàm số $y = f(|x|-1)$?



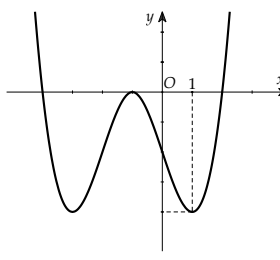
A.



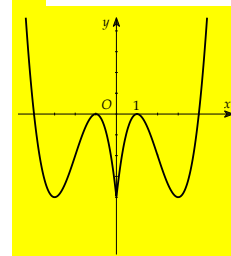
B.



C.



D.



Lời giải:

Thực hiện theo hai bước biến đổi đồ thị:

Bước 1: Biến đổi đồ thị $y = f(x)$ thành $y = f(x-1)$ bằng cách tịnh tiến sang phải 1 đơn vị.

Bước 2: Biến đổi đồ thị $y = f(x-1)$ thành $y = f(|x|-1)$ bằng cách bỏ phần bên trái và lấy đối xứng phần bên phải Oy qua Oy .

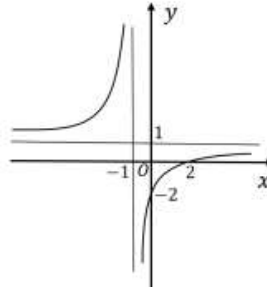
HẾT

Huế, 16h30' Ngày 11 tháng 7 năm 2023

ĐỀ ÔN TẬP 01: SỰ TƯƠNG GIAO - CB

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

- A. $(0; -2)$. B. $(2; 0)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 4.

Câu 3: Với tất cả các giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ có đúng 1 nghiệm?

- A. $m < -3 \vee m > 1$. B. $m > -3$. C. $-3 < m < 1$. D. $m < 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	5	1	5	$-\infty$		

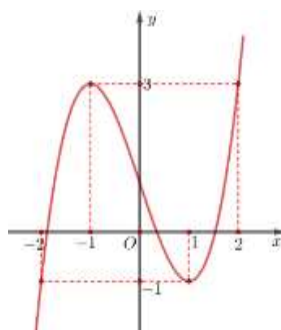
Số nghiệm của phương trình $4[f(x)]^2 - 9 = 0$ là

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 2.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x-2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + 1$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B . Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- A. $(2; 3)$. B. $(2; 2)$. C. $(4; 6)$. D. $(4; 4)$.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(2 - f(x)) = 0$ là

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 7.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			5		-3		$+\infty$
	$-\infty$						

Phương trình $|f(2 - 3x) + 2| = 5$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 3.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$						$+\infty$

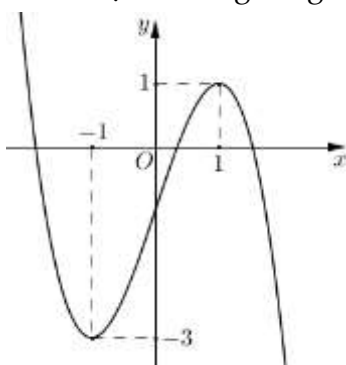
$\swarrow$
 $\searrow$
 $\nearrow$
 $\nwarrow$
 $\nearrow$

-5 2 -5

Đặt $g(x) = f(|f(x)|)$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $g'(x) = 0$ là

- A. 11. B. 9. C. 10. D. 12.

Câu 9: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



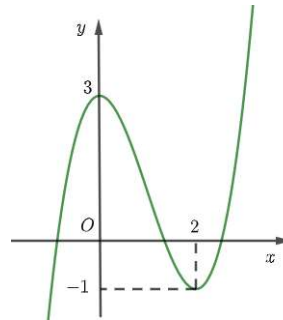
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

- A. 3. B. -3. C. 0. D. -2.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm của phương trình $\|f(x) - 2\| - 1 = 1$ là

- A. 10. B. 7. C. 3. D. 4.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = 2x + m$. Tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt là

- A. $\begin{cases} m > 3 \\ m < -5 \end{cases}$. B. $-5 \leq m \leq 3$. C. $-5 < m < 3$. D. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -5 \end{cases}$.

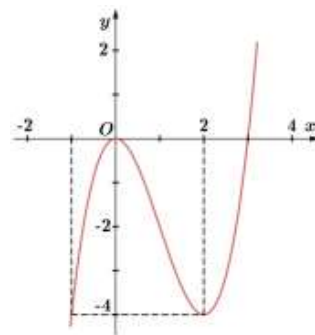
Câu 13: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C): $y = (x-2)(x^2 - 2mx + m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A. $m \in (0; +\infty)$. B. $m \in (1; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 0) \cup \left(1; \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$. D. $m \in (1; +\infty) \setminus \left\{\frac{4}{3}\right\}$.

Câu 14: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A. $m = \frac{3}{4}$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{4}$.

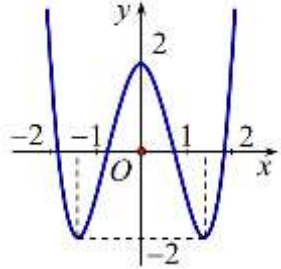
Câu 15: Cho hàm số hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $\frac{f'(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 16: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên dưới:



Số nghiệm phân biệt của phương trình $|f(x)| = 2$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): 2x + y = m$, với m là tham số. Biết rằng với mọi giá trị của m thì (d) luôn cắt (C) tại hai điểm A, B . Tính độ dài nhỏ nhất của đoạn thẳng AB .

- A. $6\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $5\sqrt{2}$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(-1) = 5$, $f(-3) = 0$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $3f(2-x) + \sqrt{x^2 + 4} - x = m$ có nghiệm trong khoảng $(3; 5)$.

- A. 15. B. 16. C. 12. D. 13.

Câu 19: Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = -x + 2$. Gọi S là tập các giá trị m thỏa mãn (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(0; 2), B, C$ sao cho diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{2}$, với $M(3; 1)$. Tính tổng bình phương các phần tử của S .

- A. 4. B. 3. C. 9. D. 25.

Câu 20: Tính tổng bình phương tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 1 - x$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + mx^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt $A(0; 1), B, C$ sao cho tiếp tuyến với (C) tại B và C vuông góc nhau.

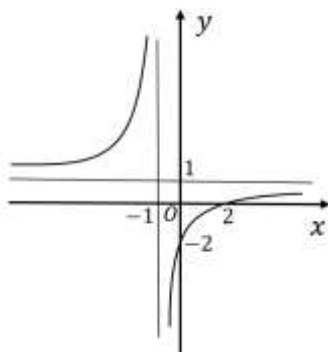
- A. 10. B. 5. C. 25. D. 0.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 21 tháng 7 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

- A. $(0; -2)$. B. $(2; 0)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải:

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(2; 0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 4.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(f(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -2 \\ f(x) = 5 \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Phương trình $f(x) = -2$ có 1 nghiệm.

Phương trình $f(x) = 5$ có 1 nghiệm.

Do đó phương trình $f'(f(x)) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 3: Với tất cả các giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ có đúng 1 nghiệm?

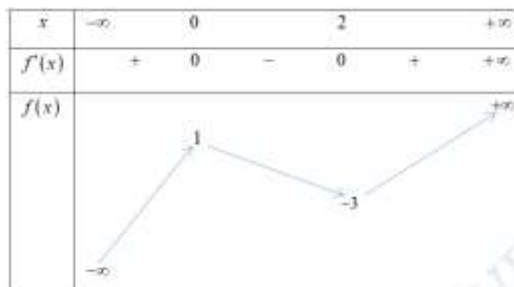
- A. $m < -3 \vee m > 1$. B. $m > -3$. C. $-3 < m < 1$. D. $m < 1$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 1 = m.$$

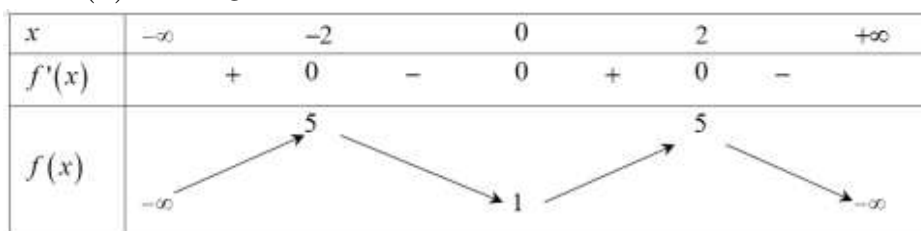
$$\text{Xét } f(x) = x^3 - 3x^2 + 1. \text{ Ta có: } f'(x) = 3x^2 - 6x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

BBT:



Dựa vào BBT ta có $m < -3 \vee m > 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $4[f(x)]^2 - 9 = 0$ là

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 2.

Lời giải:

$$\text{Ta có } 4f^2(x) - 9 = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{3}{2} (1) \\ f(x) = -\frac{3}{2} (2) \end{cases}.$$

Dựa vào bảng biến thiên: phương trình (1) có 4 nghiệm, phương trình (2) có 2 nghiệm.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x-2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x+1$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. (2;3).

B. (2;2).

C. (4;6).

D. (4;4).

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số (C) và đường thẳng d :

$$\frac{3x-2}{x-2} = x+1 \text{ (điều kiện } x \neq 2).$$

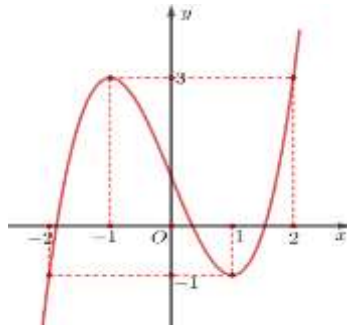
$$\Leftrightarrow 3x-2 = (x-2)(x+1) \Leftrightarrow 3x-2 = x^2+x-2x-2 \Leftrightarrow x^2-4x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 (n) \\ x=4 (n) \end{cases}.$$

+ Với $x=0$ suy ra $y=0+1=1$. Suy ra $A(0;1)$.

+ Với $x=4$ suy ra $y=4+1=5$. Suy ra $B(4;5)$.

Vậy tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $M(2;3)$.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(2 - f(x)) = 0$ là

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Lời giải:

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

$$f(2 - f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - f(x) = a \quad (a \in (-2; -1)) \\ 2 - f(x) = b \quad (b \in (0; 1)) \\ 2 - f(x) = c \quad (c \in (1; 2)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 - a \quad (1) \quad (2 - a \in (3; 4)) \\ f(x) = 2 - b \quad (2) \quad (2 - b \in (1; 2)) \\ f(x) = 2 - c \quad (3) \quad (2 - c \in (0; 1)) \end{cases}$$

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta thấy phương trình (1), (2), (3) lần lượt có đúng 1, 3, 3 nghiệm và các nghiệm này là phân biệt.

Vậy phương trình $f(2 - f(x)) = 0$ có 7 nghiệm.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(2 - 3x) + 2| = 5$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } |f(2 - 3x) + 2| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} f(2 - 3x) + 2 = 5 \\ f(2 - 3x) + 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(2 - 3x) = 3 \\ f(2 - 3x) = -7 \end{cases}$$

+) Phương trình $f(2 - 3x) = 3$ có 3 nghiệm phân biệt.

+) Phương trình $f(2 - 3x) = -7$ có duy nhất một nghiệm.

Nhận xét: Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số nghiệm phương trình $f(ax + b) = m, a \neq 0$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$



Đặt $g(x) = f(|f(x)|)$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $g'(x) = 0$ là

A. 11.

B. 9.

C. 10.

D. 12.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $g(x) = f(|f(x)|) = f(\sqrt{f^2(x)})$.

Ta có: $g'(x) = f'(\sqrt{f^2(x)}) \cdot \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{f^2(x)}} = f'(|f(x)|) \cdot \frac{f(x) \cdot f'(x)}{|f(x)|}$.

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(|f(x)|) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |f(x)| = -3(vn) \\ |f(x)| = 0(ktm) \\ |f(x)| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -3 \\ f(x) = 3 \\ f'(x) = 0 \end{cases}.$$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy:

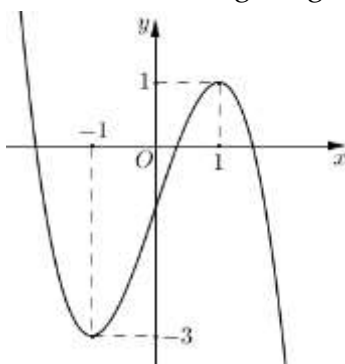
+) Phương trình $f(x) = -3$ có 4 nghiệm phân biệt.

+) Phương trình $f(x) = 3$ có 2 nghiệm phân biệt.

+) Phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là $x = -3; x = 0; x = 3$.

Vậy phương trình $g'(x) = 0$ có tất cả 9 nghiệm phân biệt.

Câu 9: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 2.

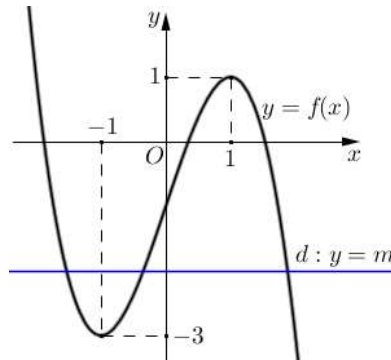
B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = m$.



Dựa vào hình vẽ, ta có:

Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt, tức là $-3 < m < 1$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0\}$.

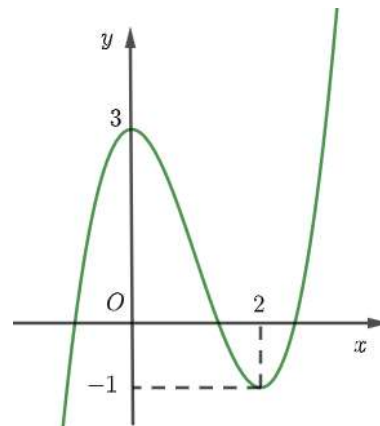
Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

- A. 3. B. -3. C. 0. **D. -2.**

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Cho $y = 0 \Leftrightarrow \frac{3x+6}{x-2} = 0 \Rightarrow x = -2$.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



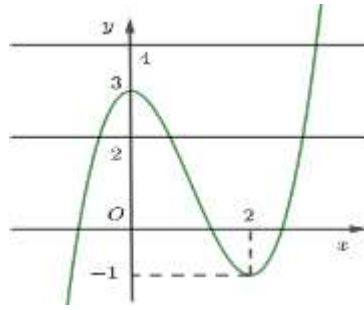
Số nghiệm của phương trình $\|f(x) - 2| - 1| = 1$ là

- A. 10. **B. 7.** C. 3. D. 4.

Lời giải:

Xét

$$\begin{aligned} \|f(x) - 2| - 1| = 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} |f(x) - 2| - 1 = 1 \\ |f(x) - 2| - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |f(x) - 2| = 2 \\ |f(x) - 2| = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 2 = 2 \\ f(x) - 2 = -2 \\ f(x) - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 4 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases} \end{aligned}$$



Từ đồ thị hàm số ta thấy, phương trình có 7 nghiệm phân biệt.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = 2x + m$. Tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt là

- A.** $\begin{cases} m > 3 \\ m < -5 \end{cases}$ **B.** $-5 \leq m \leq 3$. **C.** $-5 < m < 3$. **D.** $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -5 \end{cases}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = 2x + m$ và đồ thị $y = \frac{x-3}{x-1}$ là:

$$\frac{x-3}{x-1} = 2x + m \text{ với } x \neq 1 \Leftrightarrow 2x^2 + (m-3)x - m + 3 = 0 \quad (1)$$

Để đường thẳng d cắt đồ thị $y = \frac{x-3}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt thì (1) có 2 nghiệm phân biệt khác

$$1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 - 4.2.(-m+3) > 0 \\ 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -5 \vee m > 3 \quad (2)$$

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C): $y = (x-2)(x^2 - 2mx + m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A.** $m \in (0; +\infty)$. **B.** $m \in (1; +\infty)$.
C. $m \in (-\infty; 0) \cup \left(1; \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$. **D.** $m \in (1; +\infty) \setminus \left\{\frac{4}{3}\right\}$.

Lời giải:

* Phương trình hoành độ giao điểm: $(x-2)(x^2 - 2mx + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ g(x) = x^2 - 2mx + m = 0 \end{cases} \quad (2)$

* Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(2) \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 3m \neq 0 \\ m^2 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{4}{3} \\ m < 0 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup \left(1; \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right).$$

Câu 14: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A.** $m = \frac{3}{4}$. **B.** $m = \frac{3}{2}$. **C.** $m = -\frac{1}{2}$. **D.** $m = \frac{1}{4}$.

Lời giải:

Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

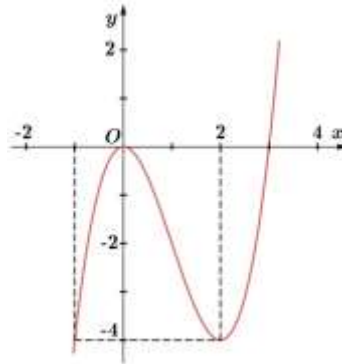
Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ và đạo hàm đổi dấu khi x qua các nghiệm này.

Do đó, đồ thị (C) có hai điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(2;-3)$.

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B có phương trình là $y = -2x + 1$.

Ta có: $d \perp \Delta \Leftrightarrow (2m-1) \cdot (-2) = -1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$.

Câu 15: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $\frac{f'(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải:

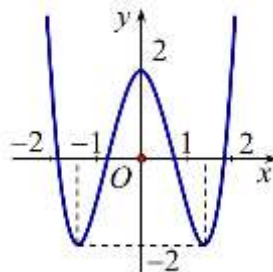
Điều kiện $\begin{cases} f(x) \neq 0 \\ f(x) \neq -1 \end{cases}$.

Ta có $f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (l) \\ f(x) = 2 & (n) \end{cases}$.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy phương trình $f(x) = 2$ có một nghiệm nên phương trình

$\frac{f'(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0$ có một nghiệm.

Câu 16: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên dưới:



Số nghiệm phân biệt của phương trình $|f(x)| = 2$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } |f(x)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = -2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): 2x + y = m$, với m là tham số. Biết rằng với mọi giá trị của m thì (d) luôn cắt (C) tại hai điểm A, B . Tìm độ dài nhỏ nhất của đoạn thẳng AB .

A. $6\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) :

$$\frac{x-4}{x+1} = m - 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 + (3-m)x - m - 4 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $(*)$, suy ra $A(x_1; m - 2x_1)$, $B(x_2; m - 2x_2)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow AB &= \sqrt{5(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{5[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2]} = \sqrt{5\left(\frac{m-3}{2}\right)^2 - 20 \cdot \frac{-m-4}{2}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{5m^2 + 10m + 205} = \frac{1}{2}\sqrt{5(m+1)^2 + 200} \geq 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

(vì $(m+1)^2 \geq 0, \forall m$)

Dấu bằng xảy ra khi $m = -1$. Vậy độ dài AB nhỏ nhất bằng $5\sqrt{2}$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(-1) = 5$, $f(-3) = 0$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $3f(2-x) + \sqrt{x^2 + 4} - x = m$ có nghiệm trong khoảng $(3; 5)$.

A. 15.

B. 16.

C. 12.

D. 13.

Lời giải:

Xét $g(x) = 3f(2-x) + \sqrt{x^2 + 4} - x$ trên khoảng $(3; 5)$.

$$g'(x) = -3f'(2-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 1.$$

Ta có $3 < x < 5 \Leftrightarrow -3 < 2-x < -1$.

Suy ra $f'(2-x) > 0, \forall x \in (3; 5) \Rightarrow -3f'(2-x) < 0, \forall x \in (3; 5)$ (1).

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} < 1, \forall x \in (3; 5) \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 1 < 0, \forall x \in (3; 5) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $g'(x) < 0 \quad \forall x \in (3;5)$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên khoảng $(3;5)$

x	3	5
$g'(x)$	-	
$g(x)$	$12 + \sqrt{13}$	$\sqrt{29} - 5$

Từ bảng biến thiên suy ra, để phương trình $3f(2-x) + \sqrt{x^2+4} - x = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(3;5)$ thì $\sqrt{29} - 5 < m < 12 + \sqrt{13}$. Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 15\}$.

Vậy có 15 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 19: Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = -x + 2$. Gọi S là tập hợp các giá trị m thỏa mãn (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(0;2), B, C$ sao cho diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{2}$, với $M(3;1)$. Tính tổng bình phương các phần tử của S .

A. 4.

B. 3.

C. 9.

D. 25.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và đồ thị (C) :

$$x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 2mx^2 + (3m-2)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + 3m - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Với $x = 0$, ta có giao điểm là $A(0;2)$.

(d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 2 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - 3m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{2}{3} \\ m > 2 \\ m < 1 \end{cases} \quad (*)$$

Ta gọi các giao điểm của d và (C) lần lượt là $A(0;2), B(x_B; -x_B + 2), C(x_C; -x_C + 2)$ với

$$x_B, x_C \text{ là nghiệm của phương trình (1). Theo định lí Viet, ta có: } \begin{cases} x_B + x_C = -2m \\ x_B \cdot x_C = 3m - 2 \end{cases}$$

Ta có diện tích của tam giác MBC là $S_{\Delta MBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot d(M, BC) = 2\sqrt{2}$.

Phương trình d được viết lại là: $d: y = -x + 2 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$.

$$\text{Mà } d(M, BC) = d(M, d) = \frac{|3+1-2|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó: } BC = \frac{2S_{\Delta MBC}}{d(M, BC)} = \frac{2 \cdot 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4 \Leftrightarrow BC^2 = 16.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta lại có: } BC^2 &= (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = (x_C - x_B)^2 + [(-x_C + 2) - (-x_B + 2)]^2 \\ &= (x_C - x_B)^2 + (x_B - x_C)^2 = 2(x_C - x_B)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_C - x_B)^2 = 8 \\ &\Leftrightarrow (x_B + x_C)^2 - 4x_B \cdot x_C = 8 \Leftrightarrow (-2m)^2 - 4(3m - 2) = 8 \Leftrightarrow 4m^2 - 12m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = \{0; 3\} \Rightarrow 0^2 + 3^2 = 9.$$

Câu 20: Tính tổng bình phương tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 1 - x$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + mx^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt $A(0; 1), B, C$ sao cho tiếp tuyến với (C) tại B và C vuông góc nhau.

A. 10.

B. 5.

C. 25.

D. 0.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 + mx^2 + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 + mx^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + mx + 1 = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ 1 \neq 0 \text{ (ld)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra: } A(0; 1) \quad B(x_1; 1 - x_1) \quad C(x_2; 1 - x_2).$$

$$\text{Theo hệ thức vi ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm } B \text{ là } f'(x_1) = 3x_1^2 + 2mx_1.$$

$$\text{Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm } C \text{ là } f'(x_2) = 3x_2^2 + 2mx_2.$$

Tiếp tuyến tại B và C vuông góc với nhau

$$\Leftrightarrow f'(x_1) \cdot f'(x_2) = -1$$

$$\Leftrightarrow (3x_1^2 + 2mx_1) \cdot (3x_2^2 + 2mx_2) = -1$$

$$\Leftrightarrow 9(x_1 x_2)^2 + 6m x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 4m^2 (x_1 x_2) = -1$$

$$\Leftrightarrow 9 + 6m(-m) + 4m^2 = -1$$

$$\Leftrightarrow -2m^2 = -10 \Leftrightarrow m^2 = 5 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}$$

$$\text{Vậy } (\sqrt{5})^2 + (-\sqrt{5})^2 = 10.$$

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 21 tháng 7 năm 2023

ĐỀ ÔN TẬP 02: SỰ TƯƠNG GIAO - CB

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

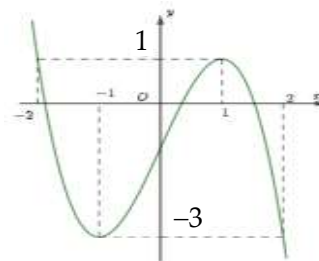
Phương trình $f(x) + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

- A. $m < 1$. B. $m > 1$. C. $m > -1$. D. $m < -1$.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = 2m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

- A. $0 < m < \frac{1}{2}$. B. $0 \leq m \leq 1$. C. $0 < m < 1$. D. $m < 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực của phương trình $f[2 - f(x)] = 1$ là

- A. 9. B. 3. C. 6. D. 5.

Câu 4: Biết đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = \sqrt{46}$. B. $AB = \sqrt{42}$. C. $AB = 5\sqrt{2}$. D. $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	-1	$+\infty$	-2	$+\infty$

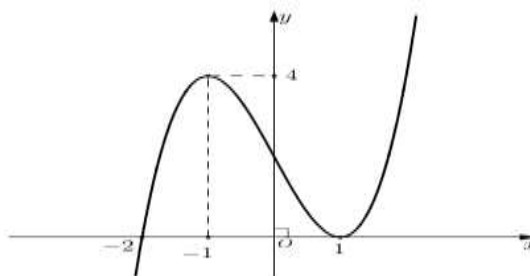
Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^2) = 1$ là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 6: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

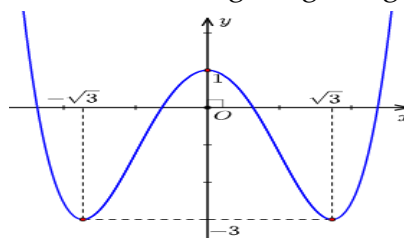
Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)-2)=0$ là

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 5.

Câu 8: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



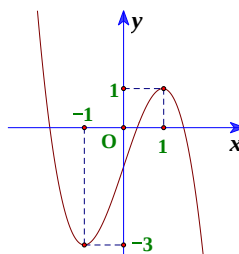
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{1+x}$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là

- A. $(0; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 0)$. D. $(1; 1)$.

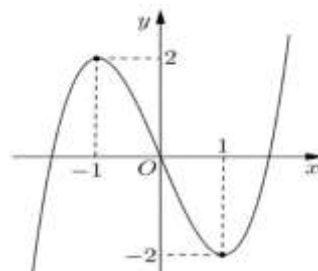
Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm của phương trình $4|f(x)|-25=0$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

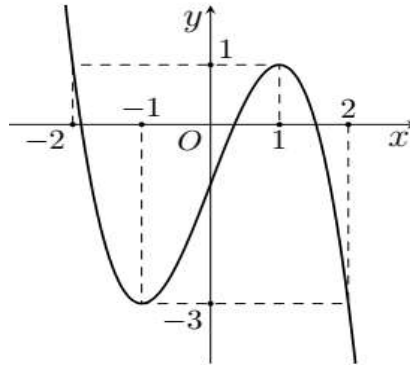
Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới:



Phương trình $[f(x)]^2 + f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

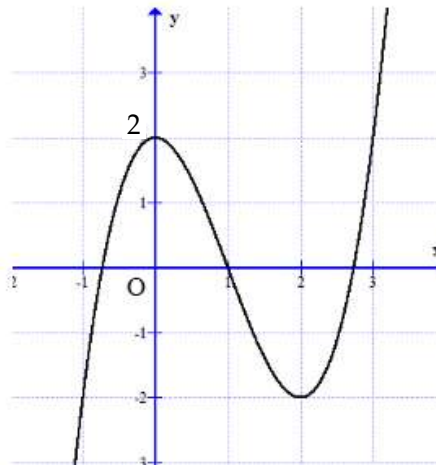
Câu 12: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(-x^2 + 4x + m) + 3 = 0$ có đúng ba nghiệm phân biệt trên $[0; +\infty)$?

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



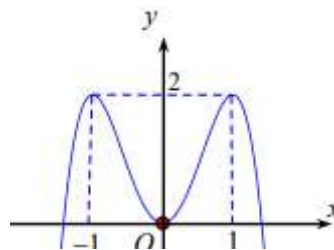
Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f[f(x^2 + 2x)] = 3$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 14: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S .

- A. $T = -12$. B. $T = 10$. C. $T = 12$. D. $T = -10$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2|f(x - 1 - 2\sqrt{x - 1})| = 3$ là

- A. 12. B. 5. C. 8. D. 4.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	1	3	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f'(5 - 3f(x)) = 0$ là

- A. 12. B. 8. C. 9. D. 10.

Câu 17: Cho các số thực $a, b, c < 0$ và hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	a	b	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	c	0	$+\infty$

Phương trình $f\left(f\left(\sqrt{f(x)}\right) + f(x) + \sqrt{f(x)}\right) = f(1)$ có số nghiệm là:

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

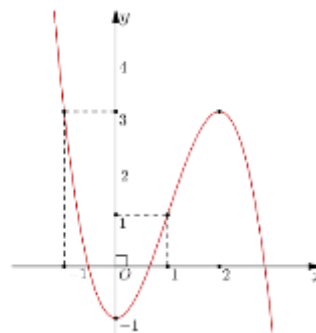
Câu 18: Gọi m_0 là giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm I của đoạn thẳng AB có tung độ bằng -2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m_0 \in \left(-\frac{5}{4}; \frac{2}{3}\right)$ B. $m_0 \in \left(1; \frac{7}{4}\right)$ C. $m_0 \in \left(-\frac{7}{2}; -\frac{5}{3}\right)$ D. $m_0 \in \left(\frac{9}{4}; \frac{7}{2}\right)$.

Câu 19: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $y = m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$.

- A. $m \geq -3$. B. $m > -2$. C. $m > -3$. D. $m \geq -2$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $[f(\sin x)]^2 + (m-2)f(\sin x) + m-3 = 0$ có đúng 5 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

- A. $2 < m < 6$. B. $1 < m < 3$. C. $2 < m < 3$. D. $0 < m < 2$.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 21 tháng 7 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	-	-
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow -\infty$	$\nearrow +\infty$	$\searrow -\infty$

Phương trình $f(x) + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $m < 1$.

B. $m > 1$.

C. $m > -1$.

D. $m < -1$.

Lời giải:

Số nghiệm của phương trình $f(x) + m = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-m < 1 \Leftrightarrow m > -1$ thì phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = 2m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $0 < m < \frac{1}{2}$.

B. $0 \leq m \leq 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $m < 1$.

Lời giải:

Xét phương trình $-x^4 + 2x^2 = 2m$ (*)

Phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ và đường thẳng $y = 2m$ (Song song hoặc trùng Ox).

Xét hàm số $y = -x^4 + 2x^2$

Ta có: $y' = -4x^3 + 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0. \\ x = \pm 1. \end{cases}$

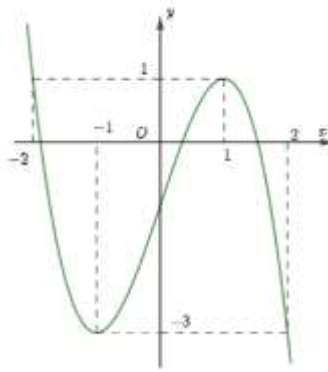
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow 0$	$\nearrow 1$	$\searrow -\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra để phương trình có 4 nghiệm phân biệt, điều kiện là:

$$0 < 2m < 1 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực của phương trình $f[2 - f(x)] = 1$ là

- A. 9. B. 3. C. 6. D. 5.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$, ta có

$$f[2 - f(x)] = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - f(x) = -2 \\ 2 - f(x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 4 & (a) \\ f(x) = 1 & (b) \end{cases}$$

Xét sự tương giao của đồ thị $y = f(x)$ lần lượt với các đường thẳng $y = 1; y = 4$ ta thấy: phương trình (a) có nghiệm duy nhất $x_1 < -2$; phương trình (b) có 2 nghiệm $x_2 = -2; x_3 = 1$. Vậy số nghiệm phương trình đã cho là 3.

Câu 4: Biết đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ tại hai điểm A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

- A. $AB = \sqrt{46}$. B. $AB = \sqrt{42}$. C. $AB = 5\sqrt{2}$. D. $AB = 2\sqrt{5}$.

Lời giải:

Xét phương trình:

$$x - 1 = \frac{2x+1}{x-2} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x^2 - 5x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x = \frac{5+\sqrt{21}}{2} \\ x = \frac{5-\sqrt{21}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{21}}{2} \\ x = \frac{5-\sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } x = \frac{5+\sqrt{21}}{2} \Rightarrow y = \frac{3+\sqrt{21}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}; \frac{3+\sqrt{21}}{2}\right).$$

$$+ \text{ Với } x = \frac{5-\sqrt{21}}{2} \Rightarrow y = \frac{3-\sqrt{21}}{2} \Rightarrow B\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}; \frac{3-\sqrt{21}}{2}\right).$$

Khi đó $AB = \sqrt{42}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+		-	0	+
$f(x)$	$-1 \nearrow +\infty$		$+\infty \searrow -2 \nearrow +\infty$		

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^2)=1$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải:

Số nghiệm của phương trình $f(x^2)=1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x^2)$ và đường thẳng $y=1$

x	$-\infty$	a	0	b	2	c	$+\infty$
$f'(x)$	+			-	0	+	
$f(x)$	$-1 \nearrow +\infty$		$+\infty \searrow -2 \nearrow +\infty$		$y=1$		

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $f(x^2)=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = a < 0 & (1) \\ x^2 = b > 0 & (2) \\ x^2 = c > 0 & (3) \end{cases}$

+) Phương trình (1) vô nghiệm.

+) Phương trình (2) có 2 nghiệm $x = \pm\sqrt{b}$.

+) Phương trình (3) có 2 nghiệm $x = \pm\sqrt{c}$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 6: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

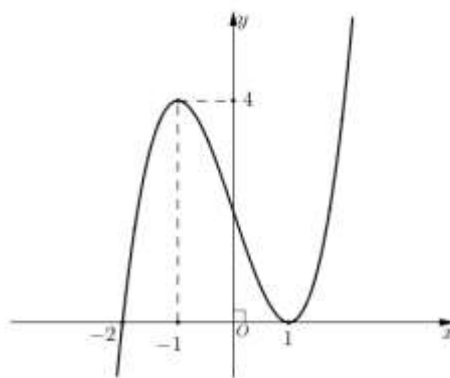
D. 0.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x + 3 = x \Leftrightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{cases}$.

Vậy số giao điểm đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$ là 3.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)-2)=0$ là

- A. 2. B. 3. **C. 6.** D. 5.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$.

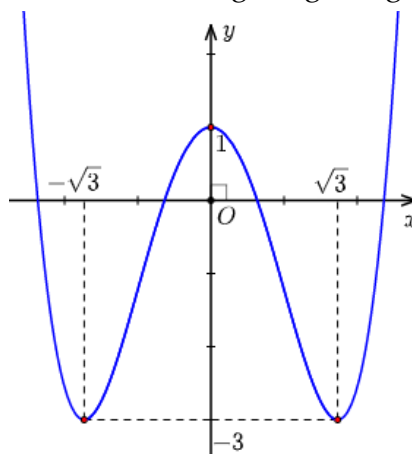
Khi đó $f'(f(x)-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)-2=1 \\ f(x)-2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=3 \\ f(x)=1 \end{cases}$.

Phương trình $f(x)=3$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Vậy phương trình $f'(f(x)-2)=0$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

Câu 8: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 5. C. 4. **D. 3.**

Lời giải:

Để phương trình có bốn nghiệm thì $-3 < m < 1 \Leftrightarrow m \in \{-2; -1; 0\}$.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{1+x}$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là

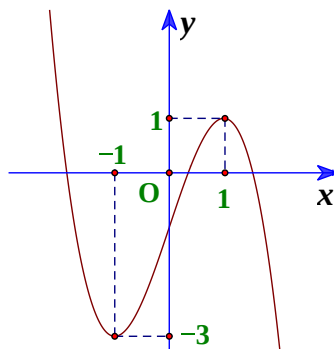
- A. $(0; -1)$. **B. $(0; 1)$.** C. $(1; 0)$. D. $(1; 1)$.

Lời giải:

Xét hàm số $y = \frac{1-x}{1+x}$, cho $x = 0$ ta có $y = \frac{1-0}{1+0} = 1$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{1+x}$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0; 1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm của phương trình $4|f(x)| - 25 = 0$ là

A. 3.

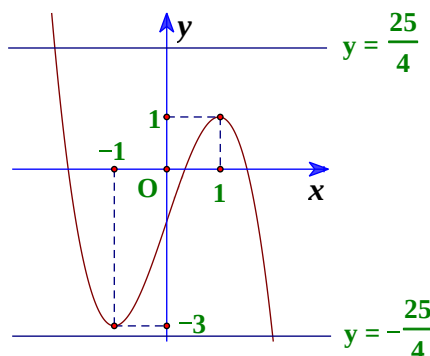
B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:

Ta có: $4|f(x)| - 25 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{25}{4} \vee f(x) = -\frac{25}{4}$.

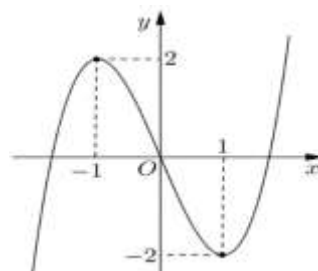


Với $f(x) = \frac{25}{4}$, phương trình có 1 nghiệm.

Với $f(x) = -\frac{25}{4}$, phương trình có 1 nghiệm.

Do vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới:



Phương trình $[f(x)]^2 + f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải:

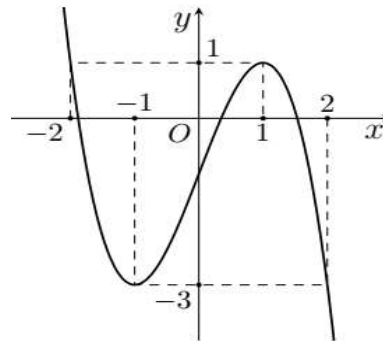
$$[f(x)]^2 + f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -2 \end{cases}$$

Khi $f(x) = 1$ thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Khi $f(x) = -2$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 12: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(-x^2 + 4x + m) + 3 = 0$ có đúng ba nghiệm phân biệt trên $[0; +\infty)$?

A. 5.

B. 6.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Xét phương trình: $f(-x^2 + 4x + m) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(-x^2 + 4x + m) = -3$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4x + m = -1 \\ -x^2 + 4x + m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x = m + 1 & (1) \\ x^2 - 4x = m - 2 & (2) \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 4x$ với $x \in [0; +\infty)$.

$$\Rightarrow g'(x) = 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Bảng biến thiên:

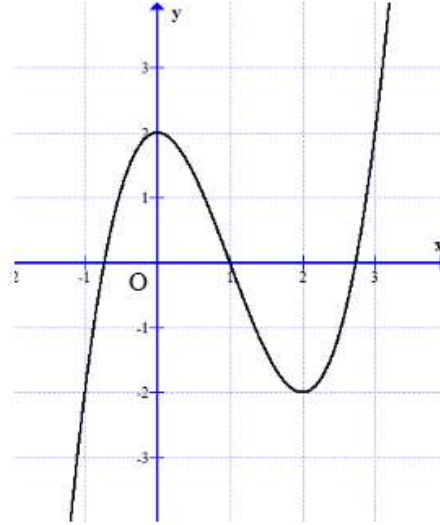
x	0	2	$+\infty$
$g'(x)$	—	0	+
$g(x)$	0	$\searrow$ -4 $\nearrow$	$+\infty$

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (2) có 2 nghiệm và phương trình (1) có 1 nghiệm hoặc phương trình (2) có 1 nghiệm và phương trình (1) có 2 nghiệm.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m-2 \leq 0 \\ m+1 > 0 \\ -4 < m+1 \leq 2 \\ m-2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq m \leq 2 \\ m > -1 \\ -5 < m \leq 1 \\ m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m \leq 2 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Suy ra có 4 giá trị nguyên của m .

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f[f(x^2 + 2x)] = 3$ là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Ta có $f[f(x^2 + 2x)] = 3 \Leftrightarrow f(x^2 + 2x) = m \ (m > 3)$.

Đặt $t = x^2 + 2x$, xét sự tương giao của 2 đồ thị hàm số $(C): y = f(t)$ và $(d): y = m, (m > 3)$.

Từ đồ thị ta thấy, đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại đúng 1 điểm có hoành độ $t = k > m > 3$.

Lại có:

$$f(x^2 + 2x) = m, (m > 3) \Leftrightarrow x^2 + 2x = k, (k > m > 3).$$

Xét BBT của hàm số $y = g(x) = x^2 + 2x$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$		0	
		$-$	$+$
$g(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

Từ BBT suy ra đồ thị hàm số $y = k, (k > m > 3)$ cắt đồ thị hàm số $y = g(x) = x^2 + 2x$ tại 2 điểm phân biệt. Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt

Câu 14: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S .

A. $T = -12$.

B. $T = 10$.

C. $T = 12$.

D. $T = -10$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 9x + 1 = -2m$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

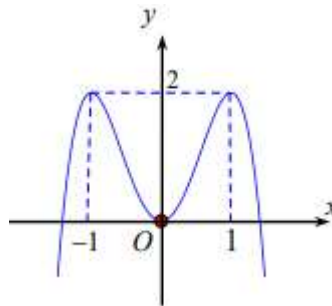
x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	28	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra yêu cầu bài toán tương đương $\begin{cases} -2m = 28 \\ -2m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -14 \\ m = 2 \end{cases}$.

Suy ra $S = \{-14; 2\}$.

Vậy $T = -14 + 2 = -12$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2|f(x-1-2\sqrt{x-1})| = 3$ là

A. 12.

B. 5.

C. 8.

D. 4.

Lời giải:

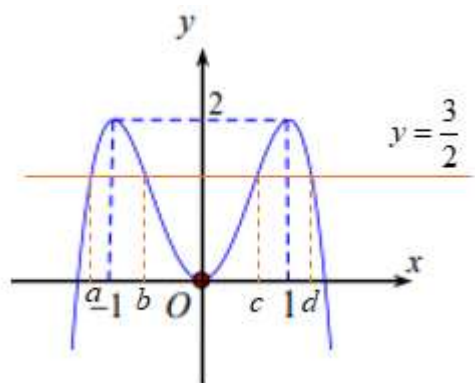
Ta có $2|f(x-1-2\sqrt{x-1})| = 3 \Leftrightarrow |f(x-1-2\sqrt{x-1})| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x-1-2\sqrt{x-1}) = \frac{3}{2} \\ f(x-1-2\sqrt{x-1}) = -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Đặt $t = \sqrt{x-1}$, $t \geq 0$. Xét $g(t) = t^2 - 2t$ có $g'(t) = 2t - 2 \Rightarrow g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ (nhận).

Bảng biến thiên:

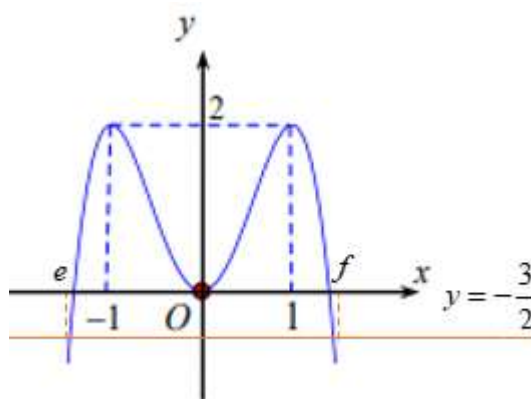
t	0	1	$+\infty$	
$g'(t)$		-	0	+
$g(t)$	0		-1	$+\infty$

Xét $f(x-1-2\sqrt{x-1}) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow f[g(t)] = \frac{3}{2}$.



Suy ra $\begin{cases} g(t) = a, a < -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ g(t) = b, -1 < b < 0 \longrightarrow \text{có 2 nghiệm phân biệt} \\ g(t) = c, 0 < c < 1 \longrightarrow \text{có 1 nghiệm} \\ g(t) = d, d > 1 \longrightarrow \text{có 1 nghiệm} \end{cases}$.

Xét $f(x-1-2\sqrt{x-1}) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow f[g(t)] = -\frac{3}{2}$.



Suy ra $\begin{cases} g(t) = e, e < -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ g(t) = f, f > d > 1 \longrightarrow \text{có 1 nghiệm} \end{cases}$

Do vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$					

Số nghiệm thực của phương trình $f'(5-3f(x))=0$ là

A. 12.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$. Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \\ x=5 \end{cases}$.

Khi đó: $f'(5-3f(x))=0 \Rightarrow \begin{cases} 5-3f(x)=-1 \\ 5-3f(x)=2 \\ 5-3f(x)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=2 \\ f(x)=1 \\ f(x)=0 \end{cases}$.

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$					

Từ bảng biến thiên ta thấy:

Phương trình: $f(x)=2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình: $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình: $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f'(5-3f(x))=0$ có 9 nghiệm phân biệt.

Câu 17: Cho các số thực $a, b, c < 0$ và hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	a	b	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Phương trình $f\left(f\left(\sqrt{f(x)}\right)+f(x)+\sqrt{f(x)}\right)=f(1)$ có số nghiệm là:

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải:

Đặt $t = \sqrt{f(x)}, (t \geq 0)$, phương trình trở thành $f(f(t) + t^2 + t) = f(1), (*)$. Trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ hàm số $f(x)$ đồng biến suy ra $f(t) + t^2 + t = 1 \Leftrightarrow f(t) + t^2 + t - 1 = 0$ (1)

Xét hàm số $g(t) = f(t) + t^2 + t - 1$ trên $[0; +\infty)$, ta có: $g'(t) = f'(t) + 2t + 1 > 0, \forall t \geq 0$.

Mặt khác $g(0) = -1 < 0, g(1) = f(1) + 1 > 0$ suy ra phương trình (1) có nghiệm duy nhất

$t = t_0 \in (0; 1)$ suy ra $\sqrt{f(x)} = t_0 \Leftrightarrow f(x) = t_0^2, (0 < t_0^2 < 1)$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt.

Câu 18: Gọi m_0 là giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm I của đoạn thẳng AB có tung độ bằng -2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m_0 \in \left(-\frac{5}{4}; \frac{2}{3}\right)$ B. $m_0 \in \left(1; \frac{7}{4}\right)$ **C. $m_0 \in \left(-\frac{7}{2}; -\frac{5}{3}\right)$.** D. $m_0 \in \left(\frac{9}{4}; \frac{7}{2}\right)$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ là:

$$\frac{2x+1}{1-x} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m+1)x + 1 - m = 0 \text{ (ĐK: } x \neq 1) \text{ (1).}$$

Để hai đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại hai điểm A, B phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\text{Điều kiện là: } \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 + (m+1) + 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 6m - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 - 2\sqrt{3} \\ m > -3 + 2\sqrt{3} \end{cases}.$$

Khi đó hai giao điểm là $A(x_A; x_A + m), B(x_B; x_B + m)$ với $x_A + x_B = -m - 1$.

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } AB, \text{ ta có } y_I = \frac{x_A + x_B + 2m}{2} = \frac{-m - 1 + 2m}{2} = \frac{m - 1}{2}.$$

$$\text{Theo giả thiết } y_I = -2 \text{ nên } \frac{m - 1}{2} = -2 \Leftrightarrow m = -3 \in \left(-\frac{7}{2}; -\frac{5}{3}\right).$$

Câu 19: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $y = m(x - 1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$.

- A. $m \geq -3$. **B. $m > -2$.** C. $m > -3$. D. $m \geq -2$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x^2 + 2 = m(x - 1) \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - 2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 - m = 0 (*) \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $y = m(x - 1)$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ

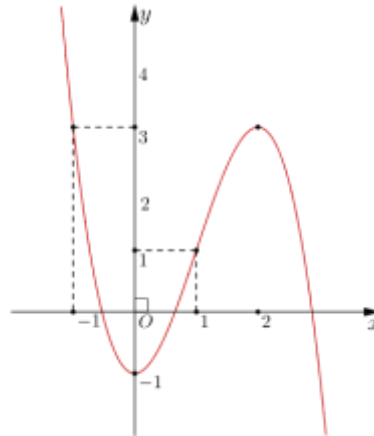
$$\text{khi phương trình } (*) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2 + m > 0 \\ 1 - 2 - 2 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -3.$$

Gọi x_2, x_3 là hai nghiệm của phương trình (*).

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5 \Leftrightarrow (x_2 + x_3)^2 - 2x_2x_3 > 4 \Leftrightarrow 4 - 2(-2 - m) > 4 \Leftrightarrow m > -2$.

Vậy $m > -2$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $[f(\sin x)]^2 + (m - 2)f(\sin x) + m - 3 = 0$ có đúng 5 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

A. $2 < m < 6$.

B. $1 < m < 3$.

C. $2 < m < 3$.

D. $0 < m < 2$.

Lời giải:

Đặt $t = \sin x$, với $x \in [0; 2\pi] \Rightarrow t \in [-1; 1]$.

Đặt $u = f(t)$, với $t \in [-1; 1] \Rightarrow u \in [-1; 3]$.

+) Với $u = 3 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2}$.

+) Với $u = -1 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow x \in \{0; \pi; 2\pi\}$.

+) Với $u = 1 \Rightarrow t = 1$ hoặc $t = t_0 \in (-1; 0)$, suy ra, ta tìm được 3 nghiệm $x \in [0; 2\pi]$.

+) Với $1 < u < 3$, ta tìm được một giá trị $t \in (-1; 0)$, suy ra có 1 nghiệm $x \in [0; 2\pi]$.

+) Với $-1 < u < 1$, ta tìm được hai giá trị t gồm $t = t_1 \in (-1; 0)$ và $t = t_2 \in (0; 1)$, suy ra có 4 nghiệm $x \in [0; 2\pi]$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành $u^2 + (m - 2)u + m - 3 = 0$

Do $1 - (m - 2) + m - 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $u = -1$ và $u = -m + 3$.

Ta có $u = -1 \Leftrightarrow t = 0 \Leftrightarrow x \in \{0; \pi; 2\pi\}$.

Do đó, phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $u = -m + 3$ có một nghiệm thỏa mãn $1 < u < 3 \Leftrightarrow 1 < -m + 3 < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 2$.

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 21 tháng 7 năm 2023