

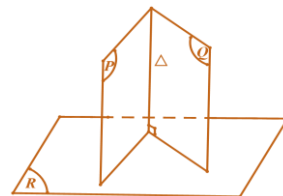
HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

II. HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC.

1. Định nghĩa.

Hai mặt phẳng vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° .

Kí hiệu: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow ((P), (Q)) = 90^\circ$.



2. Tính chất.

Tính chất 1. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi trong mặt phẳng này có một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Kí hiệu:

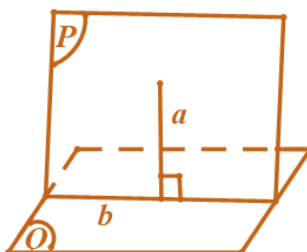
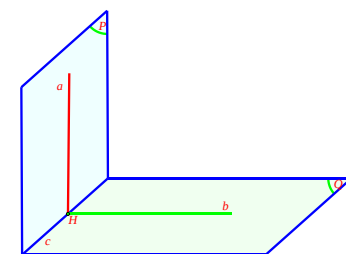
$$\begin{cases} a \subset (P) \\ a \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) \perp (Q).$$

Nhận xét. tính chất này giúp cho ta chứng minh được hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

Tính chất 2. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng và vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

Kí hiệu:

$$\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ a \subset (P) \\ b = (P) \cap (Q) \\ a \perp b \end{cases} \Rightarrow a \perp (Q)$$

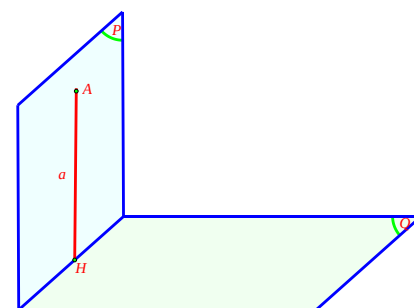


Tính chất 3. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

Nếu từ một điểm thuộc $mp(P)$ dựng một đường thẳng vuông góc với $mp(Q)$ thì đường thẳng này nằm trong (P)

Kí hiệu:

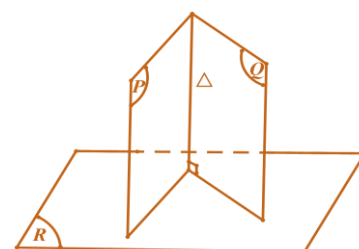
$$\begin{cases} A \in (P) \\ (P) \perp (Q) \\ A \in a \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow a \subset (P).$$



Tính chất 4. Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng vuông góc với một mặt phẳng thì giao tuyến của chúng cũng vuông góc với mặt phẳng đó

Kí hiệu:

$$\begin{cases} (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \\ (P) \cap (Q) = \Delta \end{cases} \Rightarrow \Delta \perp (R)$$



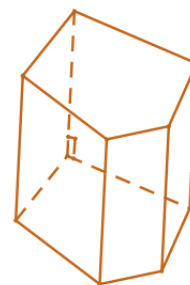
Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm AC . Chứng minh $(SAB) \perp (SBC)$ và $(SBM) \perp (SAC)$.

[illegible]

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC . Vẽ BB' và CC' cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên $BC, B'C'$. Chứng minh $(AB'C') \perp (AHK)$.

[illegible]

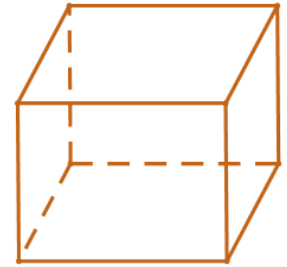
- Các mặt bên là các hình chữ nhật.
- Các mặt bên vuông góc với hai đáy
- Lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều được gọi là lăng trụ đều



2. Hình hộp chữ nhật.

Hình hộp chữ nhật là hình lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật.

- Tất cả các mặt đều là hình chữ nhật
- Đường chéo $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ với a, b, c là ba kích thước.



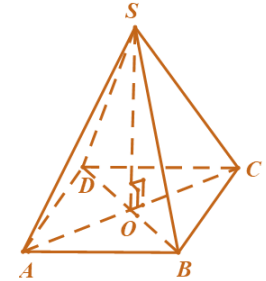
3. Hình hộp lập phương.

Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có đáy và các mặt bên đều là hình vuông.

4. Hình chóp đều và hình chóp cụt đều.

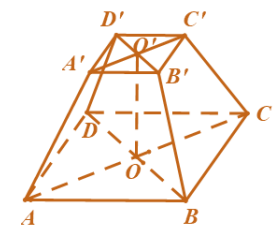
Hình chóp đều là hình chóp có đáy là một đa giác đều và chân đường cao trùng với tâm của đa giác đáy.

- Các cạnh bên của hình chóp đều tạo với đáy các góc bằng nhau
- Các mặt bên của hình chóp đều là các tam giác cân bằng nhau.
- Các mặt bên của hình chóp đều tạo với đáy các góc bằng nhau.



- Phần của hình chóp đều nằm giữa đáy và một thiết diện song song với đáy cắt tất cả các cạnh bên của hình chóp được gọi là hình chóp cụt đều.

- Hai đáy của hình chóp cụt đều là hai đa giác đồng dạng.



Ví dụ 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi K là hình chiếu của C trên BD , H là hình chiếu của C trên $C'K$. Chứng minh $(CDH) \perp (C'BD)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = BC = a, AC = a\sqrt{2}$.

- 1). Chứng minh rằng: $BC \perp AB'$.
- 2). Gọi M là trung điểm của AC . Chứng minh $(BC'M) \perp (ACC'A')$.
- 3). Tính khoảng cách giữa BB' và AC' .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

DẠNG 1. Chứng minh hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

1. Phương pháp:

Để chứng minh hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau ta có thể dùng một trong các cách sau:

Cách 1. Chứng minh trong mặt phẳng này có một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Kí hiệu:

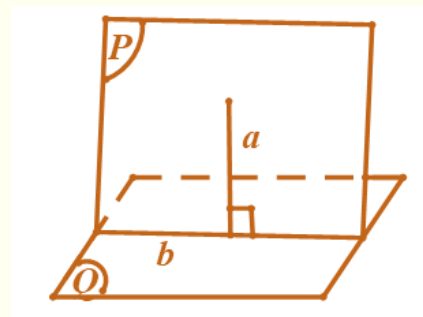
$$\begin{cases} a \subset (P) \\ a \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) \perp (Q).$$

Cách 2. Xác định góc giữa hai mặt phẳng, rồi tính trực tiếp góc đó bằng 90° .

Kí hiệu:

$$((\alpha), (\beta)) = 90^\circ \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta).$$

Cách 3. Tìm hai vec tơ $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ lần lượt vuông góc với các mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ rồi chứng minh $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$



2. Bài tập minh họa:

Bài tập 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Các tam giác SAC và SBD cân tại S . Gọi O là tâm hình thoi. Chứng minh $SO \perp (ABCD)$ và $(SAC) \perp (SBD)$.

Lời giải

Bài tập 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh $SA = a$, các cạnh còn lại bằng b .

a). Chứng minh $(SAC) \perp (ABCD)$ và $(SAC) \perp (SBD)$.

b). Tính đường cao của hình chóp $S.ABCD$ theo a, b .

c). Tìm sự liên hệ giữa a và b để $S.ABCD$ là một hình chóp đều.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $(AB'C'D) \perp (BCD'A')$ và $AC' \perp (CB'D')$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 4. Cho hình chóp đều $S.ABC$, có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB . Tính diện tích tam giác AMN biết rằng $(AMN) \perp (SBC)$.

Lời giải.

Bài tập 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a, AA' = b$. Gọi M là trung điểm của CC' . Xác định tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau.

Lời giải.

3. Bài tập rèn luyện

Lời giải

Lời giải

Tel: 0935.660.880

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi H, K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC và SBC . Chứng minh rằng

- Ba đường thẳng AH, BC và SK đồng quy.
- $(SAB) \perp (CHK)$ và $(SBC) \perp (CHK)$.
- $HK \perp (SBC)$.

Lời giải

Bài 4. Cho tứ diện $SABC$ có SBC và ABC nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Tam giác SBC đều cạnh a , tam giác ABC vuông tại A . Gọi H, I lần lượt là trung điểm của BC và AB . Chứng minh $(SHI) \perp (SAB)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên (SAD) là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, BC, CD . Chứng minh $(SBP) \perp (AMN)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Gọi BE, DF là các đường cao của tam giác SBD . Chứng minh rằng $(ACF) \perp (SBC)$ và $(AEF) \perp (SAC)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm BC , N là điểm trên cạnh CD thỏa mãn $ND=3NC$. Chứng minh rằng $(SAM) \perp (SMN)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$; cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của AD , I là giao điểm của AC với BM . Chứng minh $(SAC) \perp (SMB)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải

b). Trên đoạn BM lấy điểm E sao cho $BE = \frac{a\sqrt{3}}{8}$. Chứng minh rằng $A'B \perp NE$.

Lời giải

[illegible]

Bài 11. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $BAC = 120^\circ$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh bên BB' . Chứng minh rằng $(MAC) \perp (MA'C')$.

Lời giải

[illegible]

Bài 12. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi D là điểm đối xứng của A qua BC . Trên đường thẳng $d \perp (ABCD)$ tại A lấy điểm S sao cho $SD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Chứng minh $(SAB) \perp (SAC)$.

Lời giải.

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song với c (hoặc b trùng với c).
- B. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .
- C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.
- D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

Lời giải

Câu 1. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và một điểm M không thuộc (P) và (Q) . Qua M có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q) ?

- A. 2.
- B. 3.
- C. 1.
- D. Vô số.

Lời giải

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Cho hai đường thẳng song song a và b và đường thẳng c sao cho $c \perp a, c \perp b$. Mọi mặt phẳng (α) chứa c thì đều vuông góc với mặt phẳng (a, b) .
- B. Cho $a \perp (\alpha)$, mọi mặt phẳng (β) chứa a thì $(\beta) \perp (\alpha)$.
- C. Cho $a \perp b$, mọi mặt phẳng chứa b đều vuông góc với a .
- D. Cho $a \perp b$, nếu $a \subset (\alpha)$ và $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \perp (\beta)$.

Lời giải

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.
- C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- D. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Lời giải

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến d .
Với mỗi điểm A thuộc (P) và mỗi điểm B thuộc (Q) thì ta có AB vuông góc với d .
- B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng vuông góc với mặt phẳng (R) thì giao tuyến của (P) và (Q) nếu có cũng sẽ vuông góc với (R) .
- C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

Lời giải

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.
- C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

Lời giải

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Qua một đường thẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- C. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau cho trước.
- D. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Lời giải

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Cho đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và b nằm trong mặt phẳng (P) . Mọi mặt phẳng (Q) chứa a và vuông góc với b thì (P) vuông góc với (Q) .
- B. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và mặt phẳng (P) chứa a , mặt phẳng (Q) chứa b thì (P) vuông góc với (Q) .
- C. Cho đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) , mọi mặt phẳng (Q) chứa a thì (P) vuông góc với (Q) .
- D. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Lời giải

Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng góc nhọn giữa mặt phẳng (P) và $mp(R)$ khi mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (R) .
- B. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng góc nhọn giữa mặt phẳng (P) và $mp(R)$ khi mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (R) hoặc $(Q) \equiv (R)$.
- C. Góc giữa hai mặt phẳng luôn là góc nhọn.
- D. Cả 3 mệnh đề trên đều đúng.

Lời giải

Câu 9. Trong khẳng định sau về lăng trụ đều, khẳng định nào sai?

- A. Đáy là đa giác đều.
- B. Các mặt bên là những hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.
- C. Các cạnh bên là những đường cao.
- D. Các mặt bên là những hình vuông.

Lời giải

Câu 10. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu hình hộp có hai mặt là hình vuông thì nó là hình lập phương.
- B. Nếu hình hộp có ba mặt chung một đỉnh là hình vuông thì nó là hình lập phương.
- C. Nếu hình hộp có bốn đường chéo bằng nhau thì nó là hình lập phương.
- D. Nếu hình hộp có sáu mặt bằng nhau thì nó là hình lập phương.

Lời giải

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm AC . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $BM \perp AC$. B. $(SBM) \perp (SAC)$. C. $(SAB) \perp (SBC)$. D. $(SAB) \perp (SAC)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Cho tứ diện $SABC$ có SBC và ABC nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Tam giác SBC đều, tam giác ABC vuông tại A . Gọi H, I lần lượt là trung điểm của BC và AB . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $SH \perp AB$. B. $HI \perp AB$. C. $(SAB) \perp (SAC)$. D. $(SHI) \perp (SAB)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , mặt bên SAC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của SC . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $AI \perp SC$. B. $(SBC) \perp (SAC)$. C. $AI \perp BC$. D. $(ABI) \perp (SBC)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC và I là giao điểm của HK với mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $BC \perp AH$. B. $(AHK) \perp (SBC)$. C. $SC \perp AI$. D. Tam giác IAC đều.

Lời giải

Câu 15. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi D là điểm đối xứng với A qua BC . Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại D lấy điểm S sao cho $SD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi I là trung điểm BC ; kẻ IH vuông góc SA ($H \in SA$). Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $SA \perp BH$. B. $(SDB) \perp (SDC)$. C. $(SAB) \perp (SAC)$. D. $BH \perp HC$.

Lời giải

DẠNG 2. Xác định góc của hai mặt.

1. Phương pháp:

Để tính góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) ta có thể thực hiện theo một trong các cách sau:

Cách 1.

Bước ① : Tìm giao tuyến $\Delta = (\alpha) \cap (\beta)$

Bước ② : Lấy một điểm $M \in (\beta)$.

Dựng hình chiếu H của M trên (α) hay $MH \perp mp(\alpha)$

(Bước này MH gọi là đường vuông góc với mặt phẳng đáy)

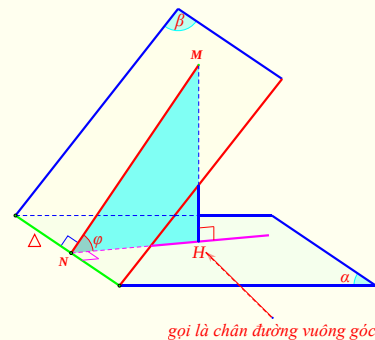
Thông thường đề bài cho sẵn và H gọi là chân đường vuông góc

Bước ③ : Lấy chân đường vuông góc là H và dựng $HN \perp \Delta$

(Bước này gọi là bước dựng lần kẻ thứ nhất)

Bước ④ : Ta chứng minh $MN \perp \Delta$.

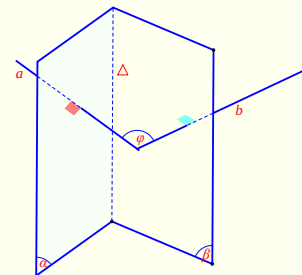
Bước ⑤ : Kết luận $((P), (Q)) = (HN, MN) = HNM = \varphi$



Cách 2.

➤ Tìm hai đường thẳng a, b lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng (α) và (β) .

➤ Khi đó góc giữa hai đường thẳng a, b chính là góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) .



2. Bài tập minh họa:

Bài tập 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$.

a). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

b). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

Lời giải.

Bài tập 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'CD)$.

Lời giải.

Bài tập 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp trong đường tròn đường kính $AB = 2a$; cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$.

- Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
- Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

[illegible]

b). Tính S_{BCD} theo khi $\alpha = 30^\circ, \beta = 45^\circ, \gamma = 60^\circ$

[illegible]

[illegible]

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\angle ABC = 60^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều có bằng cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\varphi = 60^\circ$. **B.** $\tan \varphi = 2\sqrt{3}$. **C.** $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\tan \varphi = \frac{1}{2}$.

[illegible]

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\varphi = 30^\circ$.

B. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\varphi = 60^\circ$.

D. $\sin \varphi = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I , cạnh a , góc $BAD = 60^\circ$, $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan \varphi = \sqrt{5}$.

B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\varphi = 45^\circ$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông $ABCD$ vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = CD = a$. Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\varphi = 45^\circ$. C. $\varphi = 60^\circ$. D. $\varphi = 30^\circ$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (MBD) và $(ABCD)$.

A. $\varphi = 90^\circ$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 45^\circ$. D. $\varphi = 30^\circ$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Trong không gian cho tam giác đều SAB và hình vuông $ABCD$ cạnh a nằm trên hai mặt phẳng vuông góc. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\tan \varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và (SCD) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan \varphi = \sqrt{6}$. B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\tan \varphi = \sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$. Hình chiếu vuông góc H của S trên mặt đáy (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng SB và AC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\cot \varphi = \sqrt{7}$.

C. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{7}}{7}$.

D. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{14}}{4}$.

Lời giải

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C . Gọi H là trung điểm AB . Biết rằng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = SH = a$. Tính cosin của góc α tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) .

A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AB và AC . Góc giữa hai $mp(SEF)$ và (SBC) là

- A. CSF . B. BSF . C. BSE . D. CSE .

Lời giải

Câu 27. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a, CD = 2x$. Với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = x$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Xác định x để hai mp (SBC) và (SCD) tạo với nhau một góc 60° .

A. $x = \frac{3a}{2}$.

B. $x = \frac{a}{2}$.

C. $x = a$.

D. $x = 2a$.

Lời giải

Câu 29. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy cạnh bằng a , góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (ABC') có số đo bằng 60° . Độ dài cạnh bên của hình lăng trụ bằng

A. $2a$.

B. $3a$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

[illegible]

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính độ dài đường cao SH của khối chóp.

- A. $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $SH = \frac{a}{2}$. D. $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

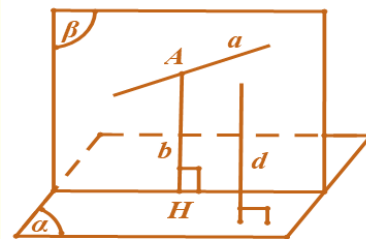
[illegible]

1. Phương pháp:

Để giải bài toán này ta làm theo các bước sau:

Bước 2. Dựng đường thẳng b đi qua A và vuông góc với (α) .

Khi đó $mp(a,b)$ chính là mặt phẳng (β) .



Bài tập 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a cạnh $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa AB và vuông góc với mặt phẳng (SCD) . Xác định và tính thể tích của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi (α) .

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 11. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , các cạnh bên đều bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Mặt phẳng (α) qua A , song song với BC và vuông góc với mặt phẳng (SBC) .
Xác định thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp $S.ABC$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$; $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SC và SB , M là điểm trên đoạn AB . Đặt $AM = x$ ($0 \leq x \leq a$). Mặt phẳng (α) chứa EM và vuông góc với (SAB) .

a). Xác định thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp $S.ABC$.

b). Tính diện tích của thiết diện theo a và x .

Lời giải

[illegible]

[illegible]

Bài 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a ; $SA = a$ và vuông góc với đáy.

a). Mặt phẳng (α) đi qua O , trung điểm M của SD và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
Xác định thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp $S.ABCD$ và tính diện tích của thiết diện theo a .

b). Mặt phẳng (β) đi qua A , trung điểm E của CD và vuông góc với mặt phẳng (SBC) .
Xác định thiết diện tạo bởi (β) với hình chóp $S.ABCD$ và tính diện tích của thiết diện theo a .

[illegible]

Bài 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , các cạnh bên đều bằng a . Mặt phẳng (α) qua AB và vuông góc với mặt phẳng (SCD) . Xác định thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp $S.ABCD$ và tính diện tích của thiết diện theo a .

[illegible]

Bài 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = DC = a$; cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) qua SD và vuông góc với mặt phẳng (SAC) . Xác định thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp $S.ABCD$ và tính diện tích của thiết diện theo a .

Lời giải

Bài 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = 2a$, $AD = 3a$, $BC = a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) qua SB và vuông góc với mặt phẳng (SAC) . Xác định thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp $S.ABCD$ và tính diện tích của thiết diện theo a .

Lời giải

[illegible]

Lời giải

[illegible]

[illegible]

Bài 18.

a). (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng SD và vuông góc với $mp(SAC)$. Xác định và tính diện tích thiết diện của (α) với hình chóp $S.ABCD$.

b). Gọi M là trung điểm của SA , N là điểm thuộc cạnh AD thỏa mãn $AN = x$. Mặt phẳng (β) đi qua MN và vuông góc với mặt phẳng (SAD) . Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi (β) .

Lời giải.

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , đáy lớn AB ; cạnh bên SO vuông góc với đáy. Gọi Q là điểm trên cạnh SA và $Q \neq A, Q \neq S$; M là điểm trên đoạn AD và $M \neq A$. Mặt phẳng (α) qua QM và vuông góc với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho là:

- A. tam giác. B. hình thang cân. C. hình thang vuông. D. hình bình hành.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 32. Cho hình chóp đều $SABC$. Mặt phẳng (α) qua A , song song với BC và vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho là:

- A. tam giác đều. B. tam giác cân. C. tam giác vuông. D. tứ giác.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 33. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (α) qua AB và vuông góc với mặt phẳng (SCD) . Thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho là:
A. tam giác cân. **B.** hình hình hành. **C.** hình thang vuông. **D.** hình thang cân.

Lời giải

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , , $AD = DC = a$ $AB = 2a$; cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) qua SD và vuông góc với mặt phẳng (SAC) . Tính diện tích (α) của thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho.
A. $S = \frac{a^2}{2}$. **B.** $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S = \frac{a^2}{4}$.

Lời giải

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O với $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy. Gọi (α) là mặt phẳng qua SO và vuông góc với (SAD) . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp đã cho.

A. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

B. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

C. $S = \frac{a^2}{2}$.

D. $S = a^2$.

Lời giải

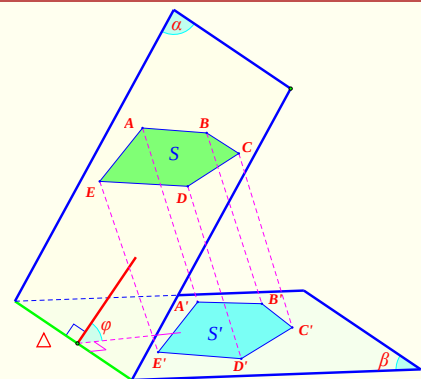
DẠNG 4. Ứng dụng công thức hình chiếu tính diện tích.

1. Phương pháp:

Giả sử S là diện tích đa giác (H) nằm trong (α) và S' là diện tích của hình chiếu (H') của (H) trên (β) thì

$$S' = S \cos \varphi$$

trong đó φ là góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) .



2. Bài tập minh họa:

Bài tập 13. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$. Một mặt phẳng (α) hợp với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc 45° và cắt các cạnh bên của lăng trụ tại M, N, P, Q . Tính diện tích thiết diện, biết cạnh đáy của lăng trụ bằng a .

Lời giải.

Bài tập 14. Cho tam giác ABC có $AB = 3a$, đường cao $CH = a$ và $AH = a$ nằm trong mặt phẳng (P) . Trên các đường thẳng vuông góc với (P) kẻ từ A, B, C lần lượt lấy các điểm A', B', C' tương ứng nằm về một phía của (P) sao cho $AA_1 = 3a, BB_1 = 2a, CC_1 = a$.
 Tính diện tích tam giác $A'B'C'$

[illegible]

Lời giải.