

Họ và tên:

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			5		1		$+\infty$
	$-\infty$						
							

Hàm số $y = |f'(x)|$ có mấy cực trị?

A. 3

B. 5

C. 4

D. 2

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 3. Cho đa giác đều có 2026 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100°

A. $2026C_{900}^2$

B. C_{2026}^3

C. $2025C_{900}^2$

D. $2026C_{900}^3$

Câu 4. Nếu một khoản tiền gốc A được gửi vào ngân hàng với lãi suất r /kì gửi (r được biểu thị dưới dạng số thập phân), thì tổng số tiền T nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau n kì gửi cho bởi công thức:

$$T = A(1+r)^n.$$

Anh Năm lần đầu gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Cứ sau mỗi quý nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 1 năm, anh Nam gửi thêm 150 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền (cả vốn lẫn lãi) anh Nam nhận được sau 3 năm gửi tiền gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 253,648 triệu đồng.

B. 443,885 triệu đồng.

C. 420,128 triệu đồng.

D. 429,397 triệu đồng.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Mặt phẳng (α) đi qua G và luôn cắt các tia AB , AC , AD lần lượt tại các điểm I , N , P (khác đỉnh A). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{AB^2}{AI^2} + \frac{AC^2}{AN^2} + \frac{AD^2}{AP^2}. \text{ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)}$$

A. 5

B. 1

C. 4

D. 3

Câu 6. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, b .

Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

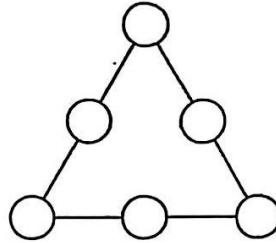
A. 30.

B. 25.

C. 43.

D. 37.

Câu 7. Cho một tam giác có ba ô tròn ở các đỉnh và ba ô tròn ở trung điểm của các cạnh (xem hình vẽ bên). Viết ngẫu nhiên sáu chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 vào sáu ô tròn đó sao cho mỗi ô chỉ viết đúng một chữ số và chữ số ở các ô là đôi một khác nhau. Tính xác suất để tổng ba số trong các ô ở đỉnh và tổng ba số trong các ô còn lại là hai số tự nhiên liên tiếp.



A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{1}{20}$

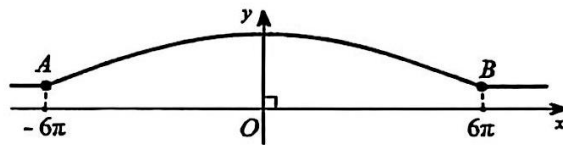
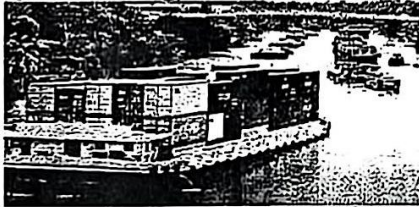
C. $\frac{3}{20}$

D. $\frac{3}{10}$

Câu 8. Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB của đồ thị hàm số

$$y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos \frac{x}{12} + 2 \text{ với } x \in [-6\pi; 6\pi] \text{ được mô tả trong hệ trục tọa độ } Oxy \text{ với đơn vị trục là mét (trục}$$

Ox mô tả mặt nước sông) như hình minh họa dưới đây



Một sà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 6 mét so với mặt nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chiều rộng của khối hàng hoá đó phải thỏa mãn như nào để chắc chắn sà lan qua được gầm cầu?

A. Từ 12,56 mét đến 13 mét.

B. Nhỏ hơn 13 mét.

C. Nhỏ hơn 12,56 mét.

D. Từ 12,6 mét đến 12,8 mét.

Câu 9. Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi. Biết rằng sau 5 phút người ta đếm được 64000 con. Hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000

A. 11.

B. 26.

C. 50.

D. 10.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+3)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; 3)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , $AD = 2BC$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD sao cho $MD = 2MS$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . OM song song với mặt phẳng

A. (SAD) .

B. (SBD) .

C. (SBC) .

D. (SAO) .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 6$; $AD = 4$; $SA = 6$; $SA \perp (ABCD)$.

Điểm $M \in BD$; $\overline{MB} = -\frac{1}{2}\overline{MD}$, điểm $N \in SC$; $\overline{NS} = -3\overline{NC}$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng.

A. $\frac{15}{2}$.

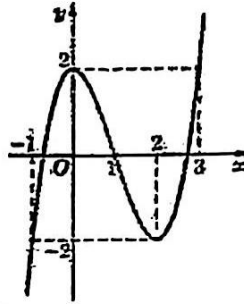
B. $\frac{\sqrt{310}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{190}}{6}$.

D. $\frac{35}{4}$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = f(2) = \frac{1}{2}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1; 3]$ tại $x = 2$.
- c) Hàm số $g(x) = \left| 18f\left(1 - \frac{x}{3}\right) - x^2 \right|$ có 7 điểm cực trị.
- d) Phương trình $f'(\sin x) = 0$ có 10 nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 9 cm, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là 45° . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Các mệnh đề sau đúng hay sai:

- a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3\sqrt{210}}{10}$ cm.
- b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{81\sqrt{21}}{4}$ cm³.
- c) Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3\sqrt{651}}{31}$ cm.
- d) Góc giữa mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45° .

Câu 3. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$ (*).

- a) Cặp số $\begin{cases} x=8 \\ y=16 \end{cases}$ thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$.
- b) Với $P = 2x - y$ thì $P_{\min} = 2\sqrt{3}$.
- c) Điều kiện xác định của biểu thức $f(x, y)$ là $\begin{cases} x+y > 0 \\ x-y > 0 \end{cases}$.

d) Với cặp số x, y thỏa mãn điều kiện xác định của biểu thức $f(x, y)$, ta có: $f(x, y) = x^2 - y^2$.

Câu 4. Một hộp đựng 10 tấm thẻ phân biệt gồm 7 tấm thẻ ghi số 1 và 3 tấm thẻ ghi số 0. Một trò chơi được thực hiện bằng cách rút ngẫu nhiên một thẻ từ hộp rồi hoàn lại.

- a) Xác suất để sau 2 lần rút luôn rút được ít nhất một thẻ ghi số 1 là 91%.
- b) Xác suất để sau 2 lần rút đều rút được thẻ ghi số 1 là $\frac{7}{15}$.
- c) Xác suất để rút lần 1 được thẻ ghi số 1 là 0,7.
- d) Sau một số lần rút, trò chơi sẽ kết thúc khi có đúng 3 lần rút được thẻ ghi số 1 hoặc đúng 3 lần rút được thẻ ghi số 0. Khi đó xác suất để trò chơi kết thúc khi có đúng 3 lần rút được thẻ ghi số 1 lớn hơn 84%.

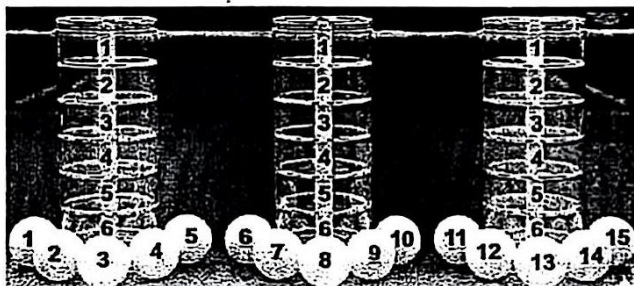
PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm I và II. Một hộp sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu, 30 giờ làm việc và lợi nhuận đem lại là 4 triệu đồng. Một hộp sản phẩm loại II cần 6 kg nguyên liệu, 15 giờ làm việc và lợi nhuận đem lại là 3 triệu đồng. Xưởng có 48 kg nguyên liệu và 255 giờ làm việc của công nhân. Hỏi lợi nhuận tối đa mà xưởng sản xuất có thể nhận được bao nhiêu triệu đồng?

Câu 2. Một ly nước hình hình trụ với phần chứa nước có chiều cao 9 cm. Lượng nước trong ly chiếm $\frac{2}{3}$ thể tích ly nước. Bạn Hoa đặt một vật trang trí hình lập phương vào miệng ly nước thì thấy một đỉnh của viên kim cương chạm vào mặt nước, đồng thời mô hình ly nước và kim cương cùng lấy trục ly nước làm trục đối xứng. Nếu ban đầu bạn Hoa đổ nước đầy ly thì sau khi đặt khối lập phương như trên, lượng nước tràn ra là bao nhiêu cm^3 (làm tròn đến hàng phần chục và bỏ qua độ dày của ly)?



Câu 3. Có 15 quả bóng được đánh số từ 1 tới 15 được bỏ vào 3 chiếc hộp mất nhãn (giống nhau), mỗi hộp có 6 ngăn được đánh số từ 1 tới 6 như hình vẽ, mỗi ngăn chứa tối đa 1 quả bóng. Biết rằng sau khi các quả bóng này được bỏ ngẫu nhiên vào các ngăn của mỗi hộp thì còn 3 ngăn trống (ngăn nào cũng có thể trống); gọi N là số cách thực hiện sao cho có đúng một hộp mà các quả bóng được bỏ vào có số tăng dần theo thứ tự trên xuống, đồng thời hộp đó chứa đủ 6 quả bóng, tính giá trị $\frac{N}{20175064}$



Câu 4. Xét các số thực $x \neq 0, y > 0$ thỏa mãn $\log_2 \frac{y}{2x^2} + y^2 = x^4 - 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của số thực z để với mỗi z có đúng 3 cặp số (x, y) phân biệt thỏa mãn hệ thức $\frac{z}{4}(2^{y-2x} + 2^{-y+4x}) = \frac{z^2}{16} + 2^{2x}$. Tổng tất cả các phần tử trong S bằng bao nhiêu?

Câu 5. Để loại bỏ $x\%$ chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là $C(x) = \frac{x^2 - mx + 9}{9x - 9m}$ (tỉ đồng). Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để chi phí cần bỏ ra giảm liên tục mà vẫn loại bỏ được chất gây ô nhiễm lớn 50% và nhỏ hơn 53%.

Câu 6. Ông Bé đang cho chiếc xe máy cày đi từ vị trí A đến vị trí C trên một mảnh đất hình chữ nhật ABCD có chiều rộng 100 m và chiều dài 200 m. Mảnh đất này có một phần là bãi cỏ được giới hạn bởi một parabol có bề rộng BC với đỉnh là tâm O của hình chữ nhật ABCD, phần còn lại là ruộng nước. Chiếc máy cày của ông khi đi trên ruộng nước sẽ có vận tốc bằng 6 km/h, khi đi trên bãi cỏ sẽ có vận tốc 22 km/h. Hỏi thời gian ngắn nhất mà ông Bé hoàn thành đoạn đường đi từ A tới C là bao nhiêu phút? Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm của phút, chỉ làm tròn ở phép tính cuối cùng.