

LÊ BÁ BẢO

TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

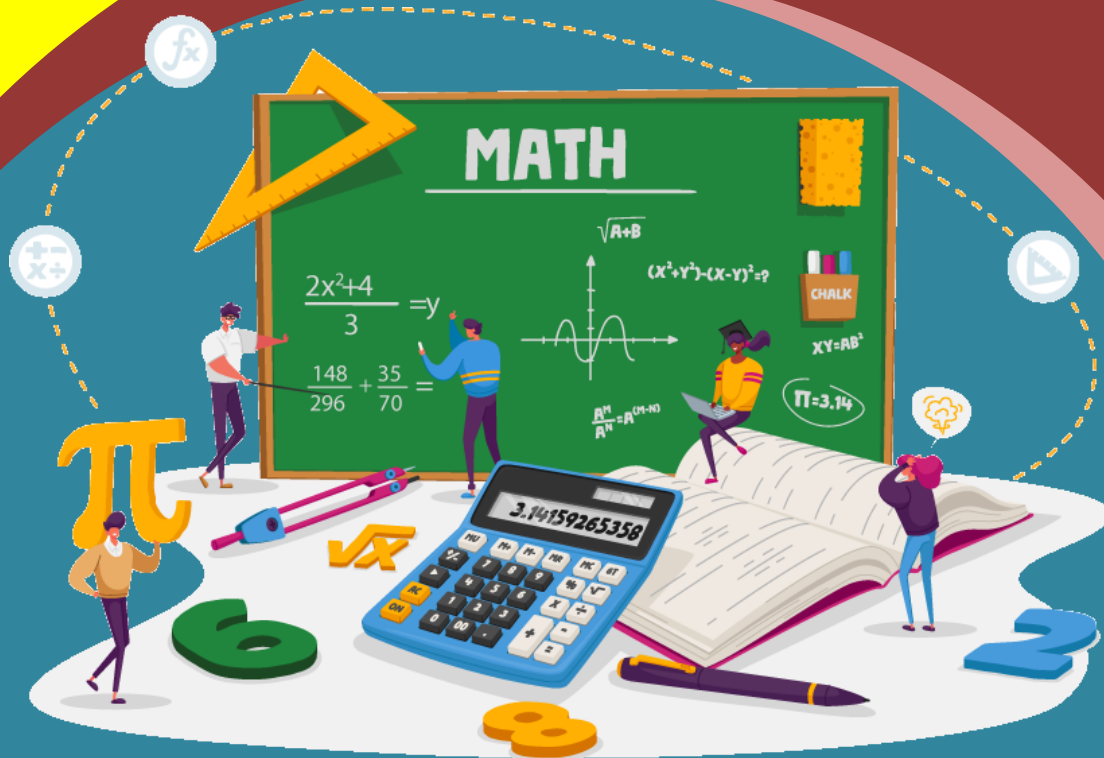
TOÁN 12

KHẢO SÁT HÀM SỐ

TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

✂ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

✂ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT





KHẢO SÁT HÀM SỐ

Môn: TOÁN 12 KNTT

Chủ đề 1:

TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

I. LÝ THUYẾT

1) Khái niệm tính đơn điệu của hàm số

Giả sử K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và $y = f(x)$ là hàm số xác định trên K .

* Hàm số $y = f(x)$ gọi là **đồng biến** (hay **tăng**) trên K khi và chỉ khi:

$$\forall x_1, x_2 \in K: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

* Hàm số $y = f(x)$ gọi là **nghịch biến** (hay **giảm**) trên K khi và chỉ khi:

$$\forall x_1, x_2 \in K: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Về mặt đồ thị: Hàm số **đồng biến** (nghịch biến) trên K có đồ thị là đường **đi lên** (đi xuống) từ trái sang phải trên K .

Hàm số đồng biến trên $(a; b)$	Hàm số nghịch biến trên $(a; b)$

2) Hàm số hằng

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K và $f'(x) = 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ không đổi (hay gọi là **hàm hằng** $y = c$) trên K .

3) Điều kiện cần và đủ của tính đơn điệu

Định lý: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K .

a) Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng K .

b) Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng K .

Chú ý: Định lý trên vẫn đúng trong trường hợp $f'(x) = 0$ tại một số hữu hạn điểm trong khoảng K .

4) Sử dụng bảng biến thiên để xét tính đơn điệu của hàm số

THUẬT TOÁN

Xét sự biến thiên của hàm số

Bước 1: Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2: Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i (i=1;2;\dots)$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.

Bước 3: Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên của hàm số.

Bước 4: Nêu kết luận về khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

II- BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Xác định các khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

- 1) $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$
- 2) $f(x) = 4 + 3x - x^2$
- 3) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 2$
- 4) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$
- 5) $f(x) = \frac{3x+1}{1-x}$
- 6) $f(x) = \frac{x^2-2x}{x-1}$
- 7) $f(x) = 4x - 1 + \frac{1}{x-1}$
- 8) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$
- 9) $f(x) = \frac{x^2-4x+4}{1-x}$

Bài tập 2: Xác định tính đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

- 1) $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x + 1$
- 2) $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$
- 3) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$
- 4) $f(x) = x\sqrt{4-x}$
- 5) $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$
- 6) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$
- 7) $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{2x^2+x-1}$
- 8) $f(x) = \frac{1}{x^2-4x+3}$
- 9) (ĐHÀN-97) $f(x) = -2x + 4\sqrt{x^2+1}$
- 10) (ĐHL-94) $f(x) = -x + 2\sqrt{x^2+4}$

Bài tập 3: Chứng minh rằng:

- 1) Hàm số $y = \frac{x}{x^2+1}$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.
- 2) Hàm số $y = \sqrt{2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và nghịch biến trên $(1;2)$.
- 3) Hàm số $f(x) = x - \sin x$ tăng trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Từ đó suy ra rằng với mọi $x > 0$ ta có $x > \sin x$.
- 4) Với mọi giá trị của tham số m , hàm số $y = \frac{x^2 + m^2x + m - 2}{x + 1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
- 5) Chứng minh rằng: Hàm số $y = \frac{mx-1}{2x+m}$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

Bài tập 4: Xác định các giá trị tham số để các hàm số sau đơn điệu trên khoảng đã chỉ ra:

- 1) Hàm số $y = 2x^3 - 2x^2 - mx - 1$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.
- 2) Hàm số $y = \frac{1}{3}(m+2)x^3 - (m+2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- 3) Hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m + 2}{x - m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

- 4) Hàm số $y = -\frac{1}{3}ax^3 + ax^2 - x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- 5) Hàm số $y = \frac{x^2 - 2ax + 3a^2}{x - 2a}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- 6) Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + (2a - 1)x - a + 2$ nghịch biến trên $(-2; 0)$.
- 7) Hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
- 8) (ĐHQG HN 2000) Tìm m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 1.

III- BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1: Xét tính đơn điệu của hàm số

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM MINH HỌA

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = 2020$. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. $f(2020) > f(2022)$. B. $f(2018) < f(2020)$.
C. $f(0) = 2020$. D. $f(2) + f(3) = 4040$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 3)$. B. $(2; 4)$. C. $(3; 4)$. D. $(-\infty; -1)$.

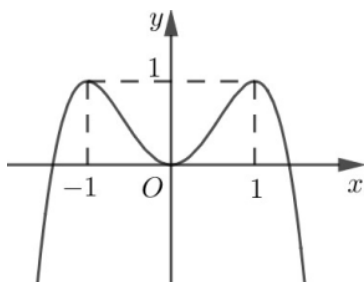
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

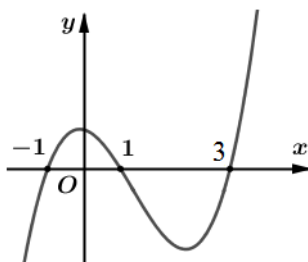
Câu 4: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a; b; c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



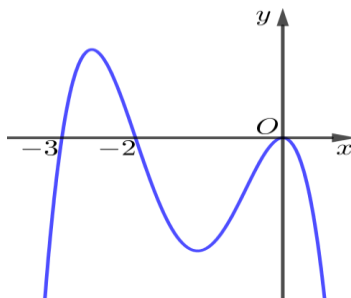
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 6: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = -2f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

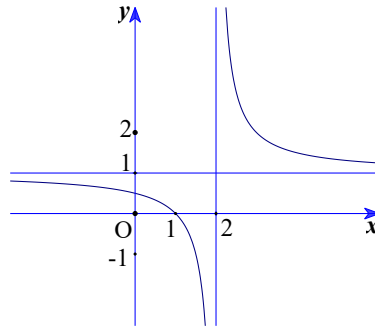
Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

Câu 8: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. B. $y' > 0, \forall x \neq 2$. C. $y' < 0, \forall x \neq 2$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 10: Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-1; 1)$ và $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 11: Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = x^2 + 2x$. C. $y = x^3 - x^2 + x$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Câu 13: Cho các hàm số: $y = x^3 - 2$, $y = 2x - \cos x$, $y = \frac{2x-1}{x+1}$, $y = x^4 + 3$. Số các hàm số đồng biến trên tập xác định là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 14: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 0)$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

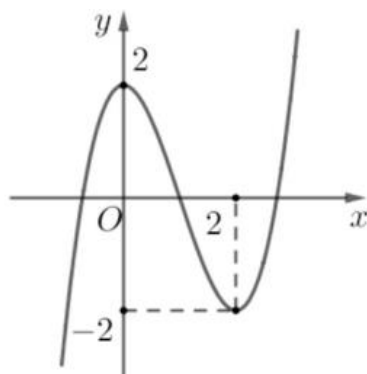
Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	1	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; 2)$.

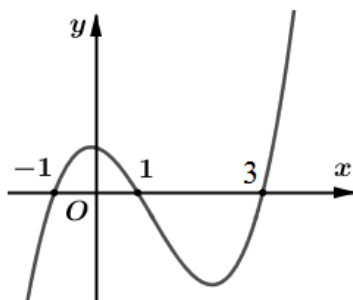
Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 3)$.

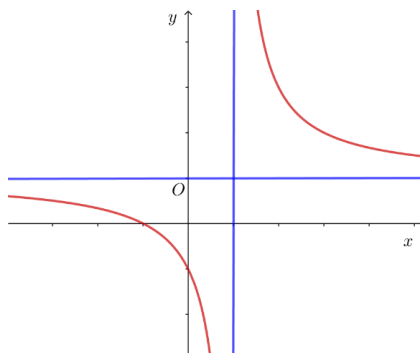
Câu 18: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $y = 3x^3 + 2$. B. $y = 3x^4 - 1$. C. $y = \frac{4x+1}{x-3}$. D. $y = \tan x$.

Câu 19: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^4 - 1$. B. $y = -x^2 + 3x + 2$. C. $y = \frac{x+3}{3x-1}$. D. $y = -x^3 + x^2 - 5x$.

Câu 20: Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' < 0, \forall x \neq 1$. C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 21: Hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;3)$. B. $(-4;0)$. C. $(-2;2)$. D. $(0;4)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 + 2x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = 2x^2(x+1)(3-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty;-1)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(3;+\infty)$. D. $(-1;3)$.

Câu 24: Cho hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;2)$. B. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. C. $(0;3)$. D. $\left(\frac{3}{2};3\right)$.

Dạng 2: Tính đơn điệu hàm ẩn $g(x) = f(u(x))$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM MINH HỌA

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018$ trong đó $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;+\infty)$. B. $(0;3)$. C. $(3;+\infty)$. D. $(-\infty;3)$.

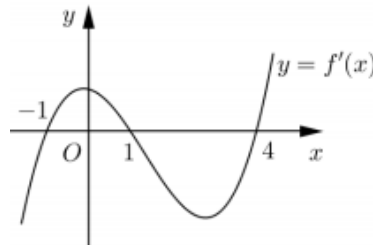
Câu 26: Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty;-3)$. B. $(4;5)$. C. $(3;4)$. D. $(1;3)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;3)$ B. $(2;+\infty)$ C. $(-2;1)$ D. $(-\infty;-2)$

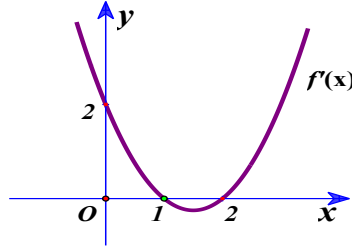
Câu 28: Cho hàm số $y = f(3-2x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng nào dưới đây?

- A. $(3;5)$. B. $(-1;2)$. C. $(1;3)$. D. $(5;+\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hàm số $g(x) = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



- A. $(-\infty; \frac{3}{2})$. B. $(\frac{3}{2}; +\infty)$. C. $(\frac{1}{2}; +\infty)$. D. $(-\infty; \frac{1}{2})$.

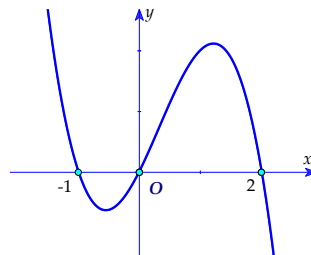
Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$y = f(x)$	$+\infty$				4		$+\infty$
		0		0		0	
			-4				

Hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2;0)$. B. $(3;+\infty)$. C. $(1;2)$. D. $(-\infty;-1)$.

Câu 31: Cho hàm số đa thức bậc bốn $f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(3-2x)$ được cho như hình sau:



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty;-1)$. B. $(5;+\infty)$. C. $(-1;1)$. D. $(1;5)$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số $g(x) = f\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

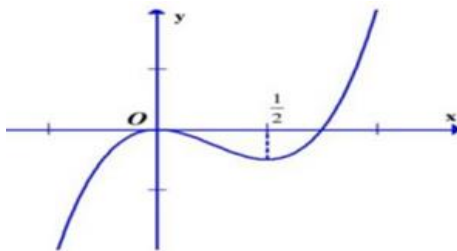
A. $\left(-1; \frac{1}{4}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

C. $\left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$.

D. $\left(1; \frac{5}{4}\right)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $g(x) = f(\sin x)$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

B. $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right)$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	3	1	2	0	$+\infty$

Hàm số $y = \frac{1}{3}(f(x))^3 - (f(x))^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

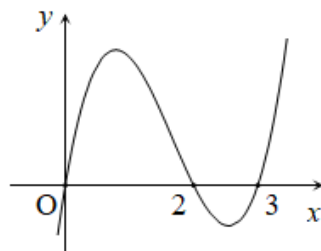
A. $(-\infty; 1)$.

B. $(3; 4)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(1; 2)$.

Câu 35: Giả sử $f(x)$ là một đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(1-x)$ được cho như hình vẽ. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



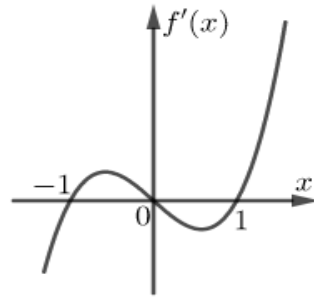
A. $(1; 2)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-1; 0)$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $f'(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi hàm số $g(x) = f(f'(x))$ có mấy khoảng đồng biến?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-9)(x-4)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 0)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; 4)$. B. $(2; 3)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(0; 2)$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = x^2(x^2 - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			2		-3		2	

Hàm số $y = f(1-2x) + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

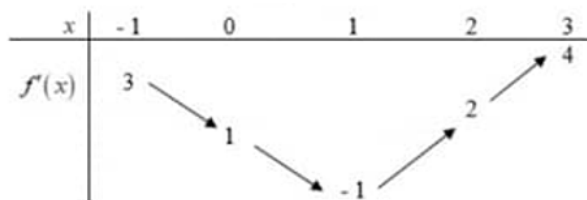
Câu 41: Hàm số $y = f(3-2x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; 5)$. B. $(-1; 2)$. C. $(1; 3)$. D. $(5; +\infty)$.

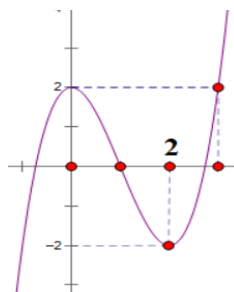
Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(-1; 3)$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như sau:



Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-4; -2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; 4)$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = -3f(x - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 4)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(0; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

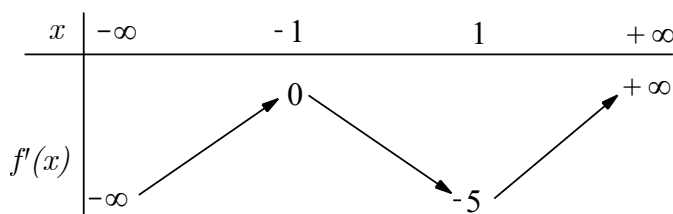
Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(1 - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; -\sqrt{3})$. B. $(\sqrt{3}; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



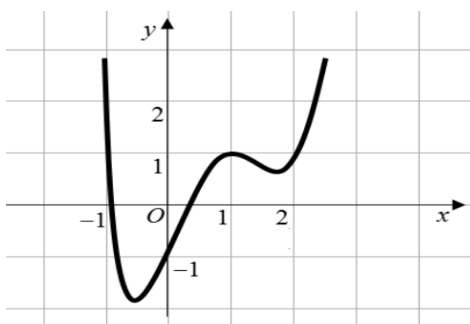
Hàm số $g(x) = \frac{1}{5}(f(x))^5 - \frac{4}{3}(f(x))^3 + 4f(x) + 2021$ luôn nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 5)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Dạng 3: Tính đơn điệu hàm ẩn $g(x) = f(u(x))$ có sử dụng tính tương giao

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM MINH HỌA

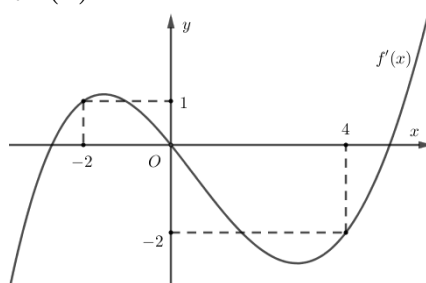
Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $g(x) = f(x-1) + \frac{2021-2020x}{2020}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(-1;0)$. C. $(1;2)$. D. $(2;3)$.

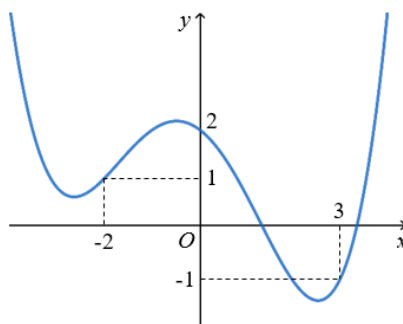
Câu 47: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $(-2; -1)$. D. $(2;3)$.

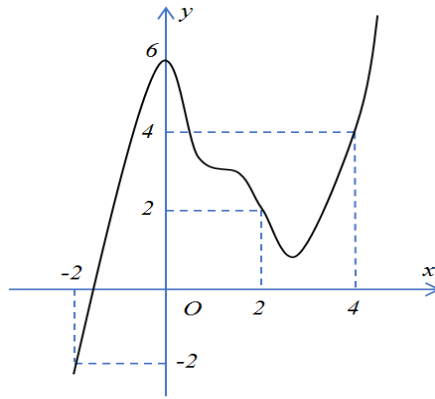
Câu 48: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số $g(x) = f(x+1) + \frac{x^3}{3} - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;2)$. B. $(-2;0)$. C. $(0;4)$. D. $(1;5)$.

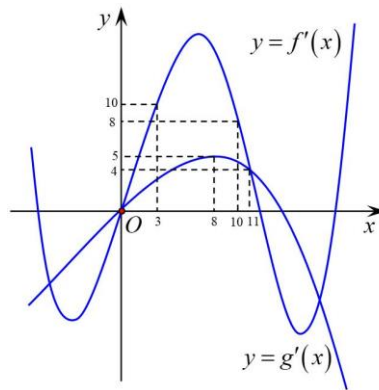
Câu 49: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $g(x) = f(3-4x) - 8x^2 + 12x + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. C. $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right)$.

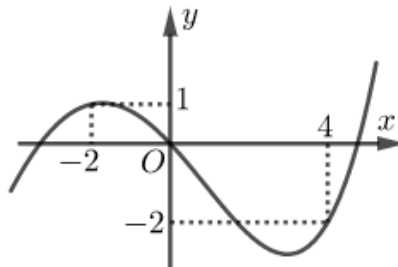
Câu 50: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+6) - g\left(2x + \frac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $\left(\frac{21}{5}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$. C. $\left(3; \frac{21}{5}\right)$. D. $\left(4; \frac{17}{4}\right)$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

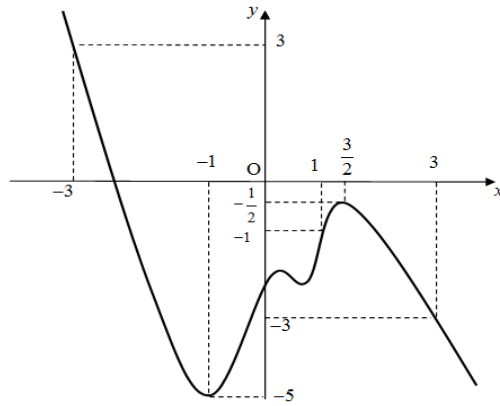
Câu 51: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. D. $(-2; -1)$.

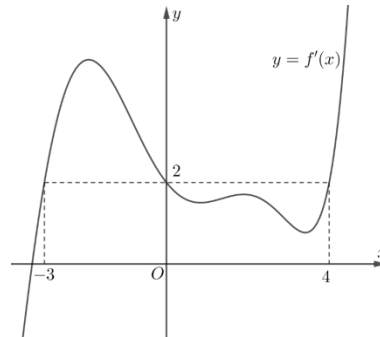
Câu 52: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(1;3)$. B. $(-3;1)$. C. $(-2;0)$. D. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$

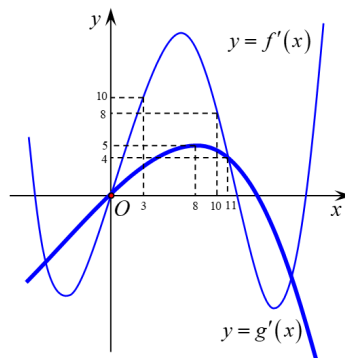
Câu 53: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 3x) - 2x^2 + 6x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 4)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 54: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$. Hàm số

$h(x) = f\left(x+3\right) - g\left(2x - \frac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{13}{4}; 4\right)$. B. $\left(7; \frac{29}{4}\right)$. C. $\left(6; \frac{36}{5}\right)$. D. $\left(\frac{36}{5}; +\infty\right)$.

Dạng 4: Bài toán chứa tham số không sử dụng sự tương giao giữa 2 đồ thị
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM MINH HỌA

- Câu 55:** Giá trị nhỏ nhất của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 - mx - m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là
 A. $m = 0$ B. $m = -1$. C. $m = -6$. D. $m = -5$.
- Câu 56:** Cho hàm số $y = \frac{mx-8}{2x-m}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
 A. $m > -4$. B. $m < 8$. C. $-4 < m < 4$. D. $m < 4$.
- Câu 57:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-16}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-5; 2)$?
 A. 7. B. 2. C. 1. D. 6.
- Câu 58:** Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 2}{\cot x - m}$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ là
 A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$. B. $m \leq 0$. C. $1 \leq m < 2$. D. $m > 2$.
- Câu 59:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-8x-4}}{\sqrt{x^2-8x+m}}$ nghịch biến trên $(-1; 0)$ là
 A. $(-\infty; 4)$. B. $(-4; -3] \cup [0; +\infty)$. C. $(-4; -3) \cup (0; +\infty)$. D. $(-4; +\infty)$.
- Câu 60:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.
 A. $m \geq -1$. B. $m = -2$. C. $m \leq -1$. D. $m \leq -\frac{1}{2}$.
- Câu 61:** Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$. Tổng giá trị các phần tử của T là
 A. 45. B. 55. C. 9. D. 36.
- Câu 62:** Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-5; 5]$ để hàm số $y = mx - \frac{4}{3}(x-2)\sqrt{x-2} + \frac{1}{2}x^2$ đồng biến trên $[2; +\infty)$?
 A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.
- Câu 63:** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?
 A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.
- Câu 64:** Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x + 4 + \frac{m^2-4}{x-m}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?
 A. 3. B. 9. C. 5. D. 7.

- Câu 65:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sin x + \cos x + mx - 2021$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
A. $m \leq -\sqrt{2}$. **B.** $m \geq \sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.
- Câu 66:** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx + (m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$ là
A. $-2 \leq m \leq -1$. **B.** $m \leq -1$. **C.** $m < -1$. **D.** $m \leq 0$.
- Câu 67:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 20]$ để hàm số $y = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$?
A. 18. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 20.
- Câu 68:** Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$; $g(x) = x^3 + cx^2 + (1-b)x - 1$. Biết rằng hàm số $y = f(g(x))$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2a^2 + 3c^2$ bằng
A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 1.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

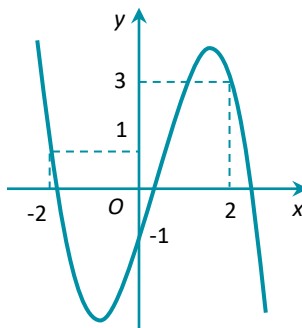
- Câu 69:** Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
A. 6. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.
- Câu 70:** Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x - 5$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $[a; b]$. Khi đó $2a - b$ bằng
A. 6. **B.** -3. **C.** 5. **D.** -1.
- Câu 71:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-2028)(x-2023)^2$. Khi đó hàm số $y = g(x) = f(x^2 + 2019)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?
A. $(-2; 2)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(-3; 0)$. **D.** $(2; +\infty)$.
- Câu 72:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+9)x^2 + 6(m^2+9m)x + 7$ nghịch biến trên khoảng $(3; 6)$?
A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.
- Câu 73:** Hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + (2m-1)x - 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi
A. $m \leq -3$. **B.** $m \leq -1$. **C.** $m \leq 1$. **D.** $m \leq 3$
- Câu 74:** Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x^4 - 2(m^2 - 3m)x^2 + 3$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?
A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 5.
- Câu 75:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m + 2020$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$.
A. $m < 10$. **B.** $m \leq 10$. **C.** $m > 10$. **D.** $m \geq 10$.

- Câu 76:** Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ nghịch biến trên khoảng có độ dài bằng 3. Tính tổng các phần tử của S .
A. 17. **B.** 8. **C.** 13. **D.** 9.
- Câu 77:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx+7m-6}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?
A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 78:** Tồn tại bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?
A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.
- Câu 79:** Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của tập S .
A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 80:** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x + 3 - \frac{m}{x-2}$ đồng biến trên $[5; +\infty)$?
A. 3. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 9.
- Câu 81:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
A. $m \in (2; +\infty)$. **B.** $m \in [1; 2)$. **C.** $m \in (-\infty; 0]$. **D.** $m \in (0; +\infty)$.
- Câu 82:** Hàm số $y = (x+m)^3 + (x+n)^3 - x^3$ (tham số là m, n) đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(m^2 + n^2) - 2m - 2n$ bằng
A. $-\frac{1}{4}$. **B.** 4. **C.** -4. **D.** $\frac{1}{4}$.
- Câu 83:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \sqrt{x^4 - 6x^2 + 4mx - 11m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$?
A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 10.
- Câu 84:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:
- | | | | | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|---|---|---|
| x | $-\infty$ | -2 | 0 | 3 | $+\infty$ | | | |
| $f'(x)$ | | + | 0 | - | 0 | + | 0 | - |
- Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên $(-10; 10)$ để hàm số $y = f(x^2 + 2x + m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?
A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 1.

Dạng 5: Bài toán chứa tham số có sử dụng sự tương giao giữa 2 đồ thị

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM MINH HỌA

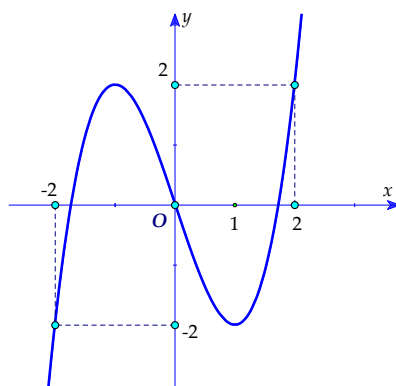
Câu 85: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{4} + x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là

- A. $(-\infty; -5]$. B. $(-5; -1)$. C. $[-1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

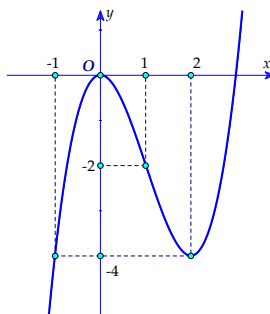
Câu 86: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là

- A. $(-\infty; -5]$. B. $(-5; -1)$. C. $[-1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

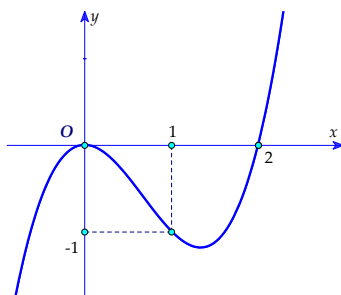
Câu 87: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) + \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là

- A. $(-\infty; -5]$. B. $(-5; -1)$. C. $[-1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 88: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là

- A. $(-\infty; -5]$. B. $(-5; -1)$. C. $[-1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

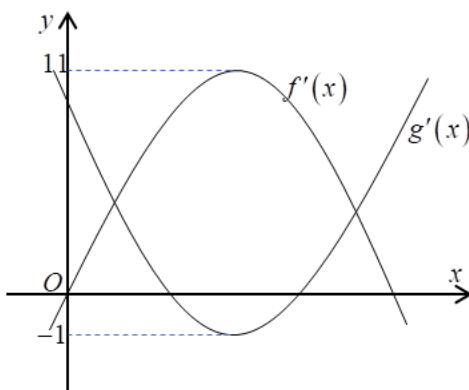
Câu 89: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$				4		$+\infty$
	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$
	0		0		0		
	-4		4		0		

Tính tổng các giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = f(3x-1) + x^3 - 3mx$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$?

- A. -49 . B. -39 . C. -35 . D. 35 .

Câu 90: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có một phần đồ thị biểu diễn đạo hàm $f'(x)$ và $g'(x)$ như hình vẽ bên dưới:

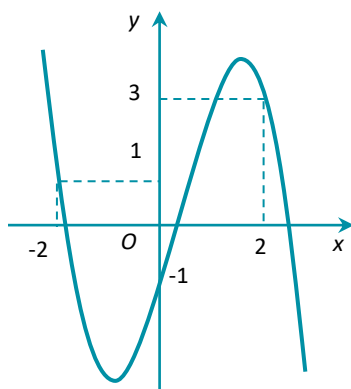


Biết rằng hàm số $y = h(x) = f(x) - g(x) - a^2x + 2021$ luôn tồn tại một khoảng đồng biến $(\alpha; \beta)$. Số giá trị nguyên dương của a thỏa mãn là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

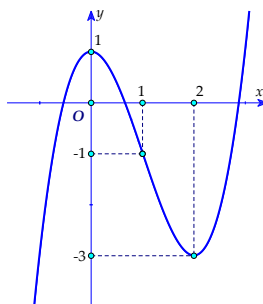
Câu 91: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{4} + x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g\left(\frac{x+m}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ là

- A. $(-\infty; -5]$. B. $(-5; -1)$. C. $[-1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

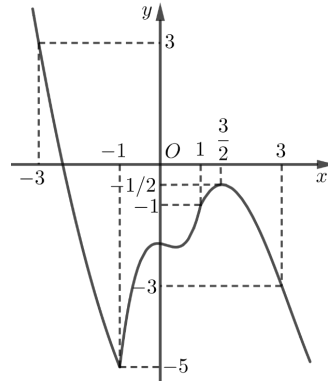
Câu 92: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) + x^2 - x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ là

- A. $(-\infty; -5]$. B. $(-\infty; -1]$. C. $[-1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

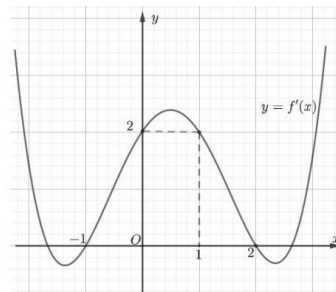
Câu 93: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục và có đồ thị như hình vẽ



Xét hàm số $g(x) = f(x-2m) + \frac{1}{2}(2m-x)^2 + 2020$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; 4)$. Số phần tử của S là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. Vô số.

Câu 94: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$ biết $g(x) = 3f(-x^3 - 3x + m) + (x^3 + 3x - m)^2(-2x^3 - 6x + 2m - 6)$.

- A. 23. B. 21. C. 5. D. 17.

IV- LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = 2020$. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. $f(2020) > f(2022)$. B. $f(2018) < f(2020)$.
C. $f(0) = 2020$. D. $f(2) + f(3) = 4040$.

Lời giải:

Do $f'(x) < 0, \forall x \in (0; +\infty)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó $\forall x_1, x_2 \in (0; +\infty), x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Áp dụng tính chất trên ta được:

+) $f(2020) > f(2022)$, suy ra A đúng.

+) $f(2018) > f(2020)$, suy ra B sai.

+) Do $0 \notin (0; +\infty)$ nên không đủ căn cứ để đưa ra kết luận $f(0) = f(1) = 2020$, suy ra C sai.

+) $f(2) + f(3) < f(1) + f(1) = 4040$, suy ra D sai.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$.

B. $(2;4)$.

C. $(3;4)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) \geq 0 \forall x \in (1;3) \Rightarrow y = f(x)$ đồng biến trên $(1;3)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

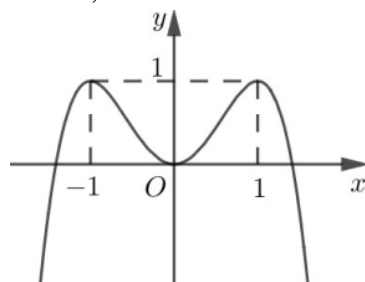
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a; b; c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-1;1)$.

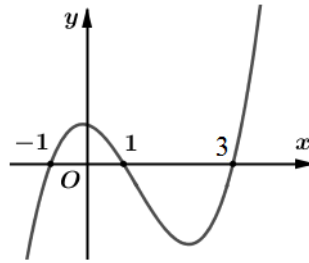
C. $(0;1)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải:

+ Từ đồ thị ta có, hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(1; 3)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta thấy: $f'(x) > 0, \forall x \in (-1; 1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 6: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = -2f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(0; +\infty)$.

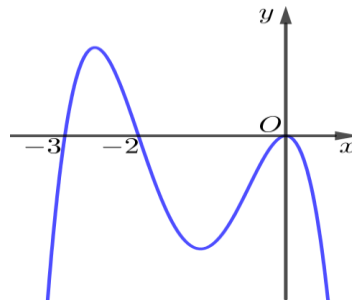
Lời giải:

Ta có $g(x) = -2f(x) \Rightarrow g'(x) = -2f'(x) \Leftrightarrow g'(x) = -2(x^2 - x)$.

Do đó $g'(x) < 0 \Leftrightarrow -2(x^2 - x) < 0 \Leftrightarrow x^2 - x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$.

Vậy hàm số $g(x) = -2f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$. **C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

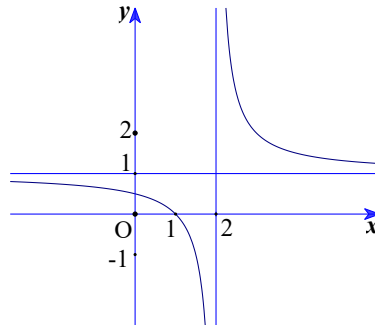
Lời giải:

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$					

Từ bảng biến thiên suy ra chỉ có khẳng định C đúng.

Câu 8: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. B. $y' > 0, \forall x \neq 2$. C. $y' < 0, \forall x \neq 2$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải:

Đường tiệm cận đứng $x = 2 \Rightarrow$ hàm số không xác định tại $x = 2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Dựa vào dạng đồ thị $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ta suy ra $y' < 0, \forall x \neq 2$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Lời giải:

♦ Vì $f'(x) = \frac{-7}{(x-3)^2} < 0$ nên đồ thị hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 10: Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-1; 1)$ và $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Lời giải:

$$y' = -4x^3 + 4x; y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	-2	-3	-2	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $-\infty; -1$ và $0; 1$.

Câu 11: Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $(1;2)$.

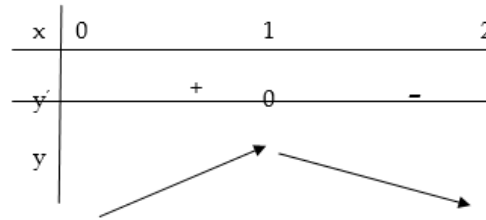
D. $(-\infty;0)$.

Lời giải:

TXD: $D=[0;2]$

$$y' = \frac{(2x - x^2)'}{2\sqrt{2x - x^2}} = \frac{1 - x}{\sqrt{2x - x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow 1 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

BBT:



Câu 12: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

B. $y = x^2 + 2x$.

C. $y = x^3 - x^2 + x$.

D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Lời giải:

$y = x^3 - x^2 + x$ có $y' = 3x^2 - 2x + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 13: Cho các hàm số: $y = x^3 - 2, y = 2x - \cos x, y = \frac{2x-1}{x+1}, y = x^4 + 3$. Số các hàm số đồng biến trên tập xác định là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải:

$y = x^3 - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$y = 2x - \cos x \Rightarrow y' = 2 + \sin x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$y = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng định của nó.

$y = x^4 + 3 \Rightarrow y' = 4x^3 > 0 \Rightarrow x > 0$ nên hàm số không đồng biến trên tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Vậy có 2 hàm số đồng biến trên tập xác định.

Câu 14: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$.

B. $(-1;1)$.

C. $(0;1)$.

D. $(-\infty;0)$.

Lời giải:

Để hàm số $f(x)$ đồng biến thì $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x(x-1)^3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 0 \end{cases}$.

Vậy hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2			0			2			$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$			$\nearrow$			$\searrow$			$+\infty$
		0			1			0			

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-2; 0)$.

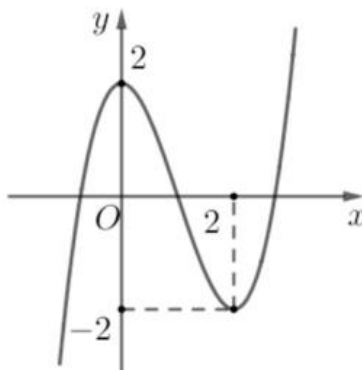
C. $(-2; 2)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x) \Rightarrow$ hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-2; 0)$.

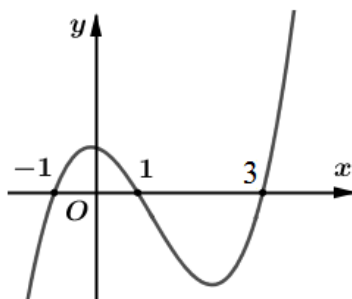
C. $(0; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải:

Vì hàm số nghịch biến khi và chỉ khi đồ thị của nó có hướng đi xuống từ trái sang phải nên nhìn vào đồ thị ta chọn phương án **C**.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-\infty; 3)$.

Câu 18: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = 3x^3 + 2$.

B. $y = 3x^4 - 1$.

C. $y = \frac{4x+1}{x-3}$.

D. $y = \tan x$.

Lời giải:

Ta thấy: $y = 3x^3 + 2 \Rightarrow y' = 9x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 19: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^4 - 1$.

B. $y = -x^2 + 3x + 2$.

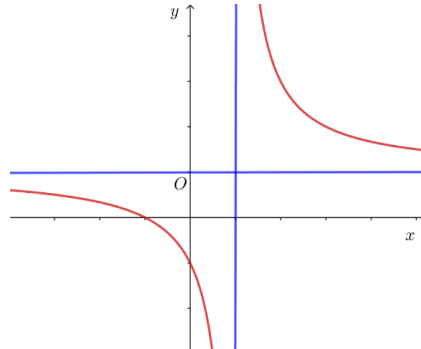
C. $y = \frac{x+3}{3x-1}$.

D. $y = -x^3 + x^2 - 5x$.

Lời giải:

Xét phương án D: $y' = -3x^2 + 2x - 5 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 20: Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Khi đó: $y' = \frac{-1-a}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$.

Hai nhánh của đồ thị có chiều đi xuống nên $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 21: Hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 3)$.

B. $(-4; 0)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(0; 4)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 12x; y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				30		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 $+\infty$ -2 $-\infty$

Dựa vào BBT suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 + 2x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$					

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = 2x^2(x+1)(3-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-1; 3)$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Căn cứ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$.

Câu 24: Cho hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(0; \frac{3}{2})$.

C. $(0; 3)$.

D. $(\frac{3}{2}; 3)$.

Lời giải:

Tập xác định $D = [0; 3]$.

Ta có $y' = \frac{-2x+3}{2\sqrt{3x-x^2}}$; cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{3}{2}$	3
y'	$+$	0	$-$
y			

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; \frac{3}{2})$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018$ trong đó $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018 \Rightarrow f'(1-x) = x(3-x)g(1-x) + 2018$

Xét hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$.

$\Rightarrow y' = -f'(1-x) = -x(3-x)g(1-x) - 2018 + 2018 = -x(3-x)g(1-x)$

Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vì $g(1-x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có bảng xét dấu của y' như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -3)$.

B. $(4; 5)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(1; 3)$.

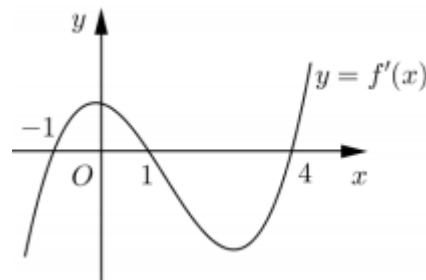
Lời giải:

Ta có $y' = -2f'(5-2x)$.

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến $\Leftrightarrow -2f'(5-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \leq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x < -3 \\ -1 < 5-2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{cases}$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 3)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(-2; 1)$

D. $(-\infty; -2)$

Lời giải:

Cách 1:

Ta thấy $f'(x) < 0$ với $\begin{cases} x \in (1; 4) \\ x < -1 \end{cases}$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $(1; 4)$ và $(-\infty; -1)$ suy ra

$g(x) = f(-x)$ đồng biến trên $(-4; -1)$ và $(1; +\infty)$. Khi đó $f(2-x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$ và $(3; +\infty)$

Cách 2:

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 4 \end{cases}$.

Ta có $(f(2-x))' = (2-x)' \cdot f'(2-x) = -f'(2-x)$.

Để hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến thì $(f(2-x))' > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(3-2x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng nào dưới đây?

A. $(3;5)$.

B. $(-1;2)$.

C. $(1;3)$.

D. $(5;+\infty)$.

Lời giải:

Ta có $y' = -2f'(3-2x)$; $f'(-1) = f'(3) = f'(5) = 0$

$\Rightarrow f'(x) = k(x-5)(x-3)(x-1)$

Xét $x = 3 \Rightarrow y' = -2f'(-3) > 0 \Rightarrow f'(-3) < 0$

Bảng xét dấu $y = f'(x)$ là

x	$-\infty$	1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

Căn cứ bảng xét dấu ta thấy: hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3;5)$.

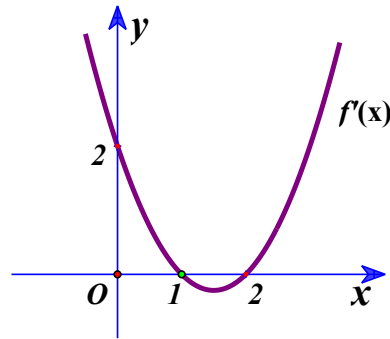
Cách khác:

Ta có: $y = f(3-2x) \Rightarrow y' = -2f'(\underbrace{3-2x}_t) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < 3-2x < 5 \\ 3-2x < 1 \end{cases}$

$\Rightarrow f'(t) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < t < 5 \\ t < 1 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hàm số $g(x) = f(x-x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây ?



- A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.** D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải:

Ta có: $g'(x) = f'(x - x^2) \cdot (1 - 2x)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x - x^2) = 0 \\ 1 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x^2 = 1 \\ x - x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \\ 1 - 2x = 0 \end{cases}$

Với $x = 0$ có $g'(0) = f'(0 - 0^2) \cdot (1 - 2 \cdot 0) = 2 > 0$, ta có bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$		0	
	+		-

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$y = f(x)$	$+\infty$				4		$+\infty$
		↘	↗	↗	↘	↗	
		0		0		0	
			-4				

Hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(3; +\infty)$. **C. $(1; 2)$.** D. $(-\infty; -1)$.

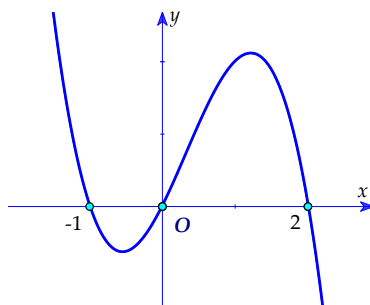
Lời giải:

Ta có: $g'(x) = -\frac{f'(x)}{(f(x))^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) < 0 \\ f(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 3 \\ x \neq \{-2; 0; 3\} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ -2 < x < -1 \\ 1 < x < 3 \end{cases}$

Vậy hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(-2; -1)$ và $(1; 3)$.

$\Rightarrow$ hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 31: Cho hàm số đa thức bậc bốn $f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(3-2x)$ được cho như hình sau:



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(5; +\infty)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; 5)$.

Lời giải:

Đặt $t = 3 - 2x$. Ta có bảng xét dấu của $f'(3-2x)$ được mô tả lại như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
t	$+\infty$	5	3	-1	$-\infty$
$f'(3-2x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Từ đó suy ra bảng xét dấu của $f'(t)$:

t	$-\infty$	-1	3	5	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; 5)$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số $g(x) = f\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-1; \frac{1}{4}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

C. $\left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$.

D. $\left(1; \frac{5}{4}\right)$.

Lời giải:

Ta có $g'(x) = \left(4x - \frac{5}{2}\right)f'\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)$.

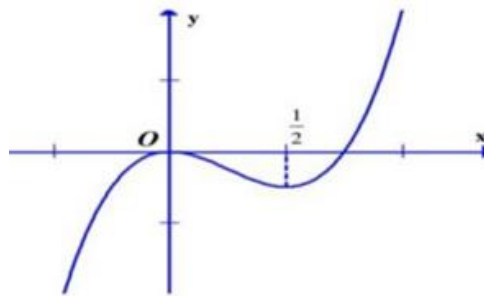
$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{5}{2} = 0 \\ f'\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{8} \\ 2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} = -2 \Leftrightarrow x \in \left\{-1; \frac{1}{4}; \frac{5}{8}; 1; \frac{9}{4}\right\} \\ 2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1			$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$			1			$\frac{9}{4}$	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$(g'(0) = -\frac{5}{2}f'(-\frac{3}{2}) > 0 \Rightarrow g'(x) > 0, \forall x \in (-1; \frac{1}{4}))$$

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $g(x) = f(\sin x)$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

B. $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right)$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có:

Đặt $g(x) = f(\sin x) \Rightarrow g'(x) = \cos x \cdot f'(\sin x)$. Ta xét trên khoảng $(0; \pi)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x \cdot f'(\sin x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ f'(\sin x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{6}$		π
$g'(x)$	-		0	+	0	-	0	+	
$g(x)$									

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(\frac{5\pi}{6}; \pi\right)$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$										

Hàm số $y = \frac{1}{3}(f(x))^3 - (f(x))^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(3; 4)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải:

Ta có $y' = f^2(x) \cdot f'(x) - 2f(x) \cdot f'(x) = f'(x)f(x)[f(x) - 2]$.

$$+) f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{cases} \quad +) f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a, (a < 1) \\ x = 4 \end{cases}$$

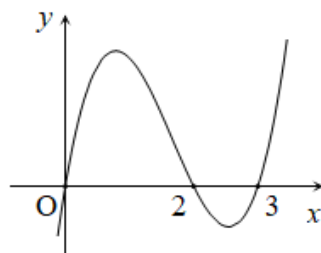
$$+) f(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = b, (a < b < 1) \\ x = c, (1 < c < 2) \\ x = 3 \\ x = d, (d > 4) \end{cases}$$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	a	b	1	c	2	3	4	d	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	+	0	-	-	0	+	0	+
$f(x)$	-	0	+	+	+	+	+	+	0	+
$f(x)-2$	-	-	0	+	+	0	-	-	0	+
y'	+	0	-	0	+	0	-	0	+	0

Dựa vào bảng xét dấu, chọn phương án B.

Câu 35: Giả sử $f(x)$ là một đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(1-x)$ được cho như hình vẽ. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(1;2)$.

B. $(-2;-1)$.

C. $(0;1)$.

D. $(-1;0)$.

Lời giải:

Đặt $1-x=t$.

$$\text{Dựa vào đồ thị ta thấy: } f'(1-x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-1 \\ t=-2 \end{cases}.$$

Như vậy phương trình $f'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt $x=-2; x=-1$ và $x=1$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(1-x)$, ta lập được bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-

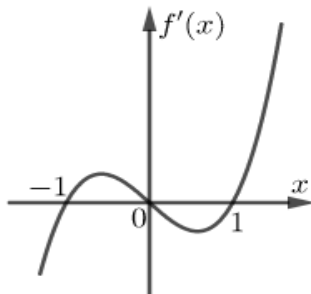
Ta có: $g(x)=f(x^2-3) \Leftrightarrow g'(x)=2x.f'(x^2-3)$.

$$\text{Phương trình } g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2-3=-2 \\ x^2-3=-1 \\ x^2-3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm 2 \end{cases}$$

Ta lập được bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau:

x	-2	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$	2
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $f'(x)=x^3+ax^2+bx+c$ ($a,b,c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi hàm số $g(x)=f(f'(x))$ có mấy khoảng đồng biến?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải:

Ta có:
$$\begin{cases} f'(-1) = 0 \\ f'(0) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + c = 1 \\ c = 0 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Do đó: $f'(x) = x^3 - x$ và $f''(x) = 3x^2 - 1$.

Ta có: $g'(x) = f''(x) \cdot f'(f'(x)); g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f''(x) = 0 \\ f'(x) = 1 \\ f'(x) = 0 \\ f'(x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 1 = 0 \\ x^3 - x - 1 = 0 \\ x^3 - x = 0 \\ x^3 - x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \\ x = -1,32 \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \\ x = 1,32 \end{cases}.$

Bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$	$-1,32$		-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$		1	$1,32$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x) = f(f'(x))$ có khoảng 4 đồng biến.

- Câu 37:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-9)(x-4)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
- A. $(-3;0)$. B. $(3;+\infty)$. **C. $(-\infty;-3)$.** D. $(-2;2)$.

Lời giải:

♦ Ta có $y' = (f(x^2))' = 2x \cdot f'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^4(x^2-9)(x^2-4)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3		-2		0		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$y = f(x^2)$												

Dựa vào BBT, ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-3)$ và $(0;3)$.

- Câu 38:** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$.

B. $(2;3)$.

C. $(-\infty;-3)$.

D. $(0;2)$.

Lời giải:

Ta có: $y' = f'(3-2x) = (3-2x)' f'(3-2x) = -2f'(3-2x)$.

$$*) y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x) = 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x = -3 \\ 3-2x = -1 \\ 3-2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$*) y' \geq 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x \leq -3 \\ -1 \leq 3-2x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = x^2(x^2 - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$.

B. $(0;2)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(-\infty;-1)$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	

$$y = f(-x) \Rightarrow y' = -f'(-x)$$

Hàm số $y = f(-x)$ đồng biến khi và chỉ khi

$$-f'(-x) < 0 \Leftrightarrow f'(-x) > 0 \Leftrightarrow -1 < -x < 1 \Leftrightarrow 1 > x > -1$$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-3	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải:

Ta có $y' = -2f'(1-2x)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow f(1-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x = -1 \\ 1-2x = 0 \\ 1-2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$y'(3) = -2.f'(-3) < 0.$$

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ và $(-\infty; 0)$.

Câu 41: Hàm số $y = f(3-2x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3; 5)$.

B. $(-1; 2)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(5; +\infty)$.

Lời giải:

Xét hàm số $y = f(3-2x)$; $y' = -2f'(3-2x)$

$$\text{Từ bảng xét dấu, ta có } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3-2x = 5 \\ 3-2x = 3 \\ 3-2x = 1 \end{cases}$$

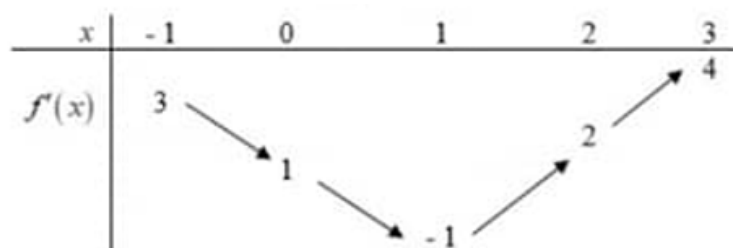
$$\Rightarrow y' > 0 \Leftrightarrow -2.f'(3-2x) > 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < 3-2x < 5 \\ 3-2x < 1 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } t = 3-2x \Rightarrow f'(t) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < t < 5 \\ t < 1 \end{cases}$$

Xét hàm số $y = f(x)$ có $y' = f'(x)$

$$\text{Hàm số nghịch biến khi } y' < 0 \Leftrightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x < 5 \\ x < 1 \end{cases}.$$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(-1; 3)$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như sau:



Hàm số $y = f\left(1-\frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-4; -2)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; 2)$.

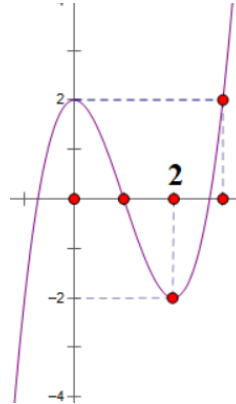
D. $(2; 4)$.

Lời giải:

$$\bullet y' = -\frac{1}{2}f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1; y' < 0 \Leftrightarrow f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2.$$

Ta thấy với mọi $x \in (-4; -2)$ thì $1 - \frac{x}{2} \in (2; 3) \Rightarrow f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; -2)$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = -3f(x-2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 4)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(0; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = -3f'(x-2) < 0 \Leftrightarrow f'(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 2 \\ x-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < 2 \end{cases}$$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(1-x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; -\sqrt{3})$.

B. $(\sqrt{3}; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = -2xf'(1-x^2).$$

$$\text{Xét } -2xf'(1-x^2) < 0 \Leftrightarrow xf'(1-x^2) > 0.$$

$$\text{TH1: } \begin{cases} x > 0 \\ f'(1-x^2) > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Từ giả thiết ta có } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 1-x^2 < -2 \\ 1 < 1-x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x^2 < 4 \\ -1 < x^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3} < x < 2 \\ -2 < x < -\sqrt{3} \end{cases}$$

Kết hợp với $x > 0$ suy ra $\sqrt{3} < x < 2$.

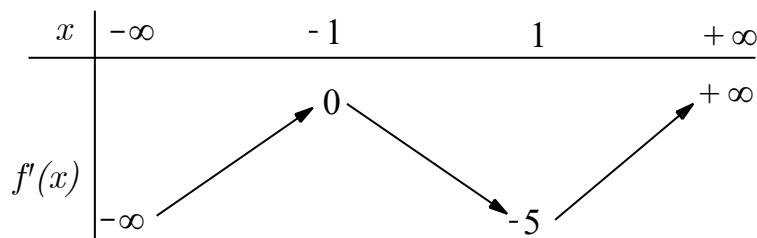
$$\text{TH2: } \begin{cases} x < 0 \\ f'(1-x^2) < 0 \quad (2) \end{cases}.$$

$$\text{Từ giả thiết ta có (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 < -3 \\ -2 < 1-x^2 < 0 \\ 0 < 1-x^2 < 1 \\ 1-x^2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 4 \\ 1 < x^2 < 3 \\ 0 < x^2 < 1 \\ x^2 < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \\ 1 < x < \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} < x < -1 \\ 0 < x < 1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}.$$

$$\text{Kết hợp với } x < 0 \text{ suy ra } \begin{cases} x < -2 \\ -\sqrt{3} < x < -1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}.$$

Từ đó suy ra $y = f(1-x^2)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$, $(-\sqrt{3}; -1)$, $(-1; 0)$ và $(\sqrt{3}; 2)$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $g(x) = \frac{1}{5}(f(x))^5 - \frac{4}{3}(f(x))^3 + 4f(x) + 2021$ luôn nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 5)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

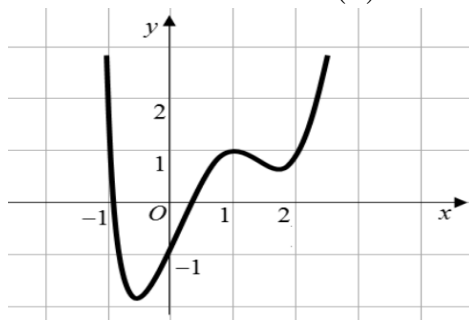
Lời giải:

$$g'(x) = f'(x) \left((f(x))^4 - 4(f(x))^2 + 4 \right) = f'(x) \left((f(x))^2 - 2 \right)^2$$

Từ bảng biến thiên ta thấy $\forall x \in (-\infty; 1) \Rightarrow f'(x) \leq 0 \Rightarrow g'(x) \leq 0$

Vậy hàm số $g(x)$ luôn nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $g(x) = f(x-1) + \frac{2021-2020x}{2020}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(1; 2)$. D. $(2; 3)$.

Lời giải:

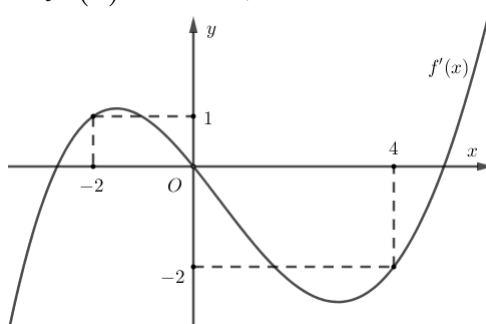
Ta có: $g'(x) = f'(x-1) - 1$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x-1) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -1 \\ x-1 = 1 \\ x-1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	
$g(x)$									

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $(-2; -1)$.

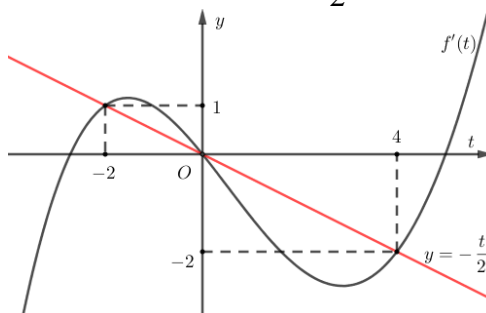
D. $(2; 3)$.

Lời giải:

Ta có $g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1$

$g'(x) < 0 \Leftrightarrow -2f'(1-2x) + 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) > \frac{2x-1}{2}$ (*).

Đặt $t = 1 - 2x$, ta có đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -\frac{t}{2}$ như hình vẽ sau :



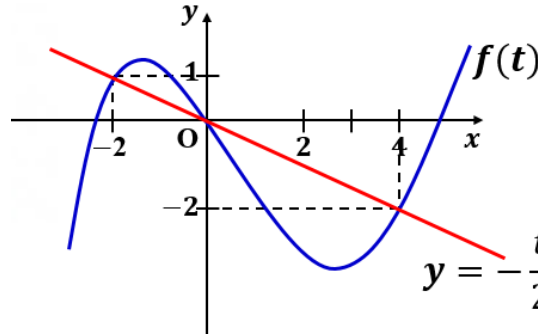
$(*) \Leftrightarrow f'(t) > -\frac{t}{2} \Rightarrow \begin{cases} -2 < t < 0 \\ t > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 1-2x < 0 \\ 1-2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$

Cách khác: Ta có: $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x \Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) = -\frac{1-2x}{2}.$$

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -\frac{t}{2}$.



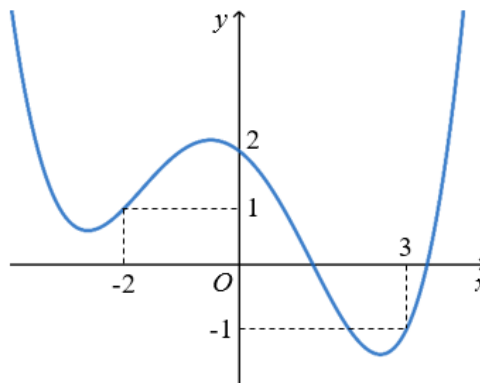
Từ đồ thị ta có: $f'(t) = -\frac{t}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$. Khi đó: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x = -2 \\ 1-2x = 0 \\ 1-2x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$		
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy: hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số $g(x) = f(x+1) + \frac{x^3}{3} - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 2)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; 4)$.

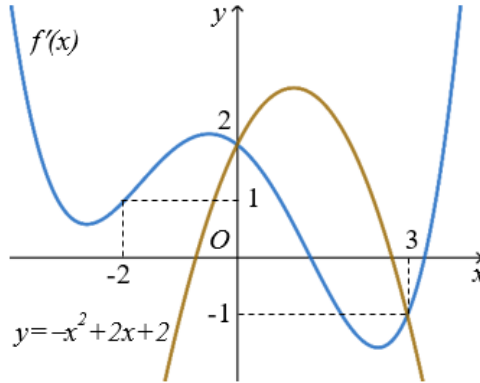
D. $(1; 5)$.

Lời giải:

♦ $g(x) = f(x+1) + \frac{x^3}{3} - 3x$; $g'(x) = f'(x+1) + x^2 - 3$

Đặt: $x+1=t$; $t \in (-\infty; +\infty) \Rightarrow g'(t) = f'(t) + (t-1)^2 - 3 \Leftrightarrow g'(t) = f'(t) - (-t^2 + 2t + 2)$

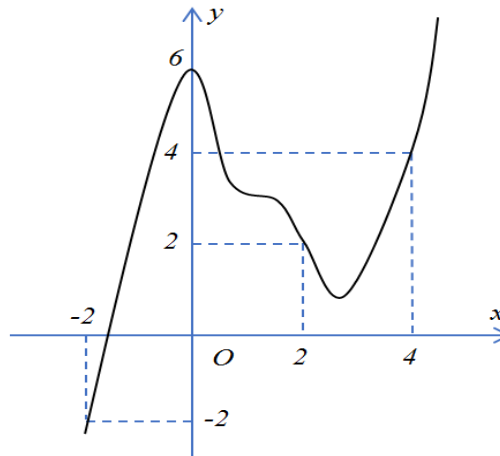
♦ Vẽ đồ thị $y = -t^2 + 2t + 2$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị $y = f'(t)$ như hình vẽ:



Ycbt: $g'(t) < 0 \Leftrightarrow f'(t) < -t^2 + 2t + 2 \Leftrightarrow 0 < t < 3$

$\Rightarrow 0 < x+1 < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 2$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $g(x) = f(3-4x) - 8x^2 + 12x + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$.

D. $\left(\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right)$.

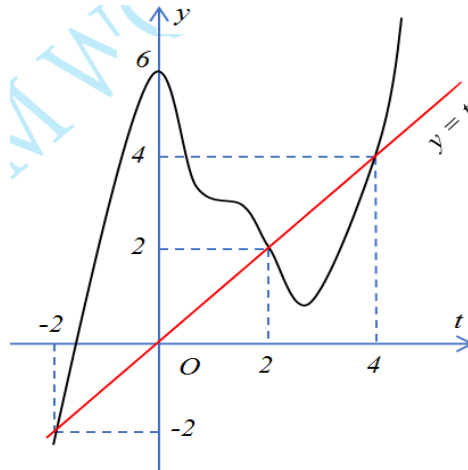
Lời giải:

♦ Ta có: $g'(x) = -4f'(3-4x) - 16x + 12 = -4[f'(3-4x) + 4x - 3]$

$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(3-4x) + 4x - 3 > 0 \Leftrightarrow f'(3-4x) > 3-4x$ (*)

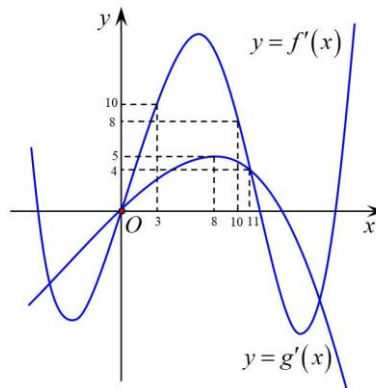
♦ Đặt $t = 3-4x$, bpt(*) $\Leftrightarrow f'(t) > t$.

Vẽ đồ thị các hàm số $y_1 = f'(t)$ và $y_2 = t$ trên cùng hệ trục tọa độ



$$\Rightarrow f'(t) > t \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < t < 2 \\ t > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 3-4x < 2 \\ 3-4x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} < x < \frac{5}{4} \\ x < -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Câu 50: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+6) - g\left(2x + \frac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{21}{5}; +\infty\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

C. $\left(3; \frac{21}{5}\right)$.

D. $\left(4; \frac{17}{4}\right)$.

Lời giải:

Ta có $h'(x) = f'(x+6) - 2g'\left(2x + \frac{5}{2}\right)$.

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3; 8)$ thì $g'(x) < 5$ và $f'(x) > 10$. Do đó $f'(x) > 2g'(x)$.

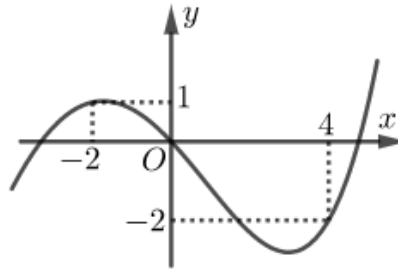
Như vậy: $g'\left(2x + \frac{5}{2}\right) < 5$ nếu $3 < 2x + \frac{5}{2} < 8 \Leftrightarrow \frac{1}{4} < x < \frac{11}{4}$.

$f'(x+6) > 10$ nếu $3 < x+6 < 8 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Suy ra trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 2\right)$ thì $g'\left(2x + \frac{5}{2}\right) < 5$ và $f'(x+7) > 10$ hay $h'(x) > 0$.

Tức là trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$ hàm số $h(x)$ đồng biến.

Câu 51: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:

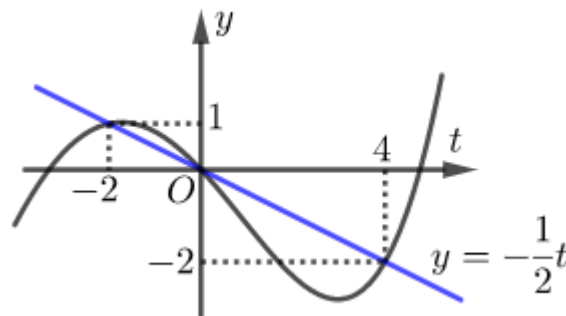


Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(2; 3)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. **C.** $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $(-2; -1)$.

Lời giải:

Đặt $t = 1 - 2x$, khi đó: $g(t) = f(t) + \frac{1}{4}t^2 - \frac{1}{4}$; $g'(t) = f'(t) + \frac{1}{2}t$.



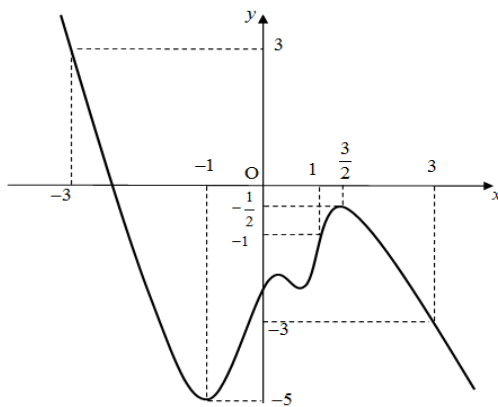
Ta có: $g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	4	$+\infty$		
$g'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số $g(t)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 4)$, suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ và $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 52: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1;3)$.

B. $(-3;1)$.

C. $(-2;0)$.

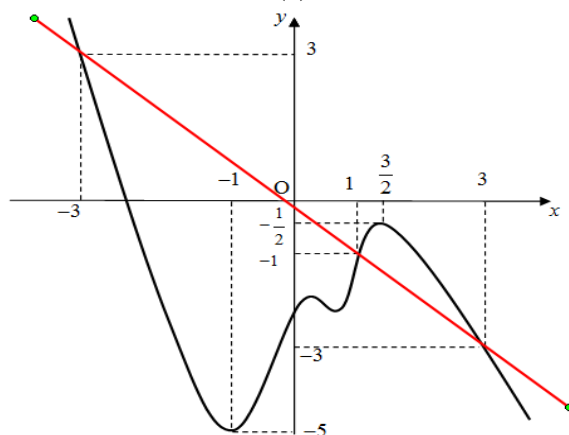
D. $(-1; \frac{3}{2})$.

Lời giải:

♦ Ta có $y' = -f'(1-x) + x - 1 < 0$.

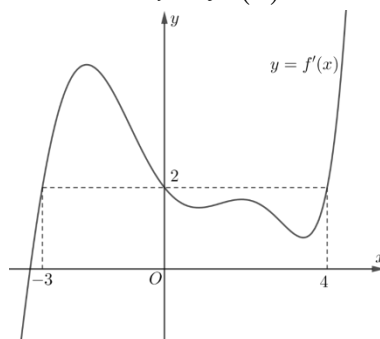
♦ Đặt $t = 1-x$ ta được: $-f'(t) - t < 0 \Leftrightarrow f'(t) > -t$.

Dựa vào tương giao đồ thị hai hàm số $y = f'(t)$ và $y = -t$



Ta được: $\begin{cases} t < -3 \\ 1 < t < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x < -3 \\ 1 < 1-x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ -2 < x < 0 \end{cases}$.

Câu 53: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 3x) - 2x^2 + 6x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 4)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải:

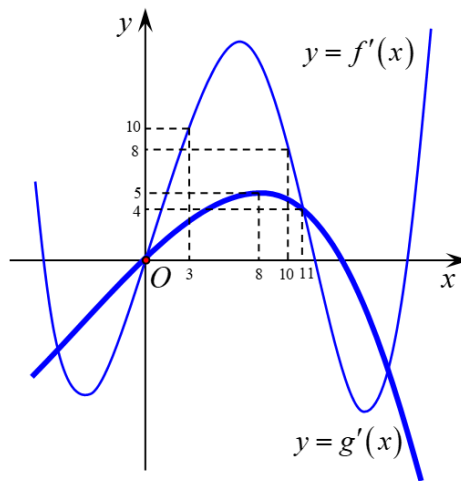
♦ Đặt $x^2 - 3x = t$ xét hàm số $g(t) = f(t) - 2t$.

♦ Ta có: $g'(t) = f'(t) - 2$.

Hàm số $y = g(t)$ nghịch biến khi $g'(t) = f'(t) - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -3 \\ 0 \leq t \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x \leq -3 \\ 0 \leq x^2 - 3x \leq 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x \leq -3 \\ 0 \leq x^2 - 3x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 0] \cup [3; 4].$$

Câu 54: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+3) - g\left(2x - \frac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{13}{4}; 4\right)$.

B. $\left(7; \frac{29}{4}\right)$.

C. $\left(6; \frac{36}{5}\right)$.

D. $\left(\frac{36}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải:

Cách 1. Ta thấy $f'(x) > 2g'(y)$ với mọi $x \in (3; 8)$ và mọi $y \in \mathbb{R}$.

Suy ra $f'(x+3) - 2g'\left(2x - \frac{7}{2}\right) > 0$ với mọi $x+3 \in (3; 8)$ hay $x \in (0; 5)$.

Cách 2. Ta có: $x \in \left(\frac{13}{4}; 4\right) \Rightarrow \begin{cases} x+3 \in \left(\frac{25}{4}; 7\right) \Rightarrow f'(x+7) > 10 \\ 2x - \frac{7}{2} \in \left(3; \frac{9}{2}\right) \Rightarrow g'\left(2x - \frac{7}{2}\right) < 5 \end{cases} \Rightarrow h'(x) > 0$
 $\Rightarrow h(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{13}{4}; 4\right)$.

Câu 55: Giá trị nhỏ nhất của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 - mx - m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m = 0$

B. $m = -1$.

C. $m = -6$.

D. $m = -5$.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 + 2mx - m$$

Hàm số đồng biến trên

$$\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \Leftrightarrow x^2 + 2mx - m \geq 0, \forall x \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + m \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-1; 0].$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của tham số m cần tìm là $m = -1$.

Câu 56: Cho hàm số $y = \frac{mx-8}{2x-m}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m > -4$.

B. $m < 8$.

C. $-4 < m < 4$.

D. $m < 4$.

Lời giải:

♦ $y' = \frac{-m^2+16}{(2x-m)^2}$ và điều kiện xác định $x \neq \frac{m}{2}$

Để hàm số đồng biến trên khoảng xác định thì $y' > 0 \Leftrightarrow -m^2+16 > 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Câu 57: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-16}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-5; 2)$?

A. 7.

B. 2.

C. 1.

D. 6.

Lời giải:

♦ Tính được $y' = \frac{-m^2+16}{(x-m)^2}$ với $x \neq m$.

♦ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-5; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \forall x \in (-5; 2) \\ m \notin (-5; 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 < m < 4 \\ m \notin (-5; 2) \end{cases}$

♦ Do m là giá trị nguyên nên: $m \in \{2; 3\}$.

Câu 58: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 2}{\cot x - m}$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$.

B. $m \leq 0$.

C. $1 \leq m < 2$.

D. $m > 2$.

Lời giải:

Ta có: $\forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow 0 < t < 1$.

+) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

+) Ta có $y' = \frac{2-m}{(\cot x - m)^2} \cdot (\cot x)' = \frac{2-m}{(\cot x - m)^2} \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right) = \frac{1}{\sin^2 x} \cdot \frac{m-2}{(\cot x - m)^2}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

- Câu 59:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 8x} - 4}{\sqrt{x^2 - 8x} + m}$ nghịch biến trên $(-1; 0)$ là
- A. $(-\infty; 4)$. B. $(-4; -3] \cup [0; +\infty)$. C. $(-4; -3) \cup (0; +\infty)$. D. $(-4; +\infty)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = \frac{m+4}{(\sqrt{x^2-8x}+m)^2} \cdot \frac{x-4}{\sqrt{x^2-8x}} < 0, \forall x \in (-1; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} m+4 > 0 \\ \sqrt{x^2-8x}+m \neq 0, \forall x \in (-1; 0) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ \sqrt{x^2-8x}+m > 0, \forall x \in (-1; 0) \\ \sqrt{x^2-8x}+m < 0, \forall x \in (-1; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m \geq 0 \\ m \leq -3 \end{cases}$$

- Câu 60:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

- A. $m \geq -1$. B. $m = -2$. C. $m \leq -1$. D. $m \leq -\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$; $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$

$$\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (-3; 0) \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 \leq 0, \forall x \in (-3; 0)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2m+1) \leq 0, \forall x \in (-3; 0) \Leftrightarrow x-2m+1 \geq 0, x \in (-3; 0) \text{ vì } x-1 < 0, \forall x \in (-3; 0)$$

$$\Leftrightarrow x \geq 2m-1, \forall x \in (-3; 0) \Leftrightarrow 2m-1 \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -1.$$

- Câu 61:** Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$. Tổng giá trị các phần tử của T là

- A. 45. B. 55. C. 9. D. 36.

Lời giải:

$$\text{Yêu cầu đề bài} \Leftrightarrow y' = 4x^3 - 4mx \geq 0, \forall x \in (3; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 4x(x^2 - m) \geq 0, \forall x \in (3; +\infty) \Leftrightarrow m \leq x^2, \forall x \in (3; +\infty)$$

Do đó, ta có $m \leq 9 \Rightarrow T = \{1; 2; 3; \dots; 8; 9\}$. Tổng giá trị các phần tử của T là 45.

- Câu 62:** Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-5; 5]$ để hàm số $y = mx - \frac{4}{3}(x-2)\sqrt{x-2} + \frac{1}{2}x^2$ đồng biến trên $[2; +\infty)$?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = m - 2\sqrt{x-2} + x \geq 0, \forall x \geq 2 \Leftrightarrow m \geq g(x) = 2\sqrt{x-2} - x, \forall x \geq 2$$

$$\text{Hay } m \geq \max_{[2; +\infty)} g(x) = g(3) = -1 \Rightarrow m \in \{-1, \dots, 5\}.$$

Câu 63: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải:

Ta có: $y' = 3x^2 + m + \frac{2}{5x^3}$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow 3x^2 + m + \frac{2}{5x^3} \geq 0 \Leftrightarrow 3x^2 + \frac{2}{5x^3} \geq -m, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \min_{(0; +\infty)} \left(3x^2 + \frac{2}{5x^3} \right) \geq -m.$$

$$\text{Mặt khác, theo BĐT Cauchy: } 3x^2 + \frac{2}{5x^3} = x^2 + x^2 + x^2 + \frac{1}{5x^3} + \frac{1}{5x^3} \geq 5\sqrt[5]{\frac{1}{25}}$$

$$\Rightarrow \min_{(0; +\infty)} \left(3x^2 + \frac{2}{5x^3} \right) = 5\sqrt[5]{\frac{1}{25}}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } x^2 = \frac{1}{5x^3} \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{\frac{1}{5}}.$$

Vậy $m \geq -5\sqrt[5]{\frac{1}{25}} \Rightarrow$ có 2 giá trị nguyên âm của m là $\{-2; -1\}$.

Câu 64: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x + 4 + \frac{m^2 - 4}{x - m}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

A. 3.

B. 9.

C. 5.

D. 7.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{m^2 - 4}{(x - m)^2} = \frac{(x - m)^2 - m^2 + 4}{(x - m)^2} = \frac{x^2 - 2mx + 4}{(x - m)^2}.$$

+) Xét $m = \pm 2$, ta có hàm số $y = x + 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên thỏa mãn.

+) Xét $m \neq \pm 2$, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi $y' > 0, \forall x \neq m$.

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \neq m \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; \pm 1\}$. Vậy có 5 số nguyên m thỏa mãn ycbt.

Câu 65: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sin x + \cos x + mx - 2021$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq -\sqrt{2}$.

B. $m \geq \sqrt{2}$.

C. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

D. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

Lời giải:

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' = \cos x - \sin x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \sin x - \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m \geq \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \max_{\mathbb{R}} \left[\sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right] = \sqrt{2} \Leftrightarrow m \geq \sqrt{2}.$$

Câu 66: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx + (m + 1)\sqrt{x - 2}$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$ là

A. $-2 \leq m \leq -1$.

B. $m \leq -1$.

C. $m < -1$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải:

Hàm số xác định trên $D = (2; +\infty)$.

Ta có: $y' = m + \frac{m+1}{2\sqrt{x-2}}$

YCBT $\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m + \frac{m+1}{2\sqrt{x-2}} \leq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$\Leftrightarrow m \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}} \right) \leq -\frac{1}{2\sqrt{x-2}}, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2\sqrt{x-2}+1}, \forall x \in (2; +\infty)$

Ta có $2\sqrt{x-2}+1 > 1, \forall x \in (2; +\infty) \Rightarrow -\frac{1}{2\sqrt{x-2}+1} > -1, \forall x \in (2; +\infty)$

Do đó, $m \leq -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 67: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 20]$ để hàm số $y = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

A. 18.

B. 17.

C. 16.

D. 20.

Lời giải:

Ta có $y' = f'(x^2 + 3x - m) = (2x+3)f'(x^2 + 3x - m)$.

Theo đề bài ta có: $f'(x) = (x-1)(x+3)$

Suy ra $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \end{cases}$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; 2)$

$\Leftrightarrow (2x+3)f'(x^2 + 3x - m) \geq 0, \forall x \in (0; 2)$.

Do $x \in (0; 2)$ nên $2x+3 > 0, \forall x \in (0; 2)$. Do đó, ta có:

$y' \geq 0, \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow f'(x^2 + 3x - m) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - m \leq -3 \\ x^2 + 3x - m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq x^2 + 3x + 3 \\ m \leq x^2 + 3x - 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max_{[0;2]}(x^2 + 3x + 3) \\ m \leq \min_{[0;2]}(x^2 + 3x - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 13 \\ m \leq -1 \end{cases}$

Do $m \in [-10; 20], m \in \mathbb{Z}$ nên có 18 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 68: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1; g(x) = x^3 + cx^2 + (1-b)x - 1$. Biết rằng hàm số $y = f(g(x))$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2a^2 + 3c^2$ bằng

A. 3.

B. 9.

C. 5.

D. 1.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b; g'(x) = 3x^2 + 2cx + (1-b)$.

Do $y = f(g(x))$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $y' = g'(x) \cdot f'(g(x)) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} g'(x) \geq 0 \\ f'(g(x)) \geq 0 \end{cases} \forall x \in \mathbb{R}.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{g'(x)} \leq 0 \\ \Delta_{f'(x)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c^2 - 3(1-b) \leq 0 \\ a^2 - 3b \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 + c^2 \leq 3 \Rightarrow a^2 \leq 3 - c^2; c \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}].$$

Xét $2a^2 + 3c^2 \leq 2(3 - c^2) + 3c^2 = c^2 + 6 \leq 9$. Dấu "=" xảy ra khi $c = \pm\sqrt{3}$.

Câu 69: Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 6. B. 4. C. 7. D. 5.

Lời giải:

- Ta có $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.
- Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 + 3(4m+9) \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$.
- Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 70: Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x - 5$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $[a; b]$. Khi đó $2a - b$ bằng

- A. 6. B. -3. C. 5. D. -1.

Lời giải:

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = -x^2 + 2mx + 3m + 2$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1$

Vậy $a = -2, b = -1 \Rightarrow 2a - b = -3$.

Câu 71: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-2028)(x-2023)^2$. Khi đó hàm số $y = g(x) = f(x^2 + 2019)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 3)$. C. $(-3; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải:

Ta có $y = g(x) = f(x^2 + 2019) \Rightarrow y' = g'(x) = (x^2 + 2019)' f'(x^2 + 2019) = 2x \cdot f'(x^2 + 2019)$.

Mặt khác $f'(x) = x^2(x-2028)(x-2023)^2$. Nên suy ra:

$$\begin{aligned} y' = g'(x) &= 2x \cdot f'(x^2 + 2019) = 2x \cdot (x^2 + 2019)^2 (x^2 + 2019 - 2028)(x^2 + 2019 - 2023)^2 \\ &= 2x \cdot (x^2 + 2019)^2 (x^2 - 9)(x^2 - 4)^2 = 2x \cdot (x^2 + 2019)^2 (x-3)(x+3)(x-2)^2 (x+2)^2 \end{aligned}$$

$$y' = 2x \cdot (x^2 + 2019)^2 (x-3)(x+3)(x-2)^2 (x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nghiem đơn)} \\ x = 3 \text{ (nghiem đơn)} \\ x = -3 \text{ (nghiem đơn)} \\ x = 2 \text{ (nghiem bội 2)} \\ x = -2 \text{ (nghiem bội 2)} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-3		-2		0		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
y												

Từ bảng biến thiên, suy ra $y = g(x) = f(x^2 + 2019)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 72: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+9)x^2 + 6(m^2+9m)x + 7$ nghịch biến trên khoảng $(3; 6)$?

- A. 4. B. 7. C. 5. D. 3.

Lời giải:

Ta có: $y' = 6x^2 - 6(2m+9)x + 6(m^2+9m)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+9 \end{cases} \Rightarrow \text{hàm số nghịch biến trên khoảng } (m; m+9).$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến trên } (3; 6) \text{ thì } \begin{cases} m \leq 3 \\ m+9 \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Vậy các giá trị nguyên của tham số m là $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, có 7 giá trị nguyên.

Câu 73: Hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + (2m-1)x - 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

- A. $m \leq -3$. B. $m \leq -1$. C. $m \leq 1$. D. $m \leq 3$

Lời giải:

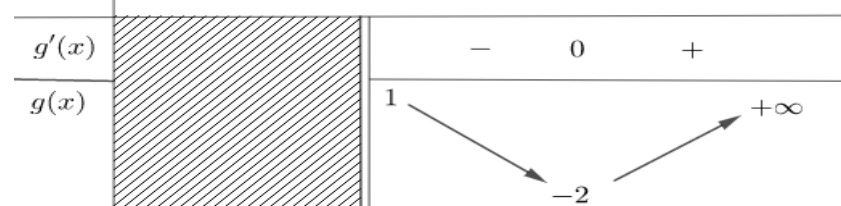
TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đặt } y = f(x) = -x^3 + 3x^2 + (2m-1)x - 1; \quad y' = -3x^2 + 6x + 2m - 1.$$

$$\text{Hàm số nghịch biến trên } (0; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow 2m \leq 3x^2 - 6x + 1, \forall x \in (0; +\infty) \quad (1).$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = 3x^2 - 6x + 1 \text{ trên khoảng } (0; +\infty); \quad g'(x) = 6x - 6; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$			$-$	0	$+$
$g(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min_{(0; +\infty)} g(x) = -2$.

$$\text{Do đó } (1) \Leftrightarrow 2m \leq \min_{(-1; +\infty)} g(x) \Leftrightarrow 2m \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -1.$$

Câu 74: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x^4 - 2(m^2 - 3m)x^2 + 3$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 5.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4(m^2 - 3m)x$$

Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 4x^3 - 4(m^2 - 3m)x \geq 0 \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m^2 - 3m \leq x^2 \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m^2 - 3m \leq 4 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 4$$

Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 75: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m + 2020$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$.

A. $m < 10$.

B. $m \leq 10$.

C. $m > 10$.

D. $m \geq 10$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m + 2020 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4(m-1)x.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-3; -1)$

$$\Leftrightarrow 4x^3 - 4(m-1)x \geq 0, \forall x \in (-3; -1) \Leftrightarrow x^2 \leq m-1, \forall x \in (-3; -1)$$

$$\Leftrightarrow m-1 \geq \max_{[-3; -1]} x^2 \Leftrightarrow m-1 \geq 9 \Leftrightarrow m \geq 10.$$

Câu 76: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ nghịch biến trên khoảng có độ dài bằng 3. Tính tổng các phần tử của S .

A. 17.

B. 8.

C. 13.

D. 9.

Lời giải:

$$y' = x^2 - mx + 2m = 0 \text{ có 2 nghiệm } x_1, x_2 \text{ và } |x_1 - x_2| = 3.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m > 0 \\ m^2 - 8m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 9 \end{cases}. \text{ Vậy } S = 8.$$

Câu 77: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx + 7m - 6}{x + m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = \frac{m^2 - 7m + 6}{(x + m)^2}, \forall x \neq -m$$

Để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định thì $y' < 0, \forall x \neq -m$

$$\Leftrightarrow m^2 - 7m + 6 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 6$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5\} \Rightarrow$ có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 78: Tồn tại bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = \frac{2-m}{(x-m)^2}$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (-\infty; -1) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ x \neq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \neq (-\infty; -1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 2$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1; 0; 1\}.$$

Câu 79: Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của tập S .

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

$$\text{TXĐ } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-m}{2} \right\}.$$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{m^2 - 4}{(2x+m)^2}. \text{ Hàm số nghịch biến trên khoảng } (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0;1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} \frac{-m}{2} \leq 0 \\ \frac{-m}{2} \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ 0 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{0;1\} \Rightarrow$ có 2 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 80: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x + 3 - \frac{m}{x-2}$ đồng biến trên $[5; +\infty)$?

A. 3.

B. 2.

C. 8.

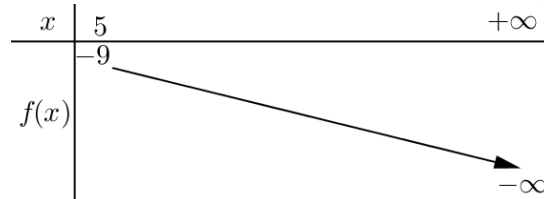
D. 9.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = 1 + \frac{m}{(x-2)^2}.$$

$$\text{Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì } 1 + \frac{m}{(x-2)^2} \geq 0 \quad \forall x \in [5; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -(x-2)^2, \forall x \in [5; +\infty).$$

Ta có bảng biến thiên của $f(x) = -(x-2)^2 = -x^2 + 4x - 4$ trên $[5; +\infty)$



Khi đó $m \geq -9$. Vậy số giá trị nguyên âm của tham số m là 9.

Câu 81: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \in (2; +\infty)$.

B. $m \in [1; 2)$.

C. $m \in (-\infty; 0]$.

D. $m \in (0; +\infty)$.

Lời giải:

$$\text{Điều kiện } \cos x \neq m. \text{ Ta có: } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x \in (0; 1).$$

Ta có: $y' = \frac{2-m}{(\cos x - m)^2} \cdot (\cos x)' = \frac{m-2}{(\cos x - m)^2} \cdot \sin x.$

Yêu cầu bài toán $y' > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \in (2; +\infty) \\ m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (2; +\infty).$

Câu 82: Hàm số $y = (x+m)^3 + (x+n)^3 - x^3$ (tham số là m, n) đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(m^2 + n^2) - 2m - 2n$ bằng

A. $-\frac{1}{4}.$

B. 4.

C. -4.

D. $\frac{1}{4}.$

Lời giải:

Ta có $y' = 3(x+m)^2 + 3(x+n)^2 - 3x^2 = 3[x^2 + 2(m+n)x + n^2 + m^2]$

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = (m+n)^2 - (m^2 + n^2) \leq 0 \Leftrightarrow n.m \leq 0$

Mặt khác: $P = 4(m^2 + n^2) - 2m - 2n = 4(m+n)^2 - 2(m+n) - 8m.n = \left[2(m+n) - \frac{1}{2}\right]^2 + (-8mn) - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$

Vậy $\min P = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} n=0, m=\frac{1}{4} \\ m=0, n=\frac{1}{4} \end{cases}.$

Câu 83: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \sqrt{x^4 - 6x^2 + 4mx - 11m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$?

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 10.

Lời giải:

Trước tiên ta cần có điều kiện để hàm số $f(x)$ xác định trên $(-1; 3)$, tức là:

$g(x) = x^4 - 6x^2 + 4mx - 11m - 1 \geq 0, \forall x \in (-1; 3) \quad (1).$

Khi đó ycbt $\Leftrightarrow f'(x) = \frac{g'(x)}{\underbrace{2\sqrt{g(x)}}_{>0}} \leq 0, \forall x \in (-1; 3) \Leftrightarrow g'(x) \leq 0, \forall x \in (-1; 3) \quad (2).$

Kết hợp (1) và (2) suy ra $(1) \Leftrightarrow g(3) \geq 0 \Leftrightarrow m + 26 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -26$ và

$(2) \Leftrightarrow 4x^3 - 12x + 4m \leq 0, \forall x \in (-1; 3) \Leftrightarrow m \leq h(x) = -x^3 + 3x,$

$\forall x \in (-1; 3) \Leftrightarrow m \leq h(x) = -x^3 + 3x, \forall x \in [-1; 3] \Leftrightarrow m \leq \min_{[-1; 3]} h(x) = h(3) = -18.$

Từ đó suy ra: $-26 \leq m \leq -18.$

Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 84: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên $(-10;10)$ để hàm số $y = f(x^2 + 2x + m)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 1.

Lời giải:

Xét $y = g(x) = f(x^2 + 2x + m)$

Ta có: $y' = g'(x) = 2(x+1)f'(x^2 + 2x + m)$

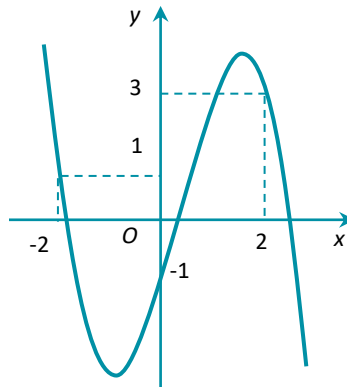
Vì $x+1 > 0 \forall x \in (0;1)$ nên để hàm số $y = f(x^2 + 2x + m)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi $f'(x^2 + 2x + m) > 0 \forall x \in (0;1)$, do hàm số $x^2 + 2x + m$ luôn đồng biến trên $(0;1)$ nên

Đặt $t = x^2 + 2x + m$. Vì $x \in (0;1)$ nên $t \in (m; m+3)$

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có:
$$\begin{cases} m+3 \leq -2 \\ m \geq 0 \\ m+3 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m = 0 \end{cases}$$

Mà $-10 < m < 10$ nên $m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; 0\}$.

Câu 85: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{4} + x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là

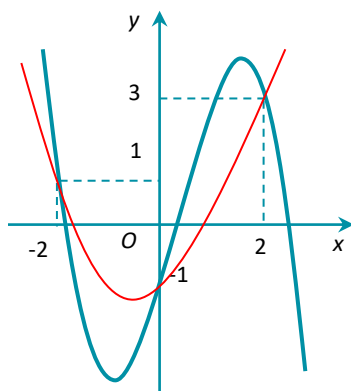
A. $(-\infty; -5]$.

B. $(-5; -1)$.

C. $[-1; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải:



Ta có: $g'(x) = f'(x) - \frac{3x^2}{4} - \frac{x}{2} + 1$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3x^2}{4} + \frac{x}{2} - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

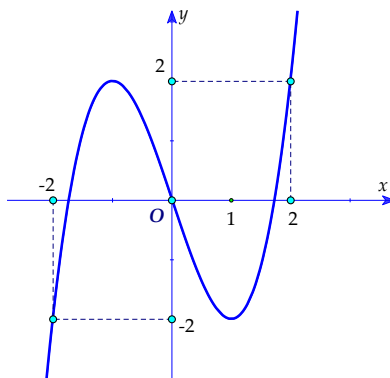
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$								

Dựa vào bảng biến thiên, $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (-2; 0) \\ \forall x \in (2; +\infty) \end{cases}$. Viết lại $g'(t) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall t \in (-2; 0) \\ \forall t \in (2; +\infty) \end{cases}$.

Ta có: $g'(x+m) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall (x+m) \in (-2; 0) \\ \forall (x+m) \in (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (-2-m; -m) \\ \forall x \in (2-m; +\infty) \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -2-m \leq 3 \Leftrightarrow m \geq -1$.

Câu 86: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là

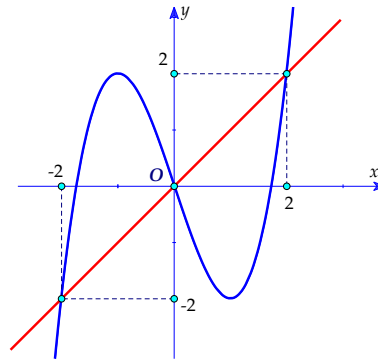
A. $(-\infty; -5]$.

B. $(-5; -1)$.

C. $[-1; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải:



Ta có: $g'(x) = f'(x) - x; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

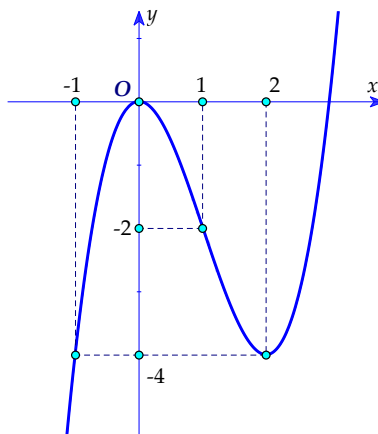
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$								

Dựa vào bảng biến thiên, $g'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (-2; 0) \\ \forall x \in (2; +\infty) \end{cases}$. Viết lại $g'(t) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall t \in (-2; 0) \\ \forall t \in (2; +\infty) \end{cases}$.

Ta có: $g'(x+m) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall (x+m) \in (-2; 0) \\ \forall (x+m) \in (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (-2-m; -m) \\ \forall x \in (2-m; +\infty) \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2-m \leq 3 \Leftrightarrow m \geq -1$.

Câu 87: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) + \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là

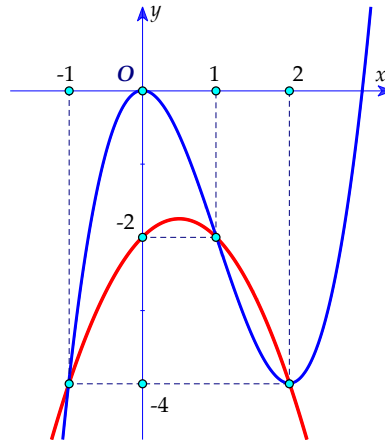
A. $(-\infty; -5]$.

B. $(-5; -1)$.

C. $[-1; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải:



Ta có: $g'(x) = f'(x) + x^2 - x + 2$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x^2 + x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

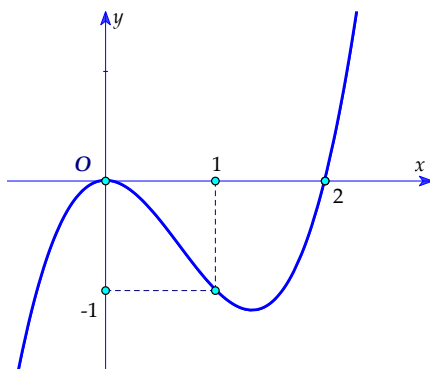
x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$								

Dựa vào bảng biến thiên, $g'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (-1; 1) \\ \forall x \in (2; +\infty) \end{cases}$. Viết lại $g'(t) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall t \in (-1; 1) \\ \forall t \in (2; +\infty) \end{cases}$.

Ta có: $g'(x+m) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall (x+m) \in (-1; 1) \\ \forall (x+m) \in (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (-1-m; 1-m) \\ \forall x \in (2-m; +\infty) \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2-m \leq 3 \Leftrightarrow m \geq -1$.

Câu 88: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là

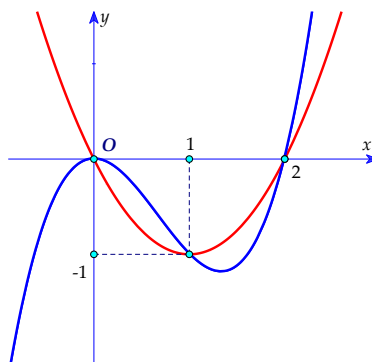
A. $(-\infty; -5]$.

B. $(-5; -1)$.

C. $[-1; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải:



Ta có: $g'(x) = f'(x) - x^2 + 2x$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	+
$g(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên, $g'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (0; 1) \\ \forall x \in (2; +\infty) \end{cases}$. Viết lại $g'(t) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall t \in (0; 1) \\ \forall t \in (2; +\infty) \end{cases}$.

Ta có: $g'(x+m) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall (x+m) \in (0; 1) \\ \forall (x+m) \in (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (-m; 1-m) \\ \forall x \in (2-m; +\infty) \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2-m \leq 3 \Leftrightarrow m \geq -1$.

Câu 89: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$				4		$+\infty$
		0		0		0	
			-4				

Tính tổng các giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = f(3x-1) + x^3 - 3mx$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$?

A. -49.

B. -39.

C. -35.

D. 35.

Lời giải:

Ta có $y' = 3f'(3x-1) + 3x^2 - 3m$.

Hàm số $y = f(3x-1) + x^3 - 3mx$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (-2; 1) \Leftrightarrow 3f'(3x-1) + 3x^2 - 3m \geq 0, \forall x \in (-2; 1)$

$\Leftrightarrow f'(3x-1) + x^2 - m \geq 0, \forall x \in (-2; 1) \Leftrightarrow m \leq f'(3x-1) + x^2, \forall x \in (-2; 1).$

Đặt $t = 3x-1 \Rightarrow x = \frac{t+1}{3}$ và $t \in (-7; 2)$, ta được $m \leq f'(t) + \left(\frac{t+1}{3}\right)^2, \forall t \in (-7; 2).$

Xét hàm số $y = f'(t)$ với $t \in (-7; 2)$ có $\min_{(-7; 2)} f'(t) = f'(-1) = -4$.

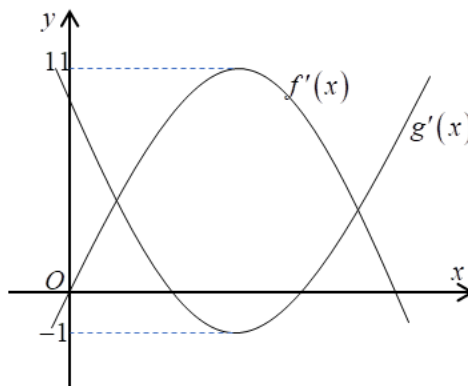
Mà $\left(\frac{t+1}{3}\right)^2 \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $t = -1$.

Do đó $m \leq f'(t) + \left(\frac{t+1}{3}\right)^2, \forall t \in (-7; 2)$, suy ra $m \leq -4$.

Lại có $m \in (-10; 10)$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m là -39.

Câu 90: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có một phần đồ thị biểu diễn đạo hàm $f'(x)$ và $g'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Biết rằng hàm số $y = h(x) = f(x) - g(x) - a^2x + 2021$ luôn tồn tại một khoảng đồng biến $(\alpha; \beta)$. Số giá trị nguyên dương của a thỏa mãn là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải:

Ta có: $y' = h'(x) = f'(x) - g'(x) - a^2$.

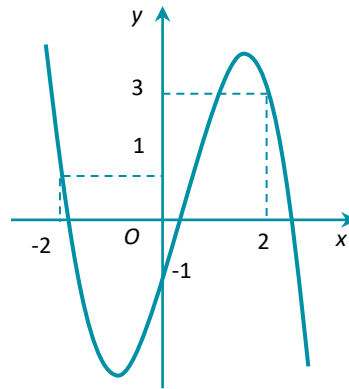
Hàm số $y = h(x)$ đồng biến khi $y' \geq 0 \Leftrightarrow f'(x) - g'(x) - a^2 \geq 0 \Leftrightarrow f'(x) \geq g'(x) + a^2$

Đồ thị hàm số $y = g'(x) + a^2$ là đồ thị hàm số $y = g'(x)$ tịnh tiến lên phía trên a^2 đơn vị.

Hàm số $y = h(x) = f(x) - g(x) - a^2x + 2021$ luôn tồn tại một khoảng đồng biến $(\alpha; \beta)$ khi $a^2 < 11 \Leftrightarrow -3 \leq a \leq 3$.

Mà $a \in \mathbb{N}^*$, suy ra: $a \in \{1; 2; 3\}$.

Câu 91: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{4} + x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g\left(\frac{x+m}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ là

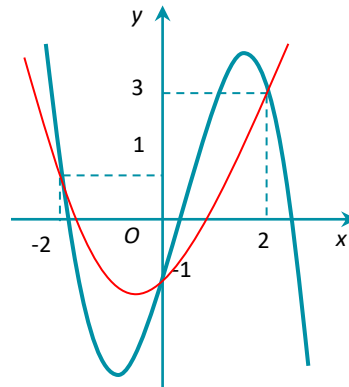
A. $(-\infty; -5]$.

B. $(-5; -1)$.

C. $[-1; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải:



Ta có: $g'(x) = f'(x) - \frac{3x^2}{4} - \frac{x}{2} + 1$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3x^2}{4} + \frac{x}{2} - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

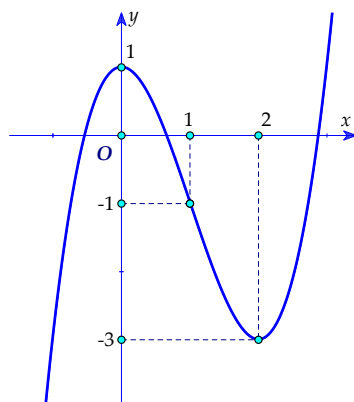
$g(x)$	
--------	--

Dựa vào bảng biến thiên, $g'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (0; 2) \\ \forall x \in (-\infty; -2) \end{cases}$. Viết lại $g'(t) > 0, \Leftrightarrow \begin{cases} \forall t \in (0; 2) \\ \forall t \in (-\infty; -2) \end{cases}$.

$$\text{Ta có: } g'\left(\frac{x+m}{2}\right) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall \left(\frac{x+m}{2}\right) \in (0; 2) \\ \forall \left(\frac{x+m}{2}\right) \in (-\infty; -2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (-m; 4-m) \\ \forall x \in (-\infty; -4-m) \end{cases}.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 1 \leq -4 - m \Leftrightarrow m \leq -5$.

Câu 92: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên dưới:



Đặt hàm số $g(x) = f(x) + x^2 - x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ là

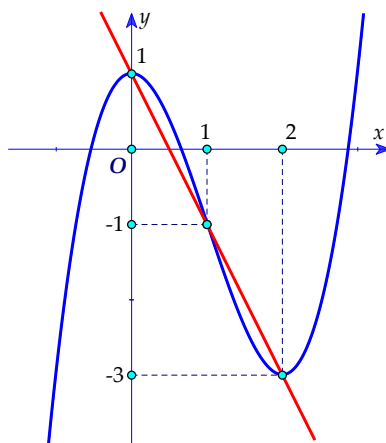
A. $(-\infty; -5]$.

B. $(-\infty; -1]$.

C. $[-1; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải:



Ta có: $g'(x) = f'(x) + 2x - 1; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

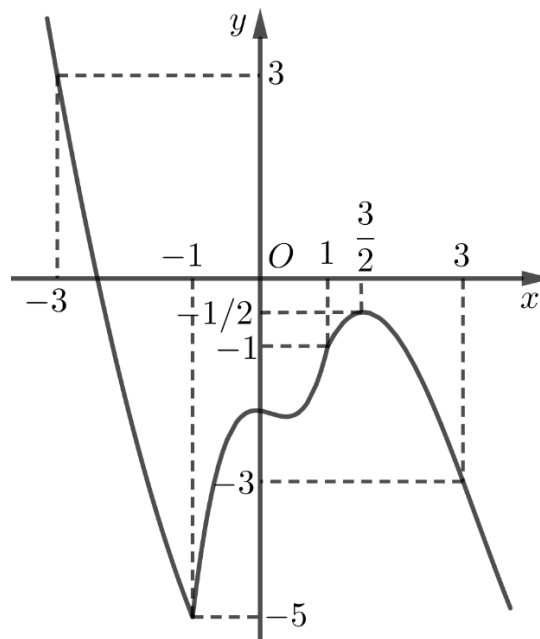
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$								

Dựa vào bảng biến thiên, $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (-\infty; 0) \\ \forall x \in (1; 2) \end{cases}$. Viết lại $g'(t) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall t \in (-\infty; 0) \\ \forall t \in (1; 2) \end{cases}$.

Ta có: $g'(x+m) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall (x+m) \in (-\infty; 0) \\ \forall (x+m) \in (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in (-\infty; -m) \\ \forall x \in (1-m; 2-m) \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 1 \leq -m \Leftrightarrow m \leq -1$.

Câu 93: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục và có đồ thị như hình vẽ



Xét hàm số $g(x) = f(x-2m) + \frac{1}{2}(2m-x)^2 + 2020$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; 4)$. Số phần tử của S là

A. 4.

B. 3.

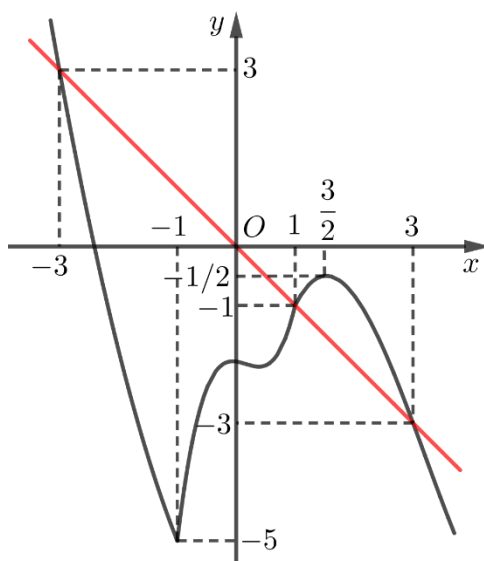
C. 2.

D. Vô số.

Lời giải:

Ta có $g'(x) = f'(x-2m) + (x-2m)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = -t \quad (t = x - 2m) \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m - 3 \\ x = 2m + 1 \\ x = 2m + 3 \end{cases}$$



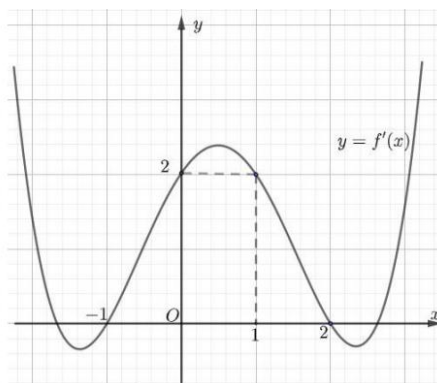
Từ đồ thị suy ra $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2m + 3 \\ 2m - 3 < x < 2m + 1 \end{cases}$

Vậy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; 4)$ khi

$$\begin{cases} 2m + 3 \leq 3 \\ 2m - 3 \leq 3 \\ 2m + 1 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ \frac{3}{2} \leq m \leq 3 \end{cases}$$

Vì m nguyên dương nên $m = 2; m = 3$.

Câu 94: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$ biết $g(x) = 3f(-x^3 - 3x + m) + (x^3 + 3x - m)^2(-2x^3 - 6x + 2m - 6)$.

A. 23.

B. 21.

C. 5.

D. 17.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } g(x) &= 3f(-x^3 - 3x + m) + 2(-x^3 - 3x + m)^2(-x^3 - 3x + m - 3) \\ &= 3f(-x^3 - 3x + m) + 2(-x^3 - 3x + m)^3 - 6(-x^3 - 3x + m)^2 \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } g'(x) = -9(x^2 + 1)f'(-x^3 - 3x + m) - 18(x^2 + 1)(-x^3 - 3x + m)^2 + 36(x^2 + 1)(-x^3 - 3x + m)$$

Để hàm số nghịch biến trên $(-1; 2)$

$$\Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-1; 2) \Leftrightarrow f'(-x^3 - 3x + m) + 2(-x^3 - 3x + m)^2 - 4(-x^3 - 3x + m) \geq 0 \quad \forall x \in (-1; 2)$$

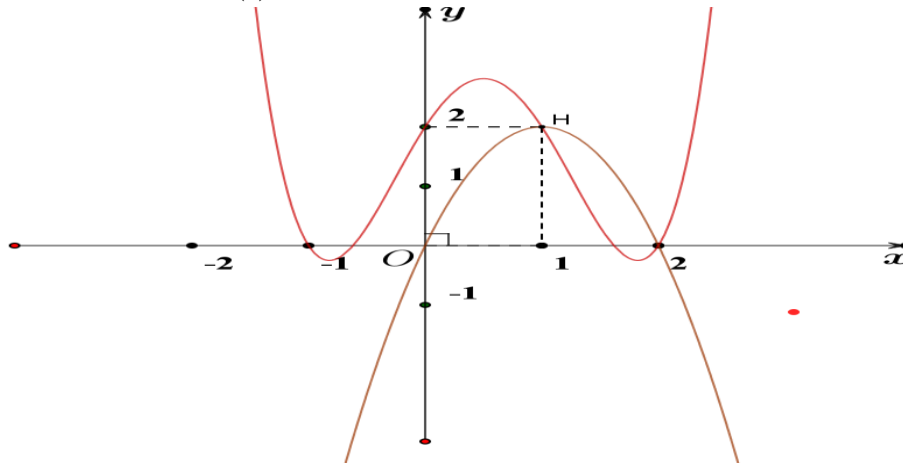
$$\Leftrightarrow f'(-x^3 - 3x + m) \geq -2(-x^3 - 3x + m)^2 + 4(-x^3 - 3x + m) \quad \forall x \in (-1; 2)$$

Đặt $t = -x^3 - 3x + m$. Với $x \in (-1; 2)$

$$t' = -3x^2 - 3 < 0 \quad \forall x \in (-1; 2) \Rightarrow t \in (m - 14; m + 4)$$

Xét bất phương trình (1): $f'(t) \geq -2t^2 + 4t$ (1)

Đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -2t^2 + 4t$ trên cùng hệ trục tọa độ



$$\begin{aligned} \text{Để (1) luôn đúng} &\Leftrightarrow \begin{cases} t \in (m - 14, m + 4) \\ t \leq 1 \\ t \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (m - 14, m + 4) \\ t \leq 1 \\ t \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 4 \leq 1 \\ m - 14 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 16 \end{cases} \end{aligned}$$

Do $m \in [-20; 20]$ nên số giá trị của m là $(-3 + 20) + 1 + (20 - 16) + 1 = 23$.

HẾT



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

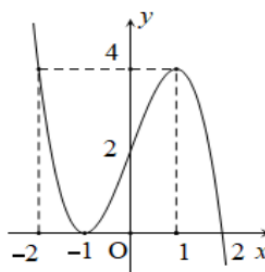
Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (a; b)$.
- B. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$.
- C. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
- D. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$.
- B. $(0; +\infty)$.
- C. $(0; 4)$.
- D. $(-1; 1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$.

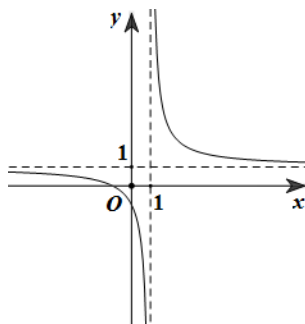
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		1	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hỏi hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 5. Biết hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây và m là số thực cho trước. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (-1; +\infty)$. C. $m \in [0; +\infty)$. D. $m \in (0; +\infty)$.

Câu 6. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-3; 0)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 8. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; \frac{3}{2})$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(\frac{3}{2}; 4)$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^3 + 3x$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x+2)(1-x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = e^{2x} - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\ln \sqrt{2}; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -\ln 2)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -\ln \sqrt{2})$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\ln 2; +\infty)$.

Câu 12. Hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-2; 2)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$.

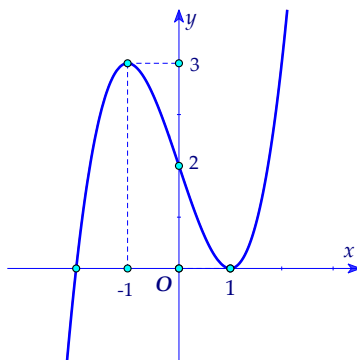
Khẳng định	Đúng	Sai
------------	------	-----

a)	Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.		
b)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$.		
c)	Nếu u, v thỏa mãn $0 < u < v < 1$ thì $f(u) < f(v)$.		
d)	Hàm số $y = f(2x - 1)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.		

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

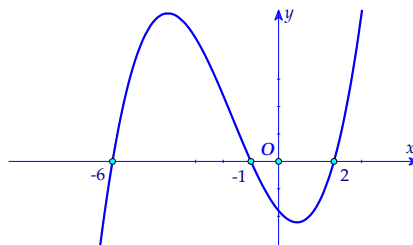
Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$		
b)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.		
c)	Hàm số $y = f(x^2 + 2)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.		
d)	Hàm số $y = 2025^{f(x)}$ đồng biến trên $(3; +\infty)$.		

Câu 3: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$.		
b)	$f'(-0,5) < 0$.		
c)	Hàm số $y = f(1 - 2x)$ đồng biến trên $(0; 1)$.		
d)	Hàm số $y = f(x^3)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.		

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-6; -1; 2\}$.		
b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-6; -1)$.		
c)	$f(-10) < f(-7)$.		
d)	Hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết khoảng đồng biến của hàm số $y = \sqrt{8 + 2x - x^2}$ có dạng $(a; b)$ với $b - a$ lớn nhất. Tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2: Biết khoảng đồng biến của hàm số $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{x^2 + 2x + 3}$ có dạng $(-\infty; m)$ với m lớn nhất. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x + 2)(1 - x), \forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số đã cho nghịch biến trên $(a; +\infty)$ với a nhỏ nhất. Tìm a .

Kết quả:

Trình bày:
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Biết hàm số $y = f(5 - 2x)$ nghịch biến trên đoạn $(-\infty; m]$ với m lớn nhất. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

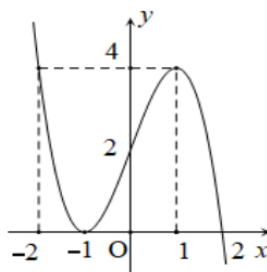
LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (a; b)$.
- B. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$.
- C. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
- D. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.**

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$.
- B. $(0; +\infty)$.
- C. $(0; 4)$.
- D. $(-1; 1)$.**

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$.**
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$.

Lời giải:

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x - 3)(x + 1)$.

Suy ra $y' > 0$, $\forall x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1); (3; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		1	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hỏi hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

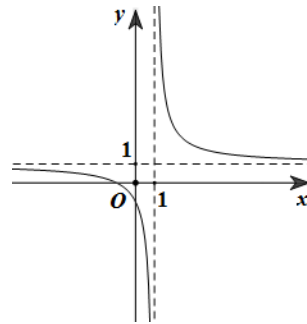
A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(-3; 1)$.

Câu 5. Biết hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây và m là số thực cho trước. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $m \in (-1; 0)$.

B. $m \in (-1; +\infty)$.

C. $m \in [0; +\infty)$.

D. $m \in (0; +\infty)$.

Lời giải:

Ta có $y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$

Dạng đồ thị đi xuống thì $y' < 0 \Leftrightarrow m > -1, \forall x \neq 1$.

Đồ thị giao với trục Ox tại $M(0; -m)$ và M nằm bên trái trục Oy nên $m > 0$.

Câu 6. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-3; 0)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải:

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0
y	$+\infty$		0	1	$+\infty$

```

graph LR
    y_inf1[+\infty] --> 0_1[0]
    0_1 --> 1[1]
    1 --> 0_2[0]
    0_2 --> y_inf2[+\infty]
  
```

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Ta có: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 8. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; \frac{3}{2})$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(\frac{3}{2}; 4)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

Ta có: $y' = \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x-4}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \notin D$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$
y'	-			+

Vậy, hàm số đồng biến trên khoảng: $(4; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = x^3 + 3x$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Lời giải:

Nhận xét $y = x^3 + 3x$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x+2)(1-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 3)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = x^2(x+2)(1-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

BBT:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	$f(-2)$		$f(1)$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty) \supset (2; 3)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = e^{2x} - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\ln \sqrt{2}; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -\ln 2)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -\ln \sqrt{2})$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\ln 2; +\infty)$.

Lời giải:

Hàm số $y = e^{2x} - x$ xác định trên $\mathbb{R}$

Ta có: $y' = 2e^{2x} - 1$

$$y' > 0 \Leftrightarrow e^{2x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x > \ln \frac{1}{2} \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2} \ln 2 \Leftrightarrow x > -\ln \sqrt{2}.$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\ln \sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 12. Hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải:

TXĐ: $D = (-2; 2)$

Ta có: $y' = \frac{-2x}{4 - x^2}.$

Bảng xét dấu:

x	-2	0	2
$f'(x)$	+	0	-

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.		
b)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$.		
c)	Nếu u, v thỏa mãn $0 < u < v < 1$ thì $f(u) < f(v)$.		
d)	Hàm số $y = f(2x - 1)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) b) Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$

BBT:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2		-2	$+\infty$
	$-\infty$					

Dựa vào BBT, hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

c) Do hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$ và u, v thỏa mãn $0 < u < v < 1$ nên $f(u) > f(v)$.

d) **Cách 1:**

Ta có: $y' = 2f'(2x-1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 1 \\ 2x-1 < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$.

Vậy hàm số $y = f(2x-1)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Cách 2: Giải nhanh:

Ta có: $\begin{cases} 2x-1=1 \longrightarrow x=1 \\ 2x-1=-1 \longrightarrow x=0 \end{cases}$.

BBT:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(2x-1)$	$-\infty$			$+\infty$

Vậy hàm số $y = f(2x-1)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$		
b)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.		
c)	Hàm số $y = f(x^2 + 2)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.		
d)	Hàm số $y = 2025^{f(x)}$ đồng biến trên $(3; +\infty)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) b) Ta có: $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \longrightarrow$ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

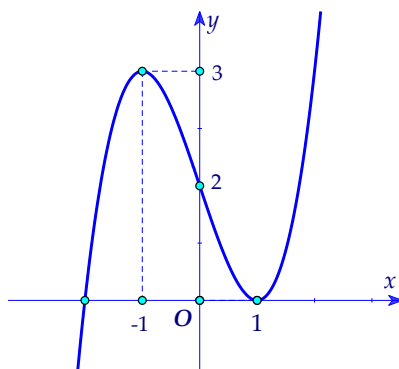
c) Ta có: $y' = 2xf'(x^2 + 2) > 0 \xrightarrow{f'(x^2+2) < 0} x < 0$.

d) Ta có: $y = 2025^{f(x)} \longrightarrow y' = \underbrace{2025^{f(x)} \ln 2025}_{>0} \cdot f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Suy ra, hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$.

Do $(3; +\infty) \subset (1; +\infty)$ nên d) Đúng.

Câu 3: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.		
b)	$f'(-0,5) < 0$.		
c)	Hàm số $y = f(1-2x)$ đồng biến trên $(0;1)$.		
d)	Hàm số $y = f(x^3)$ nghịch biến trên $(0;2)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

c) **Cách 1:**

Ta có: $y' = -2f'(1-2x) > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow -1 < 1-2x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Vậy $y = f(1-2x)$ đồng biến trên $(0;1)$.

Cách 2: Giải nhanh:

Ta có: $\begin{cases} 1-2x = -1 \longrightarrow x = 1 \\ 1-2x = 1 \longrightarrow x = 0 \end{cases}$.

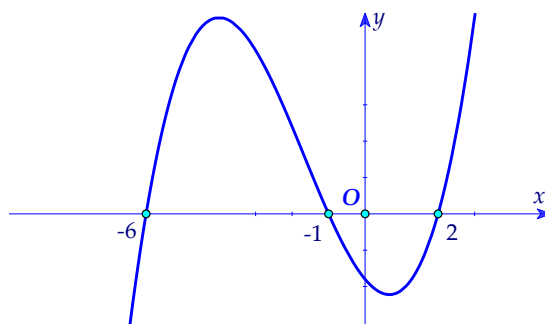
BBT:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(1-2x)$	$+\infty$			$-\infty$

Vậy $y = f(1-2x)$ đồng biến trên $(0;1)$.

d) Ta có: $y' = 3x^2 f'(x^3) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x^3 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-6; -1; 2\}$.		
b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-6; -1)$.		
c)	$f(-10) < f(-7)$.		
d)	Hàm số $y = f(3-x^2)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

c) Ta có: $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -6) \cup (-1; 2) \longrightarrow$ Trên $(-\infty; -6)$ thì hàm số nghịch biến.

Nên suy ra $-10 < -7 \longrightarrow f(-10) > f(-7)$.

d) Hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow -2xf'(3 - x^2) > 0 \Leftrightarrow 2xf'(3 - x^2) < 0$.

$$\begin{aligned} \text{TH 1: } \begin{cases} x < 0 \\ f'(3 - x^2) > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 3 - x^2 > 2 \\ -6 < 3 - x^2 < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 < 1 \\ 4 < x^2 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ -3 < x < -2 \end{cases} \\ \text{TH 2: } \begin{cases} x > 0 \\ f'(3 - x^2) < 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3 - x^2 < -6 \\ -1 < 3 - x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 > 9 \\ 1 < x^2 < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 1 < x < 2 \end{cases} \end{aligned}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết khoảng đồng biến của hàm số $y = \sqrt{8 + 2x - x^2}$ có dạng $(a; b)$ với $b - a$ lớn nhất. Tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

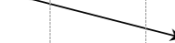
Lời giải:

Kết quả: -1.

TXĐ: $D = [-2; 4]$.

Ta có: $y' = \frac{(8 + 2x - x^2)'}{2\sqrt{8 + 2x - x^2}} = \frac{2 - 2x}{2\sqrt{8 + 2x - x^2}} = \frac{1 - x}{\sqrt{8 + 2x - x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có bảng biến thiên:

x	-2		1		4
y'		+	0	-	
y	0				
			3		0

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y = \sqrt{8 + 2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Suy ra: $a = -2; b = 1$. Vậy $a + b = -1$.

Câu 2: Biết khoảng đồng biến của hàm số $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{x^2 + 2x + 3}$ có dạng $(-\infty; m)$ với m lớn nhất. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

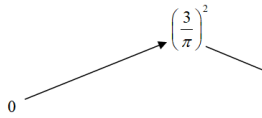
Lời giải:

Kết quả: -1.

Ta có: $y' = (2x+2) \cdot \left(\frac{3}{\pi}\right)^{x^2+2x+3} \cdot \ln\left(\frac{3}{\pi}\right)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (2x+2) \cdot \left(\frac{3}{\pi}\right)^{x^2+2x+3} \cdot \ln\left(\frac{3}{\pi}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+	0	-
y			

Vậy hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \longrightarrow m = -1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)(1-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số đã cho nghịch biến trên $(a; +\infty)$ với a nhỏ nhất. Tìm a .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 1.

Ta có: $f'(x) = x^2(x+2)(1-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

BBT:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	$f(-2)$		$f(1)$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2); (1; +\infty) \longrightarrow a = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Biết hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên đoạn $(-\infty; m]$ với m lớn nhất. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
Lời giải:

Kết quả: 2.

Ta có: $y' = -2f'(5-2x)$.

Để hàm số nghịch biến thì: $y' \leq 0$.

$$\Leftrightarrow -2f'(5-2x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 5-2x \leq -1 \\ 5-2x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 4 \\ x \leq 2 \end{cases} \longrightarrow m = 2.$$

Câu 5: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$. Biết khoảng thời gian nào vận tốc của chất điểm tăng là $(a; +\infty)$ với a nhỏ nhất. Tìm a .

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
Lời giải:

Kết quả: 2.

$$\text{Xét } v(t) = 3t^2 - 12t + 9 \Rightarrow v'(t) = 6t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

Bảng biến thiên:

x	0	2	$+\infty$	
y'		-	0	+
y	9		$+\infty$	
		-3		

Vận tốc tăng từ $(2; +\infty)$ và giảm từ $(0; 2)$. Suy ra $a = 2$.

Câu 6: Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{5000}{1+5e^{-t}}, t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất? (kết quả quy tròn đến hàng phần trăm).

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

.....
Lời giải:

Kết quả: 1,61

$$\text{Ta có: } f'(t) = \frac{-5000(1+5e^{-t})'}{(1+5e^{-t})^2} = \frac{25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^2}$$

Tốc độ bán hàng là lớn nhất khi $f'(t)$ lớn nhất.

$$\text{Đặt } h(t) = \frac{25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^2}.$$

$$\begin{aligned} h'(t) &= \frac{-25000e^{-t}(1+5e^{-t})^2 - 2 \cdot (-5e^{-t}) \cdot (1+5e^{-t}) \cdot 25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^4} \\ &= \frac{-25000e^{-t}(1+5e^{-t})(1+5e^{-t}-10e^{-t})}{(1+5e^{-t})^4} = \frac{-25000e^{-t}(1-5e^{-t})}{(1+5e^{-t})^3} \end{aligned}$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{-25000e^{-t}(1-5e^{-t})}{(1+5e^{-t})^3} = 0 \Leftrightarrow 1-5e^{-t} = 0 \Leftrightarrow e^{-t} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow t = \ln 5 (\text{tm})$$

Ta có bảng biến thiên với $t \in [0; +\infty)$:

t	0	ln 5	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	$\frac{6250}{9}$	1250	0

Vậy sau khi phát hành khoảng $\ln 5 \approx 1,61$ năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất.

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 21 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	$\parallel$	-	0	+	

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2;1]$ và thỏa mãn $f(-2)=1; f(0)=2; f(1)=3$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2 < f(-1) < 3$. B. $1 < f(-1) < 2$. C. $f(-1) > 3$. D. $f(-1) < 1$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$.

Câu 5. Hàm số $y = \log_2(x^2 - 3x + 2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\mathbb{R}$.

B. $(1;2)$.

C. $(-\infty;1)$.

D. $(2;+\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K . Khẳng định nào sau đây **sai**?

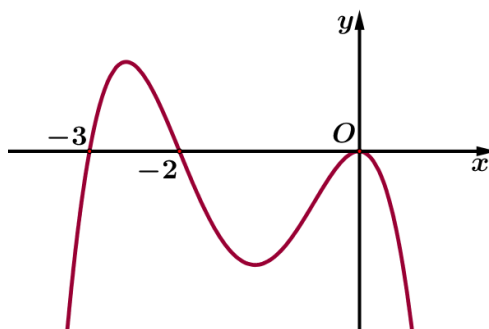
A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.

B. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .

C. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .

D. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K .

Câu 7. Hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới :



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = x^3 + x^2 - 5x$.

B. $y = \frac{x-5}{x+1}$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = x^3 + x^2 + 5x$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

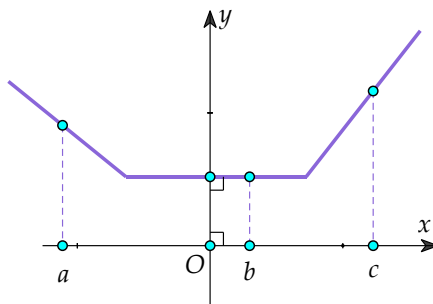
A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?



A. $f'(b) > 0$.

B. $f'(0) > 0$.

C. $f'(a) < 0$.

D. $f'(c) < 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x) = x^3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		
b)	Hàm số $f(x) = x^2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		
c)	Hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.		
d)	Hàm số $f(x) = e^{x^2}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.		
b)	Hàm số $y = f(x-1)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.		
c)	Hàm số $y = f(x) + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		
d)	Hàm số $y = f(4-2x)$ đồng biến trên $(1;2)$.		

Câu 3: Cho hàm số bậc ba có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$f'(x) < 0, \forall x \in (0;3)$.		
b)	$f(1) < f(2)$.		
c)	Hàm số $y = f(e^x)$ nghịch biến trên $(0;3)$.		
d)	Hàm số $y = f(6-3x)$ đồng biến trên $(1;2)$.		

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - \frac{1}{3}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(1;3)$.		
b)	$f(e^{2025}) < f(e^{2026})$		
c)	Hàm số $y = f(2x+1)$ nghịch biến trên $(0;1)$.		
d)	Hàm số $y = f(x^2 + x + 1)$ đồng biến trên $(0;1)$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết hàm số $y = x^2 - 2 \ln x$ đồng biến trên khoảng $(m; +\infty)$ với m nhỏ nhất. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:

.....

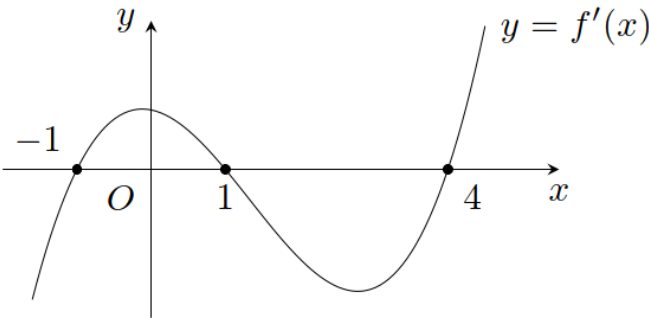
.....

Câu 2: Biết hàm số $y = x^2 e^{2x}$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ với $b-a$ lớn nhất. Tính $a+b$.

Kết quả:

Trình bày:

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Biết hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên $[a;+\infty)$ với a nhỏ nhất. Tìm a .

Kết quả:

Trình bày:

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x), \forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $g(x) = f(x^2-2x+2)$ đồng biến trên $(m;+\infty)$ với m nhỏ nhất. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:

Câu 5: Thể tích V (đơn vị: centimet khối) của 1kg nước tại nhiệt độ $T(0^\circ\text{C} \leq T \leq 30^\circ\text{C})$ được tính bởi công thức sau: $V(T) = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$. Biết thể tích $V(T), 0^\circ\text{C} \leq T \leq 30^\circ\text{C}$, giảm trong khoảng nhiệt độ có dạng $(a;b)$ với $b-a$ lớn nhất. Tính $a+100b$.

Kết quả:

--	--	--	--

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 6: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ (v được tính bằng ft/s , $1\text{ foot} = 0,3048m$). Hỏi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian nào tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi? (đơn vị giây, kết quả quy tròn đến hàng phần chục).

Kết quả:

--	--	--	--

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 21 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

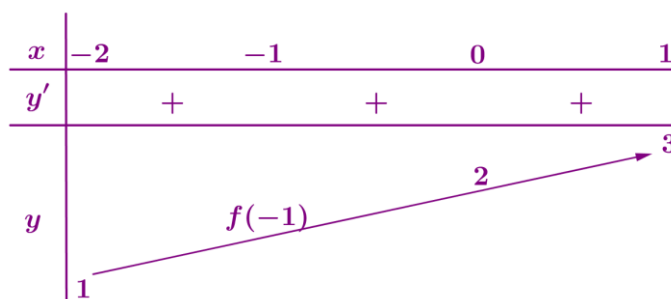
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2; 1]$ và thỏa mãn $f(-2) = 1; f(0) = 2; f(1) = 3$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2 < f(-1) < 3$. B. $1 < f(-1) < 2$. C. $f(-1) > 3$. D. $f(-1) < 1$.

Lời giải:



Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ như trên

Từ đó ta thấy $1 < f(-1) < 2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và khoảng $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải:

Ta có: $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$.

Câu 5. Hàm số $y = \log_2(x^2 - 3x + 2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải:

TXĐ: $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(x^2 - 3x + 2)'}{(x^2 - 3x + 2) \ln 2} = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x + 2) \ln 2}$$

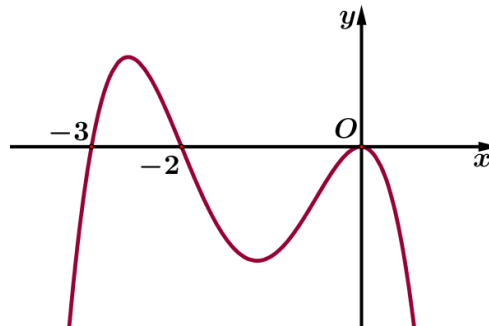
$$y' > 0 \Leftrightarrow \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x + 2) \ln 2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ x \in D \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.
B. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .
C. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .
D. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K .

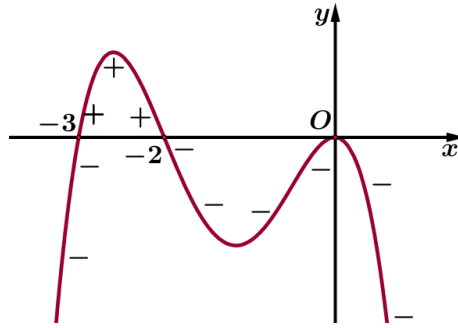
Câu 7. Hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới :



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Lời giải:



Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải:

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}, y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A.** $y = x^3 + x^2 - 5x$. **B.** $y = \frac{x-5}{x+1}$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = x^3 + x^2 + 5x$.

Lời giải:

Hàm số $y = x^3 + x^2 + 5x$ có $y' = 3x^2 + 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên nó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

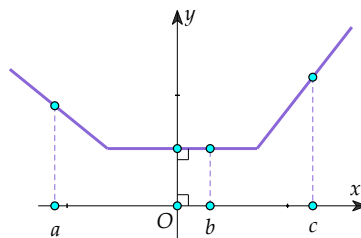
- A.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = -x + 1 > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?



A. $f'(b) > 0$.

B. $f'(0) > 0$.

C. $f'(a) < 0$.

D. $f'(c) < 0$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng K và $a \in K$ nên $f'(a) < 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x) = x^3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		
b)	Hàm số $f(x) = x^2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		
c)	Hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.		
d)	Hàm số $f(x) = e^{x^2}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Ta có: $f'(x) = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Ta có: $f'(x) = 2x \geq 0, \forall x \in [0; +\infty)$.

c) Ta có: $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

d) Ta có: $f'(x) = 2xe^{x^2} \geq 0, \forall x \in [0; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.		
b)	Hàm số $y = f(x-1)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$.		
c)	Hàm số $y = f(x) + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		
d)	Hàm số $y = f(4-2x)$ đồng biến trên $(1; 2)$.		

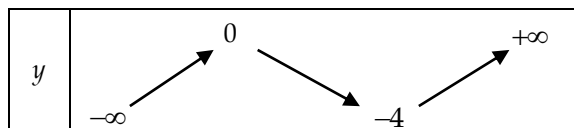
Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

BBT:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		+	0	+



Dựa vào BBT, hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

b) **Cách 1:**

Ta có: $y' = f'(x-1) < 0 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 2 \Leftrightarrow 1 < x < 3$.

Vậy hàm số $f(x-1)$ nghịch biến trên $(1;3)$.

Cách 2: Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang phải 1 đơn vị.

c) Ta có: $y' = f'(x) + 3 = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

d) **Cách 1:**

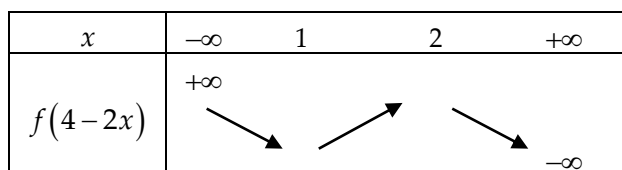
Ta có: $y' = -2f'(4-2x) > 0 \Leftrightarrow f'(4-2x) < 0 \Leftrightarrow 0 < 4-2x < 2 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Vậy hàm số $y = f(4-2x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Cách 2: Giải nhanh:

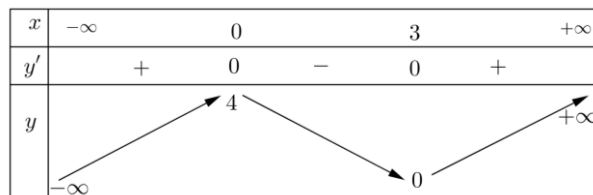
Ta có: $\begin{cases} 4-2x=0 \longrightarrow x=2 \\ 4-2x=2 \longrightarrow x=1 \end{cases}$.

BBT:



Vậy hàm số $y = f(4-2x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Câu 3: Cho hàm số bậc ba có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$f'(x) < 0, \forall x \in (0;3)$.		
b)	$f(1) < f(2)$.		
c)	Hàm số $y = f(e^x)$ nghịch biến trên $(0;3)$.		
d)	Hàm số $y = f(6-3x)$ đồng biến trên $(1;2)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

b) Ta có: $\begin{cases} 1 < 2 \\ 1, 2 \in (0;3) \end{cases} \longrightarrow f(1) > f(2)$.

c) Ta có: $y = f(e^x) \longrightarrow y' = e^x f'(e^x) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq e^x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq \ln 3$.

Vậy hàm số $y = f(e^x)$ nghịch biến trên $(-\infty; \ln 3)$.

d) **Cách 1:**

Ta có: $y' = -3f'(6-3x) > 0 \Leftrightarrow f'(6-3x) < 0 \Leftrightarrow 0 < 6-3x < 3 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Vậy $y = f(6-3x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Cách 2: Giải nhanh:

Ta có: $\begin{cases} 6-3x=0 \longrightarrow x=2 \\ 6-3x=3 \longrightarrow x=1 \end{cases}$.

BBT:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(6-3x)$	$+\infty$	$\swarrow$	$\searrow$	$-\infty$

Vậy $y = f(6-3x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - \frac{1}{3}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(1;3)$.		
b)	$f(e^{2025}) < f(e^{2026})$		
c)	Hàm số $y = f(2x+1)$ nghịch biến trên $(0;1)$.		
d)	Hàm số $y = f(x^2+x+1)$ đồng biến trên $(0;1)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có: $f'(x) = x^2 - 4x + 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$.

BBT:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y		$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(1;3)$.

b) Ta có: $\begin{cases} e^{2025} < e^{2026} \\ e^{2025}; e^{2026} \in (3; +\infty) \end{cases} \longrightarrow f(e^{2025}) < f(e^{2026})$.

c) **Cách 1:**

Ta có: $y' = 2f'(2x+1) < 0 \Leftrightarrow 1 < 2x+1 < 3 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Vậy hàm số $y = f(2x+1)$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Cách 2: Giải nhanh:

Ta có: $\begin{cases} 2x+1=1 \longrightarrow x=0 \\ 2x+1=3 \longrightarrow x=1 \end{cases}$.

BBT:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
				$+\infty$

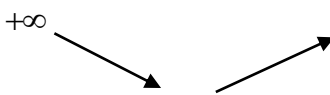
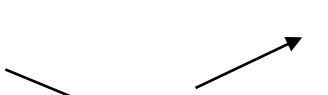
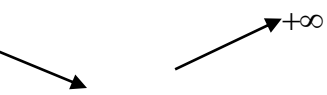


$f(2x+1)$	
-----------	--

Vậy hàm số $y = f(2x+1)$ nghịch biến trên $(0;1)$.

$$d) \text{ Ta có: } y' = (2x+1)f'(x^2+x+1); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ x^2+x+1=1 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases} \\ x^2+x+1=3 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases} \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	

Dựa vào BBT, hàm số $y = f(x^2+x+1)$ nghịch biến trên $(0;1)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết hàm số $y = x^2 - 2 \ln x$ đồng biến trên khoảng $(m; +\infty)$ với m nhỏ nhất. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 1.

TXĐ: $D = (0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = 2x - \frac{2}{x} = 2 \left(\frac{x^2 - 1}{x} \right) > 0 \xrightarrow{x \in D} x \in (1; +\infty) \longrightarrow m = 1.$$

Câu 2: Biết hàm số $y = x^2 e^{2x}$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ với $b - a$ lớn nhất. Tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

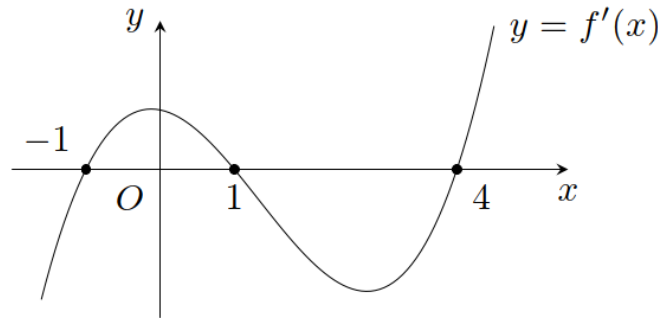
Lời giải:

Kết quả: -1.

Ta có $y' = 2xe^{2x}(x+1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.

Do $y' < 0$ với $\forall x \in (-1; 0)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0) \longrightarrow a = -1; b = 0$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Biết hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên $[a; +\infty)$ với a nhỏ nhất. Tìm a .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 3.

Ta có: $[f(2-x)]' = -f'(2-x)$.

Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến $\Leftrightarrow -f'(2-x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(2-x) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \leq -1 \\ 1 \leq 2-x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ -2 \leq x \leq 1 \end{cases} \longrightarrow a = 3.$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $g(x) = f(x^2-2x+2)$ đồng biến trên $(m; +\infty)$ với m nhỏ nhất. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 2.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } g'(x) &= (2x-2)f'(x^2-2x+2) = (2x-2)(x^2-2x+2-1)^2(x^2-2x+2)(x^2-2x+2-2) \\ &= (2x-2)(x^2-2x+1)^2(x^2-2x+2)x(x-2) \end{aligned}$$

Phương trình có các nghiệm bội lẻ là: $x \in \{0;1;2\}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$							$+\infty$

Vậy hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $(0;1);(2;+\infty) \longrightarrow m = 2$.

Câu 5: Thể tích V (đơn vị: centimet khối) của 1kg nước tại nhiệt độ T ($0^\circ\text{C} \leq T \leq 30^\circ\text{C}$) được tính bởi công thức sau: $V(T) = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$. Biết thể tích $V(T), 0^\circ\text{C} \leq T \leq 30^\circ\text{C}$, giảm trong khoảng nhiệt độ có dạng $(a;b)$ với $b-a$ lớn nhất. Tính $a+100b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 397.

Ta có: $V'(T) = -2,037 \cdot 10^{-4} T^2 + 0,017086T - 0,06426 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} T \approx 79,53(l) \\ T \approx 3,97(n) \end{cases}$

Bảng biến thiên:

T	0	3.97	30
V'	—	0	+

Thể tích giảm khi $T \in (0;3,97) \longrightarrow a = 0; b = 3,97 \longrightarrow a+100b = 397..$

Câu 6: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ (v được tính bằng $\text{ft}/s, 1 \text{ foot} = 0,3048\text{m}$). Hỏi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian nào tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi? (đơn vị giây, kết quả quy tròn đến hàng phần chục).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Kết quả: 45,6.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $v'(t) = 3 \times 0,001320t^2 - 2 \times 0,09029t$.

Nhận xét: $a(t) = v'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t \approx 45,6 \end{cases}$.

x	$-\infty$	0	45,6	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$		23	$v(45,6)$		$-\infty$

Vậy gia tốc tàu con thoi tăng trong khoảng 45,6 s đầu tiên.

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 21 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ****Định hướng cấu trúc 2025+****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115

Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế

Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

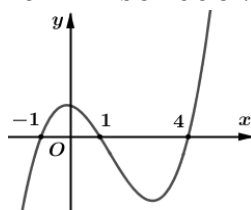
NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 4)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 3: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. B. $y = x^2$. C. $y = \frac{x-2}{x+1}$. D. $y = 4x + \sin x$.

Câu 4: Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(-5) > f(-4)$. B. $f(1) > f\left(\frac{3}{2}\right)$.

C. $f(2024) < f(2025)$.

D. $f\left(-\frac{3}{2}\right) > f(-1)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-4}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

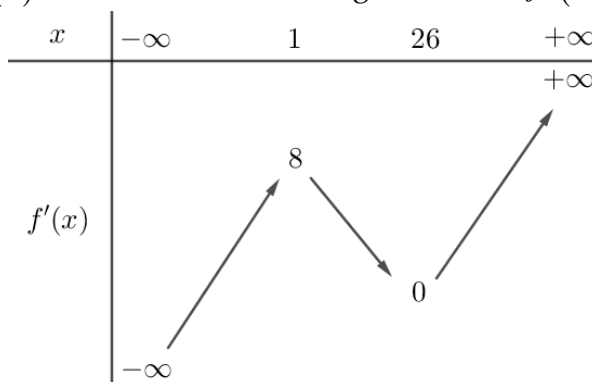
A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số luôn nghịch trên tập xác định của nó.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức, có bảng biến thiên $f'(x)$ như sau:



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-\infty; 26)$.

C. $(-\infty; 8)$.

D. $(1; 26)$.

Câu 8: Hàm số $y = \sqrt{2024x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1012; 2024)$.

B. $(2024; +\infty)$.

C. $(0; 1012)$.

D. $(1; 2024)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-2x+2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = x(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (2-x)(x+3)g(x) + 2025, \forall x \in \mathbb{R}$ trong đó $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $h(x) = f(1-x) + 2025x + 2026$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 4)$.

C. $(-3; 2)$.

D. $(4; +\infty)$.

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.		
b)	Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm nguyên.		
c)	Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.		
d)	Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.		

Câu 14: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $a(t)$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Phương trình hàm vận tốc là $v(t) = 3t^2 - 6t + 9$.		
b)	Phương trình hàm gia tốc là $a(t) = 6t - 12$.		
c)	Vận tốc của chất điểm tăng khi $t \in (0;1); (3;+\infty)$.		
d)	Vận tốc của chất điểm giảm khi $t \in (1;3)$.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$ với $0 \leq t \leq 90$. Tốc độ bơm nước ở thời điểm t được tính theo công thức $v(t) = V'(t)$. Biết tốc độ bơm nước tăng trên khoảng $(a;b)$ với $b-a$ lớn nhất. Tính $a+b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Biết hàm số $y = \sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ với $b-a=3$. Tính $a+5b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....
.....
Câu 18: Biết hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; a)$, tìm giá trị lớn nhất của a .

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Tìm các khoảng đơn điệu của các hàm số sau:

a) $y = \frac{x^2 - x + 4}{x - 1}$. b) $y = e^{x^3 - 3x + 1}$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
Câu 20: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3, t = 0, 1, 2, \dots, 25$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 25]$ thì đạo hàm $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Xác định khoảng thời gian mà tốc độ truyền bệnh giảm?

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
Câu 21: Tìm m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 5 năm 2025

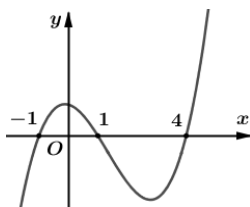


ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ****Định hướng cấu trúc 2025+****LỜI GIẢI CHI TIẾT**

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;4)$.B. $(-1;1)$.C. $(0;1)$.**D. $(4;+\infty)$.**

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$.B. $(-\infty;-2)$.C. $(-2;+\infty)$.**D. $(-2;1)$.**

Câu 3: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.B. $y = x^2$.C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.**D. $y = 4x + \sin x$.****Lời giải:**

Xét hàm số $y = 4x + \sin x \longrightarrow y' = 4 + \cos x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = 4x + \sin x$ đồng biến trên tập xác định của nó.

Lưu ý: Hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 4: Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.**B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.**C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.**D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;+\infty)$.****Lời giải:**

Ta có $y' = -3x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-28	4	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(-5) > f(-4)$.

B. $f(1) > f\left(\frac{3}{2}\right)$.

C. $f(2024) < f(2025)$.

D. $f\left(-\frac{3}{2}\right) > f(-1)$.

Lời giải:

Do hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-2;0) \longrightarrow f\left(-\frac{3}{2}\right) > f(-1)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-4}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số luôn nghịch trên tập xác định của nó.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lại có $y' = -\frac{10}{(2x-4)^2} < 0, \forall x \in D$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức, có bảng biến thiên $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	1	26	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	8	0	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-\infty; 26)$.

C. $(-\infty; 8)$.

D. $(1; 26)$.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên của $f'(x)$ ta có: $f'(x) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$.

Suy ra: Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 8: Hàm số $y = \sqrt{2024x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1012; 2024)$.

B. $(2024; +\infty)$.

C. $(0; 1012)$.

D. $(1; 2024)$.

Lời giải:

TXĐ: $D = [0; 2024]$.

$$y' = \left(\sqrt{2024x - x^2} \right)' = \frac{2024 - 2x}{2\sqrt{2024x - x^2}} = \frac{1012 - x}{\sqrt{2024x - x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1012.$$

$y' < 0 \Leftrightarrow x \in (1012; 2024)$, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1012; 2024)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4} \right)^{x^2 - 2x + 2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = (2x - 2) \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^{x^2 - 2x + 2} \cdot \ln \left(\frac{3}{4} \right) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	0	$\frac{3}{4}$	0

Do đó hàm số $y = \left(\frac{3}{4} \right)^{x^2 - 2x + 2}$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = x(x - 2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (2-x)(x+3)g(x) + 2025, \forall x \in \mathbb{R}$ trong đó $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $h(x) = f(1-x) + 2025x + 2026$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 4)$.

C. $(-3; 2)$.

D. $(4; +\infty)$.

Lời giải:

Xét hàm số $h(x) = f(1-x) + 2025x + 2026$

Ta có: $h'(x) = -f'(1-x) + 2025$

$$\Leftrightarrow h'(x) = -[(1+x)(4-x).g(1-x) + 2025] + 2025 = (x+1)(x-4).g(1-x).$$

Mà $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow g(1-x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Suy ra } h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$h(x)$					

Suy ra $h'(x) > 0, \forall x \in (-1; 4)$. Vậy hàm số $h(x)$ đồng biến trên $(-1; 4)$.

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0$

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Lại có $m \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$

Khẳng định	Đúng	Sai
------------	------	-----

a)	Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.		
b)	Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm nguyên.		
c)	Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.		
d)	Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+		
y	$-\infty$		1		$+\infty$	5		$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(0;1)$, $(1;2)$.

a) Đúng.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Đúng.

Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm nguyên

c) Sai.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$

d) Đúng.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.

Câu 14: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $a(t)$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Phương trình hàm vận tốc là $v(t) = 3t^2 - 6t + 9$.		
b)	Phương trình hàm gia tốc là $a(t) = 6t - 12$.		
c)	Vận tốc của chất điểm tăng khi $t \in (0;1); (3;+\infty)$.		
d)	Vận tốc của chất điểm giảm khi $t \in (1;3)$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai.

Phương trình hàm vận tốc là $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$.

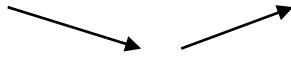
b) Đúng.

Phương trình hàm gia tốc là $a(t) = 6t - 12$.

c) d) Sai.

Xét $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên:

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$	-	0	+
$v(t)$			

Suy ra vận tốc của chất điểm tăng khi $t \in (2; +\infty)$ và giảm khi $t \in (0; 2)$.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$ với $0 \leq t \leq 90$. Tốc độ bơm nước ở thời điểm t được tính theo công thức $v(t) = V'(t)$. Biết tốc độ bơm nước tăng trên khoảng $(a; b)$ với $b - a$ lớn nhất. Tính $a + b$.

Kết quả:

60

Trình bày:

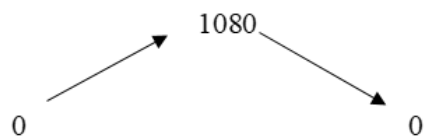
.....

Lời giải:

Ta có $v(t) = V'(t) = \frac{1}{100} (90t^2 - t^3)$.

$v'(t) = \frac{1}{100} (180t - 3t^2)$; $v'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 60 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

t	0	60	90	
$v'(t)$	0	+	0	-
$v(t)$				

Từ bảng biến thiên ta thấy: Tốc độ bơm nước tăng trên khoảng $(0; 60) \rightarrow a = 0; b = 60$.

Vậy $a + b = 60$.

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{mx + 2}{2x + m}$, m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định?

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....
.....
Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-m}{2} \right\}$.

Ta có: $y' = \frac{m^2 - 4}{(2x + m)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-1; 0; 1\}$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 17: Biết hàm số $y = \sqrt{8 + 2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ với $b - a = 3$. Tính $a + 5b$.

Kết quả:

3

Trình bày:
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

TXĐ: $D = [-2; 4]$.

Ta có: $y' = \frac{(8 + 2x - x^2)'}{2\sqrt{8 + 2x - x^2}} = \frac{2 - 2x}{2\sqrt{8 + 2x - x^2}} = \frac{1 - x}{\sqrt{8 + 2x - x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có bảng biến thiên:

x	-2		1		4
y'		+	0	-	
y	0		3		0

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y = \sqrt{8 + 2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Suy ra $a = -2; b = 1$. Vậy $a + 5b = 3$.

Câu 18: Biết hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; a)$, tìm giá trị lớn nhất của a .

Kết quả:

0

Trình bày:
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x)$ có tập xác định $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 3}$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-		+	
y	$+\infty$		$-\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số y nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Vậy $a = 0$.

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Tìm các khoảng đơn điệu của các hàm số sau:

a) $y = \frac{x^2 - x + 4}{x - 1}$. b) $y = e^{x^3 - 3x + 1}$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu y' ta có :

+ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

+ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1; 1)$ và $(1; 3)$.

b) Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

+) $y' = e^{x^3 - 3x + 1} \cdot (3x^2 - 3)$. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

+) Do $e^{x^3 - 3x + 1} > 0 \forall x$, ta có bảng dấu của y' như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 20: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$, $t = 0, 1, 2, \dots, 25$. Nếu coi

$f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0;25]$ thì đạo hàm $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Xác định khoảng thời gian mà tốc độ truyền bệnh giảm?

Trình bày:

.....

.....

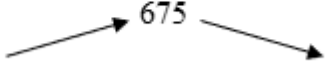
.....

.....

Lời giải:

$$f'(t) = 90t - 3t^2; f''(t) = 90 - 6t, f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15$$

Bảng biến thiên

t	0	15	25
$f''(t)$	+	0	-
$f'(t)$			

Vậy khoảng thời gian $(15; 25)$ ngày thì tốc độ truyền bệnh giảm

Câu 21: Tìm m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-3m\}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3m-1}{(x+3m)^2}.$$

Hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} y' < 0 & \forall x \in (6; +\infty) \\ -3m \notin (6; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1 < 0 \\ -3m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < \frac{1}{3}.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 5 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	-2	1	$-\infty$	2	$+\infty$	

Hỏi hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 2: Hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; -3)$.

Câu 5: Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

Câu 6: Hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-2; 2)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 7: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. B. $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$. C. $y = \frac{x-2}{x+1}$. D. $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

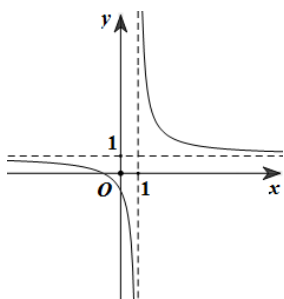
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^4(2-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(5) > f(4) > f(3)$. B. $f(-1) > f(0) > f(1)$.
C. $f(-3) < f(-2) < f(-1)$. D. $f(0) < f(1) < f(2)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(3-x)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-3; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 10: Biết hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây và m là số thực cho trước. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (-1; +\infty)$. C. $m \in [0; +\infty)$. D. $m \in (0; +\infty)$.

Câu 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \cos 2x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m > 4$. B. $m < 2$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq 2$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.		
b)	Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.		
c)	Hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó.		
d)	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.		

Câu 14: Cho hàm số $y = -x^3 - 6x^2 - (2m+9)x + 4$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$y' = -3x^2 - 12x - (2m+9)$.		
b)	Với $m = 4$ thì hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.		

c)	Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.		
d)	Có 7 giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-8; 8]$ để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho các hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 1$; $y = x^3 + x^2 + 5x + 1$; $y = \frac{x-1}{x+2}$; $y = x^2 + x + 1$. Trong các hàm số đã cho, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của nó?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; a)$. Tìm giá trị lớn nhất của a .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 18: Biết hàm số $y = \frac{\sqrt{-x^2+2x+3}}{x+2}$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ có độ dài bằng $\frac{2}{3}$. Tính $a + 3b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Tìm các khoảng đơn điệu của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{4 - x^2}$. b) $y = \log_2(x^2 - 4x)$.

Trình bày:

Câu 20: Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả số lượng cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ thuộc khoảng nào dưới đây để cân nặng trung bình của số cá đó tăng?

Trình bày:

Câu 21: Tìm m để hàm số $y = \frac{-3}{4}x^4 + \frac{9}{2}x^2 - (2m+15)x - m + 3$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Trình bày:

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 5 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ****Định hướng cấu trúc 2025+****LỜI GIẢI CHI TIẾT**

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		1	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hỏi hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(0; +\infty)$.B. $(-\infty; 1)$.**C. $(-2; 0)$.**D. $(-3; 1)$.

Câu 2: Hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.B. $(0; +\infty)$.C. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.D. $(-\infty; +\infty)$.**Lời giải:**Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(x^2 + 1) - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2} = 0.$$

$$\text{Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (tm)} \\ x = 1 \text{ (tm)} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

Lời giải:

Ta có $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0$, với x thuộc khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 0)$.

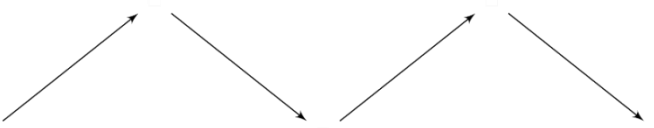
B. $(0; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; -3)$.

Lời giải:

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$							

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(-3; 0)$

Câu 5: Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{x-3}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}} > 0, \forall x \in (6; +\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

Câu 6: Hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải:

TXĐ của hàm số là $D = (-2; 2)$.

Ta có: $y' = \frac{-2x}{4 - x^2}$.

Trên khoảng $(-2; 2)$ ta có $4 - x^2 > 0$

Khi đó $y' > 0$ khi $-2x > 0 \Leftrightarrow x < 0$

Kết hợp với $(-2; 2)$ suy ra hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 7: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

B. $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$.

C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

D. $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

Lời giải:

Ta có: $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$ suy ra $y' = 3x^2 - 2x + 6$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 6 = 0$ phương trình vô nghiệm. Do đó, $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^4(2-x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(5) > f(4) > f(3)$.

B. $f(-1) > f(0) > f(1)$.

C. $f(-3) < f(-2) < f(-1)$.

D. $f(0) < f(1) < f(2)$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 2)$, vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(3-x)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-3; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

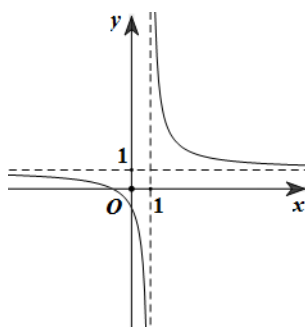
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$					

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Vậy đáp án A thỏa mãn.

Câu 10: Biết hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây và m là số thực cho trước. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $m \in (-1; 0)$.

B. $m \in (-1; +\infty)$.

C. $m \in [0; +\infty)$.

D. $m \in (0; +\infty)$.

Lời giải:

Ta có $y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}$, $\forall x \neq 1$

Dạng đồ thị đi xuống thì $y' < 0 \Leftrightarrow m > -1, \forall x \neq 1$.

Giao Ox tại $(0; -m)$, nằm bên trái trục Oy nên $m > 0$.

- Câu 11:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có: $y' = \frac{-m^2 - m + 2}{(x-m)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow -m^2 - m + 2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$.

Lại có $m \in \mathbb{Z}$ nên ta được $m \in \{-1; 0\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

- Câu 12:** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \cos 2x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
A. $m > 4$. **B.** $m < 2$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $m \geq 2$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -2 \sin 2x + m$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -2 \sin 2x + m \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m \geq 2 \sin 2x \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 2$.

Vậy với $m \geq 2$ thì hàm số $y = \cos 2x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

- Câu 13:** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.		
b)	Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.		
c)	Hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó.		
d)	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có: $y' = \frac{3}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

a) Sai.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

b) c) Sai.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

d) Đúng: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 14: Cho hàm số $y = -x^3 - 6x^2 - (2m+9)x + 4$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$y' = -3x^2 - 12x - (2m+9)$.		
b)	Với $m = 4$ thì hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.		
c)	Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.		
d)	Có 7 giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-8; 8]$ để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

b) Đúng.

Với $m = 4$ thì $y' = -3x^2 - 12x - 17 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

c) Đúng.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -3x^2 - 12x - (2m+9) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 36 - 3(2m+9) \leq 0 \Leftrightarrow 9 - 6m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}.$$

d) Đúng.

Hàm số $y = -x^3 - 6x^2 - (2m+9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ khi và chỉ khi

$$y' = -3x^2 - 12x - (2m+9) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -2) \Leftrightarrow -2m \leq 3x^2 + 12x + 9, \forall x \in (-\infty; -2).$$

+ Xét hàm $g(x) = 3x^2 + 12x + 9, x \in (-\infty; -2); g'(x) = 6x + 12; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

+ BBT

x	$-\infty$	-2
$g'(x)$		0
		-
$g(x)$	$+\infty$	-3

+ Từ bảng biến thiên suy ra $-2m \leq -3 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}, m \in [-8; 8]} m \in [2; 3; \dots; 8]$.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho các hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 1; y = x^3 + x^2 + 5x + 1; y = \frac{x-1}{x+2}; y = x^2 + x + 1$. Trong các hàm số đã cho, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của nó?

Kết quả:

1

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
Lời giải:

Dựa vào tính chất hàm số ta loại $y = x^4 + 3x^2 + 1$; $y = \frac{x-1}{x+2}$; $y = x^2 + x + 1$.

Xét hàm số $y = x^3 + x^2 + 5x + 1$.

Ta có $D = \mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 + 2x + 5 = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{14}{3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y = x^3 + x^2 + 5x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy trong các hàm số đã cho, chỉ có 1 hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; a)$. Tìm giá trị lớn nhất của a .

Kết quả:

2

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2(x-1)^3(2-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$ ta được:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2) \longrightarrow a = 2$.

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

Kết quả:

4

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$ và $y' = \frac{m^2 - 9}{(x+m)^2}$.

Để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty) \Leftrightarrow y' = \frac{m^2 - 9}{(x+m)^2} < 0, \forall x \in (1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ -m \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ -m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1; 2\}$. Vậy có bốn giá trị nguyên của tham số m .

Câu 18: Biết hàm số $y = \frac{\sqrt{-x^2 + 2x + 3}}{x+2}$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ có độ dài bằng $\frac{2}{3}$. Tính $a + 3b$.

Kết quả:

-2

Trình bày:

.....

Lời giải:

+ Tập xác định: $D = [-1; 3]$.

+ Xét hàm số $y = \frac{\sqrt{-x^2 + 2x + 3}}{x+2}$.

$$\Rightarrow y' = \frac{\frac{(-2x+2)(x+2)}{2\sqrt{-x^2 + 2x + 3}} - \sqrt{-x^2 + 2x + 3}}{(x+2)^2} = \frac{(-x+1)(x+2) - (-x^2 + 2x + 3)}{(x+2)^2 \sqrt{-x^2 + 2x + 3}}$$

$$= -\frac{3x+1}{(x+2)^2 \sqrt{-x^2 + 2x + 3}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}.$$

Bảng xét dấu y' :

x	-1	$-\frac{1}{3}$	3
y'		+	0
		-	

Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$.

$$\text{Vậy } a = -1; b = -\frac{1}{3} \Rightarrow P = a + 3b = -2.$$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Tìm các khoảng đơn điệu của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{4-x^2}$. b) $y = \log_2(x^2 - 4x)$.

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
.....
Lời giải:

a) Tập xác định: $D = [-2; 2]$.

Ta có: $y' = \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'			+	0	-
y				2	
			0		0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$, nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Tập xác định: $D = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Ta có: $y' = \frac{2x-4}{(x^2-4x)\ln 2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 2x-4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
y'		-		0	+
y					

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

Câu 20: Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả số lượng cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ thuộc khoảng nào dưới đây để cân nặng trung bình của số cá đó tăng?

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

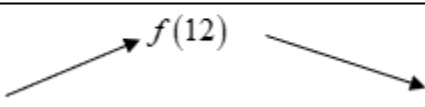
Lời giải:

Sau một vụ, số cá trên mỗi đơn vị diện tích mặt hồ có cân nặng trung bình là:

$$f(n) = nP(n) = 480n - 20n^2 \text{ (gam)}.$$

$$f'(n) = 480 - 40n = 0 \Leftrightarrow n = 12$$

Bảng biến thiên:

n	0	12	$+\infty$
$f'(n)$	+	0	-
$f(n)$			

Từ bảng biến thiên, suy ra trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ, số cá cần thả trong khoảng $(0;12)$

Câu 21: Tìm m để hàm số $y = \frac{-3}{4}x^4 + \frac{9}{2}x^2 - (2m+15)x - m + 3$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có $y' = -3x^3 + 9x - 2m - 15$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \leq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$ và dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm thuộc $(0; +\infty) \Leftrightarrow 3x^3 - 9x + 15 \geq -2m \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

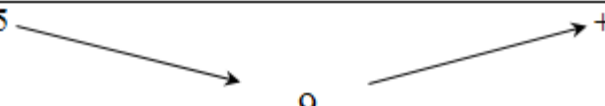
Xét hàm số: $g(x) = 3x^3 - 9x + 15$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có: $g'(x) = 9x^2 - 9$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 (l) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	15	9	$+\infty$



Từ BBT ta có: $-2m \leq 9 \Leftrightarrow m \geq -\frac{9}{2}$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 5 năm 2025