ĐOÀN CÔNG CHUNG (chủ biên) – NGUYỄN NGỌC NAM



LÀM BÀI TRẮC NGHIỆM

Môn TOÁN

- ✓ Hệ thống 12 đề thi minh họa Kì thi THPT Quốc Gia 2017
- ✓ 4 Chuyên đề Toán ứng dụng thực tế chinh phục điểm 10
- ✓ Bài tập phong phú – Lời giải chi tiết – Ôn tập dễ dàng

GIỚI THIỆU ĐÔI NÉT VỀ CÁC TÁC GIẢ

1. Tác giả Đoàn Công Chung – Chủ biên:

Email: *chungmath97@gmail.com* – Facebook: *https://www.fb.com/doancongchunghust*

– Học sinh xuất sắc cấp THPT – THPT Quảng Xương 1

– Admin tại Toán học tuổi trẻ

– Top 100 ứng viên tài năng nhất 2016 – đơn vị tổ chức Đại học Ngoại thương

– Sinh viên có hoạt động xã hội tốt năm 2016 – Báo pháp luật xã hội

– Sinh viên có hoàn cảnh khó khăn nghị lực vươn lên trong học tập – Báo tuổi trẻ Việt Nam

– Vua săn học bổng dành cho sinh viên 2016 – Báo pháp luật xã hội

– Là sinh viên đầu tiên nhận 7 học bổng liên tiếp trong 1 năm gồm:

1. Học bổng tiếp sức đến trường (Báo tuổi trẻ việt nam)
2. Học bổng văn hóa Hàn Quốc Kumho Asiana (Hàn quốc)
3. Học bổng Samsung electronics Việt Nam
4. 1 suất học bổng toàn phần tại BK APTECH
5. Học bổng Công ty Panasonics Việt Nam và Topcareer (Nhật bản)
6. Học bổng hỗ trợ cho sinh viên nghị lực vươn lên trong học tập (Viettel)
7. Học bổng của trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

– Là thầy giáo trẻ 9x dạy luyện thi đại học miễn phí cho các em học sinh tại Hà Nội

– Sinh viên đầu tiên đạt học bổng Leader Foundation UK, đạt học bổng trao đổi học tập tại Singapore vào tháng 3/2017 (1 tuần tại đại học Singapore),...

2. Tác giả Nguyễn Ngọc Nam:

Email: *namnguyen.nnn1708@gmail.com* – Facebook: *https://www.fb.com/ngocnam.nguyen.370*

– Học sinh xuất sắc cấp THPT – THPT Trần Phú (TP. Vĩnh Yên – Tỉnh Vĩnh Phúc)

– Đạt giải cao trong kỳ thi Học sinh giỏi cấp Tỉnh môn Toán lớp 10, 11, 12

– Xếp đầu khối về kết quả thi THPT Quốc gia môn Toán, điểm trung bình môn Toán luôn đạt trên 9,9 (điểm trung bình môn Toán lớp 12 đạt 10,0).

– Trong kỳ thi THPT Quốc gia 2016 môn Toán đạt 9,0 điểm.

LỜI MỞ ĐẦU

Các em học sinh thân mến!

Theo phương án của Bộ Giáo dục và Đào tạo, từ năm 2017 thì kỳ thi THPT Quốc gia gồm có 5 bài thi: Toán, Ngữ văn, Ngoại ngữ, Khoa học tự nhiên (Vật lý, Hóa học, Sinh học) và Khoa học xã hội (Lịch sử, Địa lý, Giáo dục công dân). Trong đó, các bài thi Toán, Ngoại ngữ, KHTN và KHXH được thi hoàn toàn theo hình thức trắc nghiệm; duy nhất chỉ có bài thi môn Ngữ văn được thi theo hình thức tự luận. Sự điều chỉnh lớn về hình thức thi so với kỳ thi THPT Quốc gia những năm trước đây đã khiến không ít các em học sinh gặp phải khó khăn trong quá trình ôn luyện, đặc biệt là về môn Toán:

Số lượng câu hỏi	**Thời gian làm bài**	**Nội dung kiến thức, kỹ năng**
50	90 phút	Thuộc chương trình lớp 12

Với mục đích giúp các em làm quen nhiều hơn với hình thức thi mới và có thêm tài liệu bổ ích cho việc ôn luyện nhằm đạt kết quả cao trong kì thi THPT Quốc gia, các tác giả đã đặt toàn bộ tâm huyết để biên soạn ra cuốn sách: **"KỸ NĂNG LÀM BÀI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN"**.

Nội dung của cuốn sách bám sát với cấu trúc ĐỀ MINH HỌA mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố trước đó và được chia thành hai phần như sau:

Phần 1. Tuyển tập 12 đề thi trắc nghiệm, có hướng dẫn và đáp án chi tiết được các tác giả sưu tầm, biên soạn và trình bày một cách cụ thể, rõ ràng, chi tiết và có chọn lọc từ nhiều cuốn sách hay, từ internet và từ các đề thi thử của nhiều trường trên cả nước.

Phần 2. Các chuyên đề toán ứng dụng thực tế về ứng dụng đạo hàm tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất, hàm số mũ – logarit, tích phân, hình học không gian,... giúp các em học sinh dễ dàng chinh phục được các dạng toán khó, đạt được điểm cao trong bài thi môn Toán.

Có thể nói rằng, đây là một cuốn sách rất quan trọng và cần thiết mà các em có thể tin tưởng lựa chọn; đáp ứng kịp thời và đầy đủ nhu cầu về kiến thức và kĩ năng môn Toán của học sinh trong quá trình ôn luyện cho kỳ thi THPT Quốc gia sắp tới. Các quý thầy, cô giáo có thể tham khảo tài liệu này để hướng dẫn các em học sinh trong quá trình ôn luyện.

Trong quá trình biên soạn, mặc dù đã làm việc rất nghiêm túc và khoa học, nhưng sai sót là điều khó tránh khỏi. Các tác giả rất mong nhận được những phản hồi, góp ý của các em học sinh và các quý thầy, cô giáo để kịp thời sửa chữa, bổ sung nhằm giúp cuốn sách hoàn thiện hơn, bổ ích hơn. Các ý kiến đóng góp xin gửi về địa chỉ:

Gmail: *chungmath97@gmail.com* hoặc *namnguyen.nnn1708@gmail.com*

Facebook: *https://www.fb.com/doancongchunghust* hoặc *https://www.fb.com/ngocnam.nguyen.370*

Xin trân trọng cảm ơn và chúc các em gặt hái được nhiều thành công!

Các tác giả

Đoàn Công Chung (Chủ biên) – Nguyễn Ngọc Nam

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

Để sử dụng cuốn sách một cách hiệu quả, mỗi người sẽ đưa ra một cách học của riêng mình. Sau đây, nhóm tác giả chúng tôi xin đề xuất một số cách để khai thác triệt để nội dung cuốn sách như sau:

– Công dụng đầu tiên mà cuốn sách mang đến cho các em học sinh là kỹ năng luyện đề. Chính vì vậy, các em cần triển khai làm từng đề theo thứ tự của cuốn sách. Đối với những đề đầu tiên, các em làm rồi xem đáp án, sau đó đánh dấu những chỗ mình hay sai, những dạng bài mà mình chưa gặp hoặc hay bị mắc lỗi để từ đó rút ra kinh nghiệm, tránh sai sót đối với những dạng bài như vậy. Khi đã làm quen dần với đề, các em có thể sử dụng đồng hồ bấm giờ và thực hiện làm bài thi như kỳ thi THPT Quốc Gia thật sự, để từ đó các em có thể rèn luyện tốc độ làm bài thi về sau.

Sau khi hoàn thành bài thi, các em có thể xem phần đáp án chi tiết ở phía sau rồi tự chấm điểm cho mình. Đối với những vướng mắt chưa giải đáp được, các em có thể trao đổi với bạn bè trên lớp, với thầy cô, hoặc với tác giả (thông qua địa chỉ facebook và gmail bên trên) để được hiểu một cách rõ ràng hơn. Nếu như kết quả chấm được không như mong đợi, các em đừng nản chí, mà ngược lại càng cần phải kiên trì và cố gắng hơn để cải thiện kết quả, bởi vì đây mới chỉ là thi thử chứ chưa phải là kết quả chính thức, nên cơ hội đạt điểm cao vẫn tới nếu như các em nỗ lực nhiều hơn nữa.

– Đối với những em học sinh muốn cải thiện kỹ năng đối với từng dạng bài cụ thể mà mình chưa vững kiến thức, các em có thể luyện đề theo từng dạng câu. Thay vì làm một đề trọn vẹn thì các em tập trung nhiều lần ở một dạng câu hỏi. Việc luyện tập nhiều ở một dạng bài này sẽ giúp các em quen thuộc hơn với phương pháp làm để từ đó dễ dàng đạt được kết quả cao, đạt điểm tối đa đối với dạng bài đó. Sau khi được luyện tập nhiều về dạng bài này, nếu cảm thấy kiến thức cả mình đã đảm bảo tương đối, các em có thể chuyển sang dạng tiếp theo. Tuy nhiên, các em vẫn nên hướng tới việc làm toàn bộ đề thi một lúc để đảm bảo được thời gian cũng như tốc độ làm đề của mình.

– Đối với những em học sinh có quyết tâm chinh phục điểm cao, thì các em có thể tiếp tục rèn luyện qua phần thứ hai của cuốn sách gồm 4 chuyên đề toán ứng dụng thực tế về các mảng HÀM SỐ – MŨ VÀ LOGARIT – TÍCH PHÂN – HÌNH HỌC KHÔNG GIAN. Để có thể tiếp thu một cách hiệu quả những bài toán này, yêu cầu đạt ra là các em phải nắm thật vững kiến thức về những chuyên đề đó, về những phương pháp giải cũng như những công thức quan trọng mà tác giả đã liệt kê ra ở phần kiến thức cần nhớ. Bên cạnh đó, các em cũng cần phải rèn luyện thường xuyên, phải làm thật nhiều, cố gắng nhớ những dạng toán đặc biệt cũng như cách làm dạng toán đó.

KỸ NĂNG LÀM BÀI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN

– Các thầy cô giáo và các em học sinh có thể sử dụng sách như một tư liệu tham khảo về đề bài và cách làm bài. Đối với những đề bài yêu cầu tư duy cao, hoặc phần đáp án có những lưu ý hay, độc đáo thì các em nên đánh dấu lại, hoặc ghi lại ra một quyển sổ ghi chép riêng để tập hợp lại những kiến thức hay, bổ ích hay những sai lầm mà mình mắc phải để rút kinh nghiệm trong những lần sau.

– Ngoài ra, các em có thể tương tác với các tác giả khi cần. Nhóm tác giả luôn sẵn sàng đón nhận những ý kiến phản hồi từ các em, từ các thầy cô giáo về những sai sót, những thắc mắc về một vấn đề nào đó trong cuốn sách để có thể giải đáp, tao đổi cũng như rút kinh nghiệm cho bản thân tác giả, mang tới những sản phẩm chất lượng hơn trên thị trường giáo dục.

Cuối cùng, nhóm tác giả chúng tôi mong rằng cuốn sách này sẽ là một hành trang theo sát các em học sinh trong quá trình vượt vũ môn, mong cuốn sách sẽ là một tư liệu tham khảo được các thầy cô đón nhận nồng nhiệt. Và trong thời gian gấp rút này, chúng tôi xin chúc tất cả các em học sinh có một quá trình ôn luyện hiệu quả và đạt được kết quả cao nhất trong kỳ thi sắp tới.

Nhóm tác giả

Đoàn Công Chung – Nguyễn Ngọc Nam

KỸ NĂNG LÀM BÀI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN

CÔNG BỐ CHÍNH THỨC VỀ KỲ THI THPT QUỐC GIA 2017

1. Lịch thi:

Ngày	Buổi	Bài thi – Môn thi thành phần của bài thi tổ hợp		Thời gian làm bài	Giờ phát đề thi cho thí sinh	Giờ bắt đầu làm bài
21/06/2017	SÁNG	8h00: Họp cán bộ làm công tác coi thi tại Điểm thi				
	CHIỀU	14h00: Phổ biến quy chế thi, Lịch thi: Thí sinh đến phòng thi, làm thủ tục dự thi. Đính chính lại sai sót (nếu có)				
22/06/2017	SÁNG	Ngữ Văn		120 phút	7h30	7h35
	CHIỀU	Toán		90 phút	14h20	14h30
23/06/2017	SÁNG	Bài thi KHTN	Vật lý	50 phút	7h30	7h40
			Hóa học		8h40	8h50
			Sinh học		9h50	10h00
	CHIỀU	Ngoại ngữ		60 phút	14h20	14h30
24/06/2017	SÁNG	Bài thi KHXH	Lịch sử	50 phút	7h30	7h40
			Địa lý		8h40	8h50
			GDCD		9h50	10h00
	CHIỀU	Dự phòng				

2. Điểm liệt: Tổng toàn bài ≤ 1.

3. Môn xét tốt nghiệp:

- ✓ Bắt buộc: Toán – Ngữ Văn – Ngoại ngữ
- ✓ Tự chọn: 1 trong 2 bài thi (KHTN hoặc KHXH).

4. Nội dung thi:

- ✓ Năm 2017, nội dung thi nằm trong chương trình lớp 12 THPT
- ✓ Năm 2018, nội dung thi nằm trong chương trình lớp 11 và lớp 12 THPT.
- ✓ Năm 2019 trở đi, nội dung thi nằm trong chương trình cấp THPT.

MỤC LỤC

Nội dung	Trang
Giới thiệu đôi nét về các tác giả	02
Lời mở đầu	03
Hướng dẫn sử dụng sách	05
Công bố chính thức về kỳ thi THPT Quốc Gia 2017	07

PHẦN I: TỔNG HỢP 12 ĐỀ THI MINH HỌA KỲ THI THPT QUỐC GIA 2017

STT	Nội dung	Trang	
		Đề thi	Đáp án
01	Đề số 01	09	18
02	Đề số 02	31	39
03	Đề số 03	55	64
04	Đề số 04	77	86
05	Đề số 05	102	111
06	Đề số 06	124	131
07	Đề số 07	138	146
08	Đề số 08	159	169
09	Đề số 09	185	193
10	Đề số 10	210	218
11	Đề số 11	236	247
12	Đề số 12	265	274

PHẦN II: CÁC CHUYÊN ĐỀ TOÁN ỨNG DỤNG THỰC TẾ

STT	Nội dung		Trang	
			Bài tập	Đáp án
01	Chuyên đề 1: Ứng dụng của đạo hàm vào bài toán thực tế		287	340
02	Chuyên đề 2: Ứng dụng hàm số mũ – logarit, bài toán lãi suất		306	362
03	Chuyên đề 3: Nguyên hàm, tích phân và ứng dụng		320	
	Ứng dụng 1	Ứng dụng tích phân tính diện tích, thể tích	320	376
	Ứng dụng 2	Ứng dụng tích phân vào bài toán thực tế	333	398
04	Chuyên đề 4: Ứng dụng của hình học không gian vào bài toán thực tế			

PHẦN I: TỔNG HỢP 12 ĐỀ THI MINH HỌA KỲ THI THPT QUỐC GIA 2017

ĐỀ SỐ 01

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Cho hàm số $y=-\frac{4}{3}x^3-2x^2-x-3$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Câu 2: Cho các hàm số $y=f(x), y=f(|x|)$ có đồ thị lần lượt là (C) và (C_1). Xét các khẳng định sau:

1. Nếu hàm số $y=f(x)$ là hàm số lẻ thì hàm số $y=f(|x|)$ cũng là hàm số lẻ.
2. Khi biểu diễn (C) và (C_1) trên cùng một hệ tục tọa độ thì (C) và (C_1) có vô số điểm chung.
3. Với $x<0$ phương trình $f(x)=f(|x|)$ luôn vô nghiệm.
4. Đồ thị (C_1) nhận trục tung làm trục đối xứng

Số khẳng định **đúng** trong các khẳng định trên là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 3: Cho hàm số $y=\frac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 6

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	$+\infty$	↘	$+\infty$	↗	-3

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

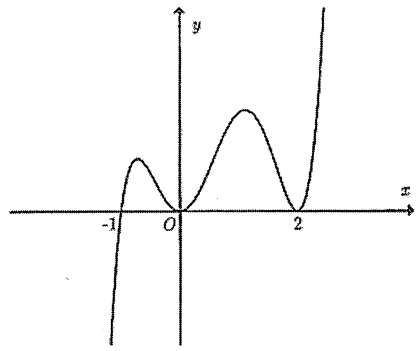
A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng –3.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $+\infty$ và giá trị nhỏ nhất bằng –4.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$

Câu 5: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $f(x)$ trên khoảng K. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ trên K là:



A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ trên khoảng $(0;\pi)$.

A. 2 **B.** $\sqrt{3}$ **C.** 1 **D.** $-\sqrt{3}$

Câu 7: Nếu đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x-4}{x+1}$ cắt đường thẳng $d: y=-2x+m$ tại hai điểm A, B sao cho độ dài AB nhỏ nhất thì:

A. $m=-1$ **B.** $m=1$ **C.** $m=-2$ **D.** $m=2$

Câu 8: Giá trị cực đại của hàm số $y=x+2\cos x$ trên khoảng $(0;\pi)$ là:

A. $\dfrac{\pi}{6}+\sqrt{3}$ **B.** $\dfrac{5\pi}{6}$ **C.** $\dfrac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{\pi}{6}$

Câu 9: Cho $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4x+5}-\dfrac{x^2}{4}+x$. Gọi $M=\max\limits_{[0;3]} f(x)$; $m=\min\limits_{[0;3]} f(x)$, khi đó $M-m$ bằng:

A. $\dfrac{3}{5}$ **B.** 1 **C.** $\dfrac{7}{5}$ **D.** $\dfrac{9}{5}$

Câu 10: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-m+2$. Có bao nhiêu giá trị của m sao cho hàm số đồng biến trên khoảng có độ dài bằng 3.

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 11: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m^2+m)x-1}{x-2}$ có đường tiệm cận ngang qua điểm $A(-3;2)$ khi:

A. $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-2 \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$

Câu 12: Giải phương trình $\log_2(2x-2)=3$

A. $x=2$ **B.** $x=3$ **C.** $x=4$ **D.** $x=5$

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2-1)\geq 3$ là:

A. $[-3;3]$ **B.** $[-2;2]$

C. $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x-2^x-2<0$ là:

A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-\infty;1)$ **C.** $(2;+\infty)$ **D.** $(-\infty;2)$

Câu 15: Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(a+b)=\dfrac{3}{2}(\log a+\log b)$ **B.** $2(\log a+\log b)=\log(7ab)$

C. $3\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$ **D.** $\log\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$

Câu 16: Đặt $x=\log_3 15, y=\log_3 10$. Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt{3}}50$ theo x và y.

A. $\log_{\sqrt{3}}50=2x+2y-2$ **B.** $\log_{\sqrt{3}}50=x+2y-2$

C. $\log_{\sqrt{3}}50=2x+y-2$ **D.** $\log_{\sqrt{3}}50=2x+2y+2$

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y=100^{x+1}$ là

A. $y'=100^{x+1}\ln 10$ **B.** $y'=200.100^{x}\ln 10$ **C.** $y'=\frac{1}{(x+1)\ln 100}$ **D.** $y'=(x+1)\ln 100$

Câu 18: Giá trị của $f''(0)$ cho hàm số $f(x)=x.e^x$ là:

A. 1 **B.** $2e$ **C.** $3e$ **D.** 2

Câu 19: Cho n là một số nguyên dương. Tìm n sao cho:

$\log_a 2019+2^2\log_{\sqrt{a}}2019+3^2\log_{\sqrt[3]{a}}2019+...+n^2\log_{\sqrt[n]{a}}2019=1008^2.2017^2.\log_a 2019$.

A. $n=2017$ **B.** $n=2018$ **C.** $n=2019$ **D.** $n=2016$

Câu 20: Biết phương trình $\log_5\frac{2\sqrt{x}+1}{x}=2\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ có nghiệm duy nhất $x=a+b\sqrt{2}$, trong đó a, b là các số nguyên. Tính $a+b$.

A. 5 **B.** –1 **C.** 1 **D.** 2

Câu 21: Nhà Toán học người Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khái niệm số Fermat $F_n=2^{2^n}+1$ với n là số nguyên không âm. Fermat dự đoán F_n là số nguyên tố, nhưng Euler đã chứng minh được F_5 là hợp số. Hãy tìm số chữ số của F_{13}.

A. 1243 **B.** 1234 **C.** 2452 **D.** 2467

Câu 22: Nếu $F(x)=\int\frac{(x+1)}{\sqrt{x^2+2x+3}}dx$ thì:

A. $F(x)=\frac{1}{2}\ln(x^2+2x+3)+C$ **B.** $F(x)=\sqrt{x^2+2x+3}+C$

C. $F(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+2x+3}+C$ **D.** $F(x)=\ln\frac{|x+1|}{\sqrt{x^2+2x+3}}+C$

Câu 23: Nếu $f(x)$ liên tục và $\int_0^4 f(x)dx = 10$ thì $\int_0^2 f(2x)dx$ bằng:

A. 5 **B.** 29 **C.** 19 **D.** 9

Câu 24: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int 0dx = C$ (C là hằng số) **B.** $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$ (C là hằng số)

C. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số) **D.** $\int dx = x + C$ (C là hằng số)

Câu 25: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^1 f(1-x)dx$.

A. 5 **B.** 10 **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\sqrt{5}$

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và đồ thị hàm số $y = x$ bằng:

A. 8 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 2

Câu 27: Tính thể tích hình khối do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4 - x^2, y = x^2 + 2$ quay quanh trục Ox.

A. 14π **B.** 15π **C.** 16π **D.** 17π

Câu 28: Đặt vào một đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều $u = U_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$. Khi đó trong mạch có dòng điện xoay chiều $i = I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ với φ là độ lệch pha giữa dòng điện và hiệu điện thế. Hãy tính công của dòng điện xoay chiều thực hiện trên đoạn mạch đó trong thời gian một chu kỳ.

A. $\frac{U_0 I_0}{2}\cos\varphi$ **B.** $\frac{U_0 I_0}{2}T\sin\varphi$ **C.** $\frac{U_0 I_0}{2}T\cos(\varphi+\pi)$ **C.** $\frac{U_0 I_0}{2}T\cos\varphi$

Câu 29: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bằng điểm M trong mặt phẳng phức Oxy.

B. Số phức $z = a + bi$ có môđun là $\sqrt{a^2 + b^2}$

C. Số phức $z=a+bi=0\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$

D. Số phức $z=a+bi$ có số phức đối $z'=a-bi$

Câu 30: Tập hợp các nghiệm phức của phương trình $z^2+|z|^2=0$ là:

A. Tập hợp mọi số ảo **B.** $\{\pm i;0\}$

C. $\{-i;0\}$ **D.** $\{0\}$

Câu 31: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=2$ là:

A. Đường tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính 2 **B.** Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính 2

C. Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính 4 **D.** Đường thẳng $x+y=2$

Câu 32: Nghiệm của phương trình $2x^2-5x+4=0$ trên tập số phức là:

A. $x_1=\frac{-5}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}i;\ x_2=\frac{-5}{4}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$ **B.** $x_1=\frac{5}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}i;\ x_2=\frac{5}{4}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$

C. $x_1=\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{7}}{4}i;\ x_2=\frac{5}{2}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$ **D.** $x_1=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}i;\ x_2=\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $|z+i+1|=|\overline{z}-2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$?

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Câu 34: Cho số phức z có môđun bằng 2017 và w là số phức thỏa mãn biểu thức $\frac{1}{z}+\frac{1}{w}=\frac{1}{z+w}$. Môđun của số phức w bằng:

A. 1 **B.** 2 **C.** 2016 **D.** 2017

Câu 35: Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có tên gọi là:

A. Khối lập phương **B.** Khối bát diện đều

C. Khối mười hai mặt đều **D.** Khối hai mươi mặt đều

Câu 36: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, BC=2a, AA'=a$. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM=3MD$. Tính thể tích khối chóp $M.AB'C$.

A. $V_{M.AB'C}=\frac{a^3}{2}$ **B.** $V_{M.AB'C}=\frac{a^3}{4}$ **C.** $V_{M.AB'C}=\frac{3a^3}{4}$ **D.** $V_{M.AB'C}=\frac{3a^3}{2}$

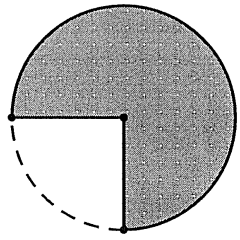
Câu 37: Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:

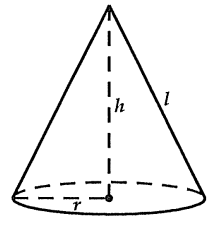
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 38: Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I, $\widehat{IOM}=30^0, IM=a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh OI thì tạo thành một hình nón tròn xoay. Tính thể tích khối nón tròn xoay được tạo thành.

A. $\frac{\pi a^3}{\sqrt{3}}$ **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$ **C.** $\frac{2\pi a^3}{\sqrt{3}}$ **D.** $2\pi a^3\sqrt{3}$

Câu 39: Cho hình tròn tâm S bán kính $R=2$. Cắt ra $\frac{1}{4}$ hình tròn rồi lấy phần còn lại dán sao cho tạo ra mặt xung quanh của một hình nón N. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón N là:





A. $S_{tp}=3\pi$ **B.** $S_{tp}=\pi\left(3+2\sqrt{3}\right)$ **C.** $S_{tp}=\frac{21}{4}\pi$ **D.** $S_{tp}=\pi\left(3+4\sqrt{3}\right)$

Câu 40: Đường chéo của một hình bát diện đều là đoạn thẳng nối hai đỉnh không nằm trên một cạnh. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Các đường chéo của một khối tám mặt đều cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
B. Tâm các mặt của một khối lập phương là các đỉnh của một khối tám mặt đều
C. Các đường chéo của một khối lập phương đôi một vuông góc với nhau.
D. Tâm các mặt của một khối lập phương đều là các đỉnh của một khối lập phương.

Câu 41: Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng $4(cm)$ được một thiết diện làm một hình tròn có diện tích $9\pi(cm^2)$. Tính thể tích khối cầu (S)

A. $\frac{25\pi}{3}(cm^3)$ **B.** $\frac{250\pi}{3}(cm^3)$ **C.** $\frac{2500\pi}{3}(cm^3)$ **D.** $\frac{500\pi}{3}(cm^3)$

Câu 42: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27\left(cm^3\right)$ với chiều cao là h và bán kính đáy là r. để lượng giấy tiêu thụ là ít nhất thì giá trị của r là:

A. $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$ **B.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ **C.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ **D.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$

Câu 43: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho 2 điểm $A\left(1;3;0\right)$ và $B\left(-2;1;1\right)$ và đường thẳng $\left(\Delta\right):\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B có tâm I thuộc đường thẳng $\left(\Delta\right)$.

A. $\left(x+\frac{2}{5}\right)^2+\left(y-\frac{13}{10}\right)^2+\left(z+\frac{3}{5}\right)^2=\frac{521}{100}$ **B.** $\left(x+\frac{2}{5}\right)^2+\left(y-\frac{13}{10}\right)^2+\left(z+\frac{3}{5}\right)=\frac{25}{3}$

C. $\left(x-\frac{2}{5}\right)^2+\left(y+\frac{13}{10}\right)^2+\left(z-\frac{3}{5}\right)=\frac{521}{100}$ **D.** $\left(x-\frac{2}{5}\right)^2+\left(y+\frac{13}{10}\right)^2+\left(z-\frac{3}{5}\right)=\frac{25}{3}$

Câu 44: Bán kính của mặt cầu tâm $I\left(3;3;-4\right)$ tiếp xúc với trục Oy bằng:

A. $\sqrt{5}$ **B.** 4 **C.** 5 **D.** $\frac{5}{2}$

Câu 45. Cho mặt phẳng $\left(\alpha\right):4x-2y+3z+1=0$, mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z=0$.

Khi đó mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai:

A. $\left(\alpha\right)$ không có điểm chung với $\left(S\right)$ **B.** $\left(\alpha\right)$ tiếp xúc với $\left(S\right)$

C. $\left(\alpha\right)$ có điểm chung với $\left(S\right)$ **D.** $\left(\alpha\right)$ đi qua tâm của $\left(S\right)$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x+y+z+5=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-2}{-3}$. Tọa độ giao điểm của d và $\left(\alpha\right)$ là:

A. $\left(4;2;-1\right)$ **B.** $\left(-17;9;20\right)$ **C.** $\left(-17;20;9\right)$ **D.** $\left(-2;1;0\right)$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC có $A\left(1;0;0\right),B\left(0;2;0\right),C\left(3;0;4\right)$.

Tọa độ điểm M trên mặt phẳng Oyz sao cho MC vuông góc với $\left(ABC\right)$ là:

A. $M\left(0;\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$ **B.** $M\left(0;\frac{3}{2};-\frac{11}{2}\right)$ **C.** $M\left(0;-\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$ **D.** $\left(0;-\frac{3}{2};-\frac{11}{2}\right)$

Câu 48. Cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=1+2t\\y=2+4t\\z=3+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$.

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $d\parallel(P)$ **B.** d cắt (P) tại điểm $M(1;-1;-1)$

C. $d\subset(P)$ **D.** d cắt (P) tại điểm $M(-1;-2;2)$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2z=0$ và mặt phẳng $(\alpha):4x+3y+mz=0$. Xét các mệnh đề sau:

I. (α) cắt (S) theo một đường tròn khi và chỉ khi $-4-5\sqrt{2}<m<-4+5\sqrt{2}$

II. (α) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi $m=-4\pm5\sqrt{2}$

III. (α) cắt (S) theo một đường tròn khi và chỉ khi $m<-4-5\sqrt{2}$ hoặc $m>-4+5\sqrt{2}$

Số mệnh đề **sai** là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0;-1)$, cắt đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$, sao cho $\cos(d;\Delta_2)$ là nhỏ nhất, biết phương trình của đường thẳng $\Delta_2:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình đường thẳng d là:

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$ **B.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-2}$

C. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{-2}$ **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.D	02.B	03.D	04.D	05.B	06.A	07.A	08.A	09.D	10.C
11.B	12.D	13.C	14.B	15.D	16.A	17.B	18.D	19.D	20.A
21.D	22.B	23.A	24.C	25.A	26.A	27.C	28.D	29.D	30.B
31.B	32.B	33.C	34.D	35.C	36.C	37.A	38.A	39.C	40.D
41.D	42.B	43.A	44.C	45.D	46.B	47.C	48.D	49.C	50.C

Câu 1. Đáp án D

$y' = -4x^2 - 4x - 1 = -(2x+1)^2 \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số luôn nghịch biến trên tập xác định.

Câu 2. Đáp án B

– Khẳng định 1 là khẳng định sai vì $f(|-x|) = f(|x|)$ nên hàm số $y = f(|x|)$ không thể là hàm số lẻ.

– Khẳng định 2 đúng (C) và (C_1) luôn có phần phía bên phải trục hoành trùng nhau.

– Khẳng định 3 sai, ví dụ xét hàm số $f(x) = x^2 \Rightarrow f(|x|) = |x|^2 = x^2$, lúc này phương trình $f(x) = f(|x|)$ có vô số nghiệm.

– Khẳng định 4 đúng, vì $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn nên nhận trục tung làm trục đối xứng.

Câu 3. Đáp án D

Tập xác định: $D = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (-1;1) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 1, \lim\limits_{x \to -\infty} y = -1$ suy ra $y = -1, y = 1$ là các tiệm cận ngang,

Lại có $\lim\limits_{x \to (-\sqrt{2})^-} y = +\infty, \lim\limits_{x \to (\sqrt{2})^+} y = +\infty, \lim\limits_{x \to -1^+} y = +\infty, \lim\limits_{x \to 1^-} y = +\infty$ suy ra có 4 đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 6 đường tiệm cận.

Câu 4. Đáp án D

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và đạt cực đại tại $x = 0$

Câu 5. Đáp án B

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f'(x)=0$ chỉ có một nghiệm đơn và hai nghiệm kép nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua nghiệm đơn này. Do đó suy ra hàm số $f(x)$ có đúng một cực trị

Câu 6. Đáp án A

Ta có $f'(x)=\cos x+\sqrt{3}\sin x; f'(x)=0\Leftrightarrow 1+\sqrt{3}\tan x=0\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{6}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$

Vì $x\in(0;\pi)$ nên $x=\frac{5\pi}{6}$.

Lại có $y''=-\sin x+\sqrt{3}\cos x\Rightarrow y''\left(\frac{5\pi}{6}\right)=-2<0\Rightarrow x=\frac{5\pi}{6}$ là điểm cực đại.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)=2$

Câu 7. Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-4}{x+1}=-2x+m\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\2x^2-(m-3)x-m-4=0\ (*)\end{cases}$

Để đồ thị (C) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt $A,B\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác –1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2(-1)^2-(m-3)(-1)-m-4\neq 0\\\Delta=(m-3)^2-8(-m-4)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-5\neq 0\\m^2+2m+41>0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}.$$

Giả sử $A(x_1;-2x_1+m),B(x_2;-2x_2+m)$ với x_1,x_2 là nghiệm của phương trình $(*)$.

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{m-3}{2}\\x_1x_2=\frac{-m-4}{2}\end{cases}$

Có $AB=\sqrt{5(x_1-x_2)^2}=\sqrt{5(x_1+x_2)^2-20x_1x_2}=\sqrt{5\left(\frac{m-3}{2}\right)^2+10(m+4)}$

$\Rightarrow AB=\sqrt{\frac{5}{4}m^2+\frac{5}{2}m+\frac{205}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{5m^2+10m+205}=\frac{1}{2}\sqrt{5\left(m+1\right)^2+200}\geq\frac{1}{2}\sqrt{200}=5\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=-1$.

Vậy $AB_{\min}=5\sqrt{2}$ khi $m=-1$.

Câu 8. Đáp án A

Ta có $y'=1-2\sin x;\ y'=0\Leftrightarrow 1-2\sin x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Do $x\in\left(0;\pi\right)$ nên $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}\\x=\frac{5\pi}{6}\end{array}\right.$

Lại có $y''=-2\cos x\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}y''\left(\frac{\pi}{6}\right)=-2\cos\frac{\pi}{6}=-\sqrt{3}<0\\y''\left(\frac{5\pi}{6}\right)=-2\cos\frac{5\pi}{6}=\sqrt{3}>0\end{array}\right.$

$\Rightarrow x=\frac{\pi}{6}$ là điểm cực đại của hàm số trên $\left(0;\pi\right)$.

Giá trị cực đại là $y\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{6}+2\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}$.

Câu 9. Đáp án D

Ta có $f'\left(x\right)=-\frac{2x-4}{\left(x^2-4x+5\right)^2}-\frac{x}{2}+1;\ f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=2$.

Tính $f\left(0\right)=\frac{1}{5};f\left(3\right)=\frac{5}{4};f\left(2\right)=2$. Suy ra $M=\max\limits_{[0;3]}f\left(x\right)=2;\ m=\min\limits_{[0;3]}f\left(x\right)=\frac{1}{5}$. Vậy $M-m=\frac{9}{5}$.

Câu 10. Đáp án C

Ta có $y'=x^2-2mx+2m-1\Rightarrow\Delta'_{y'}=\left(m-1\right)^2$.

Khi đó phương trình $y'=0$ có hai nghiệm là $\begin{bmatrix}x_1=1\\x_2=2m-1\end{bmatrix}$

Theo YCBT, ta suy ra $\begin{cases}\Delta'_{y'}>0\\|x_2-x_1|=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\|2m-2|=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m=\dfrac{5}{2}\\m=-\dfrac{1}{2}\end{bmatrix}$

Câu 11. Đáp án B

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=m^2+m$

Tiệm cận ngang qua $A(-3;2)$ nên $m^2+m=2\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m=1\\m=-2\end{bmatrix}$

Câu 12. Đáp án D

Phương trình $\log_2(2x-2)=3\Leftrightarrow\begin{cases}2x-2>0\\2x-2=2^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x=5\end{cases}\Leftrightarrow x=5$

Câu 13. Đáp án C

Điều kiện: $x^2>1$.

Phương trình $\log_2(x^2-1)\geq 3\Leftrightarrow x^2-1\geq 2^3\Leftrightarrow x^2\geq 9\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x\leq -3\\x\geq 3\end{bmatrix}$

Câu 14. Đáp án B

Đặt $t=2^x, t>0$. Bất phương trình trở thành $t^2-t-2<0\Leftrightarrow -1<t<2\Leftrightarrow 2^x<2\Leftrightarrow x<1$

Câu 15. Đáp án D

Ta có $a^2+b^2=7ab\Leftrightarrow\left(\dfrac{a+b}{3}\right)^2=ab$. Suy ra $\log\dfrac{a+b}{3}=\dfrac{1}{2}(\log a+\log b)$.

Câu 16. Đáp án A

Ta có $\begin{cases}x=\log_3 15=\log_3(3.5)=\log_3 5+1\Rightarrow\log_3 5=x-1\\y=\log_3 10=\log_3(2.5)=\log_3 2+\log_3 5\Rightarrow\log_3 2=y-\log_3 5=y-x+1\end{cases}$

Vậy $\log_{\sqrt{3}}50=2\log_3(5^2.2)=4\log_3 5+2\log_3 2=4(x-1)+2(y-x+1)=2x+2y-2$

Câu 17. Đáp án B

Ta có $y' = \left(100^{x+1}\right)' = 100^{x+1}.\ln 100 = 100.100^x \ln\left(10^2\right) = 200.100^x \ln 10$.

Câu 18. Đáp án D

Ta có $f'(x) = e^x + x.e^x, f''(x) = 2e^x + x.e^x \Rightarrow f''(0) = 2$.

Câu 19. Đáp án D

Ta có $\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + ... + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019$

$= \log_a 2019 + 2^3 \log_a 2019 + 3^3 \log_a 2019 + ... + n^3 \log_a 2019$

$= \left(1 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3\right)\log_a 2019 = \left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2 .\log_a 2019$

Suy ra $\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + ... + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2.2017^2.\log_a 2019$

$\Leftrightarrow \left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2 .\log_a 2019 = 1008^2.2017^2.\log_a 2019 \Leftrightarrow \left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2 = \left(\dfrac{2016.2017}{2}\right)^2 \Leftrightarrow n = 2016$.

Câu 20. Đáp án A

Ta có $\log_5 \dfrac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3\left(\dfrac{\sqrt{x}}{2} - \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right) \Leftrightarrow \log_5 \dfrac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3 \dfrac{x-1}{2\sqrt{x}}$

Điều kiện $x > 1$.

Phương trình tương đương với $\log_5\left(2\sqrt{x}+1\right) - \log_5 x = \log_3 (x-1)^2 - \log_3 4x$

$\Leftrightarrow \log_5\left(2\sqrt{x}+1\right) + \log_3 4x = \log_3 (x-1)^2 + \log_5 x \qquad (1)$

Đặt $t = 2\sqrt{x}+1 > 2\sqrt{1}+1 = 3$. Suy ra $4x = (t-1)^2$.

Phương trình (1) trở thành $\log_5 t + \log_3 (t-1)^2 = \log_5 x + \log_3 (x-1)^2 \qquad (2)$

Xét hàm số $f(y) = \log_5 y + \log_3 (y-1)^2$ trên $(1;+\infty)$.

Ta có $f'(y)=\frac{1}{y.\ln 5}+\frac{2(y-1)}{(y-1)^2.\ln 3}>0,\forall y\in(1;+\infty)\Rightarrow$ Hàm số $f(y)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Phương trình (2) có dạng $f(t)=f(x)\Leftrightarrow t=x\Leftrightarrow x=2\sqrt{x}+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=1+\sqrt{2}(tm)\\\sqrt{x}=1-\sqrt{2}(L)\end{array}\right.$

Vậy $x=3+2\sqrt{2}$. Suy ra $\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}\Rightarrow a+b=5$.

Câu 21. Đáp án D

Ta có $F_{13}=2^{2^{13}}+1$. Suy ra $\log F_{13}\approx\log 2^{2^{13}}=2^{13}.\log 2\approx 2466,0377$.

Vậy số chữ số của F_{13} là $[\log F_{13}]+1=2466+1=2467$ chữ số.

Câu 22: Đáp án B

Đặt $t=\sqrt{x^2+2x+3}\Rightarrow t^2=x^2+2x+3\Rightarrow 2tdt=2(x+1)dx\Rightarrow(x+1)dx=tdt$.

Do đó $F(x)=\int\frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}=\int\frac{tdt}{t}=t+C=\sqrt{x^2+2x+3}+C$

Câu 23. Đáp án A

Đặt $t=\frac{x}{2}\Rightarrow dt=\frac{1}{2}dx\Rightarrow dx=2dt$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\x=4\Rightarrow t=2\end{cases}$

Ta có $10=\int_0^4 f(x)dx=\int_0^2 f(2t).2dt=2\int_0^2 f(2t)dt$. Suy ra $\int_0^2 f(2t)dt=5=\int_0^2 f(2x)dx$.

Câu 24. Đáp án C

$\int x^\alpha dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$ sai, vì kết quả này không đúng với trường hợp $\alpha=-1$.

Câu 25. Đáp án A

Đặt $t=1-x\Rightarrow dt=-dx$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\x=1\Rightarrow t=0\end{cases}$

Suy ra $I=-\int\limits_{1}^{0}f(t)dt=\int\limits_{0}^{1}f(t)dt=\int\limits_{0}^{1}f(x)dx=5$.

Câu 26. Đáp án A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x=x\Leftrightarrow x\left(x^2-4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=2\end{array}\right.$

Diện tích cần tìm là $S=\int\limits_{-2}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\int\limits_{-2}^{0}\left(x^3-4x\right)dx+\int\limits_{0}^{2}\left(4x-x^3\right)dx$

$$=\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Big|_{-2}^{0}+\left(2x^2-\frac{x^4}{4}\right)\Big|_{0}^{2}=4+4=8\ (\text{đvdt})$$

Câu 27. Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $4-x^2=x^2+2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$

Thể tích cần tìm là:

$$V=\pi\int\limits_{-1}^{1}\left|\left(4-x^2\right)^2-\left(x^2+2\right)^2\right|dx=12\pi\int\limits_{-1}^{1}\left|1-x^2\right|dx=12\pi\left|\int\limits_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)dx\right|=16\pi\ (\text{đvtt})$$

Câu 28. Đáp án D

Ta có $A=\int\limits_{0}^{T}uidt=\int\limits_{0}^{T}U_0I_0\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\sin\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right)dt=\frac{1}{2}U_0I_0\int\limits_{0}^{T}\left[\cos\varphi-\cos\left(\frac{4\pi}{T}t+\varphi\right)\right]dt$

$$=\frac{U_0I_0}{2}\left[t\cos\varphi-\frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T}t+\varphi\right)\right]\Big|_{0}^{T}=\frac{U_0I_0}{2}\left(T\cos\varphi-\frac{T}{4\pi}\sin\varphi\right)-\frac{U_0I_0}{2}\left(-\frac{T}{4\pi}\sin\varphi\right)=\frac{U_0I_0}{2}T\cos\varphi.$$

Câu 29. Đáp án D

Số phức đối của $z=a+bi$ là số phức $z'=-z=-a-bi$ nên D là đáp án sai.

Câu 30. Đáp án B

Đặt $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$. Ta có $z^2+|z|^2=0\Leftrightarrow z^2+z.\overline{z}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\z=-\overline{z}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\a+bi=-a+bi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\a=0\end{array}\right.$. Vậy tập hợp các nghiệm là tập hợp mọi số ảo.

Câu 31. Đáp án B

Gọi $z=x+yi,(x;y\in\mathbb{R})$

Ta có $|z-1+i|=2\Leftrightarrow|x+yi-1+i|=2\Leftrightarrow|(x-1)+(y+1)i|=2$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}=2\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+1)^2=4$

Vậy tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z thỏa $|z-1+i|=2$ là đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính bằng 2.

Câu 32. Đáp án B

Tính $\Delta=(-5)^2-4.2.4=-7=\left(i\sqrt{7}\right)^2$. Phương trình có hai nghiệm phức $x_1=\frac{5}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}i$ và $x_2=\frac{5}{4}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$.

Chú ý: Ngoài ra, ta có thể sử dụng máy tính cầm tay CASIO để tìm nghiệm của phương trình này.

Câu 33. Đáp án C

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-yi$.

Ta có $|z+i+1|=|\overline{z}-2i|\Leftrightarrow|x+yi+i+1|=|x-yi-2i|\Leftrightarrow|(x+1)+(y+1)i|=|x-(y+2)i|$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2}=\sqrt{x^2+(y+2)^2}\Leftrightarrow(x+1)^2+(y+1)^2=x^2+(y+2)^2$

$\Leftrightarrow x-y-1=0\Leftrightarrow y=x-1$

Suy ra $|z|=\sqrt{x^2+(x-1)^2}=\sqrt{2x^2-2x+1}=\sqrt{2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}\geq\frac{1}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=\frac{1}{2}$. Vậy $\min|z|=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34. Đáp án D

Từ $\frac{1}{z}+\frac{1}{w}=\frac{1}{z+w}\Leftrightarrow\frac{z+w}{zw}-\frac{1}{z+w}=0\Leftrightarrow\frac{(z+w)^2-zw}{zw(z+w)}=0$

$\Rightarrow z^2+zw+w^2=0\Leftrightarrow\left(z+\frac{1}{2}w\right)^2+\frac{3}{4}w^2=0\Leftrightarrow\left(z+\frac{1}{2}w\right)^2=\left(\frac{w\sqrt{3}}{2}i\right)^2$

Suy ra $z=\left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)w\Leftrightarrow w=\frac{z}{\left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)}$. Vậy $|w|=\frac{2017}{\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}}=2017$.

Câu 35. Đáp án C

Chú ý: Một khối đa diện lồi được gọi là khối đa diện đều loại $\{p,q\}$ nếu:

– Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.

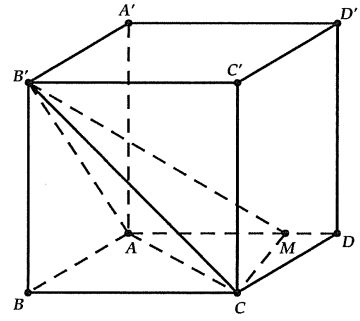
– Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

Câu 36: Đáp án B

Thể tích khối chóp $M.AB'C$ bằng thể tích khối chóp $B'.AMC$

Ta có $AM=\frac{3}{4}AD$, suy ra $S_{\Delta AMC}=\frac{3}{4}S_{\Delta ADC}=\frac{3a^2}{4}$.

Do đó $V_{M.AB'C}=V_{B'.AMC}=\frac{1}{3}BB'.S_{\Delta AMC}=\frac{a^3}{4}$ (đvtt)



Câu 37. Đáp án A

Gọi R là bán kính của quả bóng. Diện tích của một quả bóng là $S=4\pi R^2$, suy ra tổng diện tích của 3 quả bóng bàn là $S_1=3.4\pi R^2=12\pi R^2$.

Chiều cao của chiếc hộp hình trụ bằng 3 lần đường kính quả bóng bàn nên $h=3.2R=6R$.

Suy ra, diện tích xung quanh của hình trụ là $S_2 = 2\pi R.6R = 12\pi R^2$. Do đó $\frac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 38. Đáp án A

Chiều cao của khối nón là $h = OI = a\sqrt{3}$

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2.a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3}{\sqrt{3}}$ (đvtt)

Câu 39. Đáp án C

Chu vi hình tròn ban đầu là $P = 2\pi R = 4\pi$.

Gọi r là bán kính đáy của hình nón N. Chu vi đáy của N là $\frac{3}{4}P = \frac{3}{4}.4\pi = 3\pi = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{3}{2}$.

Đường sinh của hình nón N là $l = R = 2$.

Khi đó $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi.\frac{3}{2}.2 + \pi.\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{21}{4}\pi$ (đvdt).

Câu 40. Đáp án D

Câu 41. Đáp án D

Gọi R, r lần lượt là bán kính của mặt cầu (S) và hình tròn thiết diện.

Theo bài ra ta có $\pi r^2 = 9\pi \Leftrightarrow r = 3(cm)$.

Suy ra bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(cm)$

Vậy thể tích khối cầu (S) là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500}{3}\pi(cm^3)$.

Câu 42. Đáp án B

Thể tích của cốc $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 27 \Rightarrow r^2 h = \frac{81}{\pi} \Rightarrow h = \frac{81}{\pi r^2}$

Lượng giấy tiêu thụ ít nhất khi và chỉ khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

Ta có $S_{xq} = \pi rl = \pi r\sqrt{r^2 + h^2} = \pi r\sqrt{r^2 + \frac{81^2}{\pi^2 r^4}} = \pi\sqrt{r^4 + \frac{81^2}{\pi^2 r^2}}$

$$= \pi\sqrt{r^4 + \frac{81^2}{2\pi^2 r^2} + \frac{81^2}{2\pi^2 r^2}} \overset{Cauchy}{\geq} \pi\sqrt{3\sqrt[3]{r^4 \cdot \frac{81^2}{2\pi^2 r^2} \cdot \frac{81^2}{2\pi^2 r^2}}} = \sqrt{3}\pi\sqrt[6]{\frac{81^4}{4\pi^4}}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow r^4 = \frac{81^2}{2\pi^2 r^2} \Leftrightarrow r^6 = \frac{3^8}{2\pi^2} \Leftrightarrow r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Câu 43. Đáp án A

Ta có $I \in d \Rightarrow I(-1+2t;1+t;-2t)$. Vì mặt cầu đi qua A,B nên $IA^2 = IB^2$

$\Leftrightarrow (-2+2t)^2 + (-2+t)^2 + (-2t)^2 = (1+2t)^2 + t^2 + (-2t-1)^2 \Leftrightarrow t = \frac{3}{10}$

Suy ra $I\left(-\frac{2}{5};\frac{13}{10};-\frac{3}{5}\right); R^2 = IA^2 = \frac{521}{100}$.

Vật phương trình mặt cầu cần tìm là $\left(x+\frac{2}{5}\right)^2 + \left(y-\frac{13}{10}\right)^2 + \left(z+\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{521}{100}$.

Câu 44. Đáp án C.

Phương trình trục Oy là: $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ có vecto pháp tuyến $\vec{u} = (0;1;0)$

Gọi $M(0;t;0)$ là hình chiếu của I trên $Oy \Rightarrow M(0;t;0) \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (-3;t-3;4)$

Từ $\overrightarrow{IM}.\vec{u} = 0 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (-3;0;4) \Rightarrow IM = 5$.

Bán kính mặt cầu chính là khoảng cách từ I đến Oy hay IM

Câu 45. Đáp án D

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$ có tâm $I(1;-2;-3)$, bán kính $R = \sqrt{14}$.

Dễ thấy (α) đi qua I nên (α) cắt (S) theo một đường tròn.

Câu 46. Đáp án B

Giao điểm M của d và (α) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=1+3t \\ y=3-t \\ z=2-3t \\ 2x+y+z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+3t \\ y=3-t \\ z=2-3t \\ 2(1+3t)+(3-t)+(2-3t)+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-17 \\ y=9 \\ z=20 \\ t=-6 \end{cases} \Rightarrow M(-17;9;20).$$

Câu 47. Đáp án C

Gọi $M(0;b;c) \Rightarrow \overrightarrow{CM}=(-3;b;c-4)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0); \overrightarrow{AC}=(2;0;4)$

Do $MC \perp (ABC)$ nên $\begin{cases} \overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AB}=0 \\ \overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.1+2b=0 \\ -3.2+4(c-4)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-\dfrac{3}{2} \\ c=\dfrac{11}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(0;-\dfrac{3}{2};\dfrac{11}{2}\right)$

Câu 48. Đáp án D

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+4t \\ z=3+t \\ x+y+z+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+4t \\ z=3+t \\ (1+2t)+(2+4t)+(3+t)+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \\ z=2 \\ t=-1 \end{cases}$

Khi đó đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $M(-1;-2;2)$.

Câu 49. Đáp án C

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2z=0$ có tâm $I(1;0;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α) là $d=\dfrac{|4+m|}{\sqrt{4^2+3^2+m^2}}$

Để (α) cắt (S) theo một đường tròn thì $d<R \Leftrightarrow \dfrac{|4+m|}{\sqrt{4^2+3^2+m^2}}<\sqrt{2} \Leftrightarrow \dfrac{(m+4)^2}{m^2+25}<2$

$\Leftrightarrow 2m^2+50-(m+4)^2>0 \Leftrightarrow m^2-8m+34>0 \Leftrightarrow (m-4)^2+18>0$, luôn đúng với mọi m.

Do đó với mọi giá trị của m ta đều có (α) cắt (S) theo một đường tròn.

Vậy cả ba mệnh đề I, II và III đều sai.

Câu 50. Đáp án A

Gọi $M = d \cap \Delta_1$, suy ra $M(1+2t;2+t;-2-t)$.

Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{AM} = (2t+2;t+2;-t-1)$.

Đường thẳng Δ_2 có VTCP là $\overrightarrow{u_2} = (-1;2;2)$.

Suy ra $\cos(d;\Delta_2) = \left|\cos\left(\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{u_2}\right)\right| = \dfrac{\left|(-1).(2t+2)+2.(t+2)+2.(-t-1)\right|}{\sqrt{(2t+2)^2+(t+2)^2+(-t-1)^2}.\sqrt{(-1)^2+2^2+2^2}}$

$$= \frac{2|t|}{3\sqrt{6t^2+14t+9}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{t^2}{6t^2+14t+9}}.$$

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t^2}{6t^2+14t+9}$, đạo hàm $f'(t) = \dfrac{2t(7t+9)}{(6t^2+14t+9)^2}$.

Ta có $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -\dfrac{9}{7} \\ t = 0 \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $\min f(t) = f(0) = 0$. Khi đó $\overrightarrow{AM} = (2;2;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

ĐỀ SỐ 02

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Với $0 < a < b < \frac{\pi}{2}$ ta có:

A. $\frac{\sin a}{a} < \frac{\sin b}{b}$ **B.** $\frac{\sin a}{a} \le \frac{\sin b}{b}$ **C.** $\frac{\sin a}{a} > \frac{\sin b}{b}$ **D.** $\frac{\sin a}{a} = \frac{\sin b}{b}$

Câu 2: Cho hàm số $y = mx^4 - (m^2 - 1)x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Với $m = 0$ thì hàm số có một điểm cực trị.
B. Hàm số luôn có 3 điểm cực trị với với mọi $m \le 0$.
C. Với $m \in (-1;+\infty) \cup (1;+\infty)$, hàm số có 3 điểm cực trị.
D. Có nhiều hơn 3 giá trị của tham số m để hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 3: Cho hàm số $y = |x|$ và các khẳng định sau. Tìm khẳng định **đúng**:

A. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$ nên không đạt cực tiểu tại $x = 0$.
B. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$ nhưng vẫn đạt cực tiểu tại $x = 0$.
C. Hàm số có đạo hàm tại $x = 0$ nên đạt cực tiểu tại $x = 0$.
D. Hàm số có đạo hàm tại $x = 0$ nhưng không đạt cực tiểu $x = 0$.

Câu 4: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 2}{2 - x}$ trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt bằng:

A. 2 và 0 **B.** 1 và –2 **C.** 0 và –2 **D.** 1 và –1

Câu 5: Cho các hàm số $f(x) = x^2 + x + 1$; $g(x) = x^4 + x^2 + 1$; $h(x) = f(g(x))$; $k(x) = g(f(x))$. So sánh hai giá trị $h'(1)$ và $k'(1)$ ta có:

A. $h'(1) > k'(1)$ **B.** $h'(1) < k'(1)$ **C.** $h'(1) = k'(1)$ **D.** $9h'(1) < k'(1)$

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{mx^2}{2} + 2x + 2016$. Với giá trị nào của m, hàm số luôn đồng biến trên tập xác định.

A. $m = 2\sqrt{2}$ **B.** $|m| \le 2\sqrt{2}$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m \le -2\sqrt{2} \\ m \ge 2\sqrt{2} \end{array}\right.$ **D.** Một kết quả khác

Câu 7: Cho hàm số $y=\frac{3}{x-2}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng:

A. 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$.

A. $m<0$ **B.** $1<m<2$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ 1<m<2 \end{array}\right.$ **D.** $m>2$

Câu 9: Cho hàm số $y=2x^3-6x^2+x-1$. Tìm điểm nằm trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến tại điểm đó có hệ số góc nhỏ nhất.

A. $(1;8)$ **B.** $(8;1)$ **C.** $(1;-4)$ **D.** $(-4;1)$

Câu 10: Cho hàm số $y=\frac{2x^2+(6-m)x+2}{mx+2}$ có đồ thị là (C_m). Hỏi đồ thị hàm số luôn đi qua mấy điểm cố định?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 11: Các giá trị m để đồ thị hàm số $y=\frac{2x^2-3x-2}{x^3-2x^2-mx+2m}$ có tiệm cận đứng.

A. $m<2$ **B.** $m\geq 0$ **C.** $m\leq -1$ **D.** Đáp án khác

Câu 12: Giải phương trình $\log_3(x^2-1)=1$

A. $x=\pm 2$ **B.** $x=\pm 4$ **C.** $x=2$ **D.** $x=6$

Câu 13: Giải phương trình $4^{2x}-24.4^x+128=0$. Hỏi phương trình có mấy nghiệm?

A. Một nghiệm **B.** Hai nghiệm **C.** Ba nghiệm **D.** Vô nghiệm

Câu 14: Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)+\sqrt{1+x^2}$. Mệnh đề nào **sai**:

A. Hàm số có đạo hàm $y'=\frac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}$ **B.** Hàm số tăng trên khoảng $(-1;+\infty)$

C. Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$ **D.** Hàm số giảm trên khoảng $(-1;+\infty)$

Câu 15: Cho $\log_2 5=a;\log_3 5=b$. Tính $\log_6 1080$ theo a và b ta được:

A. $\frac{ab+1}{a+b}$ **B.** $\frac{2a+2b+ab}{a+b}$ **C.** $\frac{3a+3b+ab}{a+b}$ **D.** $\frac{2a-2b+ab}{a+b}$

Câu 16: Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do nhu cầu thực tế, mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết?

A. 45 năm **B.** 50 năm **C.** 41 năm **D.** 47 năm

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y=\log_3\frac{10-x}{x^2-3x+2}$ là:

A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-\infty;1)\cup(2;10)$ **C.** $(-\infty;10)$ **D.** $(2;10)$

Câu 18: Đạo hàm của hàm số $y=\log_{2017}(x^2+1)$ là:

A. $y'=\frac{1}{x^2+1}$ **B.** $y'=\frac{1}{(x^2+1)\ln 2017}$

C. $y'=\frac{2x}{2017}$ **D.** $y'=\frac{2x}{(x^2+1)\ln 2017}$

Câu 19: Tìm 2017^a-2017^b biết $a-b=\frac{a.2^b-b.2^a}{2^a+2^b}$?

A. 0 **B.** 2017 **C.** 1 **D.** –1

Câu 20: Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. Hai hàm số $y=a^x$ và $y=\log_a x\ (0<a<1)$ có cùng tính đơn điệu.

B. Hai đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_a x\ (a>0,a\neq 1)$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y=x$.

C. Hai hàm số $y=a^x$ và $y=\log_a x\ (a>0,a\neq 1)$ có cùng tập giá trị.

D. Hai đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_a x\ (a>0,a\neq 1)$ đều có đường tiệm cận.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)=3^{x^2}.4^x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $f(x)>9\Leftrightarrow x^2+2x\log_3 2>2$ **B.** $f(x)>9\Leftrightarrow x^2+\log_2 3+2x>2\log_2 3$

C. $f(x)>9\Leftrightarrow 2x\log 3+x\log 4>\log 9$ **D.** $f(x)>9\Leftrightarrow x^2\ln 3+x\ln 4>2\ln 3$

Câu 22: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3$ là:

A. $\frac{x^4}{4}+C$ **B.** $\frac{x^4}{2}+C$ **C.** $2x^2+x+C$ **D.** $\frac{x^4}{4}+x+C$

Câu 23: Tính tích phân $I=\int_1^e\left(x+\frac{1}{x}\right)\ln x dx$

A. $I=\frac{e^2}{4}$ **B.** $I=\frac{e^2-3}{4}$ **C.** $I=\frac{3}{4}$ **D.** $I=\frac{e^2+3}{4}$

Câu 24: Giá trị của a để $\int_1^a(2x-1)\ln x dx=2\ln 2-\frac{1}{2}$ là:

A. $\sqrt{2}$ **B.** 2 **C.** 3 **D.** $\sqrt{3}$

Câu 25: Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là $24,5(m/s)$ và gia tốc trọng trường $9,8(m/s^2)$. Quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho tới khi rơi xuống đất là: (Coi như viên đạn được bắn lên từ mặt đất)

A. $61,25(m)$ **B.** $30,625(m)$ **C.** $29,4(m)$ **D.** $59,5(m)$

Câu 26: Biết $I=\int_4^5\frac{x^3+2}{x^4-5x^2+4}dx=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5+d\ln 6+e\ln 7$. Khi đó kết quả của phép tính $6a+3b+6c+3d+2e$ có giá trị là:

A. –8 **B.** $-\frac{19}{6}$ **C.** 8 **D.** $\frac{19}{6}$

Câu 27: Tính thể tích của khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x(4-x)$ với trục hoành.

A. $\frac{512}{15}$ (đvtt) **B.** $\frac{32}{3}$ (đvtt) **C.** $\frac{512\pi}{15}$ (đvtt) **D.** $\frac{32\pi}{3}$ (đvtt)

Câu 28: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+x-2}{x+3}, y=0, x=-2$ và $x=2$.

A. $S=7-4\ln\frac{5}{16}$ (đvdt) **B.** $S=7+4\ln\frac{5}{14}$ (đvdt)

C. $S=7+4\ln\frac{5}{16}$ (đvdt) **D.** $S=7-4\ln\frac{5}{14}$ (đvdt)

Câu 29: Tính $(4-7i)+(-5i+7)$

A. $11-12i$ **B.** $-1+i$ **C.** $12+11i$ **D.** –1

Câu 30: Cho số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+3i)z-3+2i=2+7i$. Tính tổng $a+b$.

A. $a+b=\frac{11}{5}$ **B.** $a+b=\frac{19}{5}$ **C.** $a+b=1$ **D.** $a+b=-1$

Câu 31: Biết $M(2;-1), N(3;2)$ lần lượt là hai điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ phức Oxy. Khi đó môđun của số phức $z_1^2+z_2$ bằng:

A. $\sqrt{10}$ **B.** $\sqrt{68}$ **C.** $2\sqrt{10}$ **D.** $4\sqrt{2}$

Câu 32: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi-(2+i)|=2$ có dạng như thế nào?

A. Đường tròn **B.** Hình tròn **C.** Đường thẳng **D.** Đoạn thẳng

Câu 33: Nếu $|z|=1$ thì $\frac{z^2-1}{z}$:

A. Bằng 0
B. Là số thuần ảo
C. Lấy mọi giá trị phức
D. Lấy mọi giá trị thực

Câu 34: Biết số phức z thỏa mãn điều kiện $3\le|z-3i+1|\le 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z tạo thành một hình phẳng. Diện tích của hình phẳng đó bằng:

A. 16π **B.** 4π **C.** 9π **D.** 25π

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a và SA và vuông góc với đáy. Góc tạo bởi mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng 30^0. Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABC$ được tính theo a là:

A. $\frac{a^3}{12}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **D.** $\frac{a^3}{4}$

Câu 36: Một hình nón có bán kính đáy $r=a$, chiều cao $h=a\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo a là:

A. πa^2 **B.** $2\pi a^2$ **C.** $3\pi a^2$ **D.** $4\pi a^2$

Câu 37: Cho hình trụ có bán kính đáy $3cm$, chiều cao $4cm$. Khi đó diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ là:

A. $S_{tp}=18\pi(cm^2)$ **B.** $S_{tp}=24\pi(cm^2)$ **C.** $S_{tp}=33\pi(cm^2)$ **D.** $S_{tp}=42\pi(cm^2)$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC), gọi M là điểm thuộc cạnh SC

sao cho $MC = 2MS$. Biết $AB = 3, BC = 3\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM.

A. $d = \frac{\sqrt{21}}{7}$ **B.** $d = \frac{3\sqrt{21}}{17}$ **C.** $d = \frac{3\sqrt{11}}{7}$ **D.** $d = \frac{3\sqrt{21}}{7}$

Câu 39: Người ta gọt một khối lập phương bằng gỗ để lấy khối tám mặt đều nội tiếp nó (tức là khối có các đỉnh là các tâm của các mặt khối lập phương). Biết cạnh của khối lập phương bằng a. Hãy tính thể tích của khối tám mặt đều đó:

A. $\frac{a^3}{6}$ **B.** $\frac{a^3}{12}$ **C.** $\frac{a^3}{4}$ **D.** $\frac{a^3}{8}$

Câu 40: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hình tạo bởi hai tứ diện đều ghép với nhau là một đa diện lồi.
B. Tứ diện là đa diện lồi.
C. Hình lập phương là đa diện lồi.
D. Hình hộp là đa diện lồi.

Câu 41: Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}(m^3)$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 *đồng/m²*. Khi đó, kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là:

A. Chiều dài 20m, chiều rộng 10m, chiều cao $\frac{5}{6}m$.

B. Chiều dài 30m, chiều rộng 15m, chiều cao $\frac{10}{27}m$.

C. Chiều dài 10m, chiều rộng 5m, chiều cao $\frac{10}{3}m$

D. Một đáp án khác .

Câu 42: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB. Mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với đáy một góc bằng 45^0. Tính thể tích của khối lăng trụ này?

A. $\frac{3a^3}{16}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ **D.** $\frac{a^3}{16}$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(1;5;7)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 4x-2y+z-3=0$. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của (α)?

A. $4x-2y+z+3=0$ **B.** $4x-2y+z+1=0$
C. $4x-2y+z-1=0$ **D.** $4x-2y+z-2=0$

Câu 44: Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(3;-1;-5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 3x-2y+2z+7=0, (Q): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của (α)?

A. $x+y+z+3=0$ **B.** $2x+y-2z-15=0$
C. $2x+y-2z+15=0$ **D.** $2x+y-2z-16=0$

Câu 45: Cho $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2), D(2;2;2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *ABCD* có bán kính là:

A. 3 **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 46: Trong mặt phẳng *Oxy* cho đường $(C_m): x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$. Với các giá trị nào của *m* sau đây thì (C_m) là một đường tròn?

A. $1<m<2$ **B.** $m<1$ hoặc $m>2$ **C.** $m=1$ **D.** $m=2$

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho bốn điểm $A(1;0;0); B(0;1;0); C(0;0;1); D(-2;1;-2)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều 4 điểm đó?

A. 2 mặt phẳng **B.** 7 mặt phẳng **C.** 1 mặt phẳng **D.** Vô số mặt phẳng

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai vecto $\vec{u}=(1;3-2), \vec{v}=(2m;m-1;m)$. Tìm *m* để $\left\|[\vec{u},\vec{v}]\right\|=3\sqrt{10}$.

A. $m=-2$ **B.** $m=2$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=1$

Câu 49: Đường thẳng đi qua $I(-1;2;3)$ cắt hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$ và $d': \frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+1}{-5}$ là:

A. $\begin{cases} x+2y-z+3=0 \\ 27x+7y+15z-32=0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y-2z+1=0 \\ 27x-7y+15z-32=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y-z+1=0 \\ 27x+7y+15z-32=0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x+3y-z+5=0 \\ 27x+7y-15z-32=0 \end{cases}$

Câu 50. Mặt cầu được tạo ra khi:

A. Xoay một hình tròn quanh một đường kính bất kì của hình tròn đó một góc 180^0.

B. Xoay nửa đường tròn quanh đường kính của nửa đường tròn đó một góc 180^0.

C. Xoay nửa hình tròn quanh đường kính của nửa đường tròn đó một góc 180^0.

D. Xoay một đường tròn quanh một đường kính bất kì của đường tròn đó một góc 180^0.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.C	02.B	03.B	04.D	05.B	06.B	07.B	08.C	09.C	10.D
11.B	12.A	13.B	14.D	15.C	16.C	17.B	18.D	19.A	20.C
21.C	22.B	23.D	24.B	25.A	26.A	27.C	28.C	29.A	30.C
31.C	32.A	33.B	34.A	35.C	36.B	37.D	38.D	39.A	40.A
41.C	42.A	43.C	44.B	45.B	46.B	47.B	48.C	49.C	50.D

Câu 1. Đáp án C

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$ xét trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Ta có $f'(x)=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}=\dfrac{(x-\tan x)\cos x}{x^2}$.

Xét hàm số $g(x)=x-\tan x$ trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Ta có $g'(x)=1-(1+\tan^2 x)=-\tan^2 x<0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Suy ra $g(x)<g(0)=0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Khi đó $f'(x)=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}=\dfrac{g(x).\cos x}{x^2}<0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Do đó, hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Từ đó, $0<a<b<\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow f(a)>f(b)\Leftrightarrow\dfrac{\sin a}{a}>\dfrac{\sin b}{b}$.

Câu 2. Đáp án B

Ta có $y'=4mx^3-2(m^2-1)x=2x(2mx^2-m^2+1);\ y'=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\2mx^2-m^2+1=0\ (1)\end{bmatrix}$

Với $m=0$, ta có $y'=0\Leftrightarrow x=0\Rightarrow$ Hàm số đạt cực trị tại $x=0\Rightarrow$ Đáp án A đúng

Từ đó suy ra ngay đáp án B sai, vì khi xét $m=0$ thì hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 3. Đáp án B

Ta có $y'=\left(\sqrt{x^2}\right)'=\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}\Rightarrow$ Hàm số không có đạo hàm tại $x=0$.

Ta loại ngay 2 đáp án C, D vì hàm số này không có đạo hàm tại $x=0$.

Tuy nhiên ta thấy hàm số vẫn đạt cực tiểu tại $x=0$. Nên đáp án B đúng.

Câu 4. Đáp án D

Ta có $y'=\dfrac{(4x+1)(2-x)+(2x^2+x-2)}{(2-x)^2}=\dfrac{-2x^2+8x}{(2-x)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-2;1]\\x=4\notin[-2;1]\end{array}\right.$

Tính $f(-2)=1; f(0)=-1; f(1)=1\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\max\limits_{[-2;1]}f(x)=1\\\min\limits_{[-2;1]}f(x)=-1\end{array}\right.$

Câu 5. Đáp án B

Ta có $\left\{\begin{array}{l}h'(x)=g'(x).f'(g(x))\\k'(x)=f'(x).g'(f(x))\end{array}\right.$

Lại có $f(1)=g(1)=3; f'(x)=2x+1; g'(x)=4x^3+2x$.

Vậy $\left\{\begin{array}{l}h'(1)=g'(1).f'(3)=42\\k'(1)=f'(1).g'(3)=342\end{array}\right.\Rightarrow h'(1)<k'(1)$.

Câu 6. Đáp án B

Ta có $y'=x^2-mx+2$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'=m^2-8\leq 0\Leftrightarrow|m|\leq 2\sqrt{2}$.

Câu 7. Đáp án B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{x-2}=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3}{x-2}=0\Rightarrow$ Tiêm cận ngang: $y=0$.

Lại có $\lim\limits_{x\to 2^+}y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3}{x-2}=+\infty; \lim\limits_{x\to 2^-}y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3}{x-2}=-\infty\Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x=2$.

Vậy đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 8. Đáp án C

Đặt $t=\tan x$. Xét hàm số $t(x)=\tan x$ trên $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$, ta có $t'(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}>0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$

Suy ra hàm số $t(x)$ đồng biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$. Suy ra $t(0)<t(x)<t\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow 0<t<1$.

Xét hàm số $y=f(t)=\dfrac{t-2}{t-m}$, ta có $y'=f'(t)=\dfrac{-m+2}{(t-m)^2}$

Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;1)$

$$\Leftrightarrow f'(t)>0,\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2>0\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\ m\le 0\\ m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 0\\ 1\le m<2\end{cases}$$

Câu 9. Đáp án C

Gọi x_0 là hoành độ của tiếp điểm, ta có hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm đó là:

$k=y'(x_0)=6x_0^2-12x_0+1=6(x_0^2-2x_0+1)-5=6(x_0-1)^2-5\ge -5$.

Dấu bằng xảy ra khi $x_0=1$. Vậy điểm cần tìm là $(1;-4)$.

Câu 10. Đáp án D

Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà đồ thị (C_m) luôn đi qua với mọi m

Khi đó, phương trình $y_0=\dfrac{2x_0^2+(6-m)x_0+2}{mx_0+2}$ có nghiệm với mọi m

$$\Leftrightarrow mx_0(y_0+1)=2x_0^2+6x_0+2-2y_0,\left(x\ne\frac{-2}{m}\right)$$ có nghiệm với mọi m

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x_0(y_0+1)=0\\ 2x_0^2+6x_0+2-2y_0=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=0;y_0=1\\ x_0=-1;y_0=-1\\ x_0=-2;y_0=-1\end{cases}$$

Vậy (C_m) luôn đi qua ba điểm cố định.

Câu 11. Đáp án B

Ta có $y=\dfrac{(x-2)(2x+1)}{(x-2)(x^2-m)}=\dfrac{2x+1}{x^2-m}$

Để hàm số có tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2-m=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow m\ge 0$.

Câu 12. Đáp án A

Điều kiện $x^2-1>0\Leftrightarrow|x|>1$

Phương trình $\log_3\left(x^2-1\right)=1\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm2$ (thỏa điều kiện)

Câu 13. Đáp án B

Phương trình $\Leftrightarrow\left(4^x\right)^2-24.4^x+128=0\Leftrightarrow\left(4^x-16\right)\left(4^x-8\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4^x=16\\4^x=8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 14. Đáp án D

Ta thấy $\begin{cases}x+\sqrt{1+x^2}>x+\sqrt{x^2}=x+|x|\geq0,\forall x\in\mathbb{R}\\1+x^2>0,\forall x\in\mathbb{R}\end{cases}\Rightarrow$ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$, nên C đúng.

Có $y'=\dfrac{1+\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x+\sqrt{1+x^2}}+\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}=\dfrac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}$, nên A đúng

Do $y'>0,\forall x\in\left(-1;+\infty\right)$ nên hàm số đồng biến trên $\left(-1;+\infty\right)$, nên B đúng

Vậy đáp án là D sai.

Câu 15. Đáp án C

Ta có $\log_2 3=\dfrac{\log_5 3}{\log_5 2}=\dfrac{\log_2 5}{\log_3 5}=\dfrac{a}{b}$.

$$\Rightarrow\log_6 1080=\frac{\log_2 1080}{\log_2 6}=\frac{\log_2\left(2^3.3^3.5\right)}{\log_2 6}=\frac{3+3\log_2 3+\log_2 5}{1+\log_2 3}=\frac{3+\dfrac{3a}{b}+a}{1+\dfrac{a}{b}}=\frac{3b+3a+ab}{a+b}.$$

Câu 16. Đáp án C

Giả sử số lượng dầu của nước A là 100 đơn vị.

Số dầu sử dụng không đổi mà 100 năm mới hết thì suy ra số dầu nước A dùng 1 năm là 1 đơn vị.

Gọi n là số năm tiêu thụ hết sau khi thực tế mỗi năm tăng 4%, ta có:

$$\frac{1.(1+0,04).\left[(1+0,04)^n-1\right]}{0,04}=100\Rightarrow n=\log_{1,04}(4,846)=40,23.$$

Vậy sau 41 năm thì số dầu sẽ hết.

Câu 17. Đáp án B

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \frac{10-x}{x^2-3x+2}>0\Leftrightarrow \frac{x-10}{(x-1)(x-2)}<0$.

Đặt $f(x)=\frac{x-10}{(x-1)(x-2)}$, sử dụng bảng hoặc trục số để xét dấu $f(x)$ khi đi qua các điểm $x=1, x=2, x=10$ ta được: $f(x)<0\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x<1 \\ 2<x<10 \end{bmatrix}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;1)\cup(2;10)$.

Câu 18. Đáp án D

Ta có $y'=\frac{\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)\ln 2017}=\frac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2017}$.

Chú ý: Ta có $\left(\log_a u\right)'=\frac{u'}{u.\ln a}$.

Câu 19. Đáp án A

Ta có $a-b=\frac{a.2^b-b.2^a}{2^a+2^b}\Leftrightarrow (a-b)\left(2^a+2^b\right)=a.2^b-b.2^a$

$\Leftrightarrow a.2^a-b.2^b=0\Leftrightarrow a.2^a=b.2^b\Leftrightarrow a=b,(a,b>0)$. Do đó $2017^a-2017^b=0$.

Câu 20. Đáp án C

Mệnh đề A: Ta thấy trong khoảng $(0;1)$ cả hai hàm số $y=a^x$ và $y=\log_a x$ đều nghịch biến. Do vậy phương án A đúng.

Mệnh đề B: Đây là một ví dụ trong sách giáo khoa Giải tích 12 cơ bản trang 76–77. Từ đó đã có nhận xét. Vì thế đây là mệnh đề đúng.

Mệnh đề C: Với $a>0;a\neq 1$ thì tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là $T_1=\mathbb{R}$. Còn hàm số $y=a^x$ thì tập giá trị là $T_2=(0;+\infty)$. Vậy đây là mệnh đề sai.

Ta không cần phải xét đến mệnh đề D nữa.

Câu 21. Đáp án C

Ta có $f(x)>9\Leftrightarrow 3^{x^2}.4^x>9$

Logarit 2 vế với cơ số 3 ta được $\log_3\left(3^{x^2}.4^x\right)>\log_3 9=2\Leftrightarrow x^2+2x\log_3 2>2$. **A đúng**

Logarit 2 vế với cơ số 2 ta được $\log_2\left(3^{x^2}.4^x\right)>\log_2 9=2\log_2 3\Leftrightarrow x^2\log_2 3+2x>2\log_2 3$.

B đúng.

Logarit 2 vế với cơ số 10 ta được $\log\left(3^{x^2}.4^x\right)>\log 9\Leftrightarrow x^2\log 3+x\log 4>\log 9$. **C sai.**

Do vậy, ta không cần xét đến mệnh đề D nữa.

Câu 22. Đáp án B

Ta có $\int f(x)dx=2\int x^3dx=2.\frac{x^4}{4}+C=\frac{x^4}{2}+C$.

Câu 23. Đáp án D

Ta có $I=\int\limits_1^e x\ln xdx+\int\limits_1^e\frac{1}{x}\ln xdx=I_1+I_2$

* Tính $I_1=\int\limits_1^e x\ln xdx$. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$

$\Rightarrow I_1=\frac{1}{2}x^2\ln x\Big|_1^e-\frac{1}{2}\int\limits_1^e xdx=\frac{1}{2}x^2\ln x\Big|_1^e-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^e=\frac{1}{2}e^2-\left(\frac{e^2}{4}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}e^2+\frac{1}{4}$

* Tính $I_2=\int\limits_1^e\frac{1}{x}\ln xdx=\int\limits_1^e\ln xd(\ln x)=\frac{1}{2}\ln^2 x\Big|_1^e=\frac{1}{2}$.

Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{e^2+3}{4}$.

Câu 24. Đáp án B

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = (2x-1)dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x}dx \\ v = x^2 - x \end{cases}$

$\Rightarrow I = (x^2 - x)\ln x\Big|_1^a - \int_1^a (x-1)dx = (a^2-a)\ln a - \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Big|_1^a = (a^2-a)\ln a - \left(\frac{a^2}{2} - a + \frac{1}{2}\right)$

Từ giả thiết, suy ra $\begin{cases} a^2 - a = 2 \\ \frac{a^2}{2} - a + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \\ a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2$.

Câu 25. Đáp án A

Chọn chiều dương từ mặt đất hướng lên trên, mốc thời gian $t = 0$ bắt đầu từ khi vật chuyển động.

Vận tốc của viên đạn theo thời gian t là $v(t) = v_0 - gt = 24,5 - 9,8t\,(m/s)$.

Khi vật ở vị trí cao nhất, tức là vận tốc bằng 0, hay $v(t) = 24,5 - 9,8t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}(s)$.

Quãng đường mà viên đạn đó đi được từ mặt đất đến vị trí cao nhất là:

$$S(t) = \int_0^{\frac{5}{2}} v(t)dt = \int_0^{\frac{5}{2}} (24,5 - 9,8t)dt = (24,5t - 4,9t^2)\Big|_0^{\frac{5}{2}} = \frac{245}{8}(m).$$

Vậy quãng đường mà viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho tới khi rơi xuống đất là $2.\frac{245}{8} = 61,25(m)$.

Câu 26. Đáp án A

Ta có $I = \int_4^5 \frac{x^3+2}{x^4 - 5x^2 + 4}dx = \int_4^5 \frac{x^3+2}{(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)}dx$

$$= -\frac{1}{2}\int_4^5 \frac{dx}{x-1} + \frac{5}{6}\int_4^5 \frac{dx}{x-2} + \frac{1}{6}\int_4^5 \frac{dx}{x+1} + \frac{1}{2}\int_4^5 \frac{dx}{x+2}$$

$$=\left(-\frac{1}{2}\ln|x-1|+\frac{5}{6}\ln|x-2|+\frac{1}{6}\ln|x+1|+\frac{1}{2}\ln|x+2|\right)\Bigg|_4^5$$

$$=\left(-\frac{1}{2}\ln 4+\frac{5}{6}\ln 3+\frac{1}{6}\ln 6+\frac{1}{2}\ln 7\right)-\left(-\frac{1}{2}\ln 3+\frac{5}{6}\ln 2+\frac{1}{6}\ln 5+\frac{1}{2}\ln 6\right)$$

$$=-\frac{11}{6}\ln 2+\frac{4}{3}\ln 3-\frac{1}{6}\ln 5-\frac{1}{3}\ln 6+\frac{1}{2}\ln 7.$$

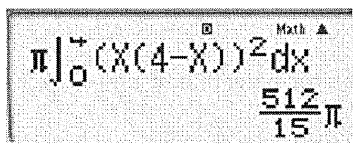
Suy ra $a=-\frac{11}{6};b=\frac{4}{3};c=-\frac{1}{6};d=-\frac{1}{3};e=\frac{1}{2}\Rightarrow 6a+3b+6c+3d+2e=-8$.

Câu 27. Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm $x(4-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Thể tích cần tính là $V=\pi\int_0^4 y^2dx=\pi\int_0^4 x^2(4-x)^2dx$.

Sử dụng CASIO, nhập biểu thức vào máy tính như sau:



Ta được đáp án là $V=\frac{512\pi}{15}$ (đvtt)

Câu 28. Đáp án C

Hoành độ giao điểm của $(C):y=\frac{x^2+x-2}{x+3}$ và đường $y=0:\frac{x^2+x-2}{x+3}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S=\int_{-2}^{2}\left|\frac{x^2+x-2}{x+3}\right|dx=\left|\int_{-2}^{1}\left(x-2+\frac{4}{x+3}\right)dx\right|+\left|\int_{1}^{2}\left(x-2+\frac{4}{x+3}\right)dx\right|$$

$$=\left|\left(\frac{x^2}{2}-2x+4\ln|x+3|\right)\Bigg|_{-2}^{1}\right|+\left|\left(\frac{x^2}{2}-2x+4\ln|x+3|\right)\Bigg|_{1}^{2}\right|=7+4\ln\frac{5}{16}\text{ (đvdt)}$$

Câu 29. Đáp án A

Ta có $(4-7i)+(-5i+7)=11-12i$.

Câu 30. Đáp án C

Ta có $(1+3i)z-3+2i=2+7i \Leftrightarrow (1+3i)(a+bi)=5+5i$

$\Leftrightarrow a+bi+3ai-3b=5+5i \Leftrightarrow (a-3b-5)+(3a+b-5)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-3b-5=0 \\ 3a+b-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$

Vậy $a+b=1$.

Câu 31. Đáp án C

Từ giả thiết, suy ra $z_1=2-i$ và $z_2=3+2i$.

Ta có $z_1^2+z_2=(2-i)^2+3+2i=4-4i-1+3+2i=6-2i$

Vậy $|z_1^2+z_2|=\sqrt{6^2+(-2)^2}=2\sqrt{10}$.

Câu 32. Đáp án A

Gọi $z=x+y\text{i},(x,y\in\mathbb{R})$.

Từ giả thiết: $|zi-(2+i)|=2 \Leftrightarrow |(-y-2)+(x-1)i|=2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=4$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(2;-2)$ và bán kính $R=2$.

Câu 33. Đáp án B

Giả sử $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$. Từ giả thiết, ta có $|z|=1 \Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}=1 \Leftrightarrow a^2+b^2=1$.

Suy ra $\dfrac{z^2-1}{z}=\dfrac{(a+bi)^2-1}{a+bi}=\dfrac{(a^2-b^2-1)+2abi}{a+bi}=\dfrac{\left[(a^2-b^2-1)+2abi\right](a-bi)}{(a+bi)(a-bi)}$

$=\dfrac{a(a^2-b^2-1)+2ab^2+\left[2a^2b-b(a^2-b^2-1)\right]i}{a^2+b^2}=\dfrac{a(a^2+b^2-1)+b(a^2+b^2+1)i}{a^2+b^2}$

$=2bi,(do\ a^2+b^2=1)$, đây là một số thuần ảo.

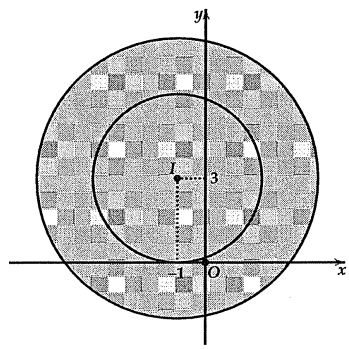
Câu 34. Đáp án A

Đặt $z=x+yi,\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.

Suy ra $\left|z-3i+1\right|=\left|x+yi-3i+1\right|=\left|\left(x+1\right)+\left(y-3\right)i\right|=\sqrt{\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2}$.

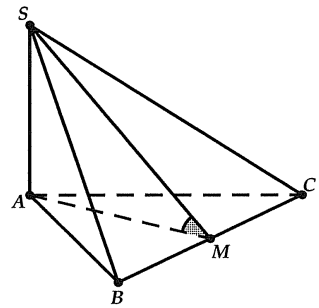
Từ giả thiết đề bài, tương đương với $3\le\sqrt{\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2}\le 5\Leftrightarrow 9\le\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2\le 25$.

Khi đó, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là miền nằm trong đường tròn tâm $I\left(-1;3\right)$, bán kính $R=5$; đồng thời nằm ngoài đường tròn tâm $I\left(-1;3\right)$, bán kính $r=3$ (hình vành khăn).



Vậy diện tích của hình phẳng đó là: $S=\pi R^2-\pi r^2=\pi.5^2-\pi.3^2=16\pi$ (đvdt).

Câu 35. Đáp án C



Gọi M là trung điểm của $BC\Rightarrow AM\perp BC$, mà $SA\perp\left(ABC\right)\Rightarrow BC\perp SA$. Suy ra $BC\perp\left(SAM\right)$.

Khi đó $\left(\widehat{\left(SBC\right),\left(ABC\right)}\right)=\left(\widehat{AM,SM}\right)=\widehat{SMA}=30^0$.

Xét tam giác SAM có vuông tại A có: $SA = AM.\tan 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}AM.BC = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ (đvtt).

Câu 36. Đáp án B

Đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{h^2 + a^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + a^2} = 2a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 2\pi a^2$ (đvdt)

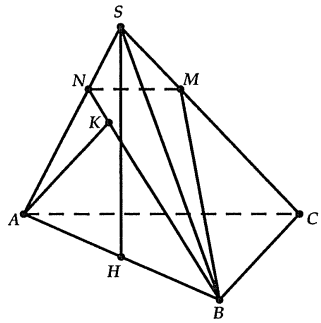
Câu 37. Đáp án D

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.3.4 = 24\pi\left(cm^2\right)$

Diện tích đáy của hình trụ là: $S_{đáy} = \pi r^2 = \pi.3^2 = 9\pi\left(cm^2\right)$

Vậy diện tích toàn phần là: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 24\pi + 2.9\pi = 42\pi\left(cm^2\right)$

Câu 38. Đáp án D



Trong mặt phẳng (SAC), ta kẻ $MN \parallel AC, (N \in SA)$, suy ra $AC \parallel (BMN)$.

Gọi H là trung điểm AB, suy ra $SH \perp AB$. Mà $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp AB \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp (SAB)$, do $MN \parallel AC$.

Suy $(BMN) \perp (SAB)$ và $(BMN) \cap (SAB) = BN$.

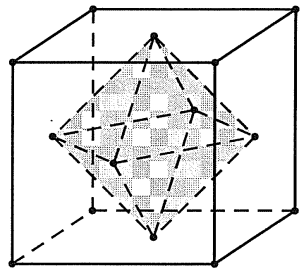
Ta có: $AC \| (BMN) \Rightarrow d(AC;BM) = d(AC;(BMN)) = d(A;(BMN)) = AK$, với K là hình chiếu của A trên BN

Có $\frac{NA}{SA} = \frac{MC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{\Delta ABN} = \frac{2}{3} S_{\Delta SAB} = \frac{2}{3}.\frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$AN = \frac{2}{3}SA = 2; BN = \sqrt{AN^2 + AB^2 - 2AN.AB.\cos 60^0} = \sqrt{7} \Rightarrow AK = \frac{2S_{ABN}}{BN} = \frac{2.\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$

Vậy $d(AC,BM) = \frac{3\sqrt{21}}{7}$ (đvđd)

Câu 39. Đáp án A



Ta tính được cạnh của hình bát diện đều bằng $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Thể tích hình bát diện đều có cạnh $\frac{a}{\sqrt{2}}$ là $V = \frac{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3 \sqrt{2}}{3} = \frac{a^3}{6}$.

Chú ý: Ta có công thức tính thể tích của hình bát diện đều cạnh x là $V = \frac{x^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 40. Đáp án A

Câu 41. Đáp án C

Gọi $x,y,z(x,y,z>0)$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của hồ nước, đơn vị: mét.

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} x=2y \\ V=xyz=\dfrac{500}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y \\ z=\dfrac{250}{3y^2} \end{cases} (x,y,z>0)$.

Diện tích xây dựng hồ nước là $S=xy+2xz+2yz=2y^2+\dfrac{500}{y}\left(m^2\right)$

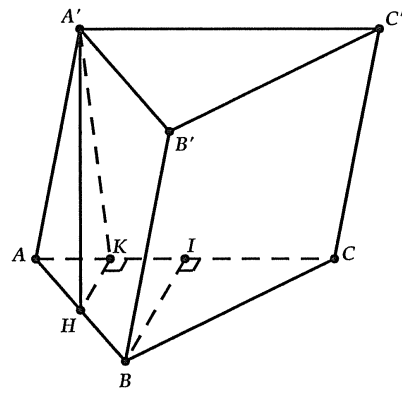
Chi phí thuê nhân công thấp nhất khi diện tích xây dựng hồ nước nhỏ nhất,

hay $S=2y^2+\dfrac{500}{y}=2y^2+\dfrac{250}{y}+\dfrac{250}{y} \overset{Cauchy}{\geq} 3\sqrt[3]{2y^2.\dfrac{250}{y}.\dfrac{250}{y}}=150$.

$\Rightarrow \min S=150$ đạt được khi $2y^2=\dfrac{250}{y} \Leftrightarrow y=5$.

Suy ra các kích thước của hồ là $x=10m; y=5m; z=\dfrac{10}{3}m$.

Câu 42. Đáp án A



Gọi I là trung điểm của AC, suy ra $BI \perp AC$ và $BI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

Trong mặt phẳng (ABC), ta kẻ $HK \parallel BI, (K \in AC)$, mà $BI \perp AC \Rightarrow AC \perp HK$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp A'H \\ AC \perp HK \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'HK) \Rightarrow (AA'C'C) \perp (A'HK)$ và $(AA'C'C) \cap (A'HK) = A'K$.

Suy ra $\left(\widehat{(AA'C'C),(ABC)}\right)=\left(\widehat{HK,A'K}\right)=\widehat{A'KH}=45^0\Rightarrow A'H=HK=\frac{1}{2}BI=\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Vậy thể tích cần tính là $V=A'H.S_{\Delta ABC}=\frac{a\sqrt{3}}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^3}{16}$ (đvtt)

Câu 43. Đáp án C

Do $(\alpha)\parallel(\beta)$ nên (α) có phương trình dạng $4x-2y+z+m=0$.

Lại có (α) đi qua điểm $A(1;5;7)$ nên $4.1-2.5+7+m=0\Leftrightarrow m=-1$.

Vậy $(\alpha):4x-2y+z-1=0$.

Câu 44. Đáp án B

Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ lần lượt có VTPT là $\overrightarrow{u_1}=(3;-2;2)$ và $\overrightarrow{u_2}=(5;-4;3)$

Khi đó $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(2;1;-2)$. Mặt phẳng (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(3;-1;-5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ nên có VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(2;1;-2)$.

Vậy phương trình $(\alpha):2(x-3)+(y+1)-2(z+5)=0\Leftrightarrow 2x+y-2z-15=0$.

Câu 45. Đáp án B

Giả sử $(S):x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ là phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Từ $A,B,C,D\in(S)$, suy ra $\begin{cases}4+4a+d=0\\4+4b+d=0\\4+4c+d=0\\12+4a+4b+4c+d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-1\\c=-1\\d=0\end{cases}$

Suy ra phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$, có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính là $R=\sqrt{3}$.

Câu 46. Đáp án B

Ta có $a=m+2;b=-2m;c=0;d=19m-6$

Để (C_m) là đường tròn $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-d>0 \Leftrightarrow (m+2)^2+4m^2-19m+6>0$

$$\Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m<1 \\ m>2 \end{bmatrix}$$

Câu 47. Đáp án B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;0), \overrightarrow{AC}=(-1;0;1), \overrightarrow{AD}=(-3;1;-2) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;1)$

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=-4\neq 0 \Rightarrow$ Bốn điểm *A,B,C,D* không đồng phẳng. Khi đó mặt phẳng cách đều *A,B,C,D* có 2 loại:

* Loại 1: có 1 điểm nằm khác phía 3 điểm còn lại (đi qua các trung điểm của 3 cạnh chung đỉnh) có 4 mặt.

* Loại 2: Có 2 điểm nằm khác phía với 2 điểm còn lại (đi qua trung điểm của 4 cạnh thuộc 2 cặp cạnh chéo nhau) có 3 mặt.

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng thỏa mãn.

Câu 48. Đáp án C

Ta có $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(5m-2;-5m;-5m-1) \Rightarrow \left|\left[\vec{u};\vec{v}\right]\right|=\sqrt{(5m-2)^2+25m^2+(-5m-1)^2}=3\sqrt{10}$

$$\Leftrightarrow 75m^2-10m-85=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=-1 \\ m=\dfrac{17}{15} \end{bmatrix}$$

Câu 49. Đáp án C

Đường thẳng *d* đi qua $M(1;-1;0)$, có VTCP $\vec{a}=(3;1;1)$; đường thẳng *d'* đi qua $N(2;-1;-1)$, có VTCP $\vec{b}=(2;3;-5)$.

Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa *d* và đi qua *I*

Ta có $\overrightarrow{MI}=(-2;3;3) \Rightarrow \left[\vec{a},\overrightarrow{MI}\right]=(0;-11;11) \Rightarrow \vec{n}=(0;1;-1)$ là VTPT của (α)

Mặt phẳng (α) đi qua *I* và có VTPT là $\vec{n}=(0;1;-1)$ nên (α) có phương trình: $y-z+1=0$.

Viết phương mặt phẳng (β) chứa *d'* và đi qua *I*

Ta có $\overrightarrow{NI}=(-3;3;4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{NI},\vec{b}\right]=(-27;-7;-15)\Rightarrow\overrightarrow{n'}=(27;7;15)$ là VTPT của (β).

Mặt phẳng (β) đi qua *I* và có VTPT là $\overrightarrow{n'}=(27;7;15)$ nên (β) có phương trình:

$27(x+1)+7(y-2)+15(z-3)=0\Leftrightarrow 27x+7y+15z-32=0$.

Đường thẳng (Δ) qua *I* cắt cả *d, d'* chính là giao tuyến của 2 mặt phẳng (α) và (β) nên có phương trình: $\begin{cases}y-z+1=0\\27x+7y+15-32=0\end{cases}$

Câu 50. Đáp án D

Chú ý: *Ta cần phân biệt mặt cầu và khối cầu, phân biệt nửa đường tròn và đường tròn.*

ĐỀ SỐ 03

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1024$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Đồ thị hàm số qua $A(0;-1024)$.

B. Hàm số có 1 cực tiểu.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

D. Đồ thị có 2 điểm có hoành độ thỏa mãn $y'' = 0$.

Câu 2: Các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{mx+25}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ là:

A. $-5 \le m \le 5$ **B.** $-5 < m \le -1$ **C.** $-5 < m < 5$ **D.** $m \ge -1$

Câu 3: Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x) = \dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{m-\cos x}{\sin^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \le \dfrac{5}{4}$ **B.** $m \ge 1$ **C.** $m \le 2$ **D.** $m \le 0$

Câu 5: Giá trị m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3(m^2-1)x$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ là:

A. $m = -1$ **B.** $m = \pm 1$ **C.** $m \ne \pm 1$ **D.** $m = 1$

Câu 6: Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = |x| + 3$ trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. 0 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 7

Câu 7: Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-x) = -f(x)$ thì $f(x)$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số chẵn là hàm số có đồ thị hàm số đối xứng qua trục tung.

C. Nếu hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ có 2 đường tiệm cận là $x=m, y=n$ thì đồ thị hàm số đó có tâm đối xứng là $I(n;m)$.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ thì chắc chắn hàm $f(x)$ đạt cực trị tại $x=x_0$.

Câu 8: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo mẫu. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(cm)$, chiều cao $h(cm)$ và có thể tích là $V(cm^3)$. Tìm x sao cho diện tích $S(x)$ của mảnh các tông là nhỏ nhất.

A. $x=\sqrt[3]{2V}$ **B.** $x=\sqrt[3]{V}$ **C.** $x=2\sqrt[3]{2V}$ **D.** $x=2\sqrt[3]{V}$

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 10: Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m^4+2m$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A. $m=1$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=-\sqrt[3]{3}$ **D.** $m=\sqrt[3]{3}$

Câu 11: Tính đạo hàm cấp hai của hàm số sau $y=(1-2x)^4$ tại điểm $x=2$?

A. 81 **B.** 432 **C.** 108 **D.** –216

Câu 12: Biểu thức $Q=\sqrt{x}.\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x^5}$ với $x>0$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là:

A. $Q=x^{\frac{2}{3}}$ **B.** $Q=x^{\frac{5}{3}}$ **C.** $Q=x^{\frac{5}{2}}$ **D.** $Q=x^{\frac{7}{3}}$

Câu 13: Giải phương trình $\log_2 x+\log_2(x+3)=\log_2 4$.

A. $x=1$ **B.** $x=-4$ **C.** $x=1;x=-4$ **D.** $x=0$

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2-x+1)<0$ là:

A. $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$

C. $(-\infty;0)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ D. $(-\infty;-1)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$

Câu 15: Trong các khẳng định sau:

1. $\log(ab)=\log a+\log b$ với $ab>0$.
2. $\log_2\left(x^2+1\right)\geq 1+\log_2|x|;\forall x\in\mathbb{R}$.
3. 2^{1000} có 301 chữ số trong hệ thập phân.
4. $\log_{2a}(2b)=\log_a b;\forall a>1>b>0$.
5. $x^{\ln y}=y^{\ln x};\forall x>y>2$.

Số khẳng định **sai** là:

A. 3 **B.** 2 **C.** 5 **D.** 4

Câu 16: Giải bất phương trình $5^{\log_3\left(\frac{x-2}{x}\right)}<1$, ta được tập nghiệm là:

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$

Câu 17: Cho $\log_2 3=a;\log_5 4=b;\log_3 7=c$.Tính $\log_9 175$ theo a,b,c?

A. $\frac{2}{ab}+\frac{c}{2}$ **B.** $\frac{a+b+c}{2}$ **C.** $\frac{2}{a+b}+\frac{c}{2}$ **D.** $\frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c}$

Câu 18: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[5]{\ln 7x}$ bằng:

A. $\frac{1}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$ **B.** $\frac{7}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$ **C.** $\frac{1}{5\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$ **D.** $\frac{1}{35x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$

Câu 19: Tìm tập xác định của hàm số $y=\ln|x-2|+\log(x-5)^2+\log\frac{1}{x-1}$.

A. $D=(1;+\infty)$ **B.** $D=[1;+\infty)$

C. $D=[1;+\infty)/\{2;5\}$ **D.** $D=(1;+\infty)/\{2;5\}$

Câu 20: Phương trình $\log_3\left(x^2+x+1\right)=x(2-x)+\log_3 x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1 nghiệm **B.** 2 nghiệm **C.** 3 nghiệm **D.** Vô nghiệm

Câu 21: Cường độ một trận động đất M (Richter) được cho bởi công thức $M=\log A-\log A_0$, với A là biên độ dung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

A. 8,9 **B.** 33,2 **C.** 2,075 **D.** 11

Câu 22: Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x)=\frac{1}{3}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3$ **B.** $F(x)=\frac{1}{3}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2$

C. $F(x)=\frac{x^2}{2}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2$ **D.** $F(x)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2$

Câu 23: Tính tích phân $\int_0^1 (x-1)^3\sqrt{2x-x^2}dx$.

A. $-\frac{2}{5}$ **B.** $-\frac{2}{15}$ **C.** $-\frac{7}{50}$ **D.** $-\frac{2}{30}$

Câu 24: Cho hình phẳng D được giới hạn bởi $y=\tan x; x=0; x=\frac{\pi}{3}; y=0$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi D, V là thể tích vật tròn xoay khi quay D quanh Ox. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $S=\ln 2, V=\pi\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)$ **B.** $S=\ln 2, V=\pi\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$

C. $S=\ln 3, V=\pi\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)$ **D.** $S=\ln 3, V=\pi\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$

Câu 25: Cho $A=\int_0^{\ln m}\frac{e^x}{e^x-2}dx=\ln 2$. Khi đó giá trị của m là:

A. $m=0; m=4$ **B.** $m=2$ **C.** $m=4$ **D.** $m=0$

Câu 26: Giá trị m để hàm số $F(x)=mx^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+10x-4$ là:

A. $m=3$ **B.** $m=0$ **C.** $m=1$ **D.** $m=2$

Câu 27: Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C, hàm số $G(x)=F(x)+C$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K.

B. Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K.

C. Với mỗi hàm số $f(x)$ xác định trên K, hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số

$f(x)$ trên K khi $f'(x)=F(x)$.

D. Nếu $\int f(u)du=F(u)+C$ và $u=u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì ta có $\int f(u(x)).u'(x)dx=F(u(x))+C$.

Câu 28: Một dòng điện xoay chiều $i=I_0\sin\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right)$ chạy qua một mạch điện có điện trở thuần R. Hãy tính nhiệt lượng Q tỏa ra trên đoạn mạch đó trong thời gian một chu kì T.

A. $\frac{RI_0^2}{2}T$ **B.** $\frac{RI_0^2}{3}T$ **C.** $\frac{RI_0^2}{4}T$ **D.** $\frac{RI_0^2}{5}T$

Câu 29: Tính i^{2009}

A. -1 **B.** 1 **C.** $-i$ **D.** i

Câu 30: Tìm $|z|$ biết rằng z có phần thực bằng hai lần phần ảo và điểm biểu diễn của z nằm trên đường thẳng $d:2x+y-10=0$.

A. $|z|=2\sqrt{5}$ **B.** $|z|=\sqrt{5}$ **C.** $|z|=2\sqrt{3}$ **D.** $|z|=\sqrt{3}$

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$.

A. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(2;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

B. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

C. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

D. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 32: Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+3=0$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w=(5-2i)(z_1+z_2)$?

A. $\overline{w}=10+4i$ **B.** $\overline{w}=-10-4i$ **C.** $\overline{w}=10-4i$ **D.** $\overline{w}=-10+4i$

Câu 33: Cho số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+2i.\overline{z}=3+3i$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^{2016}+b^{2017}$.

A. 0 **B.** 2 **C.** $\frac{3^{4032}-3^{2017}}{5^{2017}}$ **D.** $\frac{3^{2017}-3^{4032}}{5^{2017}}$

Câu 34: Số phức z có mô-đun bằng $\sqrt{17}$ và phần thực lớn hơn phần ảo 5 đơn vị. Biết z có phần thực nhỏ hơn 2. Khi đó mô-đun có số phức $w=2+z$ có giá trị là:

A. 5 **B.** $\sqrt{7}$ **C.** 4 **D.** $\sqrt{15}$

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau. Biết $AB=6a$, $AC=7a, AD=4a$. Gọi P,N lần lượt là các điểm thuộc đoạn thẳng DB,DC sao cho $2DP=PB$, $2DN=NC$. Tính theo a thể tích V của tứ diện $DAPN$.

A. $V=\frac{7}{2}a^3$ **B.** $V=\frac{28}{9}a^3$ **C.** $V=\frac{28}{3}a^3$ **D.** $V=7a^3$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABD. Mặt bên (SAB) tạo với đáy một góc 60^0. Tính theo a khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD)?

A. $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **C.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **D.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 37: Số cạnh của hình mười hai mặt đều là:

A. 12 **B.** 16 **C.** 20 **D.** 30

Câu 38: Cho ba điểm A, B, C cùng thuộc một mặt cầu và biết rằng $\widehat{ACB}=90^0$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**?

A. AB là một đường kính của mặt cầu đã cho.

B. Luôn luôn có một đường tròn thuộc mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC.

C. ABC là một tam giác vuông cân tại C.

D. AB là đường kính của một đường tròn lớn trên mặt cầu đã cho.

Câu 39: Thể tích hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a bằng:

A. $\frac{\pi a^3}{9}$ **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{18}$ **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{18}$ **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{27}$

Câu 40: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại C có đường cao kẻ từ C là $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $CA=a$. Khi đó đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục CA là:

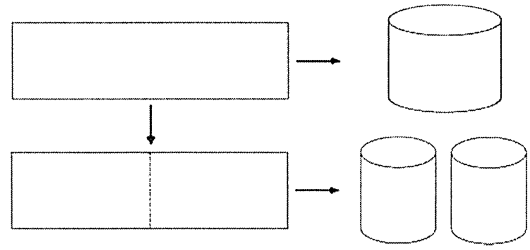
A. $l=a$ **B.** $l=\sqrt{2}a$ **C.** $l=\sqrt{3}a$ **D.** $l=2a$

Câu 41: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50cm\times 240cm$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50cm$, theo hai cách sau (hình minh họa dưới) :

– Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

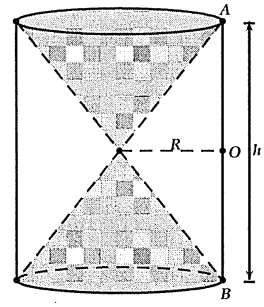
– Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2}=1$ **C.** $\frac{V_1}{V_2}=2$ **D.** $\frac{V_1}{V_2}=4$

Câu 42: Hình dưới cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo, biết $OA=OB$. Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón V_n và thể tích của hình trụ V_t bằng:



A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{2}{5}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$

Khi đó (S) có:

A. tâm $I(-2;4;-6)$ và bán kính $R=\sqrt{58}$ **B.** tâm $I(2;-4;6)$ và bán kính $R=\sqrt{58}$

C. tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R=4$ **D.** tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=4$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):x+y-z+m=0$. Khi đó điều kiện của m là:

A. $m\neq 0$ **B.** $\forall m\in\mathbb{R}$ **C.** $m=0$ **D.** không tồn tại m

Câu 45: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0),B(-2;3;2)$. Phương trình mặt cầu đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là:

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$ **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=5$ **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=16$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là:

A. $x+2y+z=0$ **B.** $x-2y+z=0$ **C.** $x+2y+z-4=0$ **D.** $x-2y+z+4=0$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vecto $\vec{a}=(1;-2;4)$ và $\vec{b}=(x_0;y_0;z_0)$ cùng phương với vecto $\vec{a}$. Biết vecto $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc nhọn và $|\vec{b}|=\sqrt{21}$. Khi đó tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng bao nhiêu?

A. $x_0+y_0+z_0=3$ **B.** $x_0+y_0+z_0=-3$ **C.** $x_0+y_0+z_0=6$ **D.** $x_0+y_0+z_0=-6$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2:\frac{x+2}{-4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-1}$. Đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $M(3;1;-4)$ **B.** $N(1;-1;-4)$ **C.** $P(2;0;1)$ **D.** $Q(0;-2;-5)$

Câu 49: Tìm m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+2(m+1)y-2(2m-3)z+1-4m=0$ là phương trình một mặt cầu?

A. $m<-1, m>2$ **B.** $\forall m \in \mathbb{R}$ **C.** $0<m<1$ **D.** $m \neq 5$

Câu 50: Cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ qua A cắt d và song song với mặt phẳng (P) có phương trình:

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.C	02.B	03.B	04.A	05.B	06.D	07.B	08.A	09.C	10.D
11.B	12.B	13.A	14.C	15.A	16.A	17.A	18.A	19.D	20.A
21.A	22.A	23.B	24.B	25.C	26.C	27.C	28.A	29.D	30.A
31.D	32.B	33.B	34.A	35.B	36.B	37.D	38.B	39.D	40.D
41.C	42.D	43.D	44.A	45.A	46.A	47.B	48.A	49.B	50.B

Câu 1. Đáp án C

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$.

Câu 2. Đáp án B

Ta có $y'=\dfrac{m^2-25}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1) \Leftrightarrow y'<0, \forall x\in(-\infty;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-25<0 \\ 1\le -m \end{cases} \Leftrightarrow -5<m\le -1$.

Câu 3. Đáp án B

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\frac{3}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=-2; \lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\frac{3}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=2$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

Câu 4. Đáp án A

Ta có $y=f(x)=\dfrac{m-\cos x}{\sin^2 x}=\dfrac{m-\cos x}{1-\cos^2 x}$

Đặt $t=\cos x \Rightarrow t\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$, xét hàm $g(t)=\dfrac{m-t}{1-t^2}$ trên $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $g'(t)=\dfrac{-t^2+2mt-1}{(1-t^2)^2}$.

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$ Hàm số $g(t)$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{1}{2}\right)$

$\Leftrightarrow g'(t) \le 0, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow m \le \frac{t^2+1}{2t}, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$

Xét hàm $h(t) = \frac{t^2+1}{2t}$ trên $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. Ta có $h'(t) = \frac{t^2-1}{2t^2} < 0, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Lập bảng BBT của hàm số $h(t)$ trên $\left(0;\frac{1}{2}\right)$, ta có $m \le \frac{5}{4}$ thỏa YCBT.

Câu 5. Đáp án B

Ta có $\begin{cases} y' = 3x^2 - 6x + 3(m^2-1) \\ y'' = 6x - 6 \end{cases}$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.2^2 - 6.2 + 3(m^2-1) = 0 \\ 6.2 - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Câu 6. Đáp án D

Ta có $f(x) = |x| + 3 = \begin{cases} x+3 & \text{khi } x > 0 \\ -x+3 & \text{khi } x < 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x > 0 \\ -1 & \text{khi } x < 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$, hay $x = 0$ là điểm tới hạn của hàm số.

Ta có $f(-1) = 4, f(1) = 4, f(0) = 3$. Suy ra $\begin{cases} \min\limits_{x \in [-1;1]} f(x) = f(0) = 3 \\ \max\limits_{x \in [-1;1]} f(x) = f(-1) = f(1) = 4 \end{cases}$

Câu 7. Đáp án B

A sai, vì $f(x)$ phải là hàm số lẻ.

C sai, vì tâm đối xứng phải là $I(m;n)$

D sai, vì vẫn tồn tại trường hợp $f'(x) = 0$ nhưng $x = x_0$ lại không phải là điểm cực trị.

Câu 8. Đáp án A

Diện tích mảnh các tông là $S(x) = x^2 + 4hx\,(cm^2)$, mà $V = hx^2 \Rightarrow h = \frac{V}{x^2}(cm)$.

Suy ra $S(x) = x^2 + 4.\frac{V}{x^2}.x = x^2 + \frac{4V}{x} = x^2 + \frac{2V}{x} + \frac{2V}{x} \overset{Cauchy}{\ge} 3\sqrt[3]{4V^2}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x^2=\dfrac{2V}{x}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{2V}$

Vậy $S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=\sqrt[3]{2V}$.

Câu 9. Đáp án C

Câu 10. Đáp án D

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right);y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$

Với $m>0$ thì hàm số có 3 cực trị: $A\left(0;m^4+2m\right);B\left(\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right);C\left(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$.

Vì $AB=AC$ nên để tam giác ABC đều thì $AB=BC\Leftrightarrow AB^2=BC^2$

Suy ra $m+m^4=4m\Leftrightarrow m\left(m^3-3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0(L)\\m=\sqrt[3]{3}(tm)\end{array}\right.$

Câu 11. Đáp án B

Ta có $y'=4.\left(1-2x\right)^3\left(1-2x\right)'=-8\left(1-2x\right)^3\Rightarrow y''=-8.3\left(1-2x\right)^2.\left(1-2x\right)'=48\left(1-2x\right)^2$

Suy ra $y''(2)=48\left(1-2.2\right)^2=432$.

Câu 12. Đáp án B.

Ta có $Q=x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{5}{6}}=x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}}=x^{\frac{5}{3}}$.

Câu 13. Đáp án A

Điều kiện $\left\{\begin{array}{l}x>0\\x+3>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x>0\\x>-3\end{array}\right.\Leftrightarrow x>0$.

Phương trình tương đương với $\log_2\left[x\left(x+3\right)\right]=\log_2 4\Leftrightarrow x\left(x+3\right)=4$

$$\Leftrightarrow x^2+3x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1(tm)\\x=-4(L)\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=1$.

Câu 14. Đáp án C

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<\log_{\frac{2}{3}}1 \Leftrightarrow 2x^2-x+1>1 \Leftrightarrow x\left(2x-1\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;0\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 15. Đáp án A

– Khẳng định 1 sai, ta có $\log ab=\log\left|a\right|+\log\left|b\right|$ với $ab>0$; hoặc $\log\left(ab\right)=\log a+\log b$ với $a>0, b>0$.

– Khẳng định 2 đúng, do $\log_2 x$ là hàm đồng biến trên tập xác định và ta có $x^2+1\geq 2\left|x\right|$ nên $\log_2\left(x^2+1\right)\geq\log_2\left(2\left|x\right|\right)=1+\log_2\left|x\right|;\forall x\in\mathbb{R}$.

– Khẳng định 3 sai, do $\log\left(2^{1000}\right)=1000.\log 2=301,02999...$ nên số 2^{1000} có $301+1=302$ chữ số.

– Khẳng định 4 sai.

– Khẳng định 5. Đúng do $x^{\ln y}=\left(e^{\ln x}\right)^{\ln y}=e^{\ln x.\ln y}=y^{\ln x}$.

Vậy có 3 khẳng định sai.

Câu 16. Đáp án A

Điều kiện $\frac{x-2}{x}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<0 \end{array}\right.$

Bất phương trình tương đương với $\log_3\left(\frac{x-2}{x}\right)<0=\log_3 1 \Leftrightarrow \frac{x-2}{x}<1 \Leftrightarrow \frac{2}{x}>0 \Leftrightarrow x>0$.

Đối chiếu với điều kiện suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(2;+\infty\right)$.

Câu 17. Đáp án A

Ta có: $\log_9 175 = \log_9\left(5^2.7\right) = 2\log_9 5 + \log_9 7$.

Lại có $\log_7 3 = \dfrac{1}{\log_3 7} = \dfrac{1}{c} \Rightarrow \log_7 9 = 2\log_7 3 = \dfrac{2}{c} \Rightarrow \log_9 7 = \dfrac{1}{\log_7 9} = \dfrac{c}{2}$

Và $\log_5 4 = 2\log_5 2 \Rightarrow \log_5 2 = \dfrac{\log_5 4}{2} = \dfrac{b}{2}$

$\Rightarrow \log_5 3 = \log_5 2.\log_2 3 = \dfrac{ab}{2} \Rightarrow \log_5 9 = 2\log_5 3 = ab \Rightarrow \log_9 5 = \dfrac{1}{ab}$

Do đó: $\log_9 175 = 2\log_9 5 + \log_9 7 = \dfrac{2}{ab} + \dfrac{c}{2}$.

Câu 18. Đáp án A

Ta có $y' = \left[\left(\ln 7x\right)^{\frac{1}{5}}\right]' = \dfrac{1}{5}.\left(\ln 7x\right)^{\frac{-4}{5}}.\left(\ln 7x\right)' = \dfrac{1}{5}.\dfrac{1}{\sqrt[5]{\ln^4 7x}}.\dfrac{7}{7x} = \dfrac{1}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$.

Chú ý: Ta có $\left(\sqrt[n]{u}\right)' = \dfrac{u'}{n.\sqrt[n]{u^{n-1}}}$.

Câu 19. Đáp án D

Hàm số xác định khi $\begin{cases} |x-2| > 0 \\ (x-5)^2 > 0 \\ \dfrac{1}{x-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 5 \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow D = (1;+\infty) \setminus \{2;5\}$.

Câu 20. Đáp án A

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình tương đương với $\log_3\left(\dfrac{x^2+x+1}{x}\right) = 2x - x^2$.

Ta có $2x - x^2 = -(x-1)^2 + 1 \leq 1, \forall x$

Và $\log_3\left(\dfrac{x^2+x+1}{x}\right) = \log_3\left(x + \dfrac{1}{x} + 1\right) \geq \log_3\left(2\sqrt{x.\dfrac{1}{x}} + 1\right) = \log_3 3 = 1$.

Do đó $\log_3\left(\frac{x^2+x+1}{x}\right)=2x-x^2 \Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)^2=0\\ x=\frac{1}{x}\end{cases} \Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có một nghiệm.

Câu 21. Đáp án A

Ta có $M=\log A-\log A_0=\log\frac{A}{A_0}$.

Trận động đất ở San Francisco: $M_1=8,3=\log\frac{A_1}{A_0}$

Trận động đất ở Nam Mỹ: $M_2=\log\frac{A_2}{A_0}$

Biên độ ở Nam Mỹ gấp 4 lần ở San Francisco nên ta có $A_2=4A_1 \Leftrightarrow \frac{A_2}{A_1}=4$.

Từ đó, ta được: $M_2-M_1=\log\frac{A_2}{A_0}-\log\frac{A_1}{A_0}=\log\frac{A_2}{A_1}=\log 4$.

Suy ra $M_2=M_1+\log 4=8,3+\log 4\approx 8,9$.

Câu 22. Đáp án A

Đặt $\sqrt{1+x^2}=t>0\Rightarrow x^2=t^2-1\Rightarrow xdx=tdt$

Ta có $\int f(x)dx=\int x\sqrt{x^2+1}dx=\int t^2dt=\frac{t^3}{3}+C=\frac{1}{3}\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3+C$.

Câu 23. Đáp án B

Ta có $I=\int_0^1(x-1)^3\sqrt{2x-x^2}dx=\int_0^1\left(x^2-2x+1\right)\sqrt{2x-x^2}.(x-1)dx$

Đặt $t=\sqrt{2x-x^2}\Rightarrow t^2=2x-x^2\Rightarrow tdt=(1-x)dx$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\ x=1\Rightarrow t=1\end{cases}$

Suy ra $I=\int\limits_0^1\left(1-t^2\right).t.\left(-t\right)dt=\int\limits_0^1\left(t^4-t^2\right)dt=\left(\frac{t^5}{5}-\frac{t^3}{3}\right)\Big|_0^1=\frac{1}{5}-\frac{1}{3}=-\frac{2}{15}$.

Câu 24. Đáp án B

Diện tích hình phẳng được tính bởi công thức:

$$S=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\left|\tan x\right|dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\tan x dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x}{\cos x}dx=-\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{d\left(\cos x\right)}{\cos x}=-\ln\left|\cos x\right|\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=-\ln\frac{1}{2}=\ln 2 \text{ (đvdt)}$$

Thể tích vật thể tròn xoay được tính bởi công thức $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\tan^2 x dx=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right)dx$

$$=\pi\left(\tan x-x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\pi\left(\tan\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3}-\tan 0+0\right)=\pi\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right) \text{ (đvtt)}$$

Câu 25. Đáp án C

Ta có $\int\limits_0^{\ln m}\frac{e^x}{e^x-2}dx=\int\limits_0^{\ln m}\frac{d\left(e^x-2\right)}{e^x-2}=\ln\left|e^x-2\right|\Big|_0^{\ln m}=\ln\left|e^{\ln m}-2\right|-\ln\left|e^0-2\right|=\ln\left|m-2\right|$.

Từ giả thiết, suy ra $\ln\left|m-2\right|=\ln 2\Leftrightarrow\left|m-2\right|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=0\end{array}\right.$.

Câu 26. Đáp án C

Ta có $\int f\left(x\right)dx=\int\left(3x^2+10x-4\right)dx=x^3+5x^2-4x+C$.

YCBT $\Leftrightarrow mx^3+\left(3m+2\right)x^2-4x+3=x^3+5x^2-4x+C\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m=1\\3m+2=5\Leftrightarrow m=1\\C=3\end{array}\right.$.

Câu 27. Đáp án C

Mệnh đề A đúng, vì ta đã học công thức tính nguyên hàm và có là cộng thêm hằng số C. Mỗi biểu thức với C khác nhau sẽ là một nguyên hàm của hàm số đã cho.

Mệnh đề B đúng, với hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên K thì sẽ có nguyên hàm trên K.

Mệnh đề C: Ta thấy $\int f(x)dx = F(x)$ khi $F'(x) = f(x)$. Vậy C là mệnh đề sai. Ta chọn luôn đáp án C.

Câu 28. Đáp án A

Ta có $Q = \int_0^T Ri^2 dt = \int_0^T RI_0^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)dt = \frac{RI_0^2}{2}\int_0^T \left[1 - \cos\left(\frac{4\pi}{T}t + 2\varphi\right)\right]dt$

$= \frac{RI_0^2}{2}\left[t - \frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T}t + 2\varphi\right)\right]\Big|_0^T = \frac{RI_0^2}{2}\left[\left(T - \frac{T}{4\pi}\sin 2\varphi\right) - \left(0 - \frac{T}{4\pi}\sin 2\varphi\right)\right] = \frac{RI_0^2}{2}T.$

Câu 29. Đáp án D

Ta có $i^{2009} = i^{2008}.i = \left(i^2\right)^{1004}.i = (-1)^{1004}.i = i.$

Câu 30. Đáp án A

Giả sử số phức z có dạng $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Theo đề bài, ta có $\begin{cases} x = 2y \\ 2x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$

Câu 31. Đáp án D

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Từ giả thiết, ta suy ra $|x + yi - i| = |(1+i)(x+yi)| \Leftrightarrow |x + (y-1)i| = |(x-y) + (x+y)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-y)^2 + (x+y)^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0.$$

Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 32. Đáp án B

Phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 - i\sqrt{2} \\ z_2 = -1 + i\sqrt{2} \end{cases}$

Ta có $w = (5-2i)(z_1 + z_2) = (5-2i)\left(-1 - i\sqrt{2} - 1 + i\sqrt{2}\right) = -2(5-2i) = -10 + 4i.$

Vậy $\overline{w} = -10 - 4i.$

Câu 33. Đáp án B

Từ giả thiết, tương đương với $a+bi+2i(a-bi)=3+3i \Leftrightarrow (a+2b)+(2a+b)i=3+3i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=3 \\ b+2a=3 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=1$. Suy ra $P=1^{2016}+1^{2017}=2$.

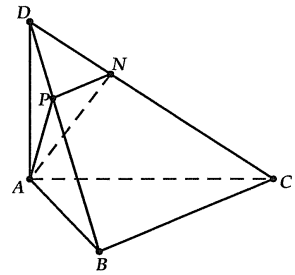
Câu 34. Đáp án A

Gọi $z=a+bi, (a,b\in\mathbb{R}; a<2)$.

Từ giả thiết, ta có $\begin{cases} |z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{17} \\ a-b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=17 \\ a-b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1; b=-4 (tm) \\ a=4; b=-1 (L) \end{cases}$

Suy ra $z=1-4i \Rightarrow w=2+z=3-4i \Rightarrow |w|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$.

Câu 35. Đáp án B



Ta có: $V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB.AC.AD=\frac{1}{6}.6a.7a.4a=28a^3$ (đvtt)

Từ $\frac{DP}{PB}=\frac{DN}{NC}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DP}{DB}=\frac{DN}{DC}=\frac{1}{3}$.

Áp dụng công thức tỷ số thể tích ta có:

$\frac{V_{DAPN}}{V_{ABCD}}=\frac{V_{D.APN}}{V_{D.ABC}}=\frac{DP}{DB}.\frac{DN}{DC}=\frac{1}{9} \Rightarrow V_{DAPN}=\frac{1}{9}V_{ABCD}=\frac{28}{9}a^3$ (đvtt)

Câu 36. Đáp án B

Gọi G là trọng tâm tam giác $\Delta ABD \Rightarrow SG \perp (ABCD)$,

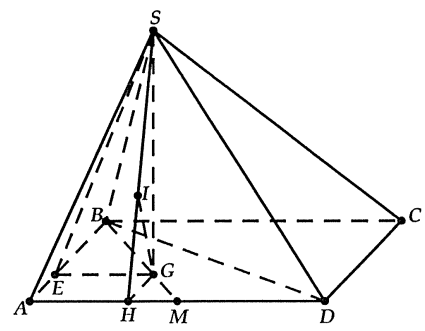
E là hình chiếu của G lên AB.

Ta có $AB \perp (SGE) \Rightarrow \widehat{SEG} = 60^0 \Rightarrow SG = GE.\tan 60^0$.

Gọi M là trung điểm $AD \Rightarrow GE = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}.\frac{a}{2} = \frac{a}{3}$.

Suy ra $SG = \frac{a}{3}.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do $BG = 2GM \Rightarrow d(B;(SAD)) = 2d(G;(SAD))$



Hạ $GH \perp AD, (H \in AD)$ và $GI \perp SH, (I \in SH)$. Suy ra $GI = d(G;(SAD))$, $GH = \frac{1}{3}AB = \frac{a}{3}$.

Vậy $d(B;(SAD)) = 2d(G;(SAD)) = 2GI = 2.\frac{SG.GH}{\sqrt{SG^2 + GH^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37. Đáp án D

Câu 38. Đáp án B

Câu 39. Đáp án D

Đáy là tam giác đều cạnh a nên bán kính ngoại tiếp đường tròn là $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao của khối nón là $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{27}$ (đvtt)

Câu 40. Đáp án D

Đường sinh của hình nón quay được chính là cạnh huyền AB của tam giác vuông ABC.

Áp dụng công thức hệ thức lượng trong tam giác: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{CA^2} + \frac{1}{CB^2} \Leftrightarrow \frac{4}{3a^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{CB^2}$

Suy ra $CB = a\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2a$ (theo định lý Pytago).

Câu 41. Đáp án C

Gọi R_1 là bán kính đáy của thùng được gò theo cách 1, suy ra ta có $2\pi R_1 = 240 \Leftrightarrow \pi R_1 = 120$.

Gọi R_2 là bán kính đáy của thùng được gò theo cách 2, suy ra $2\pi R_2 = 120 \Leftrightarrow \pi R_2 = 60$.

Khi đó $\frac{R_1}{R_2} = 2$. Đường cao của các khối trụ không thay đổi

Ta có $\begin{cases} V_1 = \pi R_1^2 . h \\ V_2 = 2.\pi R_2^2 h \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \frac{1}{2}.2^2 = 2.$

Câu 42. Đáp án D

Chiều cao của hình nón là $\frac{h}{2}$. Tổng thể tích của 2 hình nón là $V_n = 2.\frac{1}{3}\pi R^2.\frac{h}{2} = \frac{\pi R^2 h}{3}$

Thể tích của hình trụ $V_t = \pi R^2 h$. Suy ra $\frac{V_n}{V_t} = \frac{1}{3}$.

Câu 43. Đáp án D

Phương trình (S) được viết lại thành: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$

Khi đó mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 4$.

Câu 44. Đáp án A

Đường thẳng Δ có VTCP là $\vec{u} = (2;-1;1)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n} = (1;1;-1)$. Ta thấy $\vec{u}.\vec{n} = 1.2 - 1.1 - 1.1 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta \parallel (P) \\ \Delta \equiv (P) \end{array}\right.$

$\Delta \parallel (P)$ khi chúng không có điểm chung, hay là hệ phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + t \\ x + y - z + m = 0 \end{cases}$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow$ Phương trình $(1+2t) + (-2-t) - (-1+t) + m = 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow$ Phương trình $0t = m$ vô nghiệm $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Câu 45. Đáp án A

Gọi I là tâm của mặt cầu cần tìm. Ta có $I \in d \Rightarrow I(1+2t;t;-2t)$.

Từ $IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (2t-1)^2 + (t-1)^2 + (2t)^2 = (2t+3)^2 + (t-3)^2 + (2t+2)^2 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $I(-1;-1;2), IA = \sqrt{17}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

Câu 46. Đáp án A

Đường thẳng $\Delta : \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-3}$ có VTCP là $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;-2;3)$.

Mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$ có VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;-1;1)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = (1;2;1)$.

Do $\begin{cases} (\alpha) \parallel \Delta \\ (\alpha) \perp (P) \end{cases} \Rightarrow$ Mặt phẳng (α) có VTPT là $\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = (1;2;1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) cần tìm là $x + 2y + z = 0$, do (α) đi qua O.

Câu 47. Đáp án B

Ta có $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với $\vec{a} = (1;-2;4)$ nên có dạng $\vec{b} = (k;-2k;4k)$

Từ $\left|\vec{b}\right| = \sqrt{21} = \sqrt{k^2 + 4k^2 + 16k^2} = \sqrt{21k^2}$. Suy ra $k = \pm 1$.

Lại có vectơ $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc nhọn nên ta suy ra $k = -1 \Rightarrow \vec{b} = (-1;2;-4)$

Vậy $\begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 2 \\ z_0 = -4 \end{cases} \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -3$

Câu 48. Đáp án A

Đường thẳng Δ_1 có VTCP là $\overrightarrow{u_1} = (2;1;1)$, đường thẳng Δ_2 có VTCP là $\overrightarrow{u_2} = (4;-1;1)$

Gọi giao điểm của đường vuông góc chung với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt là A,B

Ta có $A(2a-1;a-2;a+1)$ và $B(-4b-2;b+1;-b-2)$.

Suy ra $\overrightarrow{BA}=(2a+4b+1;a-b-3;a+b+3)$

Từ $\begin{cases}AB\perp\Delta_1\\AB\perp\Delta_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0\\\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2(2a+4b+1)+(a-b-3)+(a+b+3)=0\\4(2a+4b+1)-(a-b-3)+(a+b+3)=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}6a+8b+2=0\\8a+18b+10=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A(1;-1;2)\\B(2;0;-1)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(1;1;-3).$

Phương trình $AB:\begin{cases}x=1+t\\y=-1+t\\z=2-3t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$

Thử các đáp án vào thì ta thấy $M(3;1;-4)\in AB$

Câu 49. Đáp án B

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m^2+(m+1)^2+(2m-3)^2-(1-4m)>0\Leftrightarrow 6m^2-6m+9>0$, luôn đúng với mọi $m\in\mathbb{R}$.

Vậy với mọi giá trị $m\in\mathbb{R}$ thì phương trình đã cho là phương trình một mặt cầu.

Câu 50. Đáp án B

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;1;-1)$.

Gọi $H=d\cap\Delta\Rightarrow H(3+t;3+3t;2t)\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(t+2;3t+1;2t+1).$

Do $\Delta\parallel(P)$ nên $\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0\Leftrightarrow(t+2).1+(1+3t).1+(2t+1).(-1)=0\Leftrightarrow t=-1.$

Khi đó $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AH}=(1;-2;-1)$. Vậy phương trình $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

ĐỀ SỐ 04

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Hàm số $y=x^4+8x^3+5$ nghịch biến trên khoảng:

A. $(-6;0)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $(-\infty;-6)$ **D.** $(-\infty;+\infty)$

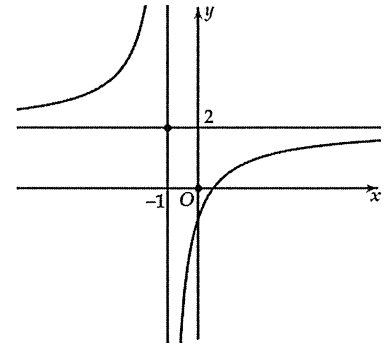
Câu 2: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+3$ trên $[1;3]$. Tổng $(M+m)$ bằng:

A. 6 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 2

Câu 3: Đường cong bên là đồ thị của hàm số:

A. $y=x^3-3x+2$ **B.** $y=\frac{x^4}{4}-2x^2+2$

C. $y=\frac{2x-1}{x+1}$ **D.** $y=\frac{1-2x}{x+1}$



Câu 4: Cho hàm số $y=\frac{\sin x-3}{\sin x-m}$. Hàm số đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi:

A. $m\le 0\vee 1\le m<3$ **B.** $m<3$ **C.** $0\le m<3$ **D.** $m>3$

Câu 5: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Tìm các giá trị của m để đường thẳng $d:y=x+m-1$ cắt đồ thị hàm số (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $m=2\pm\sqrt{3}$ **B.** $m=4\pm\sqrt{10}$ **C.** $m=2\pm\sqrt{10}$ **D.** $m=4\pm\sqrt{3}$

Câu 6: Giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^4+2(m-4)x^2+m+5$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ $O(0;0)$ làm trọng tâm là:

A. $m=0$ **B.** $m=2$ **C.** $m=1$ **D.** $m=-1$

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. Không tồn tại m **B.** $m<0$ **C.** $m=0$ **D.** $m>0$

Câu 8: Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $y'(x_0)=0$.

B. Nếu hàm số đạt cực đại tại $x=x_0$ trên đoạn $[a;b]$ thì $y''(x_0)<0$.

C. Nếu đạo hàm đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ khi qua x_0 thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

D. Mọi hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$ đều có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên đoạn đó.

Câu 9: Cho hàm số $y=x-\sin 2x+3$. Chọn khẳng định **đúng**:

A. Hàm số nhận điểm $x=\dfrac{\pi}{2}$ làm điểm cực tiểu.

B. Hàm số nhận điểm $x=\dfrac{\pi}{6}$ làm điểm cực đại.

C. Hàm số nhận điểm $x=-\dfrac{\pi}{6}$ làm điểm cực đại.

D. Hàm số nhận điểm $x=\dfrac{11\pi}{6}$ làm điểm cực tiểu.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=4$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

B. Đường thẳng $y=4$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

C. Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

D. Cả B và C đúng.

Câu 11. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $F(x)=\dfrac{1}{40}x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam).

Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là:

A. 20 mg **B.** 30 mg **C.** 40 mg **D.** 50 mg

Câu 12: Bất phương trình $\log_{\frac{4}{25}}(x+1) \geq \log_{\frac{2}{5}} x$ tương đương với bất phương trình nào dưới đây:

A. $2\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq \log_{\frac{2}{5}} x$

B. $\log_{\frac{4}{25}} x + \log_{\frac{4}{25}} 1 \geq \log_{\frac{2}{5}} x$

C. $\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq 2\log_{\frac{2}{5}} x$

D. $\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq \log_{\frac{4}{25}} x$

Câu 13. Cho số thực dương a. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = \dfrac{a^{\frac{1}{3}}\left(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{a^{-1}}\right)}{a^{\frac{8}{5}}\left(\sqrt[5]{a^2} - \sqrt[5]{a^{-8}}\right)}$ là:

A. $P = a+1$ **B.** $P = a-1$ **C.** $P = \dfrac{1}{a-1}$ **D.** $P = \dfrac{1}{a+1}$

Câu 14: Tìm m để phương trình $\left|x^4 - 5x^2 + 4\right| = \log_2 m$ có 8 nghiệm phân biệt:

A. $0 < m < \sqrt[4]{2^9}$

B. Không có giá trị của m

C. $1 < m < \sqrt[4]{2^9}$

D. $-\sqrt[4]{2^9} < m < \sqrt[4]{2^9}$

Câu 15. Giải bất phương trình $\log_3\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)\right] < 1$.

A. $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right) \setminus \left(-\dfrac{3}{2\sqrt{2}};\dfrac{3}{2\sqrt{2}}\right)$

B. $\left(-\sqrt{2};-\dfrac{3}{2\sqrt{2}}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2\sqrt{2}};\sqrt{2}\right)$

C. $|x| > \sqrt{2}; |x| < \dfrac{3}{2\sqrt{2}}$

D. $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2\sqrt{2}};+\infty\right)$

Câu 16: Giải phương trình $\sqrt{3^x - 5} + \sqrt{10 - 3^x} - \sqrt{15.3^x - 50 - 9^x} = 1$, ta được tổng tất cả các nghiệm của phương trình là:

A. $4 + \log_2 6$ **B.** $2 + \log_3 6$ **C.** $1 + \dfrac{1}{2}\log_7 5$ **D.** $\log_7 \dfrac{1}{3} - 3$

Câu 17: Tính $a+b+c$ biết đồ thị hàm số $y = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$ đi qua các điểm $(0;a), \left(b;\dfrac{2}{3}\right), \left(c;\dfrac{3}{2}\right)$.

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Câu 18: Giải bất phương trình $2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x} \leq 8$. Chọn nhận xét **đúng**:

A. Có duy nhất một nghiệm tự nhiên của x thỏa mãn bất phương trình.

B. Tập nghiệm của phương trình là tập con của tập $A=\left[\frac{2}{5};3\right]$.

C. Tổng các giá trị x bán nguyên thỏa mãn bất phương trình là 4,5.

D. Giá trị nhỏ nhất của x thỏa mãn bất phương trình là một số hữu tỉ.

Câu 19: Cho các số thực dương a, b, x, y, với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng?**

A. $\log_a\frac{x}{y}=\frac{\log_a x}{\log_a y}$ **B.** $\log_a\frac{1}{x}=\frac{1}{\log_a x}$

C. $\log_a(x+y)=\log_a x+\log_a y$ **D.** $\log_b x=\log_b a.\log_a x$

Câu 20: Tính giá trị của biểu thức $P=\ln\left(\tan 1^0\right)+\ln\left(\tan 2^0\right)+\ln\left(\tan 3^0\right)+...+\ln\left(\tan 89^0\right)$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $P=1$ **B.** $P=\frac{1}{2}$ **C.** $P=0$ **D.** $P=2$

Câu 21: Một bể nước có dung tích 1000 lít. Người ta mở vòi cho nước chảy vào bể, ban đầu bể cạn nước. Trong giờ đầu tiên, vận tốc nước chảy vào bể là 1 lít/phút. Trong các giờ tiếp theo, vận tốc nước chả giờ sau gấp đôi giờ liền trước. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì bể đầy nước (kết quả gần đúng nhất).

A. 3,14 giờ **B.** 4,64 giờ **C.** 4,14 giờ **D.** 3,64 giờ

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x.e^x$.

A. $\int f(x)dx=x.e^x-e^x+C$ **B.** $\int f(x)dx=x.e^x+e^x+C$

C. $\int f(x)dx=x.e^x-e^x$ **D.** $\int f(x)dx=e^x-x.e^x+C$

Câu 23: Tích phân $I=\int_0^{\pi}\sin^2 x.\cos^2 x dx$ bằng:

A. $\frac{\pi}{6}$ **B.** $\frac{\pi}{3}$ **C.** $\frac{\pi}{8}$ **D.** $\frac{\pi}{4}$

Câu 24: Cho tích phân $I=\int_0^1\left[3x^2-2x+\ln(2x+1)\right]dx$. Xác định a biết $I=b\ln a-c$ với a,b,c là các số hữu tỉ.

A. $a=3$ **B.** $a=-3$ **C.** $a=\frac{2}{3}$ **D.** $a=-\frac{2}{3}$

Câu 25: Giá trị m để hàm số $F(x)=mx^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+10x-4$ là:

A. $m=3$ **B.** $m=0$ **C.** $m=1$ **D.** $m=2$

Câu 26: Hình phẳng giới hạn bởi đường Elip $(E):\frac{x^2}{16}+y^2=1$ có diện tích bằng:

A. π **B.** 2π **C.** 3π **D.** 4π

Câu 27: Khối tròn xoay do hình giới hạn bởi các đường $y=f(x),y=0,x=a,x=b,(a<b)$ quay quanh trục Ox có thể tích là V_1. Khối tròn xoay do hình giới hạn bởi các đường $y=-3f(x),y=0,x=a,x=b,(a<b)$ quay quanh trục Ox có thể tích là V_2. Chọn phương án đúng:

A. $V_1=9V_2$ **B.** $6V_1=V_2$ **C.** $V_1=V_2$ **D.** $9V_1=V_2$

Câu 28: Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 mét so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t)=10t-t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $v(t)$ được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất, vận tốc v của khí cầu là:

A. $v=7(m/p)$ **B.** $v=9(m/p)$ **C.** $v=5(m/p)$ **D.** $v=3(m/p)$

Câu 29: Cho số phức $z=-11+7i$. Phần thực a và phần ảo b của z lần lượt là:

A. $\begin{cases}a=11\\b=-7\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}a=-11\\b=-7\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}a=-11\\b=7\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}a=11\\b=7\end{cases}$

Câu 30: Cho số phức z có phần ảo âm thỏa mãn điều kiện $z^2-2z+10=0$. Khi đó môđun của số phức $w=z-4+7i$ bằng bao nhiêu?

A. $|w|=5$ **B.** $|w|=\sqrt{109}$ **C.** $|w|=\sqrt{41}$ **D.** $|w|=13$

Câu 31: Giả sử rằng nếu $w\neq 0$ thì các căn bậc n ($n\geq 3$ cho trước) của w được biểu diễn trên mặt phẳng phức bởi các đỉnh của một n–giác đều nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Giá trị của R là:

A. $\sqrt[n]{|w|}$ **B.** Bình phương phần thực của $\sqrt[n]{w}$

C. Giá trị tuyệt đối phần ảo của $\sqrt[n]{\overline{w}}$ **D.** A, B và C đều sai

Câu 32: Cho hai số phức a,b thỏa mãn $|a|=|b|=1$. So sánh hai số $x=|a+b+i|$, $y=|ab+i(a+b)|$ ta có khẳng định sau:

A. $x=y$ **B.** $x<y$ **C.** $x>y$ **D.** $x<2y$

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $z+2\overline{z}=\dfrac{\left(1-i\sqrt{2}\right)(1+i)^2}{2-i}(1)$. Tìm tổng phần thực và phần ảo của z.

A. $\dfrac{4\sqrt{2}-2}{15}$ **B.** $\dfrac{-2\sqrt{2}-4}{5}$ **C.** $\dfrac{-2\sqrt{2}-14}{15}$ **D.** $\dfrac{-2\sqrt{2}-14}{5}$

Câu 34: Trên mặt phẳng phức, tập hợp các số phức $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$ sao cho z^2 là số thực được biểu diễn bởi:

A. Đường có phương trình $xy=0$. **B.** Đường có phương trình $x=0$.

C. Đường có phương trình $y=0$. **D.** Nửa mặt phẳng bờ là Ox.

Câu 35: Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

A. 65,09% **B.** 47,64% **C.** 82,55% **D.** 83,3%

Câu 36: Xét hình trụ nội tiếp một mặt cầu bán kính R. Tìm chiều cao của hình trụ để thiết diện qua trục hình trụ có diện tích lớn nhất. Tính thể tích V và diện tích toàn phần của hình trụ.

A. $\dfrac{\pi R^3\sqrt{2}}{2};\pi R^2$ **B.** $\dfrac{\pi R^3\sqrt{2}}{2};3\pi R^2$

C. $\pi R^3\sqrt{2};3\pi R^2$ **D.** $\pi R^3\sqrt{2};\pi R^2$

Câu 37: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, hình chiếu của *S* lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm *AD*. Biết *SC* tạo với đáy một góc 30^0. Thể tích khối chóp *S.ABCD* là:

A. $\frac{\sqrt{15}}{18}a^3$ **B.** $\frac{\sqrt{15}}{6}a^3$ **C.** $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$ **D.** Đáp án khác

Câu 38: Một hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh bằng độ dài đường kính đáy, diện tích đáy của hình nón bằng 4π . Tính chiều cao *h* của hình nón.

A. $h=\sqrt{3}$ **B.** $h=2\sqrt{3}$ **C.** $h=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $h=3\sqrt{3}$

Câu 39: Cắt hình nón (N) bằng một mặt phẳng đi qua trục của hình nón được thiết diện là một tam giác vuông cân có diện tích bằng $3a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón (N).

A. $6\pi a^2$ **B.** $\sqrt{2}\pi a^2$ **C.** $6\sqrt{2}\pi a^2$ **D.** $3\sqrt{2}\pi a^2$

Câu 40: Một hình trụ có thể tích bằng $192\pi(cm^3)$ và đường sinh gấp ba lần bán kính đáy. Tính độ dài đường sinh của hình trụ đó.

A. $12(cm)$ **B.** $3(cm)$ **C.** $6(cm)$ **D.** $9(cm)$

Câu 41: Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

A. Tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình tứ diện bất kì.
B. Tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình lăng trụ có đáy là tứ giác lồi.
C. Tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình hộp chữ nhật.
D. Tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp đa giác đều.

Câu 42: Cho lập phương có cạnh bằng *a* và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

A. $\frac{S_2}{S_1}=\pi$ **B.** $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{2}$ **C.** $\frac{S_2}{S_1}=\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{6}$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho tứ diện *ABCD* biết $A(1;1;0)$, $B(1;0;2)$, $C(2;0;1)$, $D(-1;0;-3)$. Phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là:

A. $x^2+y^2+z^2+\frac{5}{7}x+\frac{5}{7}z-\frac{50}{7}=0$ **B.** $x^2+y^2+z^2+\frac{5}{7}x-\frac{31}{7}y+\frac{5}{7}z-\frac{50}{7}=0$

C. $x^2+y^2+z^2+\frac{5}{7}x+\frac{31}{7}y-\frac{5}{7}z-\frac{50}{7}=0$ **D.** $x^2+y^2+z^2+\frac{5}{7}x+\frac{31}{7}y+\frac{5}{7}z-\frac{50}{7}=0$

Câu 44: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxyz*, cho bốn điểm $A(1;3;-3), B(2;-6;7), C(-7;-4;3)$ và $D(0;-1;4)$. Gọi $P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ với M là điểm thuộc mặt phẳng *Oxy* thì P đạt giá trị nhỏ nhất khi M có tọa độ là:

A. $M(-1;-2;3)$ **B.** $M(0;-2;3)$ **C.** $M(-1;3;0)$ **D.** $M(-1;-2;0)$

Câu 45: Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x+2y+z=0$ và cách $D(1;0;3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$ thì (P) có phương trình là:

A. $\begin{bmatrix} x+2y+z+2=0 \\ x+2y+z-2=0 \end{bmatrix}$ **B.** $\begin{bmatrix} x+2y-z-10=0 \\ x+2y+z-2=0 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} x+2y+z+2=0 \\ -x-2y-z-10=0 \end{bmatrix}$ **D.** $\begin{bmatrix} x+2y+z+2=0 \\ x+2y+z-10=0 \end{bmatrix}$

Câu 46: Trong không gian *Oxyz*, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$ và $d_2: \frac{x+1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$. Tìm điểm $M\in d_1$ và $N\in d_2$ sao cho đoạn thẳng MN ngắn nhất.

A. $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right), N\left(\frac{69}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right)$ **B.** $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right), N\left(\frac{-1}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right)$

C. $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right), N\left(\frac{69}{35};\frac{17}{35};\frac{18}{35}\right)$ **D.** $M\left(\frac{3}{5};\frac{3}{5};\frac{6}{5}\right), N\left(\frac{69}{5};\frac{-17}{5};\frac{18}{5}\right)$

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): 3x-3y+4z+16=0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-5}{-1}$ và điểm $M(2;3;1)$. Gọi A là điểm thuộc đường thẳng d, B là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P). Tìm tọa độ điểm A biết tam giác MAB cân tại M.

A. $A(3;1;3)$ **B.** $A(1;-3;5)$ **C.** $A(2;-1;4)$ **D.** $A(0;-5;6)$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (ABC) cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\Delta: \frac{x-3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$

B. $\Delta: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$

C. $\Delta: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$

D. $\Delta: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;6;0), B(0;0;8)$ và $C(4;0;8)$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. BC vuông góc với CA

B. BC vuông góc với mặt phẳng (OAB)

C. AB vuông góc với AC

D. Câu A và câu B đều đúng

Câu 50: Cho $m \neq 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{m} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{m}$ cắt đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t+5 \\ z = 2t+3 \\ z = -t+3 \end{cases}$

Giá trị m là:

A. một số nguyên dương

B. một số nguyên âm

C. một số hữu tỉ dương

D. một số hữu tỉ âm

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.C	02.D	03.C	04.A	05.B	06.C	07.D	08.D	09.C	10.C
11.A	12.C	13.D	14.C	15.B	16.B	17.C	18.C	19.D	20.C
21.C	22.A	23.C	24.A	25.C	26.D	27.D	28.B	29.C	30.A
31.A	32.A	33.C	34.A	35.B	36.B	37.A	38.B	39.A	40.A
41.B	42.D	43.D	44.D	45.D	46.B	47.A	48.A	49.B	50.C

Câu 1. Đáp án C

Ta có $y' = 4x^3 + 24x^2 = 4x^2(x+6); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = -6 \end{bmatrix}$

Do $y' < 0, \forall x \in (-\infty; -6) \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.

Câu 2. Đáp án D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \notin [1;3] \\ x = 2 \in [1;3] \end{bmatrix}$

Tính được $y(1) = 1, y(2) = -1, y(3) = 3$. Vì hàm số liên tục và xác định trên đoạn $[1;3]$ nên suy ra: $\begin{cases} M = \max\limits_{[1;3]} y = y(3) = 3 \\ m = \min\limits_{[1;3]} y = y(2) = -1 \end{cases}$. Nên $M + m = 3 - 1 = 2$.

Câu 3. Đáp án C

Ta thấy đồ thị là một hàm phân thức bậc nhất tăng trên từng khoảng mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 4. Đáp án A

Đặt $t = \sin x \Rightarrow t \in (0;1)$. Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t-3}{t-m} \Rightarrow f'(t) = \dfrac{-m+3}{(t-m)^2}$.

Để hàm số $y=\dfrac{\sin x-3}{\sin x-m}$ đồng biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;1)$

$$\Leftrightarrow f'(t)=\frac{-m+3}{(t-m)^2}>0,\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\begin{cases}-m+3>0\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<3\\ \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le 0\\ 1\le m<3\end{array}\right.$$

Câu 5. Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x+1}=x+m-1\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x^2+(m-2)x+m-2=0\ (1)\end{cases}$

Để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác –1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=(m-2)^2-4(m-2)>0\\ (-1)^2+(m-2).(-1)+m-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>6\\ m<2\end{array}\right.\\ 1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>6\\ m<2\end{array}\right.$$

Khi đó tọa độ giao điểm là $A(x_1;x_1+m-1)$ và $B(x_2;x_2+m-1)$ với x_1,x_2 là nghiệm của phương trình (1). Theo định lý Viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2-m\\ x_1x_2=m-2\end{cases}$

Ta có $AB^2=12=2(x_1-x_2)^2=2(x_1+x_2)^2-8x_1x_2$

$\Leftrightarrow 12=2(2-m)^2-8(m-2)\Leftrightarrow m^2-8m+6=0\Leftrightarrow m=4\pm\sqrt{10}$ (thỏa mãn điều kiện)

Câu 6. Đáp án C

Ta có $y'=4x^3+4(m-4)x=4x(x^2+m-4);y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=4-m\ (1)\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow 4-m>0\Leftrightarrow m<4$.

Giả sử các điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là $A\left(\sqrt{4-m};-m^2+9m-11\right)$,

$B(0;m+5),C\left(-\sqrt{4-m};-m^2+9m-11\right)$

Theo bài ra ta có trọng tâm của tam giác ABC là $O(0;0)$ nên ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0=\dfrac{0+\sqrt{4-m}-\sqrt{4-m}}{3} \\ 0=\dfrac{m+5+2\left(-m^2+9m-11\right)}{3} \end{cases} \Leftrightarrow 2m^2-19m+17=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1(tm) \\ m=\dfrac{17}{2}(L) \end{cases}$$

Câu 7. Đáp án D

Để hàm số có 2 tiệm cận ngang thì phải tồn tại $\lim\limits_{x\to+\infty} y, \lim\limits_{x\to-\infty} y$ sao cho $\lim\limits_{x\to+\infty} y \neq \lim\limits_{x\to-\infty} y$.

Có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{m}}$, tồn tại khi $m>0$.

Có $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}} = -\dfrac{1}{\sqrt{m}}$, tồn tại khi $m>0$

Khi đó hiển nhiên $\lim\limits_{x\to+\infty} y \neq \lim\limits_{x\to-\infty} y$. Vậy $m>0$ là giá trị cần tìm.

Câu 8. Đáp án D

Đáp án A sai, vì hàm số $y=\left|f(x)\right|$ không thỏa mãn.

Đáp án B sai, vì hàm số $y=\left|f(x)\right|$ không thỏa mãn.

Đáp án C sai, vì hàm số đi từ $(-)$ sang $(+)$ phải là điểm cực tiểu.

Đáp án D đúng.

Câu 9. Đáp án C

Ta có $y'=1-2\cos 2x; y'=0 \Leftrightarrow \cos 2x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\dfrac{-\pi}{6}+k\pi \end{bmatrix}, (k\in\mathbb{Z})$.

Lại có $y''=4\sin 2x \Rightarrow \begin{cases} y''\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=-2\sqrt{3}<0 \\ y''\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=2\sqrt{3}>0 \end{cases}$

Suy ra $x=-\frac{\pi}{6}$ là điểm cực đại, $x=\frac{\pi}{6}$ là điểm cực tiểu.

Câu 10. Đáp án C

Đáp án A sai, vì $x=1$ phải là tiệm cận đứng.

Đáp án B sai, vì không có cơ sở để $y=4$ là tiệm cận ngang.

Đáp án C đúng.

Đáp án D sai, vì đáp án B sai.

Câu 11. Đáp án A

Ta có $F'(x)=\frac{3}{2}x-\frac{3}{40}x^2,(x>0);\ F'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=20\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên của hàm số $F(x)$, ta thấy $\min F(x)=100\Leftrightarrow x=20$.

Câu 12. Đáp án C

Điều kiện: $x>0$

Phương trình tương đương với $\frac{1}{2}\log_{\frac{2}{5}}(x+1)\geq\log_{\frac{2}{5}}x\Leftrightarrow\log_{\frac{2}{5}}(x+1)\geq 2\log_{\frac{2}{5}}x$

Chú ý: Với điều kiện xác định thì ta có $\log_{a^n}b^m=\frac{m}{n}\log_a b$.

Câu 13. Đáp án D

Ta có $P=\frac{a^{\frac{1}{3}}\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a^{-1}}\right)}{a^{\frac{8}{5}}\left(\sqrt[5]{a^2}-\sqrt[5]{a^{-8}}\right)}=\frac{a^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{2}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}\right)}{a^{\frac{8}{5}}\left(a^{\frac{2}{5}}-a^{\frac{-8}{5}}\right)}=\frac{a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}.a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{8}{5}}.a^{\frac{2}{5}}-a^{\frac{8}{5}}.a^{-\frac{8}{5}}}=\frac{a+1}{a^2-1}=\frac{a+1}{(a-1)(a+1)}=\frac{1}{a+1}.$

Câu 14. Đáp án C

Vẽ đồ thị hàm số $y=f(x)=\left|x^4-5x^2+4\right|$.

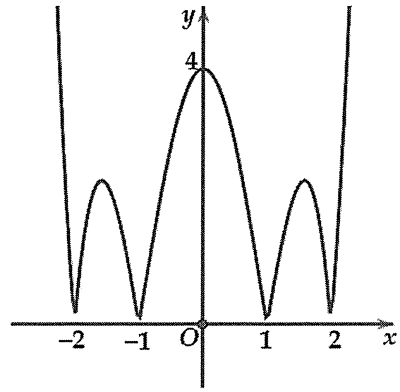
Ta có $y=f(x)=\begin{cases}x^4-5x^2+4 & \text{khi } x^4-5x^2+4\geq 0\\ -x^4+5x^2-4 & \text{khi } -x^4+5x^2-4<0\end{cases}$

Đồ thi hàm số $(C): y = |x^4 - 5x^2 + 4|$ được suy ra từ đồ thị $(C'): y = x^4 - 5x^2 + 4$ như sau:

– Phần I: Giữ lại phần đồ thị (C') phía trên *Ox*, do $f(x) \geq 0$.

– Phần II: Lấy đối xứng quan Ox của phần đồ thị (C') nằm dưới *Ox*.

– Hợp hai phần đồ thị, ta được đồ thị $(C): y = |x^4 - 5x^2 + 4|$.



Từ đồ thị, suy ra: Để phương trình có 8 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Đồ thị $(C): y = |x^4 - 5x^2 + 4|$ cắt đường thẳng $y = \log_2 m$ tại 8 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < \log_2 m < \frac{9}{4} \Leftrightarrow 1 < m < 2^{\frac{9}{4}} = \sqrt[4]{2^9}$.

Câu 15. Đáp án B

Phương trình $\log_3\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)\right] < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right) > 0 \\ x^2 - 1 > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right) < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 < 1 \\ |x| > 1 \\ x^2 - 1 > \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < |x| < \sqrt{2} \\ |x| > \frac{3}{2\sqrt{2}} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2\sqrt{2}} < |x| < \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < -\frac{3}{2\sqrt{2}} \\ \frac{3}{2\sqrt{2}} < x < \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-\sqrt{2}; -\frac{3}{2\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{3}{2\sqrt{2}}; \sqrt{2}\right).$$

Câu 16. Đáp án B

Điều kiện $\begin{cases}3^x-5\ge 0\\10-3^x\ge 0\\15.3^x-50-9^x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5\le 3^x\le 10\\\left(3^x-5\right)\left(3^x-10\right)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow 5\le 3^x\le 10$.

Đặt $t=\sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x},\left(t\ge 0\right)\Rightarrow t^2=5+2\sqrt{15.3^x-50-9^x}$.

Phương trình đã cho trở thành $t-\dfrac{t^2-5}{2}=1\Leftrightarrow t^2-2t-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\left(tm\right)\\t=-1\left(L\right)\end{array}\right.$

Với $t=3\Leftrightarrow\sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x}=3\Leftrightarrow 5+2\sqrt{15.3^x-50-9^x}=9\Leftrightarrow\sqrt{15.3^x-50-9^x}=2$

$$\Leftrightarrow\left(3^x\right)^2-15.3^x+54=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=9\left(tm\right)\\3^x=6\left(tm\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\log_3 6\end{array}\right.$$

Vậy tổng hai nghiệm của phương trình là $2+\log_3 6$.

Câu 17. Đáp án C

Đồ thị hàm số $y=\left(\dfrac{2}{3}\right)^x$ đi qua các điểm $\left(0;a\right),\left(b;\dfrac{2}{3}\right),\left(c;\dfrac{3}{2}\right)$ nên ta có

$$\begin{cases}a=\left(\dfrac{2}{3}\right)^0=1\\\dfrac{2}{3}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^b\\\dfrac{3}{2}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\\c=-1\end{cases}\Rightarrow a+b+c=1+1-1=1.$$

Câu 18. Đáp án C

Tập xác định $D=\left(0;+\infty\right)$.

Đặt $\log_2 x=t\Leftrightarrow x=2^t$, suy ra phương trình trở thành $2^{t^2}+\left(2^t\right)^t\le 8\Leftrightarrow 2^{t^2}+2^{t^2}\le 8\Leftrightarrow 2^{t^2}\le 2^2$

$$\Leftrightarrow t^2\le 2\Leftrightarrow-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}\Leftrightarrow-\sqrt{2}\le\log_2 x\le\sqrt{2}\Leftrightarrow 2^{-\sqrt{2}}\le x\le 2^{\sqrt{2}}$$

Đối với điều kiện suy ra tập nghiệm là $S=\left[2^{-\sqrt{2}};2^{\sqrt{2}}\right]$.

Đáp án A sai, vì có 2 giá trị tự nhiên của x là 1 và 2 thỏa mãn bất phương trình.

Đáp án B sai, vì $2^{-\sqrt{2}} < \frac{2}{5}$.

Đáp án C đúng, vì các giá trị x bán nguyên là 0,5; 1,5 và 2,5.

Đáp án D sai, vì $2^{-\sqrt{2}}$ là một số vô tỉ.

Câu 19. Đáp án D

Câu 20. Đáp án C

Ta có $P = \ln\left(\tan 1^0.\tan 2^0.\tan 3^0...\tan 87^0.\tan 88^0.\tan 89^0\right)$

Và $\begin{cases} \tan 1^0.\tan 89^0 = \tan 1^0.\cot 1^0 = 1 \\ \tan 2^0.\tan 88^0 = \tan 2^0.\cot 2^0 = 1 \\ ... \\ \tan 44^0.\tan 46^0 = \tan 44^0.\cot 44^0 = 1 \end{cases}$

Suy ra $P = \ln\left[\left(\tan 1^0.\tan 89^0\right).\left(\tan 2^0.\tan 88^0\right)...\left(\tan 44^0.\tan 46^0\right).\tan 45^0\right] = \ln\left(\tan 45^0\right) = \ln 1 = 0$.

Câu 21. Đáp án C

Giờ đầu tiên, vòi chảy được 60 lít.

Giờ thứ hai, vòi chảy được 60.2 lít.

Giờ thứ ba, vòi chảy được $60.4 = 60.2^2$ lít.

Giờ thứ tư, vòi nước chảy được $60.8 = 60.2^3$ lít.

.....

Giả sử bể đầy sau x giờ. Suy ra, giờ thứ x vòi chảy được 60.2^{x-1} lít.

Ta có phương trình:

$$60 + 60.2 + 60.2^2 + 60.2^3 + ... + 60.2^{x-1} = 1000 \Leftrightarrow 60\left(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{x-1}\right) = 1000$$

$$\Leftrightarrow 60\left(2^x - 1\right) = 1000 \Leftrightarrow 2^x = \frac{53}{3} \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{53}{3} \approx 4,14 \text{ giờ.}$$

Câu 22. Đáp án A

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

Ta có $\int f(x)dx = \int x.e^x dx = x.e^x - \int e^x dx = x.e^x - e^x + C$.

Câu 23. Đáp án C

$$I = \int_0^{\pi} \sin^2 x.\cos^2 x dx = \frac{1}{4}\int_0^{\pi} \sin^2 2x dx = \frac{1}{8}\int_0^{\pi} (1-\cos 4x)dx = \frac{1}{8}\left(x - \frac{1}{4}\sin 4x\right)\Big|_0^{\pi} = \frac{\pi}{8}.$$

Câu 24. Đáp án A

Ta có $I = \int_0^1 \left[3x^2 - 2x + \ln(2x+1)\right]dx = \int_0^1 (3x^2 - 2x)dx + \int_0^1 \ln(2x+1)dx = I_1 + I_2$

* Tính $I_1 = \int_0^1 (3x^2 - 2x)dx = (x^3 - x^2)\Big|_0^1 = 0$.

* Tính $I_2 = \int_0^1 \ln(2x+1)dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln(2x+1) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{2}{2x+1} \\ v = x \end{cases}$

Suy ra $I_2 = \int_0^1 \ln(2x+1)dx = x.\ln(2x+1)\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{2x}{2x+1}dx = \ln 3 - \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{2x+1}\right)dx$

$= \ln 3 - \left(x - \frac{1}{2}\ln|2x+1|\right)\Big|_0^1 = \ln 3 - \left(1 - \frac{1}{2}\ln 3\right) = \frac{3}{2}\ln 3 - 1.$

Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{3}{2}\ln 3 - 1$. Khi đó $a = 3$.

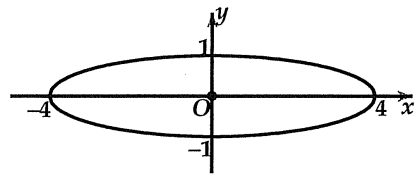
Câu 25. Đáp án C

Từ $\int f(x)dx = F(x) \Rightarrow F'(x) = f(x)$.

Khi đó, suy ra $3mx^2 + 2(3m+2)x - 4 = 3x^2 + 10x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = 3 \\ 2(3m+2) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 26. Đáp án D

Phương trình của Elip $(E): \frac{x^2}{16} + y^2 = 1$ trong góc phần tư thứ (I) là: $y = \sqrt{1 - \frac{x^2}{16}} = \frac{1}{4}\sqrt{16 - x^2}$.



Gọi S, S' lần lượt là diện tích của Elip (E) trong hệ trục tọa độ Oxy và diện tích của Elip (E) trong góc phần tư thứ (I). Suy ra $S = 4S'$.

Ta có $S' = \frac{1}{4}\int_0^4 \sqrt{16 - x^2}dx$. Đặt $x = 4\sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 4\cos t dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 4 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow S' = \frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\cos t\sqrt{16 - 16\sin^2 t}dt = 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t)dt = 2\left(t + \frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi \text{ (đvdt)}$$

Vậy diện tích cần tính là $S = 4S' = 4\pi$ (đvdt)

Câu 27. Đáp án D

Ta có $V_1 = \pi\int_a^b f^2(x)dx$ và $V_2 = \pi\int_a^b \left[-3f(x)\right]^2 dx = 9\pi\int_a^b f^2(x)dx = 9V_1$.

Câu 28. Đáp án B

Khi bắt đầu tiếp đất, vật chuyển động được quãng đường là $s = 162(m)$.

Ta có $s = \int_0^{t_0} (10t - t^2)dt = \left(5t^2 - \frac{t^3}{3}\right)\Big|_0^{t_0} = 5t_0^2 - \frac{t_0^3}{3}$, trong đó t_0 là thời điểm vật tiếp đất $(t_0 > 0)$.

Do $v(t) = 10t - t^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 10$ $v(t) = 10t - t^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 10$.

Từ $s = 162(m)$, ta có $5t_0^2 - \frac{t_0^3}{3} = 162 \Leftrightarrow t_0^3 - 15t_0^2 + 486 = 0$

$$\Leftrightarrow (t_0-9)(t_0^2-6t_0-54)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_0=9(tm) \\ t_0=3+3\sqrt{7}(L) \\ t_0=3-3\sqrt{7}(L) \end{cases} \text{ do } 0\le t_0\le 10.$$

Khi đó vận tốc của vật là $v(9)=10.9-9^2=9(m/p)$.

Câu 29. Đáp án C

Ta có $z=-11+7i \Rightarrow \begin{cases} a=-11 \\ b=7 \end{cases}$

Câu 30. Đáp án A

Ta có $z^2-2z+10=0 \Leftrightarrow (z-1)^2=-9=(3i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z=1-3i \\ z=1+3i \end{cases}$

Vì phần ảo âm nên $z=1-3i \Rightarrow w=z-4+7i=-3+4i$. Suy ra $|w|=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$.

Câu 31. Đáp án A

Tham khảo tại trang 207 và 208 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.

Câu 32. Đáp án A

Do $|a|=|b|=1$ nên ta đặt $\begin{cases} a=\cos\alpha+i\sin\alpha \\ b=\cos\beta+i\sin\beta \end{cases}$

Khi đó, $x=|(\cos\alpha+\cos\beta)+i(\sin\alpha+\sin\beta+1)|=\sqrt{(\cos\alpha+\cos\beta)^2+(\sin\alpha+\sin\beta+1)^2}$

$=\sqrt{3+2\cos(\alpha-\beta)+2(\sin\alpha+\sin\beta)}$

Và $y=|ab+i(a+b)|=|(\cos\alpha+i\sin\alpha)(\cos\beta+i\sin\beta)+i(\cos\alpha+i\sin\alpha+\cos\beta+i\sin\beta)|$

$=|(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta-\sin\alpha-\sin\beta)+(\cos\alpha\sin\beta+\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha+\cos\beta)i|$

$=\sqrt{(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta-\sin\alpha-\sin\beta)^2+(\cos\alpha\sin\beta+\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha+\cos\beta)^2}$

$=\sqrt{3+2\cos(\alpha-\beta)+2(\sin\alpha+\sin\beta)}$

Vậy $x=y$.

Câu 33. Đáp án C

Giả sử $z=a+bi.(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=a-bi$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow(a+bi)+2(a-bi)=\dfrac{(1-i\sqrt{2})(1+2i+i^2)}{2-i}=\dfrac{2\sqrt{2}+2i}{2-i}$

$\Leftrightarrow 3a-bi=\dfrac{(2\sqrt{2}+2i)(2+i)}{4-i^2}=\dfrac{-2+4\sqrt{2}}{5}+\dfrac{4+2\sqrt{2}}{5}i$. Suy ra $\begin{cases}a=\dfrac{4\sqrt{2}-2}{15}\\ b=\dfrac{-4-2\sqrt{2}}{5}\end{cases}$

Vậy $a+b=-\dfrac{14+2\sqrt{2}}{15}$.

Câu 34. Đáp án A

Ta có $z^2=(x+yi)^2=x^2-y^2+2xyi.$ Khi đó, để z^2 là số thực khi và chỉ khi $xy=0$.

Câu 35: Đáp án B

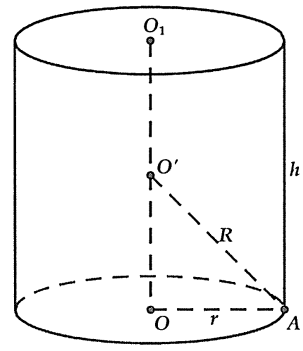
Gọi R là bán kính của quả bóng bàn. Khi đó, ta có các kích thước của hình hộp chữ nhật là $2R,2R,6R$.

Tổng thể tích của ba quả bóng bàn là $V_1=3.\dfrac{4}{3}\pi R^3=4\pi R^3$ (đvtt)

Thể tích của hình hộp chữ nhật là $V_2=2R.2R.6R=24R^3$ (đvtt)

Phần không gian còn trống trong hộp chiếm $1-\dfrac{4\pi R^3}{24R^3}\approx 0,4764=47,64\%$.

Câu 36. Đáp án B



Gọi O' là trung điểm của trục O_1O của hình trụ thì O' là tâm mặt cầu đã cho. Gọi h và r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ thì diện tích thiết diện qua trục là $S_{td}=2rh\left(h,r>0\right)$,

Mặt khác $R^2=O'A^2=r^2+\frac{h^2}{4}\Rightarrow r^2=R^2-\frac{h^2}{4}$.

Từ đó $S_{td}=h\sqrt{4R^2-h^2}=\sqrt{h^2\left(4R^2-h^2\right)}\le\frac{h^2+\left(4R^2-h^2\right)}{2}=2R^2$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow h^2=4R^2-h^2\Leftrightarrow h=R\sqrt{2}$. Vậy S_{td} lớn nhất khi và chỉ khi $h=R\sqrt{2}$.

Khi đó $r=\sqrt{R^2-\frac{1}{4}.2R^2}=\frac{R\sqrt{2}}{2}=\frac{h}{2}$, tức là thiết diện qua trục là hình vuông

$V=\pi r^2h=2\pi r^2.r=2\pi r^3=\frac{\pi R^3\sqrt{2}}{2};S_{tp}=2\pi r^3+2\pi rh=3\pi R^2$.

Câu 37. Đáp án A

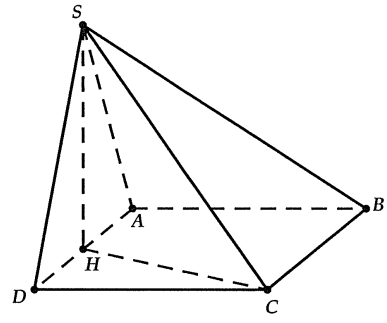
Gọi H là trung điểm của A, suy ra $SH\perp\left(ABCD\right)$.

Từ giả thiết, ta có

$\left(\widehat{SC,\left(ABCD\right)}\right)=\left(\widehat{SC,HC}\right)=\widehat{SCH}=30^0$.

Có $HC=\frac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow SH=\frac{a\sqrt{5}}{2}.\tan30^0=\frac{a\sqrt{15}}{6}$.

$S_{ABCD}=a^2\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}$



$$=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{15}}{6}.a^2=\frac{a^3\sqrt{15}}{18}\ (\text{đvtt})$$

Câu 38. Đáp án B

Ta có $S=\pi r^2=4\pi\Leftrightarrow r=2\Rightarrow l=4\Rightarrow h=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

Câu 39. Đáp án A

Giả sử thiết diện là tam giác SAB vuông cân tại S.

Ta có $S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}SA^2=3a^2\Leftrightarrow SA=a\sqrt{6}=l$. Suy ra $r=h=a\sqrt{3}$.

Vậy $S_{xq}=\pi rl=\pi.a\sqrt{3}.a\sqrt{6}=3\pi a^2\sqrt{2}$ (đvdt)

Câu 40. Đáp án A

$l=h=3r, V=\pi r^2h=\pi r^2.3r=3\pi r^3=192\pi\Leftrightarrow r^3=64\Leftrightarrow r=4(cm)$. Suy ra $l=12(cm)$.

Câu 41. Đáp án B

Câu 42. Đáp án D

Ta có $S_1=6a^2, S_2=2\pi rh=2\pi.\frac{a}{2}.a=\pi a^2$, suy ra $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{6}$.

Câu 43. Đáp án D

Phương trình mặt cầu có dạng $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$

Lần lượt thay tọa độ của các điểm của tứ diện đã cho vào phương trình mặt cầu trên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases}2a+2b+d=-2\\2a+4c+d=-5\\4a+2c+d=-5\\-2a-6c+d=-10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{5}{14}\\b=\frac{31}{14}\\c=\frac{5}{14}\\d=-\frac{50}{7}\end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2+y^2+z^2+\frac{5}{7}x+\frac{31}{7}y+\frac{5}{7}z-\frac{50}{7}=0$.

Câu 44. Đáp án D

Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, ta có $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=0$. Suy ra $G\left(-1;-2;\frac{11}{4}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GD}\right)=4\overrightarrow{MG}$

Suy ra $P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=4\left|\overrightarrow{MG}\right|=4MG$

P đạt giá trị nhỏ nhất nên MG nhỏ nhất hay, M là hình chiếu của G lên mặt phẳng Oxy

Vậy ta tìm được điểm $M(-1;-2;0)$.

Câu 45. Đáp án D

Vì mặt phẳng $(P)\|(Q)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x+2y+z+m=0$.

Theo đề bài ta có: $d\left(D;(P)\right)=\sqrt{6}\Leftrightarrow\frac{|1+3+m|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow|m+4|=6\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m=2\\m=-10\end{bmatrix}$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y+z+2=0$ hoặc $x+2y+z-10=0$.

Câu 46. Đáp án B

Đường thẳng d_1 có VTCP là $\overrightarrow{n_1}=(1;1;2)$, đường thẳng d_2 có VTCP là $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;-1)$.

Ta có $M\in d_1\Leftrightarrow M(t;t;2t)$ và $N\in d_2\Leftrightarrow N(-1-2t';t';1+t')$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=(-1-2t'-t;t'-t;1+t'-2t)$.

Để MN ngắn nhất $\Leftrightarrow MN$ là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{n_1}=0\\\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{n_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6t-t'=1\\t-6t'=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\frac{3}{35}\\t'=-\frac{17}{35}\end{cases}$$

Vậy $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right), N\left(-\frac{1}{35};-\frac{17}{35};\frac{18}{35}\right)$.

Câu 47. Đáp án A

Từ $A\in d\Rightarrow A(1+t;2t-3;5-t)$.

Gọi H là trung điểm AB và A' là điểm đối xứng của A qua M

Khi đó $\begin{cases}MH\parallel A'B\\MH\perp AB\end{cases}\Rightarrow A'B\perp AB\Rightarrow A'\in(P)$. Vì M là trung điểm AA' nên $A'(-t+3;-2t+9;t-3)$

Mà $A'\in(P)\Rightarrow t=2\Rightarrow A(3;1;3)$.

Câu 48. Đáp án A

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1\Leftrightarrow x-y+2z-2=0$.

Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC) thì $I(3;1;0)$ và đường thẳng Δ đi qua I.

Mặt phẳng (ABC) có VTPT là $\vec{n}=(1;-1;2)$, đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}=(1;1;1)$.

Gọi $\overrightarrow{u_1}$ là VTCP của đường thẳng Δ. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{u_1}\perp\vec{n}\\\overrightarrow{u_1}\perp\vec{u}\end{cases}$

Suy ra $\overrightarrow{u_1}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(-3;1;2)$. Vậy phương trình đường thẳng $\Delta:\frac{x-3}{-3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$.

Câu 49. Đáp án B

Mệnh đề A: Ta thấy $\overrightarrow{BC}=(4;0;0),\overrightarrow{CA}=(-4;6;-8)\Rightarrow\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CA}=-16\neq 0$ nên mệnh đề A không đúng, từ đó ta loại được đáp án A và D.

Mệnh đề B: Ta thấy nếu BC vuông góc với mặt phẳng (OAB) thì $\overrightarrow{BC}$ cùng phương với VTPT của mặt phẳng (OAB).

Mà $\overrightarrow{n_{(OAB)}}=\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(48;0;0)$. Nhận thấy $\overrightarrow{BC}$ cùng phương với VTPT của (OAB) nên mệnh đề này đúng. Ta chọn luôn đáp án B, không cần xét đến đáp án C.

Câu 50. Đáp án C

Xét hệ phương trình giao điểm: $\begin{cases}1+mt'=t+5\\3+t'=2t+3\\-5+mt'=-t+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=2t\\2mt+1=t+5\\2mt-5=-t+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=2t\\(2m-1)t=4\\(2m+1)t=8\end{cases}$

Đường thẳng d cắt Δ nên hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất.

Suy ra $\frac{4}{2m-1}=\frac{8}{2m+1}\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$.

ĐỀ SỐ 05

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{3x+1}{2x-1}$. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{3}{2}$

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{3}{2}$

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận

Câu 2: Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x^2+x+1}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ là:

A. $\min\limits_{[0;1]} f(x)=1; \max\limits_{[0;1]} f(x)=\sqrt{2}$ **B.** $\min\limits_{[0;1]} f(x)=1; \max\limits_{[0;1]} f(x)=2$

C. $\min\limits_{[0;1]} f(x)=-2; \max\limits_{[0;1]} f(x)=1$ **D.** Một số kết quả khác

Câu 3: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo mẫu. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(cm)$, chiều cao $h(cm)$ và có thể tích là $V(cm^3)$. Tìm x sao cho diện tích $S(x)$ của mảnh các tông là nhỏ nhất.

A. $x=\sqrt[3]{2V}$ **B.** $x=\sqrt[3]{V}$ **C.** $x=2\sqrt[3]{2V}$ **D.** $x=2\sqrt[3]{V}$

Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$. Với giá trị nào của m để hàm số có 2 điểm cực trị A và B sao cho $AB=\sqrt{20}$.

A. $m=\pm 1$ **B.** $m=\pm 2$ **C.** $m=1; m=2$ **D.** $m=1$

Câu 5: Tìm m để hàm số $y=(m+2)\dfrac{x^3}{3}-(m+2)x^2+(m-8)x+m^2-1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m<-2$ B. $m\le -2$ C. $m>-2$ D. $m\ge -2$

Câu 6: Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m^2+m}{x+1}$ trên $[0;1]$ bằng –2.

A. $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-2 \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$

Câu 7: Hai đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại đúng một điểm thuộc góc phần tư thứ ba. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Phương trình $f(x)=g(x)$ có đúng một nghiệm âm.

B. Với x_0 thỏa mãn $f(x_0)-g(x_0)=0$ thì $f(x_0)>0$.

C. Phương trình $f(x)=g(x)$ không có nghiệm trên $(0;+\infty)$.

D. A và C đều đúng.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;2)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y=2f(2x+1)$ đồng biến trên $(0;1)$

B. Hàm số $y=f\left(\frac{x}{2}\right)$ đồng biến trên $(1;5)$

C. Hàm số $y=f(2x)+1$ đồng biến trên $\left(\frac{1}{2};1\right)$

D. Hàm số $y=f(x^2)$ đồng biến trên $(0;2)$

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-12x+m-2=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $-16<m<16$ **B.** $-18<m<14$ **C.** $-14<m<18$ **D.** $-4<m<4$

Câu 10: Trong các hình sau có cùng chu vi, hình nào có diện tích lớn nhất?

A. Tam giác đều **B.** Hình vuông **C.** Hình chữ nhật **D.** Hình tròn

Câu 11: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x}{x^2-3x}$?

A. $x=0;x=3$ **B.** $y=3$ **C.** $y=0$ **D.** $x=3$

Câu 12: Nghiệm của phương trình $(0,3)^{3x-2}=1$ là:

A. $x=0$ **B.** $x=1$ **C.** $x=\frac{2}{3}$ **D.** $x=-\frac{2}{3}$

Câu 13. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2-x)\geq 1$ là:

A. $\frac{5}{3}\le x<2$ **B.** $x\ge\frac{5}{3}$ **C.** $x\le\frac{5}{3}$ **D.** $\frac{5}{3}<x<2$

Câu 14: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\log_3(x+2)+2m\log_{\sqrt{x+2}}3=16$ có hai nghiệm đều lớn hơn –1?

A. vô số **B.** không có m **C.** 63 giá trị **D.** 15 giá trị

Câu 15: Nếu $a=\log_{12}6, b=\log_{12}7$ thì $\log_2 7$ bằng:

A. $\frac{a}{b+1}$ **B.** $\frac{b}{1-a}$ **C.** $\frac{a}{b-1}$ **D.** $\frac{a}{a-1}$

Câu 16: Giá trị của m để bất phương trình $\log_2(7x^2+7)\ge\log_2(mx^2+4x+m)$ có tập nghiệm $\mathbb{R}$ là:

A. $[5;+\infty)$ **B.** $(-\infty;5]$ **C.** $(2;5]$ **D.** $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$

Câu 17: Hàm số $y=x^2\ln x$ đạt cực trị tại điểm:

A. $x=0$ **B.** $x=\sqrt{e}$ **C.** $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$ **D.** $x=0; x=\frac{1}{\sqrt{e}}$

Câu 18: Tập nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\log_2(2x-4)\le\log_2(x+1)\\ \log_{0,5}(3x-2)\le\log_{0,5}(2x+2)\end{cases}$ là:

A. $(-\infty;5)$ **B.** $(-\infty;5)\cap(4;+\infty)$ **C.** $(4;+\infty)$ **D.** $(4;5)$

Câu 19: Tính đạo hàm của hàm số $y=(x-1)\ln x$.

A. $y'=\ln x$ **B.** $y'=\frac{x-1}{x}$ **C.** $y'=\frac{x-1}{x}-\ln x$ **D.** $y'=\frac{x-1}{x}+\ln x$

Câu 20: Cho a,b,c,d là các số thực dương, khác 1 bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a^c=b^d\Leftrightarrow\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\frac{c}{d}$ **B.** $a^c=b^d\Leftrightarrow\frac{\ln a}{\ln b}=\frac{d}{c}$

C. $a^c=b^d\Leftrightarrow\frac{\ln a}{\ln b}=\frac{c}{d}$ **D.** $a^c=b^d\Leftrightarrow\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\frac{d}{c}$

Câu 21: Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{N.r}$ (trong đó: A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Đầu năm 2010, dân số tỉnh Bắc Ninh là 1.038.229 người, tính đến đầu năm 2015 thì dân số của tỉnh

là 1.153.600 người. Hỏi nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm giữ nguyên thì đầu năm 2025 dân số của tỉnh nằm trong khoảng nào?

A. $(1.424.300;1.424.400)$ **B.** $(1.424.000;1.424.100)$

C. $(1.424.200;1.424.300)$ **D.** $(1.424.100;1.424.200)$

Câu 22: Cho $\int_{-2}^{2} f(x)dx = 1, \int_{-2}^{4} f(x)dx = -4$. Tính $I = \int_{2}^{4} f(y)dy$.

A. $I = -5$ **B.** $I = -3$ **C.** $I = 3$ **D.** $I = 5$

Câu 23: Tính tích phân $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x}dx = a\pi + b$. Phần nguyên của tổng $a+b$ là:

A. 0 **B.** –1 **C.** 1 **D.** –2

Câu 24. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục, có $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x), g(x)$. Xét các mệnh đề sau:

I. $F(x)+G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)+g(x)$

II. $k.F(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x), (k \in \mathbb{R})$

III. $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x).g(x)$.

Mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

A. I **B.** I và II **C.** cả ba **D.** II

Câu 25: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 1 + \sin 3x$ biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

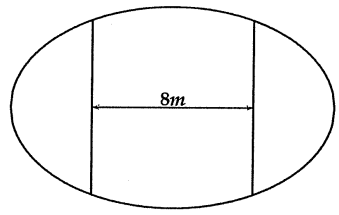
A. $F(x) = x + \frac{1}{3}\cos 3x - \frac{\pi}{6}$ **B.** $F(x) = -\frac{1}{3}\cos 3x - \frac{\pi}{6}$

C. $F(x) = x - \frac{1}{3}\cos 3x - \frac{\pi}{6}$ **D.** $F(x) = x - \frac{1}{3}\cos 3x + \frac{\pi}{6}$

Câu 26: Một bác thợ gốm làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x+1}$ và trục Ox quay quanh trục Ox. Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là $2dm$ và $4dm$. Khi đó thể tích của lọ là:

A. $8\pi(dm^3)$ **B.** $\frac{15}{2}\pi(dm^3)$ **C.** $\frac{14}{3}\pi(dm^3)$ **D.** $\frac{15}{2}(dm^3)$

Câu 27: Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng $16m$ và độ dài trục bé bằng $10m$. Ông muốn trồng hoa trên một dài đất rộng $8m$ và nhận trục bé của Elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/$1m^2$. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)



A. 7.862.000 đồng **B.** 7.653.000 đồng **C.** 7.128.000 đồng **D.** 7.826.000 đồng

Câu 28: Cho $I=\int_1^3 \frac{3+\ln x}{(x+1)^2}dx=a(\ln 3+1)+\ln b$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Tính giá trị biểu thức $T=4a+2b$

A. 4 **B.** 7 **C.** 5 **D.** 6

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(3+i)z-i\overline{z}=7-6i$. Môđun của số phức z bằng:

A. $2\sqrt{5}$ **B.** 25 **C.** 5 **D.** $\sqrt{5}$

Câu 30: Cho số phức z thỏa mãn $2|z-2+3i|=|2i-1-2\overline{z}|$. Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là:

A. $20x-16y-47=0$ **B.** $20x+16y+47=0$

C. $20x+16y-47=0$ **D.** $20x-16y+47=0$

Câu 31: Gọi z_1,z_2,z_3 là ba nghiệm của phương trình $z^3-1=0$. Khi đó $S=|z_1|+|z_2|+|z_3|$ bằng:

A. $S=1$ **B.** $S=4$ **C.** $S=2$ **D.** $S=3$

Câu 32: Giải phương trình $z^4-2z^3i+(-1+i)z^2+2z=i$ trên tập số phức. Tính tổng các nghiệm của phương trình.

A. $2i$ **B.** 1 **C.** $1+i$ **D.** i

Câu 33: Cho z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4=1$. Tính giá trị của biểu thức $T=(z_1^2+1)(z_2^2+1)(z_3^2+1)(z_4^2+1)$.

A. $\frac{17}{9}$ **B.** $-\frac{17}{9}$ **C.** 425 **D.** –425

Câu 34: Gọi M là điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức. Như thế, số $-z$ được biểu diễn bởi điểm:

A. Đối xứng với M qua O **B.** Đối xứng với M qua Oy

C. Đối xứng với M qua Ox **D.** Không xác định được

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của cạnh AB. Góc tạo bởi SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45^0. Tính theo a tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB.

A. $d=\frac{2a\sqrt{5}}{3}$ **B.** $d=\frac{a\sqrt{5}}{13}$ **C.** $d=\frac{a\sqrt{5}}{3}$ **D.** $d=\frac{a\sqrt{15}}{3}$

Câu 36: Cho một khối chóp có thể tích bằng V. Khi giảm diện tích đa giác đáy xuống $\frac{1}{3}$ lần thì thể tích khối chóp lúc đó bằng:

A. $\frac{V}{9}$ **B.** $\frac{V}{3}$ **C.** $\frac{V}{6}$ **D.** $\frac{V}{27}$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a^3}{4}$ **C.** $a^3\sqrt{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

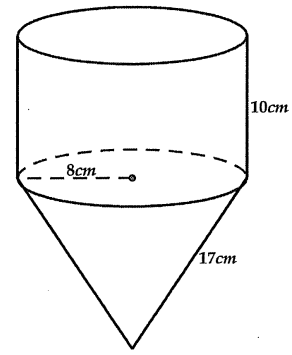
Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AB=a;AC=2a$. Biết $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{3a^3}{4}$ **B.** $\frac{a^3}{4}$ **C.** $\frac{3a^3}{8}$ **D.** $\frac{a^3}{2}$

Câu 39: Một cái phễu rỗng phần trên có kích thước như hình vẽ. Diện tích xung quanh của phễu là:

A. $S_{xq}=360\pi\left(cm^2\right)$ **B.** $S_{xq}=424\pi\left(cm^2\right)$

C. $S_{xq}=296\pi\left(cm^2\right)$ **D.** $S_{xq}=960\pi\left(cm^2\right)$



Câu 40: Có một hộp nhựa hình lập phương người ta bỏ vào hộp đó một quả bóng đá. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$, trong đó V_1 là tổng thể tích của quả bóng đá, V_2 là thể tích của chiếc hộp đựng bóng. Biết rằng đường tròn lớn trên quả bóng có thể nội tiếp một mặt hình vuông của chiếc hộp.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{2}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{4}$ **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{6}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{8}$

Câu 41: Một hình nón có thiết diện tạo bởi mặt phẳng chứa trục là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón đó là:

A. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{12}$ **B.** $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

Câu 42: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $1\left(dm^3\right)$ và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy của hình trụ phải bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{\sqrt[3]{\pi}}(dm)$ **B.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2\pi}}(dm)$ **C.** $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}(dm)$ **D.** $\frac{1}{\sqrt{\pi}}(dm)$

Câu 43: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z-12=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. (α) và (S) tiếp xúc nhau.

B. (α) cắt (S).

C. (α) không cắt (S).

D. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0 \\ x-2y+2z-12=0 \end{cases}$ là phương trình đường tròn.

Câu 44: Trong không gian cho ba điểm $A(5;-2;0), B(-2;3;0)$ và $C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

A. $(1;1;1)$ **B.** $(2;0;-1)$ **C.** $(1;2;1)$ **D.** $(1;1;-2)$

Câu 45: Trong không gian cho ba điểm $A(1;3;1), B(4;3;-1)$ và $C(1;7;3)$. Nếu D là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $ABCD$ thì D có tọa độ là:

A. $(0;9;2)$ **B.** $(2;5;4)$ **C.** $(2;9;2)$ **D.** $(-2;7;5)$

Câu 46: Cho hai đường thẳng $(D_1): \begin{cases} x=3-2t \\ y=1+t \\ z=-2-t \end{cases}; (D_2): \begin{cases} x=m-3 \\ y=2+2m \\ z=1-4m \end{cases} (t,m \in \mathbb{R})$

Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) qua (D_1) và song song với (D_2).

A. $x+7y+5z-20=0$ **B.** $2x+9y+5z-5=0$

C. $x-7y-5z=0$ **D.** $x-7y+5z+20=0$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x-2y+5z-1=0$ và $(Q): x-4y-8z+12=0$. Mặt phẳng $(R): x+20y+cz+d=0$ vuông góc với mặt phẳng (P) và tạo với mặt phẳng (Q) một góc $\alpha = 45^0$. Tính $S=cd$:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 48: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+y^2+(z+2)^2=16$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-24=0$. Khoảng cách lớn nhất từ một điểm thuộc mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng:

A. $2\sqrt{3}+3$ **B.** $9\sqrt{3}+2$ **C.** $9\sqrt{3}+4$ **D.** $3\sqrt{3}+4$

Câu 49: Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=m+t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Tìm m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B vuông góc với nhau.

A. $\begin{bmatrix} m=-4 \\ m=-1 \end{bmatrix}$ **B.** $\begin{bmatrix} m=-4 \\ m=0 \end{bmatrix}$ **C.** $\begin{bmatrix} m=-1 \\ m=0 \end{bmatrix}$ **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 50: Trong không gian *Oxyz*, đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): y+2z=0$ và cắt hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=4t \end{cases}, d_2: \begin{cases} x=2-t \\ y=4+2t \\ z=1 \end{cases}$ có phương trình tham số là:

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{1}$ **B.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$ **D.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{1}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.A	02.B	03.A	04.A	05.B	06.D	07.D	08.C	9.C	10.D
11.D	12.C	13.A	14.D	15.B	16.C	17.C	18.B	19.D	20.B
21.C	22.A	23.B	24.B	25.C	26.B	27.B	28.A	29.D	30.A
31.D	32.D	33.A	34.A	35.C	36.B	37.A	38.D	39.C	40.B
41.A	42.B	43.B	44.A	45.D	46.B	47.D	48.C	49.A	50.B

Câu 1. Đáp án A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3+\dfrac{1}{x}}{2-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{3}{2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3+\dfrac{1}{x}}{2-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{3}{2}$ nên đồ thị có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Câu 2. Đáp án B

Ta có $y'=\dfrac{2x^2+4x}{(x+1)^2}>0,\forall x\in[0;1]$ nên hàm số đồng biến trên đoạn $[0;1]$.

Suy ra $\min\limits_{[0;1]} f(x)=f(0)=1;\max\limits_{[0;1]} f(x)=f(1)=2$.

Câu 3. Đáp án A

Diện tích mảnh các tông là $S(x)=x^2+4hx\left(cm^2\right)$, mà $V=hx^2\Rightarrow h=\dfrac{V}{x^2}(cm)$

Suy ra $S(x)=x^2+4.\dfrac{V}{x^2}.x=x^2+\dfrac{4V}{x}=x^2+\dfrac{2V}{x}+\dfrac{2V}{x}\overset{Cauchy}{\geq}3\sqrt[3]{x^2.\dfrac{2V}{x}.\dfrac{2V}{x}}=3\sqrt[3]{4V^2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2=\dfrac{2V}{x}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{2V}$.

Vậy $S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=\sqrt[3]{2V}$.

Câu 4. Đáp án A

Ta có $y'=3x^2-6mx=3x(x-2m);y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=0\\x_2=2m\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y_1=4m^3\\y_2=0\end{array}\right.\Rightarrow A(0;4m^3);B(2m;0)$

Điều kiện để hàm số có hai cực trị là $m \neq 0$.

Để $AB = \sqrt{20} \Leftrightarrow AB^2 = 20 \Leftrightarrow 4m^2 + 16m^6 = 20 \Leftrightarrow 4m^6 + m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 5. Đáp án B

Với $m = -2$ thì $y = -10x + 3$, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Với $m \neq -2$ thì ta có $y' = (m+2)x^2 - 2(m+2)x + m - 8$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (m+2)x^2 - 2(m+2)x + m - 8 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = m+2 < 0 \\ \Delta' = 10(m+2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2.$$

Vậy với $m \leq -2$ thì thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 6. Đáp án D

Ta có $y' = \dfrac{m^2 - m + 1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [0;1] \Rightarrow$ Hàm số đã cho đồng biến trên $[0;1]$.

Do đó: $\min\limits_{[0;1]} y = y(0) = -2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m = -1 \\ m = 2 \end{bmatrix}$

Câu 7. Đáp án D

Góc phần tư thứ ba trên hệ trục tọa độ *Oxy* là những điểm có tung độ và hoành độ âm. Từ đó, đáp án đúng ở đây là đáp án D.

***Chú ý (Cách xác định góc phần tư)*:** Ta xác định góc phần tư theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ và thỏa mãn góc phần tư thứ nhất là các điểm có tung độ và hoành độ dương $(x, y > 0)$.

Câu 8. Đáp án C.

Câu 9. Đáp án C

Ta có $x^3 - 12x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 12x = 2 - m$.

Xét hàm số $y = x^3 - 12x$. Đạo hàm $y' = 3x^2 - 12; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} y(-2) = 16 \\ y(2) = -16 \end{cases}$

Phương trình $x^3-12x+m-2=0$ có ba nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=2-m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow -16<2-m<16 \Leftrightarrow -14<m<18$.

Câu 10. Đáp án D

Giả sử các hình ở 4 đáp án có cùng chu vi là $12cm$. Ta suy ra được:

– Tam giác đều có cạnh $4cm \Rightarrow$ Diện tích tam giác đều là $4^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3}\left(cm^2\right)$

– Hình vuông có cạnh là $3cm \Rightarrow$ Diện tích hình vuông là $3^2=9\left(cm^2\right)$

– Hình chữ nhật có kích thước a,b thì $a+b=6 \Rightarrow S=ab \le \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2=9\left(cm^2\right)$

– Hình tròn có bán kính là $r=\dfrac{12}{2\pi}=\dfrac{6}{\pi}\left(cm\right)$, suy ra diện tích hình tròn là $S=\pi r^2=\dfrac{36}{\pi}\left(cm^2\right)$.

So sánh ta được hình tròn có diện tích lớn nhất.

Câu 11. Đáp án D

Ta có $y=\dfrac{2x}{x^2-3x}=\dfrac{2x}{x\left(x-3\right)}=\dfrac{2}{x-3},\left(x\neq 0;x\neq 3\right)$

Suy hàm số này chỉ có duy nhất một tiệm cận đứng là $x=3$.

Câu 12. Đáp án C

Phương trình tương đương với $\left(0,3\right)^{3x-2}=3^0 \Leftrightarrow 3x-2=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 13. Đáp án A

Điều kiện: $x<2$.

Phương trình tương đương với $\log_{\frac{1}{3}}\left(2-x\right)\ge \log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{1}{3}\right) \Leftrightarrow 2-x\le \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow x\ge \dfrac{5}{3}$.

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $\dfrac{5}{3}\le x<2$.

Câu 14. Đáp án D

Điều kiện $x>-2; x\neq -1$.

Phương trình tương đương với $\log_3(x+2)+4m.\log_{(x+2)}3=16$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+2)+\frac{4m}{\log_3(x+2)}-16=0.$$

Đặt $t=\log_3(x+2)\neq 0$, khi đó phương trình trở thành: $t+\frac{4m}{t}-16=0\Leftrightarrow t^2-16t+4m=0\ (*)$

Với mỗi giá trị của t cho ta một nghiệm $x>-2; x\neq -1$.

Ta có $x>-1\Leftrightarrow x+2>1\Leftrightarrow t>0$. Vậy bài toán trở thành tìm m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm t dương.

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=64-4m>0\\ S=16>0\\ P=4m>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<m<16$. Vậy có 15 giá trị của m nguyên thỏa mãn.

Câu 15. Đáp án B

Ta có $\log_2 7=\frac{\log_{12}7}{\log_{12}2}=\frac{\log_{12}7}{\log_{12}\left(\frac{12}{6}\right)}=\frac{\log_{12}7}{1-\log_{12}6}=\frac{b}{1-a}$.

Câu 16. Đáp án C

Ta có $mx^2+4x+m>0, \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \begin{cases}m>0\\ \Delta'=4-m^2<0\end{cases}\Leftrightarrow m>2 \qquad (1)$

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì $7x^2+7\geq mx^2+4x+m, \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (7-m)x^2-4x+7-m\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \begin{cases}7-m>0\\ \Delta'=4-(7-m)^2\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m<7\\ m\leq 5\\ m\geq 9\end{cases}\Leftrightarrow m\leq 5$

Đối chiếu với điều kiện (1), ta kết luận $m\in(2;5]$.

Câu 17. Đáp án C

Tập xác định $D=(0;+\infty)$.

Ta có $y' = 2x\ln x + x = x\left(2\ln x + 1\right)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x\left(2\ln x + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0\left(L\right) \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{e}} \end{array}\right. \Rightarrow x = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$

Câu 18. Đáp án B

Điều kiện: $x > 2$

$$\begin{cases} \log_2\left(2x-4\right) \le \log_2\left(x+1\right) \\ \log_{0,5}\left(3x-2\right) \le \log_{0,5}\left(2x+2\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4 \le x+1 \\ 3x-2 \ge 2x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 5 \\ x \ge 4 \end{cases}$$

Câu 19. Đáp án D

Ta có $y' = \left[\left(x-1\right)\ln x\right]' = \ln x + \dfrac{x-1}{x}$.

Câu 20. Đáp án B

Ta có $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln\left(a^c\right) = \ln\left(b^d\right) \Leftrightarrow c\ln a = d\ln b \Leftrightarrow \dfrac{\ln a}{\ln b} = \dfrac{d}{c}$.

Câu 21. Đáp án C

Gọi S_1 là dân số đầu năm 2015, ta có $S_1 = 1153600, N = 5, A = 1038229$.

Ta có $S_1 = A.e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = \dfrac{S_1}{A} \Leftrightarrow r = \dfrac{\ln\left(\dfrac{S_1}{A}\right)}{5}$.

Dân số đầu năm 2025 là

$$S_2 = A.e^{15r} = 1038229.e^{15.\frac{\ln\left(\frac{S_1}{A}\right)}{5}} = 1038229.e^{3\ln\left(\frac{S_1}{A}\right)} = 1038229.e^{3\ln\left(\frac{1153600}{1038229}\right)} \approx 1424227{,}71 \text{ (người)}$$

Vậy $S_2 \in \left(1.424.200; 1.424.300\right)$.

Câu 22. Đáp án A

Ta có $\int\limits_{-2}^{4} f\left(x\right)dx = \int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)dx + \int\limits_{2}^{4} f\left(x\right)dx \Leftrightarrow \int\limits_{2}^{4} f\left(x\right)dx = \int\limits_{-2}^{4} f\left(x\right)dx - \int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)dx = -4-1 = -5$.

Vậy $I=\int_2^4 f(y)dy=\int_2^4 f(x)dx=-5$.

Câu 23. Đáp án B

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=\dfrac{dx}{\cos^2 x}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}\end{cases}$

Suy ra $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{x}{\cos^2 x}dx=(x\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}-\int_0^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin x}{\cos x}dx=\dfrac{\pi\sqrt{3}}{3}+\int_0^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{d(\cos x)}{\cos x}$

$=\dfrac{\pi\sqrt{3}}{3}+\ln|\cos x|\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}-\ln 2$

Suy ra $a=\dfrac{1}{\sqrt{3}};b=-\ln 2$. Vậy $a+b=\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\ln 2\approx -0,1157969114\Rightarrow[a+b]=-1$.

Chú ý: Phần nguyên của x là số nguyên lớn nhất không vượt quá x.

Câu 24. Đáp án B

Câu 25. Đáp án C

Ta có $F(x)=\int f(x)dx=\int(1+\sin 3x)dx=x-\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$.

Do $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=0\Leftrightarrow\dfrac{\pi}{6}-\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right)+C=0\Leftrightarrow C=-\dfrac{\pi}{6}$. Vậy $F(x)=x-\dfrac{1}{3}\cos 3x-\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 26. Đáp án B

Do đường kính đáy lọ là $2dm$, nên bán kính đáy lọ là $1dm$. Tương tự, bán kính của miệng lọ là $2dm$.

Với $\begin{cases}y=1\Rightarrow x=0\\y=2\Rightarrow x=3\end{cases}$

Vậy thể tích của lọ là $V=\pi\int_0^3\left(\sqrt{x+1}\right)^2dx=\pi\int_0^3(x+1)dx=\pi\left(\dfrac{x^2}{2}+x\right)\Big|_0^3=\dfrac{15}{2}\pi(dm^3)$.

Câu 27. Đáp án B

Giả sử Elip có phương trình là $(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$. Từ giả thiết, ta có $\begin{cases}2a=16\\2b=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=8\\b=5\end{cases}$

Suy ra phương trình Elip $(E):\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{25}=1\Rightarrow\begin{cases}(E_1):y=-\frac{5}{8}\sqrt{64-x^2}\\(E_2):y=\frac{5}{8}\sqrt{64-x^2}\end{cases}$

Khi đó dải vườn được giới hạn bởi các đường $(E_1),(E_2),x=-4,x=4$. Suy ra diện tích dải vườn là $S=2\int_{-4}^{4}\frac{5}{8}\sqrt{64-x^2}dx=4\int_{0}^{4}\frac{5}{8}\sqrt{64-x^2}dx=\frac{5}{2}\int_{0}^{4}\sqrt{64-x^2}dx$.

Đặt $x=8\sin t,t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$. Suy ra $dx=8\cos tdt$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\x=4\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}\end{cases}$

$$\Rightarrow S=\frac{5}{2}\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}8\cos t\sqrt{64-64\sin^2 t}dt=160\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}\cos^2 tdt=80\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}(1+\cos 2t)dt$$

$$=80\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=80\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\text{ (đvdt)}$$

Vậy số tiền là $T=80\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right).100000=7652891,82\approx 7653000$ đồng.

Câu 28. Đáp án A

Đặt $\begin{cases}u=3+\ln x\\dv=\frac{dx}{(x+1)^2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{dx}{x}\\v=\frac{-1}{x+1}\end{cases}$

Suy ra $I=-\frac{(3+\ln x)}{x+1}\Big|_1^3+\int_1^3\frac{dx}{x(x+1)}=\frac{3-\ln 3}{4}+\int_1^3\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)dx=\frac{3-\ln 3}{4}+\ln\left|\frac{x}{x+1}\right|\Big|_1^3$

$$=\frac{3-\ln 3}{4}+\left(\ln\frac{3}{4}-\ln\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}(1+\ln 3)+\ln\frac{1}{2}.$$

Vậy $a=\frac{3}{4};b=\frac{1}{2}\Rightarrow T=4a+2b=3+1=4$.

Câu 29. Đáp án D

Đặt $z=a+bi,(a;b\in\mathbb{R})$. Phương trình đã cho tương đương $3z+i(z-\overline{z})=7-6i$

$\Leftrightarrow 3(a+bi)+i.(2bi)=7-6i\Leftrightarrow 3a-2b+3bi=7-6i\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2b=7\\3b=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$

Suy ra mô đun số phức z là $|z|=\sqrt{1^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$.

Câu 30. Đáp án A.

Đặt $z=a+bi,(a;b\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=a-bi$.

Từ giả thiết $2|z-2+3i|=|2i-1-2\overline{z}|\Leftrightarrow 2|(a-2)+(b+3)|=|(-2a-1)+(2b+2)i|$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{(a-2)^2+(b+3)^2}=\sqrt{(2a+1)^2+(2b+2)^2}$

$\Leftrightarrow 4(a^2+b^2-4a+6b+13)=4a^2+4b^2+4a+8b+5\Leftrightarrow 20a-16b-47=0$.

Vậy tập hợp số phức z thỏa mãn bài toán là đường thẳng $20x-16y-47=0$.

Câu 31. Đáp án D

Ta có $z^3-1=0\Leftrightarrow(z-1)(z^2+z+1)=0\Leftrightarrow\begin{cases}z=1\\z^2+z+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z_1=1\\z_2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\\z_3=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\end{cases}$

Suy ra $S=|z_1|+|z_2|+|z_3|=1+1+1=3$.

Câu 32. Đáp án D

Phương trình đã cho tương đương với $z^4-2z^3i+(-1+i)z^2-2zi^2=i$

$\Leftrightarrow z^2(z^2+i)-(z^2+i)-2zi(z^2+i)=0\Leftrightarrow(z^2+i)(z^2-2iz-1)=0$

$\Leftrightarrow(z^2+i)(z^2-2zi+i^2)=0\Leftrightarrow(z^2+i)(z-i)^2=0\Leftrightarrow\begin{cases}z^2=-i\\z=i\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i\\z=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i\\z=i\end{cases}$

Câu 33. Đáp án A

Phương trình tương đương với $(2z-i)^4-(z-i)^4=0$

Đặt $f(z)=(2z-i)^4-(z-i)^4=15(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)$

Vì $i^2=-1\Rightarrow z^2+1=z^2-i^2=(z-i)(z+i)$

Suy ra $T=\left[(z_1-i)(z_2-i)(z_3-i)(z_4-i)\right].\left[(z_1+i)(z_2+i)(z_3+i)(z_4+i)\right]$

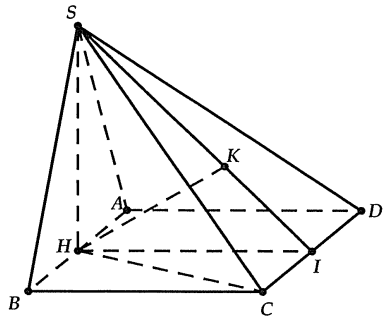
$\Leftrightarrow T=\left[(i-z_1)(i-z_2)(i-z_3)(i-z)_4\right].\left[(-i-z_1)(-i-z)_2(-i-z_3)(-i-z_4)\right]$

$\Leftrightarrow T=\dfrac{f(i)}{15}.\dfrac{f(-i)}{15}=\dfrac{f(i).f(-i)}{225}$

Ta có $\begin{cases}f(i)=(2i-i)^4-(i-1)^4=i^4-(i-1)^4=5\\ f(-i)=(-2i-i)^4-(-i-1)^4=85\end{cases}\Rightarrow T=\dfrac{5.85}{225}=\dfrac{17}{9}.$

Câu 34. Đáp án A

Câu 35. Đáp án C



Từ giả thiết, ta suy ra $\left(\widehat{SC,ABCD}\right)=\left(\widehat{SC,HC}\right)=\widehat{SCH}=45^0;\ HC=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}.$

Vì $AB\parallel(SCD), H\in AB$ nên $d(AB;SD)=d\left(AB;(SCD)\right)=d\left(H;(SCD)\right)$

Gọi I là trung điểm của CD. Trong (SHI), dựng $HK\perp SI$ tại K

Ta chứng minh được $HK\perp(SCD)\Rightarrow d\left(H;(SCD)\right)=HK$.

Xét tam giác SHI vuông tại H, HK là đường cao:

$\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HI^2}=\frac{4}{5a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{9}{5a^2}\Rightarrow HK=\frac{a\sqrt{5}}{3}$. Vậy $d(AB;SD)=HK=\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 36. Đáp án B

Câu 37. Đáp án A

Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt)

Câu 38. Đáp án D

Ta có $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$; $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}a.a\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3}=\frac{a^3}{2}$ (đvtt)

Câu 39. Đáp án C

Ta có $S_{xq}=2.\pi.8.10+\pi.8.17=296\pi(cm^2)$.

Câu 40. Đáp án B

Gọi R là bán kính của quả bóng, khi đó cạnh của hình lập phương là $2R$

Thể tích quả bóng là $V_1=\frac{4}{3}\pi R^3$

Thể tích hình lập phương là $V_2=(2R)^3=8R^3\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{6}$

Câu 41. Đáp án A

Giả sử thiết diện là tam giác ABC vuông cân tại A, gọi O là trung điểm BC. Khi đó $BC=a\sqrt{2}$

Suy ra $r=\frac{BC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}; h=OA=\frac{BC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối nón cần tìm là $V=\frac{1}{3}S_{đáy}.h=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{12}$ (đvtt)

Câu 42. Đáp án B

Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Ta có $V=\pi R^2h=1\left(dm^3\right)\Rightarrow h=\dfrac{1}{\pi R^2}\left(dm\right)$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=2\pi R.\dfrac{1}{\pi R^2}+2\pi R^2=\dfrac{2}{R}+2\pi R^2$.

Suy ra $S_{tp}=\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R}+2\pi R^2\overset{Cauchy}{\geq}3\sqrt[3]{\dfrac{1}{R}.\dfrac{1}{R}.2\pi R^2}=3\sqrt[3]{2\pi}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\dfrac{1}{R}=2\pi R^2\Leftrightarrow R=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2\pi}}$.

Vậy diện tích toàn phần nhỏ nhất khi $R=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2\pi}}\left(dm\right)$.

Câu 43. Đáp án A

Mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$ có tâm $I=\left(1;2;3\right)$, bán kính $R=3$.

Khoảng cách từ I đến $\left(\alpha\right)$ là $d=\dfrac{\left|1-2.2+2.3-12\right|}{\sqrt{1^2+\left(-2\right)^2+2^2}}=3=R$

Suy ra mặt cầu $\left(S\right)$ tiếp xúc với mặt phẳng $\left(\alpha\right)$.

Câu 44. Đáp án A

Câu 45. Đáp án D

Giả sử $D\left(x;y;z\right)$. Ta có $\overrightarrow{BA}=\left(-3;0;2\right),\overrightarrow{CD}=\left(x-1;y-7;z-3\right)$

Điểm D là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $ABCD$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=-3\\y-7=0\\z-3=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=7\\z=5\end{cases}\Rightarrow D\left(-2;7;5\right).$$

Câu 46. Đáp án B

Hai đường thẳng $\left(D_1\right)$ và $\left(D_2\right)$ có VTCP lần lượt là $\vec{a}=\left(-2;1;-1\right);\vec{b}=\left(1;2;-4\right)$. Đường thẳng $\left(D_1\right)$ chứa điểm $A\left(3;1;-2\right)$.

Suy ra VTPT của $\left(P\right)$ là $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(-2;-9;-5\right)$

Điểm $A(3;1;-2)\in(P)\Rightarrow(P):2(x-3)+9(y-1)+5(z+2)=0\Leftrightarrow 2x+9y+5z-5=0$.

Câu 47. Đáp án D

Giả sử phương trình mặt phẳng $(R):ax+by+cz+d=0,(a^2+b^2+c^2\neq 0)$

Ta có $(R)\perp(P)\Leftrightarrow 5a-2b+5c=0 \quad (1)$

$$\cos\left(\widehat{(R),(Q)}\right)=\cos 45^0\Leftrightarrow\frac{|a-4b-8c|}{9\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và $(2)\Rightarrow 7a^2+6ac-c^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-c\\c=7a\end{array}\right.$

– Với $a=-c$: chọn $a=1,b=0,c=-1\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng $(R):x-z=0$, loại.

– Với $c=7a$: chọn $a=1,b=20,c=7\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng $(R):x+20y+7=0$, thoả mãn.

Câu 48. Đáp án C

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;-2)$ và bán kính $R=4$

Ta có $d(I;(P))=\frac{|-1-2-24|}{\sqrt{3}}=9\sqrt{3}$.

Khoảng cách lớn nhất từ một điểm thuộc mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) là

$d=9\sqrt{3}+R=9\sqrt{3}+4$.

Câu 49. Đáp án A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$.

Ta có phương trình $(2-t)^2+t^2+(m+t)^2-2(2-t)+4(m+t)+1=0$

$\Leftrightarrow 3t^2+2(m+1)t+m^2+4m+1=0 \quad (*)$

Để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'_{(*)} = (m+1)^2 - 3(m^2+4m+1) > 0 \Leftrightarrow 2m^2+10m+2<0 \Leftrightarrow \dfrac{-5-\sqrt{21}}{2} < m < \dfrac{-5+\sqrt{21}}{2}.$

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} t_1+t_2 = -\dfrac{2(m+1)}{3} \\ t_1t_2 = \dfrac{m^2+4m+1}{3} \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} A(2-t_1;t_1;m+t_1) \\ B(2-t_2;t_2;m+t_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IA} = (1-t_1;t_1;m+2+t_1) \\ \overrightarrow{IB} = (1-t_2;t_2;m+2+t_2) \end{cases}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1-t_1)(1-t_2)+t_1t_2+(m+2+t_1)(m+2+t_2)=0$

$\Leftrightarrow 3t_1t_2+(m+1)(t_1+t_2)+(m+2)^2+1=0 \Leftrightarrow (m^2+4m+1)-\dfrac{2(m+1)^2}{3}+(m+2)^2+1=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m=-4 \\ m=-1 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Câu 50. Đáp án B

Thế phương trình d_1 vào phương trình mặt phẳng (α) ta có $t+8t=0 \Leftrightarrow t=0$

Vậy $d_1 \cap (\alpha) = A(1,0,0)$

Thế phương trình d_2 vào phương trình mặt phẳng (α) ta có $4+2t+2=0 \Leftrightarrow t=-3$

Vậy $d_2 \cap (\alpha) = B(5;-2;1)$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4,-2,1)$. Vậy phương trình tham số của đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng (α) và cắt d_1, d_2 là: $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

ĐỀ SỐ 06

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-\infty;1)$ **C.** $(3;+\infty)$ **D.** $(1;3)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}-x^2-3x$. Tổng 2 nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là:

A. 3 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 1

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=(x-1)(x+2)(2x-3)$, khi đó $f'(-2)$ bằng:

A. 21 **B.** 31 **C.** 0 **D.** –21

Câu 4. Chọn phát biểu đúng nhất: Cho đồ thị (C) của hàm số bậc 3 có tiếp tuyến tại điểm cực tiểu là đường thẳng *d* thì:

A. Đường thẳng *d* song song với trục *Ox* **B.** Đường thẳng *d* vuông góc với trục *Oy*
C. Đường thẳng *d* trùng với trục *Ox* **D.** Đường thẳng *d* song song với trục *Oy*

Câu 5. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{2x}{x^2-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0=\frac{1}{2}$ có hệ số góc bằng:

A. $-\frac{40}{9}$ **B.** $\frac{9}{4}$ **C.** $-\frac{4}{9}$ **D.** $\frac{4}{9}$

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\frac{4}{x-1}$ trên $[2;5]$ là:

A. 1 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 6

Câu 7. Cho hàm số $y=\frac{mx+2m-3}{x-m}$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi:

A. $m<-1$ hoặc $m>3$ **B.** $-3<m<1$

C. $m\leq-3$ hoặc $m\geq1$ **D.** $m<-3$ hoặc $m>1$

Câu 8. Cho đồ thị $(C): y = \dfrac{x-2}{x+1}$ và đường thẳng $d: y = -x + m$. Biết rằng (C) luôn cắt d tại 2 điểm phân biệt M, N. Khi đó, độ dài MN ngắn nhất bằng:

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{6}$ **D.** $\sqrt{6}$

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 + (m+2)x - m$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

A. Không có giá trị m thỏa yêu cầu **B.** $m < -2$

C. $m = 0$ **D.** $m = -1$

Câu 10. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ **B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

Câu 11. Hàm số $y = \cos 2x + 3x$:

A. đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$, nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$, đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12. Giải phương trình $\log_2(3x-2) = 3$.

A. $x = \dfrac{11}{3}$ **B.** $x = \dfrac{10}{3}$ **C.** $x = 3$ **D.** $x = 2$

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$.

A. $y' = 2^{2x+4}.\ln 2$ **B.** $y' = 2^{2x+3}.\ln 2$

C. $y' = 2.\ln 2$ **D.** $y' = (2x+3)2^{2x+3}$

Câu 14. Giải bất phương trình $\log_2(2x - x^2) \geq 0$.

A. $x < 2$ **B.** $0 < x < 2$ **C.** $0 \leq x \leq 2$ **D.** $x = 1$

Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log(x^2 - 4)$.

A. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ **B.** $D = [-2; 2]$

C. $D = (-2; 2)$ **D.** $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

Câu 16. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $\log(a+b)=\frac{3}{2}(\log a+\log b)$ **B.** $2(\log a+\log b)=\log(7ab)$

C. $3\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$ **D.** $\log\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x-1)\ln x$.

A. $y'=\ln x$ **B.** $y'=\frac{x-1}{x}$ **C.** $y'=\frac{x-1}{x}-\ln x$ **D.** $y'=\frac{x-1}{x}+\ln x$

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x^2-2x+2)e^x$.

A. $y'=x^2e^x$ **B.** $y'=(2x-2)e^x$ **C.** $y'=-2xe^x$ **D.** $y'=2xe^x$

Câu 19. Đặt $a=\log_{12}6, b=\log_{12}7$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b.

A. $\log_2 7=\frac{a}{b+1}$ **B.** $\log_2 7=\frac{b}{1-a}$ **C.** $\log_2 7=\frac{a}{b-1}$ **D.** $\log_2 7=\frac{a}{a+b}$

Câu 20. Giải bất phương trình $2^x>3^{x+1}$.

A. $x<\log_2 3$ **B.** $x<\log_{\frac{2}{3}}3$ **C.** $x>\log_{\frac{2}{3}}3$ **D.** $x>\log_{\frac{2}{3}}2$

Câu 21. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x)=0,025x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

A. 15mg **B.** 20mg **C.** 25mg **D.** 30mg

Câu 22. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2-x^2$, trục Ox và hai đường thẳng $x=-1, x=0$ xung quanh trục Ox.

A. $V=\pi\int_{-1}^{0}(2-x^2)^2dx$ **B.** $V=\int_{-1}^{0}(2-x^2)^2dx$

C. $V=\pi\int_{-1}^{0}(2-x^2)dx$ **D.** $V=\int_{-1}^{0}|2-x^2|dx$

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x-1}$.

A. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{x-1} + C$ **B.** $\int f(x)dx = 1 + \frac{1}{(x-1)^2} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$ **C.** $\int f(x)dx = x^2 + \ln|x-1| + C$

Câu 24. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2\sin 2t \ (m/s)$. Tính quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = 0 \ (s)$ đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4} \ (s)$.

A. $\frac{3\pi}{4} \ (m)$ **B.** $\frac{3\pi}{4} - 1 \ (m)$ **C.** $\frac{\pi}{4} - 2 \ (m)$ **D.** $\frac{3\pi}{4} + 1 \ (m)$

Câu 25. Tính tích phân $I = \int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos x dx$.

A. $I = 0$ **B.** $I = 1$ **C.** $I = \frac{1}{3}$ **D.** $I = \frac{1}{6}$

Câu 26. Tính tích phân $I = \int_{1}^{e} x^2 \ln x dx$.

A. $I = \frac{2e^3 + 1}{9}$ **B.** $I = \frac{2e^3 - 1}{9}$ **C.** $I = \frac{e^3 - 2}{9}$ **D.** $I = \frac{e^3 + 2}{9}$

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x + 2$.

A. $\frac{3}{2}$ **B.** $\frac{9}{2}$ **C.** $\frac{15}{2}$ **D.** $\frac{21}{2}$

Câu 28. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}.e^x$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $\frac{\pi}{4}(e^2 + 1)$ **B.** $\frac{\pi}{4}(e^2 - 1)$ **C.** $\frac{\pi}{2}(e^2 - 1)$ **D.** $\frac{\pi}{2}(e^2 + 1)$

Câu 29. Cho số phức $z = 2 + 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = z - i$.

A. Phần thực bằng –2, phần ảo bằng $-3i$ **B.** Phần thực bằng –2, phần ảo bằng –3
C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $3i$ **D.** Phần thực bằng 2, phần ảo bằng 3

Câu 30. Cho số phức $z = -3 + 2i$. Tính môđun của số phức $z + 1 - i$.

A. $|z + 1 - i| = 4$ **B.** $|z + 1 - i| = 1$ **C.** $|z + 1 - i| = \sqrt{5}$ **D.** $|z + 1 - i| = 2\sqrt{2}$

Câu 31. Tìm điểm biểu diễn số phức z thoả $(4 - i)z = 3 - 4i$

A. $M\left(\frac{16}{15};\frac{-11}{15}\right)$ **B.** $M\left(\frac{16}{17};\frac{-13}{17}\right)$ **C.** $M\left(\frac{9}{5};\frac{-4}{5}\right)$ **D.** $M\left(\frac{9}{25};\frac{-23}{25}\right)$

Câu 32. Cho hai số phức $z_1=2+5i$ và $z_2=3-4i$. Tìm số phức $z=z_1.z_2$.

A. $z=6+20i$ **B.** $z=26+7i$ **C.** $z=6-20i$ **D.** $z=26-7i$

Câu 33. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+4z+7=0$. Tính tổng $T=|z_1|^2+|z_2|^2$.

A. $T=10$ **B.** $T=7$ **C.** $T=14$ **D.** $T=21$

Câu 34. Trong các số phức z thỏa mãn $|z-2-4i|=|z-2i|$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.

A. $z=-1+i$ **B.** $z=-2+2i$ **C.** $z=2+2i$ **D.** $z=3+2i$

Câu 35. Tính thể tích V của khối lập phương ABCD.A'B'C'D', biết $AD'=3a$.

A. $V=a^3$ **B.** $V=3\sqrt{3}a^3$ **C.** $V=2\sqrt{2}a^3$ **D.** $V=\frac{27}{2\sqrt{2}}a^3$

Câu 36. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$ **B.** $V=\frac{a^3}{2}$ **C.** $V=\frac{3a^3}{2}$ **D.** $V=a^3$

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh BA, BC, BD đôi một vuông góc với nhau; $BA=3a, BC=BD=2a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AD. Tính thể tích V của khối chóp $C.BDNM$.

A. $V=8a^3$ **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$ **C.** $V=\frac{3a^3}{2}$ **D.** $V=3a^3$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HB=2HA$, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc bằng 60^0. Tính khoảng cách h từ trung điểm K của đoạn thẳng HC đến mặt phẳng (SCD).

A. $h=\frac{a\sqrt{13}}{2}$ **B.** $h=\frac{a\sqrt{13}}{4}$ **C.** $h=\frac{a\sqrt{13}}{13}$ **D.** $h=\frac{a\sqrt{130}}{26}$

Câu 39. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=AC=2a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AC.

A. $l=a\sqrt{2}$ **B.** $l=2a\sqrt{2}$ **C.** $l=2a$ **D.** $l=a\sqrt{5}$

Câu 40. Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27cm^3$, với chiều cao h và bán kính đáy r. Tìm r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất.

A. $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$ **B.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ **C.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ **D.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$.

Câu 41. Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$ và $BC=2$. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho $BP=1, QD=3QC$. Quay hình chữ nhật $APQD$ xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đó.

A. 10π **B.** 12π **C.** 4π **D.** 6π

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $R=\frac{a\sqrt{21}}{6}$ **B.** $R=\frac{a\sqrt{11}}{6}$ **C.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{6}$ **D.** $R=\frac{a\sqrt{7}}{3}$

Câu 43. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-4}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{a_1}=(1;2;3)$ **B.** $\overrightarrow{a_2}=(2;3;-4)$ **C.** $\overrightarrow{a_3}=(-1;-2;-3)$ **D.** $\overrightarrow{a_1}=(-2;-3;4)$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(-2;4;-6)$ và $R=\sqrt{58}$ **B.** $I(2;-4;6)$ và $R=\sqrt{58}$

C. $I(-1;2;-3)$ và $R=4$ **D.** $I(1;-2;3)$ và $R=4$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+3=0$. Tính khoảng cách d từ M đến (P).

A. $d=1$ **B.** $d=2$ **C.** $d=3$ **D.** $d=4$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{-3}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Tìm tọa độ M là giao điểm của đường thẳng Δ với mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$.

A. $M(5;-1;-3)$ **B.** $M(1;0;1)$ **C.** $M(2;0;-1)$ **D.** $M(-1;1;1)$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0),B(-2;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm *A*, *B* và có tâm thuộc đường thẳng *d*.

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$ **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=5$ **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=16$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P):x+my+nz-3=0$, *m* và *n* là các tham số thực và đường thẳng $(d):\frac{x+3}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{2}$. Tìm tất cả các giá trị của *m* và *n* để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng *d*.

A. $m=2$ và $n=1$ **B.** $m=\frac{1}{2}$ và $n=1$

C. $m=12$ và $n=11$ **D.** $m=-2$ và $n=1$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(2;4;1),B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm *A*, *B* và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $(Q):2y+3z-11=0$ **B.** $(Q):y-2z-1=0$

C. $(Q):-2y-3z-11=0$ **D.** $(Q):2x+3y-11=0$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$ và $d_2:\frac{x+1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$. Tìm điểm $M\in d_1$ và $N\in d_2$ sao cho đoạn thẳng *MN* ngắn nhất.

A. $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right),N\left(\frac{69}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right)$ **B.** $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right),N\left(\frac{-1}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right)$

C. $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right),N\left(\frac{69}{35};\frac{17}{35};\frac{18}{35}\right)$ **D.** $M\left(\frac{3}{5};\frac{3}{5};\frac{6}{5}\right),N\left(\frac{69}{5};\frac{-17}{5};\frac{18}{5}\right)$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.D	02.C	03.A	04.A	05.A	06.B	07.D	08.C	09.A	10.A
11.D	12.B	13.A	14.D	15.A	16.D	17.D	18.A	19.B	20.B
21.B	22.A	23.C	24.B	25.A	26.A	27.B	28.A	29.D	30.C
31.B	32.B	33.C	34.C	35.B	36.B	37.C	38.D	39.B	40.B
41.B	42.A	43.B	44.D	45.B	46.D	47.A	48.B	49.A	50.B

Câu 1. Đáp án D

$y' = x^2 - 4x + 3; y' < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$. Hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

Câu 2. Đáp án C

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3;\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{bmatrix} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$$

Câu 3. Đáp án A

$$f(x) = (x-1)(x+2)(2x-3) = (x^2 + x - 2)(2x-3).$$

$$f'(x) = (2x+1)(2x-3) + 2(x^2 + x - 2) = 6x^2 - 2x - 7 \Rightarrow f'(-2) = 21.$$

Câu 4. Đáp án A

Câu 5. Đáp án A

Đạo hàm $y' = \dfrac{-2x^2 - 2}{(x^2 - 1)^2} \Rightarrow$ Hệ số góc của tiếp tuyến là $k = y'\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{40}{9}$.

Câu 6. Đáp án B

Đạo hàm $y' = 1 - \dfrac{4}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 3 \in [2;5]$

Ta có $y(2) = y(5) = 6;\ y(3) = 5$. Do hàm số liên tục trên $[2;5]$ nên $\min\limits_{[2;5]} y = 5$.

Câu 7. Đáp án D

Đạo hàm $y'=\dfrac{-m^2-2m+3}{(x-m)^2},(x\neq m)$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'>0,\forall x\neq m$

$\Leftrightarrow -m^2-2m+3>0\Leftrightarrow (m-1)(m+3)<0\Leftrightarrow -3<m<1$.

Câu 8. Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x-2}{x+1}=-x+m\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x^2-(m-2)x-m-2=0(*)\end{cases}$

Ta có $\begin{cases}\Delta_{(*)}=(m-2)^2-4(-m-2)=m^2+12>0,\forall m\in\mathbb{R}\\ (-1)^2-(m-2)(-1)-m-2=1\neq 0\end{cases}\Rightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác –1, hay (C) luôn cắt d tại hai điểm phân biệt M và N.

Gọi $M(x_1;-x_1+m),N(x_2;-x_2+m)$. Theo định lý Vi–ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m-2\\ x_1x_2=-m-2\end{cases}$

Ta có $MN=\sqrt{2(x_1-x_2)^2}=\sqrt{2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]}=\sqrt{2(m^2+12)}\geq\sqrt{2.12}=2\sqrt{6}$.

Câu 9. Đáp án A

Ta có $\begin{cases}y'=3x^2+2(m-1)x+m+2\\ y''=6x+2(m-1)\end{cases}$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1\Leftrightarrow\begin{cases}y'(1)=0\\ y''(1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m+3=0\\ 2m+4<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\ m<-2\end{cases}\Rightarrow$ Không có m thỏa mãn.

Câu 10. Đáp án A

$y'=-3x^2+6x-3=-3(x-1)^2\leq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11. Đáp án D

Đạo hàm $y'=-2\sin 2x+3=-2(\sin 2x-1)+1\geq 1>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12. Đáp án B

$\log_2(3x-2)=3 \Leftrightarrow 3x-2=8 \Leftrightarrow x=\frac{10}{3}$.

Câu 13. Đáp án A

Áp dụng: $\left(a^u\right)'=u'.a^u.\ln a$

Ta có $y=2^{2x+3} \Rightarrow y'=2.2^{2x+3}.\ln 2=2^{2x+4}.\ln 2$.

Câu 14. Đáp án D

$\log_2(2x-x^2)\geq 0 \Leftrightarrow 2x-x^2\geq 1 \Leftrightarrow x=1$.

Câu 15. Đáp án A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ x>2 \end{array}\right. \Rightarrow D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Câu 16. Đáp án D

Ta có $a^2+b^2=7ab \Rightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2=ab \Rightarrow \log\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.

Câu 17. Đáp án D

Áp dụng $(uv)'=u'v+uv'$ và $(\ln u)'=\frac{u'}{u}$.

Ta có $y=(x-1)\ln x \Rightarrow y'=\frac{x-1}{x}+\ln x$.

Câu 18. Đáp án A

Áp dụng $(uv)'=u'v+uv'$ và $\left(e^u\right)'=u'.e^u$.

Ta có $y=\left(x^2-2x+2\right)e^x \Rightarrow y'=(2x-2)e^x+\left(x^2-2x+2\right)e^x=x^2e^x$

Câu 19. Đáp án B

$a=\log_{12}6,\ b=\log_{12}7 \Rightarrow \log_2 7=\frac{\log_{12}7}{\log_{12}2}=\frac{b}{1-a}$.

Câu 20. Đáp án B

$2^x > 3^{x+1} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x > 3 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{2}{3}} 3$.

Câu 21. Đáp án B

$G(x) = 0,025x^2(30-x)$ với $x > 0 \Rightarrow G'(x) = 1,5x - 0,075x^2$

Lập BBT $\Rightarrow \max\limits_{(0;+\infty)} G(x) = G(20) = 100$.

Câu 22. Đáp án A

Câu 23. Đáp án C

$$\int f(x)dx = \int \left(x + \frac{1}{x-1}\right)dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C.$$

Câu 24. Đáp án B

$$S = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2\sin 2t)dt = \frac{3\pi}{4} - 1.$$

Câu 25. Đáp án A

Ta có $I = \int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos x dx = 2\int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$. Đặt $\cos x = t \Rightarrow -\sin x dx = dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0 \end{cases} \Rightarrow I = -2\int\limits_0^0 t^2 dt = 0$.

Câu 26. Đáp án A

Tính $I = \int\limits_1^e x^2 \ln x dx = \left(\frac{x^3}{3}\ln x\right)\Big|_1^e - \frac{1}{3}\int\limits_1^e x^2 dx = \frac{2e^3+1}{9}$.

Câu 27. Đáp án B

Tính $S = \int\limits_{-1}^{2} |x^2 - x - 2| dx = \frac{9}{2}$

Câu 28. Đáp án A

Tính $V=\pi\int\limits_0^1\left(\sqrt{x}.e^x\right)^2dx=\frac{\pi}{4}\left(e^2+1\right)$

Câu 29. Đáp án D

$w=z-i=2+3i\Rightarrow$ Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

Câu 30. Đáp án C

$\left|z+1-i\right|=\left|-2-i\right|=\sqrt{5}$

Câu 31. Đáp án B

$\left(4-i\right)z=3-4i\Leftrightarrow z=\frac{3-4i}{4-i}=\frac{16}{17}-\frac{13}{17}i\Rightarrow M\left(\frac{16}{17};\frac{-13}{17}\right).$

Câu 32. Đáp án B

$z=z_1.z_2=26+7i$

Câu 33. Đáp án C

$z^2+4z+7=0\Leftrightarrow z_{1,2}=-2\pm\sqrt{3}i\Rightarrow T=\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2=14$

Câu 34. Đáp án C

Gọi $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

$\left|z-2-4i\right|=\left|z-2i\right|\Leftrightarrow x+y=4\Rightarrow\left|z\right|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{2\left(x-2\right)^2+8}\geq2\sqrt{2}\Rightarrow z=2+2i.$

Câu 35. Đáp án B

Gọi x là cạnh của khối lập phương $\Rightarrow AD'=3a\Rightarrow x=a\sqrt{3}\Rightarrow V=3\sqrt{3}a^3$

Câu 36. Đáp án B

$V=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a\sqrt{3}=\frac{a^3}{2}$

Câu 37. Đáp án C

$V=\frac{1}{3}.S_{BDNM}.BC=\frac{1}{3}.\frac{9a^2}{4}.2a=\frac{3a^3}{2}.$

Câu 38. Đáp án D

Ta có $HC=\frac{a\sqrt{10}}{3}\Rightarrow SH=HC\tan 60^0=\frac{a\sqrt{30}}{3}$

Gọi I là trung điểm CD, kẻ $HK\perp SI\Rightarrow h=\frac{1}{2}d(H,(SCD))=\frac{1}{2}HK=\frac{a\sqrt{130}}{26}$

Câu 39. Đáp án B

Ta có $l=BC=\sqrt{8a^2}=2a\sqrt{2}$.

Câu 40. Đáp án B

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi r^2h\Rightarrow h=\frac{3V}{\pi r^2}\Rightarrow$ độ dài đường sinh $l=\sqrt{\frac{3^8}{\pi^2r^4}+r^2}\Rightarrow S_{xq}=\pi\sqrt{\frac{3^8}{\pi^2r^2}+r^4}$

$\Rightarrow S_{xq}$ nhỏ nhất khi $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Câu 41. Đáp án B

Hình trụ có: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.3.2=12\pi$

Câu 42. Đáp án A

Gọi H, G, I, O lần lượt là trung điểm cạnh AB, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB, tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, tâm hình vuông $ABCD\Rightarrow HOIG$ là hình chữ nhật

$\Rightarrow R=IA=\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Câu 43. Đáp án B

$\overrightarrow{a_2}=(2;3;-4)$ là một vectơ chỉ phương của d.

Câu 44. Đáp án D

$I(1;-2;3)$ và $R=4$.

Câu 45. Đáp án B

$d=d\left(M;(P)\right)=2$.

Câu 46. Đáp án D

$M \in \Delta \Rightarrow M(2-3t;t;-1+2t)$; $M \in (P) \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(-1;1;1)$.

Câu 47. Đáp án A

Mặt cầu có tâm $I(2t+1;t;-2t) \in d$. Ta có : $IA=IB \Rightarrow t=-1 \Rightarrow I(-1;-1;2), R=IA=\sqrt{17}$

$\Rightarrow$ phương trình mặt cầu là $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$

Câu 48. Đáp án B

d có vecto chỉ phương là $\vec{a}=(2;1;1)$, (P) có vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(1;m;n)$

(P) vuông góc với đường thẳng $d \Leftrightarrow \vec{a}$ và $\vec{n}$ cùng phương $\Rightarrow m=\frac{1}{2}$ và $n=1$.

Câu 49. Đáp án A

(Q) đi qua $A(2;4;1)$ và có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(0;2;3) \Rightarrow (Q): 2y+3z-11=0$.

Câu 50. Đáp án B

$M \in d_1 \Rightarrow M(t;t;2t)$ và $N \in d_2 \Rightarrow N(-1-2t';t';1+t')$

MN ngắn nhất $\Leftrightarrow MN$ là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-6t'=3 \\ 6t-t'=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{3}{35} \\ t'=\frac{-17}{35} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right), N\left(\frac{-1}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right).$$

ĐỀ SỐ 07

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi:

A. $m\le 1$ **B.** $m>1$ **C.** $m=1$ **D.** $m<1$

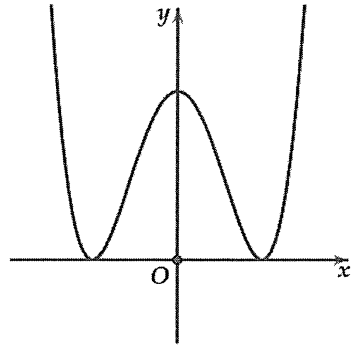
Câu 2: Giá trị của $y'(2)$ biết $y=x\sqrt{4-x}$ là:

A. $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ **B.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 3: Tìm m để đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2+x+m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt:

A. $m=\dfrac{1}{4}$ **B.** $m<\dfrac{1}{4}$ **C.** $m<\dfrac{1}{4}$ và $m\ne -2$ **D.** $m>\dfrac{1}{4}$ và $m\ne 2$

Câu 4: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^2-2x-3$ **B.** $y=x^3-3x-2$

C. $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+4$ **D.** $y=-\dfrac{1}{4}x^4+2x^2+4$

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang phân biệt.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $x=2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=\frac{13}{3}$ **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=5$ **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=-4$ **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=4$

Câu 7: Giá trị của m để đường thẳng $y=2x+m$ cắt đường cong $y=\frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt là:

A. $m\neq 1$ **B.** $m>0$ **C.** $m\neq 0$ **D.** Một kết quả khác

Câu 8: Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\sin x-\cos x+2017\sqrt{2}mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m\geq 2017$ **B.** $m>0$ **C.** $m\geq\frac{1}{2017}$ **D.** $m\geq-\frac{1}{2017}$

Câu 9: Cho các hàm số $y=f(x), y=g(x), y=\frac{f(x)}{g(x)}$. Nếu các hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ bằng 0 bằng nhau và khác 0 thì:

A. $f(0)<\frac{1}{4}$ **B.** $f(0)\leq\frac{1}{4}$ **C.** $f(0)>\frac{1}{4}$ **D.** $f(0)\geq\frac{1}{4}$

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)\leq 0$ là:

A. $\varnothing$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $[-2;2]$ **D.** $(-\infty;+\infty)$

Câu 11: Tìm m để đồ thị $(H): y=\frac{(m+1)x-2m+1}{x-1}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m=2$ **B.** $m=1$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=\frac{1}{2}$

Câu 12: Cho số dương a, biểu thức $\sqrt{a}.\sqrt[3]{a}.\sqrt[6]{a^5}$ viết dưới dạng hữu tỷ là:

A. $a^{\frac{7}{3}}$ **B.** $a^{\frac{5}{7}}$ **C.** $a^{\frac{1}{6}}$ **D.** $a^{\frac{5}{3}}$

Câu 13: Hàm số $y=(4x^2-1)^{-4}$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R}$ **B.** $(0;+\infty]$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$ **D.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

Câu 14: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^{\frac{\pi}{2}}$ tại điểm thuộc đồ thị có hoành độ bằng 1 là:

A. $y=\frac{\pi}{2}x+1$ **B.** $y=\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{2}+1$ **C.** $y=\frac{\pi}{2}x-1$ **D.** $y=\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{2}-1$

Câu 15: Cho hàm số $y=2^x-2x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

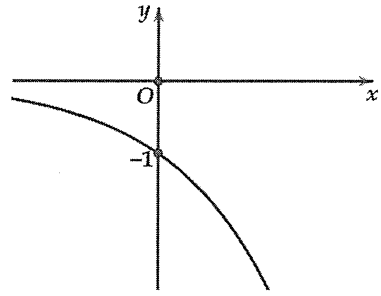
A. Đồ thị hàm số luôn cắt trục tung.
B. Đồ thị hàm số luôn cắt đường thẳng $y=2$.
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất lớn hơn –1.
D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.

Câu 16: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log\left(x^3-3x+2\right)$.

A. $(-2;1)$ **B.** $(-2;+\infty)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $(-2;+\infty)\setminus\{1\}$

Câu 17: Đồ thị hình bên của hàm số nào:

A. $y=-2^x$ **B.** $y=-3^x$
C. $y=x^2-1$ **D.** $y=2^x-3$



Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{1-x}{2^x}$.

A. $y'=\frac{\ln 2(x-1)-1}{\left(2^x\right)^2}$ **B.** $y'=\frac{x-2}{2^x}$ **C.** $y'=\frac{2-x}{2^x}$ **D.** $y'=\frac{\ln 2(x-1)-1}{2^x}$

Câu 19: Đặt $a=\log_3 5; b=\log_4 5$. Hãy biểu diễn $\log_{15}20$ theo a và b.

A. $\log_{15}20=\frac{a(1+a)}{b(a+b)}$ **B.** $\log_{15}20=\frac{b(1+a)}{a(1+b)}$ **C.** $\log_{15}20=\frac{b(1+b)}{a(1+a)}$ **D.** $\log_{15}20=\frac{a(1+b)}{b(1+a)}$

Câu 20: Cho các số thực a, b thỏa $1<a<b$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\frac{1}{\log_a b}<1<\frac{1}{\log_b a}$ **B.** $\frac{1}{\log_a b}<\frac{1}{\log_b a}<1$

C. $1<\frac{1}{\log_a b}<\frac{1}{\log_b a}$ **D.** $\frac{1}{\log_b a}<1<\frac{l}{\log_a b}$

Câu 21: Ông Bách thanh toán tiền mua xe bằng các kỳ khoản năm: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng và 20.000.000 đồng. Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua. Với lãi suất áp dụng là 8%. Hỏi giá trị chiếc xe ông Bách mua là bao nhiêu?

A. 32.412.582 đồng **B.** 35.412.582 đồng **C.** 33.412.582 đồng **D.** 34.412.582 đồng

Câu 22: Một nguyên hàm của $f(x)=(2x-1)e^{\frac{1}{x}}$ là:

A. $xe^{\frac{1}{x}}$ **B.** $(x^2-1)e^{\frac{1}{x}}$ **C.** $x^2e^{\frac{1}{x}}$ **D.** $e^{\frac{1}{x}}$

Câu 23: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos(2x+3)$.

A. $\int f(x)dx=-\sin(2x+3)+C$ **B.** $\int f(x)dx=-\frac{1}{2}\sin(2x+3)+C$

C. $\int f(x)dx=\sin(2x+3)+C$ **D.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\sin(2x+3)+C$

Câu 24: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)=1,2+\frac{t^2+4}{t+3}(m/s)$. Tính quãng đường S vật đó đi được trong 20 giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. $190(m)$ **B.** $191(m)$ **C.** $190,5(m)$ **D.** $190,4(m)$

Câu 25: Nguyên hàm của hàm số $y=x.e^{2x}$ là:

A. $\frac{1}{2}e^{2x}(x-2)+C$ **B.** $\frac{1}{2}e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)+C$ **C.** $2e^{2x}(x-2)+C$ **D.** $2e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)+C$

Câu 26: Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $\int_0^{\pi}\sin\frac{x}{2}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin xdx$ **B.** $\int_0^1(1+x)^x dx=0$

C. $\int_0^1\sin(1-x)dx=\int_0^1\sin xdx$ **D.** $\int_{-1}^1 x^{2007}(1+x)dx=\frac{2}{2009}$

Câu 27: Tính diện tích S của hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x+2\,(P)$ và các tiếp tuyến của (P) đi qua điểm $A(2;-2)$.

A. $S=4$ **B.** $S=6$ **C.** $S=8$ **D.** $S=9$

Câu 28: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x+\cos x$, trục tung và đường thẳng $x=\frac{\pi}{2}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V=\frac{\pi(\pi+2)}{2}$ **B.** $V=\frac{\pi+2}{2}$ **C.** $V=\frac{\pi^2+2}{2}$ **D.** $V=\pi^2+2$

Câu 29: Cho số phức $z=-1-2\sqrt{6}i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng –1 và phần ảo bằng $-2\sqrt{6}i$

B. Phần thực bằng –1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$

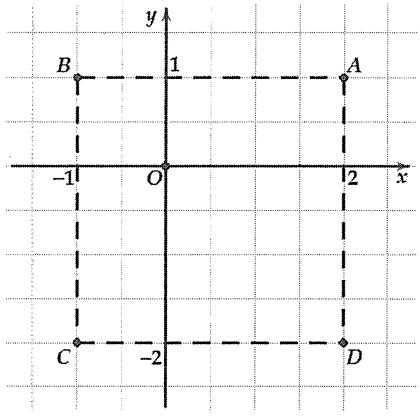
C. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$

D. Phần thực bằng –1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}i$

Câu 30: Cho phương trình phức $z^3=\overline{z}$. Phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm?

A. 1 nghiệm **B.** 3 nghiệm **C.** 4 nghiệm **D.** 5 nghiệm

Câu 31: Trong hình dưới, điểm nào trong các điểm A, B, C, D biểu diễn cho số phức có môđun bằng $2\sqrt{2}$.



A. Điểm A **B.** Điểm B **C.** Điểm C **D.** Điểm D

Câu 32: Tính $a+b$ biết rằng a, b là các số thực thỏa mãn $a+bi=\left(1+\sqrt{3}i\right)^{2017}$.

A. $a+b=\left(1+\sqrt{3}\right).8^{672}$ **B.** $a+b=\left(1+\sqrt{3}\right).8^{671}$

C. $a+b=\left(\sqrt{3}-1\right).8^{672}$ **D.** $a+b=\left(\sqrt{3}-1\right).8^{671}$

Câu 33: Tìm số phức $\overline{z}$ biết số phức z thỏa: $\begin{cases}\left|\dfrac{z-1}{z-i}\right|=1\\ \left|\dfrac{z-3i}{z+i}\right|=1\end{cases}$

A. $\overline{z}=1+i$ **B.** $\overline{z}=1-i$ **C.** $\overline{z}=-1-i$ **D.** $\overline{z}=-1+i$

Câu 34: Tập hợp các nghiệm phức của phương trình $z^2+|z|^2=0$ là:

A. mọi số ảo **B.** $\{\pm i;0\}$ **C.** $\{-i;0\}$ **D.** $\{0\}$

Câu 35: Trong hình bát diện đều số cạnh gấp mấy lần số đỉnh.

A. $\dfrac{4}{3}$ **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** 2 **D.** 3

Câu 36: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, cạnh bên *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa *SC* và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45^0 và $SC=2a$. Tính thể tích *V* của khối chóp *S.ABCD*.

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$ **B.** $V=\dfrac{a^3}{3}$ **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$ **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 37: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác vuông tại *B*. Biết *SA* vuông góc với mặt phẳng (ABC), $AB=a, BC=a\sqrt{3}, SA=a$. Một mặt phẳng (α) qua *A* vuông góc *SC* tại *H* và cắt *SB* tại *K*. Tính thể tích khối chóp *S.AHK* theo *a*.

A. $V_{S.AHK}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{20}$ **B.** $V_{S.AHK}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{30}$ **C.** $V_{S.AHK}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{60}$ **D.** $V_{S.AHK}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{90}$

Câu 38: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác vuông tại *A*, $\widehat{ABC}=30^0$, tam giác *SBC* là tam giác đều cạnh *a* và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách *h* từ điểm *C* đến mặt phẳng (SAB).

A. $h=\dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$ **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{39}}{13}$ **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{39}}{26}$ **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{39}}{52}$

Câu 39: Cho hình chóp *S.ABC* có $SA=3a$ và *SA* vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tam giác *ABC* có $AB=BC=2a$, góc $\widehat{ABC}=120^0$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $V_{S.ABC}=3a^3\sqrt{3}$ **B.** $V_{S.ABC}=2a^3\sqrt{3}$ **C.** $V_{S.ABC}=a^3\sqrt{3}$ **D.** $V_{S.ABC}=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 40: Cho một hình cầu bán kính $5cm$, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường kính $4cm$. Tính thể tích của khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm hình cầu đã cho. (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

A. $50,24ml$ **B.** $19,19ml$ **C.** $12,56ml$ **D.** $76,74ml$

Câu 41: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $50cm$ và có chiều cao là $50cm$. Một đoạn thẳng AB có chiều dài là $100cm$ và có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy. Tính khoảng cách d từ đoạn thẳng đó đến trục hình trụ.

A. $d = 50cm$ **B.** $d = 50\sqrt{3}cm$ **C.** $d = 25cm$ **D.** $d = 25\sqrt{3}cm$

Câu 42: Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi quay tứ diện đó quanh trục AB có bao nhiêu hình nón khác nhau được tạo thành?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;0)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a;b;c)(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$. Khi đó a, b thỏa mãn điều kiện nào sau đây ?

A. $a = 2b$ **B.** $a = -3b$ **C.** $a = 3b$ **D.** $a = -2b$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vecto chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_1} = (0;0;2)$ **B.** $\overrightarrow{u_1} = (0;1;2)$ **C.** $\overrightarrow{u_1} = (1;0;-1)$ **D.** $\overrightarrow{u_1} = (0;1;-1)$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;-1), B(1;-2;3), C(0;1;2)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của gốc toạ độ O lên mặt phẳng (ABC) là điểm H, khi đó H là:

A. $H\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ **B.** $H\left(1;\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$ **C.** $H\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$ **D.** $H\left(1;\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$

Câu 46: Trong không gian $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, cho $\overrightarrow{OI} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 2z - 9 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$ **B.** $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$

C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 9$ **D.** $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$

Câu 47: Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(1;3;-5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của *AB*.

A. $y-3z+4=0$ **B.** $y-3z-8=0$ **C.** $y-2z-6=0$ **D.** $y-2z+2=0$

Câu 48: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+10y-6z+49=0$ và hai mặt phẳng $(P): x-y-z=0, (Q): 2x+3z+2=0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn.

B. Mặt cầu (S) và mặt phẳng (Q) cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn.

C. Mặt cầu (S) và mặt phẳng (Q) tiếp xúc nhau.

D. Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) tiếp xúc nhau.

Câu 49: Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $M(2;-1;1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm *K* hình chiếu vuông góc của điểm *M* trên đường thẳng Δ.

A. $K\left(\frac{17}{12};-\frac{13}{12};\frac{2}{3}\right)$ **B.** $K\left(\frac{17}{9};-\frac{13}{9};\frac{8}{9}\right)$ **C.** $K\left(\frac{17}{6};-\frac{13}{6};\frac{8}{6}\right)$ **D.** $K\left(\frac{17}{3};-\frac{13}{3};\frac{8}{3}\right)$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm $A(1;1;1), B(1;2;1), C(4;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Tìm trên (P) điểm *M* sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó *M* có tọa độ:

A. $M(1;1;-1)$ **B.** $M(1;1;1)$ **C.** $M(1;2;-1)$ **D.** $M(1;0;-1)$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.D	02.D	03.C	04.C	05.A	06.B	07.D	08.C	09.B	10.A
11.A	12.D	13.C	14.B	15.D	16.D	17.A	18.D	19.D	20.D
21.A	22.C	23.D	24.A	25.B	26.C	27.C	28.A	29.B	30.D
31.D	32.A	33.B	34.A	35.C	36.D	37.C	38.B	39.C	40.B
41.C	42.B	43.D	44.D	45.A	46.D	47.B	48.C	49.C	50.D

Câu 1. Đáp án D

Đạo hàm $y' = \dfrac{1-m}{(x+1)^2}, (x \neq -1)$.

YCBT $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow 1-m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 2. Đáp án D

$y' = \sqrt{4-x} - \dfrac{x}{2\sqrt{4-x}}, (x<4) \Rightarrow y'(2) = \sqrt{2} - \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3. Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm $(x-1)(x^2+x+m) = 0 \Leftrightarrow \begin{[}x=1 \\ x^2+x+m=0\ (*)\end{]}$

YCBT $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta = 1-4m > 0 \\ 2+m \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m < \dfrac{1}{4} \\ m \neq -2\end{cases}$

Câu 4. Đáp án C

Câu 5. Đáp án A

Câu 6. Đáp án B

Đạo hàm $y' = 1 - \dfrac{4}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [1;3]$.

Ta có $y(1) = 5; y(2) = 4; y(3) = \dfrac{13}{3}$. Do hàm số liên tục trên $[1;3]$ nên $\max\limits_{[1;3]} y = 5$.

Câu 7. Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm

$$y=2x+m=\frac{x+1}{x-1}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\(2x+m)(x-1)=x+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\2x^2+(m-3)x-m-1=0\ (*)\end{cases}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2+(m-3)-m-1\neq 0\\\Delta=(m-3)^2+8(m+1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\neq 0\\m^2+2m+17>0\end{cases}\text{ (Luôn đúng } \forall m)$$

Câu 8. Đáp án C

Đạo hàm $y'=\cos x+\sin x+2017\sqrt{2}m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\geq-\frac{\sin x+\cos x}{2017\sqrt{2}},\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\geq\max\limits_{\mathbb{R}}f(x)$

Với $f(x)=-\frac{\sin x+\cos x}{2017\sqrt{2}}$. Ta có $f(x)=-\frac{\sin x+\cos x}{2017\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{2017\sqrt{2}}\leq-\frac{\sqrt{2}.(-1)}{2017\sqrt{2}}=\frac{1}{2017}$.

Vậy $m\geq\max\limits_{\mathbb{R}}f(x)=\frac{1}{2017}$.

Câu 9. Đáp án B

Theo bài ra ta có $\begin{cases}a=f'(0)=g'(0)=\dfrac{f'(0).g(0)-f(0).g'(0)}{g^2(0)}\\a\neq 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{a.g(0)-a.f(0)}{g^2(0)}\\a\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow f(0)=-g^2(0)+g(0)=-\left[g(0)-\frac{1}{2}\right]^2+\frac{1}{4}\leq\frac{1}{4}.$$

Câu 10. Đáp án A

Đạo hàm $f'(x)=x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Bất phương trình $f'(x)\leq 0$ có tập nghiệm là $S=\varnothing$.

Câu 11. Đáp án A

Chú ý: Hàm số đã có có thể là một hàm phân thức hoặc không. Nên để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì hàm số đó không phải là hàm phân thức, tức là đa thức tử số và mẫu số có nhân tử chung (nói cách khác: đa thức tử số rút gọn cho đa thức mẫu số).

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (m+1)x-2m+1=k(x-1)$ với mọi x $(k\in\mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow (m-k+1)x+k-2m+1=0$ với mọi x $\Leftrightarrow \begin{cases} m-k+1=0 \\ k-2m+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-k=-1 \\ 2m-k=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ k=3 \end{cases}$

Câu 12. Đáp án D

$\sqrt{a}.\sqrt[3]{a}.\sqrt[6]{a^5}=a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{5}{6}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}}=a^{\frac{5}{3}}.$

Câu 13. Đáp án C

Điều kiện xác định: $4x^2-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq \pm\frac{1}{2}$

Câu 14. Đáp án B

Ta có $y'=\frac{\pi}{2}x^{\frac{\pi}{2}-1}\Rightarrow y'(1)=\frac{\pi}{2}$

Nếu $x_0=1\Rightarrow y_0=1$

Phương trình tiếp tuyến có dạng $y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0\Leftrightarrow y=\frac{\pi}{2}(x-1)+1\Leftrightarrow y=\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{2}+1.$

Câu 15. Đáp án D

Câu 16. Đáp án D

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x^3-3x+2>0\Leftrightarrow (x+2)(x-1)^2>0\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x>-2 \end{cases}$

Câu 17. Đáp án A

Đồ thị đi qua các điểm $(0;-1),(1;-2)$ chỉ có A, C thỏa mãn.

Tuy nhiên đồ thị nhận Ox làm tiếp cận nên đáp án là A.

Câu 18. Đáp án D

$$y=\frac{1-x}{2^x}\Rightarrow y'=\frac{\left(1-x\right)'.2^x-\left(2^x\right)'.\left(1-x\right)}{\left(2^x\right)^2}=\frac{\ln 2.\left(x-1\right)-1}{2^x}.$$

Câu 19. Đáp án D

Ta có $\log_{15}20=\frac{\log_3 20}{\log_3 15}=\frac{\log_3 4+\log_3 5}{1+\log_3 5}=\frac{a\left(1+b\right)}{b\left(1+a\right)}.$

Câu 20. Đáp án D

Chỉ cần cho $a=2,b=3$ rồi dùng MTCT kiểm tra từng đáp án.

Câu 21. Đáp án A

Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua là 5.000.000 đồng, qua năm 2 sẽ thanh toán 6.000.000 đồng, năm 3: 10.000.000 đồng và năm 4: 20.000.000 đồng. Các khoản tiền này đã có lãi trong đó. Do đó giá trị chiếc xe phải bằng tổng các khoản tiền lúc chưa có lãi. Gọi V_0 là tiền ban đầu mua chiếc xe. Giá trị của chiếc xe là:

$V_0=5.1,08^{-1}+6.1,08^{-2}+10.1,08^{-3}+20.1,08^{-4}=32.412.582$ đồng.

Câu 22. Đáp án C

Có $\left(x^2e^{\frac{1}{x}}\right)'=2x.e^{\frac{1}{x}}+e^{\frac{1}{x}}\left(-\frac{1}{x^2}\right)x^2=\left(2x-1\right)e^{\frac{1}{x}}.$

Câu 23. Đáp án D

$$\int\cos\left(2x+3\right)dx=\frac{\sin\left(2x+3\right)}{2}+C$$

Chú ý: $\int\cos\left(ax+b\right)dx=\frac{\sin\left(ax+b\right)}{a}+C$

Câu 24. Đáp án A

Đạo hàm của quãng đường theo biến t là vận tốc. Vậy khi có vận tốc, muốn tìm quãng đường chỉ cần lấy nguyên hàm của vận tốc, do đó:

$$S=\int_0^{20}\left(1,2+\frac{t^2+4}{t+3}\right)dt\approx 190\left(m\right)$$

Câu 25. Đáp án B

Ta có $I=\int x.e^{2x}dx$. Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\dfrac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$

$$\Rightarrow I=\frac{1}{2}xe^{2x}-\int\frac{1}{2}e^{2x}dx=\frac{1}{2}xe^{2x}-\frac{1}{4}e^{2x}+C=\frac{1}{2}e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)+C.$$

Câu 26. Đáp án C

Dùng MTCT để kiểm tra.

Câu 27. Đáp án C

Các tiếp tuyến của (P) đi qua $A(2;-2)$ là: $y=-2x+2;y=6x-14$

Vẽ các đồ thị trên hệ trục tọa độ *Oxy*. Các hoành độ giao điểm lần lượt là 0,2,4

$$S=\int_0^2 x^2dx+\int_2^4(x-4)^2dx=8$$

Câu 28. Đáp án A

$$V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin x+\cos x)^2dx=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\sin 2x)dx=\frac{\pi(\pi+2)}{2}$$

Câu 29. Đáp án B

$z=-1-2\sqrt{6}i\Rightarrow\overline{z}=-1+2\sqrt{6}i$. Vậy phần thực bằng –1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$.

Câu 30. Đáp án D

Gọi $z=a+bi\Rightarrow\overline{z}=a-bi(a,b\in\mathbb{R})$. Thay vào phương trình ta được:

$$\left(a^3-3ab^2\right)+\left(3a^2b-b^3\right)i=a-bi\Leftrightarrow\begin{cases}a^3-3ab^2=a\\3a^2b-b^3=b\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}\begin{cases}a=0\\b=\pm1\end{cases}\begin{cases}a=\pm1\\b=0\end{cases}\begin{cases}a^2-3b^2=1\\3a^2-b^2=-1\end{cases}\right.$$

Vậy phương trình phức đã cho có 5 nghiệm.

Câu 31. Đáp án D

Điểm D biểu diễn cho số phức $2+2i$. Số phức này có modun bằng $2\sqrt{2}$.

Câu 32. Đáp án A

Ta có

$$a+bi=\left(1+\sqrt{3}i\right)^{2017}=\left(1+\sqrt{3}i\right)^{3.672+1}=\left[\left(1+\sqrt{3}i\right)^3\right]^{672}\left(1+\sqrt{3}i\right)=\left(-8\right)^{672}\left(1+\sqrt{3}i\right)=8^{672}+8^{672}\sqrt{3}i$$

Câu 33. Đáp án B

Đặt $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Ta có:

$$\left|\frac{z-1}{z-i}\right|=1\Leftrightarrow\left|z-1\right|=\left|z-i\right|\Leftrightarrow\left(a-1\right)^2+b^2=a^2+\left(b-1\right)^2\Leftrightarrow a-b=0$$

$$\left|\frac{z-3i}{z+i}\right|=1\Leftrightarrow a^2+\left(b-3\right)^2=a^2+\left(b+1\right)^2\Leftrightarrow b=1\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}.\text{ Vậy }\overline{z}=1-i$$

Câu 34. Đáp án A

Đặt $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Ta có: $z^2+\left|z\right|^2=0\Leftrightarrow z^2+z.\overline{z}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\z=-\overline{z}\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\a+bi=-a+bi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\a=0\end{array}\right.\text{. Vậy tập hợp các nghiệm là tập hợp mọi số ảo.}$$

Câu 35. Đáp án C

Hình bát diện đều có 12 cạnh và 6 đỉnh. Nên số cạnh gấp 2 lần số đỉnh.

Câu 36. Đáp án D

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

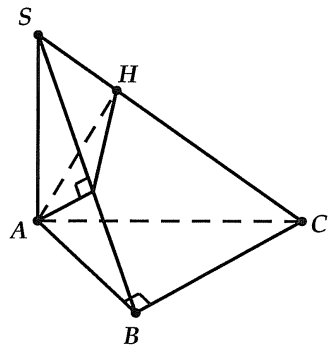
$\Rightarrow \left(\widehat{SC,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SC,AC}\right) = \widehat{SCA} = 45^0$

Tam giác SAC vuông tại A nên: $\sin\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{SC} \Rightarrow SA = SC.\sin\widehat{SCA} = 2a.\sin 45^0 = \sqrt{2}a$

$S_{ABCD} = AB^2 = a^2$ (đvdt)

Vậy $V = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}.a^2.\sqrt{2}a = \dfrac{\sqrt{2}}{3}.a^3$

Câu 37. Đáp án C



Ta có $\begin{cases} AK \perp SC\left(AK \perp (\alpha)\right) \\ AK \perp BC\left(BC \perp (SAB)\right) \end{cases}$, suy ra $AK \perp (SBC) \Rightarrow AK \perp SB$

Vì ΔSAB vuông cân tại A nên K là trung điểm của SB. Ta có:

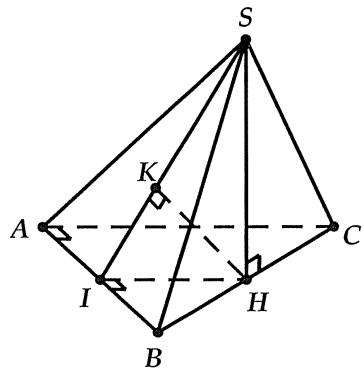
$\dfrac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA.SK.SH}{SA.SB.SC} = \dfrac{SH}{2SC}$. Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$

$SC = \sqrt{AC^2 + SA^2} = a\sqrt{5}$, khi đó $\dfrac{SH}{SC} = \dfrac{SH.SC}{SC^2} = \dfrac{SA^2}{SC^2} = \dfrac{1}{5}$

$\Rightarrow \dfrac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SH}{2SC} = \dfrac{1}{10}$, lại có $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SA.\dfrac{1}{2}.AB.BC = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Vậy $V_{S.AHK}=\frac{a^3\sqrt{3}}{60}$.

Câu 38. Đáp án B



Trong (SBC), dựng $SH\perp BC$. Vì ΔSBC đều cạnh a nên H là trung điểm BC và $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có: $\left.\begin{array}{l}(SBC)\perp(ABC)\\(SBC)\cap(ABC)=BC\\(SBC)\supset SH\perp BC\end{array}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABC)$

Vì H là trung điểm của BC nên $d\left(C;(SAB)\right)=2d\left(H;(SAB)\right)$

Trong (ABC), dựng $HI\perp AB$ và trong (SHI), dựng $HK\perp SI$.

$\left.\begin{array}{l}AB\perp HI\\AB\perp SH\end{array}\right\}\Rightarrow AB\perp(SHI)\Rightarrow(SAB)\perp(SHI)$

Ta có $\left.\begin{array}{l}(SHI)\perp(SAB)\\(SHI)\cap(SAB)=SI\\(SHI)\supset HK\perp SI\end{array}\right\}\Rightarrow HK\perp(SAB)\Rightarrow d\left(H;(SAB)\right)=HK$

Tam giác HBI vuông tại I nên $\sin\widehat{HBI}=\frac{HI}{HB}\Rightarrow HI=HB.\sin\widehat{HBI}=\frac{a}{2}.\sin 30^0=\frac{a}{4}$

Tam giác SHI vuông tại H, $HK\perp SI$ nên:

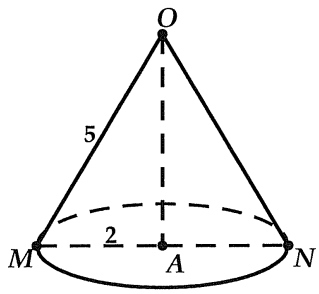
$$\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HI^2}\Leftrightarrow HK^2=\frac{SH^2.HI^2}{SH^2+HI^2}=\frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2.\left(\frac{a}{4}\right)^2}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{4}\right)^2}=\frac{3a^2}{52}\Rightarrow HK=\frac{a\sqrt{39}}{26}$$

Vậy $d\left(C;\left(SAB\right)\right)=2HK=\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 39. Đáp án C

Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BA.BC.\sin 120^0=a^2\sqrt{3}$. Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=a^3\sqrt{3}$

Câu 40. Đáp án B



Ta có: $MN=4cm\Rightarrow MA=2cm\Rightarrow OA=\sqrt{MO^2-MA^2}=\sqrt{21}cm$

$S_d=\pi R^2=3,14.4\left(cm^2\right)$

$V=\frac{1}{3}\sqrt{21}.3,14.4=19,185\left(ml\right)=19,19\,ml$

Câu 41. Đáp án C

Cách 1: Kẻ AA_1 vuông góc với đáy, A_1 thuộc đáy. Suy ra:

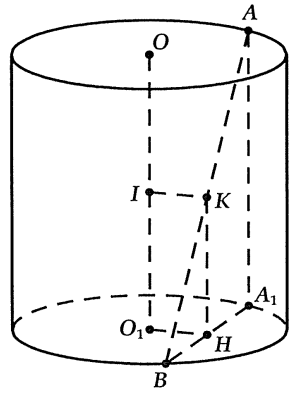
$OO_1\parallel AA_1\Rightarrow OO_1\parallel\left(AA_1B\right)\Rightarrow d\left(OO_1;AB\right)=d\left(OO_1;\left(AA_1B\right)\right)=d\left(O_1;\left(AA_1B\right)\right)$

Tiếp tục kẻ $O_1H\perp A_1B$ tại H, vì O_1H nằm trong đáy nên cũng vuông góc với A_1A, suy ra:

$O_1H\perp\left(AA_1B\right)$. Do đó $d\left(OO_1;AB\right)=d\left(OO_1;\left(AA_1B\right)\right)=d\left(O_1;\left(AA_1B\right)\right)=O_1H$

Xét tam giác vuông AA_1B ta có $A_1B = \sqrt{AB^2 - AA_1^2} = 50\sqrt{3}$

Vậy $O_1H = \sqrt{O_1A_1^2 - A_1H^2} = 25cm$.



Cách 2: Gọi tâm của hai đường trong đáy lần lượt là O và O_1, giả sử đoạn thẳng AB có điểm mút A nằm trên đường tròn đáy tâm O và điểm mút B nằm trên đường tròn đáy O_1.

Theo giả thiết $AB = 100cm$. Gọi IK $\left(I \in OO_1, K \in AB\right)$ là đoạn vuông góc chung của trục OO_1 và đoạn AB. Chiếu vuông góc đoạn AB xuống.

Mặt phẳng đáy chứa đường tròn tâm O_1, ta có A_1, H, B lần lượt là hình chiếu của A, K, B. Vì $IK \perp OO_1$ nên IK song song với mặt phẳng, do đó $O_1H \parallel IK$ và $O_1H = IK$

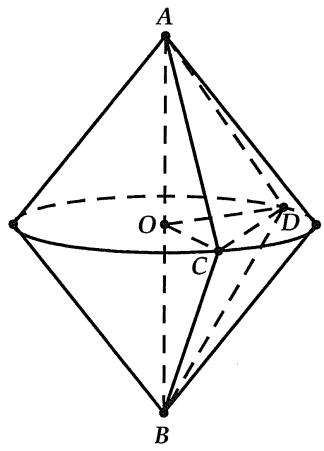
Suy ra $O_1H \perp AB$ và $O_1H \perp AA_1$. Vậy $O_1H \perp A_1B$

Xét tam giác vuông AA_1B ta có $A_1B = \sqrt{AB^2 - AA_1^2} = 50\sqrt{3}$

Vậy $IK = O_1H = \sqrt{O_1A_1^2 - A_1H^2} = 25cm$

Câu 42. Đáp án B

Khi quay ta được hình như bên cạnh, hình này được tạo thành từ hai hình nón.



Câu 43. Đáp án D

Do (P) chứa đường thẳng d nên $\vec{u}.\vec{n}=0 \Leftrightarrow a+2b=0 \Leftrightarrow a=-2b$.

Câu 44. Đáp án D

Câu 45. Đáp án A

Phương trình mặt phẳng $(ABC): 2x+y+z-3=0$

Gọi d là đường thẳng qua O và vuông góc với mặt phẳng (α), có vtcp $\vec{u}=(2;1;1)$

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$

Thay vào phương trình mặt phẳng (α) ta được: $2.2t+t+t-3=0 \Leftrightarrow 6t-3=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$

Vậy, toạ độ hình chiếu cần tìm là $H\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 46. Đáp án D

$\overrightarrow{OI}=2\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k} \Rightarrow I(2;3;-2)$. Tâm của mặt cầu $I(2;3;-2)$

Bán kính của mặt cầu: $R=d\left(I;\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|2-2.3-2.\left(-2\right)-9\right|}{\sqrt{1^2+\left(-2\right)^2+\left(-2\right)^2}}=\dfrac{9}{3}=3$

Vậy, phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ là $\left(x-2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+2\right)^2=9$

Câu 47. Đáp án B

$\overrightarrow{AB}=\left(0;2;-6\right)$, trung điểm của AB là $M\left(1;2;-2\right)$.Mặt phẳng cần tìm là $y-3z-8=0$.

Câu 48. Đáp án C

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm là $I\left(4;-5;3\right)$ và bán kính là $R=1$, ta có $d\left(I;\left(P\right)\right)=3\sqrt{3}; d\left(I;\left(Q\right)\right)=1$. Suy ra khẳng định đúng là: mặt cầu $\left(S\right)$ và mặt phẳng $\left(Q\right)$ tiếp xúc nhau.

Câu 49. Đáp án C

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=2t\end{cases}$. Xét điểm $K\left(1+2t;-1-t;2t\right)$ ta có $\overrightarrow{MK}=\left(2t-1;-t;2t-1\right)$. VTCP của Δ: $\vec{u}=\left(2;-1;2\right)$. K là hình chiếu của M trên đường thẳng Δ khi và chỉ khi $\overrightarrow{MK}.\vec{u}=0\Leftrightarrow t=\dfrac{4}{9}$. Vậy $K\left(\dfrac{17}{9};-\dfrac{13}{9};\dfrac{8}{9}\right)$.

Câu 50. Đáp án D

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, ta có $G\left(2;1;0\right)$, ta có

$MA^2+MB^2+MC^2=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2\left(1\right)$

Từ hệ thức $\left(1\right)$ ta suy ra: $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt GTNN $\Leftrightarrow MG$ đạt GTNN $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của G trên $\left(P\right)$.

Gọi d là đường thẳng qua G và vuông góc với $\left(P\right)$ thì d có phương trình tham số là $\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=t\end{cases}$

Tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=t \\ x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=1 \\ y=0 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow M(1;0;-1)$.

ĐỀ SỐ 08

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$?

A. $m\geq 1$ **B.** $1\leq m<2$ **C.** $m<1$ hay $m>2$ **D.** $-1<m<2$

Câu 2: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $x=1$ **B.** $y=-1$ **C.** $y=2$ **D.** $x=-1$

Câu 3: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

Câu 4: Kết luận nào sau đây **không đúng** về đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0)$?

A. Đồ thị hàm số bậc ba luôn cắt trục hoành tại ít nhất một điểm.
B. Đồ thị hàm số bậc ba nhận điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y''=0$ làm tâm đối xứng.
C. Nếu phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt thì đồ thị hàm số bậc ba có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.
D. Đồ thị hàm số bậc ba không có điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ vô nghiệm.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+6$ trên $[-4;4]$ là:

A. $\min\limits_{[-4;4]} f(x)=-21$ **B.** $\min\limits_{[-4;4]} f(x)=-14$ **C.** $\min\limits_{[-4;4]} f(x)=11$ **D.** $\min\limits_{[-4;4]} f(x)=-70$

Câu 6: Hàm số bậc ba có thể có bao nhiêu cực trị?

A. 1 hoặc 2 hoặc 3 **B.** 0 hoặc 2 **C.** 0 hoặc 1 hoặc 2 **D.** 2

Câu 7: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}\sin 3x+m\sin x$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\frac{\pi}{3}$.

A. $m>0$ **B.** $m=0$ **C.** $m=\frac{1}{2}$ **D.** $m=2$

Câu 8: Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}+(m+1)x^2+(3m+1)x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\left[\begin{array}{l} m\geq 1 \\ m\leq 0 \end{array}\right.$ **B.** $0<m<1$ **C.** $0\leq m\leq 1$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<0 \end{array}\right.$

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{x^2-2x+m}{x+1}$ dương với mọi $x\neq -1$ khi và chỉ khi:

A. $m<-6$ **B.** $m<1$ **C.** $m>3$ **D.** $m<-3$

Câu 10: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Tìm m để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $d: y=m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2=5$.

A. $m=-2$ **B.** $m=2$ **C.** $m=\pm 2$ **D.** Đáp án khác

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{3-x}+\sqrt{x+8}$ là:

A. $\mathbb{R}$ **B.** $[-8;3]$ **C.** $(-\infty;3]$ **D.** $(-\infty;8]\cup[3;+\infty)$

Câu 12: Nghiệm của phương trình $\log_3(x^3+3x+4)=\log_3 8$ là:

A. $x=-4$ **B.** $x=1$ **C.** $\left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=1 \end{array}\right.$ **D.** Vô nghiệm

Câu 13: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\ln(\cos x)$.

A. $\tan x$ **B.** $-\tan x$ **C.** $\frac{1}{\cos x}$ **D.** $\frac{-1}{\sin x}$

Câu 14: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Với bất phương trình dạng $\log_a x>b\,(a>0, a\neq 1)$, nếu $a>1$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $(a^b;+\infty)$.

B. Với bất phương trình dạng $\log_a x>b\,(a>0, a\neq 1)$, nếu $0<a<1$ thì tập nghiệm của bất

phương trình là $(0;a^b)$.

C. Với bất phương trình dạng $\log_a x < b (a>0, a\neq 1)$, nếu $a>1$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $(0;a^b)$.

D. Với bất phương trình dạng $\log_a x < b (a>0, a\neq 1)$, nếu $0<a<1$ thì tập nghiệm của b phương trình là $(0;a^b)$.

Câu 15: Cho các số $M=\left(\sqrt{5}\right)^{\frac{4}{5}}; N=\left(\sqrt{5}\right)^{\frac{2}{3}}; P=\left(\sqrt{6}\right)^{\frac{5}{6}}$. Bất đẳng thức nào sau đây **đúng**:

A. $M>N>P$ **B.** $M>P>N$ **C.** $P>M>N$ **D.** $N>P>M$

Câu 16: Tính $N=\log_{49} 32$ nếu $\log_2 14 = m$.

A. $N=3m+1$ **B.** $N=3m-2$ **C.** $N=\dfrac{5}{2m-2}$ **D.** $N=\dfrac{1}{m-1}$

Câu 17: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_2(4-x)-1}$

A. $(-\infty;4)$ **B.** $(-\infty;2)$ **C.** $(-\infty;2]$ **D.** $[2;4)$

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{e^x+2}{\sin x}$

A. $\dfrac{e^x(\sin x-\cos x)-\cos x}{\sin^2 x}$ **B.** $\dfrac{e^x(\sin x+\cos x)-2\cos x}{\sin^2 x}$

C. $\dfrac{e^x(\sin x-\cos x)-2\cos x}{\sin^2 x}$ **D.** $\dfrac{e^x(\sin x-\cos x)+2\cos x}{\sin^2 x}$

Câu 19: Một học sinh thực hiện giải bài toán: "So sánh $\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}}$ và $\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^{-\sqrt{3}}$" lần lượt như sau:

I. Ta có, từ bất đẳng thức hiển nhiên $\pi^2<10$, suy ra $0<\dfrac{\pi^2}{10}<1\Rightarrow\left(\dfrac{\pi^2}{10}\right)^{\sqrt{2}}<1=\left(\dfrac{\pi^2}{10}\right)^0$

II. Suy ra $\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}}.\left(\dfrac{\pi}{5}\right)^{\sqrt{2}}<1\Rightarrow\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}}<\left(\dfrac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{2}}$.

III. Mà $-\sqrt{2}>-\sqrt{3}$ nên $\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{2}}>\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{3}}$. Vậy $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}}>\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{3}}$

Lý luận trên:

A. Sai từ giai đoạn I **B.** Sai từ giai đoạn II **C.** Sai từ giai đoạn III **D.** Là lời giải đúng

Câu 20: Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+1}=1$ là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 21: Biết rằng ngày 1 tháng 1 năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người. (Kết quả có thể tính ở mức xấp xỉ).

A. 2026 **B.** 2022 **C.** 2020 **D.** 2025

Câu 22: Cho hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, trục tung và các đường $x=1, y=xe^2$. Thể tích của vật thể tròn xoay khi cho hình này quay xung quanh trục Ox là:

A. $\frac{\pi e^4}{3}$ **B.** $\frac{\pi e^2}{2}$ **C.** $\frac{\pi^2 e^3}{3}$ **D.** $\frac{\pi^2 e^4}{6}$

Câu 23: Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị của hàm số $y=\ln x$ tại giao điểm của đồ thị đó với trục Ox. Diện tích của hình tam giác tạo bởi hai trục tọa độ và đường thẳng d được xác định bởi tích phân:

A. $\int_0^1 \ln x dx$ **B.** $\int_0^1 \frac{\ln x}{x} dx$ **C.** $\int_0^1 (x-1) dx$ **D.** $\int_0^1 (1-x) dx$

Câu 24: Cho tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x} dx = a\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{4}}\right)-b\pi$. Tính $A=\log_{\sqrt{3}} a+\log_{\sqrt{6}} b$.

Chọn đáp án **đúng**:

A. –3 **B.** 2 **C.** –1 **D.** 1

Câu 25. Cho tích phân $I=\int_0^{\pi^2}\sqrt{x}.\sin\sqrt{x}dx=a\pi^2+b$. Tính $A=a-b$

Chọn đáp án **đúng**:

A. 7 **B.** 10 **C.** 6 **D.** 2

Câu 26: Cho $I=\int\frac{dx}{2x^2-x-1}=\int\left[\frac{a}{x-1}+\frac{b}{2x+1}\right]dx$

Khi đó $P=5\left(a^2+b^2-6ab-b^4-a^4\right)\left(2a+b\right).c^3$ bằng:

A. 1 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** 3 **D.** 0

Câu 27: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\left|x^2-1\right|$ và $y=\left|x\right|+5$ là:

A. $\frac{73}{6}$ **B.** $\frac{73}{3}$ **C.** 12 **D.** 14

Câu 28: Một tàu lửa đang chạy với vận tốc $200m/s$ thì người lái tàu đạp phanh; từ thời điểm đó, tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v\left(t\right)=200-20t$ (m/s). Trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi thời gian khi tàu đi được quãng đường 750m ít hơn bao nhiêu giây so với lúc tàu dừng hẳn?

A . $5s$ **B** . $10s$ **C** . $15s$ **D** . $8s$

Câu 29: Trong mặt phẳng phức, các điểm biểu diễn tương ứng với các số $0,1,i,-2$ tạo thành:

A. Hình vuông **B.** Hình bình hành **B.** Hình chữ nhật **D.** Một hình khác

Câu 30: Biểu thức $\frac{7-17i}{5-i}$ có giá trị bằng:

A. $\frac{7}{5}+17i$ **B.** $3+i$ **C.** $-2+2i$ **D.** $2-3i$

Câu 31: Nếu $z=a+bi$ được biểu diễn bởi điểm M thì:

A. Số kz được biểu diễn bởi điểm N mà $ON = |k|OM$

B. Số kz được biểu diễn bởi điểm N mà $OM = kON$

C. Số kz được biểu diễn bởi điểm N cách M một đoạn bằng $|k|$

D. Cả ba câu trên đều sai

Câu 32: Cho $z = \sqrt{172} + 30i, z' = \sqrt{172} - 30i$. Khi đó $\overline{z.z'}$ bằng?

A. Một số thuần ảo **B.** 1072 **C.** $2\sqrt{172}$ **D.** 20

Câu 33: Trên mặt phẳng phức, tập hợp các số $z = x + yi$ sao cho z^2 là số thực được biểu diễn bởi:

A. Đường có phương trình $xy = 0$ **B.** Đường có phương trình $x = 0$

C. Đường có phương trình $y = 0$ **D.** Nửa mặt phẳng bờ là Ox

Câu 34: Giải phương trình $x^2 - (3+4i)x + 5i - 1 = 0$ trên tập số phức. Tìm tập nghiệm S.

A. $S = \{i+1; 3i+2\}$ **B.** $S = \{i+1\}$

C. $S = \{3i+2\}$ **D.** $S = \{i+1; 3i+2; i\}$

Câu 35: Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1+2i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

A. $I(1;-2)$ **B.** $I(1;2)$ **C.** $I(-1;2)$ **D.** $I(-1;-2)$

Câu 36: Số nào sau đây là căn bậc 2 của $\dfrac{\sqrt{3}-i}{1+i\sqrt{3}}$?

A. $\dfrac{-1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}i$ **B.** $\dfrac{-3}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}i$ **C.** $\dfrac{-1}{\sqrt{2}} + \dfrac{3}{\sqrt{2}}i$ **D.** $\dfrac{-1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{2}}i$

Câu 37: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm H của cạnh $B'C'$, biết $BA' = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\sqrt{3}a^3$ **B.** $2\sqrt{3}a^3$ **C.** $3\sqrt{3}a^3$ **D.** $4\sqrt{3}a^3$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với cạnh $AB=2a, AD=a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB, SC tạo với đáy một góc bằng 45^0. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và góc giữa đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) bằng 30^0. Gọi M là trung điểm của SA, (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với SC. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại N, E, F. Tính theo a thể tích khối chóp $S.MNEF$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{72}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{18}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và góc giữa đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) bằng 30^0. Gọi M là trung điểm của SA, (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với SC. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại N, E, F. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.MNEF$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{5}$ **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$

Câu 41. Diện tích và chu vi của một hình chữ nhật $ABCD$ $(AB>AD)$ theo thứ tự là $2a^2$ và $6a$. Cho hình chữ nhật quay quanh cạnh AB một vòng, ta được một hình trụ. Tính thể tích xung quanh của hình trụ này.

A. $2\pi a^3; 4\pi a^2$ **B.** $4\pi a^3; 4\pi a^2$ **C.** $2\pi a^3; 2\pi a^2$ **D.** $4\pi a^3; 2\pi a^2$

Câu 42: Cho hình lập phương *ABCD.A'B'C'D'* cạnh *a*. Hãy tính diện tích xung quanh của khối nón có đỉnh là tâm *O* của hình vuông *ABCD*, đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông *A'B'C'D'*. Chọn đáp án **đúng**:

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{2}$ **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$ **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{6}$ **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{8}$

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* cho hai điểm $M(2;-4;5)$ và $N(-3;2;7)$. Điểm *P* trên trục *Ox* cách đều hai điểm *M* và *N* có tọa độ là:

A. $\left(-\frac{17}{10};0;0\right)$ **B.** $\left(\frac{7}{10};0;0\right)$ **C.** $\left(\frac{9}{10};0;0\right)$ **D.** $\left(-\frac{19}{10};0;0\right)$

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* cho 3 vecto $\vec{a}=(5;4;-1),\vec{b}=(2;-5;3)$ và $\vec{c}$ thỏa mãn hệ thức $\vec{a}+2\vec{c}=\vec{b}$. Tọa độ $\vec{c}$ là:

A. $(-3;-9;4)$ **B.** $\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2};-2\right)$ **C.** $\left(-\frac{3}{2};\frac{-9}{2};-2\right)$ **D.** $\left(-\frac{3}{4};-\frac{9}{4};1\right)$

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* cho đường thẳng $d:\begin{cases}3x-2y+z-10=0\\x+2y-4z+2=0\end{cases}$

Vécto chỉ phương của *d* có tọa độ là:

A. $(6;-13;8)$ **B.** $(6;13;-8)$ **C.** $(-6;13;-8)$ **D.** $(6;13;8)$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d=\frac{x-3}{2}=\frac{y-3}{2}=\frac{z}{1}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+2=0$. Lập phương trình mặt phẳng (P) song song với *d* và trục *Ox*, đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $\begin{bmatrix}2y-z+2+3\sqrt{5}=0\\2y-z+2-3\sqrt{5}=0\end{bmatrix}$ **B.** $\begin{bmatrix}y-2z+3+2\sqrt{5}=0\\y-2z+3-2\sqrt{5}=0\end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix}3y+z+1+5\sqrt{3}=0\\3y+z+1-5\sqrt{3}=0\end{bmatrix}$ **D.** $\begin{bmatrix}4y-z+5+\sqrt{6}=0\\4y-z+5-\sqrt{6}=0\end{bmatrix}$

Câu 47. Mặt phẳng (P) chứa Oz và tạo với mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-\sqrt{5}z=0$ một góc 60^0 có phương trình là :

A. $-3x+y=0$ **B.** $x+3y=0$

C. $-3x+y=0, x+3y=0$ **D.** Không tồn tại mặt phẳng thỏa mãn đề bài

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (α) chứa gốc tọa độ O và vuông góc với 2 mặt phẳng $(P): x-y+z-7=0$ và $(Q): 3x+2y-12z+5=0$ có phương trình là:

A. $2x-3y-z=0$ **B.** $10x-15y+5z+2=0$

C. $10x+15y+5z-2=0$ **D.** $2x+3y+z=0$

Câu 49: Cho 2 đường thẳng $(d_1): \begin{cases}x+y-1=0\\2x+z=0\end{cases}$ và $(d_2): \begin{cases}2x+y-1=0\\z-2=0\end{cases}$. Phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 là:

A. $\begin{cases}x=-\frac{4}{7}+4t\\y=\frac{15}{7}+2t\\z=2+t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=\frac{4}{7}+4t\\y=-\frac{15}{7}-2t\\z=2+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-4+4t\\y=-15+2t\\z=2+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-\frac{4}{7}+4t\\y=\frac{15}{7}-2t\\z=-2-t\end{cases}$

Câu 50. Cho các mệnh đề sau:

1. $(d): \frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$; $(\alpha): 3x+5y-z-2=0$ cắt nhau.
2. $(d): \frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{4}=\frac{z}{3}$; $(\alpha): 3x-3y+2z-5=0$: d song song (α).
3. $(d): \frac{x-9}{8}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{3}$; $(\alpha): x+3y-4z+1=0$: d song song (α).

4. $(d):\dfrac{x-7}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-5}{4}$; $(\alpha):3x-y+7z+16=0$: d cắt (α).

5. d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):3x+5y+7z+16=0$ và $(Q):2x-y+z-6=0$, $(\alpha)=5x-z-4=0$: d thuộc (α).

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

A. 1 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 5

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.B	02.D	03.A	04.D	05.D	06.B	07.D	08.C	09.D	10.A
11.B	12.B	13.B	14.D	15.C	16.C	17.C	18.B	19.C	20.C
21.D	22.A	23.D	24.C	25.B	26.D	27.B	28.A	29.A	30.D
31.A	32.B	33.A	34.A	35.A	36.A	37.C	38.A	39.B	40.B
41.A	42.B	43.A	44.C	45.D	46.B	47.C	48.D	49.A	50.C

Câu 1. Đáp án B

$*$ Với $m=-1$, hàm số trở thành $y=0$ là hàm hằng nên không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$*$ Với $m\neq -1$, ta có $y'=\dfrac{m(m+1)-(2m+2)}{(x+m)^2}=\dfrac{m^2-m-2}{(x+m)^2},(x\neq -m)$.

Để hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-2<0,\forall m\neq -1\\-m\notin(-1;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<2\\-m\leq -1\end{cases}\Leftrightarrow 1\leq m<2$.

Câu 2. Đáp án D

Câu 3. Đáp án A

Đạo hàm $y'=3x^2-4x+1;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{3}\\x=1\end{array}\right.$

Ta có $y'<0,\forall x\in\left(\dfrac{1}{3};1\right)\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

Câu 4. Đáp án D

Đồ thị hàm số bậc ba không có điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

Câu 5. Đáp án D

Đạo hàm $f'(x)=3x^2-6x-9;\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$

Ta có $f(-4)=-70;f(-1)=11;f(3)=-21;f(4)=-14$.

Hàm số liên tục trên $[-4;4]$ nên $\min\limits_{[-4;4]} f(x) = -70$.

Câu 6. Đáp án B

Câu 7. Đáp án D

Ta có $y' = \cos 3x + m\cos x;\ y'' = -3\sin 3x - m\sin x$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 \\ y''\left(\frac{\pi}{3}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 + \frac{1}{2}m = 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$

Câu 8. Đáp án C

Đạo hàm $y' = x^2 + 2(m+1)x + 3m + 1.$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1.$

Câu 9. Đáp án D

Ta có $y = \frac{x^2 - 2x + m}{x+1} = \frac{(x+1)(x-3) + m + 3}{(x+1)} = x - 3 + \frac{m+3}{x+1}$

Đạo hàm $y' = 1 - \frac{m+3}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x - m - 2}{(x+1)^2}$

Để $y' > 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - m - 2 > 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow \Delta' = m + 3 < 0 \Leftrightarrow m < -3$

Câu 10. Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị

$x^3 - 3x^2 + 2 = m(x-1) \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - m - 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$

Để đường thẳng d cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m + 3 > 0 \\ 1^2 - 2.1 - m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m > -3.$

Giả sử $x_1=1$. Khi đó x_2,x_3 là nghiệm của phương trình $(*)$. Theo Vi–et, ta có $\begin{cases}x_2+x_3=2\\x_2x_3=-m-2\end{cases}$

Yêu cầu bài toán $x_1^2+x_2^2+x_3^2=5\Leftrightarrow x_2^2+x_3^2=4\Leftrightarrow (x_2+x_3)^2-2x_2x_3=4$

$$\Leftrightarrow 4+2(m+2)=4\Leftrightarrow m=-2.$$

Đối chiếu điều kiện để d cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt ta chọn $m=-2$.

Câu 11. Đáp án B

Hàm số xác định khi $\begin{cases}3-x\ge 0\\x+8\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3\\x\ge -8\end{cases}\Leftrightarrow -8\le x\le 3.$

Câu 12. Đáp án B

Điều kiện $x^3+3x+4>0$.

Phương trình $\Leftrightarrow x^3+3x+4=8\Leftrightarrow x^3+3x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-4\end{array}\right.$

Thử lại thì chỉ thấy $x=1$ thỏa mãn.

Câu 13. Đáp án B

Công thức đạo hàm hàm hợp của hàm logarit Ne-pe như sau: $(\ln u)'=\dfrac{u'}{u}$.

Khi đó áp dụng công thức trên vào ta được $y'=(\ln(\cos x))'=\dfrac{-\sin x}{\cos x}=-\tan x$.

Câu 14. Đáp án D

Câu 15. Đáp án C.

So sánh hai số có cùng cơ số là M và N trước. Ta thấy $\sqrt{5}>1$, do đó ta đi so sánh hai số mũ với nhau, rõ ràng $\dfrac{4}{5}>\dfrac{2}{3}$ do đó $\left(\sqrt{5}\right)^{\frac{4}{5}}>\left(\sqrt{5}\right)^{\frac{2}{3}}\Leftrightarrow M>N$. Do đó ta loại D.

Tiếp tục so sánh P với một trong hai số M hoặc N. Do cơ số $\sqrt{6}>\sqrt{5}$ và số mũ cũng lớn hơn hẳn hai số mũ còn lại nên suy ra $P>M>N$.

Câu 16. Đáp án C.

$$N=\log_{49}32=\frac{\log_2 32}{\log_2 49}=\frac{5}{\log_2 7^2}=\frac{5}{2\log_2 7}=\frac{5}{2\log_2\frac{14}{2}}=\frac{5}{2\left(\log_2 14-\log_2 2\right)}=\frac{5}{2m-2}.$$

Câu 17. Đáp án C.

Điều kiện $\begin{cases}4-x>0\\ \log_2(4-x)\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<4\\ 4-x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<4\\ x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow x\le 2.$

Câu 18. Đáp án B

Ta tính đạo hàm của hàm số bằng cách sử dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$

Khi đó $\left(\frac{e^x+2}{\sin x}\right)'=\frac{\left(e^x+2\right)'.\sin x-\left(\sin x\right)'.\left(e^x+2\right)}{\sin^2 x}=\frac{e^x\left(\sin x-\cos x\right)-2\cos x}{\sin^2 x}.$

Câu 19. Đáp án C.

Với I: ta có $\pi^2\approx 9{,}8696$ do đó $0<\frac{\pi^2}{10}<1$ nên I đúng.

Với II: ta thấy $\left(\frac{\pi^2}{10}\right)^{\sqrt{2}}=\left(\frac{\pi}{5}.\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}}=\left(\frac{\pi}{5}\right)^{\sqrt{2}}.\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}}<1$, từ đó suy ra II đúng. Đến đây ta có thể loại A và B.

Với III: Nhận xét : $\pi\approx 3{,}14$ khi đó $0<\frac{\pi}{5}<1$. Vậy nếu $-\sqrt{2}<-\sqrt{3}$ thì $\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{2}}<\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{3}}$.

Vậy III sai. Ta chọn luôn C.

Câu 20. Đáp án C

$2^{2x^2-7x+1}=1\Leftrightarrow 2^{2x^2-7x+1}=2^0\Leftrightarrow 2x^2-7x+1=0$. Phương trình này có $\Delta=(-7)^2-4.2=41>0$ nên có hai nghiệm phân biệt.

Câu 21. Đáp án D.

Lần lượt thay các số liệu từ giả thiết vào ta được phương trình: $78685800.e^{N.0{,}017}=120000000$

$\Leftrightarrow e^{N.0{,}017}=\frac{120000000}{78685800}\Leftrightarrow N.0{,}017=\ln\frac{120000000}{78685800}\Leftrightarrow N\approx 24{,}825$, tức là xấp xỉ 25 năm.

Do đề bài tính từ tháng 1 năm 2001 do đó ta tính cả năm 2001 vào đó nữa, tức là kết quả của chúng ta sẽ là $2001-1+25=1025$.

Câu 22. Đáp án A

Đường thẳng $y=xe^2$ đi qua $O(0;0)$

Thể tích của vật thể tròn xoay khi cho hình này quay xung quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_0^1\left(xe^2\right)^2dx=\pi e^4\int_0^1x^2dx=\frac{\pi e^4x^2}{3}\Big|_0^1=\frac{\pi e^4}{3}\ (\text{đvtt})$$

Câu 23. Đáp án D

Tọa độ giao điểm của đồ thị $y=\ln x$ trục Ox là nghiệm của hệ $\begin{cases}y=\ln x\\y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$

Ta có $y'=\left(\ln x\right)'=\frac{1}{x}\Rightarrow y'(1)=1$, vậy phương trình của tiếp tuyến là:

$y=1(x-1)+0\Leftrightarrow y=x-1$

Diện tích phải tìm là $S=\int_0^1|x-1|dx=\int_0^1(1-x)dx=\left(x-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1=\frac{1}{2}$.

Câu 24. Đáp án C

Đặt $\begin{cases}u=\ln(\sin x)\\dv=\frac{dx}{\cos^2x}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{\cos x}{\sin x}dx\\v=\tan x\end{cases}$

Vậy $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\ln(\sin x)}{\cos^2x}dx=\left[\tan x.\ln x(\sin x)\right]\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}-\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}dx$

$$=\sqrt{3}\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}\ln\frac{1}{2}-\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{3}\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{4}}\right)-\frac{\pi}{6}\Rightarrow a=\sqrt{3};b=\frac{1}{6}\Rightarrow A=-1.$$

Câu 25. Đáp án B

* Đặt $\begin{cases}u=t^2\\dv=\sin t dt\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2tdt\\v=-\cos t\end{cases}$

Vậy $I=2\left(-t^2\cos t\Big|_0^{\pi}+2\int_0^{\pi}t\cos t dt\right).$

Đặt $\begin{cases}u=t\\dv=\cos t dt\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dt\\v=\sin t\end{cases}$

Suy ra $I_1=\int_0^{\pi}t\sin t dt=t\sin t\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\sin t dt=\cos t\Big|_0^{\pi}=-2$

Do đó: $I=2\left[-t^2\cos t\Big|_0^{\pi}-4\right]=2\pi^2-8\Rightarrow a=2;b=-8\Rightarrow A=10.$

Câu 26. Đáp án D

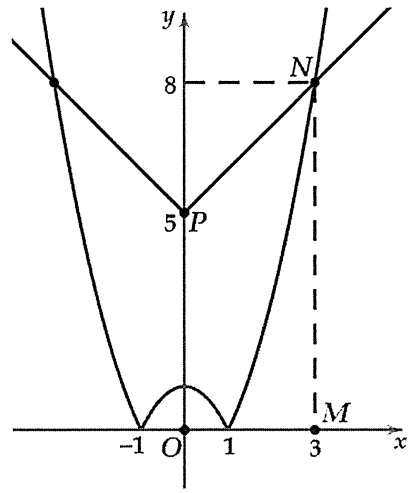
$$I=\int\frac{dx}{2x^2-x-1}=\int\frac{dx}{(x-1)(2x+1)}=\frac{1}{3}\int\frac{(2x+1)-2(x-1)}{(x-1)(2x+1)}dx=\int\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{2}{2x+1}\right)dx$$

Khi đó $a=\frac{1}{3},b=-\frac{2}{3}\Rightarrow 2a+b=0$. Vậy $P=0$.

Câu 27. Đáp án B

Ta có $y=\left|x^2-1\right|=\begin{cases}x^2-1,x\le -1\vee x\ge 1\\-\left(x^2-1\right),-1<x<1\end{cases}$ và $y=|x|+5=\begin{cases}x+5,x\ge 0\\-x+5,x<0\end{cases}$

Ta có đồ thị:



Hoành độ giao điểm dương của hai đường đã cho là nghiệm của phương trình:

$x^2-1=x+5\Leftrightarrow x^2-x-6=0\Leftrightarrow x=3$.

Do tính chất đối xứng, diện tích S cần tìm bằng hai lần diện tích của S_1, mà $S_1=S_{OMNP}-I-J$, với I là phần giới hạn bởi các đường $y=-x^2+x;y=0;x=0;x=1$ và J là phần giới hạn bởi các đường $y=x^2-1;y=0;x=1;x=3$.

$I=\int_0^1\left(-x^2+1\right)dx=\left(-\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_0^1=\frac{2}{3}$ và $J=\int_1^3\left(x^2-1\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-x\right)\Big|_1^3=\frac{20}{3}$, còn diện tích hình thang $OMNP$ là $S_{OMNP}=\frac{8+5}{2}.3=\frac{39}{2}$. Do vậy: $S_1=\frac{39}{2}-\frac{22}{3}=\frac{73}{6}$ (đvdt)

Từ đó, $S=2S_1=\frac{73}{3}$ (đvdt)

Câu 28. Đáp án A

Khi tàu dừng lại thì $v=0\Leftrightarrow 200-20t=0\Leftrightarrow t=10s$.

Ta có phương trình chuyển động với $t=t_0$ tại thời điểm đang xét với $t_0\in(0;10)$.

$$s=\int_0^{t_0} v(t)dt=\left(200t-10t^2\right)\Big|_0^{t_0}=200t_0-10t_0^2$$

Khi $S=750\Leftrightarrow 10t_0^2-200t_0+750=0\Leftrightarrow t_0=5$ vì $t_0\in(0;10)$.

Lệch nhau: $10-5=5s$.

Câu 29. Đáp án A

Các điểm tương ứng là $O(0;0),A(1;0),B(0;1),C(-2;0)$

Câu 30. Đáp án D

Ta có $\dfrac{7-17i}{5-i}=\dfrac{(7-17i)(5+i)}{(5-i)(5+i)}=\dfrac{35+17+7i-85i}{26}=\dfrac{52-78i}{26}=2-3i$.

Câu 31. Đáp án A

Ta có $M(a;b),N(ka;kb)$. Suy ra $\begin{cases}OM=\sqrt{a^2+b^2}\\ ON=\sqrt{(ka)^2+(kb)^2}=|k|\sqrt{a^2+b^2}\end{cases}\Rightarrow ON=|k|OM$

Câu 32. Đáp án B

$z.z'=900+172=1072$. Do đó $\overline{z.z'}=z.z'=1072$.

Câu 33. Đáp án A

Ta có $z^2=(x+yi)^2=x^2-y^2+2xyi$. Như thế, z^2 là số thực khi và chỉ khi $xy=0$

Câu 34. Đáp án A

$$x^2-(3+4i)x+5i-1=0\Leftrightarrow(x-i-1)(x-3i-2)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=i+1\\ x=3i+2\end{bmatrix}$$

Câu 35. Đáp án A

Gọi số phức $z=x+yi,\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$. Từ giả thiết ta có:

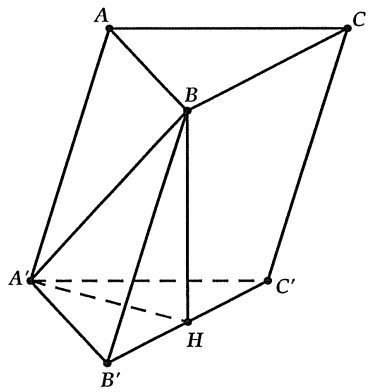
$$\left|x+yi-1+2i\right|=3\Leftrightarrow\left|x-1+\left(y+2\right)i\right|=3\Leftrightarrow\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2=9\Rightarrow I\left(1;-2\right).$$

Câu 36. Đáp án A

Gọi số phức cần tìm là $z=a+bi,\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$

$$a+bi=\sqrt{\frac{\sqrt{3}-i}{1+i\sqrt{3}}}\Leftrightarrow a^2-b^2+2abi=-i\Leftrightarrow\begin{cases}a^2-b^2=0\\2ab=-1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{1}{\sqrt{2}};b=\frac{-1}{\sqrt{2}}\\a=\frac{1}{\sqrt{2}};b=\frac{-1}{\sqrt{2}}\end{array}\right.$$

Câu 37. Đáp án C

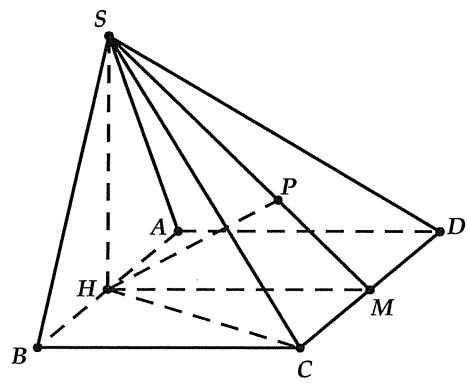


Vì $BH\perp\left(A'B'C'\right)$ nên tam giác $A'BH$ vuông tại H.

Tính được $A'H=a\sqrt{3},BH=3a$

$$V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta A'B'C'}.BH=\frac{4a^2\sqrt{3}}{4}.3a=3\sqrt{3}a^3\text{ (đvtt).}$$

Câu 38. Đáp án A

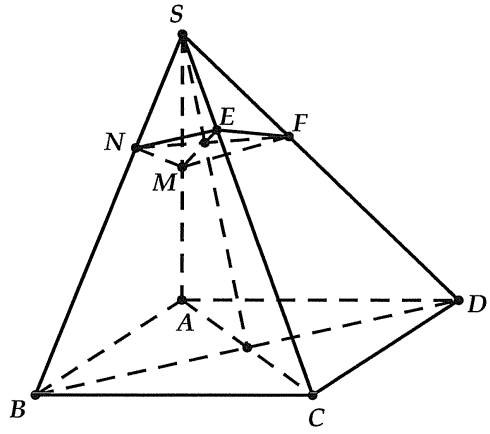


Gọi M là trung điểm CD, P là hình chiếu của H lên SM khi đó $HM \perp CD; CD \perp SH \Rightarrow CD \perp HP$, mà $HP \perp SM \Rightarrow HP \perp (SCD)$.

Lại có $AB \parallel CD$ suy ra $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(A;(SCD)) = d(H;(SCD)) = HP$

Ta có $\frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HS^2}$, suy ra $HP = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy $d(A;(SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 39. Đáp án B



Từ giả thiết ta có: $\left.\begin{matrix} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{BSC} = 30^0$

là góc giữa SC với mặt phẳng (SAB).

Từ đó: $SB = BC.\cot 30^0 = a\sqrt{3}$; $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

$SC \perp (P)$ tại E nên thể tích khối chóp $S.MNEF$ được xác định bởi $V = \frac{1}{3} S_{MNEF}.SE$

Do $SA \perp AC$ và $SA = AC = a\sqrt{2}$, nên ΔSAC vuông cân tại $A \Rightarrow \Delta SEM$ vuông cân tại E

$\Rightarrow SE = \frac{SM}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2}$.

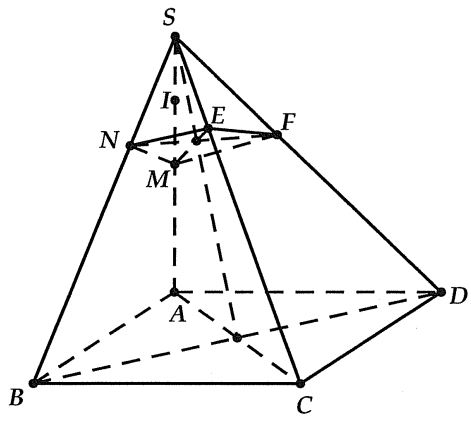
Ta có: $\left.\begin{matrix} MN \perp CS\left(SC \perp (P)\right) \\ MN \perp BC\left(BC \perp (SAB)\right) \end{matrix}\right\} \Rightarrow MN \perp (SBC) \Rightarrow MN \perp NE, MN \perp SB$

$\Rightarrow S_{MNE} = \frac{1}{2} MN.NE = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{6}}{6} . \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a^2\sqrt{2}}{24}$.

Hoàn toàn tương tự ta cũng có $MF \perp EF$ và $S_{MEF} = \frac{a^2\sqrt{2}}{24} \Rightarrow S_{MNEF} = \frac{a\sqrt{2}}{12}$

Vậy $V = \frac{1}{3} S_{MNEF}.SE = \frac{a^3\sqrt{2}}{72}$ (đvtt)

Câu 40. Đáp án B



Ta có $\left.\begin{matrix} MN \perp SE \\ MN \perp NE \end{matrix}\right\} \Rightarrow MN \perp (SNE) \Rightarrow MN \perp SN.$

Tương tự $MF \perp SF$

Từ đó, *SNM, SEM* và *SFM* là 3 tam giác vuông nhận *SM* là cạnh huyền chung. Suy ra nếu gọi *I* là trung điểm của *SM* thì *I* chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp *S.MNEF* và bán kính mặt cầu là $R = \frac{1}{2}SM = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 41. Đáp án A

Nếu ta xem độ dài của các cạnh *AB* và *AD* như là các ẩn thì chúng sẽ là các nghiệm của phương trình bậc hai $x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$.

Giải phương trình bậc hai này, đối chiếu với điều kiện của đề bài, ta có: $AB = 2a$ và $AD = a$

Thể tích hình trụ: $V = \pi AD^2.AB = 2\pi a^3$

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi AD.AB = 4\pi a^2$

Câu 42. Đáp án B

Khối nón có chiều cao bằng a, bán kính $r=\frac{a}{2}$

Do đó $l=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{5a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{5}}{2}; S_{xq}=\pi rl=\pi.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{5}}{2}=\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$ (đvdt)

Câu 43. Đáp án A

$P\in Ox\Rightarrow P(x;0;0)$.

YCBT $\Leftrightarrow MP^2=NP^2\Leftrightarrow (x-2)^2+16+25=(x+3)^2+4+49\Leftrightarrow -10x=17\Leftrightarrow x=-\frac{17}{10}$.

Vậy $P\left(-\frac{17}{10};0;0\right)$.

Câu 44. Đáp án C

Gọi $\vec{c}=(x;y;z)\Rightarrow \vec{a}+2\vec{c}=(5+2x;4+2y;-1+2z)$

Ta có $\vec{a}+2\vec{c}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}5+2x=2\\4+2y=-5\\-1+2z=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{3}{2}\\y=-\frac{9}{2}\\z=2\end{cases}$

Vậy $\vec{c}=\left(-\frac{3}{2};-\frac{9}{2};2\right)$.

Câu 45. Đáp án D

Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng: Mặt phẳng $(P):3x-2y+z-10=0$ có VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(3;-2;1)$ và mặt phẳng $(Q):x+2y-4z+2=0$ có VTPT là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(1;2;-4)$.

Khi đó véctơ chỉ phương của d là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(6;13;8)$.

Câu 46. Đáp án B

(S) có tâm $I(1;1;2)$, bán kính $R=2$. d có VTCP $\vec{u}=(2;2;1)$

Do $(P)\parallel d,(P)\parallel Ox$ nên có VTPT $\vec{n}=\left[\vec{u},\vec{i}\right]=(0;1;-2)\Rightarrow$ Phương trình của mặt phẳng (P) có dạng: $y-2z+D=0$

(P) tiếp xúc với $(S)\Leftrightarrow d\left(I;(P)\right)=R\Leftrightarrow\dfrac{|1-4+D|}{\sqrt{1^2+2^2}}=2\Leftrightarrow|D-3|=2\sqrt{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=3+2\sqrt{5}\\D=3-2\sqrt{5}\end{array}\right.$

$\Rightarrow (P): y-2z+3+2\sqrt{5}=0$ hoặc $(P): y-2z+3-2\sqrt{5}=0$.

Câu 47. Đáp án C

Phương trình có chùm mặt phẳng (P) chứa Oz là $mx+ny=0$.

Vậy (P) có VTPT $\vec{u}=(m;n;0)$

(α) có VTPT $\vec{v}=\left(2,1,-\sqrt{5}\right)$

Ta có $\cos\left((P),(\alpha)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u,v}\right)\right|=\dfrac{|2m+n|}{\sqrt{m^2+n^2}\sqrt{4+1+5}}=\cos 60^0=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow\dfrac{|2m+n|}{\sqrt{10}.\sqrt{m^2+n^2}}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 2|2m+n|=\sqrt{10}.\sqrt{m^2+n^2}$

$\Leftrightarrow 16m^2+16mn+4n^2=10m^2+10n^2\Leftrightarrow 6m^2+16mn-6n^2=0$

Cho $n=1\Rightarrow 6m^2+16m-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m_1=\dfrac{1}{3}\\m_2=3\end{array}\right.$

Vậy ta có 2 mặt phẳng (P) là $(P_1): -3x+y=0; (P_2): \frac{1}{3}x+y=0 \Leftrightarrow x+3y=0$.

Câu 48. Đáp án D

Ta có mặt phẳng $(P): x-y+z-7=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_1}=(1,-1,1)$

Mặt phẳng $(Q): 3x+2y-12z+5=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_2}=(3,2,-12)$

Vì mặt phẳng $(\alpha)\perp(P),(\alpha)\perp(Q)$ nên có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(10;15;5)$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) qua O, VTPT $\vec{n}=(10;15;5)$ là $2x+3y+z=0$

Câu 49. Đáp án A

Phương trình tham số của hai đường thẳng :

$$(d_1)=\begin{cases}x=t_1\\y=1-t_1\\z=-2t_1\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{u_1}=(1;-1;-2); M_1(0;1;0)\in d_1$$

$$(d_2)=\begin{cases}x=t_2\\y=1-2t_2\\z=2\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{u_2}=(1;-2;0); M_2(0;1;2)\in d_2$$

$\Rightarrow \overrightarrow{M_1M_2}=(0;0;2)$

VTCP của đường vuông góc chung là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_2};\overrightarrow{u_1}\right]=(4;2;1)$

$\Rightarrow \vec{u}.\overrightarrow{M_1M_2}=2\neq 0\Rightarrow d_1;d_2$ chéo nhau.

Gọi (Δ) cắt d_1 tại $M\Rightarrow M(t_1;1-t_1;-2t_1);(\Delta)$ cắt d_2 tại $N\Rightarrow N(t_2;1-2t_2;2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(t_2-t_1;t_1-2t_2;2+2t_1)$

$$\overrightarrow{MN} \parallel \vec{u} \Rightarrow \frac{t_2 - t_1}{4} = \frac{t_1 - 2t_2}{2} = \frac{2 + 2t_1}{1} \Rightarrow \begin{cases} 6t_1 - 10t_2 = 0 \\ 3t_1 + 2t_2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -\dfrac{20}{21} \\ t_2 = -\dfrac{4}{7} \end{cases} \Rightarrow N\left(-\frac{4}{7}; \frac{15}{7}; 2\right)$$

$$\Rightarrow (\Delta) \begin{cases} x = -\dfrac{4}{7} + 4t \\ y = \dfrac{15}{7} + 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ là đường thẳng cần tìm.}$$

Câu 50. Đáp án C

Mệnh đề 3,5 sai. Các mệnh đề còn lại đúng.

ĐỀ SỐ 09

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ **B.** $\dfrac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$ **C.** $\dfrac{2(x+1)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$ **D.** $\dfrac{x^2-x+1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

Câu 2: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Khi đó mệnh đề nào sau đây **sai**:

A. Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)>0$ với mọi $x\in(x_0;b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0.

B. Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)<0$ với mọi $x\in(x_0;b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

C. Để hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 thì hàm số $f(x)$ phải có đạo hàm tại x_0.

D. Hàm số $f(x)$ vẫn có thể đạt cực trị tại x_0 nếu không tồn tại đạo hàm tại x_0.

Câu 3: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+1$, có đồ thị là (C). Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(1;5)$ và B là giao điểm thứ hai của Δ với (C). Diện tích tam giác OAB là:

A. 5 **B.** 6 **C.** 12 **D.** $6\sqrt{82}$

Câu 4: Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ đồng biến trên các khoảng nào?

A. $(-1;0)$ **B.** $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $\forall x\in\mathbb{R}$

Câu 5: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(3m+2)x^2+(2m^2+3m+1)x-4$ đạt cực trị tại $x=3$ và $x=5$?

A. $m=-2$ **B.** $m=2$ **C.** $m=\pm 2$ **D.** Kết quả khác

Câu 6: Cho hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$. Xác định m để hàm số có điểm cực đại và cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$.

A. $m\in(-1;3)\cup(3;4)$ **B.** $m\in(1;3)$ **C.** $m\in(3;4)$ **D.** $m\in(-1;4)$

Câu 7: Trên $[-1;1]$, hàm số $y=-x^3-3x^2+a$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0 thì a bằng:

A. $a=2$ **B.** $a=6$ **C.** $a=0$ **D.** $a=4$

Câu 8: Với các giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng?

A. $m=0$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$ **D.** $m=1$

Câu 9: Cho hàm số $y=\sqrt{m+\sin x}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì giá trị của m là:

A. $m\geq 0$ **B.** $m\leq 0$ **C.** $m\geq 1$ **D.** $m\leq 1$

Câu 10: Hàm số $y=\sqrt{4-3x}$ trên đoạn $[-1;1]$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. Giá trị nhỏ nhất bằng 1, giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{7}$.

B. Hàm số không có đạo hàm tại $x=\dfrac{4}{3}$ và giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi $x=1$, giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{7}$ khi $x=-1$.

C. Hàm số không có đạo hàm tại $x=\dfrac{4}{3}$ và giá trị nhỏ nhất bằng 1, giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{7}$.

D. $y'<0, \forall x\in[-1;1]$ và hàm số không có đạo hàm tại $x=\dfrac{4}{3}$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{|x^2-1|}}$ là tập hợp nào?

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ **B.** $(-1;1)$

C. $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ **D.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

Câu 12: Giá trị của $K=\dfrac{\sqrt[5]{81}.\sqrt[5]{3}.\sqrt[5]{9}.\sqrt{12}}{\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}}\right)^2.\sqrt{18}\sqrt[5]{27}.\sqrt{6}}$ là:

A. $3^{-\frac{8}{15}}$ **B.** $3^{\frac{8}{15}}$ **C.** $3^{-\frac{15}{8}}$ **D.** $3^{\frac{15}{8}}$

Câu 13: Tìm giá trị của x để hàm số có nghĩa $y=\dfrac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{5}}3-\log_{\sqrt{5}}x+\log_5(x+2)}}$:

A. $0<x<1$ **B.** $x>-1$ **C.** $x<0$ **D.** $x>1$

Câu 14: Cho $\log_{15}3=a$. Tính $\log_{25}15$ theo a:

A. $\frac{1}{1-a}$ **B.** $\frac{1}{2(1-a)}$ **C.** $\frac{3}{2(a-1)}$ **D.** $\frac{5}{2(a-1)}$

Câu 15: Có kết luận gì về a nếu $(2a+1)^{-3} > (2a+1)^{-1}$ (1)

A. $a \in (-\infty;-1) \cup \left(-\frac{1}{2};0\right)$ **B.** $a \in (-\infty;-1) \cup \left(0;\frac{1}{2}\right)$

C. $a \in (-\infty;-1) \cup \left(-\frac{1}{6};0\right)$ **D.** $a \in (-\infty;2) \cup (-1;0)$

Câu 16: Đạo hàm của hàm số $y = \ln\left(\sqrt{2x-6}-1\right)$ là:

A. $y' = -\frac{1}{\sqrt{2x-6}\left(\sqrt{2x-6}-1\right)}$ **B.** $y' = -\frac{1}{2\sqrt{2x-6}\left(\sqrt{2x-6}-1\right)}$

C. $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x-6}\left(\sqrt{2x-6}-1\right)}$ **D.** $y' = \frac{1}{\sqrt{2x-6}\left(\sqrt{2x-6}-1\right)}$

Câu 17: Phương trình $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Câu 18: Xét hệ phương trình $\begin{cases} \log_x(3x+2y)=2 \\ \log_y(2x+3y)=2 \end{cases}$ (1) có nghiệm $(x;y)$. Khi đó phát biểu nào sau đây **đúng**:

A. $x+2y=0$ **B.** $x-2y=4$ **C.** $x-y=0$ **D.** $x+y=0$

Câu 19: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=6$ và đường cong $y=2x^3-x^2-8x+1$ là:

A. $\frac{2305}{12}$ **B.** $\frac{2401}{96}$ **C.** 114,5 **D.** 25,5

Câu 20: Gọi (H) là phần mặt phẳng hữu hạn được giới hạn bằng hai trục tọa độ, đường thẳng $x=1$ và đường cong có phương trình $y=1+x^3$. Thể tích khối tròn xoay do (H) sinh ra khi quay quanh trục *Ox* là:

A. $\frac{5}{3}\pi$ **B.** $\frac{23}{14}\pi$ **C.** $\frac{9}{14}\pi$ **D.** 2π

Câu 21: Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{3x+2\ln(3x+1)}{(x+1)^2}dx = \int_0^1 \left(\frac{a}{3x+1} - \frac{b}{x+1}\right)dx - \frac{3}{2} + \ln 2$.

Tính $A=a^2-b^4$. Chọn đáp án **đúng**:

A. 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 22: Tính nguyên hàm $I=\int(x-2)\sin 3xdx=-\frac{(x-2)\cos 3x}{a}+b\sin 3x+C$. Tính $M=a+27b$. Chọn đáp án **đúng**:

A. 6 **B.** 14 **C.** 34 **D.** 22

Câu 23: Nguyên hàm của $f(x)=(x-2)(x^2+2x+4)$ là:

A. $\frac{x^4}{4}-8x+C$ **B.** x^4-8x+C **C.** $\frac{x^4}{4}-4x+C$ **D.** $\frac{x^4}{4}-8x$

Câu 24: Nguyên hàm của $f(x)=\frac{(x+2)^2}{x^3}$ có nguyên hàm là hàm $F(x)$. Biết $F(1)=6$. Khi đó $F(x)$ có dạng:

A. $\ln|x|-\frac{4}{x}-\frac{2}{x^2}+6$ **B.** $\ln|x|+\frac{4}{x}-\frac{2}{x^2}+4$

C. $\ln|x|+\frac{4}{x}-\frac{2}{x^2}+6$ **D.** $\ln|x|-\frac{4}{x}-\frac{2}{x^2}+12$

Câu 25: Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v=120-12t(m/s)$. Hỏi rằng trong $2s$ trước khi dừng hẳn vật đi chuyển bao nhiêu mét?

A. $28m$ **B.** $35m$ **C.** $24m$ **D.** $38m$

Câu 26: Số $(3+5i)(3-5i)$ bằng:

A. $9+25i$ **B.** $2+3i$ **C.** 34 **D.** 25

Câu 27: Số phức $\frac{8-i}{2+i}$ có thể viết lại thành:

A. $3-2i$ **B.** $2+3i$ **C.** $2-\frac{1}{2}i$ **D.** 4

Câu 28: Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm M, N, P là tọa độ ba điểm biểu diễn của số phức $z_1=-5+6i; z_2=-4-i; z_3=4+3i$. Tọa độ trực tâm H của tam giác MNP là:

A. $(3;1)$ **B.** $(-1;3)$ **C.** $(2;-3)$ **D.** $(-3;2)$

Câu 29: Tìm căn bậc hai của mỗi số phức sau $1+4\sqrt{3}i$:

A. $\pm(2+\sqrt{3}i)$ **B.** $\pm(3+\sqrt{3}i)$ **C.** $\pm(2-\sqrt{3}i)$ **D.** $\pm(3+\sqrt{2}i)$

ĐỀ BÀI CHO CÂU 30,31: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60^0. Gọi M là trung điểm cạnh BC, N là trung điểm CC'.

Câu 30: Thể tích khối chóp $A.BB'C'C$:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 31: Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'N)$ bằng:

A. $\frac{9a}{2\sqrt{13}}$ **B.** $\frac{3a}{4\sqrt{13}}$ **C.** $\frac{9a}{8\sqrt{13}}$ **D.** $\frac{9a}{4\sqrt{13}}$

ĐỀ BÀI CHO CÂU 32, 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30^0. Gọi E là trung điểm BC.

Câu 32: Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 33: Khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC theo a bằng:

A. $\frac{a\sqrt{38}}{19}$ **B.** $\frac{2a\sqrt{19}}{19}$ **C.** $\frac{a\sqrt{19}}{38}$ **D.** $\frac{3a\sqrt{19}}{38}$

Câu 34: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều có cạnh bằng a, cạnh bên tạo với đáy góc 30^0. Biết hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'ABC$.

A. $a\sqrt{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 35: Diện tích và chu vi của một hình chữ nhật $ABCD$ $(AB > AD)$ theo thứ tự là $2a^2$ và $6a$. Cho hình chữ nhật quay quanh cạnh AB một vòng, ta được một hình trụ. Tính thể tích xung quanh của hình trụ này.

A. $2\pi a^3; 4\pi a^2$ **B.** $4\pi a^3; 4\pi a^2$ **C.** $2\pi a^3; 2\pi^2$ **D.** $4\pi a^3; 2\pi a^2$

Câu 36: Một chiếc cốc dạng hình nón chứa đầy rượu. Trương Phi uống một lượng rượu nên "chiều cao" của rượu còn lại trong cốc bằng một nữa chiều cao ban đầu. Hỏi Trương Phi đã uống bao nhiêu phần rượu trong cốc?

A. $\frac{1}{12}$ **B.** $\frac{7}{8}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{6}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $M(2;-1;7), N(4;5;-2)$. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (Oyz) tại P. Tọa độ điểm P là:

A. $(0;-7;16)$ **B.** $(0;7;-16)$ **C.** $(0;-5;-12)$ **D.** $(0;5;-12)$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vecto $\vec{a}=(3;-2;1), \vec{b}=(2;1;-1)$. Với giá trị của m thì hai vecto $\vec{u}=m\vec{a}-3\vec{b}$ và $\vec{v}=3\vec{a}-2m\vec{b}$ cùng phương?

A. $m=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **B.** $m=\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $m=\pm\frac{3\sqrt{5}}{5}$ **D.** $m=\pm\frac{5\sqrt{7}}{7}$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác MNP với $M(1;0;0), N(0;0;1), P(2;1;1)$. Góc M của tam giác MNP bằng:

A. 45^0 **B.** 60^0 **C.** 90^0 **D.** 120^0

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại $M(-3;0;0), N(0;4;0); P(0;0;-2)$ có phương trình là:

A. $4x-3y+6z+12=0$ **B.** $4x-3y+6z-12=0$

C. $4x+3y+6z+12=0$ **D.** $4x+3y+6z-12=0$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z-7=0$ là:

A. $x^2+y^2+z^2+4x+2y+8z-4=0$ **B.** $x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-4=0$

C. $x^2+y^2+z^2-4x-2y+8z-4=0$ **D.** $x^2+y^2+z^2-4x-2y-8z-4=0$

Câu 42: Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$ và cắt cả hai đường thẳng $(d_1): \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$ và $(d_2): \begin{cases} x-2y+z-1=0 \\ 2x-y-2z+1=0 \end{cases}$ có phương trình là:

A. $\begin{cases} 2x+y-3z+1=0 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2x+y-3z-1=0 \\ x-2y+z-1=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y-3z-1=0 \\ 2x-2y+z-1=0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x+y-3z+1=0 \\ 2x-2y+z=0 \end{cases}$

Câu 43: Phương trình đường thẳng đi qua $I(-1;2;3)$ cắt hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d':\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+1}{-5}$ là:

A. $\begin{cases} x+2y-z+3=0 \\ 27x+7y+15z-32=0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} y-2z+1=0 \\ 27x-7y+15z-32=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y-z+1=0 \\ 27x+7y+15z-32=0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} 2x+3y-z+5=0 \\ 27x+7y-15z-32=0 \end{cases}$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):5x-2y+5z-1=0$ và $(Q):x-4y-8z+12=0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm M trùng với góc tọa độ O, vuông góc với mặt phẳng (P) và tạo với mặt phẳng (Q) một góc $\alpha=45^0$. Biết $(R):x+20y+cz+d=0$. Tính $S=cd$:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;3;0), B(0;-\sqrt{2};0)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=2-t \end{cases}$. Điểm $C(a;b;c)$ trên đường thẳng d sao cho tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Nhận định nào sau đây **sai**?

A. $a+c$ là số nguyên dương **B.** $a-c$ là số âm

C. $a+b+c=2$ **D.** $abc=0$

Câu 46: Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm $M(2;-4;1)$ qua đường thẳng $d:\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2+t \\ z=5+4t \end{cases}$

A. $M'(-7;7;5)$ **B.** $M'(7;7;5)$ **C.** $M'\left(-\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2};3\right)$ **D.** $M'\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2};3\right)$

Câu 47: Cho ba vecto $\vec{a}=(2m+1;1;2m-1);\vec{b}=(m+1;2;m+2);\vec{c}=(2m;m+1;2)$. Xác định m để ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

A. $\left[\begin{array}{l} m=-\frac{1}{2} \\ m=-\frac{1}{5} \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m=\frac{1}{2} \\ m=-\frac{1}{5} \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m=\frac{1}{2} \\ m=\frac{1}{5} \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-\frac{1}{2} \\ m=\frac{1}{5} \end{array}\right.$

Câu 48: Một người gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng trong thời gian 10 năm với lãi suất 5% một năm. Hỏi rằng người đó nhận được số tiền nhiều hơn hay ít hơn vao nhiêu nếu ngân hàng trả lãi suất $\frac{5}{12}\%$ một tháng.

A. Nhiều hơn 181148,71 đồng **B.** Ít hơn 181148,71 đồng
C. Bằng nhau **D.** Ít hơn 191148,61 đồng

Câu 49: Tìm phương trình mặt phẳng (R) đối xứng với mặt phẳng (Q) qua mặt phẳng (P) với $(P): x-y+z-3=0; (Q): x+y-z=0$.

A. $5x+y-z-6=0$ **B.** $5x+y+z-6=0$ **C.** $5x+y-z+6=0$ **D.** $5x-y-z-6=0$

Câu 50: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{2}$ và hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z+3=0, (Q): x-2y-2z+7=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ thuộc d, đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q). Khi đó giá trị của $a+3b+c$ bằng:

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.B	02.C	03.C	04.B	05.B	06.A	07.D	08.C	09.C	10.B
11.C	12.A	13.A	14.B	15.A	16.D	17.D	18.C	19.B	20.B
21.A	22.A	23.A	24.D	25.C	26.C	27.A	28.D	29.A	30.A
31.D	32.B	33.A	34.D	35.A	36.B	37.A	38.B	39.C	40.A
41.C	42.B	43.C	44.D	45.B	46.A	47.C	48.A	49.A	50.B

Câu 1. Đáp án B

$$y' = \frac{(x-1)'.\sqrt{x^2+1} - (x-1).\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2} = \frac{\sqrt{x^2+1} - (x-1).\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2+1} - \dfrac{x^2-x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}.$$

Câu 2. Đáp án C

Xét hàm số $y = \sqrt{x^2}$ ta thấy hàm số này đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại $x = 0$, nên mệnh đề C sai.

Câu 3. Đáp án C

Đạo hàm $y' = 3x^2 + 6x$. Suy ra Δ có hệ số góc là $k = y'(1) = 9$.

Phương trình tiếp tuyến Δ là $y = 9(x-1) + 5 \Leftrightarrow y = 9x - 4 \Leftrightarrow 9x - y - 4 = 0$.

Hoành độ điểm B thỏa mãn:

$$x^3 + 3x^2 + 1 = 9x - 4 \Leftrightarrow (x-1)^2(x+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -5 \\ x = 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B(-5;-49).$$

Suy ra $AB = 6\sqrt{82}$ và $d(O;AB) = \dfrac{|-4|}{\sqrt{82}} = \dfrac{4}{\sqrt{82}}$.

Vậy diện tích tam giác OAB là $S=\frac{1}{2}d(O;AB).AB=\frac{1}{2}.\frac{4}{\sqrt{82}}.6\sqrt{82}=12$ (đvdt).

Câu 4. Đáp án B

Ta có $y'=4x^3-4x=4x(x^2-1)$.

$y'>0,\forall x\in(-1;0)\cup(1;+\infty)\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 5. Đáp án B

Ta có $y'=x^2-(3m+2)x+(2m^2+3m+1)$.

Để hàm số đạt cực trị tại $x=3$ và $x=5\Leftrightarrow$ Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm $x=3$ và $x=5$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}9-3(3m+2)+(2m^2+3m+1)=0\\25-5(3m+2)+(2m^2+3m+1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m^2-6m+4=0\\2m^2-12m+16=0\end{cases}\Leftrightarrow m=2.$$

Câu 6. Đáp án A

Ta có $y'=6x^2+6(m-1)x+6(m-2);\ y'=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1\\x=2-m\end{bmatrix}$

Để hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2-m\neq -1\Leftrightarrow m\neq 3$.

+ Nếu $-1<2-m\Leftrightarrow m<3$, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -2<-1<2-m<3\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\m<3\end{cases}\Leftrightarrow -1<m<3.$

+ Nếu $2-m<-1\Leftrightarrow m>3$, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -2<2-m<-1<3\Leftrightarrow\begin{cases}m>3\\m<4\end{cases}\Leftrightarrow 3<m<4.$

Vậy $m\in(-1;3)\cup(3;4)$.

Câu 7. Đáp án D

Ta có $y'=-3x^2-6x=-3x(x+2);\ y'=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0(tm)\\x=-2(L)\end{bmatrix}$

Ta thấy $y(-1)=a-2;\ y(0)=a;\ y(1)=a-4$.

Do $a-4<a-2<a$ và hàm số liên tục trên $[-1;1]$ nên $\min\limits_{[-1;1]}y=a-4=0\Leftrightarrow a=4$.

Câu 8. Đáp án C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình $2x^2-3x+m=0$ có một nghiệm là $x=m$

$$\Leftrightarrow 2m^2-3m+m=0\Leftrightarrow 2m(m-1)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m=0\\m=1\end{bmatrix}$$

Câu 9. Đáp án C

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m+\sin x\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\geq -\sin x,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\geq \max\limits_{\mathbb{R}}(-\sin x)\Leftrightarrow m\geq 1$

do $-1\leq\sin x\leq 1\Leftrightarrow -1\leq -\sin x\leq 1$.

Câu 10. Đáp án B

Ta có $y'=\dfrac{-3}{2\sqrt{4-3x}}<0,\forall x\in[-1;1]$.

Khi đó hàm số luôn nghịch biến trên $[-1;1]$

Do hàm số liên tục trên $[-1;1]$ nên $\max\limits_{[-1;1]}y=y(-1)=\sqrt{7};\ \min\limits_{[-1;1]}y=y(1)=1$.

Câu 11. Đáp án C

Hàm số xác định khi $|x^2-1|>0\Leftrightarrow x^2-1\neq 0\Leftrightarrow (x-1)(x+1)\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm 1$.

Câu 12. Đáp án A

$$K=\frac{\sqrt[5]{81}.\sqrt[5]{3}.\sqrt[5]{9}.\sqrt{12}}{\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}}\right)^2.\sqrt{18}\sqrt[5]{27}.\sqrt{6}}=\frac{\left(3^4\right)^{\frac{1}{5}}.3^{\frac{1}{5}}.\left(3^2\right)^{\frac{1}{5}}.\left(2^2.3\right)^{\frac{1}{2}}}{\left\{\left[(3)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}\right\}^2.\left(2.3^2\right)^{\frac{1}{2}}.\left(3^3\right)^{\frac{1}{5}}.(2.3)^{\frac{1}{2}}}=\frac{2.3^{\frac{19}{10}}}{2.3^{\frac{73}{30}}}=3^{\frac{-8}{15}}.$$

Câu 13. Đáp án A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\\log_{\frac{1}{5}}3-\log_{\sqrt{5}}x+\log_5(x+2)>0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ -\log_5 3-\log_5 x^2+\log_5(x+2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \log_5 \dfrac{x+2}{3x^2}>0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \dfrac{x+2}{3x^2}>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 3x^2-x-2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ -\dfrac{2}{3}<x<1 \end{cases} \Leftrightarrow 0<x<1.$$

Câu 14. Đáp án B

Ta có $\log_{15} 3=a \Leftrightarrow \log_3 15=\dfrac{1}{a} \Leftrightarrow \log_3(3.5)=1+\log_3 5=\dfrac{1}{a} \Leftrightarrow \log_3 5=\dfrac{1-a}{a} \Leftrightarrow \log_5 3=\dfrac{a}{1-a}$.

Suy ra $\log_{25} 15=\dfrac{1}{2}\log_5(3.5)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_5 3=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}.\dfrac{a}{1-a}=\dfrac{1}{2(1-a)}$.

Câu 15. Đáp án A

Điều kiện: $2a+1\neq 0 \Leftrightarrow a\neq -\dfrac{1}{2}$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow \dfrac{1}{(2a+1)^3}>\dfrac{1}{2a+1} \Leftrightarrow \dfrac{1-(2a+1)^2}{(2a+1)^3}>0 \Leftrightarrow \dfrac{a(a+1)}{(2a+1)^3}<0$.

Lập bảng xét dấu ta được: $\left[\begin{array}{l} -\dfrac{1}{2}<a<0 \\ a<-1 \end{array}\right.$

Câu 16. Đáp án D

Ta có $y'=\dfrac{\left(\sqrt{2x-6}-1\right)'}{\sqrt{2x-6}-1}=\dfrac{1}{\sqrt{2x-6}\left(\sqrt{2x-6}-1\right)}$.

Chú ý: $(\ln u)'=\dfrac{u'}{u}$.

Câu 17. Đáp án D

Phương trình $2^{x-1}-2^{x^2-x}=(x-1)^2 \Leftrightarrow 2^{x-1}+(x-1)=2^{x^2-x}+(x^2-x)$ $(*)$

Xét hàm số $f(t)=2^t+t$ trên $\mathbb{R}$, ta có $f'(t)=2^t\ln 2+1>0$, $\forall t\in\mathbb{R}$

Vậy hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $(*) \Leftrightarrow f(x-1)=f(x^2-x) \Leftrightarrow x-1=x^2-x \Leftrightarrow (x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1$.

Câu 18. Đáp án C

Điều kiện $\begin{cases} x,y>0 \\ x,y\neq 1 \end{cases}$

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=x^2 (2) \\ 2x+3y=y^2 (3) \end{cases}$

Trừ vế theo vế (2) cho (3) ta được $x-y=x^2-y^2 \Leftrightarrow (x-y)(x+y-1)=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} y=x \\ y=1-x \end{bmatrix}$

Thay $y=x$ vào (2) ta được $5x=x^2 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 (L) \\ x=5 \Rightarrow y=5 \end{bmatrix} \Rightarrow (x;y)=(5;5)$.

Thay $y=1-x$ vào (2) ta được $3x+2(1-x)=x^2 \Leftrightarrow x^2-x-2 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=2 \Rightarrow y=-1 (L) \\ x=-1 (L) \end{bmatrix}$

Câu 19. Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^3-x^2-8x+1=6 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=-1 \\ x=\dfrac{5}{2} \end{bmatrix}$

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S=\int_{-1}^{\frac{5}{2}} \left|(2x^3-x^2-8x+1)-6\right| dx=\int_{-1}^{\frac{5}{2}} \left[6-(2x^3-x^2-8x+1)\right] dx=\frac{2401}{96} \text{ (đvdt)}$$

Câu 20. Đáp án B

Thể tích khối tròn xoay cần tính là $V=\pi \int_0^1 (1+x^3)^2 dx=\frac{23}{14}\pi$ (đvdt)

Câu 21. Đáp án A

Ta có $I=\int_0^1 \frac{3x}{(x+1)^2}dx+2\int_0^1 \frac{\ln(3x+1)}{(x+1)^2}dx$

Đặt $\begin{cases}u=\ln(3x+1)\\ dv=\frac{dx}{(x+1)^2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{3}{3x+1}dx\\ v=-\frac{1}{x+1}\end{cases}$

Áp dụng công thức tích phân từng phần ta có

$$I=\int_0^1 \frac{3x}{(x+1)^2}dx-\frac{2\ln(3x+1)^2}{x+1}\Big|_0^1+6\int_0^1\left(\frac{dx}{(3x+1)(x+1)}\right)$$

$$=\int_0^1\left(\frac{3}{x+1}-\frac{3}{(x+1)^2}\right)dx-\ln 4+\int_0^1\left(\frac{9}{3x+1}-\frac{3}{x+1}\right)dx$$

$$=\left(3\ln|x+1|+\frac{3}{x+1}\right)\Big|_0^1-2\ln 2+\int_0^1\left(\frac{9}{3x+1}-\frac{3}{x+1}\right)dx=-\frac{3}{2}+\ln 2+\int_0^1\left(\frac{9}{3x+1}-\frac{3}{x+1}\right)dx\Rightarrow\begin{cases}a=9\\ b=3\end{cases}$$

Câu 22. Đáp án A

Đặt $\begin{cases}u=x-2\\ dv=\sin 3xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=-\frac{\cos 3x}{3}\end{cases}$

Do đó:

$$I=-\frac{(x-2)\cos 3x}{3}+\frac{1}{3}\int\cos 3xdx=-\frac{(x-2)\cos 3x}{3}+\frac{1}{9}\sin 3x+C\Rightarrow a=3;b=\frac{1}{9}\Rightarrow M=6$$

Câu 23. Đáp án A

Ta có $f(x)=(x-2)(x^2+2x+4)=x^3-8\Rightarrow\int f(x)dx=\int(x^3-8)dx=\frac{x^4}{4}-8x+C$

Câu 24. Đáp án D

Ta có $f(x)=\frac{(x+2)^2}{x^3}=\frac{x^2+4x+4}{x^3}=\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}+\frac{4}{x^3},(x\neq 0)$

$$\Rightarrow F(x)=\int f(x)dx=\int\frac{dx}{x}+4\int\frac{dx}{x^2}+4\int\frac{dx}{x^3}=\ln|x|-\frac{4}{x}-\frac{2}{x^2}+C$$

Mà $F(1)=6\Rightarrow C=12\Rightarrow F(x)=\ln|x|-\frac{4}{x}-\frac{2}{x^2}+12$.

Câu 25. Đáp án C

Thời gian vật đi đến lúc dừng hẳn là $v=120-12t=0\Rightarrow t=10\,(s)$

Phương trình chuyển động của vật $S=\int v(t)dt=\int(120-12t)dt=120t-6t^2,(0\le t\le 10)$

Tổng quảng đường vật đi được là $S_1=120.12-6.10^2=600\,(m)$

Sau 8s vật đi được $S_2=120.8-6.8^2=576\,(m)$

Trong 2s trước khi dừng hẳn vật di chuyển được quãng đường là:

$S=S_1-S_2=600-576=24(m)$

Câu 26. Đáp án C

Ta có $(3+5i)(3-5i)=9-25i^2=9-25(-1)=9+25=34$.

Câu 27. Đáp án A

Ta có $\frac{8-i}{2+1}=\frac{(8-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=3-2i$.

Câu 28. Đáp án D

$M(-5;6),N(-4;-1),P(4;3)$

Gọi $H(x;y)$ là trực tâm ΔMNP, ta có $\overrightarrow{MH}=(x+5;y-6),\overrightarrow{NP}=(8;4),\overrightarrow{NH}=(x+4;y+1)$, $\overrightarrow{MP}=(9;-3)$.

Từ $\begin{cases}\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{NP}=0\\ \overrightarrow{NH}.\overrightarrow{MP}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8(x+5)+4(y-6)=0\\ 9(x+4)-3(y+1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8x+4y+16=0\\ 9x-3y+33=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\ y=2\end{cases}\Rightarrow H(-3;2)$.

Câu 29: Chọn: Đáp án A

Gọi $x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$ là một căn bậc hai của $1+4\sqrt{3i}$, ta có

$(x+iy)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi = 1 + 4\sqrt{3}i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 1\,(1) \\ xy = 2\sqrt{3}\,(2) \end{cases}$

$(2) \Rightarrow y = \dfrac{2\sqrt{3}}{x}, (x \neq 0)\,(3)$

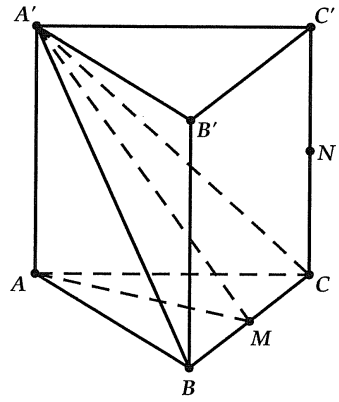
Thay (3) vào (1) ta được $x^2 - \dfrac{12}{x^2} = 1 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4(tm) \\ x^2 = -3(L) \end{cases}$

+ Với $x = 2$ thì $y = \sqrt{3}$

+ Với $x = -2$ thì $y = -\sqrt{3}$

Vậy căn bậc hai của $1 + 4\sqrt{3}i$ là $\pm\left(2 + \sqrt{3}i\right)$

Câu 30. Đáp án A



Tam giác ABC đều cạnh a và M là trung điểm BC nên $AM \perp BC$ và $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có $AM \perp BC$ và $AA' \perp BC \Rightarrow A'M \perp BC$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{A'MA} = 60^0$.

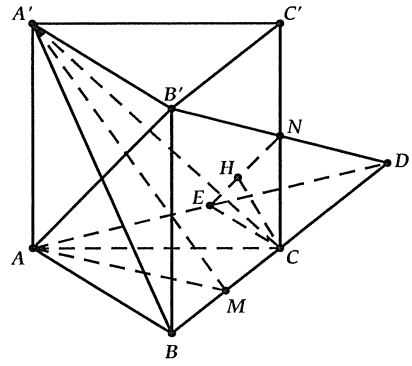
Tam giác $A'AM$ vuông góc tại A nên: $AA' = AM.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \dfrac{3a}{2}$

Diện tích hình chữ nhật $BB'C'C$ là: $S_{BB'C'C} = BB'.BC = \dfrac{3a^2}{2}$

Lại có $AM \perp BC$ và $AM \perp BB' \Rightarrow AM \perp (BB'C'C)$.

Thể tích khối chóp $A.BB'C'C$ là: $V = \dfrac{1}{3}.S_{BB'C'C}.AM = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3a^2}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ (đvdt)

Câu 31. Đáp án D



Trong mặt phẳng $(BB'C'C)$, $B'N$ cắt BC tại D. Khi đó C là trung điểm BD và $\widehat{BAD} = 90^0$

Gọi E là trung điểm AD, ta có $CE \perp AD$. Dựng $CH \perp NE (H \in NE)$.

$AD \perp CE$ và $AD \perp CN \Rightarrow AD \perp (CNE) \Rightarrow AD \perp CH$

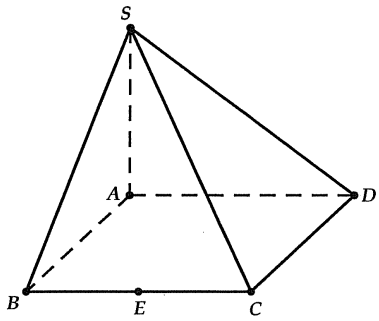
$CH \perp NE$ và $CH \perp AD \Rightarrow CH \perp (AB'N)$

Ta có: $CE = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{a}{2}, CN = \dfrac{1}{2}CC' = \dfrac{3a}{4}$

$\dfrac{1}{CH^2} = \dfrac{1}{CE^2} + \dfrac{1}{CN^2} = \dfrac{4}{a^2} + \dfrac{16}{9a^2} = \dfrac{52}{9a^2} \Rightarrow CH = \dfrac{3a}{2\sqrt{13}}$

Do đó $d(M;(AB'N)) = \dfrac{3}{2}d(C;(AB'N)) = \dfrac{3}{2}CH = \dfrac{9a}{4\sqrt{13}}$.

Câu 32. Đáp án B

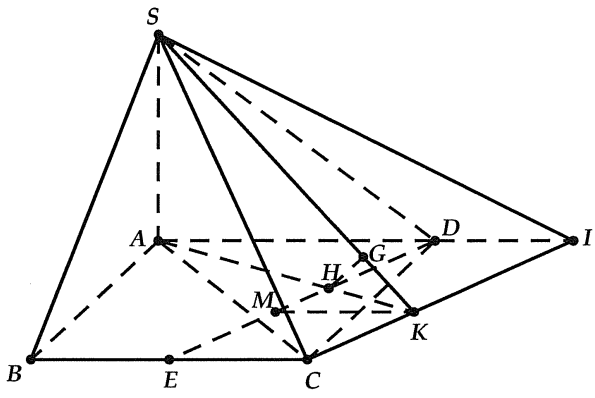


Vì $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC lên (SAB)

$\Rightarrow \left(\widehat{SC,(SAB)}\right) = \left(\widehat{SC,SB}\right) = \widehat{CSB} = 30^0 \Rightarrow SB = BC.\cot 30^0 = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp S.ABCD là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \frac{\sqrt{2}a^2}{3}$

Câu 33. Đáp án A



Từ C dựng $CI \parallel DE, (I \in AD) \Rightarrow CE = DI = \frac{a}{2}$ và $DE \parallel (SCI) \Rightarrow d(DE,SC) = d(DE,(CIS))$

Từ A kẻ $AK \perp CI$ cắt ED tại H, cắt CI tại K

Ta có $\begin{cases} SA \perp CI \\ AK \perp CI \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAK) \Rightarrow (SCI) \perp (SAK)$ theo giao tuyến SK.

Trong mặt phẳng (SAK) kẻ $HG \perp AK, (G \in AK) \Rightarrow HG \perp (SCI)$

$\Rightarrow d(DE,SC) = d(H,(SCI)) = HG$.

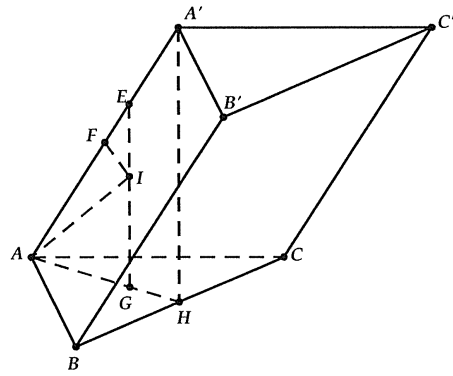
Ta có $S_{ACI} = \frac{1}{2}AK.CI = \frac{1}{2}CD.AI \Rightarrow AK = \frac{CD.AI}{CI} = \frac{a.\frac{3}{2}a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$

Kẻ $KM \parallel AD (M \in ED) \Rightarrow \frac{HK}{HA} = \frac{KM}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow HK = \frac{1}{3}AK = \frac{a}{\sqrt{5}}$

Lại có $\sin\widehat{SKA} = \frac{SA}{SK} = \frac{HG}{HK} \Rightarrow HG = \frac{SA.HK}{SK} = \frac{a\sqrt{2}.\frac{a}{\sqrt{5}}}{\sqrt{2a^2 + \frac{9a^2}{5}}} = \frac{\sqrt{38}}{19}a$

Vậy $d(ED,SC) = \frac{\sqrt{38}}{19}a$.

Câu 34. Đáp án D



Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow A'H \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A'AH} = 30^0$

Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; A'H = AH.\tan 30^0 = \frac{a}{2}; AA' = a$.

Gọi G là tâm của tam giác ABC, qua G kẻ đường thẳng $d \parallel A'H$ cắt AA' tại E.

Gọi F là trung điểm AA', trong mặt phẳng $(AA'H)$ kẻ đường trung trực của AA', cắt d tại I

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'ABC$ và bán kính $R = IA$.

Ta có: $\widehat{AEI} = 60^0; EF = \frac{1}{6}AA' = \frac{a}{6};\ IF = EF.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow R = \sqrt{AF^2 + FI^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35. Đáp án A

Từ giả thiết, ta có $\begin{cases} 2(AB + AD) = 6a \\ AB.AD = 2a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB + AD = 3a \\ AB.AD = 2a^2 \end{cases}$

Nếu ta xem độ dài của các cạnh AB và AD như là các ẩn thì chúng sẽ là các nghiệm của phương trình bậc hai $x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$.

Giải phương trình bặc hai này, đối chiếu với điều kiện của đề bài, ta có $AB = 2a$ và $AD = a$

Thể tích hình trụ $V = \pi AD^2.AB = 2\pi a^3$.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi AD.AB = 4\pi a^2$.

Câu 36. Đáp án B

Trả lời $V_{non} = V_{ban\ dau} = \frac{1}{3}.h.\pi R^2;\ V_{sau} = \frac{1}{3}.\frac{h}{2}.\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2$

Tỉ lệ thể tích $\frac{V_{sau}}{V_{ban\ dau}} = \frac{1}{8}$. Trương Phi đã uống $\frac{7}{8}$ lượng rượu trong cốc

Câu 37. Đáp án A

$P(0;y;z) \Rightarrow \overrightarrow{MP} = (-2;y+1;z-7); \overrightarrow{MN} = (2;6;-9)$.

Ta có M, N, P thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MP}$ cùng phương $\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \frac{-2}{2} = \frac{y+1}{6} = \frac{z-7}{-9} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \\ z = 16 \end{cases}$

Vậy $P(0;-7;16)$.

Câu 38. Đáp án B

$\vec{a} = (3;-2;1), \vec{b} = (2;1;-1) \Rightarrow \begin{cases} \vec{u} = m\vec{a} - 3\vec{b} = (3m-6;-2m-3;m+3) \\ \vec{v} = 3\vec{a} - 2m\vec{b} = (9-4m;-6-2m;3+2m) \end{cases}$

$\vec{u}$ cùng phương $\vec{v} \Leftrightarrow \dfrac{3m-6}{9-4m} = \dfrac{-2m-3}{-6-2m} = \dfrac{m+3}{3+2m}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (3m-6)(6+2m) = (9-4m)(2m+3) \\ (2m+3)^2 = (m+3)(6+2m) \end{cases} \Leftrightarrow m^2 = \dfrac{9}{2} \Leftrightarrow m = \pm\dfrac{3\sqrt{2}}{2}.$

Câu 39. Đáp án C

$M(1;0;0).N(0;0;1), P(2;2;1) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-1;0;1); \overrightarrow{MP} = (1;1;1).$

$\cos\widehat{M} = \dfrac{\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP}}{\left|\overrightarrow{MN}\right|.\left|\overrightarrow{MN}\right|} = \dfrac{-1+0+1}{\sqrt{2}.\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow \widehat{M} = 90^0.$

Câu 40. Đáp án A

(α) cắt 3 trục tọa độ tại $M(-3;0;0), N(0;4;0), P(0;0;-2).$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\dfrac{x}{-3} + \dfrac{y}{4} + \dfrac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z + 12 = 0.$

Câu 41. Đáp án C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 7 = 0.$

$\Rightarrow R = d(I;(\alpha)) = \dfrac{|2-2-8-7|}{\sqrt{1+4+4}} = \dfrac{15}{3} = 5.$

Phương trình $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 8z - 4 = 0.$

Câu 42. Đáp án B

(d_1) đi qua $A(1;-1;0)$, VTCP $\vec{a} = (2;-1;1)$ mặt phẳng (P) có VCPT $\vec{n} = (1;1;1).$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa (d_1) và vuông góc với (P), khi đó (α) qua $A(1;-1;0)$ và có VTPT là $\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = \left[\vec{a}, \vec{n}\right] = (-2;-1;3)$.

Nên phương trình mặt phẳng $(\alpha): -2(x-1) - 1(y+1) + 3(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3z - 1 = 0.$

(d_2) đi qua $B\left(0;-\dfrac{1}{5};\dfrac{3}{5}\right)$ có VTPT $\vec{b} = (5,4,3).$

Gọi (β) là mặt phẳng chứa d_2 và vuông góc với (P) thì (β) đi qua $B\left(0;-\frac{1}{5};\frac{3}{5}\right)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_{(\beta)}}=\left[\vec{n},\vec{b}\right]=(-1;2;-1)$.

Nên phương trình $(\beta):-1(x-0)+2\left(y+\frac{1}{5}\right)-1\left(z-\frac{3}{5}\right)=0\Leftrightarrow x-2y+z-1=0$.

Vậy đường thẳng d vuông góc với (P) cắt cả d_1,d_2 là giao tuyến của 2 mặt phẳng (α) và (β) có phương trình là $\begin{cases}2x+y-3z-1=0\\x-2y+z-1=0\end{cases}$

Câu 43. Đáp án C

d qua $M(1;-1;0)$,VTCP $\vec{a}=(3;1;1)$; d' qua $N(2;-1;-1)$ VTCP $\vec{b}=(2;3;-5)$.

Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa *d* và qua *I*

Ta có $\overrightarrow{MI}=(-2;3;3)\Rightarrow\left[\vec{a};\overrightarrow{MI}\right]=(0;-11;11)\Rightarrow\vec{n}=(0;1;-1)$ là VTPT của (α).

Mặt phẳng (α) qua I và có VTPT $\vec{n}$ nên phương trình là $(y-2)-(z-3)=0\Leftrightarrow y-z+1=0$

Viết phương mặt phẳng (β) chứa *d'* và qua *I*

Ta có $\overrightarrow{NI}=(-3;3;4)\Rightarrow\vec{n'}=\left[\overrightarrow{NI};\vec{b}\right]=(27;7;15)$ là VTPT của (β)

Mặt phẳng (β) qua I và có VTPT $\vec{n'}$ nên phương trình là

$27(x+1)+7(y-2)+15(z-3)=0\Leftrightarrow 27x+7y+15-32=0$

Đường thẳng Δ qua I cắt cả d, d' chính là giao tuyến của 2 mặt phẳng (α) và (β) nên có phương trình: $\begin{cases}y-z+1=0\\27x+7y+15-32=0\end{cases}$

Câu 44. Đáp án D

Giả sử PT mặt phẳng $(R):ax+by+cz+d=0\ (a^2+b^2+c^2\neq 0)$

Ta có: $(R)\perp(P)\Leftrightarrow 5a-2b+5c=0\quad(1)$

$$\cos\left(\widehat{(R),(Q)}\right)=\cos 45^0 \Leftrightarrow \frac{|a-4b-8c|}{9\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad (2)$$

Từ (1) và $(2) \Rightarrow 7a^2+6ac-c^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-c \\ c=7a \end{array}\right.$

Với $a=-c$: Chọn $a=1,b=0,c=-1 \Rightarrow$ PT mặt phẳng $(R): x-z=0$ (Loại)

Với $a=7a$: Chọn $a=1,b=20,c=7 \Rightarrow$ PT mặt phẳng $(R): x+20y+7=0$ (thỏa mãn)

Câu 45. Đáp án B

Vì AB không đổi nên tam giác ABC có chu vi nhỉ nhất khi $CA+CB$ nhỏ nhất.

Gọi $C(t;0;2-t) \in d$ ta có:

$$CA=\sqrt{(t-2)^2+3^2+(2-t)^2}=\sqrt{2(t-2)^2+3};\ CB=\sqrt{t^2+2^2+3^2+(2-t)^2}=\sqrt{2(t-1)^2+2^2}$$

Đặt $\vec{u}=\left(\sqrt{2}(t-2);3\right), \vec{v}=\left(\sqrt{2}(1-t);2\right) \Rightarrow \vec{u}+\vec{v}=\left(-\sqrt{2};5\right)$.

Áp dụng tính chất $|\vec{u}|+|\vec{v}| \geq |\vec{u}+\vec{v}|$, dấu "=" xảy ra khi $\vec{u} \parallel \vec{v}$,

hay $\frac{\sqrt{2}(t-2)}{\sqrt{2}(1-t)}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow t=\frac{7}{5} \Rightarrow C\left(\frac{7}{5};0;\frac{3}{5}\right)$.

Câu 46. Đáp án A

Gọi H là hình chiếu của M trên d

Mặt phẳng qua M vuông góc với d có VTPT là VTCP của đường thẳng d nên có phương trình là $(P): 3x+y+4z-6=0$

Tọa độ của H là giao điểm của (P) và d, ta có hệ: $\begin{cases} x=3t-1 \\ y=t+2 \\ z=4t+5 \\ 3x+y+4z-6=0 \end{cases}$

Từ đó suy ra $t=-\frac{1}{2}$. Do H là trung điểm MM' nên ta có $M'(-7;7;5)$

Câu 47. Đáp án C

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}1 & 2m-1\\ 2 & m+2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2m-1 & 2m+1\\ m+2 & m+1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2m+1 & 1\\ m+1 & 2\end{vmatrix}\right)=\left(4-3m;-4m-3;3m+1\right)$$

$$\vec{a};\vec{b};\vec{c} \text{ đồng phẳng } \Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0 \Leftrightarrow 2m\left(-3m+4\right)+\left(m+1\right)\left(-4m-3\right)+2\left(3m+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{1}{2}\\ m=\dfrac{1}{5}\end{array}\right.$$

Câu 48. Đáp án A

Gọi số N là số tiền gửi tiết kiệm ban đầu, r là lãi xuất, sau 1 tháng sẽ là: $N\left(1+r\right)$

Sau n tháng số tiền cả gốc lãi $T=N\left(1+r\right)^n$

$\Rightarrow$ Số tiền nhận sau 10 năm: $10000000\left(1+0.05\right)^{10}=16288946,27$ đồng

Số tiền nhận sau 10 năm (120 tháng) với lãi suất $\dfrac{5}{12}\%$ một tháng:

$$10000000\left(1+\frac{0.05}{12}\right)^{120}=16470094,98 \text{ đồng}$$

$\Rightarrow$ số tiền gửi theo lãi suất $\dfrac{5}{12}\%$ một tháng nhiều hơn: 181148,71 đồng

Câu 49. Đáp án A

Lấy điểm $M(0;0;0)\in\left(Q\right)$. Gọi H là hình chiếu của M trên mặt phẳng $\left(P\right)$, M' đối xứng với M qua $\left(P\right)$, suy ra H là trung điểm của MM'.

H là hình chiếu của M trên mặt phẳng $\left(P\right)\Rightarrow MH\perp\left(P\right)\Rightarrow \overrightarrow{u_{MH}}=\overrightarrow{n_{(P)}}$.

Phương trình đường thẳng MH qua M có VTCP $\overrightarrow{n_{(P)}}$ là: $\begin{cases}x=t\\ y=-t\\ z=t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$

Tọa độ $H=MH\cap\left(P\right)$ thỏa mãn hệ: $\begin{cases}x=t\\ y=-t\\ z=t\\ x-y+z-3=0\end{cases}\Rightarrow t=1$

Từ đó suy ra $H(1;-1;1) \Rightarrow M'(2;-2;2)$

Gọi d là giao tuyến của $(P),(Q)$ suy ra d là: $\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ y=-\dfrac{3}{2}+t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$

Lấy $A\left(\frac{3}{2};-\frac{3}{2};0\right)\in d \Rightarrow \overrightarrow{M'A}=\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2};-2\right) \Rightarrow \left[\overrightarrow{M'A};\overrightarrow{u_d}\right]=\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(R)}}=(5;1;-1)$

Phương trình (R) qua M' có VTPT là $5x+y-z-6=0$.

Câu 50. Đáp án B

Tâm mặt cầu (S) là $I(t-2;1-t;2t+2)\in d$.

Vì (S) tiếp xúc $(P),(Q)$ nên $d(I;(P))=d(I;(Q))=R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3t+7|}{3}=\frac{|-t-1|}{3}=R \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2;R=\dfrac{1}{3} \\ t=-3;R=\dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(-4;3;-2);R=\dfrac{1}{3} \\ I(-5;4;-4);R=\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

ĐỀ SỐ 10

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Cho đồ thị hàm số $(C): y = x^4 - 6x^2 + 2$. Tìm nhận xét **không đúng** trong các nhận xét sau:

A. Đồ thị hàm số luôn có ba điểm cực trị phân biệt không thẳng hàng.
B. Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
D. Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua điểm $A(0;2)$.

Câu 2: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \dfrac{mx+1}{x-1}$ tăng trên từng khoảng xác định?

A. $m > 0$ **B.** $m < -1$ **C.** $m > -1$ **D.** $m < 0$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào **đúng** trong những mệnh đề sau?

A. $f'(x) > 0$ với $\forall x \in (a;b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.
B. $f'(x) > 0$ với $\forall x \in [a;b] \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên khoảng $[a;b]$.
C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b) \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (a;b)$.
D. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b) \Rightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (a;b)$.

Câu 4: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 - x + 7$ là:

A. 1 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 2

Câu 5: Cho $f(x) = \dfrac{1}{4}\cos 4x$ và $g(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$. Kết quả nào sau đây là **đúng**?

A. $f'(\pi) = 0$ **B.** $g'(\pi) = 0$ **C.** $f'(x) = g'(x), \forall x$ **D.** Cả A, B và C

Câu 6: Cho hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 2m(2m-1)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số luôn nghịch biến
B. Hàm số luôn đồng biến
C. Hàm số không đơn điệu trên $\mathbb{R}$
D. Các khẳng định trên đều sai

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\cos^3 x - \dfrac{9}{2}\cos^2 x + 3\cos x + \dfrac{1}{2}$ là:

A. 1 **B.** –24 **C.** –12 **D.** –9

Câu 8: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3, x=-2$ **B.** $x=-3$ **C.** $x=3, x=2$ **D.** $x=3$

Câu 9: Cho phương trình $2x^3-3x^2=2m+1$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt:

A. $m=-\dfrac{1}{2}\vee m=-1$ **B.** $m=-\dfrac{1}{2}\vee m=-\dfrac{5}{2}$

C. $m=\dfrac{1}{2}\vee m=\dfrac{5}{2}$ **D.** $m=1\vee m=-\dfrac{5}{2}$

Câu 10: Cho hàm số $y=x^3-mx^2+4$, với m là tham số thực. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $m>3$ **B.** $m<3$ **C.** $m>0$ **D.** $m<0$

Câu 11: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=x^4+x$.Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $d: x+5y=0$ có phương trình là:

A. $y=5x-3$ **B.** $y=3x-5$ **C.** $y=2x-3$ **D.** $y=x+4$

Câu 12: Nghiệm của bất phương trình $27^x.3^{1-x}<\dfrac{1}{3}$ là:

A. $x<-1$ **B.** $x<0$ **C.** $x<1$ **D.** $x<2$

Câu 13: Giải phương trình $4^x+2^{x+1}-24=0$. Cho biết phương trình có mấy nghiệm:

A. Một nghiệm **B.** Hai nghiệm **C.** Ba nghiệm **D.** Vô nghiệm

Câu 14: Với $a>0; a\neq 1$ thì $\log_a(a+1)$ sẽ như thế nào so với $\log_{a+1}(a+2)$?

A. Bằng nhau **B.** Lớn hơn **C.** Bé hơn **D.** Không xác định

Câu 15: Cho $\log_2 3=a; \log_3 5=b; \log_7 2=c$. Tính $\log_{140} 63$ theo a,b,c:

A. $\dfrac{2ac+1}{abc}$ **B.** $\dfrac{2ac+1}{2c+abc+1}$ **C.** $\dfrac{2a+1}{2+abc}$ **D.** $\dfrac{2ab+2a}{ab+bc+ca}$

Câu 16: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=(x-1)\ln x$ và đường thẳng $y=x-1$ bằng:

A. $S=\dfrac{e^2+2e+5}{4}$ **B.** $S=\dfrac{e^2-4e+5}{4}$ **C.** $S=\dfrac{e^2-5e+5}{2}$ **D.** $S=\dfrac{e^2-4e+7}{2}$

Câu 17: Cho hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đường $y=2x-x^2$. Thể tích của vật thể tròn xoay khi cho hình này quay xung quanh trục Ox là:

A. $\frac{2\pi}{3}$ **B.** $\frac{16\pi}{15}$ **C.** $\frac{10\pi}{21}$ **D.** $\frac{3\pi}{4}$

Câu 18: Tích phân $I=\int_1^e \frac{1-\ln x}{x}dx$ bằng:

A. 1 **B.** $\frac{6}{7}$ **C.** 4 **D.** $\frac{1}{2}$

Câu 19: Cho $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x\tan x dx=\ln a-\frac{b}{8}$. Chọn mệnh đề **đúng:**

A. $a+b=4$ **B.** $a-b=2$ **C.** $ab=6$ **D.** $a^b=4$

Câu 20: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x^3+x^5}$ có dạng:

A. $\frac{1}{2x^2}+\ln|x|+\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+C$ **B.** $-\frac{1}{2x^2}-\ln|x|+\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+C$

C. $-\frac{1}{2x^2}-\ln|x|-\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+C$ **D.** $\frac{1}{2x^2}-\ln|x|-\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+C$

Câu 21: Tìm $\int x^2\sin x dx$.

A. $-x^2.\cos x+2(x\sin x-\cos x)+C$ **B.** $x^2.\cos x+2(x\sin x+\cos x)+C$

C. $x^2.\cos x-2(x\sin x+\cos x)+C$ **D.** $-x^2.\cos x+2(x\sin x+\cos x)+C$

Câu 22: Xét hai khẳng định sau đây:

1. Số $i+(2-4i)-(3-2i)$ có phần thực bằng 1
2. Bình phương của số $(\sqrt{2}+3i)$ có phần ảo bằng 7

Trong hai khẳng định trên:

A. Cả 2 đều đúng **B.** Cả hai đều sai **C.** Chỉ có (1) đúng **D.** Chỉ có (2) đúng

Câu 23: Môđun của số phức $z=1-i$ bằng:

A. 1 **B.** 0 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** 2

Câu 24: Xét các phát biểu sau:

1. $(a)+(bi)=(a+0i)-(0+bi)=a-bi$.
2. Vì $(a+bi)+((-a)+(-bi))=0+0i$, nên ta nói $(-a)+(-b)i$ là số phức liên hợp của số $a+bi$.
3. Số đối của số $(a+bi)$ là số $-(a+bi)$.
4. Số đối của số bi là $(-b)i=-bi$.

Trong các câu trên, số phát biểu **đúng** là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 25: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+3=0$. Giá trị của $A=\left|z_1^2\right|$ bằng:

A. 3 **B.** 9 **C.** $-1-2\sqrt{2}$ **D.** $-1+2\sqrt{2}$

Câu 26: Xét các khẳng định sau:

1. Với hai số phức z_1,z_2 tùy ý, ta có $\left|z_1,z_2\right|^2=\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2$
2. Với hai số phức z_1,z_2 tùy ý, ta có $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{\left|z_1\right|}{\left|z_2\right|}$

Trong hai khẳng định trên:

A. Chỉ có (1) đúng **B.** Chỉ có (2) đúng **C.** Cả hai đều đúng **D.** Cả hai đều sai

Câu 27: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z-1+i\right|=\left|\overline{z}+1-2i\right|$ là đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$. Tính $ab+c$.

Chọn đáp án **đúng**:

A. 11 **B.** 9 **C.** 15 **D.** 6

Câu 28: Biết rằng số phức z thỏa mãn $u=(z+3-i)(\overline{z}+1+3i)$ là một số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\left|z\right|$.

A. 8 **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $2\sqrt{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 29: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có tất cả các cạnh bằng a, góc tại bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Hình chiếu H của điểm A trên mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ thuộc đường thẳng B_1C_1. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$

Câu 30: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có tất cả các cạnh bằng a, góc tại bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Hình chiếu H của điểm A trên mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ thuộc đường thẳng B_1C_1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA_1 và B_1C_1 theo a bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ **D.** $a\sqrt{3}$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $BC=2a$, góc $\widehat{ACB}=60^0$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác SAB cân tại S, tam giác SBC vuông tại S. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{1}{2}a^3$ **B.** a^3 **C.** $\frac{1}{6}a^3$ **D.** $\frac{1}{4}a^3$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $BC=2a$, góc $\widehat{ACB}=60^0$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác SAB cân tại S, tam giác SBC vuông tại S. Khoảng cách từ điểm A tới (SBC) bằng:

A. $\frac{2}{\sqrt{15}}a$ **B.** $\frac{3}{\sqrt{15}}a$ **C.** $\frac{4}{\sqrt{15}}a$ **D.** $\frac{5}{\sqrt{15}}a$

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=a, AC=2a, AA'=2\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC}=120^0$. Gọi K là trung điểm của cạnh CC'. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'B'BK$ bằng:

A. $a\sqrt{21}$ **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{4}$ **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{3}$

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính số đo góc giữa $(BA'C)$ và $(DA'C)$.

A. 30^0 **B.** 120^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Câu 35: Xét hình trụ nội tiếp một mặt cầu bán kính R. Tìm chiều cao của hình trụ để thiết diện qua trục hình trụ có diện tích lớn nhất. Tính thể tích V và diện tích toàn phần của hình trụ.

A. $\frac{\pi R^3\sqrt{2}}{2}; \pi R^2$ **B.** $\frac{\pi R^3\sqrt{2}}{2}; 3\pi R^2$ **C.** $\pi R^3\sqrt{2}; 3\pi R^2$ **D.** $\pi R^3\sqrt{2}; \pi R^2$

Câu 36: Nếu chiều cao và bán kính đáy của một hình nón đều tăng lên và bằng $\frac{5}{4}$ so với các kích thước tương ứng ban đầu thì trong các tỉ số sau đây, tỉ số nào là tỉ số giữa thể tích của hình nón mới với thể tích của hình nón ban đầu?

A. $\frac{5}{4}$ **B.** $\frac{15}{12}$ **C.** $\frac{25}{16}$ **D.** $\frac{125}{64}$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $MNPQ$ với $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;1)$, $Q(-2;1;-1)$. Tọa độ trọng tâm tứ diện $MNPQ$ là:

A. $\left(\frac{1}{4};-\frac{1}{2};0\right)$ **B.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{4};0\right)$ **C.** $\left(0;-\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$ **D.** $\left(-\frac{1}{4};\frac{1}{2};0\right)$

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba vecto $\vec{a}=(1;2;-1)$, $\vec{b}=(3;-1;0)$, $\vec{c}=(1;-5;2)$. Câu nào sau đây **đúng:**

A. $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ **B.** $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng
C. $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng **D.** $\vec{a}$ vuông góc $\vec{b}$

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x+3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z+5=0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là:

A. $(-1;0;4)$ **B.** $(4;-1;0)$ **C.** $(-1;4;0)$ **D.** $(4;0;-1)$

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và đi qua gốc O có phương trình là:

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$ **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=24$
C. $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$ **D.** $x^2+y^2+z^2-x-2y-3z=0$

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x+3y-2z-5=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{m}=\frac{y+2}{2m-1}=\frac{z+3}{2}$. Với giá trị nào của m thì d song song với (P):

A. –1 **B.** 1 **C.** 2 **D.** –2

Câu 42: Trong không gian, đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x+y-1=0\\2x+z=0\end{cases}$ và $(d_2):\begin{cases}2x+y-1=0\\z-2=0\end{cases}$ là:

A. $\begin{cases} x-3y+2z+3=0 \\ 2x+y-10z+19=0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x+2y-2z+9=0 \\ x-y+5=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x-y-2z+9=0 \\ x+2y+5=0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x-y-2z=0 \\ x-2y+5=0 \end{cases}$

Câu 43: Cho các mệnh đề sau:

1. d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+y-2z-1=0$ và $(\alpha'): x+3y+2z+2=0$. Khoảng cách từ điểm $M_0(2;3;-1)$ đến d bằng $\sqrt{\frac{205}{14}}$.
2. $M_0(1;2;1); d_2: \frac{x}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{1}; d(M_0;d_1)=\frac{\sqrt{922}}{26}$.
3. $M_0(1;0;0); d_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}; d(M_0,d_2)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **đúng**:

A. $(1),(2),(3)$ đều đúng **B.** (1) đúng, (2) sai, (3) đúng

C. (1) sai, (2) đúng, (3) sai **D.** $(1),(3)$ sai, (2) đúng

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$ và hai điểm $A(1;-3;0), B(5;-1;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (P) sao cho $|MA-MB|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. 1 **B.** 11 **C.** 5 **D.** 6

Câu 45: Cho khối gỗ hình trụ có bán kính đáy là $4cm$ và chiều cao là $12cm$, đáy là hai hình tròn tâm O và O'. Đục khối gỗ này tạo ra 2 mặt nón có đỉnh nằm trên OO' và đáy trùng với 2 đáy của khối gỗ sao cho góc ở đỉnh bằng 60^0 và $OI=x\left(4\sqrt{2}<2<4\sqrt{3}\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích xung quanh hai hình nón đã đục.

A. 48π **B.** 50π **C.** 34π **D.** 65π

Câu 46: Anh Phong vay vốn ở một ngân hàng với số vốn là 50 triệu đồng, thời hạn 48 tháng, lãi suất 1,15% trên tháng, tính theo dư nợ, trả đúng ngày quy định. Hỏi hàng tháng, Anh Phong phải đều đặn trả vào ngân hàng một khoản tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu để đến tháng thứ 48 thì Anh Phong trả hết cả gốc lẫn lãi cho ngân hàng?

A. 1.161.312,807 đồng **B.** 1.261.312,807 đồng

C. 1.361.312,807 đồng **D.** 1.461.312,807 đồng

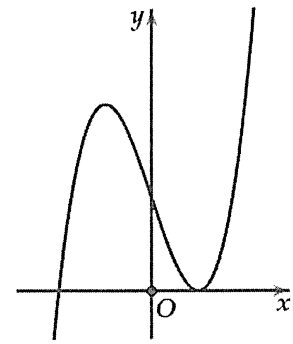
Câu 47: Một vật chuyển động với phương trình gia tốc theo thời gian $a(t)=t\left(1+t^2\right)^{\frac{3}{2}}\left(m/s^2\right)$. Biết vận tốc ban đầu của vật là $1m/s$. Vận tốc của vật sau $5s$ kể từ lúc $t=0$ gần nhất với giá trị:

A. $685m/s$ **B.** $690m/s$ **C.** $695m/s$ **D.** $700m/s$

Câu 48: Cho hàm số $y=x^3-3x+2\,(C)$

Cho các mệnh đề:

1. Hàm số có $y_{CD}.y_{CT}=0$.
2. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty;-1),(1;+\infty)$, đồng biến trên $(-1;1)$.
3. Hoành độ điểm uốn của đồ thị hàm số là $x=\frac{1}{2}$.
4. Đồ thị hàm số có dạng như hình bên.



Trong những mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 49: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và nội tiếp khối nón trên. Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. 8 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 2

Câu 50: Tìm số giá trị nguyên của $m\in(-5;5)$ để phương trình sau có nghiệm:

$$m\left(\sqrt{x-2}+2\sqrt[4]{x^2-4}\right)-\sqrt{x-2}=2\sqrt[4]{x^2-4}$$

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

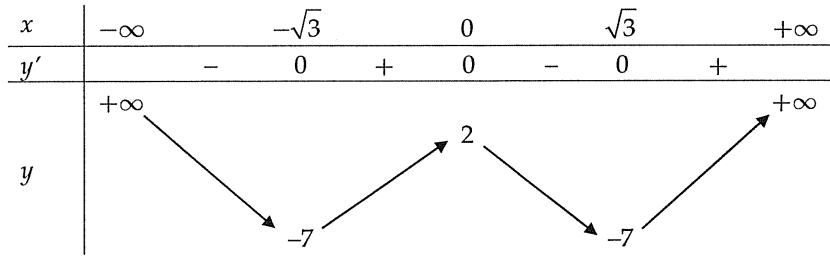
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.C	02.B	03.A	04.B	05.D	06.C	07.D	08.D	09.A	10.A
11.A	12.A	13.A	14.B	15.B	16.B	17.B	18.D	19.C	20.B
21.D	22.B	23.C	24.B	25.A	26.A	27.A	28.C	29.A	30.C
31.D	32.B	33.B	34.C	35.B	36.D	37.D	38.C	39.A	40.C
41.B	42.A	43.B	44.A	45.A	46.C	47.B	48.C	49.A	50.D

Câu 1. Đáp án C

Đạo hàm $y' = 4x^3 - 12x = 4x\left(x^2 - 3\right);\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{3} \\ x = 0 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy, đồ thị hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu. Khi đó, đáp án C không đúng.

Câu 2. Đáp án B

Ta có $y' = \dfrac{-m-1}{\left(x-1\right)^2}, \left(x \neq 1\right)$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow -m-1 > 0 \Leftrightarrow m < -1$.

Câu 3. Đáp án A

Câu 4. Đáp án B

Ta có $y' = -x^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có điểm cực trị nào.

Câu 5. Đáp án D

Ta có $f'\left(x\right) = \dfrac{1}{4}\left(-4\sin 4x\right) = -\sin 4x$

Và $g'(x)=4\sin^3 x.\cos x+4\cos^3 x(-\sin x)=4\sin x\cos x.(\sin^2 x-\cos^2 x)=-\sin 4x$.

Suy ra $f'(x)=g'(x),\forall x\Rightarrow f'(\pi)=g'(\pi)=-\sin(4\pi)=0$.

Câu 6. Đáp án C

Ta có $y'=3x^2-2(m+1)x-(2m^2-3m+2)$ là một tam thức bậc hai

Có $\Delta'=(m+1)^2+3(2m^2-3m+2)=7(m^2-m+1)>0,\forall m\in\mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $y'=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m\in\mathbb{R}$, hay y' đổi dấu khi đi qua hai nghiệm đó. Vậy hàm số không đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Câu 7. Đáp án D

Đặt $t=\cos x, t\in[-1;1]$. Xét hàm số $f(t)=2t^3-\frac{9}{2}t^2+3t+\frac{1}{2}$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$

Ta có $f'(t)=6t^2-9t+3;\ f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=\frac{1}{2}\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Khi đó $f(-1)=-9;\ f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{9}{8};\ f(1)=1$. Suy ra: $\min\limits_{[-1;1]}f(t)=-9$, hay $\min y=-9$.

Câu 8. Đáp án D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2;3\}$.

Ta có

$$y=\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=\frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x-2)(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}=\frac{3x+1}{(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

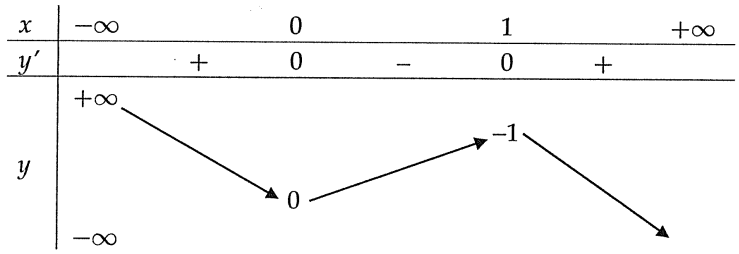
Lại có $\lim\limits_{x\to 3^-}y=\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{3x+1}{(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}=-\infty;\ \lim\limits_{x\to 3^+}y=+\infty$.

Suy ra đồ thị chỉ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

Câu 9. Đáp án A

Xét hàm số $y=2x^3-3x^2$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $y'=6x^2-6x=6x(x-1)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



Để phương trình $2x^3-3x^2=2m+1$ có đúng hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=2m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2$ tại hai điểm phân biệt.

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2m+1=-1\\2m+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

Câu 10. Đáp án A

Nhận xét: Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi hàm số có hai điểm cực trị và hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục hoành.

Ta có $y'=3x^2-2mx=x(3x-2m);y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{2m}{3}\end{array}\right.$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\dfrac{2m}{3}\neq 0\Leftrightarrow m\neq 0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(0).y\left(\dfrac{2m}{3}\right)<0\Leftrightarrow 4.\left(\dfrac{-4m^3}{27}+4\right)<0\Leftrightarrow m>3$.

Đối chiếu điều kiện tồn tại cực trị ta được $m>3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 11. Đáp án A

Đạo hàm $y'=4x^3+1$. Đường thẳng $d:y=-\dfrac{1}{5}x$ có hệ số góc là $k_1=-\dfrac{1}{5}$.

Gọi Δ là tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc k_2, $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của (C) với Δ

Do $\Delta \perp d$ nên $k_1.k_2=-1\Leftrightarrow -\frac{1}{5}k_2=-1\Leftrightarrow k_2=5$.

Mặt khác Δ có hệ số góc là $k_2=y'(x_0)=4x_0^3+1$. Suy ra $4x_0^3+1=5\Leftrightarrow x_0=1\Rightarrow y_0=2$.

Khi đó $M(1;2)$. Vậy PTTT cần tìm là $y=5(x-1)+2\Leftrightarrow y=5x-3$.

Câu 12. Đáp án A

$27^x.3^{1-x}<\frac{1}{3}\Leftrightarrow 3^{3x}.3^{1-x}<3^{-1}\Leftrightarrow 3^{1+2x}<3^{-1}\Leftrightarrow 1+2x<-1\Leftrightarrow x<-1$

Câu 13. Đáp án A

$4^x+2^{x+1}-24=0\Leftrightarrow (2^x)^2+2.2^x-24=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=4\\2^x=-6\ (VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=2$

Câu 14. Đáp án B

Xét biểu thức $A=\sqrt{\frac{\log_{a+1}(a+2)}{\log_a(a+1)}}=\sqrt{\log_{a+1}a.\log_{a+1}(a+2)}$

Áp dung bất đẳng thức AM–GM ta có:

$$\sqrt{\log_{a+1}a.\log_{a+1}(a+2)}\le\frac{\log_{a+1}a+\log_{a+1}(a+2)}{2}=\frac{\log_{a+1}[a.(a+2)]}{2}<\frac{\log_{a+1}(a+1)^2}{2}=1$$

Từ đó suy ra: $A<1\Leftrightarrow\sqrt{\frac{\log_{a+1}(a+2)}{\log_a(a+1)}}<1\Leftrightarrow\log_a(a+1)>\log_{a+1}(a+2)$

Câu 15. Đáp án B

Ta có $\log_{140}63=\log_{140}(3^2.7)=2\log_{140}3+\log_{140}7\qquad(1)$

$$\log_{140}3=\frac{1}{\log_3140}=\frac{1}{\log_3(2^2.5.7)}=\frac{1}{2\log_32+\log_35+\log_37}$$

$$=\frac{1}{2\log_32+\log_35+\log_32.\log_27}=\frac{1}{2.\frac{1}{a}+b+\frac{1}{a}.\frac{1}{c}}=\frac{ac}{2c+abc+1}$$

$$\log_{140}7=\frac{1}{\log_7 140}=\frac{1}{\log_7\left(2^2.5.7\right)}=\frac{1}{2\log_7 2+\log_7 5+1}$$

$$=\frac{1}{2\log_7 2+\log_7 2.\log_2 3.\log_3 5+1}=\frac{1}{2c+abc+1}$$

Từ đó suy ra: $\log_{140}63=2.\frac{ac}{2c+abc+1}+\frac{1}{2c+abc+1}=\frac{2ac+1}{2c+abc+1}$

Câu 16. Đáp án B

Xét phương trình $(x-1)\ln x=x-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=e\end{array}\right.$

Diện tích cần tìm là: $S=\int_1^e\left|(x-1)(\ln x-1)\right|dx=\left|\int_1^e(x-1)(\ln x-1)dx\right|$

Đặt $\left\{\begin{array}{l}u=\ln x-1\\dv=(x-1)dx\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}du=\frac{1}{x}dx\\v=\frac{x^2}{2}-x\end{array}\right.$

Suy ra $S=\left|(\ln x-1)\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\right|_1^e-\int_1^e\left(\frac{x}{2}-1\right)dx\Big|=\left|-\frac{1}{2}-\left(\frac{x^2}{4}-x\right)\right|_1^e\Big|=\frac{e^2-4e+5}{4}$ (đvdt)

Câu 17. Đáp án B

$$2x-x^2=x(2-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$$

$$V=\pi\int_0^2\left(2x-x^2\right)^2dx=\pi\int_0^2\left(4x^2-4x^3+x^4\right)dx=\pi\left(\frac{4}{3}x^3-x^4+\frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^2=\frac{16\pi}{15}$$ (đvtt)

Câu 18. Đáp án D

$$I=\int_1^e\frac{1-\ln x}{x}dx=\int_1^e\frac{1}{x}dx-\int_1^e\frac{\ln x}{x}dx=I_1-I_2$$

$$I_1=\int_1^e\frac{1}{x}dx=\ln|x|\Big|_1^e=1;\ I_2=\int_1^e\frac{\ln x}{x}dx$$

Đặt $t=\ln x\Rightarrow dt=\frac{1}{x}dx$. Đổi cận $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=0\\x=e\Rightarrow t=1\end{cases}\Rightarrow I_2=\int\limits_0^1 tdt=\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^1=\frac{1}{2}$

Vậy $I=I_1-I_2=\frac{1}{2}$

Câu 19. Đáp án C

Đặt $t=\cos x\Rightarrow -dt=\sin xdx$. Đổi cận $\begin{cases}x=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{1}{2}\\x=0\Rightarrow t=1\end{cases}$

$I=\int\limits_1^{\frac{1}{2}}\frac{\left(1-t^2\right)\left(-dt\right)}{t}=\int\limits_{\frac{1}{2}}^1\left(\frac{1}{t}-t\right)dt=\left(\ln|t|-\frac{t^2}{2}\right)\Big|_{\frac{1}{2}}^1=\ln 2-\frac{3}{8}$. Suy ra $a=2,b=3\Rightarrow ab=6$.

Câu 20. Đáp án B

Ta có $f\left(x\right)=\frac{1}{x^3+x^5}=\frac{\left(1+x^2\right)-x^2}{x^3\left(1+x^2\right)}=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x\left(1+x^2\right)}=\frac{1}{x^3}-\frac{\left(1+x^2\right)-x^2}{x\left(1+x^2\right)}=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x}+\frac{x}{1+x^2}$

Vậy $\int f\left(x\right)dx=\int\frac{dx}{x^3}-\int\frac{dx}{x}+\int\frac{xdx}{1+x^2}=-\frac{1}{2x^2}-\ln|x|+\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)+C$.

Câu 21. Đáp án D

Đặt $\begin{cases}u=x^2\\dv=\sin xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2xdx\\v=-\cos x\end{cases}$

$\int x^2\sin xdx=-x^2\cos x+2\int x\cos xdx$

Tính $\int x\cos xdx$. Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=\cos xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\sin x\end{cases}$

$\Rightarrow\int x\cos xdx=x\sin x-\int\sin xdx=x\sin x+\cos x+C$.

Nên $\int x^2\sin xdx=-x^2\cos x+2\left(x\sin x+\cos x\right)+C$.

Câu 22. Đáp án B

Số $i+\left(2-4i\right)-\left(3-2i\right)=-1-i$ có phần thực bằng –1

$\left(\sqrt{2}+3i\right)^2=-7+6\sqrt{2}i$ có phần ảo bằng $6\sqrt{2}$

Câu 23. Đáp án C

Câu 24. Đáp án B

Câu (1) và câu (2) sai. Ta phải có:

(1) $\left(a\right)+\left(bi\right)=\left(a+0i\right)+\left(0+bi\right)=a+bi$

(2) $\left(a+bi\right)+\left(\left(-a\right)+\left(-b\right)i\right)=0+0i$, nên ta nói $\left(-a\right)+\left(-b\right)i$ là số đối của $a+bi$

Câu 25. Đáp án A

Ta có $z^2+2z+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=-1+\sqrt{2}i\\z=-1-\sqrt{2}i\end{array}\right.$

Suy ra $z_1=-1-\sqrt{2}i$. Do đó $A=\left|\left(-1-\sqrt{2}i\right)^2\right|=\left|-1+2\sqrt{2}i\right|=3$

Câu 26. Đáp án A

Ta có (1) đúng, thật vậy, giả sử: $z_1=a_1+b_1i, z_2=a_2+b_2i$

Khi đó: $z_1z_2=\left(a_1a_2-b_1b_2\right)+\left(a_1b_2-b_1a_2\right)i$, nên: $\left|z_1z_2\right|=\sqrt{\left(a_1a_2-b_1b_2\right)^2+\left(a_1b_2-b_1a_2\right)^2}$

Suy ra $\left|z_1z_2\right|^2=\left(a_1a_2-b_1b_2\right)^2+\left(a_1b_2-b_1a_2\right)^2$. Khai triển và thu gọn vế phải ta được

$\left|z_1z_2\right|^2=\left(a_1+b_1\right)^2\left(a_2+b_2\right)^2=\left|z_1\right|^2\left|z_2\right|^2$

Vậy (1) đúng. Tuy nhiên, phải thêm điều kiện $z_2\neq0$, ta viết:

$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\left|\frac{z_1z_2}{z_2^2}\right|=\left|\frac{1}{z_2^2}\right|.\left|z_1z_2\right|=\frac{1}{\left|z_2\right|^2}\left|z_1\right|.\left|z_2\right|=\frac{\left|z_1\right|}{\left|z_2\right|}$$

Câu 27. Đáp án A

Giả sử: $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$ có điểm $M\left(x;y\right)$ biểu diễn z trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$

Ta có $z-1+i=\left(x-1\right)+\left(y+1\right)i;\bar{z}+1-2i=\left(x+1\right)+\left(-y-2\right)i$

Theo đề bài $|z-1+i|=|\bar{z}+1-2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}=\sqrt{(x+1)^2+(-y-2)^2}$

$(x-1)^2+(y+1)^2=(x+1)^2+(y+2)^2 \Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2+2y+1=x^2+2x+1+y^2+4y+4$

$\Leftrightarrow 4x+2y+3=0$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường thẳng $(\Delta): 4x+2y+3=0$

Khi đó $a=4, b=2, c=3 \Rightarrow ab+c=11$.

Câu 28. Đáp án C

Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$, ta có:

$u=(z+3-i)(\bar{z}+1+3i)=[x+3+(y-1)i][x+1-(y-3)i]=x^2+y^2+4x-4y+6+2(x-y-4)i$

Theo giả thiết $u\in\mathbb{R} \Leftrightarrow x-y-4=0 \Leftrightarrow y=x-4$.

Cách 1: $|z|$ min $\Leftrightarrow |z|^2$ min

$|z|^2=x^2+y^2=(y+4)^2+y^2=2y^2+8y+16=2(y+2)^2+8\geq 8$

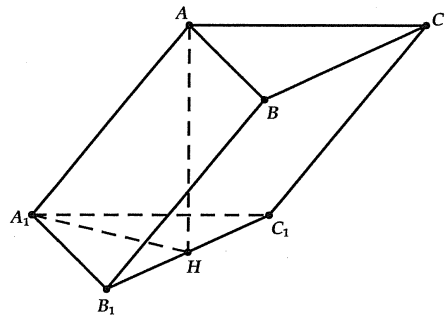
Dấu "=" xảy ra khi $y=-2 \Rightarrow x=2$

Vậy $|z|$min $\Leftrightarrow z=2-2i \Rightarrow |z|_{\min}=2\sqrt{2}$

Cách 2: Giả sử $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của z thì $|z|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min} \Leftrightarrow OM \perp d$

Ta tìm được $M(2;-2) \Leftrightarrow z=2-2i \Leftrightarrow |z|_{\min}=2\sqrt{2}$

Câu 29. Đáp án A



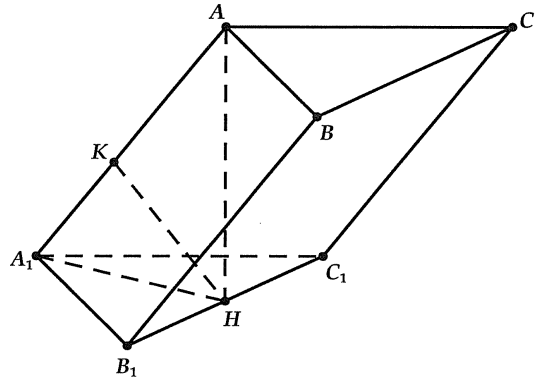
Do $AH \perp (A_1B_1C_1)$ nên góc $\widehat{AA_1H}$ là góc giữa AA_1 và $(A_1B_1C_1)$, theo giả thiết thì góc $\widehat{AA_1H} = 30^0$

.

Xét tam giác vuông AHA_1 có $AA_1 = a$ và $\widehat{AA_1H} = 30^0 \Rightarrow AH = AA_1.\sin\widehat{AA_1H} = \frac{a}{2}$

Vậy $V_{ABC.A_1B_1C_1} = AH.S_{A_1B_1C_1} = \frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 30. Đáp án C

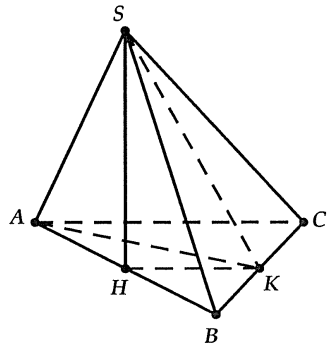


Xét tam giác vuông AHA_1 có $AA_1 = a, \widehat{AA_1H} = 30^0 \Rightarrow A_1H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Do tam giác $A_1B_1C_1$ là tam giác đều cạnh a, H thuộc B_1C_1 và $A_1H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $A_1H \perp B_1C_1$. Mặt khác $AH \perp B_1C_1$ nên $B_1C_1 \perp (AA_1H)$.

Kẻ đường cao HK của tam giác AA_1H thì HK chính là khoảng cách giữa AA_1 và B_1C_1

Ta có $AA_1.HK = A_1H.AH \Rightarrow HK = \dfrac{A_1H.AH}{AA_1} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 31. Đáp án D



Gọi H là trung điểm của cạnh AB, từ giả thiết có $SH \perp (ABC) \Rightarrow V_{\Delta S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{ABC}.SH$.

Tam giác ABC vuông tại A có: $AB = 2a\sin 60^0 = a\sqrt{3}; AC = 2a\cos 60^0 = a$

Nên $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$ (đvdt)

Gọi K là trung điểm của cạnh BC thì: $SK = \dfrac{1}{2}BC = a; HK = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a}{2}$

$SH^2 = SK^2 - KH^2 = \dfrac{3}{4}a^2 \Rightarrow SH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$. Suy ra $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{4}a^3$ (đvtt)

Câu 32. Đáp án B

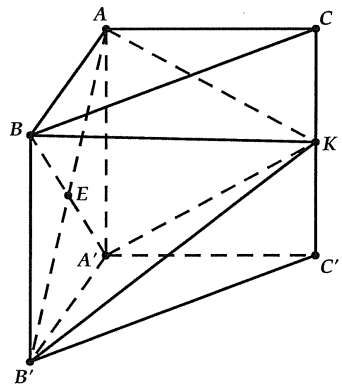
Ta có $SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a; HC^2 = AC^2 + AH^2 = a^2 + \dfrac{3a^2}{4} = \dfrac{7a^2}{4}$;

$SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{4} + \dfrac{7a^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}a$

$S_{\Delta SBC} = \dfrac{1}{2}SB.SC = \dfrac{1}{2}.\dfrac{\sqrt{6}}{2}a.\dfrac{\sqrt{10}}{2}a = \dfrac{\sqrt{15}}{4}a^2$ (đvdt)

Vậy $d\left(A;(SBC)\right)=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}=\dfrac{\dfrac{3}{4}a^3}{\dfrac{\sqrt{15}}{4}a^2}=\dfrac{3}{\sqrt{15}}a$

Câu 33. Đáp án B



Ta chứng minh trung điểm của $A'B$ là tâm mặt cầu do $\widehat{A'AB}=\widehat{A'KB}=\widehat{A'B'B}=90^0$

ΔABC có: $BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC\cos 120^0=7a^2$;

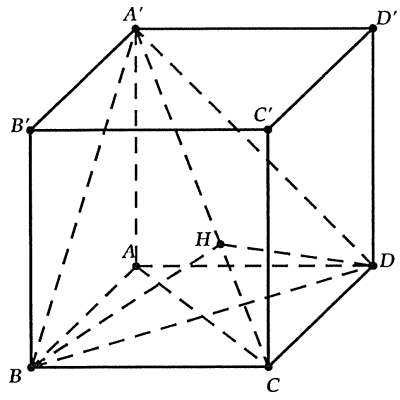
$BK^2=BC^2+CK^2=7a^2+\left(a\sqrt{5}\right)^2=12a^2$; $A'K^2=A'C'^2+C'K^2=4a^2+5a^2=9a^2$;

$A'B^2=A'A^2+AB^2=20a^2+a^2=21a^2$.

Suy ra $A'B^2=A'K^2+BK^2\Rightarrow \Delta A'BK$ vuông tại K

Ta có $\widehat{A'KB}=\widehat{A'B'B}=90^0\Rightarrow$ 4 điểm A', B', K, B nằm trên mặt cầu đường kính $A'B$. Vậy mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'B'BK$ có tâm E là trung điểm $A'B$ và bán kính $R=\dfrac{1}{2}A'B=\dfrac{a\sqrt{21}}{2}$

Câu 34. Đáp án C



Kẻ $BH \perp A'C, (H \in A'C)$ (1)

Mặt khác, ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ AA' \perp BD \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACA') \Rightarrow BD \perp A'C$ (2)

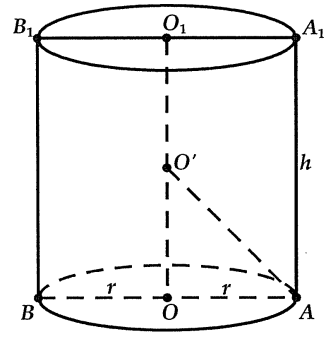
Từ $(1), (2)$ suy ra $A'C \perp (BDH) \Rightarrow A'C \perp DH$

Do đó $\widehat{((BA'C),(DA'C))} = (\widehat{HB, HD})$

Xét tam giác vuông BCA' có: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BA^2} \Rightarrow BH = DH = a\sqrt{\frac{2}{3}}$

Ta có $\cos\widehat{BHD} = \frac{2BH^2 - BD^2}{2BH^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BHD} = 120^0$. Vậy góc cần tìm là 60^0

Câu 35. Đáp án B



Gọi O' là trung điểm của trục O_1O của hình trụ thì O' là tâm mặt cầu đã cho. Kí hiệu h và r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ thì diện tích thiết diện qua trục là $S_{td} = 2rh$

Mặt khác $R^2 = O'A^2 = r^2 + \frac{h^2}{4} \Rightarrow r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}$

Từ đó $S_{td} = h\sqrt{4R^2 - h^2} = \sqrt{h^2\left(4R^2 - h^2\right)} \le \frac{h^2 + \left(4R^2 - h^2\right)}{2} = 2R^2$

Vậy S_{td} lớn nhất khi và chỉ khi $h^2 = 4R^2 - h^2 \Leftrightarrow h = R\sqrt{2}$

Khi đó $r = \sqrt{R^2 - \frac{1}{4}.2R^2} = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{h}{2}$, tức là thiết diện qua trục là hình vuông

$V = \pi r^2 h = 2\pi r^2.r = 2\pi r^3 = \frac{\pi R^3\sqrt{2}}{2}$; $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 3\pi R^2$

Câu 36. Đáp án D

Gọi r là bán kính đáy của hình nón, h là độ dài đường cao. Thể tích hình nón là $V_n = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Thể tích hình nón mới sau khi chiều cao, bán kính đáy đều tăng lên là: $V_n' = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{5}{4}r\right)^2.\frac{5}{4}h = \frac{1}{3}\pi r^2 h\left(\frac{5}{4}\right)^3$

Tỉ số giữa thể tích của hình nón mới và thể tích của hình nón ban đầu là $\frac{V_n'}{V_n} = \frac{\frac{1}{3}\pi r^2 \mathrm{h}.\left(\frac{5}{4}\right)^3}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = \frac{125}{64}$

Câu 37. Đáp án D

Tọa độ trong tâm G của tứ diện cho bởi: $\begin{cases} x_G = \frac{x_M + x_N + x_P + x_Q}{4} = -\frac{1}{4} \\ y_G = \frac{y_M + y_N + y_P + y_Q}{4} = \frac{1}{2} \\ z_G = \frac{z_M + z_N + z_P + z_Q}{4} = 0 \end{cases}$

Vậy $G\left(-\frac{1}{4};\frac{1}{2};0\right)$

Câu 38. Đáp án C

$\vec{a}=(1;2;-1),\vec{b}=(3;-1;0),\vec{c}=(1;-5;2)\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;-3;-7)$

$\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]\vec{c}=-1+15-14=0\Rightarrow\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng

Câu 39. Đáp án A

$d:\frac{x+3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2y+1=0\\y-z+4=0\end{cases}$

$(P):x+2y-z+5=0$

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ $\begin{cases}x-2y+1=0\\y-z+4=0\\x+2y-z+5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=0\\z=4\end{cases}\Rightarrow A(-1;0;4)$

Câu 40. Đáp án C

Mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và qua O có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$

Câu 41. Đáp án B

$d:\frac{x-1}{m}=\frac{y+2}{2m-1}=\frac{z+3}{2}\Rightarrow$ VTPT của $(P):\vec{n}=(1;3;-2)$

Véctơ chỉ phương của d: $\vec{a}=(m;2m-1;2)$

$d\parallel(P)\Leftrightarrow\vec{n}.\vec{a}=0\Leftrightarrow m+6m-3-4=0\Leftrightarrow m=1$

Câu 42. Đáp án A

(d_1) là giao tuyến của hai mặt phẳng có VTPT lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(1,1,0),\overrightarrow{n_2}=(2,0,1)\Rightarrow(d_1)$ có VTCP $\vec{a}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(1;-1;-2)$

(d_2) là giao tuyến của hai mặt phẳng có VTPT lần lượt là $\overrightarrow{n_1'}=(2,1,0), \overrightarrow{n_2'}=(0,0,1)\Rightarrow(d_2)$ có VTCP $\vec{b}=\left[\overrightarrow{n_1'},\overrightarrow{n_2'}\right]=(1;-2;0)$

Véc tơ chỉ phương của đường vuông góc chung $\vec{u}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(4;2;1)$

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua d_1 và song song với d, khi đó VTPT của (α) là: $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\left[\vec{u},\vec{a}\right]=(1;-3;2)$

(α) đi qua điểm $A(0;1;0)$ nên có phương trình $x-3y+2z+3=0$.

Gọi (β) là mặt phẳng đi qua d_2 và song song với d, khi đó VTPT của (β) là: $\overrightarrow{n_{(\beta)}}=\left[\vec{u},\vec{b}\right]=(2;1;-10)$.

(β) đi qua điểm $B(0;1;2)$ nên có phương trình $2x+y-10z+19=0$.

Vậy phương trình đường vuông góc chung là: $\begin{cases}x-3y+2z+3=0\\2x+y-10z+19=0\end{cases}$

Câu 43. Đáp án B

(1) Ta xác định được một véc–tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(4;-2;1)$

Mặt phẳng (α) đi qua $M_0(2;3;-1)$ và vuông góc với d có phương trình

$4(x-2)-2(y-3)+1(z+1)=0$

Gọi H là giao điểm của d và (α). Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ:

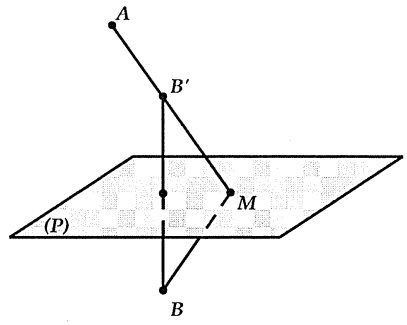
$$\begin{cases}4x-2y+z-1=0\\x+y-2z-1=0\\x+3y+2z+2=0\end{cases}\Rightarrow H=\left(\frac{3}{14};-\frac{5}{14};-\frac{8}{14}\right)$$

Khi đó $d(M_0;d)=M_0H=\sqrt{\left(2-\frac{3}{14}\right)^2+\left(3+\frac{5}{14}\right)^2+\left(-1+\frac{8}{14}\right)^2}=\sqrt{\frac{2870}{14^2}}=\sqrt{\frac{205}{14}}$

(2) $M_0(1;2;1)$; $d:\frac{x}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{1}\Rightarrow d(M_0,d)=\frac{\sqrt{9022}}{26}$.

(3) $M_0(1;0;0)$, $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}\Rightarrow d(M_0;d)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 44. Đáp án A



Kiểm tra thấy A và B nằm khác phía so với mặt phẳng (P)

Gọi $B'(x;y;z)$ là điểm đối xứng với $B(5;-1;-2)$ qua mặt phẳng (P). Suy ra $B'\left(\frac{13}{3};-\frac{5}{3};-\frac{8}{3}\right)$

Lại có $|MA-MB|=|MA-MB'|\le AB'=const$

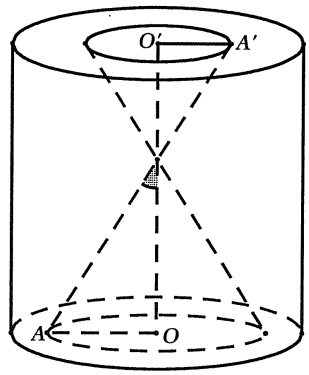
Vậy $|MA-MB|$ đạt giá trị lớn nhất khi M, A, B' thẳng hàng hay M là giao điểm của đường thẳng AB' với mặt phẳng (P)

AB' có phương trình $\begin{cases}x=1+5t\\y=-3+2t\\z=-4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

Tọa độ $M(x;y;z)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+5t\\y=-3+2t\\z=-4t\\x+y+z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\x=6\\y=-1\\z=-4\end{cases}$

Vậy điểm $M(6;-1;-4)\Rightarrow S=1$

Câu 45. Đáp án A



Diện tích xung quanh của hai hình nón là $S_1=\frac{2\pi x^2}{3}$ và $S_2=\frac{2\pi\left(12-x\right)^2}{3}$

Do đó $S_1+S_2=\frac{2\pi}{3}\left[x^2+\left(12-x\right)^2\right]=\frac{2\pi}{3}\left(2x^2-24x+144\right)$

Suy ra $\left(S_1+S_2\right)_{\min}=\frac{2\pi}{3}.72$ khi $x=6\,(\text{cm})$

Từ đó ta có $\min\left(S_1+S_2\right)=48\pi$ khi $x=6\,(\text{cm})$

Câu 46. Đáp án C

Áp dụng công thức tổng quát, ta có $A=\frac{N\left(1+r\right)^n.r}{\left(1+r\right)^n-1}$

Với $N=50000000, r=0,015, n=48$. Vậy $A=1.361.312,807$ đồng

Câu 47. Đáp án B

Do $a=v'\left(t\right)\Rightarrow$ Vận tốc cần tính sẽ là $v=\int_0^5 t\left(1+t^2\right)^{\frac{3}{2}}dt+1.$

Xét $\int t\left(1+t^2\right)^{\frac{3}{2}}dt=\int\left(1+t^2\right)^{\frac{3}{2}}\frac{d\left(1+t^2\right)}{2}=\frac{1}{5}\left(1+t^2\right)^{\frac{5}{2}}+C$

Suy ra $v=\frac{1}{5}\left(1+t^2\right)^{\frac{5}{2}}\Big|_0^5+1\approx 690\left(m/s\right)$

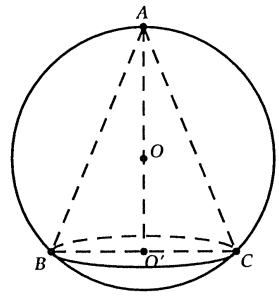
Câu 48. Đáp án C

2 mệnh đề đúng là: 1,4

Câu 49. Đáp án A

Giả sử $AB = AC = BC = a$

Ta có: $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{2}{3}\right)^3}{\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{3}\right)^3} = 8$



Câu 50. Đáp án D

Điều kiện $x \geq 2$

Ta thấy $x = 2$ không là nghiệm của phương trình nên ta chia hai vế cho $\sqrt[4]{x^2-4}$

$$m\left(\sqrt[4]{\frac{x-2}{x+2}}+2\right)-\sqrt[4]{\frac{x+2}{x-2}}=2 \qquad (*)$$

Đặt $t = \sqrt[4]{\dfrac{x+2}{x-2}}$ với $t > 1$. Khi đó phương trình $(*)$ trở thành: $m\left(\dfrac{1}{t}+2\right)-t=2 \Leftrightarrow m=\dfrac{t^2+2t}{2t+1}$

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2+2t}{2t+1}$ với $t > 1$. Ta có $f'(t)=\dfrac{2t+2t+2}{(2t+1)^2} > 0, \forall t > 1$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

Khi đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m > 1$.

Kết hợp với điều kiện bài toán suy ra $m \in (1;5)$, có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

ĐỀ SỐ 11

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Giá trị của b để hàm số $f(x)=\sin x-bx+c$ nghịch biến trên toàn trục số là:

A. $b\geq 1$ **B.** $b<1$ **C.** $b=1$ **D.** $b\leq 1$

Câu 2: Giá trị nào sau đây của x để tại đó hàm số $y=x^3-3x^2-9x+28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Câu 3: Đâu là số ghi giá trị của m trong các số dưới đây, nếu 10 là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^2+4x-m$ trên đoạn $[-1;3]$?

A. 3 **B.** –3 **C.** –6 **D.** –7

Câu 4: Với các giá trị nào của m thì hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x$ có hai cực trị trong khoảng $(0;+\infty)$?

A. $m>2$ **B.** $m<2$ **C.** $m=2$ **D.** $0<m<2$

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{\cot x-1}{m\cot x-2}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $0<m<2$ **B.** $m<0$ **C.** $m>2$ **D.** Không tồn tại m

Câu 6: Đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x=-2;y=\frac{1}{2}$ **B.** $x=y;y=2$ **C.** $x=2;y=2$ **D.** $x=-2;y=2$

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y=(x^2+1)\sqrt{x-2}$ tại $x=3$ bằng:

A. –5 **B.** 0 **C.** 11 **D.** Không xác định

Câu 8: Hàm số nào có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	
y	1 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 1	

A. $y=\dfrac{x+3}{x-2}$ **B.** $y=\dfrac{2x-7}{x-2}$ **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$ **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=2$. Với giả thiết đó, hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

A. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

B. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

C. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

D. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 10: Phương trình $x^3-3x=m^2+m$ có 3 nghiệm phân biệt khi:

A. $-2<m<1$ **B.** $-1<m<2$ **C.** $-1<m<2$ **D.** $m>-21$

Câu 11: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm các điểm M trên đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ hai điểm $A(2;4)$ và $B(-4;-2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là bằng nhau.

A. $M(0;1)$ **B.** $\left[\begin{array}{l} M\left(1;\dfrac{3}{2}\right) \\ M\left(2;\dfrac{5}{3}\right) \end{array}\right.$ **C.** $M\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$ **D.** $\left[\begin{array}{l} M(0;1) \\ M\left(1;\dfrac{3}{2}\right) \\ M(-2;3) \end{array}\right.$

Câu 12: Đơn giản biểu thức $\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)$. Chọn đáp án **đúng**:

A. $a+b$ **B.** $a-b$ **C.** $2a+b$ **D.** $a+2b$

Câu 13: Với điều kiện của của a để $y=(2a-1)^x$ là hàm số mũ?

A. $a\in\left(\frac{1}{2};1\right)\cup(1;+\infty)$ **B.** $a\in\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ **C.** $a>1$ **D.** $a\neq 0$

Câu 14: Cho ba phương trình, phương trình nào có tập nghiệm $\left\{\frac{1}{2};2\right\}$?

1. $|x-2|\log_2 x=x-2$
2. $(x^2-4)(\log_2 x-1)=0$
3. $\log_{0,5}^2(4x)+\log_2\left(\frac{x^2}{8}\right)=8$

A. Chỉ (1) **B.** Chỉ (2) **C.** Chỉ (3) **D.** Cả (1), (2) và (3)

Câu 15: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x+9.3^{-x}<10$ là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Câu 16: Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}y=1+\log_2 x\\ x^y=64\end{cases}$ là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 17: Ông A cần thanh toán các khoản nợ sau:

– Khoản nợ 1: 10.000.000 đồng thanh toán sau 2 năm.

– Khoản nợ 2: 20.000.000 đồng thanh toán sau 5 năm.

– Khoản nợ 3: 50.000.000 đồng thanh toán sau 7 năm.

Người ta đồng ý cho ông thanh toán bằng một khoản nợ duy nhất (khoản nợ 4) 99.518.740 đồng sau n năm tính từ lúc này, khoản nợ 4 có tiền nợ ban đầu bằng tổng tiền nợ ban đầu của ba khoản nợ 1, 2, 3. Biết mức lãi kép là 4,5% năm. Giá trị n **gần** với đáp án nào sau đây nhất ?

A. 10 năm **B.** 11 năm **C.** 9 năm **D.** 12 năm

Câu 18: Xét hệ phương trình $\begin{cases} 2^x = 4y \\ 4^x = 32y \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$. Khi có phát biểu nào sau đây **đúng**:

A. $x+y=5$ **B.** $xy=5$ **C.** $x-y=5$ **D.** $x^2+y^2=5$

Câu 19: Phương trình $2^{3x}-6.2^x-\frac{1}{2^{3(x-1)}}+\frac{12}{2^x}=1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Câu 20: Diện tích phần mặt phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x=1, x=2$, trục Ox và đường cong $y=\frac{1}{x(1+x^3)}$ là:

A. $\frac{1}{4}\ln\frac{7}{3}$ **B.** $\frac{1}{3}\ln\frac{16}{9}$ **C.** $\frac{1}{3}\ln\frac{7}{3}$ **D.** $\frac{1}{4}\ln\frac{16}{9}$

Câu 21: Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình elip $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ khi elip này quay xung quanh trục Ox là:

A. $6\pi ab^2$ **B.** $12\pi ab^2$ **C.** $\frac{4}{3}\pi ab^2$ **D.** $22\pi ab^2$

Câu 22: Cho tích phân $\int_{-1}^{1}\frac{dx}{1+x+\sqrt{1+x^2}}=a$. Tính $S=(ai)^{2016}+(ai)^{2000}$:

A. 3 **B.**2 **C.** 0 **D.** 1

Câu 23: Nguyên hàm của hàm $I=\int\frac{1-x^5}{x(1+x^5)}dx$ có dạng $a\left[\ln|x^5|+b\ln|1+x^5|\right]+C$. Khi đó $S=10a+b$ bằng:

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3

Câu 24: $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x$ thỏa $F(1)=0$ và $F(x)=\frac{x^4}{a}+\frac{x^2}{b}-\frac{3}{c}$. Tính $S=a+b+c$?

A. 10 **B.** 12 **C.** 14 **D.** 16

Câu 25: Ta có $F(x)=\int\frac{\cos x-3\sin x}{\sin x+3\cos x+1}dx=f(x)+C$

Biết $F(0)=2+2\ln 2$. Hỏi là $C=?$

A. 2 **B.** ln2 **C.** –ln2 **D.** –2

Câu 26: Tính tích phân $I=\int_1^2\frac{1}{x(x+1)^2}dt=\ln a+b$. Khi đó $S=a+2b$ bằng:

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{2}{3}$ **C.** 1 **D.** -1

Câu 27: Một tàu lửa đang chạy với vận tốc $200m/s$ thì người lái tàu đạp phanh; từ thời điểm đó, tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=200-20t(m/s)$. Trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, tàu còn di chuyển được quãng đường là:

A. $500m$ **B.** $1000m$ **C.** $1500m$ **D.** $2000m$

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $z=(7-5i)(1+i)-(3i+2i)$. Tính $w=2zi$.

A. $w=6+24i$ **B.** $w=6-24i$ **C.** $w=3-12i$ **D.** $w=3+12i$

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $z=(3i+4)\left[(-3+2i)-(4-7i)\right]$. Tính tích phần thực và phần ảo của $\overline{z}z$.

A. 30 **B.** 3250 **C.** 70 **D.** 0

Câu 30: Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z+\frac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i$ (1)

Chọn đáp án **sai**:

A. z là số thuần ảo **B.** z có phần ảo là số nguyên tố

C. z có phần thực là số nguyên tố **D.** z có tổng phần thực và phần ảo là 5

Câu 31: Cho số phức z biết $z+2\bar{z}=\dfrac{\left(1-i\sqrt{2}\right)\left(1+i\right)^2}{2-i}\left(1\right)$. Tìm tổng phần thực và phần ảo của z

A. $\dfrac{4\sqrt{2}-2}{15}$ **B.** $\dfrac{-2\sqrt{2}-4}{5}$ **C.** $\dfrac{-2\sqrt{2}-14}{15}$ **D.** $\dfrac{-2\sqrt{2}-14}{5}$

Câu 32: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $u=\dfrac{z+2+3i}{z-i}$ là một số thuần ảo là một đường tròn tâm $I\left(a;b\right)$. Tính tổng $a+b$.

A. 2 **B.** 1 **C.** –2 **D.** 3

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm M, N, P là điểm biểu diễn của 3 số phức: $z_1=8+3i;\ z_2=1+4i;\ z_3=5+xi$. Với giá trị nào của x thì tam giác MNP vuông tại P?

A. 1 và 2 **B.** 0 và 7 **C.** –1 và –7 **D.** 3 và 5

Câu 34: Số nào sau đây là căn bậc 2 của $3+4i$?

A. $2+i$ **B.** $2-i$ **C.** $3+i$ **D.** $3-i$

Câu 35: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, biết $\widehat{BCD}=120^0$, $AA'=\dfrac{7a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $3a^3$ **B.** $\dfrac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ **C.** $2a^3$ **D.** $\sqrt{3}a^3$

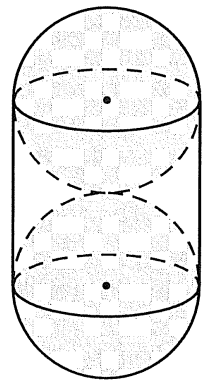
Câu 36: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, biết $\widehat{BCD}=120^0$, $AA'=\dfrac{7a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính theo a khoảng cách từ D' đến mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$.

A. $\frac{3a\sqrt{195}}{65}$ **B.** $\frac{a\sqrt{195}}{65}$ **C.** $\frac{2a\sqrt{195}}{65}$ **D.** $\frac{4a\sqrt{195}}{65}$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$, góc $\widehat{ACB} = 30^0$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3}{3}$ **B.** $\frac{a^3}{3}$ **C.** $\frac{a^3}{6}$ **D.** $\frac{4a^3}{3}$

Câu 38: Một cái rổ (trong môn thể thao bóng rổ) dạng một hình trụ đứng, bán kính đường tròn đáy là r (cm), chiều cao $2r$ (cm), người đặt hai quả bóng như hình. Như vậy diện tích toàn bộ của rổ và phần còn lại nhô ra của 2 quả cầu là bao nhiêu. Biết rằng mỗi quả bóng bị nhô ra một nửa. Hãy chọn kết quả **đúng**:



A. $4\pi r^2 (cm^2)$ **B.** $6\pi r^2 (cm^2)$ **C.** $8\pi r^2 (cm^2)$ **D.** $10\pi r^2 (cm^2)$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = SD = a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Gọi I là trung điểm của AB; J là trung điểm của CD. Gọi H là hình chiếu của S trên $(ABCD)$. Qua H kẻ đường

thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt DA và CB kéo dài tại M, N. Các nhận định sau đây:

1. Tam giác SIJ là tam giác có $\widehat{SIJ}$ tù
2. $\sin\widehat{SIH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$
3. $\widehat{MSN}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD)
4. $\cos\widehat{MSN}=\dfrac{1}{3}$

Chọn đáp án **đúng:**

A. $(1),(2)$ đúng, (3) sai

B. $(1),(2),(3)$ đúng (4) sai

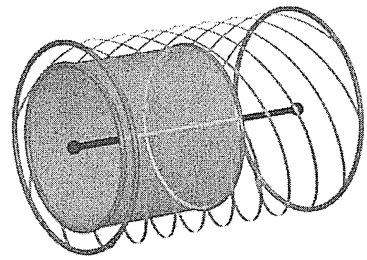
C. $(3),(4)$ đúng (1) sai

D. $(1),(2),(3),(4)$ đúng

Câu 40: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ theo a.

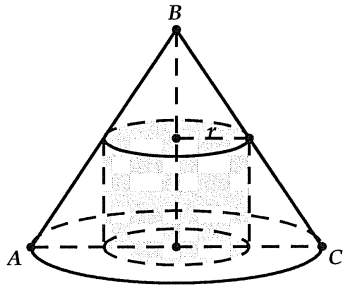
A. $\dfrac{5\pi a^2}{3}$ **B.** $\dfrac{7\pi a^2}{3}$ **C.** $3\pi a^2$ **D.** $\dfrac{11\pi a^2}{3}$

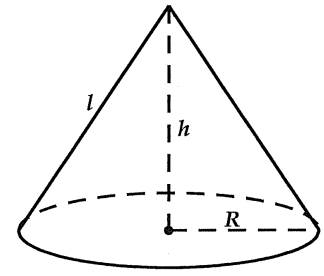
Câu 41: Một vật thể có dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy và độ dài của nó đều bằng $2r(cm)$. Người ta khoan một lỗ cũng có dạng hình trụ như hình, có bán kính đáy và độ sâu đều bằng $r(cm)$. Thể tích phần vật thể còn lại (tính theo cm^3) là:



A. $4\pi r^3$ **B.** $7\pi r^3$ **C.** $8\pi r^3$ **D.** $9\pi r^3$

Câu 42: Một lọ nước hoa thương hiệu Q được thiết kế vỏ dạng nón, phần chứa dung dịch nước hoa là hình trụ nội tiếp hình nón trên. Hỏi để vẫn vỏ lọ nước hoa là hình nón trên. Tính tỉ lệ giữa x và chiều cao hình nón để cho lọ nước hoa đó chứa được nhiều dung dịch nước hoa nhất.





A. $\frac{2}{3}$ **B.** 1 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Câu 43: Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của M trên d, biết $M(1;2;-1), d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=3t\end{cases}$

A. $H(2;1;0)$ **B.** $H(0;5;6)$ **C.** $H(1;3;3)$ **D.** $H(-1;7;9)$

Câu 44: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $A(2;-3;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+2t\\y=2-3t\\z=3+t\end{cases}$

A. $11x+2y+16z-32=0$ **B.** $11x-2y+16z-44=0$

C. $11x+2y-16z=0$ **D.** $11x-2y-16z-12=0$

Câu 45: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng song song $d_1:\begin{cases}x=2+3t\\y=4+2t\\z=-1+t\end{cases}$

và $d_2:\begin{cases}x=-2+3t'\\y=-3+t'\\z=-1+t'\end{cases}$.

A. $x-2y-z+5=0$ **B.** $x+2y-z-11=0$ **C.** $x-2y+z+7=0$ **D.** $x+2y+z-9=0$

Câu 46: Viết phương trình mặt phẳng (P) qua hai đường thẳng cắt nhau $d_1:\begin{cases}x=3t\\y=1-2t\\z=3+t\end{cases}$ và

$d_2:\begin{cases}x=-1+2t'\\y=3-2t'\\z=-2+3t'\end{cases}$.

A. $4x-7y-2z-12=0$ **B.** $4x-7y-2z+5=0$

C. $4x+7y+2z-13=0$ **D.** $2x+7y+4z-12=0$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{2}$ và hai mặt phẳng

$(\alpha):x+2y+2z+1=0,(\beta):2x-y-2z+7=0$. Mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng d và (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng (α) và (β) có bán kính là:

A. $\begin{bmatrix}R=2\\R=12\end{bmatrix}$ **B.** $\begin{bmatrix}R=4\\R=14\end{bmatrix}$ **C.** $\begin{bmatrix}R=\sqrt{2}\\R=2\sqrt{3}\end{bmatrix}$ **D.** $\begin{bmatrix}R=\sqrt{2}\\R=\sqrt{3}\end{bmatrix}$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1;0;2),B(1;1;0),C(0;0;1)$ và $D(1;1;1)$. Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có tâm là:

A. $I\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$ **B.** $I\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ **C.** $I\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$ **D.** $I\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$

Câu 49: Cho ba điểm $A(1;1;1), B(3;-1;1), C(-1;0;2)$. Chọn nhận định **sai**:

A. $\overrightarrow{AB}=(2;-2;0)$

B. Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $x-y-2=0$

C. Điểm C thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn AB

D. Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $I(2;0;1)$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): y+2z=0$ và cắt hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=4t \end{cases}, d_2: \begin{cases} x=2-t \\ y=4+2t \\ z=1 \end{cases}$ có phương trình tham số là:

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{1}$ **B.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$ **D.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{1}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.A	02.B	03.C	04.A	05.A	06.D	07.C	08.A	09.C	10.A
11.D	12.B	13.A	14.A	15.B	16.C	17.B	18.A	19.D	20.B
21.C	22.B	23.C	24.A	25.A	26.C	27.B	28.A	29.D	30.A
31.C	32.C	33.B	34.A	35.A	36.D	37.B	38.C	39.D	40.B
41.B	42.A	43.A	44.C	45.C	46.C	47.A	48.D	49.C	50.B

Câu 1. Đáp án A

Ta có $f'(x)=\cos x-b$.

Để hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow f'(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow b\ge\cos x,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow b\ge\max\limits_{\mathbb{R}}(\cos x)=1$.

Câu 2. Đáp án B

Ta có $y'=3x^2-6x-9;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1(L)\\x=3(tm)\end{array}\right.$

Có $y(0)=28;\ y(3)=1;\ y(4)=8$.

Do hàm số xác định và liên tục trên $[0;4]$ nên $\min\limits_{[0;4]}y=1$ khi $x=3$.

Câu 3. Đáp án C

Ta có $y'=-2x+4;\ y'=0\Leftrightarrow x=2(tm)$.

Lại có $f(-1)=-5-m;\ f(2)=4-m;\ f(3)=3-m$

Do $f(-1)<f(3)<f(2)$ và hàm số liên tục trên $[-1;3]$ nên $\max\limits_{[-1;3]}f(x)=f(2)=4-m$

Theo bài ra $\max\limits_{[-1;3]}f(x)=10\Leftrightarrow 4-m=10\Leftrightarrow m=-6$.

Câu 4. Đáp án A

Ta có $y'=x^2-2mx+m+2$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 đều dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-2) > 0 \\ 2m > 0 \\ m+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \Leftrightarrow m > 2. \\ m > 0 \end{cases}$$

Câu 5. Đáp án A

Đặt $t = \cot x$. Xét hàm $t(x) = \cot x$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

Ta có $t'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} < 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$. Suy ra hàm số $t(x)$ là hàm nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

Do đó $t\left(\frac{\pi}{2}\right) < t(x) < t\left(\frac{\pi}{4}\right)$ hay $0 < t < 1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Hàm số $y(t) = \frac{t-1}{mt-2}$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

$$\Leftrightarrow y'(t) < 0, \forall t \in (0;1) \Leftrightarrow \frac{m-2}{(mt-2)^2} < 0, \forall t \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 < 0 \\ \frac{2}{m} \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2.$$

Câu 6. Đáp án D

$\lim\limits_{x \to -2^-} y = \lim\limits_{x \to -2^-} \frac{2x+1}{x+2} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -2^+} y = \lim\limits_{x \to -2^+} \frac{2x+1}{x+2} = -\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x = -2$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 2$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 2 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $y = 2$.

Câu 7. Đáp án C

Tập xác định $D = [2;+\infty)$. Đạo hàm $y' = 2x\sqrt{x-2} + \frac{x^2+1}{2\sqrt{x-2}} = \frac{5x^2-8x+1}{2\sqrt{x-2}}, x \in (2;+\infty)$.

Ta có $y'(3) = \frac{5.3^2 - 8.3 + 1}{2\sqrt{3-2}} = 11$.

Câu 8. Đáp án A

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=1;\ \lim\limits_{x\to2^-} y=-\infty;\lim\limits_{x\to2^+} y=+\infty.$

Câu 9. Đáp án C

Đường thẳng $y=y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=y_0;\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=y_0.$

Câu 10. Đáp án A

Xét hàm số $y=x^3-3x$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $y'=3x^2-3;y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$

Suy ra đồ thị cũng có 2 điểm cực trị là $(-1;2)$ và $(1;-2)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ phải cắt đường thẳng $y=m^2+m$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -2<m^2+m<2\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m-2<0\\m^2+m+2>0\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<1.$

Câu 11. Đáp án D

Giả sử $M(x_0;y_0)\in(C)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$ là đường thẳng d:

$y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0$ hay $y=\dfrac{1}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+\dfrac{2x_0+1}{x_0+1},(x_0\neq-1).$

$\Rightarrow d:\dfrac{1}{(x_0+1)^2}x-y+\dfrac{2x_0+2x_0+1}{(x_0+1)^2}=0.$

Theo bài ra ta có $d(A;d)=d(B;d)\Leftrightarrow\dfrac{\left|\dfrac{2x_0^2+2x_0+3}{(x_0+1)^2}-4\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{(x_0+1)^4}+1}}=\dfrac{\left|\dfrac{2x_0^2+2x_0+3}{(x_0+1)^2}+2\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{(x_0+1)^4}+1}}$

$\Leftrightarrow\left|\dfrac{2x_0^2+2x_0+3}{(x_0+1)^2}-4\right|=\left|\dfrac{2x_0^2+2x_0+3}{(x_0+1)^2}+2\right|\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x_0=-2\\x_0=0\\x_0=1\end{bmatrix}$

Từ đó ta chọn được kết quả của bài toán.

Câu 12. Đáp án B

$$\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)=\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)=a-b.$$

Câu 13. Đáp án A

$y=(2a-1)^x$ là hàm số mũ khi $\begin{cases}2a-1>0\\2a-1\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow \frac{1}{2}<a\neq 1$

Với $a\in\left(\frac{1}{2};1\right)\cup(1;+\infty)$ thì $y=(2a-1)^x$ là hàm số mũ

Câu 14. Đáp án A

1. Giải $|x-2|\log_2 x=x-2 \quad (I)$

Điều kiện $x>0$.

Trường hợp 1: $x\geq 2$

Ta có: $(I)\Leftrightarrow (x-2)\log_2 x=x-2\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x-2=0\\\log_2 x=1\end{bmatrix}\Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $0<x<2$

Ta có $(I)\Leftrightarrow -(x-2)\log_2 x=x-2\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\log_2 x=-1\\x-2=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=\frac{1}{2}(tm)\\x=2(L)\end{bmatrix}$

2. $\left(x^2-4\right)(\log_2 x-1)=0 \quad (II)$

Điều kiện $x>0$

$(II)\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\log_2 x=1\\x^2-4=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow x=2$ do $x>0$.

3. $\log_{0,5}^2(4x)+\log_2\left(\frac{x^2}{8}\right)=8 \qquad (III)$

Điều kiện $x>0$

$(III)\Leftrightarrow \log_2^2(4x)+2\log_2 x-3=8\Leftrightarrow(2+\log_2 x)^2+2\log x-11=0\Leftrightarrow \log_2^2 x+6\log_2 x-7=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=-7\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\frac{1}{2^7}\end{array}\right.$

Câu 15. Đáp án B

Đặt $t=3^x>0$. Ta có $3^x+9.3^{-x}<10\Leftrightarrow t+\frac{9}{t}<10\Leftrightarrow t^2-10t+9<0\Leftrightarrow 1<t<9$

$\Leftrightarrow 3^0<3^x<3^2\Leftrightarrow 0<x<2.$

Câu 16. Đáp án C

Điều kiện $x>0$

Ta có $\left\{\begin{array}{l}y=1+\log_2 x\\ x^y=64\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}y=1+\log_2 x\\ \log_2 x^y=\log_2 64\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{ll}\log_2 x=y-1 & (1)\\ y\log_2 x=6 & (2)\end{array}\right.$

Thế (1) vào (2) ta được $y^2-y-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=-2\\ y=3\end{array}\right.$

Hệ phương trình $\left\{\begin{array}{l}y=1+\log_2 x\\ x^y=64\end{array}\right.$ có nghiệm $(4;3)$ và $\left(\frac{1}{8};-2\right)$.

Câu 17. Đáp án B

Gọi V_1,V_2,V_3,V_4 lần lượt là tiền nợ gốc của các khoản nợ 1, 2, 3, 4.

Ta có:

$10000 = V_1.1,045^2 \Rightarrow V_1 = 10000.1,045^{-2}10000$

$20000 = V_2.1,045^5 \Rightarrow V_2 = 20000.1,045^{-5}$

$50000 = V_3.1,045^7 \Rightarrow V_3 = 50000.1,045^{-7}$

$99518740 = V_4.1,045^n \Rightarrow V_4 = 99518740.1,045^{-n}$

Suy ra $99518740.1,045^{-n} = 10000.1,045^{-2} + 20.000.1,045^{-5} + 50.000.1,045^{-7} \Leftrightarrow n = 10,77$

Câu 18. Đáp án A

Ta có: $\begin{cases} 2^x = 4y \\ 4^x = 32y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4y \\ \left(2^x\right)^2 - 32y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4y \\ \left(4y\right)^2 - 32y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4y \\ \left[\begin{array}{l} y = 2 \\ y = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2^x = 4y \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} 2^x = 4y \\ y = 0 \end{cases} (VN) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow (x;y) = (3;2)$

Câu 19. Đáp án D

Phương trình tương đương với $2^{3x} - 6.2^x - \frac{1}{2^{3(x-1)}} + \frac{12}{2^x} = 1 \Leftrightarrow 2^{3x} - 6.2^x - \frac{2^3}{2^{3x}} + \frac{12}{2^x} = 1$

$\Leftrightarrow \left(2^{3x} - \frac{2^3}{2^{3x}}\right) - 6\left(2^x - \frac{2}{2^x}\right) - 1 = 0$

Đặt $t = 2^x - \frac{2}{2^x} \Rightarrow t^3 = \left(2^x - \frac{2}{2^x}\right)^3 \Rightarrow 2^3 - \frac{2^3}{2^{3x}} = t^3 + 6t$

Phương trình có dạng $t^3 + 6t - 6t = 1 \Leftrightarrow t^3 = 1 \Leftrightarrow t = 1$

Vậy $2^x - \frac{2}{2^x} = 1 \Leftrightarrow 2^{2x} - 2^x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = -1(L) \\ 2^x = 2\ (tm) \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 1.$

Câu 20. Đáp án B

$$S=\int_1^2\frac{1}{x\left(1+x^3\right)}dx=\int_1^2\frac{x^2dx}{x^3\left(1+x\right)}=\frac{1}{3}\int_1^2\frac{d\left(x^3\right)}{x^3\left(1+x^3\right)}=\frac{1}{3}\left[\int_1^2\frac{d\left(x^3\right)}{x^3}-\int_1^2\frac{d\left(x^3\right)}{1+x^3}\right]=\frac{1}{3}\ln\frac{x^3}{1+x^3}\Big|_1^2=\frac{1}{3}\ln\frac{16}{9}$$

Câu 21. Đáp án C

Ta có $V=\pi\int_{-a}^{a}y^2dx=2\pi\int_0^a\frac{b^2}{a^2}\left(a^2-x^2\right)dx=\frac{2\pi b^2}{a^2}\left(a^2x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^a=\frac{2\pi b^2}{a^2}\left(a^3-\frac{a^3}{3}\right)=\frac{4}{3}\pi ab^2$

Câu 22. Đáp án B

Đặt $u=x+\sqrt{1+x^2}$ thì $u-x=\sqrt{1+x^2}\Rightarrow x^2-2ux+u^2=1+x^2$

$$\Rightarrow x=\frac{u^2-1}{2u}\Rightarrow dx=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{u^2}du\right)$$

Đổi cận $\begin{bmatrix}x=-1\Rightarrow u=\sqrt{2}-1\\ x=1\Rightarrow u=\sqrt{2}+1\end{bmatrix}$

$$\Rightarrow I=\int_{\sqrt{2}-1}^{\sqrt{2}+1}\frac{\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{u^2}\right)}{1+u}du=\frac{1}{2}\int_{\sqrt{2}-1}^{\sqrt{2}+1}\frac{du}{1+u}+\frac{1}{2}\int_{\sqrt{2}-1}^{\sqrt{2}+1}\frac{du}{\left(1+u\right)u^2}$$

$$=\frac{1}{2}\int_{\sqrt{2}-1}^{\sqrt{2}+1}\frac{du}{1+u}+\frac{1}{2}\int_{\sqrt{2}-1}^{\sqrt{2}+1}\left(\frac{1}{u^2}-\frac{1}{u}+\frac{1}{u+1}\right)du=1\Rightarrow a=1$$

Vậy $S=i^{2016}+i^{2000}=\left(i^2\right)^{1008}+\left(i^2\right)^{1000}=\left(-1\right)^{1008}+\left(-1\right)^{1000}=2$

Câu 23. Đáp án C

$$I=\int\frac{\left(1-x^5\right)x^4dx}{x^5\left(1+x^5\right)}=\frac{1}{5}\int\frac{\left(1-x^5\right)d\left(x^5\right)}{x^5\left(1+x^5\right)}=\frac{1}{5}\int\left(\frac{1}{x^5}-\frac{2}{1+x^5}\right)d\left(x^5\right)=\frac{1}{5}\left[\ln\left|x^5\right|-2\ln\left|1+x^5\right|\right]+C$$

Suy ra $a=\frac{1}{5};b=-2\Rightarrow 10a+b=0$.

Câu 24. Đáp án A

Ta có $\int f(x)dx = \int (x^3 + x)dx = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + C = F(x)$

Mà $F(1) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + C = 0 \Leftrightarrow C = \frac{-3}{4}$. Khi đó $a = c = 4; b = 2 \Rightarrow S = a + b + c = 10$.

Câu 25. Đáp án A

Đặt $u = \sin x + 3\cos x + 1 \Rightarrow du = (\cos x - 3\sin x)dx$

Ta có $\int \frac{\cos x - 3\sin x}{\sin x + 3\cos x + 1}dx = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + C = \ln|\sin x + 3\cos x + 1| + C \Rightarrow C = 2$

Câu 26. Đáp án C

$$I = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)^2}dx = \int_1^2 \frac{x+1-x}{x(x+1)^2}dx = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)^2}dx - \int_1^2 \frac{1}{(x+1)^2}dx$$

Suy ra $I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)dx - \int_1^2 (x+1)^{-2}dx(x+1) = \ln\left|\frac{x}{x+1}\right|\Big|_1^2 + (x+1)^{-1}\Big|_1^2 = \ln\frac{4}{3} - \frac{1}{6}$

$\Rightarrow a = \frac{4}{3}, b = -\frac{1}{6} \Rightarrow S = 1$

Câu 27. Đáp án B

Khi tàu dừng lại thì $v = 0 \Leftrightarrow 200 - 20t = 0 \Leftrightarrow t = 10s$

Ta có phương trình: $S = \int_0^{10} v(t)dt = \left(200t - \frac{20t^2}{2}\right)\Big|_0^{10} = 1000(m)$

Câu 28. Đáp án A

$z = (7 - 5i)(1 + i) - (3i + 2i) = 12 - 3i$

$w = 2zi = 2i(12 - 3i) = 6 + 24i$

Câu 29. Đáp án D

$z = (3i+4)\left[(-3+2i)-(4-7i)\right] = -55+15i$

$\bar{z}z = (-55+15i)(-55-15i) = 3250$

Câu 30. Đáp án A

Giả sử $z = a + bi\ (a,b \in \mathbb{R})$

$$(1) \Leftrightarrow |2+i|(a+bi) + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i \Leftrightarrow 2a+2bi+ai+bi^2 + \frac{2(1+2i)(1-i)}{1+i^2} = 7+8i$$

$$\Leftrightarrow 2a+2bi+ai-bi+1-i+2i-2i^2 = 7+8i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b+3=7 \\ 2b+a+1=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow z = 3+2i$$

$\Rightarrow$ B, C, D đúng.

Câu 31. Đáp án C

Giả sử $z = a + bi\ (a,b \in \mathbb{R})$

$$(1) \Leftrightarrow a+bi+2a-2bi = \frac{\left(1-i\sqrt{2}\right)\left(1+2i+i^2\right)}{2-i} = \frac{2i-2\sqrt{2}i^2}{2-i}$$

$$\Leftrightarrow 3a-bi = \frac{\left(2i+2\sqrt{2}\right)(2+i)}{4-i^2} = \frac{i\left(4+2\sqrt{2}\right)+4\sqrt{2}-2}{5} \Leftrightarrow a = \frac{4\sqrt{2}-2}{15}; b = \frac{-4-2\sqrt{2}}{5}$$

Câu 32. Đáp án C

Giả sử $z = x + yi\ (x,y \in \mathbb{R})$ có điểm $M(x;y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy)

Khi đó $u=\dfrac{z+2+3i}{z-i}=\dfrac{x+2+yi+3i}{x+(y-1)i}=\dfrac{[x+2+(y+3)i][x-(y-1)i]}{x^2+(y-1)^2}$

$\Rightarrow u=\dfrac{x^2+y^2+2x+2y-3+2(2x-y+1)i}{x^2+(y-1)^2}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+2x+2y-3=0\\x^2+(y-1)^2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)^2+(y+1)^2=5\\x^2+(y-1)^2\neq 0\end{cases}$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường tròn tâm $I(-1;-1)$, bán kính

$R=\sqrt{5}$, loại đi điểm $(0;1)$.

Câu 33. Đáp án B

Ta có 3 điểm $M(8;3),N(1;4),P(5;x)$

$\Rightarrow\overrightarrow{MP}(-3;x-3),\overrightarrow{NP}=(4;x-4)$

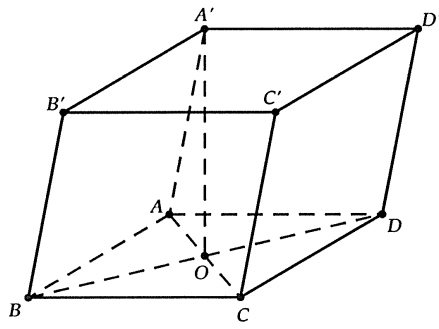
Để ΔMNP vuông tại $P\Leftrightarrow\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{NP}=0\Leftrightarrow -12+(x-3)(x-4)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=7\end{bmatrix}$

Câu 34. Đáp án A

Gọi số phức cần tìm là $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$

Theo bài ra ta có $a+bi=\sqrt{3+4i}\Leftrightarrow a^2-b^2+2abi=3+4i\Leftrightarrow\begin{cases}a^2-b^2=3\\2ab=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}\\\begin{cases}a=-2\\b=-1\end{cases}\end{bmatrix}$

Câu 35. Đáp án A



Gọi $O = AC \cap BD$

Từ giả thuyết suy ra $A'O \perp (ABCD)$

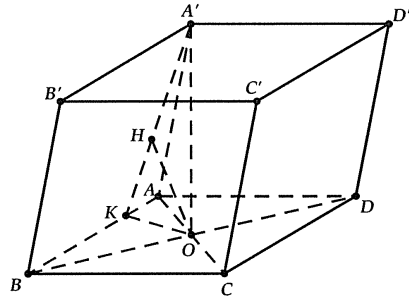
$S_{ABCD} = BC.CD.\sin 120^0 = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Vì $\widehat{BCD} = 120^0$ nên $\widehat{ABC} = 60^0 \Rightarrow \Delta ABC$ đều.

$\Rightarrow AC = a \Rightarrow A'O = \sqrt{A'A^2 - AO^2} = \sqrt{\dfrac{49a^2}{4} - \dfrac{a^2}{4}} = 2\sqrt{3}a$

Suy ra $S_{ABCD.A'B'C'D'} = A'O.S_{ABCD} = 3a^3$ (đvtt)

Câu 36. Đáp án D



Kẻ $OK \perp AB\left(K \in AB\right), OH \perp A'K\left(H \in A'K\right) \Rightarrow OH \perp \left(ABB'A'\right) \Rightarrow OH = d\left(O;\left(ABB'A'\right)\right)$.

Vì $DD' \parallel \left(ABB'A'\right)$ nên $d\left(D';\left(ABB'A'\right)\right) = d\left(D;\left(ABB'A'\right)\right)$

Vì O là trung điểm BD nên $d\left(D;\left(ABB'A'\right)\right) = 2d\left(O;\left(ABB'A'\right)\right) = 2OH$

Suy ra $d\left(D';\left(ABB'A'\right)\right) = 2OH$.

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OA'^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OA'^2} = \frac{65}{12a^2} \Rightarrow OH = \frac{2\sqrt{195}}{65}a$$

Vậy $d\left(D;\left(ABB'A'\right)\right) = 2OH = \frac{4\sqrt{195}}{65}a$.

Câu 37. Đáp án B

Ta có $AC = 2AI = 2R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $BC = AC.\cos 30^0 = a$; $AB = AC.\sin 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$S_{ABCD} = AB.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3}{3}$

Câu 38. Đáp án C

Do hình vẽ ta thấy diện tích toàn bộ khối trên là $S = S_1 + S_2$, trong đó S_1 là diện tích xung quanh của rổ hình trụ và S_2 là diện tích của hai nửa cầu (hay S_2 là diện tích của một quả cầu bán kính r)

Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao $h = 2r\left(cm\right)$, bán kính đáy bằng r là:

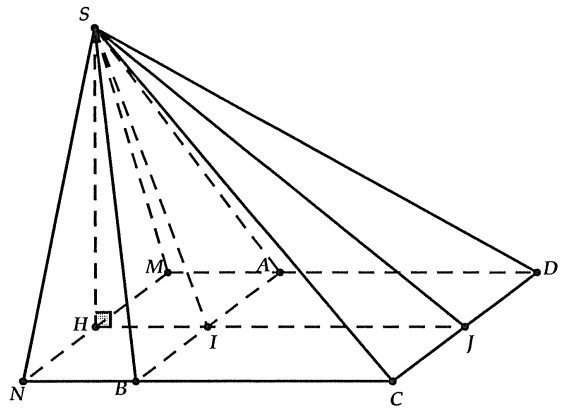
$S_1 = h.2\pi.r = 4\pi r^2\left(cm^2\right)$

Diện tích của quả cầu bán kính r là $S_2 = 4\pi r^2\left(cm^2\right)$

Vậy tổng diện tích là $S = 8\pi r^2$.

Câu 39. Đáp án D

Từ giả thiết ta có $IJ = a; SJ = \sqrt{SC^2 - JC^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{11}}{2}$



Áp dụng định lý cosin cho tam giác SIJ ta có

$$\cos\widehat{SIJ} = \frac{IJ^2 + IS^2 - SJ^2}{2.IJ.IS} = \frac{a^2 + \frac{3a^2}{4} - \frac{11a^2}{4}}{2.a.\frac{a\sqrt{3}}{2}} = -\frac{a^2}{a^2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} < 0$$

Suy ra, tam giác SIJ là tam giác có $\widehat{SIJ}$ tù.

Từ giả thiết tam giác SAB đều và tam giác SCD là cân đỉnh S, ta có H thuộc IJ và I nằm giữa HJ, tức là tam giác vuông SHI có $\widehat{H} = 90^0$, góc I nhọn và $\cos\hat{I} = \cos\widehat{SIH} = -\cos\widehat{SIJ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ($\widehat{SIJ}$ và $\widehat{SIH}$ kề bù) $\Rightarrow \sin\widehat{SIH} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Từ giả thiết giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) là đường thẳng d qua S và song song với AD.

Theo định lý ba đường vuông góc ta có $SN \perp BC, SM \perp AD \Rightarrow SM \perp d; SN \perp d \Rightarrow \widehat{MSN}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD), $MN = AB = a$.

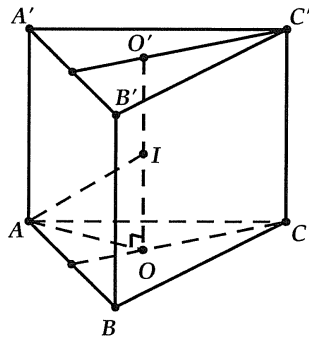
Xét tam giác HSM vuông tại H có :

$$SH = \frac{a\sqrt{2}}{2}, HM = \frac{a}{2} \Rightarrow SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} = SN$$

Theo định lý cosin cho tam giác SMN cân tại S có

$$\cos\widehat{MSN} = \frac{SM^2 + SN^2 - MN^2}{2SM.SN} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - a^2}{2.\frac{3a^2}{4}} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{3a^2}{2}} = \frac{1}{3}$$

Câu 40. Đáp án B



Thể tích lăng trụ là $V = AA'.S_{ABC} = a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

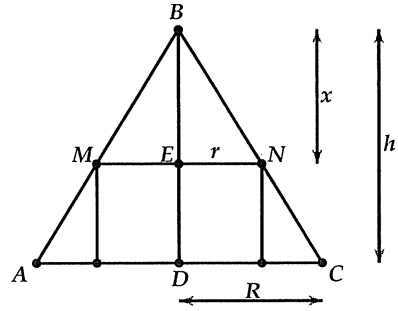
Gọi O, O' lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ khi đó tâm của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là trung điểm I của OO'. Mặt cầu này có bán kính là: $R = IA = \sqrt{AO^2 + OI^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6} \Rightarrow S = 4\pi R^2 = \frac{7\pi a^2}{3}$

Câu 41. Đáp án B

Thể tích vật thể hình trụ là $\pi.(2r)^2.2r = 8\pi r^2\left(cm^3\right)$

Thể tích lỗ khoan của hình trụ là $\pi.r^2.r = \pi r^2\left(cm^3\right)$

Câu 42. Đáp án A



Đặt $BE = x > 0$ thì có $\frac{ME}{AD} = \frac{BE}{BD}$ hay $\frac{r}{R} = \frac{x}{h} \Rightarrow r = \frac{Rx}{h}$

Thể tích hình trụ là $V = \pi.\frac{R^2x^2}{h^2}(h-x)$

Ta có $\frac{2Vh^2}{\pi R^2} = x^2(2h-2x)$

Vì h, π, R là các hằng số nên V sẽ lớn nhất khi và chỉ khi $x^2(2h-2x)$ lớn nhất.

Ta có $x^2(2h-2x) = x.x.(2h-2x) \le \left(\frac{x+x+2h-2x}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}h^3$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 2h-2x \Leftrightarrow x = \frac{2h}{3}$.

Câu 43. Đáp án A

Do $H \in d$ nên $H(2-t;1+2t;3t)$. Từ giả thiết ta có: $MH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(2;1;0)$

Câu 44. Đáp án C

Lấy $A_1(4;2;3) \in d_1$. Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}$. Từ giả thiết ta có $\vec{n} = \left[\overrightarrow{A_1A}, \overrightarrow{u_d}\right] = (11;2;-16)$

Từ đó suy ra phương trình (P) là $11x + 2y - 16z = 0$.

Câu 45. Đáp án C

Lấy $A_1(2;4;-1) \in d_1, A_2(-2;1;-3) \in d_2$

Gọi VTPT của (P) là $\vec{n}$. Từ giả thiết cho ta $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{A_1A_2} \\ \vec{n} \perp u_{d_1} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = \left[\overrightarrow{u_{d_1}}, \overrightarrow{A_1A_2}\right] = (1;-2;1)$

Vậy (P) qua A_1, VTPT là $\vec{n}$ có phương trình $(P): x - 2y + z + 7 = 0$

Câu 46. Đáp án C

Lấy $A(0;1;3) \in d_1$

Gọi VTPT của (P) là $\vec{n}$. Từ giả thiết cho ta $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{u_d} \\ \vec{n} \perp u_{d_1} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = \left[\overrightarrow{u_{d_1}}, \overrightarrow{u_{d_1}}\right] = (-4;-7;-2)$

Vậy (P) qua A_1, VTPT là $\vec{n}$ có phương trình $(P): 4x + 7y + 2z - 13 = 0$

Câu 47. Đáp án A

Gọi I là tâm của mặt cầu (S), $I \in d \Rightarrow I(-t;2+t;3+2t)$

Vì (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng (α) và (β) nên $d(I;(\alpha)) = d(I;(\beta))$

$\Leftrightarrow \frac{|5t+11|}{3}=\frac{|7t+1|}{3} \Leftrightarrow |5t+11|=|7t+1| \Leftrightarrow t=5, t=-1$

+ $t=-1 \Rightarrow I(1;1;1), R=2$. Phương trình mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$

+ $t=5 \Rightarrow I(-5;7;13), R=12$. Phương trình mặt cầu $(S):(x+5)^2+(y-7)^2+(z-13)^2=144$

Câu 48. Đáp án D

Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện *ABCD* có dạng

$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

Do *A, B, C, D* thuộc (S) nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a+4c-d-5=0 \\ 2a+2b-d-2=0 \\ 2c-d-1=0 \\ 2a+2b+2c-d-3=0 \end{cases}$

Giải hệ ta có $a=\frac{3}{2}, b=-\frac{1}{2}, c=\frac{1}{2}, d=0$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $x^2+y^2+x^2-3x+y-z=0$

Suy ra (S) có tâm là $I\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R=\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 49. Đáp án C

Gọi *I* là trung điểm của đoạn thẳng *AB* thì $I(2;0;1)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;0)$

Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng *AB* là:

$2(x-2)-2(y-0)=0 \Leftrightarrow 2x-2y-4=0$ hay $x-y-2=0$

Thay tọa độ của điểm $C(-1;0;2)$ vào phương trình mặt phẳng đó, ta có $-1-0-2=-3\neq 0$

Vậy điểm C không thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

Câu 50. Đáp án B

Thế phương trình d_1 vào phương trình mặt phẳng (α) ta có $t+8t=0\Rightarrow t=0$

Vậy $d_1\cap(\alpha)=\mathrm{A}(1,0,0)$

Thế phương trình d_2 vào phương trình mặt phẳng (α) ta có $4t+2t+2=0\Rightarrow t=-3$

Vậy $d_2\cap(\alpha)=B(5;-2;1)$. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(4,-2,1)$

Vậy phương trình tham số của AB nằm trong mặt phẳng (α) và cắt d_1,d_2 là $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$

ĐỀ SỐ 12

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-x)=-f(x)$ thì $f(x)$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số chẵn là hàm số có đồ thị đối xứng qua trục tung.

C. Nếu hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ có 2 đường tiệm cận là $x=m;y=n$ thì đồ thị hàm số đó có tâm đối xứng là $I(n;m)$.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ thì chắc chắn hàm $f(x)$ đạt cực trị tại $x=x_0$.

Câu 2: Hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$ có mấy điểm cực tiểu?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 3: Cho hàm số $(C): y=2x^3-6x^2+3$. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) có hệ số góc nhỏ nhất là:

A. $y=6x+3$ **B.** $y=-6x+7$ **C.** $y=-6x+5$ **D.** $y=6x+5$

Câu 4: Cho các hàm số $(1): y=\frac{1}{3}x^3-x^2+3x+4$; $(2): y=\frac{2x-1}{2x+1}$; $(3): y=\sqrt{x^2+4}$; $(4): y=x^3+x-\sin x$; $(5): y=x^4+x^2+2$. Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của chúng?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** Kết quả khác

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x$. Tính giá trị $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{4}f''\left(\frac{\pi}{4}\right)$

A. –1 **B.** 0 **C.** 1 **D.** Kết quả khác

Câu 6: Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-5;2]$ là:

A. –1 **B.** 102 **C.** 92 **D.** 82

Câu 7: Cho hàm số $y=2x^3-3(2a+1)x^2+6a(a+1)x+2$. Nếu gọi x_1,x_2 lần lượt là hoành độ các điểm cực trị của hàm số thì giá trị $|x_2-x_1|$ là:

A. $a-1$ **B.** a **C.** $a+1$ **D.** 1

Câu 8: Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=(m-3)x^3-2mx^2+3$ không có cực trị:

A. $m=3$ **B.** $\begin{bmatrix} m=3 \\ m=0 \end{bmatrix}$ **C.** $m=0$ **D.** $m\in\varnothing$

Câu 9: Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}+(m-2)x^2+(2m+3)x+1$. Giá trị nguyên lớn nhất của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $[0;3]$ là?

A. –1 **B.** –2 **C.** 1 **D.** Không tồn tại

Câu 10: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\sin^4 x.\cos^6 x$ là:

A. $\frac{5}{8}$ **B.** $\frac{108}{3125}$ **C.** 0 **D.** 1

Câu 11: Cho hàm số $y=-x^3+3mx^2-2$ có đồ thị (C_m). Tìm m để (C_m) nhận điểm $I(1;0)$ làm tâm đối xứng.

A. 1 **B.** –1 **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 2

Câu 12: Logarit cơ số 3 của $\frac{1}{27\sqrt{3}}$ là:

A. –4,5 **B.** 4,5 **C.** 3,5 **D.** –3,5

Câu 13: Cho $(a-1)^{\frac{-2}{3}}\le(a-1)^{\frac{-1}{3}}$. Khi đó ta có thể kết luận về a là:

A. $\begin{bmatrix} a<1 \\ a\ge 2 \end{bmatrix}$ **B.** $\begin{bmatrix} a<1 \\ a\ge 2 \end{bmatrix}$ **C.** $1<a\le 2$ **D.** $a\ge 2$

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1}-10.3^x+3\le 0$ là:

A. $x \in [-1;1]$ **B.** $x \in (-1;1)$ **C.** $\left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 1 \end{array}\right.$ **D.** $x \ge 1$

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[5]{\ln 7x}$ bằng:

A. $\frac{1}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$ **B.** $\frac{7}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$ **C.** $\frac{1}{5\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$ **D.** $\frac{1}{35x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$

Câu 16: Cho phương trình $\log_3 x.\log_5 x = \log_3 x + \log_5 x$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. Phương trình có nghiệm đúng với mọi $x > 0$

B. Nếu x là nghiệm của phương trình trên thì x nguyên

C. Phương trình vô nghiệm

D. Phương trình có 2 nghiệm hữu tỉ và 1 nghiệm vô tỉ

Câu 17: Tìm giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của hàm số $f(x) = 2^{x-1} + 3^{3-x}$

A. 2 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 1

Câu 18: Chọn khẳng định **đúng**?

A. Nếu hàm số $f(x)$ xác định trên tập K thì ta luôn có $f'(x)$ cũng xác định trên tập K.

B. Đạo hàm của hàm đa thức bậc $n > 0$ cũng là một hàm đa thức bậc $n-1$

C. Nếu hàm số $f(x)$ đơn điệu trên tập xác định của nó thì phương trình $f(x) = 0$ luôn có dı nhất một nghiệm.

D. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ luôn có bậc lớn hơn hàm số $f(x)$

Câu 19: Tìm đạo hàm của hàm số sau $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$.

A. $f'(x) = \frac{-4}{\left(e^x - e^{-x}\right)^2}$ **B.** $f'(x) = \frac{e^x}{\left(e^x - e^{-x}\right)^2}$ **C.** $f'(x) = e^x + e^{-x}$ **D.** $f'(x) = \frac{5}{\left(e^x - e^{-x}\right)^2}$

Câu 20: Phương trình $2\ln x + \ln(2x-1)^2 = 0$ có số nghiệm là:

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Câu 21: Chuyện kể rằng: "Ngày xưa, ở đất nước Ấn Độ có một vị quan dâng lên nhà vua một bàn cờ có 64 ô kèm theo cách chơi cờ. Nhà vua thích quá, bảo rằng: "Ta muốn dành cho

khanh một phần thưởng thật xứng đáng, vậy khanh thích gì nào?". Vị quan tâu "Hạ thần chỉ xin Bệ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ!". Cụ thể như sau: "Bàn cờ có 64 ô thì với ô thứ nhất thần xin nhận một hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ hai, ô sau nhận số hạt gạo đôi phần thưởng dành cho ô liền trước". Thoạt đầu nhà vua rất ngạc nhiên vì phần thưởng quá khiêm tốn nhưng đến khi những người lính vét sạch đến hạt thóc cuối cùng trong kho gạo của triều đình thì nhà vua mới kinh ngạc mà nhận ra rằng: "Số thóc này là một số vô cùng lớn, cho dù có gom hết số thóc của cả nước cũng không thể đủ cho một bàn cờ chỉ có vỏn vẹn 64 ô!". Bạn hãy tính xem số hạt thóc mà nhà vua cần để ban cho vị quan là một số có bao nhiêu chữ số?

A. 19 **B.** 20 **C.** 21 **D.** 22

Câu 22: Biết $I=\int_1^a \frac{x^3-2\ln x}{x^2}dx=\frac{1}{2}+\ln 2$. Giá trị của a là:

A. 3 **B.** 2 **C.** ln2 **D.** $\frac{\pi}{4}$

Câu 23: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x}dx=a\pi+b$. Phần nguyên của tổng $a+b$ là ?

A. 0 **B.** –1 **C.** 1 **D.** –2

Câu 24: Cho hai hàm số $f(x),g(x)$ là hàm số liên tục, có $F(x),G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x),g(x)$. Xét các mệnh đề sau:

1. $F(x)+G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)+g(x)$.
2. $kF(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)(k\in\mathbb{R})$.
3. $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x).g(x)$.

Mệnh đề nào là mệnh đề **đúng** ?

A. 1 **B.** 1 và 2 **C.** cả ba **D.** 2

Câu 25: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = |x^2 - 4x + 3|$ và $(d): y = x + 3$.

A. $\frac{109}{6}$ **B.** $\frac{105}{6}$ **C.** $\frac{103}{6}$ **D.** $\frac{127}{7}$

Câu 26: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x^2 + x^3 - 4$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 0$ là:

A. $3x^2 + 4x$ **B.** $2x^3 - 4x^4$ **C.** $\frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}x^3 - 4x$ **D.** $x^3 - x^4 + 2x$

Câu 27: Tính thể tích các khối tròn xoay khi quay hình phẳng xác định bởi $y = x^2 + 1; x = 0$ và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $A(1;2)$ quanh trục Ox.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{2}{5}$

Câu 28: Tính $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - x - 2}$.

A. $I = -\frac{2}{3}\ln 2$ **B.** $I = -3\ln 2$ **C.** $I = \frac{1}{2}\ln 3$ **D.** $I = 2\ln 3$

Câu 29: Số đối của số phức $z = 2 + 5i$ là:

A. $2 - 5i$ **B.** $-2 + 5i$ **C.** $-2 - 5i$ **D.** $\frac{2}{29} - \frac{5}{29}i$

Câu 30: Cho số phức z thỏa mãn $(3+i)z - i\overline{z} = 7 - 6i$. Môđun của số phức z bằng:

A. $2\sqrt{5}$ **B.** 25 **C.** 5 **D.** $\sqrt{5}$

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $2|z - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2\overline{z}|$. Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là:

A. $20x - 16y - 47 = 0$ **B.** $20x + 16y + 47 = 0$

C. $20x + 16y - 47 = 0$ **D.** $20x - 16y + 47 = 0$

Câu 32: Gọi *A*, *B*, *C* lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = -1 + 3i$; $z_2 = -3 - 2i$; $z_3 = 4 + i$. Chọn kết luận **đúng** nhất:

A. Tam giác ABC cân **B.** Tam giác ABC vuông cân

C. Tam giác ABC vuông **D.** Tam giác ABC đều

Câu 33: Phần ảo của số phức $w=z^2-2z+3$ biết $z=3-i$ là:

A. -4 **B.** $-4i$ **C.** 4 **D.** $4i$

Câu 34: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2+\sqrt{3}z+7=0$. Khi đó $A=z_1^4+z_2^4$ có giá trị là :

A. 23 **B.** $\sqrt{23}$ **C.** 13 **D.** $\sqrt{13}$

Câu 35: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, đường cao của hình chóp bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng:

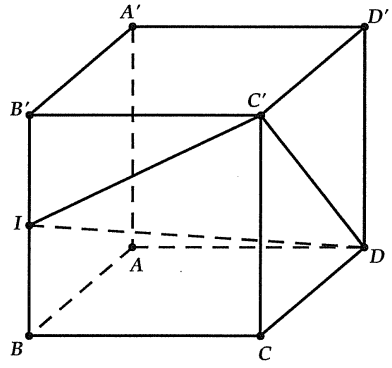
A. 30^0 **B.** Đáp số khác **C.** 45^0 **D.** 60^0

Câu 36: Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8 **B.** Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4

C. Khối bát diện đều là loại $\{4;3\}$ **D.** Số cạnh của khối bát diện đều bằng 12

Câu 37: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. I là trung điểm BB'. Mặt phẳng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần có tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn bằng:



A. 1:3 **B.** 7:17 **C.** 4:14 **D.** 1:2

Câu 38: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M,N* lần lượt là trung điểm của *AB, AC*. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp *AMND* và *ABCD* là:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{8}$ **D.** $\frac{2}{5}$

Câu 39: Chọn khẳng định **đúng**:

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó soi song với nhau.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó soi song với nhau.

Câu 40: Cho hình lăng trụ *ABC.A'B'C'* có đáy *ABC* là tam giác vuông cân đỉnh *C*, cạnh góc vuông bằng *a*, chiều cao bằng 2*a*. *G* là trọng tâm tam giác *A'B'C'*. Thể tích khối chóp *G.ABC* là:

A. $\frac{a^3}{3}$ **B.** $\frac{2a^3}{3}$ **C.** $\frac{a^3}{6}$ **D.** a^3

Câu 41: Cho hình nón đỉnh *S*, đường cao *SO*. Gọi *A* và *B* là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ *O* đến *AB* bằng 2 và $\widehat{SAO} = 30^0$; $\widehat{SAB} = 60^0$. Tính diện tích xung quanh hình nón ?

A. $4\pi\sqrt{3}$ **B.** $\frac{3\pi\sqrt{2}}{4}$ **C.** $2\pi\sqrt{3}$ **D.** $3\pi\sqrt{2}$

Câu 42: Cho một hình nón sinh bởi một tam giác đều cạnh *a* khi quay quanh một đường cao. Một khối cầu có thể tích bằng thể tích của khối nón thì có diện tích bề mặt bằng:

A. $\frac{a^2\pi\sqrt[3]{12}}{4}$ **B.** $\frac{a^2\pi\sqrt[3]{9}}{16}$ **C.** $\frac{a^2\pi\sqrt[3]{12}}{16}$ **D.** $a^2\pi\sqrt{12}$

Câu 43: Cho điểm $M(0;-1;3)$ và đường thẳng $(d):\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=-1+t \end{cases}$. Khoảng cách từ M đến d bằng:

A. $\sqrt{20}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $3\sqrt{2}$ **D.** 3

Câu 44: Bán kính của mặt cầu tâm $I(3;3;-4)$ tiếp xúc với trục Oy bằng:

A. $\sqrt{5}$ **B.** 4 **C.** 5 **D.** $\frac{5}{2}$

Câu 45: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):4x-2y+3z+1=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z=0$. Khi đó mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

A. (α) cắt (S) theo một đường tròn **B.** (α) tiếp xúc với (S)

C. (α) có điểm chung với (S) **D.** (α) đi qua tâm của (S)

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z+5=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-2}{-3}$. Tọa độ giao điểm của d và (α) là:

A. $(4;2;-1)$ **B.** $(-17;9;20)$ **C.** $(-17;20;9)$ **D.** $(-2;1;0)$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;2;0), C(3;0;4)$. Tọa độ điểm M trên mặt phẳng Oyz sao cho MC vuông góc với (ABC) là:

A. $M\left(0;\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$ **B.** $M\left(0;\frac{3}{2};-\frac{11}{2}\right)$ **C.** $M\left(0;-\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$ **D.** $\left(0;-\frac{3}{2};-\frac{11}{2}\right)$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định các cặp giá trị $(l;m)$ để các cặp mặt phẳng sau đây song song với nhau $2x+ly+3z-5=0; mx-6y-6z-2=0$.

A. $(-3;3)$ **B.** $(3;-4)$ **C.** $(-4;3)$ **D.** $(3;-3)$

Câu 49: Trong đường thẳng $(d):\begin{cases}x=1+2t\\y=2+4t\\z=3+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $(d)\parallel(P)$ **B.** (d) cắt (P) tại điểm $M(1;-1;-1)$

C. $(d)\subset(P)$ **D.** (d) cắt (P) tại điểm $M(-1;-2;2)$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2z=0$ và mặt phẳng $(\alpha):4x+3y+mz=0$. Xét các mệnh đề sau:

1. (α) cắt (S) theo một đường tròn khi và chỉ khi $-4-5\sqrt{2}<m<-4+5\sqrt{2}$.
2. (α) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi $m=-4\pm5\sqrt{2}$.
3. (α) cắt (α) theo một đường tròn khi và chỉ khi $m<-4-5\sqrt{2}$ hoặc $m>-4+5\sqrt{2}$.

Trong ba mệnh đề trên, những mệnh đề nào **đúng** ?

A. 1 và 2 **B.** 2 và 3 **C.** 2 **D.** Cả ba đều sai

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

01.B	02.A	03.C	04.A	05.C	06.A	07.D	08.C	09.B	10.B
11.A	12.D	13.D	14.A	15.B	16.B	17.B	18.B	19.A	20.D
21.B	22.B	23.B	24.B	25.D	26.C	27.A	28.A	29.C	30.D
31.A	32.C	33.A	34.A	35.B	36.B	37.D	38.B	39.B	40.A
41.A	42.A	43.C	44.C	45.D	46.B	47.C	48.B	49.D	50.D

Câu 1. Đáp án B

A sai vì $f(x)$ phải là hàm số lẻ

C sai vì tâm đối xứng phải là $I(m;n)$

D sai vì vẫn tồn tại trường hợp $f'(x)=0$ nhưng $x=x_0$ lại không phải là điểm cực trị

Câu 2. Đáp án A

$$y'=\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}};\ y''=\frac{-4}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}};\ y'=0\Leftrightarrow x=0$$

Ta có $y''(0)=-\frac{1}{2}<0$. Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Như vậy hàm số không có cực tiểu.

Câu 3. Đáp án C

Nhắc lại kiến thức: Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$ của đồ thị (C) cho trước là

$y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0\ (*)$

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(x_0)=6x_0^2-12x_0=6(x_0-1)^2-6\geq -6$

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị (C) đạt nhỏ nhất là -6 khi $x_0=1\Rightarrow y_0=-1$.

Thay vào $(*)$ ta được phương trình tiếp tuyến cần tìm.

Câu 4. Đáp án A

Các hàm số 1;4

Câu 5. Đáp án C

Ta có $f'(x)=4\sin^3 x\cos x-4\cos^3 x\sin x=-\sin 4x$, suy ra $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$.

Lại có $f''(x)=-4\cos 4x\Rightarrow f''\left(\frac{\pi}{4}\right)=4$. Vậy $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{4}f''\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$.

Câu 6. Đáp án A

Ta có $y'=3x^2+6x-9$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Tính các giá trị $y(-5)=30$; $y(-3)=62$; $y(1)=30$; $y(2)=37$

So sánh các giá trị ta suy ra GTLN là 62 và GTNN là 30. Tổng cần tìm là 92.

Câu 7. Đáp án D

Ta có $y'=6x^2-6(2a+1)x+6a(a+1)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\frac{3(2a+1)+3}{6}=a+1\\x_2=\frac{3(2a+1)-3}{6}=a\end{array}\right.$

Vậy $|x_1-x_2|=1$.

Câu 8. Đáp án C

Có $y'=3(m-3)x^2-4mx=x\left[3(m-3)x-4m\right]$.

+ Nếu $m=3\Rightarrow y'=-12x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}\Rightarrow$ không thỏa mãn.

+ Nếu $m\neq 3$, ta có $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{4m}{3(m-3)}\end{array}\right.$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y'\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}\\y'\leq 0\ \forall x\in\mathbb{R}\end{array}\right.$ hay phương trình $y'=0$ có nghiệm kép

$\Leftrightarrow\frac{4m}{3(m-3)}=0\Leftrightarrow m=0$. Thử lại thấy giá trị $m=0$ thỏa mãn.

Câu 9. Đáp án B

Ta có $y' = x^2 + 2(m-2)x + 2m + 3$.

Hàm số nghịch biến trên $[0;3] \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in [0;3] \Leftrightarrow x^2 + 2(m-2)x + 2m + 3 \le 0, \forall x \in [0;3]$

$\Leftrightarrow m \le -\dfrac{x^2 - 4x + 3}{2x + 2}, \forall x \in [0;3] \, (*)$

Xét hàm số $f(x) = -\dfrac{x^2 - 4x + 3}{2x + 2}$ trên $[0;3]$. Ta tìm được $\min\limits_{[0;3]} f(x) = f(0) = -\dfrac{3}{2}$

Vậy $(*) \Leftrightarrow m \le \min\limits_{[0;3]} f(x) \Leftrightarrow m \le -\dfrac{3}{2}$.

Câu 10. Đáp án B

Ta có $f(x) = \sin^4 x.\cos^6 x = (1 - \cos^2 x)^2 . (\cos^2 x)^3$

Đặt $\cos^2 x = t \in [0;1] \Rightarrow f(x) = g(t) = (1-t)^2 t^3$. Suy ra $g'(t) = -t^3.2.(1-t) + 3t^2(1-t)^2$.

Phương trình $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2(1-t)(3-5t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \dfrac{3}{5} \\ t = 1 \end{array}\right.$

Tính giá trị $g(t)$ tại $t = 0; t = 1; t = \dfrac{3}{5}$ ta được GTLN của hàm số là $\dfrac{108}{3125}$

Câu 11. Đáp án A

Để đồ thị (C_m) nhận $I(1;0)$ làm tâm đối xứng thì $I(1;0)$ phải là trung điểm của hai điểm cực trị.

Suy ra hàm số đã cho đạt cực trị tại 2 điểm có tổng bằng 2 (Vì hoành độ điểm I là 1)

Có $y' = -3x^2 + 6mx; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2m$. Suy ra $0 + 2m = 2 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 12. Đáp án D

Giá trị cần tìm là $\log_3\left(\dfrac{1}{27\sqrt{3}}\right) = -\dfrac{7}{2} = -3,5$

Câu 13. Đáp án D

Điều kiện $a \ne 1$

$$(a-1)^{\frac{-2}{3}} \le (a-1)^{\frac{-1}{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{(a-1)^2}} \le \frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{(a-1)^2} \ge \sqrt[3]{a-1} \\ \frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 \ge a-1 \\ a>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(a-2) \ge 0 \\ a>1 \end{cases} \Leftrightarrow a \ge 2.$$

Kết hợp điều kiện suy ra $a \ge 2$.

Câu 14. Đáp án A.

Đặt $3^x = t > 0$, suy ra phương trình trở thành:

$$3t^2 - 10t + 3 \le 0 \Leftrightarrow (3t-1)(t-3) \le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \le t \le 3 \Leftrightarrow 3^{-1} \le 3^x \le 3^1 \Leftrightarrow -1 \le x \le 1$$

Câu 15. Đáp án B.

Sử dụng công thức tính đạo hàm $(u^n) = n.u^{n-1}.u'$,

suy ra $y' = \left[(\ln 7x)^{\frac{1}{5}}\right]' = \frac{1}{5}.(\ln 7x)^{\frac{-4}{5}}.(\ln 7x) = \frac{1}{5}.\frac{1}{\sqrt[5]{\ln^4 7x}}.\frac{7}{x} = \frac{7}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$

Câu 16. Đáp án B

Từ phương trình đã cho ta suy ra

$$\log_5 x.\log_3 x - \log_5 x - \frac{\log_5 x}{\log_5 3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_5 x\left(\log_3 x - 1 - \frac{1}{\log_5 3}\right) = 0 \Leftrightarrow \log_5 x(\log_3 x - \log_3 3 - \log_3 5) = 0 \Leftrightarrow \log_5 x.\log_3 \frac{x}{15} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 0 \\ \log_3 \frac{x}{15} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 15 \end{cases}$$

Vậy đáp án **B** là đáp án chính xác

Câu 17. Đáp án B

Áp dụng BĐT Cô si ta có $f(x) = \frac{2^x}{2} + \frac{2^3}{2^x} \ge 3\sqrt{\frac{2^x.2^3}{2.2^x}} = 2\sqrt{4} = 4$.

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{2^x}{2}=\frac{2^3}{2^x}\Leftrightarrow 2^{2x}=2^4\Rightarrow x=2$.

Câu 18. Đáp án B

Câu 19. Đáp án A

Ta có $f'(x)=\frac{\left(e^x-e^{-x}\right)^2-\left(e^x+e^{-x}\right)^2}{\left(e^x-e^{-x}\right)^2}=\frac{-4}{\left(e^x-e^{-x}\right)^2}$.

Câu 20. Đáp án D

Điều kiện $x\in(0;+\infty)\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$

$2\ln x+\ln(2x-1)^2=0\Leftrightarrow 2\ln x+2\ln|2x-1|=0\Leftrightarrow \ln\left(x|2x-1|\right)=\ln 1$

$$\Leftrightarrow x|2x-1|=1\Leftrightarrow\left[\begin{cases}0<x<\frac{1}{2}\\x(1-2x)=1\end{cases}\right.\Leftrightarrow x=1$$

Câu 21. Đáp án B

Từ dữ kiện đề bài ta dễ dàng suy ra số thóc ở ô thứ n sẽ là 2^{n-1} hạt.

Tổng số thóc ở các ô là $S=\sum_1^{64}2^n=1+2+2^2+...+2^{63}=\frac{2^{64}-1}{2-1}=2^{64}-1$ hạt

Lưu ý rằng số chữ số của một số chính là giá trị nguyên nhỏ nhất lớn hơn log của số đó.

Sử dụng máy tính ta tính được $\log\left(2^{64}-1\right)\approx 19,26591972$ nên số thóc là một số có 20 chữ số.

Câu 22. Đáp án B

Nếu với phương thức thi tự luận, đây có thể là câu gây khó dễ với nhiều thí sinh, tuy nhiên với phương thức thi trắc nghiệm ta có thể đơn giản thử từng đáp án để có được kết quả nhanh nhất.

Câu 23. Đáp án B

Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\dfrac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x} \end{cases}$

Ta có $I=\left(x\tan x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin x dx}{\cos x}$

$=\left(x\tan x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}+\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{d\left(\cos x\right)}{\cos x} \Leftrightarrow I=\left(x\tan x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}+\ln\left(\cos x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}-\ln 2$

Suy ra $a=\dfrac{1}{\sqrt{3}}; b=-\ln 2$. Tổng $a+b=\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\ln 2\approx -0,1157969114$.

Lưu ý khái niệm phần nguyên của x là số nguyên lớn nhất không vượt quá x, vậy đáp án đúng là đáp án B.

Câu 24. Đáp án B

Câu 25. Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\left|x^2-4x+3\right|=x+3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\in\left(-\infty;1\right]\cup\left[3;+\infty\right) \\ x^2-4x+3=x+3 \end{cases} \\ \begin{cases} x\in\left(1;3\right) \\ x^2-4x+3=-x-3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow S=\int\limits_0^5\left|\left|x^2-4x+3\right|-x-3\right|dx=\dfrac{127}{7}$

Câu 26. Đáp án C

Ta có nguyên hàm của $f\left(x\right)=2x^2+x^3-4$ là $\int f\left(x\right)dx=\dfrac{2}{3}x^3+\dfrac{x^4}{4}-4x+C$.

Vì $F\left(0\right)=0$ nên $C=0$, nguyên hàm cần tìm là $F\left(x\right)=\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{2x^3}{3}-4x$.

Câu 27. Đáp án A

Ta tìm được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2+1$ tại điểm A là: $y=2x$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_0^1\left|x^2+1-2x\right|dx=\frac{1}{3}$

Câu 28. Đáp án A

Câu 29. Đáp án C

Chú ý rằng hai số được gọi là đối của nhau nếu tổng của chúng bằng 0, do đó số đối của số phức $z=2+5i$ là $-2-5i$

Câu 30. Đáp án D

Đặt $z=a+bi\left(a;b\in\mathbb{R}\right)$. Phương trình đã cho tương đương: $3z+i\left(z-\overline{z}\right)=7-6i$

$\Leftrightarrow 3\left(a+bi\right)+i\left(2bi\right)=7-6i\Leftrightarrow 3a-2b+3bi=7-6i\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2b=7\\3b=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$

Suy ra mô đun số phức z là $\left|z\right|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

Câu 31. Đáp án A.

Gọi $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$ là số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Theo bài ra ta có

$2\left|x+yi-2+3i\right|=\left|2i-1-2\left(x-yi\right)\right|\Leftrightarrow 2\left|x-2+\left(y+3\right)i\right|=\left|-1-2x+\left(2y+2\right)i\right|$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{\left(x-2\right)^2+\left(y+3\right)^2}=\sqrt{\left(2x+1\right)^2+\left(2y+2\right)^2}\Leftrightarrow 20x-16y-47=0.$

Câu 32. Đáp án C

Ta có tọa độ các điểm lần lượt là $A\left(-1;3\right);\ B\left(-3;-2\right);\ C\left(4;1\right)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-2;-5\right);\ \overrightarrow{AC}=\left(5;-2\right);\ \overrightarrow{BC}=\left(7;3\right)$

Dễ dàng thấy rằng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ và $AB=AC=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}$

Do đó tam giác ABC vuông cân tại A

Câu 33. Đáp án A

Biến đổi ta được kết quả sau $w=z^2-2z+3=\left(3-i\right)^2-2\left(3-i\right)+3=5-4i.$

Vậy phần ảo của số phức w là –4

Câu 34. Đáp án A.

Sử dụng máy tính tìm nghiệm ta được $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i;\ z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{5}{2}i$

Ta có $z_1^2 = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i\right)^2 = \frac{-11}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow z_1^4 = \left(z_1^2\right)^2 = \left(\frac{-11}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i\right)^2 = \frac{23}{2} + \frac{53\sqrt{3}}{2}i$

Tương tự thì $z_2^4 = \frac{23}{2} - \frac{53\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow z_1^4 + z_2^4 = 23$.

Câu 35. Đáp án B

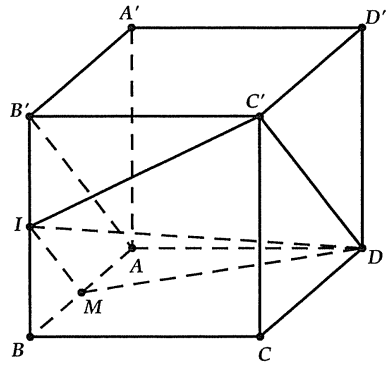
Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD); SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}; OA = OB = OC = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy là: $\left(\widehat{SA;(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SA;OA}\right) = \widehat{SAO}$

$\tan\widehat{SAO} = \frac{SO}{OA} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow \widehat{SAO} = \arctan\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$.

Câu 36. Đáp án B

Câu 37. Đáp án D



Coi như khối lập phương có cạnh bằng 1.

Để giải bài toán này, ta phải xác định đúng thiết diện cắt bởi mặt phẳng (DIC')

Lấy M là trung điểm AB thì IM là đường trung bình tam giác ABB' nên $IM \parallel AB' \parallel DC'$.

Suy ra bốn điểm *I, M, C', D* cùng thuộc một mặt phẳng $(C'ID)$

Thiết diện cắt bởi mặt phẳng (DIC') là tứ giác *C'DMI*

Phần có thể tích nhỏ hơn là khối đa diện *C'IBMDC*

Để thuận tiện tính toán ta chia khối trên thành 2 phần là tứ diện *IMBD* và hình chóp *DIBCC'*.

$V_{IMBD}=\frac{1}{3}.IB.S_{BDM}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.IB.DA.MB=\frac{1}{6}.\frac{1}{2}.1.\frac{1}{2}=\frac{1}{24}$

$V_{D.IBCC'}=\frac{1}{3}.DC.S_{IBCC'}=\frac{1}{3}.DC.\frac{1}{2}.(IB+CC').BC=\frac{1}{2}.1.\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}+1\right).1.\frac{1}{4}$

Suy ra thể tích khối có thể tích nhỏ hơn là $V_n=V_{IMBD}+V_{DIBCC'}=\frac{1}{24}+\frac{1}{4}+\frac{7}{24}$

Thể tích phần lớn hơn là $V_l=V_{ABCD.A'B'C'D'}-V_n=1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}$.

Vậy tỉ lệ cần tìm là $V_n:V_l=7:17$

Câu 38. Đáp án B

Vì đây là các khối tứ diện nên ta có thể áp dụng công thức tính tỉ lệ thể tích:

$\frac{V_{AMND}}{V_{ABCD}}=\frac{AM}{AB}.\frac{AN}{AC}.\frac{AD}{AD}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.1=\frac{1}{4}$

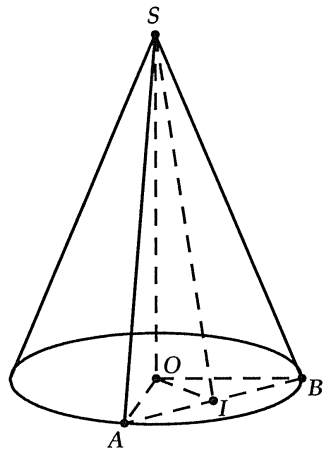
Câu 39. Đáp án B

Câu 40. Đáp án A

Diện tích tam giác *ABC* là $S_{ABC}=\frac{1}{2}.CA.CB=\frac{a^2}{2}$

$G\in(A'B'C')\Rightarrow d_{(G;(ABC))}=2a$. Suy ra thể tích cần tìm là $V=\frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.2a=\frac{a^3}{3}$

Câu 41. Đáp án A



Gọi I là trung điểm của AB thì $OI \perp AB; SI \perp AB; OI = 2$

Lại có $\begin{cases} AO = SA.\cos SAO = SA.\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ AI = SA.\cos SAI = \dfrac{SA}{2} \end{cases}$

Từ đó ta có $\dfrac{AI}{AO} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Mặt khác $\dfrac{AI}{AO} = \cos\widehat{IAO} \Rightarrow \sin\widehat{IAO} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} = \dfrac{2}{OA} \Rightarrow OA = \sqrt{6}$

Mà $SA = \dfrac{OA}{\cos 30} = \sqrt{6}.\dfrac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$

Diện tích xung quanh cần tính là $S_{xq} = \pi.OA.SA = 4\pi\sqrt{3}$

Câu 42. Đáp án A

Hình nón sinh bởi một tam giác đều cạnh a khi quay quanh một đường cao thì sẽ có chiều cao bằng chiều cao của tam giác đó, tức là $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; và đường kính của hình nón đó sẽ bằng cạnh tam giác $\Rightarrow 2r = a \Leftrightarrow r = \dfrac{a}{2}$.

Thể tích của khối nón đó là $V=\frac{1}{3}.\pi.r^2.h=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$

Gọi R là bán kính khối cầu có cùng thể tích với khối nón trên thì ta có $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$

$\Rightarrow R^3=\frac{a^3\sqrt{3}}{32}\Leftrightarrow R=\frac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{4}\Rightarrow$ Diện tích khối cầu là $S=4\pi R^2=4\pi a^2\frac{\sqrt[3]{12}}{16}=\frac{a^2\pi\sqrt[3]{12}}{4}$

Câu 43. Đáp án C

Gọi $H(1+2t;2t;-1+t)$ là hình chiếu của M trên $d\Rightarrow\overrightarrow{MH}=(1+2t;2t+1;1-4)$

Mà $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow(2t+1).2+(2t+1).2+(t-4).1=0\Leftrightarrow 9t=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow\overrightarrow{MH}=(1;1;-4)$

Vậy khoảng cách từ M đến d là $MH=\sqrt{1^2+1^2+4^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$.

Câu 44. Đáp án C.

Phương trình trục Oy là: $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$ có vectơ pháp tuyến $\vec{u}=(0;1;0)$

Gọi $M(0;t;0)$ là hình chiếu của I trên Oy $\Rightarrow\overrightarrow{IM}=(-3;t-3;4)$

$\overrightarrow{IM}.\vec{u}=0\Rightarrow t=3\Rightarrow\overrightarrow{IM}=(-3;0;4)\Rightarrow IM=5$

Bán kính mặt cầu chính là khoảng cách từ I đến Oy hay IM

Câu 45. Đáp án D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-3)$

Khoảng cách từ I đến $(\alpha):4x-2y+3z+1=0$ là $d=\frac{|4.1-2.(-2)+3.(-3)+1|}{\sqrt{4^2+2^2+3^2}}=0$

Vậy mặt cầu (S) không tiếp xúc với (α); (α) đi qua I và (α) cắt (S) theo một đường tròn

Câu 46. Đáp án B

Gọi điểm $M(3t+1;3-t;2-3t)$ thuộc d và là giao điểm của d và (α)

$M(3t+1;3-t;2-3t)\in(\alpha)\Rightarrow 2(3t+1)+(3-t)+(2-3t)+5=0\Leftrightarrow t=-6$

Suy ra $M(-17;9;20)$

Câu 47. Đáp án C

Nhận thấy rằng nếu MC vuông góc với (ABC) thì MC sẽ vuông góc với các đường nằm trong mặt phẳng (ABC). Từ đó ta sẽ có 2 phương trình là $\begin{cases}\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AB}=0\\ \overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$

Gọi $M(0;b;c)\Rightarrow\overrightarrow{CM}=(-3;b;c-4)$

Dễ dàng tính được $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0);\overrightarrow{AC}=(2;0;4)$

$$\begin{cases}\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AB}=0\\ \overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3.1+2b=0\\ -3.2+4(c-4)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{-3}{2}\\ c=\dfrac{11}{2}\end{cases}\Rightarrow M\left(0;-\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$$

Câu 48. Đáp án B

Hai mặt phẳng song song với nhau khi vecto pháp tuyến của chúng tỉ lệ với nhau.

Hai mặt phẳng đã cho đều đã biết hệ số của z nên ta có thể dễ dàng tính tỉ lệ của 2 vecto pháp tuyến là $k=-\dfrac{6}{3}=-2$

Do đó $m=2.(-2)=-4;l=\dfrac{-6}{-2}=3\Leftrightarrow(l;m)=(3;-4)$.

Câu 49. Đáp án D

Ta có $\vec{u_d}=(2;4;1);\vec{n_p}=(1;1;1)\Rightarrow\vec{u_d}.\vec{n_p}\neq 0$. Vậy d cắt (P), loại đáp án A và C

Thử hai giá trị điểm M ở hai đáp án B và D ta thấy đáp án D thỏa mãn yêu cầu đề bài..

Câu 50. Đáp án D

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2z=0$ có tâm $I(1;0;1);R=\sqrt{2}$

Nhận thấy hai mệnh đề I và III đối nhau, cả hai mệnh đề đều liên quan đến giá trị m để (α) cắt (S).

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y+mz=0$ là $d=\dfrac{|4+m|}{\sqrt{4^2+3^2+m^2}}$

Để (α) cắt (S) theo một đường tròn $\Leftrightarrow d<R \Leftrightarrow \dfrac{|4+m|}{\sqrt{4^2+3^2+m^2}}<\sqrt{2} \Leftrightarrow \dfrac{(m+4)^2}{m^2+25}<2$

$\Leftrightarrow 2m^2+50-(m+4)^2>0 \Leftrightarrow m^2-8m+34>0$.

Do đó với mọi giá trị của m ta đều có (α) cắt (S)

Vậy cả ba mệnh đề I, II và III đều sai.

PHẦN II: CÁC CHUYÊN ĐỀ TOÁN ỨNG DỤNG THỰC TẾ

CHUYÊN ĐỀ 1: ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM VÀO BÀI TOÁN THỰC TẾ

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Giá trị nhỏ nhất (GTNN) – Giá trị lớn nhất (GTLN) của hàm số:

a. Định nghĩa: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D

– Số M được gọi là GTLN của hàm số $y=f(x)$ trên tập D nếu $f(x)\le M$ với mọi x thuộc D, và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$. Kí hiệu: $M=\max\limits_D f(x)$.

– Số m được gọi là GTNN của hàm số $y=f(x)$ trên tập D nếu $f(x)\ge m$ với mọi x thuộc D, và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=m$. Kí hiệu: $m=\min\limits_D f(x)$.

b. Quy tắc tìm GTLN – GTNN của hàm số trên một khoảng

∗ Từ việc lập bảng biến thiên (BBT) của hàm số, ta sẽ xác định được tất cả các thông số, các tính chất của một hàm số (sự biến thiên, cực trị, giới hạn, GTLN – GTNN,...)

∗ Quy tắc tìm GTLN – GTNN của hàm số **trên một đoạn**:

Nhận xét: Hàm số đơn điệu (đồng biến hoặc nghịch biến) trên đoạn $[a;b]$ thì GTLN – GTNN của hàm số trên đoạn $[a;b]$ đạt được tại hai điểm đầu mút của đoạn.

Quy tắc: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$

- ✓ Bước 1: Tìm các điểm $x_1,x_2,...,x_n$ trên đoạn $[a;b]$ mà tại đó $f'(x)=0$ hoặc $f'(x)$ không xác định (gọi là các điểm tới hạn của hàm số).
- ✓ Bước 2: Tính các giá trị $f(a),f(x_1),f(x_2),...,f(x_n),f(b)$.
- ✓ Bước 3: Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các giá trị đã tính ở bước 2, ta kết luận $M=\max\limits_{[a;b]} f(x)$; $m=\min\limits_{[a;b]} f(x)$.

Định lý: Mọi hàm số **liên tục trên một đoạn** đều có GTLN và GTNN trên đoạn đó.

Chú ý: Hàm số **liên tục trên một khoảng** có thể không có GTLN – GTNN trên khoảng đó.

c. Một số bất đẳng thức thường gặp

✓ **Bất đẳng thức Cauchy (AM–GM)** áp dụng cho n số không âm:

$$\begin{cases} a_1+a_2+...+a_n \ge n\sqrt[n]{a_1a_2...a_n}, \forall a_1,a_2,...,a_n \ge 0 \\ a_1a_2...a_n \le \left(\dfrac{a_1+a_2+...+a_n}{n}\right)^n, \forall a_1,a_2,...,a_n \ge 0 \end{cases}$$

Đẳng thức xảy ra khi $a_1=a_2=...=a_n$.

✓ **Bất đẳng thức Cauchy – Schwarz (Bunyakovsky):** Cho các số thực $a_1,a_2,...,a_n$ và $b_1,b_2,...,b_n$. Khi đó ta có:

$$\left(a_1b_1+a_2b_2+...+a_nb_n\right)^2 \le \left(a_1^2+a_2^2+...+a_n^2\right)\left(b_1^2+b_2^2+...+b_n^2\right)$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=...=\dfrac{a_n}{b_n}$.

✓ **Bất đẳng thức Minkowski bậc 2:** Cho các số thực không âm $a_1,a_2,...,a_n$ và $b_1,b_2,...,b_n$. Ta có:

$$\sqrt{a_1^2+a_2^2+...+a_n^2}+\sqrt{b_1^2+b_2^2+...+b_n^2} \ge \sqrt{\left(a_1+b_1\right)^2+\left(a_2+b_2\right)^2+...+\left(a_n+b_n\right)^2}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=...=\dfrac{a_n}{b_n}$.

✓ **Bất đẳng thức Cauchy – Schwarz dạng phân thức:** Cho các số thực không âm $a_1,a_2,...,a_n$ và các số dương $b_1,b_2,...,b_n$. Khi đó ta có:

$$\frac{a_1^2}{b_1}+\frac{a_2^2}{b_2}+...+\frac{a_n^2}{b_n} \ge \frac{\left(a_1+a_2+...+a_n\right)^2}{b_1+b_2+...+b_n}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=...=\dfrac{a_n}{b_n}$.

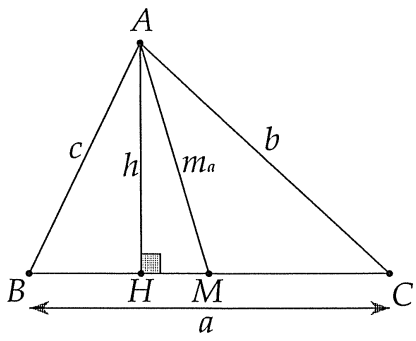
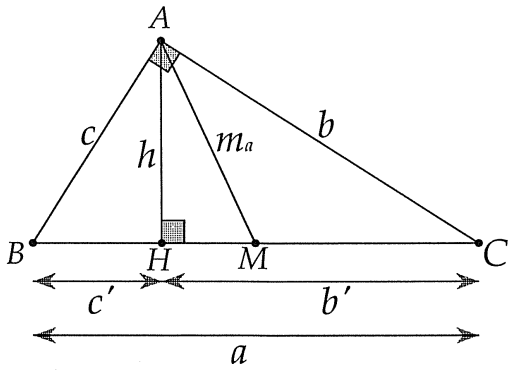
2. Ý nghĩa vật lý của đạo hàm:

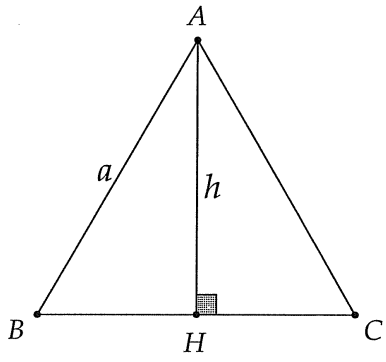
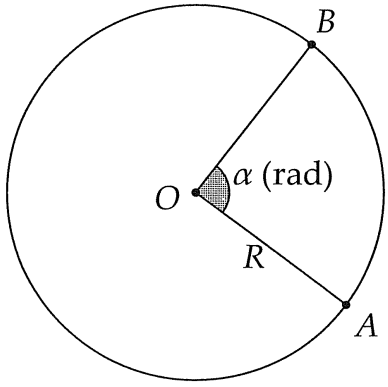
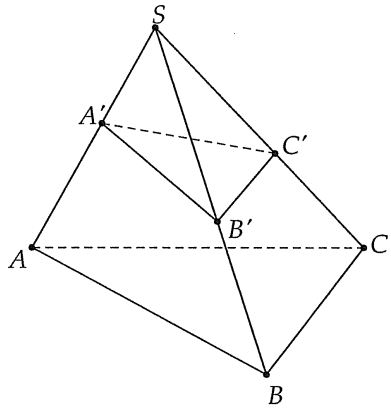
✓ Vận tốc tức thời của chuyển động xác định bởi phương trình $s=s(t)$ tại thời điểm t_0 là $v(t_0)=s'(t_0)$.

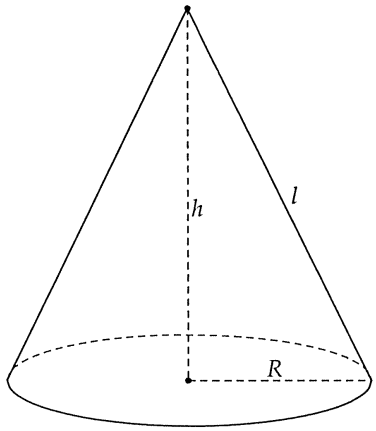
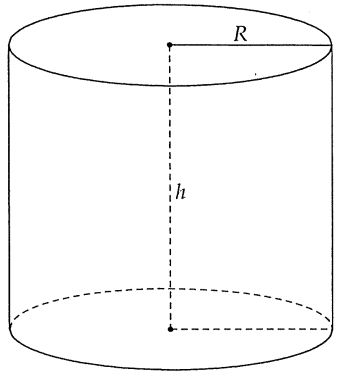
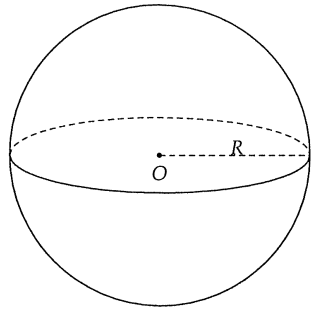
✓ Gia tốc tức thời của chuyển động xác định bởi phương trình $v=v(t)$ tại thời điểm t_0 là $a(t_0)=v'(t_0)=s''(t_0)$.

✓ Cường độ tức thời của điện lượng $Q=Q(t)$ tại thời điểm t_0 là $\boxed{I(t_0)=Q'(t_0)}$.

3. Công thức hình học liên quan

HÌNH	CÔNG THỨC
Tam giác 	– Chu vi: $P=a+b+c$ – Diện tích: $S=\frac{1}{2}ah=\frac{abc}{4R}=pr$ $=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B$ $=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},\left(p=\frac{P}{2}\right)$ – Trung tuyến: $m_a^2=\frac{b^2+c^2}{2}-\frac{a^2}{4}$
Tam giác vuông 	– Diện tích: $S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}bc$, đều áp dụng được tất cả các công thức tính diện tích như trên. – Trung tuyến: $MA=MB=MC=\frac{1}{2}BC$ – Hệ thức lượng trong tam giác vuông: • $b^2=ab';\ c^2=ac';\ h^2=b'c';\ ah=bc$ • $a^2=b^2+c^2;\ \frac{1}{h^2}=\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$ • $\sin B=\frac{AC}{BC}=\frac{b}{a};\ \cos B=\frac{AB}{BC}=\frac{c}{a}$ • $\tan B=\frac{AC}{AB}=\frac{b}{c};\ \cot B=\frac{AB}{AC}=\frac{c}{b}$
Tam giác đều	– Chu vi: $P=3a$ – Chiều cao, trung tuyến: $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ – Diện tích: $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

<table>
<tr><td> 
</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Hình tròn, hình quạt
 
</td><td>– Chu vi đường tròn $(O;R)$:
$P = 2\pi R = \pi d$ (d: đường kính)
– Diện tích hình tròn $(O;R)$:
$S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}$</td></tr>
<tr><td>– Chu vi hình quạt OAB:
$P_q = 2\pi R.\frac{\alpha}{2\pi} = \alpha.R$
– Diện tích hình quạt OAB:
$S_q = 2\pi R^2.\frac{\alpha}{2\pi} = \alpha.R^2$</td></tr>
<tr><td>Hình chóp – Hình lăng trụ
 
</td><td>– Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}S_{đáy}.h$ (h: chiều cao)
– Thể tích khối lăng trụ: $V = S_{đáy}.h$
– Công thức tỉ số thể tích (chỉ áp dụng đối với hình chóp tam giác):
$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}$</td></tr>
<tr><td>Hình nón, khối nón</td><td>– Diện tích xung quanh:</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td> 
</td>
<td>$S_{xq} = \pi Rl$
– Diện tích toàn phần:
$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi Rl + \pi R^2$
– Thể tích khối nón:
$V = \frac{1}{3} S_{đáy}.h = \frac{1}{3}\pi R^2 h$</td>
</tr>
<tr>
<td>Hình trụ, khối trụ
 
</td>
<td>– Diện tích xung quanh:
$S_{xq} = 2\pi Rl$
– Diện tích toàn phần:
$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$
– Thể tích khối nón:
$V = S_{đáy}.h = \pi R^2 h$</td>
</tr>
<tr>
<td>Mặt cầu, khối cầu
 
</td>
<td>– Diện tích mặt cầu:
$S = 4\pi R^2$
– Thể tích khối cầu:
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$</td>
</tr>
</table>

BÀI TẬP ÁP DỤNG

KỸ NĂNG LÀM BÀI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN

Nhóm 1: Bài toán kinh tế

Câu 1: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất ?

A. 10 **B.** 12 **C.** 16 **D.** 24

Câu 2: Một cửa hàng bán lẻ bán 2500 cái ti vi mỗi năm. Chi phí gửi trong kho là 10$ một cái mỗi năm. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 20$ cộng thêm 9$ mỗi cái, cửa hàng nên đặt hàng bao nhiêu lần trong mỗi năm và mỗi lần bao nhiêu cái để chi phí hàng tồn kho là nhỏ nhất?

A. Đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 cái ti vi **B.** Đặt hàng 20 lần, mỗi lần 100 cái ti vi

C. Đặt hàng 25 lần, mỗi lần 90 cái ti vi **D.** Đặt hàng 20 lần, mỗi lần 90 cái ti vi

Câu 3: Một nhà máy sản suất máy tính vừa làm ra x sản phẩm máy tính và bán với giá $p=1000-x$ cho một sản phẩm. Biết rằng tổng chi phí để làm ra x sản phẩm đó là $C(x)=3000+20x$. Vậy nhà máy cần sản xuất và bán bao nhiêu sản phẩm để thu được lợi nhuận tốt nhất.

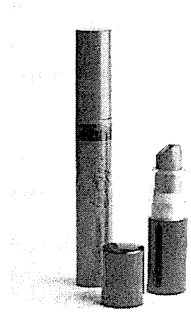
A. 490 **B.** 480 **C.** 500 **D.** 510

Câu 4: Một công ty đánh giá rằng sẽ bán được N lô hàng nếu tiêu phí hết số tiền là x vào việc quảng cáo, N và x liên hệ với nhau bằng biểu thức $N(x)=-x^2+30x+6,(0\le x\le 30)$ (x tính theo đơn vị triệu đồng). Số lô hàng lớn nhất mà công ty có thể bán sau đợt quảng cáo và số tiền đã dành cho việc quảng cáo đó lần lượt là :

A. $N(x)=231;x=15$ **B.** $N(x)=6;x=30$

C. $N(x)=226;\ x=10$ **D.** $N(x)=131;\ x=5$

Câu 5: Công ty mỹ phẩm MILANO vừa cho ra mắt sản phẩm mới là thỏi son mang tên Lastug có dạng hình trụ (như hình) có chiều cao $h(cm)$, bán kính đáy $r(cm)$, thể tích yêu cầu là $20,25\pi(cm^3)$ mỗi thỏi. Biết rằng chi phí sản suất cho mỗi thỏi son như vậy được xác định theo công thức $T=60000r^2+20000rh$ (đồng). Để chi phí sản suất là thấp nhất thì tổng $(r+h)$ bằng bao nhiêu?



A. $r+h=9,5$ **B.** $r+h=10,5$ **C.** $r+h=11,4$ **D.** $r+h=10,2$

Câu 6: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay, doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe Honda Future FI với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán với giá 31 triệu đồng mỗi chiếc. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất?

A. 30,5 triệu đồng **B.** 31,5 triệu đồng

C. 32 triệu đồng **D.** 30 triệu đồng

Câu 7: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) để vượt khoảng cách 300*km* (tới nơi sinh sản). Vận tốc dòng nước là 6 *km/h*. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$; trong đó c là hằng số cho trước, E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất bằng:

A. 9 *km/h* **B.** 8 *km/h* **C.** 10 *km/h* **D.** 12 *km*/h

Câu 8: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức:

$$F(x)=\frac{1}{40}x^2(30-x),$$

trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là:

A. 20 mg **B.** 30 mg **C.** 40 mg **D.** 50 mg

Câu 9: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S_t = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t - 11$, t tính theo giây, chất điểm có vận tốc bằng 0 tại thời điểm gần nhất tính từ thời điểm ban đầu là

A. $t = 1$ **B.** $t = 2$ **C.** $t = 3$ **D.** $t = 4$

Câu 10: Sau những ngày mưa lớn, Thành phố Hồ Chí Minh thường xuyên bị ngập. Mực nước ngập trung bình tại một vị trí bất kì (nếu có) được tính theo hàm số

$$y = -3x^4 + 2\sqrt{5}x^3 - 6x^2 + 6\sqrt{5}x + 7,$$

với $|x|$ là khoảng cách tính từ cổng trường Đại học Y Dược Tp. Hồ Chí Minh đến điểm đó (tính theo đơn vị *km*). Nhà bạn Trân ở nơi có mực nước ngập **cao nhất** thành phố, mỗi ngày bạn Trân đến trường bằng cách đi bộ với vận tốc 60 *mét/phút*. Hỏi bạn Trân bắt đầu đi học **muộn nhất** từ mấy giờ để đến trường trước 7 giờ?

A. 6 giờ 50 phút **B.** 6 giờ 45 phút **C.** 7 giờ kém 20 phút **D.** 7 giờ kém 14 phút

Câu 11: Giả sử rằng ở rãnh Mariana ở Tây Bắc Thái Bình Dương (nơi sâu nhất của đại dương), nồng độ muối trong nước biển $C(mol/l)$ là một hàm phụ thuộc vào độ sâu $s(km)$ có phương trình $C(s) = \frac{e^{s-s^2}}{\sqrt{s+1}} + 0,1\,(mol/l)$. Tìm độ sâu $s_0(km)$ để nồng độ muối nơi đó là lớn nhất.

A. $s_0 = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}(km)$ **B.** $s_0 = \frac{-1-\sqrt{5}}{4}(km)$

C. $s_0 = 1,182(km)$ **D.** Không tồn tại s_0

Câu 12: Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được $s(t)\,(km)$ là hàm phụ thuộc theo biến t (*giây*) theo quy tắc sau: $s(t) = e^{t^2+3} + 2t.e^{3t+1}\,(km)$. Hỏi vận tốc của tên lửa sau 1 giây là bao nhiêu (biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm của hàm biểu thị quãng đường theo thời gian).

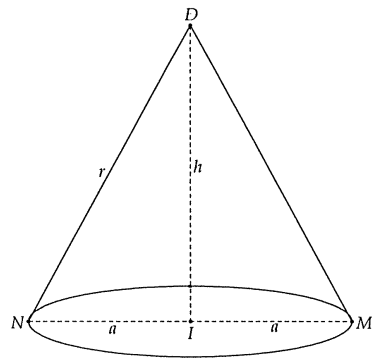
A. $5e^4(km/s)$ **B.** $3e^4(km/s)$ **C.** $9e^4(km/s)$ **D.** $10e^4(km/s)$

Câu 13: Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S(t) = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8\ (m/s^2)$ và t tính bằng giây (s). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5s$ bằng:

A. $49(m/s)$ **B.** $25(m/s)$ **C.** $10(m/s)$ **D.** $18(m/s)$

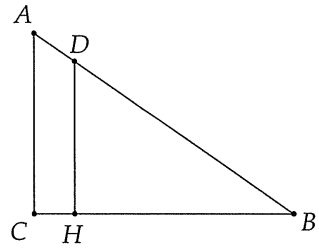
Nhóm 2: Nhóm bài toán về khoảng cách – quãng đường

Câu 14: Cần phải đặt một ngọn điện ở phía trên và chính giữa một cái bàn hình tròn có bán kính a. Hỏi phải treo ở độ cao bao nhiêu để mép bàn được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C được biểu thị bởi công thức $C = k\dfrac{\sin\alpha}{r^2}$ (α là góc nghiêng giữa tia sáng và mép bàn, k là hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng, r là khoảng cách từ ngọn điện đến mép bàn).



A. $h = \dfrac{3a}{2}$ **B.** $h = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ **C.** $h = \dfrac{a}{2}$ **D.** $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 15: Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua một cột đỡ DH cao $4m$, song song và cách tường $CH = 0,5m$ là:

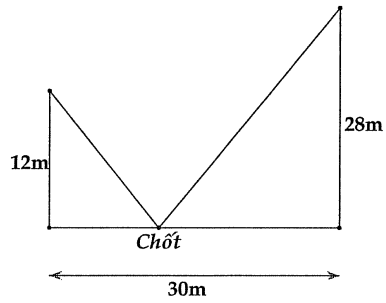


A. Xấp xỉ $5,4902m$ **B.** Xấp xỉ $5,602m$

C. Xấp xỉ $5,5902m$ **D.** Xấp xỉ $6,5902m$

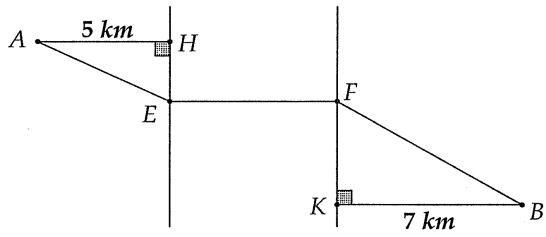
Câu 16: Có hai chiếc cọc cao 12m và 28m, đặt cách nhau 30m (xem hình minh họa dưới đây). Chúng được buộc bởi hai sợi dây từ một cái chốt trên mặt đất nằm giữa hai chân cột tới đỉnh

của mỗi cột. Gọi x (m) là khoảng cách từ chốt đến chân cọc ngắn. Tìm x để tổng độ dài hai dây ngắn nhất.



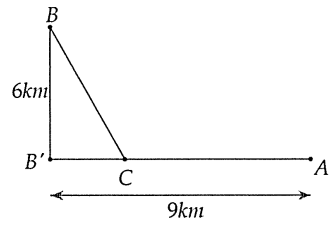
A. $x=9$ **B.** $x=10$ **C.** $x=11$ **D.** $x=12$

Câu 17: Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắt qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là $5km$ và thành phố B cách con sông một khoảng là $7km$ (hình vẽ), biết tổng độ dài $HE+KF=24(km)$. Hỏi cây cầu cách thành phố A một khoảng là bao nhiêu để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)



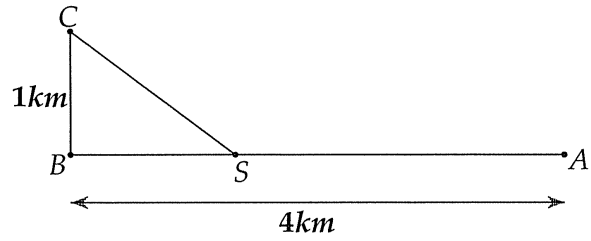
A. $5\sqrt{3}\,km$ **B.** $10\sqrt{2}\,km$ **C.** $5\sqrt{5}\,km$ **D.** $7{,}5\,km$

Câu 18: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển $6km$. Giá để xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. B' là điểm trên bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là $9km$. Vị trí C trên đoạn AB' sao cho khi nối ống theo đường ACB thì số tiền ít nhất. Khi đó C cách A một đoạn bằng:



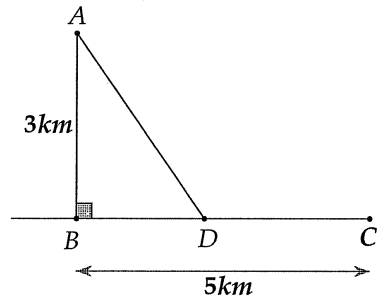
A. $6,5km$ **B.** $6km$ **C.** $0km$ **D.** $9km$

Câu 19: Một đường dây điện được nối từ nhà máy điện trên đất liền ở vị trí A đến vị trí C trên một hòn đảo. Khoảng cách ngắn nhất từ C đến đất liền là $BC=1km$, khoảng cách từ A đến B là $4km$. Người ta chọn một vị trí là điểm S nằm giữa A và B để mắc đường dây điện đi từ A đến S, rồi từ S đến C như hình vẽ dưới đây. Chi phí mỗi km dây điện trên đất liền mất 300USD, mỗi km dây điện đặt ngầm dưới biển mất 500USD.Hỏi điểm S phải cách A bao nhiêu km để chi phí mắc đường dây điện là ít nhất.



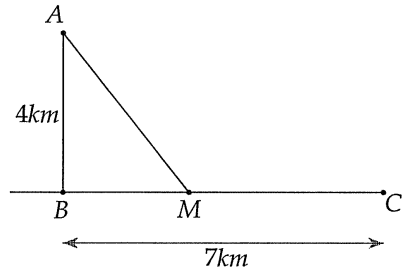
A. $3,25km$ **B.** $1km$ **C.** $2km$ **D.** $1,5km$

Câu 20: Bạn Hoa đi từ nhà ở vị trí A đến trường học tại vị trí C phải đi qua cầu từ A đến B rồi từ B tới trường. Trận lũ lụt vừa qua cây cầu bị ngập nước, do đó bạn Hoa phải đi bằng thuyền từ nhà đến một vị trí D nào đó ở trên đoạn BC với vận tốc $4km/h$ sau đó đi bộ với vận tốc $5km/h$ đến C. Biết độ dài $AB=3km, BC=5km$. Hỏi muộn nhất mấy giờ bạn Hoa phải xuất phát từ nhà để có mặt ở trường lúc 7 giờ 30 phút sáng kịp vào học?



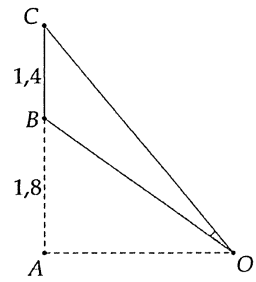
A. 6 giờ 03 phút **B.** 6 giờ 16 phút **C.** 5 giờ 30 phút **D.** 5 giờ 34 phút

Câu 21: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4(km)$. Trên bờ biển có 1 cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $CB = 7(km)$. Người gác ngọn hải đăng chèo thuyền từ ngọn hải đăng đến vị trí M trên bờ biển rồi đi bộ đến C. Biết rằng vận tốc chèo thuyền là $3(km/h)$ và vận tốc đi bộ là $5(km/h)$. Xác định vị trí điểm M để người đó đến C nhanh nhất.



A. $BM = 3km$ **B.** $BM = 4km$ **C.** M trùng B **D.** M trùng C

Câu 22: Một màn ảnh chữ nhật cao 1,4 mét được đặt ở độ cao 1,8 mét so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ nhất, phải xác định vị trí đứng sao cho **góc nhìn** lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó. ($\widehat{BOC}$ gọi là **góc nhìn**)



A. $AO=2,4m$ **B.** $AO=2,0m$ **C.** $AO=2,6m$ **D.** $AO=3,0m$

Nhóm 3: Bài toán về diện tích hình phẳng

Câu 23: Một người dùng $100m$ lưới để quây thành một mảnh vườn hình chữ nhật. Xác định kích thước của hình chữ nhật đó để mảnh vườn có diện tích lớn nhất.

A. hình chữ nhật kích thước $40m$x$10m$ **B.** hình chữ nhật kích thước $35m$x$15m$

C. hình vuông $25m$x$25m$ **D.** hình chữ nhật kích thước $30m$x$20m$

Câu 24: Cho hình chữ nhật có diện tích bằng $100\left(cm^2\right)$. Hỏi mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để chu vi của nó nhỏ nhất?

A. $10cm$x$10cm$ **B.** $20cm$x$5cm$ **C.** $25cm$x$4cm$ **D.** Đáp án khác

Câu 25: Trong một xưởng cơ khí, người chủ giao cho các thợ của mình một thanh nhôm dài $240cm$ và yêu cầu chế tác thành một khuôn tranh hình chữ nhật có độ dài của một cạnh là x. Tìm x để diện tích khuôn tranh lớn nhất.

A. $x=80cm$ **B.** $x=50cm$ **C.** $x=40cm$ **D.** $x=60cm$

Câu 26: Chu vi của một tam giác là $16cm$, biết độ dài một cạnh của tam giác là $a=6cm$. Tìm độ dài hai cạnh còn lại b,c của tam giác sao cho tam giác đó có diện tích lớn nhất.

A. $b=4cm;c=6cm$ **B.** $b=3cm;c=7cm$

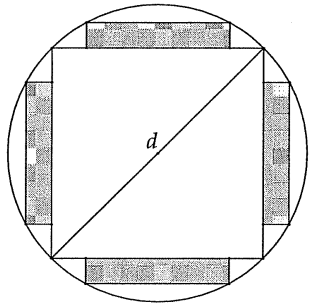
C. $b=2cm;c=8cm$ **D.** $b=c=5cm$

Câu 27: Một sợi dây cứng dài $1m$ được cắt thành 2 đoạn. Một được cuộn thành hình tròn, đoạn kia thành hình vuông. Tìm độ dài mỗi đoạn nếu tổng diện tích hình tròn và hình vuông là nhỏ nhất?

A. $\frac{\pi}{\pi+4}$ và $\frac{4}{\pi+4}$ **B.** $\frac{\pi}{\pi+2}$ và $\frac{2}{\pi+4}$

C. $\frac{4}{\pi+4}$ và $\frac{4}{\pi+2}$ **D.** $\frac{\pi}{\pi+2}$ và $\frac{\pi}{\pi+4}$

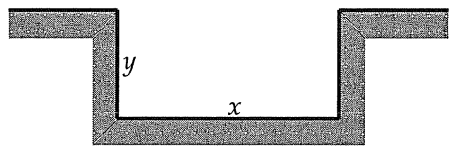
Câu 28: Một khúc gỗ tròn hình trụ đường kính là d, cần xẻ thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và 4 miếng phụ như hình vẽ. Hãy xác định kích thước của các miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất.



A. Rộng $\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{16}d$, dài $\frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$ **B.** Rộng $\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{15}d$, dài $\frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$

C. Rộng $\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{14}d$, dài $\frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$ **D.** Rộng $\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{13}d$, dài $\frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$

Câu 29: Trong lĩnh vực thủy lợi, cần phải xây dựng nhiều mương dẫn nước dạng "Thủy động học" (Ký hiệu diện tích tiết diện ngang của mương là S, ℓ là độ dài đường biên giới hạn của tiết diện này, ℓ đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương; mương được gọi là có dạng thủy động học nếu với S xác định, ℓ là nhỏ nhất). Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để có dạng thủy động học? (nếu mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật).



A. $x=\sqrt{4S}; y=\sqrt{\frac{S}{4}}$ **B.** $x=\sqrt{4S}; y=\sqrt{\frac{S}{2}}$

C. $x=\sqrt{2S};y=\sqrt{\frac{S}{4}}$ **D.** $x=\sqrt{2S};y=\sqrt{\frac{S}{2}}$

Nhóm 4: Bài toán liên hệ diện tích – thể tích hình học không gian

Câu 30: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27cm^3$ với chiều cao là h và bán kính đáy là r. Để lượng giấy tiêu thụ là ít nhất thì giá trị của r là:

A. $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$ **B.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ **C.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ **D.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$

Câu 31: Khi sản xuất vỏ lon sữa có hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng V và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy R bằng:

A. $R=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ **B.** $R=\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$

C. $R=\sqrt{\frac{V}{2\pi}}$ **D.** $R=\sqrt{\frac{V}{\pi}}$

Câu 32: Một xí nghiệp chế biến thực phẩm muốn sản xuất những loại hộp hình trụ có thể tích V cho trước để đựng thịt bò. Gọi $x,h\left(x>0,h>0\right)$ lần lượt là độ dài bán kính đáy và chiều cao của hình trụ. Để sản xuất hộp hình trụ tốn ít vật liệu nhất thì giá trị của tổng $x+h$ là:

A. $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ **B.** $\sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi}}$ **C.** $2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ **D.** $3\sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}$

Câu 33: Một công ty muốn thiết kế một loại hộp có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông và thể tích khối hộp được tạo thành là $10m^3$. Độ dài cạnh đáy của mỗi hộp muốn thiết kế để diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất là ?

A. $\sqrt[3]{20}\,m$ **B.** $\sqrt[3]{10}\,m$ **C.** $2m$ **D.** $\sqrt[3]{15}\,m$

Câu 34: Cần phải xây dựng một hố ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $V\left(m^3\right)$, hệ số k cho trước (k là tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy). Gọi $x,y,h>0$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hố ga. Hãy xác định $x,y,h>0$ sao cho hố ga xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất. x,y,h lần lượt là:

A. $x=2\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

B. $x=\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=2\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

C. $x=\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=2\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

D. $x=\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=6\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

Câu 35: Người ta muốn sơn một cái hộp không nắp, đáy hộp là hình vuông và có thể tích là 4 (đơn vị thể tích)? Tìm kích thước của hộp để dùng lượng nước sơn tiết kiệm nhất. Giả sử độ dày của lớp sơn tại mọi nơi trên hộp là như nhau.

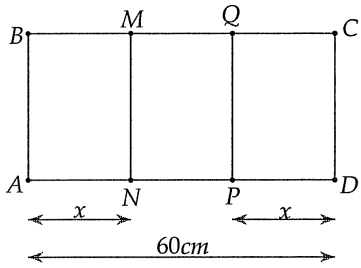
A. Cạnh ở đáy là 2 (đơn vị chiều dài), chiều cao của hộp là 1 (đơn vị chiều dài).

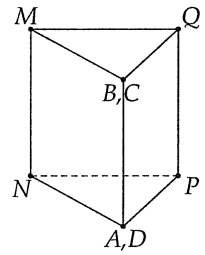
B. Cạnh ở đáy là $\sqrt{2}$ (đơn vị chiều dài), chiều cao của hộp là 2 (đơn vị chiều dài).

C. Cạnh ở đáy là $2\sqrt{2}$ (đơn vị chiều dài), chiều cao của hộp là 0,5 (đơn vị chiều dài).

D. Cạnh ở đáy là 1 (đơn vị chiều dài), chiều cao của hộp là 2 (đơn vị chiều dài).

Câu 36: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD=60cm$. Ta gấp tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết 2 đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?





A. $x=20$ **B.** $x=15$ **C.** $x=25$ **D.** $x=30$

Câu 37: Người ta cần chế tạo một ly dạng hình cầu tâm O, đường kính $2R$. Trong hình cầu có một hình trụ tròn xoay nội tiếp trong hình cầu. Nước chỉ chứa được trong hình trụ. Hãy tìm bán kính đáy r của hình trụ để ly chứa được nhiều nước nhất.

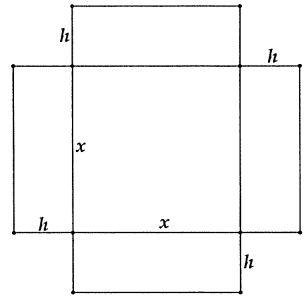
A. $r=\frac{R\sqrt{6}}{3}$ **B.** $r=\frac{2R}{3}$ **C.** $r=\frac{2R}{\sqrt{3}}$ **D.** $r=\frac{R}{\sqrt{3}}$

Câu 38: Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy hình vuông, không nắp và có thể tích là 4 lít. Tìm kích thước của hộp đó để lượng vàng dùng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau.

A. Cạnh đáy bằng 2, chiều cao bằng 1 **B.** Cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2

C. Cạnh đáy bằng 3, chiều cao bằng 4 **D.** Cạnh đáy bằng 4, chiều cao bằng 3

Câu 39. Một hộp không nắp làm từ một mảnh tôn có diện tích là $S(x)$ theo hình dưới. Hộp có đáy là một hình vuông có cạnh $x(cm)$, chiều cao $h(cm)$ và thể tích là $500cm^3$. Tìm x sao cho $S(x)$ nhỏ nhất.



A. $x=50(cm)$ **B.** $x=10(cm)$

C. $x=100(cm)$ **D.** $x=20(cm)$

Câu 40: Người ta muốn xây một hồ chứa nước có thể tích bằng $100m^3$, có chiều cao cố định trong khoảng từ $1,5m$ đến $2m$ và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Tính diện tích xây tiết kiệm nhất (nghĩa là diện tích đáy với diện tích xung quanh nhỏ nhất) với sai số $\pm 0,5m^2$.

A. 107 **B.** 110 **C.** 102 **D.** 90

Câu 41: Một trang trại chăn nuôi dự định xây dựng một hầm biogas với thể tích $12m^3$ để chứa chất thải chăn nuôi và tạo khí sinh học. Dự kiến hầm chứa có dạng hình hộp chữ nhật có chiều sâu gấp rưỡi chiều rộng. Hãy xác định các kích thước đáy (dài, rộng) của hầm biogas để thi công tiết kiệm nguyên vật liệu nhất (không tính đến bề dày của thành bể). Ta có kích thước (dài, rộng – tính theo đơn vị mét, làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy) phù hợp yêu cầu là:

A. Dài 2,42m và rộng 1,82m

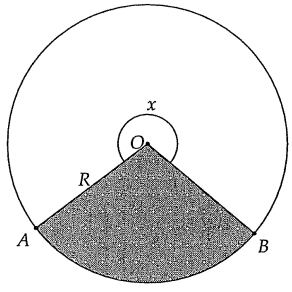
B. Dài 2,74m và rộng 1,71m

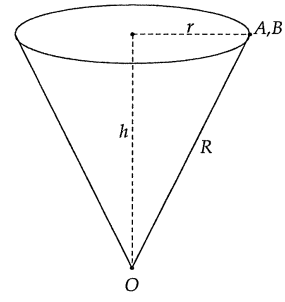
C. Dài 2,26m và rộng 1,88m

D. Dài 2,19m và rộng 1,91m

Câu 42: Cắt bỏ hình quạt tròn AOB từ một mảnh các tông hình tròn bán kính R rồi dán hai bán kính OA và OB của hình quạt tròn còn lại với nhau để được một cái phễu có dạng của một hình nón. Gọi x là góc ở tâm của quạt tròn dùng làm phễu $\left(0 < x < 2\pi\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của hình nón.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi R^3$ **B.** $\frac{2}{27}\pi R^3$ **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi R^3$ **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi R^3$





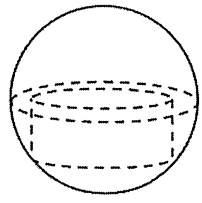
Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đấy là hình bình hành, thể tích V. Điểm P là trung điểm của SC, một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD, SB lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

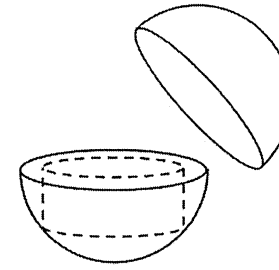
A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{8}$

Câu 44: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa *SC* với mặt phẳng (SAB) bằng 30^0. Gọi *M* là điểm di động trên cạnh *CD* và *H* là hình chiếu vuông góc của *S* trên đường thẳng *BM*. Khi điểm *M* di động trên cạnh *CD* thì thể tích khối chóp *S.ABH* đạt giá trị lớn nhất bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 45: Công ty mỹ phẩm cho ra một mẫu sản phẩm dưỡng trắng da chống lão hóa mới mang tên Sakura với thiết kế là một khối cầu như một viên bi khổng lồ, bên trong là một khối trụ nằm phần nữa để đựng kem dưỡng da (như hình vẽ). Theo dự kiến nhà sản xuất dự định để khối cầu có bán kính $R = 2\sqrt{6}(cm)$. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bìa hộp là lớn nhất (nhằm thu hút khách hàng).





A. $16\sqrt{2}\pi(cm^3)$

B. $48\sqrt{2}\pi(cm^3)$

C. $32\sqrt{2}\pi(cm^3)$

D. $24\sqrt{2}\pi(cm^3)$

CHUYÊN ĐỀ 2: ỨNG DỤNG HÀM SỐ MŨ – LOGARIT, BÀI TOÁN LÃI SUẤT

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Bài toán gửi tiền một lần – tiền lãi của tháng trước được tính vào vốn của tháng kế tiếp (Công thức lãi kép):

Đề bài: Một người gửi vào ngân hàng số tiền là A đồng, với lãi suất hàng tháng là $r\%$. Sau n tháng, số tiền mà người đó nhận được cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

Gọi T_n là số tiền cả vốn lẫn lãi mà người đó nhận được sau n tháng.

Sau tháng đầu tiên $(n=1)$: $T_1 = A + Ar = A(1+r)$.

Sau tháng thứ hai $(n=2)$: $T_2 = A(1+r) + A(1+r)r = A(1+r)^2$.

Sau tháng thứ ba $(n=3)$: $T_3 = A(1+r)^2 + A(1+r)^2 r = A(1+r)^3$.

.....

Sau n tháng $(n=n)$: $T_n = A(1+r)^{n-1} + A(1+r)^{n-1} r = A(1+r)^n$.

Vậy $T_n = A(1+r)^n$. Từ công thức này, ta có thể tính được các đại lượng r, n và A:

$$\begin{cases} r = \sqrt[n]{\dfrac{T_n}{A}} - 1 \\ n = \log_{(1+r)}\left(\dfrac{T_n}{A}\right) = \dfrac{\ln\left(\dfrac{T_n}{A}\right)}{\ln(1+r)} \\ A = \dfrac{T_n}{(1+r)^n} \end{cases}$$

Chú ý: Công thức trên cũng có thể áp dụng cho bài toán **gửi tiền theo kỳ hạn: 3 tháng, 6 tháng, 1 năm, ...**

2. Bài toán gửi tiền hàng tháng – tháng nào cũng gửi thêm vào đầu mỗi tháng:

Đề bài: Một người hàng tháng đều gửi vào ngân hàng số tiền là A đồng. Biết lãi suất hàng tháng là $r\%$. Hỏi sau n tháng, người ấy có bao nhiêu tiền?

Gọi T_n là số tiền người đó nhận được sau n tháng.

Cuối tháng thứ 1, người đó có số tiền là: $T_1 = A + Ar = A(1+r)$.

Đầu tháng thứ 2, người đó có số tiền là:

$$A(1+r)+A = A\left[(1+r)+1\right] = \frac{A}{\left[(1+r)-1\right]}.\left[(1+r)^2-1\right] = \frac{A}{r}\left[(1+r)^2-1\right]$$

Cuối tháng thứ 2, người đó có số tiền là:

$$T_2 = \frac{A}{r}\left[(1+r)^2-1\right]+\frac{A}{r}\left[(1+r)^2-1\right]r = \frac{A}{r}\left[(1+r)^2-1\right](1+r).$$

.....

Cuối tháng thứ n, người đó có số tiền cả gốc lẫn lãi là: $T_n = \frac{A}{r}\left[(1+r)^n-1\right](1+r)$

3. Bài toán trả góp:

Đề bài: Gọi số tiền vay là N, lãi suất là r, n là số tháng phải trả, A là số tiền người đó phải trả vào hàng tháng để sau n tháng là trả hết nợ.

Số tiền gốc còn lại sau tháng đầu tiên: $N + N.r - A = N(1+r) - A$

Cuối tháng thứ hai:

$$\left[N(1+r)-A\right]+\left[N(1+r)-A\right]r - A = \left[N(1+r)-A\right](1+r) - A = N(1+r)^2 - A\left[(1+r)+1\right]$$

Cuối tháng thứ ba: $\left[N(1+r)^2 - A\left[(1+r)+1\right]\right](1+r) - A = N(1+r)^3 - A\left[(1+r)^2+(1+r)+1\right]$

.....

Cuối tháng thứ n: $N(1+r)^n - A\left[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+...+(1+r)+1\right]$

Để người đó trả hết nợ, thì số tiền còn sau n tháng sẽ bằng 0, tức là

$$N(1+r)^n - A\left[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+...+(1+r)+1\right] = 0$$

$\Leftrightarrow N.x^n = A\left(x^{n-1}+x^{n-2}+...+x+1\right)$ với $x = 1+r$

$\Leftrightarrow N.x^n = A.\dfrac{1-x^n}{1-x} \Leftrightarrow A = \dfrac{N.x^n(x-1)}{x^n-1}$. Vậy $A = \dfrac{N(1+r)^n r}{(1+r)^n-1}$.

Chú ý: Công thức này cũng có thể áp dụng đối với bài toán **rút sổ tiết kiệm theo định kỳ – đề bài ngược lại so với bài toán vay trả góp.**

4. Bài toán tính số chữ số của một số tự nhiên

a. Phần nguyên của một số:

Xét số thực A, số nguyên lớn nhất mà không vượt quá A được gọi là phần nguyên của A, ký hiệu: $[A]$.

Suy ra: $[A] \le A \le [A]+1$.

b. Công thức tính số các chữ số của một số tự nhiên:

Phân tích một số tự nhiên ra dạng tổng lũy thừa của cơ số 10:

$423 = 400+20+3 = 4.10^2 + 2.10^1 + 3.10^0$

$5678 = 5.1000 + 6.100 + 7.10 + 8 = 5.10^3 + 6.10^2 + 7.10^1 + 8.10^0$

$\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} ... a_2 a_1} = a_n.10^{n-1} + a_{n-1}.10^{n-2} + a_{n-2}.10^{n-3} + ... + a_2.10^1 + a_1.10^0$

Bài toán: Xét số tự nhiên A được biểu diễn dưới dạng mũ, hay một dạng nào đó mà ta không thể đếm được số các chữ số của nó. Giả sử A có n chữ số thì ta có công thức sau đây: $n = [\log A]+1$.

Chứng minh: Giả sử số tự nhiên A có n chữ số.

Ta có $A = \overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} ... a_2 a_1} = a_n.10^{n-1} + a_{n-1}.10^{n-2} + a_{n-2}.10^{n-3} + ... + a_2.10 + a_1$

Suy ra $\log A = \log\left(a_n.10^{n-1} + a_{n-1}.10^{n-2} + a_{n-2}.10^{n-3} + ... + a_2.10 + a_1\right) < \log\left(10^n\right) = n$

và $\log A = \log\left(a_n.10^{n-1} + a_{n-1}.10^{n-2} + a_{n-2}.10^{n-3} + ... + a_2.10 + a_1\right) \ge \log\left(a_n.10^{n-1}\right) \ge n-1$

Vậy $n-1 \le \log A \le n \Leftrightarrow \log A \le n \le \log A + 1$, hay $n = [\log A]+1$.

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Câu 1: Bạn An gửi tiết kiệm số tiền 58.000.000 đồng trong 8 tháng tại một ngân hàng thì nhận được 61.329.000 đồng. Khi đó, lãi suất hàng tháng là:

A. 0,6% **B.** 6% **C.** 0,7% **D.** 7%

Câu 2: Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 6%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm, người đó thu được số tiền gấp ba số tiền ban đầu ?

A. 17 **B.** 18 **C.** 19 **D.** 20

Câu 3: Bà Hoa gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất 8%/năm. Sau 5 năm bà rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại bà tiếp tục gửi vào ngân hàng. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

A. 81,413 triệu **B.** 115,892 triệu **C.** 119 triệu **D.** 78 triệu

Câu 4: Một người đầu tư 100 triệu đồng vào một công ty theo thể thực lãi kép với lãi suất 13% một năm. Hỏi nếu sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được bao nhiêu tiền lãi? (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không thay đổi)

A. $100\left[(1,13)^5-1\right]$ (triệu đồng) **B.** $100\left[(1,13)^5+1\right]$ (triệu đồng)

C. $100\left[(0,13)^5-1\right]$ (triệu đồng) **D.** $100(0,13)^5$ (triệu đồng)

Câu 5: Một người gởi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo kì hạn một năm với lãi suất 1,75% một năm thì sau bao nhiêu năm người đó thu được một số tiền là 200 triệu. Biết rằng tiền lãi sau mỗi năm được cộng vào tiền gốc trước đó và trở thành tiền gốc của năm tiếp theo. Đáp án nào sau đây gần số năm thực tế nhất.

A. 41 năm **B.** 40 năm **C.** 42 năm **D.** 43 năm

Câu 6: Một gia đình có con vào lớp 1, họ muốn để dành cho con một số tiền là 250.000.000 đồng để sau này chi phí cho 4 năm học đại học của con mình. Hỏi bây giờ họ phải gửi vào ngân hàng số tiền là bao nhiêu để sau 12 năm họ sẽ được số tiền trên biết lãi suất của ngân hàng là 6,7% một năm và lãi suất này không đổi trong thời gian trên?

A. $P=\dfrac{250000000}{(0,067)^{12}}$ (triệu đồng) **B.** $P=\dfrac{250000000}{(1+6,7)^{12}}$ (triệu đồng)

C. $P=\frac{250000000}{(1,067)^{12}}$ (triệu đồng)

D. $P=\frac{250000000}{(1,67)^{12}}$ (triệu đồng)

Câu 7: Ông Toàn gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng ngân hàng ACB theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất 14% một năm. Hỏi sau 2 năm ông Toàn thu được cả vốn lẫn lãi bao nhiêu? (Giả sử lãi suất không thay đổi)

A. 64,98 (triệu đồng).

B. 65,89 (triệu đồng).

C. 64,89 (triệu đồng).

D. 63,98 (triệu đồng).

Câu 8: Một người gửi gói tiết kiệm linh hoạt của ngân hàng cho con với số tiền là 500.000.000 VNĐ, lãi suất 7%/năm. Biết rằng người ấy không lấy lãi hàng năm theo định kỳ sổ tiết kiệm. Hỏi sau 18 năm, số tiền người ấy nhận về là bao nhiêu? (Biết rằng, theo định kì rút tiền hằng năm, nếu không lấy lãi thì số tiền sẽ được nhập vào thành tiền gốc và sổ tiết kiệm sẽ chuyển thành kì hạn 1 năm tiếp theo)

A. 4.689.966.000 VNĐ

B. 3.689.966.000 VNĐ

C. 2.689.966.000 VNĐ

D. 1.689.966.000 VNĐ

Câu 9: Một anh sinh viên được gia đình gởi vào sổ tiết kiệm ngân hàng là 80.000.000 đồng với lãi suất 0,9%/tháng. Hỏi sau đúng 5 năm số tiền trong sổ sẽ là bao nhiêu, biết rằng trong suốt thời gian đó anh sinh viên không rút một đồng nào cả vốn lẫn lãi?

A. $80000000.\left(\frac{0,9}{100}\right)^{60}$

B. $80000000.\left(1-\frac{0,9}{100}\right)^{60}$

C. $80000000.\left(1-\frac{0,9}{100}\right)$

D. $80000000.\left(1+\frac{0,9}{100}\right)^{60}$

Câu 10: Một người gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 6,80% một năm. Hỏi người đó thu được bao nhiêu triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) sau 5 năm gửi? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian người đó gửi.

A. $m=20.(1,068)^5$ (triệu đồng)

C. $m=20.(1,68)^5$ (triệu đồng)

B. $m=20.(0,068)^5$ (triệu đồng)

D. $m=20.(1,0068)^5$ (triệu đồng)

Câu 11: Một người gửi số tiền 1 tỷ đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm thì số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu. Nếu không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi thì sau 5 năm người đó nhận được số tiền là (kết quả làm tròn đến hàng trăm)

A. 1.276.281.600 đồng **B.** 1.350.738.000 đồng

C. 1.298.765.500 đồng **D.** 1.338.226.000 đồng

Câu 12: Một người gửi số tiến $A=1$ triệu đồng vào ngân hàng có mức lãi suất $r=7\%$ một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì sau mỗi năm, số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu. Hỏi người đó được lĩnh bao nhiêu triệu đồng sau n năm $\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi.

A. $1,07^n$ triệu đồng **B.** $1,07^{n+1}$ triệu đồng

C. $1,07^{n-1}$ triệu đồng **D.** $1,70^n$ triệu đồng

Câu 13: Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất với kết quả nào sau đây ?

A. 210 triệu. **B.** 220 triệu. **C.** 212 triệu. **D.** 216 triệu.

Câu 14: Một khu rừng ban đầu có trữ lượng gỗ là 4.10^5 mét khối gỗ. Gọi tốc độ sinh trưởng mỗi năm của khu rừng đó là $a\%$. Biết sau 5 năm thì sản lượng gỗ là xấp xỉ $4,8666.10^5$ mét khối. Giá trị của a xấp xỉ:

A. 3,5% **B.** 4% **C.** 4,5% **D.** 5%

Câu 15: Một khu rừng có trữ lượng gỗ 4.10^5 mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây trong khu rừng đó là 4% mỗi năm. Sau 5 năm khu rừng đó sẽ có bao nhiêu mét khối gỗ?

A. $4.10^5.1,14^5\left(m^3\right)$ **B.** $4.10^5\left(1+0,04^5\right)\left(m^3\right)$

C. $4.10^5+0,04^5\left(m^3\right)$ **D.** $4.10^5.1,04^5\left(m^3\right)$

Câu 16: Một cây tre sau mỗi năm nó cao hơn 5% so với năm trước. Giả sử khi nó sống được 3 năm thì nó cao 3,7m. Hỏi 5 năm nữa thì nó cao bao nhiêu mét? (làm tròn đến số thập phân thứ hai)

A. 4,05m **B.** 4,06m **C.** 4,09 **D.** 4,08

Câu 17: Một số ngân hàng lớn trên cả nước vừa qua đã thay đổi liên tục lãi suất tiền gửi tiết kiệm. Bác Minh gửi số tiền tiết kiệm ban đầu là 10 triệu đồng với lãi suất 0,8%/tháng. Chưa

đầy một năm, thì lãi suất tăng lên 1,2%/tháng, trong nửa năm tiếp theo và bác Minh đã tiếp tục gửi; sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9%/tháng, bác Minh tiếp tục gửi thêm một số tháng tròn nữa, khi rút tiền bác Minh được cả vốn lẫn lãi là 11.279.163,75 đồng (chưa làm tròn). Hỏi bác Minh đã gửi tiết kiệm trong bao nhiêu tháng.

A. 10 tháng **B.** 9 tháng **C.** 11 tháng **D.** 12 tháng

Câu 18: Anh An mua nhà trị giá 500 triệu đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh An trả 10,5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% tháng thì sau bao nhiêu tháng anh trả hết số tiền trên ?

A. 53 tháng **B.** 54 tháng **C.** 55 tháng **D.** 56 tháng

Câu 19: Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng một tháng (chuyển vào tài khoản của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2016 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi suất 1% một tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2016 mẹ rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền đã gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng)

A. 50 triệu 730 nghìn đồng **B.** 50 triệu 640 nghìn đồng

C. 53 triệu 760 nghìn đồng **D.** 48 triệu 480 nghìn đồng

Câu 20: Anh Bách vay ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 1,1%/ tháng. Anh Bách muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, anh bắt đầu hoàn nợ, và những liên tiếp theo cách nhau đúng một tháng. Số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết nợ sau đúng 18 tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó, tổng số tiền lãi mà anh Bách phải trả là bao nhiêu (làm tròn kết quả hàng nghìn)? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian anh Bách vay.

A. 10.773.700 (đồng) **B.** 10.774.000 (đồng)

C. 10.773.000 (đồng) **D.** 10.773.800 (đồng)

Câu 21: Anh Phong vay vốn ở một ngân hàng với số vốn là 50 triệu đồng, thời hạn 48 tháng, lãi suất 1,15% trên tháng, tính theo dư nợ, trả đúng ngày quy định. Hỏi hàng tháng, Anh Phong phải đều đặn trả vào ngân hàng một khoản tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu để đến tháng thứ 48 thì Anh Phong trả hết cả gốc lẫn lãi cho ngân hàng?

A. 1.161.312,807 đồng **B.** 1.261.312,807 đồng

C. 1.361.312,807 đồng **D.** 1.461.312,807 đồng

Câu 22. Để tăng chất lượng cơ sở cho việc dạy học ở website DETHITHPT.COM của mình năm học 2017 thầy Mẫn Ngọc Q đã làm hợp đồng vay vốn với ngân hàng với số tiền là 150 triệu đồng với lãi suất m%/tháng. Thầy Q muốn hoàn nợ lại cho ngân hàng theo cách sau: đúng một tháng kể từ ngày thầy Q vay vốn, thầy Q bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau một tháng, số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau và cách nhau 5 tháng kể từ ngày thầy Q bắt đầu kí hợp đồng vay vốn, số tiền mỗi lần thầy Q phải trả cho ngân hàng là 30,072 triệu đồng, biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian thầy Q hoàn nợ. Vậy giá trị của m gần đúng với giá trị nào sau đây nhất:

A. 0,09%/tháng **B.** 0,08%/tháng **C.** 0,07%/tháng **D.** 0,1%/tháng

Câu 23: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu ? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m=\dfrac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng) **B.** $m=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$ (triệu đồng)

C. $m=\dfrac{100.1,03}{3}$ (triệu đồng) **D.** $m=\dfrac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3-1}$ (triệu đồng)

Câu 24: Anh Sơn vay tiền ngân hàng mua nhà trị giá 1 tỉ đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 30 triệu và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% tháng thì sau bao lâu anh trả hết nợ?

A. 3 năm **B.** 3 năm 1 tháng **C.** 3 năm 2 tháng **D.** 3 năm 3 tháng

Câu 25: Ông X vay một số tiền để mua nhà và hoàn nợ ngân hàng theo hình thức trả góp với mức lãi suất là r%/tháng trong vòng 3 tháng. Nếu số tiền ông X vay là T triệu đồng thì mỗi tháng ông phải trả số tiền là 34 triệu đồng, còn nếu số tiền ông X vay là $T+50$ triệu đồng thì mỗi tháng ông phải trả số tiền là 51 triệu đồng.Vậy giá trị của T và r lần lượt là (Chọn kết quả gần đúng nhất):

A. $T=100$ triệu và $r=0,9\%$

B. $T=100$ triệu và $r=1\%$

C. $T=120$ triệu và $r=1\%$

D. $T=120$ triệu và $r=0,9\%$

Câu 26. Được sự hỗ trợ từ Ngân hàng Chính sách xã hội địa phương, nhằm giúp đỡ các sinh viên có hoàn cảnh khó khăn hoàn thành việc đóng học phí học tập, một bạn sinh viên A đã vay của ngân hàng 20 triệu đồng với lãi suất 12%/năm, và ngân hàng chỉ bắt đầu tính lãi sau khi bạn A kết thúc khóa học. Bạn A đã hoàn thành khóa học và đi làm với mức lương là 5,5 triệu đồng/tháng. Bạn A dự tính sẽ trả hết nợ gốc lẫn lãi suất cho ngân hàng trong 36 tháng. Hỏi số tiền m mỗi tháng mà bạn A phải trả cho ngân hàng là bao nhiêu?

A. $m=\dfrac{1,12^3\times 20\times 0,12}{\left(1,12^3-1\right)\times 12}$ triệu

B. $m=\dfrac{1,12^2\times 20\times 0,12}{\left(1,12^2-1\right)\times 12}$ triệu

C. $m=\dfrac{1,12^3\times 36\times 0,12}{\left(1,12^3-1\right)\times 12}$ triệu

D. $m=\dfrac{1,12^2\times 36\times 0,12}{\left(1,12^2-1\right)\times 12}$ triệu

Câu 27: Ông A cần thanh toán các khoản nợ sau:

+ 10.000.000 đồng thanh toán sau 2 năm (khoản nợ 1).

+ 20.000.000 đồng thanh toán sau 5 năm (khoản nợ 2).

+ 50.000.000 đồng thanh toán sau 7 năm (khoản nợ 3).

Người ta đồng ý cho ông thanh toán bằng một khoản nợ duy nhất (khoản nợ 4) 99.518.740 đồng sau n năm tính từ lúc này, khoản nợ 4 có tiền nợ ban đầu bằng tổng tiền nợ ban đầu của ba khoản nợ 1, 2, 3. Biết mức lãi kép là 4,5% năm. Giá trị n gần với đáp án nào sau đây nhất:

A. 10 năm **B.** 11 năm **C.** 9 năm **D.** 12 năm

Câu 28: Bạn Hùng trúng tuyển vào Trường Đại học Ngoại Thương nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm trả 4.000.000 đồng để nộp học phí với lãi xuất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp Đại học bạn Hùng phải trả góp hàng

tháng để số tiền t (không đổi) cũng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Tính số tiền t hàng tháng mà bạn Hùng phải trả cho ngân hàng (Làm tròn đến kết quả hàng đơn vị).

A. 309.718,166 đồng **B.** 312.518,166 đồng

C. 398.402,12 đồng **D.** 309.604,14 đồng

Câu 29: Ông Bách thanh toán tiền mua xe bằng các kỳ khoản năm: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng và 20.000.000 đồng. Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua. Với lãi suất áp dụng là 8%. Hỏi giá trị chiếc xe ông Bách mua là bao nhiêu ?

A. 32.412.582 đồng **B.** 35.412.582 đồng **C.** 33.412.582 đồng **D.** 34.412.582 đồng

Câu 30: Giả sử tỉ lệ lạm phát của Việt Nam trong 10 năm qua là 5%. Hỏi nếu năm 2007, giá xăng là 12000VND/lít. Hỏi năm 2016 giá tiền xăng là bao nhiêu tiền một lít.

A. 11340,000 VND/lít **B.** 113400 VND/lít

C. 18615,94 VND/lít **D.** 186160,94 VND/lít

Câu 31: Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của nước Nhật là 0,2% . Năm 1998, dân số của Nhật là 125.932.000. Vào năm nào dân số của Nhật là 140.000.000?

A. Năm 2049 **B.** Năm 2050 **C.** Năm 2051 **D.** Năm 2052

Câu 32: Dân số thành phố A là 200.000 người, tăng trưởng 3%/năm, và của thành phố B là 300.000 người tăng trưởng 1%/năm. Sau bao nhiêu năm thì dân số hai thành phố bằng nhau, đáp án gần nhất với số năm thực tế nhất là?

A. 20 **B.** 21 **C.** 22 **D.** 23

Câu 33. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là 1%. Năm 2010, dân số nước ta là 88.360.000 người. Sau khoảng bao nhiêu năm thì dân số nước ta sẽ là 128.965.000 người? Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm là không thay đổi.

A. 36 **B.** 37 **C.** 38 **D.** 39

Câu 34: Kết quả thống kê cho biết ở thời điểm 2013 dân số Việt Nam là 90 triệu người, tốc độ tăng dân số là 1,1%/năm. Nếu mức tăng dân số ổn định ở mức như vậy thì dân số Việt Nam sẽ gấp đôi (đạt ngưỡng 180 triệu) vào năm nào

A. Năm 2050 **B.** Năm 2077 **C.** Năm 2093 **D.** Năm 2070

Câu 35: Cục điều tra dân số thế giới cho biết: Trong chiến tranh thế giới thứ hai (kéo dài 6 năm); dân số mỗi năm giảm đi 2% so với dân số năm liền trước đó. Vào thời hòa bình sau chiến tranh thế giới thứ hai thì dân số tăng 4% so với dân số năm liền trước đó. Giả sử rằng, năm thứ 2 diễn ra chiến tranh dân số thế giới là 4 tỉ người. Kể từ thời điểm đó thì 10 năm sau thì dân số thế giới là bao nhiêu tỉ người? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. 4,88 **B.** 4,95 **C.** 4,50 **D.** 4,35

Câu 36: Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng $(r > 0)$, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau 100 giờ có bao nhiêu con?

A. 900 con. **B.** 800 con. **C.** 700 con. **D.** 1000 con.

Câu 37: Biết rằng ngày 1 tháng 1 năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người. (Kết quả có thể tính ở mức xấp xỉ)

A. 2026 **B.** 2022 **C.** 2020 **D.** 2025

Câu 38: Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ Cacbon 14 (một đồng vị của Cacbon). Khi một bộ phận của một cái cây nào đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó không nhận thêm Cacbon 14 nữa. Lượng Cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành Nitơ 14. Biết rằng nếu gọi $P(t)$ là số phần trăm Cacbon 14, còn lại trong một bộ phận của một cái cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t) = 100(0,5)^{\frac{t}{5750}}(\%)$. Phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng Cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 65%. Hãy tính niên đại của công trình kiến trúc đó.

A. 3570năm **B.** 3574 năm **C.** 3578 năm **D.** 3580 năm

Câu 39: Theo số liệu từ Facebook, số lượng các tài khoản hoạt động tăng một cách đáng kể tính từ thời điểm tháng 2 năm 2004. Bảng dưới đây mô tả số lượng $U(x)$ là số tài khoản hoạt động, trong đó x là số tháng kể từ sau tháng 2 năm 2004. Biết số lượt tài khoản hoạt động tăng theo hàm số mũ xấp xỉ như sau $U(x) = A(1+0,04)^x$ với A là số tài khoản hoạt động đầu

tháng 2 năm 2004. Hỏi đến sau bao lâu thì số tài khoản hoạt động xấp xỉ là 194.790 người, biết sau hai tháng thì số tài khoản hoạt động là 108.160 người.

A. 1 năm 5 tháng **B.** 1 năm 2 tháng

C. 1 năm **D.** 11 tháng

Câu 40: Năm 1994, tỉ lệ khí CO_2 trong không khí là $\frac{358}{10^6}$. Biết rằng tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí tăng 0,4% hàng năm. Hỏi năm 2016, tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí là bao nhiêu? Giả sử tỉ lệ tăng hàng năm không đổi. Kết quả thu được gần với số nào sau đây nhất ?

A. $\frac{391}{10^6}$ **B.** $\frac{390}{10^6}$ **C.** $\frac{7907}{10^6}$ **D.** $\frac{7908}{10^6}$

Câu 41: Biết thể tích khí CO_2 năm 1998 là $V\left(m^3\right)$. 10 năm tiếp theo, thể tích CO_2 tăng $m\%$, 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO_2 tăng $n\%$. Tính thể tích CO_2 năm 2016?

A. $V_{2016}=V.\frac{\left((100+m)(100+n)\right)^{10}}{10^{20}}\left(m^3\right)$ **B.** $V_{2016}=V.\frac{(100+m)^{10}.(100+n)^8}{10^{36}}\left(m^3\right)$

C. $V_{2016}=V+V.(1+m+n)^{18}\left(m^3\right)$ **D.** $V_{2016}=V.(1+m+n)^{18}\left(m^3\right)$

Câu 42: Khi quan sát qua trình sao chéo tế bào trong phòng thí nghiệm sinh học, nhà sinh vật học nhận thấy các tế báo tăng gấp đôi mỗi phút. Biết sau một thời gian t giờ thì có 100.000 tế bào và ban đầu có 1 tế bào duy nhất. Tìm t.

A. $t\approx 16{,}61$ phút **B.** $t\approx 16{,}5$ phút **C.** $t\approx 15$ phút **D.** $t\approx 15{,}5$ phút

Câu 43: Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M=\log A-\log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật bản?

A. 1000 lần **B.** 10 lần **C.** 2 lần **D.** 100 lần

Câu 44: Cường độ của một trận động đất được đo bằng độ Richter được tính bởi công thức $M = \log A - \log A_o$, trong đó A là biên độ trung tối đa đo được bằng địa chấn kế và A_o là biên độ chuẩn (hằng số).

Vào sáng ngày 03/12/2016, một trận động đất cường độ 2,4 độ Richter xảy ra ở khu vực huyện Bắc Trà My, tỉnh Quảng Nam; còn vào ngày 16/10/2016 xay ra một trân động đất cường độ 3,1 độ Richter ở khu vực huyện Phước Sơn, tỉnh Quảng Nam.

Biết rằng biên độ chuẩn A_o được sử dụng chung cho cả tỉnh Quảng Nam, hỏi biên độ tối đa của trận động đất của Phước Sơn ngày 16/10/2016 gấp mấy lần biên độ tối đa của trận động đất ở Bắc Trà My ngày 03/12/2016

A. 5 **B.** 4 **C.** 0,7 **D.** 7

Câu 45: Áp suất không khí P (đo bằng $mmHg$) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức là P giảm theo công thức $P = P_0.e^{xi}$, trong đó $P_0 = 760mmHg$ là áp suất ở mực nước biển $(x = 0)$, i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là $672,71mmHg$. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3000m là bao nhiêu? (Chọn giá trị gần nhất)

A. $P = 530mmHg$ **B.** $P = 350mmHg$

C. $P = 430mmHg$ **D.** $P = 340mmHg$

Câu 46: Các nhà khoa học thực hiện nghiên cứu trên một nhóm học sinh bằng cách cho họ xem một danh sách các loài động vật và sau đó kiểm tra xem họ nhớ được bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh tính theo công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), t \geq 0$ (đơn vị %). Hỏi khoảng thời gian ngắn nhất bao lâu thì số học sinh nhớ được danh sách đó dưới 10%

A. Khoảng 24 tháng **B.** Khoảng 22 tháng

C. Khoảng 25 tháng **D.** Khoảng 32 tháng

Câu 47: Người ta quy ước $\lg x$ và $\log x$ là giá trị của $\log_{10} x$. Trong các lĩnh vực kỹ thuật, $\log x$ được sử dụng khá nhiều, kể cả máy tính cầm tay hay quang phổ. Hơn nữa, trong toán học, người ta sử dụng $\log x$ để tìm số chữ số của một số nguyên dương nào đó. Ví dụ số A có n chữ số thì khi đó $n = [\log A] + 1$ với $[\log A]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá A. Hỏi số $B = 2017^{2017}$ có bao nhiêu chữ số?

A. 9999 chữ số **B.** 6666 chữ số **C.** 9966 chữ số **D.** 6699 chữ số

Câu 48: Số $p = 2^{756839} - 1$ là một số nguyên tố. Hỏi nếu viết trong hệ thập phân, số đó có bao nhiêu chữ số?

A. 227831 chữ số. **B.** 227834 chữ số. **C.** 227832 chữ số. **D.** 227835 chữ số.

Câu 49: Chuyện kể rằng: "Ngày xưa, ở đất nước Ấn Độ có một vị quan dâng lên nhà vua một bàn cờ có 64 ô kèm theo cách chơi cờ. Nhà vua thích quá, bảo rằng: "Ta muốn dành cho khanh một phần thưởng thật xứng đáng. Vậy khanh thích gì nào?". Vị quan tâu "Hạ thần chỉ xin Bệ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ!". Cụ thể như sau: "Bàn cờ có 64 ô thì với ô thứ nhất thần xin nhận một hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ hai, ô sau nhận số hạt gạo đôi phần thưởng dành cho ô liền trước". Thoạt đầu nhà Vua rất ngạc nhiên vì phần thưởng quá khiêm tốn nhưng đến khi những người lính vét sạch đến hạt thóc cuối cùng trong kho gạo của triều đình thì nhà Vua mới kinh ngạc mà nhận ra rằng: "Số thóc này là một số vô cùng lớn, cho dì có gom hết số thóc của cả nước cũng không thể đủ cho một bàn cờ chỉ có vỏn vẹn 64 ô!". Hãy tính xem số hạt thóc mà nhà vua cần để ban cho vị quan là một số có bao nhiêu chữ số?

A. 19 **B.** 20 **C.** 21 **D.** 22

Câu 50: Vào đầu năm 2016 nhóm nghiên cứu thuộc Đại Học Central Missouri – Mỹ đã công bố số nguyên tố lớn nhất từ trước tới nay. Cụ thể số này là kết quả của phép tính $2^{74207281}$. Hỏi rằng, nếu viết trong hệ thập phân (hệ gồm mười chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) thì số nguyên tố đó có bao nhiêu chữ số (làm tròn triệu)?

A. 20 triệu. **B.** 21 triệu . **C.** 22 triệu . **D.** 23 triệu.

CHUYÊN ĐỀ 3: NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

ỨNG DỤNG 1: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH – THỂ TÍCH

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Tính diện tích hình phẳng

a. Diện tích *S* của hình phẳng giới hạn bởi các đường:

– Đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$.

– Trục hoành Ox $(y=0)$.

– Hai đường thẳng $x=a;x=b$.

Là: $\boxed{S=\int_a^b |f(x)|dx}$.

b. Diện tích *S* của hình phẳng giới hạn bởi các đường:

– Đồ thị của các hàm số $y=f(x),y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$.

– Hai đường thẳng $x=a,x=b$.

Là: $\boxed{S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx}$.

Chú ý:

- ✓ Nếu trên đoạn $[a;b]$, hàm số $f(x)$ không đổi dấu thì $\boxed{\int_a^b |f(x)|dx=\left|\int_a^b f(x)dx\right|}$.
- ✓ Trong các công thức tính diện tích ở trên, cần khử dấu giá trị tuyệt đối của hàm số dưới dầu tích phân. Ta có thể làm như sau:
  – Bước 1: Giải phương trình $f(x)=0$ hoặc $f(x)-g(x)=0$ trên đoạn $[a;b]$. Giả sử tìm được các nghiệm $x_1,x_2,...,x_n(x_1<x_2<...<x_n)$.
  – Bước 2: Vì trên các đoạn $[a;x_1],[x_1;x_2],...,[x_n;b]$ thì hàm số $f(x)$ không đổi dấu. Sử dụng công thức phân đoạn, ta được

$$\int_a^b |f(x)|dx = \int_a^{x_1} |f(x)|dx + \int_{x_1}^{x_2} |f(x)|dx + ... + \int_{x_n}^b |f(x)|dx = \left|\int_a^{x_1} f(x)dx\right| + \left|\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx\right| + ... + \left|\int_{x_n}^b f(x)dx\right|$$

c. Diện tích S giới hạn bởi các đường:

– Đồ thị của $x = g(y), x = h(y)$ và $g(y), h(y)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$.

– Hai đường thẳng $x = a, x = b$.

Là: $\boxed{S = \int_a^b |g(y) - h(y)|dy}$.

2. Tính thể tích vật thể

* Gọi H là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ lần lượt là a và b. $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(a \le x \le b)$. Giả sử $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó, thể tích của vật thể H là:

$$\boxed{V_H = \int_a^b S(x)dx}$$

* Thể tích của khối tròn xoay:

– Thể tích của khối tròn xoay sinh ra do hình phẳng giới hạn bởi các đường $(C): y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ **khi quay quanh trục** Ox: $\boxed{V_{Ox} = \pi \int_a^b f^2(x)dx}$.

– Thể tích của khối tròn xoay sinh ra do hình phẳng giới hạn bởi các đường $(C): x = g(y)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ **khi quay quanh trục** Oy: $\boxed{V_{Oy} = \pi \int_a^b g^2(y)dy}$.

– Thể tích của khối tròn xoay sinh ra do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, hai đường thẳng $x=a,x=b(a<b)$ **khi quay quanh trục *Ox*** là: $\boxed{V_{Ox}=\pi\int_a^b\left|f^2(x)-g^2(x)\right|dx}$.

– Thể tích của khối tròn xoay sinh ra do hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=f(y)$, $x=g(y)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, hai đường thẳng $y=a,y=b(a<b)$ **khi quay quanh trục *Oy*** là: $\boxed{V_{Oy}=\pi\int_a^b\left|f^2(y)-g^2(y)\right|dy}$.

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Câu 1: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $x=0,x=1$, đồ thị hàm số $y=x^4+3x^2+1$ và trục hoành.

A. $\frac{11}{5}$ **B.** $\frac{10}{15}$ **C.** $\frac{9}{5}$ **D.** $\frac{8}{5}$

Câu 2: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\sin x+1,x=0,x=\frac{7\pi}{6}$ và trục hoành.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{7\pi}{6}-1$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{7\pi}{6}+1$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{7\pi}{5}+1$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{6}+1$

Câu 3: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $x=0;y=e^x;x=1$.

A. $e-1$ **B.** $\frac{1}{2}e+\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{3}{2}e-\frac{1}{2}$ **D.** $2e-3$

Câu 4: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\frac{\ln x}{2\sqrt{x}};x=1;x=e$ và trục hoành

A. $2+\sqrt{e}$ **B.** $\sqrt{e}-1$ **C.** $1+\sqrt{e}$ **D.** $2-\sqrt{e}$

Câu 5: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ. Chọn kết quả đúng:

A. $2\ln\frac{3}{2}-1$ **B.** $5\ln\frac{3}{2}-1$ **C.** $3\ln\frac{3}{2}-1$ **D.** $3\ln\frac{5}{2}-1$

Câu 6: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}; x=1; x=e$ và trục hoành.

A. $\frac{4}{3}\sqrt{2}-\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{4}{3}\sqrt{2}-\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3}$

Câu 7: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=-x^2+2x+1$, $y=2x^2-4x+1$.

A. 5 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 10

Câu 8: Tính diện tích S hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=\left|x^2-4\right|$, $y=\frac{x^2}{2}+4$.

A. $S=\frac{64}{3}$ **B.** $S=\frac{32}{3}$ **C.** $S=8$ **D.** $S=16$

Câu 9: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x^2-x$

A. $\frac{1}{16}$ **B.** $\frac{1}{12}$ **C.** $\frac{1}{8}$ **D.** $\frac{1}{4}$

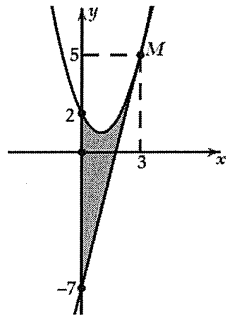
Câu 10: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=2-x^2$ và đường thẳng $y=-x$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$ (đvdt) **B.** $\frac{9}{2}$ (đvdt) **C.** 9 (đvdt) **D.** 18 (đvdt)

Câu 11: Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $(P): y=x^2+3x$ và đường thẳng $d: y=5x+3$ là:

A. $\frac{32}{3}$ **B.** $\frac{22}{3}$ **C.** 9 **D.** $\frac{49}{3}$

Câu 12: Ở hình bên, ta có parabol $y=x^2-2x+2$, tiếp tuyến với nó tại điểm $M(3;5)$. Diện tích phần gạch chéo là:



A. 9 **B.** 10 **C.** 12 **D.** 15

Câu 13: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(e+1)x$ và $y=(e^x+1)x$

A. $\frac{e}{4}-1$ **B.** $\frac{e}{2}+1$ **C.** $\frac{e}{4}+1$ **D.** $\frac{e}{2}-1$

Câu 14: Tính diện tích S của hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $(P): y=x^2-2x+2$ và các tiếp tuyến của (P) đi qua điểm $A(2;-2)$

A. $S=4$ **B.** $S=6$ **C.** $S=\frac{16}{3}$ **D.** $S=\frac{8}{3}$

Câu 15: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong có phương trình $x-y^2=0$ và $x+2y^2-12=0$ bằng:

A. 15 **B.** 32 **C.** 25 **D.** 30

Câu 16: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2=2x+1$ và $y=x-1$.

A. $\frac{16}{3}$ **B.** 5 **C.** $\frac{17}{3}$ **D.** 6

Câu 17: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2=4x, y^2=(4-x)^3$.

A. $\frac{64\sqrt{3}}{15}$ **B.** $\frac{64\sqrt{2}}{5}$ **C.** $\frac{64\sqrt{2}}{15}$ **D.** $\frac{64\sqrt{3}}{5}$

Câu 18: Cho $(P): y=x^2+1$ và $d: y=mx+2$. Tìm m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và d đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{4}$ **C.** 1 **D.** 0

Câu 19: Giá trị nào của a để diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y=\frac{x^2-2x}{x-1}$, đường tiệm cận xiên của (C) và hai đường thẳng $x=a, x=2a(a>1)$ bằng $\ln 3$?

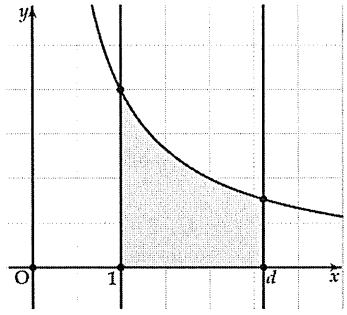
A. $a=1$ **B.** $a=2$ **C.** $a=3$ **D.** $a=4$

Câu 20: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+5$ và hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại $A(1;2)$ và $B(4;5)$ có kết quả dạng $\frac{a}{b}$. Khi đó $a+b$ bằng:

A. 12 **B.** $\frac{13}{12}$ **C.** 13 **D.** $\frac{4}{5}$

Câu 21: Tìm d để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\frac{2}{x}, Ox, x=1, x=d$ $(d>1)$ bằng 2:

A. e^2 **B.** e **C.** $2e$ **D.** $e+1$



Câu 22: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $\frac{37}{12}$ **B.** $\frac{9}{4}$ **C.** $\frac{81}{12}$ **D.** 13.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ xác định và đồng biến trên $[0;1]$ và có $f\left(\frac{1}{2}\right)=1$, công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các hàm số $y_1=f(x)$, $y_2=[f(x)]^2$, $x_1=0$, $x_2=1$ là:

A. $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)(1-f(x))dx+\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)(f(x)-1)dx$

B. $\int_0^1 \left\{f(x)-[f(x)]^2\right\}dx$

C. $\int_0^1 \left\{[f(x)]^2-f(x)\right\}dx$

D. $\int_0^{\frac{1}{2}} |f(x)|(1-f(x))dx+\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)(f(x)-1)dx$

Câu 24: Gọi S là diện tích giới hạn bởi các đường $\begin{cases}y=3x^2\\y=mx\end{cases}$. Tìm m để diện tích $S=4$?

A. $m=6$ **B.** $m=-6$ **C.** $m=\pm 6$ **D.** Không tồn tại m

Câu 25: Tính diên tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\cos x$ và $y=\sin x; x=0; x=\pi$.

A. $2\sqrt{2}$ **B.** 2 **C.** $2+\sqrt{2}$ **D.** $\sqrt{2}$

Câu 26: Tính diện tích của miền phẳng bị giới hạn bởi các đường $\begin{cases}y=|x^2-4x|\\y=2x\end{cases}$

A. $S=\frac{50}{3}$ **B.** $S=\frac{51}{3}$ **C.** $S=\frac{52}{3}$ **D.** $S=\frac{53}{3}$

Câu 27: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}$ và đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{4\sqrt{2}}$?

A. $2\pi+4$ **B.** $2\pi+\frac{4}{3}$ **C.** $2\pi-\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{8}{3}$

Câu 28: Diện tích của hình (H) giới hạn bởi các đường $y=x+\sin^2 x, y=x, x=0, x=\frac{\pi}{2}$ là:

A. $\frac{\pi}{4}$ **B.** $\frac{3\pi}{2}$ **C.** π **D.** $\frac{\pi}{2}$

Câu 29: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ Ox, Oy ta được $S=a\ln\frac{b}{c}-1$. Chọn đáp án đúng:

A. $a+b+c=8$ **B.** $a>b$ **C.** $a-b+c=1$ **D.** $a+2b-9=c$

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\left|x^2-1\right|$ và $y=|x|+5$ là:

A. $\frac{73}{6}$ **B.** $\frac{73}{3}$ **C.** 12 **D.** 14

Câu 31: Thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=-2$ và $x=1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\ (-2\le x\le 1)$ là một hình vuông có cạnh là $\frac{1}{2}x+1$, bằng:

A. $\int_{-2}^{1}\left|\frac{1}{2}x+1\right|dx=0$ **B.** $\int_{-2}^{1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2 dx=\frac{9}{4}$

C. $\int_{-2}^{1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)dx=3$ **D.** $\int_{-2}^{1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2 dx=5$

Câu 32: Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\ (0\le x\le 3)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9-x^2}$, bằng:

A. 3 **B.** 18 **C.** 20 **D.** 22

Câu 33: Tính thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\in[0;2]$ là một phần tư đường tròn bán kính $\sqrt{2}x^2$, ta được kết quả nào sau đây?

A. 32π (đvtt) **B.** 64π (đvtt) **C.** $\frac{16}{5}\pi$ (đvtt) **D.** 8π (đvtt)

Câu 34: Tính thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0, x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le\pi)$ là một tam giác đều có cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $\sqrt{3}$ **B.** $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 2π

Câu 35: Tính thể tích vật thể tạo được khi lấy giao vuông góc hai ống nước hình trụ có cùng bán kính đáy bằng a.

A. $V=\frac{16a^3}{3}$ **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$ **C.** $V=\frac{4a^3}{3}$ **D.** $V=a^3$

Câu 36: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x\ln x, y=0$ và $x=e$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

A. $V=\frac{5e^3+2}{27}\pi$ **B.** $V=\frac{5e^3-2}{27}\pi$ **C.** $V=\frac{5e^3-2}{27}$ **D.** $V=\frac{5e^3+2}{27}$

Câu 37: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2\sqrt{\ln x}$, trục hoành và $x=e$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

A. $V=\pi\left(\frac{4e^5}{25}-\frac{1}{25}\right)$ **B.** $V=\pi\left(\frac{4e^5}{5}+\frac{1}{25}\right)$

C. $V=\pi\left(\frac{4e^5}{25}+\frac{1}{25}\right)$ **D.** $V=\pi\frac{4e^5}{25}$

Câu 38: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=-x^2+2x$ và $y=0$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Oy.

A. $V=\frac{8\pi}{3}$ **B.** $V=\frac{7\pi}{3}$ **C.** $V=\frac{5\pi}{3}$ **D.** $V=2\pi$

Câu 39: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{1}{1+\sqrt{4-3x}}, y=0, x=0, x=1$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\dfrac{\pi}{6}\left(4\ln\dfrac{3}{2}-1\right)$ **B.** $\dfrac{\pi}{4}\left(6\ln\dfrac{3}{2}-1\right)$ **C.** $\dfrac{\pi}{6}\left(9\ln\dfrac{3}{2}-1\right)$ **D.** $\dfrac{\pi}{9}\left(6\ln\dfrac{3}{2}-1\right)$

Câu 40: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x+\cos x$, trục tung và đường thẳng $x=\dfrac{\pi}{2}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V=\dfrac{\pi(\pi+2)}{2}$ **B.** $V=\dfrac{\pi+2}{2}$ **C.** $V=\dfrac{\pi^2+2}{2}$ **D.** $V=\pi^2+2$

Câu 41: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-2)e^{2x}$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{\pi}{32}(e^8-41)$ **B.** $V=\dfrac{1}{32}(e^8-41)$ **C.** $V=\dfrac{\pi}{4}(e^4-5)$ **D.** $V=\dfrac{1}{4}(e^4-5)$

Câu 42: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{-e^x+4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1; x=2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V=6-e^2+e$ **B.** $V=6-e^2-e$ **C.** $V=\pi(6-e^2-e)$ **D.** $V=\pi(6-e^2+e)$

Câu 43: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3\sqrt{x}-x$ và đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $\dfrac{57}{5}\pi$ **B.** $\dfrac{13}{2}\pi$ **C.** $\dfrac{25}{4}\pi$ **D.** $\dfrac{56}{5}\pi$

Câu 44: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và Ox. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V=\dfrac{16\pi}{15}$ **B.** $V=\dfrac{136\pi}{15}$ **C.** $V=\dfrac{16}{15}$ **D.** $V=\dfrac{136}{15}$

Câu 45: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\tan x, y=0, x=0, x=\frac{\pi}{3}$ quay quanh trục Ox tạo thành là:

A. $\pi\sqrt{3}$ **B.** $\frac{\pi}{3}\left(3\sqrt{3}-\pi\right)$ **C.** $\frac{\pi}{3}\left(3\sqrt{3}-1\right)$ **D.** $\frac{\pi\left(\sqrt{3}-1\right)}{3}$

Câu 46: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=-x$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành nhận giá trị nào sau đây:

A. $V=\frac{41\pi}{3}$ **B.** $V=\frac{40\pi}{3}$ **C.** $V=\frac{38\pi}{3}$ **D.** $V=\frac{41\pi}{2}$

Câu 47: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$ và $y=4x-2$. Khi đó thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox là:

A. $\frac{4\pi}{3}$ **B.** $\frac{248\pi}{3}$ **C.** $\frac{224}{15}\pi$ **D.** $\frac{1016\pi}{15}$

Câu 48: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-1$, trục hoành và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox là:

A. $\frac{7\pi}{6}$ B. $\frac{7\pi^2}{6}$ C. $\frac{7}{6}$ D. $\frac{5\pi}{3}$

Câu 49: Tính thể tích hình khối do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=xe^x$, trục tung, trục hoành, đường thẳng $x=2$ khi quay quanh trục Ox.

A. $\frac{1}{4}\left(5e^4-1\right)$ **B.** $\pi\left(5e^4-1\right)$ **C.** $\frac{\pi}{4}\left(5e^4-1\right)$ **D.** $5e^4-1$

Câu 50: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong có phương trình $y=x^{\frac{1}{2}}.e^x$ và các đường thẳng $x=1, x=2$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng:

A. $\frac{3}{4}e^4-\frac{1}{2}e^2$ **B.** $\pi\left(\frac{3}{4}e^4-\frac{1}{2}e^2\right)$ **C.** $-\frac{3}{4}e^4+\frac{1}{2}e^2$ **D.** $\pi\left(-\frac{3}{4}e^4+\frac{1}{2}e^2\right)$

Câu 51: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y=xe^{\frac{x}{2}}, x=0$ và $x=1$.Tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. $\pi(e+2)$ **B.** $\pi(e-1)$ **C.** $\pi(e-2)$ **D.** $\pi(e+1)$

Câu 52: Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\sqrt{\ln(1+x^2)}$, trục Ox và đường thẳng $x=1$.

A. $V=\pi\left(\frac{1}{3}ln2+\frac{4}{9}-\frac{\pi}{6}\right)$ **B.** $V=\pi\left(\frac{1}{3}ln2+\frac{4}{9}+\frac{\pi}{6}\right)$

C. $V=\pi\left(-\frac{1}{3}ln2+\frac{4}{9}-\frac{\pi}{6}\right)$ **D.** $V=\pi\left(\frac{1}{3}ln2-\frac{4}{9}+\frac{\pi}{6}\right)$

Câu 53: Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x\sqrt{x}$, trục Ox và đường thẳng $x=1$ là:

A. $4\pi e^2$ **B.** $\frac{\pi(e^2-1)}{4}$ **C.** $\frac{\pi(e^2+1)}{4}$ **D.** $4\pi(e^2+1)$

Câu 54: Tính thể tích các khối tròn xoay khi quay hình phẳng xác định bởi $y=x^2+1,\ x=0$ và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2+1$ tại điểm $A(1;2)$ quanh trục Ox.

A. $\frac{16}{15}$ **B.** $\frac{16}{15}\pi$ **C.** $\frac{16}{5}$ **D.** $\frac{16}{5}\pi$

Câu 55: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=\frac{1}{3}x^3-x^2$ và Ox. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox bằng:

A. $\frac{81\pi}{35}$ **B.** $\frac{53\pi}{6}$ **C.** $\frac{81}{35}$ **D.** $\frac{21\pi}{5}$

Câu 56: Cho hình phẳng (S) được giới hạn bởi đường $x=\frac{1}{y}, y=1, y=4$ và trục Oy. Để xác định thể tích vật tròn xoay khi cho (S) quay quanh trục Oy, một học sinh đã làm như sau:

I. $V=\pi\left(\int_1^4 \frac{1}{y}dy\right)^2$ **II.** $V=-\left(\frac{\pi}{y}\right)\Big|_1^4$ **III.** $V=\frac{3\pi}{4}$

Hỏi học sinh đã làm sai từ bước nào

A. Không có **B.** I **C.** II **D.** III

Câu 57: Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x, y=0, x=e$ có giá trị bằng $\frac{\pi}{a}\left(be^3-2\right)$. Trong đó a, b là hai số thực nào dưới đây?

A. $a=27,b=5$ **B.** $a=24,b=6$ **C.** $a=27,b=6$ **D.** $a=24,b=5$

Câu 58: Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=1-x^2, y=0$ quanh trục Ox có kết quả dạng $\frac{a\pi}{b}$. Khi đó $a+b$ có kết quả là:

A. 11 **B.** 17 **C.** 31 **D.** 25

Câu 59: Cho D là miền phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)=\frac{1}{1+x^2}; y=g(x)=\frac{x^2}{2}$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được tạo thành khi quay D quanh trục Ox? Thể tích được viết dưới dạng $T=m\pi^2+n\pi, (m,n\in\mathbb{R})$ thì tổng giá trị $m+n$ là?

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{13}{20}$ **C.** $\frac{2}{5}$ **D.** $\frac{3}{5}$

Câu 60: Thể tích khối tròn xoay khi cho Elip $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{b^2}=1$ quay quanh trục Ox, có kết quả bằng:

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi b^2$ **B.** $2\pi b$ **C.** $4\pi b$ **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi b^2$

ỨNG DỤNG 2: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN – BÀI TOÁN THỰC TẾ

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

– Ý nghĩa vật lý của tích phân:

- ✓ Vận tốc – quãng đường: $v(t)=s'(t)\Rightarrow \boxed{s(t)=\int v(t)dt}$.
- ✓ Vận tốc – gia tốc: $a(t)=v'(t)\Rightarrow \boxed{v(t)=\int a(t)dt}$.
- ✓ Cường độ dòng điện – điện tích: $I(t)=Q'(t)\Rightarrow \boxed{Q(t)=\int I(t)dt}$.

– Ngoài ra, để giải được bài toán này ta cần nhớ một số kiến thức liên quan đến: tính nguyên hàm – tích phân, tính diện tích hình phẳng hay thể tích khối tròn xoay,...

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Câu 1: Khi một chiếc lò xo bị kéo căng thêm $x(m)$ so với độ dài tự nhiên là $0,15m$ của lò xo thì chiếc lò xo trì lại (chống lại) với một lực $f(x)=800x$. Hãy tìm công W sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài từ $0,15m$ đến $0,18m$.

A. $W=36.10^{-2}(J)$ **B.** $W=72.10^{-2}(J)$ **C.** $W=36(J)$ **D.** $W=72(J)$

Câu 2: Một lực 40N cần thiết để kéo căn một chiếc lò xo có độ dài tự nhiên $10cm$ đến $15cm$. Hỏi công sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài $15cm$ đến $18cm$ bằng bao nhiêu?

A. 1,56J **B.** 1,57J **C.** 1,58J **D.** 1,59J

Câu 3: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)=1,2+\dfrac{t^2+4}{t+3}(m/s)$. Tính quãng đường S vật đó đi được trong 20 giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. $190m$ **B.** $191m$ **C.** $190,5m$ **D.** $190,4m$

Câu 4: Một vật chuyển động với phương trình vận tốc là $v(t)=\dfrac{1}{2\pi}+\dfrac{\sin(\pi t)}{\pi}(m/s)$. Tính quãng đường vật đó di chuyển được trong khoảng thời gian 5 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

A. $S\approx 0,9(m)$ **B.** $S\approx 0,998(m)$ **C.** $S\approx 0,99(m)$ **D.** $S\approx 1(m)$

Câu 5: Một vật chuyển động với vận tốc là $v(t)=\frac{1}{2\pi}+\frac{\sin(\pi t)}{\pi}(m/s)$. Gọi S_1 là quãng đường vật đó đi trong 2 giây đầu và S_2 là quãng đường đi từ giây thứ 3 đến giây thứ 5. Kết luận nào sau đây là đúng ?

A. $S_1<S_2$ **B.** $S_1>S_2$ **C.** $S_1=S_2$ **D.** $S_2=2S_1$

Câu 6: Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t)=160-10t(m/s)$. Tính quãng đường mà vật di chuyển từ thời điểm $t=0(s)$ đến thời điểm vật dừng lại.

A. $1280m$ **B.** $128m$ **C.** $12,8m$ **D.** $1,28m$

Câu 7: Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t)=160-10t(m/s)$. Hỏi rằng trong $3s$ trước khi dừng hẳn vật di chuyển được bao nhiêu mét?

A. $16m$ **B.** $130m$ **C.** $170m$ **D.** $45m$

Câu 8: Một ô tô chạy với vận tốc $20m/s$ thì người lái xe đạp phanh còn được gọi là "thắng". Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=20-40t(m/s)$. Trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là bao nhiêu?

A. $2m$ **B.** $3m$ **C.** $4m$ **D.** $5m$

Câu 9: Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+10\,(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

A. $0,2m$ **B.** $2m$ **C.** $10m$ **D.** $20m$

Câu 10: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)=1-2\sin 2t\,(m/s)$. Tính quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=0(s)$ đến thời điểm $t=\frac{3\pi}{4}(s)$.

A. $\frac{3\pi}{4}(m)$ **B.** $\frac{3\pi}{4}-1(m)$ **C.** $\frac{\pi}{4}-2(m)$ **D.** $\frac{3\pi}{4}+1(m)$

Câu 11: Giả sử một vật ở trạng thái nghỉ khi $t=0(s)$ chuyển động thẳng với vận tốc $v(t)=t(5-t)(m/s)$. Quãng đường vật đi được cho tới khi nó dừng lại là:

A. $\frac{125}{3}(m)$ **B.** $\frac{125}{4}(m)$ **C.** $\frac{125}{5}(m)$ **D.** $\frac{125}{6}(m)$

Câu 12: Một xe tải đang chạy với vận tốc $60(km/h)$ thì tài xế đạp thắng (đạp phanh). Sau khi đạp thắng, xe tải chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-27t+24(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp thắng. Hỏi từ lúc đạp thắng đến khi dừng hẳn, xe tải còn di chuyển khoảng bao nhiêu mét?

A. 2 mét **B.** 5 mét **C.** 8 mét **D.** 11 mét

Câu 13: Một tàu lửa đang chạy với vận tốc $200m/s$ thì người lái tàu đạp phanh; từ thời điểm đó, tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=200-20t(m/s)$. Trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, tàu còn di chuyển được quãng đường là:

A. $500m$ **B.** $1000m$ **C.** $1500m$ **D.** $2000m$

Câu 14: Một tàu lửa đang chạy với vận tốc $200m/s$ thì người lái tàu đạp phanh; từ thời điểm đó, tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=200-20t(m/s)$. Trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi thời gian khi tàu đi được quãng đường $750m$ ít hơn bao nhiêu giây so với lúc tàu dừng hẳn?

A. $5s$ **B.** $10s$ **C.** $15s$ **D.** $8s$

Câu 15: Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian được tính bởi công thức $v(t)=3t+2$, thời gian tính theo đơn vị giây, quãng đường vật đi được tính theo đơn vị m. Biết tại thời điểm $t=2(s)$ thì vật đi được quãng đường là $10(m)$. Hỏi tại thời điểm $t=30(s)$ thì vật đi được quãng đường là bao nhiêu?

A. $1410(m)$ **B.** $1140(m)$ **C.** $300(m)$ **D.** $240(m)$

Câu 16: Một vật đang chuyển động với vận tốc $5m/s$ thì tăng tốc với gia tốc bằng $a(t)=t^2+t\left(m/s^2\right)$. Khi đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian $10s$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu mét?

A. $1005m$ **B.** $1050m$ **C.** $1500m$ **D.** $500m$

Câu 17: Một vật đang chuyển động với vận tốc $10m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=3t+t^2\left(m/s^2\right)$. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc tăng tốc là:

A. $\frac{2050}{3}(m)$ **B.** $\frac{4300}{3}(m)$ **C.** $\frac{4205}{3}(m)$ **D.** $\frac{3250}{3}(m)$

Câu 18: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)(m/s)$ có gia tốc $a(t)=3t^2+t\left(m/s^2\right)$. Vận tốc ban đầu của vật là $2(m/s)$. Hỏi vận tốc của vật sau $2s$ là bao nhiêu?

A. $10(m/s)$ **B.** $12(m/s)$ **C.** $16(m/s)$ **D.** $8(m/s)$

Câu 19: Một vật di chuyển với gia tốc $a(t)=-20(1+2t)^{-2}\left(m/s^2\right)$. Khi $t=0$ thì vận tốc của vật là $30(m/s)$. Tính quãng đường mà vật đó di chuyển sau 2 giây (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

A. $S=46(m)$ **B.** $S=47(m)$ **C.** $S=48(m)$ **D.** $S=49(m)$

Câu 20: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)(m/s)$ có gia tốc $v'(t)=\frac{3}{t+1}\left(m/s^2\right)$. Vận tốc ban đầu của vật là $6(m/s)$. Hỏi vận tốc của vật sau 10 giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất) có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $13(m/s)$ **B.** $13,1(m/s)$ **C.** $13,2(m/s)$ **D.** $13,3(m/s)$

Câu 21: Gọi $N(t)(ml/phút)$ là tốc độ rò rỉ dầu từ cái thùng tại thời điểm t. Biết $N'(t)=t(t-1)^2$. Khi đó lượng dầu rò rỉ ra trong một tiếng đầu tiên là:

A. $3097800(ml)$ **B.** $\frac{1}{12}(ml)$ **C.** $30789800(ml)$ **D.** $12(ml)$

Câu 22: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t)=3at^2+bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

A. $8400m^3$ **B.** $2200m^3$ **C.** $600m^3$ **D.** $4200m^3$

Câu 23: Gọi $h(t)(cm)$ là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t)=\frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

A. $2,33cm$ **B.** $5,06cm$ **C.** $2,66cm$ **D.** $3,33cm$

Câu 24: Một đám vi trùng ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t)=\frac{4000}{1+0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250.000 con. Sau 10 ngày số lượng vi trùng là (lấy xấp xỉ hang đơn vị):

A. 264.334 con **B.** 257.167 con **C.** 258.959 con **D.** 253.584 con

Câu 25: Một đám vi khuẩn tại ngày thứ x có số lượng là $N(x)$. Biết rằng $N'(x)=\frac{2000}{1+x}$ và lúc đầu số lượng vi khuẩn là 5000 con. Vậy ngày thứ 12 số lượng vi khuẩn là bao nhiêu?

A. 10130 **B.** 5130 **C.** 5154 **D.** 10129

Câu 26: Một công ty phải gánh chịu nợ với tốc độ $D(t)$đô la mỗi năm, với $D'(t)=90(t+6)\sqrt{t^2+12t}$ trong đó t là số lượng thời gian (tính theo năm) kể từ công ty bắt đầy vay nợ. Đến năm thứ tư công ty đã phải chịu 1.626.000 đô la tiền nợ nần. Tìm hàm số biểu diễn tốc độ nợ nần của công ty này ?

A. $D(t)=30\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3}+C$ **B.** $D(t)=30\sqrt[3]{\left(t^2+12t\right)^2}+1610640$

C. $D(t)=30\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3}+1595280$ **D.** $D(t)=30\sqrt[3]{\left(t^2+12t\right)^2}+1610640$

Câu 27: Tốc độ thay đổi doanh thu (bằng đô la trên một máy tính) cho việc bán x máy tính là $f(x)$, biết $f'(x)=12x^5+3x^2+2x+12$. Tìm tổng doanh thu khi bán được 12 máy tính đầu tiên.

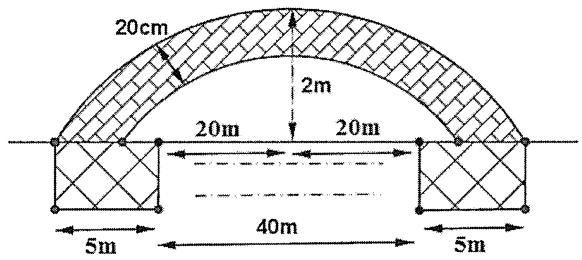
A. 5973984 đô la **B.** 1244234 đô la **C.** 622117 đô la **D.** 2986992 đô la

Câu 28: Giả sử rằng sau t năm dự án đầu tư thứ nhất sẽ phát sinh lợi nhuận với tốc độ $f(t)=50+t^2$ trăm đô la/năm, trong khi đó dự án đầu tư thứ hai sẽ phát sinh lợi nhuận với tốc độ $g(t)=200+5t$ trăm đô la/năm. Tính lợi nhuận vượt thực tế cho khoảng thời gian tốc độ sinh lợi nhuận của dự án đầu tư thứ hai vượt bằng dự án đầu thư nhất.

A. 1688 **B.** 1687 **C.** 1687,5 **D.** 1688.5

Câu 29: Một thành phố định xây cầu bắt ngang con sông dài 500m, biết rằng người ta định xây cầu có 10 nhịp cầu hình dạng Parabol, mỗi nhịp cách nhau 40m, biết hai bên đầu cầu và giữa mỗi nhịp nối người ta xây một chân trụ rộng 5m. Bề dày nhịp cầu không đổi là 20cm. Biết 1 nhịp cầu như hình vẽ. Hỏi lượng bê tông để xây các nhịp cầu là bao nhiêu (bỏ qua diện tích cốt sắt trong mỗi nhịp cầu)?

A. $20(m^3)$ **B.** $50(m^3)$ **C.** $40(m^3)$ **D.** $100(m^3)$



Câu 30: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $w'(t)$ là tốc độ tăng trưởng cân nặng/năm của một đứa trẻ, thì $\int_5^{10} w'(t)dt$ là sự cân nặng của đứa trẻ giữa 5 và 10 tuổi.

B. Nếu dầu rò rỉ từ một cái thùng với tốc độ $r(t)$ tính bằng galông/phút tại thời gian t, thì $\int_0^{120} r(t)dt$ biểu thị lượng galông dầu rò rỉ trong 2 giờ đầu tiên.

C. Nếu $r(t)$ là tốc độ tiêu thụ dầu của thế giới, trong đó t được bằng năm, bắt đầu tại $t=0$ vào ngày 01 tháng 01 năm 2000 và $r(t)$ được tính bằng thùng/năm, $\int_0^{17} r(t)dt$ biểu thị số lượng thùng dầu tiêu thụ từ ngày 01 tháng 01 năm 2000 đến ngày 01 tháng 01 năm 2017.

D. Cả A, B, C đều đúng.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT CÁC CHUYÊN ĐỀ VỀ BÀI TOÁN ỨNG DỤNG THỰC TẾ

CHUYÊN ĐỀ 1: ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM VÀO BÀI TOÁN THỰC TẾ

Nhóm 1: Bài toán kinh tế

Câu 1. Đáp án B

Gọi n là số con cá trên một đơn vị diện tích hồ $(n>0)$. Khi đó:

Cân nặng của một con cá là $P(n)=480-20n$ (gam)

Cân nặng của n con cá là $nP(n)=480n-20n^2$ (gam)

Xét hàm số $f(n)=480n-20n^2, n\in(0;+\infty)$.

Ta có: $f'(n)=480-40n$, cho $f'(n)=0\Leftrightarrow n=12$.

Lập bảng biến thiên ta thấy số cá phải thả trên một đơn vị diện tích hồ để có thu hoạch nhiều nhất là 12 con.

Câu 2. Đáp án A

Gọi $x\ (x\in[1;2500])$ là số ti vi mà cửa hàng đặt mỗi lần, đơn vị: cái

Số lượng ti vi trung bình gửi trong kho là $\frac{x}{2}$ nên chi phí lưu kho tương ứng là $10.\frac{x}{2}=5x$

Số lần đặt hàng mỗi năm là $\frac{2500}{x}$ và chi phí đặt hàng là $\frac{2500}{x}(20+9x)$

Khi đó chi phí mà cửa hàng phải trả là $C(x)=\frac{2500}{x}(20+9x)+5x=5x+\frac{50000}{x}+22500$

Lập bảng biến thiên ta được $\min\limits_{[1;2500]}C=C(100)=23500$.

Kết luận: đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 cái tivi.

Câu 3. Đáp án A

Chi phí bán ra cho x sản phẩm là $x.p = x(1000 - x)$.

Lợi nhuận thu được của x sản phẩm đó là $f(x) = x.p - C(x) = -x^2 + 980x - 3000$.

Ta có $f'(x) = -2x + 980;\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 490$.

Lập bảng biến thiên với $x > 0$, ta thấy $\max f(x) = 237100 \Leftrightarrow x = 490$.

Câu 4. Đáp án A

Ta có $N'(x) = -2x + 30; N'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 15 \in [0;30]$

Lại có $N(0) = N(30) = 6; N(15) = 231$. Suy ra $\max\limits_{[0;30]} N(x) = 231 \Leftrightarrow x = 15$.

Câu 5. Đáp án B

Thể tích mỗi thỏi son $V = \pi r^2 h = 20,25\pi \Rightarrow h = \dfrac{20,25}{r^2}$

Chi phí $T = 60000r^2 + 20000rh = 60000r^2 + \dfrac{405000}{r}$

Xét hàm

$$T(r) = 60000r^2 + \frac{405000}{r} = 60000r^2 + \frac{202500}{r} + \frac{202500}{r} \geq 3\sqrt[3]{60000r^2 . \frac{202500}{r} . \frac{202500}{r}} = 405000$$

Dấu "=" xảy ra khi $r = 1,5 \Rightarrow h = 9$. Vậy chi phí thấp nhất là 405000 đồng thì $r + h = 10,5$.

Câu 6. Đáp án A

Gọi x là giá bán mới ($x > 0$, đơn vị: triệu đồng).

Khi đó số tiền đã giảm là $31 - x$ (triệu đồng). Số lượng xe tăng lên là $200(31 - x)$ (xe).

Vậy tổng số sản phẩm bán được là $600 + 200(31 - x) = 6800 - 200x$.

Doanh thu mà doanh nghiệp sẽ đạt được là $x(6800 - 200x)$.

Tiền vốn mà doanh nghiệp phải bỏ ra là $27(6800 - 200x)$.

Lợi nhuận mà công ty đạt được là

$L(x) = x(6800 - 200x) - 27(6800 - 200x) = -200x^2 + 12200x - 183600$.

Để lợi nhuận thu được là cao nhất, tức là hàm số $L(x)=-200x^2+12200x-183600$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $L'(x)=-400x+12200;\ L'(x)=0\Leftrightarrow x=30,5$.

Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=30,5$. Vậy giá bán mới là 30,5 triệu đồng.

Câu 7. Đáp án A

Vận tốc ngược dòng của cá là $v-6$ (km/h). Thời gian cá bơi: $t=\dfrac{300}{v-6}\Rightarrow E=cv^3t=cv^3.\dfrac{300}{v-6}$

Xét hàm số $E(v)=cv^3.\dfrac{300}{v-6}, v\in(6;+\infty)$.

$E'(v)=\dfrac{-300.c.v^3}{(v-6)^2}+\dfrac{900cv^2}{v-6}, E'(v)=0\Leftrightarrow v=9$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $\min E(v)=E(9)$, hay $E(v)$ đạt nhỏ nhất khi $v=9$ km/h.

Câu 8. Đáp án A

Ta có $F'(x)=\dfrac{3}{2}x-\dfrac{3}{40}x^2,(x>0);\ F'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=20\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên của hàm số $F(x)$, ta thấy $\min F(x)=100\Leftrightarrow x=20$.

Câu 9. Đáp án A

Ta có: $v(t)=S'(t)=t^3-3t+2;v(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(tm)\\t=-2(L)\end{array}\right.$

Câu 10. Đáp án C

Xét hàm số $y=-3x^4+2\sqrt{5}x^3-6x^2+6\sqrt{5}x+7$.

Ta có $y'=-12x^3+6\sqrt{5}x^2-12x+6\sqrt{5};\ y'=0\Leftrightarrow-6\left(2x-\sqrt{5}\right)\left(x^2+1\right)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Vận dụng bảng biến thiên ta suy ra hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Do đó khoảng cách từ cổng trường Đại học Y Dược TP. Hồ Chí Minh đến nhà bạn Trân là $\frac{\sqrt{5}}{2}(km)$.

Suy ra thời gian Trân đi từ nhà đến trường là $t=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot 1000}{60}\approx 18,63\ (phút)$

Câu 11. Đáp án A

$$C(s)=\frac{e^{s-s^2}}{\sqrt{s+1}}+0,1\Rightarrow C'(s)=-\frac{e^{s-s^2}\left(4s^2+2s-1\right)}{2(s+1)\sqrt{s+1}};\ C'(s)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}s=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}(L)\\ s=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}(tm)\end{array}\right.$$

Vì s là độ sâu nên $s\geq 0$. Do đó, dễ dàng nhận thấy hàm số $C(s)$ đạt giá trị lớn nhất khi $s=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}(km)$.

Câu 12. Đáp án D

Ta có công thức vận tốc $v(t)=s'(t)=2t.e^{t^2+3}+2e^{3t+1}+2t.3e^{3t+1}=2t.e^{t^2+3}+(6t+2)e^{3t+1}$

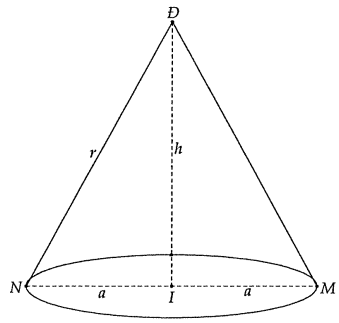
Vậy vận tốc của tên lửa sau $t=1(s)$ là $v(1)=2e^4+8e^4=10e^4(km/s)$

Câu 13. Đáp án A.

Vận tốc của vật lúc t là: $v(t)=S'=gt$. Do đó $v(5)=9,8.5=49(m/s)$.

Nhóm 2: Nhóm bài toán về khoảng cách – quãng đường

Câu 14. Đáp án B



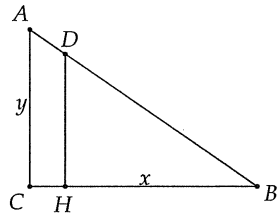
Ta có $r=\sqrt{a^2+h^2}$ (Định lý Pytago); $\sin\alpha=\frac{h}{r}=\frac{h}{\sqrt{a^2+h^2}}\Rightarrow C=k\frac{\sin\alpha}{r^2}=k\frac{h}{\left(a^2+h^2\right)\sqrt{a^2+h^2}}$

Xét hàm $f(h)=\frac{h}{\left(\sqrt{a^2+h^2}\right)^3},(h>0)$, ta có: $f'(h)=\frac{\sqrt{\left(a^2+h^2\right)^3}-2h^2.\frac{3}{2}\sqrt{a^2+h^2}}{\left(a^2+h^2\right)^3}$

$f'(h)=0\Leftrightarrow\sqrt{\left(h^2+a^2\right)^3}=3.h^2.\sqrt{a^2+h^2}\Leftrightarrow h^2+a^2=3h^2\Leftrightarrow h=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Từ bảng biến thiên suy ra $\max f(h)=f\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$, hay C đạt lớn nhất khi và chỉ khi $h=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 15. Đáp án C



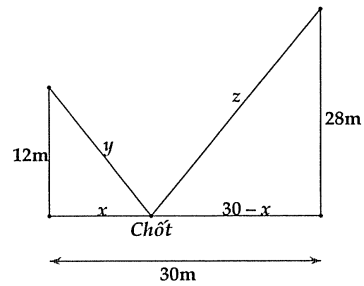
Đặt $CB=x,CA=y$ khi đó ta có hệ thức: $\frac{BH}{BC}=\frac{DH}{AC}\Leftrightarrow\frac{x-0,5}{x}=\frac{4}{y}\Leftrightarrow y=\frac{8x}{2x-1}$.

Ta có $AB=x^2+y^2$. Bài toán quy về tìm min của $M=x^2+y^2=x^2+\left(\frac{8x}{2x-1}\right)^2$.

Khảo sát hàm số và lập bảng biến thiên ta thấy M đạt GTNN tại $x=\frac{5}{2}\Rightarrow y=5$.

Vậy $\min AB=\frac{5\sqrt{5}}{2}(m)\approx 5,5902(m)$.

Câu 16. Đáp án A



Kí hiệu x là khoảng cách từ chân cọc ngắn tới chốt; y,z là độ dài hai sợi dây như hình vẽ. Khi đó khoảng cách từ chốt tới chân cọc dài hơn là $30-x$.

Điều kiện: $0<x<30; y,z>0$. Gọi d là tổng độ dài hai sợi dây, khi đó $d=y+z$.

Áp dụng định lý Py–ta–go, ta có: $y=\sqrt{x^2+144}$ và $z=\sqrt{(30-x)^2+28^2}=\sqrt{x^2-60x+1684}$

$\Rightarrow d=y+z=\sqrt{x^2+144}+\sqrt{x^2-60x+1684}=f(x),(0<x<30)$.

Ta có $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+144}}+\frac{x-30}{\sqrt{x^2-60x+1684}}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x\sqrt{x^2-60x+1684}=(30-x)\sqrt{x^2+144}\Leftrightarrow x^2(x^2-60x+1684)=(30-x)^2(x^2+144)$

$\Leftrightarrow 640x^2-8640x-129600=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-22,5\notin(0;30)\end{array}\right.$

Lập BBT ta có $\min\limits_{(0;30)} f(x)=f(9)=50$, hay $x=9$ thì tổng độ dài hai dây ngắn nhất.

Câu 17. Đáp án C

Đặt $HE=x$ và $KF=y$, theo giả thiết ta có $HE+KF=x+y=24$.

Xét các tam giác vuông AHE và BKF, ta được $\begin{cases} AE=\sqrt{AH^2+HE^2}=\sqrt{x^2+25} \\ BF=\sqrt{BK^2+KF^2}=\sqrt{y^2+49} \end{cases}$

Vì độ dài cầu $EF=5km$ là không đổi nên để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất theo con đường $AEFB$ thì $AE+EF+FB$ ngắn nhất. Hay $AE+BF$ ngắn nhất.

Ta có $P=AE+BF=\sqrt{x^2+25}+\sqrt{y^2+49}=P(x)$ với $x+y=24, x>0, y>0$.

Cách 1. Sử dụng bất đẳng thức $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\geq\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$ với mọi $a,b,c,d\in\mathbb{R}$

Vì $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\geq\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}\Leftrightarrow(ad-bc)^2\geq 0, \forall a,b,c,d\in\mathbb{R}$

Sử dụng bất đẳng thức trên, ta được $P=\sqrt{x^2+5^2}+\sqrt{y^2+7^2}\geq\sqrt{(x+y)^2+(5+7)^2}=12\sqrt{5}$

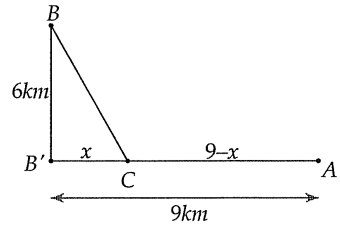
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x}{5}=\frac{y}{7}$, suy ra $x=10, y=14$ nên $AE=5\sqrt{5}\ km$

Cách 2: Với $x+y=24\Leftrightarrow y=24-x\Rightarrow P=f(x)=\sqrt{x^2+25}+\sqrt{x^2-48x+625}$, với $0<x<24$

Có $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+25}}+\frac{x-24}{\sqrt{x^2-48x+625}}, \forall x\in(0;24); f'(x)=0\Leftrightarrow x=10$.

Do đó $\min f(x)=12\sqrt{5}\Leftrightarrow x=10\Rightarrow AE=5\sqrt{5}\ km$.

Câu 18. Đáp án A



Đặt $B'C=x(km), x\in[0;9]$. Khi đó ta có $AC=9-x; BC=\sqrt{x^2+36}$.

Chi phí xây dựng đường ống là $C(x)=130000\sqrt{x^2+36}+50000(9-x)$ (USD)

Để chi phí là ít nhất, tức là hàm số $C(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Hàm $C(x)$ xác định và liên tục trên $[0;9]$. Lại có $C'(x)=\frac{130000x}{\sqrt{x^2+36}}-50000=10000\left(\frac{13x}{\sqrt{x^2+36}}-5\right)$

$C'(x)=0\Leftrightarrow 5\sqrt{x^2+36}=13x\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$.

Có $C(0)=1.230.000; C\left(\frac{5}{2}\right)=1.170.000; C(9)\approx 1.406.164,997$. Suy ra hàm số $C(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\frac{5}{2}$.

Vậy $B'C=2,5(km)\Rightarrow AC=9-2,5=6,5(km)$.

Câu 19. Đáp án A

Giả sử $AS=x(0<x<4)\Rightarrow BS=4-x$.

Khi đó tổng chi phí mắc đường dây điện là $T(x)=300x+500\sqrt{1+(4-x)^2}$.

Ta có:

$$T'(x)=300+500.\frac{x-4}{\sqrt{1+(4-x)^2}};T'(x)=0\Leftrightarrow 3\sqrt{1+(4-x)^2}=5(4-x)\Leftrightarrow (x-4)^2=\frac{9}{16}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{13}{4}(tm)\\x=\frac{19}{4}(L)\end{array}\right.$$

Từ bảng biến thiên, ta thấy $T(x)$ đạt GTNN khi $x=\frac{13}{4}(km)=SA$.

Câu 20. Đáp án A

Gọi $BD=x(km)$; $DC=y(km)$. Khi đó $BC=BD+DC=x+y=5$

Xét tam giác ABD vuông tại B có $AD=\sqrt{AB^2+BD^2}=\sqrt{x^2+9}$

Thời gian bạn Hoa đi từ A đến D là $t_{AD}=\frac{\sqrt{x^2+9}}{4}(h)$.

Thời gian bạn Hoa đi từ D đến C là $t_{DC}=\frac{y}{5}(h)$.

Khi đó tổng thời gian bạn Hoa đi từ nhà đến trường là

$T=\frac{\sqrt{x^2+9}}{4}+\frac{y}{5}=\frac{\sqrt{x^2+9}}{4}+\frac{5-x}{5}=f(x).$

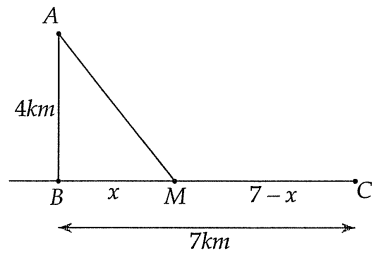
Xét hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+9}}{4}+\frac{5-x}{5},(0<x<5).$

Có $f'(x)=\frac{x}{4\sqrt{x^2+9}}-\frac{1}{5}; f'(x)=0\Leftrightarrow 5x=4\sqrt{x^2+9}\Leftrightarrow x=4$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta được $\min f(x)=f(4)=\frac{29}{20}=87$ phút.

Do đó bạn Hoa phải xuất phát muộn nhất từ nhà lúc 6 giờ 03 phút để có mặt ở trường vào lúc 7 giờ 30 phút.

Câu 21. Đáp án A



Đặt $BM=x\Rightarrow CM=7-x(0\le x\le 7); AM=\sqrt{x^2+16}$

Thời gian để người đó đi từ A đến C là $t=\frac{\sqrt{x^2+16}}{3}+\frac{7-x}{5}=f(x).$

Xét hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+16}}{3}+\frac{7-x}{5}$ trên $[0;7].$

Ta có $f'(x)=\frac{x}{3\sqrt{x^2+16}}-\frac{1}{5}; f'(x)=0\Leftrightarrow 5x=3\sqrt{x^2+16}\Leftrightarrow x=3.$

Từ bảng biến thiên, ta thấy $\min_{[0;7]} f(x)=\frac{37}{15}\Leftrightarrow x=3$ hay $BM=3km.$

Câu 22. Đáp án A

Ta cần xác định OA sao cho góc $\widehat{BOC}$ lớn nhất, hay là $\tan\widehat{BOC}$ lớn nhất.

Đặt $OA=x(m),(x>0)$. Khi đó $\tan\widehat{BOC}=\tan\left(\widehat{AOC}-\widehat{AOB}\right)=\dfrac{\tan\widehat{AOC}-\tan\widehat{AOB}}{1+\tan\widehat{AOC}.\tan\widehat{AOB}}$

Suy ra $\tan\widehat{BOC}=\dfrac{\dfrac{AC}{OA}-\dfrac{AB}{OA}}{1+\dfrac{AC}{OA}.\dfrac{AB}{OA}}=\dfrac{\dfrac{1,4}{x}}{1+\dfrac{3,2.1,8}{x^2}}=\dfrac{1,4x}{x^2+5,76}.$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{1,4x}{x^2+5,76},(x>0)$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{-1,4x^2+8,064}{\left(x^2+5,76\right)^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2,4(L)\\x=2,4(tm)\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x=2,4$.

Vậy vị trí đứng để góc nhìn lớn nhất là cách màn ảnh một đoạn $AO=2,4m$.

Nhóm 3: Bài toán về diện tích hình phẳng

Câu 23. Đáp án C

Giả sử mảnh vườn có kích thước là x và $50-x(0<x<50)$.

Diện tích mảnh vườn $S(x)=x(50-x)=-x^2+50x$

Lập BBT trên khoảng $(0;50)$, ta xác định được $\max S(x)=625\Leftrightarrow x=25$.

Câu 24. Đáp án A

Gọi chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là $x(cm)$ và $y(cm)$ $(x,y>0)$.

Theo đề bài ta có $xy=100\Leftrightarrow y=\dfrac{100}{x}$

Chu vi hình chữ nhật là $P=2x+2y=2x+\dfrac{200}{x}=P(x),(x>0)$.

Đạo hàm $P'(x)=2-\frac{200}{x^2}; P'(x)=0 \Leftrightarrow x=10$.

Lập bảng biến thiên, ta được $\min P(x)=40 \Leftrightarrow x=10 \Rightarrow y=10$.

Câu 25. Đáp án D

Khuôn tranh hình chữ nhật có độ dài một cạnh bằng x, gọi độ dài cạnh còn lại là y

Chu vi hình chữ nhật chính bằng chiều dài thanh nhôm, hay

$2(x+y)=240 \Leftrightarrow x+y=120 \Leftrightarrow y=120-x$.

Diện tích khuôn tranh là $S=x(120-x) \le \left(\frac{x+120-x}{2}\right)^2=3600$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=120-x \Leftrightarrow x=60(cm)$.

Câu 26. Đáp án D

Gọi x là độ dài một trong hai cạnh của tam giác.

Suy ra độ dài cạnh còn lại là $16-6-x=10-x$

Theo công thức Hêrông, diện tích tam giác sẽ là:

$S(x)=\sqrt{8(8-6)(8-x)(8-10+x)}=4\sqrt{-x^2+10x-16}, 0<x<8$

Ta có $S'(x)=\frac{4(5-x)}{\sqrt{-x^2+10x-16}}; S'(x)=0 \Leftrightarrow x=5$

Lập bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(0;8)$, $S(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=5$.

Vậy diện tích tam giác lớn nhất khi mỗi cạnh còn lại dài $5cm$.

Câu 27. Đáp án A

Gọi x là chiều dài của đoạn dây cuộn thành hình tròn $(0<x<1)$, suy ra chiều dài đoạn dây cuộn thành hình vuông là $1-x$.

Chu vi hình tròn với R là bán kính $2\pi R=x \Leftrightarrow R=\frac{x}{2\pi}$.

Diện tích hình tròn $S_{tr}=\pi R^2=\frac{x^2}{4\pi}$.

Diện tích hình vuông $S_{hv}=\left(\frac{1-x}{4}\right)^2$.

Tổng diện tích 2 hình $S=\frac{x^2}{4\pi}+\left(\frac{1-x}{4}\right)^2\geq\frac{\left(x+1-x\right)^2}{4\pi+16}=\frac{1}{4\pi+16}$.

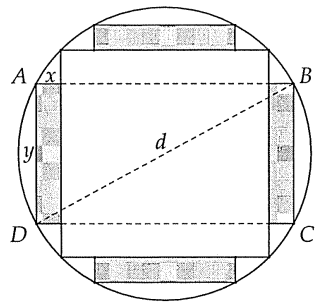
Dấu bằng có khi và chỉ khi $\frac{x}{4\pi}=\frac{1-x}{16}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{4\pi}=\frac{1-x}{16}=\frac{x+1-x}{4\pi+16}=\frac{1}{4\pi+16}\Rightarrow x=\frac{4\pi}{4\pi+16}=\frac{\pi}{\pi+4}$$

Vậy độ dài 2 đoạn dây cuộn thành hình tròn và hình vuông lần lượt là $\frac{\pi}{\pi+4}$ và $\frac{4}{\pi+4}$.

Câu 28. Đáp án C



Gọi chiều rộng và chiều dài của miếng phụ lần lượt là $x,y\left(x,y>0\right)$.

Đường kính của khúc gỗ là d, khi đó tiết diện ngang của thanh xà có độ dài cạnh là $\frac{d}{\sqrt{2}}$ và

$0<x<\frac{d\left(2-\sqrt{2}\right)}{4},0<y<\frac{d}{\sqrt{2}}$.

Theo đề bài ta được hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ theo định lý Pytago ta có:

$$\left(2x+\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2+y^2=d^2\Leftrightarrow y=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}x}.$$

Do đó, miếng phụ có diện tích là $S(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}x\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}dx}$ với $0<x<\frac{d\left(2-\sqrt{2}\right)}{4}$.

Bài toán trở thành tìm x để $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$S'(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}dx}+\frac{x\left(-8x-2\sqrt{2}d\right)}{\sqrt{2}\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}dx}}=\frac{-16x^2-6\sqrt{2}dx+d^2}{\sqrt{2}\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}dx}}$$

$$S'(x)=0\Leftrightarrow -16x^2-6\sqrt{2}dx+d^2=0\Leftrightarrow -16\left(\frac{x}{d}\right)^2-6\sqrt{2}\left(\frac{x}{d}\right)+1=0\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{16}d$$

Sử dụng bảng biến thiên trên khoảng $\left(0;\frac{2-\sqrt{2}}{4}d\right)$, ta tìm được $\max S(x)=S\left(\frac{34-3\sqrt{2}}{16}d\right)$.

Kết luận: $x=\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{16}d, y=\frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$.

Câu 29. Đáp án D

Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của mương $(x,y>0)$.

Theo bài ra ta có $S=xy\Leftrightarrow y=\frac{S}{x}$ và $\ell=x+2y=x+\frac{2S}{x}$.

Xét hàm số $\ell(x)=x+\frac{2S}{x},(x>0)$. Có $\ell'(x)=1-\frac{2S}{x^2}$; $\ell'(x)=0\Leftrightarrow x=\sqrt{2S}$.

Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số $\ell(x)$ đạt nhỏ nhất khi $x=\sqrt{2S}\Rightarrow y=\frac{S}{x}=\sqrt{\frac{S}{2}}$.

Vậy với $x=\sqrt{2S}; y=\sqrt{\frac{S}{2}}$ thì mương có dạng thủy động học.

Nhóm 4: Bài toán liên hệ diện tích – thể tích hình học không gian

Câu 30. Đáp án B

Thể tích của cốc $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=27\Leftrightarrow r^2h=\frac{81}{\pi}\Leftrightarrow h=\frac{81}{\pi}.\frac{1}{r^2}$

Lượng giấy tiêu thụ ít nhất khi và chỉ khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

$$S_{xq}=2\pi rl=2\pi r\sqrt{r^2+h^2}=2\pi r\sqrt{r^2+\frac{81^2}{\pi^2}.\frac{1}{r^4}}=2\pi\sqrt{r^4+\frac{81^2}{\pi^2}.\frac{1}{r^2}}$$

$$=2\pi\sqrt{r^4+\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}+\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}}\geq 2\pi\sqrt{3\sqrt[3]{r^4.\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}.\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}}}=2\sqrt{3}\pi\sqrt[6]{\frac{81^4}{4\pi^4}}$$ (theo BĐT Cauchy)

S_{xq} nhỏ nhất $\Leftrightarrow r^4=\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}\Leftrightarrow r^6=\frac{3^8}{2\pi^2}\Leftrightarrow r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Câu 31. Đáp án A

Ta có $V=Sh=\pi R^2h\Rightarrow h=\frac{V}{\pi R^2}$.

Diện tích toàn phần là $S_{tp}=S_{xq}+2S_{day}=2\pi Rh+2\pi R^2=\frac{2V}{R}+2\pi R^2=f(R)$

Ta có $f'(R)=-\frac{2V}{R^2}+4\pi R;\ f'(R)=0\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Từ bảng biến thiên, ta thấy $\min f(R)=f\left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right)$, hay diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất khi $R=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 32. Đáp án D

Thể tích hình trụ được tính theo công thức $V=\pi x^2h$.

Ta có $V=\pi x^2h=\frac{\pi}{2}.x.x.2h\leq\frac{\pi}{2}\left(\frac{x+x+2h}{3}\right)^3=\frac{4\pi}{27}(x+h)^3\Rightarrow x+h\geq\sqrt[3]{\frac{27V}{4\pi}}=3\sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}$.

Câu 33. Đáp án B

Đáy hình vuông cạnh a và đường cao tương ứng của hình hộp chữ nhật là b với $a,b>0$

Theo đề ta có $\begin{cases}a^2b=10\\S_{tp}=2a^2+4ab\end{cases}\Rightarrow S_{tp}=2a^2+\frac{40}{a}=2a^2+\frac{20}{a}+\frac{20}{a}\geq 3\sqrt[3]{2a^2.\frac{20}{a}.\frac{20}{a}}=6\sqrt[3]{100}$

Dấu bằng xảy ra khi $2a^2 = \frac{20}{a} \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{10}\,m$.

Câu 34. Đáp án C

Gọi $x, y, h\left(x, y, h > 0\right)$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hố ga.

Ta có $k = \frac{h}{x} \Leftrightarrow h = kx$ và $V = xyh \Leftrightarrow y = \frac{V}{xh} = \frac{V}{kx^2}$.

Nên diện tích toàn phần của hố ga là $S = xy + 2yh + 2xh = \frac{\left(2k+1\right)V}{kx} + 2kx^2$

Áp dụng đạo hàm ta có S nhỏ nhất khi $x = \sqrt[3]{\frac{\left(2k+1\right)V}{4k^2}}$

Khi đó $y = 2\sqrt[3]{\frac{2kV}{\left(2k+1\right)^2}}, h = \sqrt[3]{\frac{k\left(2k+1\right)V}{4}}$.

Câu 35. Đáp án A

Gọi x, l lần lượt là độ dài cạnh ở đáy và chiều cao của hộp $\left(x > 0, l > 0\right)$.

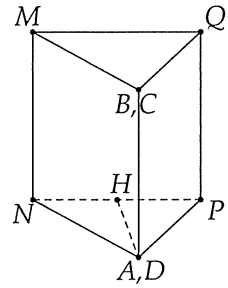
Khi đó tổng diện tích cần sơn là $S\left(x\right) = 4xl + x^2 \qquad \left(1\right)$ (do hộp không có nắp)

Thể tích của hộp là $V = x^2 l = 4$, suy ra $l = \frac{4}{x^2} \qquad \left(2\right)$.

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ suy ra: $S\left(x\right) = x^2 + \frac{16}{x} \Rightarrow S'\left(x\right) = \frac{2x^3 - 16}{x^2}$; $S'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 16 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Lập bảng biến thiên suy ra $minS\left(x\right) = S\left(2\right)$. Vậy cạnh ở đáy là 2 (đơn vị chiều dài) và chiều cao của hộp là 1 (đơn vị chiều dài).

Câu 36. Đáp án A



Ta có $PN = 60 - 2x \Rightarrow NH = 30 - x$, gọi H là trung điểm của PN suy ra:

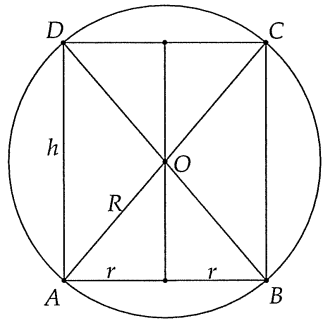
$AH = \sqrt{AN^2 - NH^2} = \sqrt{x^2 - (30 - x)^2} = \sqrt{60x - 900}$

$S_{\Delta ANP} = \frac{1}{2}.(60 - 2x)\sqrt{60x - 900} = (60 - 2x)\left(\sqrt{15x - 225}\right) = f(x)$, do chiều cao của khối lăng trụ không đổi nên thể tích khối lăng trụ lớn nhất khi $f(x)$ đạt GTLN.

Có $f'(x) = \frac{-45(x - 20)}{\sqrt{15x - 225}}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20, f(20) = 100\sqrt{3}, f(15) = 0$

Suy ra $\max f(x) = 100\sqrt{3}$ khi $x = 20$.

Câu 37. Đáp án A



Gọi h và r là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Bài toán quy về việc tính h và r phụ thuộc theo R khi hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp trong hình tròn $(O;R)$ thay đổi về $V = \pi r^2 h$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow 4R^2 = 4r^2 + h^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{1}{4}\left(4R^2 - h^2\right)$

$V = \pi r^2 h = \pi\left(R^2 - \frac{1}{4}h^2\right)h = \pi\left(-\frac{1}{4}h^3 + R^2 h\right) = V(h), (0 < h < 2R).$

$V'(h) = \pi\left(-\frac{3}{4}h^2 + R^2\right), V'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R}{\sqrt{3}}.$

Lập bảng biến thiên $\max V(h) = \frac{4}{9}\pi R^3\sqrt{3} \Leftrightarrow h = \frac{2R}{\sqrt{3}}.$

Khi đó $r^2 = R^2 - \frac{1}{4}.\frac{4R^2}{3} = \frac{2R^2}{3} \Leftrightarrow r = \frac{R\sqrt{6}}{3}.$

Câu 38. Đáp án A

Gọi x là cạnh của đáy hộp và h là chiều cao của hộp $(x, h > 0)$.

$S(x)$ là diện tích phần hộp cần mạ. Khi đó, khối lượng vàng dùng mạ tỉ lệ thuận với $S(x)$.

Ta có $S(x) = x^2 + 4xh$; $V = x^2 h = 4 \Rightarrow h = \frac{4}{x^2}$. Suy ra $S(x) = x^2 + \frac{16}{x}$

Dựa vào BBT, ta có $S(x)$ đạt GTNN khi $x = 2 \Rightarrow h = 1$.

Câu 39. Đáp án B

$$\begin{cases} S(x) = x^2 + 4hx \\ V = hx^2 = 500 \Rightarrow h = \frac{500}{x^2} \end{cases} \Rightarrow S(x) = x^2 + \frac{2000}{x} = x^2 + \frac{1000}{x} + \frac{1000}{x} \geq 3\sqrt[3]{x^2.\frac{1000}{x}\frac{1000}{x}} = 300$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = \frac{1000}{x} = \frac{1000}{x} \Leftrightarrow x^3 = 1000 \Leftrightarrow x = 10.$

Câu 40. Đáp án B

Giả sử *a, b, h* theo thứ tự là chiều dài, chiều rộng, chiều cao.

Ta có $\begin{cases} a = 2b \\ abh = 100 \\ h \in [1,5;2] \end{cases}$, suy ra $2b^2 h = 100 \Leftrightarrow b = \sqrt{\frac{50}{h}}.$

Diện tích $S = ab + 2ah + 2bh = 2b^2 + 4bh + 2bh = \frac{100}{h} + 6\sqrt{50h} = f(h)$

$f'(h) = \frac{-100}{h^2} + \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{h}} < 0, \forall h \in [1,5;2]$. Suy ra $f(h)$ nghịch biến trên $[1,5;2]$

Do đó $\min_{[1,5;2]} f(h) = f(2) = 110m^2$.

Câu 41. Đáp án C

Gọi chiều sâu và chiều rộng của bể lần lượt là $3x$ và $2x$ (m)

Chiều dài của bể là $\frac{12}{2x.3x} = \frac{2}{x^2}(m)$

Để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất thì diện tích toàn phần của bể phải nhỏ nhất. Ta có

$S_{tp} = 2\left(2x.3x + 3x.\frac{2}{x^2} + 2x.\frac{2}{x^2}\right) = 2\left(6x^2 + \frac{10}{x}\right) = 2\left(6x^2 + \frac{5}{x} + \frac{5}{x}\right) \geq 6\sqrt[3]{150}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $6x^2 = \frac{5}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{5}{6}}$

Khi đó chiều rộng và chiều dài của bể lần lượt là $2x = 1,88(m); \frac{2}{x^2} = 2,26(m)$.

Câu 42. Đáp án A

Thể tích cái phễu là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Ta có chu vi đáy của cái phễu là $2\pi r = Rx \Leftrightarrow r = \frac{Rx}{2\pi}$

$\Rightarrow h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2x^2}{4\pi^2}} = \frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2 - x^2}$

Suy ra $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{R^3x^2\sqrt{4\pi^2 - x^2}}{24\pi^2}, (0 < x < 2\pi)$

Áp dụng BĐT Cauchy cho 2 số dương ta có:

$$V=\frac{\sqrt{3}R^3}{48\pi^2}.x^2.\frac{2}{\sqrt{3}}\pi\sqrt{4\pi^2-x^2}\le\frac{\sqrt{3}R^3}{48\pi^2}.x^2.\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi^2+4\pi^2-x^2\right)=\frac{\sqrt{3}R^3}{2.48\pi^2}.x^2\left(\frac{16}{3}\pi^2-x^2\right)$$

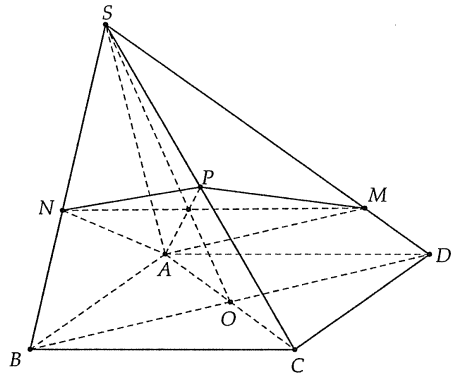
$$\le\frac{1}{8}.\frac{\sqrt{3}R^3}{48\pi^2}.\left[x^2+\left(\frac{16}{3}\pi^2-x^2\right)\right]^2=\frac{1}{8}.\frac{\sqrt{3}R^3}{48\pi^2}.\frac{16^2}{9}\pi^4=\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi R^3$$

Dấu bằng có khi và chỉ khi $\begin{cases}\frac{2}{\sqrt{3}}\pi=\sqrt{4\pi^2-x^2}\\ x^2=\frac{16}{3}\pi^2-x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\pi$

Suy ra thể tích khối nón đạt giá trị lớn nhất đạt tại $x=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\pi$ và GTLN đó là $\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi R^3$.

Cách khác: Ta xét hàm số $f(x)=\frac{R^3x^2\sqrt{4\pi^2-x^2}}{24\pi^2}$ trên $(0;2\pi)$ để tìm GTLN.

Câu 43. Đáp án B



Ta tìm được mặt phẳng AMPN như hình vẽ.

Đặt $\frac{SM}{SD}=x,\frac{SN}{SB}=y\left(0<x\le1;0<y\le1\right)$. Ta có $V_{S.ABC}=V_{S.ADC}=V_{S.ABD}=V_{S.BCD}=\frac{V}{2}$

Lại có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMPN}}{V}=\frac{V_{S.AMP}+V_{S.ANP}}{V}=\frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ADC}}+\frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ABC}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SD}.\frac{SP}{SC}+\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}\right)$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y\right)=\frac{1}{4}(x+y) \qquad (1)$$

Lại có

$$\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMPN}}{V}=\frac{V_{S.AMN}}{2V_{S.ADB}}+\frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.DBC}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SD}.\frac{SN}{SB}+\frac{SM}{SD}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{1}{2}\left(xy+\frac{1}{2}xy\right)=\frac{3}{4}xy \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{1}{4}(x+y)=\frac{3}{4}xy \Leftrightarrow x+y=3xy \Leftrightarrow y=\frac{x}{3x-1}$, do $0<y\le 1\Rightarrow x\ge\frac{1}{2}$.

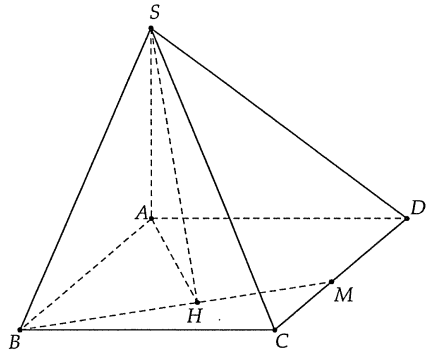
Khi đó $\frac{V_1}{V}=\frac{3}{4}xy=\frac{3}{4}x.\frac{x}{3x-1}=\frac{3x^2}{4(3x-1)},\left(\frac{1}{2}\le x\le 1\right)$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{x^2}{3x-1}$ trên $\left[\frac{1}{2};1\right]$. Ta có $f'(x)=\frac{3x^2-2x}{(3x-1)^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(L)\\x=\frac{2}{3}(tm)\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]} f(x)=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$ là $\frac{V_1}{V}=\frac{3}{4}.\min\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]} f(x)=\frac{3}{4}.\frac{4}{9}=\frac{1}{3}$.

Câu 44. Đáp án D



Theo bài ra ta có $SA \perp (ABCD)$ và $\widehat{BSC} = 30^0$.

$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại $B \Rightarrow SB = BC.\cot 30^0 = a\sqrt{3}$

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại $A \Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

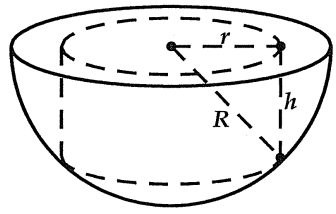
Ta có $\begin{cases} BM \perp SH \\ BM \perp SA \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SAH) \Rightarrow BM \perp AH \Rightarrow \Delta ABH$ vuông tại H.

Khi đó $V_{S.ABH} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABH} = \frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}HA.HB = \frac{a\sqrt{2}}{6}HA.HB$, mà $HA^2 + HB^2 = AB^2 = a^2$

Suy ra $V_{S.ABH} = \frac{a\sqrt{2}}{6}HA.HB = \frac{a\sqrt{2}}{6}.\frac{HA^2 + HB^2}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{6}.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow HA = HB \Leftrightarrow \widehat{ABM} = \widehat{ABH} = 45^0 \Leftrightarrow M \equiv D$.

Câu 45. Đáp án C



Cách 1:

Theo định lý Pitago ta có $r^2 = R^2 - h^2$.

Thể tích khối trụ là $V_{tru} = \pi r^2 h = \pi(R^2 - h^2)h$.

Ta có $V_{tru} = \pi\sqrt{\frac{1}{2}(2h^2)(R^2 - h^2)(R^2 - h^2)} \overset{Cauchy}{\leq} \pi\sqrt{\frac{(2h^2 + R^2 - h^2 + R^2 - h^2)^3}{2.27}} = \pi\sqrt{\frac{(2R^2)^3}{54}} = 32\sqrt{2}\pi$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2h^2 = R^2 - h^2 \Leftrightarrow h = \frac{R}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}(cm)$

Vậy thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem là $V_{\max}=32\sqrt{2}\pi\left(cm^3\right)$ đạt được khi $h=2\sqrt{2}\left(cm\right)$

Cách 2:

Thể tích khối trụ là $V_{tru}=\pi r^2h=\pi\left(R^2-h^2\right)h=\pi\left(R^2h-h^3\right)$.

Xét hàm số $f\left(h\right)=hR^2-h^3=24h-h^3$, $h\in\left(0;2\sqrt{6}\right)$.

Ta có $f'\left(h\right)=0\Leftrightarrow 24-3h^2=0\Leftrightarrow h=2\sqrt{2}\in\left(0;2\sqrt{6}\right)$

Từ bảng thiến thiên ta có $f\left(h\right)\le 32\sqrt{2}$, suy ra $V_{tru}\le 32\sqrt{2}\pi$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem là $V_{\max}=32\sqrt{2}\pi\left(cm^3\right)$.

CHUYÊN ĐỀ 2: ỨNG DỤNG HÀM SỐ MŨ – LOGARIT, BÀI TOÁN LÃI SUẤT

Câu 1. Đáp án C

Lãi được tính theo công thức lãi kép, vì 8 tháng sau bạn An mới rút tiền

Gọi lãi suất hàng tháng là $r\%$. Ta có công thức tính lãi:

$$58000000(1+r)^8 = 61329000 \Leftrightarrow (1+r)^8 = \frac{61329}{58000} \Leftrightarrow 1+r = \sqrt[8]{\frac{61329}{58000}}$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt[8]{\frac{61329}{58000}} - 1 \approx 0,007 = 0,7\%.$$

Câu 2. Đáp án C

Gọi số tiền gửi ban đầu là A. Sau n năm, số tiền thu được là $A_n = A(1+0,06)^n = A.(1,06)^n$

Để $A_n = 3A \Leftrightarrow A.(1,06)^n = 3A \Leftrightarrow (1,06)^n = 3 \Leftrightarrow n = \log_{1,06} 3 \approx 19$.

Câu 3. Đáp án A

Sau 5 năm bà Hoa rút được tổng số tiền là $100(1+8\%)^5 \approx 146,933$ (triệu)

Suy ra số tiền lãi sau 5 năm là $L_1 = 146,933 - 100 = 46,933$

Bà dùng một nửa để sửa nhà, nửa còn lại gửi vào ngân hàng.

Suy ra số tiền bà gửi tiếp vào ngân hàng là $73,466$ (triệu). Sau 5 năm tiếp theo, số tiền bà rút được là $73,466.(1+8\%)^5 \approx 107,946$ (triệu)

Suy ra số tiền lãi bà nhận được sau 5 năm tiếp theo là $L_2 = 107,946 - 73,466 = 34,48$ (triệu)

Vậy số tiền lãi bà Hoa thu được sao 10 năm là $L = L_1 + L_2 \approx 81,412$ (triệu).

Câu 4. Đáp án A

Số tiền mà người đó rút được sau 5 năm là $100(1+13\%)^5$ (triệu đồng)

Ta có số tiền lãi là $100(1+13\%)^5 - 100 = 100\left[(1,13)^5 - 1\right]$.

Câu 5. Đáp án B

Đặt $r=1,75\%$.

Số tiền gốc sau 1 năm là $100+100.r=100(1+r)$

Số tiền gốc sau 2 năm là $100(1+r)+100(1+r)r=100(1+r)^2$

.....

Số tiền gốc sau n năm là $100(1+r)^n$

Theo đề $100(1+r)^n=200\Leftrightarrow(1+r)^n=2\Leftrightarrow n=\log_{1+r}2\approx 40$.

Câu 6. Đáp án C

Gọi số tiền mà họ phải gửi vào ngân hàng là A.

Ta có, sau 12 năm họ nhận được số tiền là $T=A(1+6,7\%)^{12}$.

Theo bài ra $250000000=A(1+6,7\%)^{12}\Leftrightarrow A=\dfrac{250000000}{(1,067)^{12}}$.

Câu 7. Đáp án A

Áp dụng công thức tính lãi kép, sau 2 năm ông Toàn thu được cả vốn lẫn lãi là

$50(1+14\%)^2=64,98$ (triệu đồng)

Câu 8. Đáp án D

Áp dụng công thức $T=A.(1+r)^n$ với A là tiền gốc ban đầu,r là lãi suất,n là số năm

$\Rightarrow T=500000000(1+0,07)^{18}=1689966000$ VNĐ

Câu 9. Đáp án D

Gọi A là số tiền gốc gửi vào sổ tiết kiệm,r là lãi suất hàng tháng (đơn vị %).

Áp dụng công thức lãi kép, sau 5 năm (60 tháng) thì số tiền trong sổ là:

$T=A(1+r)^{60}=80000000.\left(1+\dfrac{0,9}{100}\right)^{60}$

Câu 10. Đáp án A

Với lãi suất ngân hàng không thay đổi, sau 5 năm người gửi thu được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là $m = 20(1+0,0680)^5 = 20.(1,068)^5$ (triệu đồng).

Câu 11. Đáp án D

Giả sử gọi A là số vốn ban đầu,r là lãi suất. Ta có $A = 1.000.000.000$ đồng, $r = 6\%$

Sau 5 năm, số tiền người đó rút ra là $T = A(1+r)^5 = 1000000000(1+6\%)^5 = 1338225578$ đồng.

Câu 12. Đáp án A

Số tiền nhận được sau năm thứ nhất là $T_1 = A + Ar = A(1+r)$.

Số tiền nhận được sau năm thứ hai là $T_2 = A(1+r) + A(1+r)r = A(1+r)^2$

.....

Số tiền nhận được sau n năm là $T_n = A(1+r)^n$.

Thay số liệu vào, ta được $T_n = 1.(1+7\%)^n = 1,07^n$ triệu đồng.

Câu 13. Đáp án B

Sau 6 tháng (2 quý) người đó nhận tổng số tiền là $100.(1+2\%)^2 = 104,04$ triệu đồng.

Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng nên sau tổng số tiền khi đó là $104,04 + 100 = 204,04$ triệu đồng.

Suy ra số tiền sau 1 năm (4 quý) nữa là $204,04(1+2\%)^4 \approx 220$ triệu đồng.

Câu 14. Đáp án B

Trữ lượng gỗ sau một năm của khu rừng là $T_1 = 4.10^5 + 4.10^5.a\% = 4.10^5(1+a\%)\left(m^3\right)$

Trữ lượng gỗ sau năm thứ hai của khu rừng là $T_2 = 4.10^5(1+a\%)^2\left(m^3\right)$

.....

Trữ lượng gỗ sau 5 năm của khu rừng là $T_5 = 4.10^5(1+a\%)^5 = 4,8666.10^5 \Leftrightarrow a \approx 4\%$

Câu 15. Đáp án D

Sau 5 năm, trữ lượng gỗ của khu rằng đó là $T = 4.10^5\left(1+4\%\right)^5 = 4.10^5.1,04^5\left(m^3\right)$

Câu 16. Đáp án D

Gọi x (mét) là chiều cao của cây tre.

Sau 1 năm chiều cao của cây tre là $x+0,05x = x\left(1+0,05\right)\left(m\right)$

Sau 2 năm chiều cao của cây tre là $x\left(1+0,05\right)+x\left(1+0,05\right).0,05 = x\left(1+0,05\right)^2\left(m\right)$

Sau 3 năm chiều cao của cây tre là $x\left(1+0,05\right)^2+x\left(1+0,05\right)^2.0,05 = x\left(1+0,05\right)^3\left(m\right)$

Do sau 3 năm chiều cao của cây tre là $x\left(1+0,05\right)^3 = 3,7$

Suy ra, sau 5 năm chiều cao của cây tre là $x\left(1+0,05\right)^5 = 3,7\left(1+0,05\right)^5 = 4,08\left(m\right)$.

Câu 17. Đáp án D

x tháng đầu tiên, bác Minh gửi tiền với lãi suất $r_1 = 0,8\%$ một tháng; 6 tháng tiếp theo, bác lại gửi tiền với lãi suất $r_2 = 1,2\%$ một tháng; y tháng tiếp theo, bác lại gửi tiền với lãi suất $r_3 = 0,9\%$ một tháng.

Suy ra số tháng bác Minh đã gửi tiết kiệm là $x+6+y$, $\left(x,y\in\mathbb{N}^*\right)$. Khi đó số tiền gửi cả vốn lẫn lãi là $T = 10000000\left(1+r_1\right)^x.\left(1+r_2\right)^6.\left(1+r_3\right)^y = 11279163,75$

$\Leftrightarrow 10000000\left(1+0,8\%\right)^x.\left(1+1,2\%\right)^6.\left(1+0,9\%\right)^y = 11279163,75$

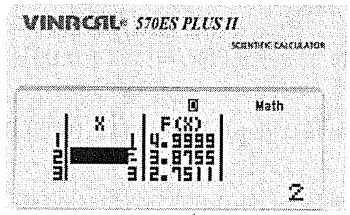
$\Leftrightarrow x = \log_{1,008}\dfrac{11279163,75}{10000000.1,012^6.1,009^y}$

Dùng chức năng TABLE của Casio để giải bài toán này:

- ✓ Bấm MODE 7 nhập hàm $F\left(x\right) = \log_{1,008}\dfrac{11279163,75}{10000000.1,012^6.1,009^X}$

- ✓ Máy hỏi Start? Ta ấn 1 =
- ✓ Máy hỏi End? Ta ấn 12 =
- ✓ Máy hỏi Step? Ta ấn 1 =

Khi đó máy sẽ hiện:



Ta thấy với $x=1$ thì $F(x)=4,9999.....\approx 5$. Do đó ta có $\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}$

Vậy bác Minh đã gửi tiết kiệm trong 12 tháng.

Câu 18. Đáp án C

Ta có anh An mua nhà trị giá $N=500$ (triệu đồng), lãi suất là $r=0,5\%$, $A=10,5$ (triệu đồng) là số tiền phải trả vào hàng tháng.

Gọi số tháng phải trả là n

Cuối tháng thứ 1, số tiền còn lại (tính bằng triệu đồng) là $N+Nr-A=N(1+r)-A$

Cuối tháng thứ 2, số tiền còn lại là

$$\left[N(1+r)-A\right]+\left[N(1+r)-A\right]r-A=\left[N(1+r)-A\right](1+r)-A=N(1+r)^2-A\left[(1+r)+1\right]$$

Cuối tháng thứ 3, số tiền còn lại là

$$\left[N(1+r)^2-A\left[(1+r)+1\right]\right](1+r)-A=N(1+r)^3-A\left[(1+r)^2+(1+r)+1\right]$$

.....

Cuối tháng thứ n, số tiền còn lại là

$$N(1+r)^n-A\left[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+...+(1+r)+1\right]$$

Để anh An có thể trả hết nợ, thì số tiền còn lại sau n tháng sẽ bằng 0, tức là

$$N(1+r)^n - A\left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + ... + (1+r) + 1\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow N(1+r)^n = A\left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + ... + (1+r) + 1\right]$$

$$\Leftrightarrow N(1+r)^n = A.\frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1} = A.\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Thay số liệu vào, ta được

$$500(1+0,5\%)^n = 10,5.\frac{(1+0,5\%)^n - 1}{0,5\%} \Leftrightarrow (1+0,5\%)^n = 1,3125 \Leftrightarrow n \approx 54,523.$$

Câu 19. Đáp án A

Cuối tháng 1 người mẹ đó nhận được $4.10^6 + 4.10^6.1\% = 4.10^6(1+1\%)$ đồng.

Cuối tháng 2 người mẹ đó nhận được

$\left[4.10^6(1+1\%) + 4.10^6\right](1+1\%) = 4.10^6(1+1\%)^2 + 4.10^6(1+1\%)$ đồng.

Cuối tháng 3 người mẹ đó nhận được

$\left[4.10^6(1+1\%)^2 + 4.10^6\right](1+1\%) = 4.10^6(1+1\%)^3 + 4.10^6(1+1\%) + 4.10^6(1+1\%)$ đồng

.....

Cuối tháng thứ 11 người mẹ đó nhận được số tiền là

$$4.10^6(1+1\%)^{11} + 4.10^6(1+1\%) + ... + 4.10^6(1+1\%) = \frac{4.10^6}{1\%}(1+1\%)\left[(1+1\%)^{11} - 1\right] = 46730012,05$$

Vì đầu tháng 12 mẹ mới rút tiền nên mẹ được cộng thêm cả tiền của tháng 12 nữa nên tổng số tiền mẹ sẽ nhận được là $46730012,05 + 4.10^6 \approx 50730000$ đồng.

Lưu ý: Ta có công thức tính toán với bài toán: "Hàng tháng gửi vào ngân hàng A đồng, lãi suất $r\%$, tính số tiền thu được sau n tháng là $T = \frac{A}{r}(1+r)\left[(1+r)^n - 1\right]$" (lời giải trên áp dụng công thức này)

Câu 20. Đáp án C

Bài toán này người vay trả cuối tháng nên ta có:

Số tiền mà anh Bách phải trả hàng tháng là $A=\dfrac{100.10^6.0,011.\left(1+0,011\right)^{18}}{\left(1+0,011\right)^{18}-1}$ (đồng)

Tổng số tiền lãi anh Bách phải trả là $A.18-100.10^6\approx 10774000$ (đồng).

Câu 21. Đáp án C

Áp dụng công thức tổng quát $A=\dfrac{N\left(1+r\right)^n.r}{\left(1+r\right)^n-1}$

Ở đây $N=50000000=50.10^6;r=0,015;n=48\Rightarrow A=1.361.312,807$ đồng

Câu 22. Đáp án B

Áp dụng công thức tính lãi suất trả trong hàng tháng theo định kỳ

"Vay a đồng, lãi r%/tháng, hỏi phải trả bao nhiêu hàng tháng để sau n tháng thì trả hết nợ (trả tiền định kỳ vào cuối tháng)"

Ta có công thức tính như sau $A=\dfrac{a.r(1+r)^n}{(1+r)^n-1}\Leftrightarrow 30,072=\dfrac{150.r\%.(1+r\%)^5}{(1+r\%)^5-1}\Rightarrow r\approx 0,08\%$

Câu 23. Đáp án A

Theo bài, ta suy ra lãi suất là $r=1\%$ một tháng.

Sau tháng 1, ông A còn nợ $100.1,01-m$ (triệu đồng)

Sau tháng 2, ông còn nợ $\left(100.1,01-m\right).1,01-m=100.1,01^2-2,01m$ (triệu đồng)

Sau tháng 3, ông hết nợ do đó

$\left(100.1,01^2-2,01m\right).1,01-m=100.1,01^3-3,0301m=0\Leftrightarrow m\approx\dfrac{100.1,01^3}{3}$ (triệu đồng)

Câu 24. Đáp án B

Gọi n là số tháng anh cần trả với $\left(n\in\mathbb{N}\right)$.

Sau tháng thứ nhất anh còn nợ

$S_1 = 10^9.(1+0,5\%) - 30.10^6 = 10^9.1,005 - 30.10^6$ đồng

Sau tháng thứ hai anh còn nợ

$S_2 = S_1.1,005 - 30.10^6 = (10^9.1,005 - 30.10^6).1,005 - 30.10^6 = 10^9.1,005^2 - 30.10^6.\dfrac{1,005^2-1}{0,005}$ đồng

Tiếp tục quá trình trên thì số tiền anh Sơn còn nợ sau n tháng sẽ là

$S_n = 10^9.1,005^n - 30.10^6.\dfrac{1,005^n-1}{0,005} = 0 \Leftrightarrow 1,005^n = 1,2 \Leftrightarrow n = \log_{1,005} 1,2 \approx 36,555$

Do đó sau 37 tháng sẽ trả hết nợ tức 3 năm 1 tháng.

Câu 25. Đáp án B

Gọi A là số tiền vay; r là lãi suất. Ta có:

Số tiền còn nợ sau 1 tháng là: $A + Ar - m = A(1+r) - m$ (với m là số tiền phải trả hàng tháng)

Số tiền còn nợ sau 2 tháng là $\left[A(1+r)-m\right] + \left[A(1+r)-m\right]r - m = A(1+r)^2 - m\left[(1+r)+1\right]$

Số tiền còn nợ sau 3 tháng là $A(1+r)^3 - m\left[(1+r)^2 + (1+r) + 1\right]$.

Sau 3 tháng, ông X trả hết nợ nên ta có

$$A(1+r)^3 - m\left[(1+r)^2 + (1+r) + 1\right] = 0 \Leftrightarrow m = \frac{A(1+r)^3}{(1+r)^2 + (1+r) + 1} = \frac{T(1+r)^3}{r^2 + 3r + 3}$$

Suy ra $34 = \dfrac{T(1+r)^3}{r^2+3r+3}$; $51 = \dfrac{(T+50)(1+r)^3}{r^2+3r+3}$

Do đó $\dfrac{34}{51} = \dfrac{T}{T+50} \Leftrightarrow T = 100$ triệu đồng.

Suy ra $\dfrac{100(1+r)^3}{r^2+3r+3} = 34 \Leftrightarrow r \approx 0,01 = 1\%$.

Câu 26. Đáp án A

Năm thứ nhất trả gốc và lãi, số tiền còn lại:

$x_1 = (1+0,12)x_0 - 12.m = 1,12x_0 - 12m$, $x_0 = 20$ triệu

Năm thứ hai, số tiền còn lại:

$x_2 = (1+0,12)x_1 - 12.m = 1,12x_1 - 12m$

Năm thứ ba, số tiền còn lại:

$x_3 = (1+12\%).x_2 - 12.m = 1,12x_2 - 12m = 0$

$$\Rightarrow m = \frac{1,12^3 \times 20}{(1+1,12+1,12^2)\times 12} = \frac{1,12^3 \times 20}{\frac{1,12^3-1}{1,12-1}\times 12} = \frac{1,12^3 \times 20 \times 0,12}{(1,12^2-1)\times 12}.$$

Câu 27. Đáp án B

Gọi V_1, V_2, V_3, V lần lượt là tiền nợ gốc của các khoản nợ 1, 2, 3, 4.

Ta có:

$10000 = V_1.(1+4,5\%)^2 \Rightarrow V_1 = 10000.1,045^{-2}$

$20000 = V_2.(1+4,5\%)^5 \Rightarrow V_2 = 20000.1,045^{-5}$

$50000 = V_3.(1+4,5\%)^7 \Rightarrow V_3 = 50000.1,045^{-7}$

$99518740 = V.(1+4,5\%)^n \Rightarrow V = 99518740.1,045^{-n}$

Suy ra $99518740.1,045^{-n} = 10000.1,045^{-2} + 20000.1,045^{-5} + 50000.1,045^{-7} \Leftrightarrow n = 10,77$

Câu 28. Đáp án A

Tiền vay từ năm thứ nhất đến lúc ra trường, bạn Hùng nợ ngân hàng $4000000(1+3\%)^4$ đồng

Tiền vay từ năm thứ hai đến lúc ra trường, bạn Hùng nợ ngân hàng $4000000(1+3\%)^3$ đồng

Tiền vay từ năm thứ ba đến lúc ra trường, bạn Hùng nợ ngân hàng $4000000(1+3\%)^2$ đồng

Tiền vay từ năm thứ tư đến lúc ra trường, bạn Hùng nợ ngân hàng $4000000(1+3\%)$ đồng

Vậy sau 4 năm bạn Hùng nợ ngân hàng số tiền là:

$S = 4000000\left[(1+3\%)^4 + (1+3\%)^3 + (1+3\%)^2 + (1+3\%)\right] = 17236543,24$ đồng

Lúc này ta coi như bạn Hùng nợ ngân hàng khoản tiền ban đầu là 17.236.543,24 đồng, số tiền này bắt đầu được tính lãi và được trả góp trong 5 năm .

Ta có công thức $t=\frac{N(1+r)^n.r}{(1+r)^n-1}=\frac{17236543,24(1+0,0025)^{60}.0,0025}{(1+0,0025)^{60}-1}=309718,166$ đồng.

Câu 29: Đáp án A

Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua là 5.000.000 đồng, qua năm 2 sẽ thanh toán 6.000.000 đồng, năm 3: 10.000.000 đồng và năm 4: 20.000.000 đồng. Các khoản tiền này đã có lãi trong đó. Do đó giá trị chiếc xe phải bằng tổng các khoản tiền lúc chưa có lãi.

Gọi V_0 là tiền ban đầu mua chiếc xe. Giá trị của chiếc xe là:

$V_0=5000000.1,08^{-1}+6000000.1,08^{-2}+10000000.1,08^{-3}+20000000.1,08^{-4}=32.412.582$ đồng.

Câu 30. Đáp án C

Giá xăng năm 2008 là $12000(1+0,05)$ VND/lít

Giá xăng năm 2009 là $12000(1+0,05)^2$ VND/lít

.....

Giá xăng năm 2016 là $12000(1+0,05)^9\approx 18615,94$ VND/lít

Câu 31. Đáp án C

Ta có $140000000=125932000.\left(1+\frac{0,2}{100}\right)^n\Rightarrow n\approx 53$.

Câu 32. Đáp án B

Gọi V_A,V_B lần lượt là dân số các thành phố A, B sau n năm.

Theo đề ta có

$V_A=V_B\Leftrightarrow 200000(1+3\%)^n=300000(1+1\%)^n\Leftrightarrow\frac{2}{3}=\left(\frac{1.01}{1.03}\right)^n\Leftrightarrow n=\log_{\frac{1.01}{1.03}}\approx 20,68$.

Câu 33. Đáp án C

Gọi n là số năm dân số nước ta tăng từ 88.360.000 người lên 128.965.000 người

Sau n năm dân số nước Việt Nam là $88360000.(1+1\%)^n = 88360000.1,01^n$.

Theo đề $88360000(1,01)^n = 128965000 \Leftrightarrow n = \log_{1,01}\left(\frac{128965000}{88360000}\right) \approx 38$ (năm).

Câu 34. Đáp án B

Gọi n là số năm kể từ năm 2013 để dân số Việt Nam tăng gấp đôi, ta có phương trình: $180 = 90(1+1,1\%)^n \Leftrightarrow 1,011^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,011} 2 \approx 64$.

Vậy đến năm $2013 + 64 = 2077$ thì dân số Việt Nam sẽ tăng gấp đôi

Câu 35. Đáp án B

10 năm đó bao gồm 3 năm chiến tranh và 7 năm hòa bình.

Do đó, dân số sẽ được tính là $4.(0,98)^3.(1,04)^7 \approx 4,95$ tỷ người.

Câu 36. Đáp án A

Theo đề ta có $100e^{5r} = 300 \Rightarrow \ln\left(e^{5r}\right) = \ln 3 \Rightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{1}{5}\ln 3$

Sau 10 giờ từ 100 con vi khuẩn sẽ có $n = 100.e^{\left(\frac{1}{5}\ln 3\right)10} = 100.e^{\ln 9} = 900$ con.

Câu 37. Đáp án D.

Lần lượt thay các số liệu vào ta được phương trình $78685800.e^{N.0,017} = 120000000$

$\Leftrightarrow e^{N.0,017} = \frac{120000000}{78685800} \Leftrightarrow N.0,017 = \ln\frac{120000000}{78685800} \Leftrightarrow N \approx 24,825$, tức là xấp xỉ 25 năm.

Do đề bài tính từ tháng 1 năm 2001 do đó ta tính cả năm 2001 vào đó nữa, tức là kết quả của chúng ta sẽ là $2001 - 1 + 25 = 1025$

Câu 38. Đáp án B

Ta có $P(t) = 65\%$. Nên ta có phương trình $100.(0,5)^{\frac{t}{5750}} = 65 \Leftrightarrow t = 5750.\frac{\ln(0,65)}{\ln(0,5)} \approx 3574$

Câu 39. Đáp án A

Ta có: $A\left(1+0,04\right)^2=108160\Leftrightarrow A=100000$.

Khi đó, ta cần tìm x sao cho $100000\left(1+0.04\right)^2=194790$

$\Leftrightarrow x=\log_{(1+0.04)}\dfrac{194790}{100000}\approx 17$ hay 1 năm 5 tháng.

Câu 40. Đáp án A

Từ 1994 đến 2016 là 22 năm. Vậy tỉ lệ thể tích khí CO_2 năm 2016 trong không khí là

$\dfrac{358.1.004^{22}}{10^6}\approx\dfrac{391}{10^6}$.

Câu 41. Đáp án B.

Năm 1999 thể tích khí CO_2 là $V_1=V+V.\dfrac{m}{100}=V\left(1+\dfrac{m}{100}\right)=V.\dfrac{m+100}{100}$.

Năm 2000, thể tích khí CO_2 là $V_2=V\left(1+\dfrac{m}{100}\right)^2=V\left(\dfrac{1+100}{100}\right)^2$

.....

Từ năm 1998 đến 2016 là 18 năm, trong đó 10 năm đầu chỉ số tăng là $m\%$, 8 năm sau chỉ số tăng là $n\%$. Vậy thể tích sẽ là $V_{2016}=V\left(\dfrac{m+100}{100}\right)^{10}.\left(\dfrac{n+100}{100}\right)^8=V.\dfrac{\left(m+100\right)^{10}\left(n+100\right)^8}{10^{36}}$.

Câu 42. Đáp án A

Do ban đầu có một tế bào duy nhất nên:

Sau phút sao chép thứ nhất số tế bào là $N_1=2$

Sau phút sao chép thứ hai số tế bào là $N_2=2^2$

.....

Sau phút sao chép thứ t số tế bào là $N_t=2^t=100000$

Suy ra $t=\log_2 100000\approx 16,61$ phút.

Câu 43. Đáp án D

Ở San Francisco, ta có $8 = M_1 = \log\frac{A_1}{A_0} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_0} = 10^8$

Ở Nhật Bản, ta có $6 = M_2 = \log\frac{A_2}{A_0} \Leftrightarrow \frac{A_2}{A_0} = 10^6$.

Suy ra $\frac{A_1}{A_2} = \frac{10^8}{10^6} = 100$.

Câu 44. Đáp án A

Gọi A_1, A_2 lần lượt là biên độ tối đa của trận động đất của Phước Sơn ngày 16/10 và biên độ tối đa của trận đất ở Bắc Trà My ngày 03/12

$$M = \log A - \log A_0 = \log\left(\frac{A}{A_0}\right) \Rightarrow A = 10^M.A_0 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{10^{M_1}}{10^{M_2}} = 10^{M_1 - M_2} = 10^{3,1-2,4} \approx 5.$$

Câu 45. Đáp án A

Theo bài ra ta có $\begin{cases} P_{1000} = P_0.e^{1000i} \\ P_{3000} = P_0.e^{3000i} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(P_{1000}\right)^3 = \left(P_0\right)^3.e^{3000i} \\ P_{3000} = P_0.e^{3000i} \end{cases} \Leftrightarrow P_{3000} = \frac{\left(P_{1000}\right)^3}{\left(P_0\right)^2} \approx 530.$

Câu 46. Đáp án C

Theo bài ra, ta có $M(t) = 75 - 20\ln(t+1) \le 10 \Leftrightarrow \ln(t+1) \ge 3,25 \Leftrightarrow t \ge e^{3.25} - 1 = 24,79$.

Câu 47. Đáp án B

Áp dụng công thức $n = \lfloor \log A \rfloor + 1$ để tìm các chữ số của số A.

Ta có $\log B = \log 2017^{2017} = 2017.\log 2017 \approx 6665,59 \Rightarrow \lfloor \log B \rfloor = 6665$.

Vậy số $B = 2017^{2017}$ có $\lfloor \log B \rfloor + 1 = 6666$ chữ số.

Câu 48. Đáp án C

Giả sử $p + 1 = 2^{756839}$ có n chữ số. Suy ra $n = \lfloor \log(p+1) \rfloor + 1$

Mà $\log(p+1) = \log 2^{756839} = 756839.\log 2 \approx 227831,2409 \Rightarrow \lfloor \log(p+1) \rfloor = 227831$.

Suy ra số $p + 1 = 2^{756839}$ có $n = \lfloor \log(p+1) \rfloor + 1 = 227831 + 1 = 227832$ chữ số.

Vậy số $p = 2^{756839} - 1$ này có 227832 chữ số.

Câu 49. Đáp án B

Từ dữ kiện đề bài ta dễ dàng suy ra số thóc ở ô thứ n sẽ là 2^{n-1} hạt.

Tổng số thóc ở các ô là $S = 1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{63} = \dfrac{2^{64} - 1}{2 - 1} = 2^{64} - 1$ hạt.

Suy ra số S có $\left[\log S\right] + 1 = \left[\log\left(2^{64} - 1\right)\right] + 1 = 19 + 1 = 20$ chữ số.

Câu 50. Đáp án C

Số nguyên tố $2^{74207281}$ có $\left[\log\left(2^{74207281}\right)\right] + 1 = \left[74207281.\log 2\right] + 1 = 22338617 + 1 = 22338618$ chữ số.

CHUYÊN ĐỀ 3: NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

ỨNG DỤNG 1: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH DIỆN TÍCH – THỂ TÍCH

Câu 1. Đáp án A

Diện tích cần tính là:

$$S=\int_0^1\left|x^4+3x^2+1\right|dx=\left|\int_0^1\left(x^4+3x^2+1\right)dx\right|=\left(\frac{x^5}{5}+x^3+x\right)\Big|_0^1=\frac{11}{5}\ (\text{đvdt})$$

Câu 2. Đáp án B

Do $\sin x+1\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S=\int_0^{\frac{7\pi}{6}}\left|\sin x+1\right|dx=\int_0^{\frac{7\pi}{6}}\left(\sin x+1\right)dx=\left(-\cos x+x\right)\Big|_0^{\frac{7\pi}{6}}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{7\pi}{6}+1\ (\text{đvdt})$$

Câu 3. Đáp án A

Do $e^x>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S=\int_0^1\left|e^x\right|dx=\int_0^1 e^x dx=e^x\Big|_0^1=e-1\ (\text{đvdt})$$

Câu 4. Đáp án D

Do $\ln x\geq 0,\forall x\in[1;e]\Rightarrow\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}\geq 0,\forall x\in[1;e]$. Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S=\int_1^e\left|\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}\right|dx=\int_1^e\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}dx.\ \text{Đặt}\begin{cases}u=\ln x\\dv=\dfrac{dx}{2\sqrt{x}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{dx}{x}\\v=\sqrt{x}\end{cases}$$

Suy ra $S=\left(\sqrt{x}.\ln x\right)\Big|_1^e-\int_1^e\frac{\sqrt{x}}{x}dx=\sqrt{e}-\left(2\sqrt{x}\right)\Big|_1^e=\sqrt{e}-\left(2\sqrt{e}-2\right)=2-\sqrt{e}\ (\text{đvdt})$

Câu 5. Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x+1}{x-2}=0\Leftrightarrow x=-1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S=\int_{-1}^{0}\left|\frac{x+1}{x-2}\right|dx=\left|\int_{-1}^{0}\frac{x+1}{x-2}dx\right|=\left|\int_{-1}^{0}\left(1+\frac{3}{x-2}\right)dx\right|=\left|\left(x+3\ln|x-2|\right)\right|_{-1}^{0}\left|\right.$$

$$=\left|3\ln 2-\left(-1+3\ln 3\right)\right|=3\ln\frac{3}{2}-1 \text{ (đvdt).}$$

Câu 6. Đáp án A

Do $\frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}\geq 0,\forall x\in[1;e]$ nên diện tích hình phẳng cần tính là:

$S=\int_{1}^{e}\left|\frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}\right|dx=\int_{1}^{e}\frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}dx$. Đặt $\sqrt{1+\ln x}=t\Rightarrow t^2=1+\ln x\Rightarrow 2tdt=\frac{dx}{x}$.

Đổi cận $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=1\\ x=e\Rightarrow t=\sqrt{2}\end{cases}$

Suy ra $S=2\int_{1}^{\sqrt{2}}t^2dx=\frac{2}{3}t^3\Big|_{1}^{\sqrt{2}}=\frac{4}{3}\sqrt{2}-\frac{2}{3}$ (đvdt).

Câu 7. Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^2+2x+1=2x^2-4x+1\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$

Diện tích cần tìm là:

$$S=\int_{0}^{2}\left|\left(-x^2+2x+1\right)-\left(2x^2-4x+1\right)\right|dx=\int_{0}^{2}\left|3x^2-6x\right|dx=\left|\int_{0}^{2}\left(3x^2-6x\right)dx\right|$$

$$=\left|\left(x^3-3x^2\right)\Big|_{0}^{2}\right|=\left|2^3-3.2^2\right|=\left|8-12\right|=4 \text{ (đvdt)}$$

Câu 8. Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\left|x^2-4\right|=\frac{x^2}{2}+4 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x^2-4=\dfrac{x^2}{2}+4, \left(x\le -2 \vee x\ge 2\right) \\ 4-x^2=\dfrac{x^2}{2}+4, \left(-2<x<2\right) \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=\pm 4 \\ x=0 \end{bmatrix}$$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int\limits_{-4}^{4}\left|\left|x^2-4\right|-\left(\frac{x^2}{2}+4\right)\right|dx=\frac{64}{3}$ (đvdt).

Câu 9. Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-x=x^2-x \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=1 \end{bmatrix}$

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S=\int\limits_0^1\left|x^3-x^2\right|dx=\int\limits_0^1\left(x^2-x^3\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^1=\frac{1}{12} \text{ (đvdt)}$$

Câu 10. Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng

$$2-x^2=-x \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=-1 \\ x=2 \end{bmatrix}$$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S=\int\limits_{-1}^{2}\left|\left(2-x^2\right)-\left(-x\right)\right|dx=\int\limits_{-1}^{2}\left|2+x-x^2\right|dx=\int\limits_{-1}^{2}\left(2+x-x^2\right)dx$$

$$=\left(2x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{2}=\left(4+2-\frac{8}{3}\right)-\left(-2+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{9}{2} \text{ (đvdt)}$$

Câu 11. Đáp án A

Xét phương trình $x^2+3x=5x+3 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=-1 \\ x=3 \end{bmatrix}$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S=\int\limits_{-1}^{3}\left|5x+3-\left(x^2+3x\right)\right|dx=\int\limits_{1}^{3}\left(3+2x-x^2\right)dx=\left(3x+x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{3}=\frac{32}{3} \text{ (đvdt)}$$

Câu 12. Đáp án A

Đặt $f_1(x)=x^2-2x+2$. Ta có $f_1'(x)=2x-2\Rightarrow f_1'(3)=4$. Tiếp tuyến của parabol đã cho tại điểm $M(3;5)$ có phương trình $y=4(x-3)+5\Leftrightarrow y=4x-7$.

Đặt $f_2(x)=4x-7$. Diện tích cần tính là:

$$S=\int_0^3\left|f_1(x)-f_2(x)\right|dx=\int_0^3\left|\left(x^2-2x+2\right)-(4x-7)\right|dx$$

$$=\int_0^3\left|\left(x^2-6x+9\right)\right|dx=\int_0^3(x-3)^2dx=\left.\frac{(x-3)^3}{3}\right|_0^3=9 \text{ (đvdt)}$$

Câu 13. Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm $(e+1)x=\left(1+e^x\right)x\Leftrightarrow x\left(e-e^x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\e=e^x\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Vậy diện tích cần tính là $S=\int_0^1\left|x.\left(e-e^x\right)\right|dx=\int_0^1x\left(e-e^x\right)dx$

Đặt $\left\{\begin{array}{l}u=x\\dv=\left(e-e^x\right)dx\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}du=dx\\v=ex-e^x\end{array}\right.$

Suy ra $S=x\left(ex-e^x\right)\Big|_0^1-\int_0^1\left(ex-e^x\right)dx=\left.\left(e^x-\frac{ex^2}{2}\right)\right|_0^1=e-\frac{e}{2}-1=\frac{e}{2}-1$ (đvdt)

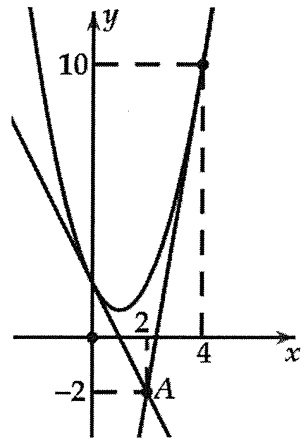
Câu 14. Đáp án C

Các tiếp tuyến của (P) đi qua $A(2;-2)$ là:

$y=-2x+2; y=6x-14$

Các hoành độ giao điểm lần lượt là $x=0, x=2, x=4$.

Diện tích hình phẳng cần tính là:



$$S=\int_0^2 \left|x^2\right|dx+\int_2^4 \left|x^2-8x+16\right|dx$$

$$=\int_0^2 x^2dx+\int_2^4 (x-4)^2\,dx=\frac{x^3}{3}\Big|_0^2+\frac{(x-4)^3}{3}\Big|_2^4$$

$$=\frac{8}{3}+\frac{8}{3}=\frac{16}{3}\ \text{(đvdt)}$$

Câu 15. Đáp án B

Xét phương trình $y^2=12-2y^2\Leftrightarrow y^2=4\Leftrightarrow y=\pm 2$.

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S=\int_{-2}^2 \left|3y^2-12\right|dy=\int_{-2}^2 \left(-3y^2+12\right)dy=\left(-y^3+12y\right)\Big|_{-2}^2=16-(-16)=32\ \text{(đvdt)}$$

Câu 16. Đáp án A

Ta có $y^2=2x+1\Leftrightarrow x=\frac{y^2-1}{2}$ và $y=x-1\Leftrightarrow x=y+1$.

Phương trình tung độ giao điểm là $\frac{y^2-1}{2}=y+1\Leftrightarrow y^2-2y-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=3 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_{-1}^3 \left|\frac{y^2-1}{2}-(y+1)\right|dy=\int_{-1}^3 \left(-\frac{y^2}{2}+y+\frac{3}{2}\right)dy=\left(-\frac{y^3}{6}+\frac{y^2}{2}+\frac{3y}{2}\right)\Big|_{-1}^3=\frac{16}{3}\ \text{(đvdt).}$$

Câu 17. Đáp án C

Ta có $y^2=4x\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}y^2$ và $y^2=(4-x)^3\Leftrightarrow x=4-\sqrt[3]{y^2}$.

Phương trình tung độ giao điểm là $\frac{1}{4}y^2=4-\sqrt[3]{y^2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=2\sqrt{2} \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int\limits_0^{2\sqrt{2}}\left|\frac{1}{4}y^2+\sqrt[3]{y^2}-4\right|dy=\left|\int\limits_0^{2\sqrt{2}}\left(\frac{1}{4}y^2+\sqrt[3]{y^2}-4\right)dy\right|$

$$=\left|\left(\frac{1}{12}y^3+\frac{3}{5}\sqrt[3]{y^5}-4y\right)\Big|_0^{2\sqrt{2}}\right|=\frac{64\sqrt{2}}{15}\text{ (đvdt)}$$

Câu 18. Đáp án D

Hoành độ giao điểm của (P) và d là nghiệm phương trình: $x^2-mx-1=0\qquad(*)$

Ta có $\Delta_{(*)}=m^2+4>0,\forall m\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1<x_2$ thỏa mãn $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=-1\end{cases}$ và $x_1=\frac{m-\sqrt{m^2+4}}{2},x_2=\frac{m+\sqrt{m^2+4}}{2}\Rightarrow x_2-x_1=\sqrt{m^2+4}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và d là: $S=\int\limits_{x_1}^{x_2}\left|mx+2-x^2-1\right|dx=\int\limits_{x_1}^{x_2}\left|mx+1-x^2\right|dx$

$$\Rightarrow S=\int\limits_{x_1}^{x_2}\left(mx+1-x^2\right)dx=\left(\frac{mx^2}{2}-\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_{x_1}^{x_2}=\left(\frac{mx_2^{\,2}}{2}-\frac{x_2^{\,3}}{3}+x_2\right)-\left(\frac{mx_1^{\,2}}{2}-\frac{x_1^{\,3}}{3}+x_1\right)$$

$$=\left(x_2-x_1\right)\left[\frac{m^2}{2}+1-\frac{1}{3}(m^2+1)\right]=\sqrt{m^2+4}.\left(\frac{m^2}{6}+\frac{2}{3}\right)\geq\sqrt{0+4}.\left(0+\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=0$. Vậy diện tích S nhỏ nhất khi $m=0$.

Câu 19. Đáp án B

Đồ thị $(C):y=\frac{x^2-2x}{x-1}=x-1-\frac{1}{x-1}$ có đường tiệm cận xiên là $y=x-1$.

Diện tích của hình phẳng cần tính là

$$S=\int\limits_a^{2a}\left|\frac{x^2-2x}{x-1}-(x-1)\right|dx=\int\limits_a^{2a}\left|\frac{-1}{x-1}\right|dx=\left|\int\limits_a^{2a}\frac{1}{x-1}dx\right|=\left|\left(\ln|x-1|\Big|_a^{2a}\right)\right|=\ln\frac{2a-1}{a-1}\text{ do }a>1.$$

Theo bài ra ta có $\ln\frac{2a-1}{a-1}=\ln 3\Leftrightarrow\frac{2a-1}{a-1}=3\Leftrightarrow a=2$ (thỏa mãn).

Câu 20. Đáp án C

Ta có $y'=2x-4$.

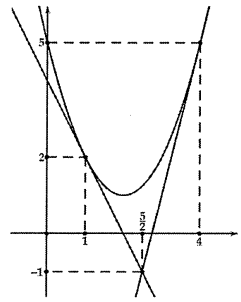
Tiếp tuyến với đồ thị tại $A(1;2)$ là đường thẳng Δ_1 có hệ số góc $k_1=y'(1)=-2$.

Phương trình tiếp tuyến $\Delta_1: y=-2(x-1)+2 \Leftrightarrow y=-2x+4$.

Tiếp tuyến với đồ thị tại $B(4;5)$ là đường thẳng Δ_2 có hệ số góc $k_2=y'(4)=4$.

Phương trình tiếp tuyến $\Delta_2: y=4(x-4)+5 \Leftrightarrow y=4x-11$.

Vẽ đồ thị các hàm số $y=x^2-4x+5$, $y=-2x+4$ và $y=4x-11$ trong hệ trục tọa độ Oxy, ta tính được:



$$S=\int_1^{\frac{5}{2}}\left[\left(x^2-4x+5\right)-\left(-2x+4\right)\right]dx+\int_{\frac{5}{2}}^{4}\left[\left(x^2-4x+5\right)-\left(4x-11\right)\right]dx$$

$$=\int_1^{\frac{5}{2}}(x-1)^2\,dx+\int_{\frac{5}{2}}^{4}(x-4)^2\,dx=\frac{(x-1)^3}{3}\Bigg|_1^{\frac{5}{2}}+\frac{(x-4)^3}{3}\Bigg|_{\frac{5}{2}}^{4}=\frac{9}{4}=\frac{a}{b}.$$

Suy ra $a+b=9+4=13$.

Câu 21. Đáp án B

Diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int_1^d\left|\frac{2}{x}\right|dx=\int_1^d\frac{2}{x}dx=2\ln|x|\Big|_1^d=2\ln d$ (do $d>1$)

Theo bài ra ta có $2\ln d=2 \Leftrightarrow d=e$.

Câu 22. Đáp án A

Xét phương trình hoành độ giao điểm là $x^3-x=x-x^2 \Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$

Do vậy diện tích hình phẳng cần tính là

$$I=\int_{-2}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|dx=\int_{-2}^{0}\left|x^3+x^2-2x\right|dx+\int_{0}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|dx$$

$$=\int_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)dx+\int_{0}^{1}\left(-x^3-x^2+2x\right)dx$$

$$=\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0}+\left(-\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}+x^2\right)\Bigg|_{0}^{1}=\frac{8}{3}+\frac{5}{12}=\frac{37}{12}\text{ (đvdt)}$$

Câu 23. Đáp án D

Công thức tính diện tích tổng quát ứng với $y_1=f(x);\ y_2=g(x);\ x_1=a;\ x_2=b\ (a<b)$ là:

$$S=\int_{a}^{b}\left|f(x)-g(x)\right|dx$$

Do $f(x)$ đồng biến trên $[0;1]$ nên ta có $\begin{cases}f(x)<1\Leftrightarrow x<\dfrac{1}{2}\\ f(x)\geq 1\Leftrightarrow x\geq\dfrac{1}{2}\end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tính là: $S=\int_{0}^{1}\left|f(x)-\left(f(x)\right)^2\right|dx=\int_{0}^{1}\left|f(x)\left(f(x)-1\right)\right|dx$

$$=\int_{0}^{\frac{1}{2}}\left|f(x)\right|\left(1-f(x)\right)dx+\int_{\frac{1}{2}}^{1}f(x)\left(f(x)-1\right)dx.$$

Câu 24. Đáp án C

Xét phương trình $3x^2=mx\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ x=\dfrac{m}{3}\end{cases}$

* Xét $m>0$ khi đó diện tích giới hạn bởi các đường $\begin{cases}y=3x^2\\ y=mx\end{cases}$ là:

$$S=\int_{0}^{\frac{m}{3}}\left|3x^2-mx\right|dx=\int_{0}^{\frac{m}{3}}\left(mx-3x^2\right)dx=\left(\frac{mx^2}{2}-x^3\right)\Bigg|_{\frac{m}{3}}^{0}=\frac{m^3}{54}.$$

Suy ra $S=4\Leftrightarrow\dfrac{m^3}{54}=4\Leftrightarrow m=6$.

* Xét $m<0$ khi đó diện tích giới hạn bởi các đường $\begin{cases} y=3x^2 \\ y=mx \end{cases}$ là:

$$S=\int_{\frac{m}{3}}^{0}\left|3x^2-mx\right|dx=\int_{0}^{\frac{m}{3}}\left(mx-3x^2\right)dx=\left(\frac{mx^2}{2}-x^3\right)\Bigg|_{\frac{m}{3}}^{0}=-\frac{m^3}{54}$$

Suy ra $S=4\Leftrightarrow\frac{-m^3}{54}=4\Leftrightarrow m=-6$.

Vậy $m=\pm 6$.

Câu 25. Đáp án A

Xét phương trình $\sin x=\cos x\Leftrightarrow\sin x-\cos x=0\Leftrightarrow\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Do $x\in[0;\pi]$ nên $x=\frac{\pi}{4}$.

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S=\int_{0}^{\pi}\left|\cos x-\sin x\right|dx=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\left(\cos x-\sin x\right)dx+\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}\left(\sin x-\cos x\right)dx=2\sqrt{2}\ \text{(đvdt)}$$

Câu 26. Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm $\left|x^2-4x\right|=2x\Leftrightarrow\begin{cases} x\geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-4x=2x \\ x^2-4x=-2x \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-6x=0 \\ x^2-2x=0 \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=6 \end{array}\right.$

Suy ra diện tích cần tính là

$$S=\int_{0}^{6}\left|\left|x^2-4x\right|-2x\right|dx=\left|\int_{0}^{2}\left(\left|x^2-4x\right|-2x\right)dx\right|+\left|\int_{2}^{6}\left(\left|x^2-4x\right|-2x\right)dx\right|$$

* Tính $I=\left|\int_{0}^{2}\left(\left|x^2-4x\right|-2x\right)dx\right|$. Ta có: $\forall x\in[0;2]\Rightarrow x^2-4x\leq 0\Rightarrow\left|x^2-4x\right|=-x^2+4x$.

$\Rightarrow I=\int_0^2\left(-x^2+4x-2x\right)dx=\frac{4}{3}.$

* Tính $K=\int_2^6\left(\left|x^2-4x\right|-2x\right)dx$. Ta có $\begin{cases}\forall x\in[2;4]\Rightarrow x^2-4x\le 0\\ \forall x\in[4;6]\Rightarrow x^2-4x\ge 0\end{cases}$

$\Rightarrow K=\int_2^4\left(4x-x^2-2x\right)dx+\int_4^6\left(x^2-4x-2x\right)dx=-16.$

Vậy $S=\frac{4}{3}+16=\frac{52}{3}$ (đvdt)

Câu 27. Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}=\frac{x^2}{4\sqrt{2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=-16\ (L)\\ x^2=8\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm 2\sqrt{2}.$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}}\left|\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}-\frac{x^2}{4\sqrt{2}}\right|dx=2\pi+\frac{4}{3}$ (đvdt)

Câu 28. Đáp án A

Diện tích của hình (H) giới hạn bởi các đường $y=x+\sin^2 x, y=x, x=0, x=\frac{\pi}{2}$ là:

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left|\left(x+\sin^2 x\right)-x\right|dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\,dx=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1-\cos 2x\right)dx=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}\ \text{(đvdt)}$$

Câu 29. Đáp án A

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $(-1;0)$. Do đó diện tích hình phẳng cần tính là:

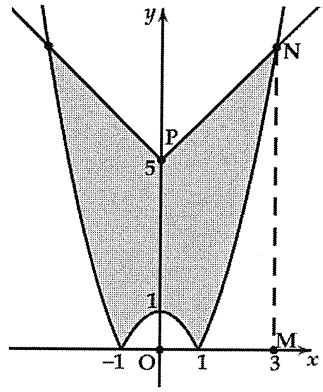
$$S=\int_{-1}^0\left|\frac{x+1}{x-2}\right|dx=\left|\int_{-1}^0\frac{x+1}{x-2}dx\right|=\left|\int_{-1}^0\left(1+\frac{3}{x-2}\right)dx\right|=\left|\left(x+3\ln\left|x-2\right|\right)\Big|_{-1}^0\right|=3\ln\frac{3}{2}-1\ \text{(đvdt)}$$

Suy ra $a=b=3; c=2\Rightarrow a+b+c=8$.

Câu 30. Đáp án B

Ta có $y=\left|x^2-1\right|=\begin{cases}x^2-1, x\le -1\vee x\ge 1\\ -\left(x^2-1\right), -1<x<1\end{cases}$ và $y=\left|x\right|+5=\begin{cases}x+5, x\ge 0\\ -x+5, x<0\end{cases}$

Ta có đồ thị



Hoành độ giao điểm dương của hai đường đã cho là nghiệm của phương trình:

$x^2-1=x+5\Leftrightarrow x^2-x-6=0\Leftrightarrow x=3$ do $x>0$.

Do tính chất đối xứng, diện tích cần tìm là $S=2S'$.

Mà $S'=S_{OMNP}-S_1-S_2$. Với S_{OMNP} là diện tích của hình thang OMNP; S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=-x^2+1, y=0, x=0, x=1$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-1, y=0, x=1, x=3$.

Ta có $S_1=\int\limits_0^1\left(-x^2+1\right)dx=\left(-\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_0^1=\frac{2}{3}$ và $S_2=\int\limits_1^3\left(x^2-1\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-x\right)\Big|_1^3=\frac{20}{3}$.

Lại có $S_{OMNP}=\frac{8+5}{2}.3=\frac{39}{2}$. Do vậy $S'=\frac{39}{2}-\frac{20}{3}-\frac{2}{3}=\frac{73}{6}$ (đvdt).

Từ đó, diện tích cần tính là $S=2S'=\frac{73}{3}$ (đvdt)

Câu 31. Đáp án B

Vì diện tích hình vuông cạnh $\frac{1}{2}x+1$ bằng $\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$. Nên thể tích của vật thể đã cho là:

$$V=\int_{-2}^{1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2dx=2\int_{-2}^{1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2d\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x+1\right)^3\Bigg|_{-2}^{1}=\frac{9}{4}\text{ (đvtt)}$$

Câu 32. Đáp án B

Diện tích của hình chữ nhật có hai kích thước x và $2\sqrt{9-x^2}$ bằng: $2x\sqrt{9-x^2}$

Do vậy thể tích của vật thể đã cho là $V=\int_0^3 2x\sqrt{9-x^2}dx$.

Đặt $\sqrt{9-x^2}=t\Rightarrow x^2=9-t^2\Rightarrow xdx=-tdt$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=3\\x=3\Rightarrow t=0\end{cases}$

Suy ra $V=-2\int_3^0 t^2dt=\left(-\frac{2}{3}t^3\right)\Big|_3^0=18$ (đvtt)

Câu 33. Đáp án C

Ta có diện tích thiết diện là $S(x)=\frac{1}{4}\pi\left(\sqrt{2}x^2\right)^2=\frac{1}{2}\pi x^4$.

Thể tích cần tìm là $V=\int_0^2\frac{1}{2}\pi x^4dx=\left(\frac{1}{2}\pi.\frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^2=\frac{16\pi}{5}$ (đvtt).

Câu 34. Đáp án C

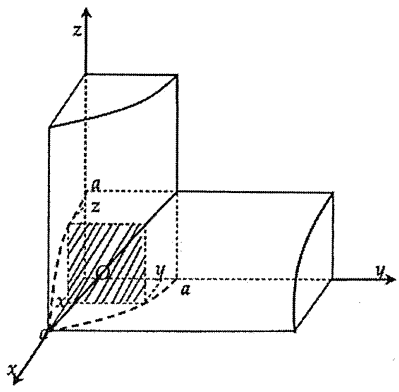
Áp dụng công thức $V=\int_a^b S(x)dx$.

Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện đã cho thì: $S(x)=\left(2\sqrt{\sin x}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}\sin x$.

Thể tích vật thể là: $V=\int_0^\pi\sqrt{3}\sin xdx=\left(-\sqrt{3}\cos x\right)\Big|_0^\pi=2\sqrt{3}$ (đvtt)

Câu 35. Đáp án A

Ta sẽ gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào vật thể này, tức là ta sẽ đi tính thể tích vật thể V giới hạn bởi hai mặt trụ $x^2+y^2=a^2$ và $x^2+z^2=a^2$ $(a>0)$



Hình vẽ trên mô tả một phần tám thứ nhất của vật thể này, với mỗi $x\in[0;a]$, thiết diện của vật thể (vuông góc với trục Ox) tại x là một hình vuông có cạnh $y=\sqrt{a^2-x^2}$ (chính là phần gạch chéo trong hình vẽ). Do đó diện tích thiết diện sẽ là:

$S(x)=\sqrt{a^2-x^2}.\sqrt{a^2-x^2}=a^2-x^2, x\in[0;a]$.

Thể tích cần tìm là: $V=8\int\limits_0^a S(x)dx=8\int\limits_0^a\left(a^2-x^2\right)dx=8\left(a^2x-\dfrac{x^3}{3}\right)\Big|_0^a=\dfrac{16a^3}{3}$ (đvtt)

Câu 36. Đáp án B

Xét phương trình $x\ln x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>0\\x=0\\\ln x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow x=1$.

Thể tích cần tính là $V_{Ox}=\pi\int\limits_1^e\left|\left(x\ln x\right)^2\right|dx=\pi\int\limits_1^e x^2\ln^2 x dx$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln^2 x\\x^2dx=dv\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{2\ln x}{x}dx\\v=\dfrac{x^3}{3}\end{cases}$

Suy ra $V_{Ox}=\pi\left[\left(\frac{x^3}{3}\ln^2 x\right)\Big|_1^e-\frac{2}{3}\int_1^e x^2\ln x dx\right]=\pi\left(\frac{e^3}{3}-\frac{2}{3}I\right)$.

Tính $I=\int_1^e x^2\ln x dx$. Đặt $\begin{cases}a=\ln x\\db=x^2dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}da=\frac{dx}{x}\\b=\frac{x^3}{3}\end{cases}$.

Khi đó $I=\left(\frac{x^3}{3}\ln x\right)\Big|_1^e-\frac{1}{3}\int_1^e x^2dx=\frac{e^3}{3}-\left(\frac{1}{9}x^3\right)\Big|_1^e=\frac{e^3}{3}-\left(\frac{e^3}{9}-\frac{1}{9}\right)=\frac{2e^3}{9}+\frac{1}{9}$.

Vậy $V_{Ox}=\pi\left[\frac{e^3}{3}-\frac{2}{3}\left(\frac{2e^3}{9}+\frac{1}{9}\right)\right]=\pi\frac{5e^3-2}{27}$ (đvtt).

Câu 37. Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^2\sqrt{\ln x}=0\Leftrightarrow\begin{cases}x>0,\ln x\ge 0\\x=0\\\ln x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\x=0\Leftrightarrow x=1.\\x=1\end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V_{Ox}=\pi\int_1^e\left(x^2\sqrt{\ln x}\right)^2dx=\pi\int_1^e x^4\ln x dx$.

Tính $A=\int_1^e x^4\ln x dx$. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\dv=x^4dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\v=\frac{x^5}{5}\end{cases}$.

Khi đó $A=\frac{x^5}{5}\ln x\Big|_1^e-\frac{1}{5}\int_1^e x^4dx=\frac{x^5}{5}\ln x\Big|_1^e-\frac{x^5}{25}\Big|_1^e=\frac{e^5}{5}-\frac{e^5}{25}+\frac{1}{25}=\frac{4e^5}{25}+\frac{1}{25}$

Vậy thể tích cần tính $V_{Ox}=\pi\left(\frac{4e^5}{25}+\frac{1}{25}\right)$ (đvtt).

Câu 38. Đáp án A

Từ $y=-x^2+2x\Leftrightarrow 1-y=(x-1)^2\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+\sqrt{1-y}\\x=1-\sqrt{1-y}\end{cases}$.

Xét phương trình $1+\sqrt{1-y}=1-\sqrt{1-y} \Leftrightarrow y=1$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là: $V_{Oy}=\pi\int\limits_0^1\left|\left(1+\sqrt{1-y}\right)^2-\left(1-\sqrt{1-y}\right)^2\right|dy$

$$=\pi\int\limits_0^1\left|4\sqrt{1-y}\right|dy=4\pi\int\limits_0^1\sqrt{1-y}\,dy=-\frac{8\pi(1-y)^{\frac{3}{2}}}{3}\Bigg|_0^1=\frac{8\pi}{3}\text{ (đvtt).}$$

Câu 39. Đáp án D

Thể tích cần tìm $V=\pi\int\limits_0^1\frac{dx}{\left(1+\sqrt{4-3x}\right)^2}$

Đặt $t=\sqrt{4-3x}\Rightarrow dt=-\frac{3}{2\sqrt{4-3x}}dx\Leftrightarrow dx=-\frac{2}{3}tdt$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=2\\x=1\Rightarrow t=1\end{cases}$

Vậy $V=\frac{2\pi}{3}\int\limits_1^2\frac{t}{(1+t)^2}dt=\frac{2\pi}{3}\int\limits_1^2\left(\frac{1}{1+t}-\frac{1}{(1+t)^2}\right)dt$

$$=\frac{2\pi}{3}\left(\ln|1+t|+\frac{1}{1+t}\right)\Bigg|_1^2=\frac{\pi}{9}\left(6\ln\frac{3}{2}-1\right)\text{ (đvtt)}$$

Câu 40. Đáp án A

Thể tích cần tính là

$$V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin x+\cos x)^2dx=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\sin 2x)dx=\pi\left(x-\frac{1}{2}\cos 2x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi(\pi+2)}{2}\text{ (đvtt)}$$

Câu 41. Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=(x-2)e^{2x}$ và trục hoành là:

$(x-2)e^{2x}=0\Leftrightarrow x-2=0\Leftrightarrow x=2$.

Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

$V=\pi\int\limits_0^2\left[\left(x-2\right)e^{2x}\right]^2dx=\pi\int\limits_0^2\left(x-2\right)^2e^{4x}dx$. Đặt $\begin{cases}u=\left(x-2\right)^2\\dv=e^{4x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2\left(x-2\right)dx\\v=\dfrac{e^{4x}}{4}\end{cases}$

$\Rightarrow V=\pi\left[\dfrac{1}{4}\left(x-2\right)^2e^{4x}\Big|_0^2-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^2\left(x-2\right)e^{4x}dx\right]=\pi\left(-1-\dfrac{1}{2}I\right)$

Tính $I=\int\limits_0^2\left(x-2\right)e^{4x}dx$. Đặt $\begin{cases}u=x-2\\dv=e^{4x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\dfrac{1}{4}e^{4x}\end{cases}$

$\Rightarrow I=\dfrac{1}{4}\left(x-2\right)e^{4x}\Big|_0^2-\dfrac{1}{4}\int\limits_0^2e^{4x}dx=\dfrac{1}{4}\left(x-2\right)e^{4x}\Big|_0^2-\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{4}e^{4x}\Big|_0^2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{16}\left(e^8-1\right)=\dfrac{-e^8+9}{16}$.

Vậy $V=\pi\left[-1-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{-e^8+9}{16}\right)\right]=\dfrac{\pi\left(e^8-41\right)}{32}$ (đvtt)

Câu 42. Đáp án D

Thể tích cần tính là $V=\pi\int\limits_1^2\left(4x-e^x\right)dx=\pi\left(2x^2-e^x\right)\Big|_1^2=\pi\left(6-e^2+e\right)$ (đvtt)

Câu 43. Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm: $3\sqrt{x}-x=\dfrac{1}{2}x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Khi đó thể tích cần tính là $V_{Ox}=\pi\int\limits_0^4\left|\left(3\sqrt{x}-x\right)^2-\left(\dfrac{1}{2}x\right)^2\right|dx$

$=\left|\pi\int\limits_0^4\left(9x-6x\sqrt{x}+\dfrac{3}{4}x^2\right)dx\right|=\left|\pi\left(\dfrac{9}{2}x^2-\dfrac{12}{5}x^{\frac{5}{2}}+\dfrac{1}{4}x^3\right)\Big|_0^4\right|=\dfrac{56}{5}\pi$ (đvtt)

Câu 44. Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x-x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Khi đó thể tích cần tính là $V=\pi\int\limits_0^2\left(2x-x^2\right)^2dx=\pi\left(\frac{4x^3}{3}-x^4+\frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^2=\frac{16\pi}{15}$ (đvtt)

Câu 45. Đáp án B

Thể tích cần tính là:

$$V_{Ox}=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\tan^2 xdx=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\left[-1+\left(1+\tan^2 x\right)\right]dx=\pi\left(-x+\tan x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\pi}{3}\left(3\sqrt{3}-\pi\right)\text{ (đvtt)}$$

Câu 46. Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{x}=-x\Leftrightarrow\begin{cases}-x\geq 0\\ x=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 0\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\end{array}\right.$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V_{Ox}=\pi\int\limits_0^4\left|x^2-x\right|dx=\pi\int\limits_0^1\left|x^2-x\right|dx+\pi\int\limits_1^4\left|x^2-x\right|dx$

$$=\pi\int\limits_0^1\left(-x^2+x\right)dx+\pi\int\limits_1^4\left(x^2-x\right)dx=\pi\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1+\pi\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^4=\frac{41\pi}{3}\text{ (đvtt)}$$

Câu 47. Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2+1=4x-2\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3\end{array}\right.$

Thể tích khối tròn xoay cần tính là: $V=\pi\int\limits_1^3\left|\left(x^2+1\right)^2-\left(4x-2\right)^2\right|dx$

$$=\pi\left|\int\limits_1^3\left(x^4-14x^2+16x-3\right)dx\right|=\left|\pi\left(\frac{x^5}{5}-\frac{14x^3}{3}+8x^2-3x\right)\Big|_1^3\right|=\frac{224}{15}\pi\text{ (đvtt)}$$

Câu 48. Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{x}-1=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\ \sqrt{x}=1\end{cases}\Leftrightarrow x=1$

Thể tích khối tròn xoay cần tính là:

$$V_{Ox}=\pi\int_1^4\left(\sqrt{x}-1\right)^2dx=\pi\int_1^4\left(x-2\sqrt{x}+1\right)dx=\pi\left(\frac{x^2}{2}-\frac{4}{3}\sqrt{x^3}+x\right)\Bigg|_1^4=\frac{7\pi}{6}\text{ (đvtt)}$$

Câu 49. Đáp án C

Thể tích khối tròn xoay cần tính là $V=\pi\int_0^2\left(xe^x\right)^2dx=\pi\int_0^2x^2e^{2x}dx$.

Đặt $\begin{cases}u=x^2\\dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2xdx\\v=\frac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$

Suy ra $V=\left(\frac{1}{2}\pi x^2e^{2x}\right)\Big|_0^2-\pi\int_0^2xe^{2x}dx=2\pi e^4-\pi.I$.

Tính $I=\int_0^2xe^{2x}dx$. Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\frac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$

$$\Rightarrow I=\left(\frac{1}{2}xe^{2x}\right)\Big|_0^2-\frac{1}{2}\int_0^2e^{2x}dx=e^4-\frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^2=e^4-\left(\frac{1}{4}e^4-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}e^4+\frac{1}{4}.$$

Vậy $V=2\pi e^4-\pi\left(\frac{3}{4}e^4+\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{4}\pi e^4-\frac{1}{4}\pi=\frac{\pi}{4}\left(5e^4-1\right)$ (đvtt)

Câu 50. Đáp án B

Thể tích khối tròn xoay cần tính là $V=\pi\int_1^2\left(x^{\frac{1}{2}}.e^x\right)^2dx=\pi\int_1^2xe^{2x}dx$

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\frac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$

Suy ra $V=\left(\frac{1}{2}\pi xe^{2x}\right)\Big|_1^2-\frac{1}{2}\pi\int_1^2e^{2x}dx=\left(\pi e^4-\frac{1}{2}\pi e^2\right)-\left(\frac{1}{4}\pi e^{2x}\right)\Big|_1^2$

$$=\left(\pi e^4-\frac{1}{2}\pi e^2\right)-\left(\frac{1}{4}\pi e^4-\frac{1}{4}\pi e^2\right)=\pi\left(\frac{3}{4}e^4-\frac{1}{4}e^2\right)\text{ (đvtt)}$$

Câu 51. Đáp án C

Thể tích vật thể cần tìm $V=\pi\int_0^1\left(xe^{\frac{x}{2}}\right)^2dx=\pi\int_0^1x^2e^xdx$

Đặt $\begin{cases}u=x^2\\dv=e^xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2xdx\\v=e^x\end{cases}$

Khi đó $V=\pi x^2e^x\Big|_0^1-2\pi\int_0^1xe^x=\pi e-2\pi.I$

Tính $I=\int_0^1xe^xdx$. Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=e^xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=e^x\end{cases}$

Khi đó $I=\int_0^1xe^xdx=xe^x\Big|_0^1-\int_0^1e^xdx=e-e^x\Big|_0^1=e-(e-1)=1.$

Vậy $V=\pi e-2\pi.I=\pi(e-2)$ (đvtt)

Câu 52. Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y=x\sqrt{\ln(1+x^2)}$ và trục Ox:

$$x\sqrt{\ln(1+x^2)}=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\\ln(1+x^2)=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow x=0.$$

Do đó thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V=\pi\int_0^1\left(x\sqrt{\ln(1+x^2)}\right)^2dx=\pi\int_0^1x^2.\ln(1+x^2)dx.\text{ Đặt }\begin{cases}u=\ln(1+x^2)\\dv=x^2dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{2x}{x^2+1}dx\\v=\dfrac{x^3}{3}\end{cases}$$

Suy ra $V=\left[\pi\frac{x^3}{3}.\ln(1+x^2)\right]\Big|_0^1-\frac{2}{3}\pi\int_0^1\frac{x^4}{x^2+1}dx=\frac{\pi}{3}.\ln 2-\frac{2}{3}\pi\int_0^1\left(x^2-1+\frac{1}{x^2+1}\right)dx$

$$=\frac{\pi}{3}.\ln 2-\frac{2}{3}\pi\left(\frac{x^3}{3}-x\right)\Big|_0^1-\frac{2}{3}\pi\int_0^1\frac{1}{x^2+1}dx=\frac{\pi}{3}.\ln 2+\frac{4}{9}\pi-\frac{2}{3}\pi.I$$

Tính $I=\int_0^1\frac{dx}{x^2+1}$. Đặt $x=tant\Rightarrow dx=\left(1+tan^2t\right)dt$ với $t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}\end{cases}$

Suy ra $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}dt=t\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{4}$.

Vậy $V=\frac{\pi}{3}.\ln 2+\frac{4}{9}\pi-\frac{2}{3}\pi.I=\frac{\pi}{3}.\ln 2+\frac{4}{9}\pi-\frac{\pi^2}{6}=\pi\left(\frac{1}{3}\ln 2+\frac{4}{9}-\frac{\pi}{6}\right)$ (đvtt).

Câu 53. Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm của $y=e^x\sqrt{x}$ và trục Ox là: $e^x\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$

Thể tích khối tròn xoay cần tính là $V=\pi\int_0^1\left(e^x\sqrt{x}\right)^2dx=\pi\int_0^1xe^{2x}dx$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\frac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$

Suy ra $V=\pi\left(\frac{1}{2}xe^{2x}\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1e^{2x}dx\right)=\pi\left(\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^1\right)=\frac{\pi\left(e^2+1\right)}{4}$ (đvtt)

Câu 54. Đáp án B

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2+1$ tại điểm $A(1;2)$ có hệ số góc là $k=y'(1)=2$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến là $y=2(x-1)+2\Leftrightarrow y=2x$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2+1=2x\Leftrightarrow(x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1$

Thể tích cần tính là:

$$V=\pi\int_0^1\left|(2x)^2-\left(x^2+1\right)^2\right|dx=\left|\pi\int_0^1\left(3x^4-2x^2-1\right)dx\right|=\left|\pi\left(\frac{3}{5}x^5-\frac{2}{3}x^3-x\right)\right|_0^1\Bigg|=\frac{16}{15}\pi \text{ (đvtt)}$$

Câu 55. Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm là $\frac{1}{3}x^3-x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quanh hình (H) quanh trục Ox là

$$V=\pi\int_0^3\left(\frac{1}{3}x^3-x^2\right)^2dx=\pi\int_0^3\left(\frac{1}{9}x^6-\frac{2}{3}x^5+x^4\right)dx=\pi\left(\frac{x^7}{63}-\frac{x^6}{9}+\frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_0^3=\frac{81}{35}\pi \text{ (đvtt)}$$

Câu 56. Đáp án B

Học sinh đó sai ngay bước I. Sửa đúng phải là $V=\pi\int_1^4\left(\frac{1}{y}\right)^2dy$.

Câu 57. Đáp án A

Xét phương trình $x\ln x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>0\\x=0\\\ln x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow x=1.$

Thể tích vật thể cần tính là $V_{Ox}=\pi\int_1^e x^2\ln^2 x dx$. Đặt $\left\{\begin{array}{l}u=\ln^2 x\\dv=x^2dx\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}du=\frac{2\ln x}{x}\\v=\frac{x^3}{3}\end{array}\right.$

Suy ra $V_{Ox}=\pi\left[\left(\frac{x^3\ln^2 x}{3}\right)\Bigg|_1^e-\frac{2}{3}\int_1^e x^2\ln x dx\right]=\pi\left[\left(\frac{x^3\ln^2 x}{3}\right)\Bigg|_1^e-\frac{2}{3}I\right]=\pi\left(\frac{e^3}{3}-\frac{2}{3}I\right)$

Tính $I=\int_1^e x^2\ln x dx$. Đặt $\left\{\begin{array}{l}u_1=\ln x\\dv_1=x^2dx\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}du_1=\frac{dx}{x}\\v_1=\frac{x^3}{3}\end{array}\right.$

Suy ra $I=\frac{x^3\ln x}{3}\Bigg|_1^e-\frac{1}{3}\int_1^e x^2dx=\frac{e^3}{3}-\frac{x^3}{9}\Bigg|_1^e=\frac{e^3}{3}-\left(\frac{e^3}{9}-\frac{1}{9}\right)=\frac{2e^3+1}{9}.$

Vậy $V_{Ox}=\pi\left[\frac{e^3}{3}-\frac{2}{3}.\frac{2e^3+1}{9}\right]=\pi\left(\frac{5}{27}e^3-\frac{2}{27}\right)=\frac{\pi}{27}\left(5e^3-2\right)$. Suy ra $a=27,b=5$.

Câu 58. Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm: $1-x^2=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Thể tích cần tính là:

$$V=\pi\int_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)^2dx=\pi\int_{-1}^{1}\left(x^4-2x^2+1\right)dx=\pi\left(\frac{x^5}{5}-\frac{2x^3}{3}+x\right)\Big|_{-1}^{1}=\frac{16\pi}{15}\ (\text{đvtt})$$

Suy ra $a=16,b=15\Rightarrow a+b=31$.

Câu 59. Đáp án B

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{1+x^2}=\frac{x^2}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Như vậy, thể tích cần tìm sẽ được tính theo công thức $V=\pi\int_{-1}^{1}\left|f^2(x)-g^2(x)\right|dx$

Ta có $V=\pi\int_{-1}^{1}\left|\left(\frac{1}{1+x^2}\right)^2-\frac{x^4}{4}\right|dx=\pi\left|\int_{-1}^{1}\frac{1}{\left(1+x^2\right)^2}dx-\int_{-1}^{1}\frac{x^4}{4}dx\right|$

$$=\pi\left|\int_{-1}^{1}\frac{1}{\left(1+x^2\right)^2}dx-\frac{x^5}{20}\Big|_{-1}^{1}\right|=\pi\left|\int_{-1}^{1}\frac{1}{\left(1+x^2\right)^2}dx-\frac{1}{10}\right|=\pi\left|I-\frac{1}{10}\right|$$

Tính $I=\int_{-1}^{1}\frac{1}{\left(1+x^2\right)^2}dx$. Đặt $x=\tan t,t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow dx=\frac{1}{\cos^2t}dt=\left(1+\tan^2t\right)dt$

Đổi cận $\begin{cases}x=-1\Rightarrow y=-\frac{\pi}{4}\\x=1\Rightarrow y=\frac{\pi}{4}\end{cases}$

Suy ra $I=\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1+\tan^2t}{\left(1+\tan^2t\right)^2}dt=\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\cos^2tdt=\frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\left(1+\cos2t\right)dt=\frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{2}\sin2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$

Vậy $V=\pi\left|I-\frac{1}{10}\right|=\pi\left|\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{10}\right|=\frac{1}{4}\pi^2+\frac{2}{5}\pi$ (đvtt). Khi đó $m=\frac{1}{4};n=\frac{2}{5}\Rightarrow m+n=\frac{13}{20}$.

Câu 60. Đáp án A

Ta có $a^2=3\Rightarrow a=\pm\sqrt{3}\Rightarrow x\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$.

Lại có $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{b^2}=1\Leftrightarrow y^2=\left(1-\frac{x^2}{3}\right)b^2$.

Vậy thể tích cần tính là:

$$V_{Ox}=\pi\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}y^2dx=\pi\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\left(1-\frac{x^2}{3}\right)b^2dx=\pi b^2\left(x-\frac{x^3}{9}\right)\Bigg|_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi b^2 \text{ (đvtt).}$$

ỨNG DỤNG 2: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN VÀO BÀI TOÁN THỰC TẾ

Câu 1. Đáp án A

Công được sinh ra khi kéo căng lò xo từ $0,15m$ đến $0,18m$ là:

$$W=\int_0^{0,03}800xdx=400x^2\Big|_0^{0,03}=36.10^{-2}(J)$$

Chú ý: Nếu lực là một giá trị biến thiên (như nén lò xo) và được xác định bởi hàm $F(x)$ thì công sinh ra theo trục Ox từ a tới b là $A=\int_a^b F(x)dx$.

Câu 2. Đáp án A

Theo định luật Hooke, khi chiếc lò xo bị kéo căng thêm $x(m)$ so với độ dài tự nhiên thì chiếc lò xo trì lại với một lực $f(x)=kx$ .Khi kéo căng lò xo từ $10cm$ đến $15cm$, thì nó bị kéo căng thêm $5cm=0,05m$. Bằng cách này, ta được $f(0,05)=40$ bởi vậy: $0,05k=40\Leftrightarrow k=\frac{40}{0,05}=800$.

Do đó $f(x)=800x$ và công được sinh ra khi kéo căng lò xo từ $15cm$ đến $18cm$ là:

$$W=\int_{0,05}^{0,08}800xdx=400x^2\Big|_{0,05}^{0,08}=1,56(J)$$

Câu 3. Đáp án A

Đạo hàm của quãng đường theo biến t là vận tốc. Vậy khi có vận tốc, muốn tìm quãng đường chỉ cần lấy nguyên hàm của vận tốc, do đó:

$$S=\int_0^{20}\left(1,2+\frac{t^2+4}{t+3}\right)dt=\int_0^{20}\left(1,2+t-3+\frac{13}{t+3}\right)dt=\int_0^{20}\left(t-\frac{9}{5}+\frac{13}{t+3}\right)dt$$

$$=\left(\frac{1}{2}t^2-\frac{9}{5}t+13.\ln|t+3|\right)\Big|_0^{20}=164+13.\ln\frac{23}{3}\approx 190(m).$$

Câu 4. Đáp án D

Ta có $S=\int_0^5\left(\frac{1}{2\pi}+\frac{\sin(\pi t)}{\pi}\right)dt=\left(\frac{1}{2\pi}t-\frac{1}{\pi^2}\cos(\pi t)\right)\Big|_0^5=\frac{5}{2\pi}+\frac{2}{\pi^2}\approx 0,99842(m)$

Vì làm tròn kết quả đến hàng phần trăm nên $S\approx 1(m)$.

Câu 5. Đáp án C

Ta có $S_1=\int_0^2\left(\frac{1}{2\pi}+\frac{\sin(\pi t)}{\pi}\right)dt=\left(\frac{1}{2\pi}t-\frac{1}{\pi^2}\cos(\pi t)\right)\Big|_0^2=\frac{1}{\pi}(m)$

Lại có $S=\int_3^5\left(\frac{1}{2\pi}+\frac{\sin(\pi t)}{\pi}\right)dt=\left(\frac{1}{2\pi}t-\frac{1}{\pi^2}\cos(\pi t)\right)\Big|_3^5=\frac{1}{\pi}(m)$

Suy ra $S_1=S_2$.

Câu 6. Đáp án A

Thời điểm vật dừng lại là $160-10t=0\Leftrightarrow t=16(s)$

Quãng đường vật đi được là: $S=\int_0^{16}v(t)dt=\int_0^{16}(160-10t)dt=\left(160t-5t^2\right)\Big|_0^{16}=1280(m)$

Câu 7. Đáp án D

Thời điểm vật dừng lại là $160-10t=0\Leftrightarrow t=16(s)$

Trong vật lí, chúng ta đã học biểu thức vận tốc là đạo hàm của biểu thức li độ, do vậy biểu thức li độ chính là nguyên hàm của biểu thức vận tốc.

Nên quãng đường vật đi được trong 3s cuối được tính bằng:

$$S=\int_{13}^{16}(160-10t)dt=\left(160t-5t^2\right)\Big|_{13}^{16}=45(m)$$

Câu 8. Đáp án D

Lấy mốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu phanh $(t=0)$.

Gọi T là thời điểm ô tô dừng lại, khi đó vận tốc dừng là $v(T)=0$.

Vậy thời gian từ lúc đạp phanh đến lúc dừng là $v(T)=0\Leftrightarrow 20-40T=0\Leftrightarrow T=\frac{1}{2}(s)$.

Gọi $s(t)$ là quãng đường mà ô tô đi được trong khoảng thời gian T.

Ta có $v(t)=s'(t)\Rightarrow s(t)=\int v(t)dt$.

Vậy trong $\frac{1}{2}(s)$ thì ô tô đi được quãng đường là:

$$\int_t^T v(t)dt=\int_0^{\frac{1}{2}}(20-40t)dt=\left(20t-20t^2\right)\Big|_0^{\frac{1}{2}}=5(m)$$

Câu 9. Đáp án C

Thời điểm vật dừng lại là $-5t+10=0\Leftrightarrow t=2(s)$.

Quãng đường cần tìm là $S=\int_0^2 v(t)dt=\int_0^2(-5t+10)dt=\left(-\frac{5t^2}{2}+10t\right)\Big|_0^2=10(m)$.

Câu 10. Đáp án B

Quãng đường cần tìm là: $S=\int_0^{\frac{3\pi}{4}}(1-2\sin 2t)dt=\left(t+\cos 2t\right)\Big|_0^{\frac{3\pi}{4}}=\frac{3\pi}{4}-1(m)$.

Câu 11. Chọn D

Thời điểm mà vật dừng lại là $t(5-t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0(L) \\ t=5 \end{array}\right.$

Quãng đường cần tìm là:

$$S=\int_0^5 v(t)dt=\int_0^5 t(5-t)dt=\int_0^5 (5t-t^2)dt=\left(\frac{5}{2}t^2-\frac{1}{3}t^3\right)\Big|_0^5=\frac{125}{6}(m).$$

Câu 12. Đáp án D

Lấy mốc thời gian là lúc xe tải bắt đầu được thắng. Gọi T là thời điểm xe tải dừng hẳn. Ta có $v(T)=0 \Leftrightarrow -27T+24=0 \Leftrightarrow T=\frac{24}{27}$. Như vậy, khoảng thời gian từ lúc đạp thắng đến khi dừng hẳn của xe tải là $\frac{24}{27}(s)$. Trong khoảng thời gian đó, xe tải di chuyển được quãng đường là:

$$S=\int_0^{\frac{24}{27}}(24-27t)dt=\left(24t-\frac{27}{2}t^2\right)\Big|_0^{\frac{24}{27}}=\frac{32}{3}(m).$$

Câu 13. Đáp án B

Khi tàu dừng lại thì $v(t)=0 \Leftrightarrow 200-20t=0 \Leftrightarrow t=10s$

Quãng đường cần tìm là: $S=\int_0^{10} v(t)dt=\int_0^{10}(200-20t)=(200t-10t^2)\Big|_0^{10}=1000(m)$.

Câu 14. Đáp án A

Khi tàu dừng lại thì $v(t)=0 \Leftrightarrow 200-20t=0 \Leftrightarrow t=10(s)$.

Ta có phương trình chuyển động với $t=t_0$ tại thời điểm đang xét, $t_0 \in (0;10)$.

$$S=\int_0^{t_0} v(t)dt=\int_0^{t_0}(200-20t)dt=(200t-10t^2)\Big|_0^{t_0}=200t_0-10t_0^2.$$

Khi $S=750\Leftrightarrow 200t_0-10t_0^2=750\Leftrightarrow t_0^2-20t_0+75=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_0=5(tm) \\ t_0=15(L) \end{array}\right.$ vì $t_0\in(0;10)$.

Lệch nhau: $10-5=5(s)$.

Câu 15. Đáp án A

Ta có $s(t)=\int v(t)dt=\int(3t+2)dt=\frac{3}{2}t^2+2t+C$.

Theo bài ra, ta có $s(2)=10\Leftrightarrow\frac{3}{2}.2^2+2.2+C=10\Leftrightarrow C=0$.

Suy ra $s(30)=\frac{3}{2}.30^2+2.30=1410(m)$.

Câu 16. Đáp án B

Ta có $v(t)=\int a(t)dt=\int(t^2+t)dt=\frac{t^3}{3}+\frac{t^2}{2}+C$.

Do $v(0)=5\Rightarrow C=5$, suy ra $v(t)=\frac{t^3}{3}+\frac{t^2}{2}+5$.

Khi đó: $s(t)=\int\limits_0^{10}v(t)dt=\int\limits_0^{10}\left(\frac{t^3}{3}+\frac{t^2}{2}+5\right)=\left(\frac{t^4}{12}+\frac{t^3}{6}+5t\right)\Big|_0^{10}=1050(m)$.

Câu 17. Đáp án B

Ta có $v_0=10(m/s)$ và $v(t)=v_0+\int(3t+t^2)dt=v_0+\frac{3t^2}{2}+\frac{t^3}{3}+C$

Khi $t=0\Rightarrow v=v_0\Rightarrow C=0$. Khi đó $v(t)=10+\frac{3}{2}t^2+\frac{t^3}{3}$

Vậy quãng đường cần tìm là $S=\int\limits_0^{10}\left(10+\frac{3t^2}{2}+\frac{t^3}{3}\right)dt=\left(10t+\frac{t^3}{2}+\frac{t^4}{12}\right)\Big|_0^{10}=\frac{4300}{3}(m)$.

Câu 18. Đáp án B

Ta có $v(t)=\int a(t)dt=\int(3t^2+t)dt=t^3+\frac{t^2}{2}+C$.

Do vận tốc ban đầu của vật là $2(m/s)$ nên $v(0)=2\Leftrightarrow C=2$. Suy ra $v(t)=t^3+\frac{t^2}{2}+2$.

Vậy vận tốc của vật sau 2*s* là $v(2)=2^3+\frac{2^2}{2}+2=12(m/s)$.

Câu 19. Đáp án C

Ta có $v(t)=\int a(t)dt=-\int 20(1+2t)^{-2}dt=\frac{10}{1+2t}+C$.

Theo bài ra: $v(0)=30\Leftrightarrow 10+C=30\Leftrightarrow C=20$. Suy ra $v(t)=\frac{10}{1+2t}+20$.

Quãng đường mà vât đó đi được sau 2*s* là:

$$S=\int_0^2\left(\frac{10}{1+2t}+20\right)dt=\left(5.\ln|1+2t|+20t\right)\Big|_0^2=5.\ln 5+40\approx 48(m).$$

Câu 20. Đáp án C

Ta có $v(t)=\int v'(t)dt=\int\frac{3}{t+1}dt=3.\ln|t+1|+C$.

Theo bài ra, ta có $v(0)=6\Leftrightarrow C=6$. Khi đó $v(t)=3.\ln|t+1|+6$.

Vậy $v(10)=3.\ln 11+6\approx 13,2(m/s)$.

Câu 21. Đáp án A.

Ta có $N'(t)=t(t^2-2t+1)=t^3-2t^2+t$.

Vì lượng dầu tính theo phút, nên công thức tính lượng dầu sẽ được tính như sau:

$$\int_0^{60}N'(t)dt=\int_0^{60}(t^3-2t^2+t)dt=\left(\frac{t^4}{4}-\frac{2t^3}{3}+\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^{60}=3097800(ml).$$

Câu 22. Đáp án A

Ta có $h(t)=\int h'(t)dt=\int(3at^2+bt)dt=at^3+\frac{bt^2}{2}+C$

Do ban đầu hồ không có nước nên $h(0)=0\Leftrightarrow C=0\Rightarrow h(t)=at^3+b\frac{t^2}{2}$.

Lúc 5 giây: $h(5)=a.5^3+b.\frac{5^2}{2}=150\Leftrightarrow 10a+b=12$.

Lúc 10 giây: $h(10)=a.10^3+b.\frac{10^2}{2}=1100\Leftrightarrow 20a+b=22$.

Suy ra, ta có hệ phương trình $\begin{cases}10a+b=12\\20a+b=22\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$

Suy ra $h(t)=t^3+t^2\Rightarrow h(20)=20^3+20^2=8400(m^3)$.

Câu 23. Đáp án C

Ta có $h(t)=\int h'(t)dt=\frac{1}{5}\int(t+8)^{\frac{1}{3}}dt=\frac{3}{20}(t+8)^{\frac{4}{3}}+C$.

Tại thời điểm ban đầu $(t=0)$ thì $h(0)=\frac{3}{20}.8^{\frac{4}{3}}+C=0\Leftrightarrow C=-\frac{12}{5}$.

Suy ra $h(t)=\frac{3}{20}(t+8)^{\frac{4}{3}}-\frac{12}{5}$.

Tại thời điểm $t=6(s)$ thì $h(6)=\frac{3}{20}.14^{\frac{4}{3}}-\frac{12}{5}\approx 2,66(cm)$.

Câu 24. Đáp án A

Ta có $N(t)=\int N'(t)dt=\int\frac{4000}{1+0,5t}dt=8000.\ln(1+0,5t)+C$

Tại thời điểm ban đầu $(t=0)$ thì $N(0)=8000.\ln 1+C=250000\Leftrightarrow C=250000$.

Suy ra $N(t)=8000.\ln(1+0,5t)+250000$.

Sau 10 giây $(t=10)$ thì ta có $N(10)=8000.\ln(1+0,5.10)+250000=264.334$ (con)

Câu 25. Đáp án A

Ta có $N(x)=\int N'(x)dx=\int\frac{2000}{1+x}dx=2000.\ln|1+x|+C$.

Theo bài ra: $N(0)=5000\Leftrightarrow C=5000$. Suy ra $N(x)=2000.\ln|1+x|+5000$.

Vậy $N(12) = 2000.\ln 13 + 5000 \approx 10130$, khi đó số lượng vi khuẩn ở ngày thứ 12 là 10130 con.

Câu 26. Đáp án C.

Ta có $D(t) = \int D'(t)dt = 90\int (t+6)\sqrt{t^2+12t}\,dt = 90\int \left(\sqrt{t^2+12t}\right)^2 d\left(\sqrt{t^2+12t}\right)$

$\Rightarrow D(t) = 30\left(\sqrt{t^2+12t}\right)^3 + C$.

Vì đến năm thứ tư công ty đã chịu 1.610.640 đô la tiền nợ nần nên suy ra:

$D(4) = 1610640 \Leftrightarrow 30\left(\sqrt{4^2+12.4}\right)^3 + C = 1610640 \Leftrightarrow C = 1595280$

Vậy công thức tính tiền nợ nần là $D(t) = 30\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3} + 1595280$.

Câu 27. Đáp án A

Ta có $f(x) = \int f'(x)dx = \int (12x^5 + 3x^2 + 2x + 12)dx = 2x^6 + x^3 + x^2 + 12x + C$

Nhận thấy do $f(x)$ là "Tốc độ thay đổi doanh thu (bằng đô la trên một máy tính) cho việc bán x máy tính" nên $f(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = 2x^6 + x^3 + x^2 + 12x$.

Tổng doanh thu khi bán được 12 máy tính là:

$f(12) = 2.12^6 + 12^3 + 12^2 + 12.12 = 5973984$.

Câu 28. Đáp án C

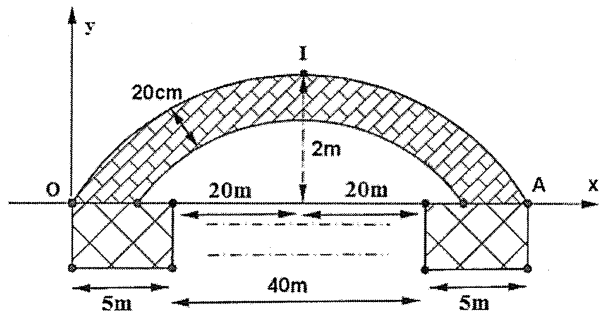
Khoảng thời gian để tốc độ sinh lợi nhuận của dự án đầu tư thứ 2 vượt bằng dự án đầu tư thứ nhất khi: $f(t) = g(t) \Leftrightarrow t^2 - 5t - 150 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -10(L) \\ t = 15 \end{array}\right.$

Vậy lợi nhuận vượt thực tế trong khoảng thời gian $0 \le t \le 15$ được cho bởi tích phân xác định sau :

$$LN = \int_0^{15} \left(g(t) - f(t)\right)dt = \int_0^{15} \left(150 + 5t - t^2\right)dt = \left(150t + \frac{5t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right)\Bigg|_0^{15} = 1687{,}5 \text{ trăm đô}$$

Câu 29. Đáp án C

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ với gốc $O(0;0)$ là chân cầu (điểm tiếp xúc Parabol bên trên), đỉnh $I(25;2)$, điểm $A(50;0)$ (điểm tiếp xúc của Parabol bên trên với chân trụ).



Giả sử Parabol bên trên có phương trình là $(P_1): f(x)=ax^2+bx$ do $O(0;0)\in(P_1)$.

Khi đó, phương trình của Parabol bên dưới là $(P_2): g(x)=ax^2+bx-\dfrac{20}{100}=ax^2+bx-\dfrac{1}{5}$.

Từ $\begin{cases} I(25;2)\in(P_1) \\ A(50;0)\in(P_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2=625a+25b \\ 0=2500a+50b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{2}{625} \\ b=\dfrac{4}{25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x)=-\dfrac{2}{625}x^2+\dfrac{4}{25}x \\ g(x)=-\dfrac{2}{625}x^2+\dfrac{4}{25}x-\dfrac{1}{5} \end{cases}$

Khi đó diện tích của mỗi nhịp cầu là $S=2S'$, với S' là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $f(x)$, $g(x)$ trên đoạn $[0;25]$.

Ta có $S'=\displaystyle\int_0^{\frac{1}{5}}|f(x)|dx+\int_{\frac{1}{5}}^{25}|f(x)-g(x)|dx=\int_0^{\frac{1}{5}}\left(-\frac{2}{625}x^2+\frac{4}{25}x\right)dx+\frac{1}{5}\int_{\frac{1}{5}}^{25}dx$

$$=\left(-\frac{2}{1875}x^3+\frac{2}{25}x^2\right)\Bigg|_0^{\frac{1}{5}}+\left(\frac{1}{5}x\right)\Bigg|_{\frac{1}{5}}^{25}=\frac{748}{234375}+\frac{124}{25}\approx 4,96(m^2)$$

Khi đó $S=2S'\approx 9,9(m^2)$.

Vì bề dày nhịp cầu là không đổi nên ta có thể coi thể tích là tích của diện tích và bề dày nhịp cầu. Khi đó, với mỗi nhịp cầu thì $V=S.0,2\approx 9,9.0,2\approx 1,98(m^3)\Rightarrow$ Số lượng bê tông cần cho mỗi nhịp cầu $\approx 1,98(m^3)$. Vậy 10 nhịp cầu 2 bên cần có $1,98.20\approx 40(m^3)$.

Câu 30. Đáp án D

Ứng dụng thực tế tích phân : Biểu thị sự thay đổi của một sự vật từ cận a đến cận b.

PHỤ LỤC:

MỘT SỐ THỦ THUẬT CƠ BẢN LÀM NHANH TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN

Nguồn: Thầy Nguyễn Phú Khánh – Nguyễn Chiến

Một số công thức tính nhanh " thường gặp " liên quan cực trị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$

$$A(0;c),B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right),C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right)\Rightarrow AB=AC=\sqrt{\frac{b^4}{16a^2}-\frac{b}{2a}},BC=2\sqrt{-\frac{b}{2a}},$$

với $\Delta=b^2-4ac$.

Gọi $\widehat{BAC}=\alpha$, ta luôn có: $8a\left(1+cos\alpha\right)+b^3\left(1-cos\alpha\right)=0\Rightarrow cos\alpha=\frac{b^3+8a}{b^3-8a}$ và $S=\frac{1}{4}.\frac{b^2}{|a|}\sqrt{-\frac{b}{2a}}$.

Phương trình đường tròn đi qua $A,B,C: x^2+y^2-\left(c+n\right)x+c.n=0$, với $n=\frac{2}{b}-\frac{\Delta}{4a}$.

1 cực trị: $ab\geq 0$	*3 cực trị: $ab<0$*
✓ $a>0$: 1 cực tiểu ✓ $a<0$: 1 cực đại	✓ $a>0$: 1 cực đại,2 cực tiểu ✓ $a<0$: 2 cực đại,1 cực tiểu

Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có 3 cực trị $A\in Oy,B,C$ tạo thành:

DỮ KIỆN	CÔNG THỨC	VÍ DỤ
Tam giác vuông cân	$8a+b^3=0$	m? để hàm số $y=x^4+\left(m+2015\right)x^2+5$ có 3 cực trị tạo thành tam giác vuông cân. *Với* $a=1,b=m+2015$. *Từ* $8a+b^3=0\Rightarrow b^3=-8\Rightarrow m=-2017$
Tam giác đều	$24a+b^3=0$	m? để hàm số $y=\frac{9}{8}x^4+3\left(m-2017\right)x^2$ có 3 cực trị tạo

		thành tam giác đều. *Với* $a=\frac{9}{8}, b=3(m-2017)$. *Từ* $24a+b^3=0\Rightarrow b^3=-27\Rightarrow m=2016$
$\widehat{BAC}=\alpha$	$8a+b^3.\tan^2\frac{\alpha}{2}=0$	m? để hàm số $y=3x^4+(m-7)x^2$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có một góc 120^0. *Với* $a=3, b=m-7$. *Từ* $8a+3b^3=0\Rightarrow b=-2\Rightarrow m=5$.
$S_{\Delta ABC}=S_0$	$32a^3S_0^2+b^5=0$	m? để hàm số $y=mx^4+2x^2+m-2$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 1. *Với* $a=m, b=2$. *Từ* $32a^3S_0^2+b^5=0\Rightarrow m^3+1=0\Rightarrow m=-1$.
$\max(S_0)$	$S_0=\sqrt{-\frac{b^5}{32a^3}}$	m? để hàm số $y=x^4-2(1-m^2)x^2+m+1$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có diện tích lớn nhất. *Với* $a=1, b=-2(1-m^2)$. *Từ* $S_0=\sqrt{(1-m^2)^5}\le 1\Rightarrow m=0$
$r_{\Delta ABC}=r_0$	$r_0=\frac{b^2}{\lvert a\rvert\left(1+\sqrt{1-\frac{b^3}{a}}\right)}$	m? để hàm số $y=x^4-mx^2+\frac{3}{2}$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. *Với* $a=\frac{1}{2}, b=-m$. *Từ* $r_0\Rightarrow m=2$
$BC=m_0$	$am_0^2+2b=0$	m? để hàm số $y=m^2x^4-mx^2+1-m$ có 3 cực trị mà trong đó có $BC=\sqrt{2}$ *Với* $a=m^2, b=-m$. *Từ* $am_0^2+2b=0\Rightarrow m=1$ *vì* $m>0$
$AB=AC=n_0$	$16a^2n_0^2-b^4+8b=0$	m? để hàm số $y=mx^4-x^2+m$ có 3 cực trị mà trong đó có $AC=0,25$ *Với* $a=m, b=-1$. *Từ* $16a^2n_0^2-b^4+8b=0\Rightarrow m=3$ *do* $m>0$
$B,C\in Ox$	$b^2-4ac=0$	m? để hàm số $y=x^4-mx^2+1$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có $B,C\in Ox$ *Với* $a=1, b=-m, c=1$. *Từ* $b^2-4ac=0\Rightarrow m=2$ *do* $m>0$
Tam giác cân tại A	Phương trình qua điểm cực trị	$BC: y=-\frac{\Delta}{4a}$ và $AB, AC: y=\pm\left(\sqrt{\frac{-b}{2a}}\right)^3 x+c$

Tam giác có 3 góc nhọn	$8a+b^3>0$	m? để hàm số $y=-x^4-\left(m^2-6\right)x^2+m+2$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có 3 góc đều nhọn *Với* $a=-1,b=-(m^2-6)$. *Từ* $8a+b^3>0\Rightarrow b>2\Rightarrow -2<m<2$
Tam giác có trọng tâm O	$b^2-6ac=0$	m? để hàm số $y=x^4+mx^2-m$ có 3 cực trị tạo thành tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm. *Với* $a=1,b=m,c=-m$. *Từ* $b^2-6ac=0\Rightarrow m=-6$ *do* $m<0$
Tam giác có trực tâm O	$b^3+8a-4ac=0$	m? để hàm số $y=x^4+mx^2+m+2$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có trực tâm O. *Với* $a=1,b=m,c=m+2$. *Từ* $b^3+8a-4ac=0\Rightarrow m=-2$ *do* $m<0$
$R_{\Delta ABC}=R_0$	$R_0=\dfrac{b^3-8a}{8\lvert a\rvert b}$	m? để hàm số $y=mx^4+x^2+2m-1$ có 3 cực trị tạo thành tam giác nội tiếp trong đường tròn có bán kính $R=\dfrac{9}{8}$ *Với* $a=m,b=1$. *Từ* $R_0=\dfrac{b^3-8a}{8\lvert a\rvert b}\Rightarrow m=-1$ *do* $m<0$
Tam giác cùng O tạo hình thoi	$b^2-2ac=0$	m? để hàm số $y=2x^4+mx^2+4$ có 3 cực trị cùng gốc tọa độ O lập thành hình thoi. *Với* $a=2,b=m,c=4$. *Từ* $b^2-2ac=0\Rightarrow m=-4$ *do* $m<0$
Tam giác, tâm O nội tiếp	$b^3-8a-4abc=0$	m? để hàm số $y=mx^4+2x^2-2$ có 3 cực trị lập thành tam giác có O là tâm đường tròn nội tiếp. *Với* $a=m,b=2,c=-2$. *Từ* $b^3-8a-4abc=0\Rightarrow m=-1$ *do* $m<0$
Tam giác, tâm O ngoại tiếp	$b^3-8a-8abc=0$	m? để hàm số $y=-mx^4+x^2-2m-1$ có 3 cực trị lập tam giác có O là tâm đường tròn ngoại tiếp. *Với* $a=-m,b=1,c=-2m-1$. *Từ* $b^3-8a-8abc=0\Rightarrow m=0,25$ *do* $m>0$

Hàm số $y=ax^4+2bx^2+c$ *có 3 cực trị* $A\in Oy,B,C$ *tạo thành:*

DỮ KIỆN	CÔNG THỨC	VÍ DỤ
Tam giác	$a+b^3=0$	m? để hàm số $y=x^4+2\left(m+2016\right)x^2+2016m-2017$ có

vuông cân tại A		3 cực trị tạo thành tam giác vuông cân. *Với* $a=1,b=m+2016$. *Từ* $a+b^3=0\Rightarrow b=-1\Rightarrow m=-2017$
Tam giác đều	$3a+b^3=0$	m? để hàm số $y=9x^4+2(m-2020)x^2+2017m+2016$ có 3 cực trị tạo thành tam giác đều. *Với* $a=9,b=m-2020$. *Từ* $3a+b^3=0\Rightarrow b=-3\Rightarrow m=2017$
$\widehat{BAC}=\alpha$	$a+b^3.\tan^2\frac{\alpha}{2}=0$	m? để hàm số $y=3x^4+2(m-2018)x^2+2017$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có một góc 120^0. *Với* $a=3,b=m-2018$. *Từ* $a+b^3.\tan^2 60^0=0\Rightarrow b=-1\Rightarrow m=2017$
$S_{\Delta ABC}=S_0$	$a^3S_0^2+b^5=0$	m? để hàm số $y=mx^4+4x^2+2017m-2016$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. *Với* $a=m,b=2$. *Từ* $a^3S_0^2+b^5=0\Rightarrow m=-1$
$R_{\Delta ABC}=R_0$	$R_0=\frac{1}{2\lvert a\rvert}\left(b^2-\frac{a}{b}\right)$	m? để hàm số $y=mx^4-2x^2+2017m^3-2016$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có bán kính ngoại tiếp bằng 1. *Với* $a=m,b=-1$. *Từ* $R_0=\frac{1}{2\lvert a\rvert}\left(b^2-\frac{a}{b}\right)\Rightarrow m=1$
$r_{\Delta ABC}=r_0$	$r_0=\frac{b^2}{\lvert a\rvert\left(1+\sqrt{1-\frac{b^3}{a}}\right)}$	m? để hàm số $y=x^4+2(m+5)x^2+2016m^3+2017$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có bán kính nội tiếp bằng 1. *Với* $a=1,b=m+5,r_0=1\Rightarrow b\in\{-2;1\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=-7\\m=-4\end{array}\right.$

Tiệm cận: Tổng khoảng cách từ điểm M trên đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ đến 2 tiệm cận đạt

$$\min d=2\sqrt{\left|\frac{ad-bc}{c^2}\right|}$$

Tương giao: Giả sử $d:y=kx+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ tại 2 điểm phân biệt M, N.

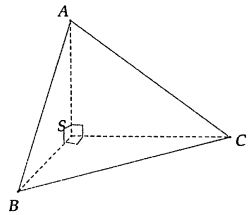
Với $kx+m=\frac{ax+b}{cx+d}$ cho ta phương trình có dạng: $Ax^2+Bx+C=0$ thỏa điều kiện $cx+d\neq 0$, có $\Delta=B^2-4AC$

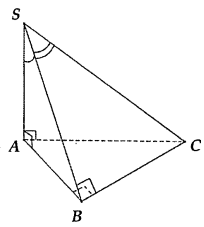
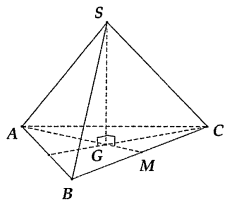
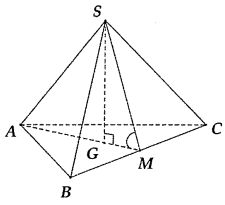
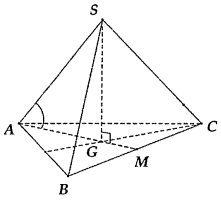
$MN=\sqrt{\frac{k^2+1}{A^2}}\Delta$, MN ngắn nhất khi tồn tại $\min\Delta$, $k=const$	ΔOMN cân tại O $(x_1+x_2)(1+k^2)+2km=0$	ΔOMN vuông tại O $x_1x_2(1+k^2)+(x_1+x_2)km+m^2=0$

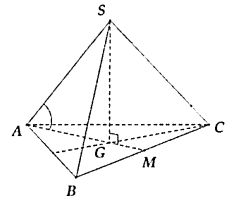
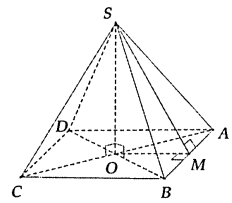
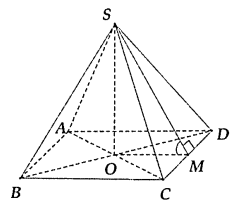
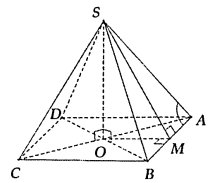
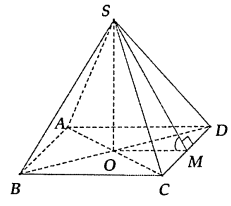
Khối đa diện: loại $\{n,p\}$ có D đỉnh, C cạnh, M mặt thì $n.M=p.D=2.C$ hoặc *Euler* : $D+M=2+C$.

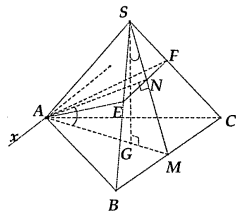
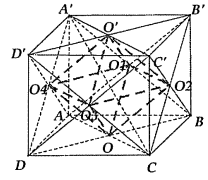
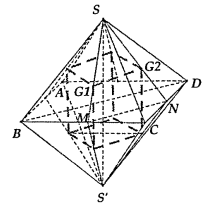
Khối đa diện đều	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Kí hiệu	Thể tích
Tứ diện đều	4	6	4	$\{3,3\}$	$V=\left(\frac{\sqrt{2}}{12}\right)a^3$
Khối lập phương	8	12	6	$\{4,3\}$	$V=a^3$
Khối bát diện đều	6	12	8	$\{3,4\}$	$V=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)a^3$
Khối thập nhị diện (12 mặt) đều	20	30	12	$\{5,3\}$	$V=\frac{\left(15+7\sqrt{5}\right)a^3}{4}$
Khối nhị thập diện (20 mặt) đều	12	30	20	$\{3,5\}$	$V=\frac{\left(15+5\sqrt{5}\right)a^3}{12}$

Một số công thức tính nhanh " thường gặp " liên quan thể tích khối chóp

TÍNH CHẤT	HÌNH VẼ	VÍ DỤ
Cho hình chóp $SABC$ với các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SAC) vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác SAB, SBC, SAC lần lượt là S_1,S_2,S_3. Khi đó $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{2S_1.S_2.S_3}}{3}$		Cho hình chóp $S.ABC$ với các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SAC)$ vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác SAB, SBC, SAC lần lượt là $15cm^2,20cm^2,18cm^2$ .Thể tích khối chóp là: A. $a^3\sqrt{20}$ B. $\frac{a^3\sqrt{20}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{20}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{20}}{6}$ $V_{ABCD}=\frac{\sqrt{2S_1.S_2.S_3}}{3}=a^3\sqrt{20}$ ***Chọn đáp án A.***

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $\widehat{BSC}=\alpha, \widehat{ASB}=\beta$. Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{SB^3.\sin 2\alpha.\tan\beta}{12}$		Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB=a\sqrt{3}$, $\widehat{BSC}=45^o$, $\widehat{ASB}=30^o$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: **A.** $\dfrac{3a^3}{8}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ $V_{S.ABC}=\dfrac{SB^3.\sin 2\alpha.\tan\beta}{12}=\dfrac{3a^3}{8}$ ***Chọn đáp án A.***
Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng b. Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3b^2-a^2}}{12}$		Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng a. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: **A.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ $a=b\Rightarrow V_{SABC}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***
Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc α. Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\tan\alpha}{24}$		Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là : **A.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$ **B.** $\dfrac{a^3}{24}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **D.** $\dfrac{a^3}{12}$ $V_{SABC}=\dfrac{a^3\tan\alpha}{24}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***
Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β. Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{\sqrt{3}b^3.\sin\beta\cos^2\beta}{4}$		Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng 2 và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là : **A.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{24}$ **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\dfrac{3}{4}$ $V_{S.ABC}=\dfrac{\sqrt{3}b^3.\sin\beta\cos^2\beta}{4}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ ***Chọn đáp án A.***

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh đáy bằng a, cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β. Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3.\tan\beta}{12}$		Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh đáy bằng a, mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là : **A.** $\dfrac{a^3}{48}$ **B.** $\dfrac{a^3}{24}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$ $V_{SABC}=\dfrac{a^3\tan\beta}{12}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, và $SA=SB=SC=SD=b$. Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{4b^2-2a^2}}{6}$		Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, và $SA=SB=SC=SD=a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: **A.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt phẳng đáy là α. Khi đó: $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3.\tan\alpha}{6}$		Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt phẳng đáy là 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: **A.** $\dfrac{a^3}{12}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$ **D.** $\dfrac{a^3}{6}$ $V_{SABCD}=\dfrac{a^3\tan\alpha}{6}=\dfrac{a^3}{6}\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, $\widehat{SAB}=\alpha$, với $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$. Khi đó: $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{\tan^2\alpha-1}}{6}$		Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, $\widehat{SAB}=60^0$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: **A.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$ **D.** $\dfrac{a^3}{6}$ $V_{SABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{\tan^2\alpha-1}}{6}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$ ***Chọn đáp án B.***
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α với $\alpha\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Khi đó:		Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng 1, góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là 45^0 .Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: **A.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$ **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{27}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\dfrac{4}{27}$

$V_{S.ABCD}=\dfrac{4a^3.\tan\alpha}{3\sqrt{\left(2+\tan^2\alpha\right)^3}}$		$V_{S.ABCD}=\dfrac{4\sqrt{3}}{27}\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***
Cho hình chóp tam giác đều *S.ABC* có cạnh đáy bằng *a*. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua *A* song song với *BC* và vuông góc với (SBC), góc giữa (P) với mặt phẳng đáy là α. Khi đó: $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\cot\alpha}{24}$		Cho hình chóp tam giác đều *S.ABC* có cạnh đáy bằng *a*. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua *A* song song với *BC* và vuông góc với (SBC), góc giữa (P) với mặt phẳng đáy là 30^0. Thể tích khối chóp *S.ABC* là: **A.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **C.** $\dfrac{a^3}{8}$ **D.** $\dfrac{3a^3}{8}$ $V_{SABC}=\dfrac{a^3\cot 30^0}{24}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A***
Khối tám mặt đều có đỉnh là tâm các mặt của hình lập phương cạnh *a*. Khi đó: $V=\dfrac{a^3}{6}$		Khối tám mặt đều có đỉnh là tâm các mặt của hình lập phương cạnh *a* có thể tích là: **A.** $\dfrac{a^3}{12}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **C.** $\dfrac{a^3}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***
Cho khối tám mặt đều cạnh *a*. Nối tâm của các mặt bên ta được khối lập phương. Khi đó: $V=\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{27}$		Cho khối tám mặt đều cạnh *a*. Nối tâm của các mặt bên ta được khối lập phương có thể tích bằng *V*. Tỷ số $\dfrac{a^3}{V}$ gần nhất giá trị nào trong các giá trị sau? **A.** 9,5 **B.** 7,8 **C.** 15,6 **D.** 22,6 $V=\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{27}\Rightarrow\dfrac{a^3}{V}=\dfrac{27\sqrt{2}}{4}\approx 9,5$ ***Chọn đáp án A.***