SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH

TRƯỜNG THPT NGUYỄN ĐĂNG ĐẠO

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01

NĂM HỌC 2020 – 2021

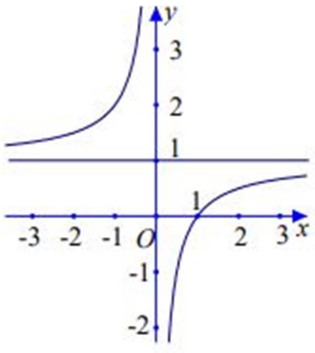
MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=x^3-3mx^2+mx+2$ có hai điểm cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l} m>\dfrac{1}{3} \\ m<0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<0 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge\dfrac{1}{3} \\ m\le 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 3 \\ m\le 0 \end{array}\right.$.

Câu 2. Đường cong sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số đã cho dưới đây

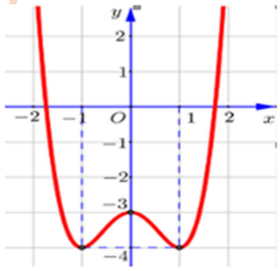


A. $y=\dfrac{x}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{1-x}{x}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=a$, SA vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{4}{3}a^3$.

Câu 4. Cho hàm số $y=x^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Tính tổng $b+c$

A. -3. **B.** -5. **C.** -1. **D.** -4.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-1)^2(3-x)(x^2-x-1)$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **Sai**?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Nếu đường thẳng a và mặt phẳng (P) cùng vuông góc với một mặt phẳng thì a song song với (P) hoặc a nằm trong (P).

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

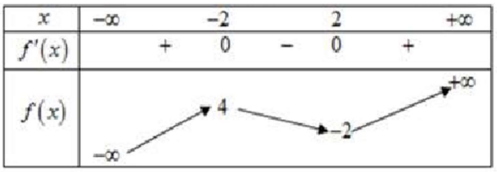
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 7. Nhóm có 7 học sinh, cần chọn 3 học sinh bất kỳ vào đội văn nghệ . Số cách chọn là:

A. P **B.** C^3 **C.** A^3 **D.** P

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Hỏi phương trình $\frac{1}{2}f(x)-2=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 9. Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

C. $(2;-2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

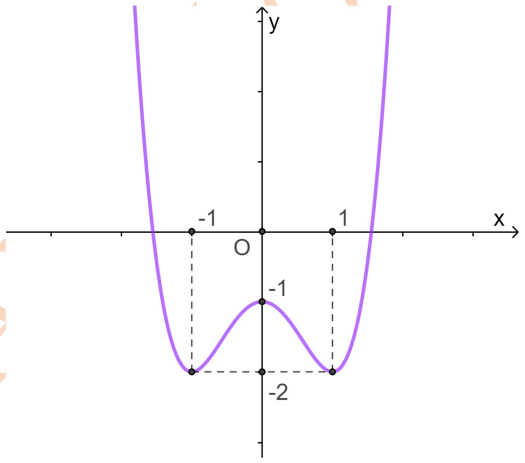
Câu 10. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-x}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 11. **Giới hạn** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{2x+1}$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 12. Cho **hàm số** $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;0)$ **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 13. Tìm m để bất phương trình $2x^3-6x+2m-1\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-1;1]$.

A. $m\le\frac{-3}{2}$. **B.** $m\ge\frac{-3}{2}$. **C.** $m\le\frac{5}{2}$. **D.** $m\ge\frac{5}{2}$.

Câu 14. Hộp đựng 3 bi xanh, 2 bi đỏ, 3 bi vàng. Tính xác suất để chọn được 4 bi đủ 3 màu là:

A. $\frac{9}{14}$. **B.** $\frac{27}{10}$. **C.** $\frac{14}{9}$. **D.** $\frac{70}{27}$.

Câu 15. Hình bát diện đều có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=2a$. Tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc φ tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

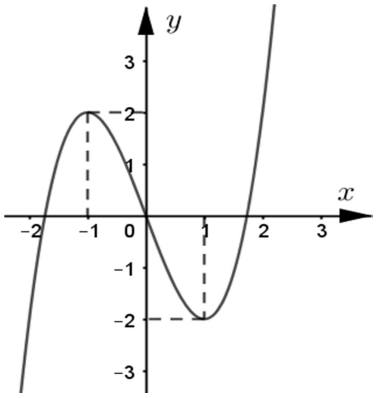
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\cos\varphi=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\cos\varphi=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17. Số nghiệm của phương trình $2\sin x=1$ trên $[0;\pi]$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 18. Đường cong sau là đồ thị của một trong hàm số cho dưới đây. Đó là hàm số nào?

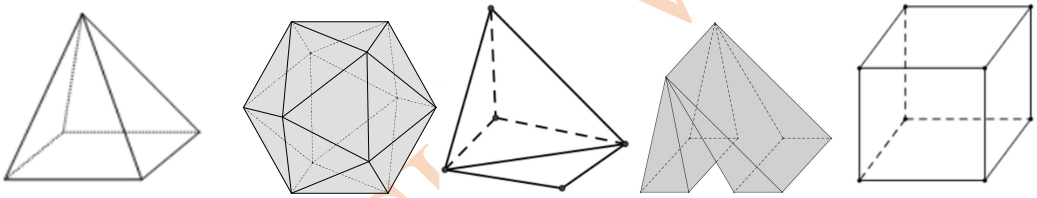


A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=-2x^3$. **D.** $y=x^3-3x$.

Câu 19. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-6x^2+2$ trên $[-1;2]$

A. -14. **B.** -5. **C.** -30. **D.** 2.

Câu 20. Có mấy khối đa diện trong các khối sau?



A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 21. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

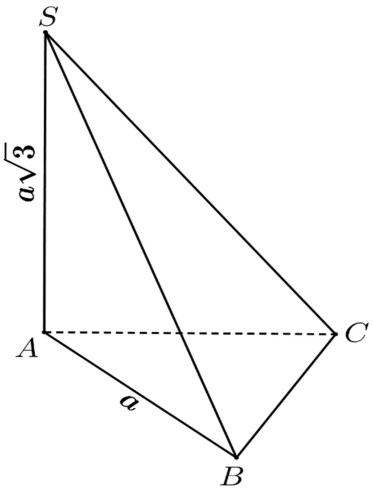
D. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 22. Một vật rơi tự do theo phương trình $S(t)=\dfrac{1}{2}gt^2$ trong đó $g\approx 9{,}8m/s^2$ là gia tốc trọng trường. Vận tốc tức thời tại thời điểm $t=5s$ là:

A. $94m/s$. **B.** $49m/s$. **C.** $49m/s^2$. **D.** $94m/s^2$.

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh $SA=a\sqrt{3}$, hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) (tham khảo hình dưới).

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Tính thể tích V của khối chóp đã cho

A. $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 24. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=8$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 8. **B.** 48. **C.** 16. **D.** 72.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2;4]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-2		-1		0		4
$f(x)$	-3	↗	1	↘	-2	↗	2

Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $|f(x)|$ trên đoạn $[-2;4]$. Tính M^2-m^2.

A. 9. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 8.

Câu 26. Cho khai triển $(x-2)^{80}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{80}x^{80}$. Hệ số a_{78} là

A. -12640. **B.** $12640x^{78}$. **C.** $-12640x^{78}$. **D.** 12640.

Câu 27. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2a;AD=3a;AA'=3a$. E thuộc cạnh $B'C'$ sao cho $B'E=3C'E$. Thể tích khối chóp $E.BCD$ bằng:

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. $f(1)$. **B.** $f(-1)$. **C.** $f(0)$. **D.** Không tồn tại.

Câu 29. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$?

A. $x=2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=2$.

Câu 30. Hàm số $y=\dfrac{3\sin x+5}{1-\cos x}$ xác định khi

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $x \neq \pi + k2\pi$. **B.** $x \neq k2\pi$. **C.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. **D.** $x \neq k\pi$.

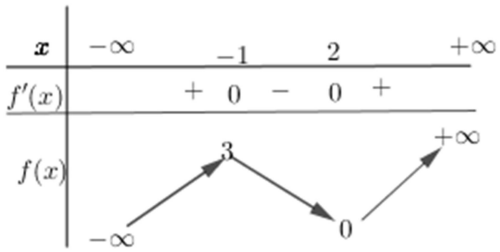
Câu 31. Trong các dãy số sau dãy nào là cấp số cộng $(n \geq 1, n \in \mathbb{N})$?

A. $u_n = \sqrt{n+1}$. **B.** $u_n = n^2 + 2$. **C.** $u_n = 2n - 3$. **D.** $u_n = 2^n$.

Câu 32. Công thức tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = B.h$. **B.** $V = \frac{1}{2}B.h$. **C.** $V = \frac{1}{3}B.h$. **D.** $V = \frac{4}{3}B.h$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 0$. **D.** $M(2;0)$.

Câu 34. Cho khối hộp chữ nhật có độ dài chiều rộng, chiều dài, chiều cao lần lượt là $3a; 4a; 5a$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng:

A. $12a^2$. **B.** $60a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $60a$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB > AD$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Xét các mệnh đề sau

$(i).\ SM \perp (ABCD)$.

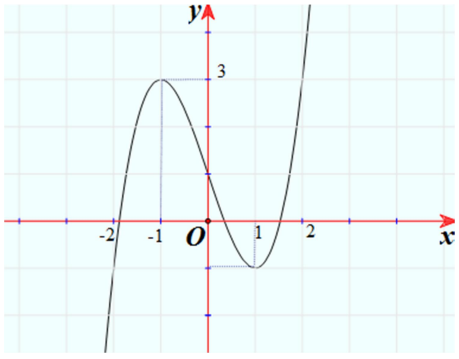
$(ii).\ BC \perp (SAB)$.

$(i).\ AN \perp (SDM)$.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2

Câu 36. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Hỏi hàm $g(x) = 2[f(x)]^3 - \frac{1}{2}[f(x)]^2 - 12[f(x)] + 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 37. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{BAC} = 120°, BC = AA' = a$. Gọi M là trung điểm của CC'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và AB', biết rằng chúng vuông góc với nhau.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Biết rằng đồ thị hàm số cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-1;\frac{1}{3};\frac{1}{2}$. Hỏi phương trình $f\left[\sin\left(x^2\right)\right]=f(0)$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\sqrt{\pi};\sqrt{\pi}\right]$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của hàm số $y=f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $f(x)+\frac{1}{4}x^4-x^3-3x-m\geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(-2;2)$.

A. $m<f(-2)+18$. **B.** $m<f(2)-10$. **C.** $m\leq f(2)-10$. **D.** $m\leq f(-2)+18$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2x+m}{x+1}$ trên đoạn $[-4;-2]$ không lớn hơn 1?

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có diện tích bằng $3\sqrt{2}a^2$, M là trung điểm của BC, AM vuông góc với BD tại H, SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAC) bằng a. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=2a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{2}$.

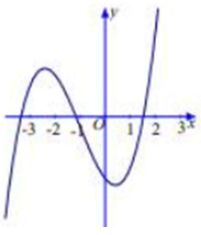
Câu 42. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=4a$; $BC=2a$; $AA'=2a$. Tính sin của góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(A'C'D)$.

A. $\frac{\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 43. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x+1}$ mà tiếp tuyến đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ:



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN

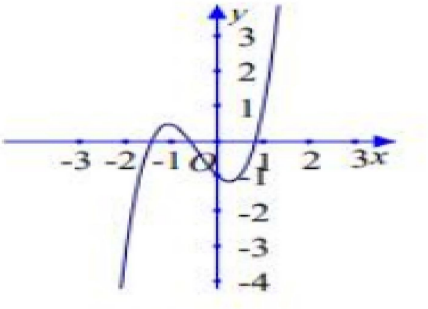
Hỏi trong các số a,b,c,d có bao nhiêu số dương?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 45. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+3x^2+(m-2)x+2$ nghịch biến trên $(-\infty,2)$

A. $[-\frac{1}{4},+\infty)$ **B.** $(-\infty,\frac{-1}{4}]$ **C.** $(-\infty,-1]$ **D.** $[8,+\infty)$

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x^3+x+2)$ như hình vẽ sau:



Hỏi hàm số $y=f(|x|)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 2 **B.** 7 **C.** 3 **D.** 5

Câu 47. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1^2-4(u_1+u_{n-1}u_n-1)+4u_{n-1}^2+u_n^2=0$, $\forall n\geq 2$, $n\in\mathbb{N}$. Tính u_5.

A. $u_5=-32$. **B.** $u_5=32$. **C.** $u_5=64$. **D.** $u_5=-64$.

Câu 48. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x+4}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $y=2$. **B.** $y=-\frac{1}{2}$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=\frac{1}{2}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x^2-2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới dây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Gọi M,N,P là trung điểm các cạnh $AA',AB,B'C'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính thể tích phần chứa đỉnh B theo V.

A. $\dfrac{47V}{144}$. **B.** $\dfrac{49V}{144}$. **C.** $\dfrac{37V}{72}$. **D.** $\dfrac{V}{3}$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN THPT NGUYỄN ĐĂNG ĐẠO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	D	B	A	C	B	A	A	B	D	A	A	A	D	A	D	D	A	A	A	B	B	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	C	B	C	C	A	B	D	A	C	C	C	C	C	D	A	B	C	D	B	D	D	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=x^3-3mx^2+mx+2$ có hai điểm cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l} m>\dfrac{1}{3} \\ m<0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<0 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge\dfrac{1}{3} \\ m\le 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 3 \\ m\le 0 \end{array}\right.$.

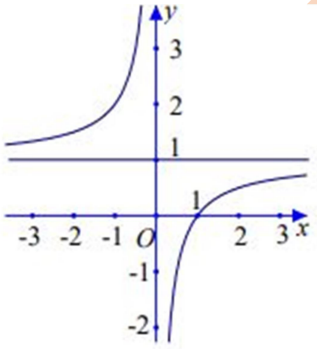
Lời giải

Chọn A

Ta có $y=x^3-3mx^2+mx+2\Rightarrow y'=3x^2-6mx+m$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=9m^2-3m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m>\dfrac{1}{3} \\ m<0 \end{array}\right.$.

Câu 2. Đường cong sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số đã cho dưới đây



A. $y=\dfrac{x}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{1-x}{x}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta thấy, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ nên loại đáp án C và A.

Đồ thị đi qua điểm $A(1;0)$, nên chọn đáp án D.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=a$, SA vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{4}{3}a^3$.

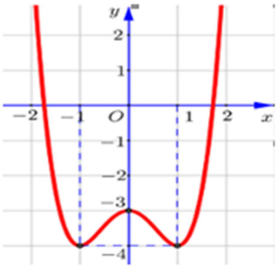
Lời giải

Chọn D

$S_{ABCD}=4a^2$; $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}4a^2.a=\dfrac{4}{3}a^3$.

Câu 4. Cho hàm số $y=x^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau

DIỄN ĐÀN TOÁN



Tính tổng $b+c$

A. -3. **B.** -5. **C.** -1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có : $x=0; y=-3 \Rightarrow c=-3$

Hàm số có đạt cực trị tại $x=0; x=\pm 1 \Rightarrow y'=4x^3+2bx=0$ có các nghiệm là $x=0; x=\pm 1$

$\Rightarrow 4+2b=0 \Rightarrow b=-2$

Vậy $b+c=-5$

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-1)^2(3-x)(x^2-x-1)$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét

$f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)^2(3-x)(x^2-x-1)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1\\ 3-x=0 \Leftrightarrow x=3\\ x^2-x-1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$		1		$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số có một cực tiểu.

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **Sai**?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Nếu đường thẳng a và mặt phẳng (P) cùng vuông góc với một mặt phẳng thì a song song với (P) hoặc a nằm trong (P).

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn C

Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì có thể song song hoặc vuông góc với nhau.

Câu 7. Nhóm có 7 học sinh, cần chọn 3 học sinh bất kỳ vào đội văn nghệ . Số cách chọn là:

A. P_3. **B.** C_7^3. **C.** A_7^3. **D.** P_7.

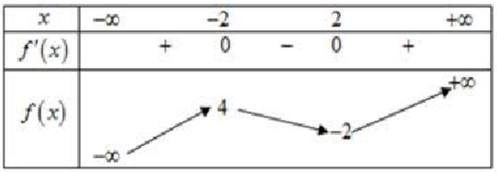
Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Mỗi cách chọn 3 học sinh trong 7 học sinh vào bất kỳ vào đội văn nghệ là một tổ hợp chập 3 của 7.
Vậy số cách chọn là: C_7^3.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Hỏi phương trình $\frac{1}{2}f(x)-2=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$\frac{1}{2}f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=4(*)$.

Số nghiệm phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x), y=4$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 9. Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

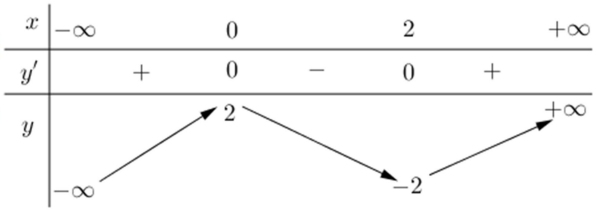
C. $(2;-2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-6x=3x(x-2)$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 10. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-x}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x \geq -3, x \neq 0, x \neq 1$

Ta có: $y=\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-x}=\frac{x-1}{x(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\frac{1}{x\left(\sqrt{x+3}+2\right)}$

Nhận thấy tử bằng 1, mẫu chỉ có một nghiệm $x=0$ thuộc miền xác định của căn thức. Nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=0$.

Câu 11. Giới hạn $\lim \frac{\sqrt{x^2+x+1}}$ là:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

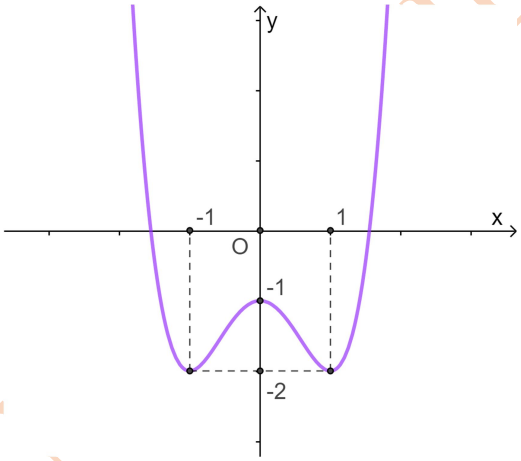
Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{2x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2})}}{x(2+\frac{1}{x})}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(2+\frac{1}{x})}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2+\frac{1}{x}}=-\frac{1}{2}$

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;0)$ **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Trên khoảng $(0;1)$ đồ thị của hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến .

Câu 13. Tìm m để bất phương trình $2x^3-6x+2m-1\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-1;1]$.

A. $m\le\frac{-3}{2}$. **B.** $m\ge\frac{-3}{2}$. **C.** $m\le\frac{5}{2}$. **D.** $m\ge\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$2x^3-6x+2m-1\le 0\Leftrightarrow m\le -x^3+3x+\dfrac{1}{2}=g(x)\ (1)$

Xét hàm số $g(x)=-x^3+3x+\dfrac{1}{2}$ trên $[-1;1]$.

$g'(x)=-3x^2+3$

$g'(x)=0\Leftrightarrow -3x^2+3=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

DIỄN ĐÀN TOÁN

$g(-1)=\frac{-3}{2}; g(1)=\frac{5}{2}$

$\Rightarrow \min\limits_{[-1;1]} g(x)=\frac{-3}{2}$

Do đó: $(1) \Leftrightarrow m \le \min\limits_{[-1;1]} g(x)=\frac{-3}{2}$.

Câu 14. Hộp đựng 3 bi xanh, 2 bi đỏ, 3 bi vàng. Tính xác suất để chọn được 4 bi đủ 3 màu là:

A. $\frac{9}{14}$. **B.** $\frac{27}{10}$. **C.** $\frac{14}{9}$. **D.** $\frac{70}{27}$.

Lời giải

Chọn A

$n(\Omega)=C_8^4=70$

Gọi A là biến cố: "Lấy được 4 bi đủ 3 màu".

Th1: 1 xanh, 1 đỏ, 2 vàng: $C_3^1C_2^1C_3^2=18$

Th2: 1 xanh, 2 đỏ, 1 vàng: $C_3^1C_2^2C_3^1=9$

Th3: 2 xanh, 1 đỏ, 1 vàng: $C_3^2C_2^1C_3^1=18$

Do đó: $n(A)=18+9+18=45$.

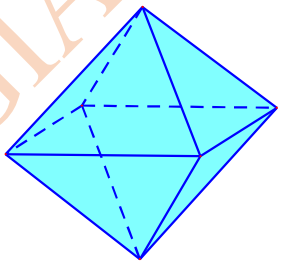
Vậy xác suất để chọn được 4 bi đủ 3 màu là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{45}{70}=\frac{9}{14}$.

Câu 15. Hình bát diện đều có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D



Hình bát diện đều có 6 đỉnh, 8 mặt, 12 cạnh.

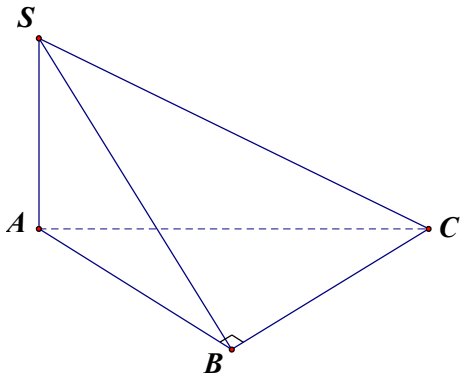
Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA=2a$. Tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc φ tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

A. $\cos\varphi=\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\cos\varphi=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\cos\varphi=\frac{1}{2}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ BC\perp AB\\ BC\perp SB\end{cases}\Rightarrow\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right)=\left(\widehat{AB,SB}\right)=\widehat{SBA}=\varphi$.

$SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=a\sqrt{5}$.

Vậy $\cos\varphi=\dfrac{AB}{SB}=\dfrac{a}{a\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 17. Số nghiệm của phương trình $2\sin x=1$ trên $[0;\pi]$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

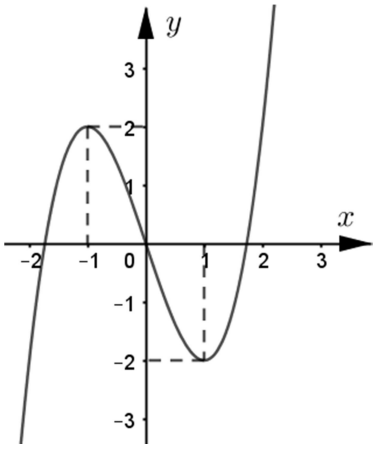
Ta có $2\sin x=1\Leftrightarrow\sin x=\dfrac{1}{2}=\sin\dfrac{\pi}{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Do $0\le x\le\pi$ nên $0\le\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\le\pi\Leftrightarrow-\dfrac{1}{12}\le k\le\dfrac{5}{12}\Rightarrow k=0\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{6}$.

Và $0\le\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\le\pi\Leftrightarrow-\dfrac{5}{12}\le k\le\dfrac{1}{12}\Rightarrow k=0\Rightarrow x=\dfrac{5\pi}{6}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm trên $[0;\pi]$.

Câu 18. Đường cong sau là đồ thị của một trong hàm số cho dưới đây. Đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=-2x^3$. **D.** $y=x^3-3x$.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$ do đó loại đáp án A và C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;2)$ nên thay $x=-1$; $y=2$ vào đáp án B và D ta thấy

Đáp án B: $2=(-1)^3-3(-1)^2$ (vô lí).

Đáp án D: $2=(-1)^3-3(-1)$ (luôn đúng).

Câu 19. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-6x^2+2$ trên $[-1;2]$

A. -14. **B.** -5. **C.** -30. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định và liên tục trên $[-1;2]$.

$y'=3x^2-12x$

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-12x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;2]\\x=4\notin[-1;2]\end{array}\right.$

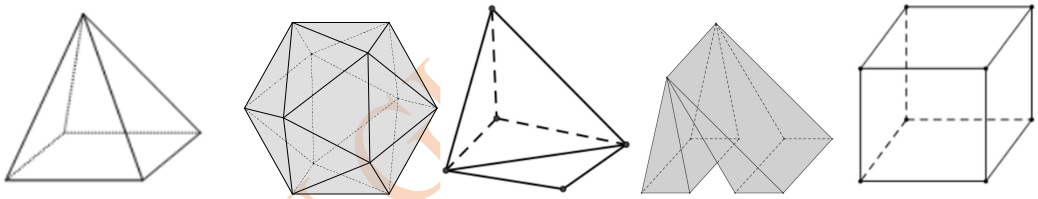
$y(-1)=-5.$

$y(2)=-14.$

$y(0)=2.$

Vậy $\min\limits_{[-1;2]} y=y(2)=-14.$

Câu 20. Có mấy khối đa diện trong các khối sau?



A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa khối đa diện ta chọn hình 1, hình 2, hình 5.

Câu 21. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

$y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\in D$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 22. Một vật rơi tự do theo phương trình $S(t)=\frac{1}{2}gt^2$ trong đó $g\approx 9{,}8m/s^2$ là gia tốc trọng trường.

Vận tốc tức thời tại thời điểm $t=5s$ là:

A. $94m/s$. **B.** $49m/s$. **C.** $49m/s^2$. **D.** $94m/s^2$.

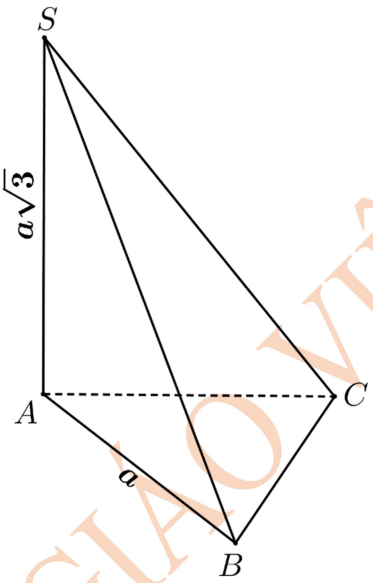
Lời giải

Chọn B

Vận tốc tức thời của vật tại thời gian t là: $v(t)=S'(t)=gt$

Suy ra $v(5)=9{,}8\cdot 5=49\ (m/s)$

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh $SA=a\sqrt{3}$, hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) (tham khảo hình dưới).



Tính thể tích V của khối chóp đã cho

A. $V=\frac{3a^3}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn B

ΔABC đều cạnh $a\Rightarrow AB=AC=a$ và $\widehat{A}=60^\circ$

Diện tích ΔABC là $S=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin A=\frac{1}{2}\cdot a\cdot a\cdot\sin 60^\circ=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABC)\Rightarrow SA\perp(ABC)$

$\Rightarrow$ Chiều cao của hình chóp là $h=SA=a\sqrt{3}$

Vậy thể tích hình chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot a\sqrt{3}=\frac{a^3}{4}$

Câu 24. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=8$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 8. **B.** 48. **C.** 16. **D.** 72.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V=Bh=8.6=48$

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2;4]$ và có bảng biến thiên như sau

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	-2	-1	0	4
$f(x)$	-3	$\nearrow 1$	$\searrow -2$	$\nearrow 2$

Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $|f(x)|$ trên đoạn $[-2;4]$. Tính M^2-m^2.

A. 9. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có:

$\max\limits_{[-2;4]} f(x)=2, \min\limits_{[-2;4]} f(x)=-3$, hai giá trị này trái dấu nên ta có:

$$M=\max_{[-2;4]}|f(x)|=3, m=\min_{[-2;4]}|f(x)|=0$$

Vậy $M^2-m^2=9$.

Câu 26. Cho khai triển $(x-2)^{80}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{80}x^{80}$. Hệ số a_{78} là

A. -12640. **B.** $12640x^{78}$. **C.** $-12640x^{78}$. **D.** 12640.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x-2)^{80}=\sum\limits_{k=0}^{k=80} C_{80}^k x^{80-k}(-2)^k=\sum\limits_{k=0}^{k=80}(-2)^k C_{80}^k x^{80-k}$.

Số hạng tổng quát $T_{k+1}=(-2)^k C_{80}^k x^{80-k}$.

Hệ số a_{78} là hệ số của x^{78}, hệ số này có trong khai triển trên ứng với k thỏa mãn $80-k=78 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số $a_{78}=(-2)^2 C_{80}^2=12640$.

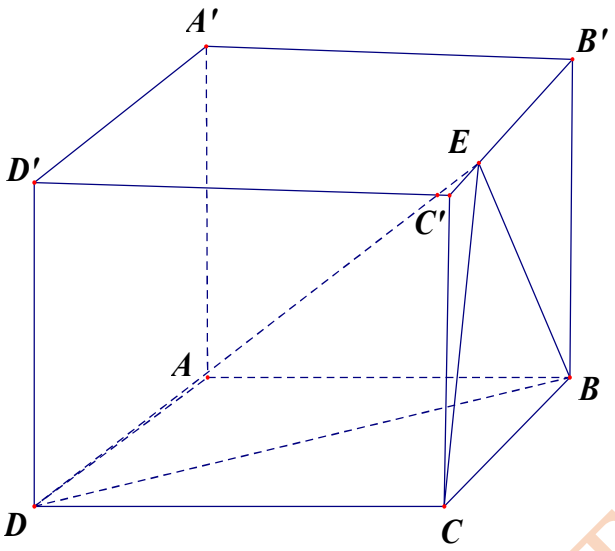
Câu 27. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2a; AD=3a; AA'=3a$. E thuộc cạnh $B'C'$ sao cho $B'E=3C'E$. Thể tích khối chóp $E.BCD$ bằng:

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



$V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2a.3a.3a = 18a^3$.

$V_{E.BCD} = \frac{1}{3}d(E;(BCD)).S_{BCD}$.

Vì $B'C'$ // $(ABCD)$ nên $d(E;(BCD)) = d(B';(BCD)) = d(B';(ABCD))$.

$S_{BCD} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$.

Do đó: $V_{E.BCD} = \frac{1}{3}.d(B';(ABCD)).\frac{1}{2}.S_{ABCD} = \frac{1}{2}.V_{B'.ABCD} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'}$

$\Rightarrow V_{E.BCD} = \frac{1}{6}.18a^3 = 3a^3$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. $f(1)$. **B.** $f(-1)$. **C.** $f(0)$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta có:

$f'(x) \le 0\ \forall x \in (-1;1)$, $f(x)$ liên tục trên $[-1;1]$.

$\Rightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-1;1]$.

$\Rightarrow \min\limits_{[-1;1]} f(x) = f(1)$.

Câu 29. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$?

A. $x = 2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 1$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x \to 1^+} y = \lim\limits_{x \to 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\lim\limits_{x\to 1^-} y = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2x-1}{x-1} = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng $x = 1$.

Câu 30. Hàm số $y = \dfrac{3\sin x + 5}{1-\cos x}$ xác định khi

A. $x \neq \pi + k2\pi$. **B.** $x \neq k2\pi$. **C.** $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **D.** $x \neq k\pi$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $1-\cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 31. Trong các dãy số sau dãy nào là cấp số cộng $(n \geq 1, n \in \mathbb{N})$?

A. $u_n = \sqrt{n+1}$. **B.** $u_n = n^2 + 2$. **C.** $u_n = 2n - 3$. **D.** $u_n = 2^n$.

Lời giải

Chọn C

+ Phương án A

Với $n \geq 1$, xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1} = \dfrac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}$ thay đổi tùy theo giá trị của tham số nên dãy số $u_n = \sqrt{n+1}$ không phải là cấp số cộng.

+ Phương án B

Với $n \geq 1$, xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \left[(n+1)^2 + 2\right] - (n^2+2) = (n^2 + 2n + 3) - (n^2 + 2) = 2n + 1$ thay đổi tùy theo giá trị của tham số nên dãy số $u_n = n^2 + 2$ không phải là cấp số cộng.

+ Phương án C

Với $n \geq 1$, xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \left[2(n+1) - 3\right] - (2n-3) = (2n-1) - (2n-3) = 2$,

suy ra $u_{n+1} = u_n + 2$. Vậy dãy số $u_n = 2n - 3$ là cấp số cộng.

+ Phương án D

Với $n \geq 1$, xét hiệu $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2.2^n - 2^n = 2^n$ thay đổi tùy theo giá trị của tham số nên dãy số $u_n = 2^n$ không phải là cấp số cộng.

Câu 32. Công thức tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

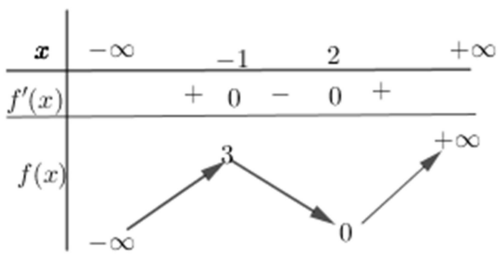
A. $V = B.h$. **B.** $V = \dfrac{1}{2}B.h$. **C.** $V = \dfrac{1}{3}B.h$. **D.** $V = \dfrac{4}{3}B.h$.

Lời giải

Chọn C

Theo định lí, thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \dfrac{1}{3}B.h$

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=0$. **D.** $M(2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 34. Cho khối hộp chữ nhật có độ dài chiều rộng, chiều dài, chiều cao lần lượt là $3a;4a;5a$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng:

A. $12a^2$. **B.** $60a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $60a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V=3a.4a.5a=60a^3$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB>AD$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,BC. Xét các mệnh đề sau

$(i).\ SM\perp(ABCD).$

$(ii).\ BC\perp(SAB).$

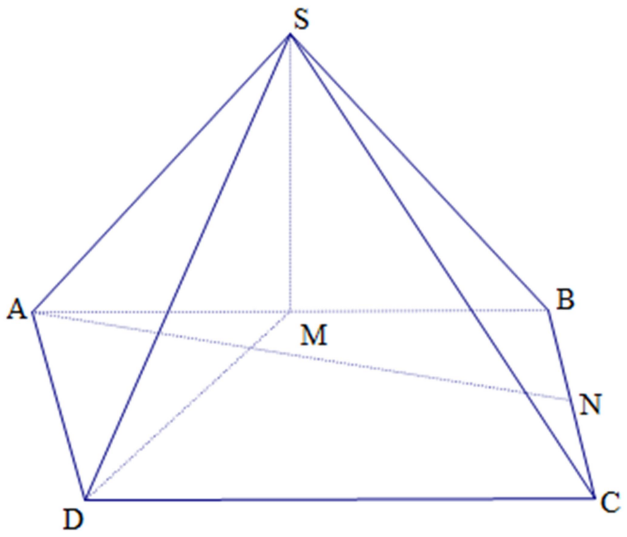
$(i).\ AN\perp(SDM).$

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2

Lời giải

Chọn D



Do

$$\left.\begin{array}{l} SM\perp AB \\ SM\subset(SAB) \\ (SAB)\perp(ABCD) \\ (SAB)\cap(ABCD)=AB \end{array}\right\}\Rightarrow SM\perp(ABCD)$$ nên (i) là mệnh đề đúng.

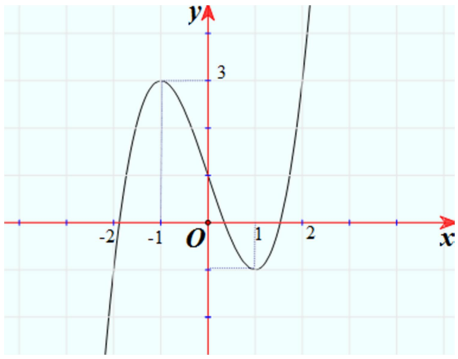
Và

$$\left.\begin{array}{l} BC\perp AB \\ BC\perp SM \end{array}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAB)$$ nên (ii) là mệnh đề đúng.

Ta có AN không vuông góc với DM nên (iii) là mệnh đề sai.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 36. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như sau



Hỏi hàm $g(x)=2\left[f(x)\right]^3-\frac{1}{2}\left[f(x)\right]^2-12\left[f(x)\right]+3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x)=6\left[f(x)\right]^2f'(x)-\left[f(x)\right]f'(x)-12f'(x)=f'(x)\left[6\left[f(x)\right]^2-\left[f(x)\right]-12\right]$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\6\left[f(x)\right]^2-f(x)-12=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=\frac{-4}{3}\\f(x)=\frac{3}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=a<-2\\x=b\in(-2;-1)\\x=c\in(-1;0)\\x=d\in(1;2)\end{array}\right.$$

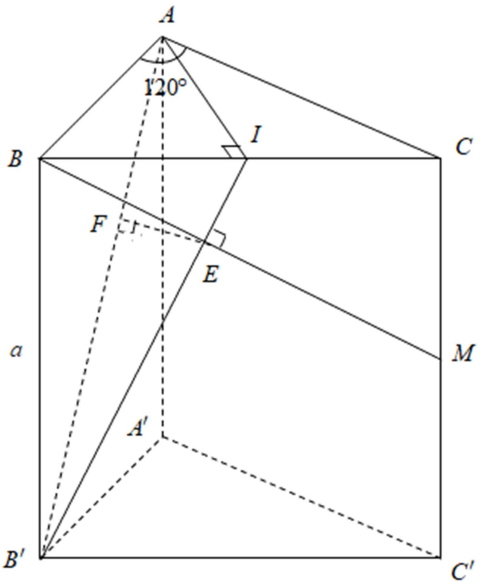
Vậy hàm $g(x)$ có 6 điểm cực trị.

Câu 37. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{BAC}=120°$, $BC=AA'=a$. Gọi M là trung điểm của CC'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và AB', biết rằng chúng vuông góc với nhau.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là hình chiếu của A trên BC, ta có:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\begin{cases} AI \perp BC \\ AI \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AI \perp (BCC'B') \Rightarrow AI \perp BM \quad (1)$.

Mặt khác, theo giả thiết: $AB' \perp BM \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $BM \perp (AB'I) \Rightarrow BM \perp B'I$.

Gọi $E = B'I \cap BM$, ta có: $\widehat{IBE} = \widehat{BB'I}$ (vì cùng phụ với góc $\widehat{BIB'}$).

Khi đó $\Delta B'BI = \Delta BCM$ (g-c-g) $\Rightarrow BI = CM = \dfrac{a}{2} \Rightarrow I$ là trung điểm cạnh $BC \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.

Gọi F là hình chiếu của E trên AB', ta có EF là đoạn vuông góc chung của AB' và BM.

Suy ra $d(BM, AB') = EF$.

Ta có: $AI = BI.\cot 60° = \dfrac{a}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$; $B'I = \sqrt{BB'^2 + BI^2} = \sqrt{a^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2} = BM$.

$IE = BI.\sin\widehat{EBI} = BI.\dfrac{CM}{BM} = \dfrac{a}{2}.\dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \dfrac{a\sqrt{5}}{10} \Rightarrow B'E = B'I - IE = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

$AB' = \sqrt{AI^2 + B'I^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Mặt khác: $\Delta B'IA \backsim \Delta B'FE$ nên $\dfrac{B'A}{B'E} = \dfrac{IA}{EF} \Leftrightarrow EF = \dfrac{IA.B'E}{B'A} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{6}.\frac{2a\sqrt{5}}{5}}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}} = \dfrac{a\sqrt{5}}{10}$.

Vậy $d(BM, AB') = \dfrac{a\sqrt{5}}{10}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết rằng đồ thị hàm số cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-1; \dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{2}$. Hỏi phương trình $f\left[\sin\left(x^2\right)\right] = f(0)$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\sqrt{\pi}; \sqrt{\pi}\right]$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt nên $f(x)$ là hàm số bậc 3 $\Rightarrow a \neq 0$.

Từ giả thiết ta có: $f(x) = a(x+1)\left(x - \dfrac{1}{3}\right)\left(x - \dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{1}{6}a\left(6x^3 + x^2 - 4x + 1\right)$.

Khi đó: $y' = \dfrac{1}{6}a\left(18x^2 + 2x - 4\right) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{73}}{18}$.

Suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục tung.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Từ đó ta có phương trình $f\left[\sin\left(x^2\right)\right]=f(0)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\sin\left(x^2\right)=a_1\in(-1;0) & (1)\\ \sin\left(x^2\right)=0 & (2).\\ \sin\left(x^2\right)=a_2\in\left(\frac{1}{2};1\right] & (3)\end{array}\right.$

- Giải (1).

Vì $x\in\left[-\sqrt{\pi};\sqrt{\pi}\right]$ nên $x^2\in[0;\pi]\Rightarrow\sin\left(x^2\right)\in[0;1]$. Do đó phương trình (1) không có nghiệm thỏa mãn đề bài.

- $(2)\Leftrightarrow x^2=k\pi$.

Vì $x^2\in[0;\pi]$ nên ta phải có $0\le k\pi\le\pi,k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow0\le k\le1,k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{0;1\}$.

Suy ra phương trình (2) có 3 nghiệm thỏa mãn là: $x_1=-\sqrt{\pi};x_2=0;x_3=\sqrt{\pi}$.

- $(3)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=\arcsin a_2+k2\pi\\ x^2=\pi-\arcsin a_2+k2\pi\end{array}\right.$, (với $\arcsin a_2\in\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$).

Vì $x^2\in[0;\pi]$ nên ta thấy phương trình (3) có các nghiệm thỏa mãn là $x=\pm\sqrt{\arcsin a_2}$ và $x=\pm\sqrt{\pi-\arcsin a_2}$.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 7 nghiệm thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của hàm số $y=f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$ ↗	1 ↘	-2 ↗	3 ↘	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $f(x)+\frac{1}{4}x^4-x^3-3x-m\ge0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(-2;2)$.

A. $m<f(-2)+18$. **B.** $m<f(2)-10$. **C.** $m\le f(2)-10$. **D.** $m\le f(-2)+18$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)+\frac{1}{4}x^4-x^3-3x-m\ge0\Leftrightarrow m\le f(x)+\frac{1}{4}x^4-x^3-3x=g(x)$. (*)

với $g(x)=f(x)+\frac{1}{4}x^4-x^3-3x$.

Khi đó: $g'(x)=f'(x)+x^3-3x^2-3=f'(x)-3+x^2(x-3)$.

Trên $(-2;2)$ thì $f'(x)\le3$ nên $g'(x)\le0$.

Do đó: $(*)\Leftrightarrow m\le g(2)=f(2)-10$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2x+m}{x+1}$ trên đoạn $[-4;-2]$ không lớn hơn 1?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \dfrac{2-m}{(x+1)^2}$.

TH1. $m = 2$. Khi đó $y = 2$ nên $m = 1$ không thỏa mãn bài toán.

TH2. $m > 2$.

Khi đó hàm số nghịch biến trên $[-4;-2]$.

Suy ra: $\max\limits_{[-4;-2]} y = y(-4) = \dfrac{-8+m}{-3} = \dfrac{8-m}{3}$.

Do đó: $\max\limits_{[-4;-2]} y \le 1 \Leftrightarrow \dfrac{8-m}{3} \le 1 \Leftrightarrow m \ge 5$.

Kết hợp với $m > 2$ ta có $m \ge 5$.

TH3. $m > 2$.

Khi đó hàm số đồng biến trên $[-4;-2]$.

Suy ra: $\max\limits_{[-4;-2]} y = y(-2) = \dfrac{-4+m}{-1} = 4-m$.

Do đó: $\max\limits_{[-4;-2]} y \le 1 \Leftrightarrow 4-m \le 1 \Leftrightarrow m \ge 3$.

TH này không xảy ra.

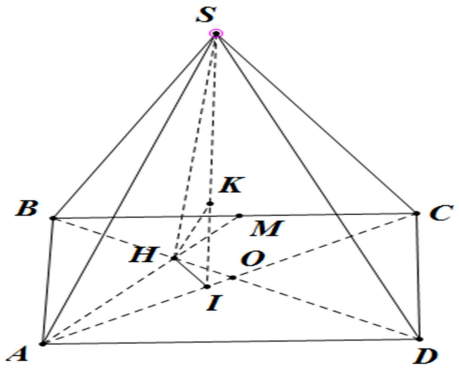
Vậy $m \ge 5$ nên $m \in \{5;6;7;8;9;10\}$.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có diện tích bằng $3\sqrt{2}a^2$, M là trung điểm của BC, AM vuông góc với BD tại H, SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAC) bằng a. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = 2a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = \dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $AD = x$, $AB = y$

H là trọng tâm tam giác ABC nên $d(D,(SAC)) = 3d(H,(\text{SAC}) = 3HK \Rightarrow HK = \dfrac{a}{3}$.

Kẻ $HI \perp AC$ tại I

$AM = \sqrt{y^2 + \dfrac{x^2}{4}} \Rightarrow AH = \dfrac{2}{3}\sqrt{y^2 + \dfrac{x^2}{4}}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$BD=\sqrt{x^2+y^2}\Rightarrow DH=\frac{2}{3}\sqrt{x^2+y^2}$.

$DH^2+AH^2=AD^2\Rightarrow x=a\sqrt{6};\text{y}=a\sqrt{3}$.

$HI=\frac{1}{3}d(D,AC)=\frac{a\sqrt{2}}{3};\ \frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HI^2}+\frac{1}{HS^2}\Rightarrow HS=\frac{a\sqrt{2}}{3}$

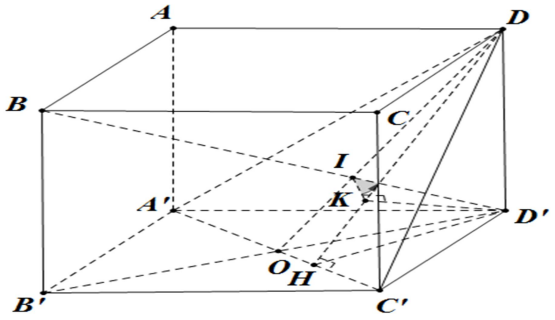
$V=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 42. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=4a;\ BC=2a;\ AA'=2a$. Tính sin của góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(A'C'D)$.

A. $\frac{\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O=A'C'\cap B'D', I=BD'\cap DO$ ta có I là trọng tâm tam giác $A'C'D$.

Kẻ $DH\perp A'C';D'K\perp DH\Rightarrow D'K\perp(DA'C')$

Vậy góc $(BD',(DA'C'))=\angle D'IK$.

$D'I=\frac{1}{3}BD'=\frac{2\sqrt{6}}{3}a;\frac{1}{HD^2}=\frac{1}{A'D'^2}+\frac{1}{D'C'^2}\Rightarrow D'H=\frac{4\sqrt{5}}{5}a.$

$\frac{1}{D'K^2}=\frac{1}{D'D^2}+\frac{1}{D'H^2}\Rightarrow D'K=\frac{4}{3}a.$

Vậy: $\sin\alpha=\frac{D'K}{D'I}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 43. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x+1}$ mà tiếp tuyến đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0;y_0)\in(C)(x_0\neq-1)$ có dạng

$y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$.

DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN

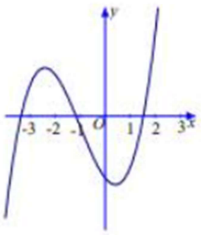
Do tiếp tuyến cắt Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B và tam giác OAB cân nên tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = x$ hoặc $y = -x$ Suy ra $\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{(x_0+1)^2}=1\\ \dfrac{1}{(x_0+1)^2}=-1(vn)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_0=0\\ x_0=-2\end{array}\right.$.

Với $x=1$ phương trình tiếp tuyến là $y=x$ loại vì A trùng O

Với $x=-2$ phương trình tiếp tuyến là $y=x+2$

Vậy có 1 tiếp tuyến thỏa mãn ycbt.

Câu 44. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ:



Hỏi trong các số a,b,c,d có bao nhiêu số dương?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị đã cho là hàm bậc 3. Vì khi $x \to +\infty$ thì $y \to +\infty \Rightarrow a>0$ (hay phía bên phải đồ thị hàm bậc 3 đồ thị đi lên nên $a>0$).

Căn cứ đồ thị hàm số ta thấy nếu gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm cực trị thì

$$\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}<0\\ x_1x_2=\dfrac{c}{3a}<0\end{cases} \Rightarrow b>0, c<0$$

Giao của đồ thì với trục tung là điểm có tọa độ $(0;d)$ nên $d<0$

Suy ra $a>0$, $b>0$, $c<0, d<0$.

Câu 45. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+3x^2+(m-2)x+2$ nghịch biến trên $(-\infty,2)$

A. $[-\dfrac{1}{4},+\infty)$ **B.** $(-\infty,\dfrac{-1}{4}]$ **C.** $(-\infty,-1]$ **D.** $[8,+\infty)$

Lời giải

Chọn C

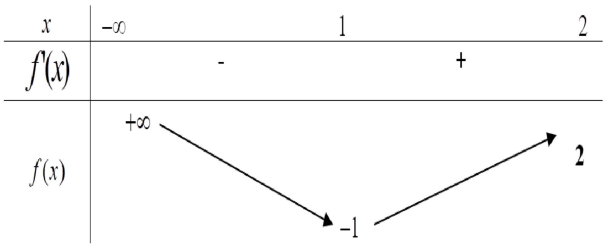
$y'=-3x^2+6x+m-2\le 0, \forall x\in(-\infty,2)$

$\Leftrightarrow 3x^2-6x+2\ge m, \forall x\in(-\infty,2)$

Đặt $f(x)=3x^2-6x+2$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x-6=0 \Leftrightarrow x=1$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

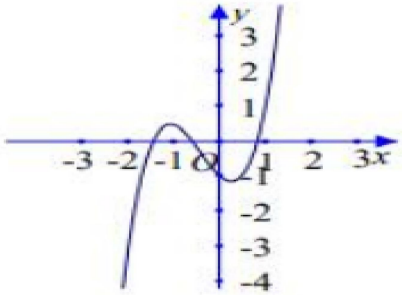


Vậy nhìn vào bảng biến thiên thì $m \le -1$ thỏa YCBT

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x^3 + x + 2)$ như hình vẽ sau:

Hỏi hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 2 **B.** 7 **C.** 3 **D.** 5



Lời giải

Chọn D

Nhận xét $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng. nên ta xét cực trị bên phải trục Oy

Xét $x > 0$ ta có $y = f(|x|) = f(x)$

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x^3 + x + 2)$ ta thấy

$$f'(x^3 + x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} x \approx -1.5 \\ x \approx -0.5 \\ x \approx 0.9 \end{bmatrix}$$

Xét $y = f(x)$ với $x > 0$

$y' = f'(x)$

Đặt $x = t^3 + t + 2 = (t+1)(t^2 - t + 2)$; $x > 0 \Rightarrow t > -1$

Khi đó $y' = f'(t^3 + t + 2) = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} t \approx -1.5 \\ t \approx -0.5 \\ t \approx 0.9 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \approx -2.875 < 0 \\ x \approx 1.375 > 0 \\ x \approx 3.32 > 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow y' = f'(x)$ có 2 nghiệm dương

$\Rightarrow$ đồ thị $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị bên phải Oy

$\Rightarrow y = f(|x|)$ có 5 cực trị (2 cực trị bên phải + 2 cực trị bên trái + 1 giao với trục Oy)

Câu 47. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1^2 - 4(u_1 + u_{n-1}u_n - 1) + 4u_{n-1}^2 + u_n^2 = 0$, $\forall n \ge 2$, $n \in \mathbb{N}$. Tính u_5.

A. $u_5 = -32$. **B.** $u_5 = 32$. **C.** $u_5 = 64$. **D.** $u_5 = -64$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đề bài ta có:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$u_1^2-4\left(u_1+u_{n-1}u_n-1\right)+4u_{n-1}^2+u_n^2=0$

$\Leftrightarrow u_n^2-4u_{n-1}u_n+4u_{n-1}^2+u_1^2-4u_1+4=0$

$\Leftrightarrow \left(u_n-2u_{n-1}\right)^2+\left(u_1-2\right)^2=0$

Vì $\left(u_n-2u_{n-1}\right)^2\ge 0$ và $\left(u_1-2\right)^2\ge 0$ với mọi giá trị của u_1, u_{n-1} và u_n nên dấu "=" xảy ra khi

$\begin{cases}\left(u_n-2u_{n-1}\right)^2=0\\ \left(u_1-2\right)^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_n=2u_{n-1}\\ u_1=2\end{cases}$.

Dãy số $\left(u_n\right)$ là một cấp số nhân với $u_1=2$, công bội $q=2$ nên $u_5=u_1q^4=32$.

Câu 48. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x+4}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $y=2$. **B.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{2x+4}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(2+\frac{4}{x}\right)}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\left(2+\frac{4}{x}\right)}\right)=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x+1}{2x+4}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(2+\frac{4}{x}\right)}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\left(2+\frac{4}{x}\right)}\right)=\frac{1}{2}$$

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x+4}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới dây?

A. $\left(-2;0\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=2x.f'\left(x^2-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2-2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-2=-2\\ x^2-2=2\\ x^2-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\\ x=-2\\ x=\sqrt{2}\\ x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Bảng biến thiên hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$:

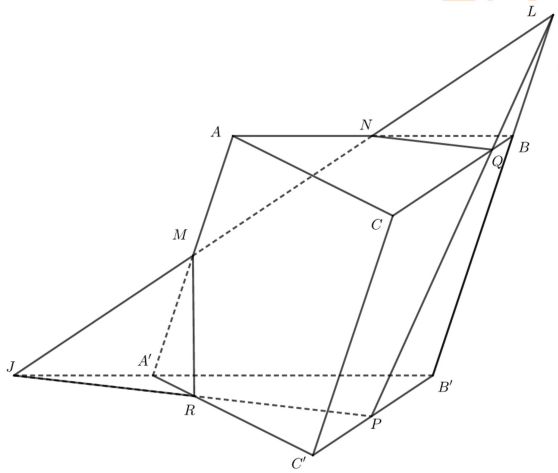
x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$[f(x^2-2)]'$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x^2-2)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Gọi M,N,P là trung điểm các cạnh $AA',AB,B'C'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính thể tích phần chứa đỉnh B theo V.

A. $\dfrac{47V}{144}$. **B.** $\dfrac{49V}{144}$. **C.** $\dfrac{37V}{72}$. **D.** $\dfrac{V}{3}$.

Lời giải



Chọn B

Ta dựng được thiết diện là ngũ giác $MNQPR$.

Đặt $d\left(B;\left(A'B'C'\right)\right)=h, A'B'=a, d\left(C;A'B'\right)=2b$.

Khi đó ta có thể tích lăng trụ $V=\dfrac{1}{2}.d\left(C';A'B'\right).A'B'.d\left[B;\left(A'B'C'\right)\right]=\dfrac{1}{2}.2b.a.h=abh$.

Xét hình chóp $L.JPB'$ có :

$\dfrac{LN}{LJ}=\dfrac{LB}{LB'}=\dfrac{NB}{JB'}=\dfrac{1}{3}$ suy ra $d\left[L;\left(A'B'C'\right)\right]=\dfrac{3}{2}d\left[B;\left(A'B'C'\right)\right]=\dfrac{3}{2}h, JB'=\dfrac{3}{2}A'B'=\dfrac{3}{2}a$,

$d\left(P;A'B'\right)=\dfrac{1}{2}d\left(C';A'B'\right)=b$.

Suy ra thể tích khối chóp $L.JPB'$ là $V_{L.JPB'}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{2}h.\dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{2}a.b=\dfrac{3}{8}abh=\dfrac{3}{8}V$.

Mặt khác ta có : $\dfrac{V_{L.NBQ}}{V_{L.JPB'}}=\dfrac{LN}{LJ}.\dfrac{LB}{LB'}.\dfrac{LQ}{LP}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{27}\Rightarrow V_{L.NBQ}=\dfrac{1}{27}V_{L.JPB'}=\dfrac{1}{27}.\dfrac{3}{8}V=\dfrac{1}{72}V$

$\dfrac{V_{J.RA'M}}{V_{L.JPB'}}=\dfrac{JM}{JL}.\dfrac{JA'}{JB'}.\dfrac{JR}{JP}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{18}\Rightarrow V_{L.NBQ}=\dfrac{1}{18}V_{L.JPB'}=\dfrac{1}{18}.\dfrac{3}{8}V=\dfrac{1}{48}V$.

Suy ra thể tích khối đa diện $V_{NQBB'PRA'} = V_{L.JPB'} - V_{L.NBQ} - V_{J.A'RM} = \frac{3}{8}V - \frac{1}{72}V - \frac{1}{48}V = \frac{49}{144}V$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH

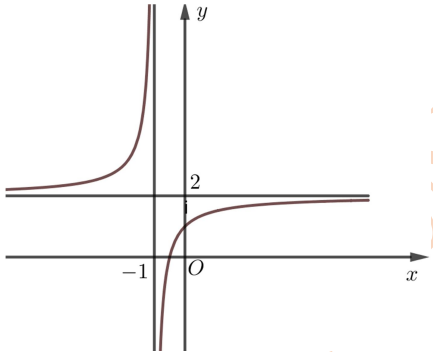
TRƯỜNG THPT GIA BINH

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối đa diện $AA'B'C'$ và $ABCC'B'$ có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_1 = \frac{1}{2}V_2$. **B.** $V_1 = V_2$. **C.** $V_1 = 2V_2$. **D.** $V_1 = \frac{1}{3}V_2$.

Câu 2. Đường cong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $y' > 0, \forall x \neq -1$. **C.** $y' < 0, \forall x \neq -1$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq 2$.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y = x^4 - 2x^2$. **C.** $y = x^3 + 2x - 2020$. **D.** $y = x^2 + 2x - 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

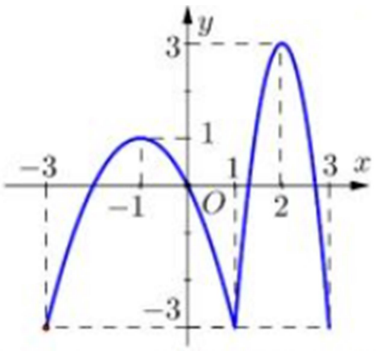
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là 0. **B.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là 1.
C. Điểm cực tiểu của hàm số là -1. **D.** Điểm cực đại của hàm số là 3.

Câu 5. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-3;-1)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 7. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 8. Kết quả $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x+1}{2x^3+2}$ bằng

A. 0. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	3	↗	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	‖	↗	7	↘	$-\infty$
			-3				

Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Mệnh đề đúng là

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên tập $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=5$, $u_5=13$. Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng

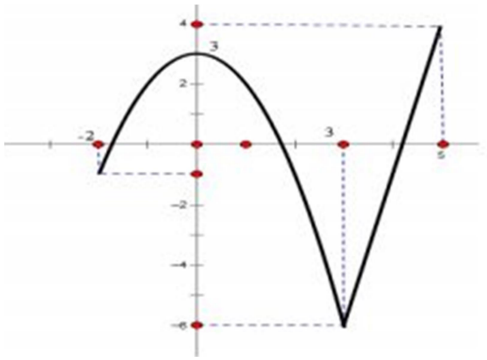
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 13. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA=SB=SC=SD=4\sqrt{11}$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 8. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V_{S.ABC}=32$. **B.** $V_{S.ABC}=64$. **C.** $V_{S.ABC}=128$. **D.** $V_{S.ABC}=256$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;5]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;5]$. Giá trị $M-m$ bằng



A. 9. **B.** 5. **C.** −10. **D.** 10.

Câu 15. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{9}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0<m\le 2$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m>4$. **D.** $2<m\le 4$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành

A. một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
B. hai khối chóp tứ giác.
C. hai khối chóp tam giác.
D. một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

Câu 17. Cho đa giác đều có10 cạnh Số tam giác có 3 đỉnh là ba đỉnh của đã giác đều đã cho là

A. 120. **B.** 240. **C.** 720. **D.** 35.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC=\sqrt{5}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

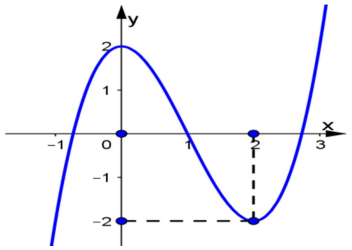
Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^3(x-3)^4(x+5)^5;\forall x\in R$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có mấy cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2020 để hàm số $y=-x^4+(m-5)x^2+3m-1$ có ba điểm cực trị

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2016. **D.** 2015.

Câu 21. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?



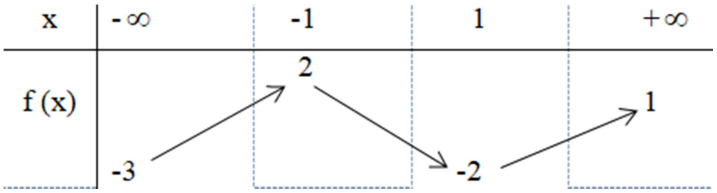
A. $v=x^4-3x^2+2$. **B.** $v=x^3-3x^2+2$. **C.** $v=-x^3+3x^2+2$. **D.** $v=x^3+3x^2+2$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 22. Kim tự tháp Kê-ốp ở Ai Cập được xay dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này có hình dạng là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao $147m$, cạnh đáy dài $230m$. Thể tích V của khối chóp là

A. $V = 2592100m^3$. **B.** $V = 7776300m^3$. **C.** $V = 2592300m^3$. **D.** $V = 3888150m^3$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số không có GTLN và không có GTNN.

B. Hàm số có GTLN bằng 2 và GTNN bằng -3.

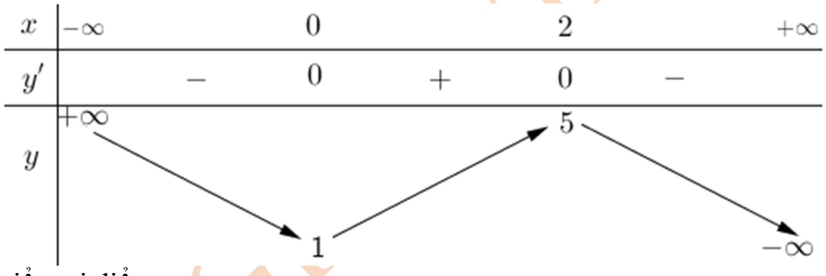
C. Hàm số có GTLN bằng 2 và GTNN bằng -2. .

D. Hàm số có GTLN bằng 2 và không có GTNN.

Câu 24. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3-2x}{x+1}$ là

A. $x = -1$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = -2$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 1$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 2$.

Câu 26. Thể khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 27. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$, biết rằng $(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) một góc $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $\widehat{SAB} = 60°$, $SA = 2a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ (với m là tham số thực). Biết $\max\limits_{(-\infty;0)} f(x) = 5$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $(0;+\infty)$ là

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = 1$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = 2$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = 3$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = -1$.

Câu 30. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{1+\sqrt{x+1}}{x^2-2x-m}$ có đúng hai tiệm cận đứng là

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $[-1;3]$. **B.** $(-1;3]$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 31. Ông A dự định sử dụng hết $8\,\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $2.05\,\text{m}^3$. **B.** $1.02\,\text{m}^3$. **C.** $1.45\,\text{m}^3$. **D.** $0.73\,\text{m}^3$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0)>0$ hoặc $f''(x_0)<0$.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0.

C. Nếu hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0.

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0)=0$.

Câu 33: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, thể tích bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh SA, mặt phẳng chứa MC và song song với BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Thể tích V khối đa diện chứa đỉnh A là :

A. $V=\dfrac{1}{3}$. **B.** $m=\dfrac{2}{3}$. **C.** $V=\dfrac{1}{4}$. **D.** $V=\dfrac{3}{4}$.

Câu 34: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Lấy ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số có ba chữ số 1, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau bằng :

A. $\dfrac{225}{4096}$. **B.** $\dfrac{75}{8192}$. **C.** $\dfrac{25}{17496}$. **D.** $\dfrac{125}{1458}$.

Câu 35. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi H là trọng tâm tam giác ABC, d_1 khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC), d_2 khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC). Khi đó d_1+d_2 có giá trị bằng

A. $\dfrac{8\sqrt{2}a}{11}$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{2}a}{33}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{22}a}{33}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a}{11}$.

Câu 36. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+4x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận là

A. 2. **B.** 4. **C.** vô số. **D.** 3.

Câu 37. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=BB'=a$; $\widehat{BAC}=120°$. Gọi I là trung điểm của CC'. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{30}}{20}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

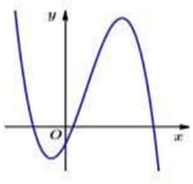
Câu 39. Cho hàm số $y=x^3+(m-1)x^2-3mx+2m+1$ có đồ thị (C_m), biết rằng đồ thị (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định A,B. Có bao nhiêu số nguyên dương m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để (C_m) có tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng AB ?

A. 4041. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2020.

Câu 40. Số giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{-2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ là

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 41. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Trong các giá trị a,b,c,d có bao nhiêu giá trị dương ?



A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

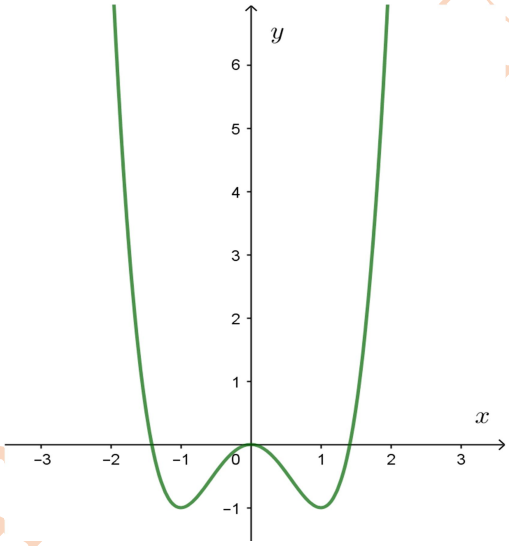
Câu 42. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+\frac{1}{2}\left(m^2-1\right)x^2+1-m$ có điểm cực đại là $x=-1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 43. Khối lăng trụ tam giác có độ dài các cạnh đáy lần lượt bằng 13,14,15. Cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 30^0 có chiều dài bằng 8. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $124\sqrt{3}$. **B.** 340. **C.** $274\sqrt{3}$. **D.** 336.

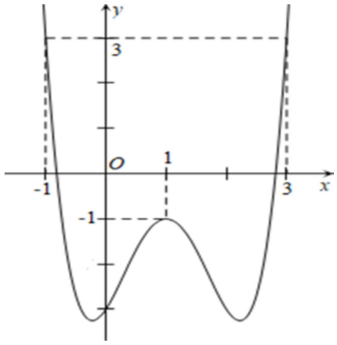
Câu 44. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^3+f\left(x\right)\right)$ là

A. 11. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 45. Hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị như hình dưới đây.

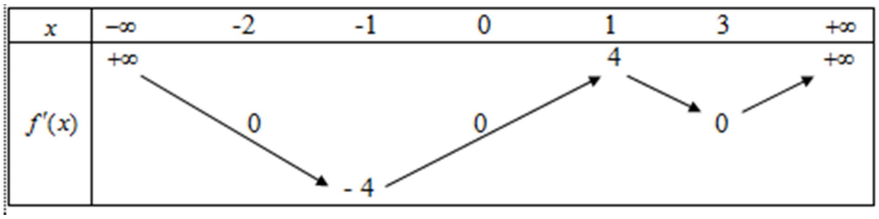


Số nghiệm của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)+1=0$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

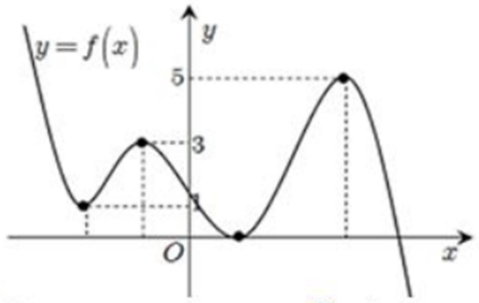
DIỄN ĐÀN TOÁN

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Tính tổng các giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=f(3x-1)+x^3-3mx$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$?



A. -49. **B.** -39. **C.** -35. **D.** 35.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



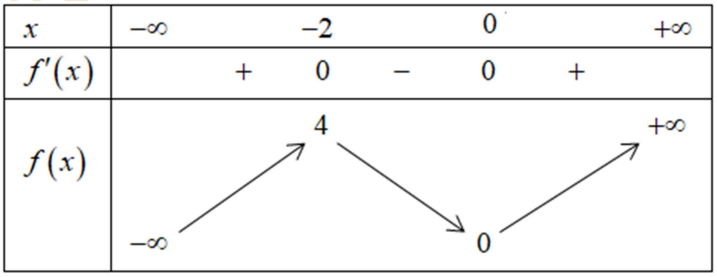
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\dfrac{m^3+5m}{\sqrt{f^2(x)+1}}=f^2(x)+6$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy $AB\,//\,CD$, biết $AB=2a$, $AD=CD=CB=a$, $\widehat{SAD}=\widehat{SBD}=90^\circ$ và góc giữa hai mặt phẳng (SAD), (SBD) bằng α, sao cho $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.



Bất phương trình $x.f(x)>mx+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;2020)$ khi

A. $m\ge f(2020)-\dfrac{1}{2020}$. **B.** $m>f(2020)-\dfrac{1}{2020}$.

C. $m\le f(1)-1$. **D.** $m<f(1)-1$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=ax^5+bx^3+cx$, $(a>0,b>0)$ thỏa mãn $f(3)=-\dfrac{7}{3}$; $f(9)=81$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $\max\limits_{[-1;5]}|g(x)|+\min\limits_{[-1;5]}|g(x)|=86$ với $g(x)=f(1-2x)+2.f(x+4)+m$. Tổng của tất cả các phần tử của S bằng

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	C	C	A	B	D	C	C	B	A	B	C	D	D	A	A	A	B	D	B	A	D	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	A	A	B	A	D	B	C	C	A	A	D	D	B	C	C	D	B	C	B	B	C	D	D

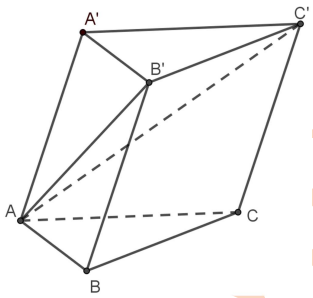
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối đa diện $AA'B'C'$ và $ABCC'B'$ có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_1=\frac{1}{2}V_2$. **B.** $V_1=V_2$. **C.** $V_1=2V_2$. **D.** $V_1=\frac{1}{3}V_2$.

Lời giải

Chọn A

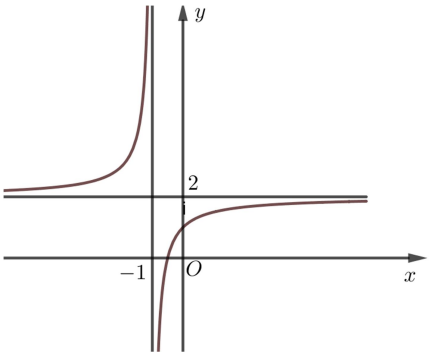


Ta có: $V_1=\frac{1}{3}d(A;(A'B'C')).S_{\Delta A'B'C'}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

Khi đó: $V_2=\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

Vậy $V_1=\frac{1}{2}V_2$

Câu 2. Đường cong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq -1$. **C.** $y'<0,\forall x\neq -1$. **D.** $y'>0,\forall x\neq 2$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận đứng $x=-1$, hàm đồng biến trên $(-\infty;-1)$; $(-1;+\infty)$ nên $y'>0$. Chọn đáp án B.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3+2x-2020$. **D.** $y=x^2+2x-1$.

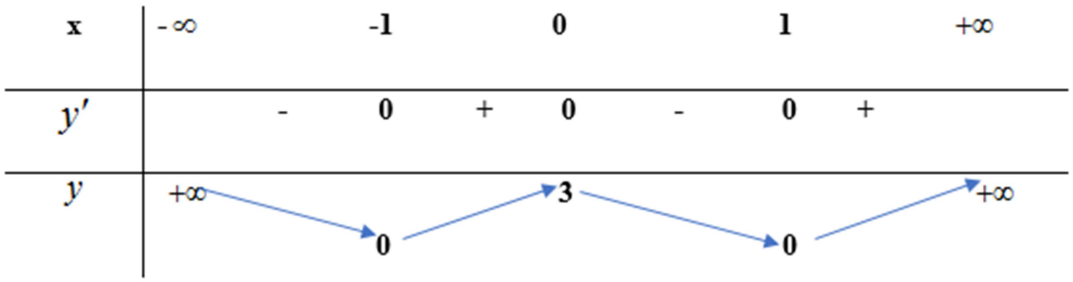
Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn C

Xét phương án C, ta có $y' = 3x^2 + 2 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$, nên hàm số $y = x^3 + 2x - 2020$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là 0.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là 1.

C. Điểm cực tiểu của hàm số là -1.

D. Điểm cực đại của hàm số là 3.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là -1.

Câu 5. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp đó bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

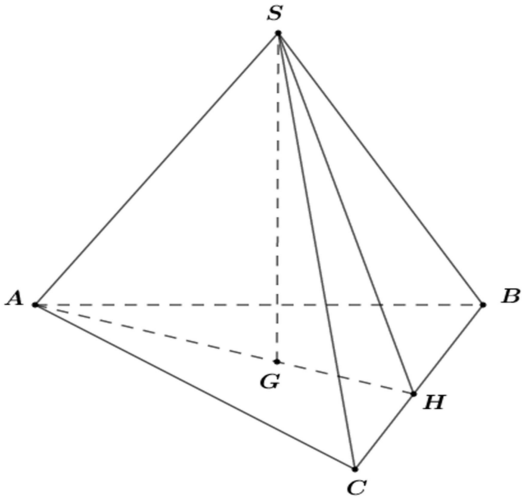
B. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

D. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm BC và G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có $SG \perp (ABC)$.

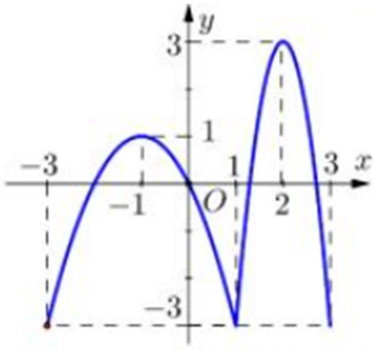
Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $AG = \dfrac{2}{3}AH = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

$\widehat{(SA,(ABC))} = \widehat{SAG} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SGA , ta có $SG = AG.\tan\widehat{SAG} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{3} = a$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}\cdot SG\cdot S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}\cdot a\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-3;-1)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn B

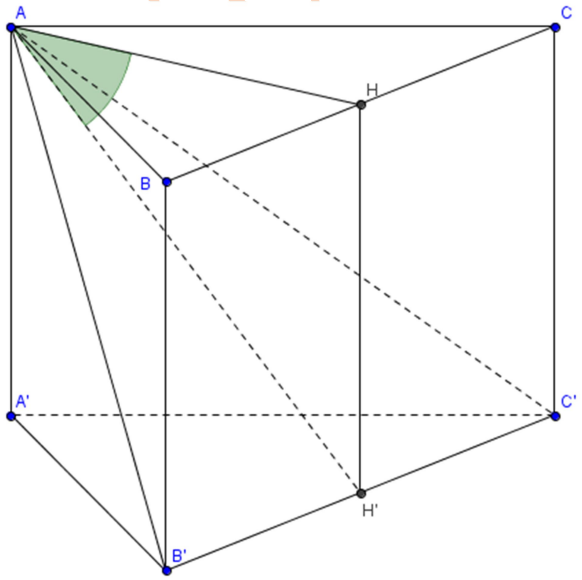
Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 7. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H, H' lần lượt là trung điểm của BC, $B'C'$.

Do lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a nên $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{\Delta A'B'C'}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Ta có: $((AB'C'),(ABC))=(AH,AH')=\angle H'AH=60°$.

Xét tam giác $H'HA$ vuông tại H có $\tan 60°=\dfrac{H'H}{AH}\Leftrightarrow H'H=AH.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{3}{2}a$

mà $A'A=H'H$ nên $A'A=\dfrac{3}{2}a$.

DIỄN ĐÀN TOÁN VIỆT

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=A'A.S_{\Delta A'B'C'}=\frac{3}{2}a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

Câu 8. Kết quả $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x+1}{2x^3+2}$ bằng

A. 0. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

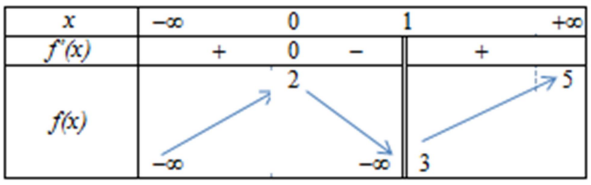
Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{2x^3+2}=\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{2\left(x^3+1\right)}=\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{2\left(x+1\right)\left(x^2-x+1\right)}=\lim_{x\to -1}\frac{1}{2\left(x^2-x+1\right)}=\frac{1}{2.3}=\frac{1}{6}.$$

Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

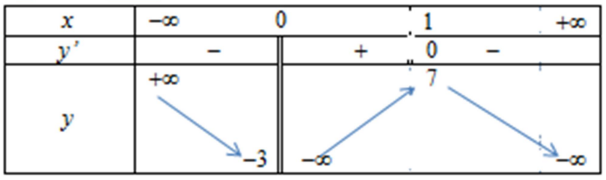
Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to +\infty}f\left(x\right)=5$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=5$

$\lim\limits_{x\to 1^-}f\left(x\right)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận ngang và đứng là 2.

Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\left\{0\right\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)+3=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f\left(x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-3$

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)+3=0$ bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=-3$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có đường thẳng $y=-3$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 2 điểm.

Vậy số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)+3=0$ là 2.

Câu 11. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$. Mệnh đề đúng là

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

B. Hàm số nghịch biến trên tập $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

có $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=5$, $u_5=13$. Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $u_n=u_1+(n-1)d$.

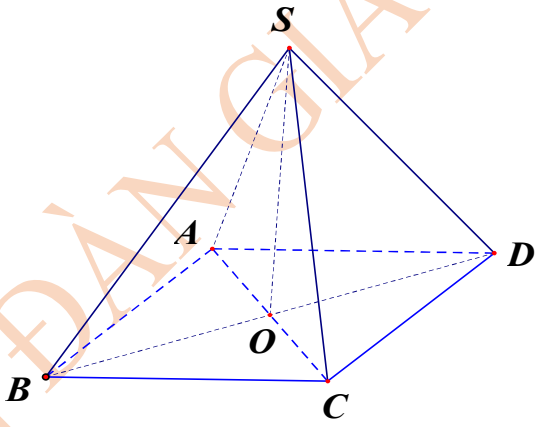
Ta có $u_5=u_1+4d \Leftrightarrow 13=5+4d \Leftrightarrow d=2$.

Câu 13. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA=SB=SC=SD=4\sqrt{11}$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 8. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V_{S.ABC}=32$. **B.** $V_{S.ABC}=64$. **C.** $V_{S.ABC}=128$. **D.** $V_{S.ABC}=256$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có

$\begin{cases}SO\perp AC\\SO\perp BD\end{cases}\Rightarrow SO\perp(ABCD)$

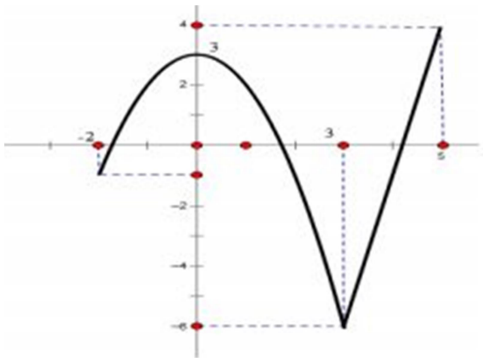
Ta có: $AC=8\sqrt{2}\Rightarrow AO=4\sqrt{2}$; $SO=\sqrt{\left(4\sqrt{11}\right)^2-\left(4\sqrt{2}\right)^2}=12$

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{3}.8^2.12=256$

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=128$

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;5]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;5]$. Giá trị $M-m$ bằng

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. 9. **B.** 5. **C.** -10. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta có $M=4;\ m=\text{-}6$. Do đó $M-m=10$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{9}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0<m\le 2$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m>4$. **D.** $2<m\le 4$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x+1\ne 0\Leftrightarrow x\ne -1$.

TH1: $m=1$ thì $y=1$ (loại)

TH2: $m\ne 1$ thì hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Mà $[1;2]\subset(-1;+\infty)$ nên $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{9}{2}\Leftrightarrow y(1)+y(2)=\dfrac{9}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1+m}{1+1}+\frac{2+m}{2+1}=\frac{9}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1+m}{2}+\frac{2+m}{3}=\frac{9}{2}$$
$$\Leftrightarrow 3(1+m)+2(2+m)=3.9$$
$$\Leftrightarrow 5m+7=27$$
$$\Leftrightarrow m=4.$$

Câu 16. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành

A. một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

B. hai khối chóp tứ giác.

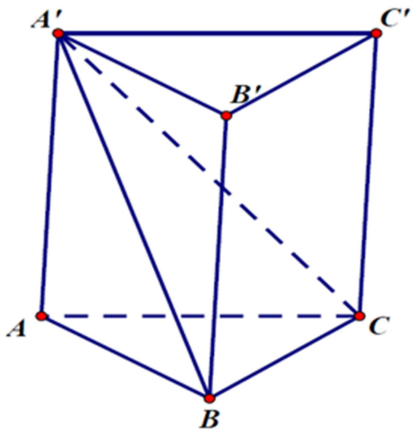
C. hai khối chóp tam giác.

D. một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta thấy mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

thành một khối chóp tam giác $A'.ABC$

và một khối chóp tứ giác $A'.BCC'B'$.

Câu 17. Cho đa giác đều có 10 cạnh Số tam giác có 3 đỉnh là ba đỉnh của đã giác đều đã cho là

A. 120. **B.** 240. **C.** 720. **D.** 35.

Lời giải

Chọn A

Cứ ba đỉnh của đa giác sẽ tạo thành một tam giác.

Chọn 3 trong 10 đỉnh của đa giác, có $C_{10}^3 = 120$.

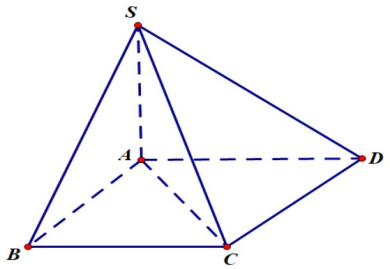
Vậy có 120 tam giác xác định bởi các đỉnh của đa giác 10 cạnh.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = \sqrt{5}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1 nên có diện tích $S_{ABCD} = 1$.

Xét tam giác ABC vuông tại B ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{5-2} = \sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\sqrt{3}.1 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^3(x-3)^4(x+5)^5; \forall x \in R$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có mấy cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x = -1; x = 2; x = -5$ nên hàm số có 3 cực trị.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2020 để hàm số $y=-x^4+(m-5)x^2+3m-1$ có ba điểm cực trị

A. 2017 . **B.** 2019 . **C.** 2016 . **D.** 2015 .

Lời giải

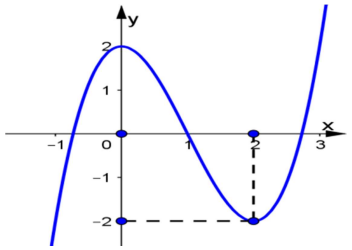
Chọn D

Để hàm số có ba điểm cực trị thì: $ab=-1.(m-5)<0\Leftrightarrow m-5>0\Leftrightarrow m>5$ (1)

Theo giả thiết: $m\le 2020$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra có 2015 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn là: $m\in\{6;7;...;2020\}$

Câu 21. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3+3x^2+2$.

Lời giải

Chọn B

Đây là đồ thị hàm số bậc 3 , với hệ số $a>0$. Loại $A;C$.

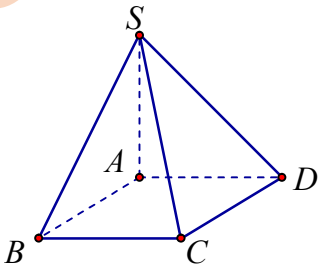
Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;-2)$. Loại D .

Câu 22. Kim tự tháp Kê-ốp ở Ai Cập được xay dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này có hình dạng là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao $147m$, cạnh đáy dài $230m$. Thể tích V của khối chóp là

A. $V=2592100m^3$. **B.** $V=7776300m^3$. **C.** $V=2592300m^3$. **D.** $V=3888150m^3$.

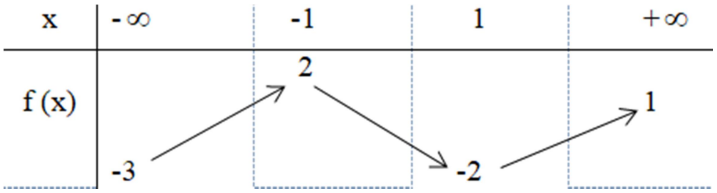
Lời giải

Chọn A



Áp dụng công thức , ta có: $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}230^2.147=2592100m^3$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.Hàm số không có GTLN và không có GTNN.

B. Hàm số có GTLN bằng 2 và GTNN bằng -3.

C. Hàm số có GTLN bằng 2 và GTNN bằng -2. .

D. Hàm số có GTLN bằng 2 và không có GTNN.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có GTLN bằng 2 và không có GTNN.

Câu 24. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3-2x}{x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-2-\dfrac{3}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=-2$ nên $y=-2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=5$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

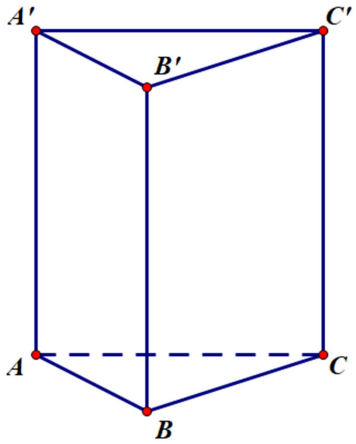
Câu 26. Thể khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Xét hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ như hình vẽ



Tam giác ABC đều nên có diện tích là $S_{\Delta ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của khối lăng trụ là $AA'=2a$, suy ra thể tích của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ là $V=AA'\cdot S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ (đvtt).

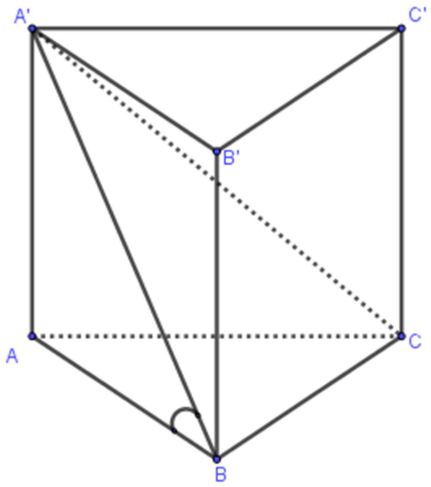
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 27. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$, biết rằng $(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) một góc $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B. Gọi $BA=BC=b$.

Áp dụng định lí Pitago vào trong tam giác vuông ABC ta có $\sqrt{BA^2+BC^2}=AC \Leftrightarrow b\sqrt{2}=2a$ $\Leftrightarrow b=a\sqrt{2}$.

Diện tích đáy là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}BA.BC=\dfrac{1}{2}b^2=\dfrac{1}{2}\left(a\sqrt{2}\right)^2=a^2$.

Ta có $\begin{cases}(A'BC)\cap(ABC)=BC\\ BC\perp(AA'B)\\ (AA'B)\cap(ABC)=AB\\ (AA'B)\cap(A'BC)=A'B\end{cases}$. Do đó góc giữa $(A'BC)$ và đáy (ABC) bằng góc giữa AB và $A'B$ và bằng góc $\widehat{ABA'}$, theo giả thiết, ta có $\widehat{ABA'}=45°$.

Tam giác $AA'B$ vuông cân tại A nên $AA'=AB=a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $V=AA'\cdot S_{ABC}=a\sqrt{2}\cdot a^2=a^3\sqrt{2}$.

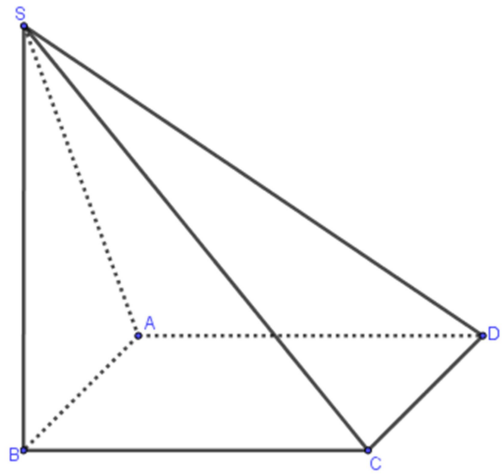
Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $\widehat{SAB}=60°$, $SA=2a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Áp dụng Định lí cosin cho tam giác SAB, ta có $SB^2 = AB^2 + SA^2 - 2AB \cdot SA \cdot \cos 60° = 3a^2$.

Tam giác SAB thỏa mãn $SB^2 + AB^2 = SA^2$ nên tam giác SAB vuông tại B.

Do đó $SB \perp AB$.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SB \perp (ABCD). \\ SB \subset (SAB), SB \perp AB \end{cases}$

Vậy $V = V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SB \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt).

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ (với m là tham số thực). Biết $\max\limits_{(-\infty;0)} f(x) = 5$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $(0;+\infty)$ là

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = 1$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = 2$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = 3$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

BBT

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$			$-$			$+$	
y		$\nearrow$	$m+2$	$\searrow$			$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$						$m-2$		

Vậy $\max\limits_{(-\infty;0)} f(x) = f(-1) \Rightarrow f(-1) = 5 \Leftrightarrow m + 2 = 5 \Leftrightarrow m = 3$.

$\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = f(1) = m - 2 = 3 - 2 = 1$.

Câu 30. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{x^2 - 2x - m}$ có đúng hai tiệm cận đứng là

A. $[-1;3]$. **B.** $(-1;3]$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

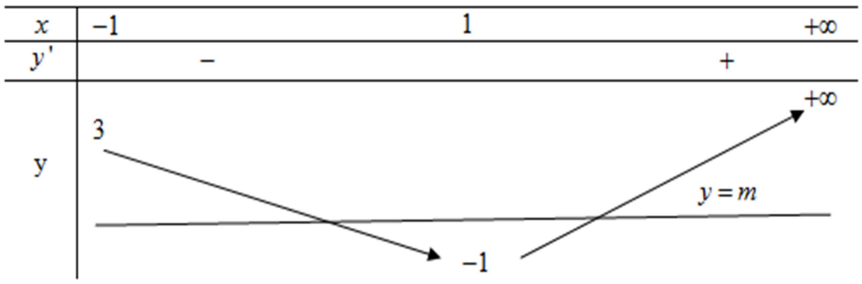
ĐKXĐ: $x \ge -1$.

Vì $1+\sqrt{x+1} > 0$ với $\forall x \ge -1$ nên để đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - 2x = m$ (1) phải có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 2x$ trên $[-1;+\infty)$.

$f'(x) = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$.

BBT



Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -1 khi $-1 < m \le 3$.

Câu 31. Ông A dự định sử dụng hết $8\,\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $2.05\,\text{m}^3$. **B.** $1.02\,\text{m}^3$. **C.** $1.45\,\text{m}^3$. **D.** $0.73\,\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn A

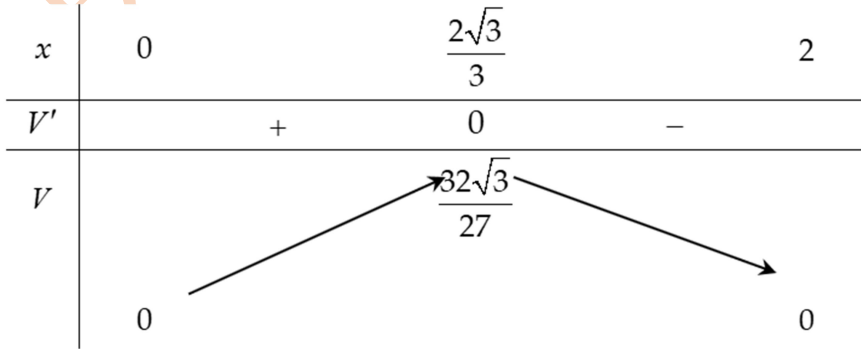
Gọi chiều rộng, chiều cao của bể cá lần lượt là x, h $(x;h>0)$. Khi đó chiều dài là $2x$.

Tổng diện tích các mặt không kể nắp là $2x^2 + 4xh + 2xh = 8 \Leftrightarrow h = \dfrac{4-x^2}{3x}$. Vì $x,h>0$ nên $x \in (0;2)$.

Thể tích của bể cá là $V = 2x.x.h = \dfrac{8x - 2x^3}{3}$.

Ta có $V' = \dfrac{8}{3} - 2x^2$, cho $V' = 0 \Leftrightarrow \dfrac{8}{3} - 2x^2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên



Bể cá có dung tích lớn nhất bằng $\dfrac{32\sqrt{3}}{27} \approx 2.05$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) > 0$ hoặc $f''(x_0) < 0$.

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0.

C. Nếu hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0.

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0)=0$.

Lời giải

Chọn D

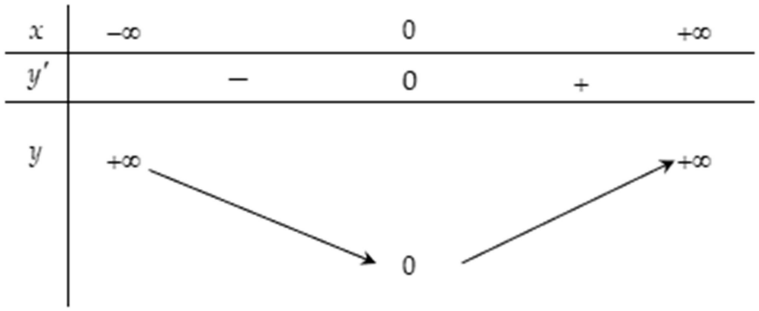
Phương án A và C sai vì: Chọn hàm số $y=x^4$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3$, cho $y'=0\Leftrightarrow 4x^3=0\Leftrightarrow x=0$.

Và $y''=12x^2$.

Bảng biến thiên



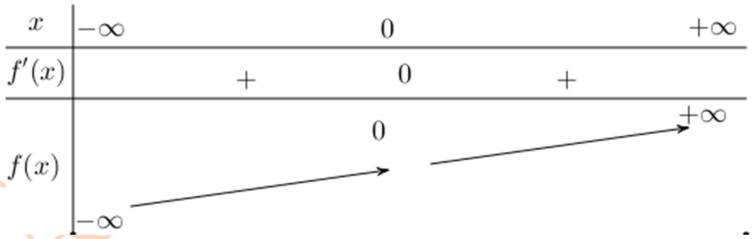
Hàm số $y=x^4$ đạt cực trị tại $x=0$ nhưng $f''(0)=0$ và có đạo hàm tại $x=0$.

Phương án B sai vì: Chọn hàm số $y=x^3$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2$, cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên



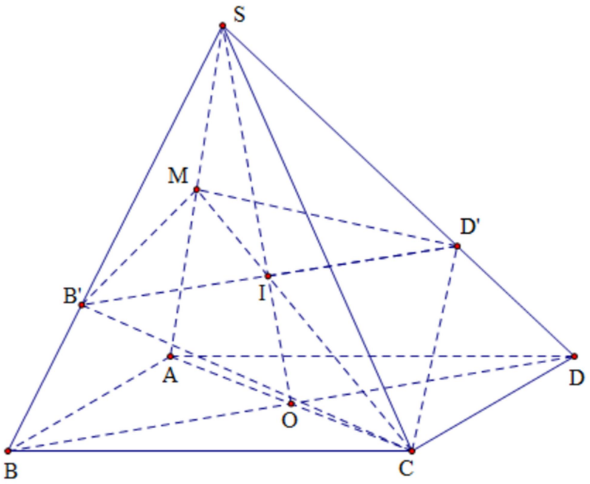
Hàm số không đạt cực trị tại $x=0$.

Câu 33: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, thể tích bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh SA, mặt phẳng chứa MC và song song với BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Thể tích V khối đa diện chứa đỉnh A là :

A. $V=\frac{1}{3}$. **B.** $m=\frac{2}{3}$. **C.** $V=\frac{1}{4}$. **D.** $V=\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$; $I = SO \cap CM$.

Trong (SBD) qua I kẻ đường thẳng song song với BD cắt SB , SD lần lượt tại B', D'.

$\Rightarrow \dfrac{SB'}{SB} = \dfrac{SI}{SO} = \dfrac{2}{3}$ (I là trọng tâm ΔSAC).

$\dfrac{V_{S.CB'MD'}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{2.V_{S.CMB'}}{2.V_{S.CAB}} = \dfrac{SM}{SA'}.\dfrac{SB'}{SB} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3}$.

$\Rightarrow V_{S.CB'MD'} = \dfrac{1}{3}V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}$.

$\Rightarrow V_{CBAD.CB'MD'} = V_{S.ABCD} - V_{S.CB'MD'} = 1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$.

Câu 34: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất chọn được số có ba chữ số 1, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau bằng :

A. $\dfrac{225}{4096}$. **B.** $\dfrac{75}{8192}$. **C.** $\dfrac{25}{17496}$. **D.** $\dfrac{125}{1458}$.

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu : $n(\Omega) = 6^8$.

Xếp 3 số 1 và 2 số 3 và 5 vào 5 vị trí có : $\dfrac{5!}{3!} = 20$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp trên có 6 vị trí trống giữa các số. Xếp 3 số 2, 4, 6 vào 6 vị trí trống đó ta có : A_6^3 cách.

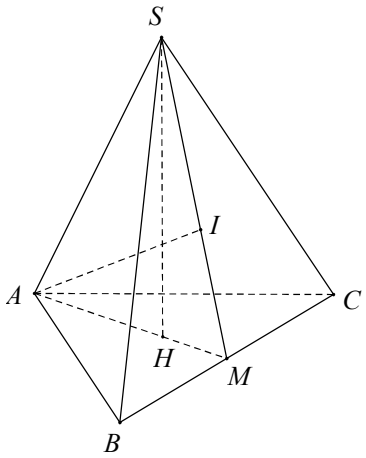
Xác suất là : $\dfrac{20.A_6^3}{6^8} = \dfrac{25}{17496}$.

Câu 35. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi H là trọng tâm tam giác ABC , d_1 khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) , d_2 khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC) . Khi đó $d_1 + d_2$ có giá trị bằng

A. $\dfrac{8\sqrt{2}a}{11}$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{2}a}{33}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{22}a}{33}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a}{11}$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Chọn C

Vì H là trọng tâm tam giác ABC nên $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=3d\left(H,\left(SBC\right)\right)\Rightarrow d_2=\frac{1}{3}d_1$.

Kẻ $AI\perp SM\Rightarrow AI\perp\left(SBC\right)\Rightarrow d_1=AI=\frac{2S_{\Delta SAM}}{SM}$.

Ta có

$$AM=\frac{a\sqrt{3}}{2};AH=\frac{a\sqrt{3}}{3};SM=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{11}}{2};SH=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{24}}{3}.$$

$$S_{\Delta SAM}=\frac{1}{2}AM.SH=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{24}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{2}a^2\Rightarrow d_1=\frac{a^2\sqrt{2}}{\frac{a\sqrt{11}}{2}}=\frac{2\sqrt{22}a}{11}.$$

Vậy $d_1+d_2=\frac{4}{3}d_1=\frac{8\sqrt{22}}{33}a$.

Câu 36. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x^2+4x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận là

A. 2. **B.** 4. **C.** vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số luôn có 1 tiệm cận ngang là $y=0$ nên để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có duy nhất 1 tiệm cận đứng.

Đặt $g\left(x\right)=x^2+4x+m$.

Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi $g\left(x\right)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng -1 hoặc $g\left(x\right)=0$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow\left[\begin{cases}\Delta'=4-m>0\\m-3=0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=4\end{array}\right.$$
$$\Delta'=4-m=0$$

Vậy $m=3$; $m=4$.

Câu 37. Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x^2-2x-3}$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;3\}$.

$y=\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}=\dfrac{x+1}{(x+1)(x-3)}=\dfrac{1}{x-3}$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x-3}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x-3}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vì $\lim\limits_{x\to3^+}y=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{x-3}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to3^-}y=\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{1}{x-3}=-\infty$ nên đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

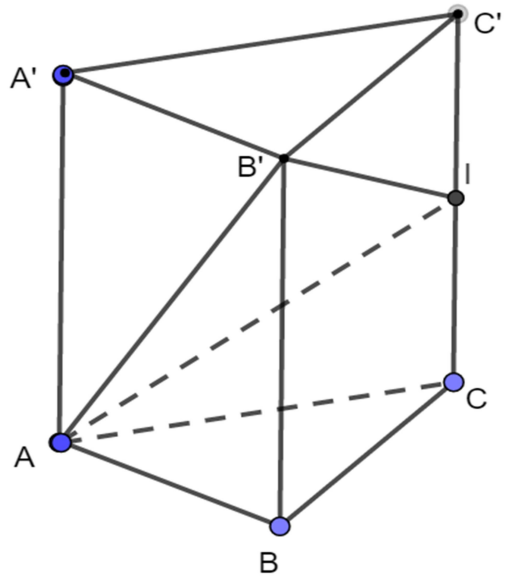
Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=BB'=a$; $\widehat{BAC}=120°$. Gọi I là trung điểm của CC'. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{30}}{20}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

Do tam giác ABC là hình chiếu của tam giác $AB'I$ trên mặt phẳng (ABC) nên ta có

$S_{ABC}=S_{AB'I}.\cos\alpha$.

$S_{ABC}=\dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin120°=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$AB'^2=AA'^2+A'B'^2=2a^2$.

$AI^2=AC^2+CI^2=a^2+\dfrac{a^2}{4}=\dfrac{5a^2}{4}$.

$C'B'^2=C'A'^2+A'B'^2-2.A'B'.A'C'.\cos120°=3a^2$.

$B'I^2 = B'C'^2 + C'I^2 = 3a^2 + \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{13a^2}{4}$.

Có $AB'^2 + AI^2 = B'I^2 \Rightarrow \Delta AB'I$ vuông tại A.

$S_{AB'I} = \dfrac{1}{2}.AB'.AI = \dfrac{a^2\sqrt{10}}{4}$. Do đó $\cos\alpha = \dfrac{S_{ABC}}{S_{AB'I}} = \dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 - 3mx + 2m + 1$ có đồ thị (C_m), biết rằng đồ thị (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định A, B. Có bao nhiêu số nguyên dương m thuộc đoạn $[-2020; 2020]$ để (C_m) có tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng AB ?

A. 4041. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn D

Hàm số được viết lại thành $\left(x^2 - 3x + 2\right)m + x^3 - x^2 + 1 - y = 0$.

Một điểm $M\left(x_0; y_0\right)$ là điểm cố định của đồ thị hàm số thì phương trình $\left({x_0}^2 - 3x_0 + 2\right)m + {x_0}^3 - {x_0}^2 + 1 - y_0 = 0$ phải nghiệm đúng với mọi m, xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} {x_0}^2 - 3x_0 + 2 = 0 \\ {x_0}^3 - {x_0}^2 + 1 - y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_0 = 1; y_0 = 1 \\ x_0 = 2; y_0 = 5 \end{bmatrix}.$$

Giả sử $A(1;1), B(2;5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1;4)$ khi đó hệ số góc của đường thẳng AB là $k = 4$.

Đặt $f(x) = x^3 + (m-1)x^2 - 3mx + 2m + 1$

Để trên đồ thị hàm số có điểm mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng AB thì hệ số góc tại tiếp điểm phải bằng $k' = -\dfrac{1}{4}$. Điều đó xảy ra khi và chỉ khi $f'(x) = -\dfrac{1}{4}$ có nghiệm.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2(m-1)x - 3m$.

Phương trình $f'(x) = -\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow 3x^2 + 2(m-1)x - 3m = -\dfrac{1}{4}(1)$.

Phương trình (1) có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; \dfrac{-7-4\sqrt{3}}{2}\right] \cup \left[\dfrac{-7+4\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$.

Với $\dfrac{-7+4\sqrt{3}}{2} \approx -0.03$ nên các số nguyên dương $m \in [-2020; 2020]$ là $\{1; 2; 3; ...; 2020\}$.

Vậy có 2020 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Số giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y = \dfrac{mx-2}{-2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{m}{2}\right\}$.

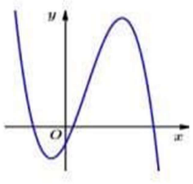
Ta có $y' = \dfrac{m^2 - 4}{(-2x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên $\left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $\begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \dfrac{m}{2} \notin \left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-2;2) \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-2;1]$.

Suy ra có các số nguyên thỏa mãn là $\{-1; 0; 1\}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 41. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Trong các giá trị a,b,c,d có bao nhiêu giá trị dương ?



A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào xu hướng của đồ thị hàm số ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \Rightarrow a<0$

Tại $x=0\Rightarrow y=d<0$

$y=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow y'=3ax^2+2bx+c$

Xét thấy 2 điểm cực trị $x_1<0$ và $x_2>0$.

Ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-2b}{3a}>0\Rightarrow b>0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0\Rightarrow c>0 \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị dương trong 4 giá trị a,b,c,d.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+\dfrac{1}{2}\left(m^2-1\right)x^2+1-m$ có điểm cực đại là $x=-1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$y=x^3+\dfrac{1}{2}\left(m^2-1\right)x^2+1-m$

$y'=3x^2+\left(m^2-1\right)x$

$y''=6x+m^2-1$

Hàm số $y=x^3+\dfrac{1}{2}\left(m^2-1\right)x^2+1-m$ có điểm cực đại là $x=-1$

$\Rightarrow 3+\left(m^2-1\right)(-1)=0\Rightarrow m^2=4\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right.$

Lúc này $y''(-1)=-6+4-1<0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Vậy có 2 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 43. Khối lăng trụ tam giác có độ dài các cạnh đáy lần lượt bằng 13,14,15. Cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 30^0 có chiều dài bằng 8. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $124\sqrt{3}$. **B.** 340. **C.** $274\sqrt{3}$. **D.** 336.

Lời giải

Chọn D

Tam giác có độ dài các cạnh lần lượt bằng 13,14,15 có nửa chu vi là $p=\dfrac{13+14+15}{2}=21$.

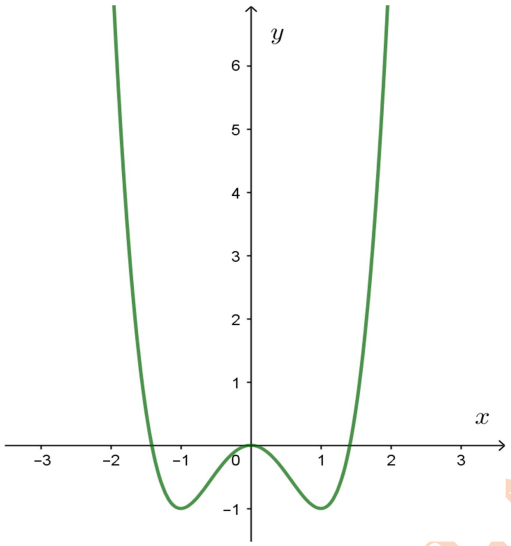
Diên tích đáy của khối lăng tru là $B=\sqrt{p(p-13)(p-14)(p-15)}=84$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chiều cao của khối lăng trụ là $h = 8\sin 30^0 = 8.\frac{1}{2} = 4$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ là $v = Bh = 84.4 = 336$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(x^3 + f(x)\right)$ là

A. 11. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy hàm số trên có phương trình là $y = x^4 - 2x^2$. Vậy ta có:

$f(x) = x^4 - 2x^2$ và $f'(x) = 4x^3 - 4x$

$g'(x) = \left(f\left(x^3 + f(x)\right)\right)' = \left(x^3 + f(x)\right)' f'\left(x^3 + f(x)\right) = \left(3x^2 + f'(x)\right) f'\left(x^3 + f(x)\right)$.

Suy ra $g'(x) = \left(3x^2 + f'(x)\right) f'\left(x^3 + f(x)\right) = \left(3x^2 + 4x^3 - 4x\right) f'\left(x^3 + x^4 - 2x^2\right)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left(3x^2 + 4x^3 - 4x\right) f'\left(x^3 + x^4 - 2x^2\right) = 0$

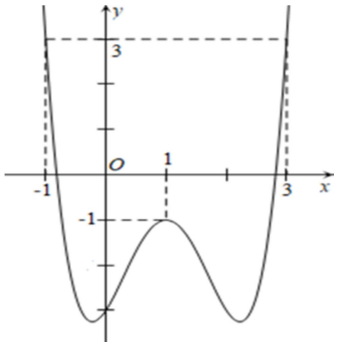
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^3 + 3x^2 - 4x = 0 \\ x^4 + x^3 - 2x^2 = 1 \\ x^4 + x^3 - 2x^2 = -1 \\ x^4 + x^3 - 2x^2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^3 + 3x^2 - 4x = 0 \\ x^4 + x^3 - 2x^2 - 1 = 0 \\ x^4 + x^3 - 2x^2 + 1 = 0 \\ x^4 + x^3 - 2x^2 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x \approx 0,6930 \\ x \approx -1,4430 \\ x \approx 1,21195 \\ x \approx -2,0754 \\ x \approx -0,6710 \\ x \approx -1,9051 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$$

Phương trình $g'(x) = 0$ có đúng 8 nghiệm đơn và 1 nghiệm bội lẻ $x = 0$ (nghiệm bội ba).

Vậy hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Câu 45. Hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ có đồ thị như hình dưới đây.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Số nghiệm của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)+1=0$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ ta có

$$f\left(f\left(x\right)\right)+1=0\Leftrightarrow f\left(f\left(x\right)\right)=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} f\left(x\right)=x_1\in\left(-1;0\right) & (1)\\ f\left(x\right)=x_2=1 & (2)\\ f\left(x\right)=x_3\in\left(2;3\right) & (3)\end{array}\right.$$

+ Phương trình $f\left(x\right)=x_1$ với $x_1\in\left(-1;0\right)$ có đúng 2 nghiệm.

+ Phương trình $f\left(x\right)=x_2=1$ có đúng 2 nghiệm.

+ Phương trình $f\left(x\right)=x_3$ với $x_3\in\left(2;3\right)$ có đúng 2 nghiệm.

Mặt khác các nghiệm của 3 phương trình $(1),(2),(3)$ không trùng nhau.

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ có 6 nghiệm thực.

Câu 46. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên của hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên. Tính tổng các giá trị nguyên của tham số $m\in\left(-10;10\right)$ để hàm số $y=f\left(3x-1\right)+x^3-3mx$ đồng biến trên khoảng $\left(-2;1\right)$?

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	0		0	4	0	$+\infty$
			-4				

A. -49. **B.** -39. **C.** -35. **D.** 35.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có: $y'=3f'(3x-1)+3x^2-3m=3\left(f'(3x-1)+x^2-m\right)$

Để hàm số đồng biến trên $\left(-2;1\right)$ thì :

$$y'\geq 0,\forall x\in\left(-2;1\right)\Leftrightarrow\left(f'(3x-1)+x^2-m\right)\geq 0,\forall x\in\left(-2;1\right)$$

$$f'(3x-1)+x^2\geq m,\forall x\in\left(-2;1\right)\Leftrightarrow m\leq\min_{(-2;1)}\left(f'(3x-1)+x^2\right)$$

Đặt $f'(3x-1)=g(x)$ và $x^2=h(x)$

Quan sát bảng biến thiên ta có :

$$\begin{cases} f'(3x-1)\geq -4=f'\left(0\right),3x-1\in\left(-7;2\right)\\ h(x)=x^2\geq 0=h\left(0\right),\forall x\in\left(-2;1\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} f'(3x-1)\geq -4=f'\left(0\right),x\in\left(-2;1\right)\\ h(x)=x^2\geq 0=h\left(0\right),\forall x\in\left(-2;1\right)\end{cases}$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\Rightarrow f'(3x-1)+h(x)\ge -4+0=-4, x=0$

Suy ra $\min\limits_{(-2;1)}\{g(x)+h(x)\}=\min\limits_{(-2;1)}g(x)+\min\limits_{(-2;1)}h(x)=f'(0)+h(0)=-4$

Do đó : $\min\limits_{(-2;1)}\left(f'(3x-1)+x^2\right)=-4$

Vì $m\in(-10;10)$ và $m\le -4$ nên tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài là -39

Cách 2:

Xét hàm số $y=f(3x-1)+x^3-3mx$

Ta có: $y'=3f'(3x-1)+3x^2-3m=3\left[f'(3x-1)+x^2-m\right]$

Để hàm số đồng biến trên $(-2;1)$ thì :

$y'\ge 0,\forall x\in(-2;1)\Leftrightarrow f'(3x-1)\ge -x^2+m,\forall x\in(-2;1)$

Đặt $g(x)=f'(3x-1)\ge -x^2+m=h(x),\forall x\in(-2;1)$

Đặt $\begin{cases}3x-1=t\\ x=\dfrac{t+1}{3}\\ t\in(-7;2)\end{cases}\Rightarrow f'(t)\ge h(t)=-\dfrac{t^2+2t+1}{9}+m,\forall t\in(-7;2)(*)$

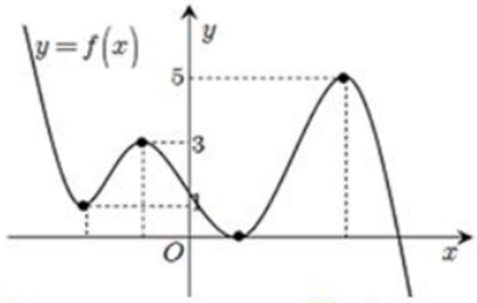
Quan sát bảng biến thiên ta có $h(t)=-\dfrac{t^2+2t+1}{9}+m$ có đỉnh $I(-1;m)$

Vậy $(*)$ thỏa mãn khi đồ thị $h(t)=-\dfrac{t^2+2t+1}{9}+m$ nằm dưới đồ thị $y=f'(t)$.

Suy ra : $m\le -4$

Với giả thiết $m\in(-10;10), m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in[-9;-4]\Rightarrow\sum\limits_{m=-9}^{-4}m=-39$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\dfrac{m^3+5m}{\sqrt{f^2(x)+1}}=f^2(x)+6$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\dfrac{m^3+5m}{\sqrt{f^2(x)+1}}=f^2(x)+6\Leftrightarrow m^3+5m=\left(\sqrt{f^2(x)+1}\right)^3+5\sqrt{f^2(x)+1}\quad(1)$

Xét hàm số $h(t)=t^3+5t\Rightarrow h'(t)=3t^2+5>0$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow h(m)=h\left(\sqrt{f^2(x)+1}\right)\Leftrightarrow m=\sqrt{f^2(x)+1}$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m\ge 1$, khi đó ta có:

DIỄN ĐÀN TOÁN VIÊN TOÁN

$$m=\sqrt{f^2(x)+1}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=\sqrt{m^2-1}\\f(x)=-\sqrt{m^2-1}\end{array}\right.$$

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f(x)=-\sqrt{m^2-1}$ có 1 nghiệm .

Để phương trình (1) có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thì phương trình $f(x)=\sqrt{m^2-1}$ phải có đúng 3 nghiệm thực phân biệt

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<\sqrt{m^2-1}<1\\3<\sqrt{m^2-1}<5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<m^2<2\\10<m^2<26\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<m<\sqrt{2}\\\sqrt{10}<m<\sqrt{26}\end{array}\right.$$

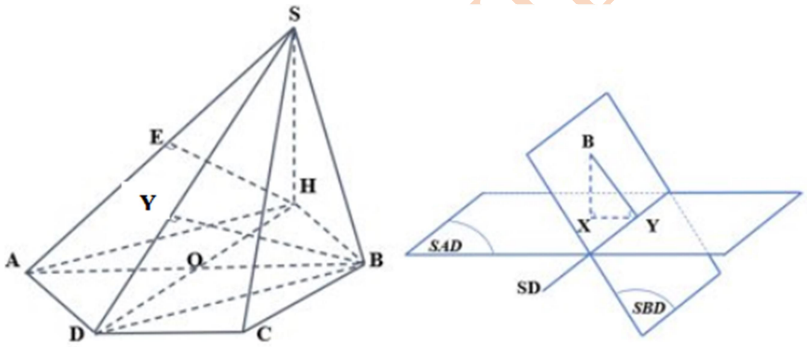
Mà $m\in\mathbb{Z}$ suy ra: $m\in\{4;5\}$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy $AB\,//\,CD$, biết $AB=2a$, $AD=CD=CB=a$, $\widehat{SAD}=\widehat{SBD}=90^\circ$ và góc giữa hai mặt phẳng (SAD), (SBD) bằng α, sao cho $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $ABCD$ là nửa lục giác đều và có $\widehat{ADB}=90^\circ$.

Gọi H là hình chiếu của S trên $(ABCD)$, ta có $AH\perp AD$, $BH\perp BD$ nên $AHBD$ là hình chữ nhật.

Gọi X, Y lần lượt là hình chiếu của B trên (SAD) và SD. Khi đó ta có $\alpha=\widehat{BYX}$.

Suy ra: $\sin\alpha=\dfrac{BX}{BY}=\dfrac{d(B;(SAD))}{d(B;SD)}=\dfrac{d(H;(SAD))}{d(B;SD)}=\dfrac{HE}{HY}$

$$\Rightarrow\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{HE}{HY}=\frac{\dfrac{SH.HA}{SA}}{\dfrac{SB.BD}{SD}}=\frac{SH.SD}{SA.SB}$$

Đặt $SH=x\Rightarrow SD=\sqrt{x^2+4a^2}$; $SB=\sqrt{x^2+a^2}$; $SA=\sqrt{x^2+3a^2}$.

Khi đó ta có: $\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{x\sqrt{x^2+4a^2}}{\sqrt{x^2+3a^2}.\sqrt{x^2+a^2}}\Leftrightarrow x=a\sqrt{2}$

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.\sqrt{2}a.\dfrac{1}{2}.a.\sqrt{3}a=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.

DIỄN ĐÀN TOÁN

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Bất phương trình $x.f(x)>mx+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;2020)$ khi

A. $m\ge f(2020)-\dfrac{1}{2020}$. **B.** $m>f(2020)-\dfrac{1}{2020}$.

C. $m\le f(1)-1$. **D.** $m<f(1)-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x.f(x)>mx+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;2020)$

$\Leftrightarrow f(x)>m+\dfrac{1}{x}\Leftrightarrow m<f(x)-\dfrac{1}{x}$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;2020)$

Xét hàm số: $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}$ với $x\in[1;2020)$. Ta có: $g'(x)=f'(x)+\dfrac{1}{x^2}$

Do $\begin{cases}f'(x)\ge 0\\ \dfrac{1}{x^2}>0\end{cases}$ với mọi $x\in[1;2020)$ nên $g'(x)=f'(x)+\dfrac{1}{x^2}>0$ với mọi $x\in[1;2020)$.

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên nửa khoảng $[1;2020)$.

Vậy yêu cầu bài toán tương đương $m<\min\limits_{[1;2020)}g(x)=g(1)=f(1)-1$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=ax^5+bx^3+cx$, $(a>0,b>0)$ thỏa mãn $f(3)=-\dfrac{7}{3}$; $f(9)=81$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $\max\limits_{[-1;5]}|g(x)|+\min\limits_{[-1;5]}|g(x)|=86$ với $g(x)=f(1-2x)+2.f(x+4)+m$. Tổng của tất cả các phần tử của S bằng

A. 11. **B.** -80. **C.** -148. **D.** -74.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)=ax^5+bx^3+cx$, $(a>0,b>0)$ là hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=5ax^4+3bx^2+c$.

Khi đó:

$$\begin{aligned}g'(x)&=-2f'(1-2x)+2f'(x+4)\\&=-2\left[5a(1-2x)^4+3b(1-2x)^2+c\right]+2(x+4)\left[5a(x+4)^4+3b(x+4)^2+c\right]\\&=10a\left[(x+4)^4-(1-2x)^4\right]+6b\left[(x+4)^2-(1-2x)^2\right]\\&=10a\left[\left((x+4)^2+(1-2x)^2\right)\left((x+4)^2-(1-2x)^2\right)\right]+6b\left[(x+4)^2-(1-2x)^2\right]\\&=10a\left[(x+4)^2-(1-2x)^2\right]\left[\left((x+4)^2+(1-2x)^2\right)+6b\right]\\&=30a(1+x)(5-x)\left[\left((x+4)^2+(1-2x)^2\right)+6b\right]\ge 0\ \ \forall x\in[-1;5].\end{aligned}$$

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên đoạn $[-1;5]$ nên ta có:

$g(-1)\le g(x)\le g(5)\Leftrightarrow f(3)+2f(3)+m\le g(x)\le f(-9)+2f(9)+m$

$\Leftrightarrow 3f(3)+m\le g(x)\le -f(9)+2f(9)+m$ (Do $f(x)$ là hàm số lẻ)

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$\Leftrightarrow 3f(3)+m\le g(x)\le f(9)+m \Leftrightarrow m-7\le g(x)\le m+81$$

Trường hợp 1: Nếu $(m-7)(m+81)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>7\\m<-81\end{array}\right.$ $(*)$ thì

$$\max_{[-1;5]}|g(x)|+\min_{[-1;5]}|g(x)|=86\Leftrightarrow|m-7|+|m+81|=86$$

$$\Leftrightarrow|2m+74|=86\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=6\\m=-80\end{array}\right.\ (\text{loại do }(*))\ .$$

Trường hợp 2: Nếu $(m-7)(m+81)\le 0\Leftrightarrow -81\le m\le 7$ $(**)$ thì $\left\{\begin{array}{l}\min\limits_{[-1;5]}g(x)=0\\\max\limits_{[-1;5]}g(x)=\max\{7-m;m+81\}\end{array}\right.$.

Khi đó: $\max\limits_{[-1;5]}|g(x)|+\min\limits_{[-1;5]}|g(x)|=86\Leftrightarrow\max\{7-m;m+81\}=86$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}m+81=86\\7-m\le m+81\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}7-m=86\\m+81\le 7-m\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=5\\m=-79\end{array}\right.\ (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy tổng của tất cả các phần tử của S bằng: $5+(-79)=-74$.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

TRƯỜNG THPT NGUYỄN ĐỨC CẢNH

ĐỀ THI THỬ TN THPT QUỐC GIA LẦN 01
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{2}SA,\ SB' = \frac{1}{3}SB,\ SC' = \frac{1}{4}SC$. Gọi V, V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{24}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 2. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t. Tính thời điểm t tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

A. $t = 1$. **B.** $t = 2$. **C.** $t = 4$. **D.** $t = 3$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

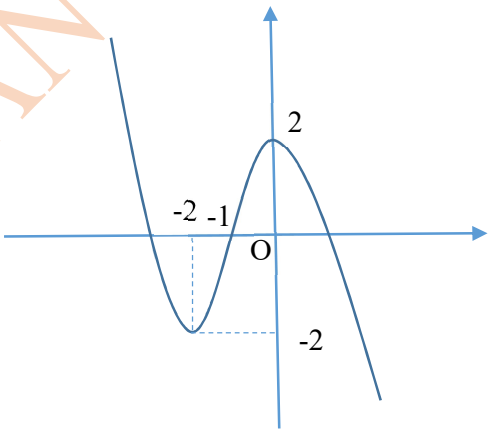
Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x-5)^{\sqrt{3}}$ là

A. $[5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{5\}$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình vẽ bên



Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $-x^3 - 3x^2 + 2 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

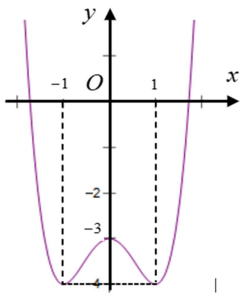
A. $S = [-2;2]$. **B.** $S = \varnothing$. **C.** $S = (-2;2)$. **D.** $S = (-2;1)$.

Câu 7. Tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ là:

A. $m \le 12$. **B.** $m \ge 0$. **C.** $m \ge 12$. **D.** $m \le 0$.

Câu 8. Đường cong sau đây là đồ thị hàm số nào dưới đây

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $y=-x^4+2x^2-3$. **B.** $y=x^4-2x^2+3$. **C.** $y=x^3-3x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 9. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^3-3$ song song với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng ?

A. $m\neq -2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m>-2$. **D.** $m<-2$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	6	↘	-26	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;4)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Biết diện tích tam giác SAB là $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Khoảng cách từ điểm B đến (SAC) là:

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 13. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn một cái bút và một quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 90. **B.** 70. **C.** 60. **D.** 80.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{3}{x^4+1}$. **C.** $y=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2-x+2}$.

Câu 15. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ tại điểm $M(-2;2)$.

A. $k=\dfrac{1}{9}$. **B.** $k=-1$. **C.** $k=\sqrt{2}$. **D.** $k=1$.

Câu 16. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{12}$.

Câu 17. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}+m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của m là:

A. $m=2\sqrt{2}$. **B.** $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $m=-\sqrt{2}$. **D.** $m=\sqrt{2}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$-\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 19. Đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y=2x-1$ cắt nhau tại 2 điểm A và B. Khi đó độ dài đoạn AB bằng ?

A. $\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$

Câu 20. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$ và cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ là :

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{9}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 22. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối chóp:

A. $B.A'B'C'$ và $A.BCC'B'$. **B.** $A'.ABC$ và $A.BCC'B'$.
C. $A.A'B'C'$ và $A'.BCC'B'$. **D.** $A.A'BC$ và $A'.BCC'B'$.

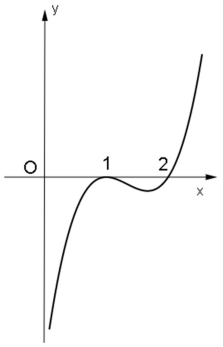
Câu 23. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-1$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{15}$.

Câu 25. Hình bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;1)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 26. Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$ và $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$.

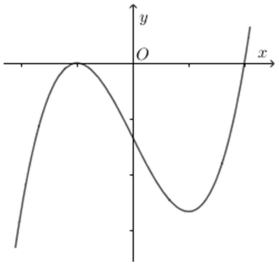
A. $y(-1)=11$. **B.** $y(-1)=7$. **C.** $y(-1)=-35$. **D.** $y(-1)=-11$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 27. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị cắt trục trung tại điểm $A(0;1)$, tiếp tuyến tại A có hệ số góc bằng -3. Khi đó giá trị a,b thỏa mãn điều kiện sau:

A. $a+b=3$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=1$. **D.** $a+b=0$.

Câu 28. Cho hàm số $y=ax^3-2x+d\,(a;d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0,d>0$. **B.** $a>0,d<0$. **C.** $a>0,d>0$. **D.** $a<0,d<0$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

B. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)\neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

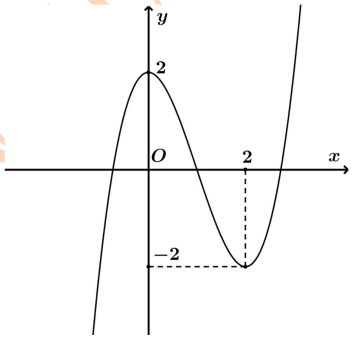
C. Hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0)=0$.

D. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)=0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $BC=a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC.

A. $\arctan 2$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 31. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Câu 32. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên $[0;2]$.

A. $M=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $M=\dfrac{1}{3}$. **C.** $M=5$. **D.** $M=-5$.

Câu 33. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$, công sai $d=3$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng:

A. 10. **B.** 30. **C.** 14. **D.** 162.

Câu 34. Cho các số dương $a\neq 1$ và các số thực α,β. Đẳng thức nào sau đây sai?

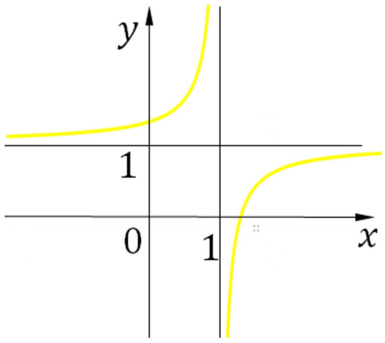
A. $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha\beta}$. **B.** $\dfrac{a^{\alpha}}{a^{\beta}}=a^{\alpha-\beta}$. **C.** $\left(a^{\alpha}\right)^{\beta}=a^{\alpha\beta}$. **D.** $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha+\beta}$.

Câu 35. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\dfrac{V}{2}$. **B.** $\dfrac{V}{4}$. **C.** $\dfrac{3V}{4}$. **D.** $\dfrac{2V}{3}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Xét các mệnh đề sau:

(I) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

(II) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

(III) Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 37. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên R ?

A. $y=\tan x$. **B.** $y=x^3+1$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 39. Gọi A và B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$. Tính diện tích S của tam giác OAB (O là gốc tọa độ)

A. $S=3$. **B.** $S=1$. **C.** $S=2$. **D.** $S=4$.

Câu 40. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(8-2m)x+m+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

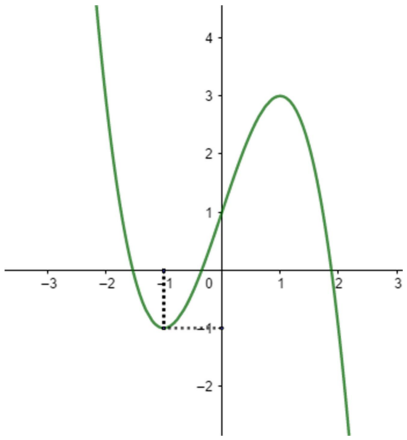
A. $m=-4$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Câu 41. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA',BB',CC' sao cho $AM=2MA'$, $NB'=2NB$, $PC=PC'$. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=1$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là một số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(-1;0)$ khi và chỉ khi:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $m > f(0)$. **B.** $m \ge f(-1)+1$. **C.** $m > f(-1)+1$. **D.** $m \ge f(0)$.

Câu 43. Cho khối chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. SA vuông góc với đáy và SC tạo với $mp(SAB)$ một góc 30^0. Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ **B.** $2\sqrt{6}a^3$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\dfrac{4a^3}{3}$

Câu 44. Cho hình chóp $SABC$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 120^0$. Cạnh bên SA vuông góc (ABC), đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{7}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{28}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{42}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{21}$.

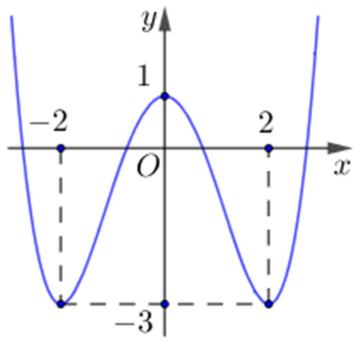
Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, $SA = 2$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M, N là hai điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Tính tổng $T = \dfrac{1}{AM^2} + \dfrac{1}{AN^2}$ khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất .

A. $T = 2$. **B.** $T = \dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$. **C.** $T = \dfrac{5}{4}$. **D.** $T = \dfrac{13}{9}$.

Câu 46. Một hộp đựng 2020 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 2020. Bạn Dũng rút ngẫu nhiên cùng lúc ba tấm thẻ. Hỏi bạn Dũng có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ được lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất hai đơn vị?

A. 1367620789. **B.** 1367622816. **C.** 1367622861. **D.** 1367620798.

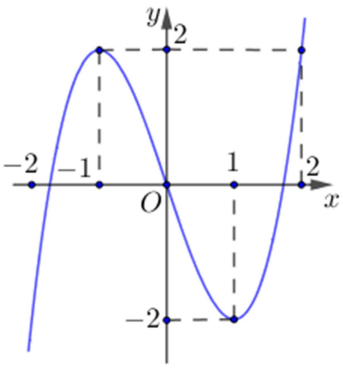
Câu 47. Cho hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3 - 4x}{(f(x))^2 + 2f(x) - 3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng ?



A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{2f\left(\cos x\right)}\right)=m$ có nghiệm $x\in\left[\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 49. Cho tam giác ABC có $BC=a$, $\widehat{BAC}=135^0$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tai A lấy điểm S thỏa mãn $SA=a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC lần lượt là M,N. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) là?

A. $75°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SAC) là $\dfrac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\dfrac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) nằm trong tam giác ABC. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$?

A. $\dfrac{1}{48}$. **B.** $\dfrac{1}{24}$. **C.** $\dfrac{1}{36}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$

---------- Hết ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	B	D	C	C	D	A	A	D	A	D	C	D	A	D	A	B	D	C	D	D	C	B
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
C	A	B	D	D	B	B	C	A	D	C	B	D	C	D	A	B	A	C	C	B	B	A	C	A

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A',B',C' sao cho $SA'=\dfrac{1}{2}SA,\ SB'=\dfrac{1}{3}SB,\ SC'=\dfrac{1}{4}SC$. Gọi V, V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ là

A. $\dfrac{1}{24}$. **B.** $\dfrac{1}{12}$. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tỉ số thể tích $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{24}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 2. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t)=-t^3+6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t. Tính thời điểm t tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

A. $t=1$. **B.** $t=2$. **C.** $t=4$. **D.** $t=3$.

Lời giải

Chọn B

Biểu thức vận tốc của chuyển động là

$v(t)=s'(t)=-3t^2+12t=-3(t^2-4t+4)+12=-3(t-2)^2+12\le 12$

Vận tốc đạt giá trị lớn nhất bằng 12 khi $t=2$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y=2x^4-3x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $2x^4-3x^2=-x^2+2\Leftrightarrow 2x^4-2x^2-2=0\Leftrightarrow x^2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}$.

Vậy hai đồ thị có hai điểm chung.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

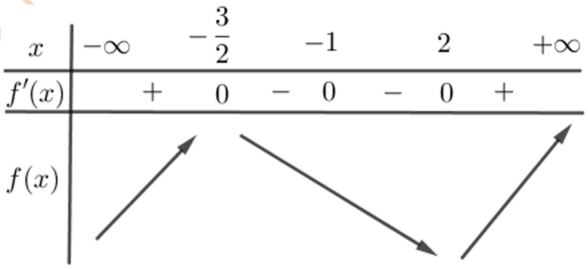
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\\ x=2\\ x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Vậy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y=(x-5)^{\sqrt{3}}$ là

A. $[5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{5\}$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

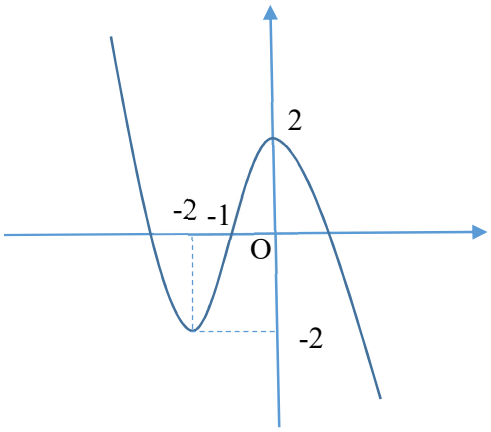
Chọn D

Điều kiện $x-5>0\Leftrightarrow x>5$.

Tập xác định $D=(5;+\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=-x^3-3x^2+2$ có đồ thị như hình vẽ bên

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

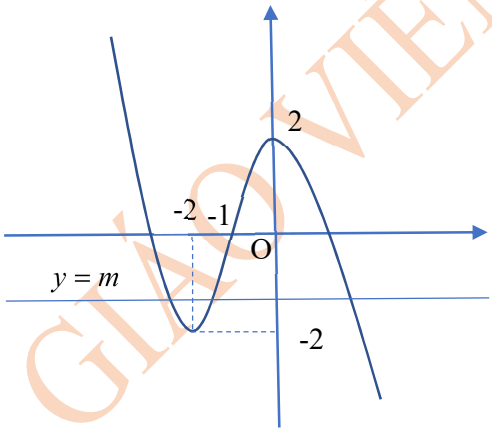


Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $-x^3-3x^2+2=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $S=[-2;2]$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=(-2;2)$. **D.** $S=(-2;1)$.

Lời giải

Chọn C



Số nghiệm của phương trình $-x^3-3x^2+2=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3-3x^2+2$ và $y=m$. Dựa vào đồ thị trên suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 7. Tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=x^3-6x^2+mx+1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ là:

A. $m\le 12$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\ge 12$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải

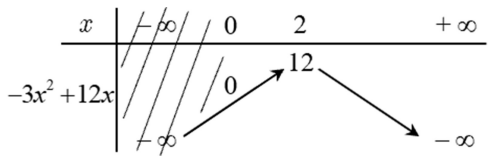
Chọn C

Có $y'=3x^2-12x+m$, $\Delta'=36-3m$.

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ $\Leftrightarrow$ $y'\ge 0\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow$ $m\ge -3x^2+12x,\ \forall x\in(0;+\infty)$

Bảng biến thiên của $g(x)=-3x^2+12x$ trên khoảng $(0;+\infty)$:



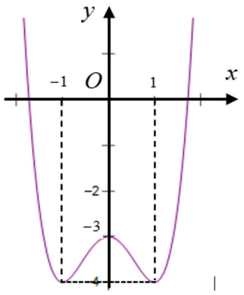
Từ bảng biến thiên ta có $\underset{(0;+\infty)}{Max}\left(-3x^2+12x\right)=12$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty) \Leftrightarrow m \geq \underset{(0;+\infty)}{Max}\left(-3x^2+12x\right)$

$\Leftrightarrow m \geq 12$.

Câu 8. Đường cong sau đây là đồ thị hàm số nào dưới đây



A. $y=-x^4+2x^2-3$. **B.** $y=x^4-2x^2+3$. **C.** $y=x^3-3x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Lời giải

Chọn D

Từ các phương án của đề bài và từ hình dạng đồ thị đã cho ta nhận thấy đó là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, với $a>0$ nên loại phương án A, C; và đồ thị giao trục tung tại điểm có tung độ -3 nên loại phương án B.

Câu 9. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^3-3$ song song với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-6x^2$.

Vì tiếp tuyến song song với trục hoành nên hệ số góc bằng 0. Xét phương trình

$$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-6x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$$

Vậy có 2 tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^3-3$ song song với trục hoành.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng ?

A. $m \neq -2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m>-2$. **D.** $m<-2$.

Lời giải

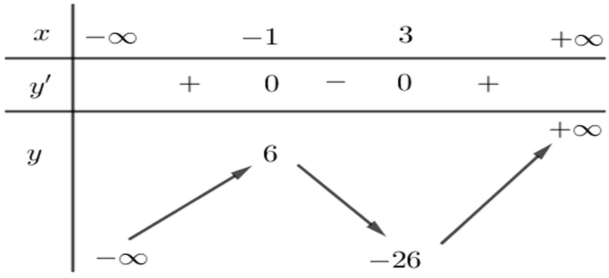
Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow m$ không là nghiệm của phương trình $2x+4=0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;4)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn D

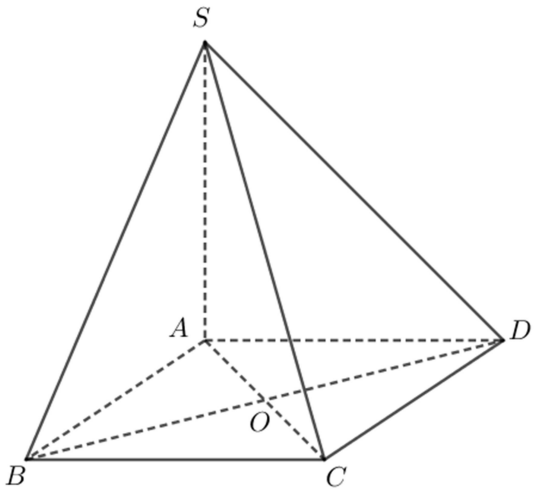
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Biết diện tích tam giác SAB là $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Khoảng cách từ điểm B đến (SAC) là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp AB$ hay ΔSAB vuông tại A.

$\Rightarrow S_{SAB}=\frac{1}{2}SA.AB=\frac{1}{2}a\sqrt{3}.AB=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AB=a$. Do đó $ABCD$ là hình vuông cạnh a.

Gọi $O=AC\cap BD$. Ta có: $BD\perp SA; BD\perp AC\Rightarrow BD\perp(SAC)$.

$\Rightarrow d\left(B,(SAC)\right)=BO=\frac{1}{2}BD=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 13. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn một cái bút và một quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 90. **B.** 70. **C.** 60. **D.** 80.

Lời giải

Chọn D

Bạn học sinh có 10 cách chọn 1 cái bút và 8 cách chọn 1 quyển sách. Vậy theo quy tắc nhân bạn ấy có $10.8=80$ cách chọn một quyển sách và một cái bút.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\frac{1}{x^2+1}$. **B.** $y=\frac{3}{x^4+1}$. **C.** $y=\frac{2}{\sqrt{x}}$. **D.** $y=\frac{1}{x^2-x+2}$.

Lời giải

Chọn C

Các hàm số $y=\frac{1}{x^2+1}$, $y=\frac{3}{x^4+1}$ và $y=\frac{1}{x^2-x+2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên không có tiệm cận đứng.

DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN

Hàm số $y=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$ có tập xác định $D=(0;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2}{\sqrt{x}}=+\infty$ nên $x=0$ là đường tiệm cận đứng của hàm số.

Câu 15. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ tại điểm $M(-2;2)$.

A. $k=\dfrac{1}{9}$. **B.** $k=-1$. **C.** $k=\sqrt{2}$. **D.** $k=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}$.

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ tại điểm $M(-2;2)$ là

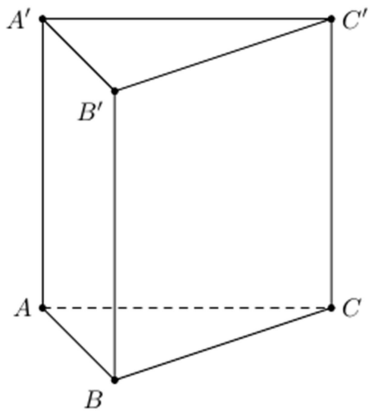
$k=y'(-2)=\dfrac{1}{(-2+1)^2}=1$.

Câu 16. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Lăng trụ tam giác đều là lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{3^2\sqrt{3}}{4}.3=\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$ (đvtt).

Câu 17. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}+m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của m là:

A. $m=2\sqrt{2}$. **B.** $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $m=-\sqrt{2}$. **D.** $m=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

$y=x+\sqrt{4-x^2}+m$

Tập xác định $D=[-2;2]$.

$y'=1+\dfrac{-x}{\sqrt{4-x^2}},\forall x\in(-2;2)$.

DIỄN ĐÀN VIETTOÁN

$y'=0\Leftrightarrow 1=\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}\Leftrightarrow \sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ 4-x^2=x^2 \end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

$y(2)=2+m$.

$y(-2)=-2+m$.

$y\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}+m$.

Giá trị lớn nhất $2\sqrt{2}+m=3\sqrt{2}\Leftrightarrow m=\sqrt{2}$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$-\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ nên có hai cực trị tại $x=2$ và $x=-2$.

Câu 19. Đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y=2x-1$ cắt nhau tại 2 điểm A và B. Khi đó độ dài đoạn AB bằng ?

A. $\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn B

◆ Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là

$$\frac{x+1}{x-1}=2x-1\Leftrightarrow x+1=2x^2-3x+1\Leftrightarrow 2x^2-4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=-1 \\ x=2\Rightarrow y=3 \end{array}\right.$$

Suy ra $A(0;-1);B(2;3)$

Ta được $AB=\sqrt{(2-0)^2+(3+1)^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 20. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$ và cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ là :

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Lời giải

Chọn D

◆ Diện tích đáy là : $\left(a\sqrt{3}\right)^2=3a^2$

◆ Thể tích khối chóp tứ giác đều : $V=\dfrac{1}{3}Sh=\dfrac{1}{3}3a^2.\dfrac{a\sqrt{6}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

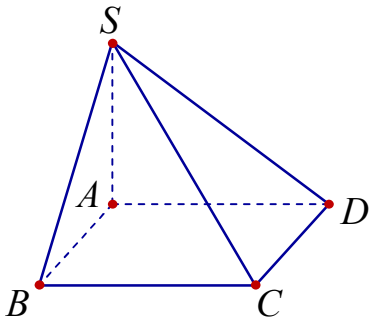
Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{9}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp.

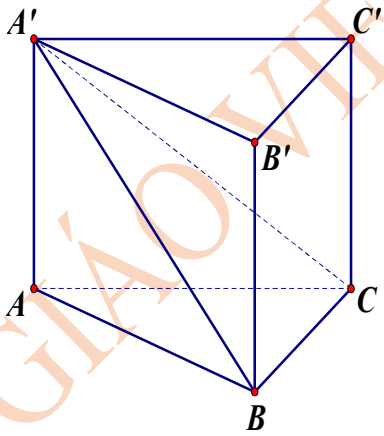
Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$.

Câu 22. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối chóp:

A. $B.A'B'C'$ và $A.BCC'B'$.
B. $A'.ABC$ và $A.BCC'B'$.
C. $A.A'B'C'$ và $A'.BCC'B'$.
D. $A.A'BC$ và $A'.BCC'B'$.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối chóp $A.A'BC$ và $A'.BCC'B'$.

Câu 23. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ là

A. $x = -1$.
B. $x = 1$.
C. $y = 0$.
D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x+1}{1-x} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-1} = -1$.

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là: $y = -1$.

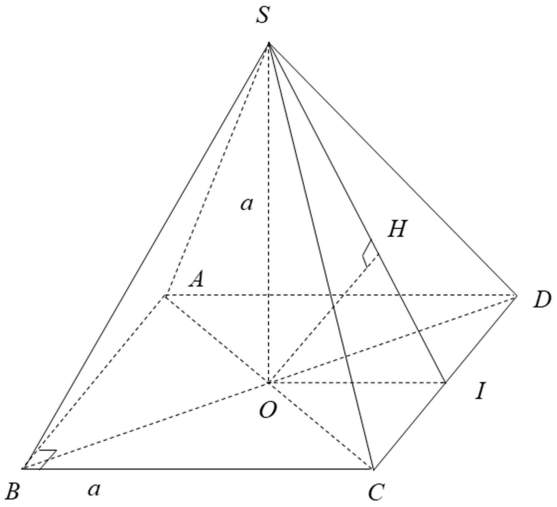
Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.
B. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.
C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.
D. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn C



Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} AB // CD \\ CD \subset (SCD) \Rightarrow AB // (SCD). \\ CD \not\subset (SCD) \end{cases}$

Do đó $d(AB,SC) = d\left(AB,(SCD)\right) = d\left(A,(SCD)\right) = 2d\left(O,(SCD)\right)$.

Gọi I là trung điểm cạnh CD, ta có: $\begin{cases} CD \perp OI \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOI)$.

Gọi H là hình chiếu của O trên SI, ta có: $\begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD)$.

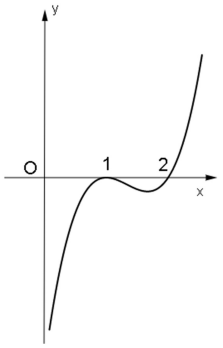
Suy ra $d\left(O,(SCD)\right) = OH$.

Xét trong tam giác SOI, có: $SO = a, OI = \frac{a}{2}$.

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{5}{a^2} \Leftrightarrow OH = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy $d(AB,SC) = 2OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 25. Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;1)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng sau :

x	0		1		2		$+\infty$
f'		-	0	-	0	+	

Từ bảng xét dấu trên, ta suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

Câu 26. Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$ và $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$.

A. $y(-1)=11$. **B.** $y(-1)=7$. **C.** $y(-1)=-35$. **D.** $y(-1)=-11$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$

Điểm $A(1;-7)$ và $B(2;-8)$ là hai điểm cực trị nên $\begin{cases} y(1)=-7 \\ y(2)=-8 \\ y'(1)=0 \\ y'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c+d=-7 \\ 8a+4b+2c+d=-8 \\ 3a+2b+c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c+d=-7 \\ 7a+3b+c=-1 \\ 3a+2b+c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-9 \\ c=12 \\ d=-12 \end{cases}$

Suy ra $y=2x^3-9x^2+12x-12$. Vậy $y(-1)=-35$

Câu 27. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị cắt trục trung tại điểm $A(0;1)$, tiếp tuyến tại A có hệ số góc bằng -3. Khi đó giá trị a,b thỏa mãn điều kiện sau:

A. $a+b=3$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=1$. **D.** $a+b=0$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{-a-b}{(x-1)^2}$.

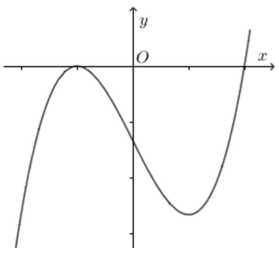
Điểm $A(0;1)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ nên $1=\dfrac{b}{-1}\Leftrightarrow b=-1$.

Tiếp tuyến tại $A(0;1)$ có hệ số góc bằng -3 nên

$y'(0)=-3\Leftrightarrow\dfrac{-a+1}{1}=-3\Leftrightarrow a=4$.

Vậy $a+b=3$.

Câu 28. Cho hàm số $y=ax^3-2x+d\,(a;d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $a<0, d>0$. **B.** $a>0, d<0$. **C.** $a>0, d>0$. **D.** $a<0, d<0$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị ta thấy nhánh cuối đi lên nên $a>0$.

Giao điểm của đồ thị với trục Oy nằm phía dưới Ox nên $d<0$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a;b)$ và $x_0 \in (a;b)$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

B. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)\neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

C. Hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0)=0$.

D. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)=0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

Lời giải

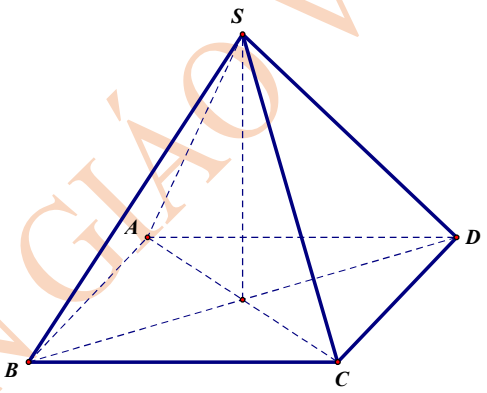
Chọn D

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $BC=a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC.

A. $\arctan 2$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

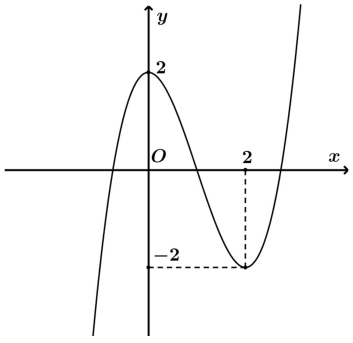
Chọn B



Do $AB // CD$ nên góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng góc giữa hai đường thẳng CD và SC.

Xét tam giác SCD ta có $CD=2a$, $SC=a\sqrt{2}$, $SD=a\sqrt{2}$ thỏa mãn $SC^2+SD^2=CD^2$ nên tam giác SCD vuông tại S. Vậy góc $\widehat{SCD}=45°$ hay góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng $45°$.

Câu 31. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Từ đồ thị hàm số, ta có $\begin{cases} a>0 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow$ chỉ có đáp án B thỏa mãn.

Câu 32. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên $[0;2]$.

A. $M=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $M=\dfrac{1}{3}$. **C.** $M=5$. **D.** $M=-5$.

Lời giải

Chọn B

Trên đoạn $[0;2]$, ta có $y'=-\dfrac{8}{(x-3)^2}<0\ \forall x$.

Do vậy, $M=\max\limits_{[0;2]} y=y(0)=\dfrac{1}{3}$.

Câu 33. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$, công sai $d=3$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng:

A. 10. **B.** 30. **C.** 14. **D.** 162.

Lời giải

Chọn C

$u_5=u_1+4d=2+4.3=14.$

Câu 34. Cho các số dương $a\neq 1$ và các số thực α,β. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha\beta}$. **B.** $\dfrac{a^{\alpha}}{a^{\beta}}=a^{\alpha-\beta}$. **C.** $\left(a^{\alpha}\right)^{\beta}=a^{\alpha\beta}$. **D.** $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha+\beta}$.

Lời giải

Chọn A

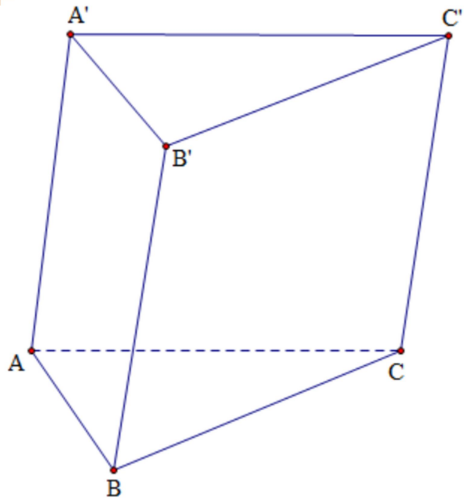
Vì $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha+\beta}$ nên A là đáp án sai.

Câu 35. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\dfrac{V}{2}$. **B.** $\dfrac{V}{4}$. **C.** $\dfrac{3V}{4}$. **D.** $\dfrac{2V}{3}$.

Lời giải

Chọn D

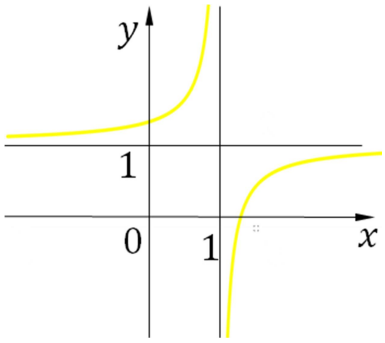


$$\frac{V_{A.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{\frac{1}{3}d\left(A,(A'B'C')\right).S_{\Delta A'B'C'}}{d\left(A,(A'B'C')\right).S_{\Delta A'B'C'}}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{A.A'B'C'}=\frac{1}{3}V.$$

$$V_{A.BCC'B}=V_{ABC.A'B'C}-V_{A.A'B'C}=V-\frac{1}{3}V=\frac{2}{3}V.$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Xét các mệnh đề sau:

(I) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

(II) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

(III) Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 37. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên R ?

A. $y=\tan x$. **B.** $y=x^3+1$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Xét hàm số $y=x^3+1$ ta có:

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=3x^2\geq 0\ \forall x\in R$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Cách 2:

Do hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại A; D vì hai hàm số này không có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Loại C vì đây là hàm trùng phương.

Vậy chọn **B.**

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có: $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{3}$. Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{5}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên của $y=f(x)$, ta có đồ thị $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{5}{3}$ tại 3 điểm phân biệt. Vậy số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là 3.

Câu 39. Gọi A và B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$. Tính diện tích S của tam giác OAB (O là gốc tọa độ)

A. $S=3$. **B.** $S=1$. **C.** $S=2$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=x^4-2x^2-1 \Rightarrow y'=4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

Lại có $y''=12x^2-4 \Rightarrow \begin{cases} y''(0)<0 \\ y''(\pm 1)>0 \end{cases}$

Do đó $x=0$ là điểm cực đại và $x=\pm 1$ là điểm cực tiểu.

Với $x=\pm 1 \Rightarrow y=-2 \Rightarrow A(1;-2),\ B(-1;-2) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-2;0) \Rightarrow AB=|-2|=2.$

Đường thẳng $AB: y=-2 \Rightarrow d(O;AB)=2 \Rightarrow S_{OAB}=\frac{1}{2}AB.d(O;AB)=2.$

Câu 40. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(8-2m)x+m+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=-4$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2-2mx+8-2m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+8-2m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ m^2+2m-8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2.$

Giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(8-2m)x+m+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $m=2$.

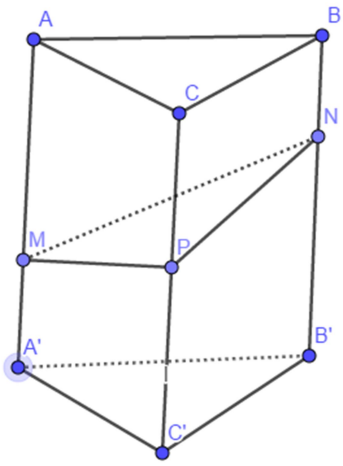
Câu 41. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM=2MA'$, $NB'=2NB$, $PC=PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số

A. $\frac{V_1}{V_2}=1$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{3}$.

Lời giải

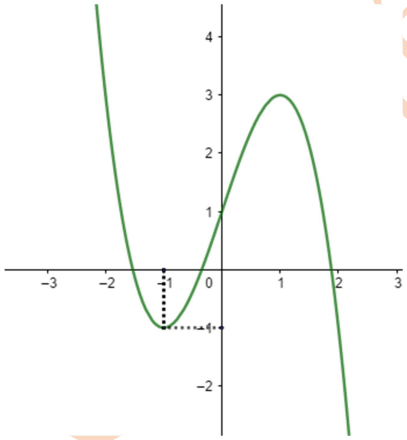
Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



$\dfrac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{AM}{AA'}+\dfrac{BN}{BB'}+\dfrac{CP}{CC'}\right)=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$. Suy ra $\dfrac{V_1}{V_2}=1$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là một số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(-1;0)$ khi và chỉ khi:



A. $m>f(0)$. **B.** $m\geq f(-1)+1$. **C.** $m>f(-1)+1$. **D.** $m\geq f(0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)<x+m\Leftrightarrow f(x)-x<m$.

Xét $g(x)=f(x)-x$, ta có: $g'(x)=f'(x)-1$. Với mọi $x\in(-1;0)$ thì $-1<f'(x)<1$.

Từ đó $g'(x)=f'(x)-1<0$ nên hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$.

Suy ra $g(x)=f(x)-x<f(-1)+1$. Yêu cầu bài toán tương đương với $m\geq f(-1)+1$.

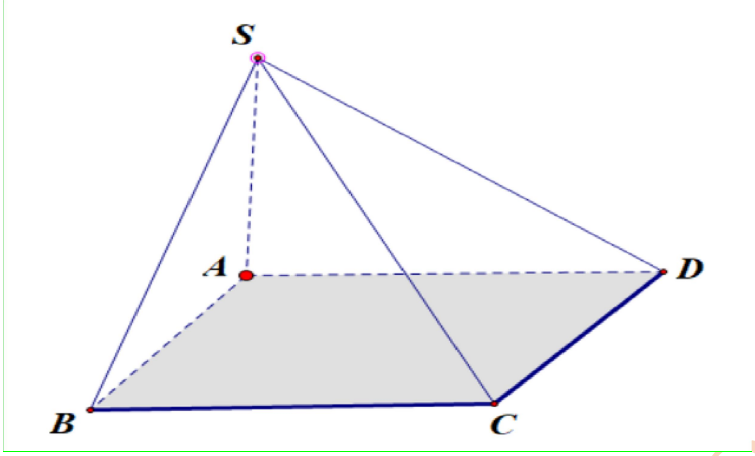
Câu 43. Cho khối chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. SA vuông góc với đáy và SC tạo với $mp(SAB)$ một góc 30^0. Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ **B.** $2\sqrt{6}a^3$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\dfrac{4a^3}{3}$

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN TOÁN



$S_{ABCD} = a.a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}$

SC tạo với $mp(SAB)$ một góc 30^0 tức $\widehat{CSB} = 30^0$

Trong tam giác CSB vuông tại B có $SB = \dfrac{CB}{\tan 30^0} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}/3} = 3a$

Trong tam giác SAB vuông tại A có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$

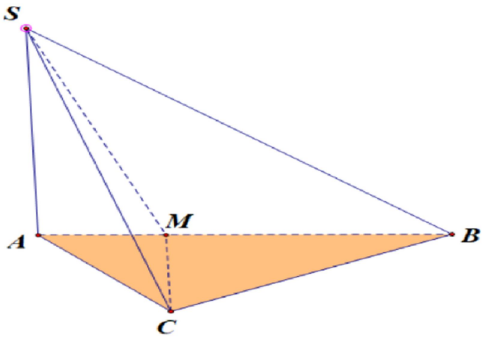
Thể tích khối chóp $SABC$ là $V = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}a^2\sqrt{3}.2\sqrt{2}a = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 44. Cho hình chóp $SABC$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 120^0$. Cạnh bên SA vuông góc (ABC), đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{7}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{28}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{42}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{21}$.

Bài giải

Chọn C



Kẻ CM vuông góc với AB. Khi đó góc tạo bởi SC và (SAB) chính là góc $\widehat{MSC} = 30°$.

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}CA.CB.\sin 120^0 = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$AB^2 = a^2 + (2a)^2 - 2.a.2a.\cos 120^0 = 7a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{7}$

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.CM \Rightarrow CM = \dfrac{2S_{ABC}}{AB} = \dfrac{2.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{7}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

Trong tam giác SMC vuông tại M có $SM = \dfrac{MC}{\tan 30^0} = \dfrac{a\sqrt{3}/\sqrt{7}}{\sqrt{3}/3} = \dfrac{3a}{\sqrt{7}}$

Trong tam giác AMC vuông tại M có $AM = \sqrt{AC^2 - CM^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{3a^2}{\ }} = \dfrac{2a}{\ }$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Trong tam giác SAM vuông tại A có $SA=\sqrt{SM^2-AM^2}=\sqrt{\dfrac{9a^2}{7}-\dfrac{4a^2}{7}}=\dfrac{a\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$

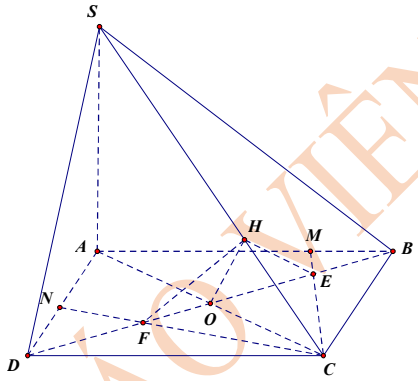
Vậy $V_{SABC}=\dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\dfrac{1}{3}\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\dfrac{a^3\sqrt{105}}{42}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, $SA=2$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M,N là hai điểm thay đổi trên hai cạnh AB,AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Tính tổng $T=\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AN^2}$ khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất .

A. $T=2$. **B.** $T=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$. **C.** $T=\dfrac{5}{4}$. **D.** $T=\dfrac{13}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E,F lần lượt là giao điểm của BD với CM và CN. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết, ta có $BD\perp(SAC)$.

Gọi H là hình chiếu của O lên SC.

$\Rightarrow SC\perp(HEF)$.

Vì $(SMC)\perp(SNC)$ nên $HE\perp HF$.

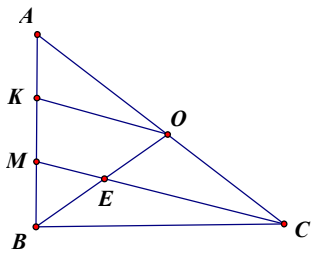
$\Rightarrow \Delta HEF$ vuông tại H có chiều cao OH.

$\Rightarrow OE.OF=OH^2$.

Trong đó: $OH=OC.\sin\widehat{SCA}=OC.\dfrac{SA}{SC}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}\Rightarrow OE.OF=\dfrac{2^2}{6}=\dfrac{2}{3}$ (1).

Đặt $AM=x,\ (x>0)$, $AN=y,\ (y>0)$.

Xét ΔABC, gọi K là trung điểm của AM.



Khi đó: $OK//CM\Rightarrow\dfrac{BE}{OE}=\dfrac{BM}{MK}\Rightarrow\dfrac{OB-OE}{OE}=\dfrac{2-x}{\dfrac{x}{2}}=\dfrac{2(2-x)}{x}$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\Rightarrow \dfrac{OB}{OE}=\dfrac{4-x}{x}\Rightarrow OE=\dfrac{2x\sqrt{2}}{2(4-x)}$.

Chứng minh tương tự, ta có: $OF=\dfrac{2y\sqrt{2}}{2(4-y)}$.

Từ (1) suy ra $\dfrac{4xy}{2(4-x)(4-y)}=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow 3xy=(4-x)(4-y)\Leftrightarrow (x+2)(y+2)=12$ (2)

Ta lại có: $S_{AMCN}=S_{AMC}+S_{ANC}=\dfrac{1}{2}AC.AM.\sin 45^o+\dfrac{1}{2}AC.AM.\sin 45^o=(x+y)$.

$\Rightarrow V_{S.AMCN}=\dfrac{1}{3}SA.(x+y)=\dfrac{2}{3}(x+y)$.

Từ (2) suy ra $V_{S.AMCN}=\dfrac{2}{3}\left(x-2+\dfrac{12}{x+2}\right)$.

Từ (2) suy ra $y=\dfrac{12}{x+2}-2$.

Vì N thuộc cạnh AD nên $y\le 2\Rightarrow \dfrac{12}{x+2}-2\le 2\Leftrightarrow x\ge 1\Rightarrow x,y\in[1;2]$.

Xét hàm số: $f(x)=\dfrac{2}{3}\left(x-2+\dfrac{12}{x+2}\right)$, với $x\in[1;2]$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{2}{3}\left(1-\dfrac{12}{(x+2)^2}\right)=\dfrac{2}{3}.\dfrac{x^2+4x-8}{(x+2)^2}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2+4x-8=0\Leftrightarrow x=2\left(\sqrt{3}-1\right)$.

Ta lại có: $f(1)=f(2)=2$, $f\left(2(\sqrt{3}-1)\right)=\dfrac{8\left(\sqrt{3}-1\right)}{3}$.

$\Rightarrow$ Giá trị lớn nhất của $V_{S.AMCN}=2$ khi $x=1,y=2$ hoặc $x=2,y=1$.

$\Rightarrow T=\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AN^2}=\dfrac{4}{2^2}+\dfrac{1}{2^2}=\dfrac{5}{4}$.

Câu 46. Một hộp đựng 2020 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 2020. Bạn Dũng rút ngẫu nhiên cùng lúc ba tấm thẻ. Hỏi bạn Dũng có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ được lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất hai đơn vị?

A. 1367620789. **B.** 1367622816. **C.** 1367622861. **D.** 1367620798.

Lời giải

Chọn B

Số cách chon 3 tấm thẻ tùy ý là C_{2020}^3.

Cách rút không thỏa bài toán là dãy ba số rút ra có ít nhất hai số liên tiếp

Bộ hai số liên tiếp là: $2020-1=2019$.

Suy ra số cách rút ra ba tấm thẻ mà có hai số liên tiếp là: $2019.C_{2020-2}^1$.

Rút ra bộ ba số liên tiếp là: $2020-2=2018$.

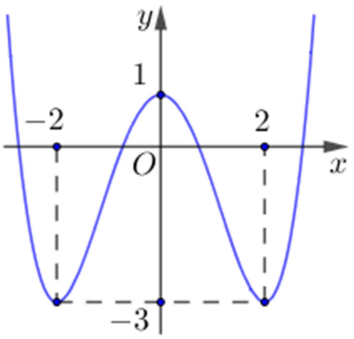
Trong cách rút ra ba tấm thẻ có hai số liên tiếp có trường hợp rút ra ba tấm liên tiếp (lặp 2 lần).

Vậy số cách rút thỏa yêu cầu là: $C_{2020}^3-\left(2019.C_{2020-2}^1-2018\right)=1367622816$.

Câu 47. Cho hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số

$y=\dfrac{x^3-4x}{\left(f(x)\right)^2+2f(x)-3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng ?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

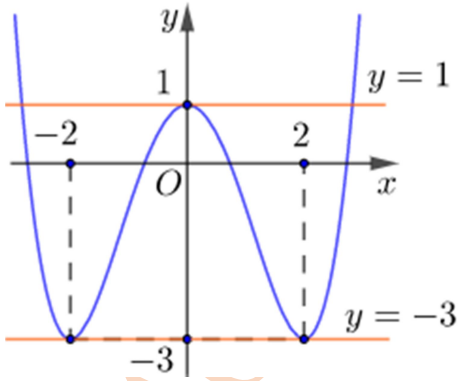


A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $\left(f\left(x\right)\right)^2+2f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=1\\f\left(x\right)=-3\end{array}\right.$.



Quan sát đồ thị, ta có:

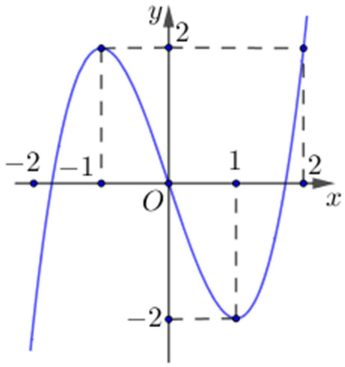
+) $f\left(x\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm a,\left(-a<-2<2<a\right)\end{array}\right.$ (trong đó $x=0$ là nghiệm kép và $x=\pm a$ là các nghiệm đơn).

+) $f\left(x\right)=-3\Leftrightarrow x=\pm2$ (đều là nghiệm kép).

Xét phương trình $x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2\end{array}\right.$ (đều là các nghiệm đơn)

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 5 đường tiệm cận đứng.

Câu 48. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{2f\left(\cos x\right)}\right)=m$ có nghiệm $x\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right)$?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-1<\cos x\le 0, \forall x\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

Quan sát đồ thị, suy ra $0\le f(\cos x)<2\Rightarrow 0\le 2f(\cos x)<4\Rightarrow 0\le\sqrt{2f(\cos x)}<2$

$\Rightarrow -2\le f\left(\sqrt{2f(\cos x)}\right)<2$.

Phương trình $f\left(\sqrt{2f(\cos x)}\right)=m$ có nghiệm $x\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right)$ khi và chỉ khi $-2\le m<2$.

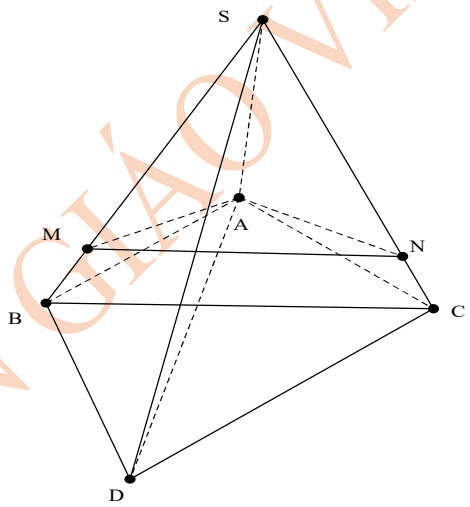
Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn là $m\in\{-2;-1;0;1\}$.

Câu 49. Cho tam giác ABC có $BC=a$, $\widehat{BAC}=135^\circ$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tai A lấy điểm S thỏa mãn $SA=a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC lần lượt là M,N. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) là?

A. 75^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (ABC) lấy điểm D sao cho $\widehat{DBA}=\widehat{DCA}=90^\circ$.

Dễ thấy $DC\perp(SAC)\Rightarrow DC\perp AN$ lại có $AN\perp SC\Rightarrow AN\perp(SCD)\Rightarrow AN\perp SD$.

Tương tự $AM\perp SD\Rightarrow SD\perp(AMN)$.

Ta có tứ giác $ABDC$ nội tiếp đường tròn đường kính AD.

$\Rightarrow AD=2.R=\frac{BC}{\sin\widehat{BAC}}=a\sqrt{2}\Rightarrow\Delta SAD$ vuông cân tại $A\Rightarrow\widehat{DSA}=45^\circ$.

Mà $SA\perp(ABC)$ và $SD\perp(AMN)\Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) là góc giữa SA và SD và bằng 45°.

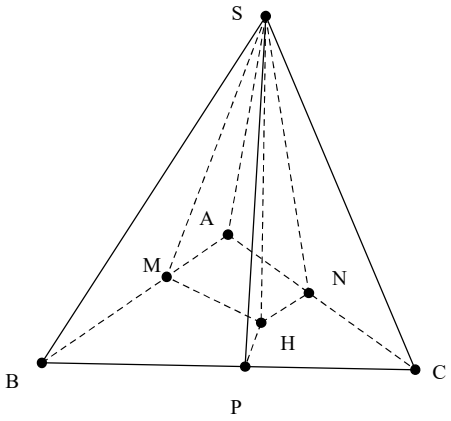
Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SAC) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) nằm trong tam giác ABC. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $\frac{1}{48}$. **B.** $\frac{1}{24}$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC). Gọi $M;N;P$ lần lượt là hình chiếu của H lên $AB;AC;BC$.

Ta có: $V_{SABC}=\frac{1}{6}.SP.BC.d\left(A;(SBC)\right)=\frac{1}{6}.SM.AB.d\left(C;(SAB)\right)=\frac{1}{6}.SN.AC.d\left(B;(SAC)\right)$

$\Rightarrow SP.\frac{\sqrt{6}}{4}=SM.\frac{\sqrt{30}}{20}=SN.\frac{\sqrt{15}}{10}\Rightarrow\frac{SP}{\sqrt{2}}=\frac{SM}{\sqrt{10}}=\frac{SN}{\sqrt{5}}$.

Đặt $x=\frac{SP}{\sqrt{2}}=\frac{SM}{\sqrt{10}}=\frac{SN}{\sqrt{5}};y=SH\Rightarrow MH=\sqrt{10x^2-y^2};NH=\sqrt{5x^2-y^2};PH=\sqrt{2x^2-y^2}$

$\frac{d\left(H;(SBC)\right)}{d\left(A;(SBC)\right)}=\frac{PH}{d\left(A;BC\right)}=\frac{2\sqrt{2x^2-y^2}}{\sqrt{3}}\Rightarrow d\left(H;(SBC)\right)=\frac{\sqrt{2x^2-y^2}}{\sqrt{2}}$

Trong tam giác vuông SHP ta có:

$SH.PH=SP.d\left(H;(SBC)\right)\Rightarrow y.\sqrt{2x^2-y^2}=x\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2x^2-y^2}}{\sqrt{2}}\Rightarrow x=y$.

$\Rightarrow MH=3x;NH=2x;PH=x$. Trong tam giác đều ABC ta có

$MH+NH+PH=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{12}\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{3}}{12}\Rightarrow V_{SABC}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{12}.\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{48}$

--------HẾT-------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI BÌNH

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Có hai hộp bút chì màu, các bút chì khác nhau. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh.Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để có một bút chì màu đỏ và một bút chì màu xanh là

A. $\frac{17}{36}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{19}{36}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 2. Có hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

A. Góc SCA. **B.** Góc SIA với I là trung điểm của BC.
C. Góc SCB. **D.** Góc SBA.

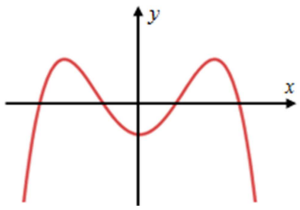
Câu 3. Một hộp đựng 40 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

A. $\frac{126}{1147}$. **B.** $\frac{252}{1147}$. **C.** $\frac{26}{1147}$. **D.** $\frac{12}{1147}$.

Câu 4. Trong bài thi thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua một con sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100 m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất? Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100 m.

A. $\frac{200\sqrt{2}}{3}(m)$. **B.** $75\sqrt{3}(m)$. **C.** $\frac{200\sqrt{3}}{3}(m)$. **D.** $75\sqrt{2}(m)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0, b<0, c<0$. **B.** $a<0, b>0, c<0$. **C.** $a>0, b<0, c<0$. **D.** $a>0, b<0, c>0$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật có $AB = 2a\sqrt{3}$; $AD = 2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABD$ là

A. $4\sqrt{3}a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 7. Có bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1,2,3,...,9\}$?

A. 9^3. **B.** 3^9. **C.** A_9^3. **D.** C_9^3.

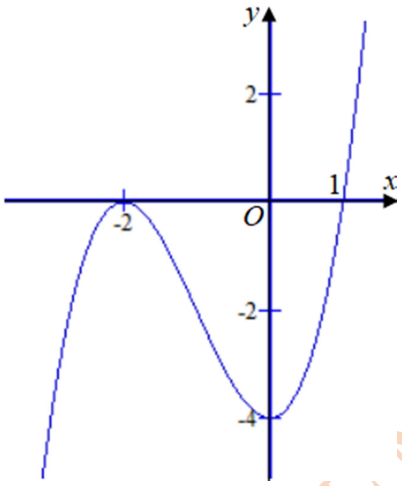
Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+a}{x^3+ax^2}$ có 3 đường tiện cận.

A. $a>0$. **B.** $a<0$, $a\neq -1$. **C.** $a\neq 0$, $a\neq \pm 1$. **D.** $a\neq 0$, $a\neq -1$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Xét hàm số $g(x)=f(x^2-3)$ và các mệnh đề sau:

I. Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

II. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

IV. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

V. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4}{2}-x^2+3$ có mấy điểm cực trị.

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 12. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x+2$ bằng.

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** 2.

Câu 13. Có tất cả 120 cách chọn ba học sinh từ nhóm n (chưa biết) học sinh. Số n là nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $n(n-1)(n-2)=720$. **B.** $n(n-1)(n-2)=120$.

C. $n(n+1)(n+2)=120$. **D.** $n(n+1)(n+2)=720$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, $SA=a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD, khi đó khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{a}{2}$.

Câu 15. Tìm m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-m+1)x+1$ đạt cực đại tại $x=1$.

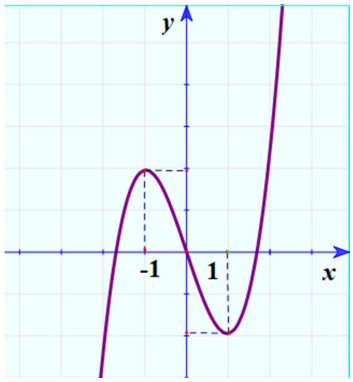
A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$..

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=2a;AD=a$. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\frac{2}{3}a^3$. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 17. Đồ thị trong hình là của hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 18. Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán xếp thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T_1 và Toán T_2 luôn được xếp cạnh nhau.

A. $\frac{1}{450}$. **B.** $\frac{1}{600}$. **C.** $\frac{1}{300}$. **D.** $\frac{1}{210}$.

Câu 19. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=\frac{1}{3}a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V=3\sqrt{3}a^3$.

Câu 20. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết tam giác ABC là tam giác đều cạnh a và $AA'=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng bao nhiêu?

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 21. Cho hàm số $y=\sqrt{3x-x^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. **B.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}x^2+1$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-25;\frac{11}{10}\right)$. Tìm M.

A. $M=1$. **B.** $M=\frac{1}{2}$. **C.** $M=0$. **D.** $M=\frac{129}{250}$.

Câu 23. Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\left|f\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)+m\right|$ có giá trị nhỏ nhất không vượt quá 5?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 30. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 29.

Câu 25. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$, mặt bên (SAB) là tam giác cân đỉnh S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa AD và SC bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$ **C.** $\dfrac{4a\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 26. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2\sqrt{3}a$. Tính thể tích V của khối chóp $SABC$

A. $\dfrac{3a^3}{2}$ **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{2}$ **C.** a^3 **D.** $\dfrac{a^3}{2}$

Câu 27. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của m để hàm số: $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Số phần tử của S bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 28. Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của đồ thị với trục tung có phương trình là

A. $x - 2y - 1 = 0$. **B.** $2x + y + 1 = 0$. **C.** $x + 2y + 1 = 0$. **D.** $2x - y - 1 = 0$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc bằng $60°$. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D, N là trung điểm của SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{7}$. **D.** $\dfrac{6}{5}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi $V_1; V_2$ lần lượt là thể tích khối chóp $S.AHK$ và $S.ACD$. với H, K lần lượt là trung điểm của SC và SD. Tính độ dài đường cao của khối chóp $S.ABCD$ và tỉ số $k = \dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $h = 2a; k = \dfrac{1}{3}$. **B.** $h = a; k = \dfrac{1}{6}$. **C.** $h = 2a; k = \dfrac{1}{8}$. **D.** $h = a; k = \dfrac{1}{4}$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Câu 32. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC, d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC). Tính $d = d_1 + d_2$.

A. $d = \dfrac{8a\sqrt{22}}{33}$. **B.** $d = \dfrac{2a\sqrt{22}}{33}$. **C.** $d = \dfrac{8a\sqrt{22}}{11}$. **D.** $d = \dfrac{2a\sqrt{22}}{11}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

A. Đường thẳng $x = 1$. **B.** Đường thẳng $x = 2$. **C.** Đường thẳng $y = 2$. **D.** Đường thẳng $y = 1$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 34. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC=2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng $60°$. Biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$?

A. $m\neq 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 37. Số cạnh của một hình lăng trụ có thể là số nào dưới đây

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2021. **D.** 2020.

Câu 38. Số các giá trị tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x-m}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;4]$ bằng -6 là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 39. Nhận định nào dưới đây là *đúng*?

A. Hàm số bậc ba có thể có một điểm cực trị, hai điểm cực trị hoặc không có điểm cực trị nào.

B. Hàm số bậc ba có thể có hai điểm cực trị hoặc không có điểm cực trị nào.

C. Hàm số bậc ba có tối đa ba điểm cực trị .

D. Hàm số bậc ba có thể có một hoặc ba điểm cực trị.

Câu 40. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=(3m+1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$.

A. $m=\dfrac{1}{6}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{6}$. **C.** $m=\dfrac{1}{3}$. **D.** $m=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 41. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-\left(m^2-9\right)x^2+2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là

A. vô số. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 42. Biết đồ thị hàm số $y=(x-1)(x+1)\left(x^2-7\right)-m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3, x_4. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để

$$\frac{1}{1-x_1}+\frac{1}{1-x_2}+\frac{1}{1-x_3}+\frac{1}{1-x_4}>1.$$

A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;f(a))$, $(a\in K)$

A. $y=f'(a)(x+a)+f(a)$. **B.** $y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

C. $y=f(a)(x-a)+f'(a)$. **D.** $y=f'(a)(x-a)-f(a)$.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt đáy một góc bằng $45°$. Thể tích V khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{9}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{24}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 45. Tìm tất các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x|}{\sqrt{x^2-1}}$

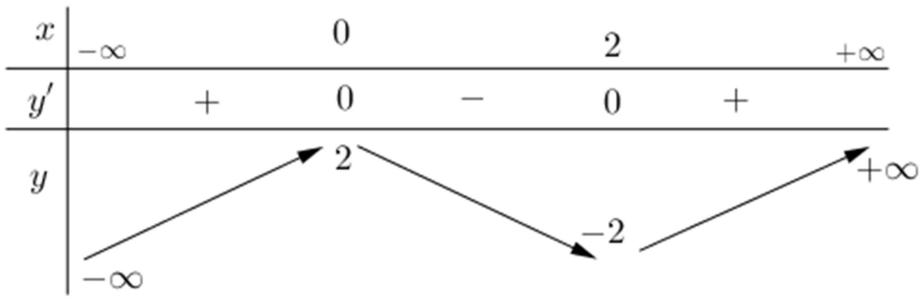
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $y=\pm 1$.
B. Không tồn tại tiệm cận ngang.
C. $y=1$.
D. $y=-1$.

Câu 46. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=b$ và $AA'=c$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V=abc$.
B. $V=\frac{1}{6}abc$
C. $V=\frac{1}{2}abc$.
D. $V=\frac{1}{3}abc$.

Câu 47. Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên ở hình vẽ sau?



A. $y=-x^3+3x^2-1$.
B. $y=x^3-3x^2+2$.
C. $y=x^3+3x^2-1$.
D. $y=x^3-3x+2$.

Câu 48. Hàm số $y=\left|(x-1)^3(x+1)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.
B. 1.
C. 2.
D. 4.

Câu 49. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $AC=2a$ và cạnh bên $A'A=a\sqrt{2}$. Thể tích lăng trụ đó là

A. $2\sqrt{2}a^3$.
B. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.
C. $4\sqrt{2}a^3$.
D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Điểm I thuộc đoạn SA. Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ phần còn lại. Tính tỉ số $k=\frac{IA}{IS}$.

A. $\frac{1}{2}$.
B. $\frac{2}{3}$.
C. $\frac{3}{4}$.
D. $\frac{1}{3}$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	A	D	B	C	C	D	B	B	A	A	A	B	D	B	C	D	B	A	B	A	D	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	D	B	D	D	A	A	C	B	A	B	B	B	B	C	C	B	A	C	C	B	A	A	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Có hai hộp bút chì màu, các bút chì khác nhau. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh.Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để có một bút chì màu đỏ và một bút chì màu xanh là

A. $\frac{17}{36}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{19}{36}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A = "Chọn được một bút chì màu đỏ và một bút chì màu xanh"

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=12.12=144$

Số phần tử của biến cố A là: $n(A)=5.4+7.8=76$

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{19}{36}$.

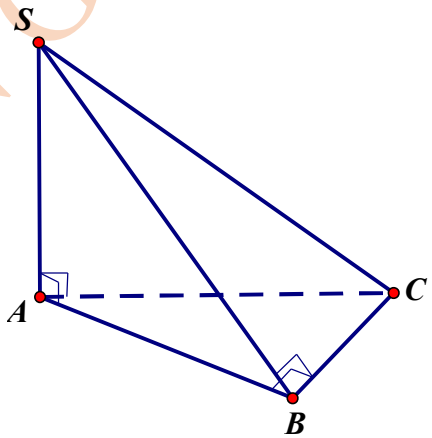
Câu 2. Có hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và $AB\perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

A. Góc SCA. **B.** Góc SIA với I là trung điểm của BC.

C. Góc SCB. **D.** Góc SBA.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB$

Vậy $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\SB\perp BC\\AB\perp BC\end{cases}\Rightarrow((SBC),(ABC))=(AB,SB)=\angle SBA$.

Câu 3. Một hộp đựng 40 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $\frac{126}{1147}$. **B.** $\frac{252}{1147}$. **C.** $\frac{26}{1147}$. **D.** $\frac{12}{1147}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{40}^{10}=847660528$

Số chia hết cho 6 là: 6, 12, 18, 24, 30, 36

Số phần tử của biến cố A là: $n(\mathrm{A})=\mathrm{C}_{20}^{5}.C_{6}^{1}.C_{14}^{4}=93117024$

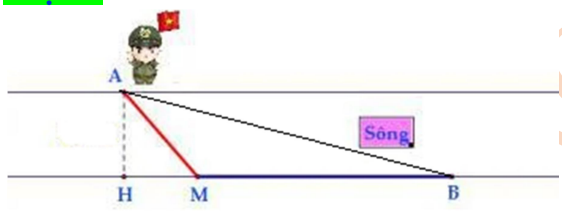
Xác suất cần tính là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{93117024}{847660528}=\frac{126}{1147}$.

Câu 4. Trong bài thi thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua một con sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100 m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất? Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100 m.

A. $\frac{200\sqrt{2}}{3}(m)$. **B.** $75\sqrt{3}(m)$. **C.** $\frac{200\sqrt{3}}{3}(m)$. **D.** $75\sqrt{2}(m)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có hình vẽ minh họa trên với các thông số:

$AH=100m,\ \ AB=1km=1000m\Rightarrow HB=300\sqrt{11}m$

Giả sử chiến sĩ bơi từ A đến M sau đó chạy bộ từ M đến B.

Đặt $HM=x(x\in\left[0;300\sqrt{11}\right]\Rightarrow AM=\sqrt{10000+x^2},MB=300\sqrt{11}-x$

Giả sử vận tốc bơi là 1 thì vận tốc chạy là 3 ta có thời gian phải di chuyển là:

$$t=\sqrt{10000+x^2}+\frac{300\sqrt{11}-x}{3}$$

Từ đó ta có:

$$t'=\frac{x}{\sqrt{10000+x^2}}-\frac{1}{3}=0\Leftrightarrow x=25\sqrt{2}$$

$x=0\Rightarrow t=100+100\sqrt{11}$

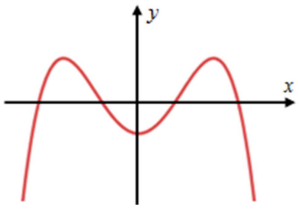
$x=25\sqrt{2}\Rightarrow t=\frac{200}{3}\sqrt{2}+100\sqrt{11}$

$x=300\sqrt{11}\Rightarrow t=1000$

Vậy thời gian ngắn nhất khi $x=25\sqrt{2}\Rightarrow AM=75\sqrt{2}(m)$

Câu 5: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào dáng đồ thị suy ra $a<0$.

Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục tung suy ra $c<0$.

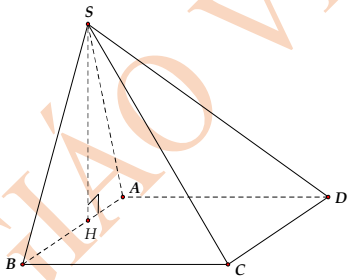
$y'=4ax^3+2bx$, $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt suy ra $-\dfrac{b}{2a}>0$ mà $a<0$ suy ra $b>0$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật có $AB=2a\sqrt{3}$; $AD=2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABD$ là

A. $4\sqrt{3}a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi SH là đường cao của ΔSAB. Vì $(SAB)\perp(ABCD)$ suy ra SH là đương cao của chóp $S.ABD$.

Ta có $SH=AB\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3a$.

$V_{S.ABD}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABD}.SH=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}S_{ABCD}.SH=2\sqrt{3}a^3$.

Câu 7. Có bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1,2,3,...,9\}$?

A. 9^3. **B.** 3^9. **C.** A_9^3. **D.** C_9^3.

Lời giải

Chọn C

Mỗi số có ba chữ số khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1,2,3,...,9\}$ là một chỉnh hợp 9 chập 3.

Do đó số các số cần tìm là A_9^3.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Điều kiện $\begin{cases}4-x^2\ge 0\\ x^2-3x-4\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\le x\le 2\\ x\ne 4\\ x\ne -1\end{cases}\Rightarrow D=[-2;2]\setminus\{-1\}$.

Suy ra đồ thị fàm số không có tiệm cận ngang.

Do $D=[-2;2]\setminus\{-1\}$ nên không tồn tại các giới hạn $\lim\limits_{x\to -4^-} y$, $\lim\limits_{x\to -4^+} y$.

Do $\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}=+\infty$

Nên $x=1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã có có 1 tiệm cận

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+a}{x^3+ax^2}$ có 3 đường tiện cận.

A. $a>0$. **B.** $a<0$, $a\ne -1$. **C.** $a\ne 0$, $a\ne \pm 1$. **D.** $a\ne 0$, $a\ne -1$.

Lời giải

Chọn B

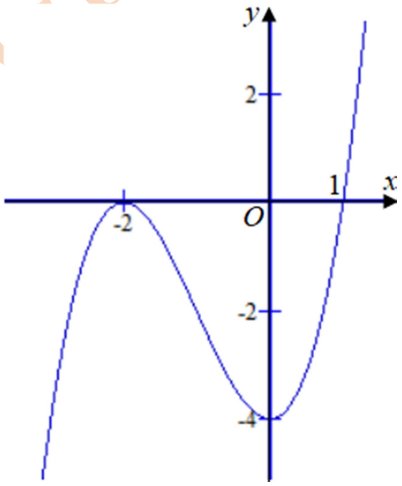
Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+a}{x^3+ax^2}=0$, vậy đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận ngang $y=0$.

Xét phương trình $x^3+ax^2=0\Leftrightarrow x^2(x+a)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-a\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận thì nó phải có hai tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ a^2+a\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ a\ne -1\end{cases}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Xét hàm số $g(x)=f(x^2-3)$ và các mệnh đề sau:

I. Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

II. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

IV. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

V. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x)=2xf'(x^2-3)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow 2xf'(x^2-3)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x^2-3=-2\\x^2-3=1\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{bmatrix}.$$

$$f'(x^2-3)>0\Leftrightarrow x^2-3>1\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x>2\\x<-2\end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$2x$		$-$	$\vert$	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f'(x^2-3)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↗		↘		↘		↗	

Từ bảng biến thiên suy ra có 2 mệnh đề I và IV nhận giá trị đúng.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y=\frac{x^4}{2}-x^2+3$ có mấy điểm cực trị.

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=2x^3-2x,\ y'=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=\pm1\end{bmatrix}$

Ta có bảng xét dấu :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 12. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x+2$ bằng.

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-3x^2+3,\ y'=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1\\x=1\end{bmatrix}$

Với $x=1\Rightarrow y=4\Rightarrow A(1;4)$.

Với $x=-1\Rightarrow y=0\Rightarrow B(-1;0)$

Khoảng cách hai điểm cực trị là: $AB=\sqrt{(1-(-1))^2+(4-0)^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 13. Có tất cả 120 cách chọn ba học sinh từ nhóm n (chưa biết) học sinh. Số n là nghiệm của phương trình nào sau đây?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN GIÁO VIÊN ÁN

A. $n(n-1)(n-2)=720$. **B.** $n(n-1)(n-2)=120$.

C. $n(n+1)(n+2)=120$. **D.** $n(n+1)(n+2)=720$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết, ta có

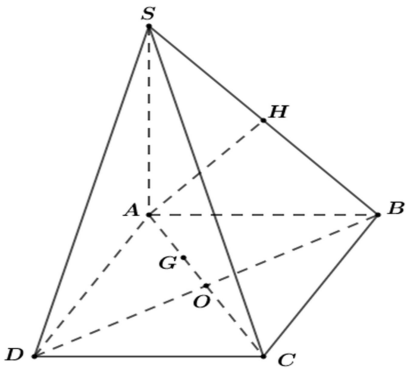
$$C_n^3=120\Leftrightarrow\frac{n!}{3!.(n-3)!}=120\Leftrightarrow\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=120\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)=720.$$

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, $SA=a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD, khi đó khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Do $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow(SAB)\perp(SBC)$.

Kẻ $AH\perp SB$, do tam giác SAB vuông cân nên H là trung điểm SB.

Do $(SAB)\perp(SBC)$ và cắt nhau theo giao tuyến SB và

$AH\perp SB\Rightarrow AH\perp(SBC)\Rightarrow AH=d(A,(SBC))$.

Trong tam giác vuông SAB, ta có $\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{AH^2}\Leftrightarrow\frac{1}{AH^2}=\frac{2}{a^2}\Leftrightarrow AH=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$AG\cap(SBC)=\{C\}\Rightarrow\frac{d(A,(SBC))}{AC}=\frac{d(G,(SBC))}{GC}$$

$$\Rightarrow d(G,(SBC))=\frac{GC}{AC}\cdot d(A,(SBC))=\frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 15. Tìm m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-m+1)x+1$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=2\end{array}\right.$. **B.** $m=\pm1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$..

Chọn D

Lời giải

$y'=x^2-2mx+m^2-m+1$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ nên $y'(1)=0$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$\Leftrightarrow 1-2m+m^2-m+1=0$$

$$\Leftrightarrow m^2-3m+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$$

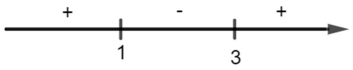
- Với $m=1$: $y'=x^2-2x+1=(x-1)^2\geq 0, \forall x\in R$

$\Rightarrow$ Hàm số không có cực trị.

$\Rightarrow m=1$ không thỏa mãn.

-Với $m=2$: $y'=x^2-4x+3$;

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$$



y' đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua giá trị $x=1$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

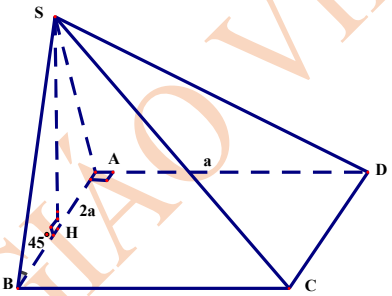
Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm .

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=2a; AD=a$. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\frac{2}{3}a^3$. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm AB; Do ΔSAB cân nên $SH\perp AB$

Ta có: $\left\{\begin{array}{l} (SAB)\perp(ABCD) \\ (SAB)\cap(ABCD)=AB \\ SH\perp AB \end{array}\right.$ nên $SH\perp(ABCD)$

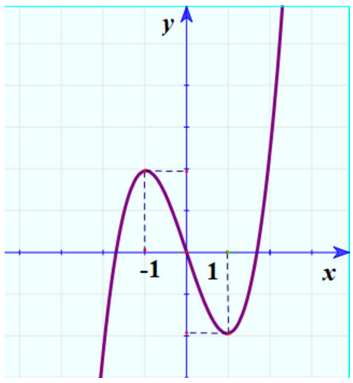
Mặt khác: $\left\{\begin{array}{l} (SBC)\cap(ABCD)=BC \\ AB\perp BC\,(gt) \\ SB\perp BC\,(do\ BC\perp(SAB)) \end{array}\right.$ nên $((SBC),(ABCD))=\widehat{SBA}=45^\circ$

$$BH=a;\ SH=BH.\tan 45^\circ=a; S_{ABCD}=a.2a=2a^2$$

Nên $V_{SABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a.2a^2=\frac{2a^3}{3}$

Câu 17. Đồ thị trong hình là của hàm số nào?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy hàm số là hàm bậc 3 với hệ số $a>0$ vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$.

Câu 18. Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán xếp thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T_1 và Toán T_2 luôn được xếp cạnh nhau.

A. $\dfrac{1}{450}$. **B.** $\dfrac{1}{600}$. **C.** $\dfrac{1}{300}$. **D.** $\dfrac{1}{210}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp 10 quyển sách thành một hàng ngang trên giá sách là $n(\Omega)=10!$

Ta đặt hai quyển Toán T_1 và Toán T_2 cạnh nhau và coi như 1 quyển Toán: $2!$ cách.

Khi đó coi như có 5 quyển Toán ta xếp 5 quyển Toán lên giá sách có $5!$ cách.

Sau đó tạo ra các khoảng trống ở 2 đầu và giữa các quyển Toán như sau

	T		T		T		T		T	

Do 3 quyển tiếng Anh xếp vào giữa hai quyển sách Toán nên đặt 3 quyển tiếng Anh vào 3 chỗ trống trong 4 chỗ trống giữa các quyển Toán ta có A_4^3 cách.

Đặt quyển Văn vào 3 vị trí còn lại ta có 3 cách.

Vậy ta có $2!5!A_4^3.3=17280$ cách.

Xác suất cần tính là $P(A)=\dfrac{17280}{10!}=\dfrac{1}{210}$.

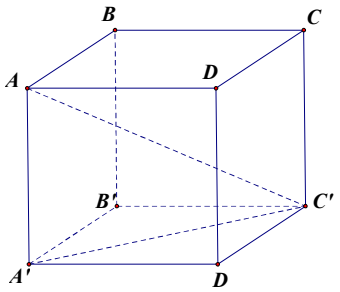
Câu 19. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=\dfrac{1}{3}a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V=3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



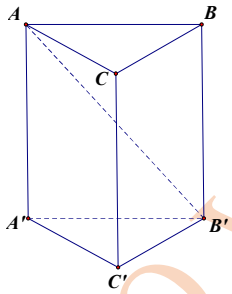
Ta có $AC'^2 = AA'^2 + A'C'^2 = AA'^2 + A'B'^2 + B'C'^2 = 3A'B'^2 = 3a^2 \Rightarrow A'B' = a$.

Thể tích cần tìm là: $V = a^3$.

Câu 20. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết tam giác ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng bao nhiêu?

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Chọn A

- Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ là $\widehat{AB'A'}$.
- Xét tam giác vuông $AB'A'$, ta có: $\tan \widehat{AB'A'} = \dfrac{AA'}{A'B'} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{AB'A'} = 60°$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. **B.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2};3\right)$.

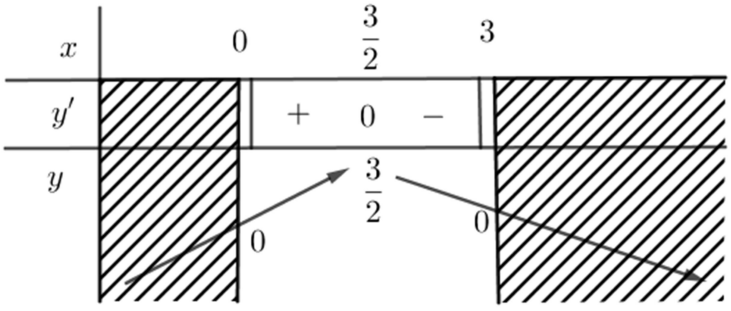
Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = [0;3]$.

Ta có $y' = \dfrac{3-2x}{2\sqrt{3x-x^2}}$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \dfrac{3-2x}{2\sqrt{3x-x^2}} = 0 \Leftrightarrow 3 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$.

Bảng biến thiên



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}x^2+1$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-25;\frac{11}{10}\right)$. Tìm M.

A. $M=1$. **B.** $M=\frac{1}{2}$. **C.** $M=0$. **D.** $M=\frac{129}{250}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-3x$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	-25		0		1		$\frac{11}{10}$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\frac{33123}{2}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{129}{250}$

Vậy $M=1$.

Câu 23. Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3-3x^2+1=(3m-1)x+6m+3\Leftrightarrow x^3-3x^2-(3m-1)x-6m-2=0\ \ (*)$$

YCBT $\Leftrightarrow (*)$ có 3 nghiệm phân biệt theo thứ tự $x_1;x_2;x_3$ lập thành cấp số cộng

$$\Rightarrow\begin{cases}x_1+x_3=2x_2\\x_1+x_2+x_3=3\end{cases}\Rightarrow x_2=1\Rightarrow m=-\frac{1}{3}.$$

Với $m=-\frac{1}{3}$, $(*)$ trở thành $x^3-3x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Vậy $m=-\frac{1}{3}$ là giá trị cần tìm.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\left|f\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)+m\right|$ có giá trị nhỏ nhất không vượt quá 5?

A. 30. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 29.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=3x^2-6x\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Đặt $t=\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ với $t\in[-2;2]$

Xét $g(t)=f(t)+m=t^3-3t^2+1+m$, khi đó

$$\begin{cases}\min\limits_{[-2;2]} g(t)=\min\{g(-2);g(0);g(2)\}=\min\{-19+m;1+m;-3+m\}=-19+m\\ \max\limits_{[-2;2]} g(t)=\max\{g(-2);g(0);g(2)\}=\max\{-19+m;1+m;-3+m\}=m+1\end{cases}$$

Xét các trường hợp sau:

- Nếu $-19+m\ge 0\Leftrightarrow m\ge 19$ thì $\min y=-19+m\le 5\Leftrightarrow m\le 24$

$\Rightarrow m\in\{19;20;21;22;23;24\}$

- Nếu $m+1\le 0\Leftrightarrow m\le -1$ thì $\min y=-(m+1)\le 5\Leftrightarrow m\ge -6$

$\Rightarrow m\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$

- Nếu $(m-19)(m+1)<0\Leftrightarrow -1<m<19$ thì $\min y=0$ (thỏa mãn)

$\Rightarrow m\in\{0;1;2;...;17;18\}$

Vậy $m\in\{-6;-5;...;23;24\}$

Cách 2:

$|f(t)+m|\le 5$ với $\forall t\in[-2;2]$

$\Leftrightarrow |t^3-3t^2+1+m|\le 5$ với $\forall t\in[-2;2]$

$\Leftrightarrow -5\le t^3-3t^2+1+m\le 5$ với $\forall t\in[-2;2]$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-m\le t^3-3t^2+6\\ -m\ge t^3-3t^2-4\end{cases}\text{ với }\forall t\in[-2;2]$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-m\le\max\limits_{[-2;2]}(t^3-3t^2+6)\\ -m\ge\min\limits_{[-2;2]}(t^3-3t^2-4)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m\le 6\\ -m\ge -24\end{cases}\Leftrightarrow -6\le m\le 24$$

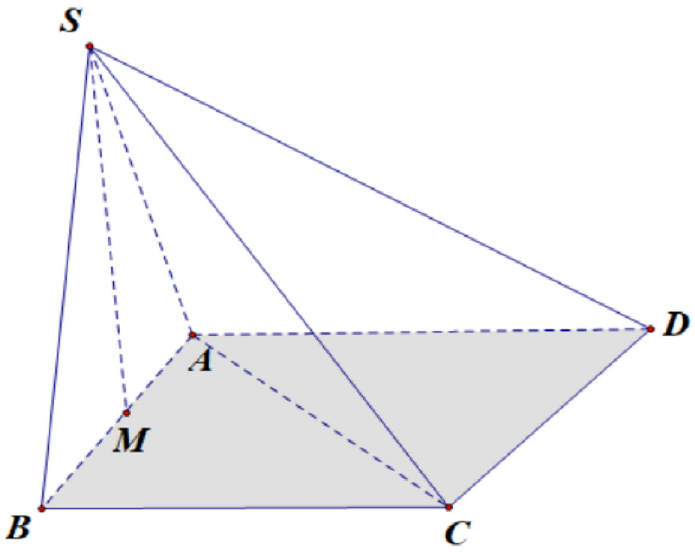
Câu 25. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA=a\sqrt{5}$, mặt bên (SAB) là tam giác cân đỉnh S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa AD và SC bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$ **C.** $\dfrac{4a\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$

Bài giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $\begin{cases} AD//(SBC) \\ SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow d(AD,SC) = d(AD,(SBC)) = d(A,(SBC))$

Trong tam giác SMA vuông tại M có $SM = \sqrt{SA^2 - AM^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$

$V_{SABCD} = \frac{1}{3}(2a)^2.2a = \frac{8a^3}{3}$

$\frac{V_{SABC}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SABC} = \frac{8a^3}{6}$

$\begin{cases} (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ BC \subset (ABCD) \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Tam giác SBC vuông tại B nên $S_{SBC} = \frac{1}{2}.SB.BC = \frac{1}{2}a\sqrt{5}.2a = a^2\sqrt{5}$

$V_{SABC} = \frac{1}{3}S_{SBC}.d(A,(SBC)) \Rightarrow d(A,(SBC)) = \frac{3V_{SABC}}{S_{SBC}} = \frac{3.\frac{8a^3}{6}}{a^2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}a = \frac{4\sqrt{5}a}{5}$

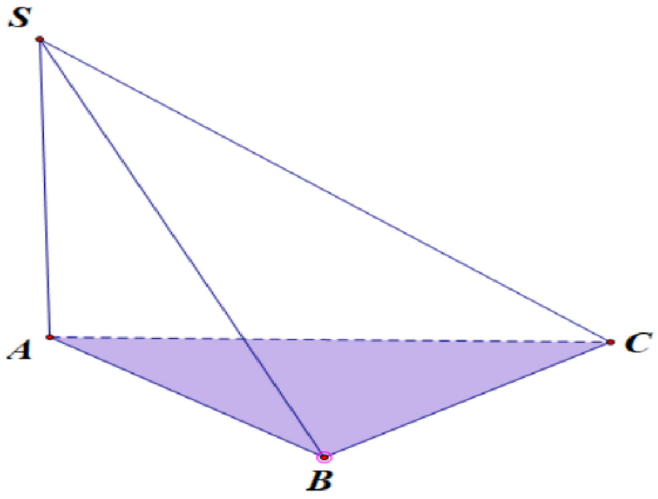
Câu 26. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2\sqrt{3}a$. Tính thể tích V của khối chóp $SABC$

A. $\frac{3a^3}{2}$ **B.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$ **C.** a^3 **D.** $\frac{a^3}{2}$

Bài giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



$S_{ABC}=\frac{1}{2}a.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$V_{SABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2\sqrt{3}a=\frac{a^3}{2}$

Câu 27. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của m để hàm số: $y=x^3-3(2m+1)x^2+(12m+5)x+2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Số phần tử của S bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm : $y'=3x^2-6(2m+1)x+(12m+5)$

YCBT $\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in(2;+\infty)$ (Dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm trên khoảng $(2;+\infty)$).

$\Leftrightarrow 3x^2-6x+5\geq 12m(x-1),\forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow \frac{3x^2-6x+5}{x-1}\geq 12m,\forall x\in(2;+\infty)$ (vì $x-1>0,\forall x\in(2;+\infty)$)

Xét hàm số: $f(x)=\frac{3x^2-6x+5}{x-1},\forall x\in(2;+\infty)$.

$\Rightarrow f'(x)=\frac{3x^2-6x+1}{(x-1)^2}\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3+\sqrt{6}}{3}<2\\x=\frac{3-\sqrt{6}}{3}<2\end{array}\right.$

$\Rightarrow f'(x)>0,\forall x\in(2;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$, $f(2)=5$. Do đó : $m\leq f(x),\forall x\in(2;+\infty)\Rightarrow 12m\leq 5\Leftrightarrow m\leq\frac{5}{12}$.

Do đó $S=\varnothing$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của đồ thị với trục tung có phương trình là

A. $x-2y-1=0$. **B.** $2x+y+1=0$. **C.** $x+2y+1=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Lời giải

Chọn D

Giao của đồ thị với trục tung, ta có tọa độ tiếp điểm là $A(0;-1)$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Đạo hàm : $y' = \dfrac{2}{(x-1)^2}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến $k = y'(0) = 2$.

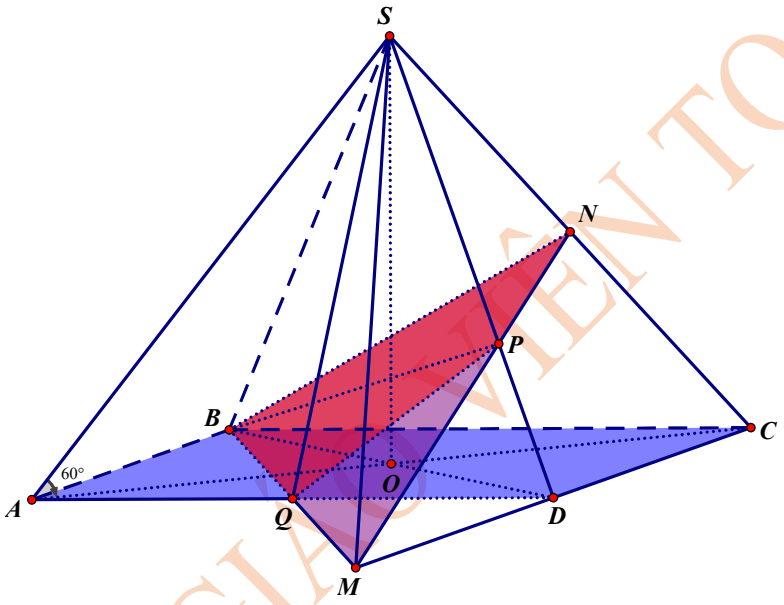
Phương trình tiếp tuyến là: $y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc bằng $60°$. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D, N là trung điểm của SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{7}$. **D.** $\dfrac{6}{5}$.

Lời giải

Chọn B



P là trọng tâm tam giác $SMC \Rightarrow \dfrac{SP}{SD} = \dfrac{2}{3}$, $Q = AD \cap BM$

Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành 2 khối (khối lớn $SABNPQ$, khối nhỏ $BCDQPN$)

$V = V_{S.ABCD}$, $V_{S.ABD} = V_{S.CBD} = \dfrac{1}{2}V$, $V_{S.ABQ} = V_{S.QBD} = \dfrac{1}{4}V$

$\dfrac{V_{S.BNP}}{V_{S.BCD}} = \dfrac{SN}{SC}.\dfrac{SP}{SD} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.BNP} = \dfrac{1}{6}V$ $\dfrac{V_{S.BQP}}{V_{S.BQD}} = \dfrac{SP}{SD} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow V_{S.BQP} = \dfrac{1}{6}V$

$\dfrac{V_{S.BNP}}{V_{S.BCD}} = \dfrac{SN}{SC}.\dfrac{SP}{SD} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.BNP} = \dfrac{1}{6}V$

$V_{SABNPQ} = V_{S.ABQ} + V_{S.BQP} + V_{S.BNP} = \dfrac{1}{4}V + \dfrac{1}{6}V + \dfrac{1}{6}V = \dfrac{7}{12}V \Rightarrow V_{BCDQPN} = \dfrac{5}{12}V$

$\dfrac{V_{SABNPQ}}{V_{BCDQPN}} = \dfrac{7}{5}$

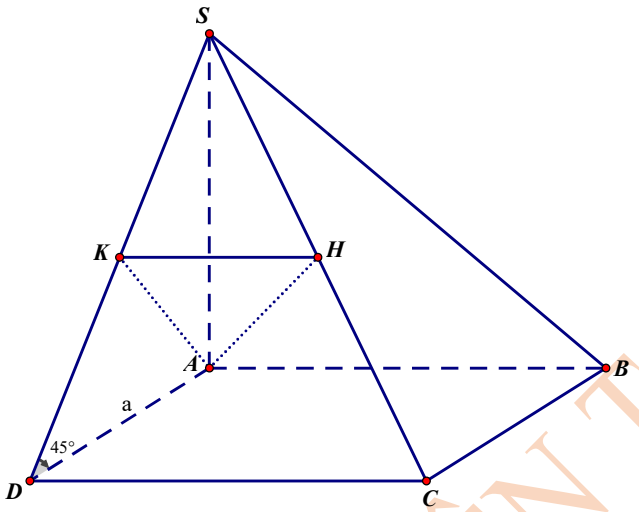
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi $V_1; V_2$ lần lượt là thể tích khối chóp $S.AHK$ và $S.ACD$. với H, K lần lượt là trung điểm của SC và SD. Tính độ dài đường cao của khối chóp $S.ABCD$ và tỉ số $k = \dfrac{V_1}{V_2}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $h=2a;k=\dfrac{1}{3}$. **B.** $h=a;k=\dfrac{1}{6}$. **C.** $h=2a;k=\dfrac{1}{8}$. **D.** $h=a;k=\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $\Rightarrow SA\perp(ABCD)$

Vậy $h=SA$

Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $45^\circ \Rightarrow \widehat{SDA}=45^\circ$

Tam giác SAD vuông cân tại A nên $h=SA=AD=a$

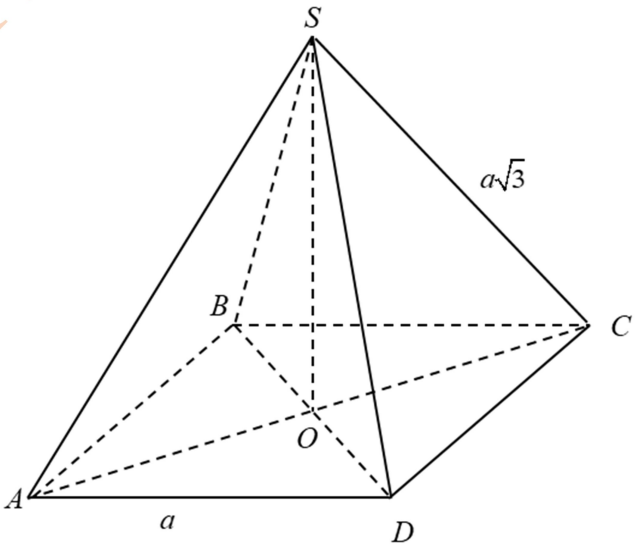
Ta lại có: $k=\dfrac{V_{S.AHK}}{V_{S.ACD}}=\dfrac{SH}{SC}.\dfrac{SK}{SD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử có hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có $SO\perp(ABCD)$ (tính chất hình chóp đa giác đều).

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Diện tích đáy: $S_{ABCD}=a^2$.

Xét trong tam giác vuông SOC, có $SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

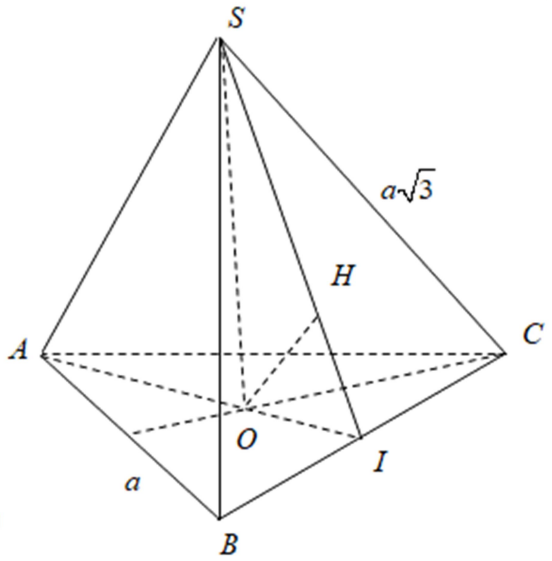
Vậy thể tích khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{10}}{2}=\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Câu 32. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC, d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC). Tính $d=d_1+d_2$.

A. $d=\frac{8a\sqrt{22}}{33}$. **B.** $d=\frac{2a\sqrt{22}}{33}$. **C.** $d=\frac{8a\sqrt{22}}{11}$. **D.** $d=\frac{2a\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $S.ABC$ là chóp tam giác đều nên $SO\perp(ABC)$.

Gọi I là trung điểm cạnh BC, ta có $\begin{cases}BC\perp AI\\BC\perp SO\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAI)$.

Vì $AI=3OI$ nên $d_1=d\left(A,(SBC)\right)=3d\left(O,(SBC)\right)=3d_2$.

Gọi H là hình chiếu của O trên SI, ta có $\begin{cases}OH\perp SI\\OH\perp BC\end{cases}\Rightarrow OH\perp(SBC)$.

Suy ra $d_2=d\left(O,(SBC)\right)=OH$.

Do đó: $d=d_1+d_2=4d_2$.

Trong tam giác SOI, có: $OI=\frac{1}{3}AI=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}\Rightarrow AO=2OI=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

Khi đó: $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{OI^2}=\frac{9}{24a^2}+\frac{36}{3a^2}=\frac{99}{8a^2}\Leftrightarrow OH=\frac{2a\sqrt{22}}{33}$.

Vậy: $d=4OH=\frac{8a\sqrt{22}}{33}$.

DIỄN ĐÀN TOÁN

Câu 33. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

A. Đường thẳng $x=1$. **B.** Đường thẳng $x=2$. **C.** Đường thẳng $y=2$. **D.** Đường thẳng $y=1$.

Lời giải

Chọn A

Xét $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$ vì $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^+}(2x+1)=3>0\\ \lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0,\quad x\to 1^+\Rightarrow x-1>0\end{cases}$.

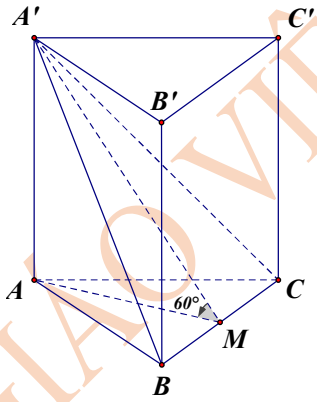
Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x=1$.

Câu 34. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC=2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng $60°$. Biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Trong tam giác $A'BC$ kẻ đường cao $A'M\perp BC$ suy ra $AM\perp BC$, suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng $\widehat{A'MA}=60^\circ$.

Tam giác $A'BC$ có $A'M=\dfrac{2S_{\Delta A'BC}}{BC}=\dfrac{2.2a^2}{2a}=2a$.

Xét tam giác $A'MA$ có $\sin\widehat{A'MA}=\dfrac{A'A}{A'M}\Rightarrow\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{A'A}{2a}\Rightarrow A'A=a\sqrt{3}$.

$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta A'BC}.\cos\widehat{A'MA}=2a^2.\dfrac{1}{2}=a^2$.

Vậy thể tích khối lăng trụ cần tìm là: $V=S_{\Delta ABC}.A'A=a^2.a\sqrt{3}=a^3\sqrt{3}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$?

A. $m\neq 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$y'=3x^2-6x+m$

$y''=6x-6$

Nếu hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ thì $y'(2)=0$

$\Rightarrow 3.2^2-6.2+m=0\Rightarrow m=0$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Với $m=0$ ta có $\begin{cases} y'(2)=0 \\ y''(2)=6>0 \end{cases}$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Vì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=-1, x=0, x=2, x=4$ nên hàm số đã cho có 4 cực trị.

Câu 37. Số cạnh của một hình lăng trụ có thể là số nào dưới đây

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2021. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn B

Nếu hình lăng trụ có đáy là đa giác n cạnh thì số cạnh đáy của hình lăng trụ là $2n$ và số cạnh bên là n.

Suy ra tổng số cạnh của hình lăng trụ là $3n$.

Vậy số cạnh của hình lăng trụ là một số chia hết cho 3. Đáp án B.

Câu 38. Số các giá trị tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x-m}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;4]$ bằng -6 là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Đạo hàm $y'=\dfrac{m^2-m+1}{(x-m)^2}>0, \forall x\in D.$

TH1: Nếu $m\in[0;4]$ thì $\lim\limits_{x\to m^-} y=\lim\limits_{x\to m^-}\dfrac{x-m^2-1}{x-m}=+\infty$

Suy ra không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;4]$.

TH2: Nếu $m\notin[0;4]$ thì hàm số xác định trên đoạn $[0;4]$.

Vì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[0;4]$ $\Rightarrow \max\limits_{[0;4]} f(x)=f(4)=\dfrac{3-m^2}{4-m}=-6$

$\Rightarrow 3-m^2=-6(4-m)\Leftrightarrow m^2+6m-27=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-9 \\ m=3\ (loai). \end{array}\right.$

Vậy $m=-9$.

Câu 39. Nhận định nào dưới đây là *đúng*?

A. Hàm số bậc ba có thể có một điểm cực trị, hai điểm cực trị hoặc không có điểm cực trị nào.

B. Hàm số bậc ba có thể có hai điểm cực trị hoặc không có điểm cực trị nào.

C. Hàm số bậc ba có tối đa ba điểm cực trị.

D. Hàm số bậc ba có thể có một hoặc ba điểm cực trị.

Lời giải

Chọn B

Hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ với các trường hợp của y':

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

+ y' có hai nghiệm phân biệt: y' đổi dấu hai lần khi qua hai nghiệm nên hàm số có hai điểm cực trị.

+ y' vô nghiệm hay có nghiệm kép: y' không đổi dấu nên hàm số không có cực trị.

Vậy: Hàm số bậc ba có thể có hai điểm cực trị hoặc không có điểm cực trị nào.

Câu 40. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=(3m+1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$.

A. $m=\frac{1}{6}$. **B.** $m=-\frac{1}{6}$. **C.** $m=\frac{1}{3}$. **D.** $m=-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=x^3-3x^2-1$ có TXĐ: $\mathbb{R}$; $y'=3x^2-6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;-1)$, $B(2;-5)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2;-4)$.

Đường thẳng d' đi qua hai điểm A, B có phương trình: $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-4}\Leftrightarrow y=-2x-1$.

$d: y=(3m+1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng $d'\Leftrightarrow(3m+1).(-2)=-1\Leftrightarrow m=-\frac{1}{6}$.

Câu 41. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-\left(m^2-9\right)x^2+2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là

A. vô số. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-2\left(m^2-9\right)x$.

Để hàm số đã cho có một cực trị thì phương trình $y'=0$ chỉ có một nghiệm

$\Leftrightarrow 2x\left(2x^2-m^2+9\right)=0$ có một nghiệm

$\Leftrightarrow 2x^2-m^2+9=0\Leftrightarrow x^2=\frac{9-m^2}{2}$ vô nghiệm hoặc có một nghiệm $x=0$

$\Leftrightarrow\frac{9-m^2}{2}\le 0\Leftrightarrow -3\le m\le 3$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ suy ra: $S=\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$. Có 7 phần tử.

Câu 42. Biết đồ thị hàm số $y=(x-1)(x+1)\left(x^2-7\right)-m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3, x_4. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để

$$\frac{1}{1-x_1}+\frac{1}{1-x_2}+\frac{1}{1-x_3}+\frac{1}{1-x_4}>1.$$

A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$(x-1)(x+1)\left(x^2-7\right)-m=0\Leftrightarrow x^4-8x^2+7-m=0\quad(1)$

Đặt: $t=x^2$, $(t\ge 0)$. Phương trình có dạng: $t^2-8t+7-m=0\quad(2)$

Vì đồ thị cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt nên phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt dương

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16-7+m > 0 \\ 8 > 0 \\ 7-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -9 \\ m < 7 \end{cases} \Leftrightarrow -9 < m < 7 .$$

Khi đó phương trình (2) có hai nghiệm dương $0 < t_1 < t_2$ thỏa mãn: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 8 \\ t_1 t_2 = 7 - m \end{cases}$.

Suy ra phương trình (1) có bốn nghiệm $x_1 = -\sqrt{t_2}$, $x_2 = -\sqrt{t_1}$, $x_3 = \sqrt{t_1}$, $x_4 = \sqrt{t_2}$.

$$\frac{1}{1-x_1} + \frac{1}{1-x_2} + \frac{1}{1-x_3} + \frac{1}{1-x_4} > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{1+\sqrt{t_2}} + \frac{1}{1+\sqrt{t_1}} + \frac{1}{1-\sqrt{t_1}} + \frac{1}{1-\sqrt{t_2}} > 1 .$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1+\sqrt{t_2}} + \frac{1}{1-\sqrt{t_2}} + \frac{1}{1+\sqrt{t_1}} + \frac{1}{1-\sqrt{t_1}} > 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{1-t_2} + \frac{2}{1-t_1} > 1 \Leftrightarrow \frac{4-2(t_1+t_2)}{1-(t_1+t_2)+t_1 t_2} > 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{4-2.8}{1-8+7-m} > 1 \Leftrightarrow \frac{12}{m} > 1 \Leftrightarrow 0 < m < 12$$

Kết hợp điều kiện suy ra: $0 < m < 7$

Vậy có 6 giá trị nguyên của m.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a; f(a))$, $(a \in K)$

A. $y = f'(a)(x+a) + f(a)$.
B. $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.
C. $y = f(a)(x-a) + f'(a)$.
D. $y = f'(a)(x-a) - f(a)$.

Lời giải

Chọn B

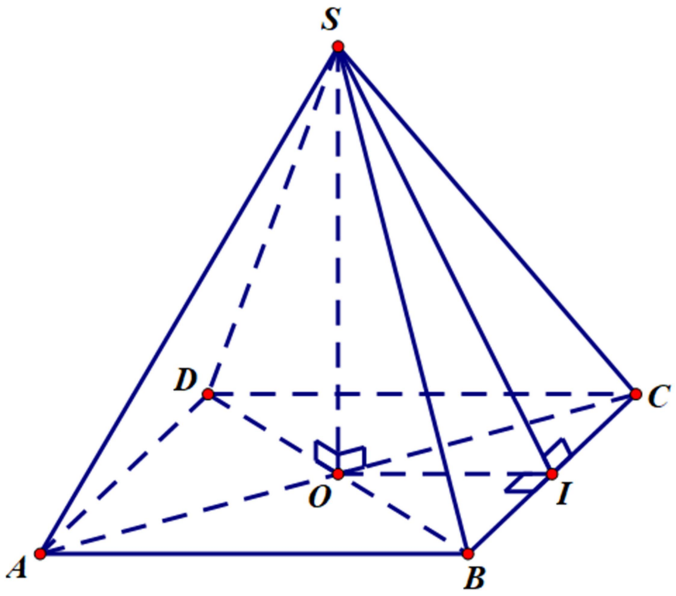
Theo định nghĩa phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a; f(a))$, $(a \in K)$ là $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt đáy một góc bằng $45°$. Thể tích V khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3}{6}$.
B. $V = \frac{a^3}{9}$.
C. $V = \frac{a^3}{24}$.
D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ ta có $SO \perp (ABCD)$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Đáy của khối chóp là hình vuông cạnh a nên có diện tích là $S=a^2$.

Gọi I là trung điểm của BC ta có $\begin{cases} OI \perp BC \\ SO \perp BC \end{cases}$ do đó $BC \perp (SOI)$. Từ đây ta có góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SIO}$, hay $\widehat{SIO}=45°$.

Tam giác vuông SIO tại O, $OI=\dfrac{a}{2}, \widehat{SIO}=45°$ nên $SO=OI.\tan 45°=\dfrac{a}{2}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{a^3}{6}$ (đvtt).

Câu 45. Tìm tất các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x|}{\sqrt{x^2-1}}$

A. $y=\pm 1$. **B.** Không tồn tại tiệm cận ngang.

C. $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus[-1;1]$.

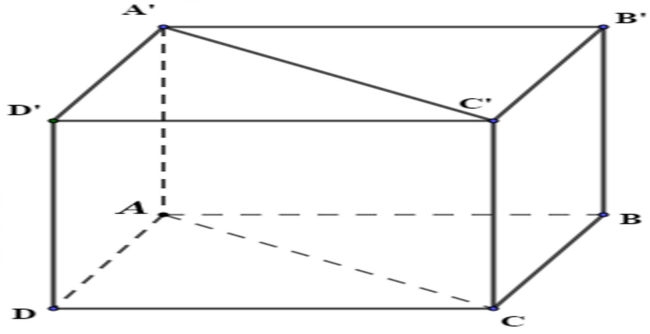
Ta có $\lim\limits_{x\to\infty} y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{|x|}{\sqrt{x^2-1}}=1$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y=1$.

Câu 46. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=b$ và $AA'=c$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V=abc$. **B.** $V=\dfrac{1}{6}abc$ **C.** $V=\dfrac{1}{2}abc$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}abc$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{1}{2}AB.BC.AA'=\dfrac{1}{2}AB.AD.AA'=\dfrac{1}{2}abc$

Câu 47. Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên ở hình vẽ sau?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Từ bảng biến thiên và các phương án cho ta thấy đây là bảng biến thiên của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$, từ đó ta thấy hệ số $a>0$ nên loại phương án A.

Với $x=0,\ y=2$ nên ta loại tiếp phương án C.

Với $x=2,\ y=-2$ nên ta loại tiếp phương án D.

Với $x=0,\ y=2$ và $x=2,\ y=-2$ đều thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ nên ta chọn B.

Câu 48. Hàm số $y=\left|(x-1)^3(x+1)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=g(x)=(x-1)^3(x+1)$.

Ta có: $y'=(x-1)^2(4x+2),\ y'=0\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2};\ x=1.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\frac{27}{16}$	↗	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số $g(x)$ có một điểm cực trị và phương trình $g(x)=0$ có hai nghiệm (1 đơn, 1 bội lẻ).

Do đó số điểm cực trị của hàm số $y=\left|g(x)\right|$ bằng tổng số nghiệm của phương trình $g(x)=0$ và số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ không trùng với nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

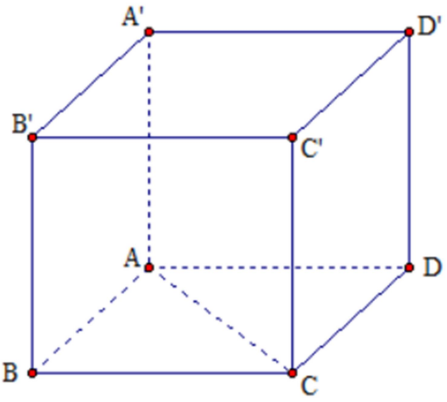
Vậy hàm số $y=\left|g(x)\right|$ có ba điểm cực trị.

Câu 49. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $AC=2a$ và cạnh bên $A'A=a\sqrt{2}$. Thể tích lăng trụ đó là

A. $2\sqrt{2}a^3$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $4\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AB=\frac{AC}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN

Diện tích đáy $ABCD$ là $S=\left(a\sqrt{2}\right)^2=2a^2$.

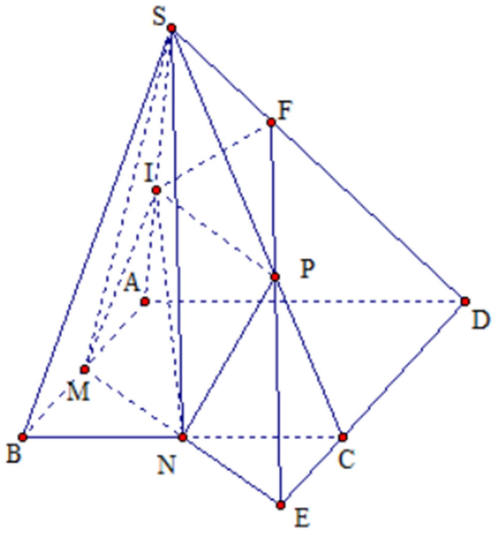
Thể tích khối lăng trụ là $V=AA'.S_{ABCD}=a\sqrt{2}.2a^2=2\sqrt{2}a^3$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC. Điểm I thuộc đoạn SA. Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ phần còn lại. Tính tỉ số $k=\frac{IA}{IS}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Nối SM, SN tạo thành 3 khối chóp.

Gọi $E=CD\cap MN$.

Ta có: $MN\,//\,AC$, suy ra: $(IMN)\cap(SAC)=IP$ với $IP\,//\,AC$ ($P\in SC$)

Kéo dài EP cắt SD tại F. Vậy thiết diện là ngũ giác $MNPFI$.

Ta có: $\frac{IA}{IS}=k\Rightarrow\frac{SI}{SA}=\frac{1}{k+1}$.

Áp dụng định lí Menelauyt trong tam giác SCD ta được:

$$\frac{\overline{FS}}{\overline{FD}}.\frac{\overline{ED}}{\overline{EC}}.\frac{\overline{PC}}{\overline{PD}}=1\Leftrightarrow\frac{\overline{FS}}{\overline{FD}}.3.k=1\Leftrightarrow\frac{\overline{FS}}{\overline{FD}}=\frac{1}{3k}\Leftrightarrow\frac{SF}{SD}=\frac{1}{3k+1}.$$

+) $\frac{V_{S.FIP}}{V_{ABCD}}=\frac{1}{2}.\frac{1}{(3k+1)(k+1)^2}$, $\frac{V_{S.BMN}}{V_{ABCD}}=\frac{1}{8}$, $\frac{V_{S.IPM}}{V_{ABCD}}=\frac{1}{4}.\frac{1}{(k+1)^2}$, $\frac{V_{S.PMN}}{V_{ABCD}}=\frac{1}{8(k+1)}$.

+) $\frac{V_{S.IMNPF}}{V_{ABCD}}=\frac{7}{20}\Leftrightarrow k=\frac{2}{3}$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG

TRƯỜNG THPT KINH MÔN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=\dfrac{8a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$.

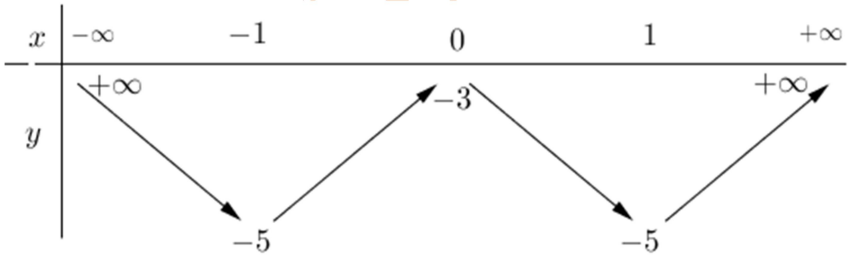
Câu 2. Cho hai số thực dương a và b. Biểu thức $\sqrt[5]{\dfrac{a}{b}\sqrt[3]{\dfrac{b}{a}\sqrt{\dfrac{a}{b}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là:

A. $x^{\frac{7}{30}}$. **B.** $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{31}{30}}$. **C.** $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{30}{31}}$. **D.** $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$.

Câu 3. Gọi M,m thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Tính $P=M+m$.

A. $P=1$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=-\dfrac{13}{3}$. **D.** $P=-5$.

Câu 4. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Phương trình $|f(x)|=2$ có số nghiệm là



A. 5. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 5. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-(m-1)x^2+x-m$ đồng biến trên tập xác định.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 6. Tính thể tích khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy là B

A. $V=\dfrac{1}{3}h.B$. **B.** $V=h.B$. **C.** $V=3h.B$. **D.** $V=\dfrac{1}{6}h.B$.

Câu 7. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 3 mặt phẳng. **B.** 1 mặt phẳng. **C.** 2 mặt phẳng. **D.** 4 mặt phẳng.

Câu 8. Cho $\log_a c=3$, $\log_b c=4$. với a,b,c là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{ab} c$.

A. $P=\dfrac{1}{12}$. **B.** $P=12$. **C.** $P=\dfrac{7}{12}$. **D.** $P=\dfrac{12}{7}$.

Câu 9: Giao của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là

A. $I=(-1;2)$. **B.** $I=(2;-1)$. **C.** $I=(-2;1)$. **D.** $I=(1;-2)$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 10. Hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh $a, SD=\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB. Thể tích khối chóp là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{12}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x_0)=0$.

B. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x)$ đổi dấu khi đi qua x_0.

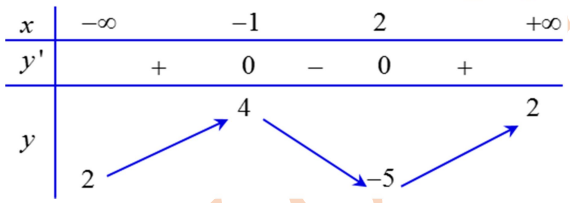
C. Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y=3x+2$

A. $y=3x+7$. **B.** $y=3x-2$. **C.** $y=3x+14$. **D.** $y=3x+5$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

B. Hàm số không có cực đại.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

D. Hàm số có bốn điểm cực trị.

Câu 14. Nếu $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2m-2}<\sqrt{3}+\sqrt{2}$ thì

A. $m>\dfrac{1}{2}$. **B.** $m<\dfrac{1}{2}$. **C.** $m>\dfrac{3}{2}$. **D.** $m\neq\dfrac{3}{2}$.

Câu 15. Cho $a,b>0$ và $a;b\neq 1$, x và y là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\log_a(x+y)=\log_a x+\log_a y$.

B. $\log_a\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\log_a x}$.

C. $\log_a\dfrac{x}{y}=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

D. $\log_b x=\log_b a.\log_a x$.

Câu 16. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y=x^3+3x^2-2$ tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là

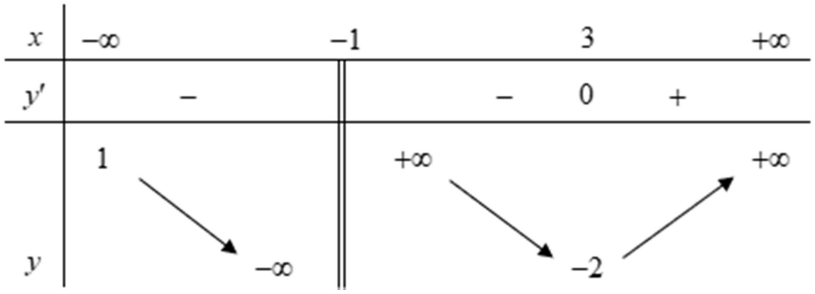
A. $y=-9x-7$. **B.** $y=9x-7$. **C.** $y=9x+7$. **D.** $y=-9x+7$.

Câu 17. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 18. Cho hàm $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có bảng biến thiên:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Chọn khẳng định đúng.

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.

Câu 19. Cho $\log_2 6 = a$. Khi đó $\log_3 18$ tính theo a là

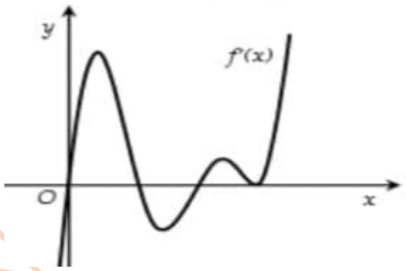
A. $2a+3$. **B.** $\dfrac{1}{a+3}$. **C.** $\dfrac{2a-1}{a-1}$. **D.** $2-3a$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Tìm khẳng định ***đúng***?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-2;0)$..

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 22: Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$.

A. $V = 12a^3$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = 4a^3$. **D.** $V = \dfrac{4}{3}a^3$.

Câu 23. Cho tứ diện $MNPQ$ gọi $I;J;K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN;MP;MQ$. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 24. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = (2x-3)^{\frac{1}{5}}$.

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $D = \left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $D = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

Câu 25. Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\dfrac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 26. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x)=\log_6\left(2x-x^2\right)$ xác định?

A. $0<x<2$. **B.** $x>2$. **C.** $x<3$. **D.** $-1<x<1$.

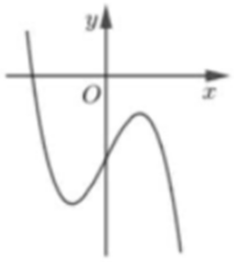
Câu 27. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ là

A. 210. **B.** 792. **C.** 820. **D.** 220.

Câu 28. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Tìm số hạng u_{10}.

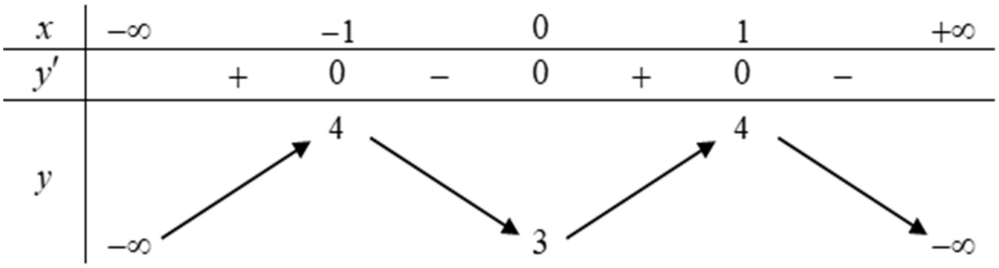
A. $u_{10}=28$. **B.** $u_{10}=29$. **C.** $u_{10}=-2.3^9$. **D.** $u_{10}=25$.

Câu 29. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình bên dưới?



A. $y=-x^4+2x^2-2$. **B.** $y=-x^3+2x-2$. **C.** $y=x^4+2x^2-2$. **D.** $y=-x^3+2x+2$.

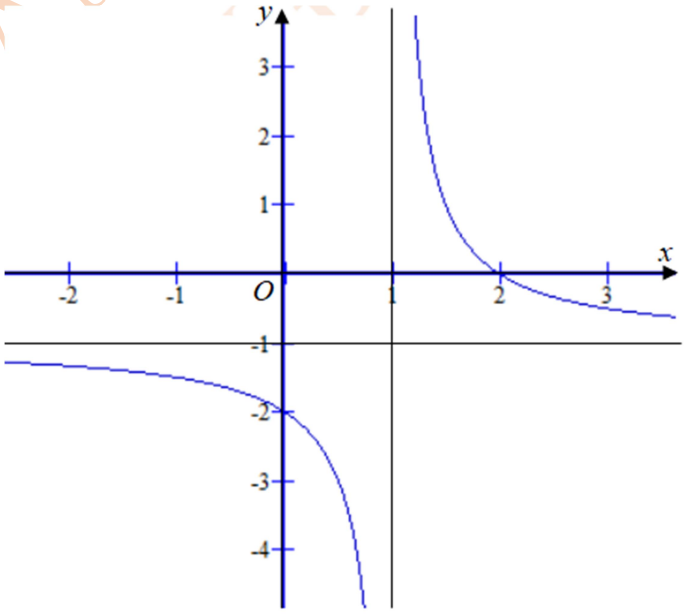
Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\min\limits_{\mathbb{R}} y=0$. **B.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=1$. **C.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y=3$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=4$.

Câu 31. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ với a, b, c thuộc $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị của $a+2b+3c$ bằng

A. 0. **B.** -8. **C.** 2. **D.** 6.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=m^2x^4-m(m+2)x^3+2(m+1)x^2-(m+2)x+m$. Số các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

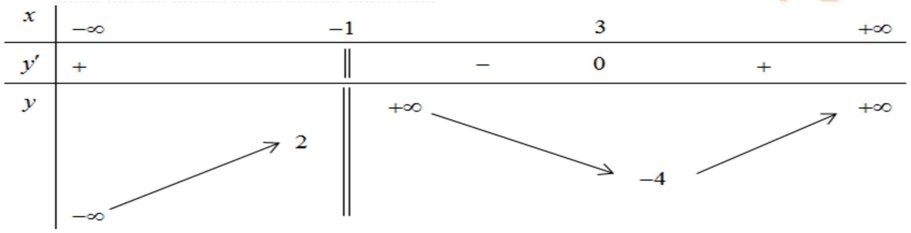
Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên bằng $2a$ và hợp với đáy một góc 60^0. Thể tích của khối trụ đã cho tính theo a bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{5a^3}{3}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB=2a$. $AD=DC=a$; $SA=a\sqrt{2}$. $SA\perp(ABCD)$. Tính cosin của góc giữa mặt hai phẳng (SBC) và (SCD).

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 35. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Tổng các giá trị nguyên của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt bằng:

A. 0. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -1.

Câu 36. Cho $a>0, b>0$, nếu viết $\log_3\left(\sqrt[5]{a^3b}\right)^{\frac{2}{3}}=\frac{x}{5}\log_3 a+\frac{y}{15}\log_3 b$ thì $x+y$ bằng bao nhiêu ?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=4$, $SA\perp(ABC)$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2$. H, K lần lượt thuộc SB, SC sao cho $HS=HB$; $KC=2KS$. Thể tích khối chóp $A.BHKC$.

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{10}{9}$. **C.** $\frac{20}{9}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 38. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm BC. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng 60^0.

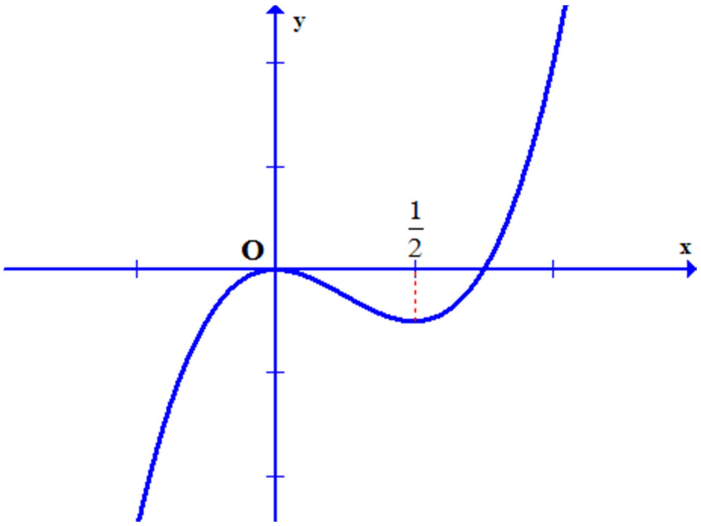
A. $d=\frac{3a}{4}$. **B.** $d=\frac{3a\sqrt{7}}{14}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 39. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm $A'B'$; $B'C'$ và $C'A'$. Tính thể tích của khối đa diện lồi $ABC.MNP$?

A. $\frac{3a^3}{5}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Hàm số $f(\sin x)$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$. **B.** $\left(0;\frac{\pi}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right)$.

Câu 41. Lập các số tự nhiên có 7 chữ số từ các chữ số 1, 2, 3, 4. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn: các chữ số 1, 2, 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt một lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái sang phải).

A. $\frac{9}{8192}$. **B.** $\frac{9}{4096}$. **C.** $\frac{3}{4096}$. **D.** $y=\frac{3}{2048}$.

Câu 42. Biết điểm $M(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+a^2$. Tính $f(3)$.

A. $f(3)=17$. **B.** $f(3)=34$. **C.** $f(3)=49$. **D.** $f(3)=13$.

Câu 43. Cho hàm số $f(a)=\dfrac{a^{\frac{-1}{3}}\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{a^4}\right)}{a^{\frac{1}{8}}\left(\sqrt[8]{a^3}-\sqrt[8]{a^{-1}}\right)}$ với $a>0, a\neq 1$. Tính giá trị $M=f\left(2021^{2020}\right)$.

A. $M=1-2021^{2020}$. **B.** $M=2021^{1010}-1$. **C.** $M=2021^{2020}-1$. **D.** $M=-2021^{1010}-1$.

Câu 44. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$ và I' là trung điểm của cạnh $A'D'$. Thể tích khối tứ diện $GB'C'I'$ bằng :

A. $\frac{V}{6}$. **B.** $\frac{2V}{5}$. **C.** $\frac{V}{9}$. **D.** $\frac{V}{12}$.

Câu 45. Tìm tất cả các tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng.

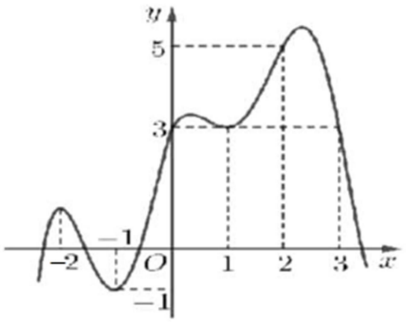
A. $m>4$. **B.** $3<m<4$. **C.** $m\geq 4$. **D.** $3\leq m\leq 4$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB=1$, $AD=2$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=2$. Gọi M,N,P lần lượt là chân đường cao hạ từ A lên các cạnh SB, SD, DB. Thể tích khối chóp $AMNP$ bằng

A. $\frac{8}{75}$. **B.** $\frac{4}{45}$. **C.** $\frac{9}{16}$. **D.** $\frac{4}{25}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

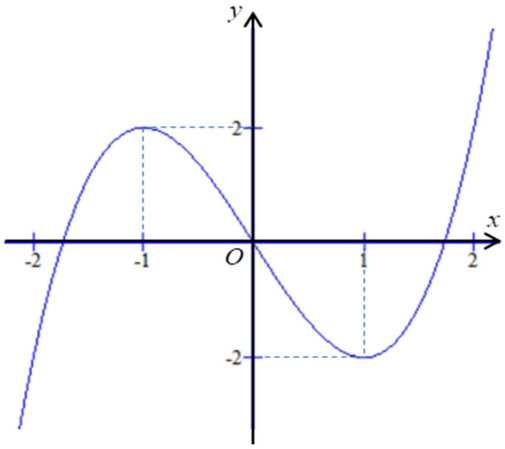
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f\left(\sqrt{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x+\frac{1}{2}\right)=f(m)$ có nghiệm.

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Bất phương trình $f(x)+x^2+3<m$ nghiệm đúng $\forall x\in(-1;1)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(1)+3$. **B.** $m\geq f(0)+3$. **C.** $m\geq f(1)+3$. **D.** $m>f(0)+3$.

Câu 49. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$

A. $P=8$. **B.** $P=4$. **C.** $P=10$. **D.** $P=6$.

Câu 50. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 2. Điểm M, N lần lượt nằm trên đoạn thẳng AC' và CD' sao cho $\frac{C'M}{C'A}=\frac{D'N}{2D'C}=\frac{1}{4}$. Tính thể tích tứ diện $CC'NM$.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	D	D	A	A	D	D	C	A	D	C	A	A	D	B	A	C	C	C	D	C	C	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	D	B	D	A	D	C	D	C	C	B	B	C	C	A	D	D	C	B	A	C	D	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

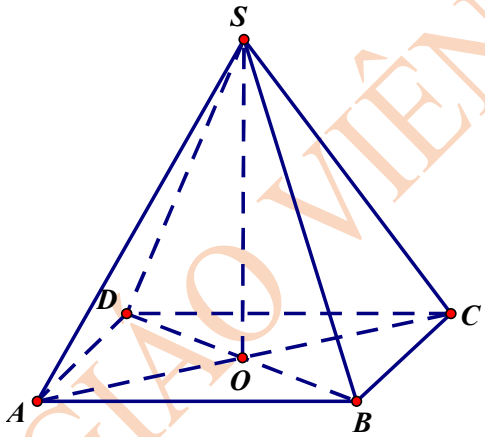
Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=\dfrac{8a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

* Diện tích đáy là: $S_{ABCD}=AB^2=(2a)^2=4a^2$.



* Gọi O là tâm của $ABCD$ ta có $SO\perp(ABCD)\Rightarrow SO=3a$, thể tích V của khối chóp đã cho là:

$V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{3}.4a^2.3a=4a^3$.

Câu 2. Cho hai số thực dương a và b. Biểu thức $\sqrt[5]{\dfrac{a}{b}\sqrt[3]{\dfrac{b}{a}\sqrt{\dfrac{a}{b}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là:

A. $x^{\frac{7}{30}}$. **B.** $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{31}{30}}$. **C.** $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{30}{31}}$. **D.** $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sqrt[5]{\dfrac{a}{b}\sqrt[3]{\dfrac{b}{a}\sqrt{\dfrac{a}{b}}}}=\sqrt[5]{\dfrac{a}{b}}\sqrt[15]{\dfrac{b}{a}}\sqrt[30]{\dfrac{a}{b}}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{1}{5}}.\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{15}}.\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{1}{30}}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$.

Câu 3. Gọi M,m thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Tính $P=M+m$.

A. $P=1$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=-\dfrac{13}{3}$. **D.** $P=-5$.

Lời giải

Chọn D

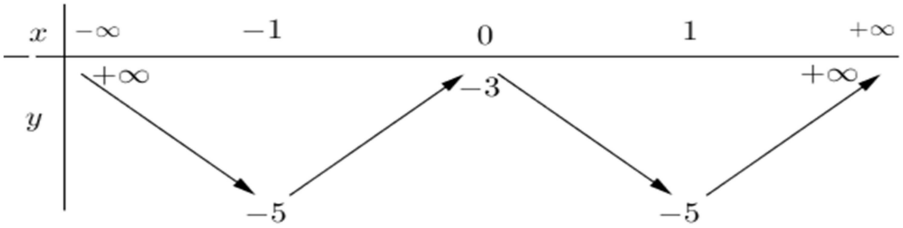
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ suy ra $y'=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Xét trên $[-2;0]$ ta có $f(-2)=-\dfrac{7}{3}$, $f(-1)=-2$ và $f(0)=-3$.

Vậy $M=\max\limits_{[-2;0]}f(x)=-2$ và $m=\min\limits_{[-2;0]}f(x)=-3$, do đó $P=M+m=-5$.

Câu 4. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Phương trình $|f(x)|=2$ có số nghiệm là



A. 5. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|f(x)|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=2\\f(x)=-2\end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f(x)=2$ có 2 nghiệm phân biệt và phương trình $f(x)=-2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 5. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-(m-1)x^2+x-m$ đồng biến trên tập xác định.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2-2(m-1)x+1$, để hàm số đồng biến với $\forall x\in D$ thì

$y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'\leq 0\Leftrightarrow m^2-2m\leq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq 2$ mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=\{0;1;2\}$. Vậy đáp án là A.

Câu 6. Tính thể tích khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy là B

A. $V=\dfrac{1}{3}h.B$. **B.** $V=h.B$. **C.** $V=3h.B$. **D.** $V=\dfrac{1}{6}h.B$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp ta chọn đáp án A.

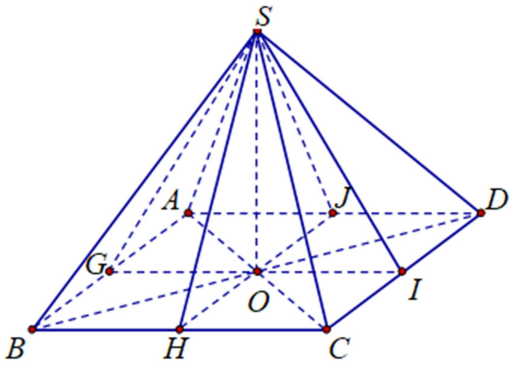
Câu 7. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 3 mặt phẳng. **B.** 1 mặt phẳng. **C.** 2 mặt phẳng. **D.** 4 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Đó là các mặt phẳng (SAC) , (SBD), (SHJ), (SGI) với G , H , I , J là các trung điểm của các cạnh đáy dưới hình vẽ trên.

Câu 8. Cho $\log_a c=3$, $\log_b c=4$. với a,b,c là các số thực lớn hơn 1 . Tính $P=\log_{ab} c$.

A. $P=\dfrac{1}{12}$. **B.** $P=12$. **C.** $P=\dfrac{7}{12}$. **D.** $P=\dfrac{12}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P=\log_{ab} c=\dfrac{1}{\log_c ab}=\dfrac{1}{\log_c a+\log_c b}\Leftrightarrow P=\dfrac{1}{\dfrac{1}{\log_a c}+\dfrac{1}{\log_b c}}=\dfrac{12}{7}$.

Câu 9: Giao của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là

A. $I=(-1;2)$. **B.** $I=(2;-1)$. **C.** $I=(-2;1)$. **D.** $I=(1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-1}{x+2}=1$. Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=+\infty$; Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-2$.

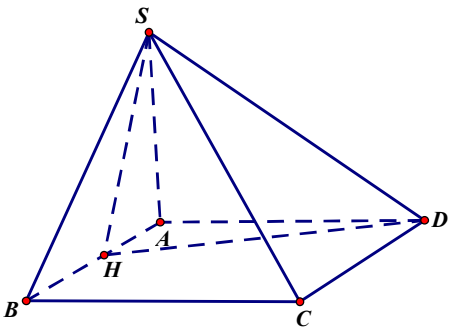
Vậy giao của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là

Câu 10. Hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh $a, SD=\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB . Thể tích khối chóp là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{12}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có: $HD=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét tam giác vuông SHD có: $SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{13}}{2}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2}=a\sqrt{2}$.

Ta có chiều cao của khối chóp là SH, diện tích đáy là $S_{ABCD}=a^2$.

Vậy thể tích khối chóp là: $V=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x_0)=0$.

B. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x)$ đổi dấu khi đi qua x_0.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

Lời giải

Chọn D

Do hàm số có đạo hàm tại điểm x_0 nên nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d):y=3x+2$

A. $y=3x+7$. **B.** $y=3x-2$. **C.** $y=3x+14$. **D.** $y=3x+5$.

Lời giải

Chọn C

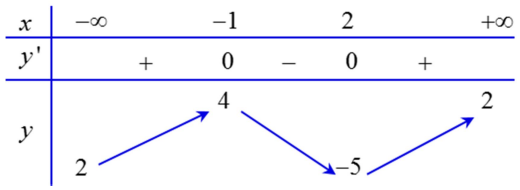
Ta có $y'=\frac{3}{(x+2)^2}$ Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d):y=3x+2$ nên có hệ số góc là 3.

Do đó ta có phương trình $\frac{3}{(x+2)^2}=3\Leftrightarrow(x+2)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-3\end{array}\right.$

Với $x=-1, y=-1$ phương trình tiếp tuyến là: $y=3x+2$ (loại).

Với $x=-3, y=5$ phương trình tiếp tuyến là: $y=3x+14$ (TM)

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

B. Hàm số không có cực đại.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

D. Hàm số có bốn điểm cực trị.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 14. Nếu $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2m-2}<\sqrt{3}+\sqrt{2}$ thì

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $m>\frac{1}{2}$. **B.** $m<\frac{1}{2}$. **C.** $m>\frac{3}{2}$. **D.** $m\neq\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2m-2}<\sqrt{3}+\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2m-2}<\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{-1}\Leftrightarrow 2m-2>-1\Leftrightarrow m>\frac{1}{2}$.

Câu 15. Cho $a,b>0$ và $a;b\neq 1$, x và y là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\log_a\left(x+y\right)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_a\frac{1}{x}=\frac{1}{\log_a x}$.

C. $\log_a\frac{x}{y}=\frac{\log_a x}{\log_a y}$. **D.** $\log_b x=\log_b a.\log_a x$.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của lôgarit thì mệnh đề đúng là $\log_b x=\log_b a.\log_a x$.

Câu 16. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y=x^3+3x^2-2$ tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là

A. $y=-9x-7$. **B.** $y=9x-7$. **C.** $y=9x+7$. **D.** $y=-9x+7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=x^3+3x^2-2\Rightarrow y'=3x^2+6x$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $x_0=1$ là $k=y'(1)=9$.

Với $x_0=1\Rightarrow y_0=2$

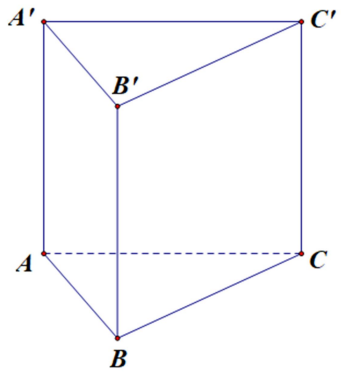
Phương trình tiếp tuyến của đường cong là: $y=9(x-1)+2\Rightarrow y=9x-7$.

Câu 17. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

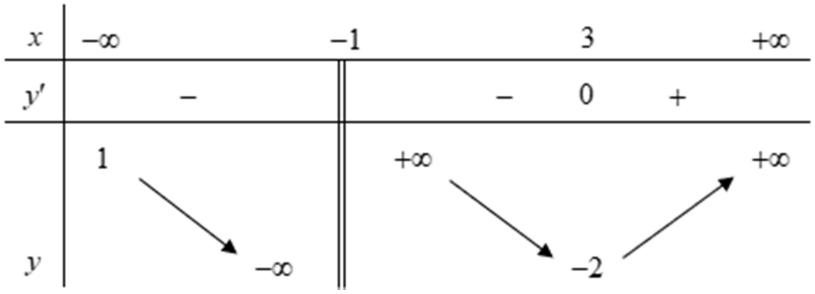


Xét khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Khi đó thể tích là

$V=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 18. Cho hàm $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có bảng biến thiên:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Chọn khẳng định đúng.

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 19. Cho $\log_2 6=a$. Khi đó $\log_3 18$ tính theo a là

A. $2a+3$. **B.** $\dfrac{1}{a+3}$. **C.** $\dfrac{2a-1}{a-1}$. **D.** $2-3a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2 6=a \Leftrightarrow \log_2(2.3)=a \Leftrightarrow 1+\log_2 3=a \Leftrightarrow \log_2 3=a-1$.

Khi đó $\log_3 18=\log_3\left(2.3^2\right)=\log_3 2+2=\dfrac{1}{a-1}+2=\dfrac{2a-1}{a-1}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+1$. Tìm khẳng định ***đúng***?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-2;0)$..

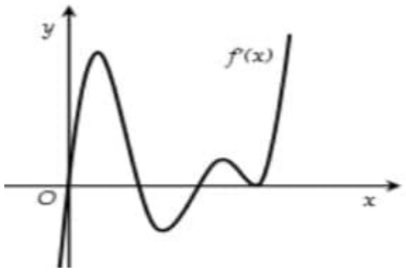
Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ có mấy điểm cực trị?

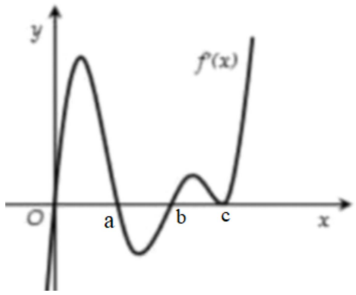


A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn D



Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên sau :

x	$-\infty$		0		a		b		c		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗		↗	

Vậy đồ thị hàm số có 3 cực trị.

Câu 22: Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$.

A. $V=12a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

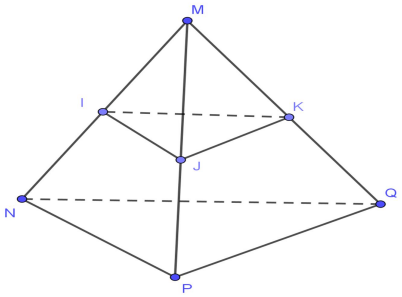
$V=\frac{1}{3}3a.(2a)^2=4a^3$.

Câu 23. Cho tứ diện $MNPQ$ gọi $I;J;K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN;MP;MQ$. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}=\frac{MI}{MN}.\frac{MJ}{MP}.\frac{MK}{MQ}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$.

Câu 24. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x)=(2x-3)^{\frac{1}{5}}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $D=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có $f(x)=(2x-3)^{\frac{1}{5}}$.

ĐK: $2x-3>0 \Leftrightarrow x>\frac{3}{2} \Rightarrow$ TXĐ: $D=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 25. Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.SA=\frac{a^3}{4}\Rightarrow SA=a\sqrt{3}.$

Câu 26. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x)=\log_6\left(2x-x^2\right)$ xác định?

A. $0<x<2$. **B.** $x>2$. **C.** $x<3$. **D.** $-1<x<1$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của $f(x)=\log_6\left(2x-x^2\right)$ là: $2x-x^2>0\Leftrightarrow 0<x<2.$

Câu 27. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ là

A. 210. **B.** 792. **C.** 820. **D.** 220.

Lời giải

Chọn B

Số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ là $T_6=C_{12}^5x^5=792$ nên chọn đáp án B

Câu 28. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Tìm số hạng u_{10}.

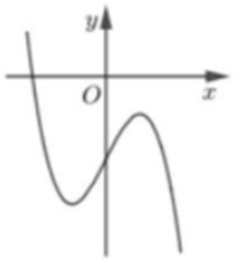
A. $u_{10}=28$. **B.** $u_{10}=29$. **C.** $u_{10}=-2.3^9$. **D.** $u_{10}=25$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_{10}=u_1+9d=-2+9.3=25$ nên chọn đáp án D.

Câu 29. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình bên dưới?



A. $y=-x^4+2x^2-2$. **B.** $y=-x^3+2x-2$. **C.** $y=x^4+2x^2-2$. **D.** $y=-x^3+2x+2$.

Lời giải

Chọn B

Đây không là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nên loại A, D.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên loại đáp án D.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

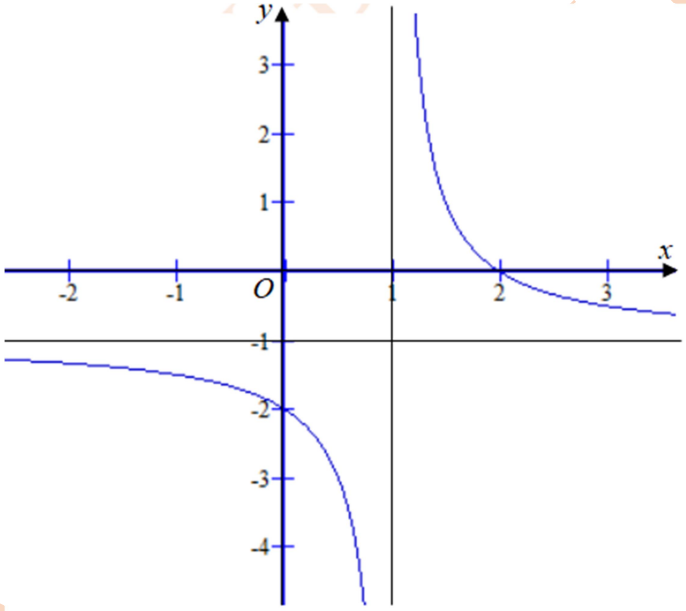
A. $\min\limits_{\mathbb{R}} y=0$. **B.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=1$. **C.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y=3$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=4$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\max\limits_{\mathbb{R}} y=4$.

Câu 31. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ với a, b, c thuộc $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị của $a+2b+3c$ bằng

A. 0. **B.** -8. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-1$, suy ra: $a=-1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$, suy ra: $c=-1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;-2)$, suy ra: $-2=\dfrac{b}{c}\Leftrightarrow -2=\dfrac{b}{-1}\Leftrightarrow b=2$.

Vậy $a+2b+3c=-1+4-3=0$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=m^2x^4-m(m+2)x^3+2(m+1)x^2-(m+2)x+m$.

Số các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $f'(x)\ge 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow m^2x^4-m(m+2)x^3+2(m+1)x^2-(m+2)x+m\ge 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

DIỄN ĐÀN TOÁN

$\Leftrightarrow (x-1)\left[x^3m^2-2mx^2+2x-m\right]\geq 0 \ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

Điều kiện cần là $x=1$ phải là nghiệm của phương trình $x^3m^2-2mx^2+2x-m=0$

Suy ra: $m^2-3m+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Với $m=1$, thay vào ta có: $f'(x)=x^4-3x^3+4x^2-3x+1=(x-1)^2\left(x^2-x+1\right)\geq 0 \forall x\in\mathbb{R}$ đúng.

Với $m=2$, thay vào ta có: $f'(x)=4x^4-8x^3+6x^2-4x+2=(x-1)^2\left(4x^2+2\right)\geq 0 \forall x\in\mathbb{R}$ đúng.

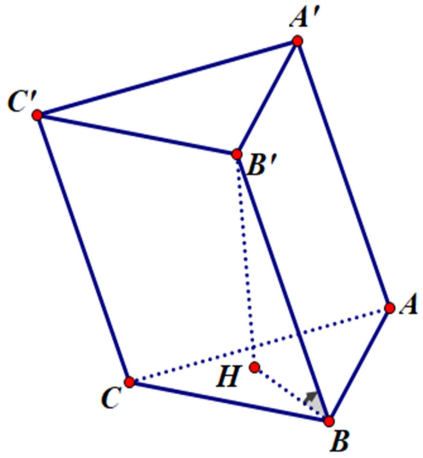
Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên bằng $2a$ và hợp với đáy một góc 60^0. Thể tích của khối trụ đã cho tính theo a bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{5a^3}{3}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Chọn C

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B' lên mp (ABC). Theo bài ta có $B'H=BB'.\sin 60^0=\sqrt{3}a$.

Diện tích tam giác đều ABC cạnh a là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vậy $V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\frac{3}{4}a^3$

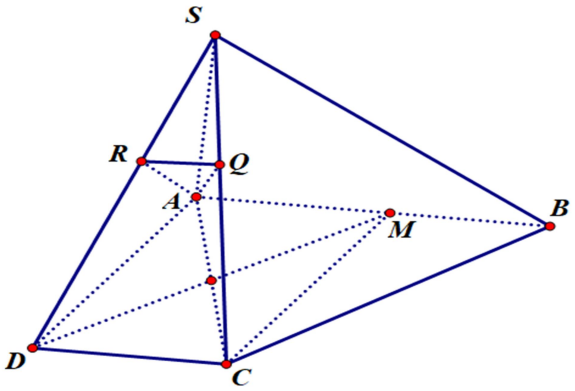
Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB=2a$. $AD=DC=a$; $SA=a\sqrt{2}$. $SA\perp(ABCD)$. Tính cosin của góc giữa mặt hai phẳng (SBC) và (SCD).

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

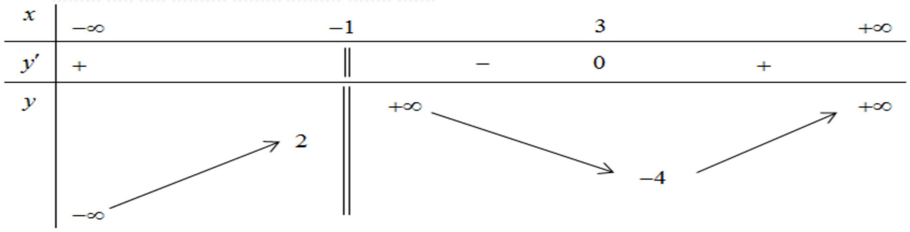
DIỄN ĐÀN TOÁN



Gọi M là trung điểm AB, Ta thấy ngay $AMCD$ là hình vuông. $MBCD$ là hình bình hành. Suy ra $BC//DM$ mà $DM \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp (SAC)$ dể chứng minh $DC \perp (SAD)$. Trong tam giác vuông SAD vuông tại A vẽ đường cao AR như hình ta có $AR \perp (SDC)$ và $AR = \dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}a$.

Trong tam giác vuông SAC vuông tại A vẽ đường cao AQ như hình ta có $AQ \perp (SBC)$ và $AQ = \dfrac{SA.AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = a$. Vậy góc giữa mặt hai phẳng (SBC) và (SCD) là góc giữa AR và AQ chính là góc $\widehat{RAQ} = \alpha$. Tam giác ARQ vuông tại R có $\cos a = \dfrac{AR}{AQ} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

Câu 35. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Tổng các giá trị nguyên của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt bằng:

A. 0. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điiểm phân biệt thì $-4 < m < 2$. Do đó các giá trị m nguyên thỏa mãn bài toán là -3 ; -2 ; -1 ; 0; 1.

Vậy tổng các giá trị nguyên của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt bằng: -5.

Câu 36. Cho $a > 0, b > 0$, nếu viết $\log_3 \left(\sqrt[5]{a^3 b}\right)^{\frac{2}{3}} = \dfrac{x}{5}\log_3 a + \dfrac{y}{15}\log_3 b$ thì $x + y$ bằng bao nhiêu ?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3 \left(\sqrt[5]{a^3 b}\right)^{\frac{2}{3}} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{5}\log_3 \left(a^3 b\right)$

$= \dfrac{2}{15}\left(\log_3 a^3 + \log_3 b\right)$

$= \dfrac{2}{15}.3.\log_3 a + \dfrac{2}{15}\log_3 b$

DIỄN ĐÀN VIETTOÁN

$= \frac{2}{5}\log_3 a + \frac{2}{15}\log_3 b$.

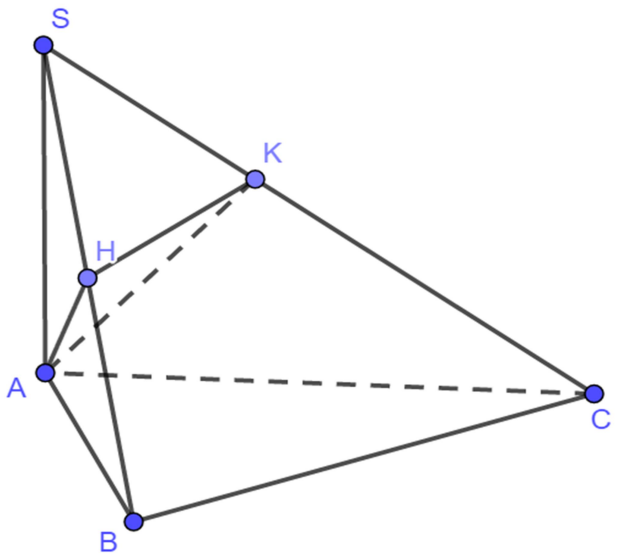
Vậy $x = 2, y = 2 \Rightarrow x + y = 4$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 4$, $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2$. H, K lần lượt thuộc SB, SC sao cho $HS = HB$; $KC = 2KS$. Thể tích khối chóp $A.BHKC$.

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{10}{9}$. **C.** $\frac{20}{9}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.4.\frac{1}{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2} = \frac{4}{3}$.

$\frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SH}{SB}.\frac{SK}{SC} = 1.\frac{1}{2}.\frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{1}{6}V_{S.ABC}$.

$V_{A.BHKC} = V_{S.ABC} - V_{S.AHK} = \frac{5}{6}.V_{S.ABC}$

$= \frac{5}{6}.\frac{4}{3} = \frac{10}{9}$.

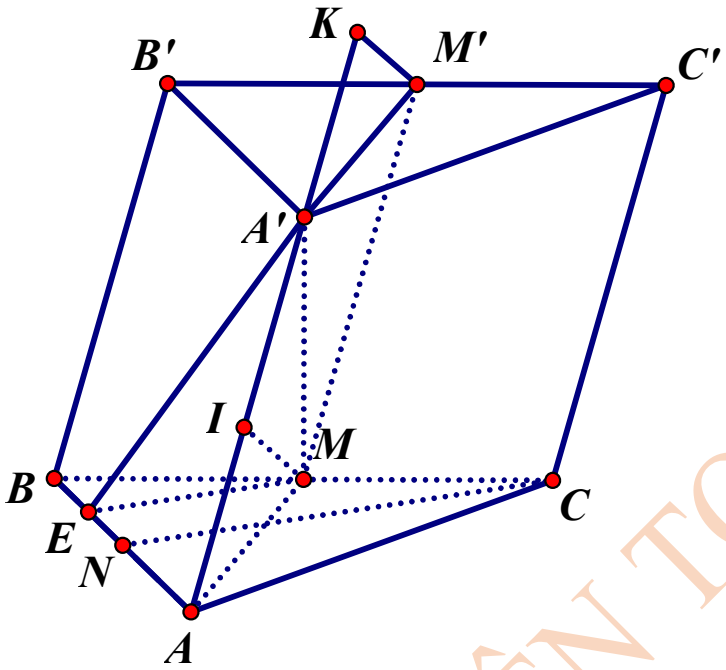
Vậy thể tích khối chóp $A.BHKC$ là $\frac{10}{9}$.

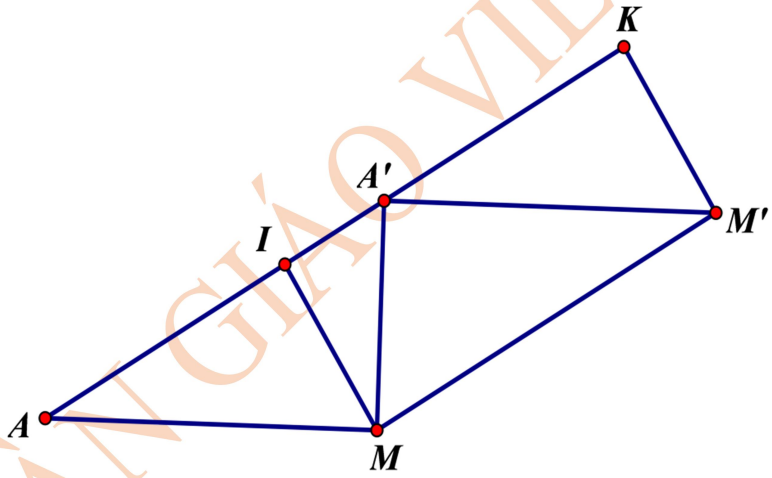
Câu 38. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm BC. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng 60^0.

A. $d = \frac{3a}{4}$. **B.** $d = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$. **C.** $d = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B





Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

Gọi N, E lần lượt là trung điểm của AB, BN.

Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC).

Vì $CN \perp AB$ và $ME // CN$ nên $ME \perp AB \ (1)$

Mặt khác $A'M \perp (ABC) \Rightarrow A'M \perp AB \ (2)$

Từ (1) và (2) ta có $AB \perp (A'EM) \Rightarrow \widehat{((ABB'A');(ABC))} = \widehat{A'EM} = 60^0$.

$CN = AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; ME = \dfrac{1}{2}CN = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}.$

Trong tam giác vuông $A'EM$ có $A'M = ME.\tan 60^0 = \dfrac{3a}{4}.$

Có $A'M' \perp B'C' \ (3)$

$A'M \perp (ABC) \Rightarrow A'M \perp (A'B'C') \Rightarrow A'M \perp B'C' \ (4)$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Từ (3) và (4) suy ra $B'C' \perp (AMM'A')$.

Trong mặt phẳng $(AMM'A')$ từ M' kẻ $M'K \perp AA' \Rightarrow M'K$ chính là đoạn vuông góc chung giữa AA' và $B'C'$.

Trong mặt phẳng $(AMM'A')$ từ M kẻ $MI \perp AA' \Rightarrow MI = M'K$.

Trong tam giác $A'MA$ vuông tại M có $\dfrac{1}{MI^2} = \dfrac{1}{AM^2} + \dfrac{1}{MA'^2} = \dfrac{28}{9a^2} \Rightarrow MI = \dfrac{3a\sqrt{7}}{14}$.

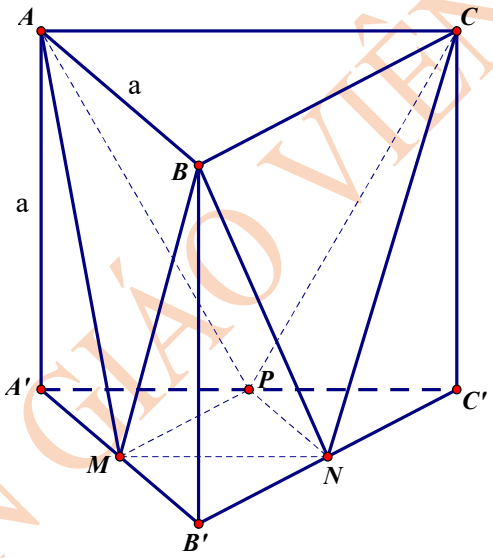
Vậy $d = \dfrac{3a\sqrt{7}}{14}$.

Câu 39. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm $A'B'$; $B'C'$ và $C'A'$. Tính thể tích của khối đa diện lồi $ABC.MNP$?

A. $\dfrac{3a^3}{5}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V_{A.A'PM} = V_{B.B'MN} = V_{C.C'NP}$.

$V_{ABC.MNP} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'PM} - V_{B.B'MN} - V_{C.C'NP} = V_{ABC.A'B'C'} - 3V_{A.A'PM}$

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.h = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

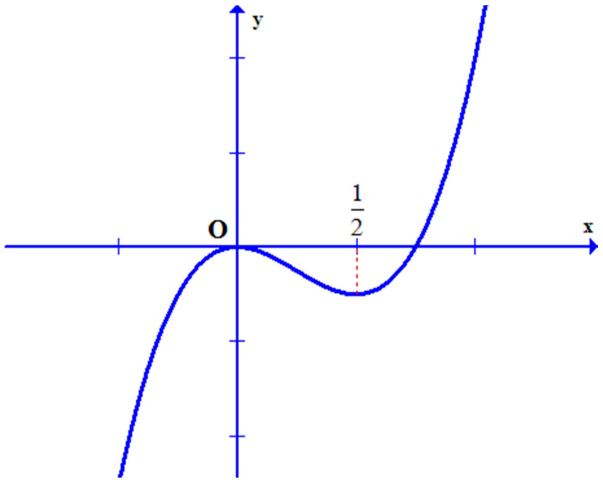
$S_{\Delta APM} = \dfrac{1}{4}S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{16}$

$V_{A.A'PM} = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta A'PM}.h = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{16}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$

$V_{ABC.MNP} = V_{ABC.A'B'C'} - 3.V_{A.A'PM} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4} - 3.\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48} = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Hàm số $f(\sin x)$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$. **B.** $\left(0;\frac{\pi}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có:

$$f'(x)<0\Leftrightarrow 0<x<\frac{1}{2};\qquad f'(x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>\frac{1}{2}\\x<0\end{array}\right.$$

Đặt $g(x)=f(\sin x)\Rightarrow g'(x)=\cos x.f'(\sin x)$. Ta chỉ xét trên khoảng $(0;\pi)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\cos x.f'(\sin x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\f'(\sin x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\\sin x=0\\\sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}\\x=\frac{\pi}{6}\\x=\frac{5\pi}{6}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{6}$		π
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Câu 41. Lập các số tự nhiên có 7 chữ số từ các chữ số 1, 2, 3, 4. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn: các chữ số 1, 2, 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt một lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái sang phải).

A. $\frac{9}{8192}$. **B.** $\frac{9}{4096}$. **C.** $\frac{3}{4096}$. **D.** $y=\frac{3}{2048}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số có 7 chữ số được tạo từ các chữ số 1, 2, 3 ,4 là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=4.4.4.4.4.4.4=2^{14}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Gọi A là biến cố: "Số lập được có 7 chữ số thỏa mãn: các chữ số 1, 2, 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt một lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái sang phải)".
Giả sử số có 7 chữ số thỏa mãn bài toán được đặt vào các vị trí từ trái sang phải được đánh số vị trí như hình vẽ:

1	2	3	4	5	6	7

Bước 1. Xếp các số lẻ vào các vị trí lẻ:
Các vị trí 1, 3, 5, 7 gồm các chữ số lẻ: 1, 3 (mỗi chữ số ở hai trong 4 vị trí lẻ).
Xét chữ số 1 được đặt vào 2 trong 4 vị trí lẻ có cách C_4^2 xếp, hai chữ số 3 xếp vào hai vị trí lẻ còn lại có 1 cách xếp.
Bước 2: Xếp các số chữ số chẵn vào các vị trí chẵn:
Các vị trí chẵn 2, 4, 6 xếp vào đó hai chữ số 2 và một chữ số 4.
Xếp hai chữ số 2 vào 2 trong 3 vị trí chẵn có C_3^2 cách xếp, còn lại 1 vị trí chẵn xếp cho chữ số 4 có 1 cách xếp.
Do đó số phần tử của biến cố A là: $n(A)=C_4^2.C_3^2=18.$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{18}{2^{14}}=\frac{9}{8192}.$$

Câu 42. Biết điểm $M(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+a^2$. Tính $f(3)$.

A. $f(3)=17$. **B.** $f(3)=34$. **C.** $f(3)=49$. **D.** $f(3)=13$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b$

Điều kiện cần để điểm $M(0;4)$ là điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là:

$$\begin{cases} f'(0)=0 \\ f(0)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ a^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-2 \\ b=0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Điều kiện đủ.

Trường hợp 1: $\begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}$ ta có $f(x)=x^3+2x^2+4$

$$f'(x)=3x^2+4x,\ f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\frac{4}{3} \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		$-\frac{4}{3}$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Nên $M(0;4)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (loại).

Trường hợp 2: $\begin{cases} a=-2 \\ b=0 \end{cases}$ ta có $f(x)=x^3-2x^2+4$

$$f'(x)=3x^2-4x,\ f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{4}{3} \end{array}\right.$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		0		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Nên $M(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Vậy $f(x)=x^3-2x^2+4\Rightarrow f(3)=13.$

Câu 43. Cho hàm số $f(a)=\dfrac{a^{\frac{-1}{3}}\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{a^4}\right)}{a^{\frac{1}{8}}\left(\sqrt[8]{a^3}-\sqrt[8]{a^{-1}}\right)}$ với $a>0, a\neq 1$. Tính giá trị $M=f\left(2021^{2020}\right)$.

A. $M=1-2021^{2020}$. **B.** $M=2021^{1010}-1$. **C.** $M=2021^{2020}-1$. **D.** $M=-2021^{1010}-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(a)=\dfrac{a^{\frac{-1}{3}}\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{a^4}\right)}{a^{\frac{1}{8}}\left(\sqrt[8]{a^3}-\sqrt[8]{a^{-1}}\right)}=\dfrac{a^{\frac{-1}{3}}\left(a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{4}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{8}}\left(a^{\frac{3}{8}}-a^{\frac{-1}{8}}\right)}=\dfrac{a^{\frac{-1}{3}}a^{\frac{1}{3}}(1-a)}{a^{\frac{1}{8}}a^{\frac{-1}{8}}\left(a^{\frac{1}{2}}-1\right)}=\dfrac{(1-a)}{\sqrt{a}-1}=-\sqrt{a}-1.$

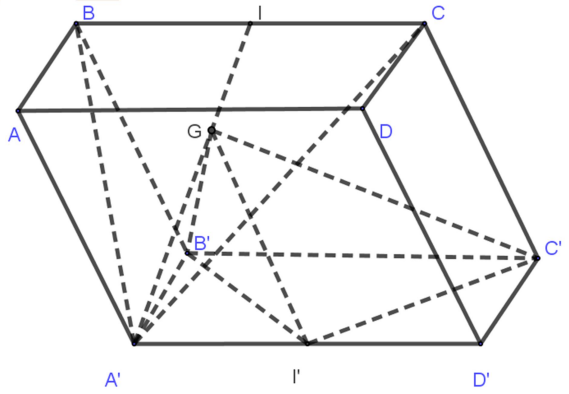
$\Rightarrow f\left(2021^{2020}\right)=-\left(2021^{2020}\right)^{\frac{1}{2}}-1=-2021^{1010}-1$.

Câu 44. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$ và I' là trung điểm của cạnh $A'D'$. Thể tích khối tứ diện $GB'C'I'$ bằng :

A. $\dfrac{V}{6}$. **B.** $\dfrac{2V}{5}$. **C.** $\dfrac{V}{9}$. **D.** $\dfrac{V}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm đoạn BC .

Ta có $S_{\Delta B'C'I'}=S_{\Delta A'B'C'}=\dfrac{1}{2}S_{A'B'C'D'}=\dfrac{1}{2}B.$

$$\frac{d\left(G;\left(A'B'C'D'\right)\right)}{d\left(I;\left(A'B'C'D'\right)\right)}=\frac{GA'}{IA'}=\frac{2}{3}\Rightarrow d\left(G;\left(A'B'C'D'\right)\right)=\frac{2}{3}d\left(I;\left(A'B'C'D'\right)\right)=\frac{2}{3}h\ .$$

$$\Rightarrow V_{GB'C'I'}=\frac{1}{3}d\left(G;\left(A'B'C'D'\right)\right).S_{\Delta B'C'I'}=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}h.\frac{1}{2}B=\frac{1}{9}B.h\ .$$

Vậy $V_{GB'C'I'}=\dfrac{1}{9}V$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 45. Tìm tất cả các tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m>4$. **B.** $3<m<4$. **C.** $m\ge 4$. **D.** $3\le m\le 4$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}x\ge 1\\ x^2-4x+m\ge 0\end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-4x+m=0$ phải có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Ta có: $x^2-4x+m=0\Leftrightarrow (x-2)^2=4-m\Leftrightarrow \begin{cases}m<4\\ x=2\pm\sqrt{4-m}\end{cases}$

Để thỏa mãn yêu cầu đề ra thì $2-\sqrt{4-m}>1\Leftrightarrow 1>\sqrt{4-m}\Leftrightarrow 1>4-m\Leftrightarrow m>3$.

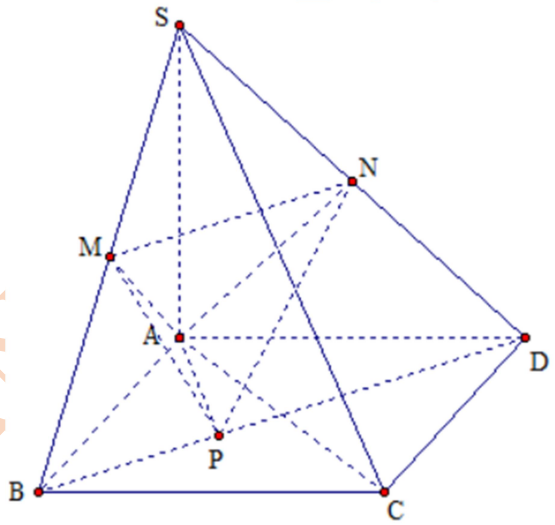
Vậy $3<m<4$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB=1$, $AD=2$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=2$. Gọi M,N,P lần lượt là chân đường cao hạ từ A lên các cạnh SB, SD, DB. Thể tích khối chóp $AMNP$ bằng

A. $\dfrac{8}{75}$. **B.** $\dfrac{4}{45}$. **C.** $\dfrac{9}{16}$. **D.** $\dfrac{4}{25}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V_{S.ABD}=\dfrac{1}{6}AS.AB.AD=\dfrac{1}{6}\times 2\times 2\times 1=\dfrac{2}{3}$.

+) $\dfrac{BP}{BD}=\dfrac{AB^2}{BD^2}=\dfrac{AB^2}{AB^2+AD^2}=\dfrac{1}{5}\Rightarrow BP=\dfrac{1}{5}BD$, suy ra:

$S_{\Delta ABP}=\dfrac{1}{5}S_{\Delta ABD}=\dfrac{1}{5}\times\dfrac{1}{2}.AB.AD=\dfrac{1}{5}$; $S_{\Delta APD}=\dfrac{4}{5}S_{\Delta ABD}=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{2}.AB.AD=\dfrac{4}{5}$.

Tam giác SAD vuông cân tại A nên $\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow d\left(N;(ABCD)\right)=\dfrac{1}{2}SA=1$.

+) $\dfrac{BM}{BS}=\dfrac{BA^2}{BS^2}=\dfrac{BA^2}{SA^2+AB^2}=\dfrac{1}{5}\Rightarrow d\left(M;(ABCD)\right)=\dfrac{1}{5}SA=\dfrac{2}{5}$.

Suy ra: $V_{M.ABP}=\dfrac{1}{3}d\left(M;(ABCD)\right).S_{\Delta ABP}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{5}.\dfrac{1}{5}=\dfrac{2}{75}$.

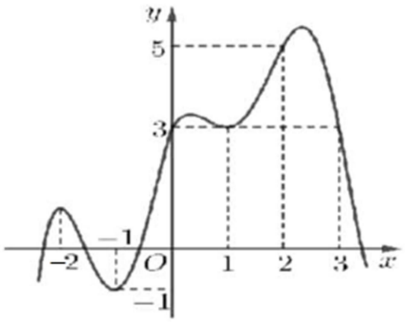
$V_{N.APD}=\dfrac{1}{3}d\left(N;(ABCD)\right).S_{\Delta ADP}=\dfrac{1}{3}.1.\dfrac{4}{5}=\dfrac{4}{15}$.

DIỄN ĐÀN TOÁN

$$V_{S.AMN}=\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}.V_{S.ABD}=\frac{4}{5}.\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{4}{15}.$$

Vậy $V_{A.MNP}=V_{S.ABD}-V_{M.ABP}-V_{N.APD}-V_{S.AMN}=\frac{2}{3}-\frac{2}{75}-\frac{4}{15}-\frac{4}{15}=\frac{8}{75}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f\left(\sqrt{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x+\frac{1}{2}\right)=f(m)$ có nghiệm.

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x+\frac{1}{2}$, ta có:

$$t-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\sin x+\frac{1}{3}\cos x\right)=\frac{3}{2}(\sin x\cos\alpha+\cos x\sin\alpha)\ (\text{Với } \cos\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3})$$

$$\Leftrightarrow t-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\sin(x+\alpha).$$

Suy ra: $-\frac{3}{2}\le t-\frac{1}{2}\le\frac{3}{2}\Leftrightarrow -1\le t\le 2$.

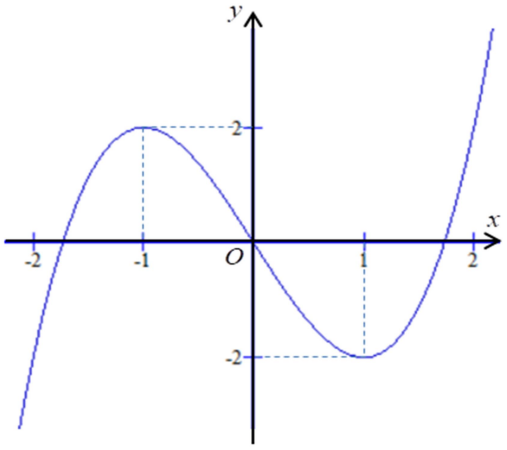
Từ đồ thị hàm số suy ra: $t\in[-1;2]\Leftrightarrow -1\le f(t)\le 5$.

Vậy để phương trình $f\left(\sqrt{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x+\frac{1}{2}\right)=f(m)$ có nghiệm thì

$$-1\le f(m)\le 5$$

Từ đồ thị suy ra: $m\in\{-2;-1;0;1;2;3\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên của m.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



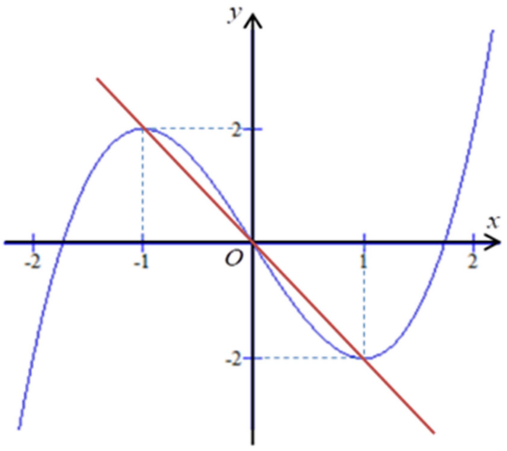
Bất phương trình $f(x)+x^2+3<m$ nghiệm đúng $\forall x\in(-1;1)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(1)+3$. **B.** $m\ge f(0)+3$. **C.** $m\ge f(1)+3$. **D.** $m>f(0)+3$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn D



Đặt $h(x)=f(x)+x^2+3$.

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng $\forall x\in(-1;1)$ khi và chỉ khi $m>\max\limits_{(-1;1)}h(x)$.

Ta có: $h'(x)=f'(x)+2x$, $h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

+) $h'(x)>0\Leftrightarrow f'(x)+2x>0\Leftrightarrow f'(x)>-2x$

+) $h'(x)<0\Leftrightarrow f'(x)+2x<0\Leftrightarrow f'(x)<-2x$

Ta có bảng biến thiên

x	-1		0		1
$h'(x)$		$+$	0	$-$	
$h(x)$		↗	$h(0)$	↘	

Từ bảng biến thiên suy ra: $\max\limits_{(-1;1)}h(x)=h(0)=f(0)+3$.

Vậy $m>f(0)+3$.

Câu 49. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$

A. $P=8$. **B.** $P=4$. **C.** $P=10$. **D.** $P=6$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x\le1$

Ta có: $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$

$\Leftrightarrow2(y-1)^3+y-1=2\left(\sqrt{1-x}\right)^3+\sqrt{1-x}\quad(*)$

Xét hàm số $f(t)=2t^3+t$, ta có: $f'(t)=6t^2+1>0\ \forall t\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến.

$(*)\Leftrightarrow f(y-1)=f\left(\sqrt{1-x}\right)\Leftrightarrow y-1=\sqrt{1-x}\Leftrightarrow\begin{cases}y\ge1\\x=1-(y-1)^2\end{cases}$

Khi đó $P=x+2y=1-(y-1)^2+2y=4-(y-2)^2\le4$.

Vậy $P_{\max}=4\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}$.

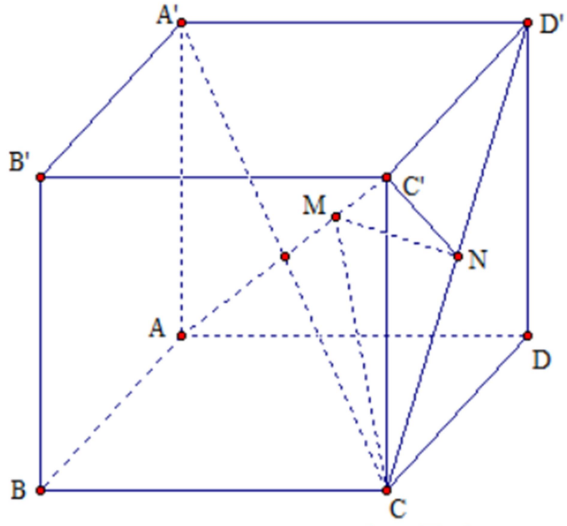
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 50. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 2. Điểm M, N lần lượt nằm trên đoạn thẳng AC' và CD' sao cho $\frac{C'M}{C'A}=\frac{D'N}{2D'C}=\frac{1}{4}$. Tính thể tích tứ diện $CC'NM$.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\frac{C'M}{C'A}=\frac{1}{4}\Rightarrow d\left(M;\left(CC'D'D\right)\right)=\frac{1}{4}d\left(A;\left(CC'D'D\right)\right)=\frac{1}{4}.2=\frac{1}{2}$.

$\frac{D'N}{2D'C}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\frac{D'N}{D'C}=\frac{1}{2}$ nên N là trung điểm của CD', suy ra: $S_{CC'N}=\frac{1}{4}S_{CC'D'D}=\frac{1}{4}\times2\times2=1$.

Vậy $V_{CC'NM}=\frac{1}{3}d\left(M;\left(CC'D'D\right)\right).S_{CC'N}=\frac{1}{6}$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH

TRƯỜNG THPT TIÊN DU 1

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào có tập nghiệm là: $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

A. $\sin x=1$. **B.** $\cos x=0$. **C.** $\sin x=0$. **D.** $\cos x=1$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+4}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh a, khi cạnh đáy của hình chóp giảm đi 3 lần và vẫn giữ nguyên chiều cao thì thể tích của khối chóp giảm đi mấy lần?

A. 6. **B.** 9. **C.** 27. **D.** 3.

Câu 4. Chọn kết quả **sai** trong các kết quả dưới đây:

A. $\lim\limits_{x\to x_0} x=x_0$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty} x^5=-\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x^2}=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to1^+} c=c$.

Câu 5. Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số $y=x^2+1$.

A. $y'=2x$. **B.** $y'=2x+1$. **C.** $y'=3x$. **D.** $y'=2x^2$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin x+\cot x$.

A. $y'=-\cos x+\frac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $y=\cos x+\frac{1}{\sin^2 x}$.

C. $y=-\cos x-\frac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $y=\cos x-\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 8. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B, chiều cao bằng h là

A. $V=\frac{1}{2}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Câu 9. Cho khối lăng trụ có thể tích là V, diện tích đáy là B, chiều cao là h. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $V=\sqrt{Bh}$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=3Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 10. Xét phép thử T: "Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất" và biến cố A liên quan đến phép thử: "Mặt lẻ chấm xuất hiện". Chọn khẳng định **sai** trong những khẳng định dưới đây?

A. $P(A)=\frac{1}{2}$. **B.** $P(A)=3$. **C.** $n(\Omega)=6$. **D.** $n(A)=3$.

Câu 11. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3-3x^2+10^{2020}$ trên đoạn $[-1;1]$ là

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 13. Hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ có giá trị cực tiểu là

A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 14. Cho khối chóp có thể tích là V, khi diện tích của đa giác đáy giảm đi ba lần thì thể tích của khối chóp là bao nhiêu .

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{9}$. **C.** $\frac{V}{27}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 16. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{3x-1}{x+1}$. **B.** $y=x+\frac{1}{x}$. **C.** $y=x^3-x^2+x-1$. **D.** $y=x^3-3x$.

Câu 17. Một lớp học có 40 học sinh, chọn 2 bạn tham gia đội " Thanh niên tình nguyện" của trường, biết rằng bạn nào trong lớp cũng có khả năng để tham gia đội này. Số cách chọn là

A. 40. **B.** P_2. **C.** A_{40}^2. **D.** C_{40}^2.

Câu 18. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

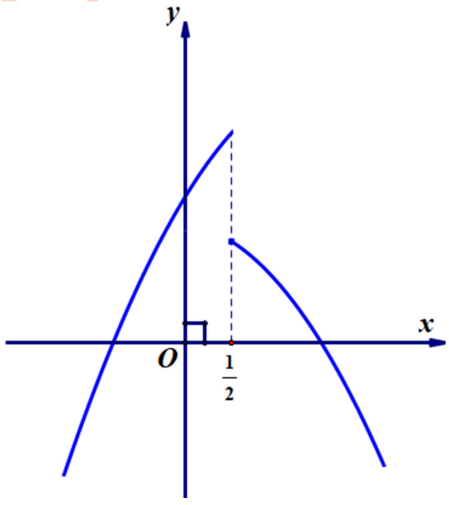
A. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

B. Hai khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

C. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

D. Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Khi đó

A. Hàm số không liên tục tại $x=0$.

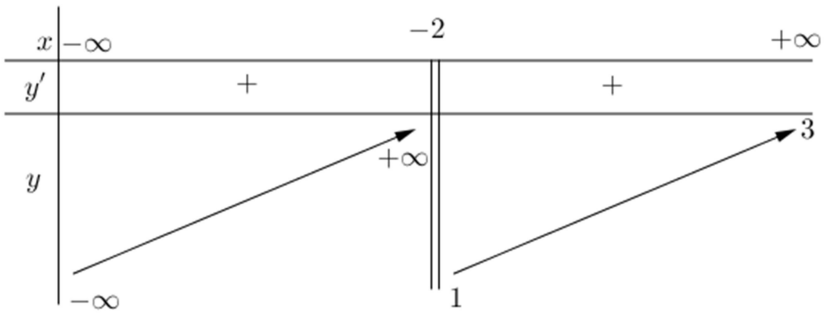
B. Hàm số liên trụ trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số liên trụ trên $(0;3)$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x=\frac{1}{2}$

Câu 20. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình bên dưới

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là

A. $y=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

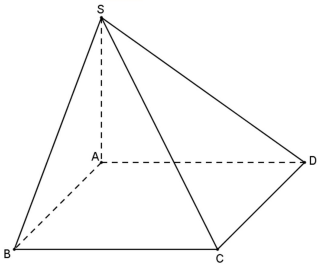
Câu 21. Số hạng chứa $x^{15}y^9$ trong khai triển nhị thức $\left(xy-x^2\right)^{12}$ là

A. $C_{12}^3x^{15}y^9$. **B.** $-C_{12}^3$. **C.** $C_{12}^9x^{15}y^9$. **D.** $-C_{12}^3x^{15}y^9$.

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a, AC=a\sqrt{3}, SB=a\sqrt{5}, SA\perp(ABC)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{6}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $3\sqrt{2}a^3$.

Câu 24. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(m+3)x^2+m^2x+1$. Có bao nhiêu số thực m để hàm số đạt cực trị tại $x=1$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 25. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-8}{2x-m}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m<-4$. **B.** $m<8$. **C.** $-4<m<4$. **D.** $m<4$.

Câu 26. Một vật có phương trình chuyển động $S(t)=4,9t^2$; trong đó t tính bằng giây (s), $S(t)$ tính bằng mét (m). Vận tốc của vật tại thời điểm $t=6s$ bằng

A. $10,6m/s$. **B.** $58,8m/s$. **C.** $29,4m/s$. **D.** $176,4m/s$.

Câu 27. Cho hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2, chiều cao của hình chóp bằng 4. Tính thể tích của khối chóp?

A. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 4.

DIỄN ĐÀN CỘNG VIỆN TOÁN

Câu 28. Cho tứ giác $ABCD$, biết số đo của 4 góc của tứ giác lập thành cấp số cộng và có góc có số đo bằng 30^0, góc có số đo lớn nhất trong 4 góc của tứ giác này là

A. 150^0. **B.** 120^0. **C.** 135^0. **D.** 160^0.

Câu 29. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 30. Tính thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 2.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=\left|x+\sqrt{16-x^2}\right|+a$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là m, M. Biết $m+M=a^2$. Tìm tích P tất cả các giá trị a thỏa mãn đề bài.

A. $P=-4$. **B.** $P=-8$. **C.** $P=-4\sqrt{2}$. **D.** $P=-4\sqrt{2}-4$.

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA=AB=a$. Góc giữa SA và CD là

A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Câu 33. Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x^2-2}{x-2}$

A. $I=0$. **B.** $I=-\infty$. **C.** I không xác định. **D.** $I=+\infty$.

Câu 34. Cho hàm số $y=-x^4+\left(m^2-m\right)x^2$. Tìm m để hàm số đó có đúng một cực trị.

A. $m\in(-\infty;0]\cup[1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

C. $m\in[0;1]$. **D.** $m\in(0;1)$.

Câu 35. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x}$ có mấy đường tiệm cận ?

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi $M;N$ lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết góc giữa MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và DM là:

A. $a\sqrt{\frac{15}{17}}$. **B.** $a\sqrt{\frac{15}{62}}$. **C.** $a\sqrt{\frac{30}{31}}$. **D.** $a\sqrt{\frac{15}{68}}$.

Câu 37. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^n$, $n\in\mathbb{N}^*$ biết

$C_n^1-2.2.C_n^2+3.2^2.C_n^3-4.2^3.C_n^4+5.2^4.C_n^5+\ldots+(-1)^{n-1}.n.2^{n-1}.C_n^n=-2022$

A. $-C_{2021}^{1009}.2^{1009}$. **B.** $-C_{2018}^{1009}.2^{1009}$. **C.** $C_{2020}^{1010}.2^{1010}$. **D.** $-C_{2022}^{1011}.2^{1011}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB=a\sqrt{2}$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$, góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=\left|3x^3-9x^2+12x+m+2\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-20;30]$ sao cho với mọi số thực a, b, $c\in[1;3]$ thì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác.

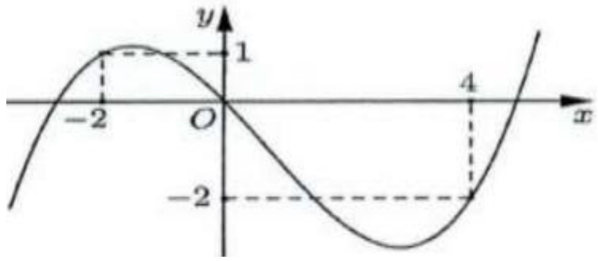
A. 16. **B.** 38. **C.** 8. **D.** 14.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=AC=5a$, $BC=6a$. Các mặt bên tạo với đáy góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $6a^3\sqrt{3}$. **B.** $12a^3\sqrt{3}$. **C.** $18a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

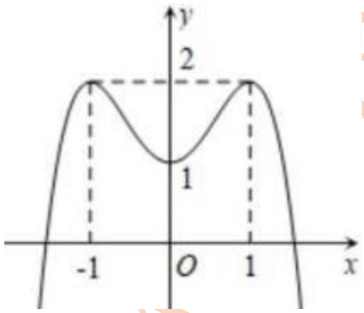
Câu 41. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có có đồ thị như hình bên dưới



Hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(-2;-1)$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và biết $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số điểm cực tiểu của hàm số $h(x)=f(x)-\frac{3}{2}x$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 43. Cho biết đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2-2m^2+m^4$ có 3 điểm cực trị A, B, C cùng với điểm $D(0;-3)$ là 4 đỉnh của một hình thoi. Gọi S là tổng các giá trị của m thỏa mãn đề bài thì S thuộc khoảng nào sau đây?

A. $S\in(2;4)$. **B.** $S\in\left(\frac{9}{2};6\right)$. **C.** $S\in\left(1;\frac{5}{2}\right)$. **D.** $S\in\left(0;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 44. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=\sqrt{3}$, $AD=\sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy góc $45°$ và $60°$, biết cạnh bên bằng 1. Tính thể tích khối hộp?

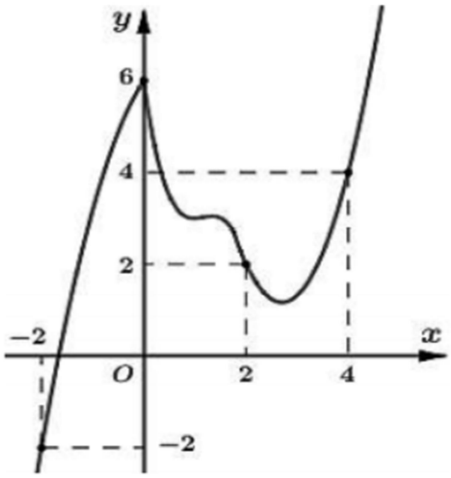
A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** 3.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-2x+4}-\frac{1}{2}x+2020$ và $h(x)=f(3\sin x)$.Số nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{6};6\pi\right]$ của phương trình $h'(x)=0$ là

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 18.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.

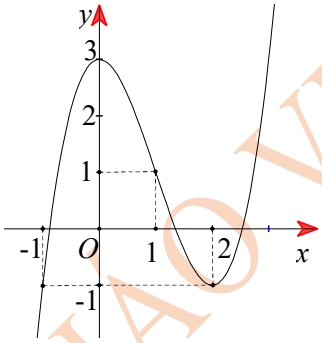
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Hàm số $g(x)=f(3-4x)-8x^2+12x+2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{4};\frac{5}{4}\right)$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Trong đoạn $[-20,20]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left|10f(x-m)-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m\right|$ có 3 điểm cực trị?

A. 40. **B.** 34. **C.** 36. **D.** 32.

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm AD và N trên cạnh BC sao cho $BN=2NC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và CD là

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{9}$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA=x$ và tất các các cạnh còn lại bằng 1. Khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất thì x nhận giá trị nào sau đây?

A. $x=\frac{\sqrt{35}}{7}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{9}{4}$. **D.** $x=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 50. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{42}$. **B.** $\frac{11}{630}$. **C.** $\frac{1}{126}$. **D.** $\frac{1}{105}$.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	B	C	D	A	D	C	B	B	A	C	B	A	A	C	D	A	D	C	D	A	A	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	A	C	D	C	A	B	C	B	C	D	B	C	A	B	D	A	D	A	D	C	B	D	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào có tập nghiệm là: $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

A. $\sin x=1$. **B.** $\cos x=0$. **C.** $\sin x=0$. **D.** $\cos x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

$\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

$\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

$\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+4}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung: Cho $x=0\Rightarrow y=\frac{0-2}{0+4}=\frac{-1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+4}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{-1}{2}$.

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh a, khi cạnh đáy của hình chóp giảm đi 3 lần và vẫn giữ nguyên chiều cao thì thể tích của khối chóp giảm đi mấy lần?

A. 6. **B.** 9. **C.** 27. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp ban đầu $V=\frac{1}{3}a^2h$.

Sau khi cạnh đáy giảm đi 3 lần thì thể tích là $V'=\frac{1}{3}\left(\frac{a}{3}\right)^2.h$.

Khi đó: $\frac{V'}{V}=\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{a}{3}\right)^2.h}{\frac{1}{3}a^2h}=\frac{1}{9}\Leftrightarrow V'=\frac{1}{9}V$.

Vậy thể tích giảm đi 9 lần.

Câu 4. Chọn kết quả **sai** trong các kết quả dưới đây:

A. $\lim\limits_{x\to x_0}x=x_0$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty}x^5=-\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x^2}=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to1^+}c=c$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn C

Phương án C **sai** vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x^2}=0$.

Câu 5. Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=[0;2]$.

Ta có $y'=\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}},\ \forall x\in(0;2)$.

$y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên

x	0		1		2
y'	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$
y	0	↗	1	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số $y=x^2+1$.

A. $y'=2x$. **B.** $y'=2x+1$. **C.** $y'=3x$. **D.** $y'=2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(x^2+1\right)'=\left(x^2\right)'+(1)'=2x$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin x+\cot x$.

A. $y'=-\cos x+\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $y=\cos x+\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

C. $y=-\cos x-\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $y=\cos x-\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\left(\sin x+\cot x\right)'=\cos x-\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 8. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B, chiều cao bằng h là

A. $V=\dfrac{1}{2}Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{6}Bh$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B, chiều cao bằng h là: $V=\dfrac{1}{3}Bh$.

Câu 9. Cho khối lăng trụ có thể tích là V, diện tích đáy là B, chiều cao là h. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $V=\sqrt{Bh}$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=3Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B

Câu 10. Xét phép thử T: "Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất" và biến cố A liên quan đến phép thử: "Mặt lẻ chấm xuất hiện". Chọn khẳng định **sai** trong những khẳng định dưới đây?

A. $P(A)=\dfrac{1}{2}$. **B.** $P(A)=3$. **C.** $n(\Omega)=6$. **D.** $n(A)=3$.

Lời giải

Chọn B

$\left.\begin{array}{l} n(\Omega)=6 \\ n(A)=3 \end{array}\right\} \Rightarrow P(A)=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

Câu 11. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Đặt $y=f(x)=x^3-3x^2$.

$f'(x)=3x^2-6x$.

Cho $f'(x)=0$ ta được:

$3x^2-6x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa trên bảng xét dấu ta được kết quả hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3-3x^2+10^{2020}$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. $-5+10^{2020}$. **B.** $-1+10^{2020}$. **C.** 10^{2020}. **D.** $1+10^{2020}$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Đặt $y=f(x)=2x^3-3x^2+10^{2020}$.

$f'(x)=6x^2-6x$.

Cho $f'(x)=0$ ta được:

$6x^2-6x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;1] \\ x=1\in[-1;1] \end{array}\right.$

Ta có: $f(-1)=-5+10^{2020}$; $f(1)=-1+10^{2020}$; $f(0)=10^{2020}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3-3x^2+10^{2020}$ trên đoạn $[-1;1]$ là $f(0)=10^{2020}$.

Câu 13. Hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ có giá trị cực tiểu là

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=-x^4+2x^2+3\Rightarrow y'=-4x^3+4x=-4x\left(x^2-1\right)$.

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	3	↗	4	↘	$-\infty$

Từ BBT ta có $y_{CT}=3$.

Câu 14. Cho khối chóp có thể tích là V, khi diện tích của đa giác đáy giảm đi ba lần thì thể tích của khối chóp là bao nhiêu.

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{9}$. **C.** $\frac{V}{27}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}Bh$.

Khi diện tích của đa giác đáy giảm đi ba lần thì thể tích của khối chóp là

$V'=\frac{1}{3}\frac{B}{3}h=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}Bh=\frac{V}{3}$.

Câu 15. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, đạt cực đại tại $x=1$.

$x=-1$ không là điểm cực trị của hàm số vì đạo hàm không đổi dấu khi đi qua $x=-1$.

Câu 16. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{3x-1}{x+1}$. **B.** $y=x+\frac{1}{x}$. **C.** $y=x^3-x^2+x-1$. **D.** $y=x^3-3x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\frac{3x-1}{x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Hàm số $y=x+\dfrac{1}{x}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3-x^2+x-1$ có $y'=3x^2-2x+1=3\left(x^2-2\cdot\dfrac{1}{3}\cdot x+\dfrac{1}{9}\right)+\dfrac{2}{3}=3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2+\dfrac{2}{3}>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Vậy hàm số $y=x^3-x^2+x-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3-3x$ có $y'=3x^2-3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra, hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 17. Một lớp học có 40 học sinh, chọn 2 bạn tham gia đội " Thanh niên tình nguyện" của trường, biết rằng bạn nào trong lớp cũng có khả năng để tham gia đội này. Số cách chọn là

A. 40. **B.** P_2. **C.** A_{40}^2. **D.** C_{40}^2.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 2 trong 40 học sinh là C_{40}^2.

Câu 18. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

B. Hai khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

C. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

D. Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Lời giải

Chọn A

Gọi a, b, c là độ dài, rộng, cao của khối hộp chữ nhật. $S_{tp}=2(ab+ac+bc)$.

Thể tích khối hộp: $V=abc$.

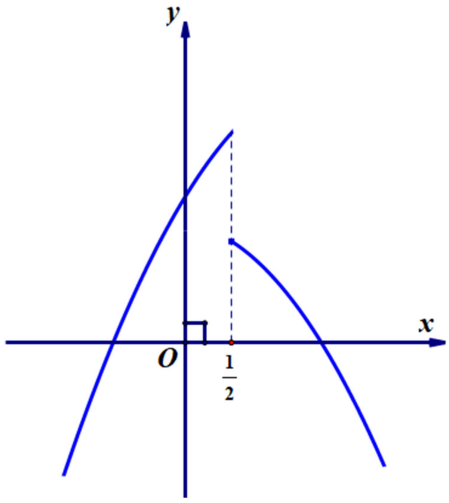
Chọn : $a=1$, $b=2$, $c=3$ ta có: $S_{tp}=2(1.2+1.3+2.3)=2(5+6)=22$. $V=1.2.3=6$.

Chọn : $a=1$, $b=1$, $c=5$ ta có: $S_{tp}=2(1.1+1.5+1.5)=2(1+5+5)=22$. $V=1.1.5=5$

Vậy mệnh đề A sai.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN



Khi đó

A. Hàm số không liên tục tại $x=0$.

B. Hàm số liên trụ trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số liên trụ trên $(0;3)$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x=\dfrac{1}{2}$

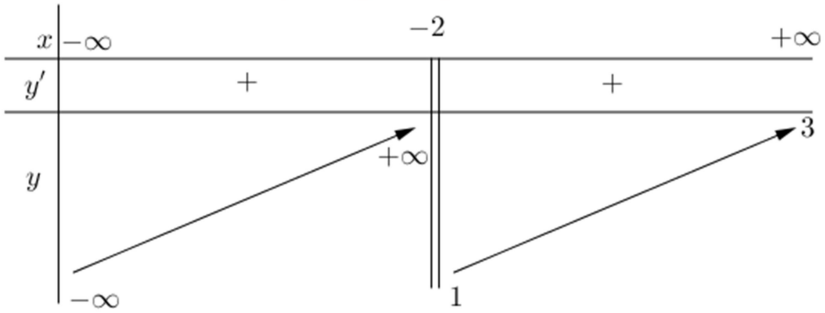
Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình ảnh đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+} f(x) < \lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-} f(x)$ do đó $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)} f(x)$ không tồn tại.

Vậy hàm số gián đoạn tại $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 20. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình bên dưới



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là

A. $y=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)=+\infty$ do đó $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 21. Số hạng chứa $x^{15}y^9$ trong khai triển nhị thức $\left(xy-x^2\right)^{12}$ là

A. $C_{12}^3x^{15}y^9$. **B.** $-C_{12}^3$. **C.** $C_{12}^9x^{15}y^9$. **D.** $-C_{12}^3x^{15}y^9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có số hạng tổng quát trong khai triển

$C_{12}^k(xy)^{12-k}\left(-x^2\right)^k=(-1)^k C_{12}^k y^{12-k}x^{12+k}\ (0\le k\le 12, k\in\mathbb{Z})$

Số hạng chứa $x^{15}y^9$ trong khai triển nhị thức ứng với $\begin{cases}12-k=9\\12+k=15\end{cases}\Leftrightarrow k=3$ (TM)

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

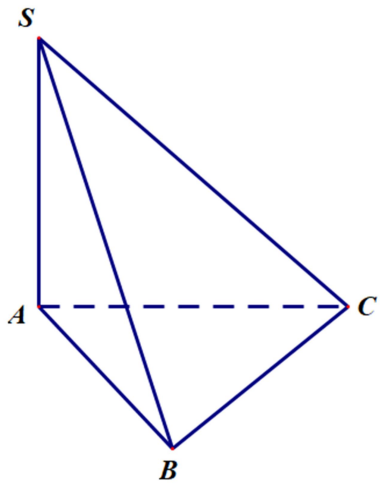
Số hạng chứa $x^{15}y^9$ trong khai triển nhị thức $\left(xy-x^2\right)^{12}$ là $-C_{12}^3x^{15}y^9$

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a, AC=a\sqrt{3}, SB=a\sqrt{5}, SA\perp\left(ABC\right)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Lời giải

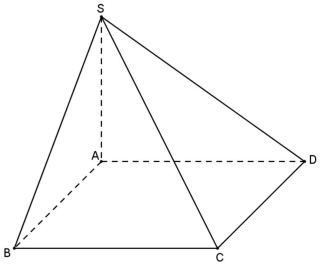
Chọn A



Ta có $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=a\sqrt{2}, SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=2a$,

Do đó $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{6}2a.a.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

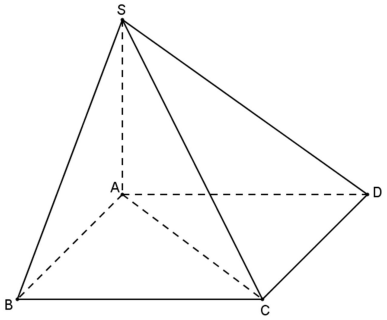
Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{6}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $3\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCA} = 60°$.

Xét ΔABC có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$.

Xét ΔSAC có $\tan \widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC.\tan 60° = 3a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.3a.a.a\sqrt{2} = \sqrt{2}a^3$.

Câu 24. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}(m+3)x^2 + m^2x + 1$. Có bao nhiêu số thực m để hàm số đạt cực trị tại $x = 1$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 - (m+3)x + m^2$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$ nên $y'(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - (m+3).1 + m^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -1 \end{array}\right.$.

Kiểm tra

Với $m = 2$ ta có $y' = x^2 - 5x + 4$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Do $x = 1$ là nghiệm đơn của phương trình $y' = 0$ nên $x = 1$ là cực trị của hàm số. Do đó $m = 2$ thỏa mãn.

Với $m = -1$ ta có $y' = x^2 - 2x + 1$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Do $x = 1$ là nghiệm kép của phương trình $y' = 0$ nên $x = 1$ không là cực trị của hàm số. Do đó $m = -1$ không thỏa mãn.

Vậy có 1 số thực m để hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

Câu 25. Cho hàm số $y = \dfrac{mx - 8}{2x - m}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m < -4$. **B.** $m < 8$. **C.** $-4 < m < 4$. **D.** $m < 4$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{m}{2}\right\}$.

Ta có: $y' = \dfrac{-m^2 + 16}{(2x - m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow -m^2 + 16 > 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Vậy đáp số là $-4 < m < 4$.

Câu 26. Một vật có phương trình chuyển động $S(t) = 4{,}9t^2$; trong đó t tính bằng giây (s), $S(t)$ tính bằng mét (m). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 6s$ bằng

A. $10{,}6m/s$. **B.** $58{,}8m/s$. **C.** $29{,}4m/s$. **D.** $176{,}4m/s$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t bất kỳ là: $v(t)=S'(t)=9,8t$.

Do đó, vận tốc của vật tại thời điểm $t=6s$ là: $v(6)=9,8.6=58,8m/s$.

Câu 27. Cho hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2, chiều cao của hình chóp bằng 4. Tính thể tích của khối chóp?

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V=\frac{1}{3}.S.h=\frac{1}{3}.\frac{2^2\sqrt{3}}{4}.4=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Cho tứ giác $ABCD$, biết số đo của 4 góc của tứ giác lập thành cấp số cộng và có góc có số đo bằng 30^0, góc có số đo lớn nhất trong 4 góc của tứ giác này là

A. 150^0. **B.** 120^0. **C.** 135^0. **D.** 160^0.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $0^0<A<B<C<D<180^0$ và A,B,C,D lập thành 1 cấp số cộng, giả sử công sai $d>0$ $(*)$

Khi đó: $B=A+d,c=A+2d,D=A+3d$

Nếu $A=30^0\Rightarrow S_4=A+B+C+D=30^0+30^0+d+30^0+2d+30^0+3d=120^0+6d=360^0$

$\Leftrightarrow d=40^0\Rightarrow D=30^0+3.40^0=150^0<180^0$ (thỏa mãn)

Nếu $B=30^0\Rightarrow S_4=A+B+C+D=30^0-d+30^0+30^0+d+30^0+2d=360^0$

$\Leftrightarrow 120^0+2d=360^0\Leftrightarrow d=120^0$

$\Rightarrow D=30^0+2.d=30^0+2.120^0=270^0$ (không thỏa mãn)

Nếu $C=30^0\Rightarrow S_4=A+B+C+D=30^0-2d+30^0-d+30^0+30^0+d=360^0$

$\Leftrightarrow 120^0-2d=360^0\Leftrightarrow d=-120^0$ (không thỏa mãn)

Nếu $D=30^0\Rightarrow S_4=A+B+C+D=30^0-3d+30^0-2d+30^0-d+30^0=360^0$

$\Leftrightarrow 120^0-6d=360^0\Leftrightarrow d=-40^0$ (không thỏa mãn)

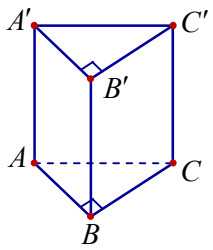
Vậy góc lớn nhất của tứ giác là 150^0.

Câu 29. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=\frac{1}{2}a^2$.

$BB'=a$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

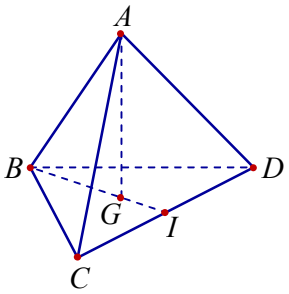
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.BB' = \frac{1}{2}a^3$.

Câu 30. Tính thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 2.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi G là trọng tâm tam giác BCD.

Do $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp (BCD)$.

Ta có $BG = \frac{2}{3}BI = \frac{2}{3}.\frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lại có $S_{BCD} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{BCD}.AG = \frac{1}{3}.\sqrt{3}.\frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31. Cho hàm số $y = \left|x + \sqrt{16 - x^2}\right| + a$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là m, M. Biết $m + M = a^2$. Tìm tích P tất cả các giá trị a thỏa mãn đề bài.

A. $P = -4$. **B.** $P = -8$. **C.** $P = -4\sqrt{2}$. **D.** $P = -4\sqrt{2} - 4$.

Lời giải

Chọn C

Xét $g(x) = x + \sqrt{16 - x^2}$

TXĐ: $D = [-4;4]$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$

Ta có: $g'(x) = 1 - \frac{2x}{2\sqrt{16 - x^2}} = 1 - \frac{x}{\sqrt{16 - x^2}}$

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{16 - x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ 16 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x = 2\sqrt{2} \end{cases}$

Khi đó: $\max\limits_{[-4;4]} g(x) = 4\sqrt{2}$; $\min\limits_{[-4;4]} g(x) = -4$

Từ đó ta được: $\max\limits_{[-4;4]} y = 4\sqrt{2} + a$; $\min\limits_{[-4;4]} y = a$

Khi đó: $m + M = a^2 \Leftrightarrow 4\sqrt{2} + a + a = a^2 \Leftrightarrow a^2 - 2a - 4\sqrt{2} = 0 \Rightarrow P = -4\sqrt{2}$

nên chọn đáp án C.

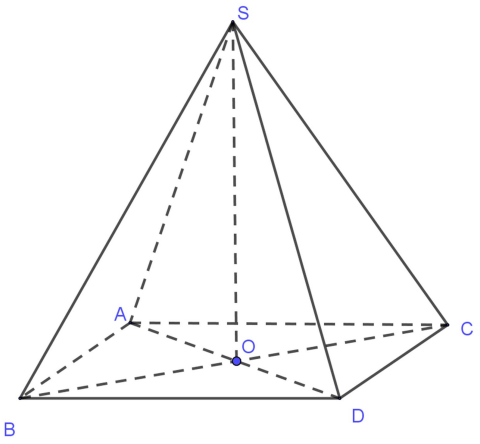
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = AB = a$. Góc giữa SA và CD là

A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn D



Vì $AB//CD$ nên $\left(\widehat{SA;CD}\right) = \left(\widehat{SA;AB}\right)$ mà $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều và $SA = AB = a$ nên ΔSAB đều. Vậy $\left(\widehat{SA;AB}\right) = 60^0$, khi đó Góc giữa SA và CD là 60^0 nên chọn đáp án A.

Câu 33. Tính giới hạn $I = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{3x^2-2}{x-2}$

A. $I = 0$. **B.** $I = -\infty$. **C.** I không xác định. **D.** $I = +\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^-}\left(3x^2-2\right) = 3.(-2)^2 - 2 = 10 > 0 \\ \lim\limits_{x\to 2^-}(x-2) = 2-2 = 0 \\ x \to 2^- \Rightarrow x < 2 \Rightarrow x-2 < 0 \end{cases} \Rightarrow I = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{3x^2-2}{x-2} = -\infty$.

Câu 34. Cho hàm số $y = -x^4 + \left(m^2-m\right)x^2$. Tìm m để hàm số đó có đúng một cực trị.

A. $m \in (-\infty;0] \cup [1;+\infty)$. **B.** $m \in (-\infty;0) \cup (1;+\infty)$.

C. $m \in [0;1]$. **D.** $m \in (0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = -4x^3 + 2\left(m^2-m\right)x = -2x\left(2x^2 - m^2 + m\right)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^2 = m^2 - m \ (*) \end{array}\right.$$

Để hàm số đã cho có đúng một cực trị

$\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ phải có duy nhất một nghiệm $x = 0$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - m \le 0 \Leftrightarrow 0 \le m \le 1$.

Câu 35. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x}$ có mấy đường tiệm cận ?

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B

Xét $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^2}}\right)=0$

Nên đường $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Xét $x^3-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Ta có : $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(x-2)}{x\left(x^2-1\right)}\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-2)}{x(x+1)}=-\dfrac{1}{2}$

Nên đường $x=1$ không là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x}=-\infty;\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x}=+\infty;\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x}=-\infty;\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x}=+\infty$

Nên đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là: $x=-1;\ x=0$.

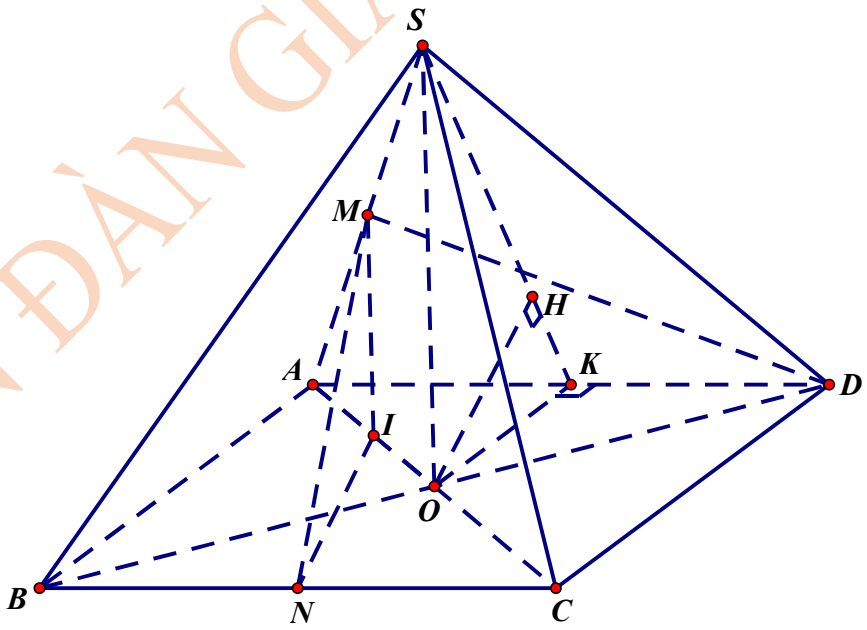
Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi $M;N$ lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết góc giữa MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và DM là:

A. $a\sqrt{\dfrac{15}{17}}$. **B.** $a\sqrt{\dfrac{15}{62}}$. **C.** $a\sqrt{\dfrac{30}{31}}$. **D.** $a\sqrt{\dfrac{15}{68}}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của đáy $ABCD$ ta có $SO\perp(ABCD)$

Gọi I là trung điểm của $OA\Rightarrow MI//SO\Rightarrow MI\perp(ABCD)\Rightarrow(MN,(ABCD))=\angle MNI=60^0$

Xét ΔNCI có $CN=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{a}{2};CI=\dfrac{3}{4}AC=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}a;\ \angle NCI=45^0$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Suy ra $NI=\sqrt{CN^2+CI^2-2CN.CI.\cos C}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{18a^2}{16}-2\frac{a}{2}.\frac{3\sqrt{2}}{4}a.\cos 45^0}=a\frac{\sqrt{10}}{4}$

$MI=IN\tan 60^0=a\frac{\sqrt{30}}{4}\Rightarrow SO=a\frac{\sqrt{30}}{2}$.

Vì $\begin{cases}BC//(SAD)\\DM\subset(SAD)\end{cases}\Rightarrow d(BC,DM)=d(BC,(SAD))=2d(O,(SAD))=2h$.

Xét tứ diện $(SOAD)$ có $SO;OA;OD$ đôi một vuông góc.

Nên ta có: $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OD^2}=\frac{2}{15a^2}+\frac{2}{a^2}+\frac{2}{a^2}=\frac{62}{15a^2}\Rightarrow h=a\sqrt{\frac{15}{62}}$

Do đó $d(BC,DM)=2h=2a\sqrt{\frac{15}{62}}=a\sqrt{\frac{30}{31}}$.

Câu 37. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x-\frac{2}{x}\right)^n$, $n\in\mathbb{N}^*$ biết

$C_n^1-2.2.C_n^2+3.2^2.C_n^3-4.2^3.C_n^4+5.2^4.C_n^5+...+(-1)^{n-1}.n.2^{n-1}.C_n^n=-2022$

A. $-C_{2021}^{1009}.2^{1009}$. **B.** $-C_{2018}^{1009}.2^{1009}$. **C.** $C_{2020}^{1010}.2^{1010}$. **D.** $-C_{2022}^{1011}.2^{1011}$.

Lời giải

Chọn D

Xét khai triển :

$(1-x)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k(-x)^k$

$=C_n^0-C_n^1.x+C_n^2x^2-C_n^3.x^3+...+(-1)^k.x^k.c_n^k+...+C_n^n.(-x)^n$

Lấy đạo hàm cả hai vế ta được:

$-n(1-x)^{n-1}=-C_n^1+2.C_n^2.x-3.x^2.C_n^3+...+(-1)^k.k.x^{k-1}.C_n^k+...-C_n^n.n.(-x)^{n-1}$

$\Rightarrow n(1-x)^{n-1}=C_n^1-2.x.C_n^2.+3.x^2.C_n^3-...-(-1)^k.k.x^{k-1}.C_n^k-...+C_n^n.n.(-x)^{n-1}$

Cho $x=2$ ta được

$n.(-1)^{n-1}=C_n^1-2.2.C_n^2+3.2^2.C_n^3-4.2^3.C_n^4+5.2^4.C_n^5+...+(-1)^{n-1}.n.2^{n-1}.C_n^n$

$\Leftrightarrow n.(-1)^{n-1}=-2022\Leftrightarrow n=2022$

Xét khai triển: $\left(x-\frac{2}{x}\right)^{2022}=\sum_{k=0}^{2022}C_{2022}^k.x^{2022-k}.\left(\frac{-2}{x}\right)^k$

$=\sum_{k=0}^{2022}C_{2022}^k.(-2)^k.x^{2022-2k}$

Số hạng không chứa x ứng với: $2022-2k=0$

$\Leftrightarrow k=1011$

Vậy số hạng không chứa x là: $-C_{2022}^{1011}.2^{1011}$

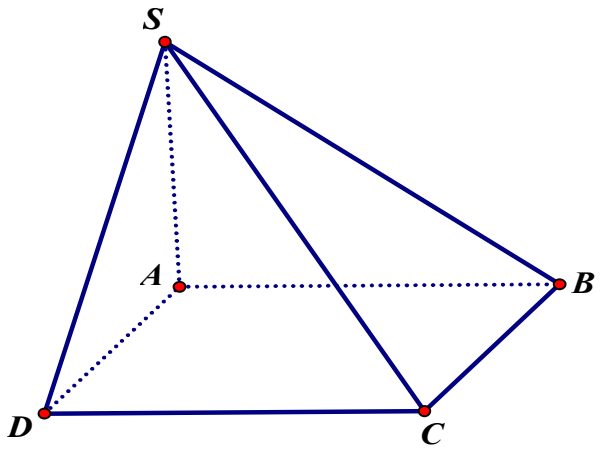
Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB=a\sqrt{2}$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$, góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Vì $AB // CD$ nên $\left(\widehat{SC;AB}\right)=\left(\widehat{SC;CD}\right)=\widehat{SCD}$.

Ta có $\begin{cases}CD\perp AD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp SD$

$\Rightarrow \Delta SCD$ vuông tại D.

Trong tam giác vuông SAD có

$SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=\sqrt{2a^2+4a^2}=a\sqrt{6}$.

Trong tam giác vuông SCD có

$\tan\widehat{SCD}=\dfrac{SD}{CD}=\dfrac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SCD}=60^0$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng 60^0.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=\left|3x^3-9x^2+12x+m+2\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-20;30]$ sao cho với mọi số thực a, b, $c\in[1;3]$ thì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác.

A. 16. **B.** 38. **C.** 8. **D.** 14.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x)=3x^3-9x^2+12x+m+2$, ta có:

$$g'(x)=9x^2-18x+12=9(x-1)^2+3>0$$

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên $[1;3]$.

Suy ra: $\min\limits_{[1;3]}g(x)=g(1)=m+8$, $\max\limits_{[1;3]}g(x)=g(3)=m+38$.

Vì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác nên:

$f(x)>0\,\forall x\in[1;3]$, suy ra: $g(1).g(3)>0\Leftrightarrow(m+8)(m+38)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>-8\\m<-38\end{array}\right.$.

Suy ra trên đoạn $[-20;30]$ thì $m>-8$.

$f(1)=|8+m|=m+8$, $f(2)=|14+m|=m+14$, $f(3)=|38+m|=m+38$.

Mặt khác với mọi số thực a, b, $c\in[1;3]$ thì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác khi và chỉ khi $f(1)$, $f(1)$, $f(3)$ cũng là độ dài ba cạnh của tam giác

$\Leftrightarrow f(1)+f(1)>f(3)\Leftrightarrow 2m+16>m+38\Leftrightarrow m>22$.

Với $m\in[-20;30]$ thì ta có 8 giá trị nguyên.

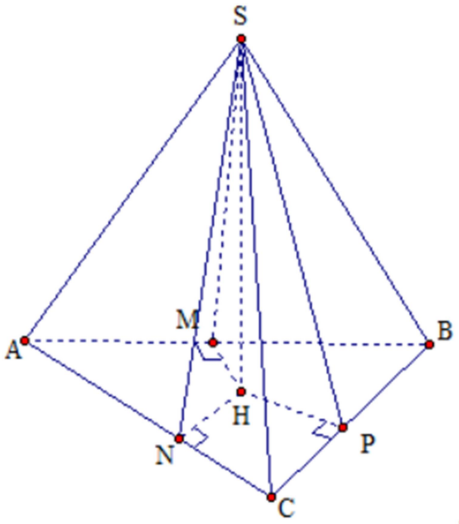
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=AC=5a$, $BC=6a$. Các mặt bên tạo với đáy góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $6a^3\sqrt{3}$. **B.** $12a^3\sqrt{3}$. **C.** $18a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC). Các điểm M, N, P lần lượt là hình chiếu của H trên các cạnh AB, AC, BC.

Khi đó ta có: $\widehat{SMH}=\widehat{SNH}=\widehat{SPH}=60^\circ$, suy ra: $HM=HN=HP$ hay H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Xét ta giác ABC ta có:

Nửa chu vi: $p=\dfrac{AB+BC+CA}{2}=\dfrac{5a+5a+6a}{2}=8a$.

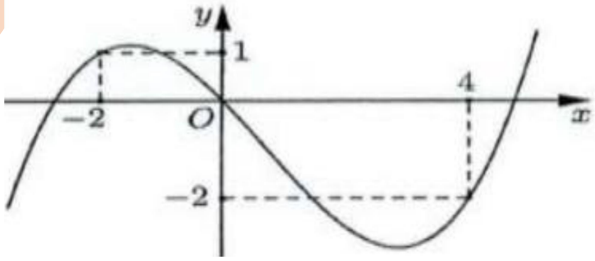
Diện tích: $S_{\Delta ABC}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{8a.3a.3a.2a}=12a^2$.

Áp dụng công thức $S=pr\Rightarrow r=\dfrac{S}{p}=\dfrac{12a^2}{8a}=\dfrac{3a}{2}$.

Suy ra: $HM=r=\dfrac{3a}{2}$, $SH=HM.\tan 60^\circ=\dfrac{3a}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{3\sqrt{3}a}{2}$.

Vậy $V_{ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH=\dfrac{1}{3}.12a^2.\dfrac{3\sqrt{3}a}{2}=6\sqrt{3}a^3$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có có đồ thị như hình bên dưới



Hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

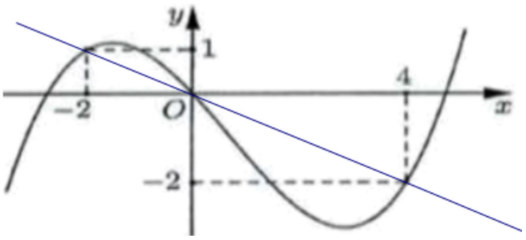
Chọn B

$g(x)=f(1-2x)+x^2-x$.

$g'(x)=-2f'(1-2x)+2x-1$; $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(1-2x)=-\dfrac{1-2x}{2}$ (1).

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Đặt $t=1-2x$; $(1)\Leftrightarrow f'(t)=-\dfrac{t}{2}$.



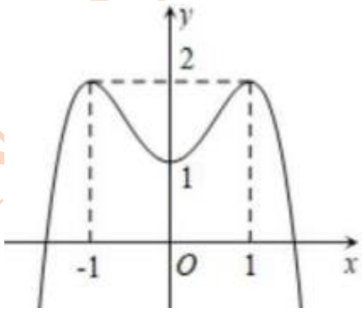
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-2\\t=0\\t=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-2x=-2\\1-2x=0\\1-2x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\x=\dfrac{1}{2}\\x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và biết $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số điểm cực tiểu của hàm số $h(x)=f(x)-\dfrac{3}{2}x$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

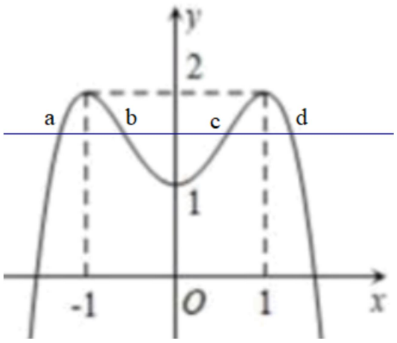
$h(x)=f(x)-\dfrac{3}{2}x$

$h'(x)=f'(x)-\dfrac{3}{2}$.

$h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=\dfrac{3}{2}$ (1)

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của hai đường $y=f'(x)$ và $y=\dfrac{3}{2}$.

DIỄN ĐÀN TOÁN



Ta có bảng biến thiên sau :

x	$-\infty$		a		b		c		d		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$		↘		↗		↘		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $h(x)=f(x)-\frac{3}{2}x$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 43. Cho biết đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2-2m^2+m^4$ có 3 điểm cực trị A, B, C cùng với điểm $D(0;-3)$ là 4 đỉnh của một hình thoi. Gọi S là tổng các giá trị của m thỏa mãn đề bài thì S thuộc khoảng nào sau đây?

A. $S\in(2;4)$. **B.** $S\in\left(\frac{9}{2};6\right)$. **C.** $S\in\left(1;\frac{5}{2}\right)$. **D.** $S\in\left(0;\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=x^4-2mx^2-2m^2+m^4$ có 3 điểm cực trị A , B , C

$y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$ có 3 nghiệm phân biệt $\Rightarrow m>0$

Không làm mất tính tổng quát giả sử:

$A\left(0;m^4-2m^2\right);B\left(\sqrt{m};m^4-3m^2\right);C\left(-\sqrt{m};m^4-3m^2\right);$

Gọi $I=AD\cap BC$ $(A,D\in Oy)$

I là trung điểm của BC $\Rightarrow I\left(0;m^4-3m^2\right)$

I là trung điểm của AD $\Rightarrow I\left(0;\frac{m^4-2m^2-3}{2}\right)$

Đồng nhất ta có: $\frac{m^4-2m^2-3}{2}=m^4-3m^2\Leftrightarrow m^4-4m^2+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\pm1\\m=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$

Kết hợp với đk ta có $m=1$, $m=\sqrt{3}\Rightarrow S=1+\sqrt{3}$

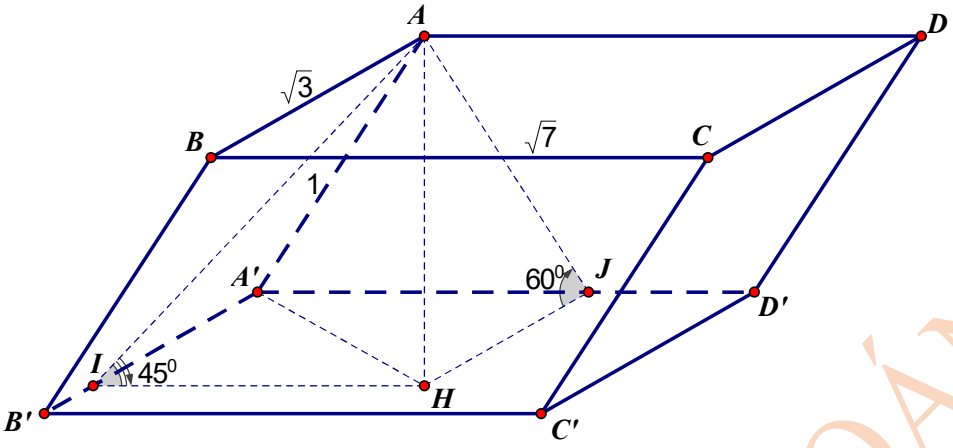
Vậy $S\in(2;4)$

Câu 44. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=\sqrt{3}$, $AD=\sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy góc $45°$ và $60°$, biết cạnh bên bằng 1. Tính thể tích khối hộp?

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** 3.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A trên đáy $(A'B'C'D')$ suy ra $AH = h$ là chiều cao

Gọi I là hình chiếu của A trên $A'B' \Rightarrow \widehat{AIH} = 45°$

Gọi J là hình chiếu của A trên $A'D' \Rightarrow \widehat{AJH} = 60°$

Ta có $\triangle AIH$ vuông cân tại $H \Rightarrow IH = AH = h$

$\triangle AJH$ vuông tại $H \Rightarrow JH = \dfrac{h}{\tan 60°} = \dfrac{h\sqrt{3}}{3}$

Tứ giác $A'JHI$ là hình chữ nhật $\Rightarrow A'H = \dfrac{2h\sqrt{3}}{3}$

$\triangle AA'H$ vuông tại $H \Rightarrow 1 = h^2 + \left(\dfrac{2h\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow h = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$

$S_{ABCD} = AB.AD = \sqrt{21}$

$\Rightarrow V = S_{ABCD}.h = \sqrt{21}.\dfrac{\sqrt{21}}{7} = 3$

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4} - \dfrac{1}{2}x + 2020$ và $h(x) = f(3\sin x)$. Số nghiệm thuộc đoạn $\left[\dfrac{\pi}{6}; 6\pi\right]$ của phương trình $h'(x) = 0$ là

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{(x-1)^2 + 2}} - \dfrac{1}{2}$, $h'(x) = 3\cos x.f'(3\sin x)$.

Phương trình: $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \cos x = 0 & (1) \\ f'(3\sin x) = 0 & (2) \end{array}\right.$

$(1) \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Với $x \in \left[\dfrac{\pi}{6}; 6\pi\right]$, suy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ \dfrac{\pi}{6} \le \dfrac{\pi}{2} + k\pi \le 6\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ -\dfrac{1}{3} \le k \le \dfrac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow k \in \{0;1;2;3;4;5\}$.

Trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{6}; 6\pi\right]$ phương trình (1) có 6 nghiệm.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$(2)\Leftrightarrow f'(3\sin x)=0\Leftrightarrow \frac{3\sin x-1}{\sqrt{(3\sin x-1)^2+2}}-\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow 2(3\sin x-1)=\sqrt{(3\sin x-1)^2+2}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x>\dfrac{1}{3}\\ 4(3\sin x-1)^2=(3\sin x-1)^2+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x>\dfrac{1}{3}\\ (3\sin x-1)^2=\dfrac{2}{3}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x>\dfrac{1}{3}\\ \sin x=\dfrac{3\pm\sqrt{6}}{9}\end{cases}\Rightarrow \sin x=\frac{3+\sqrt{6}}{9}(\approx 0.605)$$

Mặt khác: $\sin x=\dfrac{3+\sqrt{6}}{9}>\dfrac{1}{2}=\sin\dfrac{\pi}{6}$ nên:

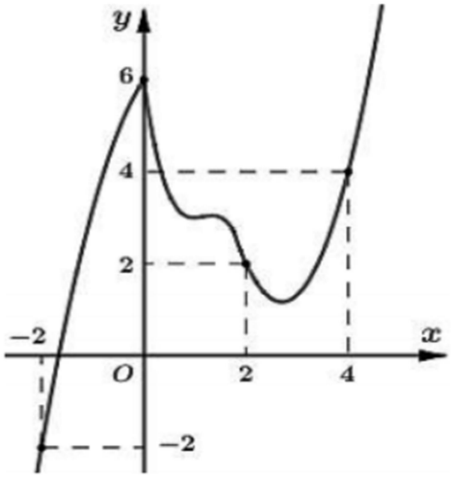
+) Trên $\left[\dfrac{\pi}{6};\pi\right]$ thì phương trình $\sin x=\dfrac{3+\sqrt{6}}{9}$ cho hai nghiệm.

+) Trên mỗi chu kỳ 2π thì phương trình $\sin x=\dfrac{3+\sqrt{6}}{9}$ cũng cho hai nghiệm.

Suy ra trên $\left[\dfrac{\pi}{6};6\pi\right]$ thì phương trình (2) cho 6 nghiệm.

Vậy trên $\left[\dfrac{\pi}{6};6\pi\right]$ thì phương trình $h'(x)=0$ cho 12 nghiệm.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $g(x)=f(3-4x)-8x^2+12x+2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{4}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{5}{4}\right)$.

Lời giải

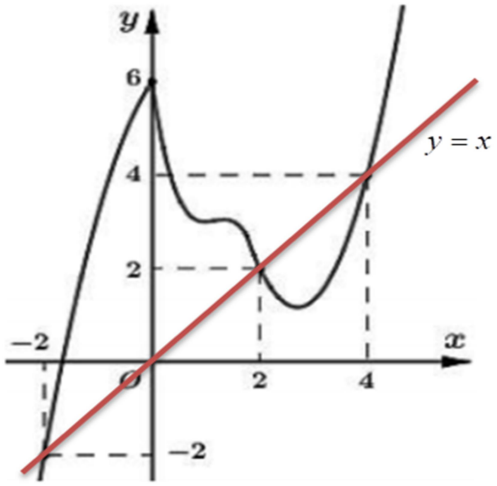
Chọn D

Ta có: $g'(x)=-4f'(3-4x)-16x+12=-4\left[f'(3-4x)+4x-3\right]$

$g'(x)<0\Leftrightarrow f'(3-4x)+4x-3>0\Leftrightarrow f'(3-4x)>3-4x\ (*)$

Đặt $t=3-4x$ ta có $(*)$ trở thành: $f'(t)>t$.

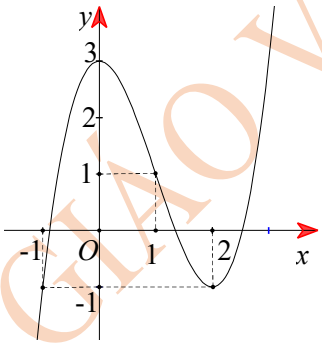
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Từ đồ thị trên ta có: $f'(t)>t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<t<2\\ t>4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<3-4x<2\\ 3-4x>4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{1}{4}<x<\frac{5}{4}\\ x<-\frac{1}{4}\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{4};\frac{5}{4}\right)$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Trong đoạn $[-20,20]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left|10f(x-m)-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m\right|$ có 3 điểm cực trị?

A. 40. **B.** 34. **C.** 36. **D.** 32.

Lời giải

Chọn C

$g(x)=10f(x-m)-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m$.

$g(x)=0 \Leftrightarrow f(x-m)=\frac{11}{30}m^2-\frac{37}{30}m$.

Đặt $x-m=t$, khi đó ta có $f(t)=\frac{11}{30}m^2-\frac{37}{30}m$.

Để $y=|g(x)|$ có 3 điểm cực trị thì phương trình $f(t)=0$ có $3-2=1$ nghiệm đơn.

Khi đó $\left[\begin{array}{l}\frac{11}{30}m^2-\frac{37}{30}m\ge 3\\ \frac{11}{30}m^2-\frac{37}{30}m\le -1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\le\frac{-18}{11}\\ m\ge 5\\ \frac{15}{11}\le m\le 2\end{array}\right.$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

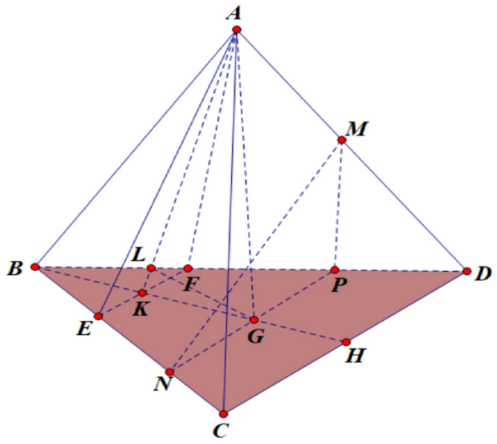
Kết hợp với điều kiện trên đoạn $[-20,20]$. Khi đó ta có $19+1+16=36$ giá trị m nguyên.

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm AD và N trên cạnh BC sao cho $BN=2NC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và CD là

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm CD.

E, F lần lượt là điểm trên BD, BC sao cho $BE=\frac{1}{3}BC, BF=\frac{1}{3}BD$.

K là giao điểm của BH và EF. Kẻ GL vuông góc với AK

$\begin{cases} NP//CD \\ NP\subset(MNP) \end{cases} \Rightarrow CD//(MNP)$.

$\begin{cases} (MNP)//(AEF) \\ BK=KG=GH \end{cases}$ nên $d\left(G,(AEF)\right)=d\left((AEF),(MNP)\right)=d\left(H,(MNP)\right)$.

$d\left(CD,(MNP)\right)=d\left(H,(MNP)\right)=d\left(G,(AEF)\right)=GL$.

Ta có GA là chiều cao của khối chóp đều nên $GA=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

$GK=\frac{1}{3}BH=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Trong tam giác AGK vuông tại G có $GL=\sqrt{\frac{GA^2.GK^2}{GA^2+GK^2}}=\frac{\sqrt{6}}{9}$.

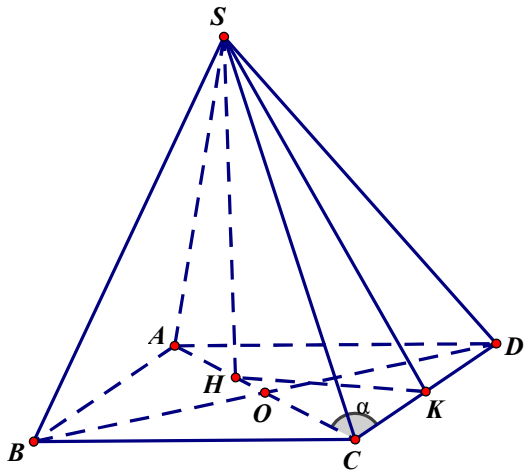
Câu 49. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA=x$ và tất các các cạnh còn lại bằng 1. Khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất thì x nhận giá trị nào sau đây?

A. $x=\frac{\sqrt{35}}{7}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{9}{4}$. **D.** $x=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD, do $SB=SC=SD$ nên SH là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD, suy ra $SH\perp(ABCD)$.

Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên AC là đường trung trực của đoạn thẳng BD do đó $H\in AC$.

Đặt $\alpha=\widehat{ACD}, 0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow\widehat{BCD}=2\alpha$, suy ra $S_{ABCD}=2S_{BCD}=BC.CD.\sin\widehat{BCD}=\sin 2\alpha$.

Gọi K là trung điểm của $CD\Rightarrow CD\perp SK$, mà $CD\perp SH$ suy ra $CD\perp HK$.

$HC=\dfrac{CK}{\cos\alpha}=\dfrac{1}{2\cos\alpha}$, $SH=\sqrt{SC^2-HC^2}=\sqrt{1-\dfrac{1}{4\cos^2\alpha}}=\dfrac{\sqrt{4\cos^2\alpha-1}}{2\cos\alpha}$.

Thể tích chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{\sqrt{4\cos^2\alpha-1}}{2\cos\alpha}.\sin 2\alpha=\dfrac{1}{3}\sin\alpha\sqrt{4\cos^2\alpha-1}$

Do đó $V=\dfrac{1}{6}(2\sin\alpha)\sqrt{4\cos^2\alpha-1}\le\dfrac{1}{6}\dfrac{4\sin^2\alpha+4\cos^2\alpha-1}{2}=\dfrac{1}{4}$.

Dấu "=" xảy ra khi $2\sin\alpha=\sqrt{4\cos^2\alpha-1}\Leftrightarrow 4\sin^2\alpha=4\cos^2\alpha-1\Leftrightarrow\cos^2\alpha=\dfrac{5}{8}$

$\Leftrightarrow\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$. Khi đó $HC=\dfrac{2}{\sqrt{10}}, SH=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Gọi $O=AC\cap BD$, suy ra $AC=2OC=2CD.\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

$AH=AC-HC=\dfrac{\sqrt{10}}{2}-\dfrac{2}{\sqrt{10}}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

Vậy $x=SA=\sqrt{SH^2+AH^2}=\sqrt{\dfrac{3}{5}+\dfrac{9}{10}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 50. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\dfrac{1}{42}$. **B.** $\dfrac{11}{630}$. **C.** $\dfrac{1}{126}$. **D.** $\dfrac{1}{105}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách xếp 10 học sinh vào 10 vị trí: $n(\Omega)=10!$ cách.

Gọi A là biến cố: "Trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau".

Sắp xếp 5 học sinh lớp 12C vào 5 vị trí, có 5! cách.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ứng mỗi cách xếp 5 học sinh lớp 12C sẽ có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí ở giữa và hai vị trí hai đầu để xếp các học sinh còn lại.

	C1		C2		C3		C4		C5	

TH1: Xếp 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa (không xếp vào hai đầu), có A_4^3 cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó, chọn lấy 1 trong 2 học sinh lớp 12A xếp vào vị trí trống thứ 4 (để hai học sinh lớp 12C không được ngồi cạnh nhau), có 2 cách.

Học sinh lớp 12A còn lại có 8 vị trí để xếp, có 8 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $5!.A_4^3.2.8$ cách.

TH2: Xếp 2 trong 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa và học sinh còn lại xếp vào hai đầu, có $C_3^1.2.A_4^2$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó sẽ còn 2 vị trí trống ở giữa, xếp 2 học sinh lớp 12A vào vị trí đó, có 2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $5!.C_3^1.2.A_4^2.2$ cách.

Do đó số cách xếp không có học sinh cùng lớp ngồi cạnh nhau là:

$n(A)=5!.A_4^3.2.8+5!.C_3^1.2.A_4^2.2=63360$ cách.

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{63360}{10!}=\dfrac{11}{630}$.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC

TRƯỜNG THPT NGUYỄN VIẾT XUÂN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC. Khi đó BC vuông góc với đường thẳng nào sau đây?
A. SC. **B.** AC. **C.** AB. **D.** AH.

Câu 2. Tính thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 2, 3, 4.
A. 20. **B.** 24. **C.** 9. **D.** 12.

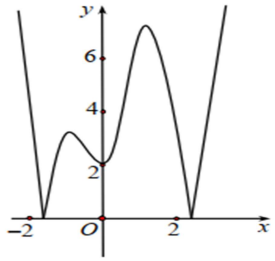
Câu 3. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x}{x+4}$ có phương trình là
A. $x = 3$. **B.** $y = -4$. **C.** $y = 3$. **D.** $x = -4$.

Câu 4. Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$, có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A?
A. P_7. **B.** C_7^3. **C.** A_7^3. **D.** P_3.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành Gọi $M;N$ lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là
A. SG (Với G là trung điểm của AB).
B. SD.
C. SF (Với F là trung điểm của CD).
D. SO (Với O tâm của hình bình hành $ABCD$).

Câu 6. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối chóp:
A. $A.AB'C$ và $A'.BCC'B'$. **B.** $B.A'B'C'$ và $A.BCC'B'$.
C. $A.A'B'C'$ và $A'.BCC'B'$. **D.** $A'.ABC$ và $A'.BCC'B'$.

Câu 7. Cho đồ thị hàm $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là ?
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

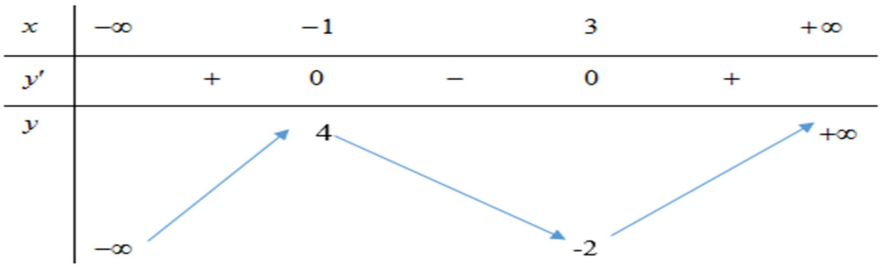
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau.

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$		$\nearrow$	3	$\searrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	
	-2				0				1

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

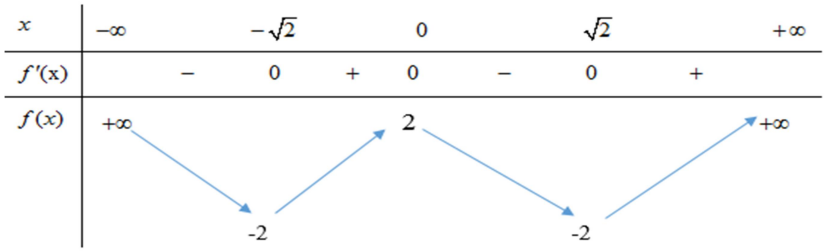
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

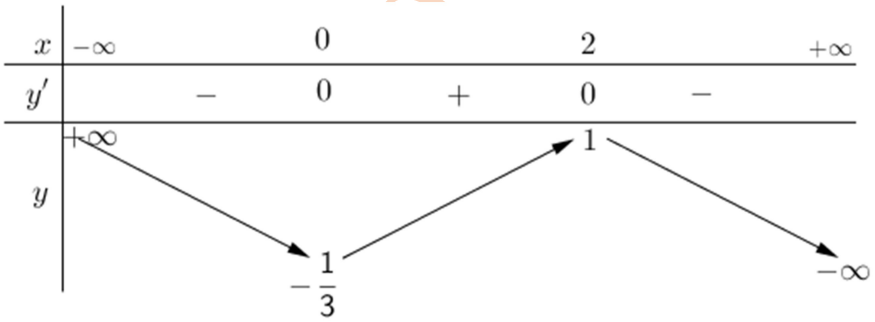
Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Phát biểu nào dưới đây là **SAI**?



A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\dfrac{1}{3}$.

C. Hàm số có 2 điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 12. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 10. **B.** 16. **C.** 14. **D.** 12.

Câu 13. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x+15$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **SAI**?

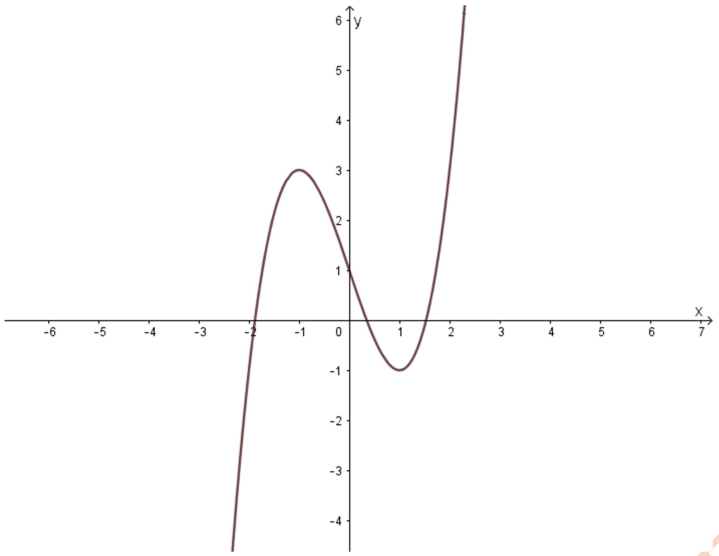
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

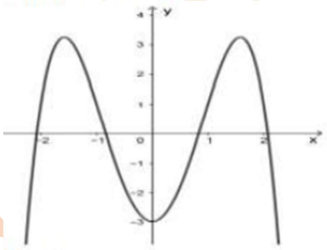
Câu 15. Một nhóm học sinh gồm có 4 nam và 5 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 bạn. Tính xác suất để 2 bạn được chọn là 1 nam và 1 nữ.

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{7}{9}$.

Câu 16. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x^2-3x+2}$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 17. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$.

C. $a<0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=3$, $u_8=24$ thì u_{11} bằng

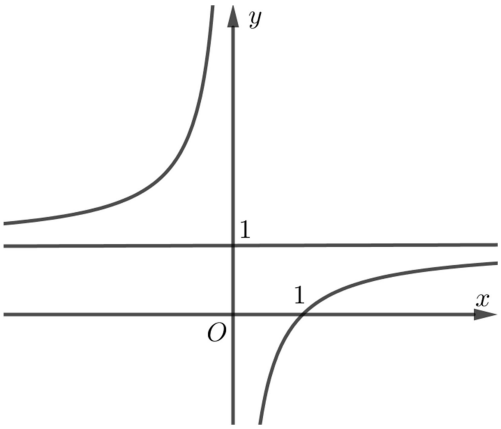
A. 33. **B.** 30. **C.** 28. **D.** 32.

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'AC)$ và $(ABCD)$ bằng

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 30°.

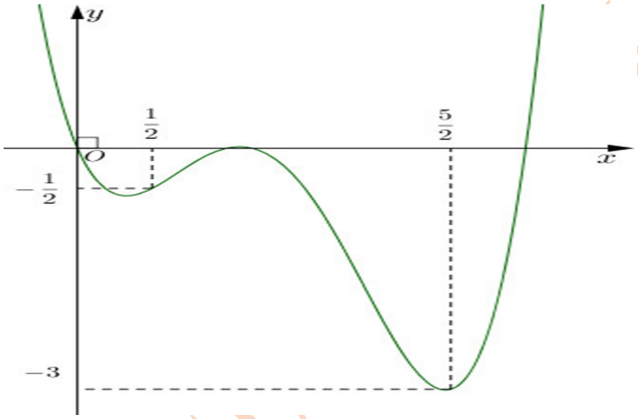
Câu 20. Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $y=\dfrac{2x-2}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(0;3)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

Câu 22. Số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 34 được lập từ 1; 2; 3; 4; 5; 6 là

A. 966. **B.** 720. **C.** 669. **D.** 696.

Câu 23. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x-\dfrac{1}{3}$ trên đoạn $[0;2]$. Tính tổng $S=M+m$.

A. $S=\dfrac{4}{3}$. **B.** $S=\dfrac{1}{3}$. **C.** $S=\dfrac{2}{3}$. **D.** $S=1$.

Câu 24. Số cạnh của một hình lăng trụ có thể là số nào dưới đây.

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2018.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^3-2x+1$ có đồ thị (C). Hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 là

A. $k=1$. **B.** $k=-5$. **C.** $k=10$. **D.** $k=25$.

Câu 26. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-\left(m^2-9\right)x^2+2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là

A. Vô số. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 27. Lăng trụ đứng có đáy là hình thoi có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 28. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm : $\sqrt{3}\sin x-\cos x=m$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $m \le 2$. **B.** $-1 \le m \le 1$. **C.** $m \le -2$. **D.** $-2 \le m \le 2$.

Câu 29. Nghiệm của phương trình $\sin 4x + \cos 5x = 0$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{9} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$.

Câu 30. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 3t^2 - 2$, trong đó t tính bằng giây và S tính theo mét. Vận tốc lớn nhất của chuyển động chất điểm đó là

A. $1\ m/s$. **B.** $3\ m/s$. **C.** $2\ m/s$. **D.** $4\ m/s$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $\widehat{SBA} = 30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 32. Một cơ sở khoan giếng có đơn giá như sau: giá của mét khoan đầu tiên là 50000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mét khoan tăng thêm 7% so với giá của mét khoan ngay trước đó. Tính số tiền mà chủ nhà phải trả cho cơ sở khoan giếng để khoan được $50(m)$ gần bằng số nào sau đây?

A. 20326446. **B.** 21326446. **C.** 23326446. **D.** 22326446.

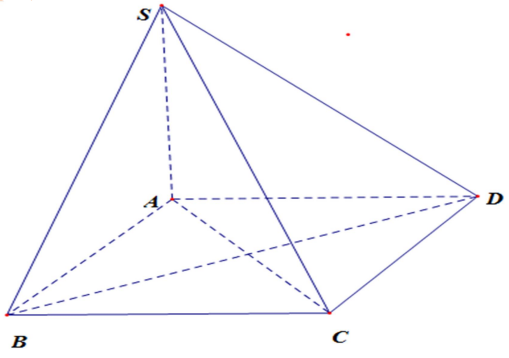
Câu 33. Hàm số $y = |x^3 + 3x^2|$ đạt cực tiểu tại

A. $x = 0$. **B.** $x = 4$.
C. $x = 0$ và $x = a < -3$. **D.** $x = -3$ và $x = 0$.

Câu 34. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên dưới)

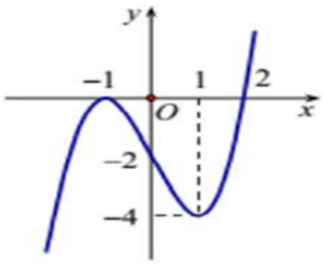


Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{30}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

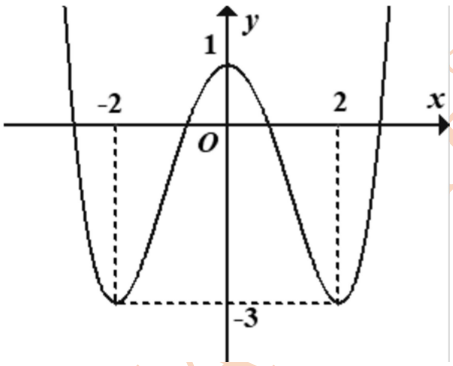
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y=f\left(x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(2020;+\infty\right)$. Số phần tử của tập S là

A. 2020 . **B.** 2019 . **C.** 2018 . **D.** Vô số.

Câu 37. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4+2x^3-4x^2-8x}{\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?

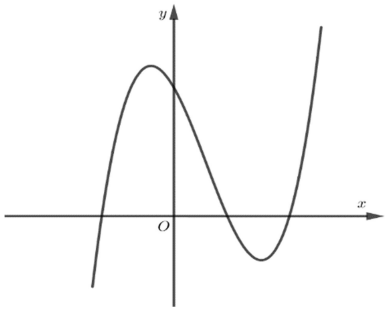


A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 38. Giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{\cot x-2}{\cot x-m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

A. $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\1\le m<2\end{array}\right.$. **B.** $m\le 0$. **C.** $1\le m<2$. **D.** $m>2$.

Câu 39. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như sau:



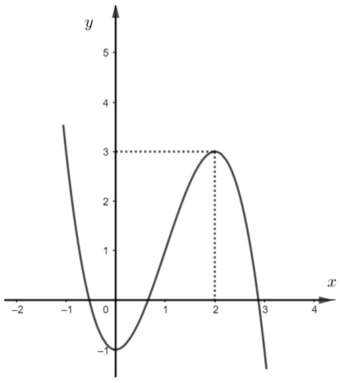
Trong các số a,b,c,d có bao nhiêu số dương?

A. 3 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 4 .

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=2x^3-\left(2+m\right)x+m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $m>\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\le\dfrac{1}{2}$. **C.** $m>-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m>-\dfrac{1}{2};m\ne 4$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2020;2020]$ của tham số m để phương trình $2f(|x|)-m=0$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2019

Câu 42: Ông An mua một chiếc va-li mới để đi du lịch, chiếc va-li đó có chức năng cài đặt mật khẩu là các chữ số để mở khóa. Có ba ô để cài đặt mật khẩu, mỗi ô là một chữ số. Ông An muốn cài đặt để tổng chữ số trong 3 ô đó bằng 5. Hỏi ông có bao nhiêu cách để cài đặt mật khẩu như vậy?

A. 21. **B.** 30 **C.** 12. **D.** 9

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Hình chiếu H của A' trên (ABC) là trung điểm của BC. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 44. Cho phương trình $2\cos^2 x-(m+2)\cos x+m=0$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 2 nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

A. $0<m\le 1$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $0\le m<2$. **D.** $0<m\le 2$.

Câu 45. Cho hàm số $y=\left|x^2-2x-4\sqrt{(x+1)(3-x)}+m-3\right|$. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để $\max y=2020$?

A. 4048. **B.** 24. **C.** 0. **D.** 12.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

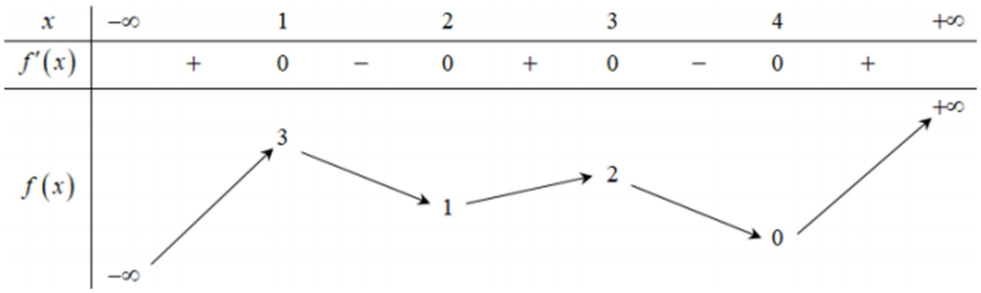
x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
t'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-2				-3		

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x^2-4x)=m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên bên dưới.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



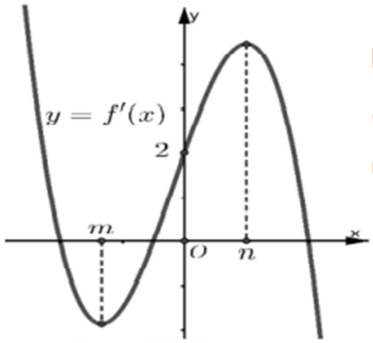
Hàm số $y=\frac{1}{3}\left(f\left(x\right)\right)^3-\left(f\left(x\right)\right)^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(3;4\right)$. **C.** $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$.

Câu 48. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{x^3z}{y^2\left(xz+y^2\right)}+\frac{y^4}{z^2\left(xz+y^2\right)}+\frac{z^3+15x^3}{x^2z}$, biết $0<x<y<z$.

A. 12. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 18.

Câu 49. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị của đạo hàm $f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



Biết rằng $e>n$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f'\left[f\left(x\right)-2x\right]$ bằng

A. 10. **B.** 14. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $AA'=a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	B	D	D	D	B	D	A	B	D	D	B	B	A	C	A	B	C	A	D	C	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	D	C	B	A	A	D	C	B	C	D	A	C	D	D	A	B	C	D	C	B	A	C	C

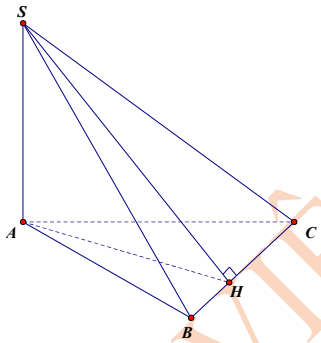
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC. Khi đó BC vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

A. SC. **B.** AC. **C.** AB. **D.** AH.

Lời giải

Chọn D



Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp SH \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp AH$$

Vậy $BC \perp AH$.

Câu 2. Tính thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 2, 3, 4.

A. 20. **B.** 24. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật ta có:

$V = abc = 2.3.4 = 24$ (đvtt)

Câu 3. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x}{x+4}$ có phương trình là

A. $x = 3$. **B.** $y = -4$. **C.** $y = 3$. **D.** $x = -4$.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} y = 3$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 3$.

Câu 4. Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$, có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A?

A. P_7. **B.** C_7^3. **C.** A_7^3. **D.** P_3.

Lời giải

Chọn B

Số tập con có 3 phần tử là: C_7^3.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành Gọi $M;N$ lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

A. SG (Với G là trung điểm của AB).

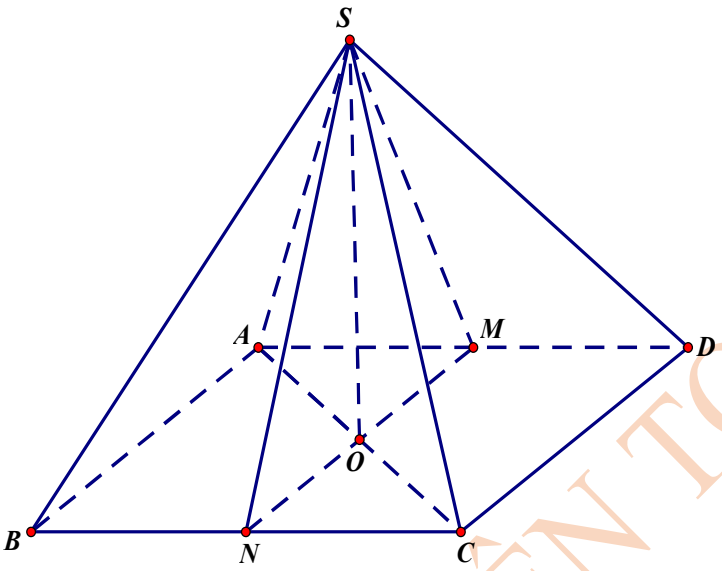
B. SD.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

D. SO (Với O tâm của hình bình hành $ABCD$).

Lời giải

Chọn D



Xét hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) ta có:

$$\begin{cases} S \in (SMN) \\ S \in (SAC) \end{cases} (1) \quad , \quad \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in MN \subset (SMN) \end{cases} (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $(SMN) \cap (SAC) = SO$.

Câu 6. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối chóp:

A. $A.AB'C$ và $A'.BCC'B'$.

B. $B.A'B'C'$ và $A.BCC'B'$.

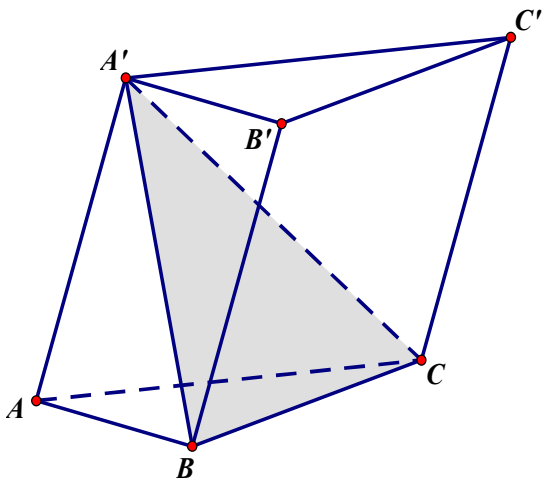
C. $A.A'B'C'$ và $A'.BCC'B'$.

D. $A'.ABC$ và $A'.BCC'B'$.

Lời giải

Chọn C

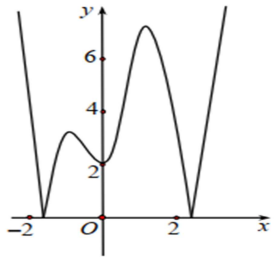
Dựng hình



Quan sát hình vẽ ta thấy Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối chóp $A'.ABC$ và $A'.BCC'B'$

Câu 7. Cho đồ thị hàm $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là ?

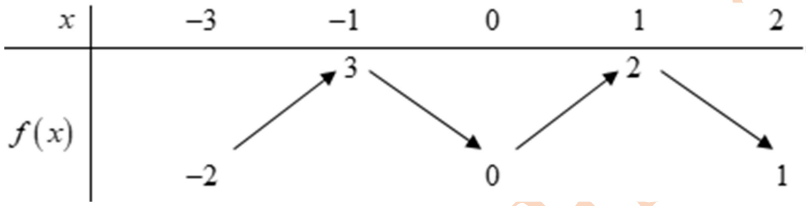
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta có đồ thị hàm số có 5 cực trị.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là

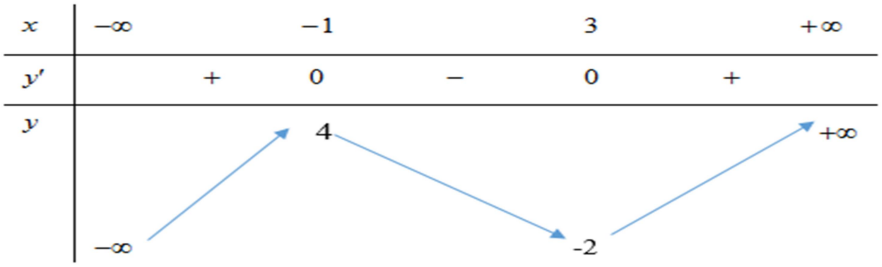
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** −2.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là 0.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

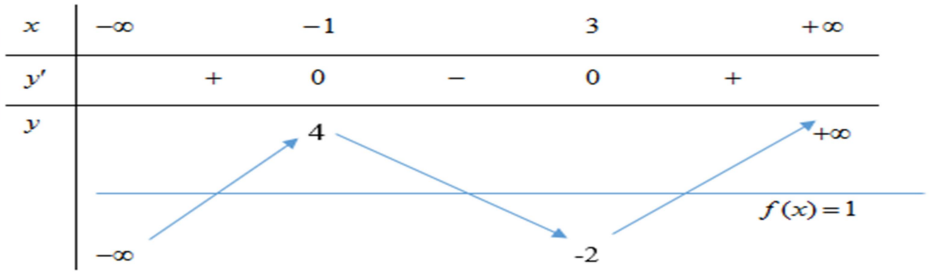


Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

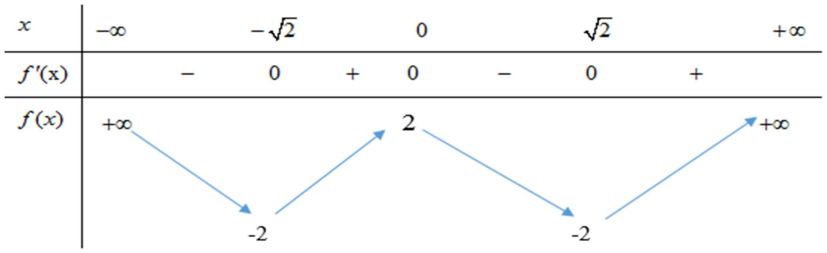
Chọn D



Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$.

Theo bảng biến thiên đã vẽ ở trên thì đường thẳng $y=1$ là đường thẳng luôn song song với trục Ox và cắt đường cong của hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Vậy đáp án là D.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

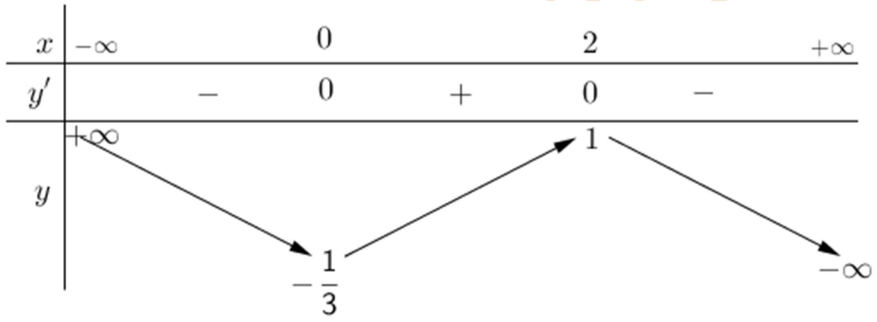
Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trong khoảng $\left(-\sqrt{2};0\right)$ mà $(-1;0)\subset\left(-\sqrt{2};0\right)$.

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Phát biểu nào dưới đây là **SAI**?



A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\frac{1}{3}$.

C. Hàm số có 2 điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy phát biểu Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\frac{1}{3}$ là Sai.

Câu 12. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 10. **B.** 16. **C.** 14. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Hình bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 13. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x+15$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **SAI**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$y = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$

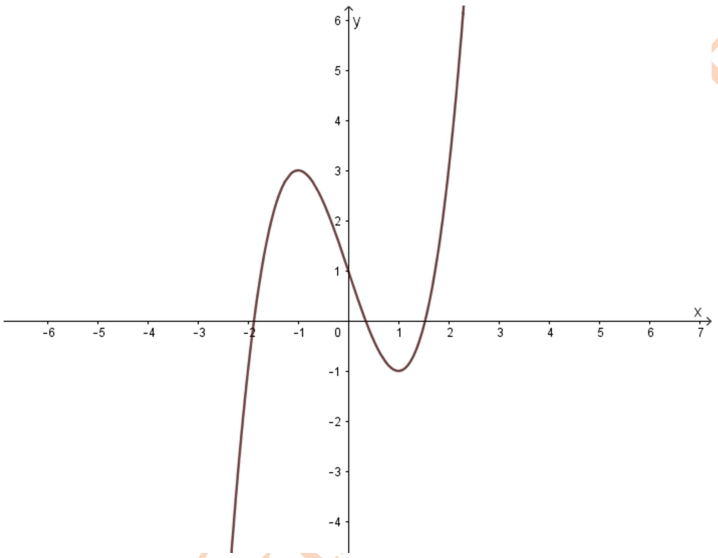
$y' = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đáp án D sai.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$ nên loại C, D.

Vì phần đồ thị ngoài cùng bên tay phải đi lên nên loại A.

Câu 15. Một nhóm học sinh gồm có 4 nam và 5 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 bạn. Tính xác suất để 2 bạn được chọn là 1 nam và 1 nữ.

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{7}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi A là biến cố cần tìm.

Số cách chọn bạn nam: 4.

Số cách chọn bạn nữ: 5.

Số cách chọn thuận lợi cho biến cố A: $n(A) = 4.5 = 20$.

Xác suất cả A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20}{C_9^2} = \frac{5}{9}$.

Câu 16. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{\ }$ là:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$,

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang: $y=0$.

$\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x-2}{(x-2)(x-1)}=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{1}{x-1}=+\infty$,

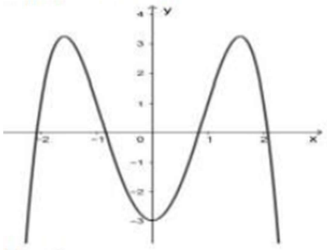
$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-2}{(x-2)(x-1)}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1}{x-1}=-\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là: $x=1$.

Mặt khác: $\lim\limits_{x\to2^{\pm}}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=1$, đồ thị hàm số không nhận $x=2$ làm tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 17. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$.

C. $a<0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax^4+bx^2+c\right)=-\infty \Rightarrow a<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên suy ra $a.b<0\Rightarrow b>0$.

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=3$, $u_8=24$ thì u_{11} bằng

A. 33. **B.** 30. **C.** 28. **D.** 32.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

Ta có $u_8=u_1+7d\Leftrightarrow 24=3+7d\Leftrightarrow d=3$.

Suy ra $u_{11}=u_1+10d=3+10.3=33$.

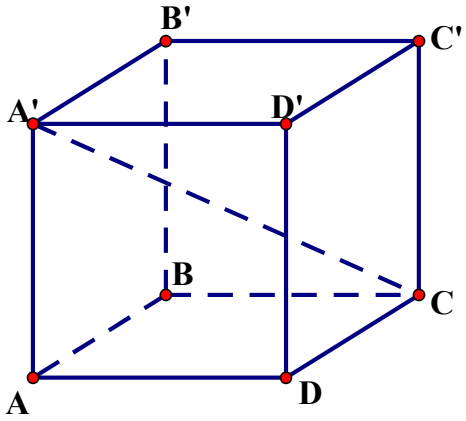
Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'AC)$ và $(ABCD)$ bằng

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Lời giải

Chọn B

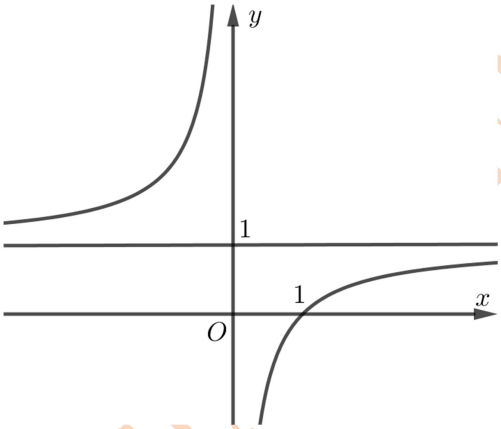
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Vì $AA' \perp (ABCD)$ nên $(A'AC) \perp (ABCD)$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(A'AC)$ và $(ABCD)$ bằng 90°.

Câu 20. Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \dfrac{2x-2}{x}$. **B.** $y = \dfrac{x+1}{x}$. **C.** $y = \dfrac{x-1}{x}$. **D.** $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

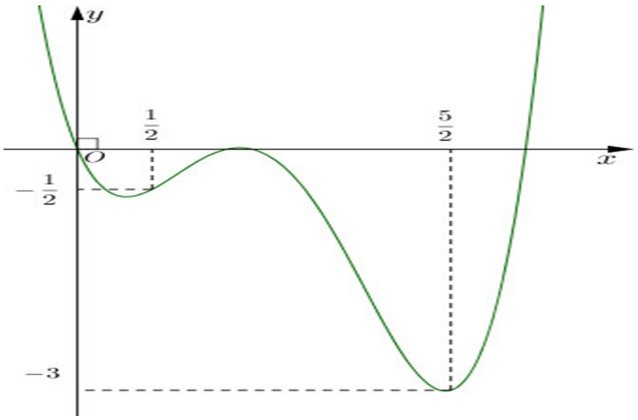
Lời giải

Chọn C

Ta thấy đồ thị có tiệm cận ngang $y = 1$, tiệm cận đứng $x = 0$ nên loại A, D.

Đồ thị cắt trục hoành tại $x = 1$ nên chọn C.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(0;3)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy $f'(x)<0$ với $x\in(0;3)$

Do đó, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 22. Số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 34 được lập từ 1; 2; 3; 4; 5; 6 là

A. 966. **B.** 720. **C.** 669. **D.** 696.

Lời giải

Chọn D

Số các số có 6 chữ số khác nhau được lập từ 1; 2; 3; 4; 5; 6 là $6!=720$.

Gọi số có 6 chữ số khác nhau bắt đầu từ 34 là $\overline{34a_1a_2a_3a_4}$.

Số cách chọn số có 4 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ khác nhau được lập từ 1 ; 2; 5 ; 6 là $4!=24$.

Vậy, số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 34 là $720-24=696$.

Câu 23. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-\frac{1}{3}$ trên đoạn $[0;2]$. Tính tổng $S=M+m$.

A. $S=\frac{4}{3}$. **B.** $S=\frac{1}{3}$. **C.** $S=\frac{2}{3}$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Chọn C

$y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-\frac{1}{3}\Rightarrow y'=x^2-4x+3$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;2]\\x=3\notin[0;2]\end{array}\right.$

Ta có: $\left.\begin{array}{l}y(0)=-\frac{1}{3}.\\y(1)=1.\\y(2)=\frac{1}{3}\end{array}\right\}\Rightarrow M=\underset{[0;2]}{Max}\,y=1;\ m=\underset{[0;2]}{Min}\,y=-\frac{1}{3}\Rightarrow S=M+m=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}.$

Câu 24. Số cạnh của một hình lăng trụ có thể là số nào dưới đây.

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn A

Gọi n là số đỉnh của đa giác đáy, p là số cạnh của hình lăng trụ. Ta có: $p=3.n$

Suy ra p phải là một số chia hết cho 3. Vậy $p=2019$.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^3-2x+1$ có đồ thị (C). Hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 là

A. $k=1$. **B.** $k=-5$. **C.** $k=10$. **D.** $k=25$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-2\Rightarrow k=y'(1)=3.1^2-2=1$.

Câu 26. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-(m^2-9)x^2+2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là

A. Vô số. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 2\left(m^2 - 9\right)x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 2\left(m^2 - 9\right)x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{m^2 - 9}{2} \end{array}\right.$$

Hàm số đã cho có 1 cực trị $\Leftrightarrow \dfrac{m^2 - 9}{2} \le 0 \Leftrightarrow -3 \le m \le 3$

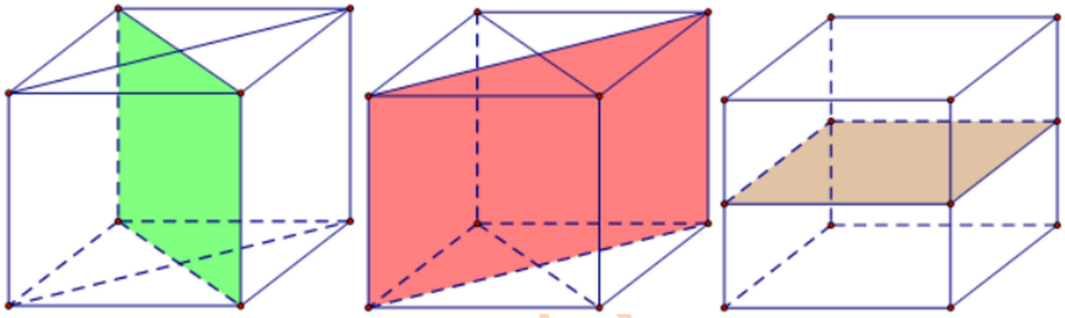
Vậy $S = \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$.

Câu 27. Lăng trụ đứng có đáy là hình thoi có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C



Lăng trụ đứng có đáy là hình thoi có tất cả 3 mặt phẳng đối xứng (Hình vẽ).

Câu 28. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm : $\sqrt{3}\sin x - \cos x = m$.

A. $m \le 2$. **B.** $-1 \le m \le 1$. **C.** $m \le -2$. **D.** $-2 \le m \le 2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos x = m$ có nghiệm

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2 \ge m^2 \Leftrightarrow m^2 \le 4 \Leftrightarrow -2 \le m \le 2$.

Câu 29. Nghiệm của phương trình $\sin 4x + \cos 5x = 0$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{9} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin 4x + \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x = -\sin 4x \Leftrightarrow \cos 5x = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + 4x\right)$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x = \dfrac{\pi}{2} + 4x + k2\pi \\ 5x = -\dfrac{\pi}{2} - 4x + k2\pi \end{array}\right.$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{18}+\dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$ hoặc $x=-\dfrac{\pi}{18}+\dfrac{k2\pi}{9}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 30. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S=-t^3+3t^2-2$, trong đó t tính bằng giây và S tính theo mét. Vận tốc lớn nhất của chuyển động chất điểm đó là

A. $1\ m/s$. **B.** $3\ m/s$. **C.** $2\ m/s$. **D.** $4\ m/s$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $v=S'=-3t^2+6t$.

Suy ra $v'=-6t+6$.

Do đó $v'=0\Leftrightarrow -6t+6=0\Leftrightarrow t=1$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		1		$+\infty$
v'		$+$	0	$-$	
v	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

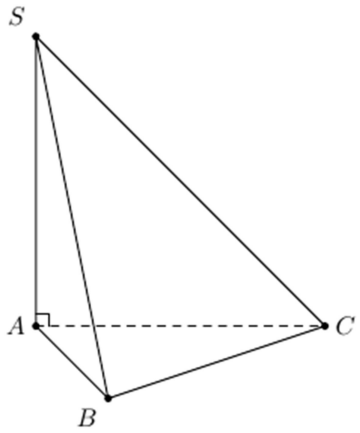
Vậy $\max v=3$ khi $t=1$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $\widehat{SBA}=30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Trong tam giác SAB vuông tại A ta có $\tan\widehat{SBA}=\dfrac{SA}{AB}\Leftrightarrow SA=AB.\tan\widehat{SBA}=a.\tan 30°=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (đvdt)

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a^3}{12}$ (đvtt).

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 32. Một cơ sở khoan giếng có đơn giá như sau: giá của mét khoan đầu tiên là 50000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mét khoan tăng thêm 7% so với giá của mét khoan ngay trước đó. Tính số tiền mà chủ nhà phải trả cho cơ sở khoan giếng để khoan được $50(m)$ gần bằng số nào sau đây?

A. 20326446. **B.** 21326446. **C.** 23326446. **D.** 22326446.

Lời giải

Chọn A

Gọi u_n là giá tiền khoan giếng mét thứ n.

Ta có $u_1 = 50000$.

$u_2 = u_1 + u_1.7\% = u_1.1,07$.

$u_3 = u_2 + u_2.7\% = u_1.1,07^2$

……

$u_n = u_{n-1} + u_{n-1}.7\% = u_1.1,07^n$.

Vậy (u_n) là một cấp số nhân với $u_1 = 50000$ và công bội $q = 1,07$.

Số tiền công cần thanh toán khi khoan $50(m)$ là

$$S_{50} = u_1 + u_2 + \ldots + u_{50} = \frac{u_1(1-q^{50})}{1-q} = \frac{50000(1-1,07^{50})}{1-1,07} \approx 20326446,5 \text{ đồng.}$$

Câu 33. Hàm số $y = |x^3 + 3x^2|$ đạt cực tiểu tại

A. $x = 0$. **B.** $x = 4$.

C. $x = 0$ và $x = a < -3$. **D.** $x = -3$ và $x = 0$.

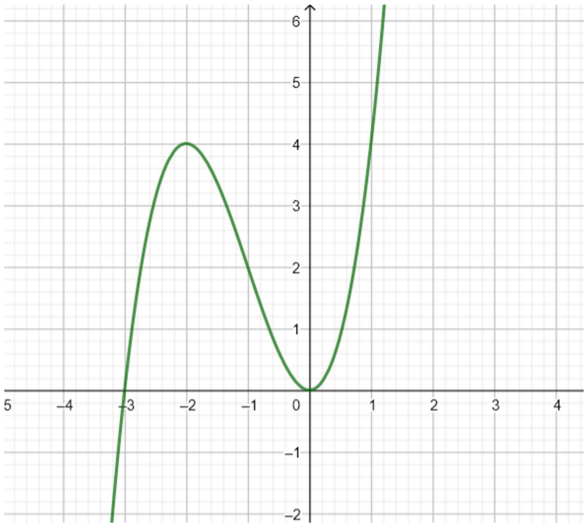
Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x) = x^3 + 3x^2$. Khi đó $f'(x) = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

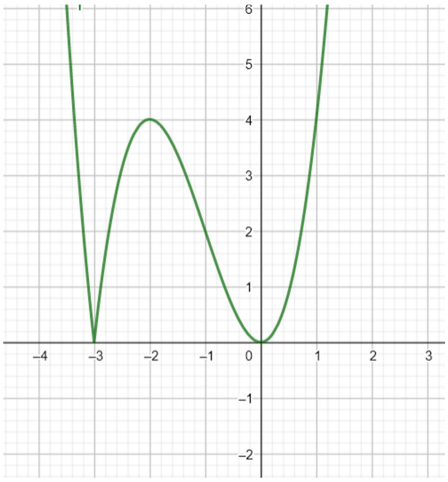
x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2$



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$



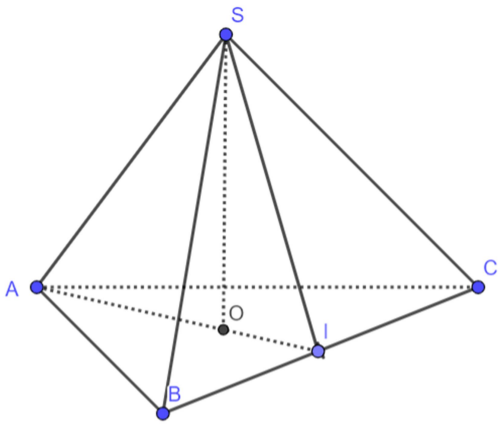
Vậy hàm số $y=|f(x)|$ đạt cực tiểu tại $x=-3$ và $x=0$.

Câu 34. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là trọng tâm tam giác ABC và I là trung điểm của đoạn thẳng BC.

Tam giác ABC đều cạnh $a\sqrt{3}$ nên $S_{\Delta ABC}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao $AI=\frac{3a}{2}$.

$OI=\frac{1}{3}AI=\frac{1}{3}\frac{3a}{2}=\frac{a}{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SO$

$\Leftrightarrow \frac{a^3\sqrt{6}}{4}=\frac{1}{3}.\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.SO \Leftrightarrow SO=\sqrt{2}a$.

Nên $SI=\sqrt{SO^2+OI^2}=\sqrt{2a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{3a}{2}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

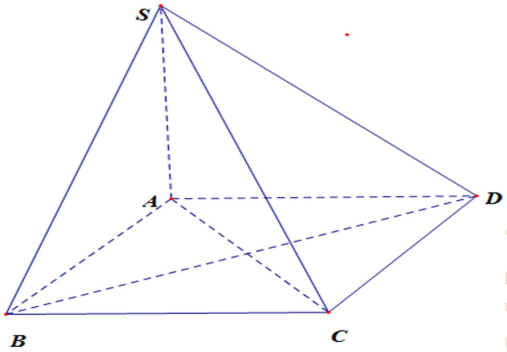
$S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}.SI.BC=\frac{1}{2}.\frac{3a}{2}.a\sqrt{3}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là h.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

$V=\frac{1}{3}.S_{\Delta SBC}.h \Leftrightarrow \frac{a^3\sqrt{6}}{4}=\frac{1}{3}.\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.h \Leftrightarrow h=a\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên dưới)

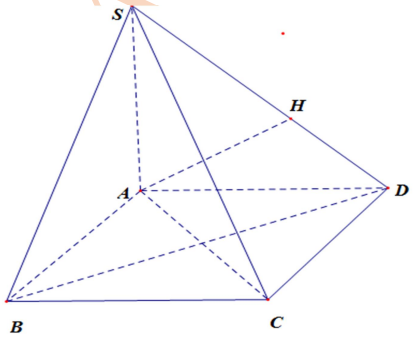


Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{30}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



$\begin{cases} AB//CD \\ AB\not\subset(SCD) \end{cases} \Rightarrow AB//(SCD)$.

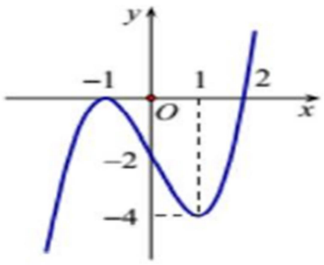
$\begin{cases} (SCD)\perp(SAD) \\ (SCD)\cap(SAD)=SD \end{cases}$ kẻ $AH\perp SD=\{H\} \Rightarrow d(B,(SCD))=d(A,(SCD))=AH$.

$SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=a\sqrt{5}$.

$\Delta SAD\perp A: AH.SD=SA.AD \Leftrightarrow AH=\frac{SA.AD}{SD}=\frac{a\sqrt{2}.a\sqrt{3}}{a\sqrt{5}}=\frac{a\sqrt{30}}{5}$

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

ĐỀ THI ĐÁP ÁN VIỆT TOÁN



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y=f\left(x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(2020;+\infty\right)$. Số phần tử của tập S là

A. 2020 . **B.** 2019 . **C.** 2018 . **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số: $y=g\left(x\right)=f\left(x-m\right)$

$y'=g'\left(x\right)=f'\left(x-m\right)$

$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-m=-1\\x-m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-1\\x=m+2\end{array}\right.\left(m-1<m+2\right)$

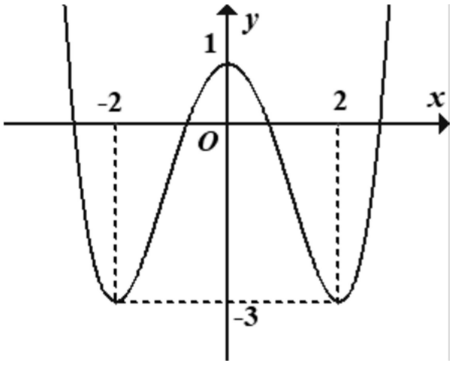
Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		$m-1$		$m+2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘		↘	$f(2)$	↗	$+\infty$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2020;+\infty\right)$ thì $2020\geq m+2\Leftrightarrow m\leq 2018$

Do $m\in\mathbb{Z}^+\Rightarrow 1\leq m\leq 2018\Rightarrow$ có 2018 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4+2x^3-4x^2-8x}{\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?

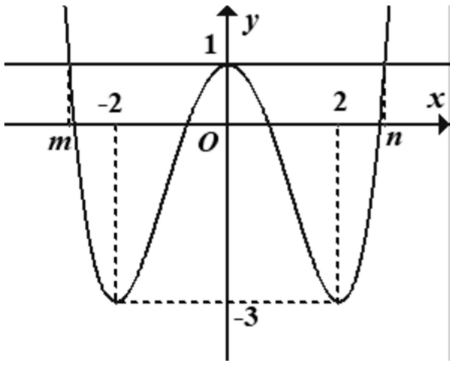


A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=1\\f\left(x\right)=-3\end{array}\right.$.

Phương trình $f\left(x\right)=1$ có nghiệm $x=0,x=m,x=n$ trong đó $x=0$ là nghiệm kép.

Do đó $f\left(x\right)-1=ax^2\left(x-m\right)\left(x-n\right)$.

Phương trình $f\left(x\right)=-3$ có 2 nghiệm kép $x=2,x=-2$.

Do đó $f\left(x\right)+3=a\left(x-2\right)^2\left(x+2\right)^2$.

Vì vậy $\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3=a^2x^2\left(x-m\right)\left(x-n\right)\left(x-2\right)^2\left(x+2\right)^2$.

Khi đó ta được hàm số $y=\dfrac{x\left(x-2\right)\left(x+2\right)^2}{a^2x^2\left(x-m\right)\left(x-n\right)\left(x-2\right)^2\left(x+2\right)^2}$.

$\lim\limits_{x\to0^+}y=+\infty$ nên đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to m^+}y=+\infty$ nên đường thẳng $x=m$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to n^+}y=+\infty$ nên đường thẳng $x=n$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to2^+}y=-\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to-2}y=\dfrac{-4}{a^2 8\left(-2-m\right)\left(-2-n\right)}$ nên đường thẳng $x=-2$ không là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 tiệm cận đứng.

Câu 38. Giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{\cot x-2}{\cot x-m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

A. $\left[\begin{array}{l}m\le0\\1\le m<2\end{array}\right.$. **B.** $m\le0$. **C.** $1\le m<2$. **D.** $m>2$.

Lời giải

Chọn A

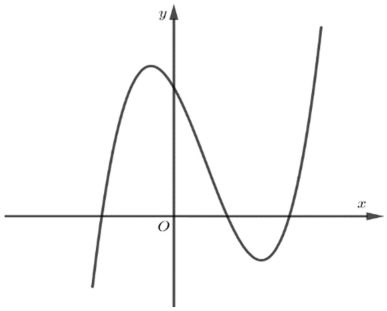
Đặt $t=\cot x$.

Để hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số $y=\dfrac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $\left(0;1\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2>0\\\left[\begin{array}{l}m\le0\\m\ge1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\\left[\begin{array}{l}m\le0\\m\ge1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le0\\1\le m<2\end{array}\right.$.

Câu 39. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như sau:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Trong các số a,b,c,d có bao nhiêu số dương?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta có:

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty \Rightarrow a>0$.

+ Đồ thị hàm số giao trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d>0$.

Ta có: $f'(x)=3ax^2+2bx+c$

Theo viet: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a} \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a} \end{cases}$

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị $x_1<0<x_2\ (|x_1|<|x_2|) \Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b<0 \\ c<0 \end{cases}$.

Vậy có 2 số dương $\Rightarrow$ chọn C.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=2x^3-(2+m)x+m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $m>\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\le\dfrac{1}{2}$. **C.** $m>-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m>-\dfrac{1}{2}; m\neq 4$.

Lời giải

Chọn D

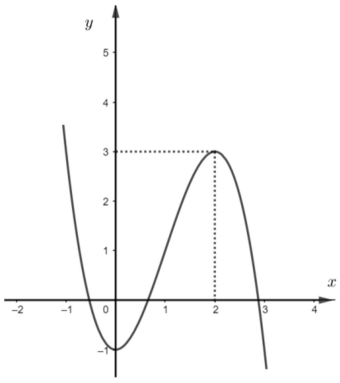
Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành ta có:

$2x^3-(2+m)x+m=0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2+2x-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ 2x^2+2x-m=0\,(1) \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} 1+2m>0 \\ 4-m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\dfrac{1}{2} \\ m\neq 4 \end{cases} \Rightarrow$ Chọn D.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2020;2020]$ của tham số m để phương trình $2f(|x|)-m=0$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2019

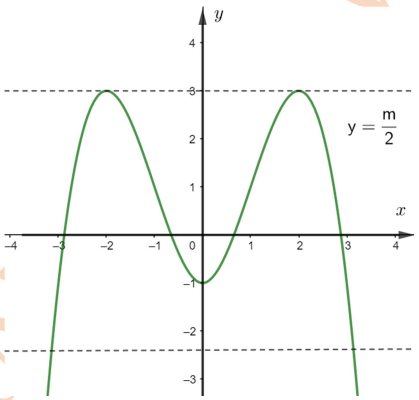
Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(|x|)-m=0,(1)$

$\Leftrightarrow f(|x|)=\dfrac{m}{2}$

Xét hàm số $y=f(|x|)$ có đồ thị được suy ra từ đồ thị $y=f(x)$ đã cho như sau



Từ đó suy ra pt (1) có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{2}=3\\ \dfrac{m}{2}<-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=6\\ m<-2\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện $[-2020;2020]$ suy ra $\left[\begin{array}{l}m=6\\ -2020\le m<-2\end{array}\right.$ suy ra có 2019 giá trị m nguyên.

Câu 42: Ông An mua một chiếc va-li mới để đi du lịch, chiếc va-li đó có chức năng cài đặt mật khẩu là các chữ số để mở khóa. Có ba ô để cài đặt mật khẩu, mỗi ô là một chữ số. Ông An muốn cài đặt để tổng chữ số trong 3 ô đó bằng 5. Hỏi ông có bao nhiêu cách để cài đặt mật khẩu như vậy?

A. 21. **B.** 30 **C.** 12. **D.** 9

Lời giải

Chọn A

Ta có các bộ ba số có tổng bằng 5 là $(0,0,5),(0,1,4),(0,2,3),(1,1,3),(1,2,2)$

Trong đó có ba bộ $(0,0,5),(1,1,3),(1,2,2)$ có tổng số cách cài đặt mật khẩu là : $3.\dfrac{3!}{2!}=9$

DIỄN ĐÀN VIÊN TOÁN

Còn lại các bộ $(0,1,4),(0,2,3)$ có tổng số cách cài đặt là $2.3!=12$

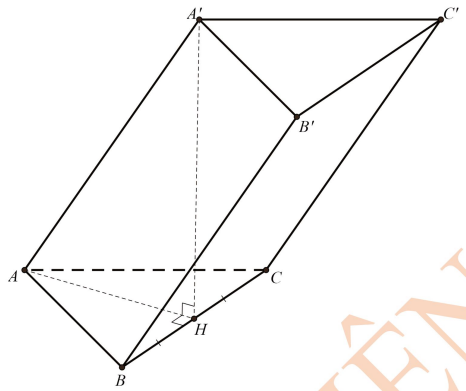
Vậy ông An có tổng cộng $9+12=21$ cách cài đặt mật khẩu cho chiếc va-li.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Hình chiếu H của A' trên (ABC) là trung điểm của BC. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$AH=a\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow A'H=\sqrt{a^2-\left(a\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{a}{2}$

$V=S_{\Delta ABC}.A'H=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 44. Cho phương trình $2\cos^2 x-(m+2)\cos x+m=0$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 2 nghiệm $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

A. $0<m\le 1$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $0\le m<2$. **D.** $0<m\le 2$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\cos x;\ x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow t\in[0;1]$.

Phương trình trở thành $2t^2-(m+2)t+m=0$, $t\in[0;1]$. Nhận xét phương trình luôn có nghiệm $t_1=1,t_2=\frac{m}{2}$. Để thỏa mãn đề bài thì $0\le\frac{m}{2}<1\Leftrightarrow 0\le m<2$.

Câu 45. Cho hàm số $y=\left|x^2-2x-4\sqrt{(x+1)(3-x)}+m-3\right|$. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để $\max y=2020$?

A. 4048. **B.** 24. **C.** 0. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

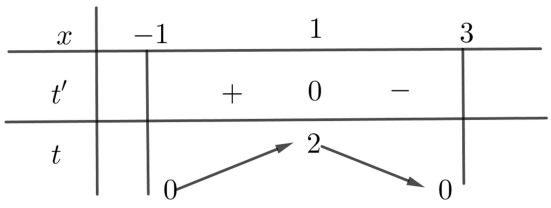
Xét $g(x)=x^2-2x-4\sqrt{(x+1)(3-x)}+m-3$.

TXĐ: $D=[-1;3]$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Đặt: $t=\sqrt{(x+1)(3-x)}=\sqrt{-x^2+2x+3}\Rightarrow t'=\dfrac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}$.

Cho $t'=0\Leftrightarrow -x+1=0\Leftrightarrow x=1$ (nhận)

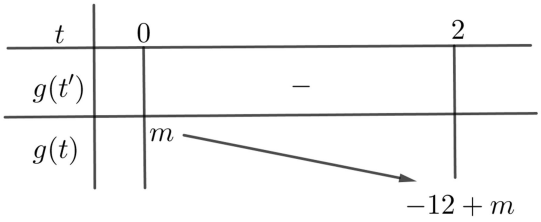


$x\in[-1;3]\Rightarrow t\in[0;2]$.

Khi đó: $g(t)=-t^2-4t+m,\forall t\in[0;2]$.

$g'(t)=-2t-4$.

Cho $g'(t)=0\Leftrightarrow t=-2$ (loại).



Khi đó

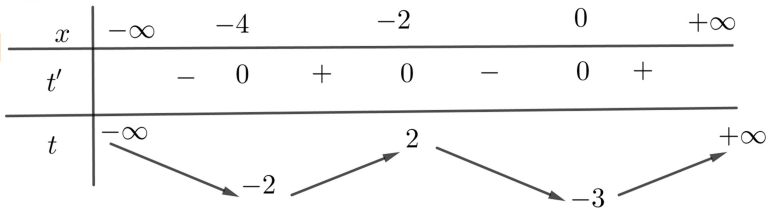
$\max\limits_{[-1;3]}y=\max\limits_{[-1;3]}\{|m|;|m-12|\}=2020$.

TH1: $\begin{cases}|m|>|m-2|\\|m|=2020\end{cases}\Leftrightarrow m=2020$.

TH2: $\begin{cases}|m|<|m-2|\\|m-2|=2020\end{cases}\Leftrightarrow m=-2008$.

Từ đó ta được: $m_1+m_2=12$ nên chọn đáp án D.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x^2-4x)=m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

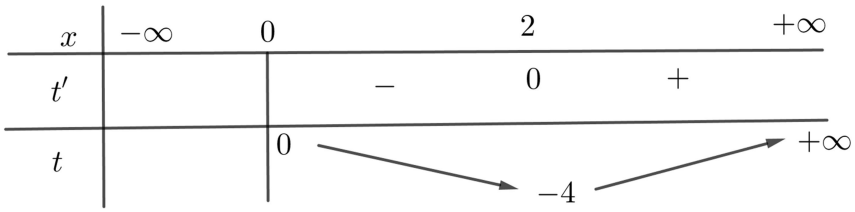
Chọn C

Đặt: $t=x^2-4x\Rightarrow t'=2x-4$

Cho $t'=0\Leftrightarrow x=2$ (nhận)

Bảng biến thiên

DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN



$\Rightarrow t \in [-4;+\infty)$

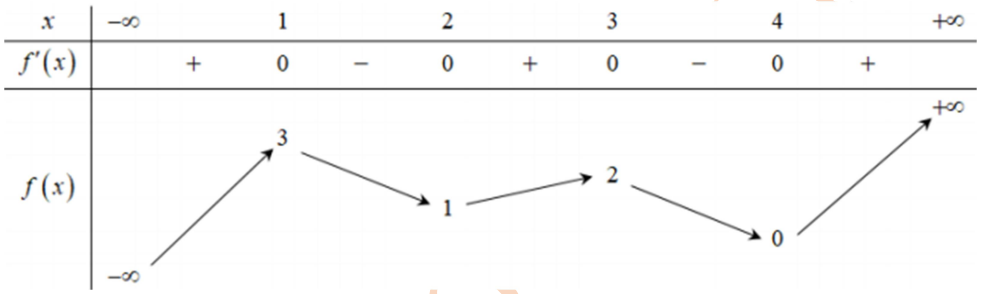
Dựa trên bảng biến thiên ta có :

Nếu $\left[\begin{array}{l} t=-4 \\ t \geq 0 \end{array}\right.$ khi đó với một giá trị t cho duy nhất một giá trị x thuộc khoảng $(0;+\infty)$.

Nếu $t \in (-4;0)$ khi đó với một giá trị t cho hai giá trị x thuộc khoảng $(0;+\infty)$.

Như vậy dựa trên bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, phương trình có ít nhất ba nghiệm thuộc khoảng $(0;+\infty)$ khi $m \in (-3;2]$. Vậy có 5 giá trị nguyên m nên chọn đáp án C.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên bên dưới.



Hàm số $y=\frac{1}{3}(f(x))^3-(f(x))^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=f'(x)\left[(f(x))^2-2f(x)\right]=f'(x)f(x)\left[f(x)-2\right]$

Trên khoảng $(3;4)$ ta có: $\begin{cases} f'(x)<0 \\ 0<f(x)<2 \end{cases} \Rightarrow f'(x).f(x)\left[f(x)-2\right]>0$.

$f(x)-2<0$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

Câu 48. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{x^3z}{y^2(xz+y^2)}+\frac{y^4}{z^2(xz+y^2)}+\frac{z^3+15x^3}{x^2z}$, biết $0<x<y<z$.

A. 12. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P=\frac{x^3z}{y^2(xz+y^2)}+\frac{y^4}{z^2(xz+y^2)}+\frac{z^3+15x^3}{x^2z}=\frac{\left(\frac{x}{y}\right)^3}{\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{z}\right)}+\frac{\left(\frac{y}{z}\right)^3}{\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{z}\right)}+\left(\frac{z}{x}\right)^2+\frac{15}{\frac{z}{x}}$

Đặt $a=\frac{x}{y}<1, b=\frac{y}{z}<1; c=\frac{z}{x}>1$ và $abc=1 \Leftrightarrow ab=\frac{1}{c}$.

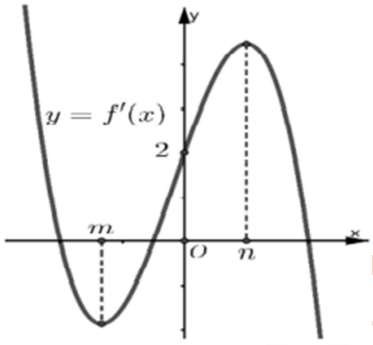
Ta được: $P=\frac{a^3}{(a+b)}+\frac{b^3}{(a+b)}+c^2+\frac{15}{\ }=a^2+b^2-ab+c^2+\frac{15}{\ } \geq ab+c^2+\frac{15}{\ }$

DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN

$$= c^2 + \frac{16}{c} = c^2 + \frac{8}{c} + \frac{8}{c} \geq 3\sqrt[3]{c^2 . \frac{8}{c} . \frac{8}{c}} = 12 .$$

Vậy $P_{\min} = 12$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a = b \\ abc = 1 \\ c^2 = \dfrac{8}{c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} y \\ y = \dfrac{1}{\sqrt{2}} z \\ z = 2x \end{cases}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, $(a \neq 0)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ.



Biết rằng $e > n$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f'\left[f(x) - 2x \right]$ bằng

A. 10. **B.** 14. **C.** 7. **D.** 6.

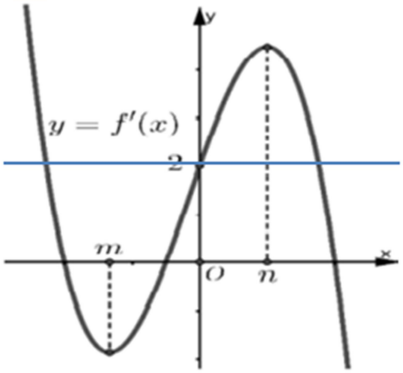
Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \left(f'(x) - 2 \right) f''\left[f(x) - 2x \right]$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left(f'(x) - 2 \right) f''\left[f(x) - 2x \right] = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} f'(x) - 2 = 0 & (1) \\ f''\left[f(x) - 2x \right] = 0 & (2) \end{bmatrix}$$

Xét phương trình $(1) \Leftrightarrow f'(x) = 2$.



Từ đồ thị ta có phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 $(x_1 < m < x_2 = 0 < n < x_3)$.

Xét phương trình (2).

Trước hết ta có: $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$.

$$f'(0) = 2 \Leftrightarrow d = 2$$

Suy ra: $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x + e$.

$$(2) \Leftrightarrow f''\left[f(x) - 2x \right] = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} f(x) - 2x = m \\ f(x) - 2x = n \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} ax^4 + bx^3 + cx^2 + e = m \\ ax^4 + bx^3 + cx^2 + e = n \end{bmatrix}$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ax^4+bx^3+cx^2=m-e \quad (2a) \\ ax^4+bx^3+cx^2=n-e \quad (2b) \end{array}\right.$$

Số nghiệm của hai phương trình $(2a)$ và $(2b)$ lần lượt bằng số giao điểm của hai đường thẳng $y=m-e$ và $y=n-e$ (trong đó $m-e<n-e<0$)với đồ thị hàm số $g(x)=ax^4+bx^3+cx^2$.

$g'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow 4ax^3+3bx^2+2cx=0 \Leftrightarrow 4ax^3+3bx^2+2cx+2=2$

$$\Leftrightarrow f'(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1<0 \\ x=x_2=0 \\ x=x_3>0 \end{array}\right.$$

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)=+\infty$ nên $a<0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(x_1)$	↘	0	↗	$g(x_2)$	↘	$-\infty$

$n-e$

$m-e$

Từ bảng biến thiên suy ra hai phương trình $(2a)$, $(2b)$ mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt (hai phương trình không có nghiệm trùng nhau) và khác x_1, x_2, x_3.

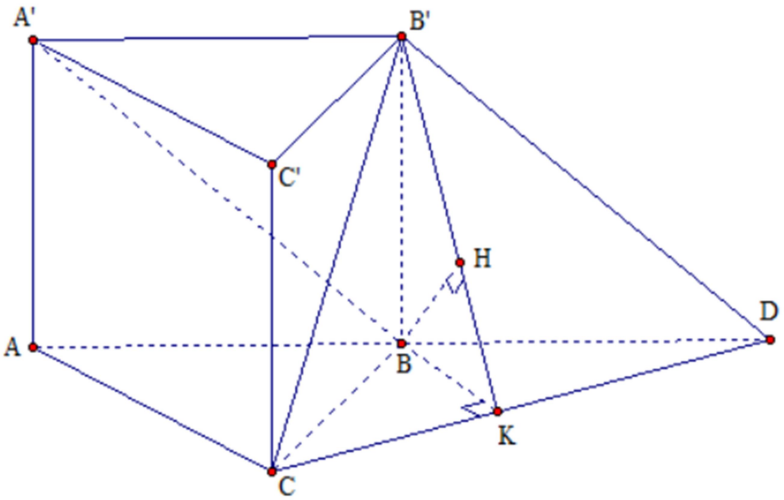
Suy ra phương trình $\left(f'(x)-2\right)f''\left[f(x)-2x\right]=0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt . Vậy hàm số $y=f'\left[f(x)-2x\right]$ có 7 điểm cực trị.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $AA'=a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là

A. $\dfrac{a}{3}$. **B.** $\dfrac{2a}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN

Suy ra: $d\left(A'B;B'C\right)=d\left(A'B;\left(B'CD\right)\right)=d\left(B;\left(B'CD\right)\right)$.

Kẻ từ B đường thẳng vuông góc với CD và cắt CD tại K.

Tam giác ACD vuông tại C (vì $BA=BC=BD$) có B là trung điểm của AD nên K là trung điểm của CD. $BK=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{1}{2}a$.

Kẻ $BH\perp B'K$ tại H, suy ra: $d\left(B;\left(B'CD\right)\right)=BH$.

Ta có: $\dfrac{1}{BH^2}=\dfrac{1}{BK^2}+\dfrac{1}{BB'^2}=\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{2a^2}=\dfrac{9}{2a^2}\Rightarrow BH=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $d\left(B;\left(B'CD\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC

TRƯỜNG THPT ĐỘI CẤN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên tập xác định?

A. $y=x^2-5x+6$.

B. $y=-x^3+2x^2-10x+4$.

C. $y=x+5$.

D. $y=\dfrac{x+10}{x-1}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

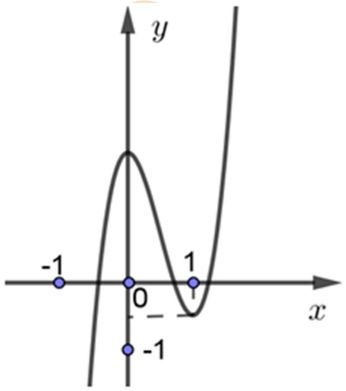
A. $(-\infty;1)$.

B. $(3;5)$.

C. $(-2;3)$.

D. $(0;+\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(|x+1|-1)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có điểm O và G lần lượt là tâm của mặt bên $ABB'A'$ và trọng tâm của ΔABC. Biết $V_{ABC.A'B'C'}=270\,cm^3$. Thể tích của khối chop $AOGB$ bằng

A. $25\,cm^3$.

B. $30\,cm^3$.

C. $15\,cm^3$.

D. $45\,cm^3$.

Câu 5. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc.

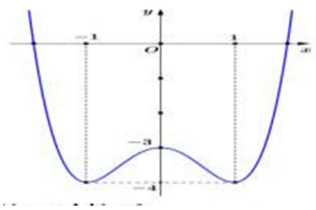
A. 5^5.

B. $5!$.

C. $4!$.

D. 5.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

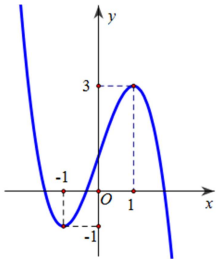


Phương trình $2f(x)+7=0$ có bao nhiêu nghiệm

DIỄN ĐÀN CỘNG VIÊN TOÁN

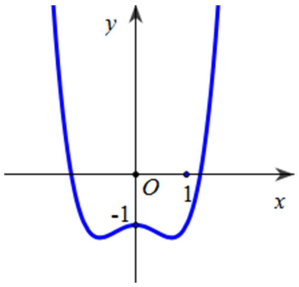
A. Vô nghiệm. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong ở hình vẽ?



A. $y=-x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3+x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 8. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-x^2-1$. **B.** $y=-x^4+x^2-1$. **C.** $y=-x^3+x^2-1$. **D.** $y=x^4-x^2-1$.

Câu 9. Cho một cấp số cộng (u_n) với $u_1=5$ và $u_3=1$. Khi đó số hạng u_2 của cấp số cộng đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 6.

Câu 10. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

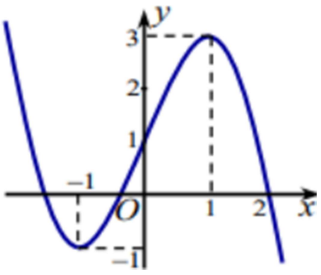
Câu 11. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 2 và chiều cao $h=12$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $12\sqrt{3}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Câu 12. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-x+5$ biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}x+1$.

A. $y=3x-13$. **B.** $y=3x+13$. **C.** $y=3x+1$. **D.** $y=3x-1$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ có số đường tiệm cận bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 15. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số phân biệt sao cho tổng 8 chữ số này chia hết cho 9 ?

A. 201600. **B.** 203400. **C.** 181440. **D.** 176400.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 16. Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{1}{2}x-\sqrt{x+2}$ trên đoạn $[-1;34]$. Tổng $S=3m+M$ bằng.

A. $S=\frac{13}{2}$. **B.** $S=\frac{25}{2}$. **C.** $S=\frac{63}{2}$. **D.** $S=\frac{11}{2}$.

Câu 18: Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\frac{20+\sqrt{6x-x^2}}{\sqrt{x^2-8x+2m}}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng là

A. 12. **B.** 15. **C.** 13. **D.** 7.

Câu 19. Từ một hộp đựng 2019 thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 2019. Chọn ngẫu nhiên ra hai thẻ. Tính xác suất của biến cố A = "tổng số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 2002".

A. $\frac{10^6-10^3}{C_{2019}^2}$. **B.** $\frac{10^6-1}{C_{2019}^2}$. **C.** $\frac{10^6}{C_{2019}^2}$. **D.** $\frac{10^5}{C_{2019}^2}$.

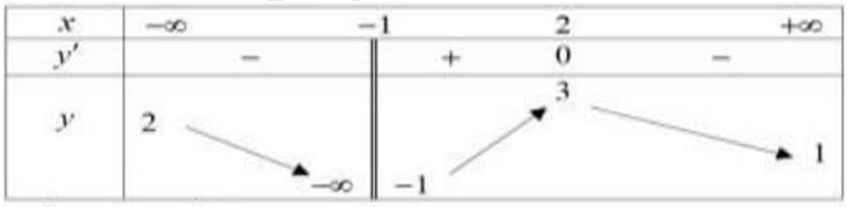
Câu 20. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB=BC=a, AA'=a\sqrt{2}, M$ là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

A. $d=\frac{a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 21. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y=3$ là?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=a$, $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của AD, góc giữa (SBM) và mặt đáy bằng $45°$. Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM).

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{4}$.

Câu 25. Với m là một tham số thực thì đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

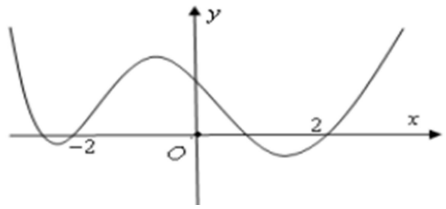
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 26. Cho khối tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=3cm$, $OB=4cm$, $OC=10cm$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $20cm^3$. **B.** $10cm^3$. **C.** $40cm^3$. **D.** $120cm^3$.

Câu 27. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hình vẽ bên?



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^3-3x)$ là

A. 7. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 5.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AC và $B'D'$ bằng

A. 90^0. **B.** 120^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, dấu của đạo hàm được cho bởi bảng:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(2x-2)$ nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(3-x)(10-3x)^2(x-2)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f(3-x)+\frac{1}{6}(x^2-1)^3$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Biết $f(2)+f(6)=2f(3)$. Tập nghiệm của phương trình $f(x^2+1)=f(3)$ có số phần tử bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 32. Hàm số $y=2x^4+4x^2-8$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 33. Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều đó. Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG**?

A. $S=4\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **C.** $S=8a^2$. **D.** $S=\sqrt{3}a^2$.

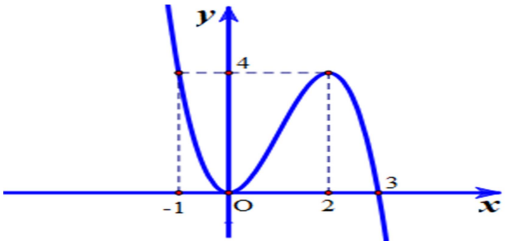
Câu 34. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{1}{6}Bh$. **D.** $3Bh$.

Câu 35. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 5. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của AA',BB',CC'. G,G' lần lượt là trọng tâm của hai đáy $ABC,A'B'C'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm G,G',M,N,P bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

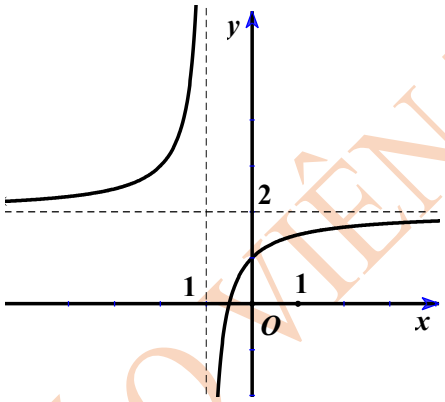


Khẳng định nào trong các khẳng định sau đây là **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 37. Đồ thị (hình dưới) là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$.

Câu 38. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y=\dfrac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC).

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 40. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-3$ tại điểm $A(1;0)$ có hệ số góc bằng

A . 7. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại C và $AC=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 120^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Câu 42. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$, $u_2=\dfrac{1}{2}$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. $-\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 43. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]}y+\max\limits_{[1;2]}y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $m>4$. **B.** $0<m\le 2$. **C.** $2<m\le 4$. **D.** $m\le 0$.

Câu 44. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+2x^2-1$ trên $[-1;1]$ bằng

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

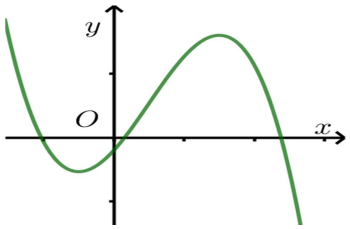
Câu 45. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ trên $[2;+\infty)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 46. Một công ty cần xây một kho chứa hàng dạng hình hộp chữ nhật (bằng vật liệu gạch và xi măng) có thể tích $2000\,\text{m}^3$, đáy là hình chữ nhật có chiều dài bằng hai lần chiều rộng. Người ta cần tính toán sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất, biết giá xây dựng là 750.000 đồng/m^2. Khi đó, chi phí thấp nhất gần với số nào dưới đây?

A. $742.935.831$. **B.** $742.963.631$. **C.** $742.933.631$. **D.** $742.833.631$.

Câu 47. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như bên:



Trong các giá trị a,b,c,d có bao nhiêu giá trị âm?

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 48. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng:

A. $y=-1$ **B.** $x=1$ **C.** $x=-1$ **D.** $y=2$

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $AD=2$, $AA'=3$. Thể tích của khối chóp $D.A'B'C'D'$ là

A. $V=1$. **B.** $V=3$. **C.** $V=6$. **D.** $V=2$.

Câu 50. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	A	C	B	B	B	D	B	A	B	C	B	A	C	A	A	D	C	A	D	D	A	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	A	B	D	D	C	B	B	D	D	B	A	D	A	C	D	A	B	B	C	D	C	D	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên tập xác định?

A. $y=x^2-5x+6$.

B. $y=-x^3+2x^2-10x+4$.

C. $y=x+5$.

D. $y=\dfrac{x+10}{x-1}$.

Lời giải

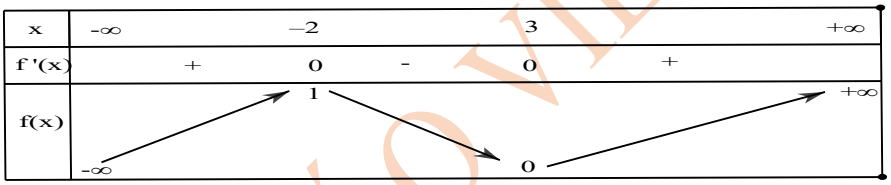
Chọn B

Vì hàm số bậc 2 và hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất không đơn điệu trên tập xác định nên loại đi hai đáp án A và D.

Hàm số bậc nhất $y=x+5$ có hệ số $a=1>0$ nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại đáp án C.

Vậy chọn đáp án B.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$.

B. $(3;5)$.

C. $(-2;3)$.

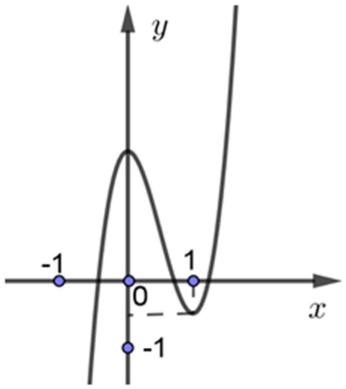
D. $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$ nên hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(3;5)$

Câu 3. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(|x+1|-1)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $v=f(|x+1|-1)$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

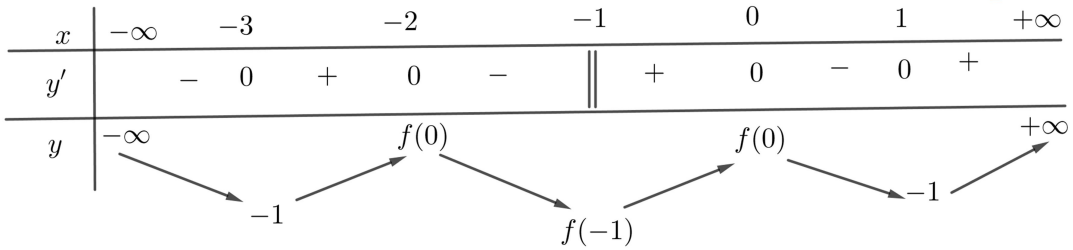
Ta có: $y'=\dfrac{x+1}{|x+1|}f'\left(|x+1|-1\right)$

Khi đó:

y' không xác định tại $x=-1$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|x+1|-1=0\\|x+1|-1=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\\x=-2\\x=-3\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên:



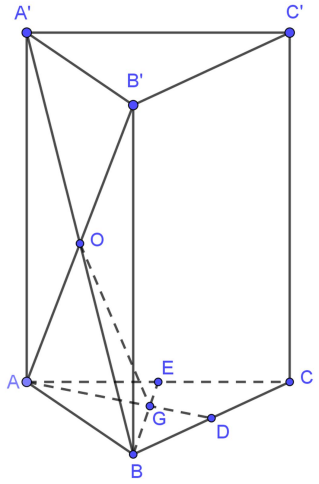
Dựa vào BBT hàm số có 5 cực trị nên chọn đáp án A.

Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có điểm O và G lần lượt là tâm của mặt bên $ABB'A'$ và trọng tâm của ΔABC. Biết $V_{ABC.A'B'C'}=270\,cm^3$. Thể tích của khối chop $AOGB$ bằng

A. $25\,cm^3$. **B.** $30\,cm^3$. **C.** $15\,cm^3$. **D.** $45\,cm^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có:

$d\left(O;(ABC)\right)=\dfrac{1}{2}\text{AA}'$

$S_{\Delta AGB}=\dfrac{1}{2}d\left(G;AB\right).AB$ mà $d\left(G;AB\right)=\dfrac{1}{3}d\left(C;AB\right)$. Khi đó: $S_{\Delta AGB}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}$

Vậy: $V_{OAGB}=\dfrac{1}{18}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{1}{18}.270=15\,cm^3$

nên chọn đáp án C.

Câu 5. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc.

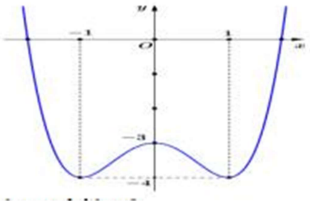
A. 5^5. **B.** $5!$. **C.** $4!$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN



Phương trình $2f(x)+7=0$ có bao nhiêu nghiệm

A. Vô nghiệm. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

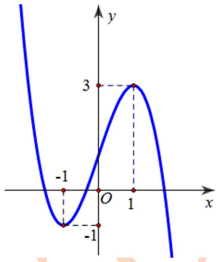
Lời giải

Chọn B

Có $2f(x)+7=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{7}{2}$

Từ hình vẽ ta có $-4<-\frac{7}{2}<-3$ suy ra số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\frac{7}{2}$ là 4 $\Rightarrow$ phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong ở hình vẽ?



A. $y=-x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3+x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

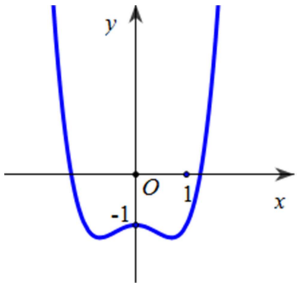
Lời giải

Chọn B

+ Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 với hệ số $a<0$ nên loại đáp án C,D.

+ Do đồ thị đi qua điểm $(1;3)$ nên nhận đáp án B.

Câu 8. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-x^2-1$. **B.** $y=-x^4+x^2-1$. **C.** $y=-x^3+x^2-1$. **D.** $y=x^4-x^2-1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a>0$.

Câu 9. Cho một cấp số cộng (u_n) với $u_1=5$ và $u_3=1$. Khi đó số hạng u_2 của cấp số cộng đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_2=\frac{u_1+u_3}{2}=\frac{5+1}{2}=3$.

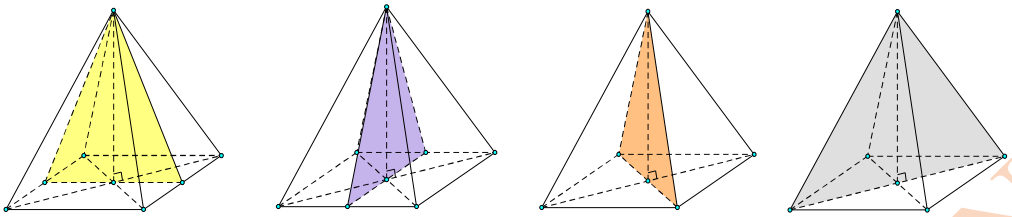
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 10. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A



Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.

Câu 11. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 2 và chiều cao $h=12$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $12\sqrt{3}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Khối chóp tam giác đều nên đáy là tam giác đều cạnh bằng 2, do đó diện tích đáy là

$B=\dfrac{2^2.\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}.$

Thể tích khối chóp đã cho là $V=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}\sqrt{3}.12=4\sqrt{3}.$

Câu 12. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-x+5$ biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}x+1.$

A. $y=3x-13$. **B.** $y=3x+13$. **C.** $y=3x+1$. **D.** $y=3x-1$.

Lời giải

Chọn C

Gọi tiếp điểm $M\left(x_0;y_0\right)$. Ta có $y'\left(x_0\right)=2x_0-1.$

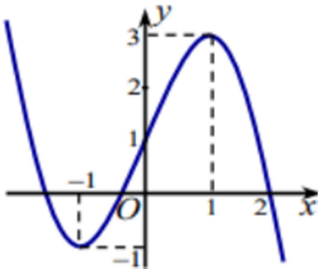
Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-x+5$ vuông góc với đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}x+1$ nên

$$y'\left(x_0\right).\left(-\frac{1}{3}\right)=-1\Leftrightarrow y'\left(x_0\right)=3\Leftrightarrow 2x_0-1=3\Leftrightarrow x_0=2.$$

Khi đó $y_0=2^2-2+5=7\Rightarrow M\left(2;7\right).$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-x+5$ dạng $y=3.\left(x-2\right)+7\Leftrightarrow y=3x+1.$

Câu 13. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B

Từ đồ thị hàm suy ra hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$, giá trị cực đại $y=3$.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ có số đường tiệm cận bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=[-1;0)\cup(0;1]$.

Từ tập xác định suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Ta có: $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=0$, $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=0$

$\lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^-} y=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=-\infty$

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=0$.

Câu 15. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số phân biệt sao cho tổng 8 chữ số này chia hết cho 9 ?

A. 201600. **B.** 203400. **C.** 181440. **D.** 176400.

Lời giải

Chọn C

Ta có $0+1+2+3+4+5+6+7+8+9$ chia hết cho 9.

Do đó số gồm 8 chữ số phân biệt chia hết cho 9 thì số đó phải không chứa 2 trong 10 chữ số $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ và có tổng chia hết cho 9

Ta có 5 cặp số thỏa mãn: $\{0;9\};\{1;8\};\{2;7\};\{3;6\};\{4;5\}$

Gọi số có 8 chữ số là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$

Trường hợp 1. Số được lập không chứa cặp số $\{0;9\}$. Khi đó có $8!$ số thỏa mãn.

Trường hợp 2. Số được lập không chứa một trong 4 cặp số $\{1;8\};\{2;7\};\{3;6\};\{4;5\}$.

Với mỗi số không chứa 1 trong 4 cặp trên, ta có $7.7!$ số được tạo ra thỏa mãn bài toán.

Do đó số các số gồm 8 chữ số phân biệt không chứa một trong 4 cặp số trên là: $7.7!.4$

Vậy số các số gồm 8 chữ số phân biệt chia hết cho 8 là: $8!+7.7!.4=181440$ số.

Câu 16. Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vì lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh a nên diện tích đáy: $B=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của lăng trụ đều là: $h=a$.

Thể tích của khối lăng trụ là: $V=B.h=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 17. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{2}x-\sqrt{x+2}$ trên đoạn $[-1;34]$. Tổng $S=3m+M$ bằng.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $S=\frac{13}{2}$. **B.** $S=\frac{25}{2}$. **C.** $S=\frac{63}{2}$. **D.** $S=\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$y'=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x+2}}=\frac{\sqrt{x+2}-1}{2\sqrt{x+2}}$.

$y'=0\Leftrightarrow\sqrt{x+2}=1\Leftrightarrow x=-1$. $f(-1)=-\frac{2}{2}$; $f(34)=11$.

$m=-\frac{3}{2};M=11$. $S=3\left(-\frac{3}{2}\right)+11=\frac{-9}{2}+11=\frac{13}{2}$.

Câu 18. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\frac{20+\sqrt{6x-x^2}}{\sqrt{x^2-8x+2m}}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng là

A. 12. **B.** 15. **C.** 13. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}6x-x^2\geq 0 & (1)\\ x^2-8x+2m\geq 0\end{cases}$.

$(1)\Leftrightarrow 0\leq x\leq 6$.

Để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng thì phương trình $f(x)=x^2-8x+2m=0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $0\leq x_1<x_2\leq 6$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'\geq 0\\ a.f(0)\geq 0\\ a.f(6)\geq 0\\ \frac{S}{2}>0\\ \frac{S}{2}<6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}16-2m>0\\ 2m\geq 0\\ 36-48+2m\geq 0\\ \frac{8}{2}>0\\ \frac{8}{2}<6\end{cases}\Leftrightarrow 6\leq m<8.$$

Thử $m=6$ không thỏa mãn!

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{6;7\}$. Vậy tổng các giá trị nguyên m là $6+7=13$.

Câu 19. Từ một hộp đựng 2019 thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 2019. Chọn ngẫu nhiên ra hai thẻ. Tính xác suất của biến cố A = "tổng số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 2002".

A. $\frac{10^6-10^3}{C_{2019}^2}$. **B.** $\frac{10^6-1}{C_{2019}^2}$. **C.** $\frac{10^6}{C_{2019}^2}$. **D.** $\frac{10^5}{C_{2019}^2}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{2019}^2$.

Để chọn được hai thẻ có tổng số nhỏ hơn 2002 ta xét các trường hợp sau:

TH 1: chọn số 1, khi đó có 1999 cách chọn số còn lại thuộc tập $\{2;3;...;2000\}$.

TH 2: chọn số 2, khi đó có 1997 cách chọn số còn lại thuộc tập $\{3;...;1999\}$.

.....

TH 1000: chọn số 1000, khi đó có 1 cách chọn số còn lại thuộc tập $\{1001\}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

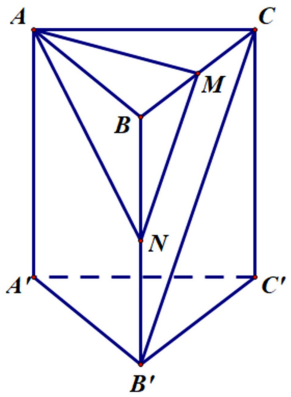
Nên $n(A)=1999+1997+...+1=\dfrac{(1999+1)1000}{2}=10^6$, $P(A)=\dfrac{10^6}{C_{2019}^2}$.

Câu 20. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB=BC=a, AA'=a\sqrt{2}, M$ là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

A. $d=\dfrac{a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm của $B'B$. Ta có $MN \parallel B'C \Rightarrow (AMN) \parallel B'C$.

Do đó $d(AM,B'C)=d(B'C,(AMN))=d(B',(AMN))==d(B,(AMN))=d$.

Xét tứ diện vuông $B.AMN$ có $\dfrac{1}{d^2}=\dfrac{1}{BA^2}+\dfrac{1}{BM^2}+\dfrac{1}{BN^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{2}{a^2}=\dfrac{7}{a^2}$,

vậy $d=\dfrac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 21. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y=3$ là?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Chọn D

$y=\dfrac{3x+1}{x-3}(C)$

$y=3\,(d)$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d):

$\dfrac{3x+1}{x-3}=3 \Leftrightarrow 3x+1=3x-9 \Leftrightarrow 0x=10$ (vô nghiệm).

Số giao điểm của đồ thi và đường thẳng là 0.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$	
y	2	↘	$-\infty$ | -1	↗	3	↘	1

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=2 \Rightarrow$ tiệm cận ngang là $y=2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=1 \Rightarrow$ tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=-\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng là $x=-1$.

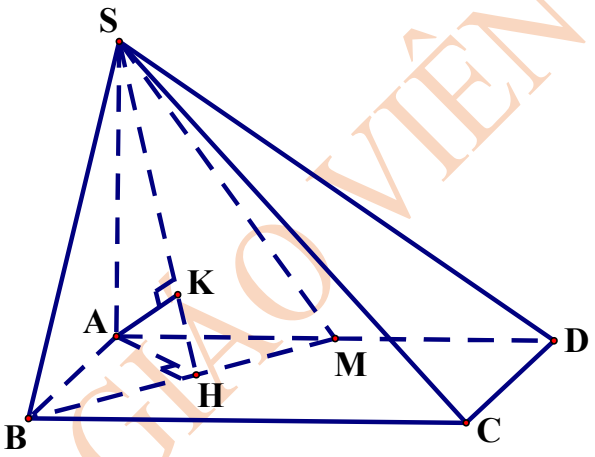
Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=a$, $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của AD, góc giữa (SBM) và mặt đáy bằng $45°$. Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM).

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $(SBM)\cap(ABCD)=BM$

Kẻ $AH\perp BM \Rightarrow$ Góc giữa (SBM) và mặt đáy là $\widehat{SHA}$ và $\widehat{SHA}=45°$.

Do đó ΔSAH là tam giác vuông cân, $SH=a\sqrt{2}$.

Kẻ $AK\perp SH \Rightarrow d\left(A,(SBM)\right)=AK=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vì M là trung điểm của AD nên $d\left(D,(SBM)\right)=d\left(A,(SBM)\right)=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 25. Với m là một tham số thực thì đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ có TXĐ: $\mathbb{R}$; $y'=3x^2-4x+1$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{3}\\x=1\end{array}\right.$.

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$-23/27$	↘	-1	↗	$+\infty$

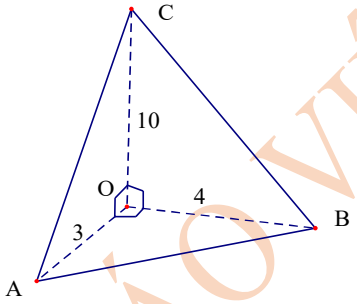
Dựa vào BBT đồ thi hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất là ba giao điểm.

Câu 26. Cho khối tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=3cm$, $OB=4cm$, $OC=10cm$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $20cm^3$. **B.** $10cm^3$. **C.** $40cm^3$. **D.** $120cm^3$.

Lời giải

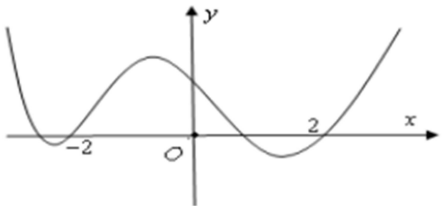
Chọn A



Ta có: $\left\{\begin{array}{l}OC\perp OA\\OC\perp OB\end{array}\right.\Rightarrow OC\perp(OAB)$.

Do đó $V_{C.OAB}=\frac{1}{3}.S_{OAB}.OC=\frac{1}{6}.OA.OB.OC=\frac{1}{6}.3.4.10=20cm^3$.

Câu 27. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hình vẽ bên?



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^3-3x)$ là

A. 7. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=(3x^2-3)f'(x^3-3x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\f'(x^3-3x)=0\end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta có $f'(x^3-3x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=t(-2>t)\\x^3-3x=u(-2<u<0)(*)\\x^3-3x=v(0<v<2)\end{array}\right.$

Xét $h(x)=x^3-3x\Rightarrow h'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1$ ta có bảng biến thiên sau:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

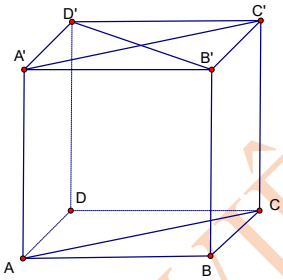
Dựa vào bảng biến thiên ta được (*) có 7 nghiệm phân biệt khác ± 1 nên $g'(x)=0$ có 9 nghiệm đơn phân biệt. Vậy hàm số $g(x)=f(x^3-3x)$ có 9 cực trị.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AC và $B'D'$ bằng

A. 90^0. **B.** 120^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\left.\begin{array}{l} AC \parallel A'C' \\ A'C' \perp B'D' \end{array}\right\} \Rightarrow AC \perp B'D'$. Vậy góc giữa đường thẳng AC và $B'D'$ bằng 90^0

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, dấu của đạo hàm được cho bởi bảng:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(2x-2)$ nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu của đạo hàm ta có:

$f'(x)<0 \Leftrightarrow 0<x<2$.

$f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>2 \end{array}\right.$.

$y'=2f'(2x-2)$.

$y'<0 \Leftrightarrow f'(2x-2)<0 \Leftrightarrow 0<2x-2<2 \Leftrightarrow 1<x<2$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(3-x)(10-3x)^2(x-2)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f(3-x)+\frac{1}{6}(x^2-1)^3$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$g'(x)=-f'(3-x)+\frac{3}{6}2x\left(x^2-1\right)^2$$
$$=-f'(3-x)+x\left(x^2-1\right)^2$$
$$=-\left[3-(3-x)\right]\left[10-3(3-x)\right]^2(3-x-2)^2+x\left(x^2-1\right)^2$$
$$=-x.(1+3x)^2(1-x)^2+x(x-1)^2(x+1)^2$$
$$=(x-1)^2\left[x^3+2x^2+x-x\left(9x^2+6x+1\right)\right]$$
$$=(x-1)^2\left(-8x^3-4x^2\right)$$
$$=-4x^2(x-1)^2(2x+1)$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$-$	

$$\Rightarrow g'(x)>0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\frac{-1}{2}\right).$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Biết $f(2)+f(6)=2f(3)$. Tập nghiệm của phương trình $f\left(x^2+1\right)=f(3)$ có số phần tử bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

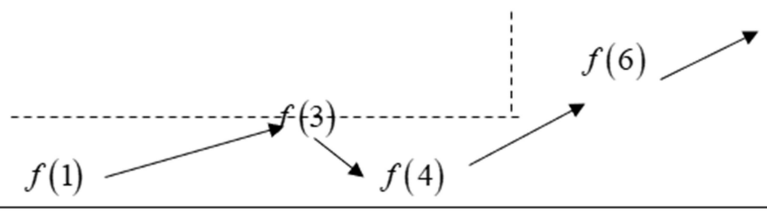
Theo đề bài $f(2)+f(6)=2f(3)\Leftrightarrow f(2)-f(3)=f(3)-f(6)$.

Do $f(2)<f(3)\Rightarrow f(3)-f(6)<0\Leftrightarrow f(3)<f(6)$.

Do $X=x^2+1\geq 1$.

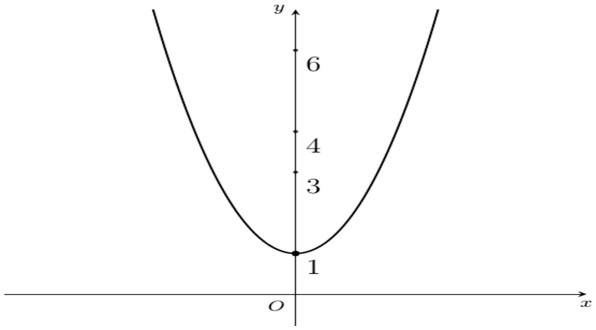
Ta có bảng biến thiên

X	1		2		3		4	b	6		$+\infty$
$f'(X)$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$f(X)$											



Ta có $f\left(x^2+1\right)=f(3)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} x^2+1=3 & (1) \\ x^2+1=b\ (4<b<6) & (2) \end{array}\right.$.

Xét đồ thị hàm số $y=x^2+1\ (P)$.



Dựa vào đồ thị (P) suy ra:

+ Phương trình $x^2+1=a$ vô nghiệm.

+ Phương trình $x^2+1=3$ có 2 nghiệm phân biệt.

+ Phương trình $x^2+1=b$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f\left(x^2+1\right)=f(3)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Suy ra tập nghiệm của phương trình $f\left(x^2+1\right)=f(3)$ có số phần tử bằng 4.

Câu 32. Hàm số $y=2x^4+4x^2-8$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=8x^3+8x=8x\left(x^2+1\right)$.

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow 8x\left(x^2+1\right)=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-8	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 33. Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều đó. Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG**?

A. $S=4\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **C.** $S=8a^2$. **D.** $S=\sqrt{3}a^2$.

Lời giải

Chọn B

Mỗi mặt của bát diện đều là một tam giác đều cạnh a nên có diện tích là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do vậy tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều đó bằng $S=8.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=2\sqrt{3}a^2$.

Câu 34. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{1}{6}Bh$. **D.** $3Bh$.

Lời giải

Chọn B

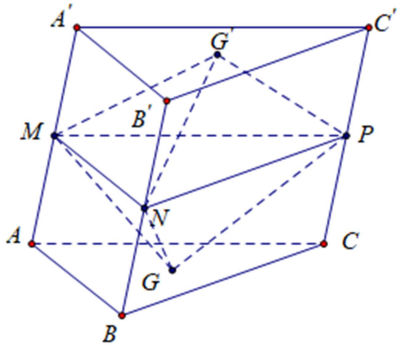
Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là Bh.

Câu 35. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 5. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của AA',BB',CC'. G,G' lần lượt là trọng tâm của hai đáy $ABC,A'B'C'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm G,G',M,N,P bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D



Diện tích tam giác MNP là $S_{MNP}=S_{ABC}=3$.

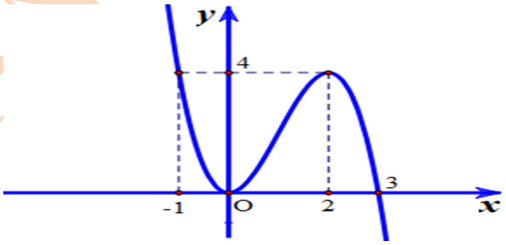
$mp(MNP)$ song song với $mp(ABC)$ và $mp(A'B'C')$.

Ta có $d(G;(MNP))=d(G';(MNP))=\frac{1}{2}d(G;(A'B'C'))=\frac{5}{2}$.

Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm G,G',M,N,P là

$V=2.V_{G.MNP}=2.\frac{1}{3}.S_{MNP}.d(G;(MNP))=2.\frac{1}{3}.3.\frac{5}{2}=5$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào trong các khẳng định sau đây là **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy

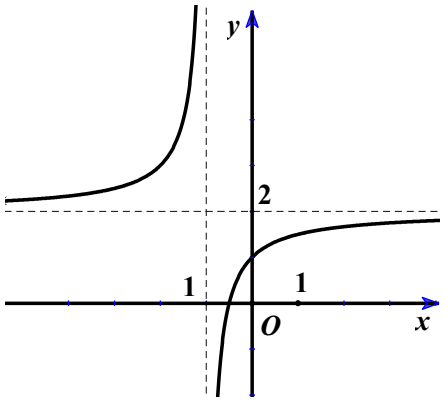
Hàm số đồng biến trên khoảng từ $(0;1)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;3)$, nên hàm số không đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 37. Đồ thị (hình dưới) là đồ thị của hàm số nào?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng: $y=2$,
- Đường tiệm cận đứng là đường thẳng: $x=-1$,
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm: $(0;1)$.

Câu 38. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y=\dfrac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

- Đặt $t=\cos x\left(0<t<1\right)\Rightarrow y=\dfrac{t+1}{10t+m}\Rightarrow y'=\dfrac{m-10}{\left(10t+m\right)^2}.t'$
- Hàm số $y=\dfrac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow y'=\dfrac{m-10}{\left(10t+m\right)^2}.t'>0,\ \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Vì trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ hàm số $t=\cos x$ nghịch biến nên $t'<0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

- Từ đó suy ra:

$$\begin{cases}m-10<0\\-\dfrac{m}{10}\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<10\\\left[\begin{array}{l}m\le-10\\m\ge0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le-10\\0\le m<10\end{array}\right.$$

m nguyên dương nên $m\in\{1,2,...,9\}$.

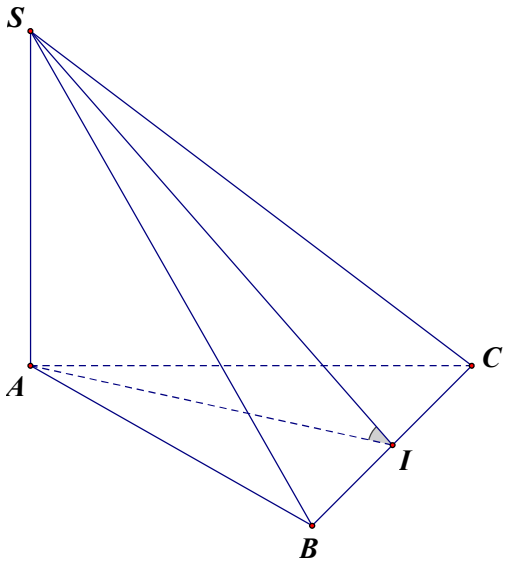
Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC).

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi I là trung điểm của BC. Khi đó, ta có

$\left.\begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AI \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SIA) \Rightarrow BC \perp SI$.

Ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SI \perp BC \\ AI \perp BC \\ SI \subset (SBC) \\ AI \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = (SI, AI) = \widehat{SIA}$.

$\tan \widehat{SIA} = \dfrac{SA}{IA} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $\widehat{SIA} = 30°$.

Vậy $\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = 30^o$.

Câu 40. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 3$ tại điểm $A(1;0)$ có hệ số góc bằng

A. 7. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$y' = 3x^2 + 4x$.

Hệ số góc $k = y'(1) = 7$.

Vậy hệ số góc cần tìm là $k = 7$

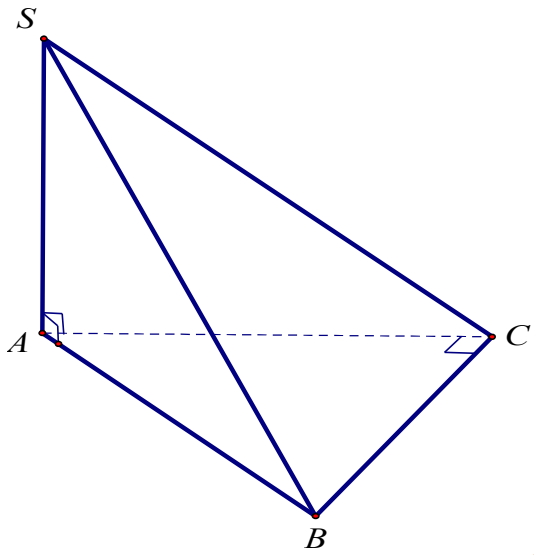
Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại C và $AC = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 120^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $AB = AC\sqrt{2} = 2a$.

Lại có AB là hình chiếu vuông góc của SB trên mặt phẳng (ABC).

Suy ra $(SB,(ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$.

Do đó $\tan\widehat{SBA} = \dfrac{SA}{AB} = \dfrac{2a}{2a} = 1$.

Vậy góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 45^0.

Câu 42. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$, $u_2 = \dfrac{1}{2}$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. $-\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2 = u_1 q \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = 2q \Leftrightarrow q = \dfrac{1}{4}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $m > 4$. **B.** $0 < m \le 2$. **C.** $2 < m \le 4$. **D.** $m \le 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \dfrac{1-m}{(x+1)^2}$

TH1: $m = 1 \Rightarrow y = 1$ loại

TH2: $m > 1$ khi đó $\min\limits_{[1;2]} y = \dfrac{1+m}{2}; \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{2+m}{3}$

$$\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{1+m}{2} + \frac{2+m}{3} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5 \text{ (thỏa mãn)}$$

TH3: $m < 1$ khi đó: $\max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{1+m}{2}; \min\limits_{[1;2]} y = \dfrac{2+m}{3}$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{2+m}{3} + \frac{1+m}{2} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5 \text{ (loại)}$$

Vậy $m = 5$ thỏa mãn

Câu 44. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ trên $[-1;1]$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Khi đó $f(0) = -1$, $f(1) = 2$, $f(-1) = 2$

Vậy $\min_{[-1;1]} y = \min\{f(0), f(1), f(-1)\} = -1$

Câu 45. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ trên $[2;+\infty)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

$y' = -\frac{2}{(x-1)^2} < 0$ với mọi $x \in [2;+\infty) \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[2;+\infty)$.

Vậy $\max_{[2;+\infty)} y = y(2) = 3$.

Câu 46. Một công ty cần xây một kho chứa hàng dạng hình hộp chữ nhật (bằng vật liệu gạch và xi măng) có thể tích $2000\,\text{m}^3$, đáy là hình chữ nhật có chiều dài bằng hai lần chiều rộng. Người ta cần tính toán sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất, biết giá xây dựng là 750.000 đồng/m^2. Khi đó, chi phí thấp nhất gần với số nào dưới đây?

A. $742.935.831$. **B.** $742.963.631$. **C.** $742.933.631$. **D.** $742.833.631$.

Lời giải

Chọn C

Gọi chiều rộng của đáy hình chữ nhật là $x(\text{m})$ thì chiều dài của đáy là $2x(\text{m})$ với $x > 0$.

Chiều cao của kho chứa là $h(\text{m})$ với $h > 0$.

Theo giả thiết, ta có $x.2x.h = 2000 \Leftrightarrow h = \frac{1000}{x^2}$.

Diện tích toàn phần của kho chứa là $S = 2.x.2x + 2.2x.h + 2.x.h = 4x^2 + \frac{6000}{x}$.

Để chi phí xây dựng thấp nhất thì diện tích toàn phần của kho chứa phải nhỏ nhất.

Ta có $S' = 8x - \frac{6000}{x^2} = \frac{8x^3 - 6000}{x^2}$.

$S' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 - 6000 = 0 \Leftrightarrow x = 5\sqrt[3]{6}$.

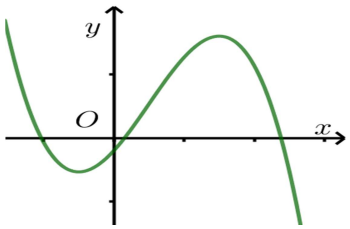
Bảng biến thiên

x	0		$5\sqrt[3]{6}$		$+\infty$
S'		$-$	0	$+$	
S		↘	$S_{\min}$	↗	

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Vậy $S_{\min} = S\left(5\sqrt[3]{6}\right) \Rightarrow$ chi phí thấp nhất là $\left[4.\left(5\sqrt[3]{6}\right)^2 + \frac{6000}{5\sqrt[3]{6}}\right] \cdot 750000 \approx 742933631$.

Câu 47. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như bên:

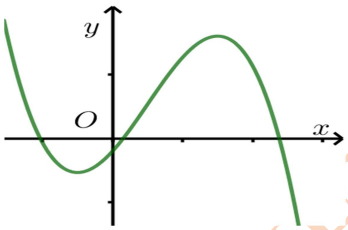


Trong các giá trị a,b,c,d có bao nhiêu giá trị âm?

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Lời giải:

Chọn D



Quan sát đồ thị ta thấy:

+) Dựa vào dáng đồ thị suy ra $a < 0$

+) Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm suy ra $d < 0$

+) $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Do hai điểm cực trị trái dấu nên suy ra PT $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu suy ra a,c trái dấu . Vậy $c > 0$

+) $y'' = 6ax + 2b$

Do điểm uốn có hoành độ dương nên a,b trái dấu , do đó $b > 0$

Vậy chỉ có $a < 0, d < 0$

Câu 48. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng:

A. $y = -1$ **B.** $x = 1$ **C.** $x = -1$ **D.** $y = 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

TXĐ: $D = R \setminus \{-1\}$

$\lim\limits_{x \to -1^-} y = \lim\limits_{x \to -1^-} \frac{2x+1}{x+1} = +\infty$ suy ra đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$

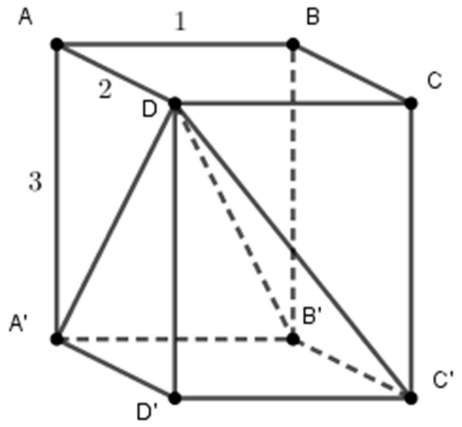
Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $AD = 2$, $AA' = 3$. Thể tích của khối chóp $D.A'B'C'D'$ là

A. $V = 1$. **B.** $V = 3$. **C.** $V = 6$. **D.** $V = 2$.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên hình chóp $D.A'B'C'D'$ có đáy $A'B'C'D'$ là hình chữ nhật và chiều cao là DD'.

Theo dữ kiện đề bài ta có: $DD' = AA' = 3$, $A'D' = AD = 2$, $D'C' = AB = 1$.

Thể tích khối chóp $D.A'B'C'D'$ là

$$V = \frac{1}{3}.S_{A'B'C'D'}.DD' = \frac{1}{3}.A'D'.D'C'.DD' = \frac{1}{3}.2.1.3 = 2.$$

Câu 50. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Có 5 loại khối đa diện đều là: khối tứ diện đều, khối lập phương, khối bát diện đều, khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO AN GIANG
TRƯỜNG CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPTQG LẦN 1
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{2020}{\sin x}$.

A. $D=\mathbb{R}$.
B. $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.
C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.
D. $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 2. Tìm hệ số của x^{12} trong khai triển $\left(2x-x^2\right)^{10}$.

A. C_{10}^{8}.
B. $2^8C_{10}^{2}$.
C. C_{10}^{2}.
D. $-2^8C_{10}^{2}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD=a$, $AB=2a$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Tính khoảng cách d từ S đến mặt phẳng (AMN).

A. $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.
B. $d=2a$.
C. $d=\dfrac{3a}{2}$.
D. $d=a\sqrt{5}$.

Câu 4. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-2x^2-4x+1$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]}f(x)=-7$.
B. $\max\limits_{[1;3]}f(x)=-4$.
C. $\max\limits_{[1;3]}f(x)=-2$.
D. $\max\limits_{[1;3]}f(x)=\dfrac{67}{27}$.

Câu 5. Nếu các số $5+m;7+2m;17+m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì m bằng bao nhiêu?

A. $m=2$.
B. $m=3$.
C. $m=4$.
D. $m=5$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3.
B. $\dfrac{a^3}{2}$.
C. $\dfrac{a^3}{4}$.
D. $\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 7. Hỏi trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right)$, phương trình $\sin x=\dfrac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 8. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4!C_4^1C_5^1$.
B. $3!C_3^2C_5^2$.
C. $4!C_4^2C_5^2$.
D. $3!C_4^2C_5^2$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

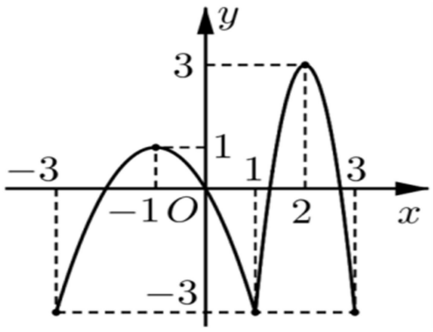
A. $(-2;0)$.
B. $(2;+\infty)$.
C. $(0;2)$.
D. $(0;+\infty)$.

Câu 10. Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

A. a^3.
B. $2a^3$.
C. $6a^3$.
D. $8a^3$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

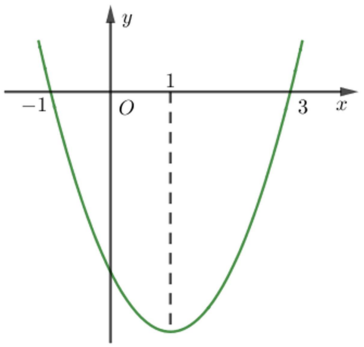


A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-3;-1)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và $q=\dfrac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_5=-\dfrac{27}{16}$. **B.** $u_5=-\dfrac{16}{27}$. **C.** $u_5=\dfrac{16}{27}$. **D.** $u_5=\dfrac{27}{16}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ là parabol như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=5$.

Câu 15. Cho hai số thực dương m, n $(n\neq 1)$ thỏa mãn $\dfrac{\log_7 m.\log_2 7}{\log_2 10-1}=3+\dfrac{1}{\log_n 5}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m=15n$. **B.** $m=25n$. **C.** $m=125n$. **D.** $m.n=125$.

Câu 16. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 17. Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m trên $[-20;20]$ để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$.

A. 209. **B.** 207. **C.** −209. **D.** −210.

Câu 18. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+2$ bằng

A. −1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 19. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 20. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+3$ tại điểm $M(1;2)$.

A. $y=2x+2$. **B.** $y=3x-1$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=2-x$.

Câu 21. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-7}}{x^2+3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

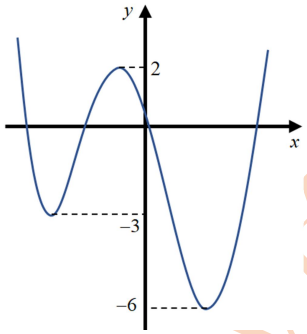
Câu 22. Hàm số $y=\sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 23. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm.

A. $\dfrac{12}{36}$. **B.** $\dfrac{11}{36}$. **C.** $\dfrac{6}{36}$. **D.** $\dfrac{8}{36}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-12;12]$ để hàm số $g(x)=\left|2f(x-1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 13. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 12.

Câu 25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi I là trung điểm BB'. Mặt phăng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần. Tính tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn.

A. $\dfrac{7}{17}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{7}$.

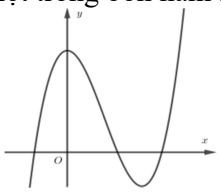
Câu 26. Cho các số thực x,y thỏa mãn $4^{x^2+4y^2}-2^{x^2+4y^2+1}=2^{3-x^2-4y^2}-4^{2-x^2-4y^2}$. Gọi $m.M$ lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $P=\dfrac{x-2y-1}{x+y+4}$. Tổng $M+m$ bằng

A. $-\dfrac{36}{59}$. **B.** $-\dfrac{18}{59}$. **C.** $\dfrac{18}{59}$. **D.** $\dfrac{36}{59}$.

Câu 27. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan\varphi=\sqrt{7}$. **B.** $\varphi=60°$. **C.** $\varphi=45°$. **D.** $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 28. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh AB, CD sao cho $MA=MB$, $NC=2ND$. Thể tích khối chóp $S.MBCN$ bằng

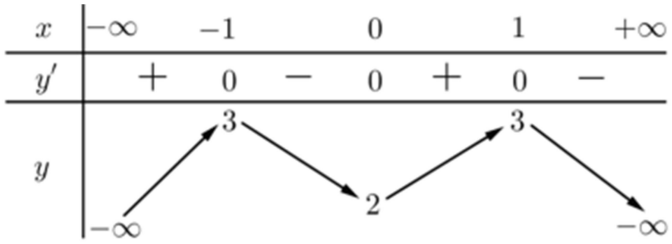
A. 8. **B.** 20. **C.** 28. **D.** 40.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $\sqrt[15]{a^7}>\sqrt[5]{a^2}$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $a<0$. **B.** $a=0$. **C.** $0<a<1$. **D.** $a>1$.

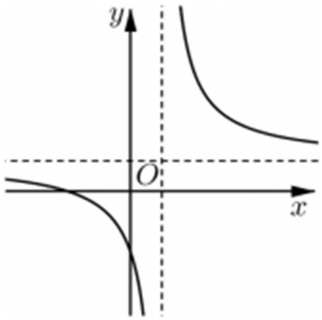
Câu 31. Trong bốn hàm số được liệt kê ở 4 phương án A,B,C,D. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$.

C. $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

Câu 32. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a>0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $b>0,c>0,d<0$. **B.** $b>0,c<0,d<0$.

C. $b<0,c<0,d<0$. **D.** $b<0,c>0,d<0$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=\ln 2020-\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$. Tính $f'(1)+f'(2)+...+f'(2020)$.

A. $S=2020$. **B.** $S=2021$. **C.** $S=\dfrac{2021}{2020}$. **D.** $S=\dfrac{2020}{2021}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. (C) không cắt trục hoành. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **D.** (C) cắt trục hoành tai ba điểm.

Câu 35. Cho a là số thực lớn hơn 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=\log_a x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số $y=\log_a x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y=\log_a x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. **D.** Hàm số $y=\log_a x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 36. Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

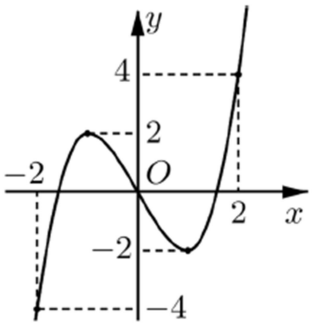
A. $P=\sqrt{x}$. **B.** $P=x^{\frac{1}{3}}$. **C.** $P=x^{\frac{1}{9}}$. **D.** $P=x^2$.

Câu 37. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Hỏi phương trình $|f(x)-1|=1$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên $[-2;2]$?

ĐỀN ĐÁN GIÁO VIÊN TOÁN



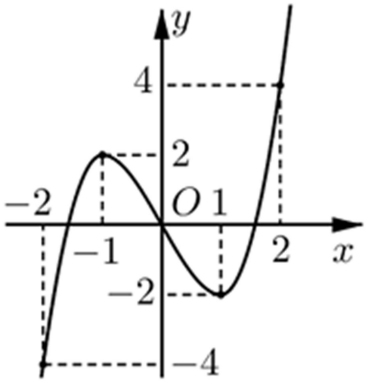
A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 39. Cho a,b,x,y là các số thực dương và a,b khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a \dfrac{x}{y}=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$. **B.** $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a (x-y)$.

C. $\log_b a.\log_a x=\log_b x$. **D.** $\log_a x+\log_a y=\log_a (x+y)$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?



A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 41. Cho $\log_a x=3$, $\log_b x=4$. Tính giá trị biểu thức $P=\log_{ab} x$.

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{7}{12}$. **C.** $\dfrac{12}{7}$. **D.** 12.

Câu 42. Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2}$.

A. $y'=2^x.\ln 2^x$. **B.** $y'=x.2^{1+x^2}.\ln 2$. **C.** $y'=\dfrac{x.2^{1+x}}{\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{x.2^{1+x^2}}{\ln 2}$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có AB,AC,AD đôi một vuông góc và $AB=6a$, $AC=9a$, $AD=3a$. Gọi M,N,P lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC,ACD,ADB. Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $2a^3$ **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 44. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(2x-3)^{\sqrt{2019}}$

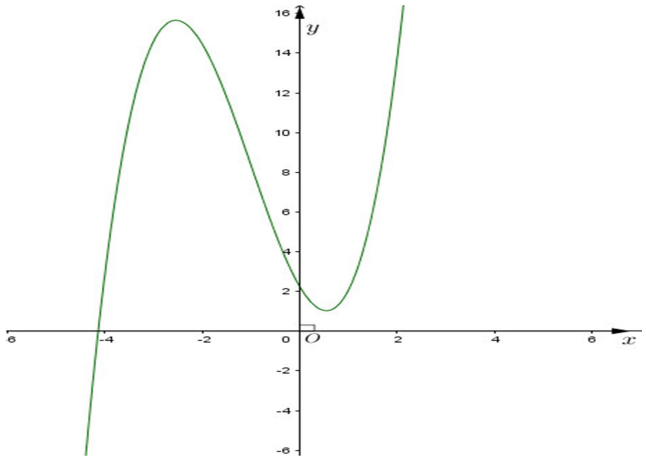
A. $D=(0;+\infty)$ **B.** $D=\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Câu 45. Nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$ là

A. $x=-4$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Hỏi phương trình $f(xf(x))-2=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

DIỄN ĐÀN TOÁN



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 47. Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S=\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **C.** $S=4\sqrt{3}a^2$. **D.** $S=8a^2$.

Câu 48. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>1$ có tập nghiệm S bằng

A. $S=\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left[1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $S=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB và $A'A=a\sqrt{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 50. Hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO AN GIANG
TRƯỜNG CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPTQG LẦN 1
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	A	C	C	C	A	C	C	D	D	B	B	B	C	B	C	D	B	C	A	B	B	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	C	D	D	A	D	B	C	A	C	C	C	B	C	B	A	B	B	D	B	A	C	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{2020}{\sin x}$.

A. $D=\mathbb{R}$.
B. $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.
C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.
D. $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn D

$y=\dfrac{2020}{\sin x}$.

Điều kiện : $\sin x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Tập xác định : $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 2. Tìm hệ số của x^{12} trong khai triển $\left(2x-x^2\right)^{10}$.

A. C_{10}^{8}.
B. $2^8C_{10}^{2}$.
C. C_{10}^{2}.
D. $-2^8C_{10}^{2}$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát $T_{k+1}=(-1)^k C_{10}^{k}(2x)^{10-k}\left(x^2\right)^k=(-1)^k C_{10}^{k}2^{10-k}x^{10+k}$.

Ứng với số hạng chứa x^{12} ta có : $10+k=12\Leftrightarrow k=2$.

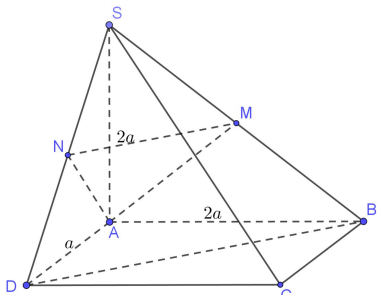
Vậy hệ số của x^{12} là $2^8C_{10}^{2}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD=a$, $AB=2a$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Tính khoảng cách d từ S đến mặt phẳng (AMN).

A. $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.
B. $d=2a$.
C. $d=\dfrac{3a}{2}$.
D. $d=a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có: $V_{S.ABD}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABD}=\frac{2}{3}a^3$

Vì: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}}=\frac{SN}{SD}.\frac{SM}{SB}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.AMN}=\frac{1}{4}V_{S.ABD}=\frac{a^3}{6}$

ΔSAD vuông: $SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=a\sqrt{5}\Rightarrow AN=\frac{1}{2}SD=\frac{a\sqrt{5}}{2}$

ΔSAB vuông: $SD=\sqrt{SA^2+AB^2}=2a\sqrt{2}\Rightarrow AM=a\sqrt{2}$

MN là đường trung bình của tam giác $SBD\Rightarrow MN=\frac{1}{2}DB=\frac{a\sqrt{5}}{2}$

Khi đó: $S_{\Delta AMN}=\frac{a^2\sqrt{6}}{4}\Rightarrow d\left(S;(AMN)\right)=\frac{3V_{S.AMN}}{S_{\Delta AMN}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$ nên chọn đáp án A.

Câu 4. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-2x^2-4x+1$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]}f(x)=-7$. **B.** $\max\limits_{[1;3]}f(x)=-4$. **C.** $\max\limits_{[1;3]}f(x)=-2$. **D.** $\max\limits_{[1;3]}f(x)=\frac{67}{27}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x)=x^3-2x^2-4x+1$ xác định trên đoạn $[1;3]$

Ta có: $f'(x)=3x^2-4x-4$

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-\frac{2}{3}\end{array}\right.$

Vì $x\in[1;3]$ nên nhận $x=2$

Khi đó: $f(2)=-7$; $f(1)=-4$; $f(3)=-2$

Vậy: $\max\limits_{[1;3]}f(x)=-2$ nên chọn đáp án C.

Câu 5. Nếu các số $5+m;7+2m;17+m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì m bằng bao nhiêu?

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Chọn C

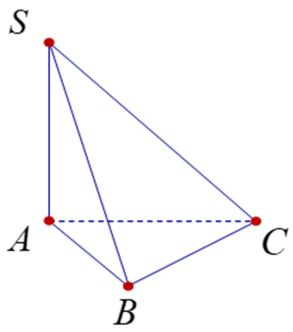
Ta có: $5+m+17+m=2(7+2m)\Leftrightarrow 2m=8\Leftrightarrow m=4$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có: $\left(\widehat{SB,(ABC)}\right)=\widehat{SBA}\Rightarrow SA=AB.\tan\widehat{SBA}=a.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$.

Vậy: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\sqrt{3}a.\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{a^3}{4}$.

Câu 7. Hỏi trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right)$, phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

+ Xét $0\le\frac{\pi}{6}+k2\pi<\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow\frac{-1}{12}\le k<\frac{1}{6}$ mà $k\in\mathbb{Z}$ suy ra $k=0$ hay $x=\frac{\pi}{6}$.

+ Xét $0\le\frac{5\pi}{6}+k2\pi<\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow\frac{-5}{12}\le k<\frac{-1}{6}$ do $k\in\mathbb{Z}$ suy ra không có giá trị k nào thỏa mãn.

Vậy phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ có 1 nghiệm trong $\left[0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 8. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4!C_4^1C_5^1$. **B.** $3!C_3^2C_5^2$. **C.** $4!C_4^2C_5^2$. **D.** $3!C_4^2C_5^2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$ với a, b, c, d là các chữ số khác nhau và khác 0.

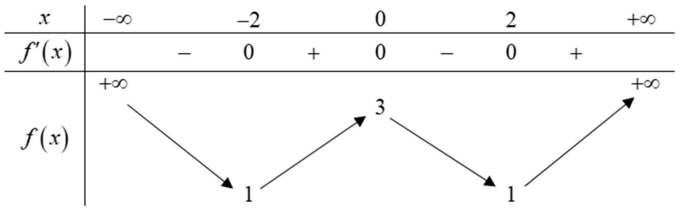
Lấy 2 chữ số chẵn khác 0 trong các chữ số 2, 4, 6, 8 thì có C_4^2 cách.

Lấy 2 chữ số lẻ trong các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 thì có C_5^2 cách.

Mỗi cách hoán vị 4 chữ số đã chọn ở trên ta được một số thỏa mãn điều kiện đề bài.

Suy ra có $4!C_4^2C_5^2$ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 10. Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $8a^3$.

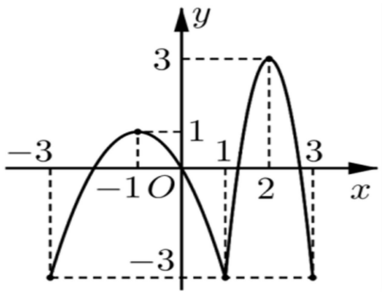
Lời giải

Chọn D

Thể tính khối lập phương có cạnh $2a$ bằng: $V=(2a)^3=8a^3$ (đvtt).

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-3;-1)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(2;3)$.

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và $q=\dfrac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

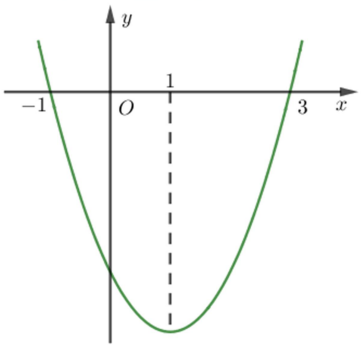
A. $u_5=-\dfrac{27}{16}$. **B.** $u_5=-\dfrac{16}{27}$. **C.** $u_5=\dfrac{16}{27}$. **D.** $u_5=\dfrac{27}{16}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_5=u_1.q^4=(-3)\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^4=-\dfrac{16}{27}$

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ là parabol như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$ là khẳng định đúng.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{2x-1}=27\Leftrightarrow 3^{2x-1}=3^3\Leftrightarrow 2x-1=3\Leftrightarrow x=2$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Vậy phương trình có nghiệm $x=2$.

Câu 15. Cho hai số thực dương m, n $(n\neq 1)$ thỏa mãn $\dfrac{\log_7 m.\log_2 7}{\log_2 10-1}=3+\dfrac{1}{\log_n 5}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m=15n$. **B.** $m=25n$. **C.** $m=125n$. **D.** $m.n=125$.

Lời giải

Chọn C

Với m, n dương $(n\neq 1)$. Ta có:

$$\frac{\log_7 m.\log_2 7}{\log_2 10-1}=3+\frac{1}{\log_n 5}\Leftrightarrow\frac{\log_7 m.\log_2 7}{\log_2 10-\log_2 2}=\log_5 5^3+\log_5 n\Leftrightarrow\frac{\log_7 m.\log_2 7}{\log_2 5}=\log_5 125n$$

$$\Leftrightarrow\log_7 m.\log_5 7=\log_5 125n\Leftrightarrow\log_7 m=\frac{\log_5 125n}{\log_5 7}\Leftrightarrow\log_7 m=\log_7 125n\Leftrightarrow m=125n$$

Vậy $m=125n$.

Câu 16. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=R\setminus\{-1\}$

- $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x-1}{x+1}=-\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số
- $\lim\limits_{x\to \infty^+} y=\lim\limits_{x\to \infty^+}\dfrac{2x-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to \infty^+}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=2\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận.

Câu 17. Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m trên $[-20;20]$ để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$.

A. 209. **B.** 207. **C.** -209. **D.** -210.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sin x$, $t\in(0;1)$. Khi đó hàm số trở thành $y=\dfrac{t+m}{t-1}$.

Ta có $y'=\dfrac{-1-m}{(t-1)^2}$. Do đó hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi $y'>0\Leftrightarrow$

$-1-m>0\Leftrightarrow m<-1$. Vì m nguyên trên $[-20;20]$ nên $m\in\{-20;\cdots;-3;-2\}$.

Khi đó $-20-19-\cdots-3-2=-209$.

Câu 18. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+2$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-3, y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$. Khi đó ta có bảng biến thiên như sau

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Do đó giá trị cực đại của hàm số bằng 4.

Câu 19. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 20. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 3$ tại điểm $M(1;2)$.

A. $y = 2x + 2$. **B.** $y = 3x - 1$. **C.** $y = x + 1$. **D.** $y = 2 - x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3x^2 - 2;\ y'(1) = 1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(1;2)$ là:

$y = y'(1).(x-1) + 2 \Rightarrow y = x + 1$.

Câu 21. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-7}}{x^2+3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x-7 \ge 0 \\ x^2+3x-4 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 7 \\ x \ne -4 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 7 \Rightarrow$ Tập xác định: $D = [7;+\infty)$.

Ta thấy, hàm số liên tục trên nửa khoảng $[7;+\infty)$ nên đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận đứng.

Câu 22. Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

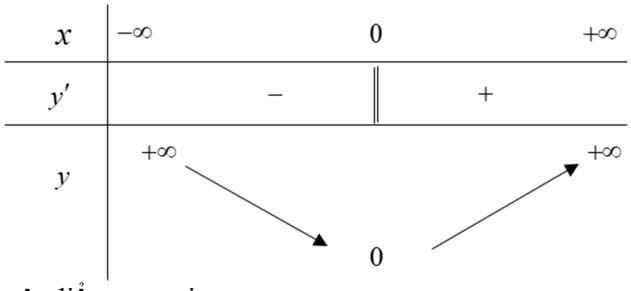
Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$; y' xác định với mọi $x \ne 0$.

Bảng biến thiên:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Vậy, hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 23. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm.

A. $\frac{12}{36}$. **B.** $\frac{11}{36}$. **C.** $\frac{6}{36}$. **D.** $\frac{8}{36}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A_i là biến cố lần thứ i xuất hiện mặt sáu chấm, với $i \in \{1;2\}$.

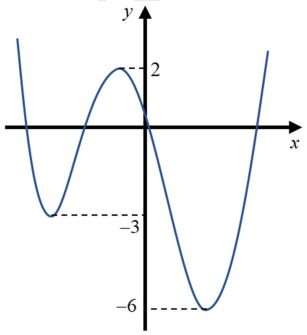
Ta có: $P(A_i)=\frac{1}{6}$.

Gọi B là biến cố ít nhất 1 lần xuất hiện mặt sáu chấm.

Khi đó: $B = A_1.\overline{A_2} \cup \overline{A_1}.A_2 \cup A_1.A_2$.

Vậy: $P(B)=P(A_1).P(\overline{A_2})+P(\overline{A_1}).P(A_2)+P(A_1).P(A_2)=\frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{6}\right)+\left(1-\frac{1}{6}\right)\frac{1}{6}+\frac{1}{6}.\frac{1}{6}=\frac{11}{36}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-12;12]$ để hàm số $g(x)=\left|2f(x-1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 13. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Gọi x_1, x_2, x_3 là 3 điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ với $x_1<x_2<x_3$.

Hàm số $g(x)=\left|2f(x-1)+m\right|$ có 5 cực trị

$\Leftrightarrow 2f(x-1)+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác x_1,x_2,x_3

$\Leftrightarrow f(x-1)=-\frac{m}{2}$ có hai nghiệm phân biệt khác x_1,x_2,x_3

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{m}{2}\ge 2 \\ -6<-\frac{m}{2}\le -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ 6\le m<12 \end{array}\right.$$

Vậy $m \in \{-12;-11;...;-4;6;7;..;11\}$.

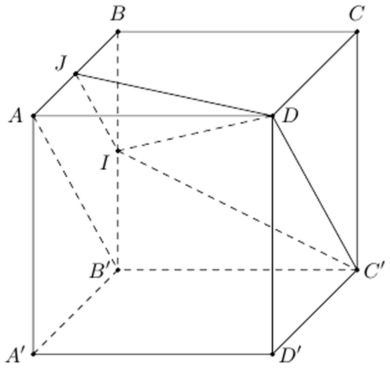
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi I là trung điểm BB'. Mặt phăng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần. Tính tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn.

A. $\frac{7}{17}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $AB=a$, thể tích hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $V=a^3$.

Gọi $\{J\}=(DIC')\cap AB$, dễ thấy $IJ\parallel DC'\parallel AB' \Rightarrow IJ\parallel AB'$ mà I là trung điểm BB' suy ra J là trung điểm AB.

Theo công thức tính tính tích khối chóp cụt có: $V_{BJI.CDC'}=\frac{h}{3}\left(B+B'+\sqrt{BB'}\right)$ với $\begin{cases} B=S_{CDC'}=\frac{a^2}{2} \\ B'=\frac{a^2}{8} \\ h=BC=a \end{cases}$

suy ra $V_{BJI.CDC'}=\frac{7}{24}a^3$.

Thể tích phần còn lại là: $V_1=V-V_{BJI.CDC'}=\frac{17}{24}a^3$.

Vậy tỉ số cần tìm là: $\frac{7}{17}$

Câu 26. Cho các số thực x,y thỏa mãn $4^{x^2+4y^2}-2^{x^2+4y^2+1}=2^{3-x^2-4y^2}-4^{2-x^2-4y^2}$. Gọi $m.M$ lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $P=\frac{x-2y-1}{x+y+4}$. Tổng $M+m$ bằng

A. $-\frac{36}{59}$. **B.** $-\frac{18}{59}$. **C.** $\frac{18}{59}$. **D.** $\frac{36}{59}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2^{x^2+4y^2}$, điều kiện $t>0$ khi đó $4^{x^2+4y^2}-2^{x^2+4y^2+1}=2^{3-x^2-4y^2}-4^{2-x^2-4y^2}$ đưa về:

$t^2-2t=\frac{8}{t}-\frac{16}{t^2}\Leftrightarrow\left(t+\frac{4}{t}\right)^2-2\left(t+\frac{4}{t}\right)-8=0$ (1)

Với điều kiện $t>0$ nên $(1)\Leftrightarrow t+\frac{4}{t}=4\Leftrightarrow t=2$.

Suy ra $x^2+4y^2=1$ suy ra tồn tại $0\le a<2\pi$ để $\begin{cases} x=\sin a \\ 2y=\cos a \end{cases}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Khi đó $P=\dfrac{\sin a-\cos a-1}{\sin a+\dfrac{1}{2}\cos a+4}=\dfrac{2\sin a-2\cos a-2}{2\sin a+\cos a+8}$

$\Leftrightarrow (2P-2)\sin a+(P+2)\cos a=-2-8P$.

Điều kiện để tồn tại giá trị của a thỏa mãn khi và chỉ khi $(-2-8P)^2\le(2P-2)^2+(P+2)^2$

$\Leftrightarrow 59P^2+36P-2\le 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-18-\sqrt{442}}{59}\le P\le\dfrac{-18+\sqrt{442}}{59}$.

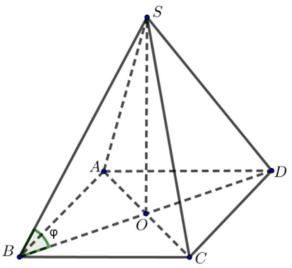
Vậy $\begin{cases} m=\dfrac{-18-\sqrt{442}}{59} \\ M=\dfrac{-18+\sqrt{442}}{59}\end{cases}\Rightarrow m+M=\dfrac{-36}{59}$.

Câu 27. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan\varphi=\sqrt{7}$. **B.** $\varphi=60°$. **C.** $\varphi=45°$. **D.** $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



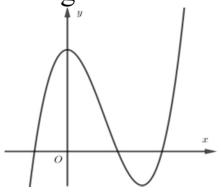
Gọi O là tâm hình vuông. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $\varphi=\widehat{SBO}$

$BD=2\sqrt{2}$

$BO=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

Tam giác SOB vuông tại O, ta có $\cos\varphi=\dfrac{BO}{SB}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 28. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a>0$.

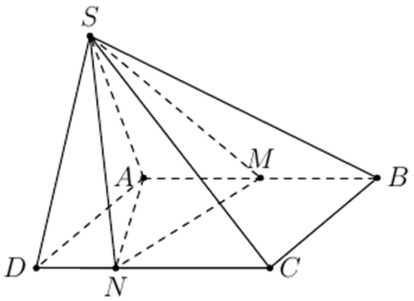
Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh AB, CD sao cho $MA=MB$, $NC=2ND$. Thể tích khối chóp $S.MBCN$ bằng

A. 8. **B.** 20. **C.** 28. **D.** 40.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi d là chiều cao của hình bình hành $ABCD$.

Ta có: $S_{ABCD}=S_{ADN}+S_{ANM}+S_{MBCN}\Leftrightarrow AB.d=\frac{1}{2}.DN.d+\frac{1}{2}.AM.d+S_{MBCN}$

$\Leftrightarrow S_{MBCN}=AB.d-\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.AB.d-\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.AB.d\Leftrightarrow S_{MBCN}=\frac{7}{12}S_{ABCD}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.MBCN$ là

$V_{S.MBCN}=\frac{1}{3}.S_{MBCN}.h=\frac{1}{3}.\frac{7}{12}.S_{ABCD}.h=\frac{7}{12}.\left(\frac{1}{3}.S_{ABCD}.h\right)=\frac{7}{12}.48=28$ (đvtt).

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $\sqrt[15]{a^7}>\sqrt[5]{a^2}$

A. $a<0$. **B.** $a=0$. **C.** $0<a<1$. **D.** $a>1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$\sqrt[15]{a^7}>\sqrt[5]{a^2}\Leftrightarrow\left(\sqrt[15]{a^7}\right)^{15}>\left(\sqrt[5]{a^2}\right)^{15}\Leftrightarrow a^7>a^6\Leftrightarrow a^6(a-1)>0\Leftrightarrow a>1$

Câu 31. Trong bốn hàm số được liệt kê ở 4 phương án A,B,C,D. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$.

C. $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

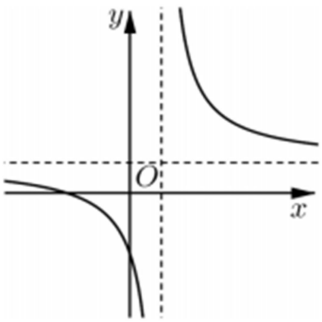
Lời giải

Chọn D

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ nên $a<0$. Loại đáp án A, C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;2)$ loại B. Chọn D

Câu 32. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với $a>0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $b>0,c>0,d<0$. **B.** $b>0,c<0,d<0$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

C. $b<0,c<0,d<0$. **D.** $b<0,c>0,d<0$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị giao với trục Ox tại điểm có hoành độ âm nên $x=\dfrac{-b}{a}<0$ mà $a>0$ nên $-b<0\Rightarrow b>0$

Đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $\dfrac{b}{d}<0$ mà $b>0$ nên $d<0$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}>0$ mà $a>0$ nên $c>0$. Chọn A

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=\ln 2020-\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$. Tính $f'(1)+f'(2)+...+f'(2020)$.

A. $S=2020$. **B.** $S=2021$. **C.** $S=\dfrac{2021}{2020}$. **D.** $S=\dfrac{2020}{2021}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=-\dfrac{x}{x+1}.\left(\dfrac{x+1}{x}\right)'=-\dfrac{x}{x+1}.\left(\dfrac{-1}{x^2}\right)=\dfrac{1}{(x+1)x}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$.

Khi đó

$f'(1)+f'(2)+...+f'(2019)+f'(2020)=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+...+\dfrac{1}{2019}-\dfrac{1}{2020}+\dfrac{1}{2020}-\dfrac{1}{2021}$

$=1-\dfrac{1}{2021}=\dfrac{2020}{2021}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. (C) không cắt trục hoành. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **D.** (C) cắt trục hoành tai ba điểm.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành

$(x-2)(x^2+1)=0\Leftrightarrow x=2$.

Vậy (C) cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 35. Cho a là số thực lớn hơn 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=\log_a x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số $y=\log_a x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y=\log_a x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. **D.** Hàm số $y=\log_a x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hàm số $y=\log_a x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi $a>1$.

Câu 36. Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

A. $P=\sqrt{x}$. **B.** $P=x^{\frac{1}{3}}$. **C.** $P=x^{\frac{1}{9}}$. **D.** $P=x^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$ với $x>0$.

Câu 37. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

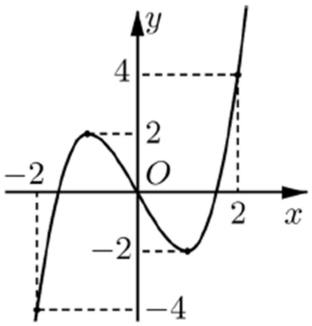
Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn C

Gồm các mặt phẳng chứa một cạnh bên và trung điểm cạnh đáy đối diện, mặt phẳng đi qua trung điểm của các cạnh bên.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Hỏi phương trình $|f(x)-1|=1$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên $[-2;2]$?



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có :

$$|f(x)-1|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-1=1 \\ f(x)-1=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=2 \ (1) \\ f(x)=0 \ (2) \end{array}\right.$$

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trên $[-2;2]$ và phương trình (2) có ba nghiệm phân biệt không trùng với bất kì nghiệm nào của phương trình (1) trên $[-2;2]$, nên phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt trên $[-2;2]$.

Câu 39. Cho a,b,x,y là các số thực dương và a,b khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a \dfrac{x}{y}=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$. **B.** $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a(x-y)$.

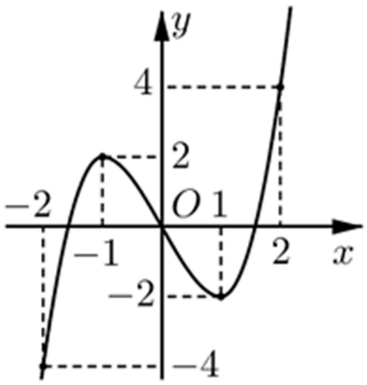
C. $\log_b a.\log_a x=\log_b x$. **D.** $\log_a x+\log_a y=\log_a(x+y)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a} \Rightarrow \log_b a.\log_a x=\log_b x$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?



A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 41. Cho $\log_a x=3$, $\log_b x=4$. Tính giá trị biểu thức $P=\log_{ab} x$.

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{12}{7}$. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P=\log_{ab} x=\frac{1}{\log_x ab}=\frac{1}{\log_x a+\log_x b}=\frac{1}{\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\log_b x}}=\frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}=\frac{12}{7}$.

Câu 42. Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2}$.

A. $y'=2^x.\ln 2^x$. **B.** $y'=x.2^{1+x^2}.\ln 2$. **C.** $y'=\frac{x.2^{1+x}}{\ln 2}$. **D.** $y'=\frac{x.2^{1+x^2}}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

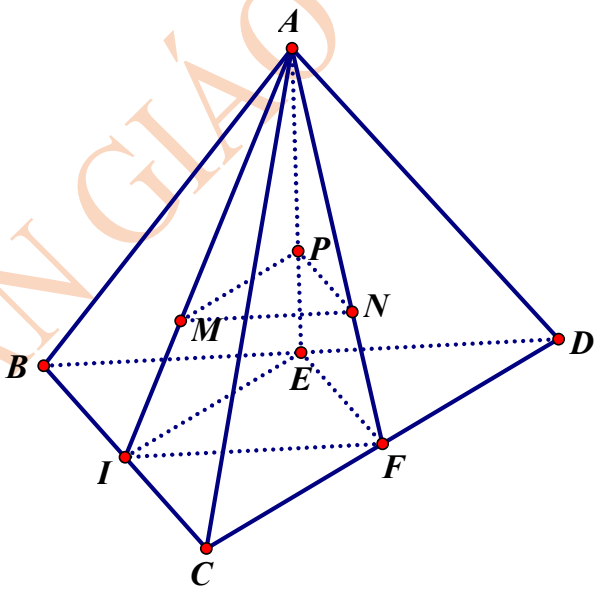
Ta có: $y'=\left(2^{x^2}\right)'=\left(x^2\right)'.2^{x^2}.\ln 2=2.x.2^{x^2}.\ln 2=x.2^{1+x^2}.\ln 2$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB=6a$, $AC=9a$, $AD=3a$. Gọi M,N,P lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB. Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $2a^3$ **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $8a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I,F,E lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD, BD

$\frac{V_{A.MPN}}{V_{A.IEF}}=\frac{AM}{AI}.\frac{AP}{AE}.\frac{AN}{AF}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{8}{27}\Rightarrow V_{A.MPN}=\frac{8}{27}.V_{A.\text{IEF}}\ (1)$

$\Delta BIE=\Delta ICF=\Delta EFD=\Delta FEI\ (c.c.c)\Rightarrow S_{IEF}=\frac{1}{4}S_{BCD}\Rightarrow V_{A.IEF}=\frac{1}{4}V_{A.BCD}\ (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow V_{A.MPN}=\frac{2}{27}.V_{A.BCD}$

Mặt khác $V_{ABCD}=\frac{1}{6}.AB.AC.AD=\frac{1}{6}.6a.9a.3a=27a^3\Rightarrow V_{A.MPN}=2a^3$.

Câu 44. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(2x-3)^{\sqrt{2019}}$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $D=(0;+\infty)$ **B.** $D=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\sqrt{2019}\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $2x-3>0\Leftrightarrow x>\frac{3}{2}$.

Vậy $D=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 45. Nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$ là

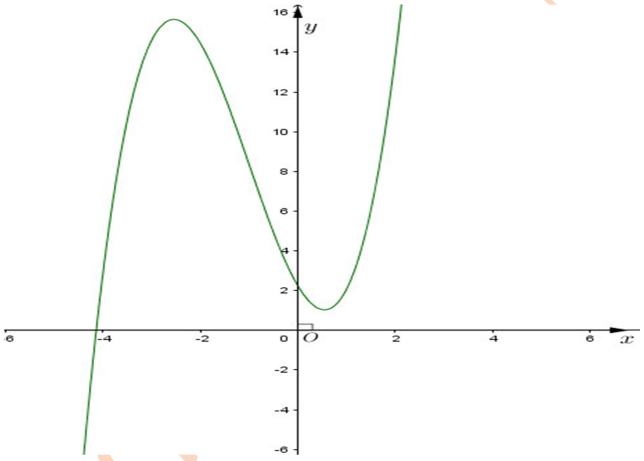
A. $x=-4$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình $\log_2(1-x)=2\Leftrightarrow 1-x=2^2\Leftrightarrow x=-3$.

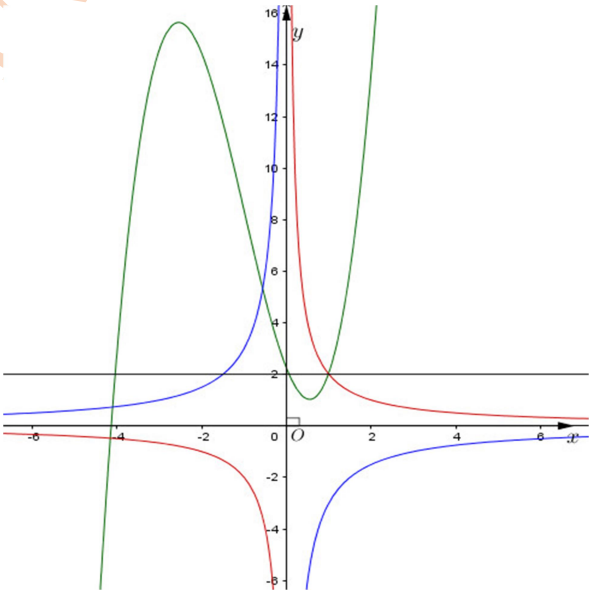
Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Hỏi phương trình $f(xf(x))-2=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D



Ta có pt: $f(xf(x))-2=0\Leftrightarrow f(xf(x))=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}xf(x)=0\\xf(x)=b\in(0;2)\\xf(x)=a\in(-4;-2)\end{array}\right.$

DIỄN ĐÀN TOÁN

* Xét phương trình: $xf(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=0 \\ f(x)=0,(1) \end{array}\right.$.

Ta thấy đồ thị $y=f(x)$ cắt trục hoành tại 1 điểm nên phương trình (1) có 1 nghiệm $x=x_2<-4$.

* Xét phương trình: $xf(x)=b \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{b}{x},(x\neq 0)$ (vì $x=0$ phương trình vô nghiệm)

Đặt $g(x)=\dfrac{b}{x} \Rightarrow g'(x)=\dfrac{-b}{x^2}<0, \forall x\neq 0$, Suy ra $g(x)=\dfrac{b}{x}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Ta dễ thấy TCĐ: $x=0$, TCN: $y=0$.

Phác họa đồ thị $y=g(x)$ như hình vẽ ta có 2 giao điểm với đồ thị $y=f(x)$, suy ra pt $xf(x)=b$ có 2 nghiệm phân biệt $x=x_3$; $x=x_4$

* Xét phương trình: $xf(x)=a \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{a}{x},(x\neq 0)$ (vì $x=0$ phương trình vô nghiệm)

Đặt $h(x)=\dfrac{a}{x} \Rightarrow h'(x)=\dfrac{-a}{x^2}>0, \forall x\neq 0$, Suy ra $h(x)=\dfrac{a}{x}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

Ta dễ thấy TCĐ: $x=0$, TCN: $y=0$.

Phác họa đồ thị $y=h(x)$ như hình vẽ ta có 2 giao điểm với đồ thị $y=f(x)$, suy ra pt $xf(x)=a$ có 2 nghiệm $x=x_5$; $x=x_6$

Như vậy $f(xf(x))-2=0$ có 6 nghiệm phân biệt .

Câu 47. Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S=\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **C.** $S=4\sqrt{3}a^2$. **D.** $S=8a^2$.

Lời giải

Chọn B

Bát diện đều là hình đa diện đều có 8 mặt đều là tam giác đều. Do đó $S=8\left(\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}\right)=2\sqrt{3}a^2$.

Câu 48. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>1$ có tập nghiệm S bằng

A. $S=\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left[1;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $S=\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Do cơ số $\dfrac{1}{2}\in(0;1)$ nên $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1<\dfrac{1}{2} \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<\dfrac{3}{2}$.

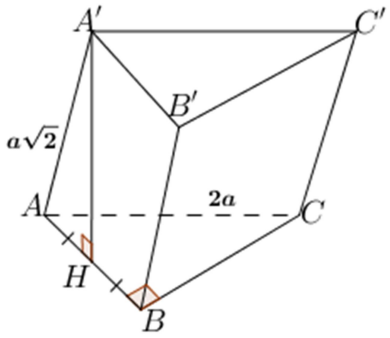
Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB và $A'A=a\sqrt{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $AB^2+BC^2=AC^2\Leftrightarrow 2AB^2=4a^2\Leftrightarrow AB=a\sqrt{2}\Rightarrow S_{\Delta ABC}=a^2$.

Lại có $AH=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow A'H=\sqrt{A'A^2-AH^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ bằng $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.A'H=a^2.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 50. Hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=2x^4+1\Rightarrow y'=8x^3=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

---------- **HẾT** ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH

TRƯỜNG THPT LƯƠNG TÀI

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 2. Tìm các giá trị thực của tham số a để biểu thức $B = \log_3(2-a)$ có nghĩa.

A. $a < 2$. **B.** $a > 2$. **C.** $a = 3$. **D.** $a \le 2$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Số đo góc giữa SA và (ABC) bằng

A. $75°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 4. Cho các số thực a, b, m, n với a, $b > 0$, $n \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $a^m.b^m = (ab)^m$. **B.** $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. **C.** $(a^m)^n = a^{m.n}$. **D.** $a^m.a^n = a^{m.n}$.

Câu 5. Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ trên $[-4;0]$ lần lượt là M và m. Giá trị của $M + m$ bằng

A. $-\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** -4. **D.** $-\dfrac{28}{3}$.

Câu 6. Tìm tập nghiệm của phương trình $4^{x^2} = 2^{x+1}$

A. $S = \left\{-1;\dfrac{1}{2}\right\}$. **B.** $S = \{0;1\}$. **C.** $S = \left\{\dfrac{1-\sqrt{5}}{2};\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$. **D.** $S = \left\{-\dfrac{1}{2};1\right\}$.

Câu 7. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

Câu 8. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$

A. $m = 3$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = \dfrac{17}{4}$. **D.** $m = 4$.

Câu 9. Giải phương trình $\log_3(2x-1) = 1$

A. $x = 0$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 10. Cho các số thực $0 < a \neq 1, x > 0, y > 0, \alpha \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a 1 = 0$. **B.** $\log_a(x^\alpha) = \alpha \log_a x$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. **D.** $\log_a(xy) = \log_a x.\log_a y$.

Câu 11. Trong mỗi mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Mỗi hình đa diện có ít nhất bốn đỉnh.

B. Mỗi hình đa diện có ít nhất ba đỉnh.

C. Số đỉnh của một hình đa diện lớn hơn hoặc bằng số cạnh của nó.

D. Số mặt của một hình đa diện lớn hơn hoặc bằng số cạnh của nó.

Câu 12. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6.

A. 720 số. **B.** 90 số. **C.** 20 số. **D.** 120 số.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

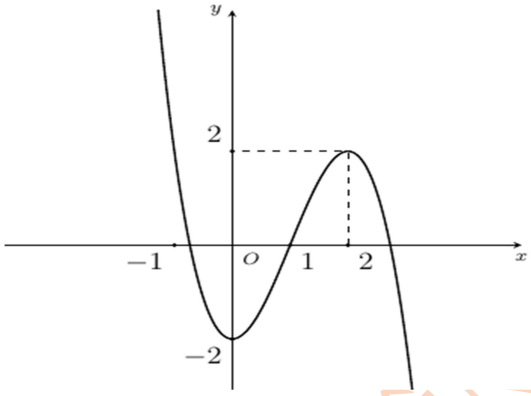
Câu 13. Giá trị của m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-1}{2x+m}$ đi qua điểm $A(1;2)$ là

A. $m=2$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=-2$.

Câu 14. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng a là

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 15. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 16. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-2x^2+3x+1$ song song với đường thẳng $y=3x+1$ có phương trình là

A. $y=-\dfrac{1}{3}x-1$. **B.** $y=3x-\dfrac{29}{3}$.

C. $y=3x-\dfrac{29}{3}$, $y=3x+1$. **D.** $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{29}{3}$.

Câu 17. Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm véctơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $x-2y+5=0$. **B.** $x-2y-4=0$.

C. $x+y+4=0$. **D.** $-x+2y-4=0$.

Câu 18. Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là:

A. C_{16}^5. **B.** A_{41}^5. **C.** C_{25}^5. **D.** C_{41}^5.

Câu 19. Trong hình chóp đều, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tất cả các cạnh bên bằng nhau. **B.** Tất cả các mặt bằng nhau.

C. Tất cả cách cạnh bằng nhau. **D.** Một cạnh đáy bằng cạnh bên.

Câu 20. Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Hỏi thể tích khối lăng trụ là:

A. 100. **B.** 20. **C.** 64. **D.** 80.

Câu 21. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ là

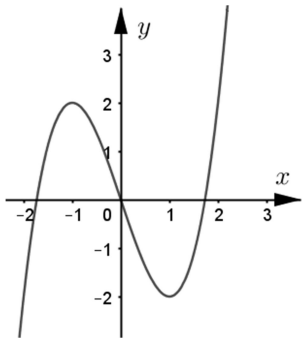
A. $y=2$. **B.** $y=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\dfrac{3}{2}$.

Câu 22. Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $y=x-\sqrt{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$. **D.** $y=x^4+4x^2-3$.

Câu 23. Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$. **B.** $-1<m<0$.

C. $m>0$. **D.** $m<-2$ hoặc $m>1$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA'=4a$, $AC=2a$, $BD=a$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $8a^3$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C). Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;b)\in(C)$ là

A. $k=f'(a)$. **B.** $k=f(a)$. **C.** $k=f(b)$. **D.** $k=f'(b)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình ên. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

A. Hàm số không có cực trị . **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 28. Cho hàm số $y=-x^4+2mx^2+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$ khi .

A. $m>0$. **B.** $-1\le m<0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m<-1$.

Câu 29. Tập xác định của phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x-3}$ là:

A. $[1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1;2;3\}$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 30. Cho a,b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a b=\sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\dfrac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{-1}{\sqrt{3}}$. **C.** $-2\sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

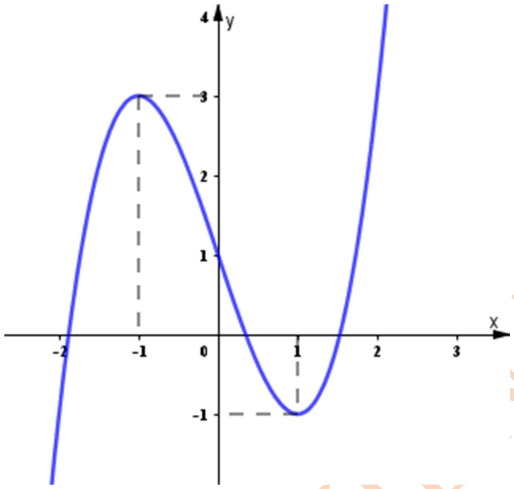
Câu 31. Tập xác định của hàm số $\left(x^2-3x+2\right)^{\pi}$ là

A. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Câu 32. Cho hàm số $y=x^4+2x^2+1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(1;4)$ là

A. $y=8x-4$. **B.** $y=8x+4$. **C.** $y=-8x+12$. **D.** $y=x+3$.

Câu 33. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;3)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;1)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$.

Câu 34. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{6\}$. **C.** $S=\{6;2\}$. **D.** $S=\{2\}$.

Câu 35. Phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x-3}=3^{x+1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 36. Cho $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1+C_n^2+...C_n^n=1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $\left[(12-n)x+1\right]^n$ thành đa thức.

A. 45. **B.** 180. **C.** 2. **D.** 90.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Gọi M là trung điểm của SB. Gọi P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP=2DP$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh SC tại N. Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMNP$ theo V.

A. $V_{ABCDMNP}=\frac{7}{30}V$. **B.** $V_{ABCDMNP}=\frac{19}{30}V$. **C.** $V_{ABCDMNP}=\frac{2}{5}V$. **D.** $V_{ABCDMNP}=\frac{23}{30}V$.

Câu 38. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+x-2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m ?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 39. Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. chi phí để xây dựng bể là 300 nghìn đồng/ m^2 (*chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể*). hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (**làm tròn đến đơn vị triệu đồng**)

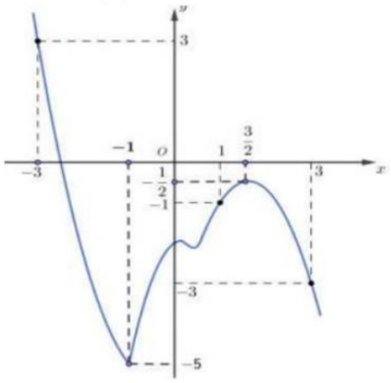
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 46 triệu đồng. **B.** 51 triệu đồng. **C.** 75 triệu đồng. **D.** 36 triệu đồng.

Câu 40. Cho tam giác ABC có $AB: 2x-y+4=0$; $AC; x-2y-6=0$. Hai điểm B và C thuộc Ox. Phương trình phân giác góc ngoài của góc BAC là

A. $3x+3y+10=0$ **B.** $x+y+10=0$. **C.** $3x-3y-2=0$. **D.** $x-y+10=0$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=f(1-x)+\dfrac{x^2}{2}-x$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1;3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-9)(x-4)^2$. Khi đó hàm số $y=f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-3;0)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\geq\dfrac{4}{3}$. **B.** $m\leq\dfrac{4}{3}$. **C.** $m\leq\dfrac{1}{3}$. **D.** $m\geq\dfrac{1}{3}$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị

A. 26. **B.** 16. **C.** 27. **D.** 44.

Câu 45. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ trong đó SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{1}{2}a^3$. **B.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{1}{6}a^3$. **D.** $\dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ trong đó SA,AB,BC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết $SA=a\sqrt{3}$, $AB=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Trên các cạnh AA',BB' lấy các điểm M,N sao cho $AA'=4A'M, BB'=4B'N$. Mặt phẳng $(C'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $C'.A'B'NM$ và V_2 là thể tích khối đa diện $ABCMNC'$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{4}{5}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của AB. Biết $SH = a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $\begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0 \wedge m \neq 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} -3 < m < 1 \\ m \neq -2 \end{cases}$. **D.** $-3 < m < 1$.

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{2x - m}{x + 2}$ với m là tham số, $m \neq -4$. Biết $\min\limits_{x \in [0;2]} f(x) + \max\limits_{x \in [0;2]} f(x) = -8$. Giá trị của tham số m bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	B	D	D	D	A	A	C	D	A	D	D	B	C	B	A	D	A	D	C	D	A	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	A	C	B	A	A	C	B	B	B	D	B	B	B	C	C	D	C	C	B	C	B	A	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hàm số $y=x^3+3x^2-4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2+6x,\ y'<0\Leftrightarrow 3x^2+6x<0\Leftrightarrow -2<x<0$ suy ra hàm số nghịch biến trên $(-2;0)$.

Câu 2. Tìm các giá trị thực của tham số a để biểu thức $B=\log_3(2-a)$ có nghĩa.

A. $a<2$. **B.** $a>2$. **C.** $a=3$. **D.** $a\le 2$.

Lời giải

Chọn A

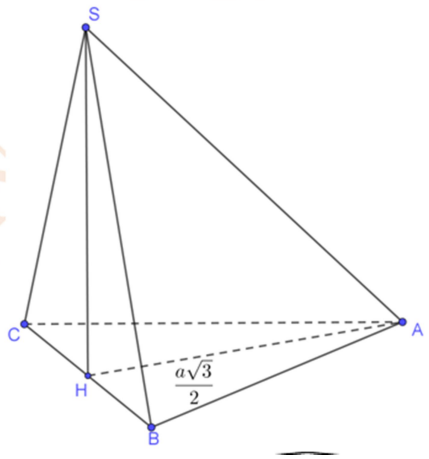
Biểu thức $B=\log_3(2-a)$ có nghĩa khi $2-a>0\Leftrightarrow a<2$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Số đo góc giữa SA và (ABC) bằng

A. $75°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: hình chiếu của SA trên (ABC) là AH nên $\widehat{(SA;(ABC))}=\widehat{(SA;AH)}=\widehat{SAH}$

Ta có: $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=SH$ nên ΔSHA vuông cân tại $H\Rightarrow \widehat{SAH}=45°$

Vậy góc giữa SA và (ABC) bằng $45°$.

Câu 4. Cho các số thực a, b, m, n với a, $b>0$, $n\neq 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $a^m.b^m=(ab)^m$. **B.** $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$. **C.** $(a^m)^n=a^{m.n}$. **D.** $a^m.a^n=a^{m.n}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $a^m.a^n=a^{m+n}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 5. Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ trên $[-4;0]$ lần lượt là M và m. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $-\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** -4. **D.** $-\frac{28}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=x^2+4x+3$. Xét $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\in(-4;0)\\x=-1\in(-4;0)\end{array}\right.$.

Có $y(-4)=y(-1)=-\frac{16}{3}; y(-3)=y(0)=-4$.

Do đó $M=-4; m=-\frac{16}{3}\Rightarrow M+m=-\frac{28}{3}$.

Câu 6. Tìm tập nghiệm của phương trình $4^{x^2}=2^{x+1}$

A. $S=\left\{-1;\frac{1}{2}\right\}$. **B.** $S=\{0;1\}$. **C.** $S=\left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\frac{1}{2};1\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4^{x^2}=2^{x+1}\Leftrightarrow 2x^2=x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Câu 7. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x^2+1>0,\ (\forall x\in\mathbb{R})$ nên hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 8. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$

A. $m=3$. **B.** $m=5$. **C.** $m=\frac{17}{4}$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$, $y'=2x-\frac{2}{x^2}=0\Leftrightarrow x=1\in\left[\frac{1}{2};2\right]$

$y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{17}{4}; \quad y(1)=3 \quad y(2)=5$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$ là $m=3$

Câu 9. Giải phương trình $\log_3(2x-1)=1$

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $2x-1>0\Rightarrow x>\frac{1}{2}$

$\log_3(2x-1)=1\Leftrightarrow 2x-1=3\Leftrightarrow x=2$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Vậy nghiệm của phương trình là $x=2$.

Câu 10. Cho các số thực $0<a\neq 1, x>0, y>0, \alpha\neq 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a 1=0$.

B. $\log_a\left(x^\alpha\right)=\alpha\log_a x$.

C. $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

D. $\log_a(xy)=\log_a x.\log_a y$.

Lời giải

Chọn D

$\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$

Câu 11. Trong mỗi mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Mỗi hình đa diện có ít nhất bốn đỉnh.

B. Mỗi hình đa diện có ít nhất ba đỉnh.

C. Số đỉnh của một hình đa diện lớn hơn hoặc bằng số cạnh của nó.

D. Số mặt của một hình đa diện lớn hơn hoặc bằng số cạnh của nó.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy qua ba điểm bất kì chỉ xác định được một hoặc chùm mặt phẳng chứ không xác định được khối đa diện nên mệnh đề B sai.

Mặt khác, ta có khối chóp tam giác có bốn đỉnh, bốn mặt, sáu cạnh nên các mệnh đề C, D đều sai.

Câu 12. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6.

A. 720 số.

B. 90 số.

C. 20 số.

D. 120 số.

Lời giải

Chọn D

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$.

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được số các số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau là $A_6^3=120$ (số).

Câu 13. Giá trị của m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-1}{2x+m}$ đi qua điểm $A(1;2)$ là

A. $m=2$.

B. $m=-4$.

C. $m=-5$.

D. $m=-2$.

Lời giải

Chọn D

- Vì $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{m}{2}\right)^+}\dfrac{mx-1}{2x+m}=-\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{m}{2}\right)^-}\dfrac{mx-1}{2x+m}=+\infty$) nên đường thẳng $x=-\dfrac{m}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.
- Đường tiệm cận đứng đi qua điểm $A(1;2)$ nên $1=-\dfrac{m}{2}\Leftrightarrow m=-2$.

Câu 14. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng a là

A. $\dfrac{a^3}{6}$.

B. a^3.

C. $\dfrac{a^3}{3}$.

D. $\dfrac{2a^3}{3}$.

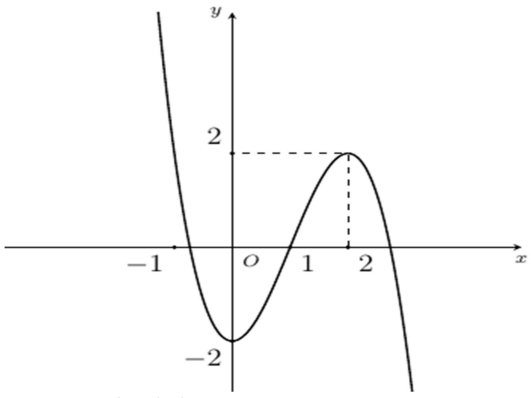
Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng a là: $V=a^3$ (đvtt).

Câu 15. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 16. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{3}-2x^2+3x+1$ song song với đường thẳng $y=3x+1$ có phương trình là

A. $y=-\frac{1}{3}x-1$. **B.** $y=3x-\frac{29}{3}$.

C. $y=3x-\frac{29}{3}$, $y=3x+1$. **D.** $y=-\frac{1}{3}x+\frac{29}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=x^2-4x+3$.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số đã cho với $y_0=\frac{x_0^3}{3}-2x_0^2+3x_0+1$.

Do tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(x_0;y_0)$ song song với đường thẳng $y=3x+1$ nên ta có:

$$y'(x_0)=3\Leftrightarrow x_0^2-4x_0+3=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\Rightarrow y_0=1\\x_0=4\Rightarrow y_0=\frac{7}{3}\end{array}\right.$$

-Tại điểm $M(0;1)$ phương trình tiếp tuyến là: $y-1=3(x-0)\Leftrightarrow y=3x+1$ (loại).

-Tại điểm $M\left(4;\frac{7}{3}\right)$ phương trình tiếp tuyến là: $y-\frac{7}{3}=3(x-4)\Leftrightarrow y=3x-\frac{29}{3}$.

Vậy tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{3}-2x^2+3x+1$ song song với đường thẳng $y=3x+1$ có phương trình là $y=3x-\frac{29}{3}$.

Câu 17. Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm véctơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $x-2y+5=0$. **B.** $x-2y-4=0$.

C. $x+y+4=0$. **D.** $-x+2y-4=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm véctơ pháp tuyến có phương trình là:

$2(x+1)-4(y-2)=0\Leftrightarrow 2x-4y+10=0\Leftrightarrow x-2y+5=0$.

Câu 18. Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. C_{16}^5. **B.** A_{41}^5. **C.** C_{25}^5. **D.** C_{41}^5.

Lời giải

Chọn D

+ Tổng số học sinh của lớp là 41 học sinh.

+ Số cách chọn 5 học sinh trong lớp là số tổ hợp chập 5 của 41 phần tử C_{41}^5.

Câu 19. Trong hình chóp đều, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tất cả các cạnh bên bằng nhau. **B.** Tất cả các mặt bằng nhau.

C. Tất cả cách cạnh bằng nhau. **D.** Một cạnh đáy bằng cạnh bên.

Lời giải

Chọn A

Câu 20. Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Hỏi thể tích khối lăng trụ là:

A. 100. **B.** 20. **C.** 64. **D.** 80.

Lời giải

Chọn D

Lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5 nên có chiều cao $h=5$.

Thể tích của khối lăng trụ là : $V=B.h=4^2.5=80.$

Câu 21. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\dfrac{2x-3}{x-1}\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}\left(\dfrac{2x-3}{x-1}\right)=+\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ là $x=1$.

Câu 22. Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $y=x-\sqrt{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$. **D.** $y=x^4+4x^2-3$.

Lời giải

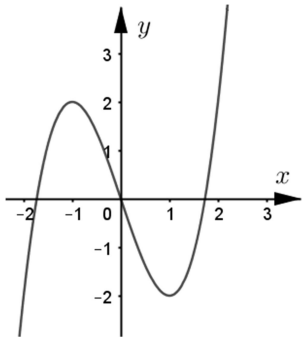
Chọn D

Xét hàm số $y=x^4+4x^2-3$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^4+4x^2-3\right)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^4+4x^2-3\right)=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y=x^4+4x^2-3$ không có tiệm cận ngang.

Câu 23. Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:



A. $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$. **B.** $-1<m<0$.

C. $m>0$. **D.** $m<-2$ hoặc $m>1$.

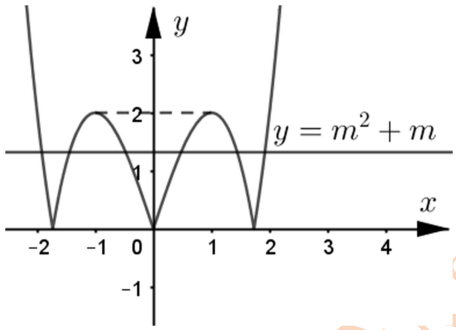
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ là số giao điểm của đồ thị $y=\left|x^3-3x\right|$ và đường thẳng $y=m^2+m$.

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|$ từ đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ là: Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y=x^3-3x$ nằm phía trên trục hoành, lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị của hàm số $y=x^3-3x$ nằm phía dưới trục hoành rồi xóa bỏ phần đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ nằm phía dưới trục hoành.



Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

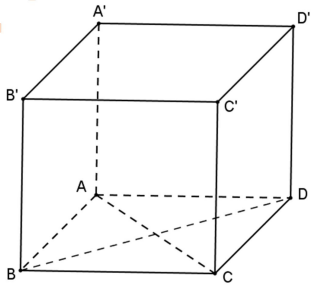
$$\begin{cases} m^2+m>0 \\ m^2+m<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ -2<m<1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<m<1 \\ -2<m<-1 \end{array}\right. .$$

Câu 24. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA'=4a$, $AC=2a$, $BD=a$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $8a^3$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối lăng trụ là $V=AA'.S_{ABCD}=AA'.\dfrac{1}{2}.AC.BD=4a.\dfrac{1}{2}.2a.a=4a^3$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C). Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;b)\in(C)$ là

A. $k=f'(a)$. **B.** $k=f(a)$. **C.** $k=f(b)$. **D.** $k=f'(b)$.

Lời giải

Chọn A

Ý nghĩa hình học của đạo hàm: Đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ tại điểm x_o là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số tại điểm $M(x_o;y_o)$

Do đó hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;b)\in(C)$ là $k=f'(a)$

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy:

- $y'>0$ khi $x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$
- $y'<0$ khi $x\in(-1;1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình ên. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

A. Hàm số không có cực trị . **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 28. Cho hàm số $y=-x^4+2mx^2+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$ khi .

A. $m>0$. **B.** $-1\le m<0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m<-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=-4x^3+4mx$; $y''=-12x^2+4m$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0\Rightarrow y'(0)=0$. Thỏa mãn $\forall m$.

Mặt khác để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0\Rightarrow y''(0)>0\Leftrightarrow m>0$.

Câu 29. Tập xác định của phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x-3}$ là:

A. $[1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1;2;3\}$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện của phương trình: $\begin{cases}x-1\ge 0\\ x-2\ge 0\\ x-3\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\ x\ge 2\\ x\ge 3\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 3$

Vậy tập xác định của phương trình là: $D=[3;+\infty)$.

Câu 30. Cho a,b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a b=\sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\dfrac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{-1}{\sqrt{3}}$. **C.** $-2\sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn B

Ta có: $T=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}=\frac{\log_a\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}}{\log_a\frac{\sqrt{b}}{a}}=\frac{\log_a\sqrt[3]{b}-\log_a\sqrt{a}}{\log_a\sqrt{b}-\log_a a}=\frac{\frac{1}{3}\log_a b-\frac{1}{2}\log_a a}{\frac{1}{2}\log_a b-1}=\frac{-1}{\sqrt{3}}.$

Câu 31. Tập xác định của hàm số $\left(x^2-3x+2\right)^{\pi}$ là

A. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\pi\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số có điều kiện xác định là: $x^2-3x+2>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 32. Cho hàm số $y=x^4+2x^2+1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(1;4)$ là

A. $y=8x-4$. **B.** $y=8x+4$. **C.** $y=-8x+12$. **D.** $y=x+3$.

Lời giải

Chọn A

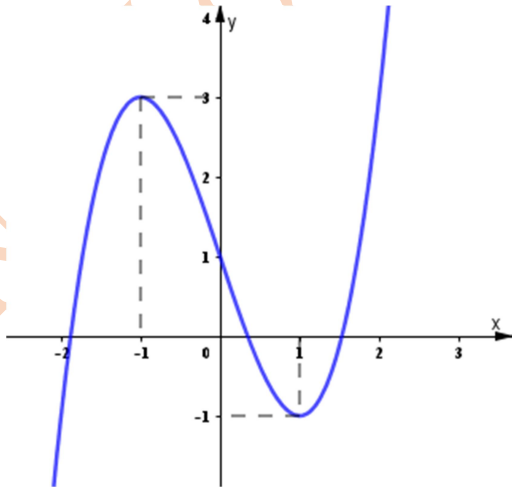
$y'=4x^3+4x$

$f'(1)=8$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(1;4)$ có hệ số góc $k=8$ là

$y=8(x-1)+4\Leftrightarrow y=8x-4.$

Câu 33. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;3)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;1)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta suy ra đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$.

Câu 34. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{6\}$. **C.** $S=\{6;2\}$. **D.** $S=\{2\}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{2x-3}=x-3\Leftrightarrow\begin{cases}x-3\ge 0\\2x-3=(x-3)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 3\\x^2-8x+12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 3\\\left[\begin{array}{l}x=2\\x=6\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=6.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{6\}$.

Câu 35. Phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x-3}=3^{x+1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x-3}=3^{x+1}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x-3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x-1}\Leftrightarrow x^2-2x-3=-x-1\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x=-1;x=2$.

Câu 36. Cho $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1+C_n^2+...C_n^n=1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $\left[(12-n)x+1\right]^n$ thành đa thức.

A. 45. **B.** 180. **C.** 2. **D.** 90.

Lời giải

Chọn B

Từ khai triển $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+...C_n^nx^n$.

Cho $x=1$ ta được $(1+1)^n=C_n^0+C_n^1+C_n^2+...C_n^n=1+C_n^1+C_n^2+...C_n^n$.

Mà $C_n^1+C_n^2+...C_n^n=1023$ nên $2^n=1024\Leftrightarrow n=10$.

Bài toán trở thành tìm hệ số của x^2 trong khai triển $(2x+1)^{10}$ thành đa thức.

Số hạng tổng quát trong khai triển $(2x+1)^{10}$ là $C_{10}^k(2x)^k=C_{10}^k2^kx^k$.

Từ yêu cầu bài toán suy ra $k=2$.

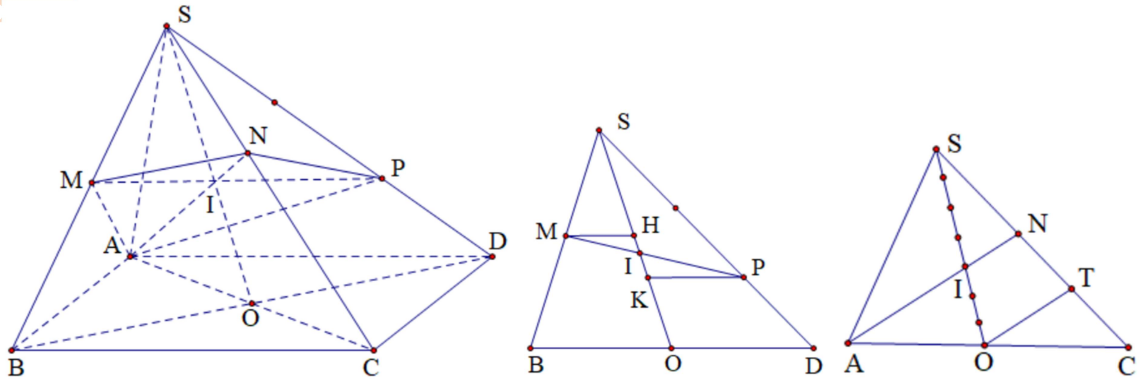
Vậy hệ số của x^2 trong khai triển $(2x+1)^{10}$ thành đa thức là $C_{10}^2.2^2=180$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Gọi M là trung điểm của SB. Gọi P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP=2DP$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh SC tại N. Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMNP$ theo V.

A. $V_{ABCDMNP}=\frac{7}{30}V$. **B.** $V_{ABCDMNP}=\frac{19}{30}V$. **C.** $V_{ABCDMNP}=\frac{2}{5}V$. **D.** $V_{ABCDMNP}=\frac{23}{30}V$.

Lời giải

Chọn D



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Trong $(ABCD)$ gọi $O = AC \cap BD$.

Trong (SBD) gọi $I = SO \cap MP$.

Trong (SAC) gọi $N = SC \cap AI$.

Trong (SBD), qua M kẻ đường thẳng song song với BD cắt SO tại H, qua P kẻ đường thẳng song song với BD cắt SO tại K.

Gọi T là trung điểm NC.

Ta có : $\frac{IH}{IK} = \frac{MH}{PK} = \frac{\frac{1}{2}BO}{\frac{2}{3}BO} = \frac{3}{4}$.

$HK = SO - SH - OK = SO - \frac{1}{2}SO - \frac{1}{3}SO = \frac{1}{6}SO$.

$\frac{IH}{3} = \frac{IK}{4} = \frac{IH + IK}{7} = \frac{\frac{1}{6}SO}{7} = \frac{1}{42}SO$.

$\frac{SI}{SO} = \frac{SH + IH}{SO} = \frac{\frac{1}{2}SO + \frac{1}{14}SO}{SO} = \frac{4}{7}$.

$\Rightarrow \frac{SN}{ST} = \frac{4}{7}$.

$\Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

$\frac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2}\left[\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACB}} + \frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ACD}}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC} + \frac{SP}{SD}.\frac{SN}{SC}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}.\frac{2}{5} + \frac{2}{5}.\frac{2}{3}\right] = \frac{7}{30}$.

$V_{ABCD.AMNP} = V_{S.ABCD} - V_{S.AMNP} = V - \frac{7}{20}V = \frac{23}{30}V$.

Câu 38. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m ?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$.

$f'(x) = x^2 - mx + 1$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx + 1 = 0 \quad (1)$

Để hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array}\right.$.

$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{m + \sqrt{m^2 - 4}}{2} \\ x_2 = \frac{m - \sqrt{m^2 - 4}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} |x_1| = \frac{\left|m + \sqrt{m^2 - 4}\right|}{2} \\ |x_2| = \frac{\left|m - \sqrt{m^2 - 4}\right|}{2} \end{array}\right.$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có : $|x_1|^2+|x_2|^2=\sqrt{7}^2 \Leftrightarrow \left(m+\sqrt{m^2-4}\right)^2+\left(m-\sqrt{m^2-4}\right)^2=7 \Leftrightarrow m^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-3 \end{array}\right.$.

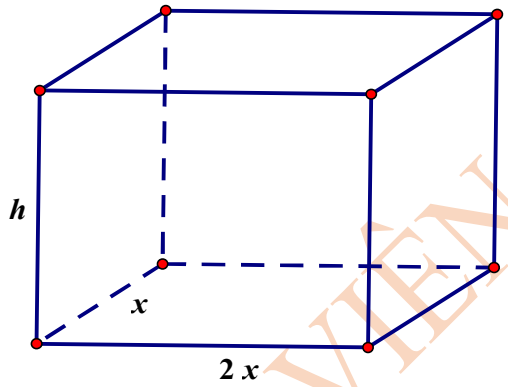
Vậy chọn B.

Câu 39. Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. chi phí để xây dựng bể là 300 nghìn đồng/ m^2 (*chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể*). hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (**làm tròn đến đơn vị triệu đồng**)

A. 46 triệu đồng. **B.** 51 triệu đồng. **C.** 75 triệu đồng. **D.** 36 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B



Gọi chiều rộng của đáy bể là $x(m)(x>0)$

$\Rightarrow$ chiều dài cuả đáy bể là $2x(m)$

Gọi chiều cao của bể là $h(m)(h>0)$

Thể tích của bể là: $V=x.2x.\text{h}=200 \Rightarrow h=\dfrac{200}{2x^2}=\dfrac{100}{x^2}$

Diện tích đáy là: $S_1=x.2x=2x^2\left(m^2\right)$

Diện tích xung quanh của bể là: $S_2=2.x.h+2.2x.h=6.x.h\left(m^2\right)$

Chi phí để xây bể là:

$T=\left(S_1+S_2\right).300000$

$=\left(2x^2+6xh\right).300000$

$=\left(2x^2+\dfrac{600}{x}\right).300000$

Ta có: $2x^2+\dfrac{600}{x}=2x^2+\dfrac{300}{x}+\dfrac{300}{x} \geq 3.\sqrt[3]{2x^2.\dfrac{300}{x}.\dfrac{300}{x}}$ (theo bất đẳng thức cô si)

$\geq 3.\sqrt[3]{180000}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2x^2=\dfrac{300}{x} \Leftrightarrow x^3=\dfrac{300}{2}=150 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{150}$

Chi phí thấp nhất để xây bể là:

$T=3.\sqrt[3]{180000}.300000 \approx 50,815.10^6$ (nghìn đồng) ≈ 51 (triệu đồng)

Câu 40. Cho tam giác ABC có $AB: 2x-y+4=0$; $AC; x-2y-6=0$. Hai điểm B và C thuộc Ox. Phương trình phân giác góc ngoài của góc BAC là

A. $3x+3y+10=0$ **B.** $x+y+10=0$. **C.** $3x-3y-2=0$. **D.** $x-y+10=0$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\begin{cases}2x-y+4=0\\y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=0\end{cases}\Rightarrow B(-2;0)$

$C=AC\cap Ox\Rightarrow$ toạ độ điểm C là nghiệm của hệ

$\begin{cases}x-2y-6=0\\y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6\\y=0\end{cases}\Rightarrow C(6;0)$

Phương trình đường phân giác của góc BAC là

$\dfrac{|2x-y+4|}{\sqrt{5}}=\dfrac{|x-2y-6|}{\sqrt{5}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+y+10=0\ (d_1)\\3x-3y-2=0\ (d_2)\end{array}\right.$

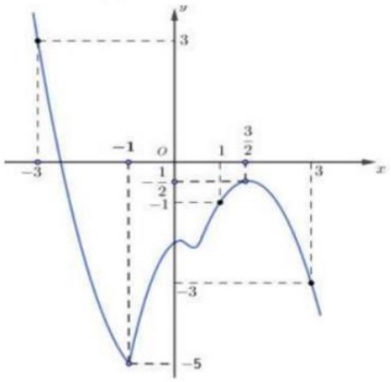
Đặt $f(x,y)=x+y+10$

$f(-2,0)=8$; $f(6,0)=16$; $\Rightarrow f(-2;0).f(-6;0)=128>0$

$\Rightarrow$ B và C nằm về cùng một phía đối với đường thẳng d_1

$\Rightarrow$ phương trình phân giác ngoài của góc BAC là: $x+y+10=0$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ

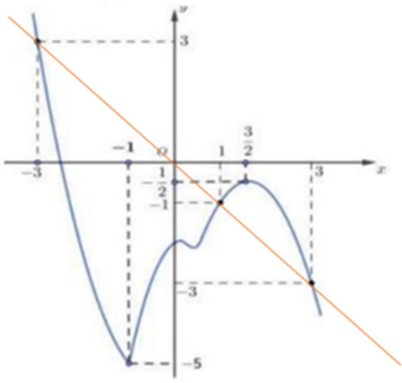


Hàm số $y=f(1-x)+\dfrac{x^2}{2}-x$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1;3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $g(x)=f(1-x)+\dfrac{x^2}{2}-x$

$g'(x)=-f'(1-x)+x-1$.

Để hàm số nghịch biến thì : $g'(x)\le 0\Leftrightarrow f'(1-x)\ge -(1-x)$

$\Leftrightarrow 1\le 1-x\le 3\Leftrightarrow\begin{cases}1\le 1-x\\1-x\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\x\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow -2\le x\le 0$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-9)(x-4)^2$. Khi đó hàm số $y=f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-3;0)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=f'(x^2).2x=2x.(x^2)^2(x^2-9)(x^2-4)^2=2x^5(x^2-9)(x^2-4)^2$

Ta có bảng xét dấu của y' như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ đó, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\ge\frac{4}{3}$. **B.** $m\le\frac{4}{3}$. **C.** $m\le\frac{1}{3}$. **D.** $m\ge\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $y'=3x^2+2x+m$.

Hàm hàm số $y=x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ hay $\Delta'\le 0\Leftrightarrow 1-3m\le 0\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{3}$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị

A. 26. **B.** 16. **C.** 27. **D.** 44.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có đạo hàm của $\left(|f(x)|\right)'=\left(\sqrt{f^2(x)}\right)'=\frac{2f(x).f'(x)}{2\sqrt{f^2(x)}}=\frac{f(x).f'(x)}{|f(x)|}$, suy ra

Đạo hàm $y'=\frac{(12x^3-12x^2-24x)(3x^4-4x^3-12x^2+m)}{\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|}$, từ đây ta có

Xét phương trình

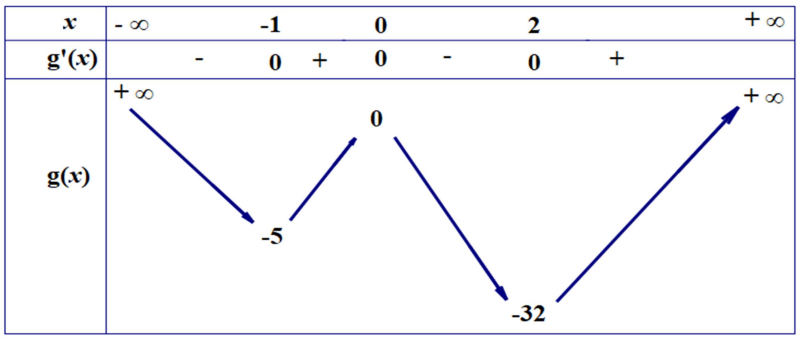
$(12x^3-12x^2-24x)(3x^4-4x^3-12x^2+m)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}12x^3-12x^2-24x=0\\3x^4-4x^3-12x^2+m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=2\\3x^4-4x^3-12x^2=-m\quad(*)\end{array}\right.$$

Xét hàm số $g(x)=3x^4-4x^3-12x^2$ trên $\mathbb{R}$ ta có $g'(x)=12x^3-12x^2-24x$

và $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=2\end{array}\right.$. Bảng biến thiên của $g(x)$ như sau:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi tổng số nghiệm bội lẻ của $y'=0$ và số điểm tới hạn của y' là 5, do đó ta cần có các trường hợp sau

TH1: Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác $-1;0;2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m>0 \\ -32<-m<-5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ 5<m<32 \end{array}\right.$,

trường hợp này có 26 số nguyên dương.

TH2: Phương trình (*) có 3 nghiệm trong đó có một nghiệm kép trùng với một trong các nghiệm $-1;0;2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m=0 \\ -m=-5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=5 \end{array}\right.$, trường hợp này có một số nguyên dương.

Vậy có tất cả là 27 số nguyên dương thỏa mãn bài toán.

Câu 45. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ trong đó SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{1}{2}a^3$. **B.** $\frac{2}{3}a^3$. **C.** $\frac{1}{6}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Do SA,SB,SC vuông góc với nhau đôi một nên ta có:

$$V_{S.ABC}=V_{A.SBC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta SBC}=\frac{1}{6}SA.SB.SC=\frac{a^3}{6}.$$

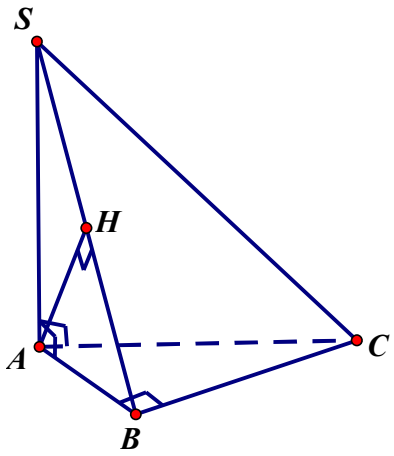
Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ trong đó SA,AB,BC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết $SA=a\sqrt{3}$, $AB=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

.Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi H là trung điểm của SB ta có $AH \perp SB$ (1) (vì $SA = AB = a\sqrt{3}$)

Ta lại có SA, AB, BC vuông góc với nhau đôi một. Nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $AH \perp (SBC) \Rightarrow \mathrm{d}(A,(SBC))$=AH.

Xét tam giác SAB vuông cân tại A có AH là đường trung tuyến ta có:

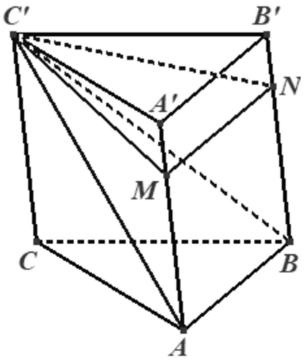
$$AH = \frac{1}{2}SB = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2} = \frac{\sqrt{3a^2 + 3a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow d(A,(SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Trên các cạnh AA', BB' lấy các điểm M, N sao cho $AA' = 4A'M, BB' = 4B'N$. Mặt phẳng $(C'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $C'.A'B'NM$ và V_2 là thể tích khối đa diện $ABCMNC'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{5}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{A'B'NM} = \frac{1}{4}S_{A'B'BA} \Rightarrow V_1 = V_{C'.A'B'NM} = \frac{1}{4}V_{C'.A'B'BA} = \frac{1}{4}.\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'}$.

$\Rightarrow V_2 = V_{ABC.A'B'C'} - V_1 = \frac{5}{6}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$.

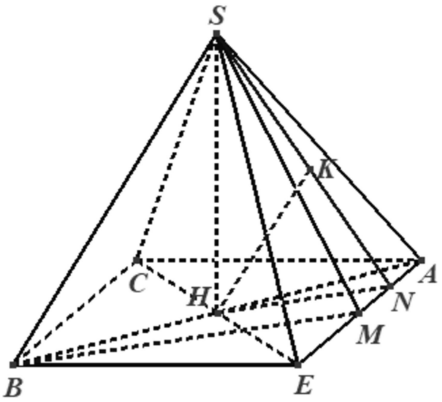
Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của AB. Biết $SH = a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B



Dựng hình bình hành $ACBE$.

Ta có $BC//AE \Rightarrow BC//(SAE) \Rightarrow d(BC,SA) = d(BC,(SAE)) = 2d(H,(SAE))$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AE, AM, K là hình chiếu của H trên SN.

ΔABE vuông cân tại $B \Rightarrow BM \perp AE \Rightarrow HN \perp AE$. Mà $SH \perp AE \Rightarrow HK \perp AE$.

Mặt khác $HK \perp SN \Rightarrow HK \perp (SAE) \Rightarrow d(H,(SAE)) = HK$.

Ta có $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HN^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \dfrac{3}{a^2} \Rightarrow HK = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$. Do đó $d(BC,SA) = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $\begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0 \wedge m \neq 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} -3 < m < 1 \\ m \neq -2 \end{cases}$. **D.** $-3 < m < 1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0 \Leftrightarrow m^3 - 3m^2 = x^3 - 3x^2 = f(x)$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$. Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$-4 < m^3 - 3m^2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^3 - 3m^2 + 4 > 0 \\ m^3 - 3m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ 0 < x < 2 \\ 2 < x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0 \wedge m \neq 2 \end{cases}.$$

Vậy $\begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0 \wedge m \neq 2 \end{cases}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho hàm số $y = \dfrac{2x - m}{x + 2}$ với m là tham số, $m \neq -4$. Biết $\min\limits_{x \in [0;2]} f(x) + \max\limits_{x \in [0;2]} f(x) = -8$. Giá trị của tham số m bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B

Cách 1:

Hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+2}$ xác định với mọi $x\neq -2$, đồng thời với $m\neq -4$ thì hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+2}$ liên tục và đơn điệu trên đoạn $[0;2]$.

Do đó $\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)+\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=-8\Leftrightarrow f(0)+f(2)=-8\Leftrightarrow -\dfrac{m}{2}+\dfrac{4-m}{4}=-8\Leftrightarrow m=12$.

Cách 2:

Ta có $y'=\dfrac{4+m}{(x+2)^2}$.

TH1. Nếu $4+m>0\Leftrightarrow m>-4$ thì $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Khi đó $\begin{cases}\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(0)=-\dfrac{m}{2}\\ \max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(2)=\dfrac{4-m}{4}\end{cases}$.

Mà $\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)+\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=-8\Leftrightarrow -\dfrac{m}{2}+\dfrac{4-m}{4}=-8\Leftrightarrow m=12$ (nhận).

TH2. Nếu $4+m<0\Leftrightarrow m<-4$ thì $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Khi đó $\begin{cases}\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(0)=-\dfrac{m}{2}\\ \min\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(2)=\dfrac{4-m}{4}\end{cases}$.

Mà $\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)+\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=-8\Leftrightarrow -\dfrac{m}{2}+\dfrac{4-m}{4}=-8\Leftrightarrow m=12$ (loại).

Vậy $m=12$ thỏa yêu cầu bài toán.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

TRƯỜNG THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là

A. $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V=4\pi R^2$. **C.** $V=4\pi R^3$. **D.** $V=\frac{3}{4}\pi R^3$.

Câu 2. Cho a là số thực dương và m,n là các số thực tuỳ ý. Trong các tính chất sau, tính chất nào đúng?

A. $a^m+a^n=a^{m+n}$. **B.** $a^m.a^n=a^{m.n}$. **C.** $a^m.a^n=a^{m+n}$. **D.** $a^m+a^n=a^{m.n}$.

Câu 3. Cho số thực dương a. Sau khi rút gọn, biểu thức $P=\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$ có dạng

A. $\sqrt{a^3}$. **B.** $\sqrt[3]{a}$. **C.** $\sqrt{a}$. **D.** a.

Câu 4. Số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm phân biệt của phương trình nào sau đây?

A. $\frac{f(x)}{g(x)}=0$. **B.** $f(x)+g(x)=0$. **C.** $f(x)-g(x)=0$. **D.** $f(x).g(x)=0$.

Câu 5. Số điểm chung giữa mặt cầu và mặt phẳng **không thể** là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào sau đây luôn nằm dưới trục hoành?

A. $y=-x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-2$.

C. $y=-x^3-2x^2+x-1$. **D.** $y=x^4+3x^2-1$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x-3}$. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 8. Thể tích khối lăng trụ tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 9. Thể tích khối lập phương có cạnh bằng $3a$ là

A. $27a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $9a^3$.

Câu 10. Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y=x^4+bx^2+c$ có 3 điểm cực trị?

A. $b=0$. **B.** $b\neq 0$. **C.** $b<0$. **D.** $b>0$.

Câu 11. Nếu $a^{\frac{13}{17}}<a^{\frac{15}{18}}$ và $\log_b\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)>\log_b\left(2+\sqrt{3}\right)$ thì

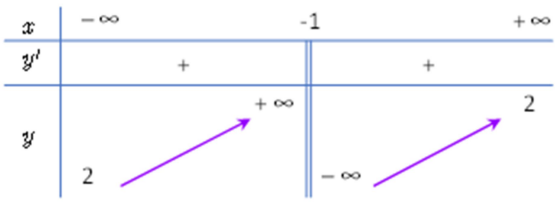
A. $0<a<1,0<b<1$. **B.** $0<a<1,b>1$. **C.** $a>1,0<b<1$. **D.** $a>1,b>1$.

Câu 12. Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{1}{2}Bh$. **B.** $\frac{1}{6}Bh$. **C.** Bh. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

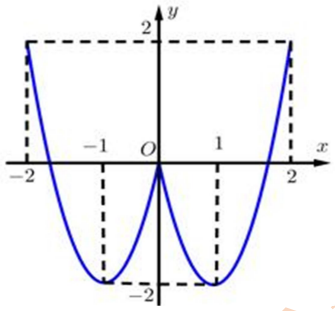
Câu 13. Bảng biến thiên ở hình dưới là của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $y=\dfrac{-2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)$. **B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-2)$. **D.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(0)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

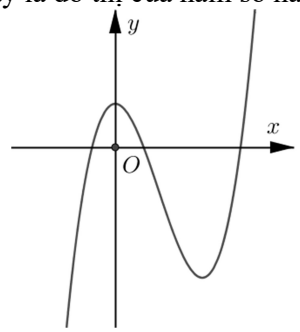
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 16. Số cạnh của một hình tứ diện là

A. 9. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 17. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=x^3+3x^2+1$. **C.** $y=-x^3-3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 18. Cho số thực $a>0$ và $a\neq 1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. $\log_a\left(x.y\right)=\log_a x.\log_a y,\left(\forall x,y>0\right)$. **B.** $\log_a x^n=n\log_a x,\left(x>0,n\neq 0\right)$.

C. $\log_a 1=a$ và $\log_a a=0$. **D.** $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 19. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với đáy và $SA=AB=6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $18a^3$. **B.** $36a^3$. **C.** $108a^3$. **D.** $72a^3$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 20. Tìm phương tình của đường tiệm cân ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+1}$.

A. $y=3$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=3$. **D.** $y=2$

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 22. Nếu tứ diện có chiều cao giảm 3 lần và cạnh đáy tăng 3 lần thì thể tích của nó

A. Tăng 3 lần. **B.** Tăng 6 lần. **C.** Giảm 3 lần. **D.** Không thay đổi.

Câu 23. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{mx+5}{x-m}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -7. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0<m\le 2$. **D.** $-1<m<0$.

Câu 24. Xét khẳng định: "Với mọi số thực a và hai số hữu tỉ r,s, ta có $\left(a^r\right)^s=a^{rs}$". Với điều kiện nào trong các điều kiện sau thì khẳng định trên đúng.

A. $a<1$. **B.** a bất kì. **C.** $a>0$. **D.** $a\ne 0$.

Câu 25. Đồ thị của hai hàm số $y=4x^4-2x^2+1$ và $y=x^2+x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 26. Cho đường cong (C) có phương trình $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Gọi M là giao điểm của (C) với trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y=x-2$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=-2x-1$. **D.** $y=2x-1$.

Câu 27. Cho $a>0$ và khác 1, $b>0$, $c>0$ và $\log_a b=-2,\log_a c=5$. Giá trị của $\log_a\dfrac{a\sqrt{b}}{\sqrt[3]{c}}$ là

A. $-\dfrac{4}{3}$. **B.** $-\dfrac{5}{3}$. **C.** $-\dfrac{5}{4}$. **D.** $-\dfrac{3}{5}$.

Câu 28. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 29. Trung điểm các cạnh của hình tứ diện đều tạo thành

A. Lăng trụ tam giác đều. **B.** Bát diện đều.
C. Hình lục giác đều. **D.** Hình lập phương.

Câu 30. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+6mx+4}{mx+2}$ đi qua điểm $A(-1;4)$?

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m\ge -1$. **B.** $m>1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m>-1$.

Câu 32. Cho mặt cầu $S(I;R)$ và điểm A nằm ngoài mặt cầu. Qua A kẻ đường thẳng cắt (S) tại hai điểm phân biệt B,C. Tích $AB.AC$ bằng

A. IA^2-R^2. **B.** $R.IA$. **C.** IA^2+R^2. **D.** $2R.IA$.

Câu 33. Giả sử các biểu thức chứa logarit đều có nghĩa. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b>\log_a c\Leftrightarrow b>c$. **B.** Cả 3 đáp án A,B,C đều đúng.
C. $\log_a b=\log_a c\Leftrightarrow b=c$. **D.** $\log_a b<\log_a c\Leftrightarrow b<c$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 34. Gọi A là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2-1$ thì A có tọa độ là

A. $A(-1;-6)$. **B.** $A(0;-1)$. **C.** $A(1;-2)$. **D.** $A(2;3)$.

Câu 35. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm mặt cầu ngoại tiếp là điểm I. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Luôn tồn tại tâm I, nhưng vị trí I phụ thuộc vào kích thước của hình hộp.

B. I là trung điểm $A'C$.

C. Không tồn tại tâm I.

D. I là tâm đáy $ABCD$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^4+(m-3)x^2+3m-5$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m>3 \end{array}\right.$ **B.** $m\le 0$. **C.** $0\le m\le 3$. **D.** $m\ge 3$.

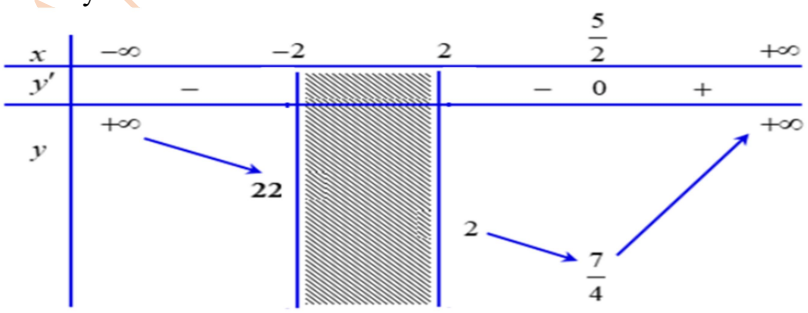
Câu 38. Cho hai số thực a,b thỏa mãn $1>a\ge b>0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau $T=\log_a^2 b+\log_{ab} a^{36}$

A. $T_{\min}=\frac{-2279}{16}$ **B.** $T_{\min}=13$. **C.** $T_{\min}=16$. **D.** $T_{\min}=19$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x-1}+2021}{\sqrt{x^2-2mx+m+2}}$ có đúng ba đường tiệm cận.

A. $2<m\le 3$. **B.** $2<m<3$. **C.** $2\le m\le 3$. **D.** $m>2$ hoặc $m<-1$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty;-2]$ và $[2;+\infty)$ và có bảng biến thiên như dưới đây



Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\left(\frac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$. **B.** $\left[\frac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$. **C.** $[22;+\infty)$. **D.** $\left(\frac{7}{4};+\infty\right)$.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=2a, AC=3a, AD=4a, \widehat{BAC}=\widehat{CAD}=\widehat{DAB}=60^\circ$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $3\sqrt{2}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

Câu 42. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp một tứ diện đều cạnh a là

A. $\frac{3\pi a^2}{2}$. **B.** $\frac{12\pi a^2}{11}$. **C.** $\frac{2\pi a^2}{3}$. **D.** $\frac{11\pi a^2}{12}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 43. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 44. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên bằng $4a$ và tạo với đáy một góc $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}a^3$. **B.** $\dfrac{3}{2}a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 45. Cho đồ thị $(C_m):y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$. Khi $m=m_0$ thì (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_0\in(-2;0)$. **B.** $m_0\in(0;2)$. **C.** $m_0\in(1;2)$. **D.** $m\in(2;5)$.

Câu 46. Tìm m để phương trình $x^6+6x^4-m^3x^3+(15-3m^2)x^2-6mx+10=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$?

A. $2<m\le\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{11}{5}<m<4$. **C.** $\dfrac{7}{5}\le m<3$. **D.** $0<m<\dfrac{9}{4}$.

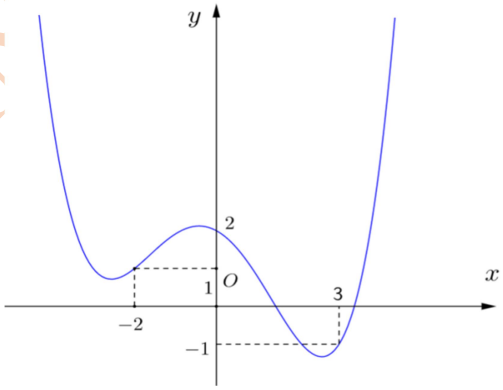
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Trên các đoạn SA, SB, SC, SD lấy lần lượt các điểm E, F, G, H thỏa mãn $\dfrac{SE}{SA}=\dfrac{SG}{SC}=\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{SF}{SB}=\dfrac{SH}{SD}=\dfrac{2}{3}$. Tỉ số thể tích khối $EFGH$ với khối $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{2}{27}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{3}{14}$. **D.** $\dfrac{5}{27}$.

Câu 48. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{1+x}=\sqrt{m+x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m\in\left(5;\dfrac{23}{4}\right)\cup\{6\}$. **B.** $m\in\left[5;\dfrac{23}{4}\right)\cup\{6\}$. **C.** $m\in[5;6]$. **D.** $m\in\left[5;\dfrac{23}{4}\right]$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $g(x)=f(x+1)+\dfrac{x^3}{3}-3x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(1;5)$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^3+mx^2+nx-1$ với m,n là các tham số thực thỏa mãn $m+n>0$ và $7+2(2m+n)<0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$.

A. 9 **B.** 5 **C.** 11. **D.** 2

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	C	C	C	B	B	A	A	C	C	D	C	D	C	D	D	B	B	A	D	A	C	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	B	B	C	D	A	C	B	B	D	D	C	B	A	D	A	B	D	B	A	A	B	B	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là

A. $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V=4\pi R^2$. **C.** $V=4\pi R^3$. **D.** $V=\frac{3}{4}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Cho a là số thực dương và m,n là các số thực tuỳ ý. Trong các tính chất sau, tính chất nào đúng?

A. $a^m+a^n=a^{m+n}$. **B.** $a^m.a^n=a^{m.n}$. **C.** $a^m.a^n=a^{m+n}$. **D.** $a^m+a^n=a^{m.n}$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất luỹ thừa với số thực:

Cho a là số thực dương và m,n là các số thực tuỳ ý ta có : $a^m.a^n=a^{m+n}$

Câu 3. Cho số thực dương a. Sau khi rút gọn, biểu thức $P=\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$ có dạng

A. $\sqrt{a^3}$. **B.** $\sqrt[3]{a}$. **C.** $\sqrt{a}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sqrt[3]{a\sqrt{a}}=\left(a.a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}$

Câu 4. Số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm phân biệt của phương trình nào sau đây?

A. $\frac{f(x)}{g(x)}=0$. **B.** $f(x)+g(x)=0$. **C.** $f(x)-g(x)=0$. **D.** $f(x).g(x)=0$.

Lời giải

Chọn C

Số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm phân biệt của phương trình

$f(x)=g(x)\Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$.

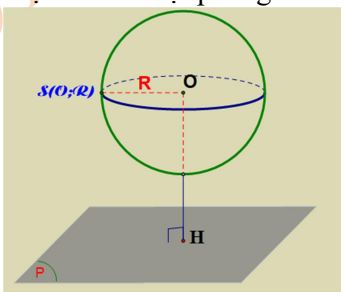
Câu 5. Số điểm chung giữa mặt cầu và mặt phẳng **không thể** là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

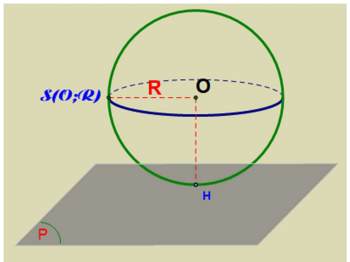
Lời giải

Chọn C

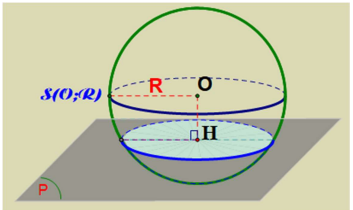
Mặt cầu và mặt phẳng có 3 vị trí tương đối:



Không có điểm chung chung (vô số điểm chúng)



Có một điểm chung



Hoặc có một đường tròn giao tuyến

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $y=-x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-2$.

C. $y=-x^3-2x^2+x-1$. **D.** $y=x^4+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=-x^4+2x^2-2=-(x^2-1)^2-1<0,\forall x\in\mathbb{R}$, do đó đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2-2$ nằm dưới trục hoành.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-3}$. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{-7}{(x-3)^2}<0,\forall x\in D.$

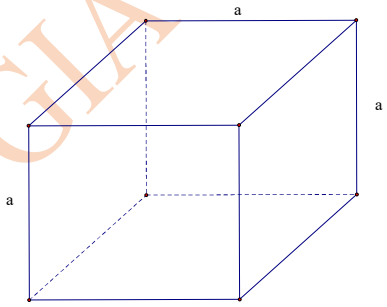
Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 8. Thể tích khối lăng trụ tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có thể tích khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh bằng a là: $a.a^2=a^3$.

Câu 9. Thể tích khối lập phương có cạnh bằng $3a$ là

A. $27a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng $3a$ là $V=(3a)^3=27a^3$.

Câu 10. Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y=x^4+bx^2+c$ có 3 điểm cực trị?

A. $b=0$. **B.** $b\neq 0$. **C.** $b<0$. **D.** $b>0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=4x^3+2bx$

$$y'=0\Leftrightarrow 2x\left(2x^2+b\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-\dfrac{b}{2}\end{array}\right.$$

Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow -\dfrac{b}{2}>0\Leftrightarrow b<0$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 11. Nếu $a^{\frac{13}{17}} < a^{\frac{15}{18}}$ và $\log_b\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right) > \log_b\left(2+\sqrt{3}\right)$ thì

A. $0<a<1, 0<b<1$. **B.** $0<a<1, b>1$. **C.** $a>1, 0<b<1$. **D.** $a>1, b>1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{13}{17} < \frac{15}{18}$ và $a^{\frac{13}{17}} < a^{\frac{15}{18}}$ nên $a>1$, $\sqrt{2}+\sqrt{5} < 2+\sqrt{3}$ và $\log_b\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right) > \log_b\left(2+\sqrt{3}\right)$ nên $0<b<1$.

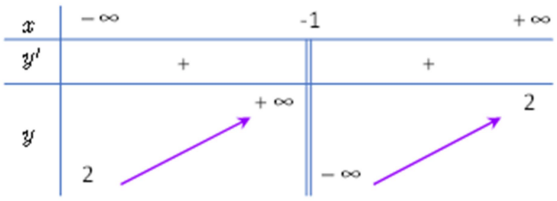
Câu 12. Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{1}{2}Bh$. **B.** $\frac{1}{6}Bh$. **C.** Bh. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn D

Câu 13. Bảng biến thiên ở hình dưới là của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây.



A. $y=\frac{-2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\frac{-x+1}{x-2}$. **C.** $y=\frac{2x-3}{x+1}$. **D.** $y=\frac{2x+3}{x+1}$.

Lời giải

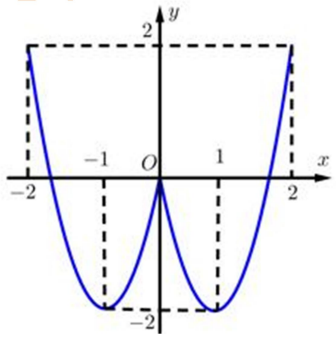
Chọn C

Từ BBT

Tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ loại A, B

$y'>0$, $\forall x \neq -1$ nên chọn C

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)$. **B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$.

C. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-2)$. **D.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(0)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị

$\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)=f(-2)=2$

$\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)=f(-1)=-2$

Đáp án SAI nên chọn D

Câu 15. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 16. Số cạnh của một hình tứ diện là

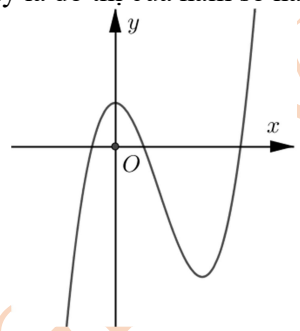
A. 9. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Số cạnh của một hình tứ diện là 6.

Câu 17. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=x^3+3x^2+1$. **C.** $y=-x^3-3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$ do đó loại đáp án A và C.

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đã cho có một điểm cực đại nằm trên trục tung và một điểm cực tiểu nằm bên phải trục tung. Do đó phương trình $y'=0$ có một nghiệm $x_1=0$ và một nghiệm $x_2>0$.

Xét đáp án B: $y'=0\Leftrightarrow 3x^2+6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$ (loại).

Xét đáp án D: $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Câu 18. Cho số thực $a>0$ và $a\neq 1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. $\log_a(x.y)=\log_a x.\log_a y,(\forall x,y>0)$. **B.** $\log_a x^n=n\log_a x,(x>0,n\neq 0)$.

C. $\log_a 1=a$ và $\log_a a=0$. **D.** $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Với số thực $a>0$ và $a\neq 1$, ta có.

+) $\log_a(x.y)=\log_a x+\log_a y,(\forall x,y>0)$.

+) $\log_a x^n=n\log_a x,(x>0,n\neq 0)$.

+) $\log_a 1=0$ và $\log_a a=1$.

+) $\log_a x$ có nghĩa với $x>0$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Vậy mệnh đề đúng là: $\log_a x^n = n\log_a x, (x>0, n\neq 0)$.

Câu 19. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với đáy và $SA = AB = 6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $18a^3$. **B.** $36a^3$. **C.** $108a^3$. **D.** $72a^3$.

Lời giải

Chọn B

Có ABC vuông cân tại B suy ra $AB = BC = 6a$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.BC.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.6a.6a.6a = 36a^3$.

Câu 20. Tìm phương tình của đường tiệm cân ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$.

A. $y = 3$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $y = 2$

Lời giải

Chọn A

Có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{3x+2}{x+1} = 3$ suy ra phương trình đường thẳng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 3$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Quan sát bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0, x = 2$ nên số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là 2.

Câu 22. Nếu tứ diện có chiều cao giảm 3 lần và cạnh đáy tăng 3 lần thì thể tích của nó

A. Tăng 3 lần. **B.** Tăng 6 lần. **C.** Giảm 3 lần. **D.** Không thay đổi.

Lời giải

Chọn A

Gọi V, V', S, S', h, h' lần lượt là thể tích, diện tích đáy và chiều cao của khối tứ diện trước và sau khi thay đổi.

Theo tính chất của tam giác đồng dạng thì $S' = 9S$.

Theo bài ra thì $h' = \frac{1}{3}h$.

Thể tích của khối tứ diện sau khi thay đổi là $V' = \frac{1}{3}S'.h' = \frac{1}{3}.9S.\frac{1}{3}h = 3V$.

Vậy thể tích của khối tứ diện tăng lên 3 lần.

Câu 23. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{mx+5}{x-m}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -7. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $-1 \le m \le 1$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $0 < m \le 2$. **D.** $-1 < m < 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có TXĐ $D = \mathbb{R}\setminus\{m\}$; $y' = \frac{-m^2-5}{(x-m)^2} < 0, \forall x \neq m$

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -7 khi

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$\begin{cases} m \notin [0;1] \\ y(1) = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty;0) \cup (1;+\infty) \\ \dfrac{m+5}{1-m} = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty;0) \cup (1;+\infty) \\ m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 24. Xét khẳng định: "Với mọi số thực a và hai số hữu tỉ r, s, ta có $(a^r)^s = a^{rs}$". Với điều kiện nào trong các điều kiện sau thì khẳng định trên đúng.

A. $a < 1$. **B.** a bất kì. **C.** $a > 0$. **D.** $a \neq 0$.

Lời giải

Chọn C

Do $r, s \notin \mathbb{Z}$ nên $a > 0$

Câu 25. Đồ thị của hai hàm số $y = 4x^4 - 2x^2 + 1$ và $y = x^2 + x + 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $4x^4 - 2x^2 + 1 = x^2 + x + 1 \Leftrightarrow 4x^4 - 3x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow x(4x^3 - 3x - 1) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(4x^2 + 4x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ 4x^2 + 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -\dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

Số điểm chung của hai đồ thị là 3.

Câu 26. Cho đường cong (C) có phương trình $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. Gọi M là giao điểm của (C) với trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y = x - 2$. **B.** $y = 2x + 1$. **C.** $y = -2x - 1$. **D.** $y = 2x - 1$.

Lời giải

Chọn D

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Ta có $y' = \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Giả sử $(C) \cap Oy = M(x_0; y_0) \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = -1 \end{cases}$

Ta có $y'(0) = 2$. Phương trình tiếp tuyến tại $M(0;-1)$ là $y = 2x - 1$.

Câu 27. Cho $a > 0$ và khác 1, $b > 0$, $c > 0$ và $\log_a b = -2, \log_a c = 5$. Giá trị của $\log_a \dfrac{a\sqrt{b}}{\sqrt[3]{c}}$ là

A. $-\dfrac{4}{3}$. **B.** $-\dfrac{5}{3}$. **C.** $-\dfrac{5}{4}$. **D.** $-\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a \dfrac{a\sqrt{b}}{\sqrt[3]{c}} = \log_a \dfrac{a.b^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{3}}} = \log_a a + \dfrac{1}{2}\log_a b - \dfrac{1}{3}\log_a c = 1 - 1 - \dfrac{5}{3} = -\dfrac{5}{3}$.

Câu 28. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x}{x^2-1}=+\infty\Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x}{x^2-1}=+\infty\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

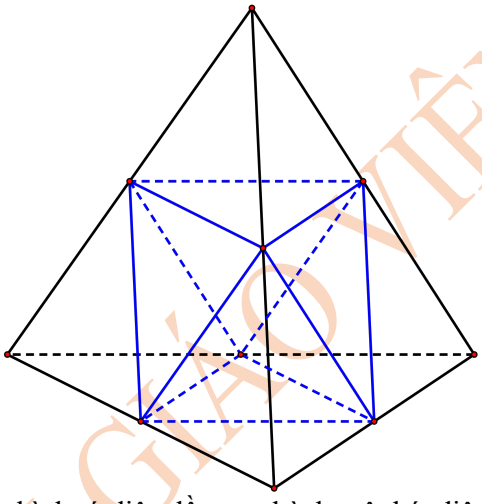
Câu 29. Trung điểm các cạnh của hình tứ diện đều tạo thành

A. Lăng trụ tam giác đều. **B.** Bát diện đều.

C. Hình lục giác đều. **D.** Hình lập phương.

Lời giải

Chọn B



Trung điểm các cạnh của hình tứ diện đều tạo thành một bát diện đều.

Câu 30. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+6mx+4}{mx+2}$ đi qua điểm $A(-1;4)$?

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;4)$ nên $4=\dfrac{2-6m+4}{-m+2}\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m\geq -1$. **B.** $m>1$. **C.** $m\geq 1$. **D.** $m>-1$.

Lời giải

Chọn D

+ Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

+ Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì:

$y'>0,\forall x\in D\Leftrightarrow y'=\dfrac{1+m}{(x+1)^2}>0\Leftrightarrow 1+m>0\Leftrightarrow m>-1$.

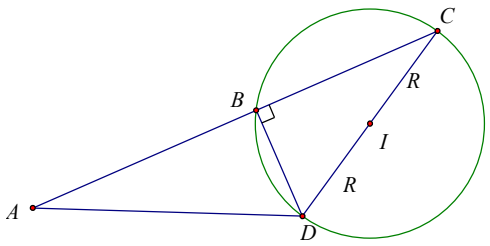
Câu 32. Cho mặt cầu $S(I;R)$ và điểm A nằm ngoài mặt cầu. Qua A kẻ đường thẳng cắt (S) tại hai điểm phân biệt B,C. Tích $AB.AC$ bằng

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. IA^2-R^2. **B.** $R.IA$. **C.** IA^2+R^2. **D.** $2R.IA$.

Lời giải

Chọn A



+ Gọi D là điểm đối xứng của C qua I. Ta suy ra $BD \perp AC$

+ Ta có:

$$AB.AC = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}\right)\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC} = \left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{ID}\right)\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IC}\right)$$

$$= \left(\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{IC}\right)\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IC}\right) = AI^2-IC^2 = AI^2-R^2.$$

Câu 33. Giả sử các biểu thức chứa logarit đều có nghĩa. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$. **B.** Cả 3 đáp án A, B, C đều đúng.

C. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$. **D.** $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ khi $a > 1$. Do đó phương án A sai.

Mặt khác $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$ khi $0 < a < 1$. Do đó phương án D sai.

Hơn nữa $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c, \forall 0 < a \neq 1, b > 0, c > 0$. Do đó chọn C

Câu 34. Gọi A là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$ thì A có tọa độ là

A. $A(-1;-6)$. **B.** $A(0;-1)$. **C.** $A(1;-2)$. **D.** $A(2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 6x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên điểm $A(0;-1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 35. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm mặt cầu ngoại tiếp là điểm I. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Luôn tồn tại tâm I, nhưng vị trí I phụ thuộc vào kích thước của hình hộp.

B. I là trung điểm $A'C$.

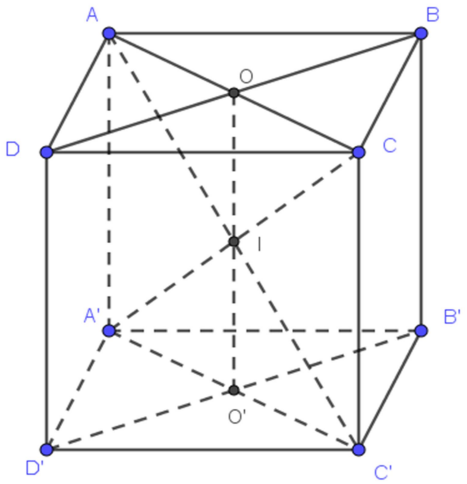
C. Không tồn tại tâm I.

D. I là tâm đáy $ABCD$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Để xác định mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật, ta xác định tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy (là giao điểm của hai đường chéo).

Khi đó I là trung điểm của đoạn nối 2 tâm và cũng là trung điểm của $A'C$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$y'\geq 0\Leftrightarrow -2f'(1-2x)\geq 0\Leftrightarrow f'(1-2x)\leq 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-2x\leq -3\\ -2\leq 1-2x\leq 1\\ 1-2x\geq 3\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\geq 2\\ 0\leq x\leq \frac{3}{2}\\ x\leq -1\end{array}\right.$$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1),\left(0;\frac{3}{2}\right),(2;+\infty)$

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^4+(m-3)x^2+3m-5$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $\left[\begin{array}{l}m\leq 0\\ m>3\end{array}\right.$ **B.** $m\leq 0$. **C.** $0\leq m\leq 3$. **D.** $m\geq 3$.

Lời giải

Chọn D

Trường hợp 1. Với $m=0$ ta có $y=-3x^2-5$

$y'=-6x; y'=0\Leftrightarrow x=0$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-5	$\searrow$	$-\infty$

$\Rightarrow m=0$ là giá trị không thỏa mãn

Trường hợp 2. Với $m\neq 0$. khi đó hàm số đã cho là hàm trùng phương.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Hàm số đã cho chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m(m-3)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 3$.

Vậy $m\ge 3$.

Câu 38. Cho hai số thực a,b thỏa mãn $1>a\ge b>0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau $T=\log_a^2 b+\log_{ab} a^{36}$

A. $T_{\min}=\dfrac{-2279}{16}$ **B.** $T_{\min}=13$. **C.** $T_{\min}=16$. **D.** $T_{\min}=19$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $T=\log_a^2 b+\log_{ab} a^{36}=\log_a^2 b+36.\dfrac{1}{\log_a ab}=\log_a^2 b+\dfrac{36}{1+\log_a b}$

Đặt $t=\log_a b$

Vì $0<b\le a<1$ nên $\log_a b\ge \log_a a \Rightarrow t\ge 1$

Xét hàm $f(t)=t^2+\dfrac{36}{1+t}$ trên $[1;+\infty)$

$f'(t)=2t-\dfrac{36}{(t+1)^2}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=2$

Bảng biến thiên

t	1		2		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		↘	16	↗	

Từ bảng biến thiên ta có $T_{\min}=16$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t=2\Leftrightarrow b=a^2$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+2021}{\sqrt{x^2-2mx+m+2}}$ có đúng ba đường tiệm cận.

A. $2<m\le 3$. **B.** $2<m<3$.

C. $2\le m\le 3$. **D.** $m>2$ hoặc $m<-1$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x\ge 1 \\ x^2-2mx+m+2>0 \end{cases}$ $(*)$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-1}+2021}{\sqrt{x^2-2mx+m+2}}=0$ vậy đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y=0$.

Vậy để đồ thị hàm số có đúng ba tiệm cận thì nó phải có đúng hai tiệm cận đứng.

Giả sử phương trình $x^2-2mx+m+2=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng khi tập xác định có dạng $D=[1;x_1)\cup(x_2;+\infty)$.

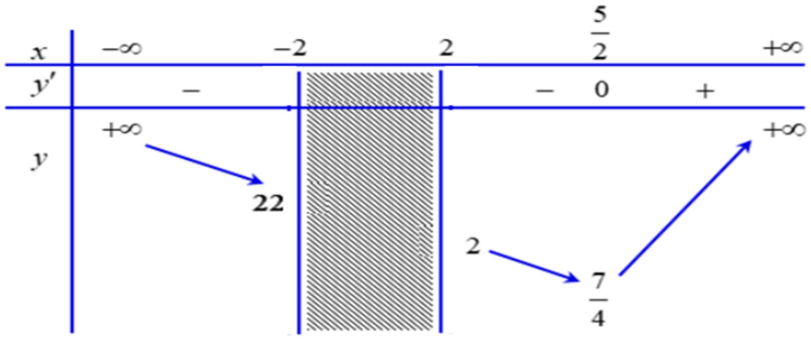
Vậy ta phải tìm m để phương trình $x^2-2mx+m+2=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$1<x_1<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ af(1)>0 \\ \dfrac{S}{2}>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-2>0 \\ 1-2m+m+2>0 \\ m>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ m<3 \\ m>1 \end{cases} \Leftrightarrow 2<m<3 .$$

Vậy $2<m<3$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty;-2]$ và $[2;+\infty)$ và có bảng biến thiên như dưới đây



Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\left(\dfrac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$. **B.** $\left[\dfrac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$. **C.** $[22;+\infty)$. **D.** $\left(\dfrac{7}{4};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 22 \\ \dfrac{7}{4}<m\leq 2 \end{array}\right.$.

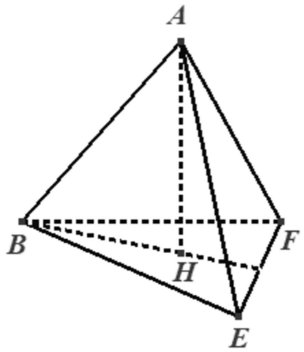
Vậy $m\in\left(\dfrac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$ thì phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=2a, AC=3a, AD=4a, \widehat{BAC}=\widehat{CAD}=\widehat{DAB}=60^\circ$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $3\sqrt{2}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Trên các cạnh AC, AD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AE=AF=2a \Rightarrow ABEF$ là tứ diện đều cạnh $2a$.

Gọi H là trọng tâm của $\Delta BEF \Rightarrow BH=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.

$\Rightarrow V_{ABEF}=\dfrac{1}{3}AH.S_{BEF}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}.a^2\sqrt{3}=\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

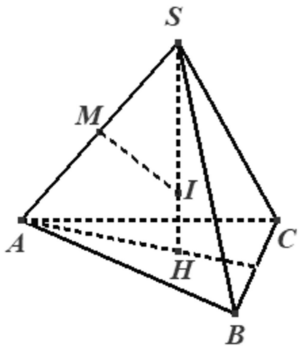
Vì $\dfrac{V_{ABCD}}{V_{ABEF}}=\dfrac{AB}{AB}.\dfrac{AC}{AE}.\dfrac{AD}{AF}=\dfrac{3}{2}.2=3\Rightarrow V_{ABCD}=2\sqrt{2}a^3$.

Câu 42. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp một tứ diện đều cạnh a là

A. $\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{12\pi a^2}{11}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^2}{3}$. **D.** $\dfrac{11\pi a^2}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Xét tứ diện đều $SABC$. Gọi H là trọng tâm của ΔABC, M là trung điểm của SA, I là giao điểm của SH và mặt phẳng trung trực của $SA\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$.

$AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow R=SI=\dfrac{SA^2}{2SH}=\dfrac{3a}{2\sqrt{6}}$.

Vậy diện tích mặt cầu là $4.\pi.\left(\dfrac{3a}{2\sqrt{6}}\right)^2=\dfrac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 43. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(x;\dfrac{x+2}{x-1}\right)$, với $x\neq 1$.

Ta có $\begin{cases}d\left(M;Oy\right)=|x|\\ d\left(M;Ox\right)=\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right|\end{cases}$.

Theo giả thiết $d\left(M;Oy\right)=2d\left(M;Ox\right)\Leftrightarrow |x|=2\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right|$.

TH1: $x=2.\dfrac{x+2}{x-1}\Rightarrow x^2-x=2x+4\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=4\end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Do đó $M\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right)$ hoặc $M\left(4;2\right)$.

TH2: $-x=2.\dfrac{x+2}{x-1}\Rightarrow -x^2+x=2x+4\Leftrightarrow x^2+x+4=0$ (vô nghiệm).

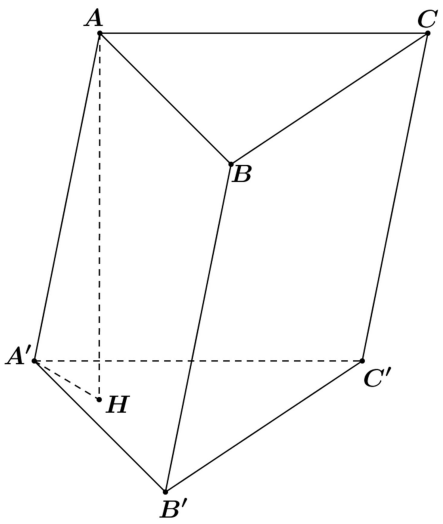
Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán nên chọn đáp án B.

Câu 44. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên bằng $4a$ và tạo với đáy một góc $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}a^3$. **B.** $\dfrac{3}{2}a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Tam giác $A'B'C'$ là tam giác đều cạnh a nên $S_{\Delta A'B'C'}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $(A'B'C')$.

Ta có góc giữa AA' và $(A'B'C')$ là $\widehat{AA'H}=30°$, suy ra $AH=AA'.\sin 30°=2a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=AH.S_{A'B'C'}=2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$ nên chọn đáp án D.

Câu 45. Cho đồ thị $(C_m):y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$. Khi $m=m_0$ thì (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_0\in(-2;0)$. **B.** $m_0\in(0;2)$. **C.** $m_0\in(1;2)$. **D.** $m\in(2;5)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3-2x^2+(1-m)x+m=0\Leftrightarrow(x-1)(x^2-x-m)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=1\\x^2-x-m=0\quad(1)\end{bmatrix}$$

Giả sử $x_3=1$ thì yêu cầu bài toán tương đương với tìm m để (1) có hai nghiệm x_1,x_2 phân biệt khác 1 và thỏa mãn: $x_1^2+x_2^2=3$.

Điều này tương đương với

$$\begin{cases}\Delta>0\\1-1-m\neq 0\\(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+4m>0\\m\neq 0\\1^2+2m=3\end{cases}\Leftrightarrow m=1.$$

Vậy giá trị cần tìm của m là $m=1$.

Câu 46. Tìm m để phương trình $x^6+6x^4-m^3x^3+(15-3m^2)x^2-6mx+10=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$?

A. $2<m\le\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{11}{5}<m<4$. **C.** $\dfrac{7}{5}\le m<3$. **D.** $0<m<\dfrac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho tương đương với

$$(x^6+6x^4+12x^2+8)-(m^3x^3+3m^2x^2+3mx+1)+(3x^2-3mx+3)=0$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\Leftrightarrow \left(x^2+2\right)^3-\left(mx+1\right)^3+3\left(x^2-mx+1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(x^2-mx+1\right)\left[\left(x^2+2\right)^2+\left(x^2+2\right)(mx+1)+(mx+1)^2+3\right]=0$

$\Leftrightarrow x^2-mx+1=0$ (Vì $a^2+ab+b^2=\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2+\frac{3}{4}b^2\geq 0,\ \forall a,b$).

$\Leftrightarrow x+\frac{1}{x}=m$ (Do $x=0$ không thỏa mãn phương trình này).

Xét hàm số $f(x)=x+\frac{1}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$. Ta có:

$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin\left(\frac{1}{2};2\right) \\ x=1\in\left(\frac{1}{2};2\right) \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$		1		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\frac{5}{2}$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$\frac{5}{2}$

Từ bảng biến thiên trên suy ra để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thỏa mãn $\left[\frac{1}{2};2\right]$ thì $2<m\leq\frac{5}{2}$.

Vậy tất cả các giá trị cần tìm của m là $2<m\leq\frac{5}{2}$.

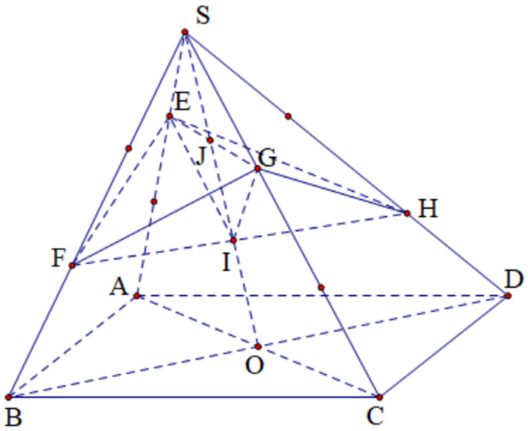
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Trên các đoạn SA, SB, SC, SD lấy lần lượt các điểm E, F, G, H thỏa mãn $\frac{SE}{SA}=\frac{SG}{SC}=\frac{1}{3}$, $\frac{SF}{SB}=\frac{SH}{SD}=\frac{2}{3}$. Tỉ số thể tích khối $EFGH$ với khối $S.ABCD$ bằng :

A. $\frac{2}{27}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{3}{14}$. **D.** $\frac{5}{27}$.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Trong (SBD) gọi $I = FH \cap SO \Rightarrow \dfrac{SI}{SO} = \dfrac{2}{3}$.

Trong (SAC) gọi $J = EG \cap SO \Rightarrow \dfrac{SJ}{SO} = \dfrac{1}{3}$.

$\dfrac{V_{SEJF}}{V_{SAOB}} = \dfrac{SE}{SA}.\dfrac{SJ}{SO}.\dfrac{SF}{SB} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{27}$.

$\Rightarrow V_{SEJF} = \dfrac{2}{27}V_{SAOB} = \dfrac{2}{27}.\dfrac{1}{4}V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{54}V_{S.ABCD}$

$\dfrac{V_{SEIF}}{V_{SAOB}} = \dfrac{SE}{SA}.\dfrac{SI}{SO}.\dfrac{SF}{SB} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{4}{27}$.

$\Rightarrow V_{SEIF} = \dfrac{4}{27}V_{SAOB} = \dfrac{4}{27}.\dfrac{1}{4}V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{27}V_{S.ABCD}$.

$V_{F.EIJ} = V_{S.EIF} - V_{SEJF} = \dfrac{1}{27}V_{S.ABCD} - \dfrac{1}{54}V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{54}V_{S.ABCD}$.

Chứng minh tự ta có :

$V_{F.IJG} = V_{H.IJG} = V_{H.IJE} = \dfrac{1}{54}V_{S.ABCD}$.

$V_{EFGH} = V_{F.EJI} + V_{F.IJG} + V_{H.IJG} + V_{H.IJE} = \dfrac{4}{54}V_{S.ABCD} = \dfrac{2}{27}V_{S.ABCD}$

$\Rightarrow \dfrac{V_{EFGH}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{2}{27}$.

Câu 48. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{1+x} = \sqrt{m+x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m \in \left(5; \dfrac{23}{4}\right) \cup \{6\}$. **B.** $m \in \left[5; \dfrac{23}{4}\right) \cup \{6\}$. **C.** $m \in [5;6]$. **D.** $m \in \left[5; \dfrac{23}{4}\right]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện : $\begin{cases} -1 \le x \le 2 \\ -x^2 + x + m > 0 \end{cases}$ $(*)$

Phương trình đã cho tương đương với: $3 + 2\sqrt{2+x-x^2} = m + x - x^2$ (1)

Đặt $t = \sqrt{2+x-x^2}$, $t' = \dfrac{1-2x}{2\sqrt{2+x-x^2}}$; $t' = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1-2x}{2\sqrt{2+x-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$.

Trên đoạn $[-1;2]$ ta có bảng biến thiên:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	-1		$\frac{1}{2}$		2
t'		$+$	0	$-$	
t	0	↗	$\frac{3}{2}$	↘	0

Từ bảng biến thiên suy ra $t \in \left[0;\frac{3}{2}\right]$.

Phương trình (1) có dạng: $3+2t = m+t^2-2 \Leftrightarrow m = -t^2+2t+5 \quad (2)$.

Nhận xét: Với mỗi giá trị $t \in \left[0;\frac{3}{2}\right)$ thì có 2 giá trị của x.

Xét hàm số $f(t) = -t^2+2t+5$ trên đoạn $\left[0;\frac{3}{2}\right]$.

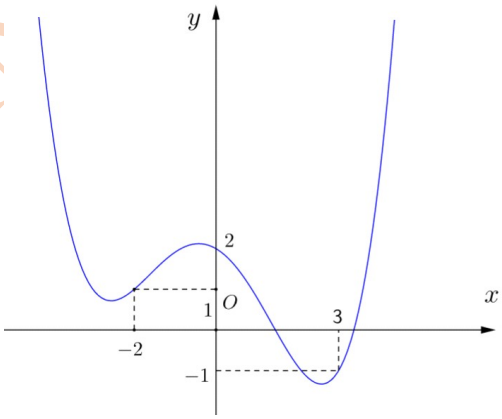
$f'(t) = -2t+2$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow -2t+2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

t	0		1		$\frac{3}{2}$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	5	↗	6	↘	$\frac{23}{4}$

Vậy để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 1 nghiệm $t \in \left[0;\frac{3}{2}\right)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \in \left[5;\frac{23}{4}\right) \cup \{6\}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $g(x) = f(x+1) + \frac{x^3}{3} - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(1;5)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x) = f'(x+1) + x^2 - 3$

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x+1) = 3 - x^2$

Đặt $t = x+1$

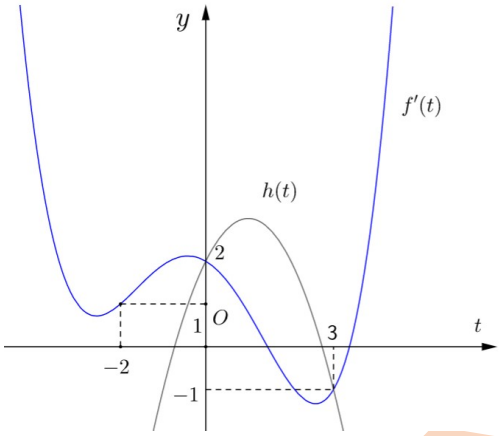
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Suy ra $f'(t)=-t^2+2t+2$

Gọi $h(t)=-t^2+2t+2\Rightarrow g'(t)=f'(t)-h(t)$

Đồ thị $y=h(t)$ có đỉnh $I(1;3)$; $t=3\Rightarrow h(3)=-1$; $t=0\Rightarrow h(0)=2$

Sau khi vẽ $h(t)=-t^2+2t+2$ ta được hình vẽ bên



Hàm số nghịch biến khi $g'(t)\le 0\Leftrightarrow f'(t)-h(t)\le 0\Leftrightarrow 0\le t\le 3$

Suy ra $0\le x+1\le 3\Leftrightarrow -1\le x\le 2$

Vậy hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^3+mx^2+nx-1$ với m,n là các tham số thực thỏa mãn $m+n>0$ và $7+2(2m+n)<0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=|f(|x|)|$.

A. 9 **B.** 5 **C.** 11. **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Giả thiết $\begin{cases} f(x)=x^3+mx^2+nx-1 \\ m+n>0 \\ 7+2(2m+n)<0 \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} f(0)=-1 \\ f(1)=m+n>0 \\ f(2)=7+2(2m+n)<0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} f(0).f(1)<0 \\ f(1).f(2)<0 \\ f(2)<0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \end{cases}$ (với lại $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$)

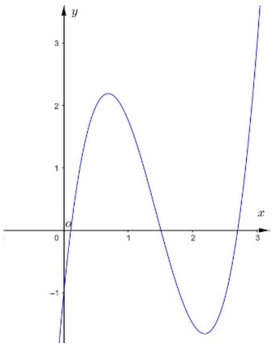
$\Rightarrow f(x)=0$ có 3 nghiệm lần lượt là $x_1\in(0;1), x_2\in(1;2), x_3\in(2;+\infty)$

(do $f(x)$ là đa thức bậc ba nên có tối đa 3 nghiệm.)

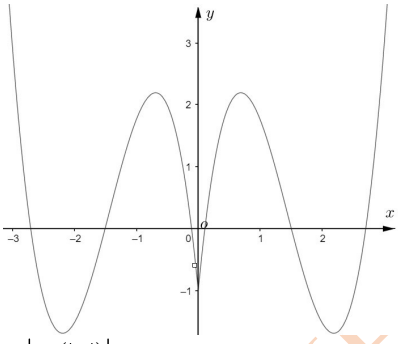
Như vậy đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị đều nằm bên phải trục tung.

Ta phác họa đồ thị $y=f(x)$ như sau

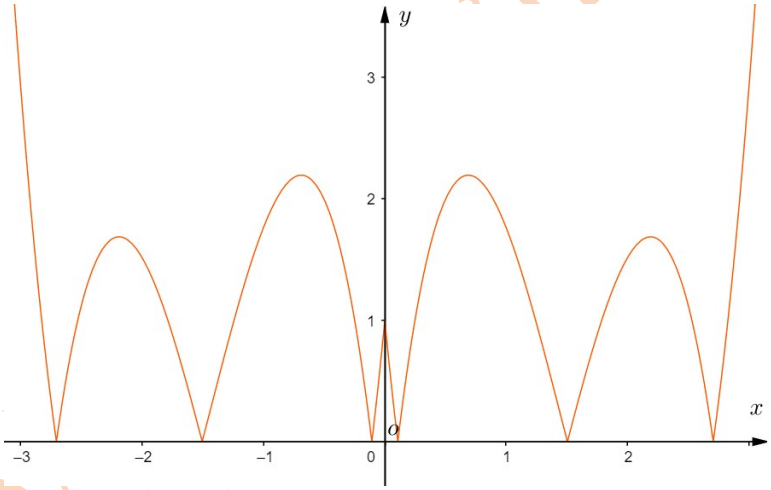
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Từ đó suy ra đồ thị $y=f\left(|x|\right)$ như hình bên dưới



Cuối cùng, đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ như sau



Kết luận, đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có 11 điểm cực trị.

---------- Hết ----------

DIỄN ĐÀN TOÁN

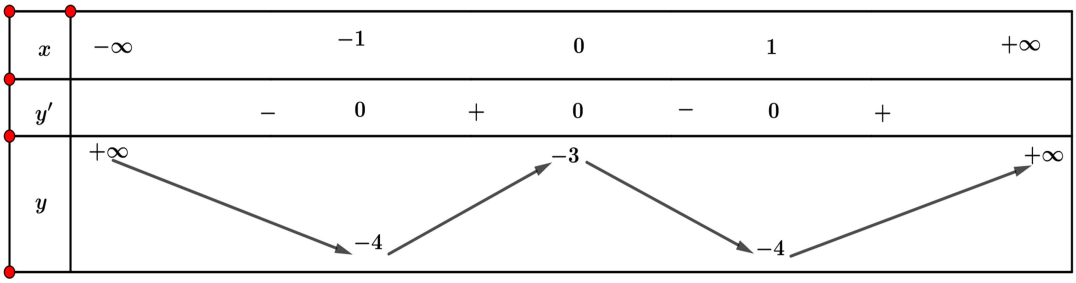
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯNG YÊN
TRƯỜNG CHUYÊN HƯNG YÊN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 2. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?



A. $y=x^3-2x^2-3$. **B.** $y=2x^2-3$.

C. $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Câu 3. Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$. **B.** $\ln(a+b)=\ln a.\ln b$.

C. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$. **D.** $\ln(ab)=\ln a.\ln b$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	+	0	−	0	+	

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 5. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?

A. 4. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 24.

Câu 6. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể thích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x\left(x^3-x\right)(x+1)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

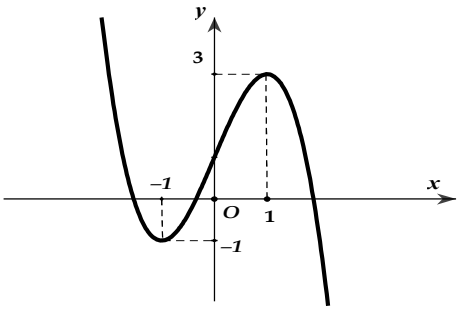
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=3$.

Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=3$ là

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 10. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-3}$. **B.** $y=x^2+1$. **C.** $y=x^4+5x^2-1$. **D.** $y=x^3+x$.

Câu 11. Một cấp số cộng có $u_1=-3$, $u_8=39$, Công sai của cấp số cộng đó là

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Khi đó thể tích của tứ diện $OABC$ là

A. $\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 15. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 16. Biểu thức $Q=\sqrt{a^2.\sqrt[3]{a^4}}$ (với $a>0$; $a\neq 1$). Đẳng thức nào sau đây là đúng ?

A. $Q=a^{\frac{5}{3}}$. **B.** $Q=a^{\frac{7}{4}}$. **C.** $Q=a^{\frac{7}{3}}$. **D.** $Q=a^{\frac{11}{6}}$.

Câu 17. Điểm cực đại của hàm số $y=x^3+3x^2+3$ là

A. $x=0$. **B.** $x=-2$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-2;7)$.

Câu 18. Giá trị của biểu thức $A=2^{\log_4 9+\log_2 5}$ là

A. $A=15$. **B.** $A=405$. **C.** $A=86$. **D.** $A=8$.

Câu 19. Số giao điểm của đường thẳng $y=4x$ và đường cong $y=x^3$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\sqrt{2}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 21. Hình lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt ?

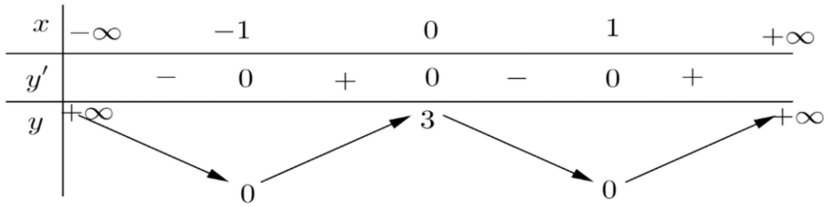
A. 6. **B.** 4. **C.** 5 **D.** 3.

Câu 22. Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$ với $a,b,c>0;a\neq 1$. Khi đó giá trị của $\log_a\left(\dfrac{a^2\sqrt[3]{b}}{c}\right)$ bằng

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 6. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 5. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$.

C. Hàm số có hai điểm cực tiểu. **D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

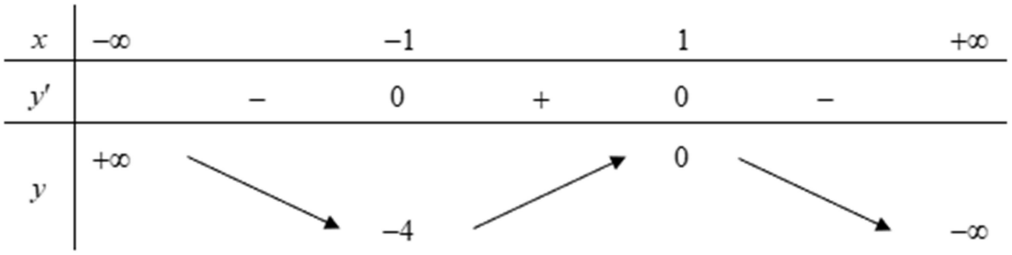
Câu 24. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. 6. **B.** 11. **C.** 15. **D.** 10.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^3-x-1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

A. $y=2x-1$. **B.** $y=2x+2$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-x-1$.

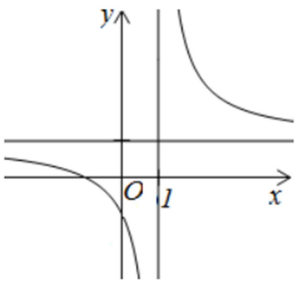
Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên



Với giá trị nào của m thì phương trình $f(x)+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt

A. $-1<m<1$. **B.** $-4<m<0$. **C.** $0<m<4$. **D.** $-2<m<1$.

Câu 27. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\forall x\neq 1$. **B.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $y'<0,\forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 28. Biết $9^x+9^{-x}=23$, tính giá trị của biểu thức $P=3^x+3^{-x}$.

A. 25. **B.** $\sqrt{27}$. **C.** $\sqrt{23}$. **D.** 5.

Câu 29. Hàm số $y=3x^4+2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\frac{2}{3};+\infty)$. **D.** $(-\infty;\frac{2}{3})$.

Câu 30. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-3$ song song với trục hoành?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 32. Giá trị của biểu thức $P=\dfrac{2^3.2^{-1}+5^{-3}.5^4}{10^{-3}:10^{-2}-(0,1)^0}$

A. 10. **B.** 9. **C.** -10. **D.** -9.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 34. Số cạnh của hình mười hai mặt đều là

A. 16. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 30.

Câu 35. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 36. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=x^3-3(2m+1)x^2+(12m+5)x+2$ đồng biến trên $(2;+\infty)$. Số phần tử của S bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 37. Gọi (d) là đường thẳng đi qua $A(2;0)$ có hệ số góc m $(m>0)$ cắt đồ thị (C): $y=-x^3+6x^2-9x+2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, C lên trục tung. Biết rằng hình thang $BB'C'C$ có diện tích bằng 8, giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(5;8)$. **B.** $(-5;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;5)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=3a$. Mặt phẳng (P) chứa cạnh BC và cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác có diện tích $\dfrac{2\sqrt{5}a^2}{3}$. Tính khoảng cách h giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (P).

A. $h=a$. **B.** $h=\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $h=\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $h=\dfrac{3\sqrt{13}a}{13}$.

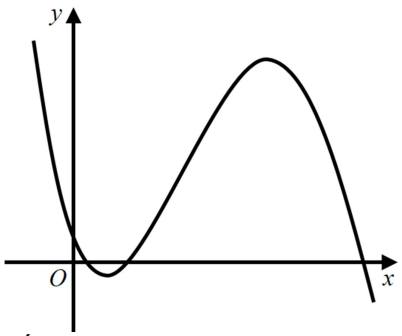
Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $SB=12$, SB vuông góc với (ABC). Gọi D,E lần lượt là các điểm thuộc các đoạn SA, SC sao cho $SD=2DA$, $ES=EC$. Biết $DE=2\sqrt{3}$, hãy tính thể tích khối chóp $B.ACED$

A. $\dfrac{96}{5}$. **B.** $\dfrac{144}{5}$. **C.** $\dfrac{288}{5}$. **D.** $\dfrac{192}{5}$.

Câu 40. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t)=\dfrac{t}{t^2+1}(mg/l)$. Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì tổng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 4 giờ. **B.** 3 giờ. **C.** 1 giờ. **D.** 2 giờ.

Câu 41. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

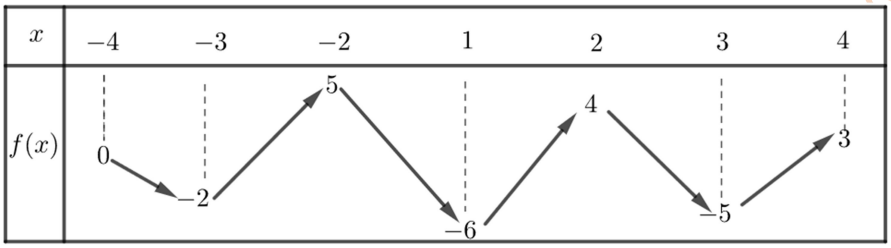
Câu 42. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(2m-1)x^2+m-2$ chỉ có một cực đại và không có cực tiểu.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m>\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **B.** $m\le 0$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **D.** $m\le \dfrac{1}{2}$.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d: y=x+m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt M,N sao cho $MN=2\sqrt{3}$.

A. $m=2\pm\sqrt{10}$. **B.** $4\pm\sqrt{3}$. **C.** $m=2\pm\sqrt{3}$. **D.** $4\pm\sqrt{10}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới



Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của $m\in[-4;4]$ để hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3+2x\right)+3f(m)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 8?

A. 11. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 45. Cho các số dương a,b,c khác 1 thoả mãn $\log_a(bc)=3, \log_b(ca)=4$. Tính giá trị của $\log_c(ab)$

A. $\dfrac{16}{9}$. **B.** $\dfrac{16}{4}$. **C.** $\dfrac{11}{9}$. **D.** $\dfrac{9}{11}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+1$ có đồ thị (C) và điểm $A(1;m)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để qua A có thể kẻ được đúng ba tiếp tuyến tới đồ thị (C). Số phần tử của S là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=3$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2\sqrt{2}$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên cạnh SA,SB lấy các điểm P,Q tương ứng sao cho $SP=1; SQ=2$. Tính thể tích V của tứ diện $MNPQ$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{7}}{18}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{34}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{34}}{144}$.

Câu 48. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a$, góc $BAC=120^0, AA'=a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

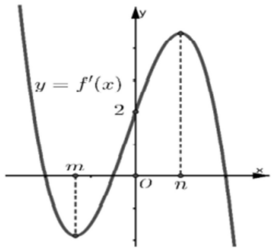
A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** $\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh trùng với 3 trong số 18 đỉnh của đa giác đã cho. Chọn 1 tam giác trong tập hợp X. Xác suất để tam giác được chọn là tam giác cân bằng

A. $\dfrac{3}{17}$. **B.** $\dfrac{144}{136}$. **C.** $\dfrac{23}{136}$. **D.** $\dfrac{11}{68}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $(a\ne 0)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Biết rằng $e > n$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f'\left[f\left(x\right) - 2x\right]$ bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 14.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯNG YÊN
TRƯỜNG CHUYÊN HƯNG YÊN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	C	D	D	B	B	D	C	D	A	C	D	B	D	A	B	A	D	B	C	D	B	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	A	B	A	C	D	D	D	C	D	B	D	C	D	B	D	A	D	C	A	C	D	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

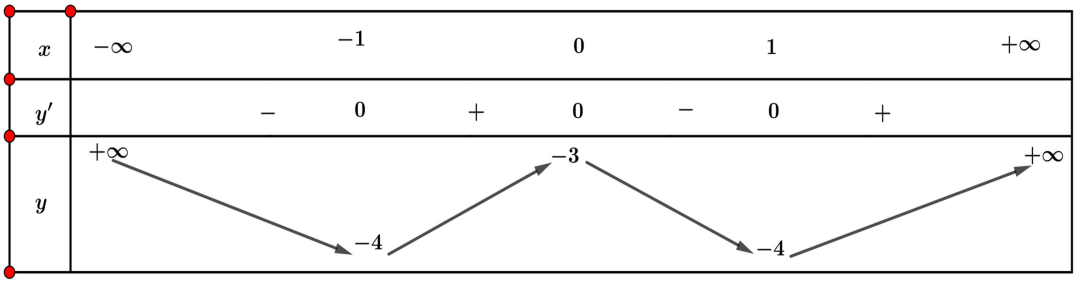
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Có 4 mặt phẳng đối xứng

Câu 2. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?



A. $y=x^3-2x^2-3$. **B.** $y=2x^2-3$.

C. $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Lời giải

Chọn C

Hình dạng bảng biến thiên là của hàm trùng phương nên chọn đáp án C hoặc D

Nhìn vào bảng biến thiên thấy hệ số $a>0$ nên chọn đáp án C.

Câu 3. Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$. **B.** $\ln(a+b)=\ln a.\ln b$.

C. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$. **D.** $\ln(ab)=\ln a.\ln b$.

Lời giải

Chọn C

Với các số thực dương a,b bất kì ta có: $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	+	0	−	0	+	

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;3)$.

DIỄN ĐÀN TOÁN

Lời giải

Chọn D

$f'(x) \ge 0, \forall x \in (a;b)$. Dấu "=" xảy ra một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số đồng trên trên $(1;3)$.

Câu 5. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?

A. 4. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

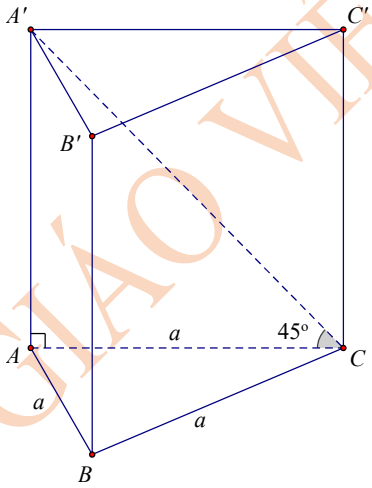
Số cách sắp xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế là số hoán vị của 4 phần tử $P_4 = 4! = 24$.

Câu 6. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể thích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



+ Ta có $AA' \perp (ABC)$ nên $\widehat{(A'C,(ABC))} = \widehat{(A'C,AC)} = \widehat{A'CA} = 45°$. Khi đó:

$\tan 45° = \frac{AA'}{AC} \Rightarrow AA' = AC.\tan 45° = a$.

+ $S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin 60° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

+ Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^3 - x)(x+1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x^3 - x)(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)'$	+	0	-	0	+

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Do đó hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=3$.

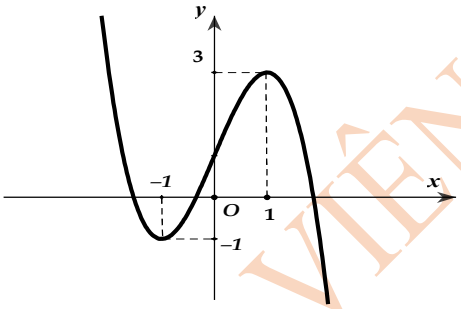
Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=3$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=3$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

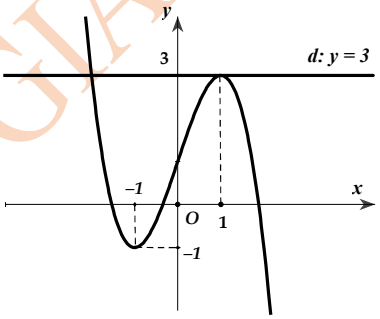
Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=3$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy số nghiệm của phương trình $f(x)=3$ là 2.

Câu 10. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-3}$. **B.** $y=x^2+1$. **C.** $y=x^4+5x^2-1$. **D.** $y=x^3+x$.

Lời giải

Chọn D

Xét đáp án D, ta có $y=x^3+x\Rightarrow y'=3x^2+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y=x^3+x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11. Một cấp số cộng có $u_1=-3$, $u_8=39$, Công sai của cấp số cộng đó là

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

Ta có $u_8=u_1+7d\Leftrightarrow d=\dfrac{u_8-u_1}{7}=\dfrac{39-(-3)}{7}=6$. Vậy công sai của cấp số cộng là $d=6$.

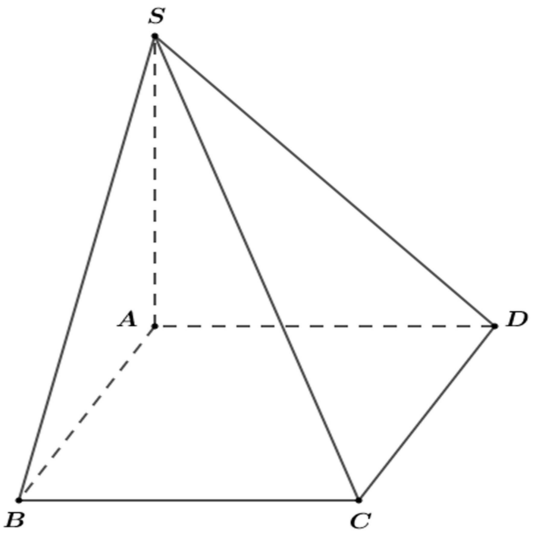
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AB//CD \Rightarrow CD//(SAB) \Rightarrow d(SA,CD)=d(CD,(SAB))=d(D,SAB)$.

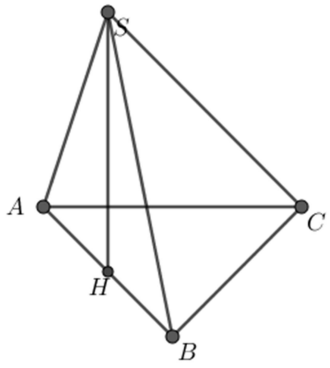
Do $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow d(D,(SAB))=AD=a$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB suy ra $SH=a\sqrt{3}$

$AB=2a \Rightarrow BC=2a \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}(2a)^2=2a^2$

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SH=\frac{1}{3}2a^2a\sqrt{3}=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

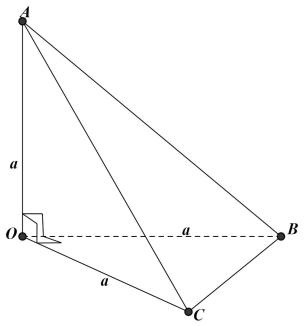
Câu 14. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Khi đó thể tích của tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{a^3}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B



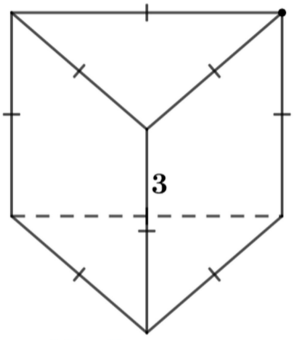
Ta có: $V=\frac{1}{3}S_{OBC}.OA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.OB.OC.OA=\frac{a^3}{6}$.

Câu 15. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích đáy B là diện tích một tam giác đều có độ dài cạnh bằng 3 $\Rightarrow B=\frac{3^2\sqrt{3}}{4}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$;

Chiều cao khối lăng trụ $h=3$;

Khi đó thể tích khối lăng trụ đều này là $S=B.h=\frac{9\sqrt{3}}{4}.3=\frac{27\sqrt{3}}{4}$

Câu 16. Biểu thức $Q=\sqrt{a^2.\sqrt[3]{a^4}}$ (với $a>0$; $a\neq 1$). Đẳng thức nào sau đây là đúng ?

A. $Q=a^{\frac{5}{3}}$. **B.** $Q=a^{\frac{7}{4}}$. **C.** $Q=a^{\frac{7}{3}}$. **D.** $Q=a^{\frac{11}{6}}$.

Lời giải

Chọn A

$Q=\sqrt{a^2.\sqrt[3]{a^4}}=\sqrt{a^2.a^{\frac{4}{3}}}=\sqrt{a^{\frac{10}{3}}}=a^{\frac{10}{3.2}}=a^{\frac{10}{6}}=a^{\frac{5}{3}}$.

Câu 17. Điểm cực đại của hàm số $y=x^3+3x^2+3$ là

A. $x=0$. **B.** $x=-2$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-2;7)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2+6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Điểm cực đại của hàm số là $x=-2$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 18. Giá trị của biểu thức $A=2^{\log_4 9+\log_2 5}$ là

A. $A=15$. **B.** $A=405$. **C.** $A=86$. **D.** $A=8$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A=2^{\log_4 9+\log_2 5}=2^{\log_2 3+\log_2 5}=2^{\log_2 15}=15$.

Câu 19. Số giao điểm của đường thẳng $y=4x$ và đường cong $y=x^3$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm của đường thẳng $y=4x$ và đường cong $y=x^3$ là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm: $x^3=4x\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow x\left(x^2-4\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=2\\ x=-2 \end{array}\right.$.

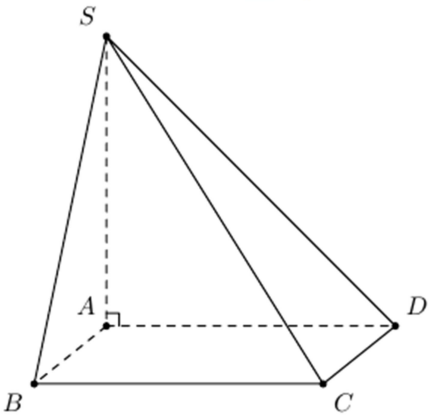
Vậy số giao điểm của đường thẳng và đường cong là 3.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\sqrt{2}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

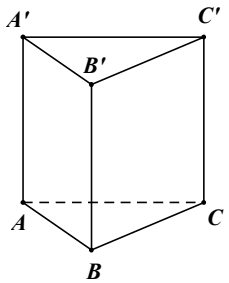
$V=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$ (đvtt).

Câu 21. Hình lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt ?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5 **D.** 3.

Lời giải

Chọn C



Hình lăng trụ tam giác có 5 mặt.

DIỄN ĐÀN VIÊN TOÁN

Câu 22. Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$ với $a,b,c>0;a\neq 1$. Khi đó giá trị của $\log_a\left(\dfrac{a^2\sqrt[3]{b}}{c}\right)$ bằng

A. 6. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 5. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a\left(\dfrac{a^2\sqrt[3]{b}}{c}\right)=2+\dfrac{1}{3}\log_a b-\log_a c=2+\dfrac{1}{3}.2-3=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$.

C. Hàm số có hai điểm cực tiểu. **D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

Lời giải

Chọn B

Xét đáp án A hàm số có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại vì vậy đáp án A đúng

Xét đáp án B hàm số đạt điểm cực đại tại $x=0$, giá trị cực đại là $y=3$ nên đáp án B là khẳng định sai, chọn đáp án B

Xét đáp án C đúng nên loại.

Xét đáp án D đúng nên loại.

Câu 24. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. 6. **B.** 11. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=6x^2+6x-12$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-1;2]\\x=-2\notin[-1;2]\end{array}\right.$

$f(-1)=15, f(2)=6, f(1)=-5$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ là $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=15$ tại $x=-1$ nên chọn đáp án C

Câu 25. Cho hàm số $y=x^3-x-1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

A. $y=2x-1$. **B.** $y=2x+2$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-x-1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(x_0;y_0)$ là giao điểm của (C) với trục tung.

Khi đó: $x_0=0\Rightarrow y_0=-1$ nên $A(0;-1)$.

Ta có: $y'=3x^2-1\Rightarrow y'(0)=-1$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $A(0;-1)$ là

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$

$\Leftrightarrow y = -1(x - 0) - 1$

$\Leftrightarrow y = -x - 1$

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Với giá trị nào của m thì phương trình $f(x) + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

A. $-1 < m < 1$. **B.** $-4 < m < 0$. **C.** $0 < m < 4$. **D.** $-2 < m < 1$.

Lời giải

Chọn C

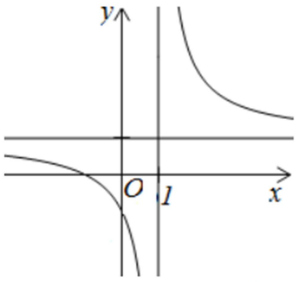
Ta có: $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$.

Đặt (C): $y = f(x)$ và (d): $y = -m$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -m$ là số giao điểm của (C) và (d).

Để phương trình $f(x) = -m$ có 3 nghiệm phân biệt thì $-4 < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Câu 27. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. **B.** $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **C.** $y' < 0, \forall x \neq 1$. **D.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$

Vì $\lim\limits_{x \to \left(-\frac{d}{c}\right)^+} \dfrac{ax + b}{cx + d} = +\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x \to \left(-\frac{d}{c}\right)^-} \dfrac{ax + b}{cx + d} = -\infty$) nên đường thẳng $x = -\dfrac{d}{c}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Do đó $-\dfrac{d}{c} = 1$.

Từ dạng của đồ thị hàm số, ta thấy $y' < 0 \ \forall x \neq 1$.

Câu 28. Biết $9^x + 9^{-x} = 23$, tính giá trị của biểu thức $P = 3^x + 3^{-x}$.

A. 25. **B.** $\sqrt{27}$. **C.** $\sqrt{23}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

$P^2 = \left(3^x + 3^{-x}\right)^2 = 3^{2x} + 2.3^x.3^{-x} + 3^{-2x} = 9^x + 9^{-x} + 2 = 23 + 2 = 25$

$\rightarrow P = \sqrt{25} = 5$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 29. Hàm số $y=3x^4+2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\frac{2}{3};+\infty)$. **D.** $(-\infty;\frac{2}{3})$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=3x^4+2$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $y=3x^4+2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 30. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-3$ song song với trục hoành?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=x^3+3x^2-3$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+6x$

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại M: $k=y'(x_0)$

Mà tiếp tuyến song song với trục hoành nên hệ số góc $k=0\Rightarrow 3x_0^{\,2}+6x_0=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=-2\end{array}\right.$.

+ $x_0=0$ tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(0;-3)$ là: $y-(-3)=0(x-0)\Rightarrow y=-3$.

+ $x_0=-2$ tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(-2;1)$ là: $y-1=0(x+2)\Rightarrow y=1$.

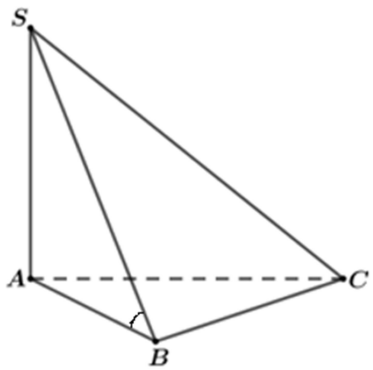
Vậy có 2 tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-3$ song song với trục hoành.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng?

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn A



SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SBA}$.

Xét tam giác SBA vuông tại A, ta có: $\tan\widehat{SBA}=\frac{SA}{AB}=\frac{a}{a}=1\Rightarrow\widehat{SBA}=45^0$.

Câu 32. Giá trị của biểu thức $P=\frac{2^3.2^{-1}+5^{-3}.5^4}{10^{-3}\cdot 10^{-2}-(0,1)^0}$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 10. **B.** 9. **C.** -10. **D.** -9.

Lời giải

Chọn C

$$P=\frac{2^3.2^{-1}+5^{-3}.5^4}{10^{-3}:10^{-2}-(0,1)^0}=\frac{2^2+5}{10^{-1}-1}=\frac{9}{\frac{1}{10}-1}=\frac{9}{\frac{-9}{10}}=-10.$$

Câu 33. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -3^-} y=\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=-\infty$ nên đường thẳng $x=1$ và $x=-3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

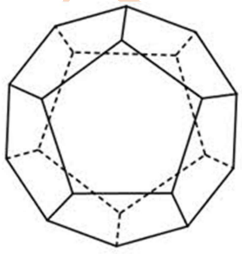
Câu 34. Số cạnh của hình mười hai mặt đều là

A. 16. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 30.

Lời giải

Chọn D

Hình mười hai mặt đều có ba mươi cạnh.



Câu 35. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ $V=B.h=3.2=6.$

Câu 36. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=x^3-3(2m+1)x^2+(12m+5)x+2$ đồng biến trên $(2;+\infty)$. Số phần tử của S bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$y'=3x^2-6(2m+1)x+12m+5$

Hàm số đồng biến trong khoảng $(2;+\infty)$ khi $y'\ge 0,\forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2-6(2m+1)x+12m+5\ge 0\ \ \forall x\in(2;+\infty)$.

$3x^2-6(2m+1)x+12m+5\ge 0\Leftrightarrow m\le\dfrac{3x^2-6x+5}{12(x-1)}$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{3x^2-6x+5}{12(x-1)}$, $\forall x\in(2;+\infty)$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$g'(x)=\dfrac{3x^2-6x+1}{12(x-1)^2}>0,\ \forall x\in(2;+\infty)\Rightarrow$ Hàm số $g(x)$ đồng biến trong khoảng $(2;+\infty)$.

Do đó: $m\le g(x),\forall x\in(2;+\infty)\Rightarrow m\le g(2)\Leftrightarrow m\le\dfrac{5}{12}$.

Vậy không có giá trị nguyên dương nào của m thỏa mãn bài toán.

Câu 37. Gọi (d) là đường thẳng đi qua $A(2;0)$ có hệ số góc m $(m>0)$ cắt đồ thị (C): $y=-x^3+6x^2-9x+2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, C lên trục tung. Biết rằng hình thang $BB'C'C$ có diện tích bằng 8, giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(5;8)$. **B.** $(-5;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;5)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua $A(2;0)$ là $y=mx-2m$

Hoành độ giao điểm của (d) và (C) là nghiệm của phương trình:

$$-x^3+6x^2-9x+2=m(x-2)\Leftrightarrow(x-2)\left(x^2-4x+m+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x^2-4x+m+1=0\ (1)\end{array}\right.$$

$x=2\Rightarrow y=0\Rightarrow A(2;0)$. Do đó: (C) cắt (d) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 khác $2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=3-m>0\\2^2-4.2+m+1\ne0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m>-3\\m-3\ne0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<3\\m\ne3\end{cases}\Leftrightarrow m<3$

Theo định lí Vi-et: $\begin{cases}x_1+x_2=4\\x_1x_2=m+1\end{cases}$, mà $m>0\Rightarrow m+1>0\Rightarrow\begin{cases}x_1+x_2>0\\x_1x_2>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1>0\\x_2>0\end{cases}$

Giả sử $B(x_1;mx_1-2m)$ và $C(x_2;mx_2-2m)\Rightarrow B'(0;mx_1-2m)$ và $C'(0;mx_2-2m)$

$\Rightarrow B'C'=\left|m(x_1-x_2)\right|=m\left|x_1-x_2\right|$; $BB'=\left|x_1\right|=x_1$; $CC'=\left|x_2\right|=x_2$

Ta có: $S_{BB'C'C}=\dfrac{1}{2}B'C'(BB'+CC')=8\Leftrightarrow B'C'(BB'+CC')=16\Leftrightarrow m\left|x_1-x_2\right|(x_1+x_2)=16$

$\Leftrightarrow m\left|x_1-x_2\right|=4\Leftrightarrow m^2(x_1-x_2)^2=16\Leftrightarrow m^2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=16\Leftrightarrow m^2(16-4m-4)=16$

$\Leftrightarrow m^3-3m^2+4=0\Leftrightarrow(m+1)(m-2)^2=0\Leftrightarrow m=-1$ hoặc $m=2$

Vì $0<m<3\Rightarrow m=2\Rightarrow m\in(1;5)$.

Cách 2:

Phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua $A(2;0)$ là $y=m(x-2)$

Xét hàm số $y=f(x)=-x^3+6x^2-9x+2$ (C)

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=-3x^2+12x-9$; $y''=-6x+12$

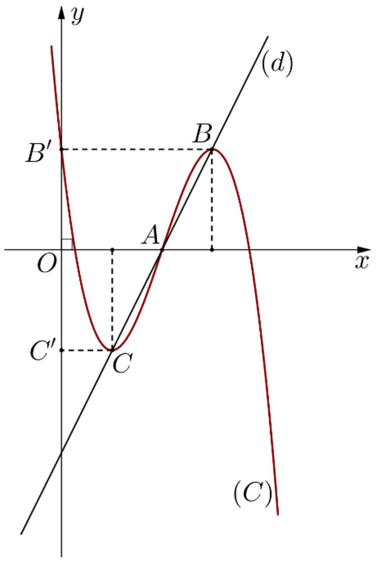
$y''=0\Leftrightarrow-6x+12=0\Leftrightarrow-6x=-12\Leftrightarrow x=2$; $f(2)=0$

$\Rightarrow$ Đồ thị (C) nhận điểm $A(2;0)$ làm điểm uốn

$\Rightarrow B$ và C đối xứng nhau qua A; B' và C' đối xứng nhau qua O

$\Rightarrow OA$ là đường trung bình của hình thang $BB'C'C\Rightarrow\dfrac{BB'+CC'}{2}=OA=2$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Diện tích của hình thang $BB'C'C$ bằng $8 \Rightarrow B'C' = 4$

Không mất tính tổng quát, giả sử $y_B > 0 \Rightarrow y_B = 2 \Rightarrow -x_B^3 + 6x_B^2 - 9x_B + 2 = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_B = 0 \\ x_B = 3 \end{array}\right.$

+ $x_B = 0 \Rightarrow B(0;2) \Rightarrow (d)$ có phương trình $y = -x + 2 \Rightarrow m = -1 < 0$ (loại)

+ $x_B = 3 \Rightarrow B(3;2) \Rightarrow (d)$ có phương trình $y = 2x - 4 \Rightarrow m = 2$ (thỏa mãn)

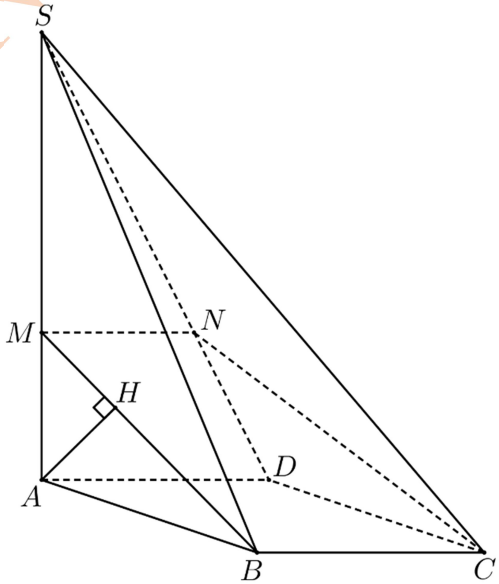
Vậy giá trị của m thuộc khoảng $(1;5)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Mặt phẳng (P) chứa cạnh BC và cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác có diện tích $\dfrac{2\sqrt{5}a^2}{3}$. Tính khoảng cách h giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (P).

A. $h = a$. **B.** $h = \dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $h = \dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $h = \dfrac{3\sqrt{13}a}{13}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, N lần lượt là giao điểm của (P) với SA, $SD \Rightarrow MN \,//\, AD$; kẻ $AH \perp BM$ tại H

$AD \perp SA$; $AD \perp AB \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp MB$ và $MN \perp AH$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

- $MN \perp MB \Rightarrow$ Thiết diện là hình thang vuông $BMNC$ có diện tích là $\frac{MB}{2}\cdot(MN+BC)$
- $AH \perp MN$, $AH \perp BM$, $MN \parallel AD \Rightarrow AH$ là khoảng cách từ AD đến $(P) \Rightarrow AH = h$

Đặt $AM = x$ $(0 < x < 3a) \Rightarrow SM = 3a - x$. Ta có: $\frac{MN}{AD} = \frac{SM}{SA}$ (do $MN \parallel AD$)

$\Rightarrow \frac{MN}{a} = \frac{3a-x}{3a} \Rightarrow MN = \frac{3a-x}{3}$, mà $MB = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \sqrt{a^2+x^2}$

Diện tích thiết diện là $\frac{2\sqrt{5}a^2}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{2}\cdot\left(\frac{3a-x}{3}+a\right) = \frac{2\sqrt{5}a^2}{3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+x^2}.(6a-x) = 4\sqrt{5}a^2 \Leftrightarrow (a^2+x^2)(36a^2-12ax+x^2) = 80a^4$

$\Leftrightarrow 36a^4 - 12a^3x + a^2x^2 + 36a^2x^2 - 12ax^3 + x^4 - 80a^4 = 0$

$\Leftrightarrow x^4 - 12x^3a + 37x^2a^2 - 12ax^3 - 44a^4 = 0 \Rightarrow x = 2a$

$\Rightarrow MB = a\sqrt{5} \Rightarrow h = AH = \frac{AM.AB}{MB} = \frac{2a.a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$

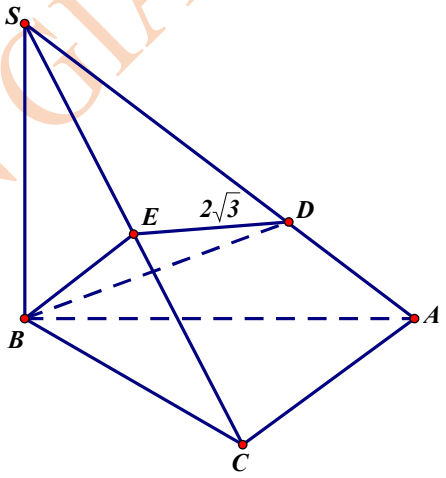
Vậy khoảng cách h giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (P) là $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $SB = 12$, SB vuông góc với (ABC). Gọi D, E lần lượt là các điểm thuộc các đoạn SA, SC sao cho $SD = 2DA$, $ES = EC$. Biết $DE = 2\sqrt{3}$, hãy tính thể tích khối chóp $B.ACED$

A. $\frac{96}{5}$. **B.** $\frac{144}{5}$. **C.** $\frac{288}{5}$. **D.** $\frac{192}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có

$V_{B.ACED} = V_{SABC} - V_{SBED}$

$\frac{V_{SBED}}{V_{SABC}} = \frac{SE}{SC}\cdot\frac{SD}{SA} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Đặt $AB = AC = a$. Khi đó, ta có:

$SA^2 = SB^2 + AB^2 = 12^2 + a^2$

$SC^2 = SB^2 + BC^2 = 12^2 + 2a^2$

$\cos\widehat{ASC} = \frac{SA}{SC}$ (Do ΔSAC vuông tại A)

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\cos\widehat{ASC}=\dfrac{SD^2+SE^2-ED^2}{2SE.SD}=\dfrac{16SA^2+9SC^2-432}{24.SC.SA}$

Từ đó, ta có phương trình

$\dfrac{SA}{SC}=\dfrac{16SA^2+9SC^2-432}{24.SC.SA}\Leftrightarrow 8SA^2-9SC^2+432=0$

$\Leftrightarrow 8\left(12^2+a^2\right)-9\left(12^2+2a^2\right)+432=0\Leftrightarrow a^2=\dfrac{144}{5}.$

Thể tích khối chóp $B.ACED$ là:

$V_{B.ACED}=V_{SABC}-V_{SBED}=\dfrac{2}{3}V_{SABC}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{3}SB.\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{1}{9}.12.\dfrac{144}{5}=\dfrac{192}{5}.$

Câu 40. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t)=\dfrac{t}{t^2+1}\,(mg/l)$. Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì tổng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 4 giờ. **B.** 3 giờ. **C.** 1 giờ. **D.** 2 giờ.

Lời giải

Chọn C

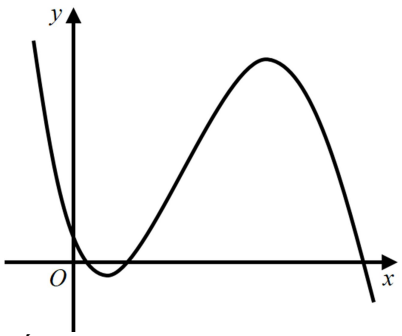
Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t}{t^2+1}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Có: $f'(t)=\dfrac{1-t^2}{\left(t^2+1\right)^2}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow 1-t^2=0\Leftrightarrow t=\pm 1$

t	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'			‖	$+$	0	$-$	
y		↗	‖	↗		↘	

Từ bảng biến thiên trên suy ra sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì tổng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Câu 41. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty\ \Rightarrow a<0$.

Gọi x_1 và x_2 lần lượt là hai điểm cực trị của hàm số đã cho ($x_1<x_2$).

Từ đồ thị ta thấy: $x_1+x_2>0\Rightarrow ab<0\Rightarrow b>0$.

Và: $x_1.x_2>0\Rightarrow ac>0\Rightarrow c<0$.

Đồ thị hàm số giao với trục tung tại điểm có tung độ $y=d>0$.

DIỄN ĐÀN VIÊN TOÁN

Vậy trong các số a, b, c, d có hai số dương.

Câu 42. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(2m-1)x^2+m-2$ chỉ có một cực đại và không có cực tiểu.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m>\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **B.** $m\le 0$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **D.** $m\le \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Khi $m=0$, hàm số trở thành $y=-x^2-2$ có đồ thị là một Parabol có bề lõm quay xuống nên hàm số có một cực đại và không có cực tiểu (thõa mãn bài toán).

Khi $m\neq 0$, hàm số có một cực đại và không có cực tiểu khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m<0 \\ m(2m-1)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ 2m-1\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m\le \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m<0.$$

Vậy hàm số có một cực đại và không có cực tiểu khi $m\le 0$.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d: y=x+m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt M,N sao cho $MN=2\sqrt{3}$.

A. $m=2\pm\sqrt{10}$. **B.** $4\pm\sqrt{3}$. **C.** $m=2\pm\sqrt{3}$. **D.** $4\pm\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có PTHĐGĐ của đường thẳng (d) và đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$

$$\frac{2x+1}{x+1}=x+m-1,(x\neq -1)$$

$$\Leftrightarrow 2x+1=(x+m-1)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^2+(m-2)x+m-2=0,(2)$$

Phương trình $\dfrac{2x+1}{x+1}=x+m-1$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\neq -1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ 1-m+2+m-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2-4(m-2)>0 \\ 1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2-8m+12>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<2 \\ m>6 \end{array}\right.$$

Gọi $M(x_1;x_1+m-1), N(x_2;x_2+m-1)$ là giao điểm của hai đồ thị.

Ta có

$$MN=2\sqrt{3}\Leftrightarrow MN^2=12\Leftrightarrow (x_2-x_1)^2+(x_2-x_1)^2=12$$

$$MN=2\sqrt{3}\Leftrightarrow MN^2=12\Leftrightarrow (x_2-x_1)^2+(x_2-x_1)^2=12$$

$$\Leftrightarrow x_2^2+x_1^2-2x_1x_2=6\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2-6=0$$

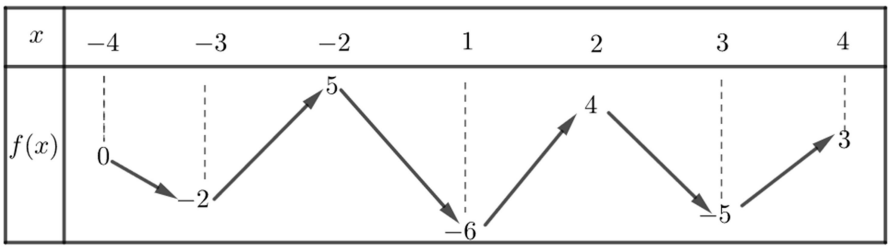
$$\Leftrightarrow (m-2)^2-4(m-2)-6=0\Leftrightarrow m^2-8m+6=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4+\sqrt{10} \\ m=4-\sqrt{10} \end{array}\right.$$

So với điều kiện có hai nghiệm phân biệt, ta nhận cả hai giá trị $m=4\pm\sqrt{10}$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của $m\in[-4;4]$ để hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3+2x\right)+3f(m)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 8?

A. 11. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^3+2x\Rightarrow t'=x^2+2>0,\forall x\Rightarrow t(x)$ đồng biến trên $[-1;1]$

$\forall x\in[-1;1]\Rightarrow t(-1)\le t\le t(1)\Leftrightarrow -3\le t\le 3$

Suy ra $-6\le f(t)\le 5$

Như vậy khi đó: $g(t)=\left|f(t)+3f(m)\right|$

$$\Rightarrow \text{Max}\, g(t)=\text{Max}\left\{\left|5+3f(m)\right|;\left|-6+3f(m)\right|\right\}$$

$$=\frac{\left|5+3f(m)-6+3f(m)\right|+\left|5+3f(m)+6-3f(m)\right|}{2}$$

$$=\frac{\left|6f(m)-1\right|+11}{2}$$

Theo yêu cầu bài toán $\Rightarrow \frac{\left|6f(m)-1\right|+11}{2}=8\Leftrightarrow\left|6f(m)-1\right|=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(m)=1\\ f(m)=\frac{-2}{3}\end{array}\right.$

Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị $f(x)$ tại 5 điểm phân biệt, suy ra có 5 giá trị $m=x_1,x_2,x_3,x_4,x_5$

Đường thẳng $y=\frac{-2}{3}$ cắt đồ thị $f(x)$ tại 6 điểm phân biệt, suy ra có 6 giá trị $m=x_6,x_7,x_8,x_9,x_{10},x_{11}$

Vậy có tổng cộng 11 giá trị thực của tham số m

Câu 45. Cho các số dương a,b,c khác 1 thoả mãn $\log_a(bc)=3,\log_b(ca)=4$. Tính giá trị của $\log_c(ab)$

A. $\frac{16}{9}$. **B.** $\frac{16}{4}$. **C.** $\frac{11}{9}$. **D.** $\frac{9}{11}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_a(bc)=\frac{\log_c(bc)}{\log_c a}=\frac{\log_c b+1}{\log_c a}=3\Rightarrow 3\log_c a-\log_c b=1.\ (1)$$

$$\log_b(ca)=\frac{\log_c(ca)}{\log_c b}=\frac{\log_c a+1}{\log_c b}=4\Rightarrow \log_c a-4\log_c b=-1.(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}3\log_c a-\log_c b=1\\ \log_c a-4\log_c b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_c a=\frac{5}{11}\\ \log_c b=\frac{4}{11}\end{cases}\Rightarrow\log_c(ab)=\log_c a+\log_c b=\frac{9}{11}.$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 46. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+1$ có đồ thị (C) và điểm $A(1;m)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để qua A có thể kẻ được đúng ba tiếp tuyến tới đồ thị (C). Số phần tử của S là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;m)$ hệ số góc k có phương trình là $y=k(x-1)+m$.

Đường thẳng d là tiếp tuyến của đồ thị (C) khi và chỉ khi hệ phương trình

$\begin{cases} x^3+3x^2+1=k(x-1)+m & (1) \\ 3x^2+6x=k & (2) \end{cases}$ có nghiệm x.

Thay (2) vào (1) ta có phương trình $x^3+3x^2+1=(3x^2+6x)(x-1)+m \Leftrightarrow 2x^3-6x-1=-m$ (3).

Qua điểm $A(1;m)$ kẻ được đúng 3 tiếp tuyến tới đồ thị (C) $\Leftrightarrow$ phương trình (3) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ hai đồ thị hàm số $y=f(x)=2x^3-6x-1$ và $y=-m$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=2x^3-6x-1$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

$y=-m$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ suy ra

$$-5<-m<3 \Leftrightarrow -3<m<5 \overset{m\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow} m\in\{-2;-1;0;1;2;3;4\}.$$

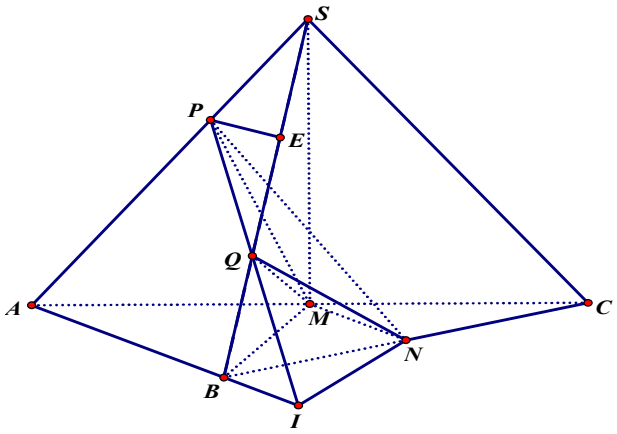
Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=3$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2\sqrt{2}$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên cạnh SA,SB lấy các điểm P,Q tương ứng sao cho $SP=1;SQ=2$. Tính thể tích V của tứ diện $MNPQ$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{7}}{18}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{34}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{34}}{144}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là giao điểm của PQ và AB

$V_{MNPQ}=V_{I.MPN}-V_{I.QMN}=V_{P.MNI}-V_{Q.MNI}$.

Tính diện tích ΔMNI

DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN

$MN = 1$

Gọi E là trung điểm của $SQ \Rightarrow PE \,//\, AB$ và $PE = \dfrac{1}{3}AB$

Ta có $\Delta PEQ = \Delta IBQ \ (g.c.g) \Rightarrow PE = IB$

$\Rightarrow IB = \dfrac{1}{3}AB = \dfrac{2}{3}.$

$IN^2 = BN^2 + IB^2 = 1 + \dfrac{4}{9} = \dfrac{13}{9} \Rightarrow IN = \dfrac{\sqrt{13}}{3}$.

Áp dụng định lý cosin cho tam giác IAM có:

$IM^2 = IA^2 + AM^2 - 2IA.AM.\cos 45^0$

$= \left(\dfrac{8}{3}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 - 2.\dfrac{8}{3}.\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{34}{9} \Rightarrow IM = \dfrac{\sqrt{34}}{9}.$

$\cos\widehat{MNI} = \dfrac{MN^2 + IN^2 - MI^2}{2.MN.IN} = \dfrac{1 + \dfrac{13}{9} - \dfrac{34}{9}}{2.1.\dfrac{\sqrt{13}}{3}} = \dfrac{-2\sqrt{13}}{13}.$

$\sin\widehat{MNI} = \sqrt{1 - \cos^2\widehat{MNI}} = \dfrac{3}{\sqrt{13}}.$

$S_{MNI} = \dfrac{1}{2}.MN.NI.\sin\widehat{MNI} = \dfrac{1}{2}.1.\dfrac{\sqrt{13}}{3}.\dfrac{3}{\sqrt{13}} = \dfrac{1}{2}$.

$V_{MNPQ} = \dfrac{1}{3}.d\left(P;(MIN)\right).S_{MIN} - \dfrac{1}{3}.d\left(Q;(MIN)\right).S_{MIN}$

$= \dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{3}d\left(S;(MIN)\right).S_{MIN} - \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}.d\left(S;(MIN)\right).S_{MIN}$

$= \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}d\left(S;(MIN)\right).S_{MIN} = \dfrac{1}{9}d\left(S;(ABC)\right).S_{MIN}$

Vì $SA = SB = SC$ nên hình chiếu của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Mà tam giác ABC vuông tại B nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là điểm M Vậy

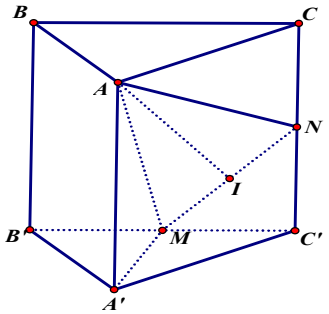
$V_{MNPQ} = \dfrac{1}{9}.\sqrt{7}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{7}}{18}.$

Câu 48. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, góc $BAC = 120^0, AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** $\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có $\Delta A'MC'$ vuông tại M có $\widehat{A'C'M}=30^0 \Rightarrow A'M=\frac{1}{2}.A'C'=\frac{a}{2}$

$MC'=\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow B'C'=a\sqrt{3}$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \alpha=\left(\widehat{(AMN);(A'B'C')}\right)$

Tam giác $A'MC'$ là hình chiếu của tam giác AMN trên mặt phẳng $(A'B'C')$ nên $\cos\alpha=\frac{S_{A'MC'}}{S_{AMN}}$

Ta có $S_{A'MC'}=\frac{1}{2}.S_{ABC}=\frac{1}{4}.AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{\sqrt{3}a^2}{8}$.

$AN^2=AC^2+CN^2=a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{5a^2}{4} \Rightarrow AN=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$AM^2=AA'^2+A'M^2=AA'^2+\left(\frac{A'C'}{2}\right)^2=\frac{5a^2}{4} \Rightarrow AM=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$MN^2=C'N^2+C'M^2=\frac{a^2}{4}+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=a^2 \Rightarrow MN=a$.

Gọi I là trung điểm của $MN \Rightarrow AI \perp MN$

$AI=\sqrt{AN^2-IN^2}=a$

$S_{AMN}=\frac{1}{2}.AI.MN=\frac{a^2}{2} \Rightarrow \cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{4}$

Vậy số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng $\arccos\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh trùng với 3 trong số 18 đỉnh của đa giác đã cho. Chọn 1 tam giác trong tập hợp X. Xác suất để tam giác được chọn là tam giác cân bằng

A. $\frac{3}{17}$. **B.** $\frac{144}{136}$. **C.** $\frac{23}{136}$. **D.** $\frac{11}{68}$.

Lời giải

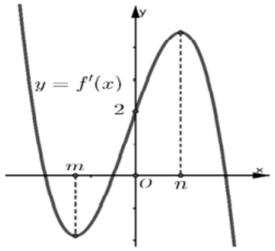
Chọn D

Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 18 đỉnh của đa giác ta được 1 tam giác nên $n(\Omega)=C_{18}^3=816$.

Vì đa giác đã cho là đa giác đều có 18 đỉnh nên từ mỗi đỉnh có thể tìm ra 8 cặp điểm để cùng với nó tạo ra 1 tam giác cân, trong đó có 1 tam giác đều. Từ 18 đỉnh của đa giác đều có thể tạo ra 6 tam giác đều. Vậy số tam giác cân và đều mà 18 đỉnh của đa giác đều đó tạo ra là: $18.7+6=132$.

Xác suất cần tìm là: $\frac{132}{816}=\frac{11}{68}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $(a\neq 0)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ.



Biết rằng $e>n$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f'\left[f(x)-2x\right]$ bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 14.

Lời giải

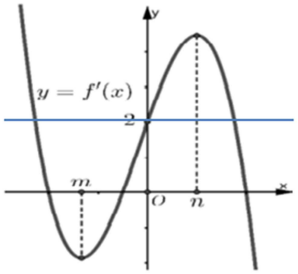
Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có: $y' = \left(f'(x)-2\right)f''\left[f(x)-2x\right]$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left(f'(x)-2\right)f''\left[f(x)-2x\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f'(x)-2=0 & (1) \\ f''\left[f(x)-2x\right]=0 & (2) \end{array}\right.$$

Xét phương trình $(1) \Leftrightarrow f'(x) = 2$.



Từ đồ thị ta có phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $x_1, 0, x_2$ ($x_1 < m < 0 < n < x_2$).

Xét phương trình (2).

Trước hết ta có: $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$.

$f'(0) = 2 \Leftrightarrow d = 2$

Suy ra: $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x + e$.

$$(2) \Leftrightarrow f''\left[f(x)-2x\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-2x = m \\ f(x)-2x = n \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ax^4+bx^3+cx^2+e = m \\ ax^4+bx^3+cx^2+e = n \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ax^4+bx^3+cx^2 = m-e \quad (2a) \\ ax^4+bx^3+cx^2 = n-e \quad (2b) \end{array}\right.$$

Số nghiệm của hai phương trình $(2a)$ và $(2b)$ lần lượt bằng số giao điểm của hai đường thẳng $y = m-e$ và $y = n-e$ (trong đó $m-e < n-e < 0$)với đồ thị hàm số $g(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$.

$g'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx = 0 \Leftrightarrow 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + 2 = 2$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 < 0 \\ x = 0 \\ x = x_2 > 0 \end{array}\right.$$

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ suy ra:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x) = +\infty$ nên $a < 0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$:

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(x_1)$	↘	0	↗	$g(x_2)$	↘	$-\infty$

($n-e$ nằm giữa 0 và $g(x_2)$; $m-e$ nằm giữa $g(x_1)$ và 0)

Từ bảng biến thiên suy ra hai phương trình $(2a)$, $(2b)$ mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt (hai phương trình không có nghiệm trùng nhau) và khác $x_1, 0, x_2$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Suy ra phương trình $\left(f'(x)-2\right)f''\left[f(x)-2x\right]=0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt . Vậy hàm số $y=f'\left[f(x)-2x\right]$ có 7 điểm cực trị.

---------- HẾT ----------

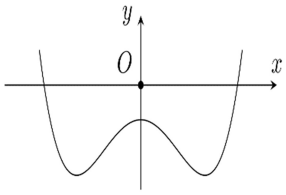
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC

TRƯỜNG THPT TAM DƯƠNG

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c (a,b,c \in R)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 2. Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

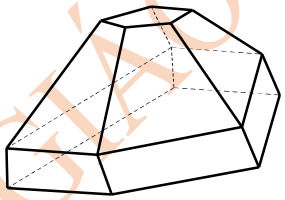
A. $2^{x^2-x}.\ln 2$. **B.** $(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$. **C.** $(x^2-x).2^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x-1).2^{x^2-x}$.

Câu 3. Tập xác định D của hàm số $y = \log_3\left(x^2-4x+3\right)$ là

A. $D = (1;3)$. **B.** $D = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$.

C. $D = \left(-\infty;2-\sqrt{2}\right) \cup \left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $D = \left(2-\sqrt{2};1\right) \cup \left(3;2+\sqrt{2}\right)$.

Câu 4. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



A. 6. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 5. Khối lập phương cạnh $2a$ có thể tích là

A. a^2. **B.** $8a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $4a^2$.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log\left(x^2-2mx+4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

A. $-2 \le m \le 2$. **B.** $m = 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$. **D.** $-2 < m < 2$.

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $12a^3$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 9. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\quad}$ là

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=0$. **D.** $y=2$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 3.

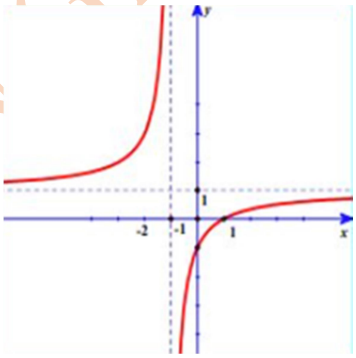
Câu 12. Số cạnh của một bát diện đều là:

A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 13. Giá trị của m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+m}$ đi qua điểm $M(2;3)$ là

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 14. Xác định a,b để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=1,b=-1$. **B.** $a=-1,b=1$. **C.** $a=1,b=1$. **D.** $a=-1,b=-1$.

Câu 15. Một khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối lập phương đó là:

A. $V=2\sqrt{2}a^3$. **B.** $V=3\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=6\sqrt{6}a^3$. **D.** $V=64a^3$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	-4	↘	-5	↗	2

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có bốn điểm cực trị.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.
C. Hàm số không có cực đại.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-5$.

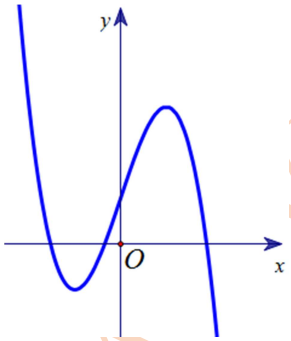
Câu 18. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+4}{x-2}$ trên đoạn $[3;5]$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 19. Rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2}}.a^3$ ta được:

A. $a^{\frac{1}{2}}$. **B.** $a^{\frac{9}{2}}$. **C.** $a^{\frac{9}{4}}$. **D.** a^4.

Câu 20. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 21. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng?

A. $4a^3$. **B.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\dfrac{2}{3}a^3$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng?

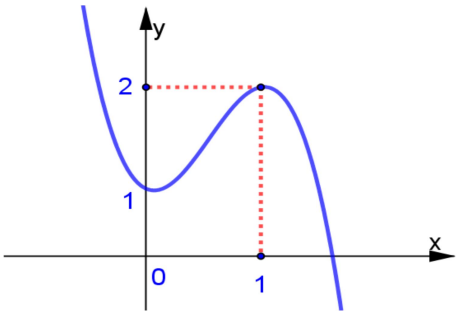
A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng:

A. 5. **B.** 50. **C.** 1. **D.** 122.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:

ĐỘI NGŨ GIÁO VIÊN TOÁN



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x+2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3a$, $BC=4a$, $SA=12a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\dfrac{13a}{2}$. **B.** $R=6a$. **C.** $R=\dfrac{5a}{2}$. **D.** $R=\dfrac{17a}{2}$.

Câu 27. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-7$. **D.** $m=5$.

Câu 28. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 29. Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình $4^{x^2-x}+2^{x^2-x+1}=3$. Tính $\left|x_1-x_2\right|$.

A. 3. **B.** 0 . **C.** 2. **D.** 1.

Câu 30. Tồn tại bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 31. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$.Trong các khẳng định sau,khẳng định nào là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 32. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:

A. $3a$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Câu 33. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $x_1x_2=27$.

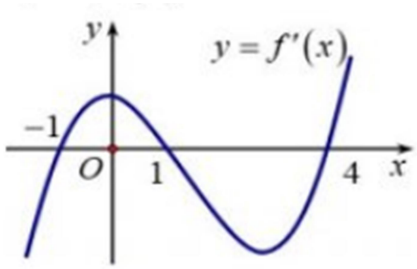
A. $m=\dfrac{14}{3}$. **B.** $m=25$. **C.** $m=\dfrac{28}{3}$. **D.** $m=1$.

Câu 34. Một hình nón có bán kính đáy bằng a và góc ở đỉnh bằng 60^0. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $S_{xq}=4\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. **D.** $S_{xq}=2\pi a^2$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên



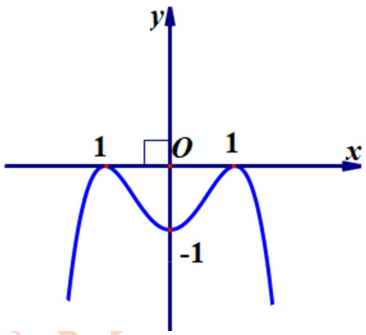
Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 36. Phương trình $\log_3(3x-2)=3$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{25}{3}$. **B.** $x=87$. **C.** $x=\dfrac{29}{3}$. **D.** $x=\dfrac{11}{3}$.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau:



Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2020}{2f(x)+1}$ có số đường tiệm cận đứng là :

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 38. Biết $4^x+4^{-x}=23$ tính giá trị của biểu thức $P=2^x+2^{-x}$

A. 25. **B.** $\sqrt{27}$. **C.** $\sqrt{23}$. **D.** 5.

Câu 39. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(5x-1)=-\log_3 m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 4. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 5.

Câu 40. Thể tích khối cầu bán kính R bằng

A. $\dfrac{3}{4}\pi R^3$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $2\pi R^3$.

Câu 41. Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính r và độ dài đường sinh l bằng

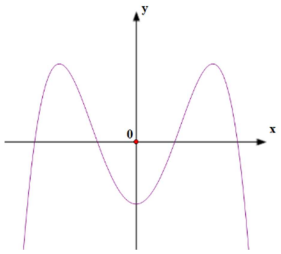
A. $4\pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** $\dfrac{4}{3}\pi rl$. **D.** πrl.

Câu 42. Cho hình chóp $SABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AD=DC=a$; $AB=2a$, cạnh SC hợp với mặt đáy một góc bằng 30^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a?

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 43. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $a<0,b>0,c>0$. **B.** $a<0,b<0,c>0$. **C.** $a<0,b>0,c<0$. **D.** $a<0,b<0,c<0$.

Câu 44. Cho một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quang bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình thụ.

A. $27\sqrt{3}a^3$. **B.** $24\sqrt{3}a^3$. **C.** $36\sqrt{3}a^3$. **D.** $81\sqrt{3}a^3$.

Câu 45. Một vật chuyển động theo qui luật $S=-t^3+9t^2+t+10$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 12 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động tại thời điểm t bằng bao nhiêu giây thì vật đạt vận tốc lớn nhất?

A. $t=3s$. **B.** $t=6s$. **C.** $t=5s$. **D.** $t=2s$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

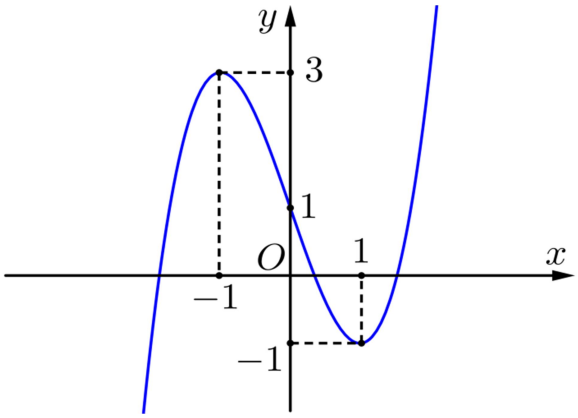
Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-4x+1\right)$ là:

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 47. Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $2|f(x)|-2m=0$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $1<m<3$. **B.** Không có giá trị nào của m.

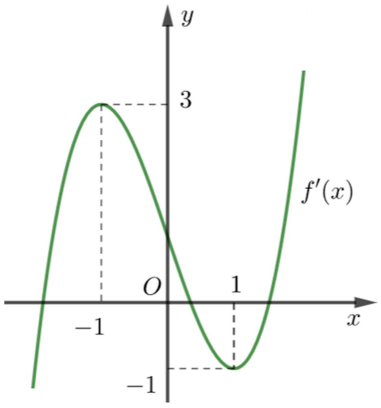
C. $0<m<3$. **D.** $1<m\leq 3$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=\ln\dfrac{2018x}{x+1}$. Tính tổng $S=f'(1)+f'(2)+f'(3)+...+f'(2018)$.

A. $\ln 2018$. **B.** 1. **C.** 2018. **D.** $\dfrac{2018}{2019}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ và có đồ thị $f'(x)$ như sau:



Trên khoảng $(-10;10)$ có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x)=f(x)+mx+2020$ có đúng một cực trị?

A. 0. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 13.

---------- HẾT ----------

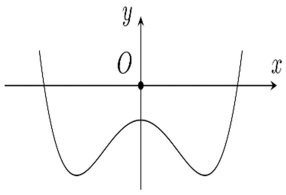
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	B	B	B	D	B	A	B	B	C	D	A	C	A	D	B	D	B	B	D	D	B	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	D	D	A	C	A	D	D	B	C	C	D	A	B	B	D	C	D	A	B	C	A	D	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in R)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 2. Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $2^{x^2-x}.\ln 2$. **B.** $(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$. **C.** $(x^2-x).2^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x-1).2^{x^2-x}$.

Lời giải

Chọn B

Do $\left(a^u\right)'=u'.a^u\ln a$ nên chọn **B**.

Câu 3. Tập xác định D của hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$ là

A. $D=(1;3)$. **B.** $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

C. $D=\left(-\infty;2-\sqrt{2}\right)\cup\left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(2-\sqrt{2};1\right)\cup\left(3;2+\sqrt{2}\right)$.

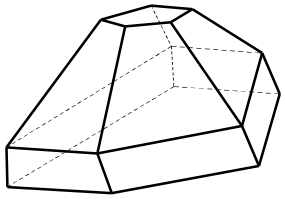
Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2-4x+3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>3\end{array}\right.$.

Vậy $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 4. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



A. 6. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ, ta thấy hình đa diện trên có 12 mặt.

Câu 5. Khối lập phương cạnh $2a$ có thể tích là

A. a^2. **B.** $8a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $4a^2$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương là $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2mx+4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

A. $-2\le m\le 2$. **B.** $m=2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right.$. **D.** $-2<m<2$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\log\left(x^2-2mx+4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2-2mx+4>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'<0$

$\Leftrightarrow m^2-4<0$

$\Leftrightarrow -2<m<2$

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $12a^3$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp ta có:

$V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.6a^2\times 2a=4a^3$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 9. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=0$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{x-1}=1,\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{x-1}=1$ nên tiệm cận ngang của hàm số là $y=1$

Vậy đáp án là B.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

DIỄN ĐÀN TOÁN VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Nhìn vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy $y'<0$ trên khoảng $(-2;0)$, nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$. Vậy đáp án B.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ chính bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$.

Dựa bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x)-1=0$ có 4 nghiệm thực.

Câu 12. Số cạnh của một bát diện đều là:

A. 10.

B. 8.

C. 6.

D. 12.

Lời giải

Chọn D

Số cạnh của một bát diện đều là: 12.

Câu 13. Giá trị của m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+m}$ đi qua điểm $M(2;3)$ là

A. -2.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

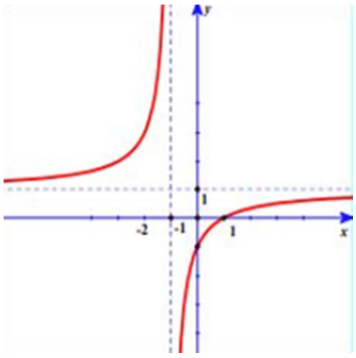
Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=-m$.

Đường tiệm cận đứng đi qua điểm $M(2;3) \Leftrightarrow -m=2 \Leftrightarrow m=-2$.

ĐẾN ĐẠN GIÁC ÂN TOÁN

Câu 14. Xác định a,b để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=1,b=-1$. **B.** $a=-1,b=1$. **C.** $a=1,b=1$. **D.** $a=-1,b=-1$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có đường tiệm cận đứng là $x=-b$ và đường tiệm cận ngang là $y=a$.

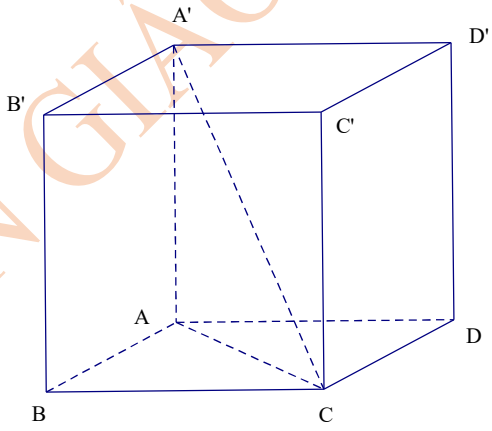
Theo đồ thị, ta có $\begin{cases}-b=-1\\a=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$.

Câu 15. Một khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối lập phương đó là:

A. $V=2\sqrt{2}a^3$. **B.** $V=3\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=6\sqrt{6}a^3$. **D.** $V=64a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi cạnh của hình lập phương là x $(x>0)$.

$\Rightarrow AC=\sqrt{x^2+x^2}=x\sqrt{2}$.

Xét tam giác $A'AC$ là tam giác vuông tại A có:

$A'C=\sqrt{AC^2+A'A^2}=\sqrt{2x^2+x^2}=x\sqrt{3}$.

Theo bài ra ta có: $x\sqrt{3}=a\sqrt{6}\Rightarrow x=a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối lập phương bằng $V=\left(\sqrt{2}a\right)^3=2\sqrt{2}a^3$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{2(-1)-3}{(x-1)^2}=-\dfrac{5}{(x-1)^2}<0,\forall x\neq 1$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	-4	↘	-5	↗	2

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có bốn điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

C. Hàm số không có cực đại.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-5$.

Lời giải

Chọn B

Xét đáp án A hàm số có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại vì vậy có hai điểm cực trị nên đáp án A là đáp án sai.

Xét đáp án B hàm số đạt điểm cực tiểu tại $x=2$, giá trị cực đại là $y=-5$ nên đáp án B là đáp án đúng, chọn đáp án B.

Xét đáp án C sai nên loại.

Xét đáp án D sai nên loại.

Câu 18. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+4}{x-2}$ trên đoạn $[3;5]$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{-6}{(x-2)^2}<0$ với mọi $x\neq 2$.

Hàm số luôn nghịch biến trên đoạn $[3;5]$ và $f(3)=7, f(5)=3$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+4}{x-2}$ trên đoạn $[3;5]$ là $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=7$ tại $x=3$ nên chọn đáp án D

Câu 19. Rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2}}.a^3$ ta được:

A. $a^{\frac{1}{2}}$. **B.** $a^{\frac{9}{2}}$. **C.** $a^{\frac{9}{4}}$. **D.** a^4.

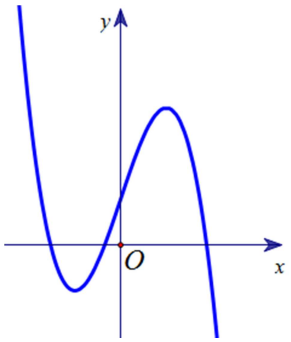
Lời giải

Chọn B

Ta có $a^{\frac{3}{2}}.a^3=a^{\frac{3}{2}+3}=a^{\frac{9}{2}}$.

Câu 20. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

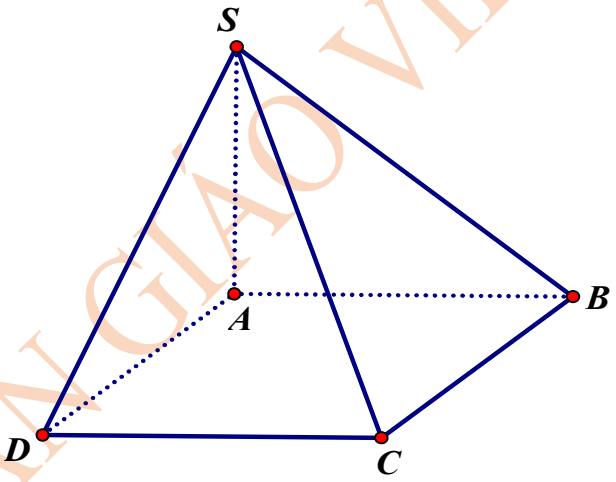
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a<0$. Do đó chọn đáp án B.

Câu 21. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng?

A. $4a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Vì đáy là hình vuông cạnh a nên diện tích của đáy là $S=a^2$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}.h.S=\frac{1}{3}.2a.a^2=\frac{2}{3}a^3$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=3$ do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ và giá trị cực tiểu là $y_{CT}=y(3)=-4$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 23: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng:

A. 5. **B.** 50. **C.** 1. **D.** 122.

Lời giải

Chọn B

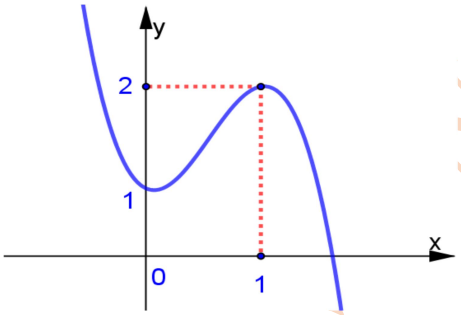
Ta có $f'(x)=4x^3-8x=4x(x^2-2)$.

Giải $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-2;3]\\x=\sqrt{2}\in[-2;3]\\x=-\sqrt{2}\in[-2;3]\end{array}\right.$

Tính $f(0)=5; f(\sqrt{2})=1; f(-\sqrt{2})=1; f(-2)=5; f(3)=50$.

Suy ra $\max\limits_{[-2;3]} y=50=f(3)$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0),(1;+\infty)$.

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x+2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

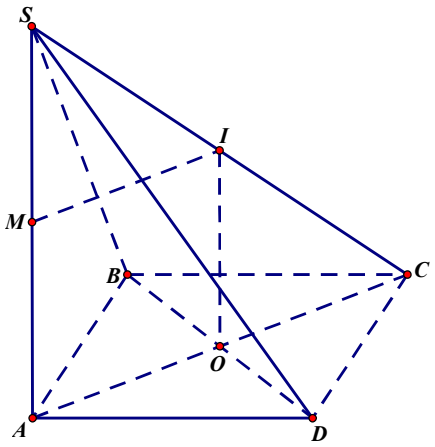
Ta có $f'(x)=(x+1)(x+2)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-2\end{array}\right.$. Do $(x+2)^2\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ cho nên dấu $f'(x)$ phụ thuộc vào biểu thức $x+1$ và $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần. Hàm số $f(x)$ có một cực trị.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3a$, $BC=4a$, $SA=12a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\dfrac{13a}{2}$. **B.** $R=6a$. **C.** $R=\dfrac{5a}{2}$. **D.** $R=\dfrac{17a}{2}$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Chọn A

◆ Gọi O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$. Dựng đường thẳng Ox vuông góc mặt phẳng đáy, ta có $Ox // SA \Rightarrow Ox \cap SC = I$. Dễ thấy, I là trung điểm của SC, cách đều các đỉnh S, A, C và là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, ta có $R = \dfrac{SC}{2}$.

◆ Xét tam giác ABC: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a$.

Xét tam giác SAC: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{144a^2 + 25a^2} = 13a$.

Vậy $R = \dfrac{SC}{2} = \dfrac{13a}{2}$.

Câu 27. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = -7$. **D.** $m = 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$, $y'' = 2x - 2m$.

Vì $x = 3$ là điểm cực đại của hàm số nên $y'(3) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5 \end{array}\right.$.

* Khi $m = 1$, ta có $y''(3) = 4 > 0 \Rightarrow x = 3$ là điểm cực tiểu, không thỏa mãn.

* Khi $m = 5$, ta có $y''(3) = 6 - 10 = -4 < 0 \Rightarrow x = 3$ là điểm cực tiểu, thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 28. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

◆ Xét $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

◆ Ta có: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\left(\sqrt{x+9} - 3\right)\left(\sqrt{x+9} + 3\right)}{\left(x^2 + x\right)\left(\sqrt{x+9} + 3\right)} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+9} + 3\right)}$

$= \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9} + 3\right)} = \dfrac{1}{6}$. Đường thẳng $x = 0$ không phải là tiệm cận đứng.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

◆ Ta có: $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=-\infty$. Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số trên có một tiệm cận đứng.

Câu 29. Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình $4^{x^2-x}+2^{x^2-x+1}=3$. Tính $\left|x_1-x_2\right|$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4^{x^2-x}+2^{x^2-x+1}=3\Leftrightarrow\left(2^{x^2-x}\right)^2+2.2^{x^2-x}-3=0\Leftrightarrow\left(2^{x^2-x}\right)^2+2.2^{x^2-x}-3=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{x^2-x}=1\\2^{x^2-x}=-3\ (VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow x=0;x=1\Rightarrow\left|x_1-x_2\right|=1.$

Câu 30. Tồn tại bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-m+2}{(x-m)^2}$.

Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ khi và chỉ khi $\begin{cases}y'>0\\m\notin(-\infty;-1)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2>0\\m\geq -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\m\geq -1\end{cases}\Leftrightarrow -1\leq m<2$. Mặt khác $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$.Trong các khẳng định sau,khẳng định nào là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{-4}{(x-1)^2}<0\ \forall x\in(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

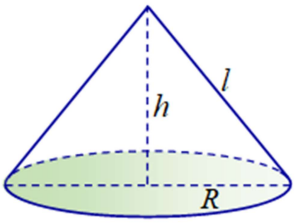
Câu 32. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:

A. $3a$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $S_{xq}=\pi Rl=3\pi a^2$.Thay $R=a$.

Suy ra $l=3a$.

Câu 33. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $x_1x_2=27$.

A. $m=\dfrac{14}{3}$. **B.** $m=25$. **C.** $m=\dfrac{28}{3}$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>0$

Đặt $\log_3 x=t\Rightarrow x=3^t$

Khi đó ta có phương trình: $t^2-(m+2)t+3m-1=0(*)$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm t phân biệt

$\Leftrightarrow\Delta>0\leftrightarrow(m+2)^2-4(3m-1)>0\Leftrightarrow m^2+4m+4-12m+4>0\Leftrightarrow m^2-8m+8>0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>4+2\sqrt{2}\\m<4-2\sqrt{2}\end{array}\right.$

Với $\left[\begin{array}{l}m>4+2\sqrt{2}\\m<4-2\sqrt{2}\end{array}\right.$ có hai nghiệm phân biệt $t_1;t_2$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm $x_1;x_2$ với $x_1=3^{t_2},x_2=3^{t_1}$

Áp dụng hệ thức Vi-ét với phương trình (*) ta có: $\begin{cases}t_1+t_2=m+2\\t_1t_2=3m-1\end{cases}$

Theo đề bài ta có: $x_1x_2=27\Leftrightarrow 3^{t_1}\cdot 3^{t_2}=3^{t_1+t_2}=27\Leftrightarrow t_1+t_2=3\Leftrightarrow m+2=3\Leftrightarrow m=1(tm)$

Câu 34. Một hình nón có bán kính đáy bằng a và góc ở đỉnh bằng 60^0. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

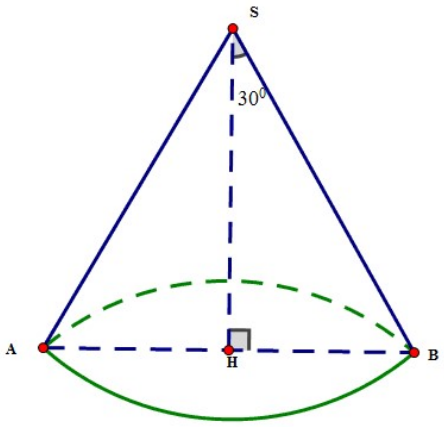
A. $S_{xq}=4\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. **D.** $S_{xq}=2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hình vẽ của hình nón đã cho như hình

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

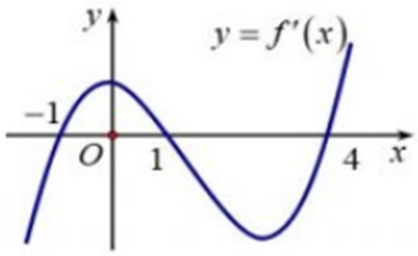


Gọi H là tâm của đường tròn đáy và là trung điểm của AB.

Góc ở đỉnh bằng 60^0 nên $\Rightarrow \widehat{BSA}=60^0 \Rightarrow \Delta SAB$ đều $\Rightarrow l=2R=2a.$

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi Rl=\pi a.2a=2\pi a^2.$

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=a(x+1)(x-1)(x-4), a>0$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=4 \end{array}\right. \text{ là các nghiệm đơn}$$

Mặt khác dựa vào đồ thị, $f'(x)$ đổi dấu qua các nghiệm $\{-1;1;4\}$ nên hàm số đã cho có 3 cực trị

Câu 36. Phương trình $\log_3(3x-2)=3$ có nghiệm là

A. $x=\frac{25}{3}$. **B.** $x=87$. **C.** $x=\frac{29}{3}$. **D.** $x=\frac{11}{3}$.

Lời giải

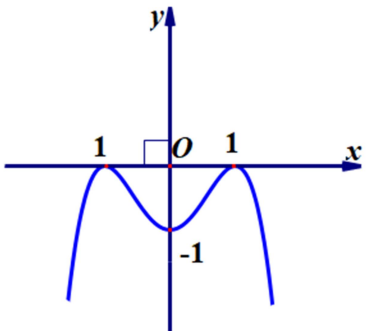
Chọn C

Điều kiện: $x>\frac{2}{3}$

Phương trình đã tương đương: $3x-2=3^3 \Leftrightarrow x=\frac{29}{3}$ thỏa mãn điều kiện

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

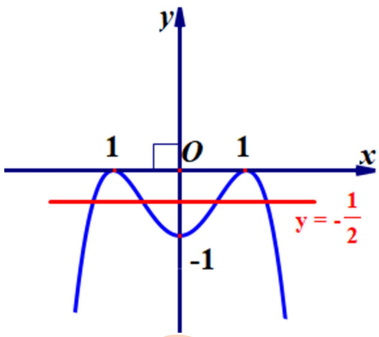


Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2020}{2f(x)+1}$ có số đường tiệm cận đứng là :

A. 2 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 5 .

Lời giải

Chọn C



Ta có $2f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{1}{2}$.

Từ đồ thị ta có phương trình này có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4.

Xét giới hạn $\lim\limits_{x\to x_i} g(x)=\lim\limits_{x\to x_i}\dfrac{2020}{2f(x)+1}=\infty$ do đó $x=x_i$ $(i=1,2,3,4)$ đều là các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{2020}{2f(x)+1}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{2020}{2f(x)+1}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 38. Biết $4^x+4^{-x}=23$ tính giá trị của biểu thức $P=2^x+2^{-x}$

A. 25 . **B.** $\sqrt{27}$. **C.** $\sqrt{23}$. **D.** 5 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $P^2=\left(2^x+2^{-x}\right)^2=4^x+4^{-x}+2.2^x.2^{-x}=25$ do đó $P=5$.

Vậy $P=2^x+2^{-x}=5$.

Câu 39. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(5x-1)=-\log_3 m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 4 . **B.** 6 . **C.** Vô số. **D.** 5 .

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2>0 \\ 5x-1>0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x>\dfrac{1}{5} \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{5} \\ m>0 \end{cases}$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có:

$\log_9 x^2 - \log_3 (5x-1) = -\log_3 m$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}.2.\log_3 x + \log_3 m = \log_3 (5x-1)$

$\Leftrightarrow \log_3 (mx) = \log_3 (5x-1)$.

$\Leftrightarrow mx = 5x-1$

$\Leftrightarrow (m-5)x+1=0$

Xét $m=5$, phương trình vô nghiệm nên loại $m=5$.

Xét $m \neq 5$, phương trình có nghiệm $x = \frac{-1}{m-5}$.

Dựa vào điều kiện ta được $\frac{-1}{m-5} > \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{-1}{m-5} - \frac{1}{5} > 0 \Leftrightarrow \frac{-m}{m-5} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 5$

Khi đó $m \in \{1,2,3,4\}$.

Câu 40. Thể tích khối cầu bán kính R bằng

A. $\frac{3}{4}\pi R^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $2\pi R^3$.

Lời giải

Chọn B

Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính R là $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 41. Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính r và độ dài đường sinh l bằng

A. $4\pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** $\frac{4}{3}\pi rl$. **D.** πrl.

Lời giải

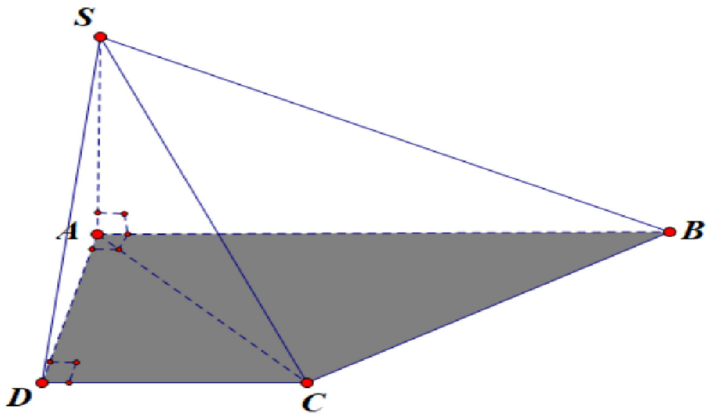
Chọn B

Câu 42. Cho hình chóp $SABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AD=DC=a$; $AB=2a$, cạnh SC hợp với mặt đáy một góc bằng 30^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a?

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải

Chọn D.



$SA \perp (ABCD)$ nên $\left(\widehat{SC;(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SC;AC}\right) = \widehat{SCA}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

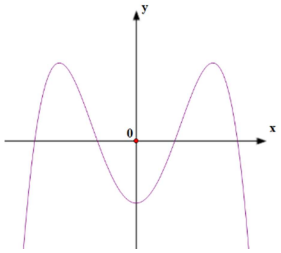
Tam giác ADC vuông tại D có $AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$.

Tam giác SAC vuông tại A có $SA=AC.\tan\left(30^0\right)=a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.d(C,AB)=\dfrac{1}{2}AB.DA=\dfrac{1}{2}.2a.a=a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{6}}{3}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 43. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a<0,b>0,c>0$. **B.** $a<0,b<0,c>0$. **C.** $a<0,b>0,c<0$. **D.** $a<0,b<0,c<0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào dáng đồ thị ta có $a<0$, dựa vào giao điểm của đồ thị với trục tung ta có $c<0$.

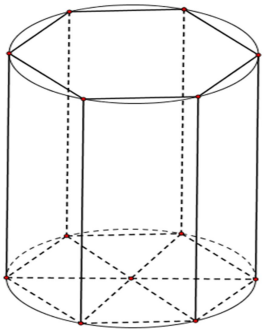
$y'=4ax^3+2bx=2x(2ax^2+b)$ dựa vào đồ thị ta có $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt suy ra $-b<0\Rightarrow b>0$.

Câu 44. Cho một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quang bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình thụ.

A. $27\sqrt{3}a^3$. **B.** $24\sqrt{3}a^3$. **C.** $36\sqrt{3}a^3$. **D.** $81\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{xq}=2\pi rl=36\pi a^2\Rightarrow rl=18a^2$ mà thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên $l=2r$.

Do đó $r=3a,l=6a$.

Gọi S là diện tích lục giác đều nội tiếp đường tròn đáy.

Ta có $S=6.\dfrac{(3a)^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{27a^2\sqrt{3}}{2}$.

$V=Bh=\dfrac{27a^2\sqrt{3}}{2}.6a=81a^3\sqrt{3}$.

Câu 45. Một vật chuyển động theo qui luật $S=-t^3+9t^2+t+10$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

trong khoảng thời gian 12 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động tại thời điểm t bằng bao nhiêu giây thì vật đạt vận tốc lớn nhất?

A. $t=3s$. **B.** $t=6s$. **C.** $t=5s$. **D.** $t=2s$.

Lời giải

Chọn A

$v(t)=S'(t)=-3t^2+18t+1$ trên đoạn $[0;12]$

Bảng biến thiên:\

t	0		3		12
$v(t)$	1	↗	28	↘	-215

Vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất theo dữ kiện của bài là: $t=3s$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-4x+1\right)$ là:

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số: $y=g(x)=f\left(x^2-4x+1\right)$

$y'=g'(x)=(2x-4)f'\left(x^2-4x+1\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-4=0\\ f'\left(x^2-4x+1\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-4=0\\ x^2-4x+1=-1\\ x^2-4x+1=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x^2-4x+2=0\\ x^2-4x-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=2+\sqrt{2}\\ x=2-\sqrt{2}\\ x=2+\sqrt{6}\\ x=2-\sqrt{6}\end{array}\right.$$

Suy ra $g'(x)$ bị đổi dấu 5 lần, nên hàm số $y=f\left(x^2-4x+1\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 47. Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-3x^2-2mx+4m+9.$

Để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow -3x^2-2mx+4m+9\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'\le 0$

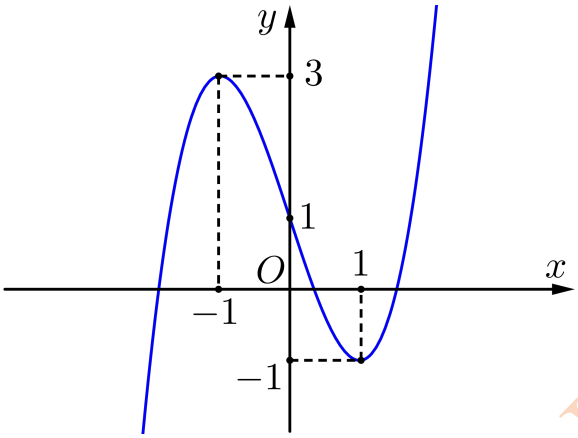
$\Leftrightarrow m^2+3(4m+9)<0\Leftrightarrow -9<m<-3.$

DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-9;-8;\ldots;-3\}$.

Vậy có 7 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $2|f(x)|-2m=0$ có 4 nghiệm phân biệt.



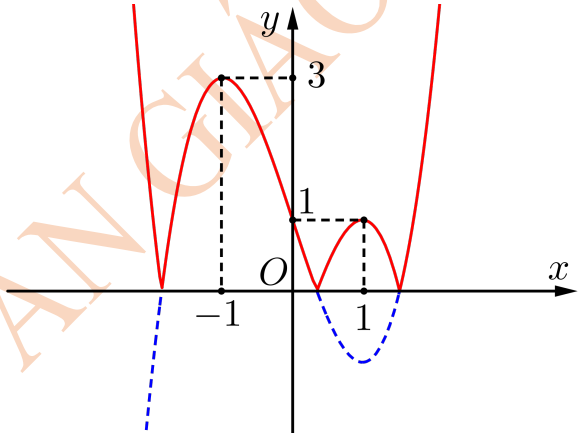
A. $1<m<3$.
B. Không có giá trị nào của m.
C. $0<m<3$.
D. $1<m\le 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2|f(x)|-2m=0 \Leftrightarrow |f(x)|=m$.

Đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$



Dựa vào đồ thị, để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $y=|f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 1<m<3$.

Vậy với $1<m<3$ thì phương trình $2|f(x)|-2m=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=\ln\dfrac{2018x}{x+1}$. Tính tổng $S=f'(1)+f'(2)+f'(3)+\ldots+f'(2018)$.

A. $\ln 2018$.
B. 1.
C. 2018.
D. $\dfrac{2018}{2019}$.

Lời giải

Chọn D

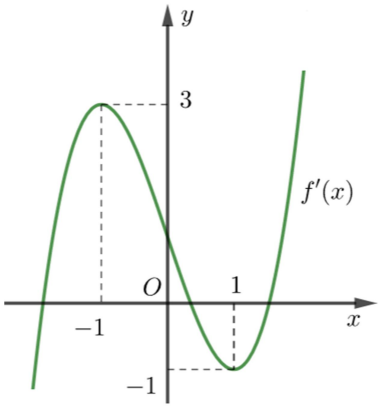
Ta có $f'(x)=\dfrac{2018}{(x+1)^2}\cdot\dfrac{x+1}{2018x}=\dfrac{1}{x(x+1)}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$

Ta có

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$S = f'(1)+f'(2)+f'(3)+\ldots+f'(2018)$$
$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019}\right)$$
$$=1-\frac{1}{2019}=\frac{2018}{2019}.$$

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ và có đồ thị $f'(x)$ như sau:



Trên khoảng $(-10;10)$ có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x)=f(x)+mx+2020$ có đúng một cực trị?

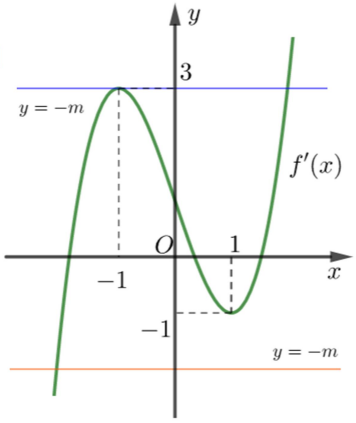
A. 0. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g'(x)=f'(x)+m$

Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-m,(1)$



Hàm số $g(x)$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng một nghiệm bội lẻ

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -m \geq 3 \\ -m \leq -1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{bmatrix}$$

Kết hợp điều kiện $\begin{cases} m \in (-10;10) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Suy ra có 16 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

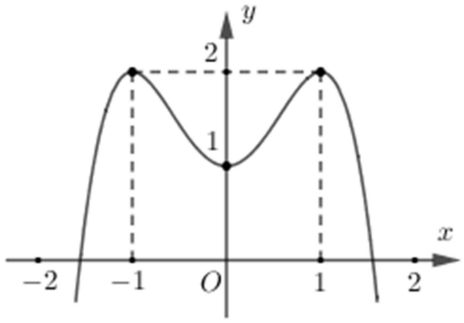
---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH
TRƯỜNG THPT QUẾ VÕ 1

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ sau?



A. $y=2x^4-x^2+1$. **B.** $y=-x^4+x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 2. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{\sin 2x}{\cos x+1}=0$ trên đoạn $[0;2020\pi]$ là

A. 3030. **B.** 2020. **C.** 3031. **D.** 4040.

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $\log_4\left(3x^2+x\right)=\dfrac{1}{2}$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 4. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^5} a^4$ bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** 20. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

Câu 5. Khối chóp có một nửa diện tích đáy là S, chiều cao là $2h$ thì có thể tích là:

A. $V=\dfrac{1}{2}S.h$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}S.h$. **C.** $V=S.h$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}S.h$.

Câu 6. Gọi l,h,R lần lượt có độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là:

A. $S_{tp}=\pi Rl+2\pi R^2$. **B.** $S_{tp}=\pi Rh+\pi R^2$.

C. $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2$. **D.** $S_{tp}=\pi Rh+\pi R^2$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2\cos x+1=0$ là

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 8. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2-2mx+2m^2-9}$ có đúng 3 đường tiệm cận. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 9. Nhà bạn Minh cần khoan một cái giếng nước. Biết rằng giá tiền của mét khoan đầu tiên là 200.000 đ và kể từ mét khoan thứ hai, giá tiền của mỗi mét sau tăng thêm 7% so với giá tiền của mét khoan ngay trước nó. Hỏi nếu nhà bạn An khoan cái giếng sâu 30 m thì hết bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 18895000 đ. **B.** 1422851 đ. **C.** 18892000 đ. **D.** 18892200 đ.

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-4y-11=0$. Tìm bán kính của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2020$ và phép tịnh tiến theo vécto $\vec{v}=(2019;2020)$ là:

A. 16. **B.** 8080. **C.** 32320. **D.** 4.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x-cos2x$.

A. $f'(x)=3\sin 2x$. **B.** $f'(x)=2\sin x+\sin 2x$.

C. $f'(x)=-\sin 2x$. **D.** $f'(x)=2\sin x+2\sin 2x$.

Câu 12. Biết giới hạn $\lim\dfrac{3-2n}{5n+1}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $a,b\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính ab.

A. 6. **B.** 3. **C.** -10. **D.** 15.

Câu 13. Cho a là số thực dương thỏa mãn $a\neq 10$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log\left(\dfrac{100}{a}\right)=2-\log a$. **B.** $\log a^{10}=a$.

C. $\log 10^a=a$. **D.** $\log(1000.a)=3+\log a$.

Câu 14. Cho mặt cầu (S) có tâm O, bán kính 6. Biết khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (α) bằng 4. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính bằng

A. $r=10$. **B.** $r=2\sqrt{5}$. **C.** $r=\sqrt{52}$. **D.** $r=2$.

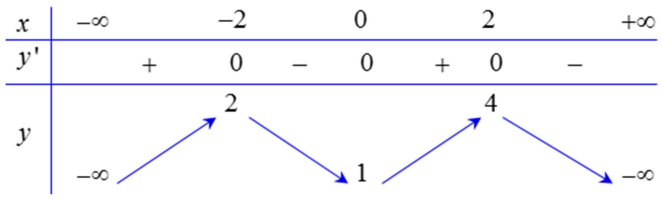
Câu 15. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, cạnh đáy bằng a, $d(S,(ABCD))=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{1-2x}$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi $AC=2a, BD=3a, SA=a$, SA vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{2}{2}a^3$. **D.** $4a^3$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq 9$ là

A. $(-\infty;-4]$. **B.** $[-4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;4]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 20. Cho hàm số $y=\frac{x+a}{bx-2}\,(ab\neq -2)$. Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(-1;2)$ song song với đường thẳng $d: 3x-y-7=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng

A. -13. **B.** 4. **C.** 32. **D.** 7.

Câu 21. Cho tập hợp A gồm 2021 phần tử. Số tập con của tập A có số phần tử không nhỏ hơn 1011 bằng

A. 2^{2020}. **B.** 2^{2021}. **C.** 2020. **D.** 2^{2019}.

Câu 22. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $C_n^k = C_n^{n-k}$. **B.** $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$.

C. $A_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-k-1)$. **D.** $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=x(1-x)\left(x^2-3x+2\right)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt. **D.** (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, $AA'C$, $A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK)?

A. $(A'BC')$. **B.** $(AA'B)$. **C.** $(BB'C)$. **D.** $(AA'C)$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a, AD=4a$; $SA=a\sqrt{15}$, $SA\perp(ABCD)$, M là trung điểm AD, N thuộc cạnh BC sao cho $BC=4BN$. Khoảng cách giữa MN và SD là

A. $\frac{2\sqrt{33}a}{11}$. **B.** $\frac{2\sqrt{690}a}{23}$. **C.** $\frac{\sqrt{33}a}{11}$. **D.** $\frac{\sqrt{690}a}{23}$.

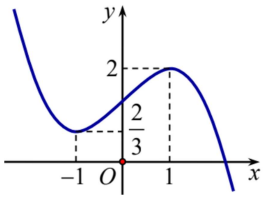
Câu 26. Tính thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng $2a$.

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 27. Cho 40 thẻ được đánh số từ 1 đến 40, chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên 3 thẻ được chọn là một số chia hết cho 3 bằng :

A. $\frac{9}{95}$. **B.** $\frac{127}{380}$. **C.** $\frac{11}{380}$. **D.** $\frac{11}{190}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$.



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 29. Gọi S là tập các giá trị nguyên của $m\in[-2020;2020]$ để phương trình $2\sin^2 x+m\sin 2x=2m$ vô

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 2020. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

A. Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

B. Hàm số $f(x)$ có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số $f(x)$ có một điểm cực tiểu và hai điểm cực đại.

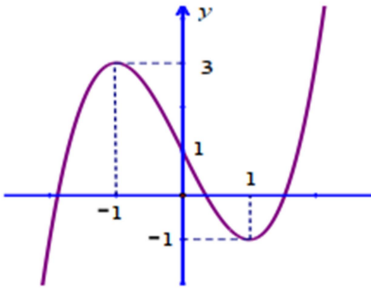
Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $BC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\dfrac{\sqrt{15}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{2\sqrt{15}a^3}{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^{2019}\left(x^2-x-2\right)^{2020}(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(\cos x)|=-2m+3$ có 4 nghiệm thuộc khoảng $[0;2\pi]$ là



A. $\{1\}$. **B.** $\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$. **C.** $\left[1;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $3a$. Gọi M thuộc cạnh $B'C'$ sao cho $MC'=2MB'$, N thuộc cạnh AC sao cho $AC=4NC$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại Q. Tính thể tích V của khối đa diện $CQN.C'MA'$.

A. $V=\dfrac{189\sqrt{3}a^3}{64}$. **B.** $V=\dfrac{63\sqrt{3}a^3}{32}$. **C.** $V=\dfrac{63\sqrt{3}a^3}{16}$. **D.** $V=\dfrac{31\sqrt{3}a^3}{16}$.

Câu 35. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA'=a$. Khoảng cách giữa AB' và CC' bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36. Giá trị m để hàm số $y=\frac{2^{-x}-2}{2^{-x}-m}$ nghịch biến trên $(-1;0)$ là

A. $m>2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\le 1$.

Câu 37. Gọi S là tập các giá trị nguyên m để phương trình $9.\left(\sqrt{10}+3\right)^x+\left(\sqrt{10}-3\right)^x-m+2020=0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt. Số tập con của S là

A. 7. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 38. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-15x$ trên đoạn $[-4;1]$ bằng

A. 22. **B.** -14. **C.** $-10\sqrt{5}$. **D.** $10\sqrt{5}$.

Câu 39. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$, khi đó bán kính mặt cầu là

A. $R=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R=\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $R=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 40. Một khối nón có đường sinh bằng $2a$ và diện tích xung quanh của mặt nón bằng πa^2. Tính thể tích của khối nón đã cho?

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{24}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	15	↘	-17	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-17;15)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 42. Cho tứ diện $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $BC=4a, SA=a\sqrt{3}$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cạnh bên SB tạo với đáy 1 góc bằng 30^0. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp $SABC$.

A. $V=\frac{28\sqrt{7}\pi a^3}{3}$. **B.** $V=28\sqrt{7}\pi a^3$. **C.** $V=28\pi a^3$. **D.** $V=\frac{20\sqrt{5}\pi a^3}{6}$.

Câu 43. Biết đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-1$ có hai điểm cực trị A,B. Khi đó phương trình đường trung trực của đoạn AB là

A. $x-2y-2=0$. **B.** $2x+y-1=0$. **C.** $2x+y+1=0$. **D.** $x-2y+3=0$.

Câu 44. Cho 2 hàm số $y=\log_2(x+2)(C_1)$ và $y=\log_2 x+1(C_2)$. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của $(C_1);(C_2)$ và trục hoành, C là giao điểm của (C_1) và (C_2). Diện tích tam giác ABC bằng

A. 3 (đvdt). **B.** $\frac{3}{4}$ (đvdt). **C.** $\frac{3}{2}$ (đvdt). **D.** $\frac{1}{2}$ (đvdt).

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 45. Cho hai hàm số $y=x(x-2)(x-3)(m-|x|); y=x^4-6x^3+5x^2+11x-6$ có đồ thị lần lượt là $(C_1);(C_2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để (C_1) cắt (C_2) tại 4 điểm phân biệt.

A. 2021. **B.** 2019. **C.** 4041. **D.** 2020.

Câu 46. Số nghiệm của phương trình $e^{\frac{x^2}{2}+x-2020}=\ln(x^2-2)+\frac{x^2}{2}-x+2018$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 47. Tập xác định của hàm số $y=(9-x^2)^{\frac{1}{2020}}$ là:

A. $[-3;3]$. **B.** $(-3;3)$. **C.** $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 48. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_4=7$; $u_{10}=56$. Tìm công bội q.

A. $q=\pm 2$. **B.** $q=\pm\sqrt{2}$. **C.** $q=\sqrt{2}$. **D.** $q=2$.

Câu 49. Cho một hình nón đỉnh S có độ dài đường sinh bằng $10cm$, bán kính đáy bằng $6cm$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh (S) có chiều cao bằng $\frac{16}{5}cm$. Tính diện tích xung quang của khối nón (N).

A. $S=\frac{48}{10}\pi cm^2$. **B.** $S=\frac{48}{5}\pi cm^2$. **C.** $S=\frac{48}{5}cm^2$. **D.** $S=\frac{96}{5}\pi cm^2$.

Câu 50. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng a. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. a^3. **B.** $\frac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $\frac{1}{27}a^3$. **D.** $\frac{8}{27}a^3$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH
TRƯỜNG THPT QUẾ VÕ 1

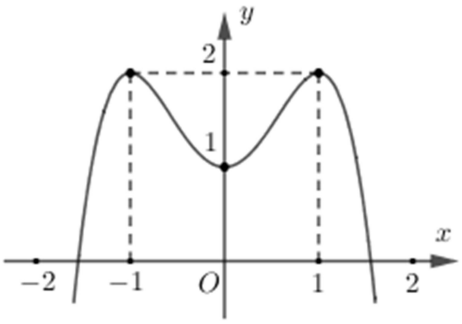
ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	D	B	D	C	D	C	C	B	A	C	B	B	A	D	A	B	A	C	A	C	D	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	C	C	A	D	D	C	B	B	D	D	D	D	B	D	A	D	C	A	A	B	B	B	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ sau?



A. $y=2x^4-x^2+1$. **B.** $y=-x^4+x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có đồ thị trên là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương có bề lõm hướng xuống nên hệ số $a<0$ nên loại đáp án A và D.

Xét điểm $(1;2)$ thuộc đồ thị hàm số trên.

Thay $(1;2)$ vào $y=-x^4+x^2+1$ ta được $2=1$ (vô lý).

Thay $(1;2)$ vào $y=-x^4+2x^2+1$ ta được $2=2$ (đúng).

Nên đồ thị trong hình vẽ trên là đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 2. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{\sin 2x}{\cos x+1}=0$ trên đoạn $[0;2020\pi]$ là

A. 3030. **B.** 2020. **C.** 3031. **D.** 4040.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\cos x+1\neq 0\Leftrightarrow x\neq \pi+l2\pi\,(l\in\mathbb{Z})$.

Ta có:

$$\frac{\sin 2x}{\cos x+1}=0\Leftrightarrow \sin 2x=0\Leftrightarrow 2x=k\pi\,(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}\,(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+m\pi\,(m\in\mathbb{Z}) \\ x=n2\pi\,(n\in\mathbb{Z}) \\ x=\pi+p2\pi\,(p\in\mathbb{Z}) \end{array}\right.$$

So lại với điều kiện, phương trình có họ nghiệm là $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+m\pi\left(m\in\mathbb{Z}\right) \\ x=n2\pi\left(n\in\mathbb{Z}\right) \end{array}\right.$.

Xét $0\le\dfrac{\pi}{2}+m\pi\le 2020\pi\Leftrightarrow-\dfrac{\pi}{2}\le m\pi\le\dfrac{4039}{2}\pi\Leftrightarrow-\dfrac{1}{2}\le m\le\dfrac{4039}{2}$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên có 2020 giá trị m thỏa mãn đề bài.

Xét $0\le n2\pi\le 2020\pi\Leftrightarrow 0\le n\pi\le 1010$. Vì $n\in\mathbb{Z}$ nên có 1011 giá trị n thỏa mãn đề bài.

Vậy phương trình có tổng cộng 3031 nghiệm trên đoạn $\left[0;2020\pi\right]$.

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $\log_4\left(3x^2+x\right)=\dfrac{1}{2}$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_4\left(3x^2+x\right)=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 3x^2+x=2$

$\Leftrightarrow 3x^2+x-2=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 4. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^5}a^4$ bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** 20. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{a^5}a^4=\dfrac{4}{5}\log_a a=\dfrac{4}{5}$.

Câu 5. Khối chóp có một nửa diện tích đáy là S, chiều cao là $2h$ thì có thể tích là:

A. $V=\dfrac{1}{2}S.h$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}S.h$. **C.** $V=S.h$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}S.h$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức thể tích khối chóp ta có: $V=\dfrac{1}{3}2S.2h=\dfrac{4}{3}S.h$.

Câu 6. Gọi l,h,R lần lượt có độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ $\left(T\right)$. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ $\left(T\right)$ là:

A. $S_{tp}=\pi Rl+2\pi R^2$. **B.** $S_{tp}=\pi Rh+\pi R^2$.

C. $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2$. **D.** $S_{tp}=\pi Rh+\pi R^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S_{tp}=2\pi Rl+2\pi R^2=2\pi Rh+2\pi R^2$ nên chọn đáp án C.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2\cos x+1=0$ là

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn D

Ta có $2\cos x+1=0 \Leftrightarrow \cos x=-\frac{1}{2}=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 8. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x-3}{x^2-2mx+2m^2-9}$ có đúng 3 đường tiệm cận. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Do đó đồ thị hàm số $y=\frac{x-3}{x^2-2mx+2m^2-9}$ có đúng 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-2mx+2m^2-9=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 3

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ 3^2-2.m.3+2m^2-9\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9-m^2>0\\ m^2-3m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3<m<3\\ m\neq 0; m\neq 3\end{cases}$$

Mà m nguyên nên $m\in\{-2;-1;1;2\}$. Vậy số phần tử của S là 4.

Câu 9. Nhà bạn Minh cần khoan một cái giếng nước. Biết rằng giá tiền của mét khoan đầu tiên là 200.000 đ và kể từ mét khoan thứ hai, giá tiền của mỗi mét sau tăng thêm 7% so với giá tiền của mét khoan ngay trước nó. Hỏi nếu nhà bạn An khoan cái giếng sâu 30 m thì hết bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 18895000 đ. **B.** 1422851 đ. **C.** 18892000 đ. **D.** 18892200 đ.

Lời giải

Chọn C

Bài toán tổng quát:

Giả sử giá tiền của mét khoan đầu tiên là x (đồng) và giá tiền của mỗi mét sau tăng thêm $y\%$ so với giá tiền của mét khoan ngay trước đó ($x>0$; $y>0$). Ta có:

- Giá tiền mét khoan đầu tiên là $S_1=x$ (đồng)
- Giá tiền mét khoan thứ hai là $S_2=x+\frac{y}{100}\cdot x=\frac{y+100}{100}\cdot x$ (đồng)
- Giá tiền của mét khoan thứ ba là $S_3=S_2+\frac{y}{100}\cdot S_2=\frac{y+100}{100}\cdot S_2=\left(\frac{y+100}{100}\right)^2\cdot x$ (đồng)
- Giá tiền của mét khoan thứ ba là $S_4=S_3+\frac{y}{100}\cdot S_3=\frac{y+100}{100}\cdot S_3=\left(\frac{y+100}{100}\right)^3\cdot x$ (đồng)

.....

- Giá tiền của mét khoan thứ n là $S_n=S_{n-1}+\frac{y}{100}\cdot S_{n-1}=\frac{y+100}{100}\cdot S_{n-1}=\left(\frac{y+100}{100}\right)^{n-1}\cdot x$ (đồng)

$\Rightarrow$ Giá tiền để khoan cái giếng sâu n mét là:

$$S=S_1+S_2+S_2+\cdots+S_n=\left[1+\frac{y+100}{100}+\left(\frac{y+100}{100}\right)^2+\cdots+\left(\frac{y+100}{100}\right)^{n-1}\right]\cdot x$$

Đặt $k=\frac{y+100}{100} \Rightarrow S=\left(1+k+k^2+\cdots+k^{n-1}\right)\cdot x=\frac{x\left(1-k^n\right)}{1-k}$

Áp dụng: Với $x=200000$; $y=7$ và $n=30$ ta có:

$k=1,07$ và $S_{30}=\frac{200000.\left(1-1,07^{30}\right)}{1-1,07}\approx 18892000$ (đồng)

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Vậy nếu nhà bạn An khoan cái giếng sâu $30\,\text{m}$ thì hết 18892000 đồng.

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-4y-11=0$. Tìm bán kính của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2020$ và phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}=(2019;2020)$ là:

A. 16. **B.** 8080. **C.** 32320. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-4y-11=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=4^2$

$\Rightarrow$ Bán kính của đường tròn (C) là $R=4$

Phép vị tự tâm O, tỉ số $k=-2020$ biến đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính là $R_1=|-2020|R=2020.4=8080$

Phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}=(2019;2020)$ biến đường tròn R' thành đường tròn có cùng bán kính

Vậy bán kính của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2020$ và phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}=(2019;2020)$ là 8080.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x-cos2x$.

A. $f'(x)=3\sin 2x$. **B.** $f'(x)=2\sin x+\sin 2x$.

C. $f'(x)=-\sin 2x$. **D.** $f'(x)=2\sin x+2\sin 2x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\sin^2 x-cos2x$.

$\Rightarrow f'(x)=2\sin x.\cos x+\sin 2x.2=\sin 2x+2\sin 2x=3\sin 2x$.

Câu 12. Biết giới hạn $\lim\dfrac{3-2n}{5n+1}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $a,b\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính ab.

A. 6. **B.** 3. **C.** -10. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\dfrac{3-2n}{5n+1}=\lim\dfrac{\dfrac{3}{n}-2}{5+\dfrac{1}{n}}=-\dfrac{2}{5}$.

Vậy $ab=-10$.

Câu 13. Cho a là số thực dương thỏa mãn $a\neq 10$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log\left(\dfrac{100}{a}\right)=2-\log a$. **B.** $\log a^{10}=a$.

C. $\log 10^a=a$. **D.** $\log(1000.a)=3+\log a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log a^{10}=10\log a\neq a$.

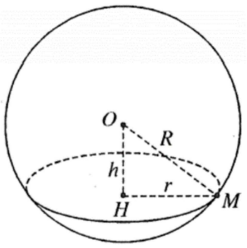
Câu 14. Cho mặt cầu (S) có tâm O, bán kính 6. Biết khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (α) bằng 4. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính bằng

A. $r=10$. **B.** $r=2\sqrt{5}$. **C.** $r=\sqrt{52}$. **D.** $r=2$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Dựa vào hình vẽ, ta có: $R=6$, $h=4$ và bán kính cần tìm của đường tròn giao tuyến là r.

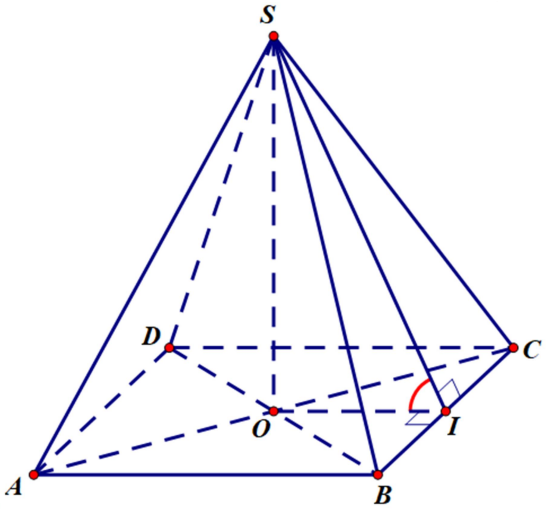
Sử dụng định lý Pitago: $r^2=R^2-h^2=6^2-4^2=20\Rightarrow r=2\sqrt{5}$.

Câu 15. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, cạnh đáy bằng a, $d(S,(ABCD))=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên ta suy ra $SO\perp(ABCD)$, do đó $d(S,(ABCD))=SO$ hay ta có $SO=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là trung điểm của BC ta có $\begin{cases}OI\perp BC\\SI\perp BC\end{cases}$ suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SIO}$.

Ta có $\tan\widehat{SIO}=\dfrac{SO}{IO}=\dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}}=\sqrt{3}$, do vậy $\widehat{SIO}=60°$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{1-2x}$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN TOÁN

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-1}{1-2x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{1}{x}-2}=-\dfrac{1}{2}$.

Do đó $y=-\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{1-2x}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

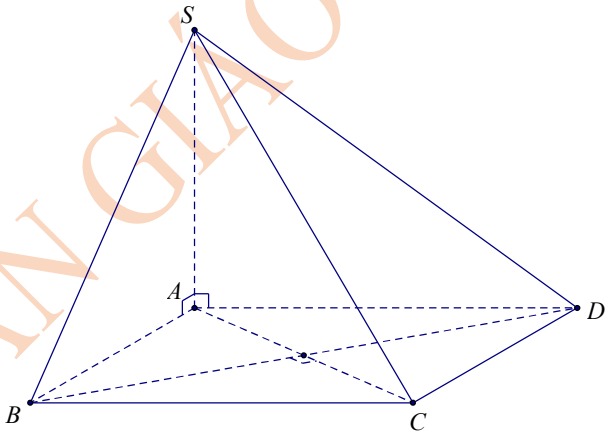
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 1.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi $AC=2a, BD=3a, SA=a$, SA vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}AC.BD=\dfrac{1}{2}.2a.3a=3a^2$.

Do đó $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a.3a^2=a^3$.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+2}\geq 9$ là

A. $(-\infty;-4]$. **B.** $[-4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;4]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình đã cho tương đương với

$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+2}\geq\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}\Leftrightarrow x+2\leq -2\Leftrightarrow x\leq -4.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-\infty;-4]$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 20. Cho hàm số $y=\dfrac{x+a}{bx-2}\,(ab\neq -2)$. Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(-1;2)$ song song với đường thẳng $d:3x-y-7=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng

A. -13. **B.** 4. **C.** 32. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{-2-ab}{(bx-2)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $A(-1;2)$ là

$\Delta: y=y'(-1).(x+1)+2$ hay $\Delta: y=y'(-1).x+2+y'(-1)$.

Để Δ song song với đường thẳng $d:y=3x-7$ thì $\begin{cases} y'(-1)=3 \\ 2+y'(-1)\neq -7 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-2-ab}{(b+2)^2}=3 \quad (1) \\ 2+\dfrac{-2-ab}{(b+2)^2}\neq -7 \quad (2) \end{cases}.$$

Mà điểm $A(-1;2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $\dfrac{1-a}{b+2}=2\Leftrightarrow a=-2b-3$ thay vào (1) ta được

$\dfrac{-2-b(-2b-3)}{(b+2)^2}=3\Leftrightarrow \begin{cases} b^2+9b+14=0 \\ b\neq -2 \end{cases}\Leftrightarrow b=-7$ suy ra $a=11$ thỏa mãn (2).

Vậy $a-3b=11-3.(-7)=32$.

Câu 21. Cho tập hợp A gồm 2021 phần tử. Số tập con của tập A có số phần tử không nhỏ hơn 1011 bằng

A. 2^{2020}. **B.** 2^{2021}. **C.** 2020. **D.** 2^{2019}.

Lời giải

Chọn A

Số tập con của A có số phần tử $n\geq 1011$ là

$$C_{2021}^{1011}+C_{2021}^{1012}+\ldots+C_{2021}^{2020}+C_{2021}^{2021}=C_{2021}^{1010}+C_{2021}^{1009}+\ldots+C_{2021}^{1}+C_{2021}^{0}.$$

Do $C_{2021}^{0}+C_{2021}^{1}+\ldots+C_{2021}^{1010}+C_{2021}^{1011}+C_{2021}^{1012}+\ldots+C_{2021}^{2020}+C_{2021}^{2021}=(1+1)^{2021}=2^{2021}$.

Khi đó

$2\left(C_{2021}^{0}+C_{2021}^{1}+\ldots+C_{2021}^{1010}+C_{2021}^{1011}\right)=2^{2021}\Rightarrow C_{2021}^{0}+C_{2021}^{1}+\ldots+C_{2021}^{1010}+C_{2021}^{1011}=2^{2020}$.

Câu 22. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $C_n^k=C_n^{n-k}$. **B.** $C_n^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^k$.

C. $A_n^k=n(n-1)(n-2)\ldots(n-k-1)$. **D.** $C_n^k=\dfrac{A_n^k}{k!}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}=n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)$

Nên khẳng định $A_n^k=n(n-1)(n-2)\ldots(n-k-1)$ sai.

Câu 23. Cho hàm số $y=x(1-x)(x^2-3x+2)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt. **D.** (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn D

Hàm số $y=x(1-x)(x^2-3x+2)$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Phương trình $x(1-x)(x^2-3x+2)=0 \Leftrightarrow x(1-x)(x-1)(x-2)=0$

$\Leftrightarrow -x(x-1)^2(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right. \Rightarrow$ Phương trình có ba nghiệm phân biệt

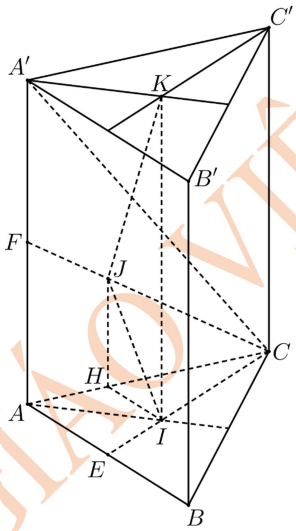
Vậy (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, $AA'C$, $A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK)?

A. $(A'BC')$. **B.** $(AA'B)$. **C.** $(BB'C)$. **D.** $(AA'C)$.

Lời giải

Chọn B



Do I và K là trọng tâm của ΔABC và $A'B'C'$ nên $IK \parallel AA' \Rightarrow AA' \parallel (IJK)$ (1)

Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AA' và $AB \Rightarrow \dfrac{CJ}{CF}=\dfrac{2}{3}$ và $\dfrac{CI}{CE}=\dfrac{2}{3}$

Kẻ $JH \parallel AA'$, $H \in AC \Rightarrow \dfrac{CH}{CA}=\dfrac{CJ}{CF}=\dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{CH}{CA}=\dfrac{CI}{CE} \Rightarrow HI \parallel AE$ hay $AB \parallel HI$

$JH \parallel AA' \Rightarrow JH \parallel IK \Rightarrow H \in (IJK) \Rightarrow HI \subset (IJK)$, mà $AB \parallel HI \Rightarrow AB \parallel (IJK)$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ mặt phẳng (IJK) song song với mặt phẳng $(AA'B)$

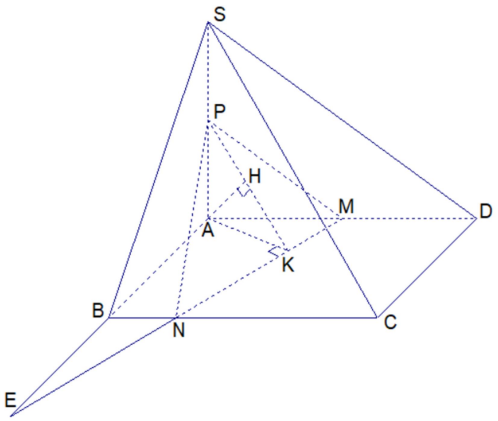
Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a, AD=4a$; $SA=a\sqrt{15}$, $SA \perp (ABCD)$, M là trung điểm AD, N thuộc cạnh BC sao cho $BC=4BN$. Khoảng cách giữa MN và SD là

A. $\dfrac{2\sqrt{33}a}{11}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{690}a}{23}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{33}a}{11}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{690}a}{23}$.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi P là trung điểm SA. Ta có $SD//MP \Rightarrow SD//(MNP)$

Do đó $d(SD,MN)=d(SD,(MNP))=d(D,(MNP))=d(A,(MNP))$ (vì M là trung điểm AD)

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ kẻ $AK \perp MN$ và trong mặt phẳng (AKP) kẻ $AH \perp PK$

Suy ra $d(A,(MNP))=AH$

Ta có $AP=\dfrac{SA}{2}=\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$

Gọi $E=MN\cap AB \Rightarrow AE=2a$.

ΔAME vuông tại $A \Rightarrow \dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AE^2}=\dfrac{1}{4a^2}+\dfrac{1}{4a^2}=\dfrac{1}{2a^2}$

ΔAKP vuông tại $A \Rightarrow \dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AK^2}+\dfrac{1}{AP^2}=\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{4}{15a^2}=\dfrac{23}{30a^2} \Rightarrow AH=\dfrac{\sqrt{690}a}{23}$

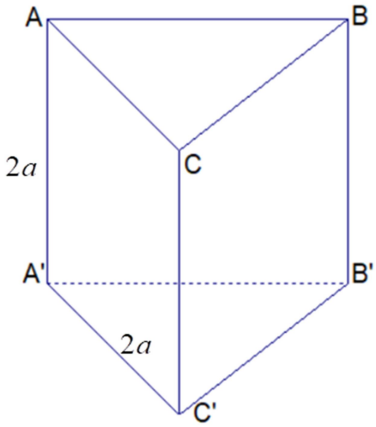
Vậy $d(SD,MN)=\dfrac{\sqrt{690}a}{23}$

Câu 26. Tính thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng $2a$.

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



ΔABC đều cạnh $2a \Rightarrow S_{\Delta ABC}=a^2\sqrt{3}$

Vậy thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là

$V=AA'.S_{\Delta ABC}=2a.a^2\sqrt{3}=2\sqrt{3}a^3$

Câu 27. Cho 40 thẻ được đánh số từ 1 đến 40, chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên 3 thẻ được chọn là một số chia hết cho 3 bằng :

A. $\dfrac{9}{95}$. **B.** $\dfrac{127}{380}$. **C.** $\dfrac{11}{380}$. **D.** $\dfrac{11}{190}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn B

Gọi không gian mẫu là Ω.

Chọn 3 từ 40 thẻ có C_{40}^3 cách.

$\Rightarrow n(\Omega)=C_{40}^3=9880$.

Gọi A : "Tổng 3 số ghi trên thẻ là một số chia hết cho 3 ".

Các số chia hết cho 3 từ 1 đến 40 là : $\{3;6;9;.....30;33;36;39\}$: có 13 số.

Các số chia cho 3 dư 1 từ 1 đến 40 là : $\{1;4;7;.....31;34;37;40\}$: có 14 số.

Các số chia cho 3 dư 2 từ 1 đến 40 là : $\{2;5;8;.....32;35;38\}$: có 13 số.

Trường hợp 1 : 3 số cùng chia hết cho 3; chia cho 3 dư 1; chia cho 3 dư 2:

có : $C_{13}^3+C_{13}^3+C_{14}^3=286+286+364=936$ cách.

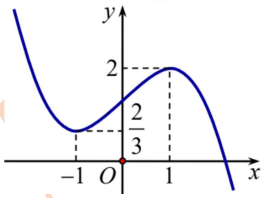
Trường hợp 2 : 1 số chia hết cho 3, 1 số chia cho 3 dư 1 và 1 số chia cho 3 dư 2 :

có : $C_{13}^1.C_{13}^1.C_{14}^1=2366$ cách.

Vậy số cách chọn để được tổng 3 số chia hết cho 3 là : $936+2366=3302$ cách. $\Rightarrow n(A)=3302$.

Xác suất biến cố A là : $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{3302}{9880}=\dfrac{127}{380}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$.



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$2f(x)-3=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}\ (1)$.

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của 2 đường :

$y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là 3 nghiệm.

Câu 29. Gọi S là tập các giá trị nguyên của $m\in[-2020;2020]$ để phương trình $2\sin^2 x+m\sin 2x=2m$ vô nghiệm. Tính tổng các phần tử của S.

A. 2020. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2\sin^2 x+m\sin 2x=2m\Leftrightarrow 2\cdot\left(\dfrac{1-\cos 2x}{2}\right)+m\sin 2x=2m\Leftrightarrow m\sin 2x-\cos 2x=2m-1$.

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m^2+(-1)^2<(2m-1)^2\Leftrightarrow 3m^2-4m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<0\\ m>\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$.

Do m nguyên và $m\in[-2020;2020]$ nên suy ra $m\in\{-2020;-2019;...;-2;-1;2;...;2019;2020\}$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Vậy tổng các phần từ của S bằng -1.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

A. Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

B. Hàm số $f(x)$ có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số $f(x)$ có một điểm cực tiểu và hai điểm cực đại.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên của $f'(x)$, ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \in (-\infty;-1) \\ x=x_2 \in (-1;1) \\ x=x_3 \in (1;+\infty) \end{array}\right.$.

$f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm x_1, suy ra x_1 là điểm cực tiểu.

$f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm x_2, suy ra x_2 là điểm cực đại.

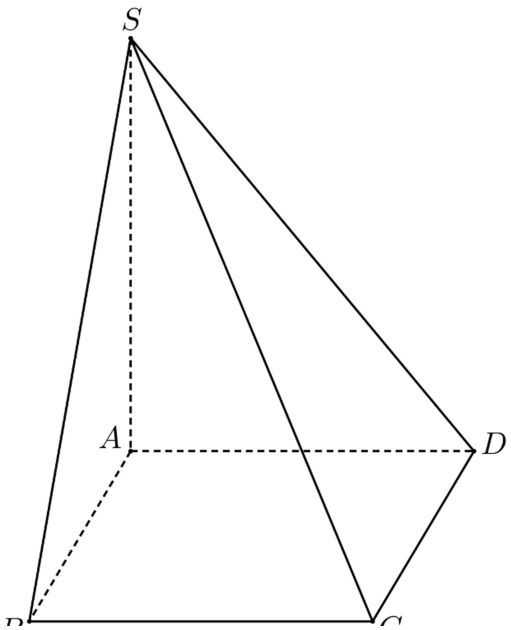
$f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm x_3, suy ra x_3 là điểm cực tiểu.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $BC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\dfrac{\sqrt{15}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{2\sqrt{15}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$, mà $BC \perp AB$ (hình chữ nhật $ABCD$) $\Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow B$ là hình chiếu của C trên mặt phẳng $(SAB) \Rightarrow \widehat{BSC} = (SC,(SAB)) = 30°$

ΔBSC vuông tại B, ta có: $SB = BC.\cot \widehat{BSC} = a\sqrt{3}.\cot 30° = 3a$

ΔSAB vuông tại A, ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{9a^2 - 4a^2} = \sqrt{5a^2} = a\sqrt{5}$

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $AB.BC = 2a.a\sqrt{3} = 2a^2\sqrt{3}$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{5} \cdot 2a^2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{15}a^3}{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^{2019}(x^2 - x - 2)^{2020}(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

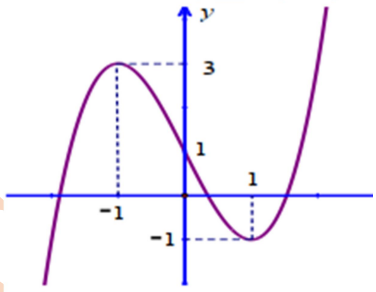
Chọn D

Biến đổi: $f'(x) = (x-2)^{2019}(x+1)^{2020}(x-2)^{2020}(x+3)^3 = (x-2)^{4039}(x+1)^{2020}(x+3)^3$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị có hoành độ dương là $x = 2$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(|x|)$ có $2.1 + 1 = 3$ điểm cực trị.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(\cos x)| = -2m + 3$ có 4 nghiệm thuộc khoảng $[0;2\pi]$ là



A. $\{1\}$. **B.** $\left[1;\frac{3}{2}\right]$. **C.** $\left[1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \cos x$, với $x \in [0;2\pi]$ ta có $t \in [-1;1]$ và:

+ Nếu $t \in (-1;1]$ thì tương ứng mỗi giá trị của t ta được 2 giá trị của $x \in [0;2\pi]$.

+ Nếu $t = -1$ thì ta chỉ được duy nhất giá trị $x = \pi \in [0;2\pi]$.

Phương trình được viết lại: $|f(t)| = -2m + 3$ (1)

Trường hợp 1. $m > \frac{3}{2}$ thì (1) vô nghiệm nên phương trình đã cho vô nghiệm.

Trường hợp 2. $m = \frac{3}{2}$, khi đó (1) viết về $|f(t)| = 0 \Leftrightarrow f(t) = 0$, từ đồ thị có thể thấy phương trình thu được có đúng 1 nghiệm duy nhất trên $[-1;1]$ nên phương trình đã cho không thể có 4 nghiệm $x \in [0;2\pi]$.

Trường hợp 3. $m < \frac{3}{2}$, khi đó ta có $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(t) = -2m + 3 \ (2) \\ f(t) = 2m - 3 \quad (3). \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta thấy: Để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thì điều kiện cần và đủ là mỗi phương trình (2) và (3) phải có đúng một nghiệm trên $(-1;1]$ ta có điều kiện:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\begin{cases} -2m+3<3 \\ 2m-3\ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 1.$

Kết hợp lại ta được $1\le m<\dfrac{3}{2}$.

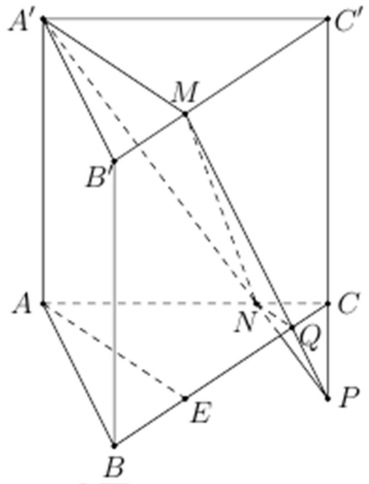
Câu 34. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $3a$. Gọi M thuộc cạnh $B'C'$ sao cho $MC'=2MB'$, N thuộc cạnh AC sao cho $AC=4NC$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại Q. Tính thể tích V của khối đa diện $CQN.C'MA'$.

A. $V=\dfrac{189\sqrt{3}a^3}{64}$. **B.** $V=\dfrac{63\sqrt{3}a^3}{32}$. **C.** $V=\dfrac{63\sqrt{3}a^3}{16}$. **D.** $V=\dfrac{31\sqrt{3}a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1.



Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt các mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ theo các giao tuyến song song nên Q là giao điểm của đường thẳng qua N song song với $A'M$ với cạnh BC.

Kéo dài các đường $A'N$, MQ và $C'C$ đồng quy tại cùng một điểm P (3 mặt phẳng cắt nhau theo 3 giao tuyến đồng quy).

Như vậy khối đa diện cần tính thể tích là một khối chóp cụt.

Ta có $C'M=\dfrac{2}{3}B'C'=2a$, $S_1=S_{\Delta A'C'M}=\dfrac{1}{2}A'C'.C'M.\sin 60°=\dfrac{1}{2}.3a.2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{2}$.

Gọi E là điểm trên cạnh BC sao cho $EC=2EB$ thì $A'M//AE$ nên

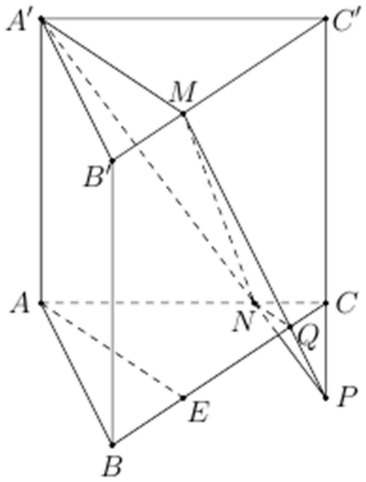
$$\dfrac{CQ}{CE}=\dfrac{CN}{CA}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow CQ=\dfrac{1}{4}CE=\dfrac{1}{4}C'M=\dfrac{1}{2}a.$$

Diện tích tam giác CNQ là $S_2=S_{\Delta CNQ}=\dfrac{1}{2}CQ.CN.\sin 60°=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{3a}{4}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{32}$.

Vậy $V_{CNQ.C'A'M}=\dfrac{CC'}{3}\left(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2}\right)=a\left(\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{32}+\sqrt{\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{2}.\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{32}}\right)=\dfrac{63\sqrt{3}a^3}{32}$.

Cách 2.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt các mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ theo các giao tuyến song song nên Q là giao điểm của đường thẳng qua N song song với $A'M$ với cạnh BC.
Kéo dài các đường $A'N$, MQ và $C'C$ đồng quy tại cùng một điểm P (3 mặt phẳng cắt nhau theo 3 giao tuyến đồng quy).

Ta có $C'M=\frac{2}{3}B'C'=2a$, $S_{\Delta A'C'M}=\frac{1}{2}A'C'.C'M.\sin 60°=\frac{1}{2}.3a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$.

Lại có $\frac{PC}{PC'}=\frac{CN}{A'C'}=\frac{CN}{AC}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{PC}{CC'}=\frac{1}{3}\Rightarrow PC=\frac{1}{3}.3a=a\Rightarrow PC'=4a$.

Thể tích khối chóp $P.C'A'M$ là $V_{P.C'A'M}=\frac{1}{3}.4a.\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}=2\sqrt{3}a^3$.

Gọi E là điểm trên cạnh BC sao cho $EC=2EB$ thì $A'M//AE$ nên

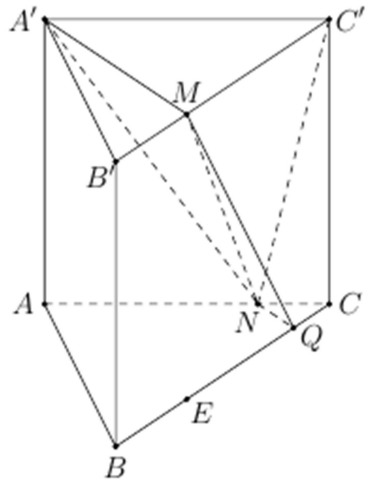
$$\frac{CQ}{CE}=\frac{CN}{CA}=\frac{1}{4}\Rightarrow CQ=\frac{1}{4}CE=\frac{1}{4}C'M=\frac{1}{2}a.$$

Ta có $S_{\Delta CNQ}=\frac{1}{2}d(N,CQ).CQ=\frac{1}{2}.\frac{1}{4}.d(A,BC).CQ=\frac{1}{8}.\frac{3a\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}a=\frac{3a^2\sqrt{3}}{32}$.

Thể tích khối chóp $P.CNQ$ là $V_{P.CNQ}=\frac{1}{3}PC.S_{\Delta CNQ}=\frac{1}{3}.a.\frac{3a^2\sqrt{3}}{32}=\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Vậy $V_{CNQ.C'A'M}=V_{P.C'A'M}-V_{P.CNQ}=2\sqrt{3}a^3-\frac{a^3\sqrt{3}}{32}=\frac{63\sqrt{3}a^3}{32}$.

Cách 3.



Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt các mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ theo các giao tuyến song song nên Q là giao điểm của đường thẳng qua N song song với $A'M$ với cạnh BC.

Ta có $V_{\quad}=V_{\quad}+V_{\quad}$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có $C'M=\frac{2}{3}B'C'=2a$, $S_{\Delta A'C'M}=\frac{1}{2}A'C'.C'M.\sin 60^\circ=\frac{1}{2}.3a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$.

$$V_{CNQ.C'A'M}=\frac{1}{3}.CC'.S_{\Delta A'C'M}=\frac{1}{3}.3a.\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}=\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}.$$

Gọi E là điểm trên cạnh BC sao cho $EC=2EB$ thì $A'M//AE$ nên $NQ//AE$, ta có:

$$\frac{CQ}{CE}=\frac{CN}{CA}=\frac{1}{4}\Rightarrow CQ=\frac{1}{4}CE=\frac{1}{4}C'M=\frac{1}{2}a.$$

Diện tích hình thang $CQMC'$ là $S_{\Delta CQNC'}=\frac{1}{2}CC'\left(CQ+C'M\right)=\frac{1}{2}.3a.\left(\frac{1}{2}a+2a\right)=\frac{15a^2}{4}$.

Thể tích khối chóp $N.CQMC'$ là

$$V_{N.CQMC'}=\frac{1}{3}.d\left(N,\left(CQMC'\right)\right).S_{\Delta CQNC'}=\frac{1}{3}.\frac{1}{4}d\left(A,\left(BCC'B'\right)\right).S_{\Delta CQNC'}=\frac{1}{12}.\frac{3a\sqrt{3}}{2}.\frac{15a^2}{4}=\frac{15\sqrt{3}a^3}{32}$$

Thể tích khối đa diện cần tìm là

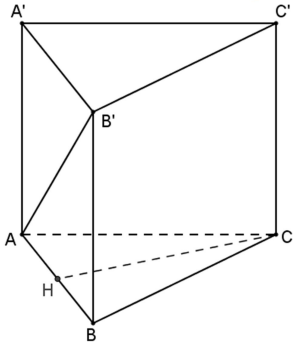
$$V_{CNQ.C'A'M}=V_{N.MC'A'}+V_{N.CQMC'}=\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}+\frac{15\sqrt{3}a^3}{32}=\frac{63\sqrt{3}a^3}{32}.$$

Câu 35. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA'=a$. Khoảng cách giữa AB' và CC' bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $BB'//CC'\Rightarrow CC'//\left(ABB'\right)$ hay $CC'//\left(ABB'A'\right)$.

Do đó $d\left(AB',CC'\right)=d\left(CC',\left(ABB'A'\right)\right)=d\left(C,\left(ABB'A'\right)\right)$.

Kẻ $CH\perp AB$ tại H.

Ta có $CH\perp AB$ và $CH\perp BB'$ nên $CH\perp\left(ABB'A'\right)$.

Do đó $d\left(AB',CC'\right)=d\left(C,\left(ABB'A'\right)\right)=CH=a\sqrt{3}$.

Trong tam giác ABC có $HB^2+HC^2=BC^2\Leftrightarrow\frac{BC^2}{4}+3a^2=BC^2\Leftrightarrow BC=2a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=AA'.\frac{1}{2}BA.BC.\sin 60^\circ=a.\frac{1}{2}.2a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2}=a^3\sqrt{3}$.

Câu 36. Giá trị m để hàm số $y=\frac{2^{-x}-2}{2^{-x}-m}$ nghịch biến trên $\left(-1;0\right)$ là

A. $m>2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\le 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\frac{2-m}{\left(2^{-x}-m\right)^2}.\left(2^{-x}\right)'=\frac{2-m}{\left(2^{-x}-m\right)^2}.\left(-2^{-x}.\ln 2\right)$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Nhận xét: Với $x\in(-1;0)\Rightarrow 2^{-x}\in(1;2)$

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;0)\Leftrightarrow\begin{cases}2^{-x}\neq m\\ y'<0\end{cases}\forall x\in(-1;0)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m\geq 2\\ m\leq 1\end{array}\right.\\ 2-m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m\geq 2\\ m\leq 1\end{array}\right.\\ m<2\end{cases}\Leftrightarrow m\leq 1.$$

Vậy với $m\leq 1$ thì hàm số $y=\dfrac{2^{-x}-2}{2^{-x}-m}$ nghịch biến trên $(-1;0)$.

Câu 37. Gọi S là tập các giá trị nguyên m để phương trình $9.\left(\sqrt{10}+3\right)^x+\left(\sqrt{10}-3\right)^x-m+2020=0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt. Số tập con của S là

A. 7. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Do $\left(\sqrt{10}+3\right)^x.\left(\sqrt{10}-3\right)^x=1$, nên

Đặt $\left(\sqrt{10}+3\right)^x=t$ với $t>0\Rightarrow\left(\sqrt{10}-3\right)^x=\dfrac{1}{t}$, ta có phương trình

$9t+\dfrac{1}{t}-m+2020=0\Leftrightarrow m=9t+\dfrac{1}{t}+2020\ \ (*)$.

Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm âm phân biệt $\Leftrightarrow$ $(*)$ có hai nghiệm $t\in(0;1)$.

Xét hàm số $f(t)=9t+\dfrac{1}{t}+2020\Rightarrow f'(t)=9-\dfrac{1}{t^2}$.

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=\pm\dfrac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{1}{3}$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	2026	$\nearrow$	2030

Do đó, $m\in(2026;2029)$. Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow S=\{2027;2028;2029\}$.

Vậy số tập con của S là 8.

Câu 38. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-15x$ trên đoạn $[-4;1]$ bằng

A. 22. **B.** -14. **C.** $-10\sqrt{5}$. **D.** $10\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Trên đoạn $[-4;1]$, ta có

$f'(x)=3x^2-15;\ \ f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5}$.

$f(-4)=-4;f\left(-\sqrt{5}\right)=10\sqrt{5};f(1)=-14$.

Vậy $\max\limits_{[-4;1]}=10\sqrt{5}$.

Câu 39. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\dfrac{8\pi a^2}{3}$, khi đó bán kính mặt cầu là

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2 \Leftrightarrow R^2=\dfrac{S}{4\pi}=\dfrac{8\pi a^2}{12\pi}=\dfrac{2a^2}{3}\Rightarrow R=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

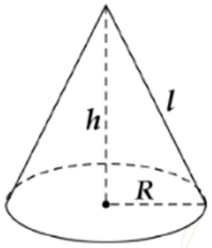
Vậy: Bán kính mặt cầu $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 40. Một khối nón có đường sinh bằng $2a$ và diện tích xung quanh của mặt nón bằng πa^2. Tính thể tích của khối nón đã cho?

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{7}}{24}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Diện tích xung quanh của mặt nón $S_{xq}=\pi Rl \Leftrightarrow R=\dfrac{S_{xq}}{\pi l}=\dfrac{\pi a^2}{2\pi a}=\dfrac{a}{2}$.

Đường cao của hình nón $h=\sqrt{l^2-R^2}=\sqrt{4a^2-\dfrac{a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$

Vậy: Thể tích của khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2 h=\dfrac{1}{3}\pi.\dfrac{a^2}{4}.\dfrac{a\sqrt{15}}{2}=\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	15	↘	-17	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-17;15)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$

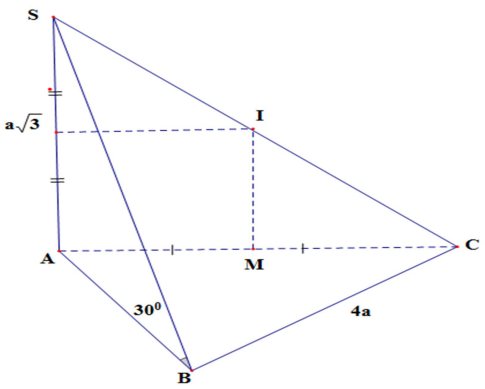
Câu 42. Cho tứ diện $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $BC=4a, SA=a\sqrt{3}$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cạnh bên SB tạo với đáy 1 góc bằng 30^0. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp $SABC$.

A. $V=\dfrac{28\sqrt{7}\pi a^3}{3}$. **B.** $V=28\sqrt{7}\pi a^3$. **C.** $V=28\pi a^3$. **D.** $V=\dfrac{20\sqrt{5}\pi a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Do tam giác $ABC \perp B$, gọi M là trung điểm của AC khi đó $MA = MB = MC$.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $SABC$ thì M là hình chiếu vuông góc của I trên (ABC).

Kẻ $MI \perp (ABC) = M$ khi đó I là trung điểm của SC và thỏa mãn: $IA = IS = IB = IC = r$

Ta có $\widehat{(SB,(ABC))} = \widehat{(SB,AB)} = \widehat{SBA} = 30^0$.

Trong tam giác SAB vuông tại A: $AB = \dfrac{SA}{\tan 30^0} = 3a; AC = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a$

$$r = IA = \sqrt{AM^2 + IM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5a}{2}\right)^2} = a\sqrt{7}$$

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp $SABC$ là $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3}\pi.7\sqrt{7}a^3 = \dfrac{28\sqrt{7}\pi a^3}{3}$.

Câu 43. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ có hai điểm cực trị A, B. Khi đó phương trình đường trung trực của đoạn AB là

A. $x - 2y - 2 = 0$. **B.** $2x + y - 1 = 0$. **C.** $2x + y + 1 = 0$. **D.** $x - 2y + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$y = x^3 + 3x^2 - 1$

$y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Vậy 2 điểm cực trị là $A(-2;3); B(0;-1)$

Gọi $H(-1;1)$ là trung điểm của AB

$\overrightarrow{AB} = (2;-4)$

Chọn $\rightarrow \overrightarrow{n_d}(1;-2)$

$\Rightarrow (d): x - 2y + 3 = 0$

Câu 44. Cho 2 hàm số $y = \log_2(x+2)(C_1)$ và $y = \log_2 x + 1(C_2)$. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của $(C_1); (C_2)$ và trục hoành, C là giao điểm của (C_1) và (C_2). Diện tích tam giác ABC bằng

A. 3 (đvdt). **B.** $\dfrac{3}{4}$ (đvdt). **C.** $\dfrac{3}{2}$ (đvdt). **D.** $\dfrac{1}{2}$ (đvdt).

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$*(C_1)\cap(C_2)$

$\log_2(x+2)=\log_2(x)+1\Leftrightarrow\log_2(x+2)=\log_2(2x)$

$\Leftrightarrow x+2=2x\Leftrightarrow x=2(tm)$

$\Rightarrow(C_1)\cap(C_2)=C(2;2)$

$*(C_1)\cap Ox$

$\log_2(x+2)=0\Rightarrow A(-1;0)$

$*(C_2)\cap Ox$

$\log_2(x)+1=0\Rightarrow B\left(\frac{1}{2};0\right)$

$\Rightarrow\overrightarrow{AB}\left(\frac{3}{2};0\right);\overrightarrow{AC}(3;2)$

$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|x_{\overrightarrow{AB}}.y_{\overrightarrow{AC}}-x_{\overrightarrow{AC}}.y_{\overrightarrow{AB}}\right|=\frac{3}{2}$(đvdt).

Câu 45. Cho hai hàm số $y=x(x-2)(x-3)(m-|x|);y=x^4-6x^3+5x^2+11x-6$ có đồ thị lần lượt là $(C_1);(C_2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để (C_1) cắt (C_2) tại 4 điểm phân biệt.

A. 2021. **B.** 2019. **C.** 4041. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$x(x-2)(x-3)(m-|x|)=x^4-6x^3+5x^2+11x-6\quad(1)$

Số giao điểm của $(C_1);(C_2)$ là số nghiệm của phương trình (1).

Do $x=0;x=2;x=3$ không là nghiệm của phương trình (1) nên:

$(1)\Leftrightarrow\frac{x^4-6x^3+5x^2+11x-6}{x(x-2)(x-3)}=m-|x|$

$\Leftrightarrow x-1-\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-3}-\frac{1}{x}+|x|=m$

Đặt $f(x)=x-1-\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-3}-\frac{1}{x}+|x|=\begin{cases}2x-1-\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-3}-\frac{1}{x} & ,x>0\\ -1-\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-3}-\frac{1}{x} & ,x<0\end{cases}$

Ta có $f'(x)=\begin{cases}2+\frac{2}{(x-2)^2}+\frac{3}{(x-3)^2}+\frac{1}{x^2} & ,x\geq 0\\ \frac{2}{(x-2)^2}+\frac{3}{(x-3)^2}+\frac{1}{x^2} & ,x<0\end{cases}\Rightarrow f'(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó: $(-\infty;0);(0;2);(2;3);(3;+\infty)$

Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty;\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$

$\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=+\infty;\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=-\infty;\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=+\infty;\lim\limits_{x\to2^+}f(x)=-\infty;\lim\limits_{x\to3^-}f(x)=+\infty;\lim\limits_{x\to3^+}f(x)=-\infty$ Bảng biến thiên

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$		$+$		$+$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$+\infty$ $\quad -\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\quad -\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\quad -\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi $m>-1$

Vậy số giá trị nguyên của $m\in[-2020;2020]$ thỏa mãn là 2021

Câu 46. Số nghiệm của phương trình $e^{\frac{x^2}{2}+x-2020}=\ln\left(x^2-2\right)+\frac{x^2}{2}-x+2018$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$e^{\frac{x^2}{2}+x-2020}=\ln\left(x^2-2\right)+\frac{x^2}{2}-x+2018 \quad (1)\Leftrightarrow e^{\frac{x^2}{2}+x-2020}+\frac{x^2}{2}+x-2020=\ln\left(x^2-2\right)+x^2-2$

$\Leftrightarrow e^{\frac{x^2}{2}+x-2020}+\frac{x^2}{2}+x-2020=e^{\ln\left(x^2-2\right)}+\ln\left(x^2-2\right) \quad (2)$

Xét hàm số: $f(t)=e^t+t,\ t\in\mathbb{R}$

Ta có $f'(t)=e^t+1>0,\ \forall t\in\mathbb{R}$. Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$(2)\Leftrightarrow f\left(\frac{x^2}{2}+x-2020\right)=f\left(\ln\left(x^2-2\right)\right)\Leftrightarrow\frac{x^2}{2}+x-2020=\ln\left(x^2-2\right)$

$\Leftrightarrow\frac{x^2}{2}+x-2020-\ln\left(x^2-2\right)=0 \quad (3)$

Xét hàm số:

$g(x)=\frac{x^2}{2}+x-2020-\ln\left(x^2-2\right),\ \left[\begin{array}{l}x>\sqrt{2}\\x<-\sqrt{2}\end{array}\right.\Rightarrow g'(x)=x+1-\frac{2x}{x^2-2}=\frac{x^3+x^2-4x-2}{x^2-2}$

Xét $h(x)=x^3+x^2-4x-2$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có:

$h(-3)=-8;h(-2)=2;h(-1)=2;h(0)=-2;h(\sqrt{3})=1-\sqrt{3};h(2)=2$

$\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}h(-3).h(-2)<0\\h(-1).h(0)<0\\h(\sqrt{3}).h(2)<0\end{array}\right.\Rightarrow h(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\in(-3;-2)\\x=b(-1;0)\\x=c\in(\sqrt{3};2)\end{array}\right.$

$\lim\limits_{x\to(\sqrt{2})^-}g(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to(\sqrt{2})^+}g(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$

Bảng biến thiên hàm số $g(x)$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		a		$-\sqrt{2}$		b		$\sqrt{2}$		c		$+\infty$
$h(x)$			0				0				0		
$g'(x)$		-	0	+		-	0	+		-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$				$+\infty$				$+\infty$				$+\infty$
			$g(a)$								$g(c)$		

Từ bảng biến thiên ta có:

Với $a \in (-3;-2)$ suy ra $g(a) < g(-3) = \frac{9}{2} - 3 - 2020 - \ln 7 < 0$

Với $c \in (\sqrt{3};2)$ suy ra $g(c) < g(\sqrt{3}) = \frac{3}{2} + \sqrt{3} - 2020 < 0$

Do đó phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 47. Tập xác định của hàm số $y = (9 - x^2)^{\frac{1}{2020}}$ là:

A. $[-3;3]$. **B.** $(-3;3)$.

C. $(-\infty;-3) \cup (3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $9 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.

Tập xác định của hàm số đã cho: $D = (-3;3)$.

Câu 48. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_4 = 7$; $u_{10} = 56$. Tìm công bội q.

A. $q = \pm 2$. **B.** $q = \pm\sqrt{2}$. **C.** $q = \sqrt{2}$. **D.** $q = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_4 = 7 \Leftrightarrow u_1.q^3 = 7$. (1)

$u_{10} = 56 \Leftrightarrow u_1.q^9 = 56$. (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{u_1.q^9}{u_1 q^3} = 8 \Leftrightarrow q^6 = 8 \Leftrightarrow q = \pm\sqrt{2}$.

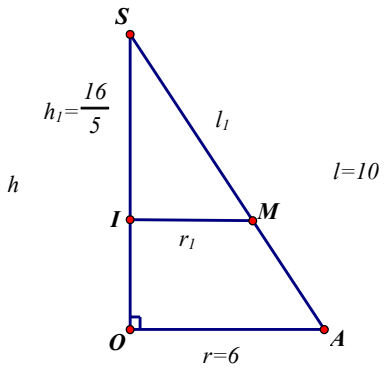
Câu 49. Cho một hình nón đỉnh S có độ dài đường sinh bằng $10cm$, bán kính đáy bằng $6cm$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh (S) có chiều cao bằng $\frac{16}{5}cm$. Tính diện tích xung quang của khối nón (N).

A. $S = \frac{48}{10}\pi cm^2$. **B.** $S = \frac{48}{5}\pi cm^2$. **C.** $S = \frac{48}{5}cm^2$. **D.** $S = \frac{96}{5}\pi cm^2$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Hình nón ban đầu có bán kính đáy $r = OA = 6cm$, đường sinh $l = SA = 10cm$ và chiều cao là $SO = h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8cm$.

Hình nón (N) có chiều cao $h_1 = SI = \frac{16}{5}$ đường sinh $l_1 = SM$ và bán kính đáy là $r_1 = IM$.

Hai tam giác vuông SIM và SOA đồng dạng nên: $\frac{h_1}{h} = \frac{r_1}{r} = \frac{l_1}{l} \Rightarrow \frac{16}{5.8} = \frac{r_1}{6} = \frac{l_1}{10}$.

Suy ra: $r_1 = \frac{12}{5}cm;\ l_1 = 4cm$.

Vậy ta có $S_{xq} = \pi r_1 l_1 = \pi.\frac{12}{5}.4 = \frac{48}{5}\pi\left(cm^2\right)$.

Câu 50. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng a. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. a^3. **B.** $\frac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $\frac{1}{27}a^3$. **D.** $\frac{8}{27}a^3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi x là độ dài cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $r = \frac{x\sqrt{3}}{2}$. Vậy $\frac{x\sqrt{3}}{2} = a \Rightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = x^3 = \left(\frac{2a}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{8\sqrt{3}a^3}{9}$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH

TRƯỜNG THPT QUẾ VÕ 1

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 02

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi α là góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC). Tính $\tan\alpha$.

A. $\tan\alpha=\sqrt{3}$. **B.** $\tan\alpha=2$. **C.** $\tan\alpha=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Cho các số thực x, y thỏa mãn $\ln y\ge\ln\left(x^3+2\right)-\ln 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $H=e^{4y-x^3-x-2}-\dfrac{x^2+y^2}{2}+x(y+1)-y$.

A. $\dfrac{1}{e}$. **B.** e. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 3. Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t)=\dfrac{2000}{1+2t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Ký hiệu L là số lượng vi trùng sau 10 ngày. Tìm L.

A. $L=303044$. **B.** $L=306089$. **C.** $L=300761$. **D.** $L=301522$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(2-x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 5. Cho tam diện vuông $O.ABC$ có bán kính mặt cầu ngoại tiếp và nội tiếp lần lượt là R và r. Khi đó tỉ số $\dfrac{R}{r}$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\dfrac{x+\sqrt{y}}{2}$. Tính $P=x+y$.

A. 30. **B.** 6. **C.** 60. **D.** 27.

Câu 6. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính bằng r và độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $S_{xq}=rl$. **C.** $S_{xq}=2rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 7. Cho $0<a<1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. Tập xác định của hàm số $y=\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

B. Tập giá trị của hàm số $y=a^x$ là $\mathbb{R}$.

C. Tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

D. Tập xác định của hàm số $y=a^x$ là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 8. Tổng các giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x^3+mx-\dfrac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. -10. **B.** -3. **C.** -6. **D.** -7.

Câu 9. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 8. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{25}x^2\le\log_5(4-x)$.

A. $(0;2]$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(-\infty;0)\cup(0;2]$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 11. Xét các khẳng định sau

i) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm dương với mọi x thuộc tập số D thì $f(x_1)<f(x_2)$, $\forall x_{1,}x_2\in D, x_1<x_2$

ii) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm âm với mọi x thuộc tập số D thì $f(x_1)>f(x_2)$, $\forall x_{1,}x_2\in D, x_1<x_2$

iii) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm dương với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ thì $f(x_1)<f(x_2), \forall x_{1,}x_2\in\mathbb{R}, x_1<x_2$

iv) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm âm với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ thì $f(x_1)>f(x_2), \forall x_{1,}x_2\in\mathbb{R}, x_1<x_2$

Số khẳng định đúng là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 12. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x\neq 0$ và $\left(3^{x^2}\right)^{3y}=27^x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $x^2y=1$. **B.** $xy=1$. **C.** $3xy=1$. **D.** $x^2+3y=3x$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0 và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	x_0	x_1	x_2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$+$ 0	$-$	‖ $+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	‖	↗	↘ $-\infty$	‖ $-\infty$ ↗ $+\infty$

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có:

A. Một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.

B. Hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

C. Một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

D. Một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Câu 14. Một cấp số cộng có $u_2=5$ và $u_3=9$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_4=12$. **B.** $u_4=13$. **C.** $u_4=36$. **D.** $u_4=4$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{1-3x}\geq 16$?

A. $S=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **B.** $S=\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $S=(-\infty;-1]$. **D.** $S=[-1;+\infty)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz ,để hai vec tơ $\vec{a}=(m;2;3)$ và $\vec{b}=(1;n;2)$ cùng phương thì $2m+3n$ bằng

A. 7. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ $\vec{a}(1;3;-2)$ vuông góc với véc-tơ nào sau đây?

A. $\vec{n}(-2;3;2)$. **B.** $\vec{q}(1;-1;2)$. **C.** $\vec{m}(2;1;1)$. **D.** $\vec{p}(1;1;2)$.

Câu 18. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $16^x-2.12^x+(m-2).9^x=0$ có nghiệm dương?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $P(0;0;-3)$ và $Q(1;1;-3)$. Véc tơ $\overrightarrow{PQ}+3\vec{j}$ có tọa độ là

A. $(-1;-1;0)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(1;4;0)$. **D.** $(2;1;0)$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 20. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M,N,P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng:

A. $30\sqrt{3}$. **B.** $21\sqrt{3}$. **C.** $27\sqrt{3}$. **D.** $36\sqrt{3}$.

Câu 21. Một hình lập phương có diện tích mỗi mặt bằng $4cm^2$. Tính thể tích của khối lập phương đó

A. $64cm^3$. **B.** $8cm^3$. **C.** $2cm^3$. **D.** $6cm^3$.

Câu 22. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos x\sqrt{\sin x+1}$.

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}\sin x\sqrt{\sin x+1}+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{1-2\sin x-3\sin^2 x}{2\sqrt{\sin x+1}}$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{3}(\sin x+1)\sqrt{\sin x+1}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{2}{3}(\sin x+1)\sqrt{\sin x+1}+C$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+m+2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương $m<2018$ sao cho với mọi bộ số thực a, b, $c\in[-1;3]$ thì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác nhọn.

A. 1969. **B.** 1989. **C.** 1997. **D.** 2008.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, cạnh $AC=2a$. Cạnh SA vuông góc với mặt đáy (ABC), tam giác SAB cân. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$ theo a.

A. $2a^3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 25. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}\pi$ .Góc ở đỉnh của hình nón đã cho bằng

A. 150°. **B.** 60°. **C.** 120°. **D.** 90°.

Câu 26. Hàm số $y=(4-x^2)^{\frac{3}{5}}$ có tập xác định

A. $R\setminus\{\pm 2\}$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ **D.** R.

Câu 27. Cho các phát biểu sau

(1) Đơn giản biểu thức $M=\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)$ ta được $M=a-b$.

(2) Tập xác định D của hàm số $y=\log_2\left(\ln^2 x-1\right)$ là $D=(e;+\infty)$

(3) Đạo hàm của hàm số $y=\log_2\ln x$ là $y'=\dfrac{1}{x\ln x.\ln 2}$

(4) Hàm số $y=10\log_a(x-1)$ có đạo hàm tại mọi điểm xác định

Số các phát biểu đúng là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 28. Gọi a, b là các số nguyên thỏa mãn $(1+\tan 1^\circ)(1+\tan 2^\circ)\ldots(1+\tan 43^\circ)=2^a.(1+\tan b^\circ)$ đồng thời a, $b\in[0;90]$. Tính $P=a+b$.

A. 46. **B.** 22. **C.** 44. **D.** 27.

Câu 29. Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10-x}}{x^2-100}$ là

A. $x=10$. **B.** $x=-10$. **C.** $x=10$ và $x=-10$ **D.** $x=10$.

Câu 30. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y=\tan x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

B. Hàm số $y=\cos x$ có tập giá trị là $[-1;1]$.

C. Hàm số $y=\sin x$ có tập giá trị là $[-1;1]$.

D. Hàm số $y=\cot x$ có tập xác định là $[0;\pi]$.

Câu 31. Cắt một khối cầu bởi một mặt phẳng đi qua tâm thì được một hình tròn có diện tích bằng 16π. Tính diện tích của mặt cầu giới hạn nên khối cầu đó?

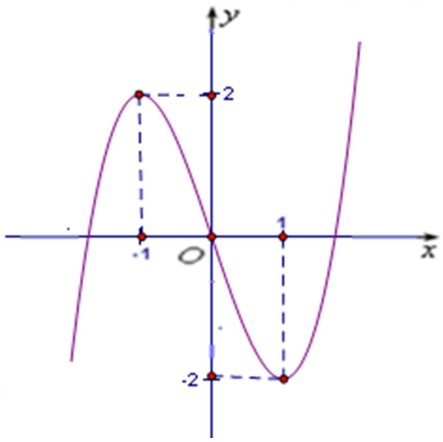
A. $\dfrac{256\pi}{3}$. **B.** 4π. **C.** 16π. **D.** 64π.

Câu 32. Ông A có 200 triệu đồng gửi tiết kiệm tại ngân hàng với kì hạn 1 tháng so với lãi suất $0,6\%$ trên 1 tháng được trả vào cuối kì. Sau mỗi kì hạn ông đến tất toán cả gốc lẫn lãi, rút ra 4 triệu đồng để tiêu dùng, số tiền còn lại ông gửi vào ngân hàng theo phương thức trên (phương thức giao dịch và lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi). Sau đúng 1 năm (đúng 12 kì hạn) kể từ ngày gửi, ông A tất toán và rút ra toàn bộ số tiền nói trên ở ngân hàng, số tiền đó là bao nhiêu? (làm tròn đến nghìn đồng).

A. 165269 (nghìn đồng). **B.** 169234 (nghìn đồng).

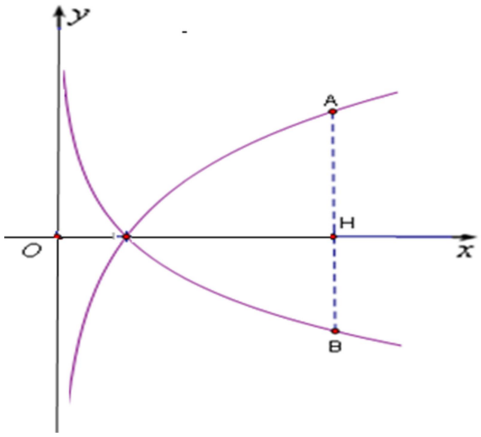
C. 168269 (nghìn đồng). **D.** 165288 (nghìn đồng).

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=2$ là



A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 34. Cho a và b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục tung mà cắt các đồ thị $y=\log_a x, y=\log_b x$ và trục hoành lần lượt tại A,B và H phân biệt ta đều có $3HA=4HB$ (hình vẽ bên dưới). Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $4a=3b$. **B.** $a^3b^4=1$. **C.** $3a=4b$. **D.** $a^4b^3=1$.

DIỄN ĐÀN TOÁN

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S trên $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Khoảng cách giữa hai đường HK và SD theo a là:

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{25}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{45}$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		5		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Phương trình $f(x)-4=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 37. Cho một hình trụ có chiều cao $20cm$. Cắt hình trụ đó bởi một mặt phẳng chứa trục của nó thì được thiết diện là một hình chữ nhật có chu vi $100cm$. Tính thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho.

A. $4500\pi\ cm^3$. **B.** $6000\pi\ cm^3$. **C.** $300\pi\ cm^3$. **D.** $600\pi\ cm^3$.

Câu 38. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$ lần lượt là

A. -41 và 40. **B.** 40 và -41. **C.** 40 và 8. **D.** 15 và -41.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I, SA vuông góc với đáy. Điểm cách đều các đỉnh của hình chóp là

A. Trung điểm SD.

B. Trung điểm SB.

C. Điểm nằm trên đường thẳng $d//SA$ và không thuộc SC.

D. Trung điểm SC.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=x$, $BC=y$, $AB=AC=SB=SC=1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi tổng $x+y$ bằng

A. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 41. Xét các khẳng định sau

i) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ và đạt cực tiểu tại $x=x_0$ thì $\begin{cases} f'(x)=0 \\ f''(x)>0 \end{cases}$.

ii) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ và đạt cực đại tại $x=x_0$ thì $\begin{cases} f'(x)=0 \\ f''(x)<0 \end{cases}$.

iii) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ và $f''(x)=0$ thì hàm số không đạt cực trị tại $x=x_0$.

Số khẳng định đúng trong các khẳng đinh trên là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN

Câu 42. Biết rằng đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt $A\left(x_A;y_A\right)$, $B\left(x_B;y_B\right)$ và $x_A>x_B$. Tính giá trị của biểu thức $P=y_A^2-2y_B$

A. $P=-1$. **B.** $P=4$. **C.** $P=-4$. **D.** $P=3$.

Câu 43. Cho hàm số $f\left(x\right),g\left(x\right)$ là các hàm có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $k\in\mathbb{R}$. Trong các khẳng định dưới đây , có bao nhiêu khẳng định đúng ?

i. $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx-\int g\left(x\right)dx$.

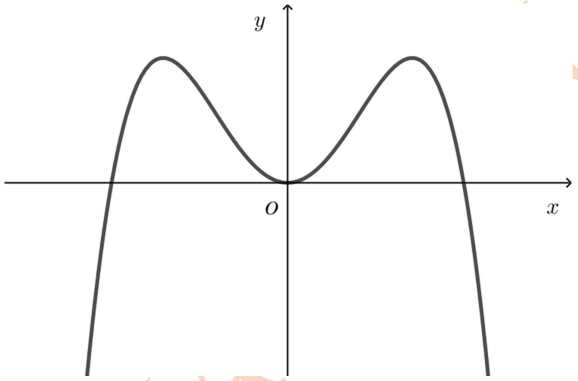
ii. $\int f'\left(x\right)dx=f\left(x\right)+C$.

iii. $\int kf\left(x\right)dx=k\int f\left(x\right)dx$.

iv. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx+\int g\left(x\right)dx$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 44. Đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nào dưới đây có dạng đồ thị như hình vẽ bên



A. $f\left(x\right)=x^4-2x^2$. **B.** $f\left(x\right)=-x^4+2x^2-1$.

C. $f\left(x\right)=-x^4+2x^2$. **D.** $f\left(x\right)=x^4+2x^2$.

Câu 45. Cho hàm số $y=x^3-3x+1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;2\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(1;2\right)$.

Câu 46. Trong Lễ tổng kết tháng thanh niên, có 10 đoàn viên xuất sắc gồm 5 nam và 5 nữ được tuyên dương khen thưởng. Các đoàn viên này được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hang ngang trên sân khấu để nhận giấy khen. Tính xác suất để trong hàng ngang trên không có bất kì hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau.

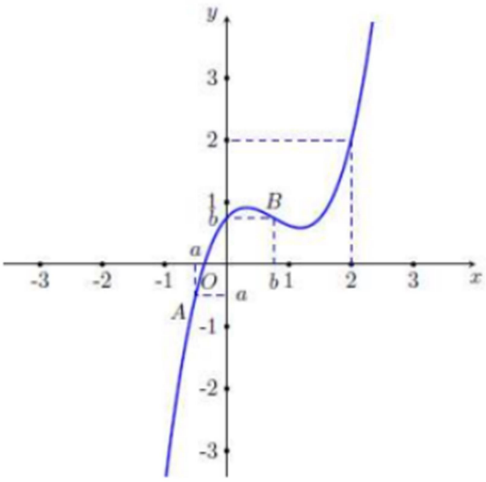
A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** $\dfrac{1}{42}$. **C.** $\dfrac{5}{252}$. **D.** $\dfrac{25}{252}$.

Câu 47. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x-\dfrac{2}{x^2}\right)^{21}$, $\left(x\neq 0,n\in\mathbb{N}^*\right)$.

A. $2^8C_{21}^8$. **B.** $2^7C_{21}^7$. **C.** $-2^8C_{21}^8$. **D.** $-2^7C_{21}^7$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ.

DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN



Số nghiệm nằm trong $\left(-\frac{\pi}{2};3\pi\right)$ của phương trình $f\left(\cos x+1\right)=\cos x+1$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 49. Cho tập Y gồm 5 điểm phân biệt trên mặt phẳng. Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập Y là

A. C_5^2. **B.** A_5^2. **C.** $5!$. **D.** 25.

Câu 50. Cho tam giác ABC có $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$. Nếu a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì

A. $\ln\sin A.\ln\sin C=2\ln\sin B$. **B.** $\ln\sin A+\ln\sin C=2\ln\sin B$.

C. $\ln\sin A.\ln\sin C=\left(\ln\sin B\right)^2$. **D.** $\ln\sin A.\ln\sin C=\ln\left(2\sin B\right)$.

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	A	C	A	A	C	A	D	D	A	B	D	B	C	A	D	B	C	C	B	D	A	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	B	C	D	D	A	D	D	B	A	A	B	D	C	A	D	C	C	A	B	D	C	B	B

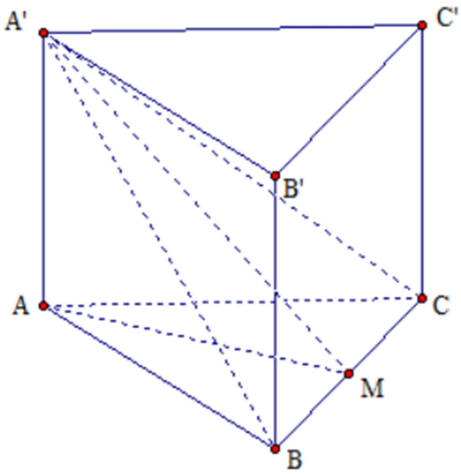
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi α là góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC). Tính $\tan\alpha$.

A. $\tan\alpha=\sqrt{3}$. **B.** $\tan\alpha=2$. **C.** $\tan\alpha=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC, suy ra $\begin{cases}BC\perp AM\\ BC\perp A'A\end{cases}\Rightarrow BC\perp A'M$.

Vậy $\begin{cases}(A'BC)\cap(ABC)=BC\\ BC\perp AM, BC\perp A'M\end{cases}\Rightarrow\alpha=((A'BC);(ABC))=(AM;A'M)=\widehat{A'MA}$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra: $\tan\alpha=\tan\widehat{A'MA}=\dfrac{AA'}{AM}=\dfrac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2. Cho các số thực x, y thỏa mãn $\ln y\ge\ln\left(x^3+2\right)-\ln 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $H=e^{4y-x^3-x-2}-\dfrac{x^2+y^2}{2}+x(y+1)-y$.

A. $\dfrac{1}{e}$. **B.** e. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $y>0, x>-\sqrt[3]{2}$.

Từ giả thiết ta có: $\ln y+\ln 3\ge\ln\left(x^3+2\right)\Leftrightarrow\ln 3y\ge\ln\left(x^3+2\right)\Leftrightarrow 3y\ge x^3+2$

$\Leftrightarrow 3(y-x)\ge x^3-3x+2$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Xét hàm số $h(x)=x^3-3x+2$ trên $\left(-\sqrt[3]{2};+\infty\right)$.

Ta có: $h'(x)=3x^2-3$, $h'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

$h(-1)=4$, $h(1)=0$, $h\left(-\sqrt[3]{2}\right)=3\sqrt[3]{2}>0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\sqrt[3]{2}$		-1		1		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$3\sqrt[3]{2}$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{\left(-\sqrt[3]{2};+\infty\right)}h(x)=0$. Suy ra: $3(y-x)\geq 0\Leftrightarrow y-x\geq 0$.

Ta có:

$$H=e^{4y-x^3-x-2}-\frac{x^2+y^2}{2}+x(y+1)-y=e^{y-x+3y-\left(x^3+2\right)}-\frac{(y-x)^2}{2}-(y-x)\geq e^{y-x}-\frac{(y-x)^2}{2}-(y-x).$$

Xét hàm số $g(t)=e^t-\frac{1}{2}t^2-t$ trên $[0;+\infty)$.

Ta có: $g'(t)=e^t-t-1$, $g''(t)=e^t-1$.

Ta có: $\forall t\geq 0\Rightarrow g''(t)=e^t-1\geq e^0-1=0$, suy ra hàm số $g'(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Suy ra: $\forall t\geq 0$: $g'(t)\geq g'(0)=0$, suy ra hàm số $g(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Vậy $\min\limits_{[0;+\infty)}g(t)=g(0)=1$, Suy ra: $H_{\min}=1$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases}x=y\\3y=x^3+2\end{cases}\Leftrightarrow x=y=1$.

Câu 3. Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t)=\frac{2000}{1+2t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Ký hiệu L là số lượng vi trùng sau 10 ngày. Tìm L.

A. $L=303044$. **B.** $L=306089$. **C.** $L=300761$. **D.** $L=301522$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $N'(t)=\frac{2000}{1+2t}\Rightarrow N(t)=\int\frac{2000}{1+2t}\mathrm{dt}=1000\ln(1+2t)+C$.

Lúc đầu đám vi trùng có 300000 con suy ra $N(0)=300000$.

Khi đó $1000\ln(1+2.0)+C=300000\Leftrightarrow C=300000$.

Suy ra $N(t)=1000\ln(1+2t)+300000$.

Vậy $L=N(10)=1000\ln 21+300000\approx 303044$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(2-x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = -f'(2-x)$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow -f'(2-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2-x=-1 \\ 2-x=1 \\ 2-x=2 \\ 2-x=3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=3 \\ x=1 \\ x=0 \\ x=-1 \end{bmatrix}$.

Bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		-1		0		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

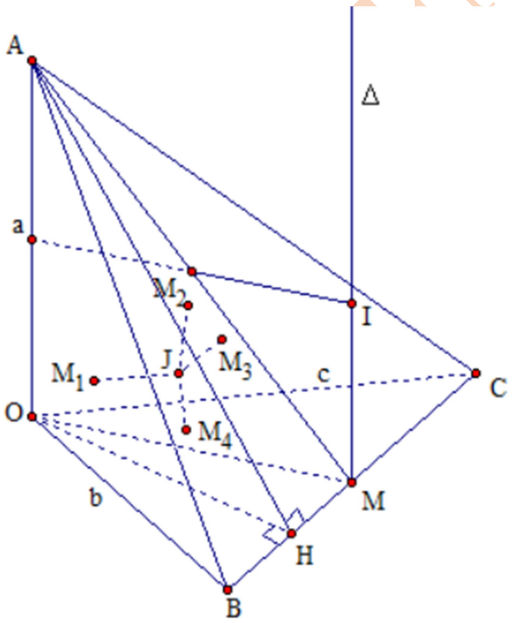
Từ bảng xét dấu, ta suy ra hàm số $y = f(2-x)$ có tất cả 3 điểm cực trị.

Câu 5. Cho tam diện vuông $O.ABC$ có bán kính mặt cầu ngoại tiếp và nội tiếp lần lượt là R và r. Khi đó tỉ số $\frac{R}{r}$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{x+\sqrt{y}}{2}$. Tính $P = x + y$.

A. 30. **B.** 6. **C.** 60. **D.** 27.

Lời giải

Chọn A



Đặt $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$.

Gọi M là trung điểm của BC, dựng trục đường tròn Δ ngoại tiếp tam giác OBC, trên mặt phẳng (OAM), kẻ đường trung trực của đoạn OA cắt Δ tại I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $O.ABC$.

+) $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{b^2+c^2}$, $R = \sqrt{MI^2 + OM^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

+) Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC, suy ra:

$\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp AO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp OH$.

$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow OH = \frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}} \Rightarrow AH = \sqrt{OA^2 + OH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2c^2}{b^2+c^2}} = \frac{\sqrt{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}}{\sqrt{b^2+c^2}}$

Suy ra $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}}{\sqrt{b^2+c^2}}.\sqrt{b^2+c^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}$.

Khi đó: $d\left(J;(OAB)\right)=d\left(J;(OBC)\right)=d\left(J;(OAC)\right)=d\left(J;(ABC)\right)=r$.

$V_{O.ABC}=V_{J.ABC}+V_{J.OBC}+V_{J.AOC}+V_{J.ABO}\Leftrightarrow\frac{1}{6}abc=\frac{1}{3}r\left(S_{\Delta ABC}+S_{\Delta OBC}+S_{\Delta AOC}+S_{\Delta ABO}\right)$

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}abc=r\left(\frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}+\frac{1}{2}(ab+bc+ca)\right)$.

$\Leftrightarrow\frac{1}{r}=\frac{1}{abc}\left(\sqrt{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}+ab+bc+ca\right)$.

Suy ra: $\frac{R}{r}=\frac{1}{2}.\frac{1}{abc}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}\left(\sqrt{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}+ab+bc+ca\right)$

$\geq\frac{1}{2}.\frac{1}{abc}.\sqrt{3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}}\left(\sqrt{3\sqrt[3]{a^2b^2.a^2c^2.b^2c^2}}+3\sqrt[3]{ab.bc.ca}\right)$

$=\frac{1}{2}.\frac{1}{abc}.\sqrt{3\sqrt[3]{abc}}\left(\sqrt{3}\sqrt[3]{a^2b^2c^2}+3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}\right)=\frac{3+3\sqrt{3}}{2}=\frac{3+\sqrt{27}}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c$.

Vậy $P=x+y=30$.

Câu 6. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính bằng r và độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $S_{xq}=rl$. **C.** $S_{xq}=2rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính diện tích xung quanh $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 7. Cho $0<a<1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. Tập xác định của hàm số $y=\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

B. Tập giá trị của hàm số $y=a^x$ là $\mathbb{R}$.

C. Tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

D. Tập xác định của hàm số $y=a^x$ là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số $y=\log_a x$ là $(0;+\infty)$ và tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

Tập xác định của hàm số $y=a^x$ là $\mathbb{R}$ và tập giá trị của hàm số $y=a^x$ là $(0;+\infty)$.

Câu 8. Tổng các giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x^3+mx-\frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. -10. **B.** -3. **C.** -6. **D.** -7.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có: $y'=3x^2+m+\frac{1}{x^6}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi $3x^2+m+\frac{1}{x^6}\geq 0,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow -m\leq 3x^2+\frac{1}{x^6},\ \forall x\in(0;+\infty)$

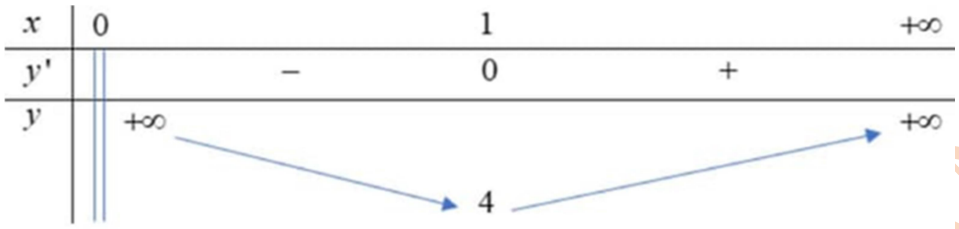
$\Leftrightarrow -m\leq\min\limits_{(0;+\infty)}g(x)$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Với $g(x)=3x^2+\frac{1}{x^6}$. Ta có: $g'(x)=6x-\frac{6}{x^7}$;

$$g'(x)=0\Leftrightarrow 6x-\frac{6}{x^7}\Leftrightarrow x-\frac{1}{x^7}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in(0;+\infty)\\x=-1\notin(0;+\infty)\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra: $-m\le 4\Leftrightarrow m\ge -4$.

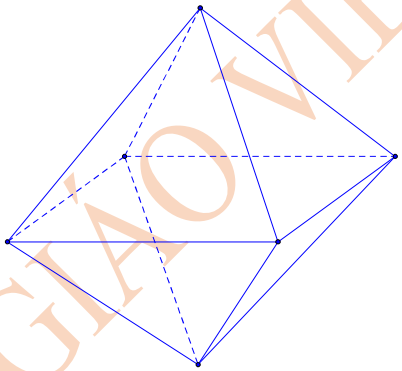
Suy ra: $m\in\{-4;-3;-2;-1\}$. Vậy tổng $-4-3-2-1=-10$.

Câu 9. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 8. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D



Dựa vào hình ta có số đỉnh của bát diện đều là 6.

Câu 10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{25}x^2\le\log_5(4-x)$.

A. $(0;2]$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(-\infty;0)\cup(0;2]$.

Lời giải

Chọn D

+ Điều kiện của bất phương trình $\begin{cases}x\ne 0\\4-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<4\\x\ne 0\end{cases}$.

+ Ta có

$$\log_{25}x^2\le\log_5(4-x)\Leftrightarrow\frac{1}{2}\log_5x^2\le\log_5(4-x)\Leftrightarrow\log_5x^2\le 2\log_5(4-x)$$

$$\Leftrightarrow\log_5x^2\le\log_5(4-x)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2\le(4-x)^2$$

$$\Leftrightarrow 8x-16\le 0$$

$$\Leftrightarrow x\le 2.$$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của phất phương trình là $(-\infty;0)\cup(0;2]$.

Câu 11. Xét các khẳng định sau

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

i) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm dương với mọi x thuộc tập số D thì $f(x_1)<f(x_2)$, $\forall x_1,x_2\in D, x_1<x_2$

ii) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm âm với mọi x thuộc tập số D thì $f(x_1)>f(x_2)$, $\forall x_1,x_2\in D, x_1<x_2$

iii) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm dương với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ thì $f(x_1)<f(x_2), \forall x_1,x_2\in\mathbb{R}, x_1<x_2$

iv) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm âm với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ thì $f(x_1)>f(x_2), \forall x_1,x_2\in\mathbb{R}, x_1<x_2$

Số khẳng định đúng là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Số khẳng định đúng là iii) và iv).

Câu 12. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x\neq 0$ và $\left(3^{x^2}\right)^{3y}=27^x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $x^2y=1$. **B.** $xy=1$. **C.** $3xy=1$. **D.** $x^2+3y=3x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(3^{x^2}\right)^{3y}=27^x \Leftrightarrow 3^{3x^2y}=3^{3x} \Leftrightarrow 3x^2y=3x \Leftrightarrow xy=1$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0 và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	x_0	x_1	x_2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$ ‖	$+$	0	$-$ ‖	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	↗	↘ $-\infty$	‖	$-\infty$ ↗ $+\infty$

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có:

A. Một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.

B. Hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

C. Một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

D. Một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua x_0 và $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua x_1. Hàm số không xác định tại x_2. Vậy hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Câu 14. Một cấp số cộng có $u_2=5$ và $u_3=9$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_4=12$. **B.** $u_4=13$. **C.** $u_4=36$. **D.** $u_4=4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}u_2=5\\u_3=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+d=5\\u_1+2d=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=1\\d=4\end{cases}$.

Suy ra: $u_4=u_1+3d=1+3.4=13$

DIỄN ĐÀN VIÊN TOÁN

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{1-3x} \ge 16$?

A. $S=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **B.** $S=\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $S=(-\infty;-1]$. **D.** $S=[-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$2^{1-3x} \ge 16 \Leftrightarrow 2^{1-3x} \ge 2^4$

$\Leftrightarrow 1-3x \ge 4 \Leftrightarrow 3x \le -3 \Leftrightarrow x \le -1$

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz ,để hai vec tơ $\vec{a}=(m;2;3)$ và $\vec{b}=(1;n;2)$ cùng phương thì $2m+3n$ bằng

A. 7. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

$\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a}=k\vec{b}\,(k\ne 0)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=k.1 \\ 2=k.n \\ 3=2.k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\frac{3}{2} \\ n=\frac{4}{3} \\ m=\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow 2m+3n=2.\frac{3}{2}+3.\frac{4}{3}=7$$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ $\vec{a}(1;3;-2)$ vuông góc với véc-tơ nào sau đây?

A. $\vec{n}(-2;3;2)$. **B.** $\vec{q}(1;-1;2)$. **C.** $\vec{m}(2;1;1)$. **D.** $\vec{p}(1;1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a}.\vec{p}=1.1+3.1+(-2).2=0 \Leftrightarrow \vec{a}\perp\vec{p} \Rightarrow$ chọn D.

Câu 18. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $16^x-2.12^x+(m-2).9^x=0$ có nghiệm dương?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$16^x-2.12^x+(m-2).9^x=0 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x}-2.\left(\frac{4}{3}\right)^x+(m-2)=0\,(1)$.

Đặt $\left(\frac{4}{3}\right)^x=t$; $t>0$.

Phương trình (1) trở thành $t^2-2t+m-2=0$ (2).

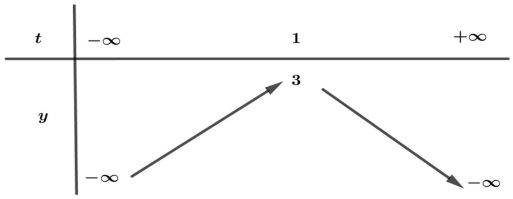
Phương trình (1) có nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm lớn hơn 1

$(2) \Leftrightarrow -t^2+2t+2=m$.

Số nghiệm phương trình (2) là số giao điểm của đồ thị $y=-t^2+2t+2$ và đường thẳng $y=m$.

Ta có bảng biến thiên $y=-t^2+2t+2$:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (2) có nghiệm lớn hơn 1 khi và chỉ khi $m<3$.

Vậy có 2 số nguyên dương m thỏa mãn .

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $P(0;0;-3)$ và $Q(1;1;-3)$. Véc tơ $\overrightarrow{PQ}+3\vec{j}$ có tọa độ là

A. $(-1;-1;0)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(1;4;0)$. **D.** $(2;1;0)$.

Lời giải

Chọn C

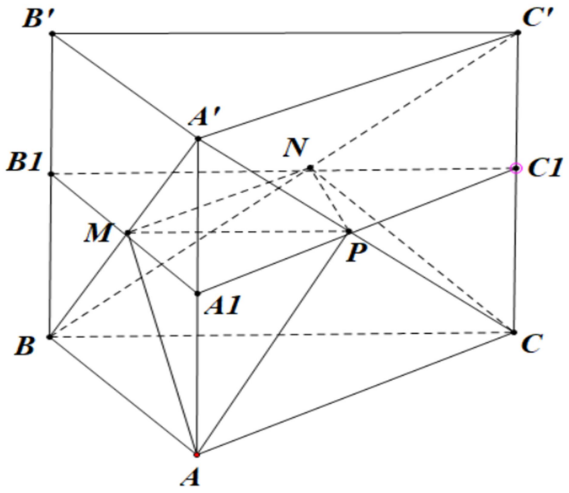
Ta có $\overrightarrow{PQ}=(1;1;0)\Rightarrow\overrightarrow{PQ}+3\vec{j}=(1;4;0)$ với $\vec{j}(0;1;0)$.

Câu 20. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M,N,P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng:

A. $30\sqrt{3}$. **B.** $21\sqrt{3}$. **C.** $27\sqrt{3}$. **D.** $36\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi các điểm $A1,B1,C1$ lần lượt là các trung điểm của các cạnh AA',BB',CC'

Ta có $V_{ABCMNP}=V_{ABC.A1B1C1}-3V_{CNPC1}=\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}-3V_{CNPC1}$.

Mặt khác $V_{CNPC1}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}h.\frac{1}{4}S_{ABC}=\frac{1}{24}V_{ABC.A'B'C'}$

$V_{ABCMNP}=\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}-\frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{8}.8.\frac{6^2\sqrt{3}}{4}=27\sqrt{3}.$

Câu 21. Một hình lập phương có diện tích mỗi mặt bằng $4cm^2$. Tính thể tích của khối lập phương đó

A. $64cm^3$. **B.** $8cm^3$. **C.** $2cm^3$. **D.** $6cm^3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi cạnh của hình lập phương là a

Theo giả thiết của bài toán ta có: $a^2=4\Leftrightarrow a=2$.

Thể tích của khối lập phương là: $V=a^3=8cm^3$.

DIỄN ĐÀN TOÁN

Câu 22. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos x\sqrt{\sin x+1}$.

A. $F(x)=\frac{1}{3}\sin x\sqrt{\sin x+1}+C$.

B. $F(x)=\frac{1-2\sin x-3\sin^2 x}{2\sqrt{\sin x+1}}$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}(\sin x+1)\sqrt{\sin x+1}+C$.

D. $F(x)=\frac{2}{3}(\sin x+1)\sqrt{\sin x+1}+C$.

Lời giải

Chọn D

$I=F(x)=\int\cos x\sqrt{\sin x+1}dx$

Đặt $u=\sqrt{\sin x+1}\Rightarrow u^2=\sin x+1$

$\Rightarrow 2udu=\cos x.dx$

$I=\int u.2udu=2\int u^2du$

$=\frac{2}{3}u^3+C=\frac{2}{3}(\sin x+1)\sqrt{\sin x+1}+C$

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+m+2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương $m<2018$ sao cho với mọi bộ số thực a, b, $c\in[-1;3]$ thì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác nhọn.

A. 1969. **B.** 1989. **C.** 1997. **D.** 2008.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+m+2$, ta có:

$f'(x)=3x^2-3\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm1$

$f(1)=m, f(-1)=m+6, f(3)=m+20$.

Suy ra: $\min\limits_{[-1;3]}f(x)=f(1)=m$, $\max\limits_{[-1;3]}f(x)=f(3)=m+20$.

Vì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác nên: $f(x)>0,\ \forall x\in[-1;3]$

$\Leftrightarrow\min\limits_{[-1;3]}f(x)=m>0\Rightarrow 0<m<2018$.

Mặt khác, với mọi số thực a, b, $c\in[-1;3]$ thì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác nhọn khi và chỉ khi $f(1)$, $f(1)$, $f(3)$ cũng là độ dài ba cạnh của tam giác nhọn

$\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)+f(1)>f(3)\\[f(1)]^2+[f(1)]^2>[f(3)]^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m>m+20\\2m^2>(m+20)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>20\\m<20-20\sqrt{2}\ \text{hoặc}\ m>20+20\sqrt{2}\end{cases}$

$\Leftrightarrow m>20+20\sqrt{2}\Rightarrow 20+20\sqrt{2}<m<2018$.

mà $m\in\mathbb{Z}^+\Rightarrow m=49;50;....;2017$ nên ta có $2017-48=1969$ giá trị nguyên dương của m.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, cạnh $AC=2a$. Cạnh SA vuông góc với mặt đáy (ABC), tam giác SAB cân. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$ theo a.

A. $2a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA$

$S_{\Delta ABC}=\frac{AB^2}{2}=\frac{AC^2}{4}=a^2$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Tam giác SAB vuông cân tại A nên ta có: $SA = AB = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$

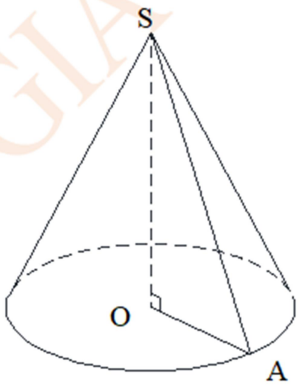
$\Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 25. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}\pi$ .Góc ở đỉnh của hình nón đã cho bằng

A. 150°. **B.** 60°. **C.** 120°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn C



Ta có : $S_{xq} = \pi r\ell \Leftrightarrow \pi.3.\ell = 6\sqrt{3}.\pi$

$\Leftrightarrow \ell = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

ΔSOA vuông tại O có: $\sin\widehat{OSA} = \dfrac{OA}{SA} = \dfrac{r}{\ell} = \dfrac{3}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \widehat{OSA} = 60^\circ$. Vậy góc ở đỉnh của hình nón đã cho bằng $2\widehat{OSA} = 120^\circ$

Câu 26. Hàm số $y = \left(4 - x^2\right)^{\frac{3}{5}}$ có tập xác định

A. $R \setminus \{\pm 2\}$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ **D.** R.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \left(4 - x^2\right)^{\frac{3}{5}}$ xác định khi $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-2;2)$

Câu 27. Cho các phát biểu sau

(1) Đơn giản biểu thức $M = \left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)$ ta được $M = a - b$

(2) Tập xác định D của hàm số $y = \log_2\left(\ln^2 x - 1\right)$ là $D = (e;+\infty)$

(3) Đạo hàm của hàm số $y = \log_2 \ln x$ là $y' = \dfrac{1}{x \ln x.\ln 2}$

(4) Hàm số $y = 10\log_a(x-1)$ có đạo hàm tại mọi điểm xác định

Số các phát biểu đúng là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có:

$M=\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)=\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)=a-b\Rightarrow(1)$ đúng.

Hàm số $y=\log_2\left(\ln^2 x-1\right)$ xác định khi

$$\begin{cases}\ln^2 x-1>0\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\ln^2 x>1\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\ln x>1\\ \ln x<-1\end{array}\right.\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>e\\ x<\dfrac{1}{e}\end{array}\right.\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(0;\frac{1}{e}\right)\cup(e;+\infty).$$

Vậy (2) là phát biểu sai.

Hàm số $y=\log_2\ln x$ là $y'=\left(\log_2\ln x\right)'=\dfrac{(\ln x)'}{\ln x.\ln 2}=\dfrac{1}{x\ln x.\ln 2}$. Vậy (3) là phát biểu đúng.

Hàm số $y=10\log_a(x-1)$ xác định khi $\begin{cases}0<a\neq 1\\ x>1\end{cases}$. Vậy (4) là phát biểu sai.

Kết luận: Vậy số các phát biểu đúng là 2.

Câu 28. Gọi a, b là các số nguyên thỏa mãn $(1+\tan 1^\circ)(1+\tan 2^\circ)\ldots(1+\tan 43^\circ)=2^a.(1+\tan b^\circ)$ đồng thời a, $b\in[0;90]$. Tính $P=a+b$.

A. 46. **B.** 22. **C.** 44. **D.** 27.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Nếu $A+B=45^\circ$ thì $(1+\tan A)(1+\tan B)=2$.

Thật vậy:

$$(1+\tan A)(1+\tan B)=(1+\tan A)\left[1+\tan\left(45^o-A\right)\right]=(1+\tan A)\left[1+\frac{\tan 45^o-\tan A}{1+\tan 45^o.\tan A}\right]$$

$$=(1+\tan A)\left[1+\frac{1-\tan A}{1+\tan A}\right]=1+\tan A+1-\tan A=2.$$

Khi đó:

$(1+\tan 1^\circ)(1+\tan 2^\circ)(1+\tan 3^\circ)\ldots(1+\tan 42^\circ)(1+\tan 43^\circ)=$

$=(1+\tan 1^\circ)\left[(1+\tan 2^\circ)(1+\tan 43^\circ)\right]\left[(1+\tan 3^\circ)(1+\tan 42^\circ)\right]\ldots\left[(1+\tan 22^\circ)(1+\tan 23^\circ)\right]$

$=(1+\tan 1^\circ).2^{21}$. Suy ra $a=21$, $b=1$.

Vậy $P=a+b=22$.

Câu 29. Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10-x}}{x^2-100}$ là

A. $x=10$. **B.** $x=-10$. **C.** $x=10$ và $x=-10$ **D.** $x=10$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện : $\begin{cases}10-x\geq 0\\ x^2-100\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 10\\ x\neq -10\\ x\neq 10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<10\\ x\neq -10\end{cases}$.

$$\lim_{x\to 10^-}f(x)=\lim_{x\to 10^-}\frac{\sqrt{10-x}}{x^2-100}=\lim_{x\to 10^-}\frac{\sqrt{10-x}}{(x-10)(x+10)}=-\lim_{x\to 10^-}\frac{1}{\sqrt{10-x}(x+10)}=-\infty.$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\Rightarrow x=10$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -10^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -10^+}\dfrac{\sqrt{10-x}}{x^2-100}=-\infty \Rightarrow x=-10$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -10^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -10^-}\dfrac{\sqrt{10-x}}{x^2-100}=+\infty \Rightarrow x=-10$ là tiệm cận đứng.

Vậy phương trình đường tiệm cận đứng là: $x=10$ và $x=-10$.

Câu 30. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y=\tan x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=\cos x$ có tập giá trị là $[-1;1]$.

C. Hàm số $y=\sin x$ có tập giá trị là $[-1;1]$.

D. Hàm số $y=\cot x$ có tập xác định là $[0;\pi]$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\cot x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$ nên câu D. sai.

Câu 31. Cắt một khối cầu bởi một mặt phẳng đi qua tâm thì được một hình tròn có diện tích bằng 16π. Tính diện tích của mặt cầu giới hạn nên khối cầu đó?

A. $\dfrac{256\pi}{3}$. **B.** 4π. **C.** 16π. **D.** 64π.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đi qua tâm của khối cầu cắt khối cầu thì được một hình tròn có bán kính bằng bán kính của khối cầu. Gọi bán kính của khối cầu là R. Ta có: $\pi R^2=16\pi \Rightarrow R=4$

Vậy diện tích của mặt cầu giới hạn nên khối cầu đó là $S=4\pi R^2=4\pi.4^2=64\pi$.

Câu 32. Ông A có 200 triệu đồng gửi tiết kiệm tại ngân hàng với kì hạn 1 tháng so với lãi suất $0,6\%$ trên 1 tháng được trả vào cuối kì. Sau mỗi kì hạn ông đến tất toán cả gốc lẫn lãi, rút ra 4 triệu đồng để tiêu dùng, số tiền còn lại ông gửi vào ngân hàng theo phương thức trên (phương thức giao dịch và lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi). Sau đúng 1 năm (đúng 12 kì hạn) kể từ ngày gửi, ông A tất toán và rút ra toàn bộ số tiền nói trên ở ngân hàng, số tiền đó là bao nhiêu? (làm tròn đến nghìn đồng).

A. 165269 (nghìn đồng). **B.** 169234 (nghìn đồng).

C. 168269 (nghìn đồng). **D.** 165288 (nghìn đồng).

Lời giải

Chọn A

Bài toán tổng quát:

Gọi a (triệu đồng) là số tiền gửi tiết kiệm, $b\%$ là lãi suất trên 1 tháng, c (triệu đồng) là số tiền rút ra mỗi tháng.

- Số tiền ông A còn lại sau kì hạn thứ nhất là:

$$S_1=\frac{100+b}{100}\cdot a-c \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền ông A còn lại sau kì hạn thứ hai là:

$$S_2=\frac{100+b}{100}\cdot S_1-c=\left(\frac{100+b}{100}\right)^2\cdot a-\frac{100+b}{100}\cdot c-c \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền ông A còn lại sau kì hạn thứ ba là:

$$S_3=\frac{100+b}{100}\cdot S_2-c=\left(\frac{100+b}{100}\right)^3\cdot a-\left(\frac{100+b}{100}\right)^2\cdot c-\frac{100+b}{100}\cdot c-c \text{ (triệu đồng)}$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

.....

- Số tiền ông A còn lại sau kì hạn thứ n là:

$$S_n=\frac{100+b}{100}\cdot S_{n-1}-c=\left(\frac{100+b}{100}\right)^n\cdot a-\left(\frac{100+b}{100}\right)^{n-1}\cdot c-\left(\frac{100+b}{100}\right)^{n-2}\cdot c-\cdots-\frac{100+b}{100}\cdot c-c \text{ (triệu đồng)}$$

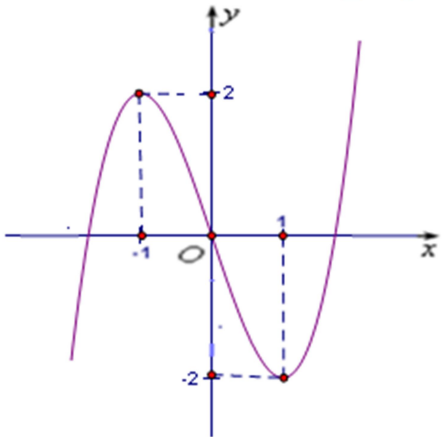
$$\Rightarrow S_n=\left(\frac{100+b}{100}\right)^n\cdot a-c\cdot\left[\left(\frac{100+b}{100}\right)^{n-1}+\left(\frac{100+b}{100}\right)^{n-2}+\cdots+\frac{100+b}{100}+1\right] \text{ (triệu đồng)}$$

$$\Rightarrow S_n=k^n\cdot a-c\cdot\frac{1-k^n}{1-k} \text{ (triệu đồng) với } k=\frac{100+b}{100}$$

Áp dụng: Với $n=12$; $a=200$; $b=0,6$; $c=4$ ta có: $k=\frac{100+0,6}{100}=1,006$

$$\Rightarrow S_{12}=(1,006)^{12}\cdot 200-4\cdot\frac{1-(1,006)^{12}}{1-1,006}\approx 165,269 \text{ (triệu đồng) hay } S_{12}=165269 \text{ (nghìn đồng).}$$

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=2$ là

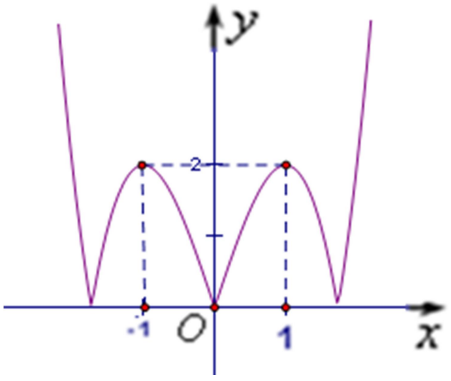


A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

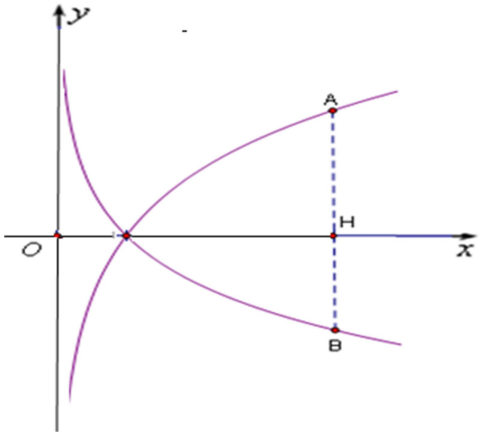
Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$



Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $|f(x)|=2$ có 4 nghiệm

Câu 34. Cho a và b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục tung mà cắt các đồ thị $y=\log_a x, y=\log_b x$ và trục hoành lần lượt tại A,B và H phân biệt ta đều có $3HA=4HB$ (hình vẽ bên dưới). Khẳng định nào sau đây là đúng?

DIỄN ĐÀN TOÁN



A. $4a=3b$. **B.** $a^3b^4=1$. **C.** $3a=4b$. **D.** $a^4b^3=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Gọi $H(x_0;0)$. Khi đó $A(x_0;\log_a x_0)$; $B(x_0;\log_b x_0)$

$AH=|\log_a x_0|;BH=|\log_b x_0|$

Do $3HA=4HB\Leftrightarrow 3|\log_a x_0|=4|\log_b x_0|$

Dựa vào đồ thị ta thấy: $3|\log_a x_0|=4|\log_b x_0|\Leftrightarrow 3\log_a x_0=-4\log_b x_0$

Đặt $3\log_a x_0=-4\log_b x_0=t$. Ta có

$$3\log_a x_0=-4\log_b x_0=t\Leftrightarrow\begin{cases}\log_a x_0=\dfrac{t}{3}\\ \log_b x_0=-\dfrac{t}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^{\frac{t}{3}}=x_o\\ b^{-\frac{t}{4}}=x_0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a^{\frac{t}{3}}=b^{-\frac{t}{4}}\Leftrightarrow a^{\frac{t}{3}}=\frac{1}{b^{\frac{t}{4}}}\Leftrightarrow a^{\frac{t}{3}}b^{\frac{t}{4}}=1\Leftrightarrow a^4.b^3=1$$

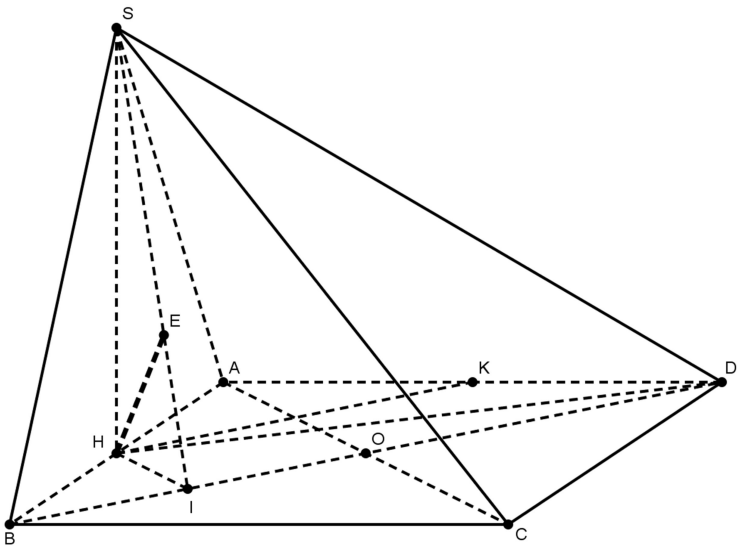
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S trên $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Khoảng cách giữa hai đường HK và SD theo a là:

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{25}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{45}$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $SH \perp (ABCD)$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, I là trung điểm $BO \Rightarrow HI \,//\, AC \Rightarrow HI \perp BD$.

$HI = \dfrac{1}{4}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

ΔABD vuông tại $A \Rightarrow HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + a^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

ΔSHD vuông tại $H \Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{\dfrac{17a^2}{4} - \dfrac{5a^2}{4}} = a\sqrt{3}$.

Trong (SHI), vẽ $HE \perp SI$ $(E \in SI)$.

$\dfrac{1}{HE^2} = \dfrac{1}{HI^2} + \dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{8}{a^2} + \dfrac{1}{3a^2} = \dfrac{25}{3a^2} \Rightarrow HE = \dfrac{a\sqrt{3}}{5}$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp HI \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI) \Rightarrow BD \perp HE$.

$\begin{cases} HE \perp SI \\ HE \perp BD \end{cases} \Rightarrow HE \perp (SBD)$.

Ta có HK là đường trung bình $\Delta ABD \Rightarrow HK \,//\, BD \Rightarrow HK \,//\, (SBD)$.

Do đó $d(KH, BD) = d(KH, (SBD)) = d(H, (SBD)) = HE = \dfrac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		5		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Phương trình $f(x) - 4 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=4$. (1)

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $d: y=4$.

Do đó số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của (C) và d.

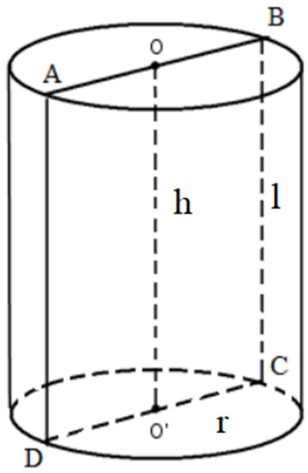
Dựa vào bảng biến thiên ta có (C) và d cắt nhau tại 2 điểm phân biệt. Vậy phương trình (1) có hai nghiệm thực.

Câu 37. Cho một hình trụ có chiều cao $20cm$. Cắt hình trụ đó bởi một mặt phẳng chứa trục của nó thì được thiết diện là một hình chữ nhật có chu vi $100cm$. Tính thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho.

A. $4500\pi\ cm^3$. **B.** $6000\pi\ cm^3$. **C.** $300\pi\ cm^3$. **D.** $600\pi\ cm^3$.

Lời giải

Chọn A



Chiều cao của hình trụ là $h=20\ cm$.

Chu vi hình chữ nhật $100cm$ tức là $2(h+2r)=100 \Leftrightarrow 2(20+2r)=100 \Leftrightarrow r=15(cm)$.

Thể tích của khối trụ là $V=\pi.r^2.h=\pi.15^2.20=4500\pi$.

Câu 38. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$ lần lượt là

A. -41 và 40. **B.** 40 và -41. **C.** 40 và 8. **D.** 15 và -41.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x-9$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-4;4] \\ x=3\in[-4;4] \end{array}\right.$

$y(-4)=-41.$ $y(-1)=40.$

$y(3)=8.$ $y(4)=15.$

Vậy $\max\limits_{[-4;4]} y=y(-1)=40;\ \min\limits_{[-4;4]} y=y(-4)=-41.$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I, SA vuông góc với đáy. Điểm cách đều các đỉnh của hình chóp là

A. Trung điểm SD.

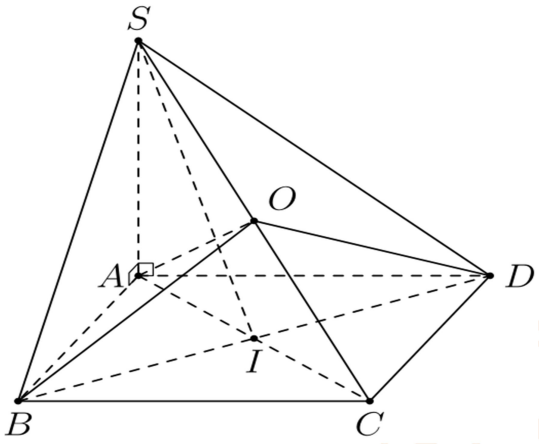
B. Trung điểm SB.

C. Điểm nằm trên đường thẳng $d//SA$ và không thuộc SC.

D. Trung điểm SC.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là trung điểm SC. Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ CD \perp (SAD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BC \perp SB \\ CD \perp SD \end{cases}$.

Tam giác SBC, SDC, SAC lần lượt vuông tại B, D, A nên $OA = OB = OC = OD = OS$.

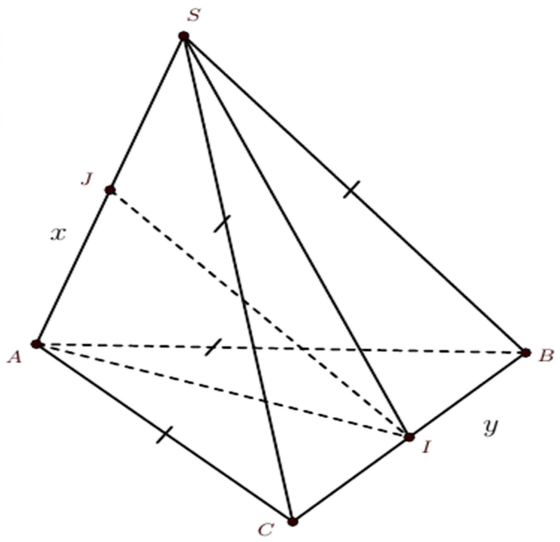
Vậy O là điểm cách đều của hình chóp.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = x, BC = y, AB = AC = SB = SC = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi tổng $x + y$ bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC, SA nên $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI)$.

Hai tam giác cân ABC, SBC bằng nhau nên $IA = IS$ suy ra ΔISA cân tại I.

Trong ΔSBI vuông tại I ta có $SI = \sqrt{SB^2 - BI^2} = \sqrt{1^2 - \frac{y^2}{4}}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Trong ΔSAI cân tại I ta có $IJ=\sqrt{SI^2-SJ^2}=\sqrt{1^2-\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{4}}$.

Khi đó thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.BC.S_{SAI}=\frac{1}{6}.BC.SA.IJ=\frac{1}{6}xy\sqrt{1-\frac{y^2+x^2}{4}}$

Ta có $x^2+y^2\geq 2xy,\forall x,y\in\mathbb{R}\Rightarrow V\leq\frac{1}{6}xy\sqrt{1-\frac{xy}{2}}$

$=\frac{1}{12}\sqrt{xy}.\sqrt{xy}.\sqrt{4-2xy}\leq\frac{1}{12}\left(\frac{xy+xy+4-2xy}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\leq\frac{2\sqrt{3}}{27}$

Dấu "=" xảy ra tại $x=y=\frac{2}{\sqrt{3}}$ suy ra $x+y=\frac{4}{\sqrt{3}}$.

Câu 41. Xét các khẳng định sau

i) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ và đạt cực tiểu tại $x=x_0$ thì $\begin{cases}f'(x)=0\\f''(x)>0\end{cases}$.

ii) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ và đạt cực đại tại $x=x_0$ thì $\begin{cases}f'(x)=0\\f''(x)<0\end{cases}$.

iii) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ và $f''(x)=0$ thì hàm số không đạt cực trị tại $x=x_0$.

Số khẳng định đúng trong các khẳng đinh trên là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Cả ba khẳng định đều sai.

Chẳng hạn:

+) Xét hàm số $f(x)=x^4$,

Ta có $f'(x)=4x^3$; $f''(x)=12x^2$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và $f''(0)=0$. Do đó khẳng định i) và iii) sai.

+) Xét hàm số $f(x)=-x^4$,

Ta có $f'(x)=-4x^3$; $f''(x)=-12x^2$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $f''(0)=0$. Do đó khẳng định ii) sai.

Câu 42. Biết rằng đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt $A\left(x_A;y_A\right)$, $B\left(x_B;y_B\right)$ và $x_A>x_B$. Tính giá trị của biểu thức $P=y_A^2-2y_B$

A. $P=-1$. **B.** $P=4$. **C.** $P=-4$. **D.** $P=3$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $\dfrac{2x-1}{x+1}=x-1\Leftrightarrow 2x-1=(x+1)(x-1)$ (với điều kiện $x\neq -1$)

$$\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=0\end{array}\right.$$

Với $x_A=2\Rightarrow y_A=1$; $x_B=0\Rightarrow y_B=-1$

Vậy $P=y_A^2-2y_B=1^2-2(-1)=3$.

Câu 43. Cho hàm số $f\left(x\right),g\left(x\right)$ là các hàm có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R},k\in\mathbb{R}$. Trong các khẳng định dưới đây , có bao nhiêu khẳng định đúng ?

i. $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx-\int g\left(x\right)dx$.

ii. $\int f'\left(x\right)dx=f\left(x\right)+C$.

iii. $\int kf\left(x\right)dx=k\int f\left(x\right)dx$.

iv. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx+\int g\left(x\right)dx$.

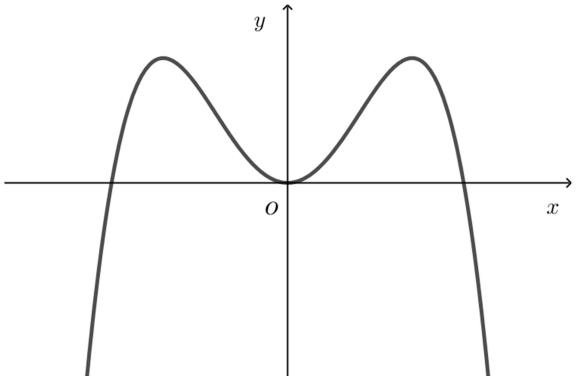
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Với $k=0$ khẳng định $\int kf\left(x\right)dx=k\int f\left(x\right)dx$ sai .

Câu 44. Đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nào dưới đây có dạng đồ thị như hình vẽ bên



A. $f\left(x\right)=x^4-2x^2$. **B.** $f\left(x\right)=-x^4+2x^2-1$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

C. $f(x)=-x^4+2x^2$. **D.** $f(x)=x^4+2x^2$.

Lời giải

Chọn C

Bề lõm quay xuống dưới loại A , D .

Đồ thị hàm số đi qua điểm $O(0;0)$ nên đáp án đúng là C.

Câu 45. Cho hàm số $y=x^3-3x+1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Đặt $y=f(x)=x^3-3x+1$ thì $f'(x)=3x^2-3$. Cho $f'(x)=0$ ta được $3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

Hàm số đồng biến trên trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$ nên đáp án B và C đúng.

Xét đáp án D, ta thấy $(1;2)\subset(1;+\infty)$ nên đáp án D đúng.

Xét đáp án A, ta thấy $(-1;2)\not\subset(-1;1)$ nên đáp án A sai.

Câu 46. Trong Lễ tổng kết tháng thanh niên, có 10 đoàn viên xuất sắc gồm 5 nam và 5 nữ được tuyên dương khen thưởng. Các đoàn viên này được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hang ngang trên sân khấu để nhận giấy khen. Tính xác suất để trong hàng ngang trên không có bất kì hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{42}$. **C.** $\frac{5}{252}$. **D.** $\frac{25}{252}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi T là phép thử ngẫu nhiên sắp xếp 10 em đoàn viên thành một hàng ngang để nhận giấy khen.

Gọi biến cố A : " Sắp xếp được hàng ngang gồm 10 em không có bất kì hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau".

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=10!$

Xếp 5 bạn nam có 5! cách.

Xếp 5 bạn nữ xen vào giữa 4 khoảng trống và 2 vị trí đầu hàng có A_6^5 cách.

Vậy có số phần tử của biến cố A là $n(A)=5!.A_6^5$ cách.

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{5!.A_6^5}{10!}=\frac{1}{42}$.

Câu 47. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^{21}$, $(x\neq 0, n\in\mathbb{N}^*)$.

A. $2^8C_{21}^8$. **B.** $2^7C_{21}^7$. **C.** $-2^8C_{21}^8$. **D.** $-2^7C_{21}^7$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

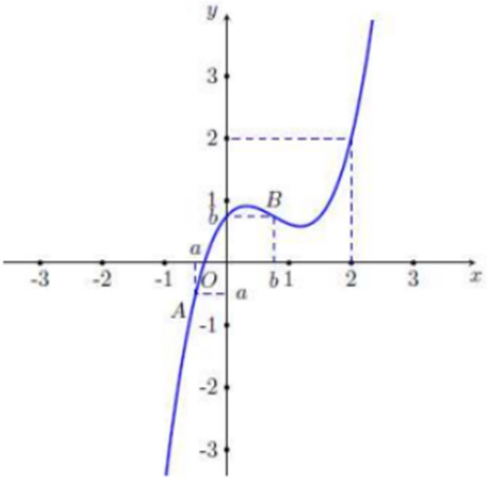
Chọn D

Số hạng thứ $k+1$ của khai triển có dạng: $T_{k+1}=C_{21}^{k}x^{21-k}\left(-\dfrac{2}{x^2}\right)^k=C_{21}^{k}(-2)^k x^{21-3k}$.

Để số hạng không chứa x thì $21-3k=0\Leftrightarrow k=7$.

Vậy số hạng không chứa x là $T_8=C_{21}^{7}(-2)^7=-2^7C_{21}^{7}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ.

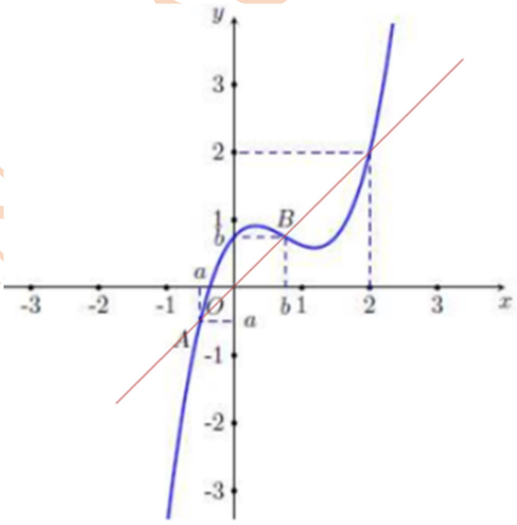


Số nghiệm nằm trong $\left(-\dfrac{\pi}{2};3\pi\right)$ của phương trình $f(\cos x+1)=\cos x+1$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C



Đặt $t=\cos x+1$, $x\in\left(-\dfrac{\pi}{2};3\pi\right)\Rightarrow t\in[0;2]$.

Với $t_0\in(0;1)$ thì phương trình $\cos x+1=t_0$ cho 3 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};3\pi\right)$.

Với $t_0\in(1;2)$ thì phương trình $\cos x+1=t_0$ cho 4 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};3\pi\right)$.

Phương trình có dạng: $f(t)=t$.

Từ đồ thị hàm số suy ra: $f(t)=t\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=b(0<b<1)\\t=2\end{array}\right.$.

DIỄN ĐÀN TOÁN

Với $t=2$, phương trình $\cos x+1=2 \Leftrightarrow \cos x=1$ có 2 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};3\pi\right)$.

Với $t=b$, phương trình $\cos x+1=b \Leftrightarrow \cos x=b-1<0$ có 3 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};3\pi\right)$.

Câu 49. Cho tập Y gồm 5 điểm phân biệt trên mặt phẳng. Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập Y là

A. C_5^2. **B.** A_5^2. **C.** $5!$. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B

Hai điểm tạo véc-tơ có phân biệt điểm đầu, điểm cuối nên số véc-tơ cần tìm là A_5^2.

Câu 50. Cho tam giác ABC có $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$. Nếu a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì

A. $\ln\sin A.\ln\sin C=2\ln\sin B$. **B.** $\ln\sin A+\ln\sin C=2\ln\sin B$.

C. $\ln\sin A.\ln\sin C=\left(\ln\sin B\right)^2$. **D.** $\ln\sin A.\ln\sin C=\ln\left(2\sin B\right)$.

Lời giải

Chọn A

Vì a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên:

$$ac=b^2 \Leftrightarrow \left(2R\sin A\right)\left(2R\sin C\right)=\left(2R\sin B\right)^2 \Leftrightarrow \sin A.\sin C=\sin^2 B$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\sin A.\sin C\right)=\ln\left(\sin^2 B\right) \Leftrightarrow \ln\left(\sin A\right)+\ln\left(\sin C\right)=2\ln\left(\sin B\right).$$

---------- HẾT ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI NGUYÊN

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Nghiệm của phương trình $2^{x-1}=8$ là

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=9$. **D.** $x=10$.

Câu 2. Hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 3. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=7$ và chiều cao $h=2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 28π. **B.** $4\sqrt{53}\pi$. **C.** 28. **D.** 14π.

Câu 4. Mỗi mặt của một khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. một tam giác đều. **B.** một hình vuông. **C.** một lục giác đều. **D.** một ngũ giác đều.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=0$. **D.** $x=-2$.

Câu 6. Số mặt bên của một hình chóp ngũ giác là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

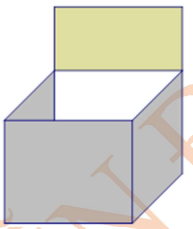
Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x<\log_2(12-3x)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(0;6)$. **D.** $(0;3)$.

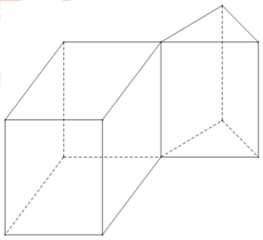
Câu 8. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_a b^2$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}\log_a b$. **B.** $2+\log_a b$. **C.** $2\log_a b$. **D.** $\dfrac{1}{2}+\log_a b$.

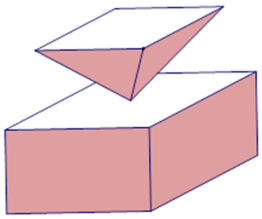
Câu 9. Hình vẽ nào sau đây là hình biểu diễn một hình đa diện?



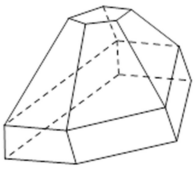
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 10. Một khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=9$. Thể tích khối chóp đã cho bằng?

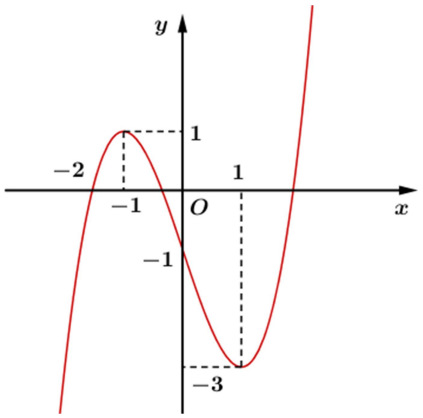
A. 54. **B.** 27. **C.** 15. **D.** 18.

Câu 11. Hàm số $y=\left(x^2-4\right)^{-3}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-3;+\infty)$.

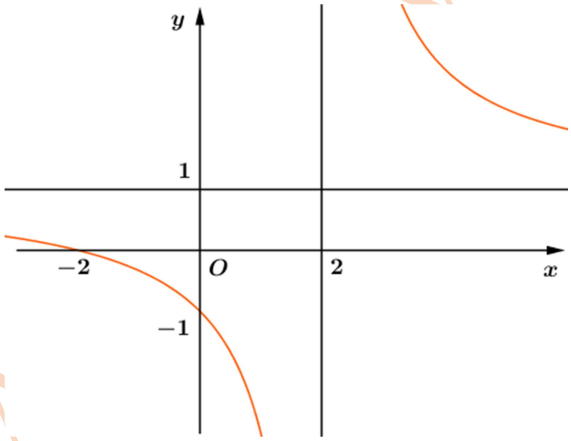
Câu 13. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l=6$ và chiều cao $h=2$. Bán kính đáy của hình nón đã cho bằng

A. 4. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Câu 14. Cho khối lăng trụ có thể tích $V=20$ và diện tích đáy $B=15$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 5.

Câu 15. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\frac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\frac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x+2}{x-2}$.

Câu 16. Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{2021}x$ là

A. $y'=\frac{1}{x}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 2021}$. **C.** $y'=\frac{\ln 2021}{x}$. **D.** $y'=x\ln 2021$.

Câu 17. Thể tích của khối cầu có đường kính 6 bằng

A. 36π. **B.** 288π. **C.** 12π. **D.** 144π.

Câu 18. Điểm cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. $x=7$. **B.** $x=25$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Câu 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$. Giá trị $M-m$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}-2$. **C.** $2+2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 20. Biết $S=[a;b]$ là tập nghiệm của bất phương trình $3.9^x-28.3^x+9\le 0$. Giá trị của $b-a$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 21. Cho hai số thực dương a,b thỏa mãn $\log_2 a+\log_9 b=4$ và $\log_2 a^3+\log_3 b=11$. Giá trị $28a-b-2021$ bằng

A. -1806. **B.** -2004. **C.** -1995. **D.** -1200.

Câu 22. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2;AD=4\sqrt{2};AA'=2\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho bằng

A. 36π. **B.** 9π. **C.** 48π. **D.** 12π.

Câu 23. Gọi A,B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$. Phương trình của đường thẳng AB là

A. $y=x+1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-2x+1$.

Câu 24. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $BC=2a;BB'=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $3a^3$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=-2f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2:+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 26. Cho hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy bằng a và độ dài đường cao bằng $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$, Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy của hình chóp bằng

A. 60°. **B.** 70°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 28. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6%/ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm để nhận được tổng số tiền cả vốn ban đầu và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian gửi người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 29. Số cách chọn một ban cán sự gồm một lớp trưởng, một lớp phó và một bí thư từ một lớp học có 45 học sinh bằng

A. 85140. **B.** 89900. **C.** 14190. **D.** 91125.

Câu 30. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung có phương trình là

A. $y=x+2$. **B.** $y=-x$. **C.** $y=x$. **D.** $y=-x+2$.

Câu 31. Thể tích của khối bát diện đều cạnh $2a$ bằng

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $8\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5=-15$, $u_{20}=60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là

A. $S_{20}=200$. **B.** $S_{20}=250$. **C.** $S_{20}=-250$. **D.** $S_{20}=-200$.

Câu 33. Đồ thị hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $y=\sqrt{x^2-1}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x}$. **D.** $y=\dfrac{3x^2+1}{x}$.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=(2m-1)x-(3m+2)\cos x$ nghịch biến trên $(0;\pi)$?

A. 12. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 35. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), bán kính đáy $r=3$. Biết AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa hình tròn (O) một góc $60°$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{27\sqrt{5}\pi}{5}$. **B.** $\dfrac{27\sqrt{7}\pi}{7}$. **C.** $\dfrac{81\sqrt{7}\pi}{7}$. **D.** $\dfrac{81\sqrt{5}\pi}{5}$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1}$ có hai đường tiệm cận đứng

A. 8. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

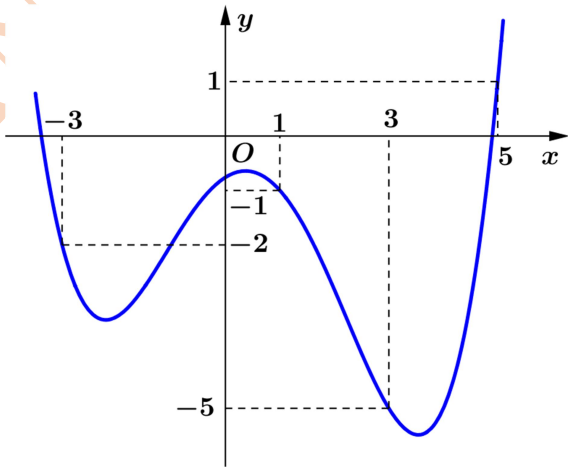
Câu 37. Cho phương trình $3^{1+\frac{3}{x}}-3.3^{\frac{2}{x}-2\sqrt{x}+1}+(m+2).3^{1+\frac{1}{x}-4\sqrt{x}}-m.3^{1-6\sqrt{x}}=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2020;2021]$ để phương trình có nghiệm?

A. 1346. **B.** 2126. **C.** 1420. **D.** 1944.

Câu 38. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^3$, với m là tham số. Gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực tiểu của đồ thị (C) luôn nằm trên đường thẳng cố định. Hệ số góc của đường thẳng d bằng

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|3-2\sqrt{6x-9x^2}\right|\right)$. Giá trị $3M-m$ bằng

A. -8. **B.** 0. **C.** 14. **D.** 2.

Câu 40. Cho hình nón có chiều cao $h=6$ và bán kính đường tròn đáy $r=3$. Xét hình trụ có một đáy nằm trên hình tròn đáy của hình nón, đường tròn của mặt đáy còn lại nằm trên mặt xung quanh của hình nón sao cho thể tích khối trụ lớn nhất. Khi đó, bán kính đáy của hình trụ bằng

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $\frac{9}{4}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 41. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $A'A = A'B = A'C$. Biết rằng $AB = 2a$, $BC = \sqrt{3}a$ và mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 42. Một cửa hàng kem có bán bốn loại kem: kem sôcôla, kem sữa, kem đậu xanh và kem thập cẩm. Một người vào cửa hàng kem mua 8 cốc kem. Xác suất trong 8 cốc kem đó có đủ cả bốn loại kem bằng

A. $\frac{5}{14}$. **B.** $\frac{5}{13}$. **C.** $\frac{7}{33}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 43. Cho các số nguyên dương x, y, z đôi một nguyên tố cùng nhau và thỏa mãn $x\log_{3200} 5 + y\log_{3200} 2 = z$. Giá trị biểu thức $29x - y - 2021z$ bằng

A. -2020. **B.** -1970. **C.** -2019. **D.** -1968.

Câu 44. Cho bất phương trình $\log_3\left(x^2 - x + 2\right) + 1 \geq \log_3\left(x^2 + x + m - 3\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi giá trị của x thuộc đoạn $[0;6]$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn là AD, các đường thẳng SA, AC và CD đôi một vuông góc với nhau $SA = AC = CD = \sqrt{2}a$ và $AD = 2BC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $AD = 2BC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^0, AB = 2a, AC = 2\sqrt{5}a$ và $\widehat{ABC} = 135°$. Góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) bằng $30°$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $4\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 47. Cho các số thực x, y thỏa mãn $2021^{x^3 + \frac{3}{2x^2} - \frac{3}{2}} = \log_{\sqrt[2021]{2020}}\left[2004 - (y-11)\sqrt{y+1}\right]$ với $x > 0$ và $y \geq -1$. Giá trị của biểu thức $P = 2x^2 + y^2 - 2xy + 6$ bằng

A. 14. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;20]$ để hàm số $g(x) = f\left(x^2 + 3x - m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

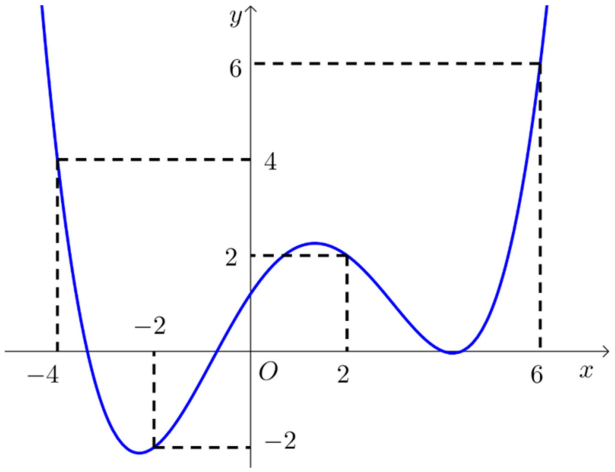
A. 16. **B.** 20. **C.** 17. **D.** 18.

Câu 49. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác ABC vuông tại $A, BC = 4a, \widehat{ABC} = 60^0$. Xét hai tia Bx, Cy cùng hướng và cùng vuông góc với (ABC). Trên Bx lấy điểm B_1 sao cho mặt cầu đường kính BB_1 tiếp xúc với Cy. Trên tia Cy lấy điểm C_1 sao cho mặt cầu đường kính AC_1 tiếp với B_x. Thể tích khối đa diện $ABCC_1B_1$ bằng.

A. $24\sqrt{3}a^3$. **B.** $32\sqrt{3}a^3$. **C.** $8\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2+4x-m\ge\frac{1}{2}f\left(2x+4\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left[-3;-1\right]$ là.

A. $m\ge-\frac{1}{2}f\left(-2\right)-3$. **B.** $m\le-\frac{1}{2}f\left(-2\right)-3$. **C.** $m>-\frac{1}{2}f\left(2\right)-3$. **D.** $m\le-\frac{1}{2}f\left(2\right)-3$.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	A	B	B	A	D	C	D	D	D	C	B	C	D	B	A	C	C	B	A	C	D	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	B	A	D	D	B	B	B	B	A	A	C	D	B	B	C	B	C	A	C	B	D	C	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Nghiệm của phương trình $2^{x-1}=8$ là

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=9$. **D.** $x=10$.

Lời giải

Chọn A

$2^{x-1}=8 \Leftrightarrow x-1=\log_2 8 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 2. Hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

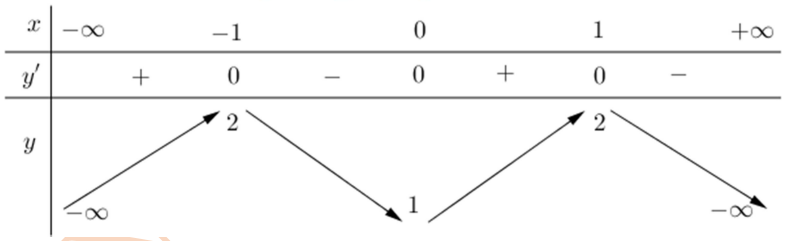
A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

$y'=-4x^3+4x$. $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 3. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=7$ và chiều cao $h=2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 28π. **B.** $4\sqrt{53}\pi$. **C.** 28. **D.** 14π.

Lời giải

Chọn A

$S_{xq}=2\pi rh=2\pi.7.2=28\pi$.

Câu 4. Mỗi mặt của một khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. một tam giác đều. **B.** một hình vuông. **C.** một lục giác đều. **D.** một ngũ giác đều.

Lời giải

Chọn B

Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là hình lập phương.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=0$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

TCN: $y=-2$.

Câu 6. Số mặt bên của một hình chóp ngũ giác là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x<\log_2(12-3x)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(0;6)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_2 x<\log_2(12-3x)\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\12-3x>0\\x<12-3x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<4\\x<3\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<3.$$

Câu 8. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_a b^2$ bằng

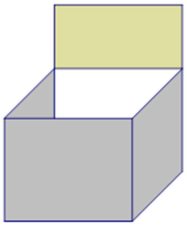
A. $\frac{1}{2}\log_a b$. **B.** $2+\log_a b$. **C.** $2\log_a b$. **D.** $\frac{1}{2}+\log_a b$.

Lời giải

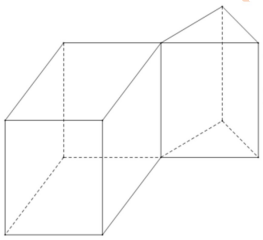
Chọn C

Ta có: $\log_a b^2=2\log_a b$.

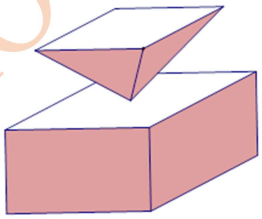
Câu 9. Hình vẽ nào sau đây là hình biểu diễn một hình đa diện?



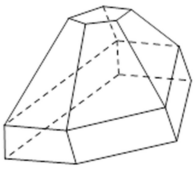
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Một khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=9$. Thể tích khối chóp đã cho bằng?

A. 54. **B.** 27. **C.** 15. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}6.9=18$.

Câu 11. Hàm số $y=\left(x^2-4\right)^{-3}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

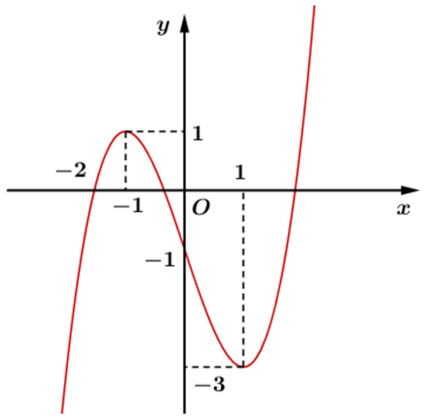
Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định là: $x^2-4\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x\neq -2\end{cases}$. Vậy tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 13. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l=6$ và chiều cao $h=2$. Bán kính đáy của hình nón đã cho bằng

A. 4. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính đáy của hình nón là: $r=\sqrt{l^2-h^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$.

Câu 14. Cho khối lăng trụ có thể tích $V=20$ và diện tích đáy $B=15$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

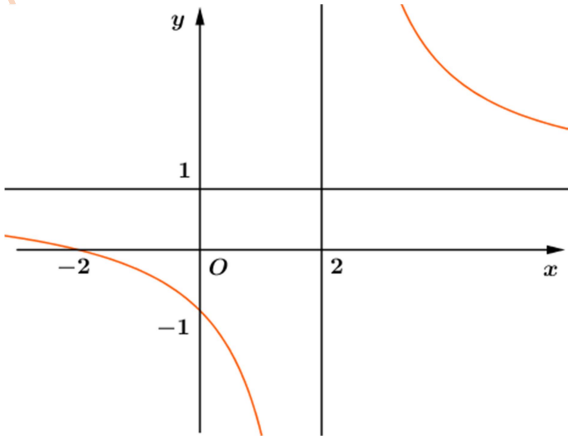
A. 4. **B.** 2. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối lăng trụ là: $V=Bh\Rightarrow h=\frac{V}{B}=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$.

Câu 15. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\frac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\frac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x+2}{x-2}$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra đường tiệm cận ngang $y=1$ và đường tiệm cận đứng $x=2$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 16. Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{2021}x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2021}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 2021}{x}$. **D.** $y'=x\ln 2021$.

Lời giải

Chọn B

$y'=\dfrac{1}{x\ln 2021}$.

Câu 17. Thể tích của khối cầu có đường kính 6 bằng

A. 36π. **B.** 288π. **C.** 12π. **D.** 144π.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có đường kính bằng 6 nên bán kính $R=3$.

$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi 3^3=36\pi$.

Câu 18. Điểm cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. $x=7$. **B.** $x=25$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	7	↘	-25	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x=3$.

Câu 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$. Giá trị $M-m$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}-2$. **C.** $2+2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x\in[-2;2]$

$y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}=0\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

$y(2)=2;\ y\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2};\ y(-2)=-2$.

$\Rightarrow M=\max\limits_{[-2;2]}y=2\sqrt{2},\ m=\min\limits_{[-2;2]}y=-2\Rightarrow M-m=2+2\sqrt{2}$.

Câu 20. Biết $S=[a;b]$ là tập nghiệm của bất phương trình $3.9^x-28.3^x+9\le 0$. Giá trị của $b-a$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

$3.9^x-28.3^x+9\le 0\Leftrightarrow 3.\left(3^x\right)^2-28.3^x+9\le 0\Leftrightarrow\dfrac{1}{3}\le 3^x\le 9\Rightarrow -1\le x\le 2$.

Do đó $a=-1;b=2\Rightarrow b-a=3$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 21. Cho hai số thực dương a,b thỏa mãn $\log_2 a+\log_9 b=4$ và $\log_2 a^3+\log_3 b=11$. Giá trị $28a-b-2021$ bằng

A. -1806. **B.** -2004. **C.** -1995. **D.** -1200.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}\log_2 a+\log_9 b=4\\ \log_2 a^3+\log_3 b=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\log_2 a+\log_3 b=8\\ 3\log_2 a+\log_3 b=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2 a=3\\ \log_3 b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=8\\ b=9\end{cases}$.

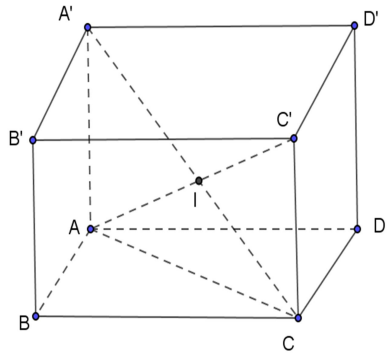
$\Rightarrow 28a-b-2021=28.8-9-2021=-1806$.

Câu 22. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2;AD=4\sqrt{2};AA'=2\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho bằng

A. 36π. **B.** 9π. **C.** 48π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là tâm mặt cầu $\Rightarrow I$ là trung điểm của CA'.

Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2^2+\left(4\sqrt{2}\right)^2}=6\Rightarrow A'C=\sqrt{AA'^2+AC^2}=\sqrt{6^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=4\sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu: $R=\dfrac{A'C}{2}=2\sqrt{3}$ .Diện tích mặt cầu bằng: $S=4\pi R^2=4\pi.\left(2\sqrt{3}\right)^2=48\pi$.

Câu 23. Gọi A,B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$. Phương trình của đường thẳng AB là

A. $y=x+1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-2x+1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6x;y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.\Rightarrow A(0;1);B(2;-3)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2;-4)$.

Phương trình $AB:\dfrac{x-0}{1}=\dfrac{y-1}{-2}\Leftrightarrow y=-2x+1$.

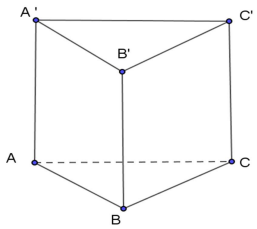
Câu 24. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $BC=2a;BB'=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $V = BB'.S_{ABC} = a\sqrt{3}.\frac{1}{2}.a.a.\sin 60^{\circ} = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2:+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -2f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y'.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

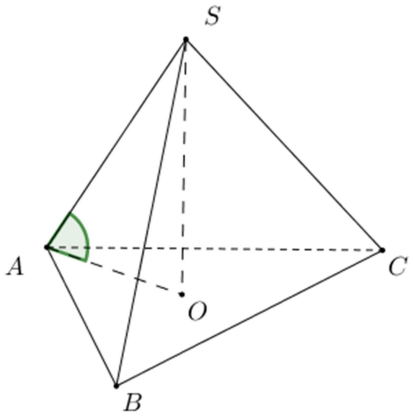
Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(0;2)$.

Câu 26. Cho hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy bằng a và độ dài đường cao bằng $\frac{\sqrt{3}a}{3}$, Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy của hình chóp bằng

A. 60°. **B.** 70°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn D



Ta có $(SA;(ABCD)) = \widehat{SAO}$

Theo đề $AB = a \Rightarrow OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAO vuông tại O ta có: $\tan\widehat{SAO} = \frac{SO}{AO} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = 1 \Rightarrow \widehat{SAO} = 45^{\circ}$.

Vậy $(SA;(ABCD)) = 45^{\circ}$

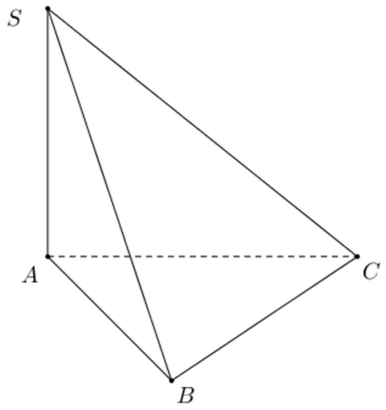
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 28. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6%/ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm để nhận được tổng số tiền cả vốn ban đầu và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian gửi người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là số tiền ban đầu gửi vào ngân hàng (đơn vị triệu đồng)

Gọi n là số năm người đó gửi vào ngân hàng (đơn vị năm)

Gọi P là số tiền cả vốn và lãi (đơn vị triệu đồng)

Theo đề ta có $P>150\Leftrightarrow A(1+r)^n>150\Leftrightarrow 100(1+6\%)^n>150\Leftrightarrow 1,06^n>1,5\Leftrightarrow n>6,9$

Suy ra $n=7$.

Câu 29. Số cách chọn một ban cán sự gồm một lớp trưởng, một lớp phó và một bí thư từ một lớp học có 45 học sinh bằng

A. 85140. **B.** 89900. **C.** 14190. **D.** 91125.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn một ban cán sự gồm một lớp trưởng, một lớp phó và một bí thư từ một lớp học có 45 học sinh là $A_{45}^3=85140$.

Câu 30. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung có phương trình là

A. $y=x+2$. **B.** $y=-x$. **C.** $y=x$. **D.** $y=-x+2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là giao điểm của đồ thị với trục tung

Suy ra toạ độ điểm M là $(0;2)$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$ suy ra $k=y'(0)=\dfrac{-1}{(0+1)^2}=-1$

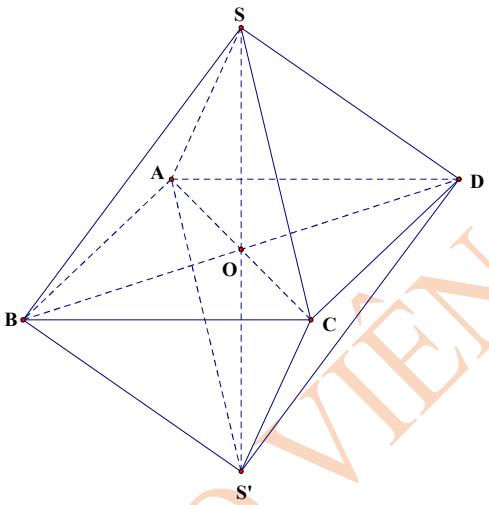
Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(0;2)$ là $y=-x+2$.

Câu 31. Thể tích của khối bát diện đều cạnh $2a$ bằng

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $8\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{SA^2-\left(\dfrac{AC}{2}\right)^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(\dfrac{2a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=a\sqrt{2}$.

Thể tích khối bát diện đều là $V=2V_{S.ABCD}=2.\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{2}{3}.a\sqrt{2}.(2a)^2=\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5=-15$, $u_{20}=60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là

A. $S_{20}=200$. **B.** $S_{20}=250$. **C.** $S_{20}=-250$. **D.** $S_{20}=-200$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases}u_5=-15\\u_{20}=60\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+4d=-15\\u_1+19d=60\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=-35\\d=5\end{cases}$.

Áp dụng công thức tổng n số hạng đầu của cấp số cộng $S_n=\dfrac{n}{2}.\left[2u_1+(n-1)d\right]$ ta có:

Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là $S_{20}=\dfrac{20}{2}.\left[2.(-35)+19.5\right]=250$.

Câu 33. Đồ thị hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang

A. $y=\sqrt{x^2-1}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x}$. **D.** $y=\dfrac{3x^2+1}{x}$.

Lời giải

Chọn B

+) Hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ có tập xác định $D=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\sqrt{x^2-1}=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

+) Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+1}$ có tập xác định $D=[3;+\infty)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

+) Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x}$ có tập xác định $D=[-3;3]\setminus\{0\}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

+) Hàm số $y=\dfrac{3x^2+1}{x}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=(2m-1)x-(3m+2)\cos x$ nghịch biến trên $(0;\pi)$?

A. 12. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

$y'=2m-1+(3m+2)\sin x$

Hàm số $y=(2m-1)x-(3m+2)\cos x$ nghịch biến trên $(0;\pi)$

$\Leftrightarrow y'\le 0\ \forall x\in(0;\pi)\Leftrightarrow 2m-1+(3m+2)\sin x\le 0\ \forall x\in(0;\pi)$.

$\Leftrightarrow m(2+3\sin x)+2\sin x-1\le 0\ \forall x\in(0;\pi)$.

$\Leftrightarrow m\le\dfrac{1-2\sin x}{2+3\sin x}\ \forall x\in(0;\pi)\Leftrightarrow m\le\min\limits_{x\in(0;\pi)}\left(\dfrac{1-2\sin x}{2+3\sin x}\right)$.

Xét $f(x)=\dfrac{1-2t}{2+3t},\ \forall t\in(0;1]$.

$f'(t)=\dfrac{-7}{(2+3t)^2}<0,\forall t\in(0;1]\Rightarrow\min\limits_{t\in(0;1]} f(t)=f(1)=-\dfrac{1}{5}$

Do đó $m\le-\dfrac{1}{5}$

Mà $m\in[-10;10]\cap\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-10;...;-1\}$.

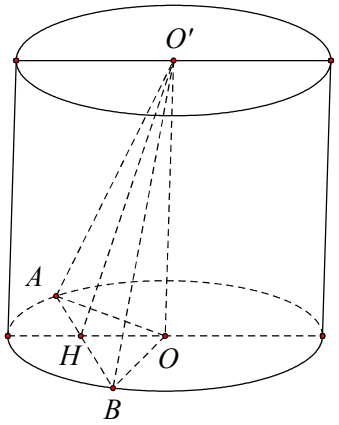
Câu 35. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), bán kính đáy $r=3$. Biết AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa hình tròn (O) một góc $60°$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{27\sqrt{5}\pi}{5}$. **B.** $\dfrac{27\sqrt{7}\pi}{7}$. **C.** $\dfrac{81\sqrt{7}\pi}{7}$. **D.** $\dfrac{81\sqrt{5}\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó góc giữa $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa hình tròn (O) bằng góc $\widehat{OHO'} = 60°$.

Ta có $O'H = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2}$; $OH = \cos 60°.O'H = \dfrac{1}{2}O'H = \dfrac{AB\sqrt{3}}{4}$

$OA^2 = OH^2 + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 9 = \left(\dfrac{AB\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 \Leftrightarrow AB = \dfrac{12\sqrt{7}}{7}$

$O'H = \dfrac{6\sqrt{21}}{7}$

$OO' = O'H.\sin 60° = \dfrac{9\sqrt{7}}{7}$

Thể tích của khối trụ đã cho bằng $V = \dfrac{1}{3}\pi.3^2.\dfrac{9\sqrt{7}}{7} = \dfrac{27\pi\sqrt{7}}{7}$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5;5]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{\sqrt{2x^2 - 2x - m} - x - 1}$ có hai đường tiệm cận đứng

A. 8. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{\sqrt{2x^2 - 2x - m} - x - 1}$ có hai đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 2x - m \ge 0 \\ \sqrt{2x^2 - 2x - m} - x - 1 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \\ x \ne 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ 2x^2 - 2x - m = x^2 + 2x + 1 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \\ x \ne 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x^2 - 4x - 1 = m \text{ có hai nghiệm phân biệt} \\ x \ne 0 \end{cases}$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$x^2-4x-1=m$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 và lớn hơn hoặc bằng $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} -5<m\le 4 \\ m\ne -1 \end{cases} (1)$

Mà $m\in[-5;5]\cap\mathbb{Z}$ (3)

Từ $(1),(3)\Rightarrow m\in\{-4;-3;-2;0;1;2;3;4\}$.

Câu 37. Cho phương trình $3^{1+\frac{3}{x}}-3.3^{\frac{2}{x}-2\sqrt{x}+1}+(m+2).3^{1+\frac{1}{x}-4\sqrt{x}}-m.3^{1-6\sqrt{x}}=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2020;2021]$ để phương trình có nghiệm?

A. 1346. **B.** 2126. **C.** 1420. **D.** 1944.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>0$.

Ta có: $3^{1+\frac{3}{x}}-3.3^{\frac{2}{x}-2\sqrt{x}+1}+(m+2).3^{1+\frac{1}{x}-4\sqrt{x}}-m.3^{1-6\sqrt{x}}=0$

$\Leftrightarrow 3^{3\left(\frac{1}{x}+2\sqrt{x}\right)}-3.3^{2\left(\frac{1}{x}+2\sqrt{x}\right)}+(m+2).3^{\frac{1}{x}+2\sqrt{x}}-m=0$ $(*)$

Đặt $t=3^{\frac{1}{x}+2\sqrt{x}}=3^{\frac{1}{x}+\sqrt{x}+\sqrt{x}}\ge 3^{3\sqrt[3]{\frac{1}{x}.\sqrt{x}.\sqrt{x}}}=3^3=27$.

Phương trình có dạng: $\Leftrightarrow t^3-3.t^2+(m+2).t-m=0$ $(**)$.

Ta tìm $m\in[-2020;2021]$ để phương trình $(**)$ có nghiệm lớn hơn hoặc bằng 27.

Ta có: $(**)\Leftrightarrow (t-1)(t^2-2t+m)=0$

$\Leftrightarrow t^2-2t+m=0$ (vì $t\ge 27$)

$\Leftrightarrow (t-1)^2=1-m$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m\ge 0 \\ t=1\pm\sqrt{1-m} \end{cases}$

Vậy để phương trình $(**)$ có nghiệm lớn hơn hoặc bằng 27 thì

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m\ge 0 \\ 1+\sqrt{1-m}\ge 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 1 \\ 1-m\ge 676 \end{cases} \Leftrightarrow m\le -675$.

Vì $m\in[-2020;2021]$ nên có: $2020-675+1=1346$ giá trị m.

Câu 38. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^3$, với m là tham số. Gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực tiểu của đồ thị (C) luôn nằm trên đường thẳng cố định. Hệ số góc của đường thẳng d bằng

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6mx+3(m^2-1)$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2-2mx+m^2-1=0\Leftrightarrow \begin{cases} x=m-1 \\ x=m+1 \end{cases}$.

Vì hàm số có hệ số bậc ba dương nên hàm số có điểm cực tiểu $x_{CT}=m+1$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

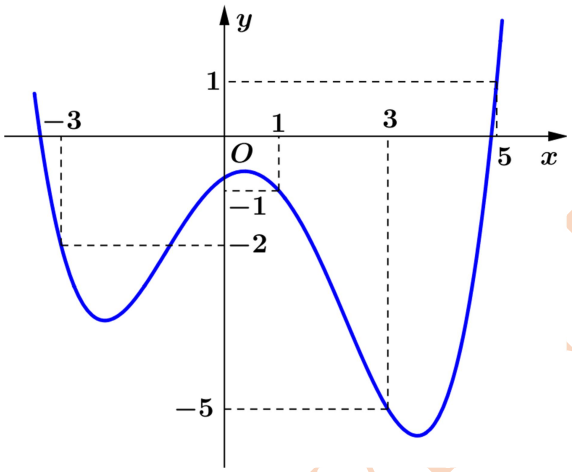
Mặt khác ta lại có: $y=(x-m)\left[(x-m)^2+3mx\right]-3mx(x-m)-3x$

Suy ra: $y_{CT}=(x_{CT}-m)\left[(x_{CT}-m)^2+3mx_{CT}\right]-3mx_{CT}(x_{CT}-m)-3x_{CT}$

$y_{CT}=\left[1+3mx_{CT}\right]-3mx_{CT}-3x_{CT}=1-3x_{CT}=1-3x_{CT}$

Vậy tọa độ điểm cực tiểu thỏa mãn phương trình đường thẳng $y=-3x+1$ hay đường thẳng d có hệ số góc bằng -3.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\left|3-2\sqrt{6x-9x^2}\right|\right)$. Giá trị $3M-m$ bằng

A. -8. **B.** 0. **C.** 14. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=3-2\sqrt{6x-9x^2}$, $x\in\left[0;\frac{2}{3}\right]$

Có $t'=-2.\frac{6-18x}{2\sqrt{6x-9x^2}}$, $t'=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$.

Ta có $t(0)=3;\ t\left(\frac{1}{3}\right)=1;\ t\left(\frac{2}{3}\right)=3$, hàm số $t=t(x)$ liên tục trên $\left[0;\frac{2}{3}\right]$, nên $t\in[1;3]$.

Xét hàm số $y=f(t)$ trên $[1;3]$.

Từ đồ thị hàm số ta có giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1;3]$ bằng -1 và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1;3]$ bằng -5

Vậy $3M-m=3(-1)+5=2$.

Câu 40. Cho hình nón có chiều cao $h=6$ và bán kính đường tròn đáy $r=3$. Xét hình trụ có một đáy nằm trên hình tròn đáy của hình nón, đường tròn của mặt đáy còn lại nằm trên mặt xung quanh của hình nón sao cho thể tích khối trụ lớn nhất. Khi đó, bán kính đáy của hình trụ bằng

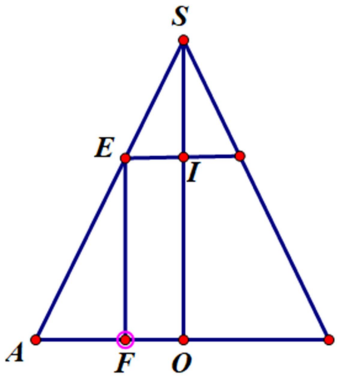
A. $\frac{9}{4}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi hình trụ có chiều cao và bán kính đáy lần lượt là $h_o;\ r_o\ \ (6>h_o>0;3>r_o>0)$, khi đó thể tích của khối trụ $V=h_o.\pi r_o^2$

ĐỀN ĐÁN GIÁO V... TOÁN



Cắt khối tròn xoay bởi mặt phẳng qua trục của hình, gọi điểm O là tâm của đường tròn đáy hình nón, tâm I của đường tròn còn lại của hình trụ; IO đường cao của hình trụ nằm trong hình nón; E và F là các điểm nằm trên đường tròn đáy của hình trụ

Ta có $\frac{IE}{OA}=\frac{SI}{SO}\Rightarrow\frac{r_o}{3}=\frac{6-h_o}{6}\Leftrightarrow h_o=6-2r_o$

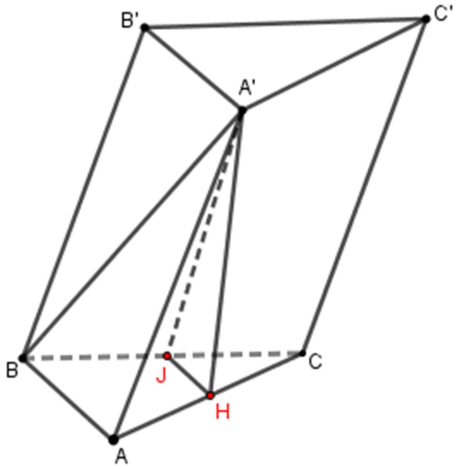
$\Rightarrow V=\pi r_o^2\left(6-2r_o\right)\le\pi\left(\frac{r_o+r_o+6-2r_o}{3}\right)^3=8\pi$

Dấu "=" khi $r_o=6-2r_o\Leftrightarrow r_o=2$.

Câu 41. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $A'A=A'B=A'C$. Biết rằng $AB=2a$, $BC=\sqrt{3}a$ và mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải



Chọn B

+ Gọi H là trung điểm của AC, do tam giác ABC vuông tại B nên H là tâm đường trong ngoại tiếp tam giác ABC. Lại có $A'A=A'B=A'C$, suy ra $A'H\perp\left(ABC\right)$.

+ $V_{ABC.A'B'C'}=A'H.S_{\Delta ABC}$.

+ $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}2a\sqrt{3}a=a^2\sqrt{3}$.

+ Gọi J là trung điểm BC, JH vuông góc với BC, do đó dễ dàng lập luận được góc $A'JH$ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC). Từ đó tính được: $A'H=\tan 30^0.JH=\frac{1}{\sqrt{3}}a=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

+ Do đó: $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}a^2\sqrt{3}=a^3$.

Câu 42. Một cửa hàng kem có bán bốn loại kem: kem sôcôla, kem sữa, kem đậu xanh và kem thập cẩm. Một người vào cửa hàng kem mua 8 cốc kem. Xác suất trong 8 cốc kem đó có đủ cả bốn loại kem bằng

A. $\dfrac{5}{14}$. **B.** $\dfrac{5}{13}$. **C.** $\dfrac{7}{33}$. **D.** $\dfrac{5}{12}$.

Lời giải

ChọnA

* Xét hai bài toán sau:

+ **Bài toán 1**: *Tìm số nghiệm nguyên dương của phương trình:*

$$x_1+x_2+...+x_k=n,\left(n,k\in\mathbb{N}^*;n\ge k\right).$$

Đáp số: C_{n-1}^{k-1}.

Đáp số bài toán trên cho ta kết quả của bài toán chia n cái kẹo cho k em bé sao cho em nào cũng có ít nhất một cái, hoặc cũng có thể nói số cách phân phối n cái kẹo cho k em bé sao cho em nào cũng có kẹo. Từ đó áp dụng trong các bài toán khác khi cần đếm số cách phân phối đồ vật giống nhau vào trong các hộp sao cho hộp nào cũng có ít nhất một đồ vật hoặc phân phối các đồ vật theo các loại sao cho trong các đồ vật loại nào cũng có.

+ **Bài toán 2**: *Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình:*

$$x_1+x_2+...+x_k=n,\left(n,k\in\mathbb{N}^*\right).$$

Đáp số: C_{n+k-1}^{k-1}.

Đáp số bài toán trên cho ta kết quả của bài toán chia n cái kẹo cho k em bé hoặc cũng có thể nói số cách phân phối n cái kẹo cho k em bé. Từ đó áp dụng trong các bài toán khác khi cần đếm số cách phân phối đồ vật giống nhau vào trong các hộp hoặc phân phối các đồ vật theo các loại.

*** Áp dụng trong câu hỏi trên ta có lời giải:**

+ Số cách phân phối 8 que kem cho 4 loại là: $|\Omega|=C_{11}^3$.

+ Số cách phân phối 8 que kem về cho 4 loại sao cho loại nào cũng có: C_7^3.

Do đó xác suất cần tính là: $\dfrac{C_7^3}{C_{11}^3}=\dfrac{7}{33}$.

Câu 43. Cho các số nguyên dương x,y,z đôi một nguyên tố cùng nhau và thỏa mãn $x\log_{3200}5+y\log_{3200}2=z$. Giá trị biểu thức $29x-y-2021z$ bằng

A. -2020. **B.** -1970. **C.** -2019. **D.** -1968.

Lời giải

Chọn B

$x\log_{3200}5+y\log_{3200}2=z\Leftrightarrow\log_{3200}\left(5^x.2^y\right)=z\Leftrightarrow5^x.2^y=3200^z\Leftrightarrow5^x.2^y=5^{2z}.2^{7z}$

Do x,y,z nguyên dương suy ra $\begin{cases}x=2z\\y=7z\end{cases}$.

Do x,y,z đôi một nguyên tố cùng nhau nên ta có $z=1,x=2,y=7$.

Vậy $29x-y-2021z=-1970$.

Câu 44. Cho bất phương trình $\log_3\left(x^2-x+2\right)+1\ge\log_3\left(x^2+x+m-3\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi giá trị của x thuộc đoạn $[0;6]$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn C

$\log_3\left(x^2-x+2\right)+1\geq\log_3\left(x^2+x+m-3\right)\ \forall x\in[0;6]$

$\Leftrightarrow\left(x^2-x+2\right)3\geq\left(x^2+x+m-3\right)>0,\forall x\in[0;6]$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+x+m-3>0\\2x^2-4x-m+9\geq 0\end{cases},\forall x\in[0;6]$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>-x^2-x+3\\m\leq 2x^2-4x+9\end{cases},\forall x\in[0;6]\ (1)$

Ta có $-x^2-x+3\leq 3,\forall x\in[0;6]$. Dấu "=" xảy ra khi $x=0$.

Suy ra $\max\limits_{x\in[0;6]}\left(-x^2-x+3\right)=3$.

Lại có $2x^2-4x+9=2(x-1)^2+7\geq 7,\forall x\in[0;6]$. Dấu "=" xảy ra khi $x=1$.

Suy ra $\min\limits_{x\in[0;6]}\left(2x^2-4x+9\right)=7$.

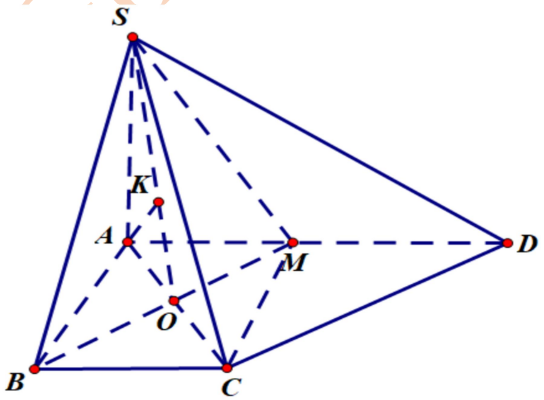
Vậy $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}m>3\\m\leq 7\end{cases}\Leftrightarrow 3<m\leq 7$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên ta được $m\in\{4;5;6;7\}$ (4 giá trị nguyên).

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn là AD, các đường thẳng SA, AC và CD đôi một vuông góc với nhau $SA=AC=CD=\sqrt{2}a$ và $AD=2BC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $AD=2BC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases}SA\perp AC\\SA\perp CD\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$.

Gọi M là trung điểm AD.

Do $SA=AC=CD=\sqrt{2}a$ nên tam giác ACD vuông cân tại C suy ra $CM\perp AD$,

$AD=\sqrt{2}AC=2a$, $CM=AM=\frac{1}{2}AD=a$.

Từ đó $ABCM$ là hình vuông suy ra $AB\perp AD$.

Lại có $CD//BM\Rightarrow CD//(SBM)\Rightarrow d(CD,AB)=d\left(D,(SBM)\right)=d\left(\mathrm{A},(SBM)\right)$

Gọi $O=AC\cap BM$

Trong mặt phẳng (SAO): kẻ $AK\perp SO$ (1)

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có:

$\begin{cases} BM \perp SA \\ BM \perp CA \end{cases}$

$\Rightarrow BM \perp (SAO) \Rightarrow BM \perp AK \ (2)$

Từ (1) và $(2) \Rightarrow AK \perp (SBM)$

$\Rightarrow d\left(A,(SBM)\right) = AK = \dfrac{SA.AO}{\sqrt{SA^2+AO^2}} = \dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.

Có thể tính khoảng cách nhanh theo công thức

$AB; AM; AS$ đôi một vuông góc thì

$$d\left(A,(SBM)\right) = \frac{SA.SB.SM}{\sqrt{SA^2.SB^2+SB^2.SM^2+SM^2.SA^2}} = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

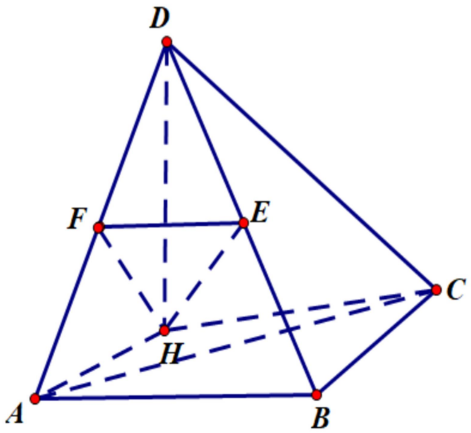
Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^0, AB = 2a, AC = 2\sqrt{5}a$ và $\widehat{ABC} = 135°$. Góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) bằng $30°$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $4\sqrt{2}a^3$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên mặt phẳng (ABC)



Ta có: $\begin{cases} AB \perp DH \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp AH$

Mặt khác: $\begin{cases} CB \perp DH \\ CB \perp BD \end{cases} \Rightarrow CB \perp BH$

Tam giác ABH vuông tại A, $AB = 2a, \widehat{ABH} = 45^0 \Rightarrow \Delta ABH$ vuông cân tại $A \Rightarrow AH = AB = 2a; BH = 2a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý cosin, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC.\cos\widehat{ABC}$

$BC^2 + AB^2 - 2.AB.BC.\cos\widehat{ABC} - AC^2 = 0 \Leftrightarrow BC^2 + 2a\sqrt{2}BC - 16a^2 = 0 \Rightarrow BC = 2\sqrt{2}a$

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.BC \sin 135^0 = \dfrac{1}{2}.2a.2\sqrt{2}a.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2a^2$

Dựng $\begin{cases} HE \perp DA \\ HF \perp DB \end{cases} \Rightarrow HE \perp (DAB); HF \perp (DCB)$

Suy ra $\widehat{((DAB),(DCB))} = \widehat{(HE,HF)} = \widehat{EHF}$. Tam giác EHF vuông tại E

DIỄN ĐÀN TOÁN

Đặt $DH=x$, khi đó $EH=\dfrac{DH.AH}{\sqrt{DH^2+AH^2}}=\dfrac{2ax}{\sqrt{4a^2+x^2}}$, F $H=\dfrac{2a\sqrt{2}x}{\sqrt{8a^2+x^2}}$

$\cos\widehat{EHF}=\dfrac{EH}{EF}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{8a^2+x^2}}{\sqrt{2}\sqrt{4a^2+x^2}}\Rightarrow 6\left(4a^2+x^2\right)=4\left(8a^2+x^2\right)\Rightarrow x=2a$

Vậy thể tích của khối tứ diện $ABCD$: $V_{SABCD}=\dfrac{1}{3}.S_{ABC}.DH=\dfrac{1}{3}.2a^2.2a=\dfrac{4a^3}{3}$.

Câu 47. Cho các số thực x,y thỏa mãn $2021^{x^3+\frac{3}{2x^2}-\frac{3}{2}}=\log_{\sqrt[2021]{2020}}\left[2004-(y-11)\sqrt{y+1}\right]$ với $x>0$ và $y\ge -1$. Giá trị của biểu thức $P=2x^2+y^2-2xy+6$ bằng

A. 14. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

$2021^{x^3+\frac{3}{2x^2}-\frac{3}{2}}=\log_{\sqrt[2021]{2020}}\left[2004-(y-11)\sqrt{y+1}\right]$

$\Leftrightarrow 2021^{x^3+\frac{3}{2x^2}-\frac{3}{2}}=2021\log_{2020}\left[2004-(y-11)\sqrt{y+1}\right]$

Ta có: $x^3+\dfrac{3}{2x^2}=\dfrac{x^3}{2}+\dfrac{x^3}{2}+\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{1}{2x^2}\overset{cauchy}{\ge}\dfrac{5}{2},\forall x>0\Rightarrow VT\ge 2021^{\frac{5}{2}-\frac{3}{2}}=2021\quad(1)$

Ta có: $2004-(y-11)\sqrt{y+1}=2004-\left(\sqrt{y+1}\right)^3+12\sqrt{y+1}$

Đặt $t=\sqrt{y+1}\Rightarrow t\ge 0$

$f(t)=2004-t^3+12t$

$\Rightarrow f'(t)=-3t^2+12$

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=\pm 2$.

t	0		2		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	2004	$\nearrow$	2020	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT, ta có $f(t)\le 2020$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t=2$.

$\Rightarrow VP\le 2021\log_{2020}2020=2021.1=2021\quad(2)$

Từ (1) và $(2)\Rightarrow$ Dấu "=" xảy ra đồng thời ở (1) và (2)

$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x^3}{2}=\dfrac{1}{2x^2}\\ \sqrt{y+1}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=3\end{cases}\Rightarrow P=11.$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;20]$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2+3x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 16. **B.** 20. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$f'(x)=(x-1)(x+3)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$

$g(x)=f\left(x^2+3x-m\right) \Rightarrow g'(x)=(2x+3) f'\left(x^2+3x-m\right)$

Hàm số $g(x)=f\left(x^2+3x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$

$\Leftrightarrow g'(x)=(2x+3) f'\left(x^2+3x-m\right) \geq 0, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow f'\left(x^2+3x-m\right) \geq 0, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow \left(x^2+3x-m-1\right)\left(x^2+3x-m+3\right) \geq 0, \forall x \in (0;2) \quad (1)$

Đặt $t=x^2+3x$

Xét hàm số $h(x)=x^2+3x, \forall x \in (0;2)$

$h'(x)=2x+3>0, \forall x \in (0;2)$ nên hàm số $h(x)$ đồng biến trên $(0;2)$.

Do $x \in (0;2) \Rightarrow t \in (0;10)$

$(1) \Rightarrow (t-m-1)(t-m+3) \geq 0, \forall t \in (0;10)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 10 \leq m-3 \\ 0 \geq m+1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 13 \\ m \leq -1 \end{array}\right.$

Mà m là số nguyên thuộc đoạn $[-10;20]$ nên có 18 giá trị nguyên của m thỏa điều kiện đề bài.

Câu 49. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác ABC vuông tại $A, BC=4a, \widehat{ABC}=60^0$. Xét hai tia Bx, Cy cùng hướng và cùng vuông góc với (ABC). Trên Bx lấy điểm B_1 sao cho mặt cầu đường kính BB_1 tiếp xúc với Cy. Trên tia Cy lấy điểm C_1 sao cho mặt cầu đường kính AC_1 tiếp với B_x. Thể tích khối đa diện $ABCC_1B_1$ bằng.

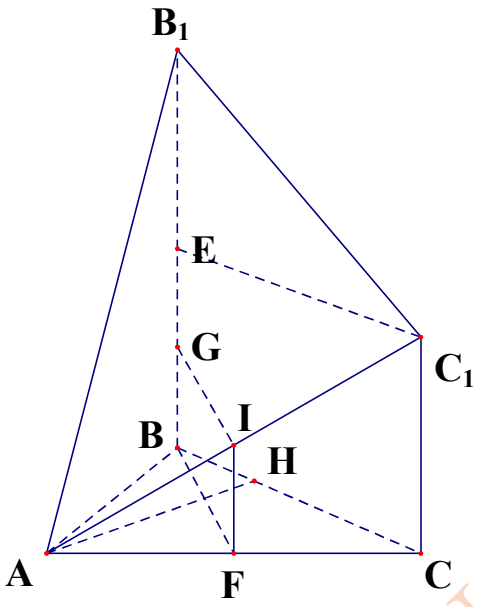
A. $24\sqrt{3}a^3$. **B.** $32\sqrt{3}a^3$. **C.** $8\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

* Ta có: Gọi E là trung điểm của BB_1 thì E là tâm mặt cầu đường kính BB_1 bán kính $r=d(E;CC_1)=BC=4a$. Khi đó: ta có $BB_1=8a; AB=2a; AC=2a\sqrt{3}$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi I,F lần lượt là trung điểm của AC_1 và AC suy ra $IF//CC_1//BB_1; IF\perp(ABC)$

Kẻ $IG\perp BB_1$ tại G

Ta có: $IG=BF=\dfrac{AC_1}{2}=R$ là bán kính của mặt cầu có đường kính AC_1

Đặt $CC_1=x(x>0)$.

Ta có: $R=\dfrac{AC_1}{2}=\dfrac{\sqrt{\left(2a\sqrt{3}\right)^2+x^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{12a^2+x^2}}{2}$

$R=BF=\sqrt{BA^2+FA^2}=\sqrt{4a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=a\sqrt{7}$

$\Rightarrow\dfrac{\sqrt{12a^2+x^2}}{2}=a\sqrt{7}\Leftrightarrow x=4a$

* Kẻ $AH\perp BC$ tại H

Ta có: $\begin{cases}AH\perp BC\\AH\perp BB_1\end{cases}\Rightarrow AH\perp(BB_1C_1C)$ hay AH là đường cao của hình chóp $A.BB_1C_1C$

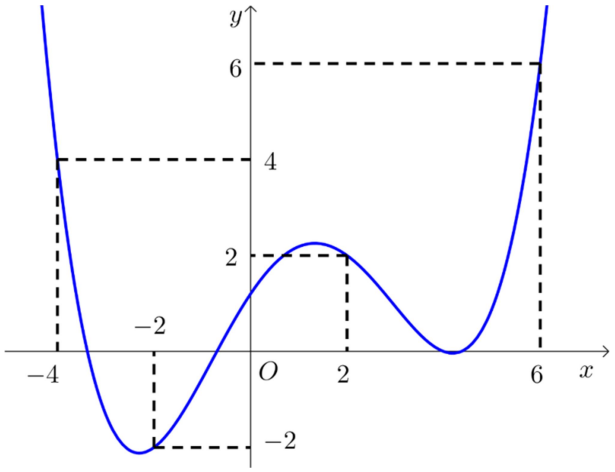
* Diện tích tứ giác BB_1C_1C là $S=\dfrac{1}{2}BC.(BB_1+CC_1)=\dfrac{1}{2}.4a(8a+4a)=24a^2$

* Chiều cao của hình chóp $d\left(A,(BB_1C_1C)\right)=\dfrac{AB.AC}{BC}=\dfrac{2a.2a\sqrt{3}}{4a}=a\sqrt{3}$

Thể tích khối chóp $A.BB_1C_1C$ là $V=\dfrac{1}{3}d\left(A,BB_1C_1C\right).S_{BB_1C_1C}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.24a^2=8\sqrt{3}a^3$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2+4x-m\ge\frac{1}{2}f(2x+4)$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-3;-1]$ là.

A. $m\ge-\frac{1}{2}f(-2)-3$. **B.** $m\le-\frac{1}{2}f(-2)-3$. **C.** $m>-\frac{1}{2}f(2)-3$. **D.** $m\le-\frac{1}{2}f(2)-3$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=2x+4, t\in[-2;2]\Rightarrow x=\frac{t-4}{2}$

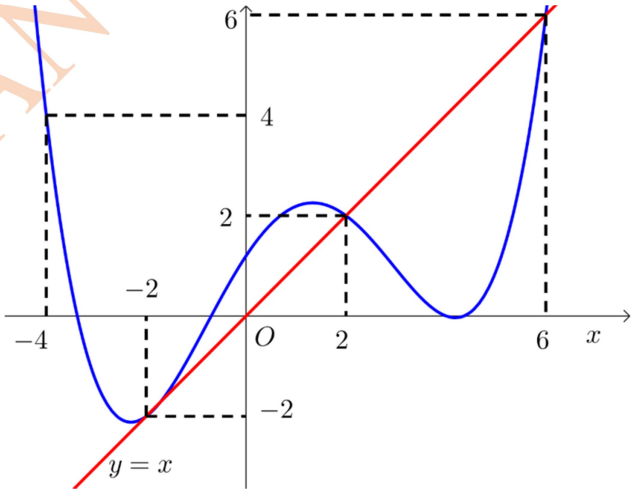
Bất phương trình viết lại: $\frac{t^2}{4}-4-m\ge\frac{1}{2}f(t)$ nghiệm đúng $\forall t\in[-2;2]$

$\Leftrightarrow t^2-16-4m\ge 2f(t)$ nghiệm đúng $\forall t\in[-2;2]$

$\Leftrightarrow 4m\le t^2-16-2f(t)$ nghiệm đúng $\forall t\in[-2;2]$ (1)

* Đặt $g(t)=t^2-16-2f(t), t\in[-2;2]\Rightarrow g'(t)=2t-2f'(t)$

Vẽ đồ thị $y=x; y=f'(x)$ trên cùng một hệ trục.



Ta thấy $f'(x)\ge x;\forall x\in[-2;2]$ nên:

$g'(t)=2t-2f'(t)\le 0,\forall t\in[-2;2]$ hay $g(t)$ là hàm nghịch biến trên $[-2;2]$

$\Rightarrow\min\limits_{[-2;2]}g(t)=g(2)=-12-2f(2)$

$(1)\Rightarrow 4m\le-12-2f(2)$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\Rightarrow m \le -\frac{1}{2} f(2) - 3$.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG

TRƯỜNG THPT KINH MÔN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 02

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-2$ và công sai $d=3$ thì số hạng u_5 bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+4y+2z-4=0$ có bán kính R là

A. $R=\sqrt{5}$. **B.** $R=25$. **C.** $R=5$. **D.** $R=2$.

Câu 3. Tọa độ giao điểm M của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ với trục hoành là

A. $\left(-\dfrac{3}{2};0\right)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

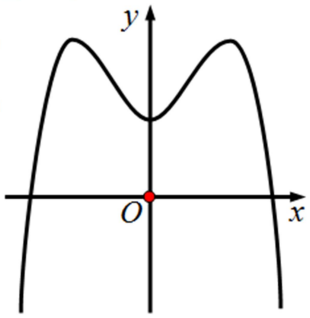
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	5	$\searrow$	$-\infty$ / $+\infty$	$\searrow$	2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Câu 6. Tính diện tích toàn phần của hình trụ có đường cao bằng 2 và đường kính đáy bằng 8.

A. 80π. **B.** 24π. **C.** 160π. **D.** 48π.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2020x}+2x$ là

A. $2020e^{2020x}+x^2+C$. **B.** $\dfrac{1}{2020}e^{2020x}+2x^2+C$.

C. $e^{2020x}+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **D.** $\dfrac{1}{2020}e^{2020x}+x^2+C$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

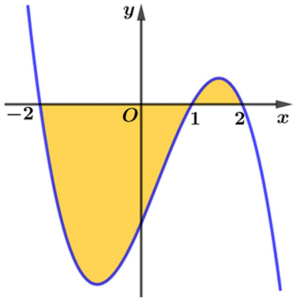
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+\vec{j}$. Tọa độ điểm M là

A. $M(0;2;1)$. **B.** $M(1;2;0)$. **C.** $M(2;1;0)$. **D.** $M(2;0;1)$.

Câu 11. Cho đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ sau đây. Biết rằng $\int_{-2}^{1}f(x)dx=a$ và $\int_{1}^{2}f(x)dx=b$. Tính diện tích S của phần hình phẳng được tô đậm.



A. $S=-a-b$. **B.** $S=a+b$. **C.** $S=b-a$. **D.** $S=a-b$.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x}=27$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 14. Cho khối hình hộp có thể tích bằng 64 và chiều cao bằng 4. Diện tích đáy của khối hộp đã cho bằng:

A. 8. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 6.

Câu 15. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $4^{x-1}\geq 2^{x^2-3x+2}$

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f(x)+3m=0$ có 3 nghiệm phân biệt

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Hãy chọn đáp án đúng.

A. $\int_a^b f(x)dx+\int_b^a f(x)dx=0$. **B.** $\int_a^b f(x)dx=\int_b^a |f(x)|dx$.

C. $\int_a^b f(x)dx=\int_b^a f(x)dx$. **D.** $\int_a^b f(x)dx=\frac{1}{2}\int_b^a f(x)dx$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 9. **B.** 64. **C.** 48. **D.** 84.

Câu 19. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng e là

A. $y=2x-e$. **B.** $y=x+e$. **C.** $y=ex-2e$. **D.** $y=2x+3e$.

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2+1)(x-2).\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại C, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $AB=2a, SB=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỷ số $\dfrac{4V}{a^3}$ có giá trị là

A. $4\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 23. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $4^{x^2}-5.2^{x^2}+4=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y=(x^2-7x+10)^{-2021}$ là

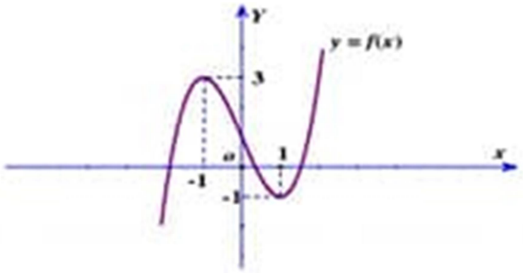
A. $(2;5)$. **B.** $(-\infty;2)\cup(5;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2;5\}$. **D.** $(-\infty;2]\cup[5;+\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$. **B.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=4$.

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 4. **D.** Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.

Câu 26. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ:



Tính tổng $T=a+b+c+d$.

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 27. Cho mặt cầu (S) đi qua $A(3;1;0), B(5;5;0)$ và có tâm I thuộc trục Ox, (S) có phương trình là:

A. $(x+10)^2+y^2+z^2=5\sqrt{2}$. **B.** $(x-10)^2+y^2+z^2=5\sqrt{2}$.

C. $(x-10)^2+y^2+z^2=50$. **D.** $(x+10)^2+y^2+z^2=50$.

Câu 28. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, BC=2a, AB=a$. Mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Khi đó thể tích lăng trụ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 29. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$, có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp}=10\pi$. **B.** $S_{tp}=4\pi$. **C.** $S_{tp}=6\pi$. **D.** $S_{tp}=2\pi$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 30. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân, có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\dfrac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\pi a^2\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 31. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{\sqrt{9-x^2}}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 32. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=e^{2x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=3$ là

A. $\dfrac{e^6}{2}+\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{e^6}{3}+\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{e^6}{2}-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{e^6}{3}-\dfrac{1}{3}$.

Câu 33. Đồ thị hàm số nào trong bốn đồ thị hàm số liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, có đúng một cực trị?

A. $y=x^4+2x^2-5$. **B.** $y=x^3-6x^2+x$. **C.** $y=\dfrac{2x-7}{x+1}$. **D.** $y=-x^3-4x+5$.

Câu 34. Biết rằng tích phân $\int\limits_0^1(2x+1)e^x dx=a+b.e$, tích ab bằng

A. -15. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 35. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x.\cos x$.

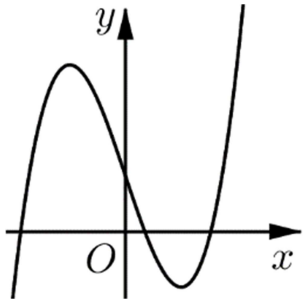
A. $\int f(x)dx=-\dfrac{\sin^4 x}{4}+C$. **B.** $\int f(x)dx=\dfrac{\sin^4 x}{4}+C$.

C. $\int f(x)dx=\dfrac{\sin^2 x}{3}+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\dfrac{\sin^2 x}{2}+C$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $\cos x.f'(x)+\sin x.f(x)=2\sin x.\cos^3 x$, với mọi $x\in\mathbb{R}$, và $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\in(2;3)$. **B.** $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\in(3;4)$. **C.** $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\in(4;6)$. **D.** $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\in(1;2)$.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.

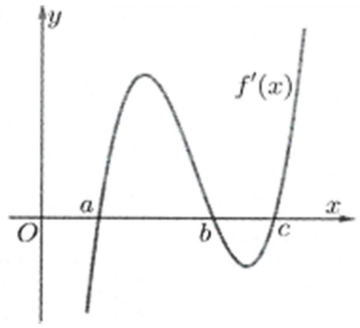


Hàm số $g(x)=f(|x|)+2021$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

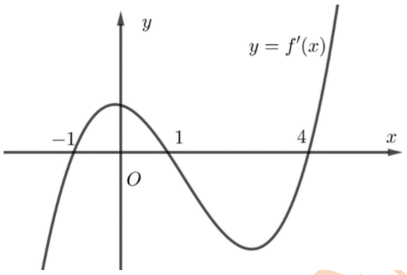
Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như trong hình vẽ. Hỏi phương trình $f(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm biết $f(a)>0$?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=f\left(\left|3-x\right|\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(4;7)$ **B.** $(-\infty;-1)$ **C.** $(2;3)$ **D.** $(-1;2)$

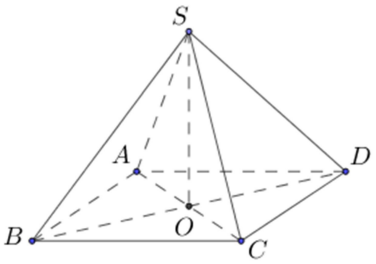
Câu 40. Cho bất phương trình: $9^x+(m+1)3^x+2m>0$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nguyên thuộc $[-8;8]$ để bất phương trình (1) nghiệm đúng $\forall x>1$.

A. 11 **B.** 9 **C.** 8 **D.** 10

Câu 41. Ông M vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất $0,4\%$ tháng theo hình thức mỗi tháng trả góp số tiền giống nhau sao cho sau đúng 3 năm thì hết nợ. Hỏi số tiền ông phải trả hàng tháng là bao nhiêu? (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)

A. 2,96 triệu đồng. **B.** 2,98 triệu đồng. **C.** 2,99 triệu đồng. **D.** 2,97 triệu đồng.

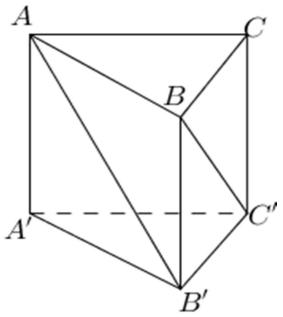
Câu 42. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên $SA=2a$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SDC) và (SAC) bằng



A. $\frac{\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Câu 43. Cho hình chóp $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông cân $AB=AC=a, A'A=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC'

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $MNPQ$ với $M(10;10), N(-10;10), P(-10;-10), Q(10;-10)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm có tọa độ đều là các số nguyên nằm trong hình vuông $MNPQ$ (tính cả các điểm nằm trên cạnh của hình vuông). Chọn ngẫu nhiên một điểm $A(x;y) \in S$, khi đó xác suất để chọn được điểm A thỏa mãn $\left|\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OM}\right| \le 1$ là

A. $\frac{1}{21}$. **B.** $\frac{2}{49}$. **C.** $\frac{1}{49}$. **D.** $\frac{19}{441}$.

Câu 45. Cho khối chóp $S.ABC$ có đường cao $SA = a$, tam giác ABC vuông ở C có $AB = 2a$, góc $\widehat{CAB} = 30^0$. Gọi H là hình chiếu của A trên SC. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (SAC). Tính thể tích khối chóp $H.AB'B$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 46. Xét các số thực dương a,b,x,y thỏa mãn $a>1; b>1$ và $a^{2x} = b^{3y} = (a.b)^6$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3.x.y + 2x + y$ có dạng $m + n\sqrt{30}$ (với m,n là các số tự nhiên). Tính $S = m - 2n$.

A. $S = 34$. **B.** $S = 28$. **C.** $S = 32$. **D.** $S = 24$.

Câu 47. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục có đạo hàm $f'(x)$ trên $[0;1]$, $f(0) = 0$. Biết $\int_0^1 (f'(x))^2\,dx = \frac{1}{3}, \int_0^1 f(x)\,dx = -\frac{1}{3}$. Khi đó $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)\,dx$ bằng

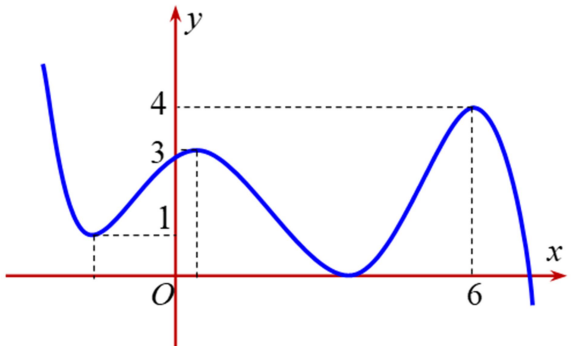
A. $-\frac{5}{48}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{6}{23}$.

Câu 48. Cho mặt cầu tâm O bán kính R. Từ điểm A tùy ý trên mặt cầu dựng các đường thẳng đôi một hợp với nhau góc α và cắt mặt cầu tại $B;C;D$ khác A thỏa mãn $AB = AC = AD$. Khi α thay đổi, thể tích lớn nhất của khối tứ diện ABCD bằng

A. $V = \frac{8}{9}R^3$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{2}}{27}R^3$. **C.** $V = \frac{8\sqrt{3}R^3}{27}$. **D.** $V = \frac{4\sqrt{3}}{27}R^3$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Giá trị của tham số m để phương trình $\dfrac{4m^3+m}{\sqrt{2f^2(x)+5}}=f^2(x)+3$ có 3 nghiệm phân biệt là $m=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với a,b là hai số nguyên tố. Tính $T=a+b$?

A. $T=43$. **B.** $T=35$. **C.** $T=39$. **D.** $T=45$.

Câu 50. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD, ABA'B', ADD'A'$ lần lượt bằng $30\,cm^2, 40\,cm^2, 48\,cm^2$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp bằng

A. $3\sqrt{10}$ cm. **B.** $5\sqrt{10}$ cm. **C.** $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$ cm. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ cm.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	A	A	A	B	C	D	A	C	C	B	C	C	A	B	A	B	A	C	D	C	A	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	B	D	C	C	A	C	B	A	A	D	D	A	C	C	C	A	B	B	A	C	C	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-2$ và công sai $d=3$ thì số hạng u_5 bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_5=u_1+4d=-2+4.3=10$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+4y+2z-4=0$ có bán kính R là

A. $R=\sqrt{5}$. **B.** $R=25$. **C.** $R=5$. **D.** $R=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $a=4, b=-2, c=-1, d=-4$.

Bán kính mặt cầu: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{4^2+(-2)^2+(-1)^2+4}=5$.

Câu 3. Tọa độ giao điểm M của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ với trục hoành là

A. $\left(-\dfrac{3}{2};0\right)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Cho $y=0\Rightarrow\dfrac{2x+3}{x+2}=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M\left(-\dfrac{3}{2};0\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'	$-$		$\|$	$-$	
y	5	$\searrow$	$\|$	$+\infty$ $\searrow$	2
		$-\infty$	$\|$		

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

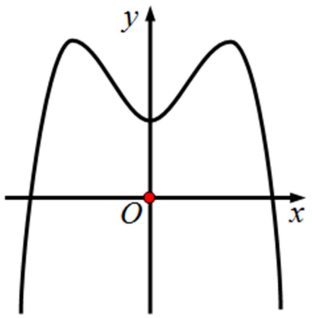
Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=5$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=2\Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2$ và $y=5$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to(-1)^+}y=+\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình bên?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong là đồ thị hàm trùng phương: $y=ax^4+bx^2+c$.

* Do đồ thị quay bề lõm xuống dưới nên $a<0$.

* Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại $y=c>0$ nên ta loại đáp án **B.**

* Đồ thị hàm số có cực đại và cực tiểu $\Rightarrow a.b<0\Rightarrow b>0$ nên ta loại đáp án D, **C.**

Câu 6. Tính diện tích toàn phần của hình trụ có đường cao bằng 2 và đường kính đáy bằng 8.

A. 80π. **B.** 24π. **C.** 160π. **D.** 48π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp}=2\pi rl+2\pi r^2=2\pi.2.4+2\pi.2^2=24\pi$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích tam giác đều ABC: $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích tích khối chóp $S.ABC$: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 8. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2020x}+2x$ là

A. $2020e^{2020x}+x^2+C$. **B.** $\dfrac{1}{2020}e^{2020x}+2x^2+C$.

C. $e^{2020x}+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **D.** $\dfrac{1}{2020}e^{2020x}+x^2+C$.

Lời giải

Chọn D

$F(x)=\dfrac{1}{2020}e^{2020x}+x^2+C$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+\vec{j}$. Tọa độ điểm M là

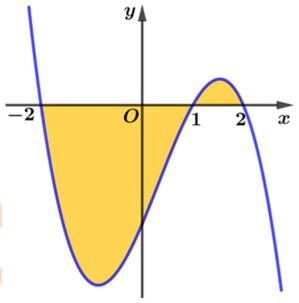
A. $M(0;2;1)$. **B.** $M(1;2;0)$. **C.** $M(2;1;0)$. **D.** $M(2;0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+\vec{j}\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}(2;1;0)\Leftrightarrow M=(2;1;0)$.

Câu 11. Cho đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ sau đây. Biết rằng $\int_{-2}^{1}f(x)dx=a$ và $\int_{1}^{2}f(x)dx=b$. Tính diện tích S của phần hình phẳng được tô đậm.



A. $S=-a-b$. **B.** $S=a+b$. **C.** $S=b-a$. **D.** $S=a-b$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích S của phần hình phẳng được tô đậm:

$$S=\int_{-2}^{2}|f(x)|dx=\int_{-2}^{1}|f(x)|dx+\int_{1}^{2}|f(x)|dx=\int_{-2}^{1}[-f(x)]dx+\int_{1}^{2}f(x)dx=-a+b=b-a.$$

Câu 12. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}{1-\frac{4}{x^2}}=\dfrac{0}{1}=0$.

Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x}=27$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn C

$3^{x^2-2x}=27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x}=3^3 \Leftrightarrow x^2-2x=3 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=3$

Vậy phương trình trên có 2 nghiệm.

Câu 14. Cho khối hình hộp có thể tích bằng 64 và chiều cao bằng 4 .Diện tích đáy của khối hộp đã cho bằng:

A. 8. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V=h.S \Leftrightarrow 64=4.S \Leftrightarrow S=16$.

Câu 15. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $4^{x-1} \geq 2^{x^2-3x+2}$

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4^{x-1} \geq 2^{x^2-3x+2} \Leftrightarrow 2^{2(x-1)} \geq 2^{x^2-3x+2} \Leftrightarrow 2(x-1) \geq x^2-3x+2 \Leftrightarrow x^2-5x+4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$.

Các giá trị nguyên thỏa mãn là $1;2;3;4$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f(x)+3m=0$ có 3 nghiệm phân biệt

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2f(x)+3m=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3m}{2}$.

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi $-\dfrac{3m}{2}=-3 \Leftrightarrow m=2$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Hãy chọn đáp án đúng.

A. $\int_a^b f(x)dx+\int_b^a f(x)dx=0$.

B. $\int_a^b f(x)dx=\int_b^a |f(x)|dx$.

C. $\int_a^b f(x)dx=\int_b^a f(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)dx=\dfrac{1}{2}\int_b^a f(x)dx$.

Lời giải

Chọn A

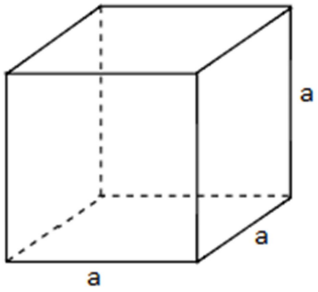
Câu 18. Tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 96. Thể tích của khối lập phương là?

A. 9. **B.** 64. **C.** 48. **D.** 84.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi cạnh của hình lập phương là a.

Ta có $6a^2=96\Leftrightarrow a=4$

Vậy thể tích khối lập phương $V=4^3=64$.

Câu 19. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng e là

A. $y=2x-e$. **B.** $y=x+e$. **C.** $y=ex-2e$. **D.** $y=2x+3e$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=x\ln x\Rightarrow y'=\ln x+1$, khi đó $y'(e)=2;y(e)=e$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng e là $y=y'(e)(x-e)+y(e)\Leftrightarrow y=2(x-e)+e\Leftrightarrow y=2x-e$

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Số vectơ thỏa mãn yêu cầu là $A_4^2=12$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2+1)(x-2).\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn D

Giải $f'(x)>0\Leftrightarrow(x^2+1)(x-2)>0\Leftrightarrow x-2>0\Leftrightarrow x>2$.

Giải $f'(x)<0\Leftrightarrow x<2$.

Suy ra, hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

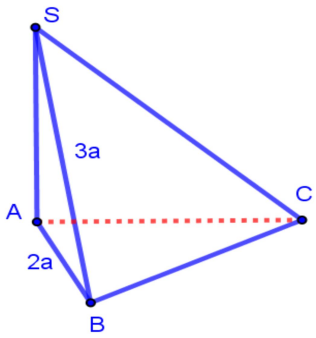
Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại C, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $AB=2a,SB=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỷ số $\dfrac{4V}{a^3}$ có giá trị là

A. $4\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Xét ΔABC vuông cân tại C, có $CA^2+CB^2=AB^2 \Leftrightarrow 2CA^2=4a^2 \Leftrightarrow CA=CB=a\sqrt{2}$.

Xét ΔSAB có $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=\sqrt{9a^2-4a^2}=a\sqrt{5}$.

Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}CA.CB=\frac{1}{2}\left(a\sqrt{2}\right)^2=a^2$.

Ta có $V=V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{5}=\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Tỷ số $\frac{4V}{a^3}=\frac{4.\frac{a^3\sqrt{5}}{3}}{a^3}=\frac{4\sqrt{5}}{3}$.

Câu 23. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $4^{x^2}-5.2^{x^2}+4=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Đặt $2^{x^2}=t;\ t\ge 1$.

$$4^{x^2}-5.2^{x^2}+4=0 \Leftrightarrow t^2-5t+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{x^2}=1 \\ 2^{x^2}=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ x^2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-7x+10\right)^{-2021}$ là

A. $(2;5)$. **B.** $(-\infty;2)\cup(5;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2;5\}$. **D.** $(-\infty;2]\cup[5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x^2-7x+10\ne 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\ne 2 \\ x\ne 5 \end{array}\right.$.

Tập xác định của hàm số $\mathbb{R}\setminus\{2;5\}$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$. **B.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=4$.

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 4. **D.** Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $[-4;4]$. Hàm số liên tục trên $[-4;4]$.

Ta có: $y'=\frac{1}{2\sqrt{4+x}}-\frac{1}{2\sqrt{4-x}}$.

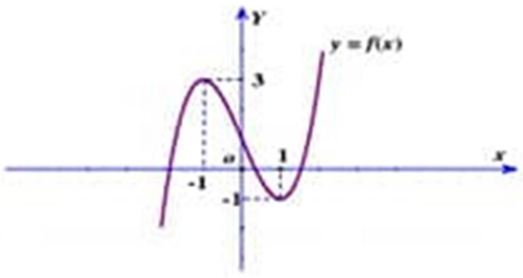
$y'=0 \Leftrightarrow \sqrt{4+x}=\sqrt{4-x} \Leftrightarrow x=0$

$y(-4)=2\sqrt{2}; y(0)=4; y(4)=2\sqrt{2};$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Do hàm số liên tục trên đoạn $[-4;4]$ nên giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.

Câu 26. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ:



Tính tổng $T=a+b+c+d$.

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Vì hàm số đạt cực trị tại $x=1; x=-1$; đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị $(1;-1);(-1;3)$. nên

$$\begin{cases} f'(1)=0 \\ f'(-1)=0 \\ f(1)=-1 \\ f(-1)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b+c=0 \\ 3a-2b+c=0 \\ a+b+c+d=-1 \\ -a+b-c+d=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{2} \\ b=0 \\ c=\dfrac{3}{2} \\ d=-2 \end{cases} \Rightarrow a+b+c+d=-1.$$

Câu 27. Cho mặt cầu (S) đi qua $A(3;1;0), B(5;5;0)$ và có tâm I thuộc trục Ox, (S) có phương trình là:

A. $(x+10)^2+y^2+z^2=5\sqrt{2}$. **B.** $(x-10)^2+y^2+z^2=5\sqrt{2}$.

C. $(x-10)^2+y^2+z^2=50$. **D.** $(x+10)^2+y^2+z^2=50$.

Lời giải

Chọn C

Vì $I\in Ox \Rightarrow I(x_I;0;0)$, mặt khác (S) đi qua A, B nên

$IA=IB \Leftrightarrow \sqrt{(3-x_I)^2+1^2+0^2}=\sqrt{(5-x_I)^2+5^2+0^2}$;

$\Leftrightarrow x_I^2-6x_I+10=x_I^2-10x_I+50 \Leftrightarrow x_I=10 \Rightarrow I(10;0;0) \Rightarrow R=IA=5\sqrt{2}$.

Vậy (S) có phương trình là $(x-10)^2+y^2+z^2=50$.

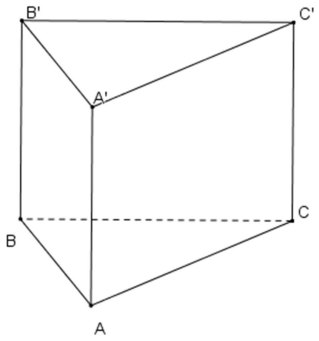
Câu 28. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, BC=2a, AB=a$. Mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Khi đó thể tích lăng trụ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Do mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông nên đường cao $BB' = BC = 2a$. Ta có thể tích của lăng trụ là:

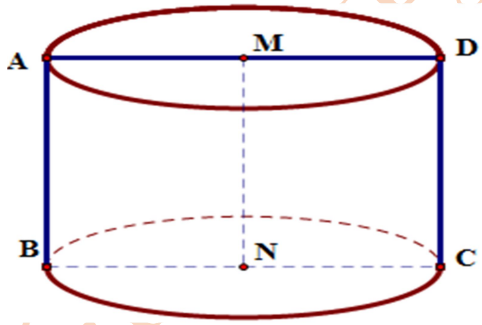
$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.BB' = \frac{1}{2}AB.AC.BB' = \frac{1}{2}AB\sqrt{BC^2 - AB^2}.BB' = \frac{1}{2}a.a\sqrt{3}.2a = a^3\sqrt{3}$.

Câu 29. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$, có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 10\pi$. **B.** $S_{tp} = 4\pi$. **C.** $S_{tp} = 6\pi$. **D.** $S_{tp} = 2\pi$.

Lời giải

Chọn B



Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN ta được một hình trụ có bán kính đáy $r = AM = \frac{AD}{2} = 1$, chiều cao $h = AB = 1$.

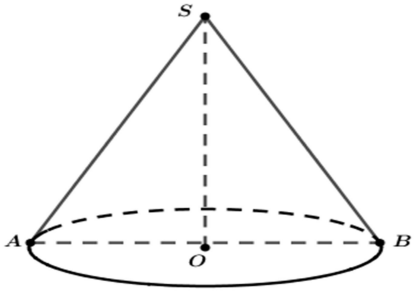
Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi.1.1 + 2\pi.1^2 = 4\pi$.

Câu 30. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân, có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\pi a^2\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Thiết diện qua trục là tam giác SAB vuông cân tại S, có đường sinh $l = SA = a$.

Bán kính đường tròn đáy là $r = OA = \frac{SA}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 31. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{\sqrt{9-x^2}}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=(-3;3)$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to -3^+} y=\lim\limits_{x\to -3^+}\dfrac{x-3}{\sqrt{9-x^2}}=-\infty$.

$\lim\limits_{x\to 3^-} y=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x-3}{\sqrt{9-x^2}}=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x-3}{\sqrt{(3-x)(3+x)}}=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x-3}{\sqrt{3-x}.\sqrt{3+x}}=-\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x}}=0$.

Từ các giới hạn trên ta suy ra đường thẳng $x=-3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 1.

Câu 32. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=e^{2x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=3$ là

A. $\dfrac{e^6}{2}+\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{e^6}{3}+\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{e^6}{2}-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{e^6}{3}-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có diện tích hình phẳng trên bằng

$$S=\int_0^3 e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^3=\frac{1}{2}\left(e^6-1\right).$$

Câu 33. Đồ thị hàm số nào trong bốn đồ thị hàm số liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, có đúng một cực trị?

A. $y=x^4+2x^2-5$. **B.** $y=x^3-6x^2+x$. **C.** $y=\dfrac{2x-7}{x+1}$. **D.** $y=-x^3-4x+5$.

Lời giải

Chọn A

+ Xét hàm số $y=x^4+2x^2-5$ có $ab>0$ nên đồ thị hàm số có đúng một cực trị

Câu 34. Biết rằng tích phân $\int\limits_0^1(2x+1)e^x dx=a+b.e$, tích ab bằng

A. -15. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^1(2x+1)e^x dx=(2x+1)e^x\Big|_0^1-\int_0^1 2e^x dx=3e-1-2e^x\Big|_0^1=3e-1-2e+2=e+1.$$

$\Rightarrow a=b=1\Rightarrow a.b=1$.

Câu 35. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x.\cos x$.

A. $\int f(x)dx=-\dfrac{\sin^4 x}{4}+C$. **B.** $\int f(x)dx=\dfrac{\sin^4 x}{4}+C$.

C. $\int f(x)dx=\dfrac{\sin^2 x}{3}+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\dfrac{\sin^2 x}{2}+C$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx = \int \sin^3 x.\cos x.dx = \int \sin^3 x.d(\sin x) = \frac{\sin^4 x}{4} + C$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $\cos x.f'(x) + \sin x.f(x) = 2\sin x.\cos^3 x$, với mọi $x \in \mathbb{R}$, và $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{9\sqrt{2}}{4}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $f\left(\frac{\pi}{3}\right) \in (2;3)$. **B.** $f\left(\frac{\pi}{3}\right) \in (3;4)$. **C.** $f\left(\frac{\pi}{3}\right) \in (4;6)$. **D.** $f\left(\frac{\pi}{3}\right) \in (1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\cos x.f'(x) + \sin x.f(x) = 2\sin x.\cos^3 x \Leftrightarrow \frac{f'(x).\cos x - f(x).(\cos x)'}{\cos^2 x} = 2\sin x.\cos x$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{\cos x}\right)' = \sin 2x.$$

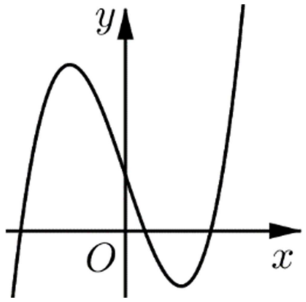
Lấy nguyên hàm hai vế ta được $\int \left(\frac{f(x)}{\cos x}\right)'.dx = \int \sin 2x.dx \Rightarrow \frac{f(x)}{\cos x} = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Mà $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{9\sqrt{2}}{4}$ suy ra $\frac{f\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\cos\frac{\pi}{4}} = -\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{2} + C \Leftrightarrow C = \frac{9}{2}$.

Vậy $\frac{f(x)}{\cos x} = -\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{9}{2} \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x.\cos x + \frac{9}{2}\cos x$.

Do đó $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}\cos\frac{2\pi}{3}.\cos\frac{\pi}{3} + \frac{9}{2}\cos\frac{\pi}{3} = \frac{19}{8} \in (2;3)$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(|x|) + 2021$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

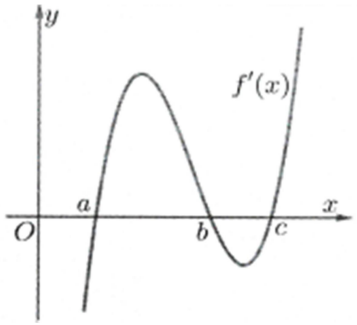
Chọn A

Gọi n là số điểm cực trị dương của hàm số $y = f(x)$, dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có $n = 2$.

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|x|) + 2021$ bằng số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|x|)$ và bằng $2n + 1 = 2.2 + 1 = 5$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như trong hình vẽ. Hỏi phương trình $f(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm biết $f(a)>0$?

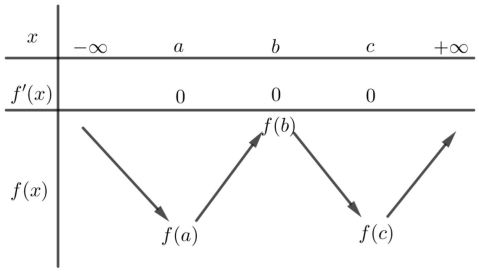


A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

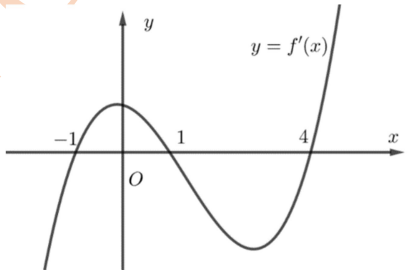
Chọn D

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$



Lại có $\int_a^b f'(x)dx > \int_b^c -f'(x)dx \Leftrightarrow f(b)-f(a)>f(b)-f(c) \Leftrightarrow f(a)<f(c)$ mà $f(a)>0$ suy ra $f(c)>0$. Vậy phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=f\left(|3-x|\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(4;7)$ **B.** $(-\infty;-1)$ **C.** $(2;3)$ **D.** $(-1;2)$

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm $y=f\left(|3-x|\right) \Rightarrow y'=\dfrac{x-3}{|3-x|}.f'\left(|3-x|\right)\ge 0 \Leftrightarrow (x-3)f'\left(|3-x|\right)\ge 0$.

Xét hai trường hợp

$$+\begin{cases} x\ge 3 \\ f'\left(|3-x|\right)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} -1\le |3-x|\le 1 \\ |3-x|\ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} x-3\le 1 \\ x-3\ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} x\le 4 \\ x\ge 7 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 3\le x\le 4 \\ x\ge 7 \end{array}\right..$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

+ $\begin{cases} x \le 3 \\ f'\left(\left|3-x\right|\right) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 3 \\ 1 \le \left|3-x\right| \le 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le 3 \\ 1 \le 3-x \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 3 \\ -1 \le x \le 2 \end{cases} \Rightarrow -1 \le x \le 2.$

Như vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;2)$.

Câu 40. Cho bất phương trình: $9^x + (m+1)3^x + 2m > 0$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nguyên thuộc $[-8;8]$ để bất phương trình (1) nghiệm đúng $\forall x > 1$.

A. 11 **B.** 9 **C.** 8 **D.** 10

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình đã cho đưa về

$9^x + (m+1)3^x + 2m > 0 \Leftrightarrow m(3^x+2) + 9^x + 3^x > 0 \Leftrightarrow m > -\dfrac{9^x+3^x}{3^x+2} = -\dfrac{t^2+t}{t+2} = f(t); t > 0.$

Khảo sát hàm số ta có $f'(t) = -\dfrac{t^2+4t+2}{(t+2)^2} < 0, \forall t > 0$, dẫn đến hàm nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó $x > 1 \Rightarrow t > 3$, bất phương trình nghiệm đúng khi $m > f(3) = -\dfrac{12}{5}$.

Kết hợp $m \in [-8;8]$ thu được 11 giá trị nguyên m.

Câu 41. Ông M vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất $0,4\%$ tháng theo hình thức mỗi tháng trả góp số tiền giống nhau sao cho sau đúng 3 năm thì hết nợ. Hỏi số tiền ông phải trả hàng tháng là bao nhiêu? (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)

A. 2,96 triệu đồng. **B.** 2,98 triệu đồng. **C.** 2,99 triệu đồng. **D.** 2,97 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

Đặt $T_0 = 100; r = 0,4\%; n = 3.12 = 36$; a là số tiền ông M hàng tháng trả ngân hàng và T_n là số tiền ông M còn nợ ngân hàng sau tháng thứ n.

+) Sau tháng thứ nhất, số tiền ông M còn nợ ngân hàng là $T_1 = T_0(1+r\%)^1 - a$

+) Sau tháng thứ hai, số tiền ông M còn nợ ngân hàng là $T_2 = T_0(1+r\%)^2 - a(1+r\%) - a$

....

+) Sau 3 năm (36 tháng), ông M trả hết nợ ngân hàng nên ta có

$T_{36} = T_0(1+r\%)^{36} - a(1+r\%)^{35} - a(1+r\%)^{34} - ... - a = 0$

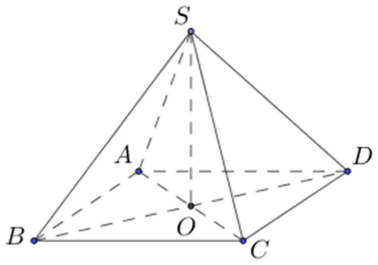
$\Leftrightarrow T_0(1+r\%)^{36} = a.\dfrac{(1+r\%)^{36}-1}{r\%}$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{T_0.r\%.(1+r\%)^{36}}{(1+r\%)^{36}-1}$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{100.0,004.(1,004)^{36}}{(1,004)^{36}-1} \approx 2,99$ (triệu đồng).

Câu 42. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên $SA = 2a$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SDC) và (SAC) bằng

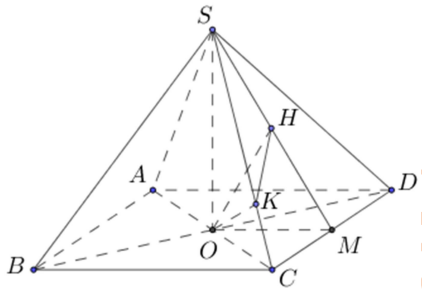
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $\frac{\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2} \Rightarrow AC = 2a \Rightarrow OC = a$.

Vì $S.ABCD$ là chóp đều $\Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow \Delta SOC$ vuông tại O

$\Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = a\sqrt{3}$ (vì $SC = SA = 2a$).

Gọi K là hình chiếu vuông góc của O lên $SC \Rightarrow OK = \frac{OC.OS}{SC} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi M là trung điểm của $CD \Rightarrow OM \perp CD$, $CD \perp SO \Rightarrow CD \perp (SOM)$

Mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow (SOM) \perp (SCD)$

Trong (SOM), kẻ $OH \perp SM$.

Ta có $\begin{cases} (SOM) \perp (SCD) \\ (SOM) \cap (SCD) = SM \\ OH \subset (SOM), OH \perp SM \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O,(SCD)) = OH$.

Tam giác SOM vuông tại O, có $OH \perp SM \Rightarrow OH = \frac{OM.OS}{\sqrt{OM^2 + OS^2}} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{21}}{7}$

$\Rightarrow d(O,(SCD)) = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Đặt $\varphi = ((SCD),(SAC))$.

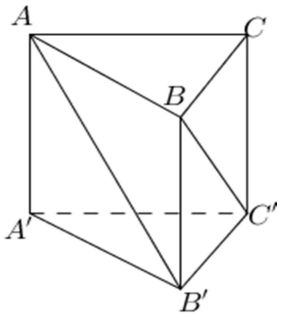
Ta có $(SCD) \cap (SAC) = SC$ và $O \in (SAC) \Rightarrow \sin\varphi = \frac{d(O,(SCD))}{d(O,SC)} = \frac{OH}{OK} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

$\Rightarrow \cos\varphi = \sqrt{1 - \sin^2\varphi} = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $\cos((SCD),(SAC)) = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 43. Cho hình chóp $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông cân $AB = AC = a, A'A = a\sqrt{3}$. Tính

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

Chọn C

CGắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc toạ độ $A'(0;0;0)$. Khi đó $A'C' \equiv Ox, A'B' \equiv Oy, A'A \equiv Oz$.

Vì suy ra: $\begin{cases} B(0;a;a\sqrt{3}), C'(a;0;0) \\ A(0;0;a\sqrt{3}), B'(0;a;0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BC'} = (a;-a;-a\sqrt{3}) \\ \overrightarrow{AB'} = (0;a;-a\sqrt{3}) \\ \overrightarrow{B'C'} = (a;-a;0) \end{cases}$

Ta có hai đường thẳng AB' và BC' là hai đường thẳng chéo nhau.

Suy ra $d(AB';BC') = \frac{\left|\overrightarrow{B'C'}.\left[\overrightarrow{BC'};\overrightarrow{AB'}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{BC'};\overrightarrow{AB'}\right]\right|} = \frac{\left|-a\sqrt{3}\right|}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $MNPQ$ với $M(10;10), N(-10;10), P(-10;-10), Q(10;-10)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm có tọa độ đều là các số nguyên nằm trong hình vuông $MNPQ$ (tính cả các điểm nằm trên cạnh của hình vuông). Chọn ngẫu nhiên một điểm $A(x;y) \in S$, khi đó xác suất để chọn được điểm A thỏa mãn $\left|\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OM}\right| \le 1$ là

A. $\frac{1}{21}$. **B.** $\frac{2}{49}$. **C.** $\frac{1}{49}$. **D.** $\frac{19}{441}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(x;y)$ với x, y là số nguyên và $-10 \le x, y \le 10 \Rightarrow$ có 21^2 điểm $\Rightarrow$ không gian mẫu là 21^2 điểm.

$\left|\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OM}\right| \le 1 \Rightarrow -1 \le 10x + 10y \le 1 \Rightarrow x = -y \Rightarrow$ có 21 điểm thỏa mãn

Vậy xác suất là $\frac{21}{21^2} = \frac{1}{21}$.

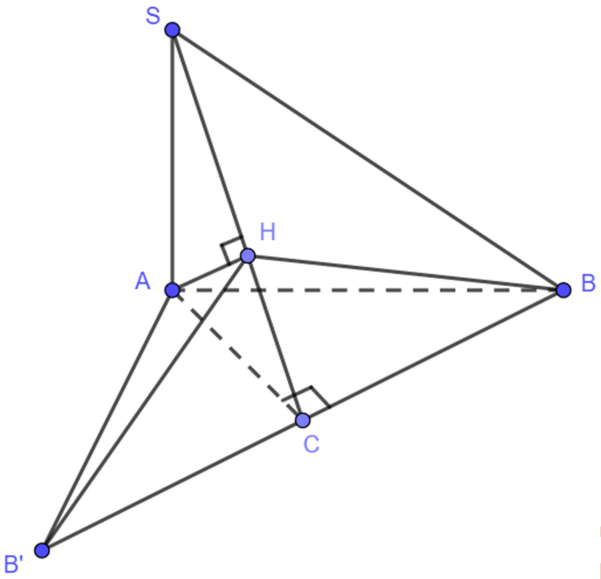
Câu 45. Cho khối chóp $S.ABC$ có đường cao $SA = a$, tam giác ABC vuông ở C có $AB = 2a$, góc $\widehat{CAB} = 30^0$. Gọi H là hình chiếu của A trên SC. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (SAC). Tính thể tích khối chóp $H.AB'B$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $V_{H.ABB'}=2V_{H.ABC}=2.\left(1-\dfrac{SH}{SC}\right).V_{S.ABC}$

Với $\dfrac{SH}{SC}=\dfrac{SH.SC}{SC^2}=\dfrac{SA^2}{SC^2}=\dfrac{SA^2}{SA^2+AC^2}=\dfrac{a^2}{a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{1}{4}$ ($AC=AB.\cos 30^o=a\sqrt{3}$)

Và $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.a.\dfrac{1}{2}.2a.a\sqrt{3}.\sin 30^o=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Vậy $V_{H.ABB'}=2.\left(1-\dfrac{SH}{SC}\right).V_{S.ABC}=2.\dfrac{3}{4}.\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 46. Xét các số thực dương a,b,x,y thỏa mãn $a>1;b>1$ và $a^{2x}=b^{3y}=(a.b)^6$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3.x.y+2x+y$ có dạng $m+n\sqrt{30}$ (với m,n là các số tự nhiên). Tính $S=m-2n$.

A. S = 34. **B.** S = 28. **C.** S = 32. **D.** S = 24.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}a^{2x}=(a.b)^6\\ b^{3y}=(a.b)^6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^{2x-6}=b^6\\ b^{3y-6}=a^6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\log_a b+3\\ y=2\log_b a+2\end{cases}$

$\Rightarrow P=3\left(3\log_a b+3\right)\left(2\log_b a+2\right)+2\left(3\log_a b+3\right)+2\log_b a+2$

Đặt $t=\log_a b$, với $t>0$, vì $a>1;b>1$ ta có $\log_a b>\log_a 1=0$

Ta có: $P=3\left(3t+3\right)\left(\dfrac{2}{t}+2\right)+2\left(3t+3\right)+\dfrac{2}{t}+2=$

$=24t+\dfrac{20}{t}+44\ge 2\sqrt{24t.\dfrac{20}{t}}+44=44+8\sqrt{30}$.

Vậy $P_{\min}=44+8\sqrt{30}$. Đẳng thức xảy ra khi $t=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$.

$\Rightarrow n=8,\ m=44\Rightarrow S=m-2n=44-2.8=28$.

Câu 47. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục có đạo hàm $f'(x)$ trên $[0;1]$, $f(0)=0$. Biết $\int_0^1\left(f'(x)\right)^2dx=\dfrac{1}{2},\int_0^1 f(x)\,dx=-\dfrac{1}{2}$. Khi đó $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx$ bằng

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $-\frac{5}{48}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{6}{23}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^1 \left[f'(x)\right]dx = \frac{1}{3}$ (1)

Xét tích phân: $I = \int_0^1 f(x)\,dx = -\frac{1}{3}$

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = dx \end{cases}$, ta chọn $\begin{cases} du = f'(x)\,dx \\ v = x-1 \end{cases}$

Khi đó: $I = (x-1)f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 (x-1)f'(x)\,dx = -\int_0^1 (x-1)f'(x)\,dx$

$\Rightarrow -\int_0^1 (x-1)f'(x)\,dx = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow -\int_0^1 2(x-1)f'(x)\,dx = -\frac{2}{3}$ (2)

Ta lại có: $\int_0^1 (x-1)^2\,dx = \frac{1}{3}$ (3)

Cộng vế với vế của $(1), (2)$ và (3) ta được:

$\int_0^1 \left[\left(f'(x)\right)^2 - 2(x-1)f'(x) + (x-1)^2\right]dx = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 \left[f'(x) - (x-1)\right]^2 dx = 0$

$\Rightarrow f'(x) = x-1,\ \forall x \in [0;1]$ $(*)$

Nguyên hàm hai vế của $(*)$ ta được:

$f(x) = \frac{x^2}{2} - x + C$

Mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{2} - x$

Vậy $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)\,dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{x^2}{2} - x\right)dx = -\frac{5}{48}$.

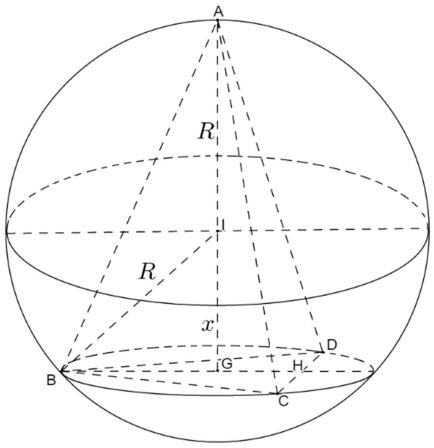
Câu 48. Cho mặt cầu tâm O bán kính R. Từ điểm A tùy ý trên mặt cầu dựng các đường thẳng đôi một hợp với nhau góc α và cắt mặt cầu tại $B;C;D$ khác A thỏa mãn $AB = AC = AD$. Khi α thay đổi, thể tích lớn nhất của khối tứ diện ABCD bằng

A. $V = \frac{8}{9}R^3$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{2}}{27}R^3$. **C.** $V = \frac{8\sqrt{3}R^3}{27}$. **D.** $V = \frac{4\sqrt{3}}{27}R^3$.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có: $\Delta ABC = \Delta ACD = \Delta ADB\ (c.g.c)$

$\Rightarrow BC = CD = DA$

$\Rightarrow$ Đáy (BCD) là tam giác đều

$\Rightarrow$ Tứ diện $ABCD$ là hình chóp đều có đỉnh A và đáy BCD

Để V_{ABCD} lớn nhất thì A và I phải nằm cùng phía của mặt phẳng (BCD) như hình vẽ.

Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Do đáy (BCD) là tam giác đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $BCD \Rightarrow AG \perp (BCD)$

Đặt $IG = x\ (0 < x < R)$

Xét tam giác IBG vuông tại G nên ta có: $BG = \sqrt{BI^2 - IG^2} = \sqrt{R^2 - x^2}$

Gọi $H = BG \cap CD \Rightarrow BH = \frac{3}{2} BG = \frac{3}{2}\sqrt{R^2 - x^2}$

Do tam giác BCD là tam giác đều $\Rightarrow BC = \frac{2}{\sqrt{3}} BH = \sqrt{3}.\sqrt{R^2 - x^2}$

Diện tích mặt đáy: $S_{\Delta BCD} = BC^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = 3.(R^2 - x^2).\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}.(R^2 - x^2)$

Chiều cao của khối chóp: $AG = AI + IG = R + x$

$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3}.AG.S_{\Delta BCD} = \frac{1}{3}.(R + x).\frac{3\sqrt{3}}{4}.(R^2 - x^2) = \frac{\sqrt{3}}{4}(-x^3 - Rx^2 + R^2 x + R^3)$

Xét hàm $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(-x^3 - Rx^2 + R^2 x + R^3)$ với $x \in (0; R)$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(-3x^2 - 2Rx + R^2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -R\ (loai) \\ x = \frac{R}{3}\ (nhan) \end{array}\right.$$

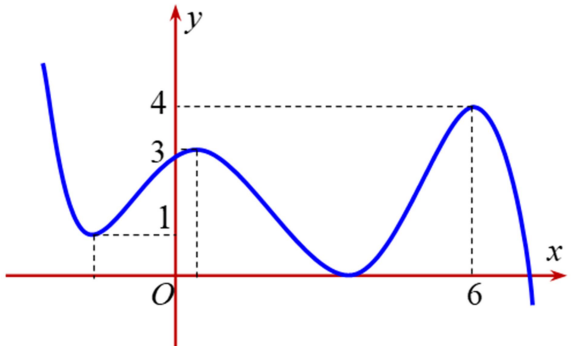
Bảng biến thiên:

x	$-R$		0		$\frac{R}{3}$		R
$f'(x)$	$\|$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$\|$
$f(x)$	$\|$	$\|$	$\nearrow$	$\frac{8R^3\sqrt{3}}{27}$	$\searrow$	$\|$	$\|$

Từ bảng biến thiên: $\Rightarrow V_{ABCD\,(max)} = \frac{8R^3\sqrt{3}}{27}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị của tham số m để phương trình $\dfrac{4m^3+m}{\sqrt{2f^2(x)+5}}=f^2(x)+3$ có 3 nghiệm phân biệt là $m=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với a,b là hai số nguyên tố. Tính $T=a+b$?

A. $T=43$. **B.** $T=35$. **C.** $T=39$. **D.** $T=45$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt{2f^2(x)+5},\left(t\ge\sqrt{5}\right)\Rightarrow f^2(x)=\dfrac{t^2-5}{2}$, khi đó phương trình đã cho trở thành

$\dfrac{4m^3+m}{t}=\dfrac{t^2-5}{2}+3\Leftrightarrow 8m^3+2m=t^3+t\ (1)$

Xét hàm số $h(t)=t^3+t$ có $h'(t)=3t^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$, suy ra $h(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow h(2m)=h(t)\Leftrightarrow t=2m$, suy ra $f^2(x)=\dfrac{4m^2-5}{2}$ (2) trong đó $m\ge\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

- Nếu $\dfrac{4m^2-5}{2}=0$ thì (2) $\Leftrightarrow f(x)=0$ khi đó phương trình đã cho có 2 nghiệm.

- Nếu $\dfrac{4m^2-5}{2}>0$ thì (2) $\Leftrightarrow f(x)=\pm\sqrt{\dfrac{4m^2-5}{2}}$

Theo đồ thị ta thấy phương trình $f(x)=-\sqrt{\dfrac{4m^2-5}{2}}$ luôn có 1 nghiệm duy nhất, do đó phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm khi và chỉ khi phương trình $f(x)=\sqrt{\dfrac{4m^2-5}{2}}$ có đúng 2 nghiệm, điều này xảy ra khi $\sqrt{\dfrac{4m^2-5}{2}}=4\Leftrightarrow m^2=\dfrac{37}{4}\Leftrightarrow m=\dfrac{\sqrt{37}}{2}$ (do $m\ge\dfrac{\sqrt{5}}{2}$).

Vậy $a=37,b=2,T=a+b=39$.

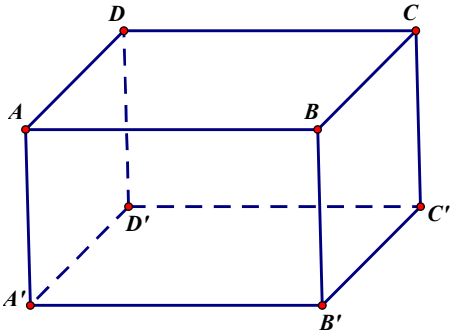
Câu 50. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD,ABA'B',ADD'A'$ lần lượt bằng $30\,cm^2,40\,cm^2,48\,cm^2$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp bằng

A. $3\sqrt{10}$ cm. **B.** $5\sqrt{10}$ cm. **C.** $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$ cm. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ cm.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Theo bài ra ta có $\begin{cases} AB.AD = 30 \\ AB.AA' = 40 \end{cases} \Rightarrow AB.AD.AA' = 240 \Rightarrow \begin{cases} AA' = 8 \\ AB = 5 \\ AD = 6 \end{cases}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp là

$$R = \frac{AC'}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{8^2 + 5^2 + 6^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2} \text{(cm)}.$$

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA

TRƯỜNG THPT CHUYÊN LAM SƠN

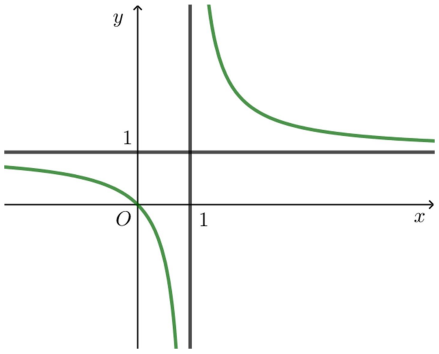
ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới ?



A. $y=\dfrac{x}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x-1}$.

Câu 2. Tìm tất cả các điểm M trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ mà tiếp tuyến của đồ thị tại điểm đó song song với đường thẳng $d: y=3x+10$.

A. $M\left(3;\dfrac{1}{4}\right)$. **B.** $M(0;-2)$. **C.** $M(0;-2)$ và $M(-2;4)$. **D.** $M\left(-\dfrac{5}{2};3\right)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$ và điểm $I(1;-1)$. Tìm tất cả các điểm M nằm trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với IM .

A. $M\left(1+\sqrt{2};-1-\sqrt{2}\right)$ và $M\left(1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)$.

B. $M(-1;0)$ và $M(3;-2)$.

C. $M\left(\sqrt{2};-3-2\sqrt{2}\right)$ và $M\left(-\sqrt{2};2\sqrt{2}-3\right)$.

D. $M(2;-3)$ và $M(0;1)$.

Câu 4. Mệnh đề nào dưới đây về hàm số $y=\left(x^2-4\right)^2+1$ là đúng ?

A. Nghịch biến trên $(-2;2)$. **B.** Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$. **D.** Đồng biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 5. Cho một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng 1. Tính thể tích khối cầu nội tiếp trong hình nón.

A. $\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **C.** $\dfrac{4\pi}{81}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi}{54}$.

Câu 6. Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút 500 triệu đồng. Hỏi số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là bao nhiêu triệu đồng?

A. 420. **B.** 410. **C.** 400. **D.** 390.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 7. Cho biết $a=\log_2 5$ và $b=\log_5 7$. Tính $\log_{\sqrt[3]{5}}\dfrac{49}{8}$ theo a và b.

A. $3\left(2b-\dfrac{3}{a}\right)$. **B.** $3\left(\dfrac{2}{a}-3b\right)$. **C.** $3\left(\dfrac{2}{b}-3a\right)$. **D.** $3\left(2a-\dfrac{3}{b}\right)$.

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(2x-1)e^x$ trên đoạn $[-1;0]$ bằng

A. $-\dfrac{3}{e}$. **B.** $-\dfrac{2}{\sqrt{e}}$. **C.** -1. **D.** e.

Câu 9. Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$ nhận giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[-\dfrac{1}{3};\dfrac{10}{3}\right]$ tại

A. $x=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $y=\dfrac{10}{3}$.

Câu 10. Sau đây, có bao nhiêu hàm số mà đồ thị có đúng một đường tiệm cận ngang?

1) $y=\dfrac{\sin x}{x}$ 2) $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ 3) $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{x+1}$ 4) $y=x+1+\sqrt{x^2-1}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và ABD là các tam giác đều cạnh bằng a, ACD và BCD là các tam giác vuông tương ứng tại A và B. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=(2x-1)+\ln(2x+1)$ trên đoạn $\left[-\dfrac{1}{4};0\right]$ bằng

A. $-\dfrac{3}{2}-\ln 2$. **B.** -1. **C.** $\ln 2$. **D.** $1+\ln 3$.

Câu 11. Hàm số $y=(x+1)(x-2)(3-x)$ có số điểm cực trị là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 12. $\int \tan x dx$ bằng

A. $-\dfrac{1}{\sin^2 x}+C$. **B.** $\ln|\cos x|+C$. **C.** $\dfrac{1}{\cos^2 x}+C$. **D.** $-\ln|\cos x|+C$.

Câu 15: Kết luận nào sau đây đúng về hàm số $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2}$?

A. $f'(x)=-2x\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2}.\ln 2$. **B.** Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. $f(0)=0$. **D.** Đồ thị nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Câu 16: Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x-3}$ là $F(x)$ bằng

A. $-\dfrac{2}{(2x-3)^2}$. **B.** $\dfrac{1}{2(2x-3)^2}$. **C.** $2\ln|2x-3|$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln|2x-3|$.

Câu 17. Kết luận nào sau đây về hàm số $y=\log(x-1)$ là SAI?

A. Đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x=1$.

B. Đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. $y'=\dfrac{1}{(x-1)\log e}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

D. $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 10}$.

Câu 18. Trong các hàm số sau đây có bao nhiêu hàm số có đúng một điểm cực trị

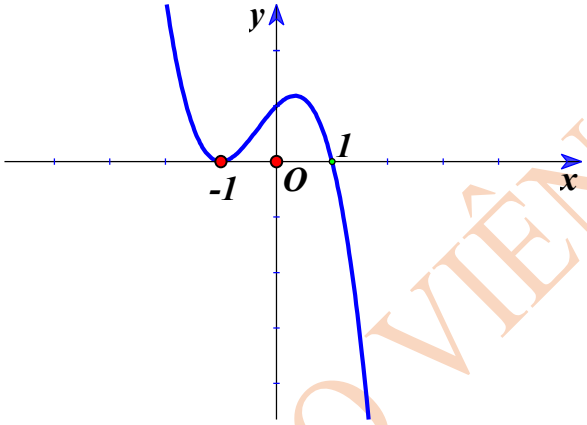
1) $y=x^2+1$ 2) $y=\left(2x^2-1\right)^2$ 3) $y=(2x-1)\sqrt[3]{x^2}$ 4) $y=\dfrac{x}{x^2+1}$

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SA=AB=BC$ và diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng 3π. Thể tích khối chóp là

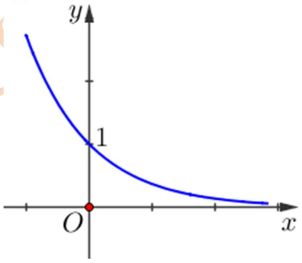
A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 20. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có hình dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=(x+1)(x-1)^2$. **B.** $y=(x+1)^2(1-x)$. **C.** $y=(x+1)^2(x-1)$. **D.** $y=-(x+1)(x-1)^2$.

Câu 21. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\ln x$. **B.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)^x$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$.

Câu 22. Cho một hình nón đỉnh S đáy là đường tròn (O), bán kính đáy bằng 1. Biết thiết diện qua trục là một tam giác vuông. Tính diện tích xung quanh hình nón.

A. 2π. **B.** π. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** $\sqrt{2}\pi$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(1)=3$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Đáy là tam giác vuông tại A, có $BC=2AC=2a$. Đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Câu 25. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2x-1)\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}$ là

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 26. Một nguyên hàm của $\ln x$ bằng

A. $x-x\ln x$. **B.** $\dfrac{1}{x}$. **C.** $x+x\ln x$. **D.** $1-x+x\ln x$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3(2-x)(x-3)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 28. Qua điểm $M(2;0)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 29. Tập xác định của hàm số $y=\ln\left|x^2+2x-3\right|$ là:

A. $D=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$.

C. $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$.

Câu 30. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh bằng a. AB và CD là hai đường kính tương ứng của hai đáy. Biết góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng $30°$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 31. Cho các số nguyên a,b,c thỏa mãn $a+\dfrac{b+\log_2 5}{c+\log_2 3}=\log_6 45$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $[1;2]$, thỏa mãn $f(x)=xf'(x)-x^2$. Biết $f(1)=3$. Tính $f(2)$.

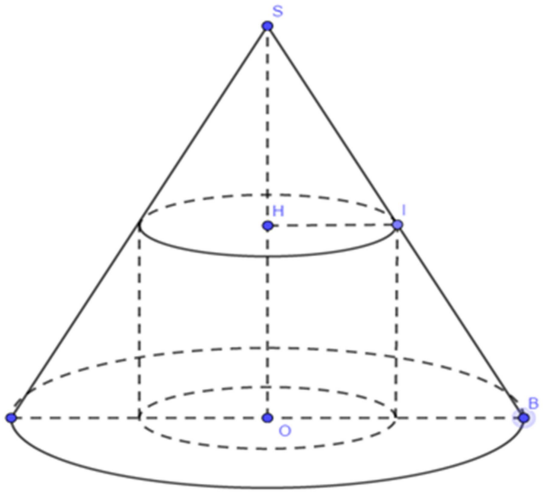
A. 16. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-\dfrac{x}{x^2+1}$. Với a và b là các số dương thỏa mãn $a<b$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[a;b]$ bằng

A. $f(b)$. **B.** $f(a)$.

C. $\dfrac{f(a)+f(b)}{2}$. **D.** $f(\dfrac{a+b}{2})$.

Câu 34. Cho một hình trụ thay đổi nội tiếp trong một hình nón cố định cho trước (tham khảo hình vẽ dưới đây).



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Gọi thể tích các khối nón và khối trụ tương ứng là V và V'. Biết rằng V' là giá trị lớn nhất đạt được, khi đó $\dfrac{V'}{V}$ bằng

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{27}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Đặt $g(x)=\left|m+f(x+1)\right|$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để hàm số $y=g(x)$ có đúng 3 điểm cực trị.

A. $m<-1$ hoặc $m>3$. **B.** $-1<m<3$.

C. $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$. **D.** $-1\le m\le 3$.

Câu 36. Cho phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-m)+\log_2(3-x)=0$, m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 37. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$. Hình chiếu của M tương ứng trên Ox, Oy, Oz, (Oyz), (Oxz), (Oxy) là A, B, C, D, E, F. Gọi P và Q tương ứng là giao điểm của đường thẳng OM với các mặt phẳng (ABC) và (DEF). Độ dài PQ là

A. $\dfrac{6}{7}$. **B.** $\dfrac{7}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{14}}{3}$.

Câu 38. Giả sử $\left(1+x+x^2+x^3\right)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\ldots+a_{12}x^{12}$, $a_i\in\mathbb{R}$. Giá trị của tổng $S=C_4^0a_4-C_4^1a_3+C_4^2a_2-C_4^3a_1+C_4^4a_0$ bằng

A. 1. **B.** -4. **C.** -1. **D.** 4.

Câu 39. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos x)=0$ trên đoạn $[1;2021]$.

A. 672. **B.** 643. **C.** 642. **D.** 673.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x)=2x-1$ và $f(3)=5$. Giả sử phương trình $f(x)=999$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Tính tổng $S=\log|x_1|+\log|x_2|$.

A. 5. **B.** 999. **C.** 3. **D.** 1001.

Câu 41. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Tất cả các cạnh có độ dài bằng a. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC'.

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với $A'C$ chia khối lập phương thành hai phần thể tích. Tính tỉ số k của hai phần thể tích này biết $k<1$.

A. $\dfrac{3}{25}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{2}{25}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 43. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của một đa giác lồi (H) có 30 đỉnh. Tính xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có 4 cạnh đều là các đường chéo của (H).

A. $\dfrac{30C_{27}^3}{C_{30}^4}$. **B.** $\dfrac{30C_{25}^3}{4C_{30}^4}$. **C.** $\dfrac{30C_{27}^3}{4C_{30}^4}$. **D.** $\dfrac{30C_{25}^3}{C_{30}^4}$.

Câu 44. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$. Đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{BAD}=60°$. Một mặt phẳng tạo với mặt đáy một góc $60°$ cắt tất cả các cạnh bên của hình hộp. Tính diện tích thiết diện tạo thành.

A. $2\sqrt{3}a^2$. **B.** $\sqrt{3}a^2$. **C.** $3a^2$. **D.** $3\sqrt{2}a^2$.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và ABD là các tam giác đều cạnh bằng a. Độ dài CD thay đổi. Tính giá trị lớn nhất đạt được của thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC, ABD, ACD là các tam giác vuông tương ứng tại A, B, C. Góc giữa AD và (ABC) bằng $45°$, $AD\perp BC$ và khoảng cách giữa AD và BC bằng a. Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$, có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-3)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+2x+6}\right)$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=AD=BC=BD=a$. Các cặp mặt phẳng (ACD) và (BCD), (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau. Tính theo a độ dài cạnh CD.

A. $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x-m$. Tìm m để với mọi bộ ba số phân biệt a, b, c thuộc đoạn $[-1;3]$ thì $f(a)$, (b), $f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác.

A. $m<-22$. **B.** $m<-2$. **C.** $m<34$. **D.** $m<2$.

Câu 50. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD}=60°$. Mặt chéo $ACC'A'$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đồng thời $ACC'A'$ cũng là hình thoi có $\widehat{A'AC}=60°$. Thể tích khối tứ diện $ACB'D'$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

---------- *Hết* ----------

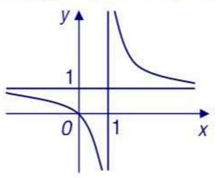
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	A	D	D	A	A	B	A	C	B	B	A	D	A	D	C	B	C	B	C	D	D	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	C	D	A	A	C	A	A	C	A	D	B	B	C	D	C	B	B	A	D	C	A	A	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\dfrac{x}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị trong hình bên có đường tiệm cận ngang $y=1$ và tiệm cận đứng $x=1$, và đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M(0;0)$. Mặt khác ta thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Do đó chỉ có hàm số $y=\dfrac{x}{x-1}$ thỏa mãn những yếu tố trên.

Câu 2. Tìm tất cả các điểm M trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ mà tiếp tuyến của đồ thị tại điểm đó song song với đường thẳng $d: y=3x+10$.

A. $M\left(3;\dfrac{1}{4}\right)$. **B.** $M(0;-2)$.

C. $M(0;-2)$ và $M(-2;4)$. **D.** $M\left(-\dfrac{5}{2};3\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(a;1-\dfrac{3}{a+1}\right)$ là điểm thuộc đồ thị.

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}\Rightarrow y'(M)=\dfrac{3}{(a+1)^2}$. Tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y=3x+10$ nên ta suy ra $y'(M)=3\Leftrightarrow\dfrac{3}{(a+1)^2}=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-2\end{array}\right.$.

Với $a=0$, ta có phương trình tiếp tuyến $y=3x-2$ (nhận).

Với $a=-2$, ta có phương trình tiếp tuyến $y=3x+10$ (loại).

Vậy $M(0;-2)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$ và điểm $I(1;-1)$. Tìm tất cả các điểm M nằm trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với IM.

A. $M\left(1+\sqrt{2};-1-\sqrt{2}\right)$ và $M\left(1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

B. $M(-1;0)$ và $M(3;-2)$.

C. $M\left(\sqrt{2};-3-2\sqrt{2}\right)$.

D. $M(2;-3)$ và $M(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=\dfrac{x+1}{1-x}=\dfrac{x-1+2}{1-x}=-1+\dfrac{2}{1-x}$.

Gọi $M\left(a;-1+\dfrac{2}{1-a}\right)$ là điểm thuộc đồ thị. Ta có $\overrightarrow{IM}=\left(a-1;\dfrac{2}{1-a}\right)\Rightarrow k_{IM}=\dfrac{-2}{(a-1)^2}$.

Ta có $y'=\dfrac{2}{(x-1)^2}\Rightarrow y'(M)=\dfrac{2}{(a-1)^2}$. Tiếp tuyến vuông góc với IM nên ta có

$$y'(M).k_{IM}=-1\Leftrightarrow\frac{2}{(a-1)^2}\frac{-2}{(a-1)^2}=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1-\sqrt{2}\\a=1+\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}M\left(1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)\\M\left(1+\sqrt{2};-1-\sqrt{2}\right)\end{array}\right.$$

Câu 4. Mệnh đề nào dưới đây về hàm số $y=\left(x^2-4\right)^2+1$ là đúng?

A. Nghịch biến trên $(-2;2)$.

B. Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

D. Đồng biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$y=x^4-8x^2+17$

$y'=4x^3-16x$

$y'=0\Leftrightarrow x=0;x=\pm2$.

Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu y' ta thấy đáp án đúng là D.

Câu 5. Cho một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng 1. Thể tích khối cầu nội tiếp trong hình nón.

A. $\dfrac{\pi}{6}$.

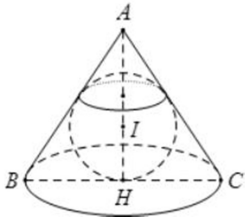
B. $\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

C. $\dfrac{4\pi}{81}$.

D. $\dfrac{\sqrt{3}\pi}{54}$.

Lời giải

Chọn D



Vì thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều có cạnh bằng 1

$\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều có cạnh bằng 1.

$\Rightarrow$ khối cầu nội tiếp trong hình nón có bán kính là $r=\dfrac{\sqrt{3}}{}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{\sqrt{3}}{54}\pi$.

Câu 6. Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 6% trên năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút 500 triệu đồng. Hỏi số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là bao nhiêu triệu đồng?

A. 420. **B.** 410. **C.** 400. **D.** 390.

Lời giải

Chọn A

Gửi số tiền a với lãi suất $r\%$ / năm thì số tiền thu về sau n năm là $T=a.(1+r\%)^n$.

Số tiền thu về là 500 triệu đồng sau 3 năm $\Rightarrow T=500$, $n=3$ năm.

Lãi suất là $r=6\%$ / năm.

$\Rightarrow 500=a.(1+6\%)^3\Rightarrow a\approx 420$ triệu đồng.

Câu 7. Cho biết $a=\log_2 5$ và $b=\log_5 7$. Tính $\log_{\sqrt[3]{5}}\frac{49}{8}$ theo a và b.

A. $3\left(2b-\frac{3}{a}\right)$. **B.** $3\left(\frac{2}{a}-3b\right)$. **C.** $3\left(\frac{2}{b}-3a\right)$. **D.** $3\left(2a-\frac{3}{b}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$a=\log_2 5=\frac{1}{\log_5 2}\Leftrightarrow \log_5 2=\frac{1}{a}$.

$\log_{\sqrt[3]{5}}\frac{49}{8}=3\left[\log_5 49-\log_5 8\right]=3\left[2\log_5 7-3\log_5 2\right]=3\left[2b-\frac{3}{a}\right]$.

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(2x-1)e^x$ trên đoạn $[-1;0]$ bằng

A. $-\frac{3}{e}$. **B.** $-\frac{2}{\sqrt{e}}$. **C.** -1. **D.** e.

Lời giải

Chọn B

$y=f(x)=(2x-1)e^x$.

$y'=2e^x+(2x-1)e^x=(2x+1)e^x$.

$y'=0\Leftrightarrow(2x+1)e^x\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

$f(-1)=\frac{-3}{e}$; $f(0)=-1$; $f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{-2}{\sqrt{e}}$.

$\min\limits_{[-1;0]} y=\frac{-2}{\sqrt{e}}$.

Câu 9. Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$ nhận giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[-\frac{1}{3};10\right]$ tại

A. $x=-\frac{1}{3}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $y=\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$y=f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$.

$y'=x^2-4x+3$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

$f\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{181}{81};\ f(10)=\frac{487}{3};\ f(1)=\frac{1}{3};\ f(3)=-1$

$\min\limits_{\left[-\frac{1}{3};10\right]}y=\frac{-181}{81}$ khi $x=-\frac{1}{3}$.

Câu 10. Sau đây, có bao nhiêu hàm số mà đồ thị có đúng một tiệm cận ngang?

1) $y=\frac{\sin x}{x}$ 2) $y=\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ 3) $y=\frac{\sqrt{1-x}}{x+1}$ 4) $y=x+1+\sqrt{x^2-1}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét $y=\frac{\sin x}{x}$: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=0$ nên có 1 TCN là $y=0$

Xét $y=\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}=-1$ nên có 2 TCN là $y=1$ và $y=-1$

Xét $y=\frac{\sqrt{1-x}}{x+1}$: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{1-x}}{x+1}=0$ nên có 1 TCN là $y=0$

Xét $y=x+1+\sqrt{x^2-1}$: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+1+\sqrt{x^2-1}\right)=1$ nên có 1 TCN là $y=1$

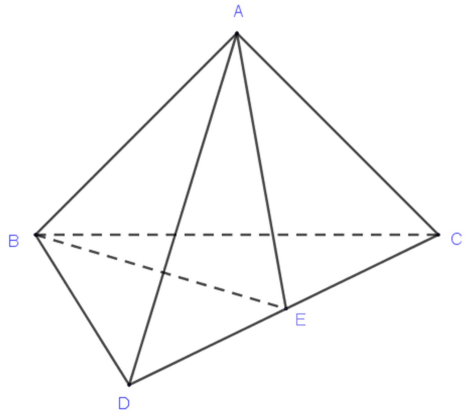
Vậy có 3 hàm số mà đồ thị có đứng 1 TCN.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và ABD là các tam giác đều cạnh bằng a, ACD và BCD là các tam giác vuông tương ứng tại A và B. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm CD. Khi đó, ta có:

$\left.\begin{array}{l}CD\perp BE\\CD\perp AE\end{array}\right\}\Rightarrow CD\perp(ABE)$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$V_{ABCD}=V_{ABED}+V_{ABEC}=\frac{1}{3}DE.S_{\Delta ABE}+\frac{1}{3}CE.S_{\Delta ABE}=\frac{1}{3}CD.S_{\Delta ABE}$.

ΔBCD vuông cân tại $B\Rightarrow CD=a\sqrt{2}$.

$BE=AE=\frac{1}{2}CD=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$AB=a$

$\Rightarrow \Delta ABE$ vuông tại E

$\Rightarrow S_{\Delta ABE}=\frac{1}{2}EA.EB=\frac{a^2}{4}$

Vậy $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\frac{a^2}{4}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=(2x-1)+\ln(2x+1)$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{4};0\right]$ bằng

A. $-\frac{3}{2}-\ln 2$. **B.** -1. **C.** $\ln 2$. **D.** $1+\ln 3$.

Lời giải

Chọn B

$y'=2+\frac{2}{2x+1}=\frac{4x+4}{2x+1}=0\Leftrightarrow x=-1\notin\left[-\frac{1}{4};0\right]$

$y\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{2}+\ln\frac{1}{2}$

$y(0)=-1$

Vậy $\max\limits_{\left[-\frac{1}{4};0\right]}y=-1$.

Câu 13. Hàm số $y=(x+1)(x-2)(3-x)$ có số điểm cực trị là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $\mathbb{R}$

Ta có $y'=(x-2)(3-x)+(x+1)(3-x)-(x+1)(x-2)=-3x^2+8x-1\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{13}}{3}$.

Suy ra bảng xét dấu của hàm số đạo hàm

x	$-\infty$		$\frac{4-\sqrt{13}}{3}$		$\frac{4+\sqrt{13}}{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 14. $\int\tan x\,dx$ bằng

A. $-\frac{1}{\sin^2 x}+C$. **B.** $\ln|\cos x|+C$. **C.** $\frac{1}{\cos^2 x}+C$. **D.** $-\ln|\cos x|+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\tan x\,dx=\int\frac{\sin x}{\cos x}dx=-\int\frac{d(\cos x)}{\cos x}=-\ln|\cos x|+C$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 15. Kết luận nào sau đây đúng về hàm số $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}$?

A. $f'(x)=-2x\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}.\ln 2$.

B. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. $f(0)=0$.

D. Đồ thị nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}\right]'=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}\ln\left(\frac{1}{2}\right).\left(x^2\right)'=-2x\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}.\ln 2$.

Câu 16. Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x-3}$ là $F(x)$ bằng:

A. $-\frac{2}{(2x-3)^2}$.

B. $\frac{1}{2(2x-3)^2}$.

C. $2\ln|2x-3|$.

D. $\frac{1}{2}\ln|2x-3|$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\frac{1}{2x-3}dx=\frac{1}{2}\ln|2x-3|+C$. Vậy chọn. **D.**

Câu 17. Kết luận nào sau đây về hàm số $y=\log(x-1)$ là SAI ?

A. Đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x=1$.

B. Đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. $y'=\frac{1}{(x-1)\log e}$.

D. $y'=\frac{1}{(x-1)\ln 10}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\frac{1}{(x-1)\ln 10}$, nên đáp án sai là C.

Câu 18. Trong các hàm số sau đây có bao nhiêu hàm số có đúng một điểm cực trị?

1) $y=x^2+1$ 2) $y=\left(2x^2-1\right)^2$ 3) $y=(2x-1)\sqrt[3]{x^2}$ 4) $y=\frac{x}{x^2+1}$.

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

1) $y=x^2+1\Rightarrow y'=2x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=0$ và y' đổi dấu khi x qua nghiệm đó nên hàm số có 1 điểm cực trị.

2) $y=\left(2x^2-1\right)^2\Rightarrow y'=2\left(2x^2-1\right).4x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\end{array}\right.$ và y' đổi dấu khi x qua các nghiệm đó nên hàm số có 3 điểm cực trị.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

3) $y=(2x-1)\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow y'=2\sqrt[3]{x^2}+\dfrac{2(2x-1)}{3\sqrt[3]{x}}=\dfrac{10x-2}{3\sqrt[3]{x}} \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{5}; y'$ không xác định khi $x=0$ và y' đổi dấu khi x qua $0;\dfrac{1}{5}$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

4) $y=\dfrac{x}{x^2+1} \Rightarrow y'=\dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2} \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$ và y' đổi dấu khi x qua các nghiệm đó nên hàm số có 2 điểm cực trị.

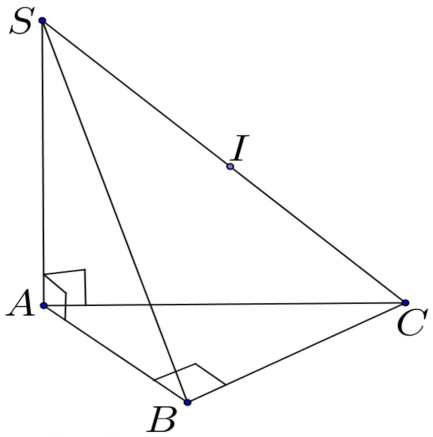
Vậy chỉ có 1 hàm số có đúng một điểm cực trị.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SA=AB=BC$ và diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng 3π. Thể tích khối chóp là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $SA=AB=BC=x,(x>0)$. Khi đó $AC=x\sqrt{2}; SC=x\sqrt{3}$.

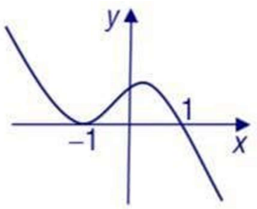
Gọi I là trung điểm của SC thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Khi đó $R=AI=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2=4\pi\dfrac{3x^2}{4}=3\pi x^2$. Do $S=3\pi$ nên $x=1$.

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{6}$.

Câu 20. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=(x+1)(x-1)^2$. **B.** $y=(x+1)^2(1-x)$.

C. $y=(x+1)^2(x-1)$. **D.** $y=-(x+1)(x-1)^2$.

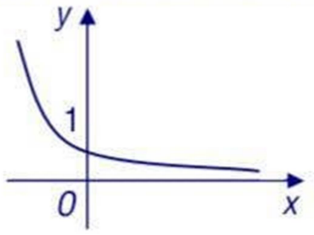
Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên hệ số của x^3 là âm. Vì vậy loại phương án A,. **C.**

Do đồ thị tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 nên chọn. **B.**

Câu 21. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\ln x$. **B.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{1}{e}\right)^x$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$.

Lời giải

Chọn C

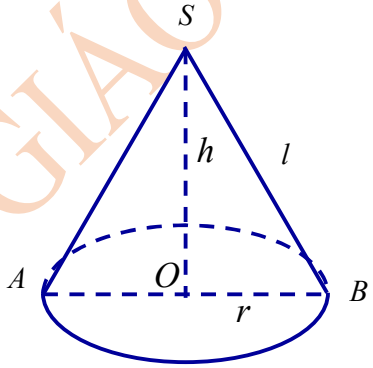
Từ đồ thị ta có hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ và nghịch biến nên đây là đồ thị của hàm số mũ có cơ số nhỏ hơn 1. Vậy chọn C.

Câu 22. Cho một hình nón đỉnh S đáy là đường tròn (O), bán kính đáy bằng 1. Biết thiết diện qua trục là một tam giác vuông. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 2π. **B.** π. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** $\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn D



Bán kính đáy bằng 1 và thiết diện qua trục là tam giác vuông nên $l=\sqrt{2}$.

Vậy $S_{xq}=\pi rl=\sqrt{2}\pi$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm thoả mãn $f'(1)=3$. Khi đó $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Vì $f'(1)=\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=3$.

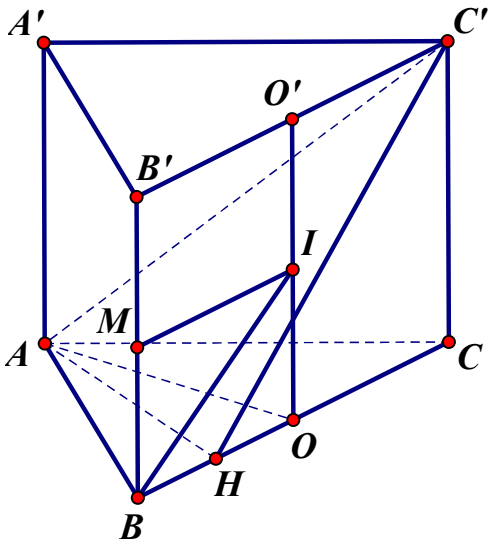
Câu 24. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Đáy là tam giác vuông tại A, có $BC=2AC=2a$. Đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30^0. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B



Kẻ $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (BB'C'C) \Rightarrow$ góc giữa đường thẳng AC' và $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AC'H} = 30^0$.

Ta có $BC = 2AC = 2a \Rightarrow AB = a\sqrt{3} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông AHC' có $AC' = \dfrac{AH}{\sin 30^0} = a\sqrt{3} \Rightarrow CC' = a\sqrt{2}$.

Gọi O và O' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$ suy ra OO' là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Dựng mặt phẳng trung trực cạnh BB' cắt OO' tại I. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ và bán kính $r = IB = \sqrt{OB^2 + OI^2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a$.

Vậy diện tích mặt cầu $S = 6\pi a^2$.

Câu 25. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{(2x-1)\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{\left(2x^2 - x\right)\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{x^2-1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\left(2-\dfrac{1}{x}\right)\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{1-\dfrac{1}{x^2}} = 2.$$

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \frac{\left(-2x^2 + x\right)\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{x^2-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\left(-2+\dfrac{1}{x}\right)\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{1-\dfrac{1}{x^2}} = -2.$$

$\Rightarrow y = \pm 2$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 1^{\pm}} y = \lim\limits_{x\to 1^{\pm}} \dfrac{(2x-1)\sqrt{x^2+1}}{x^2-1} = \pm\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\lim\limits_{x\to(-1)^{\pm}} y=\lim\limits_{x\to(-1)^{\pm}}\dfrac{(2x-1)\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}=\pm\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

Câu 26. Một nguyên hàm của $\ln x$ bằng

A. $x-x\ln x$. **B.** $\dfrac{1}{x}$. **C.** $x+x\ln x$. **D.** $1-x+x\ln x$.

Lời giải

Chọn D

Xét $\int \ln x\mathrm{dx}$. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{dv}=\mathrm{dx}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{du}=\dfrac{1}{x}\mathrm{dx}\\ v=x\end{cases}$

$\Rightarrow\int \ln x\mathrm{dx}=x\ln x-\int x.\dfrac{1}{x}\mathrm{dx}=x\ln x-x+C$.

Do đó một nguyên hàm của $\ln x$ bằng $1-x+x\ln x$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3(2-x)(x-3)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(3;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=(x-1)^3(2-x)(x-3)^2\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)^3(2-x)(x-3)^2=0$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=2\\ x=3\,(\text{ke'p})\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$.

x	$-\infty$		1		2		3	$+\infty$
f '(x)		−	0	+	0	−	0	−

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 28. Qua điểm $M(2;0)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2$ là (C).

Ta có $y'=4x^3-8x$

Gọi $A(x_0;y_0)\in(C)$ là tiếp điểm. Suy ra phương trình tiếp tuyến với (C) tại A là

$y=(4x_0^3-8x_0)(x-x_0)+x_0^4-4x_0^2$ (d).

Vì (d) đi qua điểm $M(2;0)$ nên $(4x_0^3-8x_0)(2-x_0)+x_0^4-4x_0^2=0$

$\Leftrightarrow x_0(4x_0^2-8)(2-x_0)+x_0^2(x_0-2)(x_0+2)=0$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$$\Leftrightarrow x_0\left(2-x_0\right)\left(3x_0^2-2x_0-8\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=2 \\ x_0=-\dfrac{4}{3} \end{array}\right. .$$

Suy ra có 3 tiếp tuyến với (C) đi qua điểm M.

Câu 29. Tập xác định của hàm số $y=\ln\left|x^2+2x-3\right|$ là

A. $D=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$.

C. $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là

$$\left|x^2+2x-3\right|>0 \Leftrightarrow x^2+2x-3\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -3 \end{cases}$$

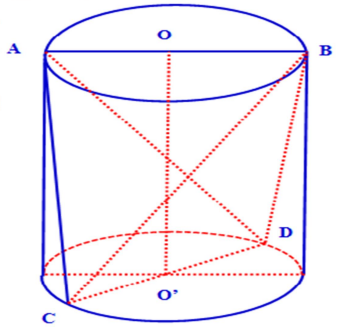
Vậy tập xác định của hàm số trên là $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$.

Câu 30. Cho một hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh bằng a, AB và CD là hai đường kính tương ứng của hai đáy. Biết góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 30^0. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB=a$ $(a>0)$

Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

$$V_{ABCD}=\frac{1}{6}.AB.CD.d\left(AB,CD\right)\sin\left(AB,CD\right)=\frac{1}{6}.a^2.a.\sin 30^\circ=\frac{a^3}{12}.$$

Câu 31. Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn $a+\dfrac{b+\log_2 5}{c+\log_2 3}=\log_6 45$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_6 45=\dfrac{\log_2 45}{\log_2 5}=\dfrac{\log_2\left(3^2.5\right)}{\log_2\left(2.3\right)}=\dfrac{2\log_2 3+\log_2 5}{1+\log_2 3}=\dfrac{2\left(\log_2 3+1\right)-2+\log_2 5}{1+\log_2 3}=2+\dfrac{-2+\log_2 5}{1+\log_2 3}$.

Suy ra $a=2;b=-2;c=1\Rightarrow a+b+c=1$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$, thỏa mãn $f(x)=xf'(x)-x^2$. Biết $f(1)=3$. Tính $f(2)$

A. 16. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Với $x\in[1;2]$, ta có

$$f(x)=xf'(x)-x^2 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2}f(x)+\left(-\frac{1}{x}\right)f'(x)=-1 \Leftrightarrow \left[\frac{1}{x}f(x)\right]'=1 \Leftrightarrow \frac{1}{x}f(x)=x+C.$$

Thay $x=1$, ta có $f(1)=1+C \Rightarrow C=f(1)-1=2 \Rightarrow f(x)=x^2+2x$.

Vậy $f(2)=8$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-\frac{x}{x^2+1}$. Với a,b là các số dương, thỏa mãn $a<b$. Gía trị nhỏ nhất của hàm số trên $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ bằng.

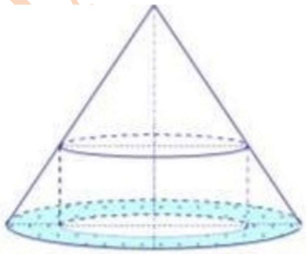
A. $f(b)$. **B.** $f(a)$. **C.** $\frac{f(a)+f(b)}{2}$. **D.** $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=-\frac{x}{x^2+1}<0$ với $\forall x\in[a;b]$ vì a,b là các số dương nên hàm số nghịch biến trên $[a;b]$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[a;b]$ là $f(b)$..

Câu 34. Cho một hình trụ thay đổi nội tiếp trong một hình nón cố định cho trước (tham khảo hình vẽ dưới đây).



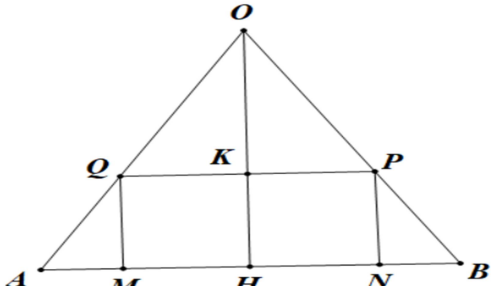
Gọi thể tích các khối nón và khối trụ tương ứng là V và V'. Biết rằng V' có giá trị lớn nhất đạt được, khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{4}{27}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Xét mặt thiết diện chứa trục của hình nón ta được mặt cắt như hình vẽ dưới đây



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi.HB^2.OH$; $V'=\pi.HN^2.HK \Rightarrow \frac{V'}{V}=\frac{\pi.HN^2.HK}{\frac{1}{3}\pi HB^2.OK}=3\frac{KH}{OH}\left(\frac{HN}{HB}\right)^2$.

Mặt khác $\frac{HN}{HB}=\frac{OK}{OH}=\frac{OH-HK}{OH}=1-\frac{HK}{OH}\Rightarrow\frac{HK}{OH}=1-\frac{HN}{HB}$.

Đặt $\frac{HN}{HB}=x\ (0<x<1)\Rightarrow\frac{V'}{V}=3.x^2(1-x)=3\left(x^2-x^3\right)=3.f(x)$ $f'(x)=2x-3x^2=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{2}{3}\end{array}\right.$

x	0		$\frac{2}{3}$		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$\frac{4}{27}$	↘	

vì V không đổi nên V' lớn nhất khi $\frac{V'}{V}$ lớn nhất bằng $\frac{4}{9}$..

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Đặt $g(x)=\left|m+f\left(x+1\right)\right|$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=g(x)$ có đúng 3 điểm cực trị

A. $\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>3\end{array}\right.$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\le-1\\m\ge3\end{array}\right.$. **D.** $-1\le m\le3$.

Lời giải

Chọn C

☞**Nhận xét:** Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|m+f\left(x+1\right)\right|$ bằng số điểm cực trị của hàm số $h(x)=\left|m+f\left(x\right)\right|$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=m+f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$y=m+f(x)$	$-\infty$	↗	$1+m$	↘	$-3+m$	↗	$+\infty$

DIỄN ĐÀN TOÁN VIỆT NAM

Suy ra hàm số $h(x)=\left|m+f(x)\right|$ có đúng 3 điểm cực trị khi $\left[\begin{array}{l}-3+m\ge 0\\ 1+m\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 3\\ m\le -1\end{array}\right.$.

Câu 36. Cho phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-m)+\log_2(3-x)=0$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm.

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(2x-m)+\log_2(3-x)=0\Leftrightarrow\log_2(3-x)=\log_2(2x-m)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3-x>0\\ 2x-m=3-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<3\ \ (*)\\ m=3x-3=f(x)\end{cases}$.

Xét hàm số $f(x)=3x-3$ trên $(-\infty;3)$ ta có bảng biên thiên như sau:

x	$-\infty$		3
$f'(x)$		$+$	
$y=f(x)$	$-\infty$	↗	6

$y=m$

Yêu cầu bài toán tương đương với $m<6$. Vì $m\in\mathbb{Z}^+$ nên $m\in\{1;2;3;4;5\}$.

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;-3)$. Hình chiếu của M tương ứng trên Ox, Oy, Oz, (Oyz), (Ozx), (Oxy) là A,B,C,D,E,F. Goi P và Q tương ứng là giao điểm của đường thẳng OM với các mặt phẳng (ABC) và (DEF). Độ dài PQ bằng

A. $\frac{6}{7}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-3)$ và $D(0;2;-3)$, $E(1;0;-3)$, $F(1;2;0)$.

$\overrightarrow{AB}(-1;2;0)$, $\overrightarrow{AC}(-1;0;-3)$, $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-6;-3;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{OP}=p\overrightarrow{OM}\Leftrightarrow\overrightarrow{OP}=(p;2p;-3p)\Leftrightarrow P(p;2p;-3p)$.

Suy ra: $\overrightarrow{AP}=(p-1;2p;-3p)$.

Điểm $P\in(ABC)$ nên: $\overrightarrow{AP}\perp\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\Leftrightarrow\overrightarrow{AP}.\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=0\Leftrightarrow-6(p-1)-3(2p)-6p=0$

$\Leftrightarrow p=\frac{1}{3}\Rightarrow P\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};-1\right)$

$\overrightarrow{DE}(1;-2;0)$, $\overrightarrow{DF}(1;0;3)$, $\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DF}\right]=(-6;-3;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{OQ}=q\overrightarrow{OM}\Leftrightarrow\overrightarrow{OQ}=(q;2q;-3q)\Leftrightarrow Q(q;2q;-3q)$.

Suy ra: $\overrightarrow{DQ}=(q;2q-2;-3q+3)$.

Điểm $Q\in(DEF)$ nên: $\overrightarrow{DQ}\perp\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DF}\right]\Leftrightarrow\overrightarrow{DQ}.\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DF}\right]=0\Leftrightarrow-6q-6q+6-6q+6=0$

DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN

$\Leftrightarrow 18q=12\Leftrightarrow q=\frac{2}{3}\Rightarrow Q\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};-2\right)$

Vậy $PQ=\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{4}{9}+1}=\frac{\sqrt{14}}{3}$.

Câu 38. Giả sử $\left(1+x+x^2+x^3\right)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+...+a_{12}x^{12}\ a_i\in\mathbb{R}$. Giá trị của tổng $S=C_4^0a_4-C_4^1a_3+C_4^2a_2-C_4^3a_1+C_4^4a_0$ bằng

A. 1. **B.** -4. **C.** -1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(1+x+x^2+x^3\right)^4=\left((1+x)+x^2(1+x)\right)^4=(1+x)^4\left(1+x^2\right)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^kx^k.\sum_{i=0}^{4}C_4^ix^{2i}$

$=\sum_{k=0}^{4}\sum_{i=0}^{4}C_4^kC_4^ix^{2i+k}$.

Ta có:

+) a_0 là hệ số tự do: $2i+k=0\Leftrightarrow i=k=0:\ a_0=C_4^0C_4^0=1$.

+) a_1 là hệ số của số hạng chứa x: $2i+k=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=1\\i=0\end{array}\right.:\ a_1=C_4^1C_4^0=4$.

+) a_2 là hệ số của số hạng chứa x^2: $2i+k=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=0,i=1\\k=2,i=0\end{array}\right.:\ a_2=C_4^0C_4^1+C_4^2C_4^0=10$.

+) a_3 là hệ số của số hạng chứa x^3: $2i+k=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=1,i=1\\k=3,i=0\end{array}\right.:\ a_3=C_4^1C_4^1+C_4^3C_4^0=20$.

+) a_4 là hệ số của số hạng chứa x^4: $2i+k=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=0,i=2\\k=2,i=1\\k=4,i=0\end{array}\right.:\ a_4=C_4^0C_4^2+C_4^2C_4^1+C_4^4C_4^0=31$.

Suy ra: $S=C_4^0a_4-C_4^1a_3+C_4^2a_2-C_4^3a_1+C_4^4a_0=C_4^0.31-C_4^1.20+C_4^2.10-C_4^3.4+C_4^4.1=-4$.

Câu 39. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos x)=0$ trên đoạn $[1;2021]$.

A. 672. **B.** 643. **C.** 642. **D.** 673.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin(\cos x)=0\Leftrightarrow\cos x=k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Mà: $-1\le\cos x\le1\Rightarrow-1\le k\pi\le1\Leftrightarrow\frac{-1}{\pi}\le k\le\frac{1}{\pi}\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k=0$.

$\Rightarrow\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+m\pi\ (m\in\mathbb{Z})\xrightarrow{x\in[1;2021]}\frac{1}{\pi}-\frac{1}{2}\le m\le\frac{2021}{\pi}-\frac{1}{2}\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m\in\{0;1;2;...;642\}$.

$\Rightarrow$ có 643 nghiệm thỏa mãn bài toán.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x)=2x-1$ và $f(3)=5$. Giả sử phương trình $f(x)=999$ có hai nghiệm $x_1;x_2$. Tính tổng $S=\log|x_1|+\log|x_2|$.

A. 5. **B.** 999. **C.** 3. **D.** 1001.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=2x-1\Rightarrow f(x)=\int(2x-1)dx=x^2-x+C$. (C là hằng số).

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Mặt khác: $f(3)=5 \Leftrightarrow 9-3+C=5 \Leftrightarrow C=-1 \Rightarrow f(x)=x^2+x-1$.

$f(x)=999 \Leftrightarrow x^2+x-1=999 \Leftrightarrow x^2+x-1000=0$ luôn có hai nghiệm $x_1;x_2$ trái dấu.

Theo Viét ta có: $x_1.x_2=-1000$.

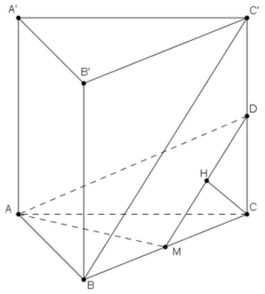
Lại có: $S=\log|x_1|+\log|x_2|=\log|x_1.x_2|=\log|-1000|=\log(1000)=3$.

Câu 41. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Tất cả các cạnh có độ dài bằng a. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC'.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D là trung điểm của CC'. Kẻ $CH \perp MD$

Khi đó, $BC' // MD \Rightarrow BC' // (AMD)$.

Suy ra $d(BC', AM)=d(BC',(AMD))=d(B,(AMD))=d(C,(AMD))=CH$.

Ta có $CM=CD=\frac{a}{2} \Rightarrow CH=\frac{CM.CD}{\sqrt{CM^2+CD^2}}=\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{\sqrt{\frac{a^2}{2}}}=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

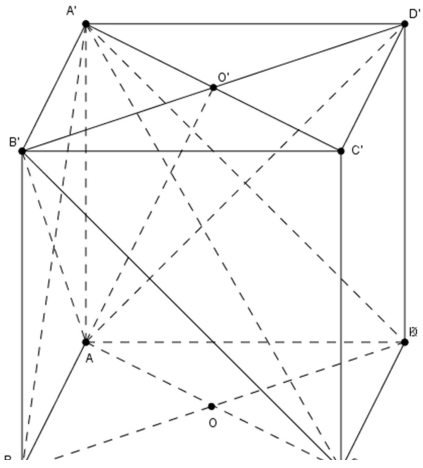
Nên khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC' bằng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với $A'C$ chia khối lập phương thành hai phần thể tích. Tính tỉ số k hai phần thể tích này, biết $k<1$.

A. $\frac{3}{25}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải

Chọn C



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Gọi O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$.

Ta có $\left.\begin{array}{l} AD' \perp A'D \\ AD' \perp CD\left(\text{do } CD \perp (ADD'A')\right) \end{array}\right\} \Rightarrow AD' \perp (A'CD) \Rightarrow AD' \perp A'C$.

Tương tự $\left.\begin{array}{l} AB' \perp A'B \\ AB' \perp BC\left(\text{do } BC \perp (ABB'A')\right) \end{array}\right\} \Rightarrow AB' \perp (A'BC) \Rightarrow AB' \perp A'C$.

Do đó $A'C \perp (AB'D')$.

Vậy mặt phẳng đi qua A và vuông góc với $A'C$ là $(AB'D')$, chia khối lập phương thành 2 khối $A.A'B'D'$ và $ABCDB'C'D'$.

Ta có $V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}S_{A'B'C'D'}.AA' = \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}$

Suy ra $V_{ABCDB'C'D'} = \frac{5}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Vậy $k = \frac{1}{5}$.

Câu 43. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của một đa giác lồi (H) có 30 đỉnh. Tính xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H).

A. $\frac{30C_{27}^3}{C_{30}^4}$. **B.** $\frac{30C_{25}^3}{4C_{30}^4}$. **C.** $\frac{30C_{27}^3}{4C_{30}^4}$. **D.** $\frac{30C_{25}^3}{C_{30}^4}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{30}^4$.

Gọi A là biến cố: " 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H)".

Chọn đỉnh thứ nhất của tứ giác, có: 30 cách chọn. (1)

Sau khi chọn đỉnh thứ nhất, chọn 3 trong 27 đỉnh còn lại (không tính thứ tự) khác đỉnh thứ nhất của tứ giác và 2 đỉnh kề bên, có: C_{27}^3 cách chọn. (2)

Sau hai hành động (1) và (2) ta chọn được: $30.C_{27}^3$ tứ giác (trong đó có m tứ giác nhận đúng 1 cạnh của (H) là cạnh, và n tứ giác nhận đúng 2 cạnh của (H) là cạnh).

Ta có $m = 2.24 + 24.23$, $n = 25$. Do tứ giác không phân biệt thứ tự đỉnh nên

$n(A) = \frac{30\left(C_{27}^3 - 2.24 - 24.23 - 25\right)}{4} = \frac{30C_{25}^3}{4}$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30C_{25}^3}{4C_{30}^4}$.

Câu 44. Cho một hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$. Đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{BAD} = 60°$. Một mặt phẳng tạo với mặt đáy một góc $60°$ và cắt tất cả các cạnh bên của hình hộp. Tính diện tích thiết diện tạo thành

A. $2\sqrt{3}a^2$. **B.** $\sqrt{3}a^2$. **C.** $3a^2$. **D.** $3\sqrt{2}a^2$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB.AD\sin\widehat{BAD} = AB.AD\sin 60° = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Hình chiếu của thiết diện lên mặt phẳng đáy $ABCD$ là hình thoi $ABCD$. Gọi S là diện tích thiết diện.Theo công thức diện tích hình chiếu:

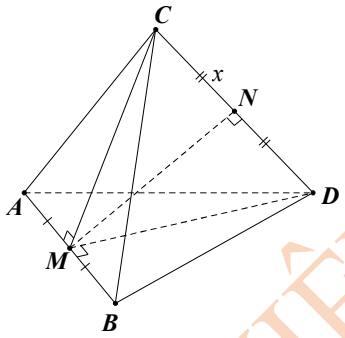
$$S_{ABCD} = S\cos 60^\circ \Leftrightarrow S = \frac{S_{ABCD}}{\cos 60^\circ} = a^2\sqrt{3}.$$

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và ABD là các tam giác đều cạnh bằng a không đổi. Độ dài CD thay đổi. Tính giá trị lớn nhất đạt được của thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD ta có MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD.

Đặt $CD = x$, với $x > 0$ ta có $MN = \sqrt{CM^2 - CN^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3a^2 - x^2}$.

Khi đó, thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{1}{6}AB.CD.MN = \frac{1}{12}a.x.\sqrt{3a^2 - x^2}$.

Từ đó, $V = \frac{a}{12}.\sqrt{x^2\left(3a^2 - x^2\right)} \le \frac{a}{12}.\sqrt{\frac{\left(3a^2\right)^2}{4}}$ hay $V \le \frac{a^3}{8}$.

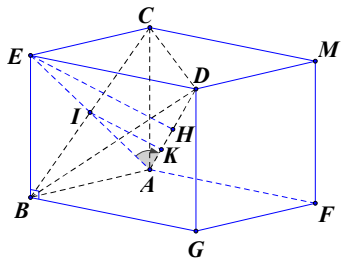
Vậy $V_{\max} = \frac{a^3}{8}$ khi $x^2 = 3a^2 - x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC, ABD và ACD là các tam giác vuông tương ứng tại A, B và C. Góc giữa AD và (ABC) bằng 45°; $AD \perp BC$ và khoảng cách giữa AD và BC bằng a. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng hình hộp chữ nhật $ABGF.CEDM$ như hình vẽ. Gọi $I = AE \cap BC$ và H, K lần lượt là trung điểm của AD, AH

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Khi đó tứ diện $ABCD$ thỏa mãn các điều kiện của giả thiết.

Từ giả thiết, ta có $\left(AD;\left(ABC\right)\right)=\widehat{DAE}=45^{\circ}$ nên ΔAED vuông cân tại E.

Mà $AD\perp BC$ nên suy ra $BC\perp AE$. Do đó tứ giác $ABEC$ là hình vuông.

Và IK là đoạn vuông góc chung của AD và BC nên $d\left(AD;BC\right)=IK=a$.

Suy ra $AD=4a;\ AI=a\sqrt{2}$.

Do đó, $AB=AC=2a$, $CD=\sqrt{AD^2-AC^2}=2a\sqrt{3}$ và $ED=\sqrt{CD^2-CE^2}=2a\sqrt{2}$

Vậy $V_{ABCD}=\frac{1}{6}V_{ABGF.CEDM}=\frac{1}{6}.AB.AF.AC=\frac{1}{6}.2a.2a\sqrt{2}.2a=\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x+1\right)^2\left(x-3\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)=f\left(\sqrt{x^2+2x+6}\right)$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+1=0\\x-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(\sqrt{x^2+2x+6}\right)$ có $g'\left(x\right)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+6}}f'\left(\sqrt{x^2+2x+6}\right)$

$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+1=0\\f'\left(\sqrt{x^2+2x+6}\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\\sqrt{x^2+2x+6}=3\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x^2+2x-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-3\\x=1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'\left(\sqrt{x^2+2x+6}\right)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng biến thiên. Ta thấy hàm số $g\left(x\right)$ có 3 điểm cực trị.

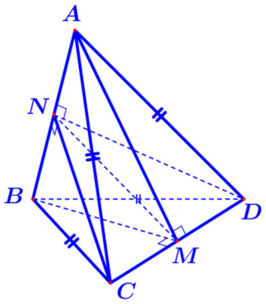
Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=AD=BC=BD=a$. Các cặp mặt phẳng $\left(ACD\right)$ và $\left(BCD\right)$; $\left(ABC\right)$ và $\left(ABD\right)$ vuông góc với nhau. Tính theo a độ dài cạnh CD.

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi M,N lần lượt là trung điểm cạnh CD,AB

Ta có $(ACD)\perp(BCD)$ và $(ACD)\cap(BCD)=CD$

Mà $CD\perp BM$ (vì ΔBCD cân tại B)

$CD\perp AM$ (vì và ΔACD cân tại A)

Nên $\left(\widehat{(ACD),(BCD)}\right)=\widehat{AMB}=90^\circ$

Tương tự $(ABC)\perp(ABD)$ và $(ABC)\cap(ABD)=AB$

Mà $AB\perp CN$ (vì ΔABC cân tại C)

$AB\perp DN$ (vì và ΔABD cân tại D)

Nên $\left(\widehat{(ABC),(ABD)}\right)=\widehat{CND}=90^\circ$

Mặt khác tam giác ΔABM vuông cân tại M có $CD=2MN$

Tam giác NCD vuông cân tại N có $AB=2MN$

$\Rightarrow AB=CD\Rightarrow\Delta BMN$ vuông cân tại N có $BM=MN\sqrt{2}$

ΔBCM vuông tại M có $BC^2=BM^2+CM^2\Leftrightarrow a^2=\left(MN\sqrt{2}\right)^2+MN^2\Leftrightarrow MN=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$

Khi đó $CD=2MN=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+m$. Tìm m để với mọi bộ ba số phân biệt a,b,c thuộc $[-1;3]$ thì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là độ dài ba cạnh một tam giác.

A. $m<-22$. **B.** $m<-2$. **C.** $m<34$. **D.** $m<2$.

Lời giải

Chọn A

$YCBT\Leftrightarrow\max\limits_{[-1;3]}f(x)\le 2\min\limits_{[-1;3]}f(x)$ (*).

Ta có $f'(x)=3x^2-3$, $f'(x)=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

$f(-1)=2-m$, $f(1)=-2-m$, $f(3)=18-m$.

Khi đó $(*)\Leftrightarrow 18-m<2(-2-m)\Leftrightarrow m<-22$.

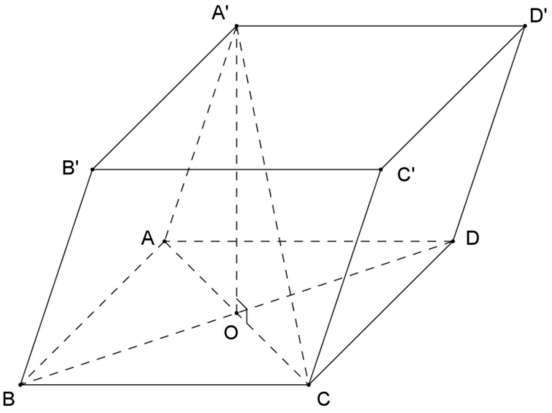
Câu 50. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD}=60^\circ$. Mặt chéo $ACC'A'$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, đồng thời $ACC'A'$ cũng là hình thoi có $\widehat{A'AC}=60^\circ$. Thể tích khối tứ diện $ACB'D'$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi O là tâm của $ABCD$.

ΔABD đều nên $AO=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{\Delta ABD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, suy ra $AC=a\sqrt{3}$ và $S_{ABCD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

$\Delta A'AC$ đều nên $A'O\perp AC$, mà $(A'AC)\perp(ABCD)$ nên $A'O\perp(ABCD)$.

Hơn nữa $A'O=\dfrac{AC\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a}{2}$.

Khi đó $V_{S.ABCD}=A'O.S_{ABCD}=\dfrac{3a}{2}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Theo công thức tính nhanh, ta có $V_{ACB'D'}=\dfrac{1}{3}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. a^3. **B.** $9a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $3a^3$

Câu 2. Cho a,b,c là các số dương, $a\neq 1$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\log_a \dfrac{b}{c}=\log_a b+\log_a c$. **B.** $\log_a \dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

C. $\log_a \dfrac{b}{c}=\log_b a-\log_b c$. **D.** $\log_a \dfrac{b}{c}=\log_a c-\log_a b$

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{-x+3}{x-2}$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. 4. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $-\dfrac{5}{4}$.

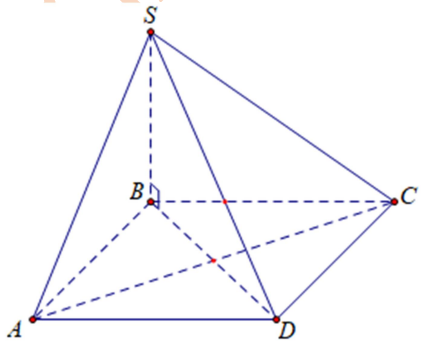
Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=4a$ và $AA'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $8a^3\sqrt{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $16a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5. Gọi R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

A. $S=4\pi R^2$. **B.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $\dfrac{V}{R}=\dfrac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $3V=S.R$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SB\perp(ABCD)$ (xem hình dưới), góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào sau đây?



A. $\widehat{DSB}$. **B.** $\widehat{SDA}$. **C.** $\widehat{SCB}$. **D.** $\widehat{SDC}$.

Câu 7. Hàm số $y=(3-x)^{\pi}$ xác định khi và chỉ khi

A. $x\neq 3$. **B.** $x\in(0;+\infty)$. **C.** $x\in(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 8. Hàm số $y=x^4-4x^2+3$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;\sqrt{2})$. **D.** $(-\infty;\sqrt{2})$.

Câu 9. Một cấp số nhân có $u_1=-3, u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đó là

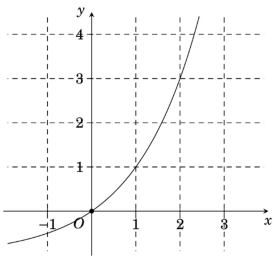
A. 2. **B.** 9. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=\sin x$ là

A. $y'=\sin x$. **B.** $y'=\cos x$. **C.** $y'=-\sin x$. **D.** $y'=-\cos x$.

Câu 11. Đường cong trong hình bên dưới là của đồ thị hàm số

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $y=\log_2(x+1)$. **B.** $y=2^x-1$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=2^x$.

Câu 12. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4-4x^2-2$ và trục hoành là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

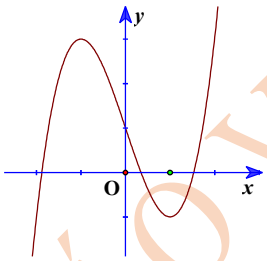
Câu 13. Số điểm cực trị của hàm số $y=x^4-4x^2+5$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 14. Bất phương trình: $\left(\frac{4}{3}\right)^x>1$ có tập nghiệm là

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 15. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=2x^4-3x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Câu 16. Khối trụ có bán kính đáy r và đường cao h khi đó thể tích khối trụ là

A. $V=\pi r^2 h$. **B.** $V=\frac{2}{3}\pi rh$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $V=2\pi rh$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

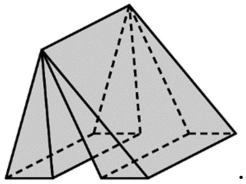
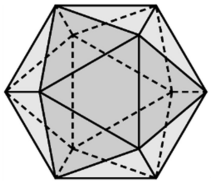
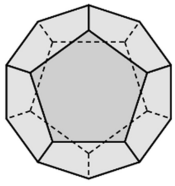
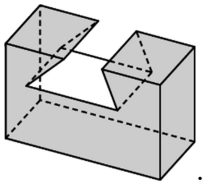
Câu 18. Đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\frac{2x-6}{x+3}$. **B.** $y=\frac{x+1}{-x-3}$. **C.** $y=\frac{x+1}{x-3}$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+3}$.

Câu 19. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

A. 16π. **B.** 12π. **C.** 20π. **D.** 24π.

Câu 20. Vật thể nào dưới đây **không phải** là khối đa diện?

A.  **B.**  **C.**  **D.** 

Câu 21. Với a là số thực dương, biểu thức rút gọn của $\frac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{3-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{5}-2}\right)^{\sqrt{5}+2}}$ là

A. a^3. **B.** a^6. **C.** $a^{2\sqrt{3}}$. **D.** a^5.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 22. Tất cả các giá trị của m sao cho hàm số $y=-x^3-3mx^2+4m$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là

A. $m>0$. **B.** $m\le -2$. **C.** $-2\le m<0$. **D.** $m\le -4$.

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $B, AB=1, BC=\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{3\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** 12π. **D.** 6π.

Câu 24. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$?

A. $m\ne 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 26. Số nghiệm của phương trình $\log_2(3-x)+\log_2(1-x)=3$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 27. Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?

A. Hình lập phương. **B.** Bát diện đều. **C.** Tứ diện đều. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

Câu 28. Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{2-x}}{x^2-x-6}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 29. Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả cầu xanh là

A. $\frac{7}{44}$. **B.** $\frac{4}{11}$. **C.** $\frac{7}{11}$. **D.** $\frac{21}{220}$.

Câu 30. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ song song với đường thẳng $y=9x-2$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$ | $-\infty$	↗	1

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, $AA'=4a$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm M của BC, $A'M=2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $16a^3\sqrt{3}$. **D.** $8a^3\sqrt{3}$.

Câu 33. Gọi M, C, $Đ$ thứ tự là số mặt, số cạnh, số đỉnh của hình bát diện. Khi đó $S=M-C+Đ$ bằng

A. $S=2$. **B.** $S=10$. **C.** $S=14$. **D.** $S=26$.

Câu 34. Một khối cầu có bán kính bằng 2, một mặt phẳng (α) cắt khối cầu đó theo một hình tròn (C) biết khoảng cách từ tâm khối cầu đến mặt phẳng (α) bằng $\sqrt{2}$. Diện tích của hình tròn (C) là

A. 2π. **B.** 8π. **C.** π. **D.** 4π.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 35. Cho hai số thực $0<a<b<1$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\log_a b<1<\log_b a$. **B.** $\log_b a<\log_a b<1$. **C.** $\log_b a<1<\log_a b$. **D.** $1<\log_6 a<\log_a b$.

Câu 36. Cho $\alpha=\log_a x$, $\beta=\log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2}\left(x^3\right)$ bằng

A. $\dfrac{3}{2a+\beta}$. **B.** $\dfrac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta}$. **C.** $\dfrac{3a\beta}{2a+\beta}$. **D.** $\dfrac{3(\alpha+\beta)}{\alpha+2\beta}$

Câu 37. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$ và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3 7\sqrt{21}}{32}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3 7\sqrt{21}}{96}$.

Câu 38. Cho tử diện $ABCD$ có $AB=2$, các cạnh còn lại bằng 4, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{11}$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=-x^3+2x^2-(m+2)x+m$ có 2 điểm cực trị và điểm $N\left(2;-\dfrac{1}{3}\right)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó.

A. $m=\dfrac{9}{5}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-\dfrac{5}{9}$. **D.** $m=-\dfrac{9}{5}$.

Câu 40. Cho hình nón có chiều cao bằng 4 a. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}a^2$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $10a^3$. **B.** $30a^3\pi$. **C.** $\dfrac{100a^3\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{80a^3\pi}{3}$

Câu 41. Cho hình chóp ngũ giác đều có tổng diện tích tất cả các mặt là $S=4$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp ngũ giác đều đã cho có dạng $\max V=\dfrac{a\sqrt{10}}{b\sqrt{\tan 36°}}$, trong đó $a,b\in\mathbb{N}^*$, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Hãy tính $T=a+b$:

A. 15. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 16.

Câu 42. Một loại kẹo có hình dạng là khối cầu với bán kính bằng $1cm$ được đặt trong vỏ kẹo có hình dạng là hình chóp tứ giác đều *(các mặt của vỏ tiếp xúc với kẹo)*. Biết rằng khối chóp đều tạo thành từ vỏ kẹo đó có thể tích bé nhất, tính tổng diện tích tất cả các mặt xung quanh của vỏ kẹo:

A. $12cm^2$. **B.** $48cm^2$. **C.** $36cm^2$. **D.** $24cm^2$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt thuộc các cạnh SA,SD sao cho $3SM=2SA$, $3SN=2SD$. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt cạnh SB,SC lần lượt tại Q,P. Đặt $\dfrac{SQ}{SB}=x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNPQ$, V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1=\dfrac{1}{2}V$.

A. $x=\dfrac{-2+\sqrt{58}}{6}$. **B.** $x=\dfrac{-1+\sqrt{41}}{4}$. **C.** $x=\dfrac{-1+\sqrt{33}}{4}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 44. Điều kiện để phương trình $\sqrt{12-3x^2}-x=m$ có nghiệm là $m\in[a;b]$. Khi đó $2a-b$ bằng

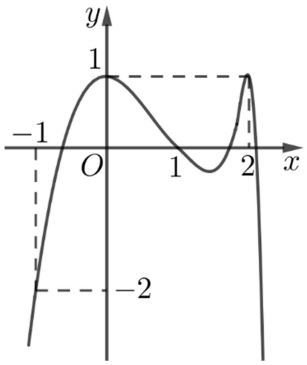
A. 3. **B.** -8. **C.** -4. **D.** 0.

Câu 45. Cho các số thực x,y thỏa mãn $x^2+y^2=1$, tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{(2y-1)^2x^2+\left(2y^2-y\right)^2}+\sqrt{2y+2}$ bằng

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{13\sqrt{2}}{4}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hỏi phương trình $f\left(\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}\cos^6 x-\frac{1}{4}\sin^2 2x+\frac{7}{24}-f\left(\frac{1}{2}\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4};2\pi\right)$?

A. 2. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Biết $AC=4\sqrt{3}a, BD=4a$, $SD=2\sqrt{2}a$ và SO vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

A. $\frac{4\sqrt{21}a}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\frac{5\sqrt{21}a}{7}$. **D.** $\frac{2\sqrt{21}a}{7}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=-x^3+mx^2-2m$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 49. Hàm số $y=x-\ln(2x-3)$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{5}{2}\right)$

Câu 50. Cho mặt cầu đường kính $AB=2R$. Mặt phẳng (P) vuông góc AB tại I (I thuộc đoạn AB) cắt mặt cầu theo một đường tròn (C).Tính $h=AI$ theo R để hình nón đỉnh A, đáy là (C) có thể tích lớn nhất.

A. $h=R$. **B.** $h=\frac{R}{3}$. **C.** $h=\frac{4R}{3}$. **D.** $h=\frac{2R}{3}$.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	D	A	B	C	D	C	C	B	B	D	A	C	B	A	D	C	A	A	A	B	D	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	C	C	B	D	A	A	A	C	A	D	D	D	B	D	A	B	D	D	A	C	C	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. a^3. **B.** $9a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $3a^3$

Lời giải.

Chọn D

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}.S.h=\frac{1}{3}.3a^2.3a=3a^3$.

Câu 2. Cho a,b,c là các số dương, $a\neq 1$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b+\log_a c$. **B.** $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

C. $\log_a\frac{b}{c}=\log_b a-\log_b c$. **D.** $\log_a\frac{b}{c}=\log_a c-\log_a b$

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết ta có $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{-x+3}{x-2}$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. 4. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $-\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-\frac{1}{(x-2)^2}<0 \quad \forall x\in[-2;0]$

Suy ra hàm số $y=\frac{-x+3}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

Suy ra $\max\limits_{[-2;0]} y=f(-2)=-\frac{5}{4}$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=4a$ và $AA'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $8a^3\sqrt{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $16a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$V=Sh=\frac{1}{2}(4a)^2.a\sqrt{3}=8a^3\sqrt{3}$.

Câu 5. Gọi R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

A. $S=4\pi R^2$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $\frac{V}{R}=\frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $3V=S.R$.

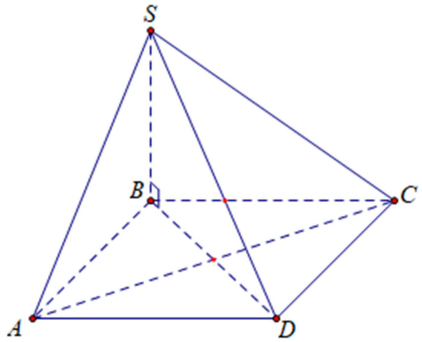
Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B

Thể tích khối cầu là $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$, nên đáp án B sai.

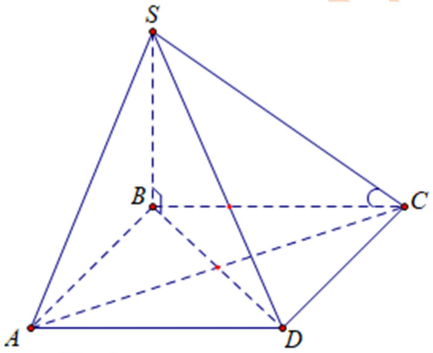
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SB\perp(ABCD)$ (xem hình dưới), góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào sau đây?



A. $\widehat{DSB}$. **B.** $\widehat{SDA}$. **C.** $\widehat{SCB}$. **D.** $\widehat{SDC}$.

Lời giải

Chọn C



Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là BC.

Suy ra $\left(\widehat{SC;(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SC;BC}\right)=\widehat{SCB}$.

Câu 7. Hàm số $y=(3-x)^{\pi}$ xác định khi và chỉ khi

A. $x\neq 3$. **B.** $x\in(0;+\infty)$. **C.** $x\in(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số lũy thừa với số mũ không nguyên nên: $3-x>0\Leftrightarrow x<3$.

Câu 8. Hàm số $y=x^4-4x^2+3$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;\sqrt{2})$. **D.** $(-\infty;\sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-8x=4x\left(x^2-2\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu y'.

DIỄN ĐÀN TOÁN

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;\sqrt{2}\right)$.

Câu 9. Một cấp số nhân có $u_1=-3, u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đó là

A. 2. **B.** 9. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Gọi cấp số nhân có công bội q.

Ta có $u_2=u_1.q \Rightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{6}{-3}=-2$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=\sin x$ là

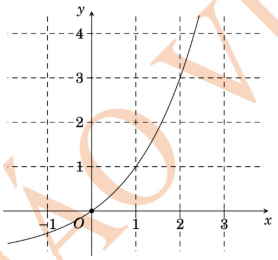
A. $y'=\sin x$. **B.** $y'=\cos x$. **C.** $y'=-\sin x$. **D.** $y'=-\cos x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(\sin x\right)' \Rightarrow y'=\cos x$.

Câu 11. Đường cong trong hình bên dưới là của đồ thị hàm số



A. $y=\log_2\left(x+1\right)$. **B.** $y=2^x-1$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=2^x$.

Lời giải

Chọn B

Câu 12. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4-4x^2-2$ và trục hoành là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $-x^4-4x^2-2=0$ (phương trình vô nghiệm.

Vậy đồ thị hàm số $y=-x^4-4x^2-2$ không cắt trục hoành.

Câu 13. Số điểm cực trị của hàm số $y=x^4-4x^2+5$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-8x$.

$$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{2} \\ x=0 \\ x=\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 14. Bất phương trình: $\left(\frac{4}{3}\right)^x > 1$ có tập nghiệm là

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

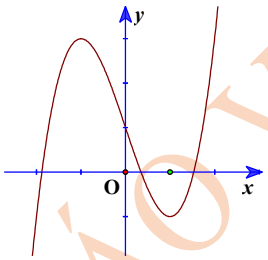
Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(\frac{4}{3}\right)^x > 1 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^x > \left(\frac{4}{3}\right)^0 \Leftrightarrow x > 0.$

Tập nghiệm của bất phương trình là: $(0;+\infty)$.

Câu 15. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = 2x^4 - 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = \frac{x+1}{x-1}$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị có dạng của hàm số bậc ba, nhánh cuối đi lên nên có $a > 0$.

Do đó chọn đáp án. **B.**

Câu 16. Khối trụ có bán kính đáy r và đường cao h khi đó thể tích khối trụ là

A. $V = \pi r^2 h$. **B.** $V = \frac{2}{3}\pi rh$. **C.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $V = 2\pi rh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2} \\ SA = a\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}..$

Câu 18. Đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đồ thị hàm số nào sau đây?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $y=\dfrac{2x-6}{x+3}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{-x-3}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-3}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+3}$.

Lời giải

Chọn C

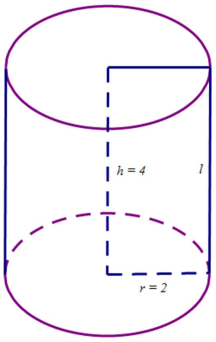
Vì $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x+1}{x-3}=+\infty$ nên nhận đường thẳng $x=3$ làm tiệm cận đứng.

Câu 19. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

A. 16π. **B.** 12π. **C.** 20π. **D.** 24π.

Lời giải

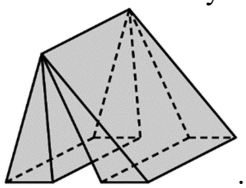
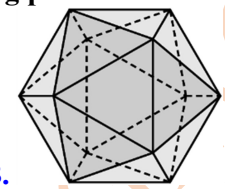
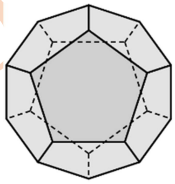
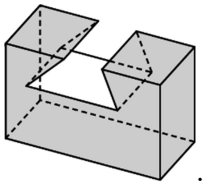
Chọn A



Ta có đường sinh của hình trụ là $l=h=2$.

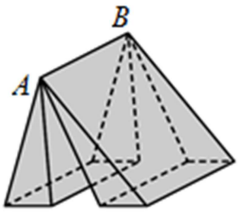
Suy ra diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.2.4=16\pi$.

Câu 20. Vật thể nào dưới đây **không phải** là khối đa diện?

A.  . **B.**  . **C.**  . **D.**  .

Lời giải

Chọn A



Cạnh AB của vật thể trong hình. **A.** vi phạm tính chất trong khái niệm về hình đa diện "Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác". Củ thể cạnh AB trong hình là cạnh chung của 4 đa giác.

Câu 21. Với a là số thực dương, biểu thức rút gọn của $\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{3-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{5}-2}\right)^{\sqrt{5}+2}}$ là

A. a^3. **B.** a^6. **C.** $a^{2\sqrt{3}}$. **D.** a^5.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{3-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{5}-2}\right)^{\sqrt{5}+2}}=\frac{a^{\left(\sqrt{3}+1\right)+\left(3-\sqrt{3}\right)}}{a^{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)}}=\frac{a^4}{a}=a^3.$$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 22. Tất cả các giá trị của m sao cho hàm số $y=-x^3-3mx^2+4m$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là

A. $m>0$. **B.** $m\le -2$. **C.** $-2\le m<0$. **D.** $m\le -4$.

Lời giải

Chọn B

$y=-x^3-3mx^2+4m$

$y'=-3x^2-6mx$.

Hàm số $y=-x^3-3mx^2+4m$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$

$\Leftrightarrow f'(x)>0,\ \forall x\in(0;4)$

$\Leftrightarrow -3x^2-6mx>0,\ \forall x\in(0;4)$

$\Leftrightarrow -3x^2>6mx,\ \forall x\in(0;4)$

$\Leftrightarrow -m>\dfrac{x}{2},\ \forall x\in(0;4)$

$\Leftrightarrow -m\ge 2$

$\Leftrightarrow m\le -2$

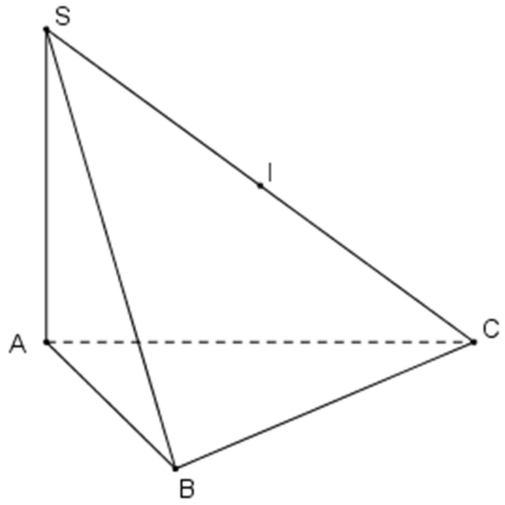
Vậy $m\le -2$.

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $B, AB=1, BC=\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\dfrac{3\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** 12π. **D.** 6π.

Lời giải

Chọn D



Do tam giác ABC vuông tại B nên $AB\perp BC$, mặt khác $BC\perp SA$ nên $BC\perp SB$. Do vậy ta có $\widehat{SBC}=\widehat{SAC}=90^\circ$ nên tâm mặt cầu ngoại tiếp của $S.ABC$ là trung điểm của SC.

Bán kính $R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{\sqrt{SA^2+AC^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{SA^2+AB^2+BC^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. Vậy diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2=6\pi$.

Câu 24. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$?

A. $m\ne 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$y=x^3-3x^2+mx$, suy ra $y'=3x^2-6x+m; y''=6x-6$.

Để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$ thì

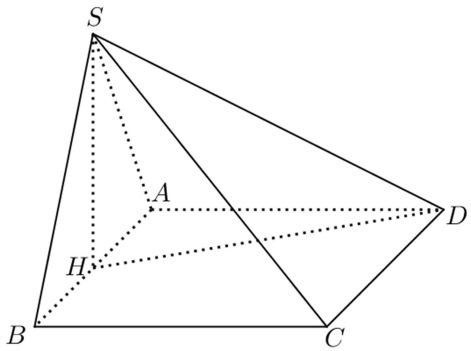
$$\begin{cases} y'(2)=0 \\ y''(2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ -6<0 (luon\ dung) \end{cases} \Leftrightarrow m=0.$$

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AB, khi đó $SH\perp(ABCD)$.

Ta có $HD^2=AH^2+AD^2=\dfrac{a^2}{4}+a^2=\dfrac{5a^2}{4}\Rightarrow SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=\sqrt{\dfrac{9a^2}{4}-\dfrac{5a^2}{4}}=a$

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 26. Số nghiệm của phương trình $\log_2(3-x)+\log_2(1-x)=3$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x\le 1$.

Phương trình $\log_2(3-x)+\log_2(1-x)=3\Leftrightarrow\log_2\left[(3-x)(1-x)\right]=3$

$$\Leftrightarrow(3-x)(1-x)=8\Leftrightarrow x^2-4x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=5 \end{array}\right.$$

Kết hợp với ĐK ta có nghiệm của phương trình $x=-1$.

Câu 27. Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?

A. Hình lập phương. **B.** Bát diện đều. **C.** Tứ diện đều. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải

Chọn C

Hình tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Câu 28. Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{2-x}}{x^2-x-6}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

TXĐ $D=(-\infty;2]\setminus\{-2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to(-2)} f(x)=+\infty \Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 29. Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả cầu xanh là

A. $\frac{7}{44}$. **B.** $\frac{4}{11}$. **C.** $\frac{7}{11}$. **D.** $\frac{21}{220}$.

Lời giải

Chọn C

$n(\Omega)=C_{12}^3$

Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả cầu xanh là: $P=\frac{C_7^2.C_5^1+C_7^3}{C_{12}^3}=\frac{7}{11}$.

Câu 30. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ song song với đường thẳng $y=9x-2$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

$f'(x)=3x^2-6x$

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=9x-2 \Rightarrow f'(x_0)=9 \Leftrightarrow 3x_0{}^2-6x_0=9 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-1 \\ x_0=3 \end{array}\right.$

Với $x_0=-1 \Rightarrow y_0=-2$. Phương trình tiếp tuyến $y=9(x+1)-2 \Leftrightarrow y=9x+7$

Với $x_0=3 \Rightarrow y_0=2$. Phương trình tiếp tuyến $y=9(x-3)+2 \Leftrightarrow y=9x-25$

Vậy có 2 tiếp tuyến.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	1

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có:

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

+ Các giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$; $\lim\limits_{x\to2^-} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to2^+} y=-\infty$.

Từ các giới hạn trên ta suy ra: Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

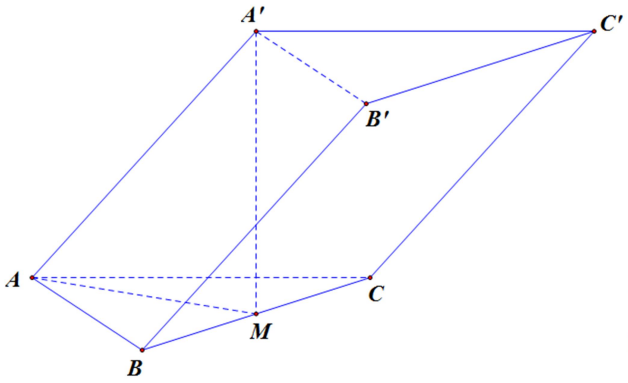
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 32. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, $AA'=4a$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm M của BC, $A'M=2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $16a^3\sqrt{3}$. **D.** $8a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác AMA' vuông tại M có: $AM=\sqrt{AA'^2-A'M^2}=\sqrt{16a^2-4a^2}=2a\sqrt{3}$.

Đặt cạnh tam giác đều bằng x, ta có: $AM=2a\sqrt{3}=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}\Rightarrow x=4a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

$V_{ABC.A'B'C'}=A'M.S_{ABC}=2a.\dfrac{(4a)^2\sqrt{3}}{4}=8a^3\sqrt{3}$.

Câu 33. Gọi M, C, $Đ$ thứ tự là số mặt, số cạnh, số đỉnh của hình bát diện. Khi đó $S=M-C+Đ$ bằng

A. $S=2$. **B.** $S=10$. **C.** $S=14$. **D.** $S=26$.

Lời giải

Chọn A

Hình bát diện có số mặt là 8, số đỉnh là 6 và số cạnh là 12.

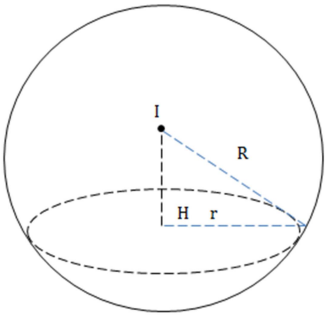
Do đó $S=M-C+Đ=8-12+6=2$.

Câu 34. Một khối cầu có bán kính bằng 2, một mặt phẳng (α) cắt khối cầu đó theo một hình tròn (C) biết khoảng cách từ tâm khối cầu đến mặt phẳng (α) bằng $\sqrt{2}$. Diện tích của hình tròn (C) là

A. 2π. **B.** 8π. **C.** π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn A



$R=2;IH=\sqrt{2}$

$\Rightarrow r=\sqrt{R^2-IH^2}=\sqrt{2}$.

Diện tích của hình tròn (C) là $S=\pi r^2=2\pi$..

Câu 35. Cho hai số thực $0<a<b<1$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $\log_a b<1<\log_b a$. **B.** $\log_b a<\log_a b<1$. **C.** $\log_b a<1<\log_a b$. **D.** $1<\log_6 a<\log_a b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a b=\dfrac{\log b}{\log a}<1$ do $0<a<b<1$ và $\log_b a=\dfrac{\log a}{\log b}>1$.

Câu 36. Cho $\alpha=\log_a x$, $\beta=\log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2}\left(x^3\right)$ bằng

A. $\dfrac{3}{2a+\beta}$. **B.** $\dfrac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta}$. **C.** $\dfrac{3a\beta}{2a+\beta}$. **D.** $\dfrac{3(\alpha+\beta)}{\alpha+2\beta}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{ab^2}\left(x^3\right)=3\log_{ab^2}x=\dfrac{3}{\log_x\left(ab^2\right)}=\dfrac{3}{\log_x a+2\log_x b}$

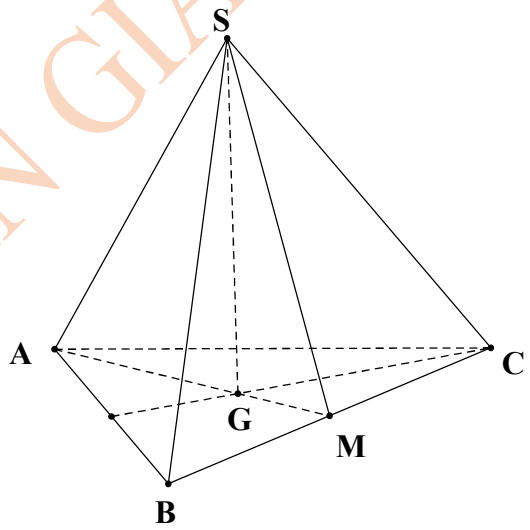
$=\dfrac{3}{\dfrac{1}{\log_a x}+\dfrac{2}{\log_b x}}=\dfrac{3\log_a x.\log_b x}{2\log_a x+\log_b x}=\dfrac{3a\beta}{2a+\beta}$.

Câu 37. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$ và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3 7\sqrt{21}}{32}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3 7\sqrt{21}}{96}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử chóp tam giác đều là $S.ABC$, ta có tam giác ABC đều và $SG\perp(ABC)$ với G là trọng tâm tam giác ABC.

Gọi M là trung điểm của đoạn BC, suy ra

$\begin{cases}AG\perp BC\\SG\perp(ABC)\Rightarrow SG\perp BC\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAG)\Rightarrow BC\perp SM$.

Do đó $\left((SBC),(ABC)\right)=(SM,AM)=\widehat{SMA}=60^0$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Gọi cạnh $AB = x\left(x > 0\right)$, suy ra $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \dfrac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{x\sqrt{3}}{3}$;

$GM = \dfrac{1}{3}AM = \dfrac{x\sqrt{3}}{6}$.

Lại có $\tan\widehat{SMA} = \dfrac{SG}{GM} \Leftrightarrow \tan 60^0 = \dfrac{SG}{GM} \Leftrightarrow SG = GM.\tan 60^0 \Leftrightarrow SG = \dfrac{x}{2}$.

Mà tam giác SAG vuông tại $G \Rightarrow SG^2 + GA^2 = SA^2 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x^2}{3} = \dfrac{7a^2}{3} \Leftrightarrow x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow x = 2a$.

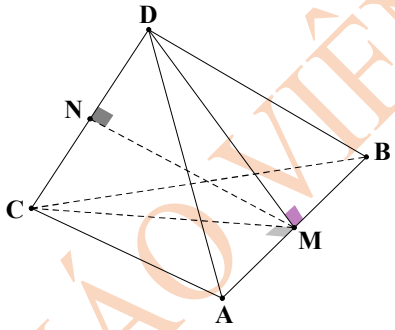
Suy ra $SG = a, S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AM.BC = a^2\sqrt{3}$. Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SG.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Cho tử diện $ABCD$ có $AB = 2$, các cạnh còn lại bằng 4, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của đoạn AB.

Ta có tam giác ABC cân tại C nên $CM \perp AB$ và tam giác ABD cân tại D nên $DM \perp AB$.

Suy ra $AB \perp \left(CDM\right)$. Gọi N là trung điểm của CD thì $AB \perp MN$.

Lại có $\Delta DAB = \Delta CAB \Rightarrow DM = CM$ hay tam giác DCM cân tại $M \Rightarrow CD \perp MN$ nên MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD. Suy ra $d\left(AB, CD\right) = MN$.

Có $DM = CM = \sqrt{CA^2 - BM^2} = \sqrt{CA^2 - \dfrac{AB^2}{4}} = \sqrt{15}$.

Do đó $MN = \sqrt{CM^2 - CN^2} = \sqrt{CM^2 - \dfrac{CD^2}{4}} = \sqrt{11}$.

Vậy $d\left(AB, CD\right) = \sqrt{11}$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - (m+2)x + m$ có 2 điểm cực trị và điểm $N\left(2; -\dfrac{1}{3}\right)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó.

A. $m = \dfrac{9}{5}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = -\dfrac{5}{9}$. **D.** $m = -\dfrac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = -3x^2 + 4x - (m+2)$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 \neq 0 \\ 4-3(m+2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{2}{3}$.

Mặt khác $y = \frac{1}{9}(3x-2)y' - \frac{2}{9}(3m+2)x + \frac{1}{9}(7m-4)$

$y(x_1) = -\frac{2}{9}(3m+2)x + \frac{1}{9}(7m-4)$, vì $y'(x_1) = 0$.

$y(x_2) = -\frac{2}{9}(3m+2)x_2 + \frac{1}{9}(7m-4)$, vì $y'(x_2) = 0$.

Do đó phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$\Delta : y = -\frac{2}{9}(3m+2)x + \frac{1}{9}(7m-4)$

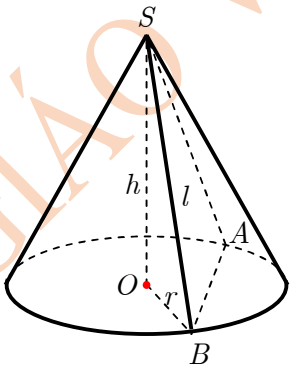
Mà $N\left(2;-\frac{1}{3}\right) \in \Delta$ nên $-\frac{4}{9}(3m+2) + \frac{1}{9}(7m-4) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\frac{9}{5}$.

Câu 40. Cho hình nón có chiều cao bằng 4 a. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}a^2$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $10a^3$. **B.** $30a^3\pi$. **C.** $\frac{100a^3\pi}{3}$. **D.** $\frac{80a^3\pi}{3}$

Lời giải

Chọn D



Giả sử SAB là thiết diện đi qua đỉnh hình nón.

Ta có tam giác SAB có $SA = SB = AB = l$ và $S_{SAB} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}a^2 \Rightarrow l = 6a$.

Mà $r = \sqrt{l^2 - h^2} = 2\sqrt{5}a$.

Khi đó thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{80a^3\pi}{3}$.

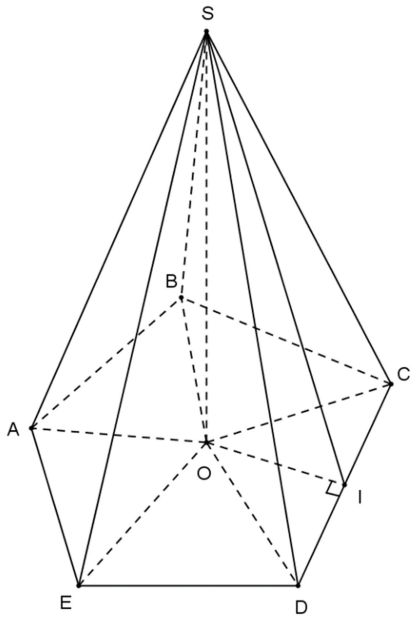
Câu 41. Cho hình chóp ngũ giác đều có tổng diện tích tất cả các mặt là $S = 4$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp ngũ giác đều đã cho có dạng $\max V = \frac{a\sqrt{10}}{b\sqrt{\tan 36°}}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Hãy tính $T = a + b$:

A. 15. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Gọi hình chóp ngũ giác đều đã cho là $S.ABCDE$ có O là tâm của đáy $ABCDE$, I là trung điểm cạnh CD.

$\Rightarrow SO \perp (ABCDE)$ và $OI \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOI)$

Lại có: $\widehat{COI} = \frac{1}{2}\widehat{COD} = 36° \Rightarrow IC = OI.\tan 36°$

Dễ thấy: $S_{\Delta SCD} + S_{\Delta OCD} = \frac{1}{5}S = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{1}{2}SI.CD + \frac{1}{2}OI.CD = \frac{4}{5} \Rightarrow SI.IC + OI.IC = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow SI.OI.\tan 36° + OI^2.\tan 36° = \frac{4}{5} \Rightarrow SI = \frac{4}{5.IO.\tan 36°} - OI$

$\Rightarrow SO = \sqrt{SI^2 - OI^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{5.OI.\tan 36°} - OI\right)^2 - OI^2} = \sqrt{\frac{16}{25.OI^2.\tan^2 36°} - \frac{8}{5\tan 36°}}$

Thể tích khối chóp $S.ABCDE$ là: $V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCDE} = \frac{1}{3}SO.5S_{\Delta COD} = \frac{5}{3}SO.\frac{1}{2}OI.CD$

$= \frac{5}{3}SO.OI.IC = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{16}{25.OI^2.\tan^2 36°} - \frac{8}{5\tan 36°}}.OI^2.\tan 36°$

$= \frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{5\tan 36°}}\sqrt{\left(\frac{2}{5} - OI^2.\tan 36°\right).OI^2\tan 36°} \le \frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{5\tan 36°}}.\frac{\frac{2}{5} - OI^2.\tan 36° + OI^2\tan 36°}{2}$

$= \frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{5\tan 36°}}.\frac{1}{5} = \frac{2\sqrt{10}}{15\sqrt{\tan 36°}}$

Vậy: $a = 2;\ b = 15 \Rightarrow T = a + b = 17$.

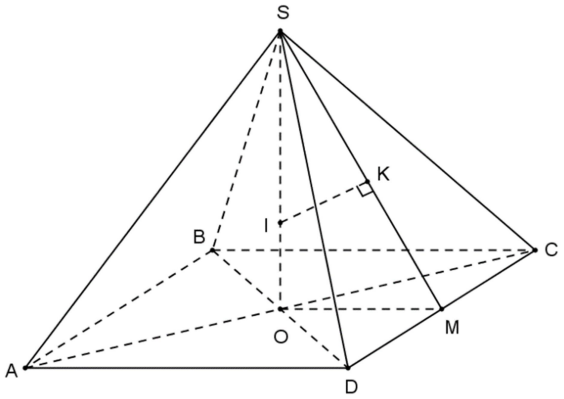
Câu 42. Một loại kẹo có hình dạng là khối cầu với bán kính bằng $1cm$ được đặt trong vỏ kẹo có hình dạng là hình chóp tứ giác đều *(các mặt của vỏ tiếp xúc với kẹo)*. Biết rằng khối chóp đều tạo thành từ vỏ kẹo đó có thể tích bé nhất, tính tổng diện tích tất cả các mặt xung quanh của vỏ kẹo:

A. $12cm^2$. **B.** $48cm^2$. **C.** $36cm^2$. **D.** $24cm^2$.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Giả sử vỏ kẹo có hình dạng là hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a, đường cao $SO=h$. Loại kẹo có hình dạng là khối cầu có tâm I.

Gọi M là trung điểm cạnh CD.

Gọi K là hình chiếu của I trên $SM \Rightarrow K$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng (SCD).

$\Rightarrow OI=OK=1$

Dễ thấy $\Delta SKI \sim \Delta SOM \Rightarrow \dfrac{SI}{SM}=\dfrac{IK}{OM} \Rightarrow \dfrac{SO-OI}{\sqrt{SO^2+OM^2}}=\dfrac{IK}{OM}$

$\Rightarrow \dfrac{h-1}{\sqrt{h^2+\dfrac{a^2}{4}}}=\dfrac{1}{\dfrac{a}{2}} \Rightarrow ah-a=\sqrt{4h^2+a^2} \Rightarrow h=\dfrac{2a^2}{a^2-4}$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$$V=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{2a^2}{a^2-4}.a^2=\frac{2}{3}.\frac{a^4}{a^2-4}=\frac{2}{3}.\left(a^2-4+\frac{16}{a^2-4}+8\right)\geq\frac{2}{3}.(2.4+8)=\frac{32}{3}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a^2-4=\dfrac{16}{a^2-4} \Leftrightarrow a=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow h=4 \Rightarrow OM=\sqrt{2}$; $SM=3\sqrt{2}$

Vậy tổng diện tích tất cả các mặt xung quanh của vỏ kẹo là: $S=4S_{\Delta SCD}=2SM.AB=24\,cm^2$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt thuộc các cạnh SA,SD sao cho $3SM=2SA$, $3SN=2SD$. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt cạnh SB,SC lần lượt tại Q,P. Đặt $\dfrac{SQ}{SB}=x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNPQ$, V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1=\dfrac{1}{2}V$.

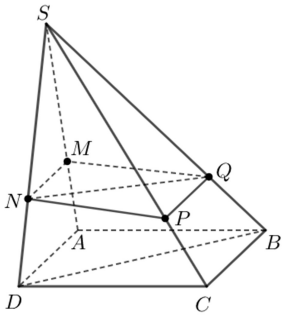
A. $x=\dfrac{-2+\sqrt{58}}{6}$. **B.** $x=\dfrac{-1+\sqrt{41}}{4}$. **C.** $x=\dfrac{-1+\sqrt{33}}{4}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $V_1 = V_{S.MNPQ} = V_{S.MNQ} + V_{S.PNQ}$.

Ta có $\begin{cases} (\alpha) \cap (SBC) = PQ \\ MN // BC \\ MN \subset (\alpha) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow PQ // MN // BC \Rightarrow \dfrac{SP}{SC} = \dfrac{SQ}{SB} = x$.

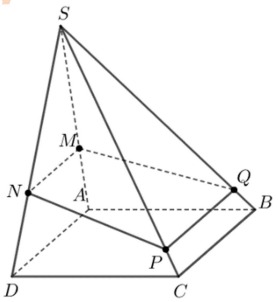
Có $\dfrac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ADB}} = \dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SD}.\dfrac{SQ}{SB} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3}.x = \dfrac{4x}{9} \Rightarrow V_{S.MNQ} = \dfrac{4x}{9} V_{S.ADB} = \dfrac{4x}{9}.\dfrac{V}{2} = \dfrac{2x}{9} V$.

Đồng thời $\dfrac{V_{S.PNQ}}{V_{S.CDB}} = \dfrac{SP}{SC}.\dfrac{SN}{SD}.\dfrac{SQ}{SB} = x.\dfrac{2}{3}.x = \dfrac{2x^2}{3} \Rightarrow V_{S.PNQ} = \dfrac{2x^2}{3} V_{S.CDB} = \dfrac{2x^2}{3}.\dfrac{V}{2} = \dfrac{x^2}{3} V$.

Như vậy $V_1 = \left(\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{2x}{9} \right) V$. Mà theo giả thiết ta có $V_1 = \dfrac{1}{2} V$ nên ta suy ra:

$\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{2x}{9} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-2 + \sqrt{58}}{6} \ (Nhan) \\ x = \dfrac{-2 - \sqrt{58}}{6} \ (Loai) \end{array} \right.$. Vậy $x = \dfrac{-2 + \sqrt{58}}{6}$.

Cách 2.



Đặt $a = \dfrac{SM}{SA} = \dfrac{2}{3}$; $b = \dfrac{SN}{SD} = \dfrac{2}{3}$; $c = \dfrac{SP}{SC}$. Ta có $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{x} \Rightarrow c = x$.

Lại có $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{abcx}{4} \left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} + \dfrac{1}{x} \right) = \dfrac{x^2}{9} \left(3 + \dfrac{2}{x} \right)$.

Mà $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow 6x^3 + 4x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \ (Loai) \\ x = \dfrac{-2 + \sqrt{58}}{6} \ (Nhan). \\ x = \dfrac{-2 - \sqrt{58}}{6} \ (Loai) \end{array} \right.$

Vậy $x = \dfrac{-2 + \sqrt{58}}{6}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 44. Điều kiện để phương trình $\sqrt{12-3x^2}-x=m$ có nghiệm là $m\in[a;b]$. Khi đó $2a-b$ bằng

A. 3. **B.** -8. **C.** -4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $-2\le x\le 2$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{12-3x^2}-x,\forall x\in[-2;2]$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{-3x}{\sqrt{12-3x^2}}-1,\forall x\in(-2;2)$.

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow -3x=\sqrt{12-3x^2}\Leftrightarrow\begin{cases}-3x\ge 0\\ 9x^2=12-3x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\ x=\pm 1\end{cases}\Leftrightarrow x=-1$.

Bảng biến thiên:

x	-2		-1		2
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖
$f(x)$	2	↗	4	↘	-2

Vậy YCBT $\Leftrightarrow m\in[-2;4]\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\ b=4\end{cases}\Rightarrow 2a-b=-8$.

Câu 45. Cho các số thực x,y thỏa mãn $x^2+y^2=1$, tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{(2y-1)^2x^2+(2y^2-y)^2}+\sqrt{2y+2}$ bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{13\sqrt{2}}{4}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{13\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

+Từ giả thiết suy ra: $x,y\in[-1;1]$.

+ $P=\sqrt{(2y-1)^2x^2+(2y^2-y)^2}+\sqrt{2y+2}=\sqrt{(2y-1)^2(x^2+y^2)}+\sqrt{2y+2}=|2y-1|+\sqrt{2y+2}$

+ Đặt $P=f(y)=\begin{cases}2y-1+\sqrt{2y+2}, & \dfrac{1}{2}\le y\le 1\\ -2y+1+\sqrt{2y+2}, & -1\le y\le\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

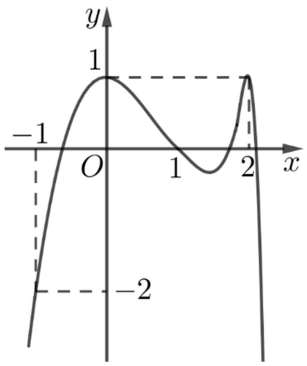
+ Xét $f(y)$ trên $\left[\dfrac{1}{2};1\right]$: Khảo sát ta được $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]}f(y)=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\sqrt{3};\max\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]}f(y)=f(1)=3$.

+ Xét $f(y)$ trên $\left[-1;\dfrac{1}{2}\right]$:Khảo sát ta được $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]}f(y)=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\sqrt{3};\max\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]}f(y)=f\left(-\dfrac{7}{8}\right)=\dfrac{13}{4}$.

+ Suy ra: $\min\limits_{[-1;1]}f(y)=\sqrt{3};\max\limits_{[-1;1]}f(y)=\dfrac{13}{4}$..

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ sau:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Hỏi phương trình $f\left(\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}\cos^6 x-\frac{1}{4}\sin^2 2x+\frac{7}{24}-f\left(\frac{1}{2}\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4};2\pi\right)$?

A. 2. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

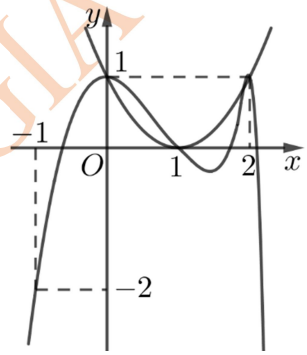
Chọn D

+ Phương trình $\Leftrightarrow f\left(\cos^2 x\right)-\frac{1}{3}\cos^6 x+\cos^4 x-\cos^2 x=f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$. (*)

+ Xét hàm số $g(t)=f(t)-\frac{1}{3}t^3+t^2-t$ trên $[0;1]$

Ta có: $g'(t)=f'(t)-(t-1)^2$

Từ tương giao giữa đồ thị f' và Parabol $y=(x-1)^2$ trên đoạn $[0;1]$



Suy ra: $f'(t)\ge(t-1)^2,\forall t\in[0;1]\Leftrightarrow g'(t)\ge 0,\forall t\in[0;1]$

Hay $g(t)$ là hàm số đồng biến trên $[0;1]$.

+ Do đó:

(*) $\Leftrightarrow g\left(\cos^2 x\right)=g\left(\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow\cos^2 x=\frac{1}{2},\left(\text{do }\cos^2 x\in[0;1]\right)\Leftrightarrow\cos 2x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$.

Dễ dàng suy ra phương trình có 3 nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};2\pi\right)$..

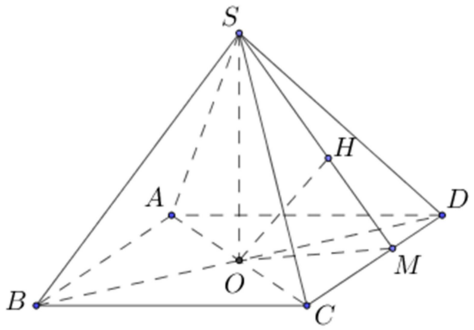
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Biết $AC=4\sqrt{3}a, BD=4a$, $SD=2\sqrt{2}a$ và SO vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

A. $\frac{4\sqrt{21}a}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\frac{5\sqrt{21}a}{7}$. **D.** $\frac{2\sqrt{21}a}{7}$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn A



Ta có $AB // CD, CD \subset (SCD) \Rightarrow AB // (SCD)$

Lại có $SD \subset (SCD) \Rightarrow d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$

Mặt khác $OA \cap (SCD) = C \Rightarrow d(A, (SCD)) = \dfrac{CA}{CO}.d(O, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$.

Trong tam giác OCD vuông tại O, kẻ $OM \perp CD$, ta có $SO \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOM)$

Mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow (SOM) \perp (SCD)$

Trong mặt phẳng (SOM), kẻ $OH \perp OM$

Ta có $\begin{cases} (SOM) \perp (SCD) \\ (SOM) \cap (SCD) = SM \\ OH \subset (SOM), OH \perp SM \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH$.

Tam giác SOD vuông tại O, có $OD = \dfrac{1}{2}BD = 2a, SD = 2\sqrt{2}a$

$\Rightarrow SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = 2a$.

Tam giác OCD vuông tại O, có $OD = 2a, OC = 2\sqrt{3}a$ và $OM \perp CD$

$\Rightarrow OM = \dfrac{OC.OD}{\sqrt{OC^2 + OD^2}} = \dfrac{2\sqrt{3}a.2a}{\sqrt{(2\sqrt{3}a)^2 + (2a)^2}} \Rightarrow OM = \sqrt{3}a$.

Tam giác SOM vuông tại O, có $OM = \sqrt{3}a, SO = 2a$ và $OH \perp SM$

$\Rightarrow OH = \dfrac{SO.OM}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} = \dfrac{2a.\sqrt{3}a}{\sqrt{(2a)^2 + (\sqrt{3}a)^2}} \Rightarrow OH = \dfrac{2\sqrt{21}a}{7}$.

Vậy $d(AB, SD) = 2d(O, (SCD)) = \dfrac{4\sqrt{21}a}{7}$..

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = -x^3 + mx^2 - 2m$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm : $-x^3 + mx^2 - 2m = 0 \ (1)$.

+) Điều kiện cần:

Giả sử phương trình (1) có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng

$\Rightarrow -x^3 + mx^2 - 2m = -(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Đồng nhất hệ số ta được $x_2=\frac{m}{3}$.

Thay $x_2=\frac{m}{3}$ vào phương trình (1) ta được $-\frac{m^3}{27}+\frac{m^3}{9}-2m=0$

$\Leftrightarrow m^3-27m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\pm3\sqrt{3}\end{array}\right.$

+) Điều kiện đủ:

□ Với $m=0$ thì $(1)\Leftrightarrow x=0$ (không thỏa mãn).

□ Với $m=3\sqrt{3}$ thì $(1)\Leftrightarrow -x^3+3\sqrt{3}x^2-6\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3+\sqrt{3}\\x=\sqrt{3}\\x=3+\sqrt{3}\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện).

□ Với $m=-3\sqrt{3}$ thì $(1)\Leftrightarrow -x^3-3\sqrt{3}x^2+6\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3-\sqrt{3}\\x=-\sqrt{3}\\x=3-\sqrt{3}\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Hàm số $y=x-\ln(2x-3)$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{5}{2}\right)$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>\frac{3}{2}$.

Ta có: $y=x-\ln(2x-3)\Rightarrow y'=1-\frac{2}{2x-3}$.

$y'=0\Rightarrow x=\frac{5}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
y'	//////////	‖		$-$	0	$+$	

Từ bảng biến thiên ra suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$.

Câu 50. Cho mặt cầu đường kính $AB=2R$. Mặt phẳng (P) vuông góc AB tại I (I thuộc đoạn AB) cắt mặt cầu theo một đường tròn (C).Tính $h=AI$ theo R để hình nón đỉnh A, đáy là (C) có thể tích lớn nhất.

A. $h=R$. **B.** $h=\frac{R}{3}$. **C.** $h=\frac{4R}{3}$. **D.** $h=\frac{2R}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $OI=x;(0\le x\le R)$.

Ta có: $h=AI=AO+OI=R+x$.

Lại có $r^2=R^2-x^2$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi\left(R^2-x^2\right)(R+x)=\frac{1}{3}\pi\left(-x^3-Rx^2+xR^2+R^3\right)$

$V_{\max}$ khi và chỉ khi $\left(-x^3-Rx^2+xR^2\right)_{\max}$

Xét $f(x)=-x^3-Rx^2+xR^2, x\in[0;R]$

$f'(x)=-3x^2-2Rx+R^2$

$f'(\mathrm{x})=-3x^2-2Rx+R^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-R\notin[0;R]\\ x=\frac{R}{3}\in[0;R]\end{array}\right.$

$f(0)=0; f(R)=-R^3; f\left(\frac{R}{3}\right)=\frac{11}{27}R^3$.

$\Rightarrow h=R+\frac{R}{3}=\frac{4R}{3}$.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NINH BÌNH

TRƯỜNG THPT KIM SƠN A

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(2;4)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 2. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4-3x}{x+1}$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=4$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang. **B.** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=4$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **D.** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$.

Câu 4. Cho hàm số $y=e^x$. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;0)$. **B.** Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

C. Hàm số có đạo hàm $y'=e^x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** Đồ thị hàm số nhận trục hoành là tiệm cận ngang.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD' bằng

A. $2a$. **B.** a. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $BA=a$, $BC=2a$, $BB'=3a$. Thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V=2a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=a^3$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. a^3. **B.** $6a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ 1	↗	3	↘	$-\infty$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in(2;4)$. **B.** $m\in[2;4)$. **C.** $m\in(1;3)$. **D.** $m\in[1;3)$.

Câu 9. Thể tích của khối cầu có bán kính R là

A. $\dfrac{4\pi R^3}{3}$. **B.** $\dfrac{4R^3}{3}$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $\dfrac{3\pi R^3}{4}$.

Câu 10. Tìm $\int\dfrac{1}{x}dx$.

A. $\int\dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+C$. **B.** $\int\dfrac{1}{x}dx=-\ln|x|+C$. **C.** $\int\dfrac{1}{x}dx=\dfrac{1}{x^2}+C$. **D.** $\int\dfrac{1}{x}dx=-\dfrac{1}{x^2}+C$.

Câu 11. Khối bát diện đều là khối đa diện loại

A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{3;3\}$. **D.** $\{3;3\}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}-2\vec{k}$. Tọa độ véctơ $\vec{u}$ là

A. $(2;-3;2)$. **B.** $(2;-3;-2)$. **C.** $(2;3;2)$. **D.** $(-2;-3;2)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		5		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↗	3	↘	1	↗	5	↘	
	$-\infty$								$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **B.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

C. $x=5$ là điểm cực đại của hàm số. **D.** Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 14. Biểu thức $a^{\frac{8}{3}}:\sqrt[3]{a^4}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là:

A. $a^{\frac{9}{8}}$. **B.** $a^{\frac{3}{4}}$. **C.** a^4. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=\log_{2021}x$ là:

A. $D=(2021;+\infty)$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $D=(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Câu 16. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+2x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=-x^3-3x+1$. **D.** $y=2x^3+3x+1$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2$?

A. $F(x)=3x^3$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}$. **C.** $F(x)=\dfrac{x^3}{2}$. **D.** $F(x)=2x$.

Câu 18. Tập nghiệm S của bất phương trình $9^{x+\frac{1}{2}}-10.3^x+3\le 0$

A. $S=\{-1;1\}$. **B.** $S=(-1;1)$. **C.** $S=[-1;1]$. **D.** $S=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Tính thể tích V của tứ diện $OABC$?

A. $V=48$ (đvdt). **B.** $V=24$ (đvdt). **C.** $V=8$ (đvdt). **D.** $V=16$ (đvdt).

Câu 20. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=-7$ và $u_4=-4$. Tìm công sai của cấp số cộng đã cho

A. $d=3$. **B.** $d=\dfrac{4}{7}$. **C.** $d=-11$. **D.** $d=-3$.

Câu 21. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{}$ là

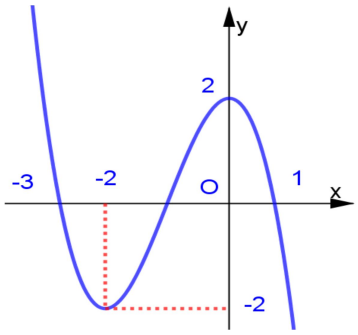
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 22. Số cách chọn đồng thời ra 4 người từ một nhóm có 11 người là

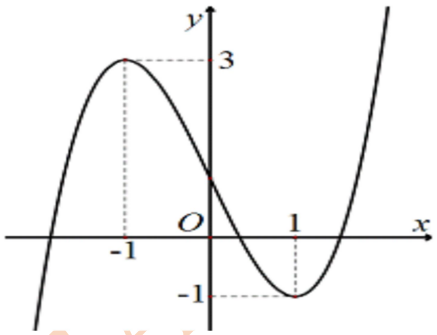
A. 44. **B.** A_{12}^4. **C.** 15. **D.** C_{11}^4.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;0]$ là



A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực đại của hàm số là



A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Câu 25. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ của hàm số $y=2x^3-3x^2+2020^{2021}$. Giá trị biểu thức $P=M-m$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** $2020^{2021}+1$. **D.** $2020^{2021}-1$.

Câu 26. Cho b là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_5(5b)=1+\log_5 b$. **B.** $\log_5\left(\dfrac{5}{b}\right)=1-\log_5 b$.

C. $\log_5\left(b^5\right)=5\log_5 b$. **D.** $\log_5\left(\sqrt[5]{b}\right)=5\log_5 b$

Câu 27. Cho hình nón có bán kính r, đường sinh l và chiều cao h. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $2\pi rh$. **B.** πrh. **C.** $2\pi rl$. **D.** πrl

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=\left(x^2-4\right)^{-2}+\log_{\sqrt{3}}(2x+1)$

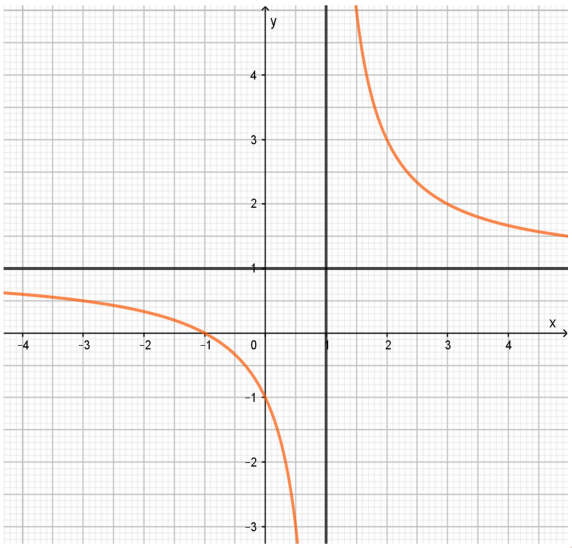
A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{2\}$

Câu 29. Phương trình $4^{x-1}=16$ có nghiệm là

A. $x=4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=5$. **D.** $x=3$.

Câu 30. Đồ thị hàm số nào dưới đây là đường cong hình bên

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;-2), B(2;-3;1)$. Tọa độ của vec tơ $\overrightarrow{BA}$ là

A. $(3;-3;1)$. **B.** $(-1;3;-3)$. **C.** $(1;-3;-3)$. **D.** $(1;-3;3)$.

Câu 32. Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $18\pi a^2$. **B.** $\dfrac{9\pi a^2}{2}$. **C.** $36\pi a^2$. **D.** $9\pi a^2$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;0), B(-1;3;5)$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. Khi đó giá trị của biểu thức $a+2b+2c$ bằng

A. $\dfrac{25}{2}$. **B.** $-\dfrac{25}{2}$. **C.** 50. **D.** $\dfrac{27}{2}$.

Câu 34. Cho a,b là các số thực dương và $a>1$, $a\neq b$ thỏa mãn $\log_a b=3$. Giá trị của biểu thức $T=\dfrac{b^3}{a^9}+\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{ab}$ bằng:

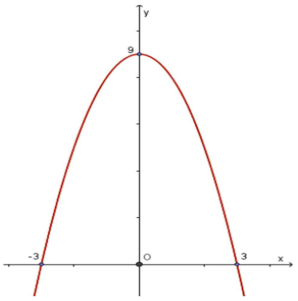
A. -3. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 35. Biết $\int f(u)\mathrm{d}u=F(u)+C$. Với mọi số thực $a\neq 0$, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}F(ax+b)+C$. **B.** $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=F(ax+b)+C$.

C. $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=aF(ax+b)+C$. **D.** $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=aF(x+b)+C$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, (a,b,c,d là các hệ số thực và $a\neq 0$) có đồ thị $f'(x)$ như hình bên.



Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y=f(x^2+2x)+2021^m\left(\ln x-\dfrac{1}{x}\right)$ nghịch biến trên $[1;+\infty)$?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. 0. **B.** 1. **C.** 2020. **D.** 2021.

Câu 37. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B với $AB=a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA=2HB$. Biết $A'H=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC theo a

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$. Biết $SA\perp(ABCD)$, $SA=a$. Gọi E là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{SE}=\overrightarrow{BC}$. Góc giữa hai mặt phẳng (BED) và (SBC) bằng 60^0. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SDCE$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

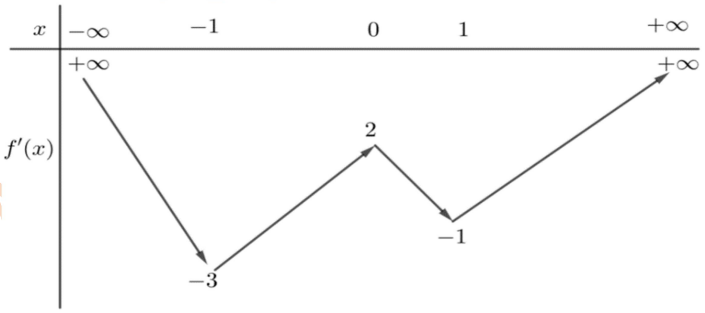
Câu 39. Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp $S.ABC$ có $S(2;3;1)$ và $G(-1;2;0)$ là trọng tâm tam giác ABC. Gọi A',B',C' lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA,SB,SC sao cho $\dfrac{SA'}{SA}=\dfrac{1}{3};\dfrac{SB'}{SB}=\dfrac{1}{4};\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{1}{5}$. Mặt phẳng $(A'B'C')$ cắt SG tại G'. Giả sử $G'(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. $\dfrac{19}{4}$. **B.** $\dfrac{29}{4}$. **C.** 1. **D.** -14.

Câu 40. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 8 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn có chữ số ở hàng đơn vị chia hết cho 3 và tổng các chữ số của số đó chia hết cho 13.

A. $\dfrac{1}{18}$. **B.** $\dfrac{1}{36}$. **C.** $\dfrac{1}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{72}$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau



Hỏi hàm số $g(x)=f\left(\left|\dfrac{\ln(x^2+1)-2}{2}\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

A. 9 **B.** 4 **C.** 7 **D.** 5

Câu 42. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-4}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[0;2]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $m<-11$ **B.** $m=-12$ **C.** $m>-8$ **D.** $m<-8$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi M,K lần lượt là trọng tâm tam giác SAB,SCD; N là trung điểm của BC. Thể tích khối tứ diện $SMNK$ bằng

A. $\dfrac{2a^3}{27}$. **B.** $\dfrac{a^3}{27}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{27}$. **D.** $\dfrac{8a^3}{27}$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=x+3-\dfrac{m}{x-2}$ đồng biến trên $[5;+\infty)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 9.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 45. Cho hình nón có chiều cao bằng $3a$, biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng bằng a, thiết diện thu được là một tam giác vuông. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $15\pi a^3$. **B.** $9\pi a^3$. **C.** $\dfrac{45\pi a^3}{4}$. **D.** $12\pi a^3$.

Câu 46. Cho phương trình $\left(\log_3\left(\dfrac{x}{3}\right)\right)^2+3m\log_3 x+2m^2-2m-1=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m lớn hơn -2021 sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả $x_1+x_2>10$?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2021.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{\sin x}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=e^{F(x)}$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{2\pi}{3}\right]$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $7-4\sqrt{3}$. **D.** $7+4\sqrt{3}$.

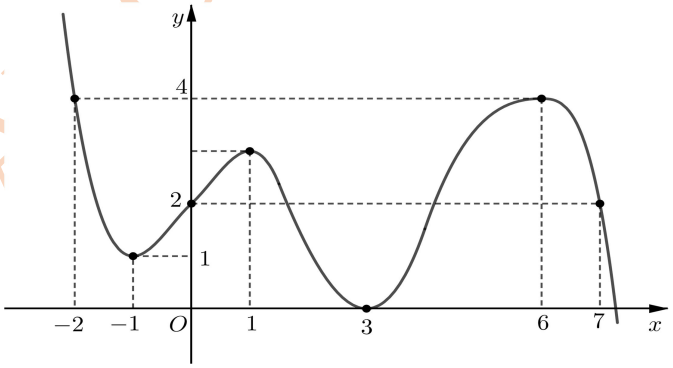
Câu 48. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x)=\dfrac{2021x}{\left(x^2+1\right)^{2022}}$ và thỏa mãn $F(0)=-\dfrac{1}{2}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $F(x)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2021}{2}$. **D.** $-\dfrac{2021}{2}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;-4;0)$. Gọi I, J lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác OAB. Tính độ dài đoạn thẳng IJ?

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{61}}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{61}}{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây:



Số nghiệm của phương trình $f(3\sin x)=3|\cos x|$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{9\pi}{2}\right)$ là

A. 16. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 18.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	C	A	A	C	B	A	A	A	B	B	C	D	B	D	B	C	C	A	B	D	C	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	D	D	B	B	D	A	B	A	A	B	A	A	B	D	D	C	D	C	A	A	B	A	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(2;4)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đồng biến trong khoảng $(0;2)$.

Câu 2. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4-3x}{x+1}$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4-3x}{x+1}=-3$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4-3x}{x+1}=-3$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang $y=-3$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang. **B.** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=4$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **D.** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Câu 4. Cho hàm số $y=e^x$. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;0)$. **B.** Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

C. Hàm số có đạo hàm $y'=e^x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** Đồ thị hàm số nhận trục hoành là tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn A

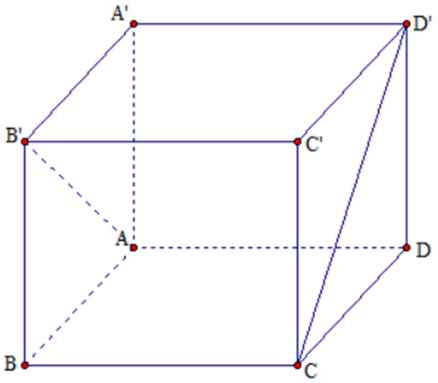
Với $x=1\Rightarrow y=e$. Vậy đồ thị hàm số không đi qua điểm $A(1;0)$. Phương án A **sai.**

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD' bằng

ĐỀN ĐÀI TÀO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn A



Ta có $(ABB'A')//(CDD'C')$.

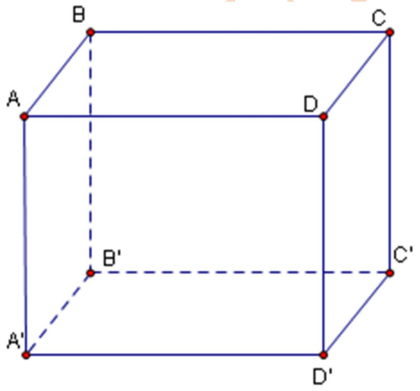
$\begin{cases} CD'//(ABB'A') \\ AB' \subset (ABB'A') \end{cases} \Rightarrow d(CD';AB') = d(CD';(ABB'A')) = d(C;(ABB'A')) = CB = 2a$.

Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $BA = a$, $BC = 2a$, $BB' = 3a$. Thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V = 2a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = 6a^3$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải

Chọn C



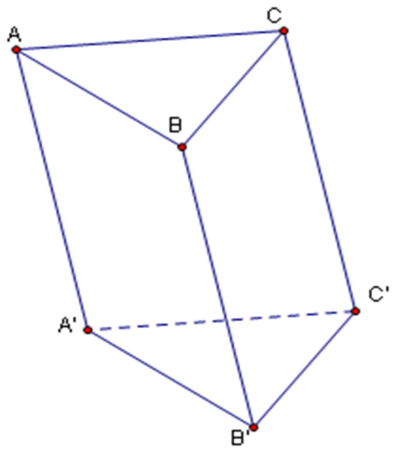
Ta có: $V = BA.BB'.BC = a.2a.3a = 6a^3$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. a^3. **B.** $6a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

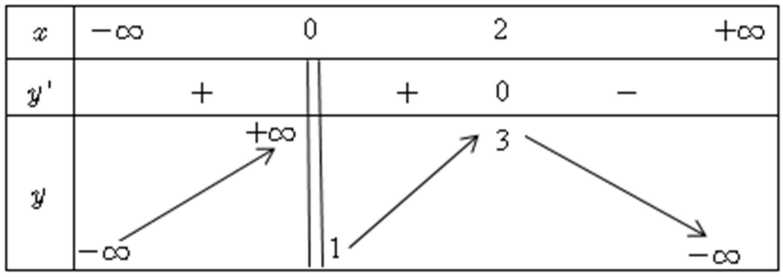
Chọn B



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có: $V = B.h = 2a^2.3a = 6a^3$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (2;4)$. **B.** $m \in [2;4)$. **C.** $m \in (1;3)$. **D.** $m \in [1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt khi $1 < m-1 < 3 \Leftrightarrow 2 < m < 4 \Rightarrow m \in (2;4)$

Câu 9. Thể tích của khối cầu có bán kính R là

A. $\dfrac{4\pi R^3}{3}$. **B.** $\dfrac{4R^3}{3}$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $\dfrac{3\pi R^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính thể tích khối cầu bán kính R ta có: $V = \dfrac{4\pi R^3}{3}$.

Câu 10. Tìm $\int \dfrac{1}{x}dx$

A. $\int \dfrac{1}{x}dx = \ln|x| + C$. **B.** $\int \dfrac{1}{x}dx = -\ln|x| + C$.

C. $\int \dfrac{1}{x}dx = \dfrac{1}{x^2} + C$. **D.** $\int \dfrac{1}{x}dx = -\dfrac{1}{x^2} + C$.

Lời giải

Chọn A

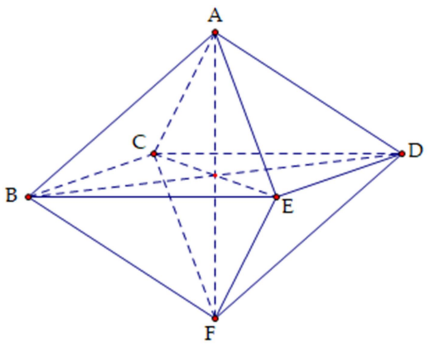
Ta có: $\int \dfrac{1}{x}dx = \ln|x| + C$.

Câu 11. Khối bát diện đều là khối đa diện loại

A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{3;3\}$. **D.** $\{3;3\}$.

Lời giải

Chọn B



Khối bát diện đều là khối đa diện loại $\{3;4\}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}-2\vec{k}$. Tọa độ véctơ $\vec{u}$ là

A. $(2;-3;2)$. **B.** $(2;-3;-2)$. **C.** $(2;3;2)$. **D.** $(-2;-3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Véc tơ $\vec{u}=(2;-3;-2)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		5		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **B.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

C. $x=5$ là điểm cực đại của hàm số. **D.** Hàm số có ba điểm cực trị.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy $x=5$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 14. Biểu thức $a^{\frac{8}{3}}:\sqrt[3]{a^4}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là:

A. $a^{\frac{9}{8}}$. **B.** $a^{\frac{3}{4}}$. **C.** a^4. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a^{\frac{8}{3}}:\sqrt[3]{a^4}=a^{\frac{8}{3}}:a^{\frac{4}{3}}=a^{\frac{8}{3}-\frac{4}{3}}=a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=\log_{2021}x$ là:

A. $D=(2021;+\infty)$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $D=(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x>0$.

Vậy tập xác định hàm số là $D=(0;+\infty)$.

Câu 16. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+2x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=-x^3-3x+1$. **D.** $y=2x^3+3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=2x^3+3x+1$ có $y'=6x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=2x^3+3x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Câu 17. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2$?

A. $F(x)=3x^3$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}$. **C.** $F(x)=\dfrac{x^3}{2}$. **D.** $F(x)=2x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx=\int x^2dx=\dfrac{x^3}{3}+C\Rightarrow F(x)=\dfrac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

Câu 18. Tập nghiệm S của bất phương trình $9^{x+\frac{1}{2}}-10.3^x+3\le 0$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $S=\{-1;1\}$. **B.** $S=(-1;1)$. **C.** $S=[-1;1]$. **D.** $S=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $9^{x+\frac{1}{2}}-10.3^x+3\le 0\Leftrightarrow 3.9^x-10.3^x+3\le 0\Leftrightarrow 3\left(3^x\right)^2-10.3^x+3\le 0$.

Đặt $t=3^x, t>0$. Khi đó, bất phương trình trở thành :

$3t^2-10t+3\le 0\Leftrightarrow \frac{1}{3}\le t\le 3\Leftrightarrow \frac{1}{3}\le 3^x\le 3\Leftrightarrow -1\le x\le 1$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=[-1;1]$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Tính thể tích V của tứ diện $OABC$?

A. $V=48$ (đvdt). **B.** $V=24$ (đvdt). **C.** $V=8$ (đvdt). **D.** $V=16$ (đvdt).

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối tứ diện $O.ABC$ là $V_{OABC}=\frac{1}{6}.2.4.6=8$.

Câu 20. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=-7$ và $u_4=-4$. Tìm công sai của cấp số cộng đã cho

A. $d=3$. **B.** $d=\frac{4}{7}$. **C.** $d=-11$. **D.** $d=-3$.

Lời giải

Chọn A

Công sai của cấp số cộng là $d=u_4-u_3=(-4)-(-7)=3$.

Câu 21. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x^2-3x+4}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x^2-3x+4}$ không có tiệm cận đứng.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}{1-\frac{3}{x}+\frac{4}{x^2}}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x^2-3x+4}$ là 1.

Câu 22. Số cách chọn đồng thời ra 4 người từ một nhóm có 11 người là

A. 44. **B.** A_{12}^4. **C.** 15. **D.** C_{11}^4.

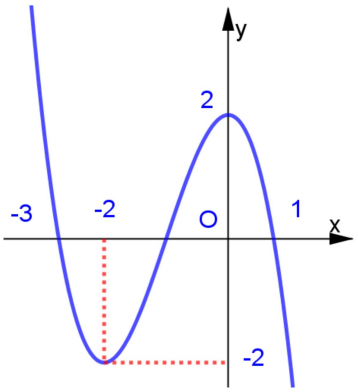
Lời giải

Chọn D

Số cách chọn đồng thời ra 4 người từ một nhóm có 11 người là C_{11}^4.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;0]$ là:

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



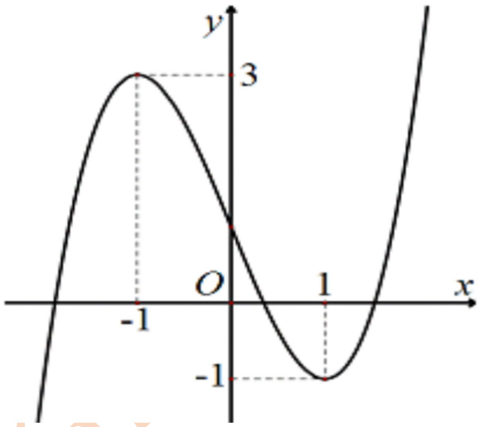
A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;0]$ là 2.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực đại của hàm số là



A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số suy ra điểm cực đại của hàm số là $x=-1$.

Câu 25. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ của hàm số $y=2x^3-3x^2+2020^{2021}$. Giá trị biểu thức $P=M-m$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** $2020^{2021}+1$. **D.** $2020^{2021}-1$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=2x^3-3x^2+2020^{2021}$ trên đoạn $[0;1]$.

Ta có $y'=6x^2-6x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[0;1]\\x=1\in[0;1]\end{array}\right.$$

$y(0)=2020^{2021}$; $y(1)=2020^{2021}-1$.

Suy ra $\mathrm{M}=\max\limits_{[0;1]}y=2020^{2021}$; $\mathrm{m}=\min\limits_{[0;1]}y=2020^{2021}-1\Rightarrow P=M-m=1$.

Câu 26. Cho b là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_5(5b)=1+\log_5 b$. **B.** $\log_5\left(\dfrac{5}{b}\right)=1-\log_5 b$.

C. $\log_5\left(b^5\right)=5\log_5 b$. **D.** $\log_5\left(\sqrt[5]{b}\right)=5\log_5 b$

Lời giải

Chọn D

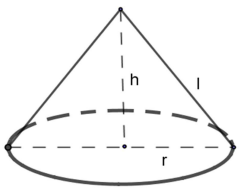
Ta có $\log_5\left(\sqrt[5]{b}\right)=\log_5 b^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{5}\log_5 b$.

Câu 27. Cho hình nón có bán kính r, đường sinh l và chiều cao h. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $2\pi rh$. **B.** πrh. **C.** $2\pi rl$. **D.** πrl

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=\left(x^2-4\right)^{-2}+\log_{\sqrt{3}}(2x+1)$

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{2\}$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases}x^2-4\neq 0\\2x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\pm 2\\x>-\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x>-\frac{1}{2}\end{cases}$.

Tập xác định: $D=\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{2\}$.

Câu 29. Phương trình $4^{x-1}=16$ có nghiệm là

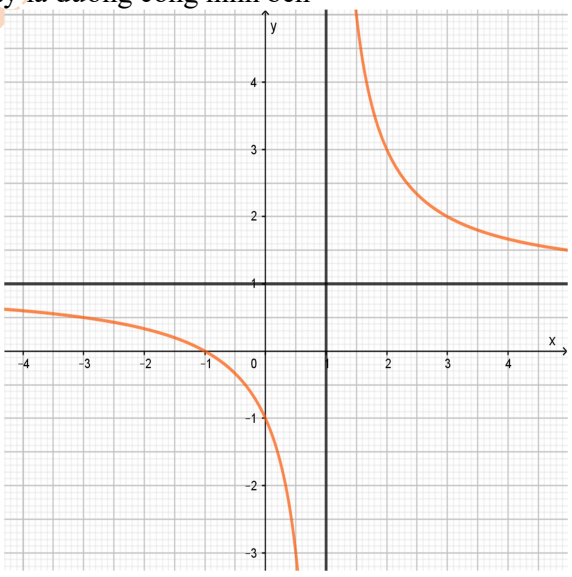
A. $x=4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=5$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $4^{x-1}=16\Leftrightarrow 4^{x-1}=4^2\Leftrightarrow x-1=2\Leftrightarrow x=3$.

Câu 30. Đồ thị hàm số nào dưới đây là đường cong hình bên



A. $y=\frac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x}{x+1}$.

Lời giải

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Chọn B

Ta có: Tiệm cận đứng: $x=1$; Tiệm cận ngang: $y=1$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;-1)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;-2), B(2;-3;1)$. Tọa độ của vec tơ $\overrightarrow{BA}$ là

A. $(3;-3;1)$. **B.** $(-1;3;-3)$. **C.** $(1;-3;-3)$. **D.** $(1;-3;3)$.

Lời giải

Chọn B

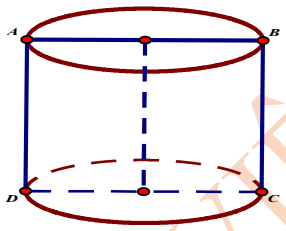
Ta có $\overrightarrow{BA}=(-1;3;-3)$.

Câu 32. Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $18\pi a^2$. **B.** $\dfrac{9\pi a^2}{2}$. **C.** $36\pi a^2$. **D.** $9\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Thiết diện qua trục là hình vuông $\Rightarrow R=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{3a}{2}, h=3a \Rightarrow S=2\pi Rh=9\pi a^2$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;0), B(-1;3;5)$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. Khi đó giá trị của biểu thức $a+2b+2c$ bằng

A. $\dfrac{25}{2}$. **B.** $-\dfrac{25}{2}$. **C.** 50. **D.** $\dfrac{27}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-a+3(-1-a)=0 \\ 2-b+3(3-b)=0 \\ -c+3(5-c)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{11}{4} \\ c=\dfrac{15}{4} \end{cases} \Rightarrow a+2b+2c=\dfrac{25}{2}$.

Câu 34. Cho a,b là các số thực dương và $a>1$, $a\neq b$ thỏa mãn $\log_a b=3$. Giá trị của biểu thức $T=\dfrac{b^3}{a^9}+\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{ab}$ bằng:

A. -3. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a b=3 \Rightarrow b=a^3$ do đó $T=\dfrac{(a^3)^3}{a^9}+\log_{\frac{a}{a^3}}\sqrt{aa^3}=1+\log_{a^{-2}}a^2=1-1=0$.

Câu 35. Biết $\int f(u)\mathrm{d}u=F(u)+C$. Với mọi số thực $a\neq 0$, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}F(ax+b)+C$. **B.** $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=F(ax+b)+C$.

C. $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=aF(ax+b)+C$. **D.** $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=aF(x+b)+C$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

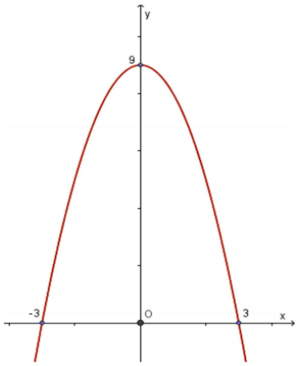
Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int f\left(ax+b\right)\mathrm{d}x$, đặt $u=ax+b\Rightarrow \mathrm{d}u=a\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{d}u}{a}$ nên

$I=\dfrac{1}{a}\int f\left(u\right)\mathrm{d}u=\dfrac{1}{a}F\left(u\right)+C=\dfrac{1}{a}F\left(ax+b\right)+C$.

Câu 36. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$, (a,b,c,d là các hệ số thực và $a\neq 0$) có đồ thị $f'\left(x\right)$ như hình bên.



Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)+2021^m\left(\ln x-\dfrac{1}{x}\right)$ nghịch biến trên $\left[1;+\infty\right)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2020. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(2x+2\right)f'\left(x^2+2x\right)+2021^m.\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)$. Để hàm số nghịch biến trên $\left[1;+\infty\right)$ thì

$$y'\le 0,\forall x\in\left[1;+\infty\right)\Leftrightarrow\left(2x+2\right)f'\left(x^2+2x\right)+2021^m.\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)\le 0,\forall x\in\left[1;+\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow 2021^m.\frac{x+1}{x^2}\le-\left(2x+2\right)f'\left(x^2+2x\right),\forall x\in\left[1;+\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow 2021^m\le-2x^2f'\left(x^2+2x\right),\forall x\in\left[1;+\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow 2021^m\le Ming\left(x\right),\forall x\in\left[1;+\infty\right),g\left(x\right)=-2x^2f'\left(x^2+2x\right)$$

Mặt khác $g\left(1\right)=-2f'\left(3\right)=0$, do đó $2021^m\le 0$ (vô lý), vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn.

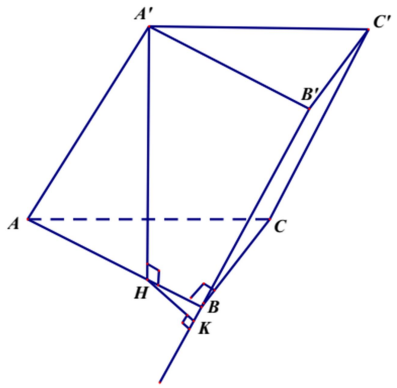
Câu 37. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B với $AB=a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA=2HB$. Biết $A'H=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC theo a

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



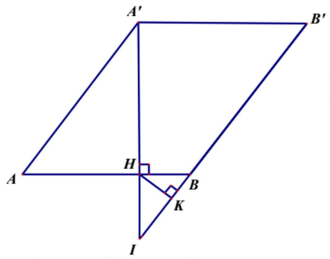
Ta có $AA'//BB' \Rightarrow AA'//(BCC'B')$ mà $BC \subset (BCC'B')$

$\Rightarrow d(AA',BC) = d(AA',(BCC'B')) = d(A,(BCC'B')) = 3d(H,(BCC'B'))$.

Ta có: $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp BC;\ BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow (ABB'A') \perp (BCC'B')$

Kẻ $HK \perp BB' \Rightarrow HK \perp (BCC'B') \Rightarrow d(H;(BCC'B')) = HK$

Gọi $I = A'H \cap BB'$.



Ta có $\frac{IH}{IA'} = \frac{HB}{A'B'} = \frac{\frac{a}{3}}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow HI = \frac{1}{2}HA' = \frac{a\sqrt{2}}{6}$

$$\Rightarrow HK = \frac{HB.HI}{\sqrt{HB^2 + HI^2}} = \frac{\frac{a}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{6}}{\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{6}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{9}a$$

$$\Rightarrow d(H;(BCC'B')) = \frac{\sqrt{3}}{9}a \Rightarrow d(AA';BC) = \frac{\sqrt{3}a}{3}$$

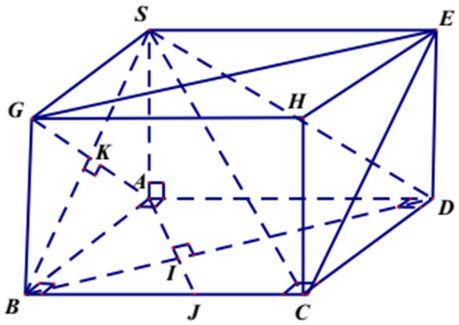
Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi E là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{SE} = \overrightarrow{BC}$. Góc giữa hai mặt phẳng (BED) và (SBC) bằng 60^0. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SDCE$ bằng

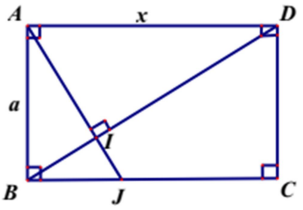
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN





Ta có: $\overrightarrow{SE}=\overrightarrow{BC}\Rightarrow SE//BC; SE=BC\Rightarrow SADE$ là hình chữ nhật. Dựng hình hộp chữ nhật $SGHE.ABCD$.

Ta có: $\left((BED),(SBC)\right)=\left((BDEG),(BCES)\right).(1)$

Ta có tứ giác $ABGS$ là hình vuông $\Rightarrow AG\perp SB\Rightarrow AG\perp(BCES)(2)$

Kẻ $AI\perp BD\Rightarrow AI\perp(BDEG)(3)$. Gọi $J=AI\cap BC$

Từ (1),(2),(3), ta có $\left((BED),(SBC)\right)=(AG,AJ)=60^0$.

Đặt $AD=x$. Ta có $\Delta ABJ\sim\Delta ABD\Rightarrow\dfrac{BJ}{AB}=\dfrac{AB}{AD}\Rightarrow BJ=\dfrac{AB^2}{AD}=\dfrac{a^2}{x}$

Từ đó ta có: $AJ=\dfrac{a}{x}\sqrt{a^2+x^2}$; $GJ=\dfrac{a}{x}\sqrt{a^2+x^2}$; $AG=a\sqrt{2}$

Vậy ΔAGJ cân tại $J\Rightarrow\Delta AGJ$ đều $\Rightarrow AJ=AG\Rightarrow\dfrac{a}{x}\sqrt{a^2+x^2}=a\sqrt{2}\Rightarrow x=a$.

Ta có tứ diện $SDCE$ là hình chóp $S.DCE$ có $SE\perp(CDE)$ nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.DCE$ là

$R=\sqrt{\left(\dfrac{SE}{2}\right)^2+R_{day}^2}$

Ta có ΔCDE vuông cân tại $D\Rightarrow R_{day}=\dfrac{CE}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy $R=\sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

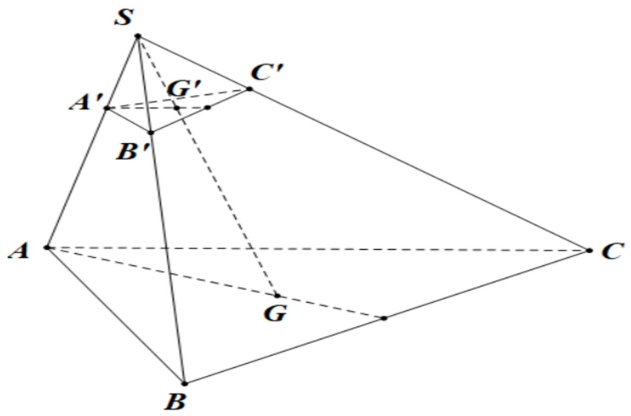
Câu 39. Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp $S.ABC$ có $S(2;3;1)$ và $G(-1;2;0)$ là trọng tâm tam giác ABC. Gọi A',B',C' lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA,SB,SC sao cho $\dfrac{SA'}{SA}=\dfrac{1}{3};\dfrac{SB'}{SB}=\dfrac{1}{4};\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{1}{5}$. Mặt phẳng $(A'B'C')$ cắt SG tại G'. Giả sử $G'(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. $\dfrac{19}{4}$. **B.** $\dfrac{29}{4}$. **C.** 1. **D.** -14.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $\overrightarrow{SA'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SA};\overrightarrow{SB'}=\frac{1}{4}\overrightarrow{SB};\overrightarrow{SC'}=\frac{1}{5}\overrightarrow{SC};\overrightarrow{SG'}=\mathrm{k}\overrightarrow{SG}.$

Bốn điểm A',B',C',G' đồng phẳng nên với mọi điểm S ta có $\overrightarrow{SG'}=x\overrightarrow{SA'}+y\overrightarrow{SB'}+z\overrightarrow{SC'}$ (1) với $x+y+z=1$.

$(1)\Leftrightarrow k\overrightarrow{SG}=\frac{x}{3}\overrightarrow{SA}+\frac{y}{4}\overrightarrow{SB}+\frac{z}{5}\overrightarrow{SC}$, mặt khác $\overrightarrow{SG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right)$. Vì $\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}$ không đồng phẳng nên $\begin{cases}\frac{k}{3}=\frac{x}{3}\\ \frac{k}{3}=\frac{y}{4}\\ \frac{k}{3}=\frac{z}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=k\\ y=\frac{4}{3}k\\ z=\frac{5}{3}k\end{cases}$; $x+y+z=1\Leftrightarrow k+\frac{4}{3}k+\frac{5}{3}k=1\Leftrightarrow k=\frac{1}{4}.$

Vậy $\overrightarrow{SG'}=\frac{1}{4}\overrightarrow{SG}=\frac{1}{4}(-3;-1;-1)\Leftrightarrow\begin{cases}a-2=\frac{-3}{4}\\ b-3=\frac{-1}{4}\\ c-1=\frac{-1}{4}\end{cases}\Rightarrow a+b+c=6-\frac{5}{4}=\frac{19}{4}.$

Câu 40. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 8 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn có chữ số ở hàng đơn vị chia hết cho 3 và tổng các chữ số của số đó chia hết cho 13.

A. $\frac{1}{18}$. **B.** $\frac{1}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{72}$.

Lời giải

Chọn B

+ Số các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập A là A_9^8. Với $a_8\vdots 3\Rightarrow a_8=\{3,6,9\}$.

+ Gọi số tự nhiên có 8 chữ số là $\overline{a_1a_2a_3...a_7a_8}$ thỏa mãn $(a_1+a_2+...+a_8)\vdots 13$.

Ta có $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45\Rightarrow 36\le a_1+a_2+...+a_8\le 44$,

$(a_1+a_2+...+a_8)\vdots 13\Rightarrow a_1+a_2+...+a_8=39$

Nếu $a_8=3\Rightarrow a_1+a_2+...+a_7=36$ có các số $1,2,4,5,7,8,9$ có $7!$ số thỏa mãn.

Nếu $a_8=6\Rightarrow a_1+a_2+...+a_7=33$ không tìm được số thỏa mãn.

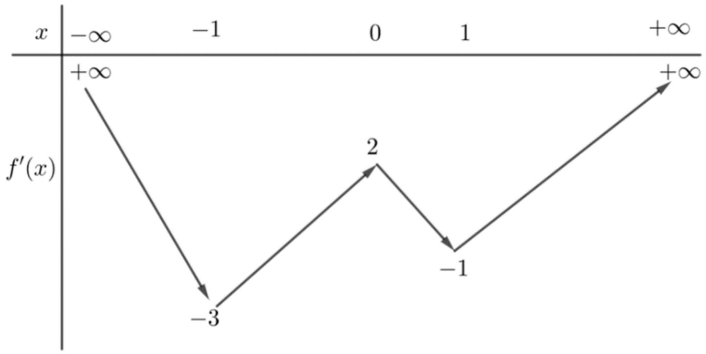
Nếu $a_8=9\Rightarrow a_1+a_2+...+a_7=30$ có các số $1,2,3,4,5,7,8$ có $7!$ số thỏa mãn

vậy có $2.7!$ số thỏa mãn.

Xác suất là: $P=\frac{2.7!}{A_9^8}=\frac{1}{36}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau



Hỏi hàm số $g(x)=f\left(\left|\dfrac{\ln(x^2+1)-2}{2}\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

A. 9 **B.** 4 **C.** 7 **D.** 5

Lời giải

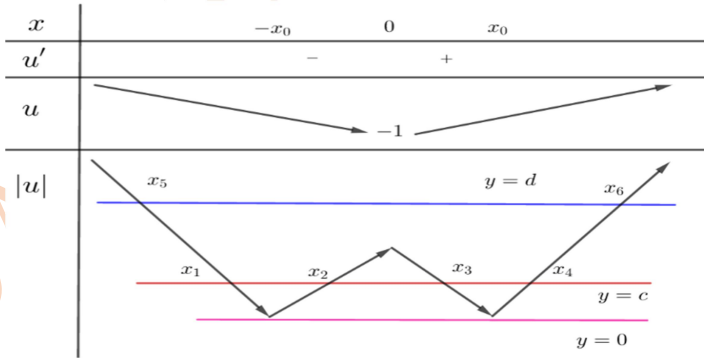
Chọn D

Đặt $u=\dfrac{\ln(x^2+1)-2}{2}\Rightarrow u'=\dfrac{x}{x^2+1};u'=0\Leftrightarrow x=0$.

Dựa theo bảng biến thiên đề bài ta có

$$f'(|u|)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}|u|=a\in(-\infty;-1)\\|u|=b\in(-1;0)\\|u|=c\in(0;1)\\|u|=d>1\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}|u|=c\in(0;1) & (1)\\|u|=d>1 & (2)\end{bmatrix}$$

Với $|x_0|=\sqrt{e^2-1}$ thì $|u|$ có 3 cực trị, trong đó 1 cực đại, 2 cực tiểu. Bảng biến thiên mới theo biến u là



Hai phương trình lần lượt có 4 và 2 nghiệm như sau

Giải $|u|=c\in(0;1)\Rightarrow\begin{bmatrix}x_1<-x_0\\x_2\in(-x_0;0)\\x_3\in(0;x_0)\\x_4\in(0;+\infty)\end{bmatrix}$ và giải $|u|=d>1\Rightarrow\begin{bmatrix}x_5<x_1\\x_6>x_4\end{bmatrix}$

Chú ý c là điểm cực đại và d là điểm cực tiểu nên từ (1) thu được 2 cực tiểu, từ (2) thu được 1 cực tiểu.

Kết luận tổng cộng 5 điểm cực tiểu.

Câu 42. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-4}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[0;2]}y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $m<-11$ **B.** $m=-12$ **C.** $m>-8$ **D.** $m<-8$

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN TOÁN VIÊN TOÁN

Đạo hàm $y=\dfrac{2x+m}{x-4}\Rightarrow y'=\dfrac{-8-m}{(x-4)^2}$.

Do hàm số đơn điệu trên từng khoảng xác định nên ta xét $f(0)=-\dfrac{m}{4};f(2)=\dfrac{m+4}{-2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi

$-8-m>0\Rightarrow m<-8\Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=f(2)\Rightarrow \dfrac{m+4}{-2}=3\Rightarrow m=-10$ (thỏa mãn).

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi

$m>-8\Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=f(0)\Rightarrow \dfrac{m}{-4}=3\Rightarrow m=-12$ (loại).

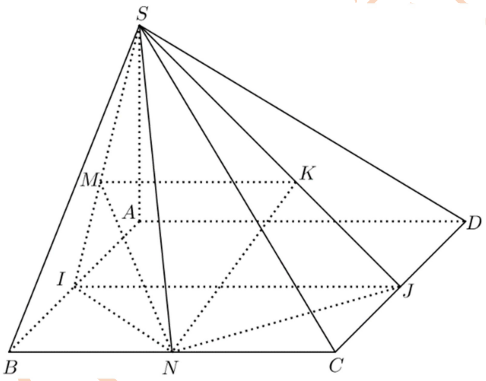
Như vậy $m=-10$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi M,K lần lượt là trọng tâm tam giác SAB,SCD; N là trung điểm của BC. Thể tích khối tứ diện $SMNK$ bằng

A. $\dfrac{2a^3}{27}$. **B.** $\dfrac{a^3}{27}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{27}$. **D.** $\dfrac{8a^3}{27}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AB,CD. Khi đó $M\in SI:\dfrac{SM}{SI}=\dfrac{2}{3};N\in SJ:\dfrac{SN}{SJ}=\dfrac{2}{3}$.

Ta có $\dfrac{V_{S.MNK}}{V_{S.INJ}}=\dfrac{SM}{SI}.\dfrac{SK}{SJ}=\dfrac{4}{9}\Rightarrow V_{S.MNK}=\dfrac{4}{9}V_{S.INJ}$

Mặt khác $V_{S.INJ}=\dfrac{1}{4}V_{S.ABCD}\Rightarrow V_{S.MNK}=\dfrac{1}{9}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{9}.\dfrac{1}{3}.AB^2.SA=\dfrac{1}{27}.(2a)^2.a=\dfrac{4a^3}{27}$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=x+3-\dfrac{m}{x-2}$ đồng biến trên $[5;+\infty)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 9.

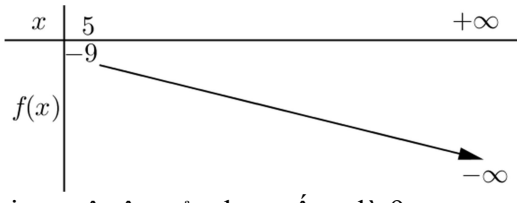
Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=1+\dfrac{m}{(x-2)^2}$.

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $1+\dfrac{m}{(x-2)^2}\ge 0\ \forall\in[5;+\infty)\Leftrightarrow m\ge -(x-2)^2\ \forall\in[5;+\infty)$.

Ta có bảng biến thiên của $f(x)=-(x-2)^2=-x^2+4x-4$ trên $[5;+\infty)$



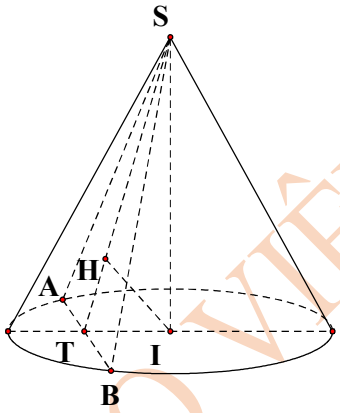
Khi đó $m \geq -9$. Vậy số giá trị nguyên âm của tham số m là 9.

Câu 45. Cho hình nón có chiều cao bằng $3a$, biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng bằng a, thiết diện thu được là một tam giác vuông. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $15\pi a^3$. **B.** $9\pi a^3$. **C.** $\frac{45\pi a^3}{4}$. **D.** $12\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử hình nón có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là I, thiết diện là tam giác SAB, H là hình chiếu vuông góc của I lên (SAB) (như hình vẽ).

Theo bài ra ta có $IH = a$, ΔSAB vuông cân tại S, $SI = 3a$

$$\frac{1}{IT^2} = \frac{1}{IH^2} - \frac{1}{SI^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{9a^2} = \frac{8}{9a^2} \Rightarrow IT = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$$

ΔSAB vuông cân tại S nên $ST = \frac{1}{2}AB = \frac{SI.IT}{IH} = \frac{9a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow AT = \frac{9a\sqrt{2}}{4}$

$$R^2 = IA^2 = IT^2 + AT^2 = \frac{9a^2}{8} + \left(\frac{9a\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{45a^2}{4}$$

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi.3a.\frac{45a^2}{4} = \frac{45\pi a^3}{4}$

Câu 46. Cho phương trình $\left(\log_3\left(\frac{x}{3}\right)\right)^2 + 3m\log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m lớn hơn -2021 sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả $x_1 + x_2 > 10$?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn A

ĐK $x > 0$.

$$\left(\log_3\left(\frac{x}{3}\right)\right)^2 + 3m\log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x - 1)^2 + 3m\log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0$$

Đặt $t = \log_3 x$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Phương trình trở thành

$(t-1)^2+3mt+2m^2-2m-1=0\Leftrightarrow t^2+(3m-2)t+2m^2-2m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-m\\t=-2m+2\end{array}\right.$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=3^{-m}\\x=3^{-2m+2}\end{array}\right.$

$x_1+x_2>10\Leftrightarrow 3^{-m}+3^{-2m+2}>10\Leftrightarrow 9.3^{-2m}+3^{-m}-10>0\Leftrightarrow 3^{-m}>1\Leftrightarrow -m>0\Leftrightarrow m<0$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m>-2021$ nên $m\in\{-2020;-2019;...;-1\}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{\sin x}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$.

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=e^{F(x)}$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{2\pi}{3}\right]$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $7-4\sqrt{3}$. **D.** $7+4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có: $F(x)=\int\dfrac{2dx}{\sin x}=\int\dfrac{2dx}{2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}}=\int\dfrac{dx}{\cos^2\dfrac{x}{2}.\tan\dfrac{x}{2}}=2\int\dfrac{d\left(\tan\dfrac{x}{2}\right)}{\tan\dfrac{x}{2}}=2\ln\left|\tan\dfrac{x}{2}\right|+C$.

$\Rightarrow F(x)=2\ln\left|\tan\dfrac{x}{2}\right|+C$.

Mà $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0\Leftrightarrow 2\ln\left|\tan\dfrac{\pi}{4}\right|+C=0\Rightarrow C=0\Rightarrow F(x)=2\ln\left|\tan\dfrac{x}{2}\right|=\ln\left(\tan\dfrac{x}{2}\right)^2$.

$\Rightarrow g(x)=e^{F(x)}=\tan^2\dfrac{x}{2}\Rightarrow g'(x)=\tan\dfrac{x}{2}.\left(1+\tan^2\dfrac{x}{2}\right)>0,\forall\in\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{2\pi}{3}\right]$.

Do đó hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{2\pi}{3}\right]$ nên $\max\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{3}\right]}g(x)=g\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)=\left(\tan\dfrac{\pi}{3}\right)^2=3$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{2\pi}{3}\right]$ bằng 3.

Cách 2:

Ta có $g'(x)=F'(x).e^{F(x)}=\dfrac{2}{\sin x}.e^{F(x)}>0,\forall\in\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{2\pi}{3}\right]$.

$\Rightarrow\max\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{3}\right]}g(x)=g\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)=e^{F\left(\frac{2\pi}{3}\right)}=e^{F\left(\frac{\pi}{2}\right)+\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}}\frac{2dx}{\sin x}}=3.$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{2\pi}{3}\right]$ bằng 3.

Câu 48. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x)=\dfrac{2021x}{\left(x^2+1\right)^{2022}}$ và thỏa mãn $F(0)=-\dfrac{1}{2}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $F(x)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2021}{2}$. **D.** $-\dfrac{2021}{2}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn B

Ta có $F'(x)=f(x)=\dfrac{2021x}{\left(x^2+1\right)^{2022}} \Rightarrow F'(x)=0 \Leftrightarrow x=0.$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$F'(x)$		$-$	0	$+$	
$F(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$F(0)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $F(x)$ bằng $F(0)=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $F(x)$ bằng $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;-4;0)$. Gọi I, J lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác OAB. Tính độ dài đoạn thẳng IJ?

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{61}}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{61}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

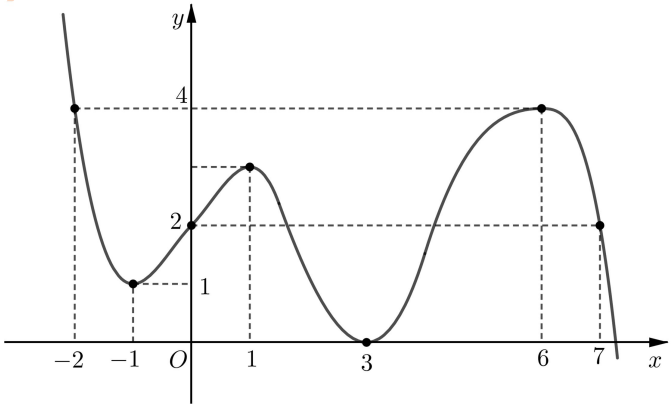
Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{OA}=(-3;0;0)\\ \overrightarrow{OB}=(0;-4;0)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Rightarrow \Delta OAB$ vuông tại $O \Rightarrow J$ là trung điểm của AB

$\Rightarrow J\left(-\dfrac{3}{2};-2;0\right)$. Ta có $\begin{cases}OA=3\\ OB=4\\ AB=5\end{cases}$.

Vì I là tâm đường tròn nội tiếp ΔOAB

$\Rightarrow AB.\overrightarrow{IO}+BO.\overrightarrow{IA}+OA.\overrightarrow{IB}=\vec{0} \Rightarrow I(-1;-1;0) \Rightarrow IJ=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây:



Số nghiệm của phương trình $f(3\sin x)=3|\cos x|$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{9\pi}{2}\right)$ là

A. 16. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 18.

Lời giải

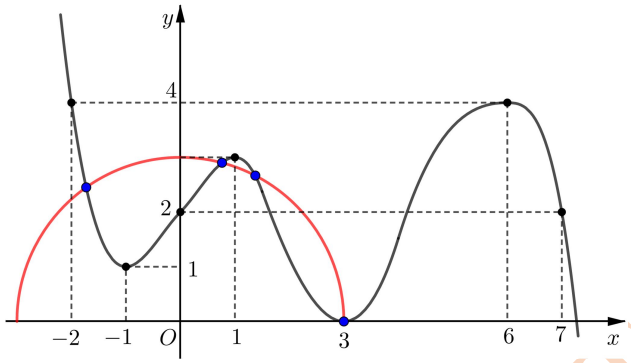
Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có $Pt \Leftrightarrow f\left(3\sin x\right)=3\sqrt{1-\sin^2 x} \Leftrightarrow f\left(3\sin x\right)=\sqrt{9-9\sin^2 x}$ $\left(1\right)$.

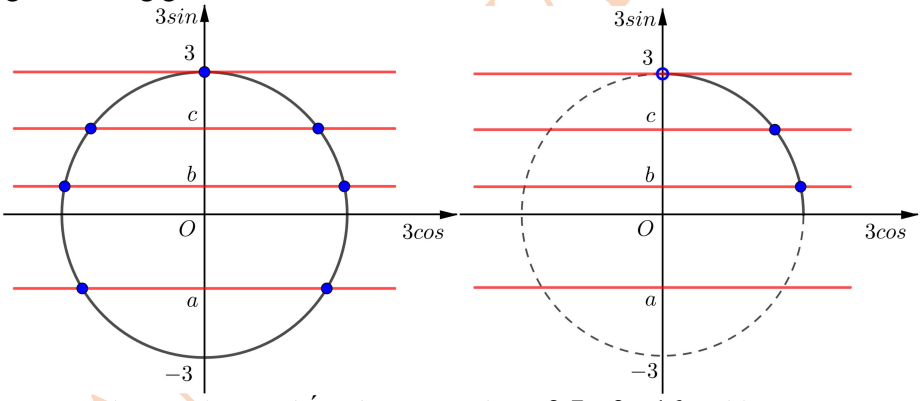
Đặt $t=3\sin x$ $\left(t\in\left[-3;3\right]\right)$. Phương trình $\left(1\right)$ trở thành $f\left(t\right)=\sqrt{9-t^2}$ $\left(2\right)$.

Gọi $\left(C\right)$ là đồ thị hàm số $y=\sqrt{9-t^2}$ suy ra $\left(C\right)$ là nửa trên của đường tròn tâm O, bán kính $R=3$.



Dựa vào đồ thị, ta có $\left(2\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=a\in\left(-2;-1\right)\\t=b\in\left(0;1\right)\\t=c\in\left(1;3\right)\\t=3\end{array}\right.$. Ta có $\left(0;\dfrac{9\pi}{2}\right)=\underbrace{\left(0;4\pi\right]}_{2\ vong}\cup\left(4\pi;\dfrac{9\pi}{2}\right)$.

Ta xét đường tròn lượng giác như sau:



Dựa vào đường tròn lượng giác, ta thấy phương trình có $2.7+2=16$ nghiệm.

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN TOÁN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐÀ NẴNG

TRƯỜNG THPT PHAN CHÂU CHINH

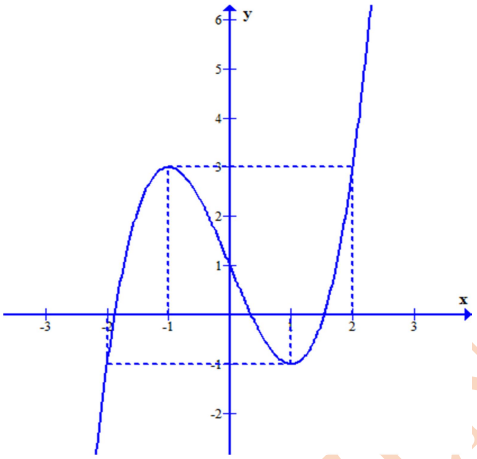
ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó phương trình $f\left(f^2(x)\right)=1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 2. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$.

A. a^5. **B.** a^2. **C.** a^3. **D.** a.

Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BM=2MC$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Mặt phẳng (IJM) chia tứ diện $ABCD$ thành hai phần, thể tích của phần đa diện chứa đỉnh B tính theo a bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{162}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{324}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{81}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tíc V. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, $A'D'$ sao cho $AM=\dfrac{1}{2}AB$, $BN=\dfrac{1}{4}BC$, $A'P=\dfrac{1}{3}A'D'$. Thể tích của khối tứ diện $MNPD'$ tính theo V bằng

A. $\dfrac{V}{36}$. **B.** $\dfrac{V}{12}$. **C.** $\dfrac{V}{18}$. **D.** $\dfrac{V}{24}$.

Câu 5. Biết tập nghiệm của bất phương trình $2^x<3-\dfrac{2}{2^x}$ là khoảng $(a;b)$. Tổng bằng $a+b$ bằng?

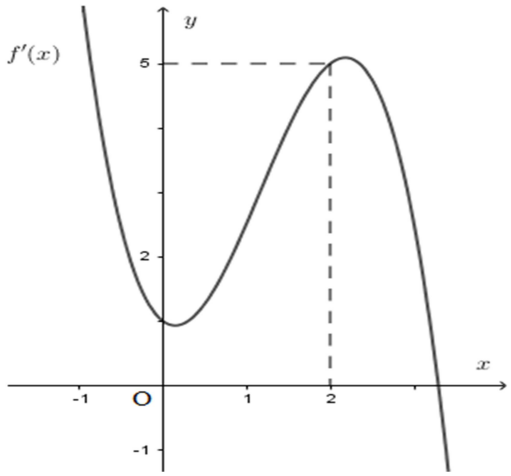
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y=13^x$ là

A. $y'=x.13^{x-1}$. **B.** $y'=13^x$. **C.** $y'=13^x.\ln 13$. **D.** $y'=\dfrac{13^x}{\ln 13}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2021$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2021$ không đạt cực trị tại $x=0$.

C. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2021$ đạt cực đại tại $x=0$.

D. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2021$ không có cực trị.

Câu 8. Một khối lăng trụ đứng tam giác có các cạnh đáy bằng $37;13;30$ và diện tích xung quanh bằng 480. Khi đó thể tích khối lăng trụ bằng?

A. 1170. **B.** 2160. **C.** 360. **D.** 1080.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ khi:

A. $m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $m\geq 3$. **D.** $m<-3$.

Câu 10. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đó nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đó nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đó đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 12. Cho hình nón tròn xoay đường sinh $l=2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có một góc bằng 120^o. Thể tích V của khối nón đó là

A. $\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\pi a^3$.

Câu 13. Cho hai số thực a,b thỏa mãn $2\log_3(a-3b)=\log_3 a+\log_3(4b)$ và $a>3b>0$. Khi đó giá trị của $\dfrac{a}{b}$ là

A. 3. **B.** 9. .**C.** 27. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB,AC và AD đôi một vuông góc. Các điểm M,N,P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC,CD,BD. Biết rằng $AB=4a;AC=6a;AD=7a$. Thể tích V của khối tứ diện $AMNP$ bằng

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. $V=7a^3$. **B.** $V=14a^3$. **C.** $V=28a^3$. **D.** $V=21a^3$.

Câu 15. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Nếu giá mỗi căn là 3.000.000 đồng/tháng thì không có phòng trống, còn nếu cứ tăng giá mỗi căn hộ thêm 200000 đồng/tháng thì sẽ có 2 căn bị bỏ trống. Hỏi công ty phải niêm yết giá bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất

A. 3.400.000 **B.** 3.000.000 **C.** 5.000.000 **D.** 4.000.000

Câu 16. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm thuộc đường thẳng AA' sao cho A' là trung điểm của SA. Thể tích phần khối chóp $S.ABD$ nằm trong khối lập phương bằng

A. $\frac{a^3}{4}$ **B.** $\frac{3a^3}{8}$ **C.** $\frac{7a^3}{24}$ **D.** $\frac{a^3}{3}$

Câu 17. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x+1}$ (C) và đường thẳng $(d):y=x+m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m thuộc khoảng $(-10;10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm về hai phía trục hoành ?

A. 10. **B.** 11. **C.** 19. **D.** 9.

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=-7$. Giá trị u_6 bằng:

A. –26. **B.** 30. **C.** –33. **D.** –35.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		$-0,5$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	-3	$\nearrow$	
	1				1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\frac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 20. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{10000-x^2}}{x-2}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn điều kiện $\begin{cases}u_1=2020\\ u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$. Gọi $S_n=u_1+u_2+...+u_n$ là tổng của n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim S_n$ bằng

A. 2020. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3030. **D.** 0.

Câu 22. Số nghiệm âm của phương trình $\log\left|x^2-3\right|=0$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 23. Ký hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử, A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử. Cho tập X có 2020 phần tử. Số tập con gồm 10 phần tử của tập X bằng

A. 10! **B.** 2^{10} **C.** A_{2020}^{10} **D.** C_{2020}^{10}

Câu 24. Cho khối trụ tròn xoay có bán kính đường tròn đáy $R=4a$. Hai điểm A và B di động trên hai đường tròn đáy của khối trụ. Tính thể tích V của khối trụ tròn xoay đó biết rằng độ dài lớn nhất của đoạn AB là $10a$

A. $V=69\pi a^3$ **B.** $V=48\pi a^3$ **C.** $V=144\pi a^3$ **D.** $V=96\pi a^3$

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;\sqrt{3}\right)$ và $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

C. Tập xác định của hàm số $D=\left[-\sqrt{3};0\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

Câu 27. Với a là số thực dương, $\ln(7a)-\ln(3a)$ bằng

A. $\dfrac{\ln 7}{\ln 3}$. **B.** $\ln(4a)$. **C.** $\ln\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=x^3-4x+5\ (1)$. Đường thẳng $(d): y=3-x$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm phân biệt A,B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 3. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** $3\sqrt{2}$.

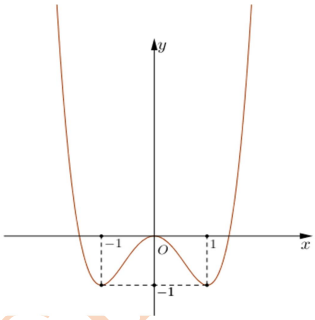
Câu 29. Cho hình trụ tròn xoay có diện tích thiết diện qua trục là $100a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

A. $200\pi a^2$. **B.** $100\pi a^2$. **C.** $50\pi a^2$. **D.** $250\pi a^2$.

Câu 30. Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 bằng

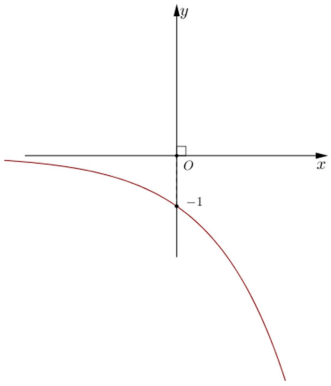
A. 120. **B.** 729. **C.** 20. **D.** 6.

Câu 31. Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào



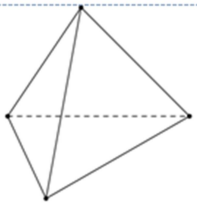
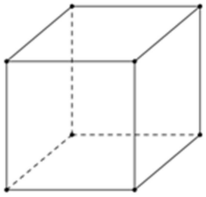
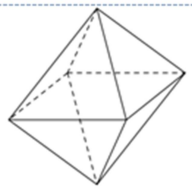
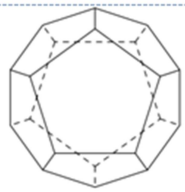
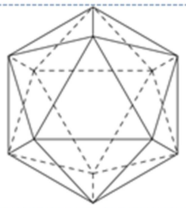
A. $y=-2x^2+x^4$. **B.** $y=x^3-2x$. **C.** $y=2x^2-x^4$. **D.** $y=-x^3+x^2$.

Câu 32. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=-2^x$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Câu 33. Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa điện đều như hình vẽ

				
Khối tứ diện đều	Khối lập phương	Khối bát diện đều	Khối 12 mặt đều	Khối 20 mặt đều

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều là các khối có 1 tâm đối xứng.

B. Khối bát diện đều và khối lập phương có cùng số cạnh.

C. Cả năm khối đa diện đều đều có số mặt chia hết cho 4.

D. Khối hai mươi mặt đều và khối mười hai mặt đều thì có cùng số đỉnh.

Câu 34. Trên mặt phẳng Oxy, gọi S là tập hợp các điểm $M(x;y)$ với $x,y\in\mathbb{Z}$, $|x|\le 3$, $|y|\le 3$. Lấy ngẫu nhiên một điểm M thuộc S. Xác suất để điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ bằng

A. $\dfrac{4}{49}$. **B.** $\dfrac{6}{49}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 35. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^3+1$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 36. Cho a và b lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ chín của một cấp số cộng có sông sai $d\neq 0$. Giá trị của $\log_2\left(\dfrac{b-a}{d}\right)$ bằng

A. 3. **B.** $2\log_2 3$. **C.** 2. **D.** $\log_2 3$.

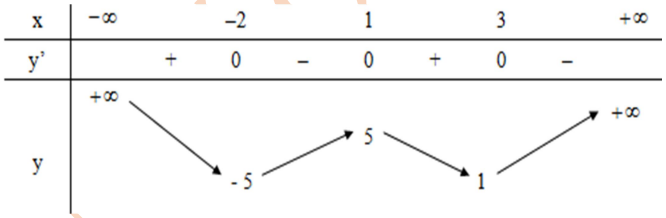
Câu 37. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội bằng 3 và số hạng đầu là nghiệm của phương trình $\log_2 x=2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân bằng

A. 16. **B.** 972. **C.** 324. **D.** 20.

Câu 38. Trong khai triển $\left(xy-\dfrac{3}{y^4}\right)^{12}$ hệ số của số hạng có số mũ của x gấp 5 lần số mũ của y là

A. 594. **B.** -594. **C.** 66. **D.** -66.

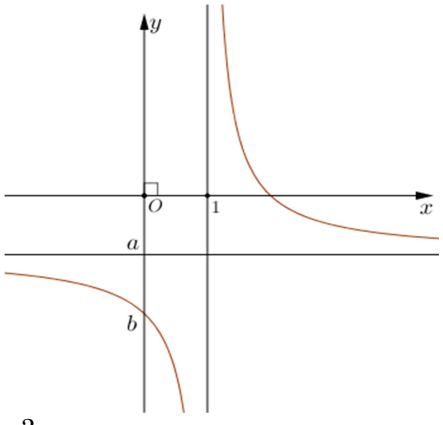
Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bên.



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\max\limits_{R} f(x)=5$. **B.** $\min\limits_{R} f(x)=-5$. **C.** $\min\limits_{[1;3]} f(x)=1$. **D.** $\max\limits_{(-2;3)} f(x)=5$.

Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b<0<a$. **B.** $b<a<0$. **C.** $a<b<0$. **D.** $0<b<a$.

Câu 41. Một hộp đựng 7 bi trắng, 6 bi đen, 3 bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên 3 bi, xác suất 3 bi lấy ra khác màu nhau là

A. $\frac{9}{\quad}$. **B.** $\frac{1}{\quad}$. **C.** $\frac{1}{\quad}$. **D.** $\frac{3}{\quad}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 42. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=mx^4-(m-3)x^2+m^2$ không có điểm cực đại là

A. 3. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 43. Biết phương trình $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+15\left(3-\sqrt{5}\right)^x=2^{x+3}$ có hai nghiệm x_1,x_2 và $\frac{x_1}{x_2}=\log_a b>1$, trong đó a,b là các số nguyên tố, giá trị của biểu thức $2a+b$ là

là

A. 11. **B.** 17. **C.** 13. **D.** 19.

Câu 44. Cho các số thực x,y thay đổi và thỏa mãn điều kiện $\frac{2+\sqrt{9y^2+3}}{1+\sqrt{x^2-x+1}}+\frac{4x-2}{3y}=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3y+x^2-\sqrt{2}$ là

A. $\sqrt{2}$. **B.** $1+\sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** $1-\sqrt{2}$.

Câu 45. Xét trong tập hợp các khối nón tròn xoay có cùng góc ở đỉnh $2\beta=90°$ và có độ dài đường sinh bằng nhau. Có thể sắp xếp được tối đa bao nhiêu khối nón thỏa mãn cứ hai khối nón bất kì thì chúng chỉ có đỉnh chung hoặc ngoài đỉnh chung đó ra chúng có thể có chung một đường sinh duy nhất?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 46. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Biết A' cách đều ba đỉnh A, B, C và mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'C')$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **B.** $a^3\sqrt{5}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 47. Cho hai hàm số $y=a^x, y=b^x$ (a,b là các số dương khác 1) có đồ thị là $(C_1),(C_2)$ như hình vẽ. Vẽ đường thẳng $y=c(c>1)$ cắt trục tung và $(C_1),(C_2)$ lần lượt tại M,N,P. Biết rằng $S_{OMN}=3S_{ONP}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $a=3\sqrt{b}$. **B.** $a^3=b^2$. **C.** $b=a\sqrt{3}$. **D.** $a^3=b^4$.

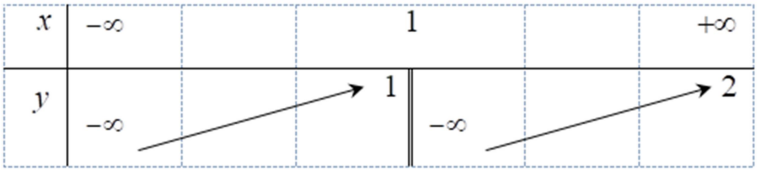
Câu 48. Một tổ gồm 10 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 6 học sinh nam, xếp 10 học sinh thành một hàng dọc. Số cách xếp sao cho xuất hiện đúng 1 cặp (1 nữ và 1 nam) và nữ đứng trước nam là

A. 414720. **B.** 17280. **C.** 3628800. **D.** 24.

Câu 49. Cho phương trình $\left(\log_5 x^{2020}-mx\right)\sqrt{2\log_2 x-x}=0$. Số giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt là

A. 24. **B.** 26. **C.** 27. **D.** 28.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\frac{2^{f(x)}+1}{f(x)}$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

---------- *Hết* ----------

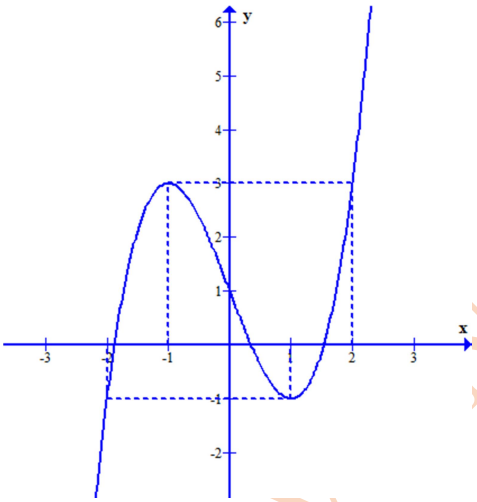
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	D	C	A	C	C	D	C	D	B	D	B	A	D	C	B	C	B	A	C	D	D	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	B	A	A	B	B	A	B	A	C	A	A	B	A	B	A	C	B	B	D	B	D	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.

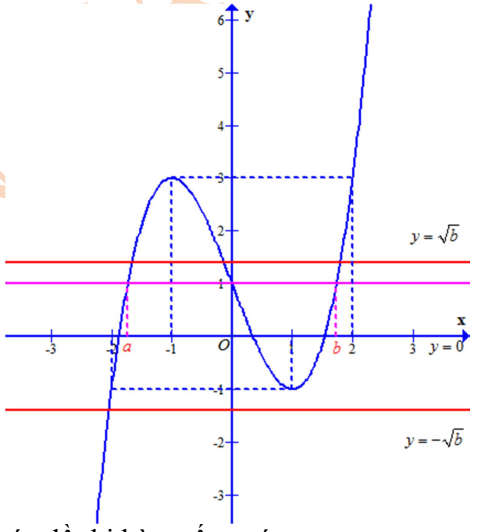


Khi đó phương trình $f\left(f^2(x)\right)=1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A



Dựa vào mối tương giao giữa các đồ thị hàm số ta có:

$$f\left(f^2(x)\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^2(x)=a\in(-2;-1)\ \text{v« nghiÖm}\\ f^2(x)=0\\ f^2(x)=b\in(1;2)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\ f(x)=\sqrt{b}\in\left(1;\sqrt{2}\right)\\ f(x)=-\sqrt{b}\in\left(-\sqrt{2};-1\right)\end{array}\right..$$

+ Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ Phương trình $f(x)=\sqrt{b}$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ Phương trình $f(x)=-\sqrt{b}$ có 1 nghiệm.

Dựa vào đồ thị ta thấy các nghiệm trên không trùng nhau. Vậy phương trình có 7 nghiệm phân biệt.

DIỄN ĐÀN TOÁN

Câu 2. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$.

A. a^5. **B.** a^2. **C.** a^3. **D.** a.

Lời giải

Chọn A

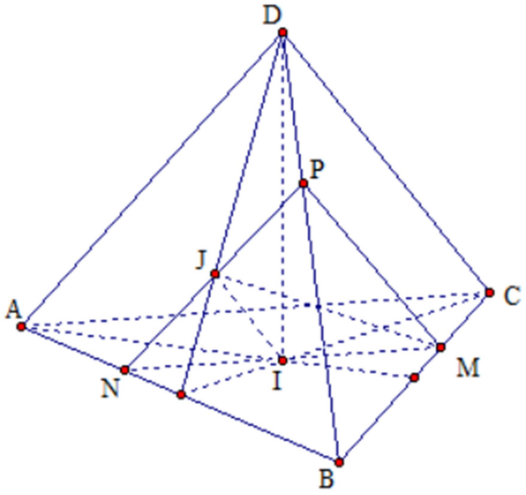
Ta có: $P=\dfrac{a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}}=\dfrac{a^3}{a^{-2}}=a^5$.

Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BM=2MC$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Mặt phẳng (IJM) chia tứ diện $ABCD$ thành hai phần, thể tích của phần đa diện chứa đỉnh B tính theo a bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{162}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{324}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{81}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{81}$.

Lời giải

Chọn D



Vì $\dfrac{BM}{BC}=\dfrac{2}{3}$, suy ra $IM\,//\,AC$. Kéo dài MI cắt AB tại N: $\dfrac{BN}{BA}=\dfrac{2}{3}$.

Suy ra $NJ\,//\,AD$. Kéo dài NJ cắt BD tại P: $\dfrac{BP}{BD}=\dfrac{2}{3}$.

Vì tứ diện đều nên DI là đường cao của tứ diện.

+) $DJ=\sqrt{AD^2-AI^2}=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$; $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra: $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Khi đó: $\dfrac{V_{B.MNP}}{V_{B.CAD}}=\dfrac{BM}{BC}.\dfrac{BN}{BA}.\dfrac{BP}{BD}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^3=\dfrac{8}{27}\Rightarrow V_{B.MNP}=\dfrac{8}{27}V_{B.CAD}=\dfrac{8}{27}.\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}=\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{81}$.

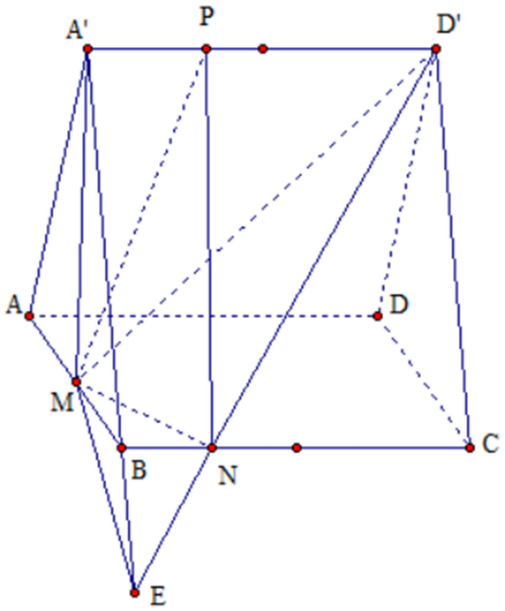
Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tíc V. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, $A'D'$ sao cho $AM=\dfrac{1}{2}AB$, $BN=\dfrac{1}{4}BC$, $A'P=\dfrac{1}{3}A'D'$. Thể tích của khối tứ diện $MNPD'$ tính theo V bằng

A. $\dfrac{V}{36}$. **B.** $\dfrac{V}{12}$. **C.** $\dfrac{V}{18}$. **D.** $\dfrac{V}{24}$.

Lời giải

Chọn C

DIỄN ĐÀN TOÁN



Ta xét lăng trụ tam giác $ABA'.DCD'$ có thể tích bằng $\frac{1}{2}V$.

Kéo dài $D'N$ cắt $A'B$ tại E.

+) $\frac{EN}{ED'}=\frac{BN}{A'D'}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{D'N}{D'E}=\frac{3}{4}$; $\frac{A'B}{EA'}=\frac{D'N}{D'E}=\frac{3}{4}\Leftrightarrow\frac{EA'}{BA'}=\frac{4}{3}$.

+) $\frac{V_{D'.A'ME}}{V_{D'.A'AB}}=\frac{S_{\Delta MA'E}}{S_{AA'B}}=\frac{MB}{AB}.\frac{A'E}{A'B}=\frac{1}{2}.\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow V_{D'.A'ME}=\frac{2}{3}V_{D'.A'AB}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}V_{D'DC.A'AB}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}V=\frac{1}{9}V$.

Vậy $\frac{V_{D'.PMN}}{V_{D'.A'ME}}=\frac{D'P}{D'A'}.\frac{D'M}{D'M}.\frac{D'N}{D'E}=\frac{2}{3}.1.\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{D'.PMN}=\frac{1}{2}V_{D'.A'ME}=\frac{1}{18}V$.

Câu 5. Biết tập nghiệm của bất phương trình $2^x<3-\frac{2}{2^x}$ là khoảng $(a;b)$. Tổng bằng $a+b$ bằng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2^x\,(t>0)$

Bất phương trình trở thành:

$t<3-\frac{2}{t}$

$\Leftrightarrow t^2-3t+2<0$

$\Leftrightarrow 1<t<2$.

$\Rightarrow 1<2^x<2$

$\Leftrightarrow 0<x<1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0;1)$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y=13^x$ là

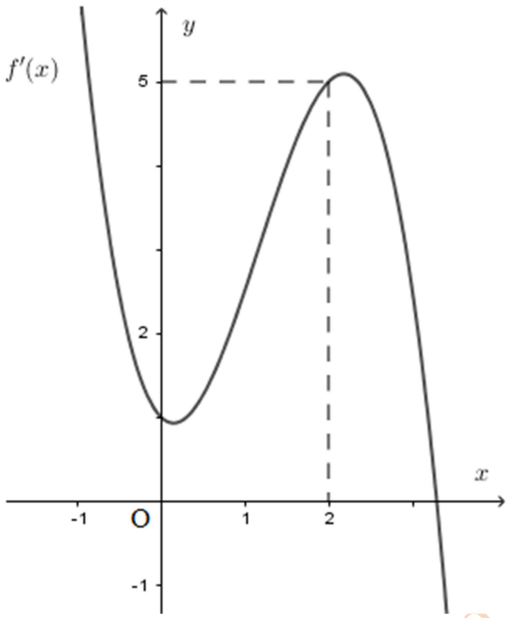
A. $y'=x.13^{x-1}$. **B.** $y'=13^x$. **C.** $y'=13^x.\ln 13$. **D.** $y'=\frac{13^x}{\ln 13}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Khẳng định

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2021$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2021$ không đạt cực trị tại $x=0$.

C. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2021$ đạt cực đại tại $x=0$.

D. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2021$ không có cực trị.

Lời giải

Chọn C

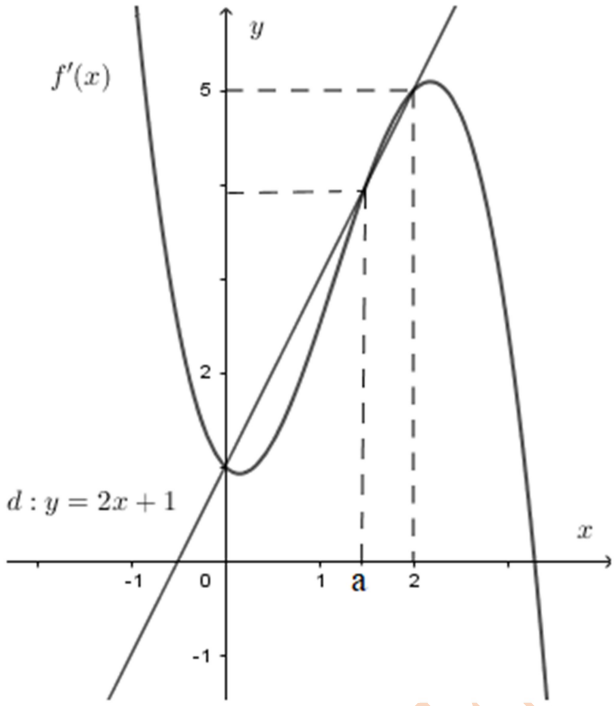
Xét hàm số $y=f(x)-x^2-x+2021$ có $y'=f'(x)-2x-1$

Ta có $y'=0\Leftrightarrow f'(x)=2x+1$ (1)

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $d:y=2x+1$

Từ hình vẽ ta thấy đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x=0;x=a(0<a<2);x=2$

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có BBT:

x	$-\infty$		0		a		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Từ BBT suy ra hàm số $y=f(x)-x^2-x+2021$ đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 8. Một khối lăng trụ đứng tam giác có các cạnh đáy bằng $37;13;30$ và diện tích xung quanh bằng 480. Khi đó thể tích khối lăng trụ bằng?

A. 1170. **B.** 2160. **C.** 360. **D.** 1080.

Lời giải

Chọn D

Chu vi đáy là $C=37+13+30=80$, nửa chu vi đáy là $p=40$

Gọi h là chiều cao lăng trụ. Ta có $S_{xq}=h.C\Rightarrow h=\dfrac{S_{xq}}{C}=\dfrac{480}{80}=6.$

Diện tích đáy là $S=\sqrt{40(40-37)(40-13)(40-30)}=180$

Thể tích khối lăng trụ là $V=S_1.h=180.6=1080$.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ khi:

A. $m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $m\geq 3$. **D.** $m<-3$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi: $x-m\neq 0\Leftrightarrow x\neq m$.

$y=\dfrac{-m+2}{(x-m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ thì

$$\begin{cases} y'<0\ \forall x\in(-\infty;3) \\ (-\infty;3)\subset D \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -m+2<0 \\ m\geq 3 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m>2 \\ m\geq 3 \end{cases}\Leftrightarrow m\geq 3.$$

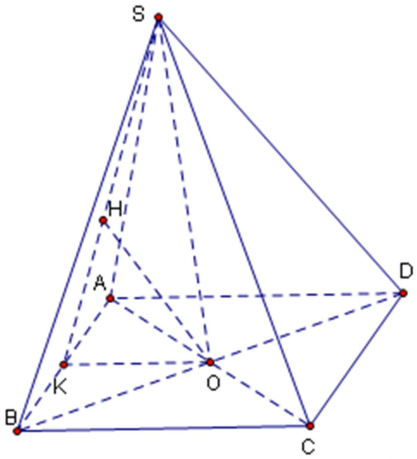
DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 10. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Do $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều $\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}\Rightarrow\frac{a^3\sqrt{2}}{3}=\frac{1}{3}.SO.a^2\Rightarrow SO=a\sqrt{2}$.

Ta có: $d(C;(SAB))=2.d(O;(SAB))$.

Gọi K là trung điểm AB, H là hình chiếu của O lên SK.

Ta có $\left.\begin{matrix}OK\perp AB\\SO\perp AB\end{matrix}\right\}\Rightarrow(SOK)\perp AB\Rightarrow OH\perp AB$.

$\left.\begin{matrix}OH\perp SK\\OH\perp AB\end{matrix}\right\}\Rightarrow OH\perp(SAB)\Rightarrow d(O;(SAB))=OH$.

Xét tam giác SOK vuông tại O có OH là đường cao

$\Rightarrow\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OK^2}+\frac{1}{SO^2}=\frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}+\frac{1}{\left(a\sqrt{2}\right)^2}=\frac{9}{2a^2}\Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

$\Rightarrow d(C;(SAB))=2.d(O;(SAB))=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=\frac{x^2-2x}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đó nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đó nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đó đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\frac{x^2-2x}{1-x}$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có: $y'=\dfrac{-x^2+2x-2}{(1-x)^2}=\dfrac{-(x-1)^2-1}{(1-x)^2}<0$ với mọi $x\neq 1$.

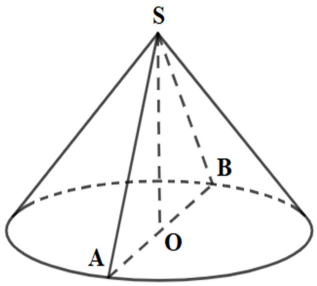
Nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 12. Cho hình nón tròn xoay đường sinh $l=2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có một góc bằng 120^o. Thể tích V của khối nón đó là

A. $\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi S và O lần lượt là đỉnh và tâm mặt đáy của hình nón.
Một thiết diện qua trục cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B như hình vẽ.

Khi đó tam giác SAB cân tại S có $\widehat{ASB}=120^o$.
Ta có:

$SO=SA.\cos\widehat{ASO}=2a.\cos 60^o=a.$

$AO=\sqrt{SA^2-SO^2}=\sqrt{(2a)^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

Thể tích V của khối nón đã cho là: $V=\dfrac{1}{3}\pi.AO^2.SO=\dfrac{1}{3}\pi.\left(a\sqrt{3}\right)^2.a=\pi a^3$.

Câu 13. Cho hai số thực a,b thỏa mãn $2\log_3(a-3b)=\log_3 a+\log_3(4b)$ và $a>3b>0$. Khi đó giá trị của $\dfrac{a}{b}$ là

A. 3. **B.** 9. **.C.** 27. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\log_3(a-3b)=\log_3 a+\log_3(4b)\Leftrightarrow\log_3(a-3b)^2=\log_3(4ab)\Leftrightarrow(a-3b)^2=4ab$

$\Leftrightarrow a^2-10ab+9b^2=0\Leftrightarrow\left(\dfrac{a}{b}\right)^2-10\dfrac{a}{b}+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{a}{b}=1\\ \dfrac{a}{b}=9\end{array}\right.$. Vì $a>3b\Rightarrow\dfrac{a}{b}=9$.

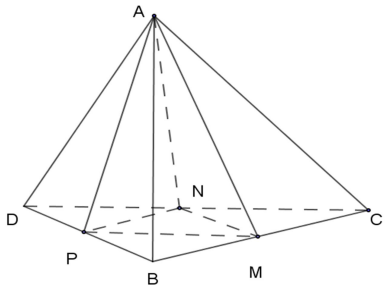
Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB,AC và AD đôi một vuông góc. Các điểm M,N,P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC,CD,BD. Biết rằng $AB=4a;AC=6a;AD=7a$. Thể tích V của khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $V=7a^3$. **B.** $V=14a^3$. **C.** $V=28a^3$. **D.** $V=21a^3$.

Lời giải

Chọn A

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Ta có $S_{MNP}=S_{MCN}=\frac{1}{4}S_{BCD}\Rightarrow V=\frac{1}{4}V_{ABCD}=\frac{1}{4}.\frac{1}{6}.AB.AC.AD=\frac{1}{4}.\frac{1}{6}.4a.6a.7a=7a^3$.

Câu 15. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Nếu giá mỗi căn là 3.000.000 đồng/tháng thì không có phòng trống, còn nếu cứ tăng giá mỗi căn hộ thêm 200000 đồng/tháng thì sẽ có 2 căn bị bỏ trống. Hỏi công ty phải niêm yết giá bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất

A. 3.400.000 **B.** 3.000.000 **C.** 5.000.000 **D.** 4.000.000

Lời giải

Chọn D

Giả sử phải thuê mỗi căn hộ là $3000000+200000x$ đồng.

Số căn hộ bị bỏ trống là $2x$, số căn hộ được thuê là $50-2x$.

Số tiền công ty thu được mỗi tháng là

$S=(3000000+200000x)(50-2x)=100000(30+2x)(25-x)$

$S=100000(-2x^2+20x+500)=100000.f(x)$

Khảo sát hàm số bậc hai $f(x)$ ta có $f'(x)=20-4x=0\Leftrightarrow x=5$.

Khi đó giá niêm yết mỗi căn hộ là $3000000+200000.5=4000000$ đồng.

Câu 16. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm thuộc đường thẳng AA' sao cho A' là trung điểm của SA. Thể tích phần khối chóp $S.ABD$ nằm trong khối lập phương bằng

A. $\frac{a^3}{4}$ **B.** $\frac{3a^3}{8}$ **C.** $\frac{7a^3}{24}$ **D.** $\frac{a^3}{3}$

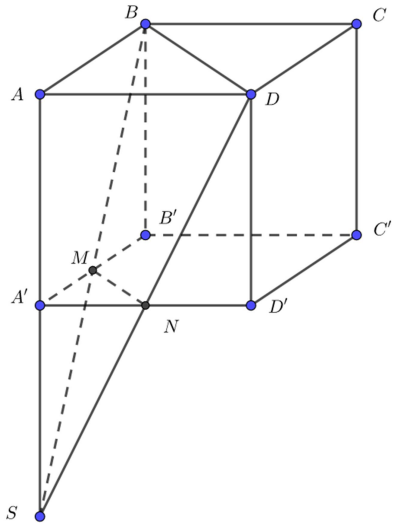
Lời giải

Chọn C

Chú ý $S_{ABCD}=S;S_{ABD}=\frac{S}{2};S_{A'MN}=\frac{S}{8}$.

Sử dụng công thức hình chóp cụt ta có

$V_{ABD.A'MN}=\frac{h}{3}\left(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2\right)=\frac{h}{3}.\left(\frac{S}{2}+\sqrt{\frac{S}{2}.\frac{S}{8}}+\frac{S}{8}\right)=\frac{7Sh}{24}=\frac{7V}{24}=\frac{7a^3}{24}$.



DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ (C) và đường thẳng $(d): y=x+m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m thuộc khoảng $(-10;10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm về hai phía trục hoành ?

A. 10. **B.** 11. **C.** 19. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) là

$\dfrac{x+2}{x+1}=x+m \Leftrightarrow x^2+mx+m-2=0$ $(*)$ $(x\neq -1)$

Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm về hai phía trục hoành

$\Leftrightarrow$ PT $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1\neq x_2\neq -1$ và $y_1y_2<0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4(m-2)>0 \\ (-1)^2+m(-1)+m-2\neq 0 \\ (x_1+m)(x_2+m)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4m+8>0, \forall m \\ -1\neq 0 \\ x_1x_2+m(x_1+x_2)+m^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow m-2+m(-m)+m^2<0$

$\Leftrightarrow m<2$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in(-10;10)$ nên $m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0;1\}$

Vậy có 11 giá trị.

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=-7$. Giá trị u_6 bằng:

A. -26. **B.** 30. **C.** -33. **D.** -35.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_6=u_1+5d=2+5.(-7)=-33$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		$-0,5$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	-3	$\nearrow$	
	1				1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=\dfrac{1}{2-1}=1$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 1 đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Mặt khác, ta có từ bảng biên thiên suy ra phương trình $2f(x)-1=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$ có hai nghiệm phân biệt $x=\alpha; x=\beta$ với $\alpha<0,5<\beta$.

Nên $\lim\limits_{x\to\alpha^+} g(x)=\lim\limits_{x\to\alpha^+}\dfrac{1}{2f(x)-1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\alpha^-} g(x)=\lim\limits_{x\to\alpha^-}\dfrac{1}{2f(x)-1}=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x=\alpha$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Và $\lim\limits_{x\to\beta^+} g(x)=\lim\limits_{x\to\beta^+}\dfrac{1}{2f(x)-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to\beta^-} g(x)=\lim\limits_{x\to\beta^-}\dfrac{1}{2f(x)-1}=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x=\beta$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 3 đường tiệm cận.

Câu 20. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10000-x^2}}{x-2}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}10000-x^2\ge 0\\ x-2\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-100\le x\le 100\\ x\ne 2\end{cases}$.

Tập xác định của hàm số là $D=[-100;100]\setminus\{2\}$.

Suy ra không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10000-x^2}}{x-2}$ không có đường tiệm cận ngang.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn điều kiện $\begin{cases}u_1=2020\\ u_{n+1}=\dfrac{1}{3}u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$. Gọi $S_n=u_1+u_2+...+u_n$ là tổng của n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim S_n$ bằng

A. 2020. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 3030. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_{n+1}=\dfrac{1}{3}u_n\Rightarrow q=\dfrac{1}{3}$ là công bội của cấp số nhân dãy số (u_n)

Số hạng tổng quát $u_n=u_1q^{n-1}=2020.\dfrac{1}{3^{n-1}}$

Khi đó $S_n=u_1+u_2+...+u_n=2020\left(1+\dfrac{1}{3}+...+\dfrac{1}{3^{n-1}}\right)=2020\dfrac{1-\dfrac{1}{3^n}}{1-\dfrac{1}{3}}$

$\Rightarrow\lim S_n=\dfrac{2020}{1-\dfrac{1}{3}}=3030$.

Câu 22. Số nghiệm âm của phương trình $\log\left|x^2-3\right|=0$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log\left|x^2-3\right|=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\pm\sqrt{3}\\ \left|x^2-3\right|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\pm\sqrt{3}\\ \left[\begin{array}{l}x^2-3=1\\ x^2-3=-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\pm\sqrt{3}\\ \left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\ x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.\end{cases}$

Vậy số nghiệm âm là 2.

Câu 23. Ký hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử, A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử. Cho tập X có 2020 phần tử. Số tập con gồm 10 phần tử của tập X bằng

A. 10! **B.** 2^{10} **C.** A_{2020}^{10} **D.** C_{2020}^{10}

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Lời giải

Chọn D

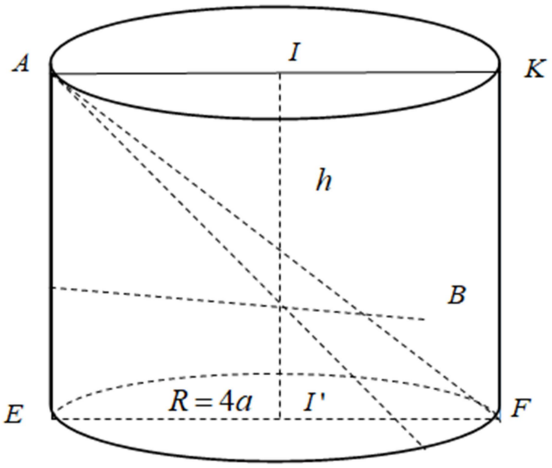
Số tập con gồm 10 phần tử của tập X bằng số các tổ hợp chập 10 của 2020 phần tử của X $=C_{2020}^{10}$.

Câu 24. Cho khối trụ tròn xoay có bán kính đường tròn đáy $R=4a$. Hai điểm A và B di động trên hai đường tròn đáy của khối trụ. Tính thể tích V của khối trụ tròn xoay đó biết rằng độ dài lớn nhất của đoạn AB là $10a$

A. $V=69\pi a^3$ **B.** $V=48\pi a^3$ **C.** $V=144\pi a^3$ **D.** $V=96\pi a^3$

Lời giải

Chọn D



Gọi thiết diện qua điểm A và trục II' là tứ giác $AEFK$.

Ta có : $AB^2=AE^2+EB^2; AF^2=AE^2+EF^2$ mà $EF\geq EB$ nên $AF\geq AB$.

Do đó : AB có độ dài lớn nhất $\Leftrightarrow B\equiv F$.

Vậy $AF=10a\Rightarrow AE=\sqrt{AF^2-EF^2}=\sqrt{(10a)^2-(8a)^2}=6a\Rightarrow h=AE=6a$.

Ta có: $V=\pi R^2h=\pi.(4a)^2.6a=96\pi a^3$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$y=(x-1)^{\frac{2}{3}}$ xác định $\Leftrightarrow x-1>0\Leftrightarrow x>1$

Câu 26. Cho hàm số $y=\sqrt{x^3-3x}$. Nhận định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;\sqrt{3}\right)$ và $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

C. Tập xác định của hàm số $D=\left[-\sqrt{3};0\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

$y=\sqrt{x^3-3x}$ xác định $\Leftrightarrow x^3-3x\geq 0\Leftrightarrow -\sqrt{3}\leq x\leq 0$ hoặc $x\geq 3$

TXĐ: $D=\left[-\sqrt{3};0\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$ do đó đáp án C đúng.

Câu 27. Với a là số thực dương, $\ln(7a)-\ln(3a)$ bằng

DIỄN ĐÀN GIÁO TOÁN

A. $\dfrac{\ln 7}{\ln 3}$. **B.** $\ln(4a)$. **C.** $\ln\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\ln(7a)-\ln(3a)=\ln\dfrac{7a}{3a}=\ln\dfrac{7}{3}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=x^3-4x+5\ (1)$. Đường thẳng $(d): y=3-x$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 3. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-4x+5=3-x$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$

Với $x=-2\Rightarrow y=5\ \Rightarrow A(-2;5)$

Với $x=1\Rightarrow y=2\Rightarrow B(1;2)$

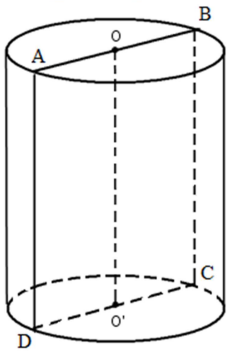
Do đó $AB=3\sqrt{2}$.

Câu 29. Cho hình trụ tròn xoay có diện tích thiết diện qua trục là $100a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

A. $200\pi a^2$. **B.** $100\pi a^2$. **C.** $50\pi a^2$. **D.** $250\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích là $S=100a^2$

$\Rightarrow 2r.l=100a^2$

Do đó diện tích xung quanh khối trụ là $S=2\pi rl=100\pi a^2$.

Câu 30. Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 bằng

A. 120. **B.** 729. **C.** 20. **D.** 6.

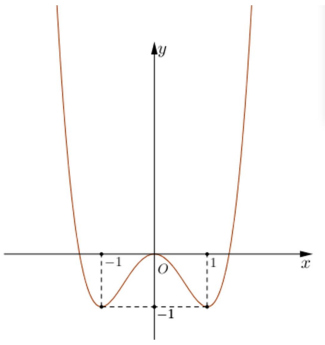
Lời giải

Chọn A

Ta có $A_6^3=120$ số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lập thành từ 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Câu 31. Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



A. $y=-2x^2+x^4$. **B.** $y=x^3-2x$. **C.** $y=2x^2-x^4$. **D.** $y=-x^3+x^2$.

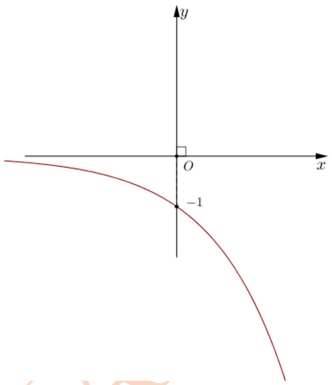
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$

Nhìn vào nhánh phải đồ thị có hướng đi lên suy ra $a>0$.

Câu 32. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=-2^x$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

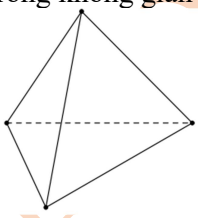
Lời giải

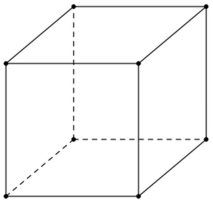
Chọn B

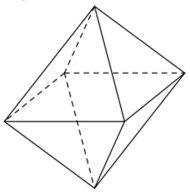
Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị nằm dưới trục Ox suy ra đồ thị có dạng $y=-a^x$

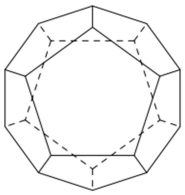
Ta thấy đồ thị có hướng đi xuống suy ra hàm số $y=-a^x$ nghịch biến suy ra $y=-2^x$

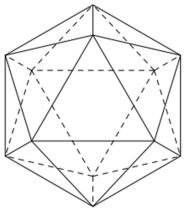
Câu 33. Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ


Khối tứ diện đều


Khối lập phương


Khối bát diện đều


Khối 12 mặt đều


Khối 20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều là các khối có 1 tâm đối xứng.

B. Khối bát diện đều và khối lập phương có cùng số cạnh.

C. Cả năm khối đa diện đều đều có số mặt chia hết cho 4 .

D. Khối hai mươi mặt đều và khối mười hai mặt đều thì có cùng số đỉnh.

Lời giải

Chọn B

Khối bát diện đều và khối lập phương có cùng số cạnh là 12 .

Câu 34. Trên mặt phẳng Oxy, gọi S là tập hợp các điểm $M(x;y)$ với $x,y\in\mathbb{Z}$, $|x|\le 3$, $|y|\le 3$. Lấy ngẫu nhiên một điểm M thuộc S. Xác suất để điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{\ldots}$ bằng

A. $\frac{4}{49}$. **B.** $\frac{6}{49}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phần tử của tập S là $|S| = 7.7 = 49$.

$y = \frac{x+3}{x-1} = \frac{x-1+4}{x-1} = 1 + \frac{4}{x-1}$. Để $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=\pm 1 \\ x-1=\pm 2 \\ x-1=\pm 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2; x=0 \\ x=3; x=-1 \\ x=5; x=-3 \end{array}\right.$

Vậy tập hợp các điểm nguyên trên đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ thuộc tập S là $\{(-3;0),(-1;-1),(0;3),(3;3)\}$.

Suy ra xác suất cần tìm là $p = \frac{4}{49}$.

Câu 35. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 1$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = -3x^2 \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -x^3 + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = -x^3 + 1$ không có cực trị.

Câu 36. Cho a và b lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ chín của một cấp số cộng có sông sai $d \neq 0$. Giá trị của $\log_2\left(\frac{b-a}{d}\right)$ bằng

A. 3. **B.** $2\log_2 3$. **C.** 2. **D.** $\log_2 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $b = a + 8d$.

Ta có $\log_2\left(\frac{b-a}{d}\right) = \log_2\left(\frac{a+8d-a}{d}\right) = \log_2 8 = 3$.

Câu 37. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội bằng 3 và số hạng đầu là nghiệm của phương trình $\log_2 x = 2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân bằng

A. 16. **B.** 972. **C.** 324. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 2^2 = 4$. Suy ra số hạng đầu của cấp nhân là $u_1 = 4$.

Số hạng thứ năm của cấp số nhân là $u_5 = u_1.q^4 = 4.3^4 = 324$.

Câu 38. Trong khai triển $\left(xy - \frac{3}{y^4}\right)^{12}$ hệ số của số hạng có số mũ của x gấp 5 lần số mũ của y là

A. 594. **B.** -594. **C.** 66. **D.** -66.

Lời giải

Chọn A

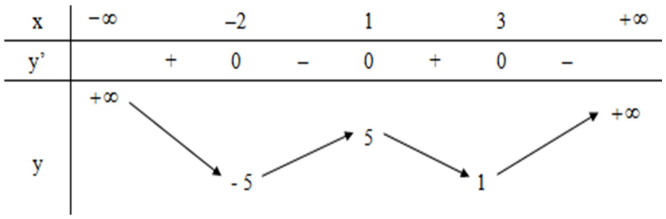
Ta có: $\left(xy - \frac{3}{y^4}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k.(xy)^{12-k}.\left(-\frac{3}{y^4}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k.(-3)^k.x^{12-k}.y^{12-5k}$.

Do số mũ của x gấp 5 lần số mũ của y nên ta có: $12-k = 5(12-5k) \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của số hạng có số mũ của x gấp 5 lần số mũ của y là $C_{12}^2.(-3)^2 = 594$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN



Khẳng định nào sau đây **sai**?

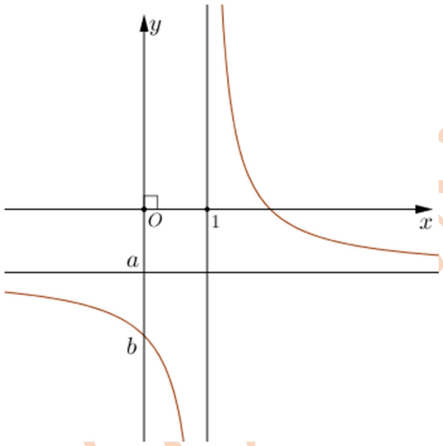
A. $\max\limits_{R} f(x)=5$. **B.** $\min\limits_{R} f(x)=-5$. **C.** $\min\limits_{[1;3]} f(x)=1$. **D.** $\max\limits_{(-2;3)} f(x)=5$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số không có giá trị lớn nhất trên R nên câu A sai.

Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b<0<a$. **B.** $b<a<0$. **C.** $a<b<0$. **D.** $0<b<a$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=a$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$. Từ hình vẽ suy ra $a<0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ và trục tung có tọa độ là $(0;b)$. Từ hình vẽ suy ra $b<0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ và trục hoành có tọa độ là $\left(\dfrac{b}{a};0\right)$. Từ hình vẽ suy ra $\dfrac{b}{a}>1$ mà $a<0$ nên suy ra $b<a$.

Vậy $b<a<0$.

Câu 41. Một hộp đựng 7 bi trắng, 6 bi đen, 3 bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên 3 bi, xác suất 3 bi lấy ra khác màu nhau là

A. $\dfrac{9}{40}$. **B.** $\dfrac{1}{16}$. **C.** $\dfrac{1}{560}$. **D.** $\dfrac{3}{80}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố "3 bi lấy ra khác màu".

Xác suất lấy ra 3 bi khác màu là: $P(A)=\dfrac{7.6.3}{C_{16}^{3}}=\dfrac{9}{40}$.

Câu 42. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=mx^4-(m-3)x^2+m^2$ không có điểm cực đại là

A. 3. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Trường hợp 1: $m=0$.

Khi đó hàm số trở thành dạng $y=3x^2$ không có điểm cực đại.

Trường hợp 2: $m\neq 0$.

Khi đó hàm số $y=mx^4-(m-3)x^2+m^2$ không có điểm cực đại khi và chỉ khi $\begin{cases} m>0 \\ -(m-3)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\leq 3$.

Vậy $0\leq m\leq 3$.

Do đó có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $0;1;2;3$.

Câu 43. Biết phương trình $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+15\left(3-\sqrt{5}\right)^x=2^{x+3}$ có hai nghiệm x_1,x_2 và $\frac{x_1}{x_2}=\log_a b>1$, trong đó a,b là các số nguyên tố, giá trị của biểu thức $2a+b$ là

là

A. 11. **B.** 17. **C.** 13. **D.** 19.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)=4 \Leftrightarrow \frac{3+\sqrt{5}}{2}.\frac{3-\sqrt{5}}{2}=1 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2}=\frac{1}{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$.

Chia hai vế của phương trình cho $2^x>0$. Ta được $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x+15\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x=8\ (1)$

Đặt $t=\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x>0 \Rightarrow \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x=\frac{1}{t}$. (1) trở thành:

$t+\frac{15}{t}=8 \Leftrightarrow t^2-8t+15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=5 \end{array}\right.$. Suy ra $\frac{x_1}{x_2}=\log_3 5>1$.

Do đó $\begin{cases} a=3 \\ b=5 \end{cases} \Rightarrow 2a+b=11$.

Câu 44. Cho các số thực x,y thay đổi và thỏa mãn điều kiện $\frac{2+\sqrt{9y^2+3}}{1+\sqrt{x^2-x+1}}+\frac{4x-2}{3y}=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3y+x^2-\sqrt{2}$ là

A. $\sqrt{2}$. **B.** $1+\sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** $1-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $y\neq 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow 6y+3y\sqrt{9y^2+3}=(2-4x)+(2-4x)\sqrt{x^2-x+1}$

$\Leftrightarrow 6y+3y\sqrt{9y^2+3}=2(1-2x)+(1-2x)\sqrt{4y^2-4y+4}$

$\Leftrightarrow 2.3y+3y\sqrt{(3y)^2+3}=2(1-2x)+(1-2x)\sqrt{(1-2x)^2+3}$

$\Leftrightarrow f(3y)=f(1-2x)\ (1)$ với $f(t)=2t+t\sqrt{t^2+3}, \forall t\in\mathbb{R}$.

Có $f'(t)=2+\sqrt{t^2+3}+\frac{t^2}{\sqrt{t^2+3}}>0, \forall t\in\mathbb{R}$ nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(1)\Leftrightarrow 3y=1-2x$. Suy ra $P=1-2x+x^2-\sqrt{2}=(x-1)^2-\sqrt{2}\geq -\sqrt{2}$.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

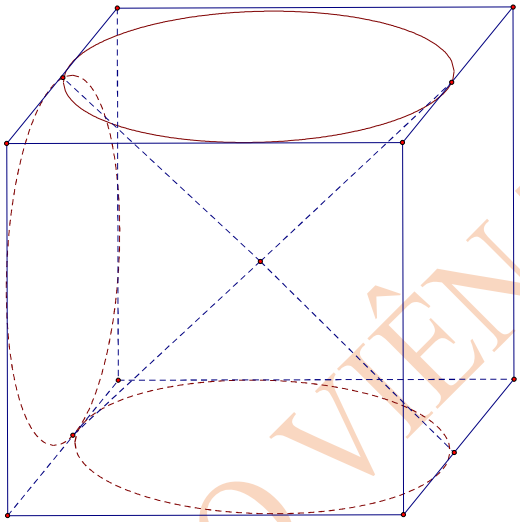
Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x=1 \\ y=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$. Vậy $\min P=-\sqrt{2}$. Chọn C.

Câu 45. Xét trong tập hợp các khối nón tròn xoay có cùng góc ở đỉnh $2\beta=90^\circ$ và có độ dài đường sinh bằng nhau. Có thể sắp xếp được tối đa bao nhiêu khối nón thỏa mãn cứ hai khối nón bất kì thì chúng chỉ có đỉnh chung hoặc ngoài đỉnh chung đó ra chúng có thể có chung một đường sinh duy nhất?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B



Khi sắp 2 hình nón thỏa mãn điều kiện ban đầu có chung 1 đường sinh và đỉnh chung, Khi đó hai hình nón đã cho có đáy nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

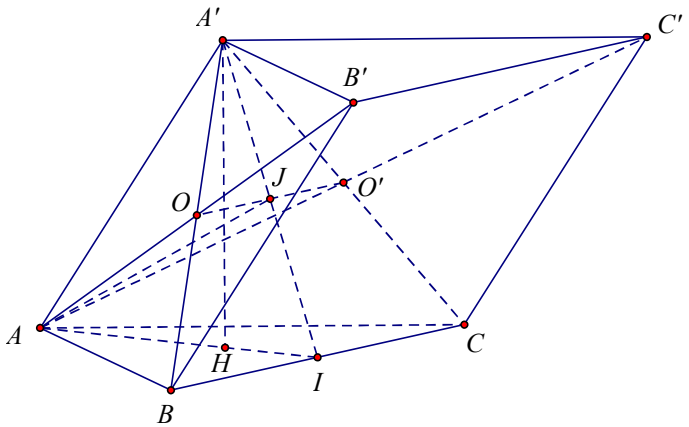
Vậy sẽ sắp xếp được tối đa sáu hình nón thỏa mãn điều kiện ban đầu các các khối nón có đỉnh nằm tại tâm của hình lập phương và các mặt đáy của hình nón nội tiếp sáu mặt của hình lập phương.

Câu 46. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Biết A' cách đều ba đỉnh A, B, C và mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'C')$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **B.** $a^3\sqrt{5}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Có A' cách đều ba đỉnh A, B, C nên hình chóp $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều

$\Rightarrow A'H\perp(ABC)$ với H là trọng tâm tam giác ABC.

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Gọi $O = A'B \cap AB'$, $O' = A'C \cap AC'$. Khi đó $(A'BC) \cap (AB'C') = OO'$.

Lại có trong $(A'BC)$, $A'I \perp OO'$ tại J với I là trung điểm BC.

Trong $(AB'C')$ có $AI \perp OO'$ tại J (có $\Delta AA'B = \Delta AA'C \Rightarrow AO = AO'$ và J là trung điểm OO')

$\Rightarrow ((A'BC),(AB'C')) = (A'I, AJ) = 90°$, mà ta dễ dàng chứng minh được J là trung điểm $A'I$ hay trong tam giác $A'AI$ thì AJ vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến

$\Rightarrow \Delta A'AI$ là tam giác cân tại A hay $AA' = AI = a\sqrt{3}$,

Khi đó: $h = A'H = \sqrt{AA'^2 - \left(\frac{2}{3}AI\right)^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}a\sqrt{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{3}$.

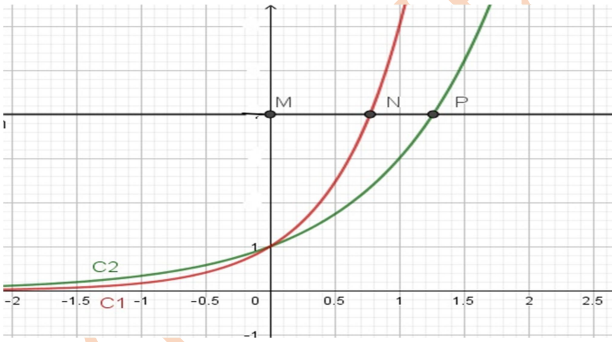
Vậy $V = S_{ABC}.A'H = (2a)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{15}}{3} = a^3\sqrt{5}$.

Câu 47. Cho hai hàm số $y = a^x, y = b^x$ (a,b là các số dương khác 1) có đồ thị là $(C_1),(C_2)$ như hình vẽ. Vẽ đường thẳng $y = c (c > 1)$ cắt trục tung và $(C_1),(C_2)$ lần lượt tại M, N, P. Biết rằng $S_{OMN} = 3S_{ONP}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $a = 3\sqrt{b}$. **B.** $a^3 = b^2$. **C.** $b = a\sqrt{3}$. **D.** $a^3 = b^4$.

Lời giải

Chọn D



Vì $S_{OMN} = 3S_{ONP}$ nên: $S_{OMN} = \frac{3}{4}S_{OMP}$ (!)

Đường thẳng $y = c$ cắt $(C_1),(C_2)$ lần lượt tại hai điểm N, P có hoành độ: $x_N = \log_a^c$, $x_P = \log_b^c$

Từ đó ta có:

$$(1) \Leftrightarrow \int_0^{\log_a^c} (c - a^x)dx = \frac{3}{4}\int_0^{\log_b^c} (c - b^x)dx$$

$$\Leftrightarrow c\log_a^c - \left(\frac{a^{\log_a^c}}{\ln a} - \frac{1}{\ln a}\right) = \frac{3}{4}\left(c\log_b^c - \left(\frac{b^{\log_b^c}}{\ln b} - \frac{1}{\ln b}\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\ln a} = \frac{3}{4}.\frac{1}{\ln b} \Leftrightarrow 4\ln b = 3\ln a \Leftrightarrow b^4 = a^3$$

Câu 48. Một tổ gồm 10 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 6 học sinh nam, xếp 10 học sinh thành một hàng dọc. Số cách xếp sao cho xuất hiện đúng 1 cặp (1 nữ và 1 nam) và nữ đứng trước nam là

A. 414720. **B.** 17280. **C.** 3628800. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Để xuất hiện đúng 1 cặp nam nữ và nữ đứng trước nam, ta cho nữ đứng gần nhau và đứng đầu hàng, số cách xếp là: 4!

Nam xếp tiếp theo, số cách xếp là: 6!

Vậy số cách sắp xếp thoả mãn là: 4!6!= 17280

Câu 49. Cho phương trình $\left(\log_5 x^{2020} - mx\right)\sqrt{2\log_2 x - x} = 0$. Số giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt là

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $\begin{cases} x>0 \\ 2\log_2 x - x \ge 0 \end{cases}$

Với điều kiện trên, pt trở thành $\left[\begin{array}{l} 2\log_2 x - x = 0 \\ \log_5 x^{2020} - mx = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2\log_2 x - x = 0 & (1) \\ \dfrac{\log_5 x^{2020}}{x} = m & (2) \end{array}\right.$

Xét phương trình (1): $f(x) = 2\log_2 x - x = 0$

Ta có $f(2) = f(4) = 0 \Rightarrow x = 2; x = 4$ là hai nghiệm của phương trình.

Với $x \in (2;4)$ ta có $f'(x) = \dfrac{2}{x\ln 2} - 1 = \dfrac{2 - x\ln 2}{x\ln 2} = 0; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{\ln 2}$

Bảng biến thiên

x	2		$2,89$		4
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	0	↗	$0,17$	↘	0

Từ bảng biến thiên, suy ra (1) có hai nghiệm $x = 2; x = 4$.

Do đó để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) phải có 2 nghiệm phân biệt trên khoảng $(2;4)$.

$(2) \Leftrightarrow g(x) = \dfrac{2020\log_5 x}{x} = m$ vì $x > 0$

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{2020\log_5 x}{x}$ trên khoảng $(2;4)$ có

$g'(x) = \dfrac{2020\log_5 \mathrm{e} - 2020\log_5 x}{x^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \mathrm{e}$

Bảng biến thiên

x	2		e		4
$g'(x)$		+	0	−	
$g(x)$	$434,98$	↗	$461,72$	↘	$434,98$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để (2) có hai nghiệm phân biệt thì $434,98 < m < 461,72$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{435;436;...;461\}$

Vậy có 27 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2^{f(x)} + 1}{f(x)}$ là

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	↗	1 ‖ $-\infty$		↗ 2

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$

Suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2^{f(x)}+1}{f(x)}=\dfrac{5}{2}\Rightarrow y=\dfrac{5}{2}$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2^{f(x)}+1}{f(x)}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang.

Xét phương trình $f(x)=0$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình này có 2 nghiệm $x_1\in(-\infty;1)$ và $x_2\in(1;+\infty)\Rightarrow$ đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm (2 tiệm cận đứng và 2 tiệm cận ngang)

---------- *Hết* ----------

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN