

Họ và tên thí sinh: Số báo danh :

Mã đề: 144

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng.:

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

Câu 2. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ trên khoảng $(3; +\infty)$ là

- A.** $4x + \ln(x-1) + C$. **B.** $x + 3\ln(x-4) + C$. **C.** $x - 4\ln(x-3) + C$. **D.** $x + 4\ln(x-3) + C$.

Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

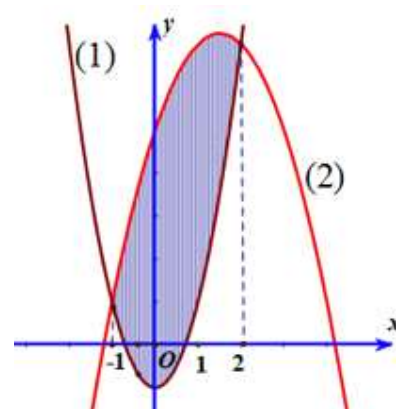
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$-$	$+$
y	2	$-\infty$	$+\infty$	2

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 4.** Nếu $\int_0^4 f(x) dx = 5$; $\int_0^5 f(x) dx = -3$ thì $\int_4^5 f(x) dx$ bằng
A. 15. **B.** -15. **C.** 8. **D.** -8.
- Câu 5.** Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 3i$ là
A. $\bar{z} = -1 - 3i$. **B.** $\bar{z} = -1 + 3i$. **C.** $\bar{z} = 1 + 3i$. **D.** $\bar{z} = 3i$.
- Câu 6.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - 4x^3$ là

A. $\sin x - 12x^2 + C$. **B.** $-\sin x + x^3 + C$. **C.** $\sin x - x^4 + C$. **D.** $-\sin x - 12x^2 + C$.

Câu 7.

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị $y = 2x^2 - 1$ ⁽¹⁾ và đồ thị $y = -x^2 + 3x + 5$ ⁽²⁾ (miền gạch sọc trên hình vẽ) được tính theo công thức nào sau đây



A. $\int_{-1}^2 (x^2 + 3x - 4) dx$. **B.** $\int_{-1}^2 (-3x^2 + 3x + 6) dx$. **C.** $\int_{-1}^2 (x^2 + 3x + 4) dx$. **D.** $\int_{-1}^2 (3x^2 - 3x - 6) dx$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-

Hàm số $y = 3 + f(4 - 5x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây

A. $(1; +\infty)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Câu 9. Với a, b là các số dương thì giá trị biểu thức $P = \log_2 a^3 + \log_3 b^2$ bằng

A. $3\log_2 a + 2\log_3 b$. **B.** $\frac{1}{3}\log_2 a + \frac{1}{2}\log_3 b$. **C.** $3\log_2 a - 2\log_3 b$. **D.**

$5 + \log_2 a + \log_3 b$.

Câu 10. Gọi $z_1; z_2$ là nghiệm phương trình $z^2 - 4z + 6 = 0$ Mô đun của số phức $w = z_1 - 3z_2$ (z_2 có phần ảo âm) là

A. 4. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{14}$.

Câu 11. Cho lăng trụ tam giác đều cạnh đáy là $2a$, chiều cao $h = 3a$. Thể tích khối lăng trụ là

A. $V = \frac{1}{3}a^3$. **B.** $V = \sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 3a^3$.

Câu 12. Khối cầu có bán kính là R có thể tích là

A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V = \frac{2}{3}\pi R^3$. **C.** $V = 4\pi R^3$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi R^3$.

Câu 13. Tập nghiệm bất phương trình $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 2) \leq 1$ là

A. $(3; 4)$. **B.** $[1; 4]$. **C.** $(1; 3)$. **D.** $(3; 4]$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 11 = 0$. Bán kính mặt cầu là

A. $R = 4$.

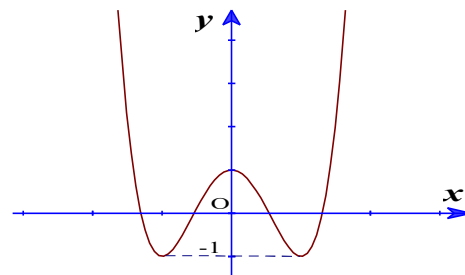
B. $R = \sqrt{11}$.

C. $R = 2$.

D. $R = 3$.

Câu 15.

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) + 3 = 0$ là



A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 16. Hình trụ có bán kính đáy là r , chiều cao là h có diện tích xung quanh là

A. $S = 2\pi rh$.

B. $S = \frac{1}{3}\pi rh$.

C. $S = \frac{2}{3}\pi rh$.

D. $S = rh$.

Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		2		-2	$+\infty$

A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $2^{-x^2+4x} = 16$ là

A. $x = 4$.

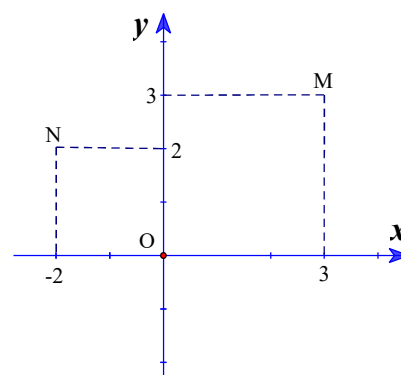
B. $x = 2$.

C. $x = -4$.

D. $x = 1$.

Câu 19.

Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm M, N lần lượt biểu diễn các số phức $z_1; z_2$ như hình vẽ bên. Tìm số phức $w = z_1 - z_2$



A. $w = 1 + i$.

B. $w = 5 - i$.

C. $w = 5 + i$.

D. $w = -5 + i$.

Câu 20. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 15x^4 - 3x^2 - 2020$ với trục hoành là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 21. Hàm số $y = 5^{2x-1}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-1)5^{2x-2}$. B. $5^{2x-1} \ln 5$. C. $2 \cdot 5^{2x-1}$. D. $2 \cdot 5^{2x-1} \ln 5$.

Câu 22. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2; u_5 = 14$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 4$. B. $d = 12$. C. $d = 7$. D. $d = 3$.

Câu 23. Một khối chóp tam giác có các cạnh đáy lần lượt là 3; 4; 5 và có chiều cao là 6 có thể tích là

- A. $V = 18$. B. $V = 36$. C. $V = 12$. D. $V = 72$.

Câu 24. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 3$ trên đoạn $\left[-3; \frac{3}{2}\right]$ là

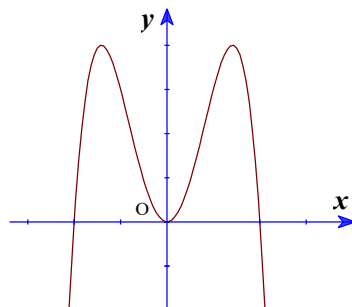
- A. -15 . B. 1 . C. $\frac{15}{8}$. D. 5 .

Câu 25. Khối chóp có chiều cao là h , diện tích đáy là B có thể tích là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{2}Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = \frac{2}{3}Bh$.

Câu 26.

Đồ thị như hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào sau đây



- A. $y = -x^4 + 4x^2$. B. $y = x^3 + 4x^2$. C. $y = x^4 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 4x^2$.

Câu 27. Hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = (1-2x)^8$ là

- A. -448 . B. -215040 . C. -1792 . D. 1792 .

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4)(x + 3)^2 \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 1 . B. 2 . C. 0 . D. 3 .

Câu 29. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3-x) + e^{x-1}$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $[1; 3)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 1 = 0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)

- A. $\vec{n} = (1; 3; 4)$. B. $\vec{n} = (2; 6; -8)$. C. $\vec{n} = (1; -3; 4)$. D. $\vec{n} = (1; -3; -4)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây

- A. $C(-1;2;0)$. B. $A(-1;2;1)$. C. $B(1;4;1)$. D. $D(-1;-2;1)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;4)$. Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào sau đây

- A. $I(0;4;1)$. B. $K(1;0;4)$. C. $H(0;1;4)$. D. $E(1;4;0)$.

Câu 33. Cho 2 số phức $z_1 = 1 + i; z_2 = 3 - i$. Phần ảo của số phức $2z_1 + 3\bar{z}_2$ là

- A. 5. B. $-2i$. C. $5i$. D. 11.

Câu 34. Khối trụ có bán kính đáy là $r = 2$, chiều cao là $h = 4$ có thể tích là

- A. $V = 4\pi$. B. $V = 8\pi$. C. $V = \frac{16}{3}\pi$. D. $V = 16\pi$.

Câu 35. Sự tăng dân số được ước tính theo công thức: $S = Ae^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết năm 2003 Việt Nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,47\%$. Nếu cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm 2025 (sau 22 năm) ước tính dân số nước ta là bao nhiêu

A. 111792390 người. B. 111792401 người. C. 111792388 người. D. 105479630 người.

Câu 36. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = 2a; BB' = 2a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và $(BCC'B')$ bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;1;-1); B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua $A; B$ và vuông góc với mặt phẳng (P)

- A. $x + 13y + 5z + 5 = 0$. B. $x - 13y + 5z + 5 = 0$. C. $x - 13y - 5z + 5 = 0$. D. $x + 13y - 5z - 5 = 0$.

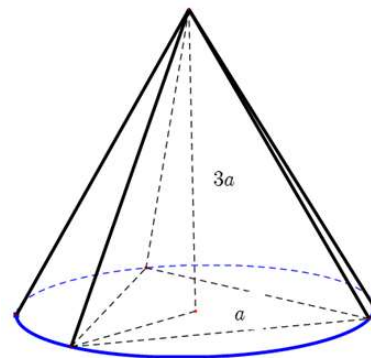
Câu 38. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i; z_2 = 3 + 2i$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức

$$z = z_1 z_2 + \frac{z_1 + z_2}{i} \text{ là}$$

- A. $(7;2)$. B. $(2;-7)$. C. $(2;7)$. D. $(-7;2)$.

Câu 39.

Cho hình nón (N) ngoại tiếp một hình chóp, đáy hình chóp là tam giác đều cạnh a , chiều cao hình chóp là $3a$. Tính thể tích khối nón xác định bởi hình nón (N) (tham khảo hình vẽ).



- A. $\frac{\pi a^3}{2}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. πa^3 . D. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 40. Cho $\log_3 15 = a; \log_3 10 = b$. Giá trị biểu thức $P = 2 + \log_{\sqrt{3}} 50$ là

A. $2a + 2b$.

B. $3a + 2b$.

C. $2a + 3b$.

D. $2a + 2b - 2$.

Câu 41.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = |3f(x) - 7|$ là

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	4	2	3	$-\infty$

A. 7.

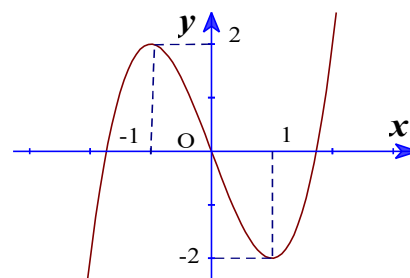
B. 5.

C. 9.

D. 11.

Câu 42.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) - x^2 + 3 < m$ nghiệm đúng $\forall x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi



A. $m \geq f(0) + 3$.

B. $m > f(0) + 3$.

C. $m \geq f(1) + 3$.

D.

$m > f(1) + 3$.

Câu 43. Một chiếc hộp có 25 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên 8 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 8 tấm thẻ được chọn số tấm thẻ mang số lẻ nhiều hơn số tấm thẻ chẵn và trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 6.

A. 0,42.

B. 0,26.

C. 0,38.

D. 0,19.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc mặt phẳng đáy. Biết góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $SA = a$ và $BA = BC = a$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua AC . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{17}}{51}a$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{7}a$.

C. $\frac{\sqrt{51}}{51}a$.

D. $\frac{\sqrt{17}}{68}a$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và thỏa mãn:

$f(x) + f'(x) = e^{-x}\sqrt{3x+1} \forall x \in [0; 5]$. Biết $f(0) = 0$, tính $f(5)$

A. $\frac{13}{e^5}$.

B. $\frac{9}{e^5}$.

C. $\frac{14}{e^5}$.

D. $\frac{11}{e^5}$.

Câu 46. Cho hai số thực dương $x; y$ thỏa mãn $\ln x + x(x+y) \geq \ln(4-y) + 4x$. Khi biểu thức $P = 8x + 16y + \frac{1}{x} + \frac{147}{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị $\frac{x}{y}$ thuộc khoảng nào sau đây

A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

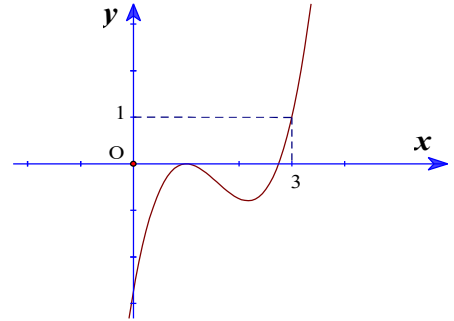
B. $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$.

D. $(1; 2)$.

Câu 47.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $(x-3)[m^3 f(2x-3) - mf(x) + f(x) - 1] \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$. Số phần tử của tập S là



A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 48. Số các giá trị nguyên của $m \in [5; 2020]$ để phương trình

$$x \log x + x e^{-\frac{1}{x}} - \left(x + e^{-\frac{1}{x}}\right)m = m \log x - 1$$
 có đúng 2 nghiệm thực là

A. 2014.

B. 2016.

C. 2015.

D. 2013.

Câu 49. Khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V = 10$. Gọi $D; E; M$ lần lượt là trung điểm các cạnh $A'C'; CC'$ và BC . Mặt phẳng (DEM) chia khối lăng trụ thành 2 khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện không chứa A .

A. 5.

B. 8.

C. 10.

D. 7.

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x^2+1}$ với m là tham số. Biết rằng trên đồ thị của hàm số có 3 điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$ phân biệt thỏa mãn $y''(x_A) = y''(x_B) = y''(x_C) = 0$ và A, B, C thẳng hàng. Giá trị thích hợp của m để đường thẳng AB đi qua điểm $S(-1; 4)$ thuộc khoảng nào sau đây?.

A. $(0; 2)$.

B. $[2; 5)$.

C. $[8; 12)$.

D. $[5; 8)$.

----- HẾT -----

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
THANH HÓA

ĐỀ THI KSCL LẦN I - NĂM 2020

MÔN: TOÁN – Ngày thi: 21/6/2020

Thời gian làm bài: 90 phút

(không kể thời gian giao đề)

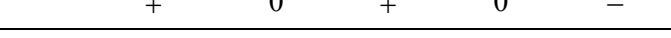
Mã Đề: 175

(Đề thi gồm 07 trang)

NHÓM TOÁN VD -
VDC

Họ và tên: SBD:

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	
y							

- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 3$ trên đoạn $\left[-3; \frac{3}{2}\right]$ là

- A. -15 . B. 5 . C. $\frac{15}{8}$. D. 1 .

Câu 3: Khối trụ có bán kính là $r = 2$, chiều cao $h = 4$ có thể tích là

- A. $V = 4\pi$. B. $V = 16\pi$. C. $\frac{16\pi}{3}$. D. 8π .

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		2		-1	$+\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1$ là

- A. $(3; 4)$. B. $[1; 4]$. C. $(3; 4]$. D. $(1; 3)$.

Câu 6: Cho a, b là các số dương thì giá trị biểu thức $P = \log_2 a^3 + \log_3 b^2$ bằng

- A. $5 + \log_2 a + \log_3 b$. B. $3 \log_2 a - 2 \log_3 b$. C. $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{2} \log_3 b$. D. $3 \log_2 a + 2 \log_3 b$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

NHÓM TOÁN VD - VDC

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = 3 + f(4 - 5x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây

- A. $(3; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(1; 2)$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - x) + e^{x-1}$

- A. $(1; 3)$. B. $[1; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 9: Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính. S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2003 Việt nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,47%. Nếu cứ tăng dân số theo tỉ lệ như vậy thì đến năm 2025 (sau 22 năm) thì ước tính dân số nước ta là bao nhiêu

- A. 111792388. B. 111792401. C. 111792390. D. 105479630.

Câu 10: Cho lăng trụ tam giác đều cạnh đáy là $2a$, chiều cao $h = 3a$. Thể tích khối lăng trụ là:

- A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Câu 11: Khối chóp có chiều cao là h , diện tích đáy là B có thể tích là:

- A. $V = \frac{2}{3}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = Bh$.

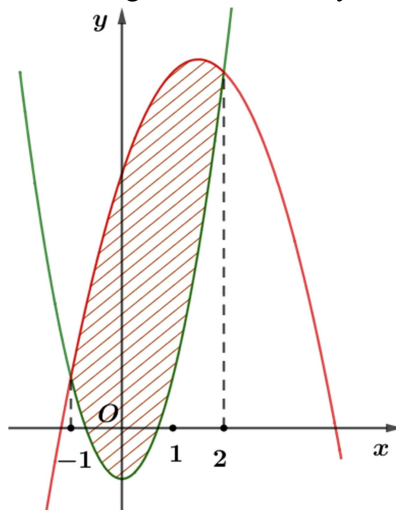
Câu 12: Nếu $\int_0^4 f(x)dx = 5$; $\int_0^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_4^5 f(x)dx$ bằng:

- A. 15. B. -15. C. 8. D. -8.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 11 = 0$. Bán kính mặt cầu là

- A. $R = \sqrt{11}$. B. $R = 2$. C. $R = 4$. D. $R = 3$.

Câu 14: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị $y = 2x^2 - 1$ và đồ thị $y = -x^2 + 3x + 5$ (miền gạch sọc như hình vẽ) được tính theo công thức nào sau đây?



- A. $\int_{-1}^2 (-3x^2 + 3x + 6)dx$. B. $\int_{-1}^2 (x^2 + 3x - 4)dx$.
C. $\int_{-1}^2 (x^2 + 3x + 4)dx$. D. $\int_{-1}^2 (3x^2 - 3x - 6)dx$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây?

- A. $D(-1;-2;1)$. B. $C(-1;2;0)$. C. $A(-1;2;1)$. D. $B(1;4;1)$.

Câu 16: Hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = (1-2x)^8$ là

- A. 1792. B. -448. C. -215040. D. -1792.

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2; u_5 = 14$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 4$. B. $d = 7$. C. $d = 12$. D. $d = 3$.

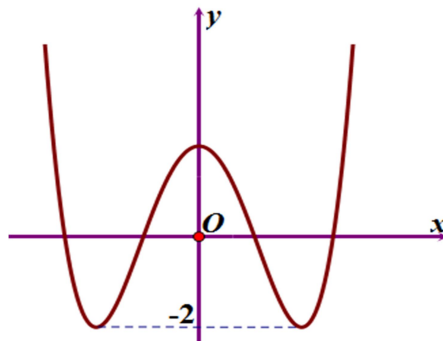
Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = 1+i; z_2 = 3-i$. Phần ảo của số phức $2z_1 + 3\overline{z_2}$ là

- A. 11. B. $-2i$. C. 5. D. $5i$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;4)$. Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào sau đây?

- A. $I(0;4;1)$. B. $K(1;0;4)$. C. $H(0;1;4)$. D. $E(1;4;0)$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) + 3 = 0$ là :



- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm mặt phẳng $(P): x+3y-4z+1=0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}(1;3;4)$. B. $\vec{n}(1;-3;4)$. C. $\vec{n}(2;6;-8)$. D. $\vec{n}(1;-3;-4)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	2	$+\infty$	2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 23: Số phức liên hợp của số phức $z = 1-3i$ là

- A. $\bar{z} = 1+3i$. B. $\bar{z} = 3i$. C. $\bar{z} = -1-3i$. D. $\bar{z} = -1+3i$.

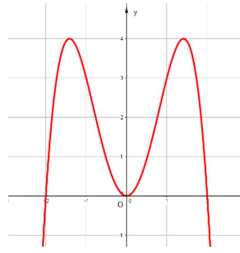
Câu 24: Một khối chóp tam giác có các cạnh đáy lần lượt là 3;4;5 và có chiều cao là 6 có thể tích là

- A. $V = 36$. B. $V = 72$. C. $V = 18$. D. $V = 12$.

Câu 25: Gọi $z_1; z_2$ là nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 6 = 0$. Môđun của số phức $w = z_1 - 3z_2$ (z_2 có phần ảo âm) là

- A. $6\sqrt{2}$. B. 4. C. $4\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{14}$.

Câu 26: Đồ thị hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



- A. $y = -x^4 + 4x^2$. B. $y = x^4 + 4x^2$. C. $y = x^4 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 27: Khối cầu có bán kính R có thể tích là

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $V = 4\pi R^3$. C. $V = \frac{2}{3}\pi R^3$. D. $V = \frac{1}{3}\pi R^2$.

Câu 28: Hình trụ có bán kính đáy là r , chiều cao h có diện tích xung quanh là

- A. $S = \frac{1}{3}\pi rh$. B. $S = rh$. C. $S = \frac{2}{3}\pi rh$. D. $S = 2\pi rh$.

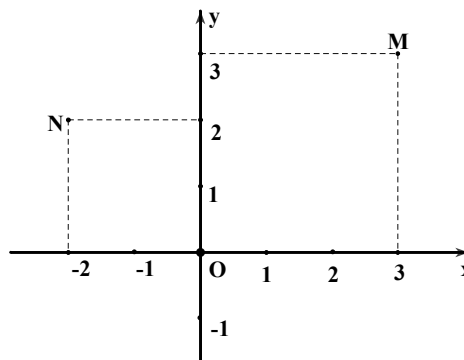
Câu 29: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - 4x^3$ là

- A. $\sin x - 12x^3 + C$. B. $\sin x - x^4 + C$. C. $-\sin x + x^3 + C$. D. $-\sin x - 12x^2 + C$.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 15x^4 - 3x^2 - 2020$ với trục hoành là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm M, N lần lượt biểu diễn các số phức z_1, z_2 như hình vẽ bên.



Tìm số phức $w = z_1 - z_2$

- A. $w = -5 + i$. B. $w = 5 + i$. C. $w = 5 - i$. D. $w = 1 + i$.

Câu 32: Nghiệm của phương trình $2^{-x^2+4x} = 16$ là

- A. $x = 4$. B. $x = -4$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4)(x + 3)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 34: Họ tất cả các nguyên hàm của của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ trên khoảng $(3; +\infty)$ là

- A. $x + 3\ln(x-4) + C$. B. $x - 4\ln(x-3) + C$.
C. $x + 4\ln(x-3) + C$. D. $4x + \ln(x-1) + C$.

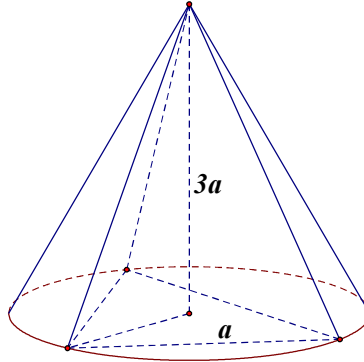
Câu 35: Hàm số $y = 5^{2x-1}$ có đạo hàm là

- A. $2.5^{2x-1} \ln 5$. B. $5^{2x-1} \ln 5$. C. $(2x-1).5^{2x-2}$. D. 2.5^{2x-1} .

Câu 36: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy là tam giác ABC vuông tại B ; $AB = 2a$; $BB' = 2a\sqrt{3}$. Góc giữa $A'B$ và $(BCC'B')$ bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 37: Cho hình nón (N) ngoại tiếp một hình chóp, đáy hình chóp là tam giác đều cạnh a , chiều cao hình chóp là $3a$. Tính thể tích khối chóp xác định bởi hình nón (N) (tham khảo hình vẽ).



- A. πa^3 . B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 38: Cho $\log_3 15 = a$, $\log_3 10 = b$. Giá trị biểu thức $P = 2 + \log_{\sqrt{3}} 50$

- A. $2a + 2b$. B. $3a + 2b$. C. $2a + 2b - 2$. D. $2a + 3b$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-1)$, $B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua A , B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

- A. $x + 13y + 5z + 5 = 0$. B. $x - 13y + 5z + 5 = 0$.
C. $x - 13y - 5z + 5 = 0$. D. $x + 13y - 5z - 5 = 0$.

Câu 40: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$; $z_2 = 3 + 2i$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = z_1 z_2 + \frac{z_1 + z_2}{i}$ là:

- A. $(-7; 2)$. B. $(2; -7)$. C. $(2; 7)$. D. $(7; 2)$.

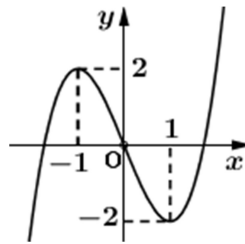
Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $SA = a$ và $BA = BC = a$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua AC . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{17}}{51} a$. B. $\frac{\sqrt{21}}{7} a$. C. $\frac{\sqrt{17}}{68} a$. D. $\frac{\sqrt{51}}{51} a$.

Câu 42: Một hộp có 25 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên 8 thẻ. Tính xác suất để trong 8 thẻ được chọn số tấm thẻ mang số lẻ nhiều hơn số tấm thẻ mang số chẵn và trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 6

- A. 0,38. B. 0,19. C. 0,26. D. 0,42.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x) - x^2 + 3 < m$ nghiệm đúng với $\forall x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

- A. $m \geq f(0) + 3$. B. $m > f(1) + 3$.
C. $m \geq f(1) + 3$. D. $m > f(0) + 3$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$			4		3	
	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = |3f(x) - 7|$ là

- A. 7. B. 11. C. 5. D. 9.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x} \sqrt{3x+1} \forall x \in [0; 5]$. Biết $f(0) = 0$. Tính $f(5)$.

- A. $\frac{13}{e^5}$. B. $\frac{14}{e^5}$. C. $\frac{9}{e^5}$. D. $\frac{11}{e^5}$.

Câu 46: Cho hai số thực dương $x; y$ thỏa mãn $\log x + x(x+y) \geq \log(4-y) + 4x$. Khi biểu thức $P = 10x + 18y + \frac{1}{x} + \frac{147}{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của tích xy thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(3; 4)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(x-3)[m^3 f(2x-3) - mf'(x) + f(x) - 1] \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$. Số phần tử của tập S là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 48: Số các giá trị nguyên của $m \in [5; 2020]$ để phương trình

$$x \log x + x e^{\frac{-1}{x}} - \left(x + e^{\frac{-1}{x}} \right) m = m \log x - 1$$
 có đúng 2 nghiệm thực là:

- A. 2013. B. 2016. C. 2014. D. 2015.

Câu 49: Khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V = 12$. Gọi D, E, M lần lượt là trung điểm các cạnh $A'C', CC'$ và BC . Mặt phẳng (DEM) chia khối lăng trụ thành 2 khối đa diện. Tính thể tích của khối đa diện không chứa điểm A .

- A. 5. B. 6. C. 10. D. 8.

Câu 50: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x^2+1}$ với m là tham số. Biết rằng trên đồ thị hàm số có 3 điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$ phân biệt thỏa mãn $y''(x_A) = y''(x_B) = y''(x_C) = 0$ và A, B, C thẳng

hàng. Giá trị thích hợp của m để đường thẳng AB đi qua điểm $S(-1; 4)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $[8; 12)$.

B. $[2; 5)$.

C. $(0; 2)$.

D. $[5; 8)$.

---HẾT---

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.A	5.C	6.D	7.A	8.D	9.C	10.C
11.B	12.D	13.C	14.A	15.C	16.D	17.D	18.C	19.C	20.C
21.C	22.A	23.A	24.D	25.C	26.A	27.B	28.D	29.B	30.C
31.B	32.D	33.A	34.C	35.A	36.B	37.D	38.A	39.C	40.D
41.B	42.B	43.A	44.A	45.B	46.D	47.B	48.B	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$		
y'		$+$	0	$+$	0	$-$			
y									
	$-\infty$			2			3		-1

A. $x = 1$.B. $x = -2$.C. $x = -1$.D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 3$ trên đoạn $\left[-3; \frac{3}{2}\right]$ là

A. -15 .B. 5 .C. $\frac{15}{8}$.D. 1 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in \left[-3; \frac{3}{2}\right] \\ x = 1 \in \left[-3; \frac{3}{2}\right] \end{cases}.$$

$$f(-3) = -15; f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{15}{8}; f(-1) = 5; f(1) = 1 \Rightarrow \max_{\left[-3; \frac{3}{2}\right]} f(x) = f(-1) = 5.$$

Câu 3: Khối trụ có bán kính là $r = 2$, chiều cao $h = 4$ có thể tích là

A. $V = 4\pi$.B. $V = 16\pi$.C. $\frac{16\pi}{3}$.D. 8π .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Thể tích của khối trụ là } V = \pi r^2 h = 16\pi.$$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$			

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1$ là

A. $(3; 4)$.

B. $[1; 4]$.

C. $(3; 4]$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

$$\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-2)(x-3) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$$

Kết hợp với điều kiện ta có $3 < x \leq 4$.

Câu 6: Cho a, b là các số dương thì giá trị biểu thức $P = \log_2 a^3 + \log_3 b^2$ bằng

A. $5 + \log_2 a + \log_3 b$.

B. $3 \log_2 a - 2 \log_3 b$.

C. $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{2} \log_3 b$.

D. $3 \log_2 a + 2 \log_3 b$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } P = \log_2 a^3 + \log_3 b^2 = 3 \log_2 a + 2 \log_3 b.$$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = 3 + f(4 - 5x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây

A. $(3; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $y' = -5f'(4-5x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow f'(4-5x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-5x = -2 \\ 4-5x = 0 \\ 4-5x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ x = \frac{4}{5} \\ x = \frac{3}{5} \end{cases}$.

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{6}{5}$	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số $y = 3 + f(4-5x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3-x) + e^{x-1}$

A. $(1; 3)$.

B. $[1; 3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3 \Rightarrow x \in (-\infty; 3)$

Tập xác định: $D = (-\infty; 3)$.

Câu 9: Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính. S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2003 Việt nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,47%. Nếu cứ tăng dân số theo tỉ lệ như vậy thì đến năm 2025 (sau 22 năm) thì ước tính dân số nước ta là bao nhiêu

A. 111792388.

B. 111792401.

C. 111792390.

D. 105479630.

Lời giải

Chọn C

Đến năm 2025 dân số của Việt nam là: $S = 80902400.e^{22.0,0147} = 111.792.390$ người

Câu 10: Cho lăng trụ tam giác đều cạnh đáy là $2a$, chiều cao $h = 3a$. Thể tích khối lăng trụ là:

A. $V = \frac{1}{3}a^3$.

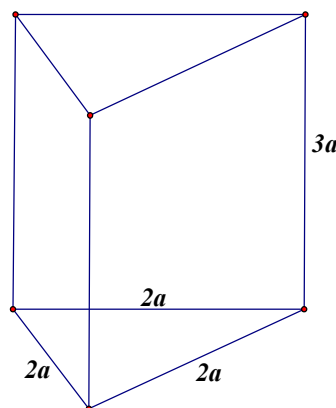
B. $V = 3a^3$.

C. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Diện tích đáy của khối lăng trụ là: $S_d = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2a)^2 = \sqrt{3}a^2$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V = h.S_d = 3a.\sqrt{3}a^2 = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 11: Khối chóp có chiều cao là h , diện tích đáy là B có thể tích là:

A. $V = \frac{2}{3}Bh$.

B. $V = \frac{1}{3}Bh$.

C. $V = \frac{1}{2}Bh$.

D. $V = Bh$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 12: Nếu $\int_0^4 f(x)dx = 5$; $\int_0^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_4^5 f(x)dx$ bằng:

A. 15.

B. -15.

C. 8.

D. -8.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_4^5 f(x)dx &= \int_4^0 f(x)dx + \int_0^5 f(x)dx \\ &= -\int_0^4 f(x)dx + \int_0^5 f(x)dx \\ &= -5 + (-3) = -8 \end{aligned}$$

Vậy $\int_4^5 f(x)dx = -8$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 11 = 0$. Bán kính mặt cầu là

A. $R = \sqrt{11}$.

B. $R = 2$.

C. $R = 4$.

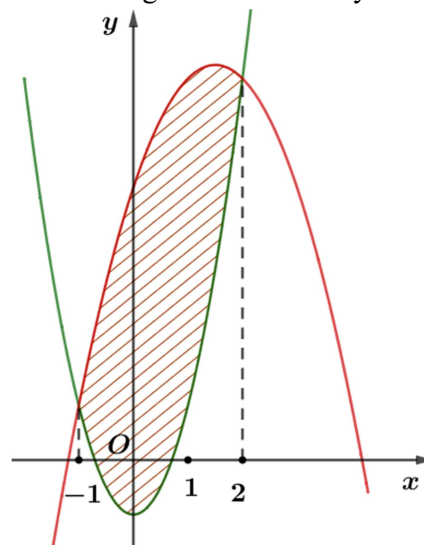
D. $R = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tâm $I(1;2;0) \Rightarrow R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2 + 11} = 4$.

Câu 14: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị $y = 2x^2 - 1$ và đồ thị $y = -x^2 + 3x + 5$ (miền gạch sọc như hình vẽ) được tính theo công thức nào sau đây?



A. $\int_{-1}^2 (-3x^2 + 3x + 6) dx.$

B. $\int_{-1}^2 (x^2 + 3x - 4) dx.$

C. $\int_{-1}^2 (x^2 + 3x + 4) dx.$

D. $\int_{-1}^2 (3x^2 - 3x - 6) dx.$

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^2 - 1 = -x^2 + 3x + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$

Do đó diện tích miền gạch sọc là $\int_{-1}^2 |2x^2 - 1 + x^2 - 3x - 5| dx = \int_{-1}^2 (-3x^2 + 3x + 6) dx.$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây?

A. $D(-1; -2; 1).$

B. $C(-1; 2; 0).$

C. $A(-1; 2; 1).$

D. $B(1; 4; 1).$

Lời giải

Chọn C

Câu 16: Hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = (1 - 2x)^8$ là

A. 1792.

B. -448.

C. -215040.

D. -1792.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát trong khai triển là $T_{k+1} = C_8^k \cdot 1^{8-k} \cdot (-2x)^k = C_8^k \cdot (-2)^k \cdot x^k.$

Số hạng chứa x^5 ứng với $k = 5$. Do đó hệ số của x^5 là $C_8^5 \cdot (-2)^5 = -1792.$

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2; u_5 = 14$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. $d = 4.$

B. $d = 7.$

C. $d = 12.$

D. $d = 3.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_5 = u_1 + 4d \Rightarrow d = \frac{u_5 - u_1}{4} = \frac{14 - 2}{4} = 3.$

Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i; z_2 = 3 - i$. Phần ảo của số phức $2z_1 + 3\overline{z_2}$ là

A. 11.

B. $-2i.$

C. 5.

D. $5i.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $2z_1 + 3\overline{z_2} = 2(1 + i) + 3(3 + i) = 11 + 5i$. Suy ra phần ảo của số phức $2z_1 + 3\overline{z_2}$ là 5.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 4)$. Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào sau đây?

A. $I(0; 4; 1).$

B. $K(1; 0; 4).$

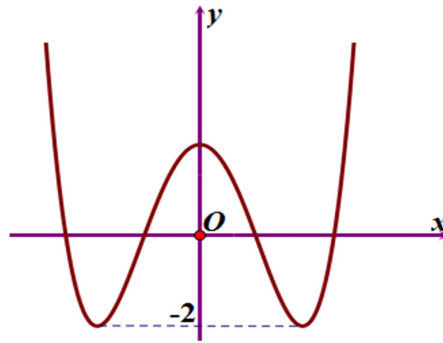
C. $H(0; 1; 4).$

D. $E(1; 4; 0).$

Lời giải

Chọn C

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) + 3 = 0$ là :



A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = -\frac{4}{3}$$

Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng

$$y = -\frac{4}{3}.$$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 1 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}(1; 3; 4)$.

B. $\vec{n}(1; -3; 4)$.

C. $\vec{n}(2; 6; -8)$.

D. $\vec{n}(1; -3; -4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	2		$+\infty$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta lại có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 2.

Câu 23: Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 3i$ là

A. $\bar{z} = 1 + 3i$.

B. $\bar{z} = 3i$.

C. $\bar{z} = -1 - 3i$.

D. $\bar{z} = -1 + 3i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 3i$ là $\bar{z} = 1 + 3i$.

- Câu 24:** Một khối chóp tam giác có các cạnh đáy lần lượt là 3; 4; 5 và có chiều cao là 6 có thể tích là
A. $V = 36$. **B.** $V = 72$. **C.** $V = 18$. **D.** $V = 12$.

Lời giải

Chọn D.

Khối chóp tam giác có đáy là một tam giác vuông (do $3^2 + 4^2 = 5^2$).

Diện tích đáy là: $B = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$.

Thể tích của khối chóp đã cho là: $V = \frac{1}{3} B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 = 12$.

- Câu 25:** Gọi $z_1; z_2$ là nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 6 = 0$. Môđun của số phức $w = z_1 - 3z_2$ (z_2 có phần ảo âm) là

A. $6\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{14}$.

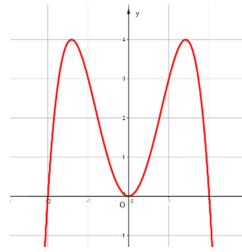
Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2 - 4z + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 + \sqrt{2}i \\ z_2 = 2 - \sqrt{2}i \end{cases}$ (z_2 có phần ảo âm).

Từ đây ta được $w = z_1 - 3z_2 = 2 + \sqrt{2}i - 3(2 - \sqrt{2}i) = -4 + 4\sqrt{2}i \Rightarrow |w| = 4\sqrt{3}$.

- Câu 26:** Đồ thị hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = -x^4 + 4x^2$. **B.** $y = x^4 + 4x^2$. **C.** $y = x^4 - 3x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phương với bề lõm quay xuống và bằng phương pháp loại suy ta chọn được đáp án A. (hệ số a âm)

- Câu 27:** Khối cầu có bán kính R có thể tích là

A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V = 4\pi R^3$. **C.** $V = \frac{2}{3}\pi R^3$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn B

Lý thuyết: Khối cầu có bán kính R có thể tích $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

- Câu 28:** Hình trụ có bán kính đáy là r , chiều cao h có diện tích xung quanh là

A. $S = \frac{1}{3}\pi rh$. **B.** $S = rh$. **C.** $S = \frac{2}{3}\pi rh$. **D.** $S = 2\pi rh$.

Lời giải

Chọn D

Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ là: $S = 2\pi rh$.

Câu 29: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - 4x^3$ là

- A. $\sin x - 12x^3 + C$. B. $\sin x - x^4 + C$. C. $-\sin x + x^3 + C$. D. $-\sin x - 12x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int (\cos x - 4x^3) dx = \int \cos x dx - 4 \int x^3 dx = \sin x - x^4 + C$.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 15x^4 - 3x^2 - 2020$ với trục hoành là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

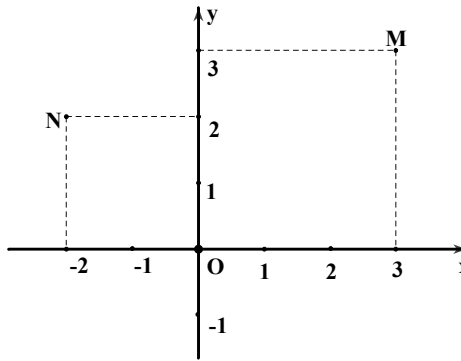
Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét phương trình } 15x^4 - 3x^2 - 2020 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3 + \sqrt{121209}}{30} \\ x^2 = \frac{3 - \sqrt{121209}}{30} (VN) \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3 + \sqrt{121209}}{30}}.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 15x^4 - 3x^2 - 2020$ với trục hoành là 2.

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm M, N lần lượt biểu diễn các số phức z_1, z_2 như hình vẽ bên.



Tìm số phức $w = z_1 - z_2$

- A. $w = -5 + i$. B. $w = 5 + i$. C. $w = 5 - i$. D. $w = 1 + i$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị trên ta có $z_1 = 3 + 3i, z_2 = -2 + 2i$.

Suy ra $w = z_1 - z_2 = (3 + 3i) - (-2 + 2i) = 5 + i$.

Câu 32: Nghiệm của phương trình $2^{-x^2+4x} = 16$ là

- A. $x = 4$. B. $x = -4$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{-x^2+4x} = 16 \Leftrightarrow -x^2 + 4x = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4)(x + 3)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4)(x + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-2	2	$+\infty$					
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$			$\searrow$		$\nearrow$			$+\infty$

Vậy số điểm cực trị của hàm số là 2.

Câu 34: Họ tất cả các nguyên hàm của của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ trên khoảng $(3; +\infty)$ là

A. $x + 3\ln(x-4) + C$.

B. $x - 4\ln(x-3) + C$.

C. $x + 4\ln(x-3) + C$.

D. $4x + \ln(x-1) + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \frac{x+1}{x-3} dx = \int \left(1 + \frac{4}{x-3}\right) dx = x + 4\ln|x-3| + C = x + 4\ln(x-3) + C$ (vì $x \in (3; +\infty)$)

Câu 35: Hàm số $y = 5^{2x-1}$ có đạo hàm là

A. $2.5^{2x-1} \ln 5$.

B. $5^{2x-1} \ln 5$.

C. $(2x-1).5^{2x-2}$.

D. 2.5^{2x-1} .

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (5^{2x-1})' = (2x-1)' \cdot 5^{2x-1} \cdot \ln 5 = 2.5^{2x-1} \cdot \ln 5$.

Câu 36: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy là tam giác ABC vuông tại B ; $AB = 2a$; $BB' = 2a\sqrt{3}$.

Góc giữa $A'B$ và $(BCC'B')$ bằng

A. 90° .

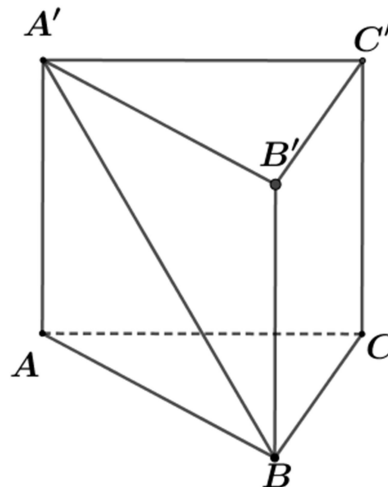
B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn B



Ta có $A'B \cap (BCC'B') = \{B\}$.

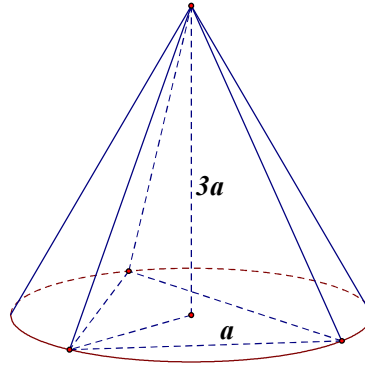
$A'B' \perp B'C'$; $A'B' \perp BB' \Rightarrow A'B' \perp (BCC'B')$ tại B' .

$\Rightarrow (A'B; (BCC'B')) = (A'B; BB') = \widehat{A'BB'}$.

Xét $\triangle A'BB'$ vuông ở B' :

$\tan B = \frac{A'B'}{BB'} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{A'BB'} = 30^\circ$.

Câu 37: Cho hình nón (N) ngoại tiếp một hình chóp, đáy hình chóp là tam giác đều cạnh a , chiều cao hình chóp là $3a$. Tính thể tích khối chóp xác định bởi hình nón (N) (tham khảo hình vẽ).



A. πa^3 .

B. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{2}$.

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đáy của hình nón là đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh a nên có bán kính là $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích khối nón (N) là : $V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot 3a = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 38: Cho $\log_3 15 = a$, $\log_3 10 = b$. Giá trị biểu thức $P = 2 + \log_{\sqrt{3}} 50$

A. $2a + 2b$.

B. $3a + 2b$.

C. $2a + 2b - 2$.

D. $2a + 3b$.

Lời giải

Chọn A

$$P = 2 + \log_{\sqrt{3}} 50 = 2 + 2\log_3 \left(\frac{15 \cdot 10}{3}\right) = 2 + 2(\log_3 15 + \log_3 10 - \log_3 3) = 2 + 2(a + b - 1) = 2a + 2b$$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-1)$, $B(2;-1;4)$ và mặt phẳng

$(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $x + 13y + 5z + 5 = 0$.

B. $x - 13y + 5z + 5 = 0$.

C. $x - 13y - 5z + 5 = 0$.

D. $x + 13y - 5z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 5)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_p} = (2; -1; 3)$.

Giả sử $\vec{n}$ là VTPT của mặt phẳng cần tìm.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{n_p} \end{cases} \Rightarrow \text{chọn } \vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{n_p} = (-1; 13; 5)$$

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(3;1;-1)$ và có VTPT $\vec{n} = (-1; 13; 5)$, có phương trình là:

$$-(x-3) + 13(y-1) + 5(z+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x + 13y + 5z - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 13y - 5z + 5 = 0.$$

Câu 40: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$; $z_2 = 3 + 2i$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = z_1 z_2 + \frac{z_1 + z_2}{i}$ là:

A. $(-7; 2)$.

B. $(2; -7)$.

C. $(2; 7)$.

D. $(7; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } z &= z_1 z_2 + \frac{z_1 + z_2}{i} = (2 + i)(3 + 2i) + \frac{(2 + i) + (3 + 2i)}{i} \\ &= 6 + 7i + 2i^2 + \frac{(5 + 3i)(-i)}{-i^2} \\ &= 4 + 7i + 3 - 5i = 7 + 2i \end{aligned}$$

Vậy tọa độ điểm biểu diễn số phức z là $(7; 2)$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $SA = a$ và $BA = BC = a$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua AC . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{17}}{51}a$.

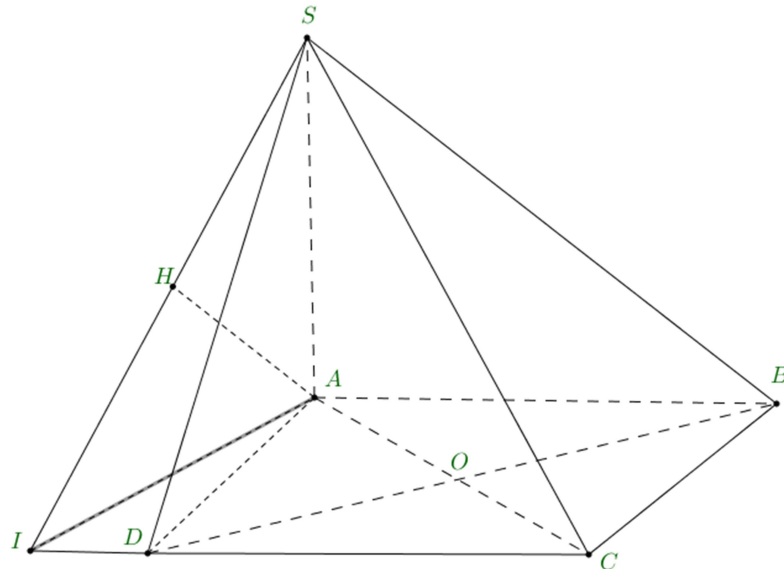
B. $\frac{\sqrt{21}}{7}a$.

C. $\frac{\sqrt{17}}{68}a$.

D. $\frac{\sqrt{51}}{51}a$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $ABCD$ là hình thoi.

$$d(B; (SCD)) = d(A; (SCD))$$

Kẻ $AI \perp DC$, $AH \perp SI$, ta có $AH \perp (SCD)$.

Suy ra $d(A; (SCD)) = AH$.

$$S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} DA \cdot DC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} AI \cdot DC.$$

$$\text{Suy ra } AI = DA \cdot \sin 120^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Vậy } d(B; (SCD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 42: Một hộp có 25 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên 8 thẻ. Tính xác suất để trong 8 thẻ được chọn số tấm thẻ mang số lẻ nhiều hơn số tấm thẻ mang số chẵn và trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 6

A. 0,38.

B. 0,19.

C. 0,26.

D. 0,42.

Lời giải

Chọn B

Chọn 8 thẻ trong 25 thẻ có C_{25}^8 cách.

Suy ra $n(\Omega) = C_{25}^8$.

Gọi A là biến cố: “8 thẻ được chọn số tấm thẻ mang số lẻ nhiều hơn số tấm thẻ mang số chẵn và trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 6”.

Từ 1 đến 25 có: 13 số lẻ

12 số chẵn trong đó có 4 số chia hết cho 6.

TH1: 7 thẻ lẻ, 1 thẻ chẵn: Có $C_{13}^7 \cdot C_4^1$ cách chọn.

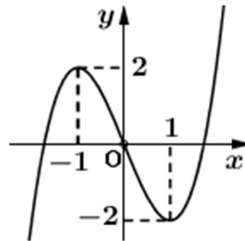
TH1: 6 thẻ lẻ, 2 thẻ chẵn: Có $C_{13}^6 \cdot C_8^1 \cdot C_4^1$ cách chọn.

TH1: 5 thẻ lẻ, 3 thẻ chẵn: Có $C_{13}^5 \cdot C_8^2 \cdot C_4^1$ cách chọn.

Suy ra $n(A) = C_{13}^7 \cdot C_4^1 + C_{13}^6 \cdot C_8^1 \cdot C_4^1 + C_{13}^5 \cdot C_8^2 \cdot C_4^1$.

$$P(A) = \frac{C_{13}^7 \cdot C_4^1 + C_{13}^6 \cdot C_8^1 \cdot C_4^1 + C_{13}^5 \cdot C_8^2 \cdot C_4^1}{C_{25}^8} = \frac{416}{2185} \approx 0,19.$$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x) - x^2 + 3 < m$ nghiệm đúng với $\forall x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq f(0) + 3$.

B. $m > f(1) + 3$.

C. $m \geq f(1) + 3$.

D. $m > f(0) + 3$.

Lời giải

Chọn A

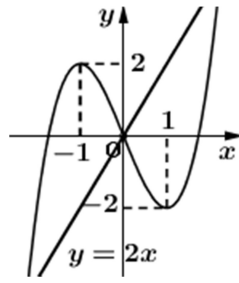
Xét hàm số $g(x) = f(x) - x^2 + 3$ trên khoảng $(-1; 1)$.

$$f(x) - x^2 + 3 < m \Leftrightarrow g(x) < m \quad (1)$$

$$g'(x) = f'(x) - 2x.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Dựa vào vị trí tương đối giữa hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 2x$:



Có bảng biến thiên:

x	-1	0	1
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$f(0)+3$		

Bất phương trình (1) nghiệm đúng với $\forall x \in (-1;1)$ khi và chỉ khi
 $\max_{(-1;1)} g(x) \leq m \Leftrightarrow g(0) \leq m \Leftrightarrow m \geq f(0)+3.$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	4	2	3	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = |3f(x) - 7|$ là

A. 7.

B. 11.

C. 5.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = 3f(x) - 7.$

$g'(x) = 3f'(x).$

Suy ra bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	0	-
$g(x)$	$-\infty$	5	-1	2	$-\infty$

Suy ra hàm số $g(x) = 3f(x) - 7$ có ba điểm cực trị và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt có hoành độ $x \notin \{-2, 0, 1\}$. Do đó số điểm cực trị của hàm số $y = |3f(x) - 7|$ bằng 7.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;5]$ và thỏa mãn
 $f(x) + f'(x) = e^{-x} \sqrt{3x+1} \quad \forall x \in [0;5].$ Biết $f(0) = 0$. Tính $f(5).$

A. $\frac{13}{e^5}.$

B. $\frac{14}{e^5}.$

C. $\frac{9}{e^5}.$

D. $\frac{11}{e^5}.$

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned}
 f(x) + f'(x) &= e^{-x} \sqrt{3x+1} \\
 \Leftrightarrow e^x \cdot f(x) + e^x f'(x) &= \sqrt{3x+1} \\
 \Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' &= \sqrt{3x+1} \\
 \Rightarrow e^x \cdot f(x) &= \int \sqrt{3x+1} dx \\
 \Rightarrow e^x \cdot f(x) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{(3x+1)^3} + C \quad (1) \\
 \text{Thay } x=0 \text{ vào (1): } f(0) &= \frac{2}{9} + C \Leftrightarrow C = -\frac{2}{9} \\
 \Rightarrow f(x) &= \frac{2}{9} \sqrt{(3x+1)^3} \cdot e^{-x} - \frac{2}{9} \cdot e^{-x} \Rightarrow f(5) = \frac{128}{9e^5} - \frac{2}{9e^5} = \frac{14}{e^5}.
 \end{aligned}$$

Câu 46: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log x + x(x+y) \geq \log(4-y) + 4x$. Khi biểu thức $P = 10x + 18y + \frac{1}{x} + \frac{147}{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của tích xy thuộc khoảng nào sau đây?

A. (2;3).

B. (3;4).

C. (0;1).

D. (1;2).

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết ta có điều kiện xác định: $\begin{cases} x > 0 \\ 0 < y < 4 \end{cases}$. Khi đó:

$$\begin{aligned}
 \log x + x(x+y) &\geq \log(4-y) + 4x \Leftrightarrow \log x + x^2 \geq \log(4-y) + x(4-y) \\
 \Leftrightarrow \log x + \log x + x^2 &\geq \log x + \log(4-y) + x(4-y) \quad (\text{Cộng cả hai vế với } \log x) \\
 \Leftrightarrow \log x^2 + x^2 &\geq \log x(4-y) + x(4-y) \quad (*).
 \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log t + t$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có: $f'(t) = \frac{1}{t \ln 10} + 1 > 0, \forall t > 0$.

Do đó hàm số $f(t)$ là hàm đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Bất phương trình (*) trở thành: $f(x^2) \geq f(x(4-y)) \Leftrightarrow x^2 \geq x(4-y) \Leftrightarrow x+y \geq 4$ do $x, y > 0$.

Khi đó ta chọn điểm rơi để đánh giá min của đẳng thức P như sau:

Ta có:

$$P = \alpha(x+y) + (10-\alpha)x + (18-\alpha)y + \frac{1}{x} + \frac{147}{y} = \alpha(x+y) + \left[(10-\alpha)x + \frac{1}{x} \right] + \left[(18-\alpha)y + \frac{147}{y} \right]$$

Ta chọn giá trị $\alpha \in (0; 10)$ thỏa mãn để ghép cặp Côsi cho các đẳng thức trong ngoặc vuông và dấu bằng xảy ra khi:

$$\begin{cases} (10-\alpha)x = \frac{1}{x} \\ (18-\alpha)y = \frac{147}{y} \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{10-\alpha}} \\ y = \sqrt{\frac{147}{18-\alpha}} \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{10-\alpha}} + \sqrt{\frac{147}{18-\alpha}} = 4 \Leftrightarrow \alpha = 6.$$

Do đó ta viết lại: $P = 6(x+y) + \left(4x + \frac{1}{x}\right) + \left(12y + \frac{147}{y}\right) \geq +6.4 + 2\sqrt{4x \cdot \frac{1}{x}} + 2\sqrt{12y \cdot \frac{147}{y}} = 112.$

Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{1}{2}; y = \frac{7}{2}$. Suy ra $x.y = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{2} = \frac{7}{4} = 1.75 \in (1; 2)$. Vậy chọn D.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(x-3)[m^3 f(2x-3) - mf(x) + f(x) - 1] \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in R$. Số phần tử của tập S là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $(x-3)[m^3 f(2x-3) - mf(x) + f(x) - 1] \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in R$ thì $x = 3$ là nghiệm của phương trình $m^3 f(2x-3) - mf(x) + f(x) - 1 = 0$

$$\Rightarrow m^3 f(2x-3) - mf(3) + f(3) - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{cases}$$

-Dựa vào đồ thị suy ra:

$$+x \leq 3 \Rightarrow 2x-3 \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} f(x) \leq 1 \\ f(2x-3) \leq 1 \end{cases}$$

$$+x \geq 3 \Rightarrow 2x-3 \geq 3 \Rightarrow \begin{cases} f(x) \geq 1 \\ f(2x-3) \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m = 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow (x-3)[f(x) - 1] \geq 0, \forall x \in R.$$

$$\&m = 1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow (x-3)[f(2x-3) - 1] \geq 0, \forall x \in R.$$

- Với $m = -1$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow (x-3)[-f(2x-3) + 2f(x) - 1] \geq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x-3)[-a(2x-3)^3 - b(2x-3)^2 - c(2x-3) - d + 2ax^3 + 2bx^2 + 2cx + 2d]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-3)[-6ax^3 + (36a-2b)x^2 + (12b-54a)x + d + 27a - 9b + 3c - 1] = +\infty \quad (a > 0)$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: Số các giá trị nguyên của $m \in [5; 2020]$ để phương trình

$$x \log x + xe^{\frac{-1}{x}} - \left(x + e^{\frac{-1}{x}}\right)m = m \log x - 1 \text{ có đúng 2 nghiệm thực là:}$$

A. 2013.

B. 2016.

C. 2014.

D. 2015.

Lời giải

Chọn B

$$x \log x + x e^{\frac{-1}{x}} - \left(x + e^{\frac{-1}{x}} \right) m = m \log x - 1 (x > 0)$$

$$\Leftrightarrow (x-m) \log x + (x-m) e^{\frac{-1}{x}} = mx - 1$$

$$\Leftrightarrow (x-m) \left(\log x + e^{\frac{-1}{x}} \right) = mx - 1$$

$$\Leftrightarrow \log x + e^{\frac{-1}{x}} = \frac{mx-1}{x-m} (x \neq m)$$

$$g(x) = \log x + e^{\frac{-1}{x}} + \frac{-mx+1}{x-m} (x \neq m; x > 0)$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{1}{x \ln 10} + \frac{1}{x^2} e^{\frac{-1}{x}} + \frac{m^2-1}{(x-m)^2} > 0, \forall x > 0 \& m \in [5; 2020]$$

Bảng biến thiên:

x	0	m	$+\infty$
$g'(x)$		+	+
$g(x)$	$+\infty$ $-\infty$	$+\infty$ $-\infty$	$+\infty$ $-\infty$

Căn cứ vào BBT thì đường thẳng $y=0$ luôn cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt.

Vậy $m \in [5; 2020] \Rightarrow 2016$ giá trị m nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 49: Khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V=12$. Gọi D, E, M lần lượt là trung điểm các cạnh $A'C', CC'$ và BC . Mặt phẳng (DEM) chia khối lăng trụ thành 2 khối đa diện. Tính thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh A .

A. 5.

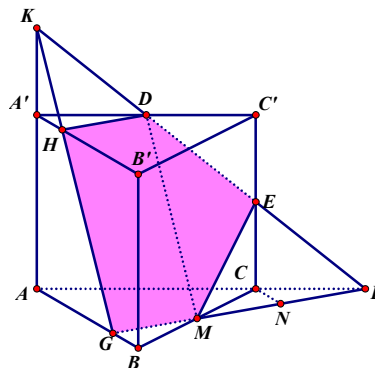
B. 6.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Chọn D



- +) Trong mặt phẳng $(ACC'A')$ kéo dài DE cắt AC và AA' tại L và K . Trong mặt phẳng (ABC) , kéo dài LM cắt AB tại G . Nối G với K cắt $A'B'$ tại H . Khi đó (DEM) chia lăng trụ thành 2 phần.
- +) Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A , khối đa diện chứa đỉnh B (không chứa đỉnh A) như hình vẽ.

$$\begin{aligned}
 &+) \text{ Ta có } KA' = C'E = CE \Rightarrow \frac{KA'}{KA} = \frac{KD}{KL} = \frac{1}{3}. \\
 &+) \frac{V_{K.AGL}}{V_{A'.AGL}} = \frac{3}{2} \Rightarrow V_{K.AGL} = \frac{3}{2} V_{A'.AGL}. \\
 &+) \frac{BG}{AG} = \frac{CN}{AG} = \frac{LC}{LA} = \frac{LE}{LK} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{BG}{AB} = \frac{1}{4} \\
 &\Rightarrow S_{\triangle AGL} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle CNL} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BGM} = S_{\triangle ABC} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{9}{8} S_{\triangle ABC} \\
 &\Rightarrow \frac{V_{A'.AGL}}{V_{A'.ABC}} = \frac{9}{8} \Rightarrow V_{A'.AGL} = \frac{9}{24} V \Rightarrow V_{K.AGL} = \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{24} V = \frac{9}{16} V. \\
 &+) \frac{V_{K.A'HD}}{V_{K.AGL}} = \frac{1}{27}; \frac{V_{L.ECF}}{V_{L.KAG}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{27} \\
 &\Rightarrow V_1 = V_{K.AGL} - \frac{1}{27} V_{K.AGL} - \frac{2}{27} V_{K.AGL} = \frac{8}{9} V_{K.AGL} = \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{24} V = \frac{1}{3} V \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3} V. \\
 &\text{Vậy thể tích phần khối đa diện không chứa điểm } A \text{ là } V_2 = \frac{2}{3} \cdot 12 = 8.
 \end{aligned}$$

Câu 50: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x^2+1}$ với m là tham số. Biết rằng trên đồ thị hàm số có 3 điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$ phân biệt thỏa mãn $y''(x_A) = y''(x_B) = y''(x_C) = 0$ và A, B, C thẳng hàng. Giá trị thích hợp của m để đường thẳng AB đi qua điểm $S(-1; 4)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $[8; 12)$.

B. $[2; 5)$.

C. $(0; 2)$.

D. $[5; 8)$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}
 &+) \text{ Ta có } y = \frac{x+m}{x^2+1} \Rightarrow y' = \frac{-x^2 - 2mx + 1}{(x^2+1)^2}. \\
 &+) y'' = \frac{(-2x-2m)(x^2+1)^2 - (-x^2-2mx+1) \cdot 2(x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^4} \\
 &= \frac{(-2x-2m)(x^2+1) - 4(-x^2-2mx+1)x}{(x^2+1)^3} = \frac{2x^3 + 6mx^2 - 6x - 2m}{(x^2+1)^3}.
 \end{aligned}$$

+) Theo giả thiết x_A, x_B, x_C là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ nên ta có

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = -3m \\ x_A x_B + x_B x_C + x_C x_A = -3 \\ x_A x_B x_C = m \end{cases} \quad (I)$$

+) Đường thẳng AB qua điểm S nên có dạng $y = k(x+1) + 4, k \neq 0$. Phương trình hoành độ giao điểm của AB và đồ thị hàm số $y = \frac{x+m}{x^2+1}$ là:

$$\begin{aligned}
 \frac{x+m}{x^2+1} &= k(x+1) + 4 \Leftrightarrow x+m = (x^2+1)[k(x+1) + 4] \\
 &\Leftrightarrow kx^3 + (k+4)x^2 + (k-1)x + k+4-m = 0.
 \end{aligned}$$

+) Áp dụng định lý Vi - ét, ta có
$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = -\frac{(k+4)}{k} \\ x_A x_B + x_B x_C + x_C x_A = \frac{k-1}{k} \quad (II). \\ x_A x_B x_C = \frac{m-k-4}{k} \end{cases}$$

+) Từ (I) và (II), ta có
$$\begin{cases} \frac{-(k+4)}{k} = -3m \\ \frac{k-1}{k} = -3 \\ \frac{m-k-4}{k} = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{4} \\ m = \frac{17}{3} \approx 5,66 \end{cases}.$$

----- HẾT -----