

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG CẤP TỈNH
THAM DỰ KỲ THI CHỌN HSG QUỐC GIA THPT
NĂM HỌC 2025-2026

Ngày thi: 18/9/2025

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 180 phút

Bài 1: (7,0 điểm) Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = \frac{1}{2}$, $(u_n - u_{n-1})(u_n - 1)(u_{n-1} + 1) = u_n u_{n-1}$ và $0 < u_n \leq u_{n-1}$ với mọi $n \geq 2$.

a) Xác định số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

b) Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Chứng minh rằng, $\ln\left(\frac{n}{2} + 1\right) < S_n < \ln(n+1)$ với mọi $n \geq 1$.

Bài 2: (7,0 điểm) Cho a là số nguyên dương, p là số nguyên tố và $A = a^{p-1} + a^{p-2} + \dots + a + 1$.

a) Chứng minh rằng, nếu d là ước nguyên tố của A thì $p = d$ hoặc $p \mid (d-1)$.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố lẻ p sao cho tồn tại a để $A+1$ là một lũy thừa bậc 5 của một số nguyên dương.

Bài 3: (6,0 điểm) Cho hai đường tròn $(I), (J)$ không cùng bán kính, tiếp xúc ngoài tại điểm M và tiếp xúc trong với đường tròn (O) tương ứng tại E, F . Tiếp tuyến chung của hai đường tròn $(I), (J)$ tại M cắt đường tròn (O) tại A, D . Đường thẳng AE cắt đường tròn (I) tại K . Đường thẳng AF cắt đường tròn (J) tại L . Đường thẳng KL cắt đường tròn (O) tại hai điểm B, C và cắt đường thẳng FE tại điểm P .

a) Chứng minh rằng M là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác DBC .

b) Chứng minh rằng ba điểm I, J, P thẳng hàng.

HẾT

Ghi chú: Giám thị không giải thích gì thêm.

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI CHỌN HSG CẤP TỈNH
THAM DỰ KỲ THI CHỌN HSG QUỐC GIA THPT
NĂM HỌC 2025-2026**

Ngày thi: 19/9/2025

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 180 phút

Bài 4: (6,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , ngoại tiếp đường tròn (I) ; D, E, F lần lượt là các tiếp điểm của đường tròn (I) với các cạnh BC, CA, AB . Gọi X là giao điểm thứ hai của AI với (O) , OX cắt (O) tại điểm thứ hai Y , YI cắt BC tại P và cắt (O) tại điểm thứ hai Q . Gọi K là điểm đối xứng với D qua YQ .

a) Chứng minh rằng ba điểm A, K, Q thẳng hàng.

b) Gọi T là hình chiếu của E lên FD . Chứng minh rằng ba đường thẳng AP, BT và OI đồng quy.

Bài 5: (7,0 điểm) Cho một bảng ô vuông kích thước 999×999 .

a) Điền vào mỗi ô của bảng một số nguyên dương. Cho phép thay đổi số ở trong bảng, theo quy tắc: giảm bớt 1 đơn vị của số ghi trong mỗi ô ở một hàng tùy ý, mà ở tất cả các ô của hàng đó đều khác 0; hoặc gấp đôi số của mỗi ô ở một cột tùy ý. Chứng minh rằng ta có thể thực hiện hữu hạn lần phép thay đổi nói trên, để tất cả các số trong bảng giống nhau.

b) Tô màu đen một số ô trong bảng sao cho trong mỗi bảng con 5×5 bất kỳ có ít nhất 8 ô được tô màu đen. Tìm số ô đen ít nhất có thể tô trên bảng ô vuông.

Bài 6: (7,0 điểm) Cho đa thức $P(x)$ với hệ số là số thực không âm và hàm số $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$ thỏa mãn

$$f(x + P(x)f(y)) = (y+1)f(x) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}^+.$$

a) Chứng minh rằng hàm số f là một song ánh và là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}^+$.

b) Tìm tất cả các hàm số f và đa thức $P(x)$ khác đa thức hằng thỏa mãn điều kiện trên và $P(0) = 0$.

HẾT

Ghi chú: Giám thị không giải thích gì thêm.

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.