

Họ và tên: SBD:

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2^x + \sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

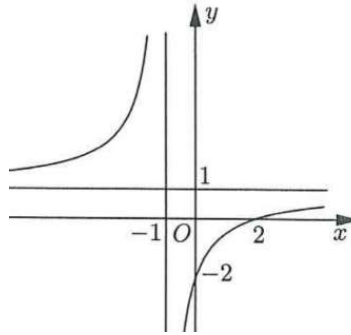
A. $\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \cos x + C$

B. $\int f(x) dx = 2^x \cdot \ln 2 + \cos x + C$

C. $\int f(x) dx = 2^x \cdot \ln 2 - \cos x + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} - \cos x + C$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị là



A. $(2; 1)$.

B. $(1; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(2; -2)$.

Câu 3. Gọi x là phần thực của số phức $z = 4 - 2i$. Khi đó, $2x$ bằng

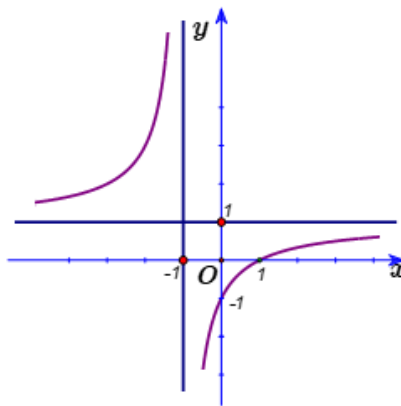
A. 4.

B. 4.

C. -4.

D. 8

Câu 4. Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{1-x}{x+1}$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5. Cho $\int \frac{1}{x^2} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x) = -\frac{1}{x}$

B. $F(x) = \frac{1}{x}$

C. $F(x) = \ln x$

D. $F(x) = \ln x^2$

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1)$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 7. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{4}$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là:

- A. $(2; -1; 0)$. B. $(-2; 1; 0)$. C. $(3; -2; 4)$. D. $(-3; -2; 4)$

Câu 8. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 8$ và $\int_1^5 f(x)dx = -4$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

- A. -12. B. 12. C. 4. D. -4.

Câu 9. Cho số phức $z = 3 - 4i$, mô đun số phức z bằng

- A. 5 B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{7}$ D. 1

Câu 10. Nếu $\int_2^4 f(x)dx = 5$ thì $\int_2^4 [1 + f(x)]dx$ bằng

- A. 11. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 11. Cho hình trụ có đường kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng a . Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. $5\pi a^2$ B. $4\pi a^2$ C. $3\pi a^2$ D. $6\pi a^2$

Câu 12. Một khối lập phương có diện tích bốn mặt bằng 36, thể tích của khối lập phương bằng

- A. 18 B. 27 C. 54 D. 12

Câu 13. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x - y + z - 5 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

- A. $Q(1; -2; 4)$ B. $N(1; -2; 0)$. C. $M(0; 0; -5)$. D. $P(0; 5; 0)$

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và công bội $q = \frac{3}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

- A. $-\frac{9}{2}$ B. $-\frac{9}{8}$ C. $\frac{9}{8}$ D. $\frac{9}{2}$

Câu 15. Trên $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là

- A. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$ B. $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$ C. $y' = \frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}}$ D. $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$

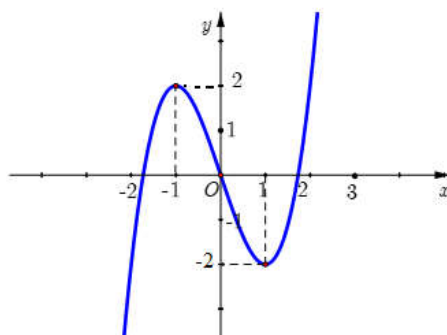
Câu 16. Ký hiệu C_5^2 là

- A. Số các tổ hợp chập 5 của 2. B. Số các tổ hợp chập 2 của 5.
C. Tổ hợp chập 2 của 5. D. Tổ hợp chập 5 của 2.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x < 16$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; 2]$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 18. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



- A. $(-2; 1)$ B. $(2; -1)$ C. $(1; -2)$ D. $(-1; 2)$

Câu 19. Cho tứ diện ABCD biết rằng khoảng cách từ điểm A đến mp(BCD) bằng 2 và diện tích tam giác BCD bằng 6. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng

- A. 4. B. 6. C. 12. D. 3.

Câu 20. Trong không gian Oxyz, góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha): x+z-1=0$ và $(\beta): y+3=0$ bằng

- A. 90^0 B. 60^0 C. 45^0 D. 0^0

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln \frac{1}{2x-1} \geq 0$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ C. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ D. $(-\infty; 1)$

Câu 22. Cho hai số phức $z_1 = 6 + 3i$ và $z_2 = 1 - 5i$. Trong mặt phẳng (Oxy), tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2$

- A. M(7; 2). B. N(1; 4). C. Q(7; -8). D. P(7; -2).

Câu 23. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu bằng

- A. 6. B. 4. C. 2. D. $\sqrt{6}$.

Câu 24. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{5x-2}$ là đường thẳng có phương trình là:

- A. $y = \frac{2}{5}$. B. $y = \frac{-1}{5}$. C. $y = \frac{-2}{5}$. D. $y = \frac{1}{5}$.

Câu 25. Cho (P) là một mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $S(O; R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính R' . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $R' > R$ B. $0 < R' < R$ C. $R > R'$ D. $R = R'$

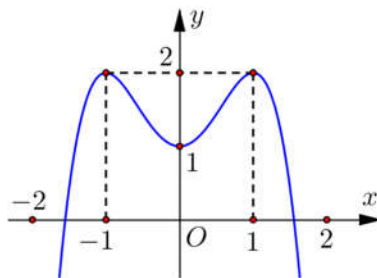
Câu 26. Một hộp chứa 21 quả cầu gồm 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9, 7 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và 5 quả màu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên ba quả từ hộp đó, xác suất để ba quả được chọn có đủ ba màu và đôi một khác số nhau là

- A. $\frac{9}{38}$ B. $\frac{9}{19}$ C. $\frac{3}{19}$ D. $\frac{24}{133}$

Câu 27. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 + 2$ và $y = 3$ quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{16\pi}{15}$ B. $\frac{104\pi}{15}$ C. $\frac{56\pi}{15}$ D. $\frac{16}{15}$

Câu 28. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



- A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 29. Tổng các nghiệm của phương trình $\log^2 x - \log x - 2 = 0$ bằng

- A. $\frac{1001}{100}$. B. 101. C. $\frac{1001}{10}$. D. 1.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(-x + 2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. (0; 2).

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				3		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. (0; 2).

B. $(-1; 3)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Câu 32. Với a là số thực dương và $a \neq 1$, $\log_a a^2$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. a^2 .

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$				4		$+\infty$

Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) + 3 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt là

A. 20.

B. 28.

C. 27.

D. 25.

Câu 34. Cho hình chóp tam giác S.ABC có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại B, $SA = AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SB và SC là

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $3f(3) = -6 + f(1)$. Biết rằng

$$I = \int_1^{e^2} \frac{f(\sqrt{4\ln x + 1})}{x\sqrt{4\ln x + 1}} dx = 3. \text{ Khi đó, } \int_1^3 x f'(x) dx \text{ bằng}$$

A. -12.

B. -9.

C. $-\frac{15}{2}$.

D. 0.

Câu 36. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết khoảng cách

giữa đường thẳng $B'C'$ với mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$, thể tích của khối lăng trụ bằng

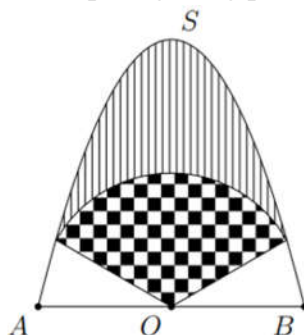
A. $\frac{3\sqrt{5}}{20}a^3$

B. $\frac{3}{8}a^3$

C. $\frac{3\sqrt{7}}{28}a^3$

D. $\frac{3\sqrt{2}}{8}a^3$

Câu 37. Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh S như hình vẽ



Biết $OS = AB = 4 \text{ m}$, O là trung điểm AB . Parabol được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức phí như sau: phần trên là phần kẻ sọc có giá 120000 đồng/m^2 , phần giữa là hình quạt tâm O , bán kính 2 m được tô đậm có giá 140000 đồng/m^2 , phần còn lại có giá 160000 đồng/m^2 . Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần số nào sau đây nhất?

- A. 1444000 đồng B. 1493000 đồng C. 1450000 đồng D. 1488000 đồng

Câu 38. Cho z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6}$.

Giá trị của biểu thức $P = |2z_1 + z_2|$ là

- A. $P = 3$. B. 4. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = 2$.

Câu 39. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ biết $AB = a$ và $SA = 2a$. Tính chiều cao của hình chóp.

- A. $\frac{a\sqrt{33}}{9}$. B. $\frac{a\sqrt{33}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{141}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 40. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z+3| = |\bar{z}+2i-1|$ là một đường thẳng, đường thẳng đó đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(1;1)$ B. $(-1;1)$ C. $(-1;-1)$ D. $(1;-1)$

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A , song song với cả (P) và (Q) là:

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-4}$.

Câu 42. Tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x \left(\log_3 \frac{9^x - 328}{78} \right) < 1$ là

- A. 7 B. 5 C. 9 D. 12

Câu 43. Trong không gian, cho điểm $A(2;-1;1)$ và điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz . Điểm A' nằm trên mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

- A. $3x + 2y + 5z - 1 = 0$ B. $3x + 5y + z + 2 = 0$
C. $2x + 4y + z + 1 = 0$ D. $3x + 4y - z - 1 = 0$

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x^4 - 4(4+m)x^3 + 12(3-m)x + 2$ có ba điểm cực trị?

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 4

Câu 45. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?

- A. 1 B. 4 C. 3 D. 2

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_2(3x^2 + 2x + 3y^2 + 2y)^2 + \log_3(x^2 + y^2)^3 \leq 3\log_3[7(x^2 + y^2) + 4(x + y)] + 2\log_2(x + y)?$$

- A. 7 B. 6 C. 8 D. 9

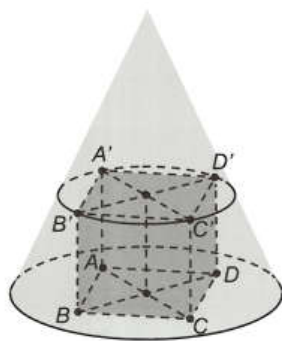
Câu 47. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2mx^4 + 2m} \geq 0 \text{ đúng với mọi } x \in \mathbb{R} \text{ là } S = [a; b].$$

Tính $a\sqrt{2} + 8b$

- A. 2. B. 6. C. 5. D. 3.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi (N) là một hình nón có tâm đường tròn đáy trùng với tâm của hình vuông $ABCD$, đồng thời các điểm A', B', C', D' nằm trên các đường sinh của hình nón như hình vẽ.



Thể tích khối nón (N) có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $\frac{9\pi}{8}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{9\pi}{16}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4$, $\widehat{ACB} = 150^\circ$. Ba điểm A, B, C thay đổi nhưng luôn thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 6y + 4z + 4 = 0$; ba điểm A', B', C' luôn thuộc $(P): x + 2y + 2z + 23 = 0$. Thể tích lớn nhất của tứ diện $ABC'B'$ bằng

- A. $\frac{40(2-\sqrt{3})}{3}$. B. $\frac{24}{4-\sqrt{3}}$. C. $\frac{8}{4-\sqrt{3}}$ D. $80(2-\sqrt{3})$.

Câu 50. Trong không gian Oxyz, cho điểm $H(a; 2; 5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Biết rằng, (P) song song với đường thẳng đi qua hai điểm $M(3; 1; 7)$ và $N(7; 4; 5)$. Phương trình mp(P) là:

- A. $x + 2y + 5z - 30 = 0$ B. $2x + 4y + 10z - 2 = 0$
C. $x + 2y + 5z + 30 = 0$ D. $2x + 4y - 10z + 1 = 0$

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.D	4.A	5.A	6.D	7.C	8	9.A	10.C
11.B	12.B	13.B	14.A	15.B	16.B	17.D	18.C	19.A	20.A
21.C	22.D	23.C	24.D	25.D	26.C	27.B	28.B	29.C	30.C
31.A	32.B	33.A	34.C	35.A	36.A	37.A	38.D	39.B	40.B
41.C	42.A	43.A	44.B	45.C	46.C	47.A	48.A	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2^x + \sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \cos x + C.$

B. $\int f(x) dx = 2^x \cdot \ln 2 + \cos x + C.$

C. $\int f(x) dx = 2^x \cdot \ln 2 - \cos x + C.$

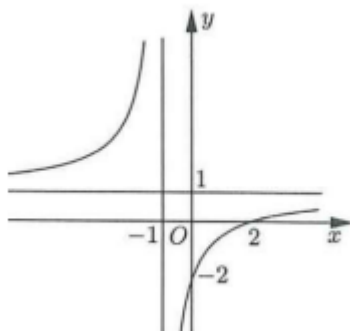
D. $\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} - \cos x + C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int (2^x + \sin x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} - \cos x + C.$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Toạ độ giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị là



A. $(2;1).$

B. $(1;-1).$

C. $(-1;1).$

D. $(2;-2).$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường tiệm cận đứng $x = -1$, đường tiệm cận ngang $y = 1$. Suy ra giao điểm của hai đường tiệm cận là $(-1;1).$

Câu 3: Gọi x là phần thực của số phức $z = 4 - 2i$. Khi đó, $2x$ bằng

A. 4.

B. $4i.$

C. $-4.$

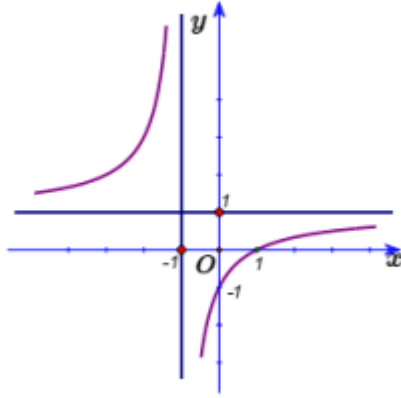
D. 8.

Lời giải

Chọn D

Số phức $z = 4 - 2i$ có phần thực $x = 4$, suy ra $2x = 2 \cdot 4 = 8.$

Câu 4: Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{1-x}{x+1}$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường tiệm cận đứng $x = -1$, đường tiệm cận ngang $y = 1$

Vậy đồ thị hàm số đó là $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 5: Cho $\int \frac{1}{x^2} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x) = -\frac{1}{x}$.

B. $F(x) = \frac{1}{x}$.

C. $F(x) = \ln x$.

D. $F(x) = \ln x^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$ mà $\int \frac{1}{x^2} dx = F(x) + C$, suy ra $F(x) = -\frac{1}{x}$.

Vậy $F(x) = -\frac{1}{x}$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{4}$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là:

A. $(2; -1; 0)$.

B. $(-2; 1; 0)$.

C. $(3; -2; 4)$.

D. $(-3; -2; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 8$ và $\int_1^5 f(x) dx = -4$ thì $\int_3^5 f(x) dx$ bằng

A. -12 .

B. 12 .

C. 4 .

D. -4 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có : } \int_3^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx = -4 - 8 = -12$$

Câu 9: Cho số phức $z = 3 - 4i$, mô đun số phức z bằng

- A.** 5. **B.** $\sqrt{12}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$$|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Câu 10: Nếu $\int_2^4 f(x) dx = 5$ thì $\int_2^4 [1 + f(x)] dx$ bằng

- A.** 11. **B.** 6.
C. 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$$\int_2^4 [1 + f(x)] dx = \int_2^4 1 dx + \int_2^4 f(x) dx = 2 + 5 = 7$$

Câu 11: Cho hình trụ có đường kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng a . Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A.** $5\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Hình trụ có đường kính đáy bằng $2a \Rightarrow r = a$

Diện tích toàn phần của hình trụ bằng $S_p = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot a \cdot a + 2\pi \cdot a^2 = 4\pi a^2$.

Câu 12: Một khối lập phương có diện tích bốn mặt bằng 36, thể tích của khối lập phương bằng

- A.** 18. **B.** 27. **C.** 54. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Gọi cạnh của hình lập phương bằng x .

Ta có diện tích bốn mặt của hình lập phương bằng $4x^2 = 36 \Leftrightarrow x = 3$.

Thể tích của khối lập phương bằng $x^3 = 3^3 = 27$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x - y + z - 5 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A.** $Q(1; -2; 4)$. **B.** $N(1; -2; 0)$. **C.** $M(0; 0; -5)$. **D.** $P(0; 5; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm vào mặt phẳng (P) ta có $N(1; -2; 0) \in (P)$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và công bội $q = \frac{3}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

A. $-\frac{9}{2}$.

B. $-\frac{9}{8}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_3 = u_1 \cdot q^2 = -2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{9}{2}$.

Câu 15: Trên $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$.

B. $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.

C. $y' = \frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}}$.

D. $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^{\frac{4}{3}} \Rightarrow y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 16: Kí hiệu C_5^2 là

A. Số các tổ hợp chập 5 của 2.

B. Số các tổ hợp chập 2 của 5.

C. Tổ hợp chập 2 của 5.

D. Tổ hợp chập 5 của 2.

Lời giải

Chọn B

Kí hiệu C_5^2 là số các tổ hợp chập 2 của 5.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x < 16$ là

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-\infty; 2]$.

C. $(0; 2)$.

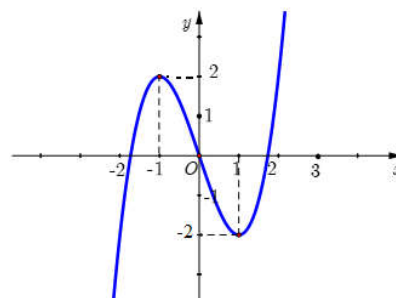
D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$4^x < 16 \Leftrightarrow 4^x < 4^2 \Leftrightarrow x < 2$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 2)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-2; 1)$.

B. $(2; -1)$.

C. $(1; -2)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(1; -2)$.

- Câu 19:** Cho tứ diện $ABCD$ biết rằng khoảng cách từ điểm A đến $mp(BCD)$ bằng 2 và diện tích tam giác BCD bằng 6. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng
- A.** 4. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tứ diện đã cho bằng $V = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot d(A, (BCD)) = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 2 = 4$.

- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$ và $(\beta): y + 3 = 0$ bằng
- A.** 90° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 0° .

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$ và $(\beta): y + 3 = 0$ có VTPT lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 0; 1)$ và $\vec{n}_2 = (0; 1; 0)$.

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$. Suy ra $(\alpha) \perp (\beta)$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là 90° .

- Câu 21:** Tập nghiệm của bất phương trình $\ln \frac{1}{2x-1} \geq 0$ là
- A.** $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. **C.** $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\frac{1}{2x-1} > 0 \Leftrightarrow 2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Ta có $\ln \frac{1}{2x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2x-1} \geq 1 \Leftrightarrow 2x-1 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Kết hợp với điều kiện ta có: $\frac{1}{2} < x \leq 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

- Câu 22:** Cho hai số phức $z_1 = 6 + 3i$ và $z_2 = 1 - 5i$. Trong mặt phẳng (Oxy) , tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2$
- A.** $M(7; 2)$. **B.** $N(1; 4)$. **C.** $Q(7; -8)$. **D.** $P(7; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = z_1 + z_2 = (6 + 3i) + (1 - 5i) = 7 - 2i$.

Vậy tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2$ là điểm $P(7; -2)$.

- Câu 23:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu bằng
- A.** 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S) .

Ta có $I(1;2;1)$.

Vậy $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} - 2 = 2$.

Câu 24: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{5x-2}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y = \frac{2}{5}$.

B. $y = -\frac{1}{5}$.

C. $y = -\frac{2}{5}$.

D. $y = \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{5x-2} = \frac{1}{5}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{5x-2} = \frac{1}{5}$.

Vậy $y = \frac{1}{5}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 25: Cho (P) là một mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính R' . Khẳng định nào sau đây đúng

A. $R' > R$.

B. $0 < R' < R$.

C. $R > R'$.

D. $R = R'$.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng (P) đi qua tâm O , suy ra mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Vậy $R = R'$.

Câu 26: Một hộp chứa 21 quả cầu gồm 9 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 9, 7 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và 5 quả cầu màu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên ba quả từ hộp đó, xác suất để ba quả được chọn có đủ ba màu và đôi một khác số nhau là

A. $\frac{9}{38}$.

B. $\frac{9}{19}$.

C. $\frac{3}{19}$.

D. $\frac{24}{133}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega) = C_{21}^3 = 1330$

Gọi A là biến cố chọn ba quả cầu đủ ba màu và đôi một khác nhau.

Chọn 1 quả cầu màu vàng C_5^1 .

Chọn 1 quả cầu màu đỏ C_7^1

Chọn 1 quả cầu màu xanh C_9^1

$\Rightarrow n(A) = C_5^1 \cdot C_7^1 \cdot C_9^1 = 210$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{210}{1330} = \frac{3}{19}.$$

Câu 27: Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 + 2$ và $y = 3$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$.

B. $\frac{104\pi}{15}$.

C. $\frac{56\pi}{15}$.

D. $\frac{16}{15}$.

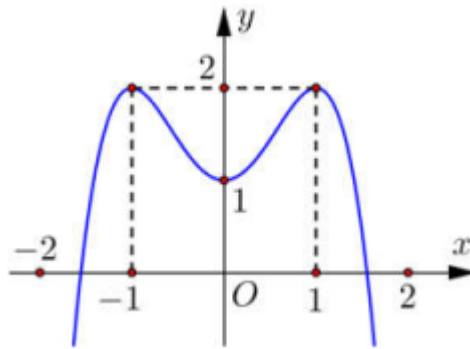
Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + 2 = 3 \Rightarrow x = \pm 1$.

$$\Rightarrow V = \pi \int_{-1}^1 \left| (x^2 + 2)^2 - 3^2 \right| dx = \frac{104\pi}{15}.$$

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. -1

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$ giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 1$.

Câu 29: Tổng các nghiệm của phương trình $\log^2 x - \log x - 2 = 0$ bằng

A. $\frac{1001}{100}$.

B. 101.

C. $\frac{1001}{10}$.

D. 1

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log^2 x - \log x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 2 \\ \log x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 100 \\ x_2 = \frac{1}{10} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{1001}{10}.$$

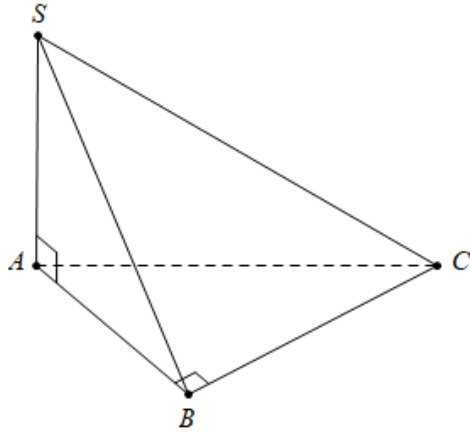
Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(2 - x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C



Góc $(\widehat{SB;SC}) = \widehat{BSC}$.

Ta có $BC \perp SA$ và $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp SB$.

$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{2}$, suy ra tam giác SBC vuông cân tại $B \Rightarrow \widehat{BSC} = 45^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng SB và SC bằng 45° .

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $3f(3) = -6 + f(1)$. Biết rằng

$$I = \int_1^{e^2} \frac{f(\sqrt{4\ln x + 1})}{x\sqrt{4\ln x + 1}} dx = 3. \text{ Khi đó } I = \int_1^3 xf'(x) dx \text{ bằng}$$

A. -12.

B. -9.

C. $-\frac{15}{2}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét } I = \int_1^{e^2} \frac{f(\sqrt{4\ln x + 1})}{x\sqrt{4\ln x + 1}} dx = 3,$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{4\ln x + 1} \Rightarrow t^2 = 4\ln x + 1 \Rightarrow 2tdt = \frac{4dx}{x} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{tdt}{2}.$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow t = 1; x = e^2 \Rightarrow t = 3.$$

$$\text{Do đó } I = \int_1^3 f(t) \frac{dt}{2} = 3 \Rightarrow \int_1^3 f(t) dt = 6.$$

$$\text{Xét } I = \int_1^3 xf'(x) dx = \int_1^3 xd(f(x)) = xf(x) \Big|_1^3 - \int_1^3 f(x) dx = 3f(3) - f(1) - 6 = -12.$$

Câu 36: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh a . Biết khoảng cách giữa đường thẳng $B'C'$ với mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$, thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3\sqrt{5}}{20}a^3$.

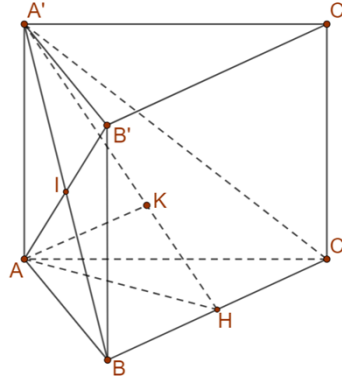
B. $\frac{3}{8}a^3$.

C. $\frac{3\sqrt{7}}{28}a^3$.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{8}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB' \cap A'B = I$ là trung điểm của mỗi đường.

$$d(B'C', (A'BC)) = d(B', (A'BC)) = \frac{B'I}{AI} d(A, (A'BC)) = d(A, (A'BC)).$$

Kẻ $AH \perp BC$ (H là trung điểm của BC) suy ra

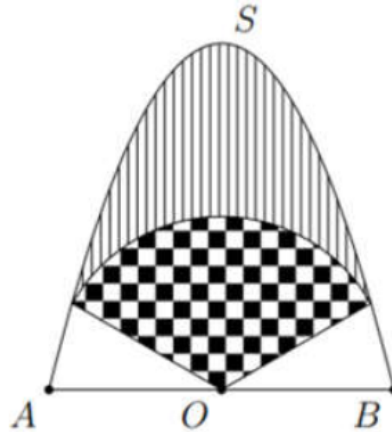
$$BC \perp (A'AH) \Rightarrow (A'BC) \perp (A'AH), (A'BC) \cap (A'AH) = A'H.$$

$$\text{Kẻ } AK \perp A'H \Rightarrow AK \perp (A'AB) \Rightarrow d(A, (A'AB)) = AK = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta lại có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AA'^2} \Rightarrow AA' = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy thể tích của lăng trụ là } V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{15}}{5} a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{5}}{20} a^3.$$

Câu 37: Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh như hình vẽ



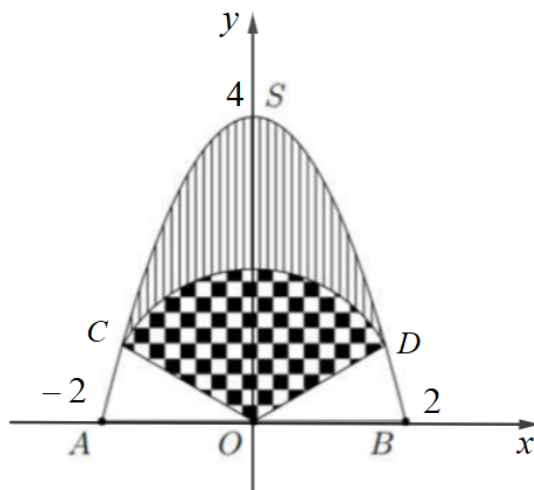
Biết $OS = AB = 4m$, O là trung điểm của AB . Parabol được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức phí như sau: phần trên là phần kẻ sọc có giá 120.000 đồng/m², phần giữa hình là hình quạt tâm O , bán kính $2m$ được tô đậm có giá 140.000 đồng/m², phần còn lại có giá 160.000 đồng/m². Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần số nào sau đây nhất?

- A.** 1.444.000 đồng. **B.** 1.493.000 đồng. **C.** 1.450.000 đồng. **D.** 1.488.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ



Ta có parabol (P) $y = ax^2 + b$. $S(0; 4) \in (P): 4 = b, A(-2; 0) \in (P) \Rightarrow 4a + b = 0 \Rightarrow a = -1$.

Vậy (P): $y = -x^2 + 4$.

Xét đường tròn tâm O bán kính 2 có phương trình $x^2 + y^2 = 4 (C) \Rightarrow y = \pm \sqrt{4 - x^2}$.

Vậy ta có giao điểm giữa (P) và (C) thỏa mãn:

$$y^2 - y + 4 = 4 \Leftrightarrow y^2 - y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow A(-2; 0), B(2; 0) \\ y = 1 \Rightarrow x = \pm \sqrt{3} \Rightarrow C(-\sqrt{3}; 1), D(\sqrt{3}; 1) \end{cases}$$

Gọi S là diện tích của toàn bộ parabol, S_1 là diện tích phần gạch sọc, S_2 là diện tích quạt, S_3 là diện tích còn lại. Ta có

$$S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \frac{32}{3}.$$

$$S_1 = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (4 - x^2 - \sqrt{4 - x^2}) dx = \frac{-4}{3} \pi + 5\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{COD} = \frac{OC^2 + OD^2 - CD^2}{2OC \cdot OD} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{COD} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow S_2 = \frac{\pi}{3} \cdot 4 = \frac{4\pi}{3}.$$

$$S_3 = S - S_1 - S_2 = \frac{32}{3} - 5\sqrt{3}. \text{ Vậy tổng tiền là}$$

$$120000 \cdot \left(\frac{-4}{3} \pi + 5\sqrt{3} \right) + 140000 \cdot \left(\frac{4\pi}{3} \right) + 160000 \cdot \left(\frac{32}{3} - 5\sqrt{3} \right) \approx 1444000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 38: Cho z_1, z_2 là số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6}$. Giá trị của biểu thức $P = |2z_1 + z_2|$ là

A. $P = 3$.

B. $P = 4$.

C. $P = \sqrt{3}$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$|z_1| = |z_2| = 1 \Rightarrow z_1 \overline{z_1} = 1, z_2 \overline{z_2} = 1.$$

$$|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6} \Rightarrow (z_1 - 2z_2)(\overline{z_1 - 2z_2}) = 6 \Rightarrow z_1\overline{z_1} + 4z_2\overline{z_2} - 2(z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2) = 6 \Rightarrow z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2 = -\frac{1}{2}.$$

Suy ra

$$P^2 = |2z_1 + z_2|^2 = (2z_1 + z_2)(2\overline{z_1} + \overline{z_2}) = 4z_1\overline{z_1} + z_2\overline{z_2} + 2(z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2) = 4 \Rightarrow P = 2.$$

Câu 39: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết $AB = a$ và $SA = 2a$. Tính chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a\sqrt{33}}{9}$

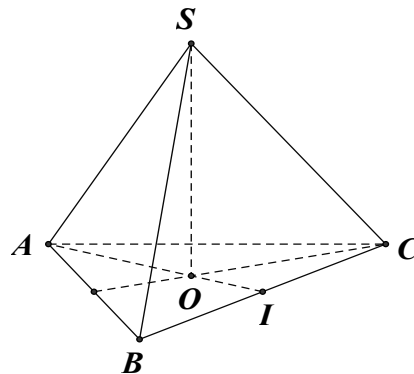
B. $V = \frac{a\sqrt{33}}{3}$

C. $V = \frac{a\sqrt{141}}{6}$

D. $V = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Lời giải

Chọn B



Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC , khi đó AI là đường cao của tam giác đáy. Chiều cao của chóp là SO

Theo định lý Pitago ta có $AI = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, và $AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2a\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 3| = |\overline{z} + 2i - 1|$ là một đường thẳng, đường thẳng đó đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1; 1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-1; -1)$.

D. $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \overline{z} = x - yi$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Ta có: $|z + 3| = |\overline{z} + 2i - 1| \Leftrightarrow |x + yi + 3| = |x - yi + 2i - 1|$

$\Leftrightarrow |(x + 3) + yi| = |(x - 1) + (2 - y)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 3)^2 + y^2} = \sqrt{(x - 1)^2 + (2 - y)^2}$

$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 = x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 \Leftrightarrow 8x + 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 1 = 0$.

Lại có: $2 \cdot (-1) + 1 + 1 = 0$ nên đường thẳng đi qua điểm $(-1; 1)$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng đi qua điểm $(-1; 1)$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+1=0$, $(Q): 2x-y+2z-1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (2; 2; 1) \\ \vec{n}_{(Q)} = (2; -1; 2) \end{cases}$ và $[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (5; -2; -6)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) , nên d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5; -2; -6)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ nên có phương trình: $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$.

Câu 42: Tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x \left(\log_3 \frac{9^x - 328}{78} \right) < 1$ là

- A. 7.** B. 5. C. 9. D. 12.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ 9^x > 328 \end{cases} \Leftrightarrow x > \log_9 328$.

Khi đó

$$\log_x \left(\log_3 \frac{9^x - 328}{78} \right) < 1 \Leftrightarrow \log_3 \frac{9^x - 328}{78} < x$$

$$\Leftrightarrow 9^x - 328 < 78 \cdot 3^x \Leftrightarrow 3^{2x} - 78 \cdot 3^x - 328 < 0$$

$$\Leftrightarrow 3^x < 82 \Leftrightarrow x < \log_3 82.$$

So với điều kiện, suy ra $\log_9 328 < x < \log_3 82$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{3; 4\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x \left(\log_3 \frac{9^x - 328}{78} \right) < 1$ là 7.

Câu 43: Trong không gian, cho điểm $A(2; -1; 1)$ và điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz .

Điểm A' nằm trên mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

- A. $3x+2y+5z-1=0$.** B. $3x+5y+z+2=0$.
C. $2x+4y+z+1=0$. D. $3x+4y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz suy ra $A'(-2; 1; 1)$.

Thay tọa độ điểm $A'(-2; 1; 1)$ vào phương trình mặt phẳng $3x+2y+5z-1=0$ ta được

$$3(-2)+2.1+5.1-1=0 \text{ thỏa mãn.}$$

Vậy điểm A' nằm trên mặt phẳng $3x+2y+5z-1=0$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x^4 - 4(4+m)x^3 + 12(3-m)x + 2$ có ba điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 12x^3 - 12(4+m)x^2 + 12(3-m)$ nên

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 3 = (x^2 + 1)m \Leftrightarrow m = x - 4 + \frac{-x+7}{x^2+1}.$$

$$\text{Đặt } f(x) = x - 4 + \frac{-x+7}{x^2+1}, f'(x) = 1 + \frac{x^2-14x-1}{(x^2+1)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^4 + 3x^2 - 14x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						
			3			$+\infty$
	$-\infty$			-1		

Hàm số $y = 3x^4 - 4(4+m)x^3 + 12(3-m)x + 2$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình

$$m = x - 4 + \frac{-x+7}{x^2+1} \text{ có ba nghiệm phân biệt.}$$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-1 < m < 3$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 45: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } |z|(z-5-i)+2i=(6-i)z \Leftrightarrow (|z|-6+i)z=5|z|+(|z|-2)i \quad (1)$$

Lấy môđun hai vế của (1) ta có:

$$\sqrt{(|z|-6)^2+1} \cdot |z| = \sqrt{25|z|^2+(|z|-2)^2}$$

Bình phương và rút gọn ta được:

$$|z|^4 - 12|z|^3 + 11|z|^2 + 4|z| - 4 = 0 \Leftrightarrow (|z|-1)(|z|^3 - 11|z|^2 + 4|z| + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |z|=1 \\ |z|^3 - 11|z|^2 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z|=1 \\ |z|=10,9667... \\ |z|=0,62... \\ |z|=-0,587... \end{cases}$$

Do $|z| \geq 0$, nên ta có $|z|=1$, $|z|=10,9667...$, $|z|=0,62...$. Thay vào (1) ta có 3 số phức thỏa mãn đề bài.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_2(3x^2 + 2x + 3y^2 + 2y)^2 + \log_3(x^2 + y^2)^3 \leq 3\log_3[7(x^2 + y^2) + 4(x + y)] + 2\log_2(x + y)?$$

A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x + y > 0$.

Đặt $\begin{cases} u = x + y \\ v = x^2 + y^2 \end{cases} (u, v > 0)$. Thì bất phương trình trở thành:

$$2\log_2(2u + 3v) + 3\log_3 v \leq 3\log_3(4u + 7v) + 2\log_2 u$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2\left(2 + 3\frac{v}{u}\right) - 3\log_3\left(7 + 4\frac{u}{v}\right) \leq 0$$

Đặt $\frac{u}{v} = t (t > 0)$ thì bất phương trình trở thành: $2\log_2\left(2 + \frac{3}{t}\right) - 3\log_3(7 + 4t) \leq 0$

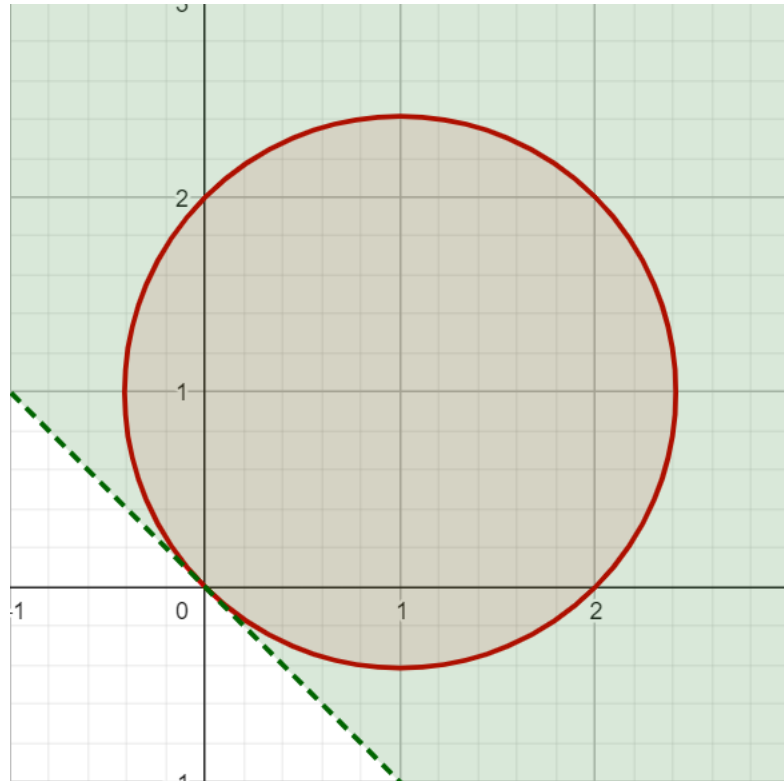
Xét hàm số $f(t) = 2\log_2\left(2 + \frac{3}{t}\right) - 3\log_3(7 + 4t) (t > 0)$

$$\Rightarrow f'(t) = \frac{-6}{(2t^2 + 3t)\ln 2} - \frac{12}{(7 + 4t)\ln 3} < 0 \quad \forall t > 0$$

Nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ mà $f(0,5) = 0$ nên $f(t) \leq f(0,5) \Leftrightarrow t \geq 0,5$.

$$\frac{x + y}{x^2 + y^2} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y \leq 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 2. (*)$$

Từ (*) và kết hợp điều kiện ban đầu $x + y > 0$ và mô tả miền nghiệm trên cùng hệ trục tọa độ với (*) ta được:



Dựa vào hình ảnh miền nghiệm ta thấy có 8 cặp số $(x; y)$ nguyên thỏa mãn.

Câu 47: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2mx^4 + 2m} \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là $S = [a; b]$. Tính $a\sqrt{2} + 8b$

A. 2.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2mx^4 + 2m} \geq 0 \Leftrightarrow x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2m(x^4 + 1)} \geq 0$$

Điều kiện của bất phương trình $m \geq 0$.

$$\text{Ta có } x^4 + 1 - x^2 = (x^2 - \sqrt{3}x + 1)(x^2 + \sqrt{3}x + 1) > 0$$

$$+ \text{Với } x \geq 0 \Rightarrow x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2mx^4 + 2m} \geq 0, \forall m \geq 0.$$

$$+ \text{Với } x < 0 \Rightarrow x^4 + 1 - x^2 - \sqrt{2mx^2(x^4 + 1)} \geq 0.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} b_1 = x^4 + 1 \\ b_2 = x^2 \end{cases}, (b_1 \geq 1, b_2 \geq 0, b_1 - b_2 > 0).$$

+ $m = 0$ luôn thỏa mãn.

+ Xét $m > 0$

$$\text{Ta được bất phương trình } b_1 - b_2 \geq \sqrt{2mb_1b_2}.$$

$$\Leftrightarrow b_1^2 - 2b_1b_2 + b_2^2 \geq 2mb_1b_2 \Leftrightarrow \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 - 2(m+1)\frac{b_1}{b_2} + 1 \geq 0.$$

$$\text{Đặt } t = \frac{b_1}{b_2} (t \geq 2), \text{ ta được bất phương trình } t^2 - 2(m+1)t + 1 \geq 0$$

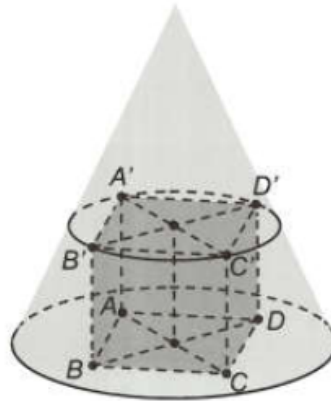
Đặt $h(t) = t^2 - 2(m+1)t + 1$. Ta có $\Delta' = m^2 + 2m > 0, \forall m > 0$. Khi đó phương trình có 2 nghiệm $t_1, t_2, (t_1 < t_2)$.

$$t^2 - 2(m+1)t + 1 \geq 0, \forall t \geq 2. \text{ điều kiện là } t_1 < t_2 \leq 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h(2) \geq 0 \\ m+1 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m+1 \geq 0 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{4} \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}.$$

Vậy tập các giá trị của m là $S = [0; \frac{1}{4}] \Rightarrow a\sqrt{2} + 8b = 2.$

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi (N) là một hình nón có tâm đường tròn đáy trùng với tâm của hình vuông $ABCD$, đồng thời các điểm A', B', C', D' nằm trên các đường sinh của hình nón như hình vẽ.



Thể tích khối nón (N) có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{9\pi}{8}$.

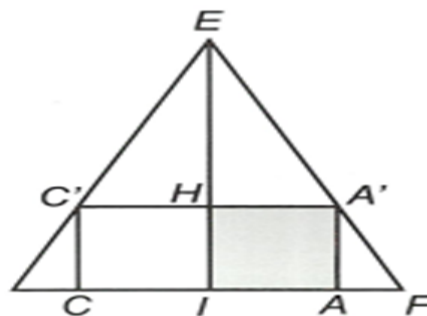
B. $\frac{3\pi}{4}$.

C. $\frac{9\pi}{16}$.

D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Xét phần mặt cắt qua trục hình nón và đi qua mặt phẳng $(AA'C'C)$, kí hiệu như hình vẽ. Với I, H lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$ và đỉnh A' nằm trên đường sinh EF của hình nón.

Hình lập phương có thể tích bằng 1 nên $AA' = HI = 1, A'H = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Đặt $EH = x (x > 0)$. Khi đó, ta có $\frac{EH}{EI} = \frac{A'H}{FI} \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2FI} \rightarrow FI = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{x+1}{x} \right) = r$

Thể tích khối nón (N) là $V_{(N)} = \frac{1}{3} \pi r^2 EI = \frac{1}{6} \pi \left(\frac{x+1}{x} \right)^2 (x+1) = \frac{\pi}{6} \frac{(x+1)^3}{x^2}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}, \forall x \in (0; +\infty)$. Ta có $f'(x) = \frac{(x-2)(x+1)^2}{x^3}$

Lập bảng biến thiên

x	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$				

$\frac{27}{4}$

Ta được $\min_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{27}{4}$ tại $x = 2$. Suy ra $\min V_{(N)} = \frac{9\pi}{8}$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4$, $\widehat{ACB} = 150^\circ$. Ba điểm A, B, C thay đổi nhưng luôn thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 6y + 4z + 4 = 0$; ba điểm A', B', C' luôn thuộc $(P): x + 2y + 2z + 23 = 0$. Thể tích lớn nhất của tứ diện $ABC'B'$ bằng:

A. $\frac{40(2-\sqrt{3})}{3}$

B. $\frac{24}{4-\sqrt{3}}$

C. $\frac{8}{4-\sqrt{3}}$

D. $80(2-\sqrt{3})$

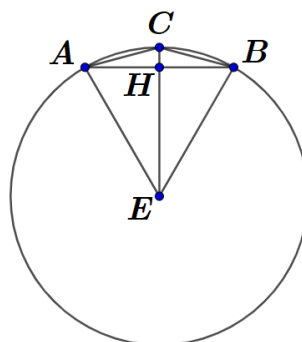
Lời giải

Chọn A

$(S): \begin{cases} I(-4; 3; -2) \\ R = 5 \end{cases}$. Ta có $V_{ABC'B'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$, nên để thể tích của tứ diện $ABC'B'$ lớn nhất thì thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ lớn nhất.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , khi đó $r = \frac{AB}{2 \sin \widehat{ACB}} = \frac{4}{2 \sin 150^\circ} = 4$.

Khi đó, ta có $d(I, (ABC)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 3 \Rightarrow$ Khoảng cách lớn nhất của hai mặt phẳng chứa hai đáy hình trụ là $d(I, (ABC)) + d(I, (P)) = 10$.



Gọi E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $AB = 4 = r$ nên tam giác ABE đều. Gọi H là trung điểm AB .

Ta có S_{ABC} lớn nhất khi khoảng cách từ C đến AB lớn nhất hay E, H, C thẳng hàng.

$$\text{Khi đó } CH_{\max} = CE - HE = 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow V_{ABC'B'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} d((ABC)(A'B'C')) S_{ABC}$$

$$\Rightarrow V_{ABC'B'} = \frac{1}{3} 10 \frac{1}{2} 4(4 - 2\sqrt{3}) = \frac{40(2 - \sqrt{3})}{3}.$$

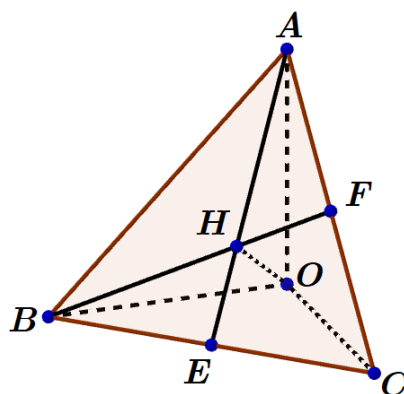
Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(a; 2; 5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Biết rằng, (P) song song với đường thẳng đi qua hai điểm $M(3; 1; 7)$ và $N(7; 4; 5)$. Phương trình (P) là:

A. $x + 2y + 5z - 30 = 0$. **B.** $2x + 4y + 10z - 2 = 0$.

C. $x + 2y + 5z + 30 = 0$. **D.** $2x + 4y - 10z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A



Bổ đề: Cho hình chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Nếu H là trực tâm tam giác ABC thì $OH \perp (ABC)$.

Chứng minh: Kẻ hai đường cao AE, BF cắt nhau tại H của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AE \perp BC \\ AO \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AEO) \Rightarrow BC \perp OH \text{ và } \begin{cases} BF \perp AC \\ BO \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BFO) \Rightarrow AC \perp OH$$

$$\Rightarrow OH \perp (ABC).$$

$$\text{Áp dụng bổ đề trên ta } \overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{OH} = (a; 2; 5) \Rightarrow (P): ax + 2y + 5z - a^2 - 29 = 0.$$

$$\text{Mà } MN \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{OH} = 0 \Leftrightarrow 4a + 6 - 10 = 0 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow (P): x + 2y + 5z - 30 = 0.$$