

Câu 1:

Số các tập con gồm k phần tử của một tập hợp gồm n phần tử

$(n, k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n)$ là?

- ☐ A. A_k^n
- ☐ B. C_n^k
- ☐ C. A_n^k
- ☐ D. P_k

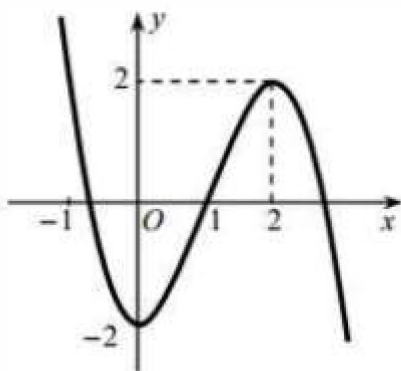
Câu 2:

Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- ☐ A. $u_5 = 9$
- ☐ B. $u_3 = 4$
- ☐ C. $u_6 = 13$
- ☐ D. $u_2 = 3$

Câu 3:

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- ☐ A. $(0; 2)$
- ☐ B. $(1; +\infty)$
- ☐ C. $(-2; 2)$
- ☐ D. $(-\infty; 0)$

Câu 4:

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				-3				$+\infty$

Arrows indicate the function values at the critical points: $y = -4$ at $x = -1$ and $x = 1$.

- ☐ A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$
- ☐ B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$
- ☐ C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$
- ☐ D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

Câu 5:

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 2)(x + 1)(x^2 - 1)$, ($\forall x \in \mathbb{R}$).

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm

- ☐ A. $x = -2$
- ☐ B. $x = -1$
- ☐ C. $x = 1$
- ☐ D. $x = 2$

Câu 6:

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$	
y			4		3		

Arrows indicate the function values at the critical points: $y = 2$ at $x = -1$ and $y = -1$ at $x = 1$.

- ☐ A. 3
- ☐ B. 1
- ☐ C. 2
- ☐ D. 4

Câu 7:

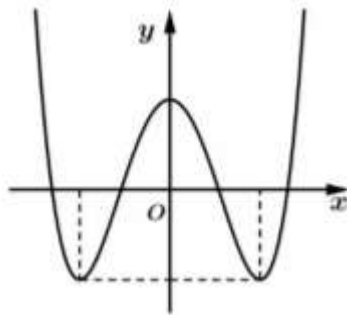
Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên giống như hình bên?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				6		
			-2				$-\infty$

- ☐ A. $y = -3x^3 + 9x^2 - 2$
- ☐ B. $y = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 2$
- ☐ C. $y = -2x^3 + 6x^2 - 2$
- ☐ D. $y = -x^3 + 6x - 2$

Câu 8:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên trục số thực và có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 0$ là



- ☐ A. 4
- ☐ B. 2
- ☐ C. 1
- ☐ D. 3

Câu 9:

Với $x > -2, x \neq 2$, biểu thức $\log_3(x+2) + \log_9(x-2)^2 - \log_{\frac{1}{3}}8$ bằng

- ☐ A. $\log_3[8(x^2 - 4)]$
- ☐ B. $\log_3 \frac{(x+2)(x-2)}{8}$
- ☐ C. $\log_3 \frac{(x+2)|x-2|}{8}$
- ☐ D. $\log_3[8(x+2)|x-2|]$

Câu 10:

Đạo hàm của hàm số $y = \log_5(2x + 2021), x > -\frac{2021}{2}$ là

- ☐ A. $y' = \frac{2}{(2x + 2021)\ln 5}$
- ☐ B. $y' = \frac{2\ln 5}{(2x + 2021)}$
- ☐ C. $y' = \frac{-1}{(2x + 2021)\ln 5}$
- ☐ D. $y' = \frac{2021}{(2x + 2021)\ln 5}$

Câu 11:

Với a là một số thực dương tùy ý $y = \sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ bằng

- ☐ A. $\sqrt{a}$
- ☐ B. $\sqrt[3]{a^2}$
- ☐ C. a
- ☐ D. $\sqrt{a^3}$

Câu 12:

Nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 9$ là

- ☐ A. $x = -1$
- ☐ B. $x = 3$
- ☐ C. $x = 4$
- ☐ D. $x = -3$

Câu 13:

Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x+3} = \log_3 3$ là

- ☐ A. 0
- ☐ B. 1
- ☐ C. 3
- ☐ D. 2

Câu 14:

Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}, (x \neq 1)$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- ☐ A. $\int f(x)dx = x^2 - 3\ln|x-1| + C$

- ☐ B. $\int f(x)dx = 2x - 3\ln|x-1| + C$
- ☐ C. $\int f(x)dx = x^2 + 3\ln|x-1| + C$
- ☐ D. $\int f(x)dx = 2x + 3\ln|x-1| + C$

Câu 15:

Cho hàm số $f(x) = 2x - \cos x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- ☐ A. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - \sin x + C$
- ☐ B. $\int f(x)dx = x^2 + \sin x + C$
- ☐ C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$
- ☐ D. $\int f(x)dx = x^2 - \sin x + C$

Câu 16:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên trục số thực. Nếu $\int_0^5 f(x)dx = 8$ và

$\int_3^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

- ☐ A. 6
- ☐ B. -6
- ☐ C. 10
- ☐ D. -10

Câu 17:

Tích phân $\int_1^2 (x^2 + 1)dx$ bằng

- ☐ A. $\frac{15}{3}$
- ☐ B. $\frac{11}{3}$
- ☐ C. $\frac{10}{3}$
- ☐ D. $\frac{4}{3}$

Câu 18:

Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Số phức liên hợp của số phức

$z = z_1 + z_2$ là

- ☐ A. $-2 + 2i$
- ☐ B. $-2 - 2i$
- ☐ C. $2 + 2i$
- ☐ D. $-6 - 8i$

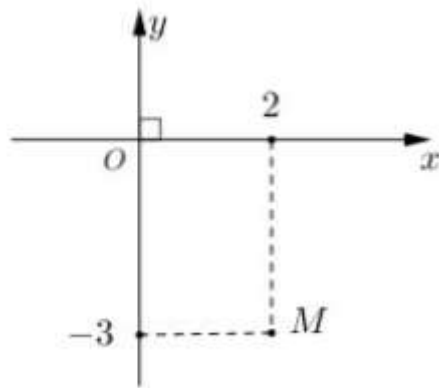
Câu 19:

Giải phương trình $(1 + 2i)z = 4 - 3i + 2z$.

- ☐ A. $z = 2 - i$
- ☐ B. $z = 2 + i$
- ☐ C. $z = -2 - i$
- ☐ D. $z = -2 + i$

Câu 20:

Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?



- ☐ A. $z_4 = -3 - 2i$
- ☐ B. $z_1 = -3 + 2i$
- ☐ C. $z_2 = 2 - 3i$
- ☐ D. $z_3 = 2 + 3i$

Câu 21:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- ☐ A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

- ☐ B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$
- ☐ C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$
- ☐ D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 22:

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = a\sqrt{6}$ Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- ☐ A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$
- ☐ B. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$
- ☐ C. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$
- ☐ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$

Câu 23:

Thể tích của một khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là

- ☐ A. $V = S.h$
- ☐ B. $V = 3S.h$
- ☐ C. $V = \frac{1}{9}S.h$
- ☐ D. $V = \frac{1}{3}S.h$

Câu 24:

Cắt hình nón (N) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh bằng 10. Diện tích xung quanh của (N) bằng

- ☐ A. 25π
- ☐ B. 50π
- ☐ C. 100π
- ☐ D. 200π

Câu 25:

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -2)$. Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz) . Hãy chọn khẳng định đúng.

- ☐ A. $\overrightarrow{OM} = (1; 1; 0)$
- ☐ B. $\overrightarrow{OM} = (-1; 0; 2)$
- ☐ C. $\overrightarrow{OM} = (1; 0; -2)$
- ☐ D. $\overrightarrow{OM} = (-1; 0; 2)$

Câu 26:

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$ Bán kính của (S) bằng

- ☐ A. 1
- ☐ B. $2\sqrt{2}$
- ☐ C. 2
- ☐ D. $\sqrt{2}$

Câu 27:

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - y + 2z - 1 = 0$ Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (P) ?

- ☐ A. M(1;0;0)
- ☐ B. N(1;-1;2)
- ☐ C. E(1;2;1)
- ☐ D. Q(-1;-2;0)

Câu 28:

Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua điểm $M(0; 1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng

$(P) : x + 2y - 3z + 4 = 0$?

- ☐ A. $\vec{u}_1 = (1; 2; -3)$
- ☐ B. $\vec{u}_2 = (1; 1; -6)$
- ☐ C. $\vec{u}_3 = (0; 1; 3)$
- ☐ D. $\vec{u}_1 = (9; -3; 1)$

Câu 29:

Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối, đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất để số chấm xuất hiện ở lần đầu gấp 2 lần số chấm hiện ở lần sau bằng

- ☐ A. $\frac{1}{2}$

- ☐ B. $\frac{1}{3}$
- ☐ C. $\frac{1}{12}$
- ☐ D. $\frac{1}{6}$

Câu 30:

Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- ☐ A. $y = \frac{x+1}{x-2}$
- ☐ B. $y = \log_2 x$
- ☐ C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$
- ☐ D. $y = x^3 + 2x - 1$

Câu 31:

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ trên

đoạn $[-2; 0]$ Giá trị của $15M + m$ bằng

- ☐ A. 0
- ☐ B. 2
- ☐ C. $\frac{76}{5}$
- ☐ D. $-\frac{74}{5}$

Câu 32:

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_9(x+8) > \log_3(x+2)$ là

- ☐ A. $(-4; 1)$
- ☐ B. $(-2; 1)$
- ☐ C. $(-1; 4)$
- ☐ D. $(1; +\infty)$

Câu 33:

Cho $\int_1^2 f(t)dt = 5, \int_1^2 g(s)ds = 3$. Tích phân $\int_1^2 [2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

- ☐ A. 4
- ☐ B. 1
- ☐ C. 2



D.

8

Câu 34:

Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 4 = 0$. Giá trị của

$$\frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|} \text{ bằng}$$



A.

2



B.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$



C.

$$\frac{1}{2}$$

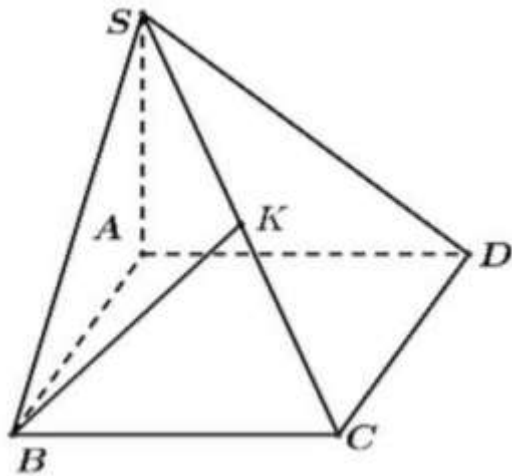


D.

1

Câu 35:

Cho hình chóp $S.ABCD$. có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của SC và α là góc giữa đường thẳng BK và mặt phẳng (SCD) (tham khảo hình vẽ minh họa). Tính $\sin \alpha$.



A.

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{6}$$



B.

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$$



C.

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

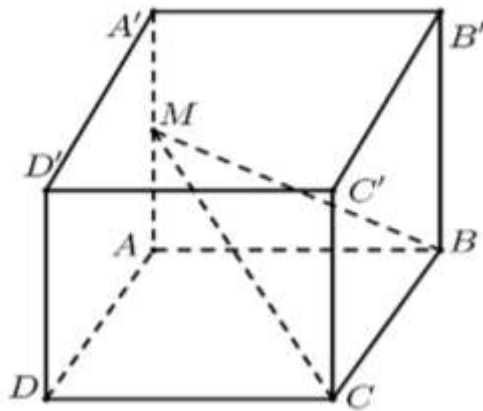


D.

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Câu 36:

Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (tham khảo hình vẽ minh họa). Gọi M là trung điểm của cạnh AA' Khoảng cách từ D' đến mặt phẳng (MBC) bằng



- ☐ A. a
- ☐ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$
- ☐ C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$
- ☐ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 37:

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm nằm trên trục Oy , đi qua hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B(3; 1; -1)$ có phương trình

- ☐ A. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 13$
- ☐ B. $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 6$
- ☐ C. $x^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 14$
- ☐ D. $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9$

Câu 38:

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng

$(P) : 2x + y + 2z - 4 = 0$ và cắt hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$,

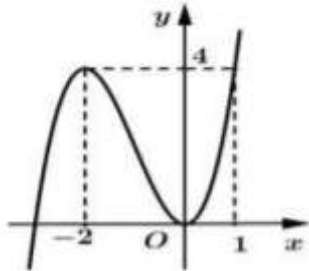
$d_2 : \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$ có phương trình là

- ☐ A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$
- ☐ B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$
- ☐ C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{2}$

☐ D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$

Câu 39:

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = (f(x) + m + 2)^2$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng 36 là



- ☐ A. -8
- ☐ B. 0
- ☐ C. 4
- ☐ D. -4

Câu 40:

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $m(3^x - \sqrt[m]{729}) < mx - 6$ có đúng một số nguyên dương?

- ☐ A. 3
- ☐ B. 4
- ☐ C. 2
- ☐ D. 5

Câu 41:

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2x^2 - 1 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Giá trị của tích phân

$\int_0^\pi \sin x \cdot f(2\cos x + 1) dx$ bằng

- ☐ A. $\frac{29}{3}$
- ☐ B. $\frac{17}{3}$
- ☐ C. 2
- ☐ D. $\frac{22}{3}$

Câu 42:

Gọi S là tập hợp gồm các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn cho số phức z thoả mãn $|z - 1 - 4i| \geq \sqrt{13}$ và $|z - 1 + i| \leq \sqrt{18}$. Diện tích của S gần với số nào nhất trong các số sau đây?

- ☐ A. 97
- ☐ B. 45
- ☐ C. 57
- ☐ D. 16

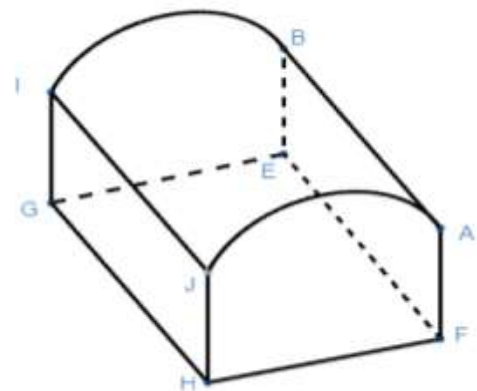
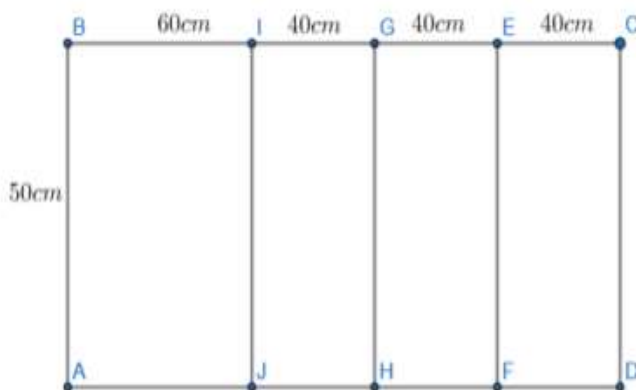
Câu 43:

Cho khối chóp $S.ABCD$. có mặt bên (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết tam giác SBC là tam giác đều có cạnh bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D có $AB + DC = AD$. Gọi DN là trung tuyến của tam giác BCD . Giả sử khoảng cách giữa hai đường thẳng DN và AS bằng $\sqrt{2}a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- ☐ A. $\sqrt{3}a^3$
- ☐ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$
- ☐ C. $3\sqrt{2}a^3$
- ☐ D. $2\sqrt{3}a^3$

Câu 44:

Người thợ một tấm kim loại hình chữ nhật chiều dài 1,8 m, chiều rộng 50cm thành một chiếc rương để đựng đồ. Biết rằng mặt đáy và các mặt xung quanh của rương là các mặt của hình hộp chữ nhật và nắp rương là một phần của mặt xung quang hình trụ (tham khảo hình vẽ) . Sau khi ghép hai mặt còn lại để hoàn thành chiếc rương thì thể tích của chiếc rương đó gần với giá trị nào sau đây?



- ☐ A. 111416 (cm³)

- ☐ B. 106328 (cm³)
- ☐ C. 106329 (cm³)
- ☐ D. 111415 (cm³)

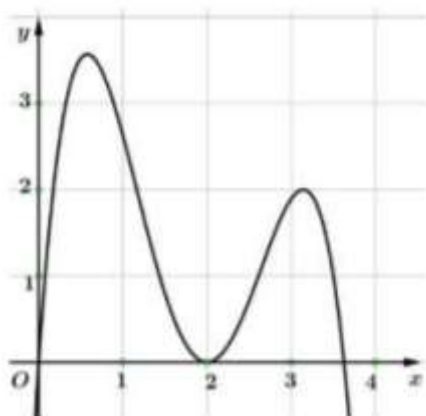
Câu 45:

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 12; 24)$, $B(19, 40, 8)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm đường tròn nội tiếp I của tam giác OAB và cắt đường thẳng AB tại điểm M có tọa độ nguyên sao cho $IM = 9$.

- ☐ A.
$$\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 7 + 4t \\ z = -4 + 8t \end{cases}$$
- ☐ B.
$$\begin{cases} x = 6 - t \\ y = 15 + 4t \\ z = 12 + 9t \end{cases}$$
- ☐ C.
$$\begin{cases} x = 7 + t \\ y = 19 - 4t \\ z = 20 + 10t \end{cases}$$
- ☐ D.
$$\begin{cases} x = 11 + 4t \\ y = 26 + 7t \\ z = 16 - 4t \end{cases}$$

Câu 46:

Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ với đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = |x \cdot f^2(x) + m|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?



- ☐ A. 9
- ☐ B. 8
- ☐ C. 7
- ☐ D. 10

Câu 47:

Gọi S là tập hợp tất cả các số thực m sao cho bất phương trình

$$m^2 \cdot e^{4x} + m \cdot e^{2x} + 1 < (m^2 + m)e^{3x} + \frac{x+1}{e^x} \text{ vô nghiệm. Số phần tử của tập } S \text{ là}$$

- ☐ A. 0
- ☐ B. 1
- ☐ C. 2
- ☐ D. vô số

Câu 48:

Cho hàm số $y = e^x$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 sao cho $x_1 + x_2 = 0$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, và các đường thẳng $x = x_1, x = x_2$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) , trục hoành, và các đường thẳng $x = x_1, x = x_2$. Biết $\frac{|x_2|S_1}{S_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Hỏi diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (d) thuộc khoảng nào sau đây?

- ☐ A. $(2; 2, 5)$
- ☐ B. $(1, 8; 1, 9)$
- ☐ C. $(1, 9; 2)$
- ☐ D. $(2, 5; 3)$

Câu 49:

Xét các số phức z_1, z_2 thay đổi thỏa mãn đồng thời hai đẳng thức $|z_1| = 2$ và

$$z_2 \cdot z_1^2 - 12z_1 + 4z_2 = 0 \text{ Giá trị nhỏ nhất của } |3z_1 + z_2 - 2i - 1| \text{ bằng}$$

- ☐ A. $9 - \sqrt{5}$
- ☐ B. $8 - \sqrt{5}$
- ☐ C. $10 - \sqrt{5}$
- ☐ D. $\sqrt{117} - \sqrt{5}$

Câu 50:

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và điểm

$M(1; 2; 3)$. Mặt phẳng (P) chứa d cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a \in [-5; -3]$. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $MABC$ bằng

- ☐ A.

$$\frac{56}{27}$$

☐

B.

$$\frac{35}{27}$$

☐

C.

$$\frac{52}{27}$$

☐

D.

$$\frac{27}{61}$$

$$\frac{61}{27}$$

Câu 1: Số các tập con gồm k phần tử của một tập hợp gồm n phần tử ($n, k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n$) là

- A. A_k^n . B. C_n^k . C. A_n^k . D. P_k .

Lời giải

Chọn B

Số các tổ hợp chập k của n phần tử ($n, k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n$) là C_n^k .

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Hãy chọn khẳng định đúng.

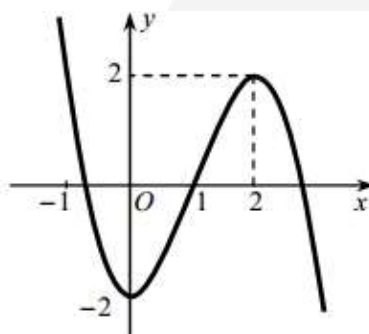
- A. $u_5 = 9$. B. $u_3 = 4$. C. $u_6 = 13$. D. $u_2 = 3$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $u_n = u_1 q^{n-1}$. Ta có $u_3 = u_1 4 = 4$.

Câu 3: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(0; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$
- B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1), (\forall x \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = -2$.
- B. $x = -1$.
- C. $x = 1$.
- D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1) = (x+2)(x-1)(x+1)^2.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -2$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A. 3.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 4.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	
y	2	4	3	-1

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = -\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2, \Rightarrow y = -1; y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó có 3 tiệm cận.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên giống như hình bên?

A. $y = -3x^3 + 9x^2 - 2$.

B. $y = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 2$.

C. $y = -2x^3 + 6x^2 - 2$.

D. $y = -x^3 + 6x - 2$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				6		$-\infty$

Diagram showing the function values at critical points: y decreases from $+\infty$ to -2 at $x=0$, increases from -2 to 6 at $x=2$, and then decreases towards $-\infty$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} y(0) = -2 \\ y'(0) = 0 \\ y(2) = 6 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ c = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = 6 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ c = 0 \\ a = -2 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow y = -2x^3 + 6x^2 - 2.$$

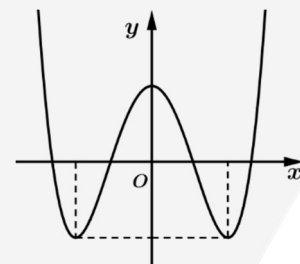
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên trục số thực và có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 0$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.



Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, nhận thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 9: Với $x > -2, x \neq 2$, biểu thức $\log_3(x+2) + \log_9(x-2)^2 - \log_{\frac{1}{3}} 8$ bằng

A. $\log_3[8(x^2 - 4)]$.

B. $\log_3 \frac{(x+2)(x-2)}{8}$.

C. $\log_3 \frac{(x+2)|x-2|}{8}$.

D. $\log_3[8(x+2)|x-2|]$.

Lời giải

Chọn D

$$P = \log_3(x+2) + \log_9(x-2)^2 - \log_{\frac{1}{3}} 8 = \log_3(x+2) + \log_3|x-2| + \log_3 8$$

$$P = \log_3[8(x+2)|x-2|]$$

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = \log_5(2x + 2021)$, $x > -\frac{2021}{2}$ là

A. $y' = \frac{2}{(2x + 2021) \ln 5}$.

B. $y' = \frac{2 \ln 5}{2x + 2021}$.

C. $y' = \frac{-1}{(2x + 2021) \ln 5}$.

D. $y' = \frac{2021}{(2x + 2021) \ln 5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \frac{(2x + 2021)'}{(2x + 2021) \ln 5} = \frac{2}{(2x + 2021) \ln 5}$.

Câu 11: Với a là một số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3 \sqrt{a}}$ bằng

A. $\sqrt{a}$.

B. $\sqrt[3]{a^2}$.

C. a .

D. $\sqrt{a^3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P = \sqrt{a^3 \sqrt{a}} = \sqrt{a \cdot a^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{a^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[3]{a^2}$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 9$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 3$.

C. $x = 4$.

D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{x-2} = 9 \Leftrightarrow 3^{x-2} = 3^2 \Leftrightarrow x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x+3} = \log_3 3$ là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{2x^2-5x+3} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}, (x \neq 1)$. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $\int f(x)dx = x^2 - 3\ln|x-1| + C.$

B. $\int f(x)dx = 2x - 3\ln|x-1| + C.$

C. $\int f(x)dx = x^2 + 3\ln|x-1| + C.$

D. $\int f(x)dx = 2x + 3\ln|x-1| + C.$

Lời giải

Chọn D

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = 2x - \cos x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - \sin x + C.$

B. $\int f(x)dx = x^2 + \sin x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C.$

D. $\int f(x)dx = x^2 - \sin x + C.$

Lời giải

Chọn D

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên trục số thực. Nếu $\int_0^5 f(x)dx = 8$ và $\int_3^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

A. 6.

B. -6.

C. 10.

D. -10.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = \int_0^5 f(x)dx \Rightarrow \int_0^3 f(x)dx = 10.$

Câu 17: Tích phân $\int_1^2 (x^2 + 1)dx$ bằng

A. $\frac{15}{3}.$

B. $\frac{11}{3}.$

C. $\frac{10}{3}.$

D. $\frac{4}{3}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^2 (x^2 + 1)dx = \left[\frac{x^3}{3} + x \right]_1^2 = \left(\frac{8}{3} + 2 \right) - \left(\frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{10}{3}.$

Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Số phức liên hợp của số phức $z = z_1 + z_2$ là

- A. $-2 + 2i$. B. $-2 - 2i$. C. $2 + 2i$. D. $-6 - 8i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = z_1 + z_2 = 2 + 3i - 4 - 5i = -2 - 2i \Rightarrow \bar{z} = -2 + 2i$.

Câu 19: Giải phương trình $(1 + 2i)z = 4 - 3i + 2z$.

- A. $z = 2 - i$. B. $z = 2 + i$. C. $z = -2 - i$. D. $z = -2 + i$.

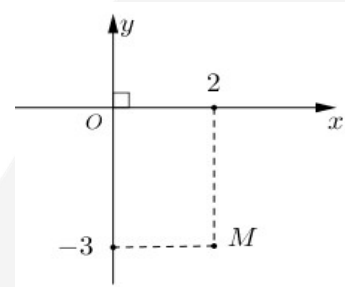
Lời giải

Chọn C

Ta có $(1 + 2i)z = 4 - 3i + 2z \Rightarrow z = \frac{4 - 3i}{-1 + 2i} = -2 - i$ Vậy $z = -2 - i$.

Câu 20: Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?

- A. $z_4 = -3 - 2i$.
B. $z_1 = -3 + 2i$.
C. $z_2 = 2 - 3i$.
D. $z_3 = 2 + 3i$.



Lời giải

Chọn C

Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$.

Điểm $M(2; -3) \Rightarrow z_2 = 2 - 3i$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{ABCD} = 4a^2$.

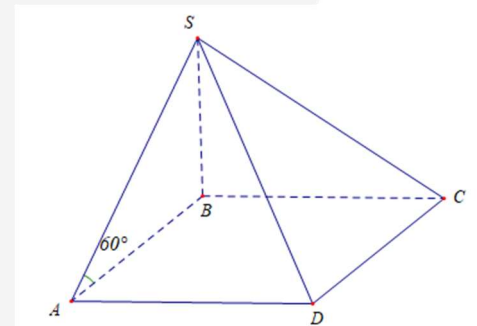
Ta có: $SB \perp (ABCD) \Rightarrow SB \perp AD$ và $ABCD$ là hình vuông nên $AB \perp AD \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp SA$.

$((SAD); (ABCD)) = \widehat{SBA}$

$\triangle SBA$ vuông tại B nên

$SB = AB \tan SAB = 2a \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$.

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SB = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.



Câu 22: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = a\sqrt{6}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. B. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Chiều cao của khối trụ là $h = AA' = a\sqrt{6}$

Diện tích đáy là tam giác đều cạnh a là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $V = Sh = \frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 23: Thể tích của một khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là

- A. $V = S.h$. B. $V = 3S.h$. C. $V = \frac{1}{9}S.h$. D. $V = \frac{1}{3}S.h$.

Lời giải

Chọn D

Câu 24: Cắt hình nón (N) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh bằng 10. Diện tích xung quanh của (N) bằng

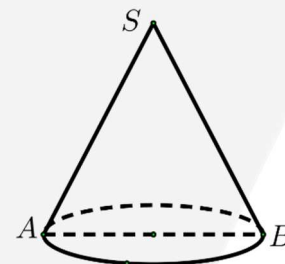
- A. 25π . B. 50π .
C. 100π . D. 200π .

Lời giải

Chọn B

Vì SAB là tam giác đều cạnh bằng 10 $\Rightarrow l = SA = 10; r = OA = 5$

Vậy $S_{xq} = \pi rl = 50\pi$.



Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;-2)$. Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz) . Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $\overrightarrow{OM} = (1;1;0)$. B. $\overrightarrow{OM} = (1;0;2)$. C. $\overrightarrow{OM} = (1;0;-2)$. D. $\overrightarrow{OM} = (-1;0;2)$.

Lời giải

Chọn C

M là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(Oxz) \Rightarrow M(1;0;-2) \Rightarrow \overrightarrow{OM}(1;0;-2)$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Bán kính của (S) bằng

- A. 1. B. $2\sqrt{2}$. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0) \Rightarrow R = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $M(1;0;0)$. B. $N(1;-1;2)$. C. $E(1;2;1)$. D. $Q(-1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Thế 4 điểm M, N, E, Q vào mặt phẳng $(P) \Rightarrow N$ không thuộc mặt phẳng (P) .

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua điểm $M(0;1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0$?

- A. $\vec{u}_1 = (1;2;-3)$. B. $\vec{u}_2 = (1;1;-6)$. C. $\vec{u}_3 = (0;1;3)$. D. $\vec{u}_4 = (9;-3;1)$.

Lời giải

Chọn A

đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P)

$\Rightarrow d$ có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;2;-3)$

Câu 29: Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối, đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất để số chấm xuất hiện ở lần đầu gấp 2 lần số chấm hiện ở lần sau bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu $|\Omega| = 36$

Gọi A là biến cố 'số chấm xuất hiện ở lần đầu gấp 2 lần số chấm hiện ở lần sau'

$\Rightarrow A = \{(2;1);(4;2);(6;3)\} \Rightarrow n(A) = 3$

$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{1}{12}$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 + 2x - 1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow D = \mathbb{R} \Rightarrow$ loại A và B

Xét D có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \Rightarrow$ Chọn D.

Câu 31: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2; 0]$. Giá trị của $15M + m$ bằng

- A. 0. B. 2. C. $\frac{76}{5}$. D. $\frac{-74}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in [-2; 0] \Rightarrow M = y(-2) = \frac{1}{5}; m = y(0) = -1$

$\Rightarrow 15M + m = 2$

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_9(x+8) > \log_3(x+2)$ là

- A. $(-4; 1)$. B. $(-2; 1)$. C. $(-1; 4)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} x+8 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > -2$

$\log_9(x+8) > \log_3(x+2) \Leftrightarrow x+8 > (x+2)^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 1$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow x \in (-2; 1)$

Câu 33: Cho $\int_1^2 f(t) dt = 5, \int_1^2 g(s) ds = 3$. Tích phân $\int_1^2 [2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 8.

Lời giải

Chọn B

$\int_1^2 [2f(x) - 3g(x)] dx = 2 \int_1^2 f(x) dx - 3 \int_1^2 g(x) dx = 1$

Câu 34: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 4 = 0$. Giá trị của $\frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|}$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{2}$.

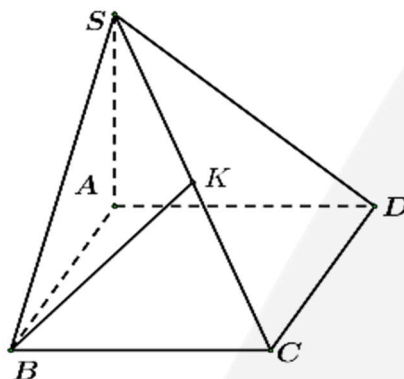
D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$z^2 - 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow z_1 = 1 - \sqrt{3}i; z_2 = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow |z_1| = |z_2| = 2 \Rightarrow \frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|} = 1$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của SC và α là góc giữa đường thẳng BK và mặt phẳng (SCD) (tham khảo hình vẽ minh họa). Tính $\sin \alpha$.



A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

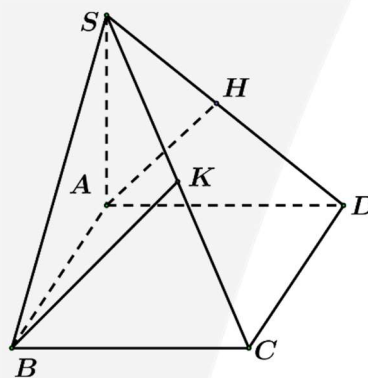
$$+) \sin \alpha = \frac{d(B, (SCD))}{BK} = \frac{d(A, (SCD))}{BK}$$

+) Kẻ AH vuông góc với SD, suy ra

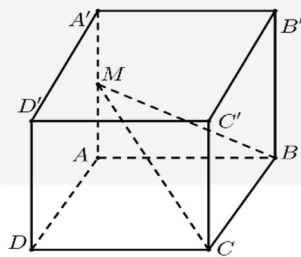
$$AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH = \frac{SA \cdot AD}{SD} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$+) SC = 2a, BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow BK = \frac{1}{2}SC = a$$

$$\text{Vậy } \sin \alpha = \frac{d(A, (SCD))}{BK} = \frac{AH}{BK} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



Câu 36: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (tham khảo hình vẽ minh họa). Gọi M là trung điểm của cạnh AA' Khoảng cách từ D' đến mặt phẳng (MBC) bằng

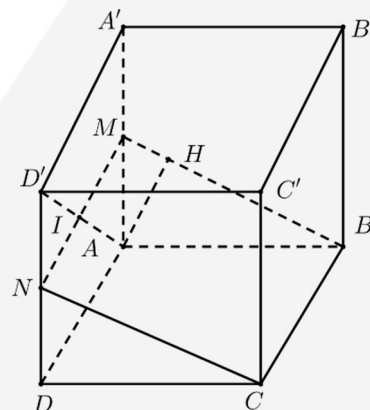


- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

- +) $(MBC) \cap DD' = \{N\} \Rightarrow MN \parallel AD$
 $AD' \cap MN = \{I\} \Rightarrow ID' = IA \Rightarrow d(D', (MBC)) = d(A, (MBC))$
 +) Dễ thấy tam giác ABC đều cạnh a ,
 kẻ $AK \perp BC, AH \perp MK \Rightarrow d(A, (MBC)) = AH$
 +) $AK = a\sqrt{3}, AM = a \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm nằm trên trục Oy , đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và $B(3;1;-1)$ có phương trình

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 13$. B. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 6$.
 C. $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 14$. D. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Lời giải

Chọn C

Gọi tọa độ tâm mặt cầu là $I(0; a; 0) \in Oy$.

Do mặt cầu này đi qua hai điểm $A(1;2;-2)$ và $B(3;1;-1)$ nên ta có $IA = IB$

Từ đó ta có phương trình $1^2 + (a-2)^2 + 2^2 = 3^2 + (a-1)^2 + 1^2 \Leftrightarrow a = -1$.

Bán kính mặt cầu bằng $IA = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$.

Do đó phương trình mặt cầu là $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 14$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 4 = 0$ và cắt hai

đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}, d_2: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{2}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

Lời giải.

Chọn C

Gọi $M(2a+1; a-1; 3a+2) \in (d_1), N(-2-b; 2b; -1+2b) \in (d_2)$.

Khi đó $\overrightarrow{NM} = (2a+b+3; a-2b-1; 3a-2b+3)$.

Vì $\Delta \perp (P)$ nên $\overrightarrow{NM} = k \overrightarrow{n_{(P)}} \Leftrightarrow \frac{2a+b+3}{2} = \frac{a-2b-1}{1} = \frac{3a-2b+3}{2}$.

Do đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a+b+4 = 2(a-2b-1) \\ 2a-4b-2 = 3a-2b+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \end{cases}$.

Vậy tọa độ điểm $N(-1; -2; -3)$

Từ đó ta có phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{2}$.

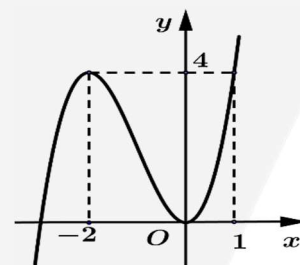
Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = (f(x) + m + 2)^2$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng 36 là

A. -8.

B. 0.

C. 4.

D. -4.



Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = f(x) + m + 2$ trên đoạn $[-2; 1]$ có $\begin{cases} \max_{[-2; 1]} g(x) = m + 6 \\ \min_{[-2; 1]} g(x) = m + 2 \end{cases}$.

Do $y = [g(x)]^2 = |g(x)|^2$ và $\max_{[-2; 1]} |g(x)|^2 = 36 \Rightarrow \max_{[-2; 1]} |g(x)| = 6$

$$\Leftrightarrow \frac{|2m+8|+4}{2} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -8 \end{cases} \Rightarrow \sum m = -8.$$

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $m(3^x - \sqrt[m]{729}) < mx - 6$ có đúng một số nguyên dương?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Do yêu cầu bài toán, ta chỉ cần xét $x > 0$. Ta có:

$$\text{Bất phương trình tương đương: } m\left(3^x - 3^{\frac{6}{m}}\right) < mx - 6 \Leftrightarrow 3^x - 3^{\frac{6}{m}} < x - \frac{6}{m}$$

$$\Leftrightarrow 3^x - x < 3^{\frac{6}{m}} - \frac{6}{m} \Leftrightarrow f(x) < f\left(\frac{6}{m}\right), \text{ với } f(t) = 3^t - t, t > 0.$$

Ta có $f'(t) = 3^t \ln 3 - 1 > 0, \forall t \in (0; +\infty)$ nên hàm số f đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó: $f(x) < f\left(\frac{6}{m}\right) \Leftrightarrow x < \frac{6}{m}$. Suy ra, tập nghiệm là $S = \left(0; \frac{6}{m}\right)$. Khi đó:

YCBT xảy ra khi và chỉ khi $1 < \frac{6}{m} \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq m < 6$.

Vì $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{3; 4; 5\}$. Vậy có 3 giá trị của tham số m thỏa YCBT.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2x^2 - 1 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Giá trị của tích phân $I = \int_0^{\pi} \sin x \cdot f(2 \cos x + 1) dx$ bằng

A. $\frac{29}{3}$.

B. $\frac{17}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{22}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$+) \text{ Đặt } t = 2 \cos x + 1 \Rightarrow dt = -2 \sin x dx \Rightarrow \sin x dx = -\frac{1}{2} dt.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 3, x = \pi \Rightarrow t = -1.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^{\pi} \sin x \cdot f(2 \cos x + 1) dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^3 f(t) dt$$

$$= \frac{1}{2} \left[\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx \right] = \frac{1}{2} \left[\int_{-1}^1 (3x - 2) dx + \int_1^3 (2x^2 - 1) dx \right] = \frac{17}{3}.$$

Câu 42: Gọi S là tập hợp gồm các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn cho số phức z thoả mãn $|z - 1 - 4i| \geq \sqrt{13}$ và $|z - 1 + i| \leq \sqrt{18}$. Diện tích của S gần với số nào nhất trong các số sau đây?
A. 97. B. 45. C. 57. D. 16.

Lời giải

Chọn B

+) Từ $|z - 1 - 4i| \geq \sqrt{13}$, ta có tập hợp điểm M là miền hình phẳng (kể cả biên) nằm bên ngoài đường tròn $(C_1): (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 13$ có tâm $I_1(1; 4)$, bán kính $R_1 = \sqrt{13}$.

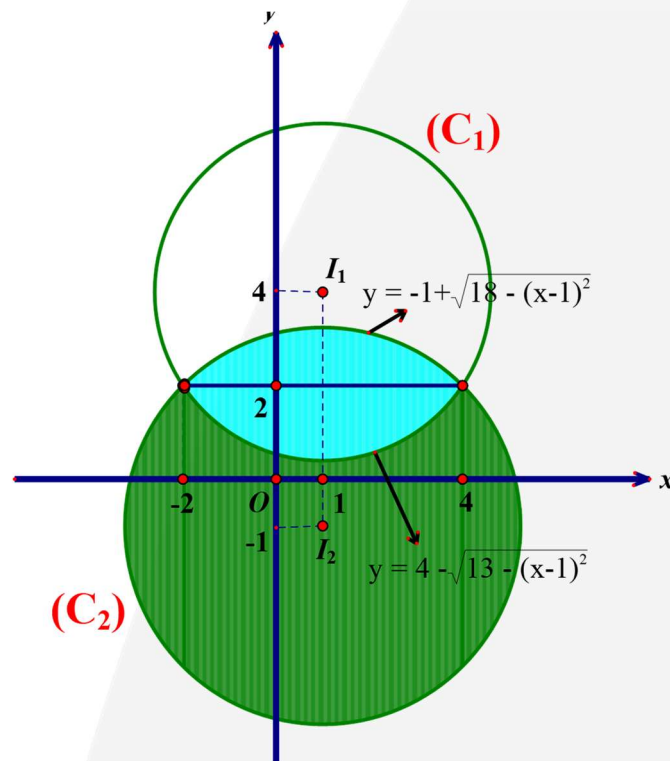
+) Từ $|z - 1 + i| \leq \sqrt{18}$, ta có tập hợp điểm M là miền hình phẳng (kể cả biên) nằm bên trong đường tròn $(C_2): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 18$ có tâm $I_2(1; -1)$, bán kính $R_2 = \sqrt{18}$.

Nên tập hợp các điểm M thoả mãn là miền tô đậm như hình vẽ.

Gọi S là diện tích miền tô đậm, S_1 là diện tích hình tròn (C_2) , S_2 là diện tích phần hình phẳng khép kín giới hạn bởi 2 đường tròn (phần tô nhạt).

Ta có:

$$S = S_1 - S_2 = \pi \cdot R_2^2 - \int_{-2}^4 \left(\left(-1 + \sqrt{18 - (x - 1)^2} \right) - \left(4 - \sqrt{13 - (x - 1)^2} \right) \right) dx \approx 44,64 \text{ (đvdt)}.$$



Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có mặt bên (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết tam giác SBC là tam giác đều có cạnh bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D có $AB + DC = AD$. Gọi DN là trung tuyến của tam giác BCD . Giả sử khoảng cách giữa hai đường thẳng DN và AS bằng $\sqrt{2}a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $3\sqrt{2}a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của AD ,

$$\text{khi đó } MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{AD}{2}$$

do đó tam giác ADN vuông tại N .

Do tam giác SBC đều, $(SBC) \perp (ABCD)$

và N là trung điểm của BC nên $SN \perp (ABCD)$

$$\text{và } SN = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} DN \perp AN \\ DN \perp SN \end{array} \right\} \Rightarrow DN \perp (SAN),$$

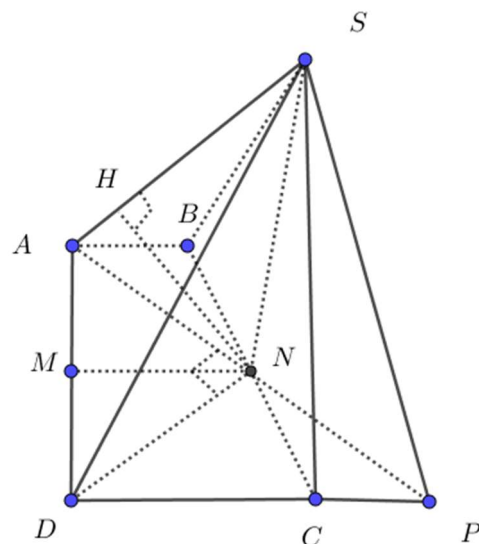
do đó hạ $NH \perp SA$ thì NH chính là đường vuông góc chung của SA và DN .

Tam giác SAN vuông tại N , đường cao $NH = \sqrt{2}a$, $SN = a\sqrt{3}$ nên ta có

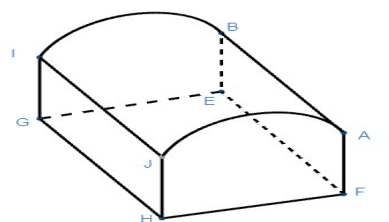
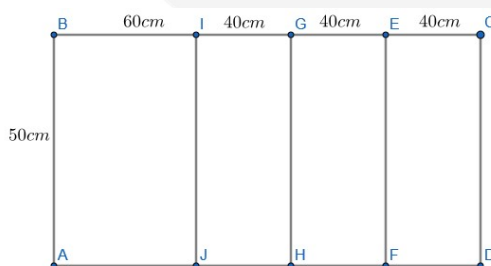
$$\frac{1}{AN^2} + \frac{1}{SN^2} = \frac{1}{HN^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{2a^2} - \frac{1}{3a^2} = \frac{1}{6a^2} \Leftrightarrow AN = a\sqrt{6}.$$

Gọi giao điểm của AN và DC là P . Khi đó tam giác ADP vuông cân tại D và có diện tích bằng diện tích hình thang $ABCD$, do đó diện tích $S_{ABCD} = AN^2 = 6a^2$.

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ bằng } \frac{1}{3} \cdot 6a^2 \cdot a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}a^3.$$



Câu 44: Người thợ một tấm kim loại hình chữ nhật chiều dài $1,8m$, chiều rộng $50cm$ thành một chiếc rương để đựng đồ. Biết rằng mặt đáy và các mặt xung quanh của rương là các mặt của hình hộp chữ nhật và nắp rương là một phần của mặt xung quanh hình trụ (tham khảo hình vẽ). Sau khi ghép hai mặt còn lại để hoàn thành chiếc rương thì thể tích của chiếc rương đó gần với giá trị nào sau đây?



- A. $111416(cm^3)$. B. $108582(cm^3)$. C. $108581(cm^3)$. D. $111415(cm^3)$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của rương được tính theo công thức $V = GH.S_{AFHJ}$.

Trong đó S_{AFHJ} là diện tích hình thang cong giới hạn bởi các đoạn thẳng AF, HF, HJ và cung JA .

Gọi (O, R) là đường tròn chứa cung AJ và $\widehat{AOJ} = x(rad), x > 0$.

Theo định lý cosin trong tam giác OAJ ta có

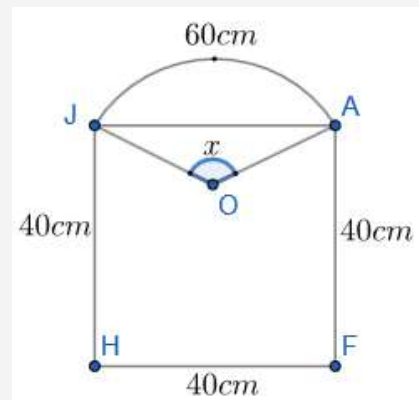
$$40^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cos x \Leftrightarrow 40^2 = 2R^2(1 - \cos x) = 4R^2 \sin \frac{x}{2} \Leftrightarrow R = \frac{20}{\sin \frac{x}{2}}.$$

Sử dụng công thức độ dài cung ta được $Rx = 60 \Leftrightarrow R = \frac{60}{x}$

Từ đó suy ra $3 \sin \frac{x}{2} = x \Leftrightarrow x \approx 2.991563136$

$$\text{Khi đó } S_{AFHJ} = 40^2 + \frac{x}{2} R^2 - \frac{1}{2} R^2 \sin x = 1600 + \frac{1800}{x} - \frac{1800 \sin x}{x}.$$

Thay vào ta được $V \approx 108581(cm^3)$.



Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;12;24)$, $B(19;40;8)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm đường tròn nội tiếp I của tam giác OAB và cắt đường thẳng AB tại điểm M có tọa độ nguyên sao cho $IM = 9$.

A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 7 + 4t \\ z = -4 + 8t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 6 - t \\ y = 15 + 4t \\ z = 12 + 9t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 7 + t \\ y = 19 - 4t \\ z = 20 + 10t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 11 + 4t \\ y = 26 + 7t \\ z = 16 - 4t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có : $OA = 27, OB = 45, AB = 36$ do đó với I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB thì ta có : $36.\overrightarrow{IO} + 45.\overrightarrow{IA} + 27.\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow 4.\overrightarrow{IO} + 5.\overrightarrow{IA} + 3.\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Rightarrow I(6;15;12)$

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (16;28;-16) = 4(4;7;-4)$

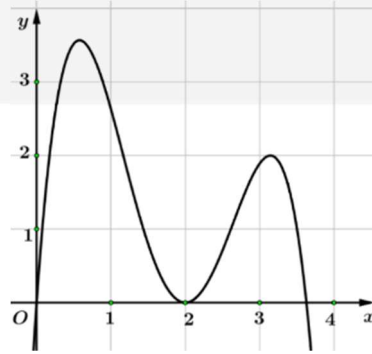
Suy ra phương trình đường thẳng AB : $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 12 + 7t \\ z = 24 - 4t \end{cases} \Rightarrow M(3 + 4t; 12 + 7t; 24 - 4t)$

Khi đó : $\overrightarrow{IM} = (4t - 3; 7t - 3; 12 - 4t) \Rightarrow IM = \sqrt{(4t - 3)^2 + (7t - 3)^2 + (12 - 4t)^2}$

$$\Leftrightarrow 81 = 81t^2 - 162t + 162 \Leftrightarrow 81t^2 - 162t + 81 = 0 \Leftrightarrow t = 1 (t / m)$$

Suy ra : $\overrightarrow{IM} = (1; 4; 8)$ nên phương trình đường thẳng d : $\begin{cases} x = 6 + t \\ y = 15 + 4t \\ z = 12 + 8t \end{cases}$

Câu 46: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ với đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = |x \cdot f^2(x) + m|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } g'(x) = \left(f^2(x) + xf'(x)f(x) \right) \frac{xf^2(x) + m}{|xf^2(x) + m|}$$

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f^2(x) + xf'(x)f(x) = 0 & (1) \\ xf^2(x) + m = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Xét (1)} \Leftrightarrow f(x)(f(x) + xf'(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) + xf'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \vee x = 2 \vee x = x_1 \in (3;4) \\ h(x) = f(x) + xf'(x) = 0 \end{cases}$$

Ta có $h'(x) = 2f'(x) + xf''(x)$ là hàm số bậc 3 có $h'(0) > 0; h'(1) < 0; h'(2) > 0; h'(4) < 0$

Và $h(0) = h(2) = 0 \Rightarrow h(x) = 0$ có 4 nghiệm $0; x_2; 2; x_3$

Vậy phương trình 1 có 5 nghiệm $0; x_2; 2; x_3; x_1$ trong đó $x = 0$ là nghiệm kép.

$$\text{Xét (2)} \Leftrightarrow xf^2(x) + m = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = \frac{-m}{x} \quad (x \neq 0) \quad (3)$$

$$\text{Hàm số có nhiều điểm cực trị nhất} \Rightarrow m < 0: (3) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{-m}{x}} \\ f(x) = -\sqrt{\frac{-m}{x}} \end{cases}$$

Vẽ hai đồ thị $y = \sqrt{\frac{-m}{x}}$ và $y = -\sqrt{\frac{-m}{x}}$ cùng 1 hệ toạ độ với $y = f(x)$

Ta thấy khi (3) có nhiều nhất là 5 nghiệm

Vậy hàm số có nhiều nhất là 9 điểm cực trị.

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các số thực m sao cho bất phương trình

$$m^2 \cdot e^{4x} + m \cdot e^{2x} + 1 < \left(m^2 + m\right)e^{3x} + \frac{x+1}{e^x} \text{ vô nghiệm. Số phần tử của tập } S \text{ là}$$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy, bất phương trình $m^2 \cdot e^{4x} + m \cdot e^{2x} + 1 < \left(m^2 + m\right)e^{3x} + \frac{x+1}{e^x}$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow m^2 \cdot e^{4x} + m \cdot e^{2x} + 1 \geq \left(m^2 + m\right)e^{3x} + \frac{x+1}{e^x}, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m^2 \cdot e^{5x} + m \cdot e^{3x} + e^x \geq \left(m^2 + m\right)e^{4x} + x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m^2 \cdot e^{5x} - \left(m^2 + m\right)e^{4x} + m \cdot e^{3x} + e^x - x - 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Đặt $e^x = t, t > 0$, ta có bài toán tương đương

“ Tìm m để bất phương trình $f(t) = m^2 \cdot t^5 - (m^2 + m)t^4 + m \cdot t^3 + t - \ln t - 1 \geq 0, \forall t > 0$ ”

Nhận xét: $f(1) = 0$ và hàm số $y = f(t)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ nên điều kiện cần để bài toán xảy ra là $t = 1$ phải là điểm **cực tiểu** của hàm số.

Như vậy điều kiện cần là: $f'(1) = 0$.

$$\text{Do } f'(t) = 5m^2 \cdot t^4 - 4(m^2 + m)t^3 + 3mt^2 + 1 - \frac{1}{t} \Rightarrow m^2 - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Điều kiện đủ:

+) Với $m = 0$, ta có $f(t) = t - \ln t - 1 \Rightarrow f'(t) = 1 - \frac{1}{t} \Rightarrow f'(t) = \frac{t-1}{t}$, ta có bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$		- 0 +	
$f(t)$			

Theo BBT, ta thấy $f(t) \geq 0, \forall t > 0$ nên $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

+) Với $m = 1$, ta có $f(t) = t^5 - 2t^4 + t^3 + t - \ln t - 1 \Leftrightarrow f(t) = t(t^2 - t)^2 + t - \ln t - 1$

Dễ thấy $t(t^2 - t)^2 \geq 0, \forall t > 0$ và theo phần phía trên, ta đã có $t - \ln t - 1 \geq 0, \forall t > 0$,

như vậy $f(t) = t(t^2 - t)^2 + t - \ln t - 1 \geq 0, \forall t > 0$ nên $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Kết luận: có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 48: Cho hàm số $y = e^x$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 sao cho $x_1 + x_2 = 0$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, và các đường thẳng $x = x_1, x = x_2$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) , trục hoành, và các đường thẳng $x = x_1, x = x_2$. Biết $\frac{|x_2|S_1}{S_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Hỏi diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (d) thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2; 2,5)$.

B. $(1,8; 1,9)$.

C. $(1,9; 2)$.

D. $(2,5; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $d: y = ax + b$. Vì $d \cap (C) = \{A, B\}$ và $x_1 + x_2 = 0$

nên $a > 0, b > 0$.

Không mất tính tổng quát, ta xét $x_2 > 0$.

Ta có: $S_1 = \int_{-x_2}^{x_2} e^x dx = e^{x_2} - e^{-x_2}$, $S_2 = \int_{-x_2}^{x_2} (ax + b) dx = 2bx_2$

Vì $x_1 = -x_2, x_2$ là nghiệm của phương trình: $e^x = ax + b$

$$\text{nên } \begin{cases} e^{-x_2} = -ax_2 + b \\ e^{x_2} = ax_2 + b \end{cases}$$

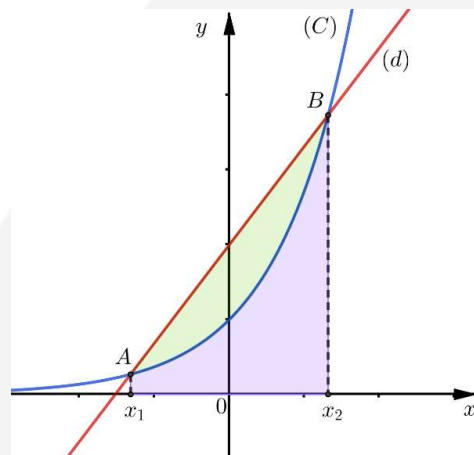
$$\text{Suy ra: } 2b = e^{-x_2} + e^{x_2} = \sqrt{(e^{x_2} - e^{-x_2})^2 + 4} = \sqrt{S_1^2 + 4} \quad (*)$$

$$+ \text{ Khi đó: } \frac{|x_2|S_1}{S_2} = \frac{x_2 S_1}{2bx_2} = \frac{S_1}{2b} = \frac{S_1}{\sqrt{S_1^2 + 4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_1 = 2\sqrt{3}.$$

Thay $S_1 = 2\sqrt{3}$ vào $(*)$, ta được: $b = 2$ và

$$e^{-x_2} + e^{x_2} = 4 \Leftrightarrow (e^{x_2})^2 - 4e^{x_2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^{x_2} = 2 + \sqrt{3} \\ e^{x_2} = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \ln(2 + \sqrt{3}) \\ x_2 = \ln(2 - \sqrt{3}) < 0 \end{cases} \quad (l)$$

$$\text{Vậy } S = S_2 - S_1 = 2bx_2 - S_1 = 4 \ln(2 + \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} \approx 1,804.$$



Câu 49: Xét các số phức z_1, z_2 thay đổi thỏa mãn đồng thời hai đẳng thức $|z_1| = 2$ và $\overline{z_2} \cdot z_1^2 - 12z_1 + 4z_2 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của $|3z_1 + z_2 - 2i - 1|$ bằng

A. $9 - \sqrt{5}$.

B. $8 - \sqrt{5}$.

C. $10 - \sqrt{5}$.

D. $\sqrt{117} - \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = c + id$ với $a, b, c, d \in R$.

Khi đó ta có

$$\begin{cases} \overline{z_2} \cdot z_1^2 - 12z_1 + 4z_2 = 0 \\ |z_1| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{z_2} \cdot z_1^2 - 12z_1 + z_2 \overline{z_1} \cdot z_1 = 0 \\ |z_1| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{z_2} \cdot z_1 + z_2 \overline{z_1} = 12 \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac + bd = 6 \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Do } (ac + bd)^2 \leq (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \Rightarrow c^2 + d^2 \geq \frac{(ac + bd)^2}{a^2 + b^2} = 9.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } |3z_1 + z_2| &= |(3a + c) + i(3b + d)| = \sqrt{9(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 6(ac + bd)} \\ &= \sqrt{72 + (c^2 + d^2)} \geq \sqrt{72 + 9} = 9. \end{aligned}$$

Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức $|\vec{u} - \vec{v}| \geq \left| |\vec{u}| - |\vec{v}| \right|$ nên

$$|3z_1 + z_2 - 2i - 1| \geq |3z_1 + z_2| - |2i + 1| \geq 9 - \sqrt{5}.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy GTNN của } |3z_1 + z_2 - 2i - 1| &\text{ bằng } 9 - \sqrt{5}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} \frac{3a + c}{3b + d} = \frac{1}{2} \\ 3a + c > 1 \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3a + c}{3b + d} = \frac{1}{2} \\ a^2 + b^2 = 4 \\ ac + bd = 6 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (a, b, c, d) = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}; \frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{6}{\sqrt{5}} \right).$$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) chứa d cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a \in [-5;-3]$. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $MABC$ bằng

A. $\frac{56}{27}$.

B. $\frac{35}{27}$.

C. $\frac{52}{27}$.

D. $\frac{61}{27}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Ta có } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}|a.b.c|\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} \text{ và } d[M, (P)] = \frac{\left| \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}.$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6}|abc| \left| \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1 \right|.$$

$$\text{Ta lại có } d_1 \subset (P) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1 \\ \frac{3}{2b} + \frac{7}{2c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{b} = 3 + \frac{7}{a} \\ \frac{1}{c} = -1 - \frac{3}{a} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{6}|abc| \left| 2 + \frac{6}{a} \right| = \frac{1}{3} \left| a \cdot \frac{a}{3a+7} \cdot \frac{a}{-3-a} \cdot \frac{2(a+3)}{a} \right| = \frac{1}{3} \left| \frac{2a^2}{(3a+7)} \right|.$$

$$\text{Khảo sát ta được } V = \frac{56}{27} \text{ khi } a = -\frac{14}{3}.$$