

MỤC LỤC PHIẾU KHẢO BÀI 12 – HK1

Trang

HÌNH HỌC

<i>Phiếu 1.1. Góc giữa đường thẳng & mặt phẳng</i>	1
<i>Phiếu 1.2. Góc giữa đường thẳng & mặt phẳng</i>	3
<i>Phiếu 2.1. Góc giữa đường thẳng & mặt phẳng</i>	5
<i>Phiếu 2.2. Góc giữa đường thẳng & mặt phẳng</i>	9
<i>Phiếu 3.1. Góc giữa hai mặt phẳng</i>	13
<i>Phiếu 3.2. Góc giữa hai mặt phẳng</i>	17
<i>Phiếu 4.1. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng</i>	19
<i>Phiếu 4.2. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng</i>	21
<i>Phiếu 5.1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau</i>	23
<i>Phiếu 5.2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau</i>	25
<i>Phiếu 6.1. Diện tích của 10 hình thường gặp</i>	27
<i>Phiếu 6.2. Diện tích của 10 hình thường gặp</i>	29
<i>Phiếu 7.1. Công thức thể tích khối đa diện</i>	31
<i>Phiếu 7.2. Công thức thể tích khối đa diện</i>	33
<i>Phiếu 8. Thể tích khối chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy</i>	35
<i>Phiếu 9. Thể tích khối chóp có cạnh mặt vuông góc với mặt đáy</i>	37
<i>Phiếu 10. Thể tích khối chóp đều</i>	39
<i>Phiếu 11. Thể tích khối lăng trụ</i>	41

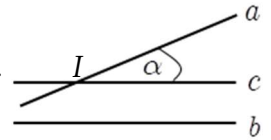
<u>Phiếu 12.1.</u> <i>Món trụ cầu (công thức & xoay hình)</i>	43
<u>Phiếu 12.2.</u> <i>Món trụ cầu (công thức & xoay hình)</i>	45
<u>Phiếu 12.3.</u> <i>Món trụ cầu (công thức & xoay hình)</i>	47
<u>Phiếu 13.1.</u> <i>Món trụ cầu (thiết diện)</i>	49
<u>Phiếu 13.2.</u> <i>Món trụ cầu (thiết diện)</i>	51
<u>Phiếu 13.3.</u> <i>Món trụ cầu (thiết diện)</i>	53
<u>Phiếu 14.1.</u> <i>Món trụ cầu ngoại tiếp, nội tiếp khối đa diện</i>	55
<u>Phiếu 14.2.</u> <i>Món trụ cầu ngoại tiếp, nội tiếp khối đa diện</i>	57
<u>Phiếu 14.3.</u> <i>Món trụ cầu ngoại tiếp, nội tiếp khối đa diện</i>	59
<u>Phiếu 15.1.</u> <i>Khối cầu ngoại tiếp khối đa diện</i>	61
<u>Phiếu 15.2.</u> <i>Khối cầu ngoại tiếp khối đa diện</i>	63
<u>Phiếu 15.3.</u> <i>Khối cầu ngoại tiếp khối đa diện</i>	65

Phiếu 1.1. Góc giữa hai đường thẳng (ôn lớp 11, nền lớp 12)

→ **Phương pháp:** Dựng thêm đường thẳng song song.

Chẳng hạn dựng đường thẳng $c \parallel b$ và c cắt a tại I (hoặc tịnh tiến cả hai đường).

Khi đó $\widehat{(a; b)} = \widehat{(a; c)} = \alpha$ như hình vẽ.

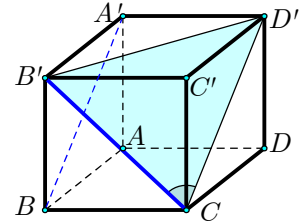


Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông hoặc định lý hàm số sin, cosin để tìm góc α .

BÀI TẬP ÁP DỤNG

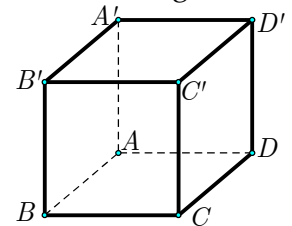
Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khi đó góc giữa $A'B$ và $B'C$ bằng

- A. 0° . **Giải.** Ta có $A'B \parallel D'C \Rightarrow \widehat{(A'B, B'C)} = \widehat{(D'C, B'C)} = \widehat{D'CB'}$.
 B. 45° . Hình lập phương là hình có 6 mặt là 6 hình vuông bằng nhau nên
 C. 60° . 6 đường chéo tương ứng bằng nhau, hay có $B'C = CD' = D'B'$.
 D. 90° . $\Rightarrow \triangle B'CD'$ đều $\Rightarrow \widehat{D'CB'} = 60^\circ \longrightarrow$ Chọn đáp án C.



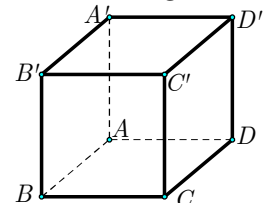
Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CC' bằng

- A. 30° .
 B. 45° .
 C. 60° .
 D. 90° .



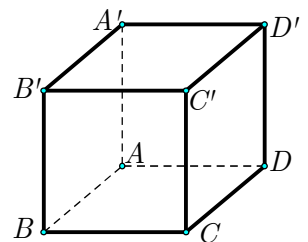
Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Góc giữa $B'D'$ và $A'D$ bằng

- A. 45° .
 B. 30° .
 C. 60° .
 D. 90° .



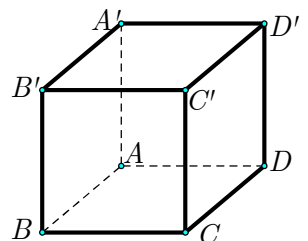
Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ dưới), góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng

- A. 90° .
 B. 60° .
 C. 30° .
 D. 45° .



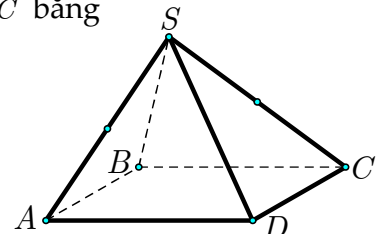
Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

- A. 90° .
 B. 30° .
 C. 60° .
 D. 45° .



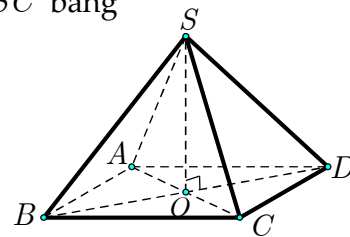
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Góc giữa hai đường thẳng MN và BC bằng

- A. 30° .
 B. 60° .
 C. 45° .
 D. 90° .



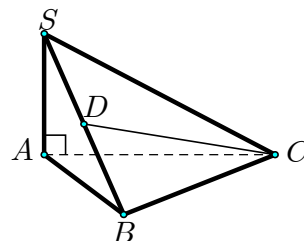
Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

- A. 45° .
B. 30° .
C. 60° .
D. 75° .



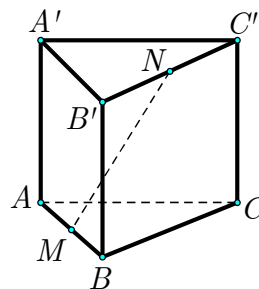
Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 6a$. Gọi D là trung điểm của SB . Góc giữa hai đường thẳng SA và DC bằng

- A. 45° .
B. 30° .
C. 60° .
D. 75° .



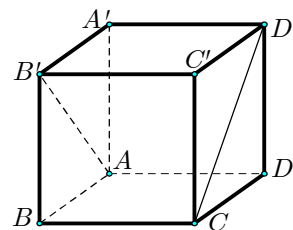
Câu 9. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a (lăng trụ đều là lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều). Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , $B'C'$ và α là góc giữa hai đường thẳng AC , MN (tham khảo hình vẽ). Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

- A. $\sqrt{2}$.
B. 1.
C. $\frac{1}{2}$.
D. 2.



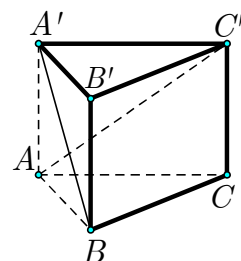
Câu 10. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = \sqrt{2}$ và $AA' = 2$ (tham khảo hình vẽ). Côsin góc giữa hai đường thẳng AB' và CD' bằng

- A. $1/3$.
B. 2.
C. $1/6$.
D. $5/6$.



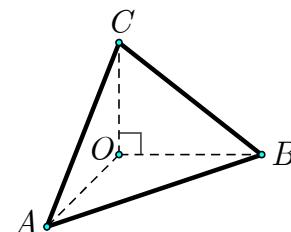
Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Côsin góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC' bằng

- A. $1/3$.
B. $5/6$.
C. $5/8$.
D. $3/4$.



Câu 12. Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

- A. 45° .
B. 30° .
C. 60° .
D. 90° .



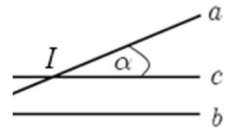
Phiếu 1.2. Góc giữa hai đường thẳng (ôn lớp 11, nền lớp 12)

→ **Phương pháp:**

Chẳng hạn xét (a, b) , ta dựng:

Khi đó $\widehat{(a; b)} =$

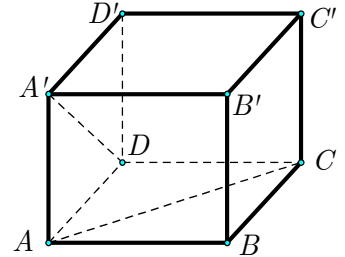
Để tính góc α , ta sử dụng:



BÀI TẬP ÁP DỤNG

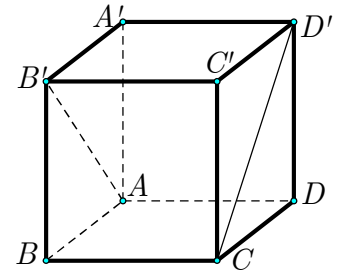
Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

- A. 45° .
- B. 30° .
- C. 60° .
- D. 90° .



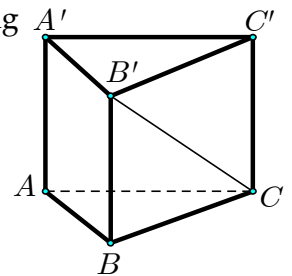
Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = \sqrt{2}$, $AA' = 2$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Cosin góc giữa hai đường thẳng AB' và CD' bằng

- A. $\frac{1}{3}$.
- B. 2.
- C. $\frac{1}{6}$.
- D. $\frac{5}{6}$.



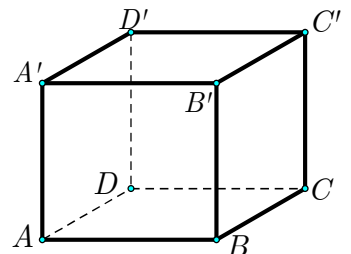
Câu 3. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (lăng trụ đứng là lăng trụ có các cạnh bên vuông với các cạnh đáy). Góc giữa đường thẳng AA' và BC' bằng

- A. 30° .
- B. 90° .
- C. 45° .
- D. 60° .



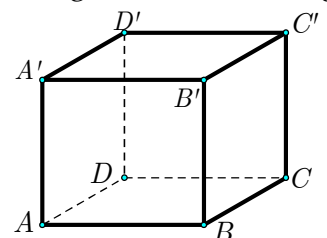
Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới), góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng

- A. 90° .
- B. 60° .
- C. 30° .
- D. 45° .



Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

- A. 90° .
- B. 30° .
- C. 60° .
- D. 45° .



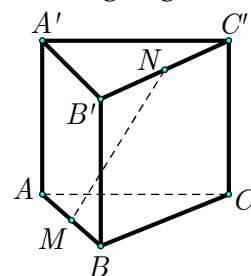
Câu 6. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a (lăng trụ đều là lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, B'C'$ và α là góc giữa hai đường thẳng AC, MN (tham khảo hình vẽ). Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.



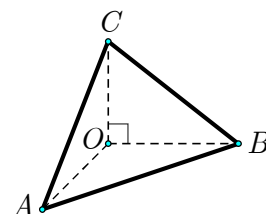
Câu 7. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Góc giữa hai đường thẳng AB, BC bằng

A. 60° .

B. 120° .

C. 90° .

D. 45° .



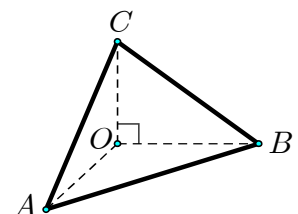
Câu 8. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .



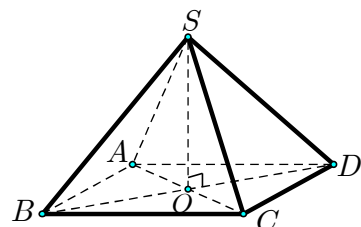
Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và cùng bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa đường thẳng SA và CD bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 75° .



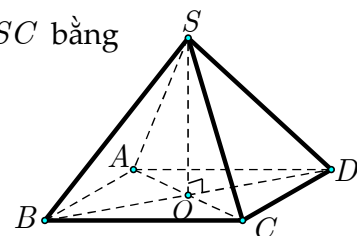
Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 75° .



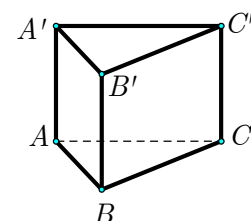
Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

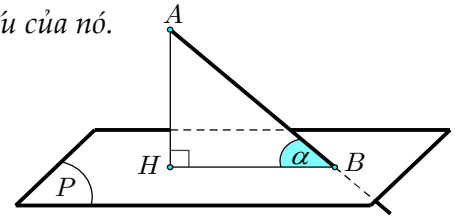


Phiếu 2.1. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (ôn lớp 11, nền lớp 12)

————→ Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc tạo bởi nó và hình chiếu của nó.

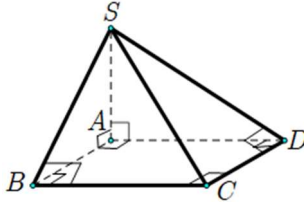
Tìm góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) ?

Ta có: $\begin{cases} AB \cap (P) = B \\ AH \perp (P) \text{ tại } H \end{cases} \Rightarrow (AB, (P)) = (AB, BH) = \widehat{ABH} = \alpha.$



Trong trường hợp khó $\Rightarrow$ tách phẳng đưa về định nghĩa, sử dụng khoảng cách, tức $\sin \alpha = \frac{AH}{AB} = \frac{d(A, (P))}{AB}.$

- 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng sau đây ?



- a) $(SB, (ABCD)) = ?$ (học sinh trình bày như mẫu)

Ta có: $\begin{cases} SB \cap (ABCD) = B \\ SA \perp (ABCD) \text{ tại } A \end{cases}$

$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}.$

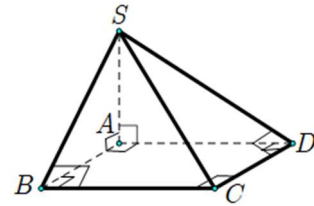
$\xrightarrow[\perp \text{ tại } A]{\Delta SAB} \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$

- b) $(SC, (ABCD)) = ?$

- c) $(SD, (SAC)) = ?$

- d) $(SC, (SAB)) = ?$

- 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3a$, $AD = 4a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 4a$. Tính góc giữa đường và mặt sau ?



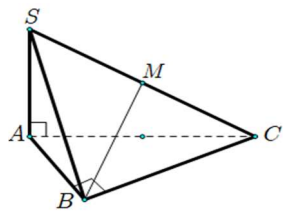
- a) $(SD, (ABCD)) = ?$

- b) $(SC, (ABCD)) = ?$

- c) $(SC, (SAD)) = ?$

- d) $(SD, (SBC)) = ?$

- 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của SC . Xác định và tính góc giữa đường và mặt ?



- a) $(SC, (ABC)) = ?$ Ta có: $\begin{cases} SC \cap (ABC) = C \\ SA \perp (ABC) \text{ tại } A \end{cases}$

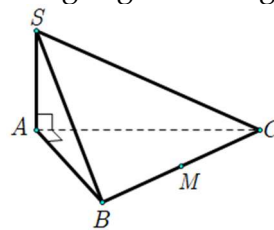
$$\Rightarrow (SC, (ABC)) = (SC, CA) = \widehat{SCA}.$$

$$\xrightarrow[\perp \text{ tại } A]{\Delta SAC} \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ.$$

- b) $(SC, (SAB)) = ?$

- c) $(BM, (ABC)) = ?$

- 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , có $AB = a$, $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của BC . Xác định và tính góc giữa đường và mặt sau ?

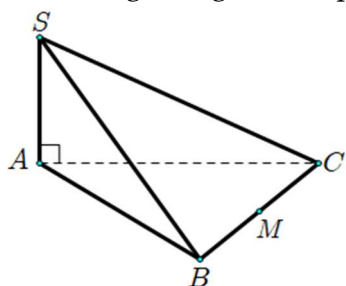


- a) $(SM, (ABC)) = ?$

- b) $(SA, (SBC)) = ?$

- c) $(SM, (SAB)) = ?$

- 3) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của BC . Xác định và tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng ?



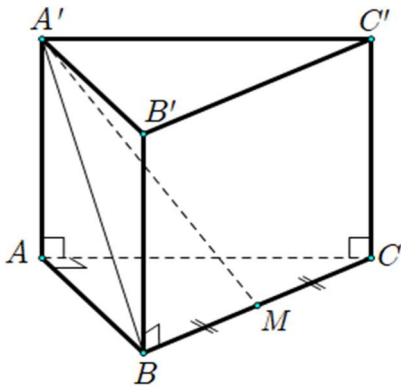
- a) $(SB, (ABC)) = ?$

- b) $(SM, (ABC)) = ?$

- c) $(SA, (SBC)) = ?$

- d) $(SM, (SAB)) = ?$

- 4) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC . Xác định và tính góc giữa đường và mặt sau:



☒ **Cần nhớ về hình lăng trụ đứng:**

- Hai đáy $(ABC) \parallel (A'B'C')$.
- Chiều cao $AA' = BB' = CC' \Rightarrow$ các mặt bên là các hình chữ nhật $(ABB'A', BCC'B', \dots)$.

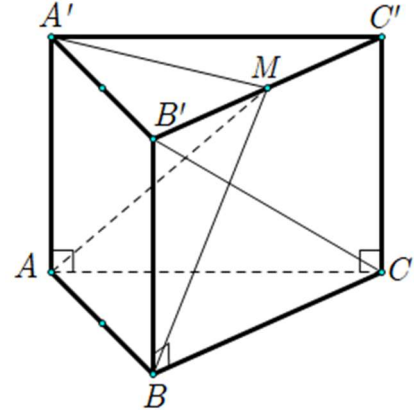
a) $(A'B, (A'B'C')) = ?$

b) $(A'B, (AA'C'C)) = ?$

c) $(A'M, (ABC)) = ?$

d) $(A'M, (ABB'A')) = ?$

- 3) Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Xác định và tính góc giữa đường và mặt sau ?



- ☒ **Cần nhớ về hình lăng trụ đều:** Hình lăng trụ đều là một hình lăng trụ đứng, có đáy là một đa giác đều $\Rightarrow$ Có đầy đủ tính chất của một hình lăng trụ đứng.

a) $(AM, (ABC)) = ?$

b) $(AM, (BCC'B')) = ?$

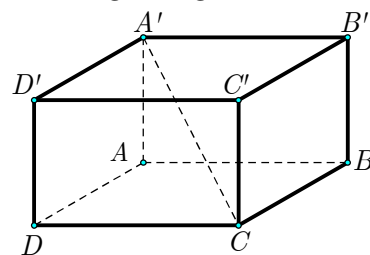
c) $(B'C, (ABB'A')) = ?$

d) $(A'M, (ABB'A')) = ?$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

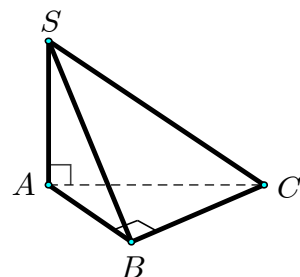
Câu 1. (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2021) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 30° .
B. 45° .
C. 60° .
D. 90° .



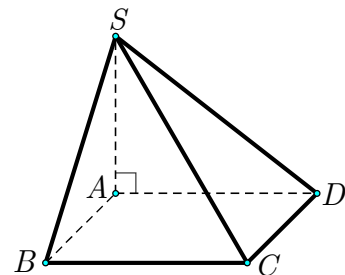
Câu 2. (Đề thi TN THPT năm 2020 – Mã đề 102 – Câu 27) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° .
B. 45° .
C. 30° .
D. 90° .



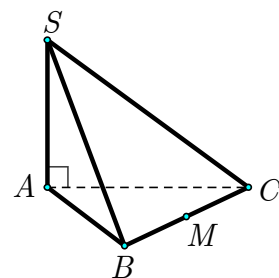
Câu 3. (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2020 lần 1 – Câu 17) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° .
B. 30° .
C. 60° .
D. 90° .



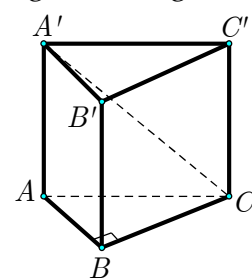
Câu 4. (VTED – Đề số 16) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $2SA = 3a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ), góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° .
B. 30° .
C. 60° .
D. 90° .



Câu 5. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn – Bình Định) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng

- A. 60° .
B. 30° .
C. 45° .
D. 90° .

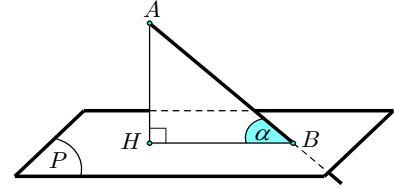


Phiếu 2.2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (ôn lớp 11, nền lớp 12)

————→ Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc tạo bởi nó và hình chiếu của nó.

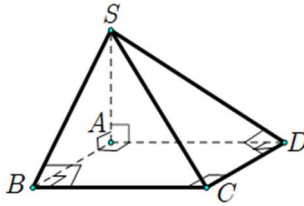
Tìm góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) ?

Ta có: $\begin{cases} AB \cap (P) = B \\ AH \perp (P) \text{ tại } H \end{cases} \Rightarrow (AB, (P)) = (AB, BH) = \widehat{ABH} = \alpha.$



Trường hợp khó nhìn $\Rightarrow$ tách phẳng đưa về định nghĩa, sử dụng khoảng cách, tức $\sin \alpha = \frac{AH}{AB} = \frac{d(A, (P))}{AB}.$

- 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng sau đây ?



- a) $(SB, (ABCD)) = ?$

Ta có: $\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = \dots\dots\dots$

$\xrightarrow[\perp \text{ tại } A]{\Delta SAB} \tan \widehat{SBA} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots \Rightarrow \widehat{SBA} = \dots\dots\dots$

- b) $(SC, (ABCD)) = ?$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

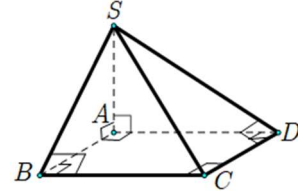
- c) $(SD, (SAC)) = ?$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

- d) $(SC, (SAB)) = ?$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

- 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường và mặt sau ?



- a) $(SD, (ABCD)) = ?$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

- b) $(SC, (ABCD)) = ?$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

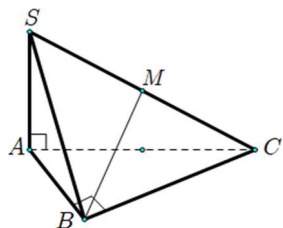
- c) $(SC, (SAD)) = ?$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

- d) $(SB, (SCD)) = ?$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

- 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{2}$, $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của SC . Xác định và tính góc giữa đường và mặt ?



a) $(SC, (ABC)) = ?$ Ta có: $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$

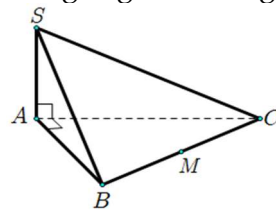
$\Rightarrow (SC, (ABC)) = \dots\dots\dots$

$\xrightarrow[\perp \text{ tại } A]{\Delta SAC} \tan \widehat{SCA} = \dots\dots\dots$

b) $(SC, (SAB)) = ? \dots\dots\dots$

c) $(BM, (ABC)) = ? \dots\dots\dots$

- 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của BC . Xác định và tính góc giữa đường và mặt sau ?

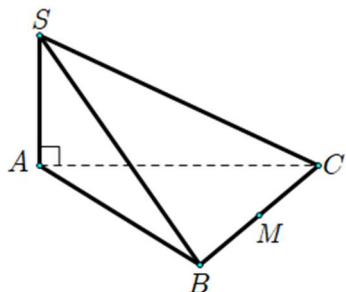


a) $(SM, (ABC)) = \dots\dots\dots$

b) $(SA, (SBC)) = ? \dots\dots\dots$

c) $(SM, (SAB)) = ? \dots\dots\dots$

- 3) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của BC . Xác định và tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng ?



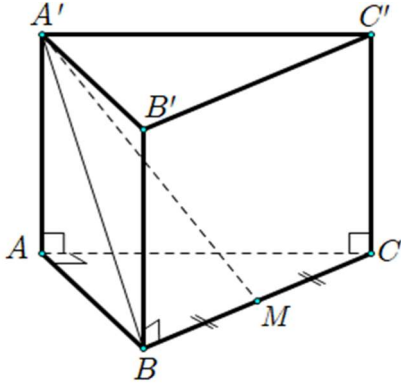
a) $(SB, (ABC)) = ? \dots\dots\dots$

b) $(SM, (ABC)) = ? \dots\dots\dots$

c) $(SA, (SBC)) = ? \dots\dots\dots$

d) $(SM, (SAB)) = ? \dots\dots\dots$

- 4) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$ và $AA' = 3a$. Gọi M là trung điểm của BC . Xác định và tính góc giữa đường và mặt sau:



☒ **Cần nhớ về hình lăng trụ đứng:**

- Hai đáy $(ABC) \parallel (A'B'C')$.
- Chiều cao $AA' = BB' = CC' \Rightarrow$ các mặt bên là các hình chữ nhật $(ABB'A', BCC'B', \dots)$.

a) $(A'B, (A'B'C')) = ?$

.....

.....

.....

b) $(A'B, (AA'C'C)) = ?$

.....

.....

.....

c) $(A'M, (ABC)) = ?$

.....

.....

.....

d) $(A'M, (ABB'A')) = ?$

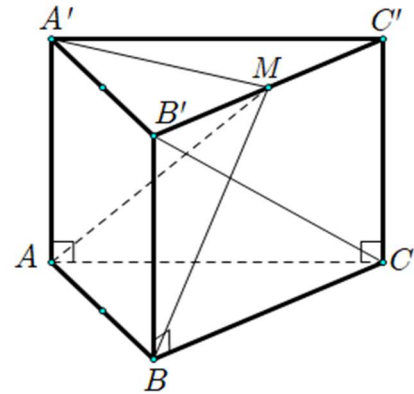
.....

.....

.....

.....

- 3) Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Xác định và tính góc giữa đường và mặt sau ?



- ☒ **Cần nhớ về hình lăng trụ đều:** Hình lăng trụ đều là một hình lăng trụ đứng, có đáy là một đa giác đều $\Rightarrow$ Có đầy đủ tính chất của một hình lăng trụ đứng.

a) $(AM, (ABC)) = ?$

.....

.....

.....

b) $(AM, (BCC'B')) = ?$

.....

.....

.....

c) $(B'C, (ABB'A')) = ?$

.....

.....

.....

d) $(A'M, (ABB'A')) = ?$

.....

.....

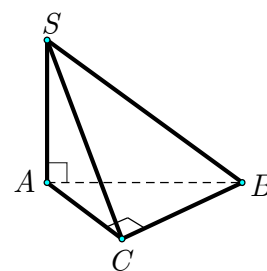
.....

.....

BÀI TẬP VẬN DỤNG

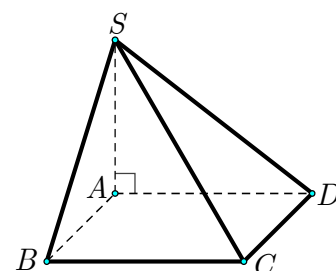
Câu 1. (Đề thi THPT QG năm 2018 – Mã đề 103 – Câu 20) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = a$, $BC = \sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° .
B. 90° .
C. 30° .
D. 45° .



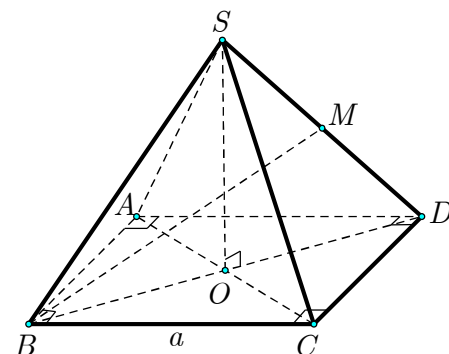
Câu 2. (Sở GD & ĐT Ninh Bình) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$ và $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = a\sqrt{5}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 30° .
B. 90° .
C. 60° .
D. 45° .



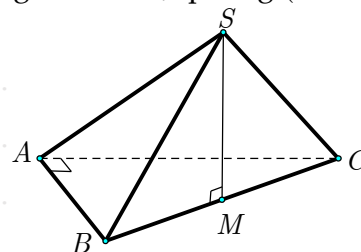
Câu 3. (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018 – Câu 25) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
B. $\sqrt{2}$.
C. $\frac{2}{3}$.
D. $\frac{1}{3}$.



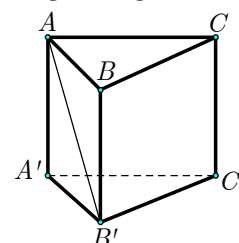
Câu 4. (THPT Hoàng Hoa Thám – Đà Nẵng) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$ và $SB = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của BC (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 30° .
B. 60° .
C. 45° .
D. 75° .

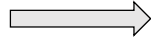
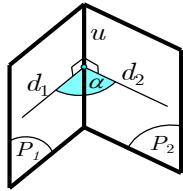


Câu 5. (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình) Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết tam giác ABC đều cạnh a và $AA' = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

- A. 60° .
B. 45° .
C. 30° .
D. 90° .



Phiếu 3.1. Góc giữa hai mặt phẳng (ôn lớp 11, nền lớp 12)

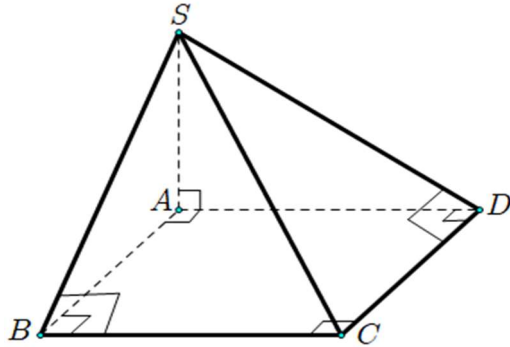


Ta có:
$$\begin{cases} (P_1) \cap (P_2) = u \\ u \perp d_1 \subset (P_1) \\ u \perp d_2 \subset (P_2) \end{cases} \longrightarrow ((P_1), (P_2)) = (d_1, d_2) = \alpha.$$

☑ Với u là giao tuyến của hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) . Có hai loại giao tuyến: hai điểm chung và song song.

☑ Góc giữa hai mặt phẳng là góc nhọn, nếu tìm ra $\alpha > 90^\circ \Rightarrow$ góc cần tìm là $180^\circ - \alpha$.

1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Xác định góc giữa hai mặt:



a) $((SBC), (ABCD)) = ?$

Ta có:
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp SB \subset (SBC) \\ BC \perp AB \subset (ABCD) \end{cases}$$

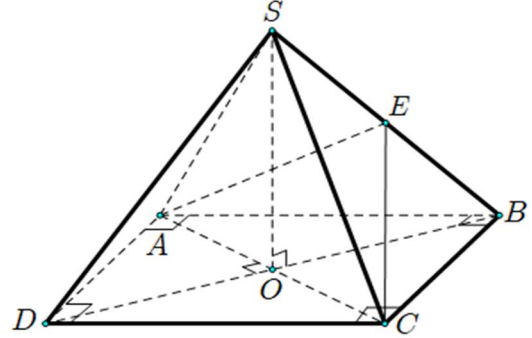
$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}.$

b) $((SCD), (ABCD)) = ?$

c) $((SBD), (ABCD)) = ?$

d) $((SAD), (SBC)) = ?$

1) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi E là trung điểm SB . Xác định góc giữa hai mặt:



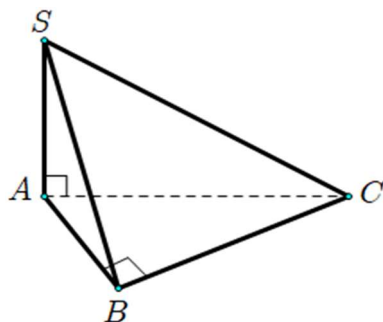
a) $((SBC), (ABCD)) = ?$

b) $((ACE), (ABCD)) = ?$

c) $((SAB), (SCD)) = ?$

d) $((SBC), (SAD)) = ?$

- 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ vuông cân tại B và $SA \perp (ABC)$. Xác định góc giữa:



a) $((SBC), (ABC)) = ?$

b) $((SBC), (SAB)) = ?$

✓ **Cách 1.** Tìm đường thẳng cắt hai mặt phẳng, đồng thời vuông góc với giao tuyến.

Dựng $BH \perp AC$ và $HK \perp SC$.

Ta có:

✓ **Cách 2.** Tìm hai đường thẳng vuông góc với hai mặt phẳng. Khi đó góc giữa hai đường thẳng chính là góc giữa hai mặt phẳng.

Dựng $AE \perp SB$ và $AF \perp SC$.

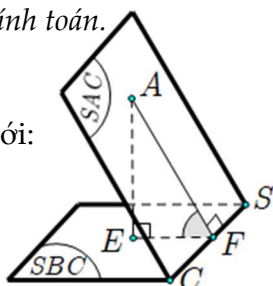
Ta có:

✓ **Cách 3.** Tách phẳng đưa về khoảng cách, sau đó nhìn hình ban đầu tính toán.

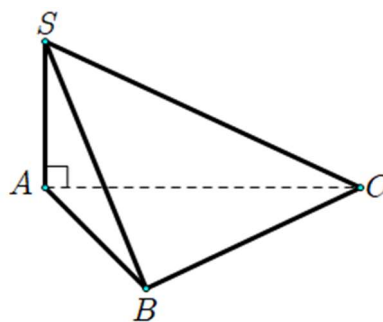
Từ hình tách phẳng:

Ta có: $((SBC), (SAB)) = \alpha$ với:

$$\sin \alpha = \frac{AE}{AF} = \frac{d(A, (SBC))}{d(A, SC)}$$



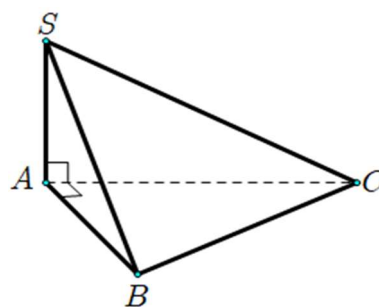
- 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều và $SA \perp (ABC)$. Xác định góc giữa:



a) $((SBC), (ABC)) = ?$

b) $((SAC), (SBC)) = ?$

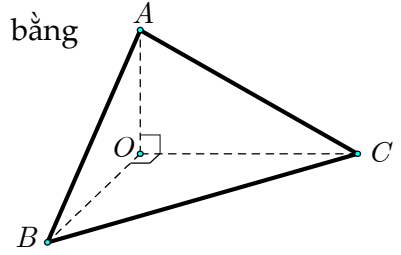
- 3) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$ và $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .



BÀI TẬP VẬN DỤNG

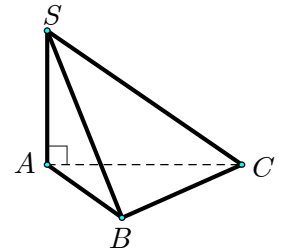
Câu 1. (THPT Hoa Lư – Ninh Bình) Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}, OA = a$. Góc giữa hai mặt (ABC) và (OBC) bằng

- A. 60° .
B. 30° .
C. 45° .
D. 90° .



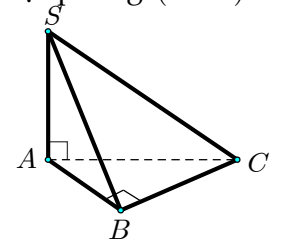
Câu 2. (VTED – Đề số 02) Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Tang của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 1.
B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
C. 2.
D. $\sqrt{3}$.



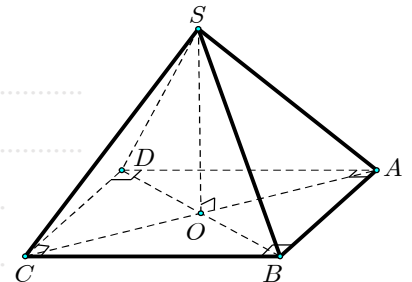
Câu 3. (VTED – Đề số 05) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = \sqrt{3}a$. Cạnh bên $SA = \sqrt{3}a$ và vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 45° .
B. 90° .
C. 30° .
D. 60° .



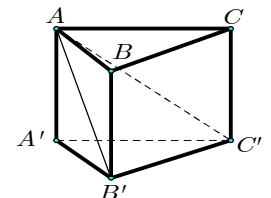
Câu 4. (THPT Hàn Thuyên – Bắc Ninh) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{5}/2$. Góc giữa (SAB) và $(ABCD)$ bằng

- A. 30° .
B. 60° .
C. 45° .
D. 60° .



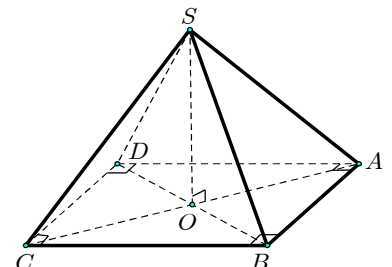
Câu 5. (THPT Việt Trì – Phú Thọ) Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$ bằng

- A. 30° .
B. 45° .
C. 60° .
D. 90° .



Câu 6. (THPT Hàn Thuyên – Bắc Ninh) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{5}/2$. Góc giữa (SAB) và $(ABCD)$ bằng

- A. 30° .
B. 60° .
C. 45° .
D. 60° .



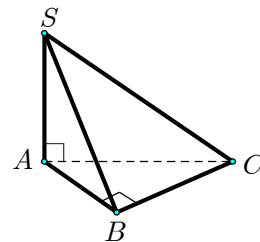
Câu 7. (THPT Lê Xoay – Vĩnh Phúc) Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABC)$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .



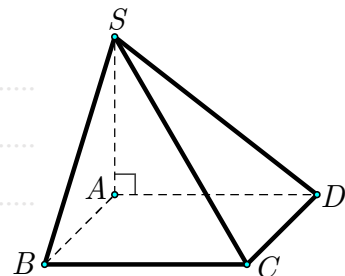
Câu 8. (VTED – Đề số 08) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .



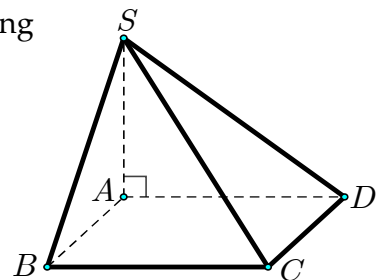
Câu 9. (THPT Nguyễn Khuyến – Nam Định) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$ và $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, $SA = 2a$ (tham khảo hình vẽ). Tang của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.



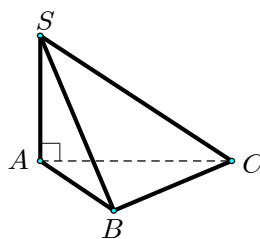
Câu 10. (VTED – Đề số 02) Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Tang của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. 2.

D. $\sqrt{3}$.



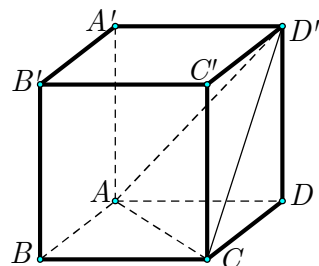
Câu 11. (Sở GD & ĐT Phú Thọ) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ). Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{6\sqrt{5}}{2}$.

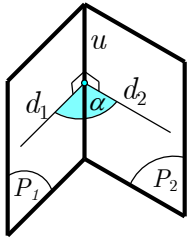
B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

C. 3.

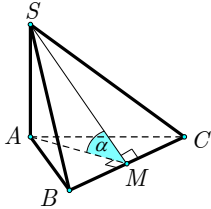
D. $3\sqrt{2}$.



Phiếu 3.2. Góc giữa hai mặt phẳng (ôn lớp 11, nền lớp 12)

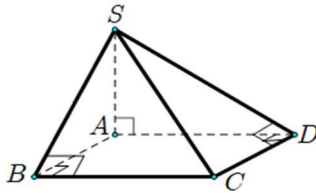


Ta có: $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \longrightarrow ((P_1), (P_2)) = \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$



Ta có: $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \longrightarrow ((ABC), (SBC)) = \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$

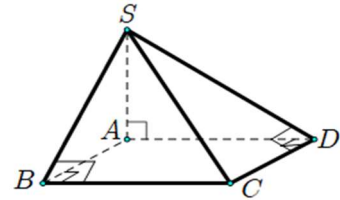
- 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Xác định và tính góc giữa các mặt phẳng sau đây ?



a) $\widehat{((SBC), (ABCD))} = \dots\dots\dots$

b) $\widehat{((SBD), (ABCD))} = \dots\dots\dots$

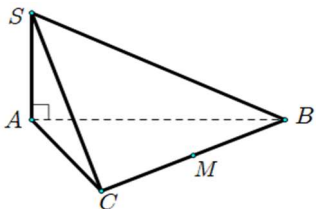
- 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Tìm góc giữa các mặt phẳng sau ?



a) $\widehat{((SCD), (ABCD))} = \dots\dots\dots$

b) $\widehat{((SBD), (ABCD))} = \dots\dots\dots$

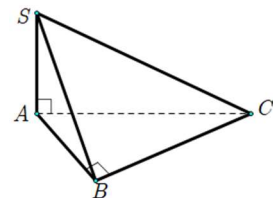
- 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng ?



a) $\widehat{((SBC), (ABC))} = \dots\dots\dots$

b) $\widehat{((SBC), (SAB))} = \dots\dots\dots$

- 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , có $AB = SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABC)$. Xác định và tính góc giữa:



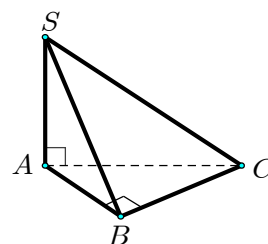
a) $\widehat{((SBC), (ABC))} = \dots\dots\dots$

b) $\widehat{((SBC), (SAC))} = \dots\dots\dots$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

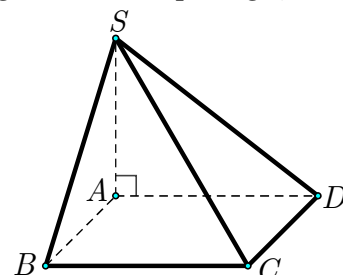
Câu 1. (THPT Lê Xoay – Vĩnh Phúc) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABC)$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 45° .
B. 60° .
C. 90° .
D. 30° .



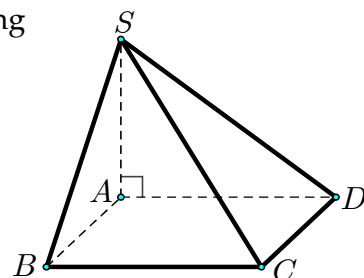
Câu 2. (VTED – Đề số 08 năm 2021) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A. 30° .
B. 45° .
C. 60° .
D. 90° .



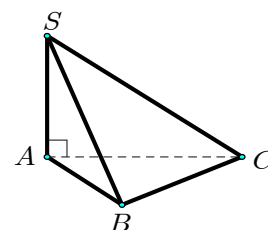
Câu 3. (THPT Nguyễn Khuyến – Nam Định) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$ và $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, $SA = 2a$ (tham khảo hình vẽ). Tang của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.
B. $\sqrt{2}$.
C. $\sqrt{5}$.
D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.



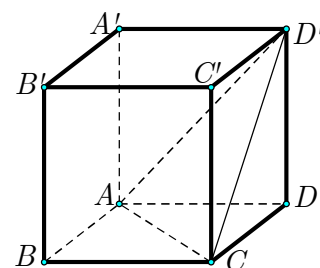
Câu 4. (VTED – Đề số 02) Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Tang của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 1.
B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
C. 2.
D. $\sqrt{3}$.



Câu 5. (Sở GD & ĐT Phú Thọ) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ). Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{6\sqrt{5}}{2}$.
B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.
C. 3.
D. $3\sqrt{2}$.

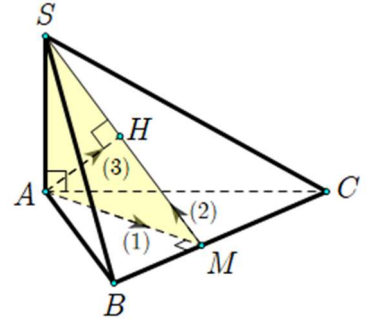


Phiếu 4.1. Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng (ôn lớp 11, nền lớp 12)

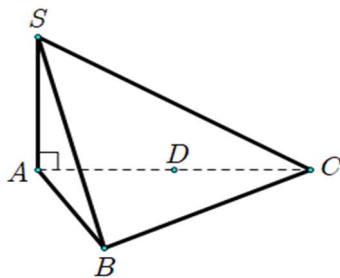
Bài toán. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Xác định khoảng cách từ chân chiều cao A đến mặt phẳng bên (SBC) ?

- Xác định giao tuyến của mặt bên và mặt đáy là $BC = (SBC) \cap (ABC)$.
- Dựng 3 đường cơ bản: từ A dựng $AM \perp BC$, nối SM , kẻ $AH \perp SM$.
- Dễ dàng chứng minh $AH \perp (SBC) \longrightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

• Tính $AH \xrightarrow{\Delta SAM} \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} \longrightarrow AH = \frac{SA \times AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}}$.



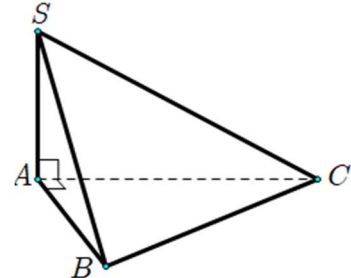
- 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi D là trung điểm AC . Tính:



a) $d(A, (SBC)) = \dots\dots\dots$

b) $d(D, (SBC)) = \dots\dots\dots$

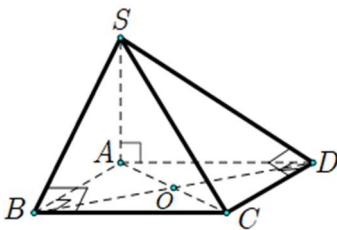
- 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Gọi D thỏa $DA = 2DC$. Tính:



a) $d(A, (SBC)) = \dots\dots\dots$

b) $d(D, (SBC)) = \dots\dots\dots$

- 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính:

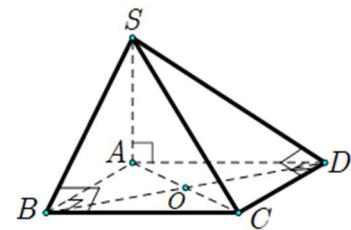


a) $d(A, (SBC)) = \dots\dots\dots$

b) $d(D, (SBC)) = \dots\dots\dots$

c) $d(C, (SBD)) = \dots\dots\dots$

- 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính:



a) $d(A, (SCD)) = \dots\dots\dots$

b) $d(B, (SCD)) = \dots\dots\dots$

c) $d(C, (SBD)) = \dots\dots\dots$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

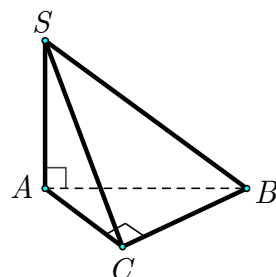
Câu 1. (Đề thi THPT QG năm 2018 – Mã đề 104 – Câu 18) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\sqrt{2}a$.

B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

C. $2\sqrt{2}a$.

D. $\sqrt{3}a$.



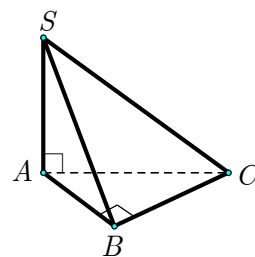
Câu 2. (Đề thi TN THPT năm 2021 lần 1 – Mã đề 101 – Câu 33) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\sqrt{2}a$.

B. $2a$.

C. a .

D. $2\sqrt{2}a$.



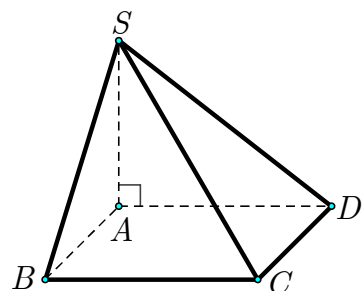
Câu 3. (THPT Chuyên Lê Hồng Phong – Tp. Hồ Chí Minh) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. a .

D. $\frac{a}{3}$.



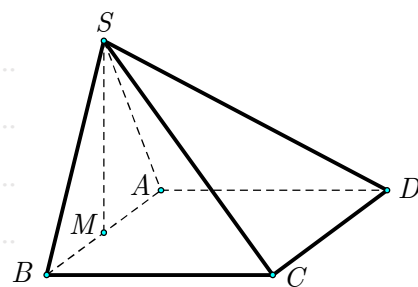
Câu 4. (THPT Trường Xuân – Nam Định) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. a .

C. $a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.



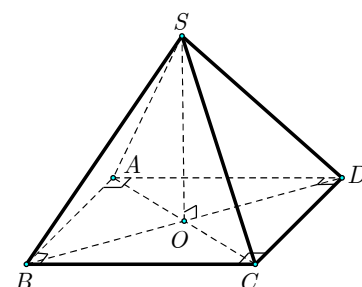
Câu 5. (THPT Chuyên Hùng Vương – Phú Thọ) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = 2a$, $SO = a$ với O là giao điểm của AC và BD (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

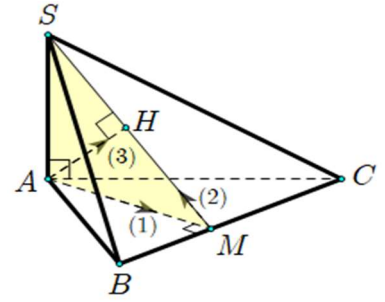
D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



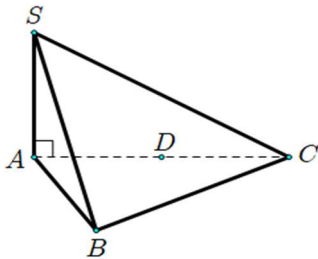
Phiếu 4.2. Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng (ôn lớp 11, nền lớp 12)

Bài toán. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Xác định khoảng cách từ chân chiều cao A đến mặt phẳng bên (SBC) ?

- Xác định giao tuyến của mặt bên và mặt đáy là
- Dựng 3 đường cơ bản:
- Dễ dàng chứng minh $AH \perp (SBC) \longrightarrow$
- Tính $AH \xrightarrow{\Delta SAM} \frac{1}{AH^2} = \dots \Rightarrow AH = \dots$

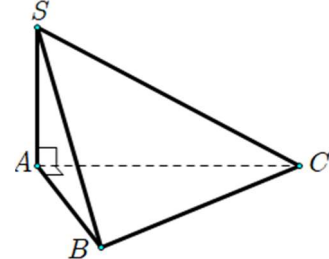


- 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi D là trung điểm AC . Tính:



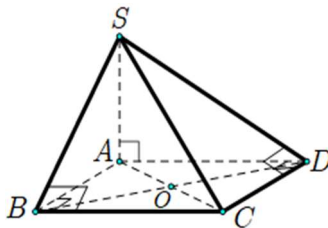
- a) $d(A, (SBC)) = \dots$
- b) $d(D, (SBC)) = \dots$

- 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 4a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Gọi D thỏa $DC = 2DA$. Tính:



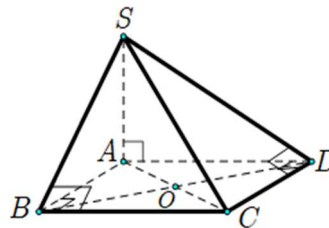
- a) $d(A, (SBC)) = \dots$
- b) $d(D, (SBC)) = \dots$

- 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính:



- a) $d(A, (SBC)) = \dots$
- b) $d(D, (SBC)) = \dots$
- c) $d(C, (SBD)) = \dots$

- 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính:



- a) $d(A, (SCD)) = \dots$
- b) $d(B, (SCD)) = \dots$
- c) $d(C, (SBD)) = \dots$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

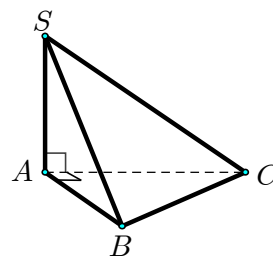
Câu 1. (THPT Cổ Loa – Hà Nội) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2a$, $AC = 3a$, $SA = 4a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{12a\sqrt{61}}{61}$.

B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{43}}{12}$.

D. $\frac{6a\sqrt{29}}{29}$.



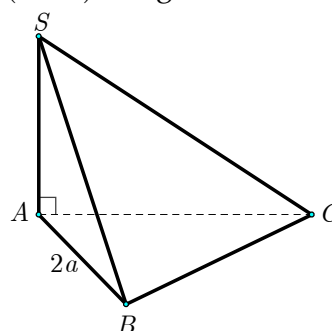
Câu 2. (Sở GD & ĐT Phú Thọ) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.



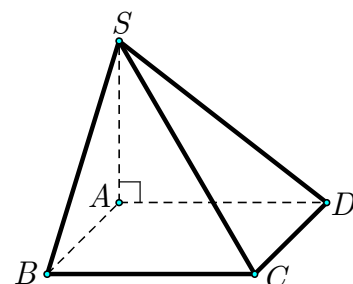
Câu 3. (THPT Kinh Môn 2 – Hải Dương) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.



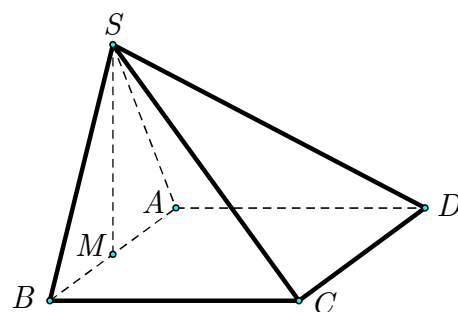
Câu 4. (Đề thi TN THPT năm 2019 – Mã đề 104 – Câu 40) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{28}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.



Phiếu 5.1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau (ôn lớp 11, nền lớp 12)

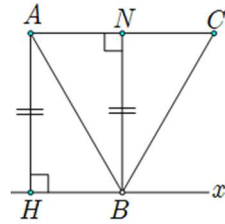
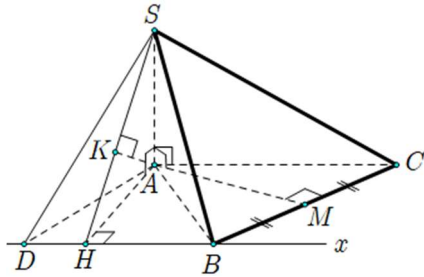


☑ **Cần nhớ:** Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung.

① Nếu hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc nhau $\longrightarrow$ dựng đường vuông góc chung.

② Nếu hai đường thẳng chéo nhau và không vuông góc nhau $\longrightarrow$ Dựng song song để tìm đường vuông góc chung (đưa về bài toán khoảng cách từ chân đường cao đến mặt phẳng bên).

1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$.
Tính khoảng cách giữa các đường thẳng sau:



a) $d(SA, BC) = ?$ **Phân tích:** nhận thấy hai đường SA và BC chéo nhau và vuông góc nhau do $SA \perp (ABC)$ nên tìm đoạn vuông góc chung.

Lời giải tham khảo

Gọi M là trung điểm của BC .

Do là tam giác đều nên $AM \perp BC$.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AM$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} AM \perp SA \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow d(SA, BC) = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

b) $d(AC, SB) = ?$ **Phân tích:** nhận thấy hai đường AC và SB chéo nhau nhưng không vuông nhau.

Lời giải tham khảo

Ta có cạnh bên $SB \cap (ABC) = B$.

Từ B dựng $Bx \parallel AC$, trên Bx lấy điểm D .

Do $AC \parallel (SBD) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(A, (SBD))$ (khoảng cách từ chân đến mặt bên).

Dựng 3 đường cơ bản: $AH \perp DB$, nối SH lại và dựng $AK \perp SH$ $d(A, (SBD)) = AK$.

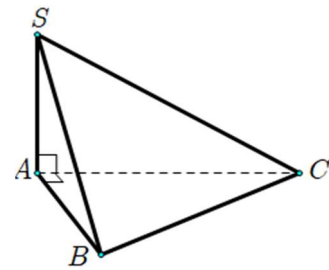
$$\text{Suy ra } d(AC, SB) = AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}}.$$

Để dễ nhìn và tìm AH , ta vẽ hình phẳng đáy và có: $AH = BN$, với N là trung điểm của AC .

$$\text{Suy ra: } d(AC, SB) = AK = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

(Lời giải trên là tự luận để học sinh dễ hiểu, khi thực chiến chỉ dựng hình và tính toán, không chứng minh)

2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, M là trung điểm của AC , $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Tính:



a) $d(SA, BC) = ?$

b) $d(AB, SC) = ?$

c) $d(BC, SM) = ?$

BÀI TẬP VẬN DỤNG



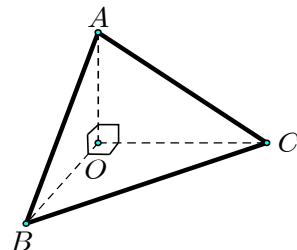
Câu 1. [MĐ2 – KĐD – LVĐ] Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OB = a/2, OA = 2OB, OC = 2OA$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OB và AC bằng

A. $2a\sqrt{3}/3$.

B. $2a\sqrt{5}/5$.

C. $a\sqrt{3}/3$.

D. $3a\sqrt{5}/10$.



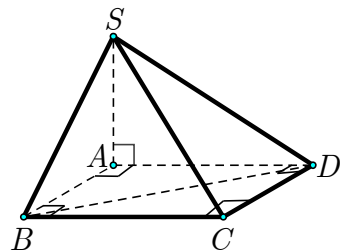
Câu 2. [MĐ2 – KĐD – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy ($ABCD$). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

A. $a\sqrt{3}/4$.

B. $a\sqrt{6}/3$.

C. $a/2$.

D. $a\sqrt{6}/6$.



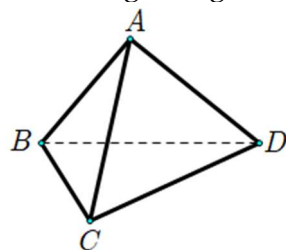
Câu 3. [MĐ2 – KĐD – LVĐ] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. $a/2$.

C. $a\sqrt{3}/2$.

D. $a\sqrt{2}/2$.



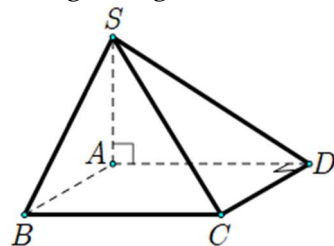
Câu 4. [MĐ3 – KĐD – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

A. $\sqrt{6}a/2$.

B. $2a/3$.

C. a .

D. $a/3$.



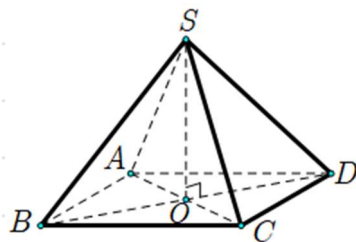
Câu 5. [MĐ3 – KĐD – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng ($ABCD$) và $SO = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

A. $a\sqrt{3}/15$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $2a\sqrt{3}/15$.

D. $2a\sqrt{5}/5$.



Phiếu 5.2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau (ôn lớp 11, nền lớp 12)



☒ **Cần nhớ:** Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là

① Nếu hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc nhau $\longrightarrow$

② Nếu hai đường thẳng chéo nhau và không vuông góc nhau $\longrightarrow$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

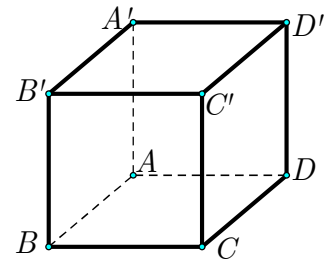
Câu 1. [MĐ2 – KĐD – LVĐ] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BD bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. a .

D. $a\sqrt{2}$.



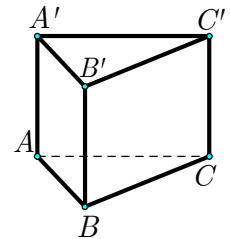
Câu 2. [MĐ2 – KĐD – LVĐ] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa AB và CC' bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



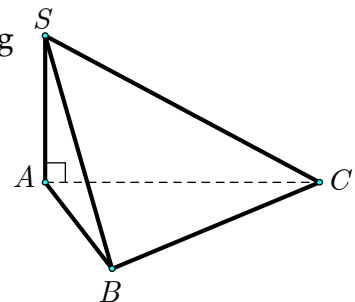
Câu 3. [MĐ2 – KĐD – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = a$, góc $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Biết $SA \perp (ABC)$. Khoảng cách giữa SA và BC bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. a .

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.



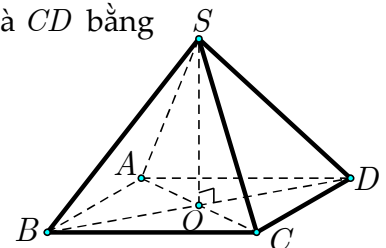
Câu 4. [MĐ2 – KĐD – LVĐ] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng $2a$, O là tâm của đáy (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và CD bằng

A. a .

B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

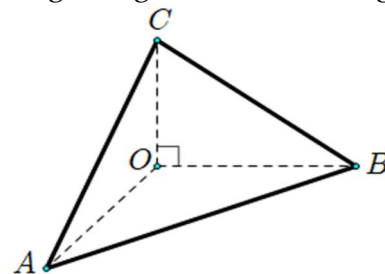
C. $\sqrt{2}a$.

D. $\frac{a}{2}$.



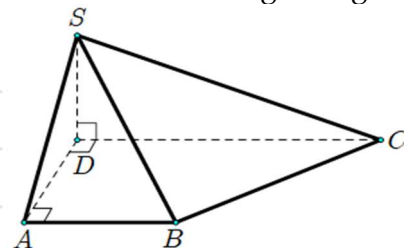
Câu 5. [MĐ2 – KĐD – LVĐ] Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC bằng

- A. $a\sqrt{3}/2$.
- B. $a/2$.
- C. $a\sqrt{2}/2$.
- D. $3a/2$.



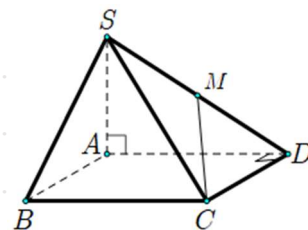
Câu 6. [MĐ2 – KĐD – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , SD vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $AD = 2a$ và $SD = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa đường thẳng CD và SA bằng

- A. $2a\sqrt{3}/3$.
- B. $a\sqrt{2}/2$.
- C. $a\sqrt{2}$.
- D. $a\sqrt{3}/3$.



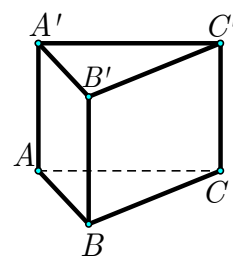
Câu 7. [MĐ3 – KĐD – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm SD (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường AB và CM bằng

- A. $3a/4$.
- B. $a\sqrt{3}/2$.
- C. $a\sqrt{3}/4$.
- D. $2a\sqrt{3}/3$.



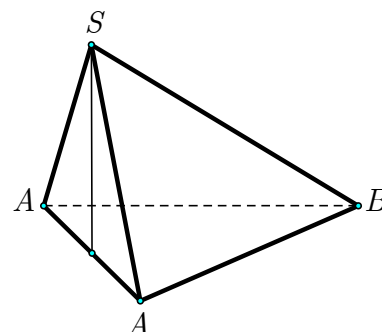
Câu 8. [MĐ3 – KĐD – LVĐ] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$ và có cạnh bên bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC bằng

- A. $a\sqrt{2}/2$.
- B. a .
- C. $a\sqrt{3}/3$.
- D. $a\sqrt{3}$.



Câu 9. [MĐ3 – KĐD – LVĐ] Cho chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

- A. $a\sqrt{6}/6$.
- B. $a\sqrt{2}/3$.
- C. $2a\sqrt{21}/7$.
- D. $\frac{2a\sqrt{30}}{5}$.

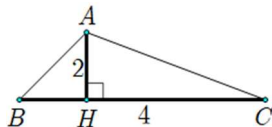


Phiếu 6.1. Diện tích của 10 hình thường gặp (ôn lớp 8,9,10, nền lớp 12)



1) $S_{\Delta \text{ thường}} = \frac{1}{2} \times \text{chiều cao} \times \text{cạnh đáy tương ứng}.$

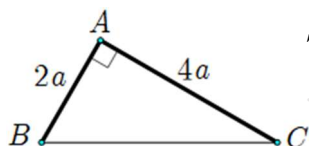
Ví dụ. Tính diện tích ΔABC , biết $BC = 4$ và chiều cao $AH = 2$.



$S_{\Delta ABC} =$

2) $S_{\Delta \text{ vuông}} = \frac{1}{2} \text{ tích hai cạnh góc vuông}.$

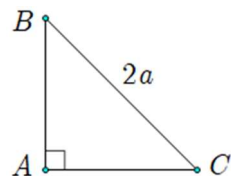
Ví dụ. Tính diện tích ΔABC vuông tại A, có $AB = 2a$, $AC = 4a$.



$S_{\Delta ABC} =$

3) $S_{\Delta \text{ vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4} = \frac{1}{2} AB.AC.$

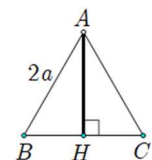
Ví dụ. Cho tam giác ABC vuông cân tại A, có cạnh huyền $BC = 2a$. Tính $S_{\Delta ABC} = ?$



$S_{\Delta ABC} =$

4) $S_{\Delta \text{ đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Chiều cao} = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{2}.$

Ví dụ. Tính diện tích và chiều cao AH của tam giác đều ABC , có cạnh bằng $2a$.

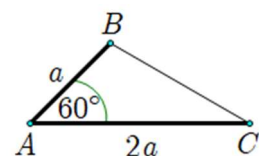


$S_{\Delta ABC} =$

$AH =$

5) $S_{\Delta \text{ cho 2 cạnh, 1 góc}} = \frac{1}{2} \text{ tích hai cạnh} \times \sin \text{ góc kẹp}$

Ví dụ. Tính diện tích của tam giác ABC có $AB = a$, $AC = 2a$ và góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$.



$S_{\Delta ABC} =$

1) $S_{\Delta \text{ thường}} =$

Ví dụ. Tính diện tích ΔABC , biết $BC = 5$ và chiều cao $AH = 4$.

$S_{\Delta ABC} =$

2) $S_{\Delta \text{ vuông}} =$

Ví dụ. Tính diện tích của tam giác vuông tại A, có $AB = 4$, $BC = 6$.

$S_{\Delta ABC} =$

3) $S_{\Delta \text{ vuông cân}} =$

Ví dụ. Tính diện tích của tam giác ABC vuông cân tại A, với cạnh huyền $BC = 3a$.

$S_{\Delta ABC} =$

4) $S_{\Delta \text{ đều}} =$

Ví dụ. Tính diện tích và chiều cao AH của tam giác đều ABC , có cạnh bằng $a\sqrt{3}$.

$S_{\Delta ABC} =$

5) $S_{\Delta \text{ cho 2 cạnh, 1 góc}} =$

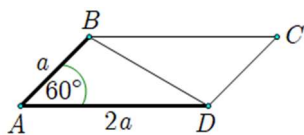
Ví dụ. Tính diện tích của tam giác ABC có $AB = 2a$, $BC = 3a$ và góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$.

$S_{\Delta ABC} =$

6) $S_{\text{hình bình hành}} = \text{chiều cao} \times \text{cạnh đáy tương ứng}$

Hoặc $S_{\text{hình bình hành } ABCD} = 2 \cdot S_{\triangle ABD}$.

Ví dụ. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$.



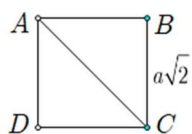
$S_{ABCD} =$

6) $S_{\text{hình bình hành}} =$

Ví dụ. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2a$, $BC = 3a$ và góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$.

7) $S_{\text{Hình vuông}} = (\text{cạnh})^2 \Rightarrow \text{Đường chéo} = \text{cạnh} \sqrt{2}$.

Ví dụ. Tính diện tích và đường chéo của hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$.



$S_{ABCD} =$

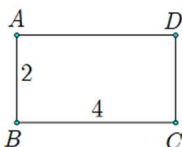
$AC =$

7) $S_{\text{Hình vuông}} =$

Ví dụ. Tính diện tích và đường chéo BD của hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2a$.

8) $S_{\text{Hình chữ nhật}} = \text{dài} \times \text{rộng}$.

Ví dụ. Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $BC = 4a$.



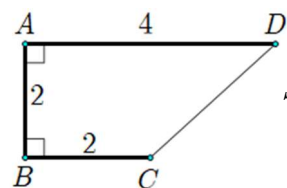
$S_{ABCD} =$

8) $S_{\text{Hình chữ nhật}} =$

Ví dụ. Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $AD = 3a$.

9) $S_{\text{Hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \times \text{chiều cao}}{2}$.

Ví dụ. Tính diện tích hình thang $ABCD$ vuông tại A, B có $AB = BC = 2$, $AD = 4$.



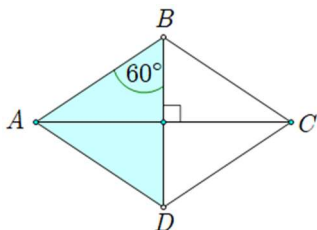
$S_{ABCD} =$

9) $S_{\text{Hình thang}} =$

Ví dụ. Tính diện tích hình thang $ABCD$ vuông tại A, B có $AB = BC = a$, $AD = 2a$.

10) $S_{\text{Hình thoi}} = \frac{1}{2} \text{ tích hai đường chéo}$.

Ví dụ. Tính diện tích hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a và góc $\widehat{ABD} = 60^\circ$.



$S_{ABCD} =$

10) $S_{\text{Hình thoi}} =$

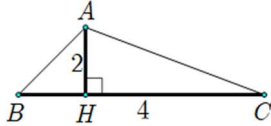
Ví dụ. Tính diện tích hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng $2a$ và góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$.

Phiếu 6.2. Diện tích của 10 hình thường gặp (ôn lớp 8,9,10, nền lớp 12)



1) $S_{\Delta \text{ thường}} = \frac{1}{2} \times \text{chiều cao} \times \text{cạnh đáy tương ứng}.$

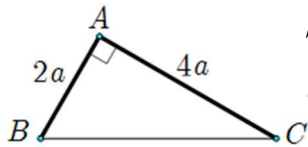
Ví dụ. Tính diện tích ΔABC , biết $BC = 4$ và chiều cao $AH = 2$.



$S_{\Delta ABC} =$

2) $S_{\Delta \text{ vuông}} = \frac{1}{2} \text{ tích hai cạnh góc vuông}.$

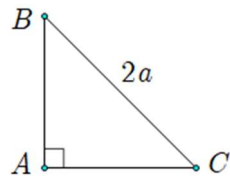
Ví dụ. Tính diện tích ΔABC vuông tại A , có $AB = 2a$, $AC = 4a$.



$S_{\Delta ABC} =$

3) $S_{\Delta \text{ vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4} = \frac{1}{2} AB.AC.$

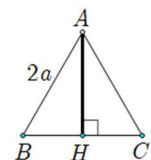
Ví dụ. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , có cạnh huyền $BC = 2a$. Tính $S_{\Delta ABC} = ?$



$S_{\Delta ABC} =$

4) $S_{\Delta \text{ đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Chiều cao} = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{2}.$

Ví dụ. Tính diện tích và chiều cao AH của tam giác đều ABC , có cạnh bằng $2a$.

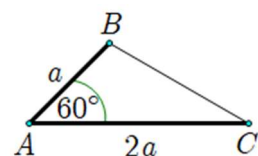


$S_{\Delta ABC} =$

$AH =$

5) $S_{\Delta \text{ cho 2 cạnh, 1 góc}} = \frac{1}{2} \text{ tích hai cạnh} \times \sin \text{ góc kẹp}$

Ví dụ. Tính diện tích của tam giác ABC có $AB = a$, $AC = 2a$ và góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$.



$S_{\Delta ABC} =$

1) $S_{\Delta \text{ thường}} =$

Ví dụ. Tính diện tích ΔABC , biết $BC = 8$ và chiều cao $AH = 4$.

.....

2) $S_{\Delta \text{ vuông}} =$

Ví dụ. Tính diện tích của tam giác vuông tại A , có $AB = 3$, $AC = 5$.

.....

3) $S_{\Delta \text{ vuông cân}} =$

Ví dụ. Tính diện tích của tam giác ABC vuông cân tại A , với cạnh huyền $BC = a\sqrt{5}$.

.....

4) $S_{\Delta \text{ đều}} =$

Ví dụ. Tính diện tích và chiều cao AH của tam giác đều ABC , có cạnh bằng $a\sqrt{3}$.

.....

5) $S_{\Delta \text{ cho 2 cạnh, 1 góc}} =$

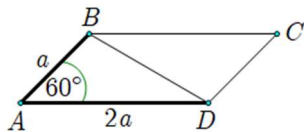
Ví dụ. Tính diện tích của tam giác ABC có $AB = 2a$, $BC = 3a$ và góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$.

.....

6) $S_{\text{hình bình hành}} = \text{chiều cao} \times \text{cạnh đáy tương ứng}$

Hoặc $S_{\text{hình bình hành } ABCD} = 2 \cdot S_{\triangle ABD}$.

Ví dụ. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$.



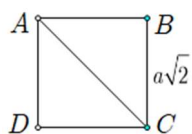
$S_{ABCD} =$

6) $S_{\text{hình bình hành}} =$

Ví dụ. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2a$, $BC = 3a$ và góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$.

7) $S_{\text{Hình vuông}} = (\text{cạnh})^2 \Rightarrow \text{Đường chéo} = \text{cạnh} \sqrt{2}$.

Ví dụ. Tính diện tích và đường chéo của hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$.



$S_{ABCD} =$

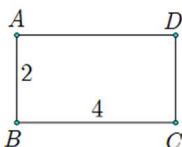
$AC =$

7) $S_{\text{Hình vuông}} =$

Ví dụ. Tính diện tích và đường chéo BD của hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2a$.

8) $S_{\text{Hình chữ nhật}} = \text{dài} \times \text{rộng}$.

Ví dụ. Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $BC = 4a$.



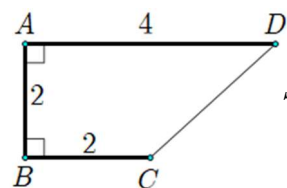
$S_{ABCD} =$

8) $S_{\text{Hình chữ nhật}} =$

Ví dụ. Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $AD = 3a$.

9) $S_{\text{Hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \times \text{chiều cao}}{2}$.

Ví dụ. Tính diện tích hình thang $ABCD$ vuông tại A, B có $AB = BC = 2$, $AD = 4$.



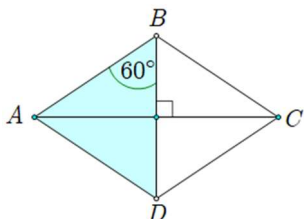
$S_{ABCD} =$

9) $S_{\text{Hình thang}} =$

Ví dụ. Tính diện tích hình thang $ABCD$ vuông tại A, B có $AB = BC = a$, $AD = 2a$.

10) $S_{\text{Hình thoi}} = \frac{1}{2} \text{ tích hai đường chéo}$.

Ví dụ. Tính diện tích hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a và góc $\widehat{ABD} = 60^\circ$.



$S_{ABCD} =$

10) $S_{\text{Hình thoi}} =$

Ví dụ. Tính diện tích hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng $2a$ và góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$.

Phiếu 7.1. Công thức thể tích khối đa diện



1) Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} Bh$ với B là

diện tích đáy và h là chiều cao hình chóp.

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 3a$. Biết $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tìm $V_{S.ABC}$?

Giải. Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA$
 $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 3a \cdot a\sqrt{3} = a^3 \sqrt{3}$.

2) Thể tích chóp có ba cạnh SA , SB , SC đôi

một vuông góc với nhau: $V = \frac{SA \cdot SB \cdot SC}{6}$.

Ví dụ. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = 2a$, $SB = 3a$, $SC = 4a$ đôi một vuông góc với nhau.

Giải. $V_{S.ABC} = \frac{SA \cdot SB \cdot SC}{6} = \frac{2a \cdot 3a \cdot 4a}{6} = 4a^3$.

3) Thể tích tứ diện đều: $V_{\text{tứ diện đều}} = \frac{(\text{cạnh})^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$.

Ví dụ. Tính thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 4.

Giải. $V_{\text{tứ diện đều}} = \frac{(\text{cạnh})^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{4^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$.

4) Thể tích khối lăng trụ: $V = B \cdot h$, với B là diện tích đáy và h là chiều cao lăng trụ.

Ví dụ. Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$.

Giải. Diện tích đáy là tam giác đều cạnh a là $B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, chiều cao $h = 2a \Rightarrow V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

5) Khối lập phương: $V_{\text{Lập phương}} = (\text{cạnh})^3$

Ví dụ. Tính thể tích khối lập phương có cạnh bằng $2a \rightarrow V = (2a)^3 = 8a^3$.

6) Khối hộp chữ nhật: $V = \text{dài} \times \text{rộng} \times \text{cao}$

Ví dụ. Tính thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a , $2a$, $3a \Rightarrow V = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3$.

1) Thể tích khối chóp:

Ví dụ. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $BA = 4a$, $BC = 3a$ và $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{2}$.

2) Thể tích khối chóp có ba cạnh SA , SB , SC đôi

một vuông góc nhau là $V = \dots$.

Ví dụ. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$ có $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 3a$ đôi một vuông góc với nhau.

3) Thể tích tứ diện đều: $V_{\text{tứ diện đều}} = \dots$.

Ví dụ. Tính thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$.

4) Thể tích khối lăng trụ: $V = \dots$

Ví dụ. Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$.

5) Thể tích khối lập phương: $V = \dots$

Ví dụ. Tính thể tích khối lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2} \rightarrow V = \dots$

6) Thể tích khối hộp chữ nhật $V = \dots$

Ví dụ. Tính thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 2, 3, 5 $\Rightarrow V = \dots$

BÀI TẬP ÁP DỤNG

- Câu 1.** Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{4}{3}a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$.
C. $2a^3$. D. $4a^3$.
- Câu 2.** Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng
- A. 6. B. 8.
C. 4. D. 2.
- Câu 3.** Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $4a^3$. B. $16a^3$.
C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $\frac{16}{3}a^3$.
- Câu 4.** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng
- A. 10. B. 20.
C. 12. D. 60.
- Câu 5.** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OB = OC = a\sqrt{6}$ và $OA = a$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng
- A. $3a^3$. B. $2a^3$.
C. $6a^3$. D. a^3 .
- Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc đáy là $SA = 2\sqrt{3}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{3a^3}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.
C. a^3 . D. $0,5a^3$.
- Câu 7.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với đáy và $SA = AB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $72a^3$. B. $36a^3$.
C. $\frac{53}{3}a^3$. D. $\frac{19}{3}a^3$.
- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{5a^3}{2}$. B. $\frac{8a^3}{3}$.
C. $2a^3$. D. a^3 .
- Câu 9.** Thể tích của tứ diện đều cạnh $6a$ bằng
- A. $54\sqrt{2}a^3$. B. $18\sqrt{2}a^3$.
C. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$. D. $36\sqrt{2}a^3$.
- Câu 10.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $A'B = 3a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\sqrt{7}a^3$.
C. $2a^3$. D. $6a^3$.

Phiếu 7.2. Công thức thể tích khối đa diện



1) Thể tích khối chóp: Với Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = 2a$, $AC = 3a$. Biết $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tìm $V_{S.ABC}$? 	1) Thể tích khối chóp: Với Ví dụ. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $BA = 5a$, $BC = 4a$ và $SA \perp (ABC)$, $SA = 6a$.
2) Thể tích chóp có ba cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau: $V = \dots\dots\dots$. Ví dụ. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = 2a$, $SB = 3a$, $SC = 4a$ đôi một vuông góc với nhau. 	2) Thể tích khối chóp có ba cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau là $V = \dots\dots\dots$. Ví dụ. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$ có $OA = a$, $OB = 3a$, $OC = 4a$ đôi một vuông góc với nhau.
3) Thể tích tứ diện đều $V_{\text{tứ diện đều}} = \dots\dots\dots$. Ví dụ. Tính thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 4. 	3) Thể tích tứ diện đều: $V_{\text{tứ diện đều}} = \dots\dots\dots$. Ví dụ. Tính thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng $2a$.
4) Thể tích khối lăng trụ: Với Ví dụ. Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. 	4) Thể tích khối lăng trụ: $V = \dots\dots\dots$ Ví dụ. Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $4a$.
5) Khối lập phương: $V_{\text{Lập phương}} = \dots\dots\dots$ Ví dụ. Tính thể tích khối lập phương có cạnh bằng $2a \longrightarrow V = \dots\dots\dots$ 	5) Thể tích khối lập phương: $V = \dots\dots\dots$ Ví dụ. Tính thể tích khối lập phương có cạnh bằng $2\sqrt{2}a. \longrightarrow V = \dots\dots\dots$
6) Khối hộp chữ nhật: $V = \dots\dots\dots$ Ví dụ. Tính thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thức là $a, 2a, 3a \Rightarrow V = \dots\dots\dots$ 	6) Thể tích khối hộp chữ nhật $V = \dots\dots\dots$ Ví dụ. Tính thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thức là 2, 3, 5 $\Rightarrow V = \dots\dots\dots$

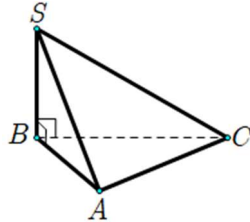
BÀI TẬP ÁP DỤNG

- Câu 1.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = 6a$. Thể tích của khối chóp bằng
- A. $3a^3$. B. $6a^3$.
C. $9a^3$. D. $18a^3$.
- Câu 2.** Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$ bằng
- A. $2a^3$. B. $6a^2$.
C. $6a^3$. D. $2a^2$.
- Câu 3.** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại A , $BC = 4a$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.
C. $4a^3\sqrt{3}$. D. $2a^3\sqrt{3}$.
- Câu 4.** Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a$.
- A. $3\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.
C. $\frac{a^3}{27}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.
- Câu 5.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{2}a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.
C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.
- Câu 6.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{4a^3}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$.
C. $\frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$. D. $4\sqrt{7}a^3$.
- Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C . Tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $AB = a\sqrt{3}$ và $AC = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3}{2}$.
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 8.** Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp đó bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

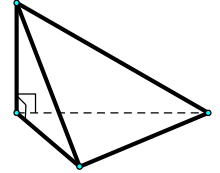
Phiếu 8. Thể tích khối chóp có cạnh bên vuông góc đáy



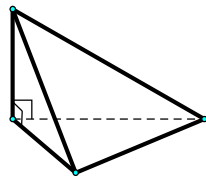
- 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) và $SA = a\sqrt{6}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.



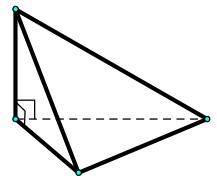
- 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) và $SB = a\sqrt{5}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.



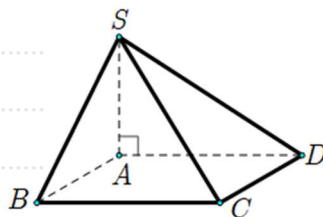
- 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AB = 5$, $BC = 3$, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) và $SC = 6$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.



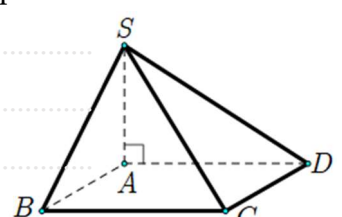
- 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 6$, $BC = 10$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) và $SC = 12$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.



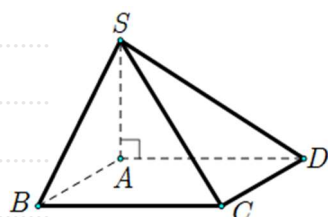
- 3) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SD = a\sqrt{6}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.



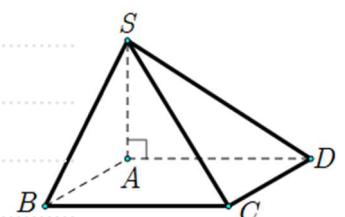
- 3) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.



- 4) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SB = a\sqrt{15}$. Tính thể tích của khối chóp.



- 4) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SD = a\sqrt{10}$. Tính thể tích của khối chóp.

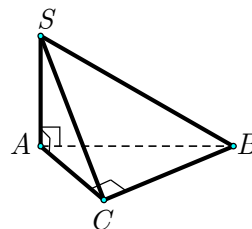


BÀI TẬP ÁP DỤNG (học sinh vẽ hình góc phải ngoài cùng, trình bày ở giữa - hình như câu 1)

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông tại C , $BC = a\sqrt{2}$, $AC = a$, $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.
C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

- B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.
D. $\frac{\sqrt{10}a^3}{6}$.



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AC = 2a\sqrt{3}$, cạnh bên SB vuông góc với đáy (ABC) và $SB = a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $2a^3\sqrt{5}$.
C. $3a^3\sqrt{5}$.

- B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.
D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) và $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{3}{4}a^3$.
C. $\frac{1}{2}a^3$.

- B. a^3 .
D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{3}{2}a^3$.
C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

- B. $\frac{1}{3}a^3$.
D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SC = a\sqrt{11}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{11}a^3}{3}$.
C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

- B. $\frac{2\sqrt{11}a^3}{3}$.
D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}/6$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{12}a^3$.
C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

- B. $\frac{1}{4}a^3$.
D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B có $AB = BC = a$ và $AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{2}a^3$.
C. $\frac{3}{2}a^3$.

- B. a^3 .
D. $2a^3$.

Phiếu 9. Thẻ tích khối chóp có mặt bên vuông góc đáy



————→ **Học sinh cần nhớ:**

– Nếu mặt bên vuông góc với mặt đáy thì chiều cao của hình chóp chính là **chiều cao của mặt bên**.

– Đặc biệt nếu mặt bên là tam giác cân hoặc đều thì chân đường cao là trung điểm của giao tuyến.

– Đường cao trong tam giác đều bằng $\frac{\text{cạnh} \times \sqrt{3}}{2}$

– Đường trung tuyến xuất phát từ góc vuông trong tam giác vuông (vuông cân) bằng $\frac{1}{2}$ cạnh huyền.

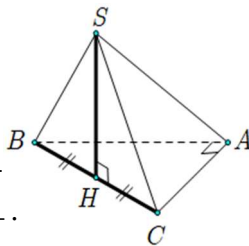
- 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$. Mặt bên SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính $V_{S.ABC} = ?$

Giải. Gọi H là trung điểm BC .

$\Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{BC^2}{4} \cdot \frac{BC \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$$



- 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 4a$. Mặt bên SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính $V_{S.ABC} = ?$

.....

.....

.....

.....

.....

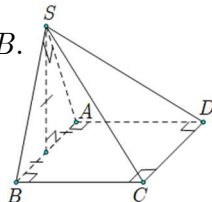
- 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính $V_{S.ABCD} = ?$

Giải. Gọi H là trung điểm AB .

$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH$

$$= \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot \frac{AB}{2} = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{2a}{2} = \frac{4a^3}{3}.$$



- 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2$, $AD = 4$. Mặt bên SAB là tam giác vuông cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính $V_{S.ABCD} = ?$

.....

.....

.....

.....

.....

- 3) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, biết $SA = a\sqrt{3}$. Tính $V_{S.ABC} = ?$

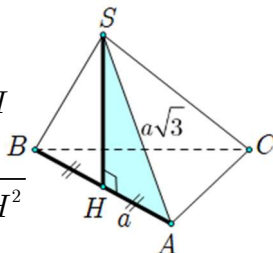
Giải. Gọi H là trung điểm AB .

$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{SA^2 - AH^2}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}.$$



- 3) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $4a$, mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, biết $SA = 2\sqrt{2}a$. Tính $V_{S.ABC} = ?$

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP ÁP DỤNG

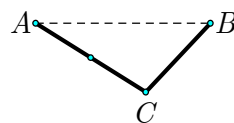
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, mặt bên SAC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC) . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{3a^3}{8}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 3a$, $BC = 5a$, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$.

B. $\frac{10a^3}{3}$.

C. $\frac{7a^3}{2}$.

D. $3a^3$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Mặt bên (SAD) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với đáy một góc 45° . Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}a^3}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 6. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{9}$.

B. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$.

C. $\frac{8a^3}{9}$.

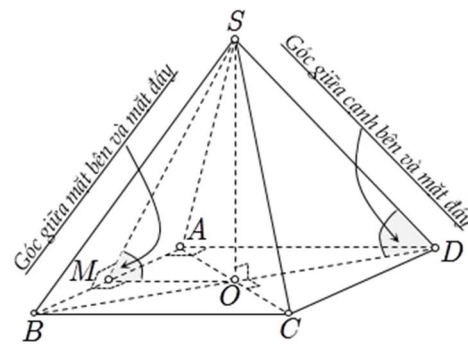
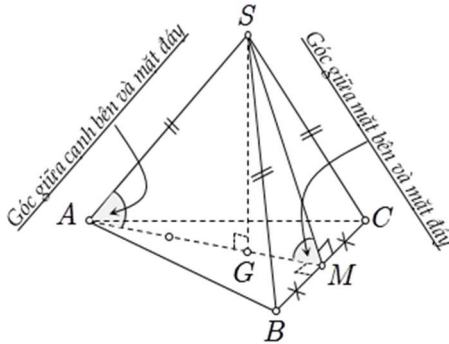
D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Phiếu 10. Thể tích khối chóp đều

☆☆☆

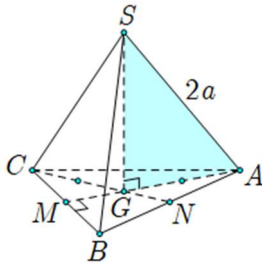
→ **Học sinh cần nhớ:**

- Hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều và chân chiều cao trùng với trọng tâm G của $\triangle ABC$.
- Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông và có chân chiều cao trùng với tâm $O = AC \cap BD$.



- 1) Tính thể tích khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$.

Giải. Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$.



$$\text{Ta có: } AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

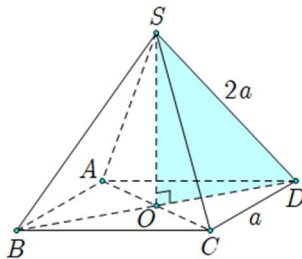
$$\bullet \quad SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$\bullet \quad V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}.$$

1. Thể tích khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên gấp đôi cạnh đáy.

- 2) Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp đôi cạnh đáy.

Giải. Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.



$$\text{Ta có: } OD = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\bullet \quad SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

$$\bullet \quad V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}.$$

2. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$.

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Câu 1. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh là $a\sqrt{2}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

C. $\frac{1}{3}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. ✓ Học sinh ghi công thức:

D. $\frac{1}{6}a^3$. $V_{\text{tứ diện đều}} = \text{_____}$.

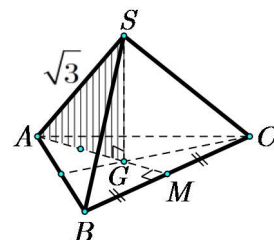
Câu 2. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 1 và cạnh bên bằng $\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{35}}{24}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Câu 3. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{36}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{48}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{36}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

Câu 4. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và mặt bên tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{1}{2}a^3$.

B. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{1}{3}a^3$.

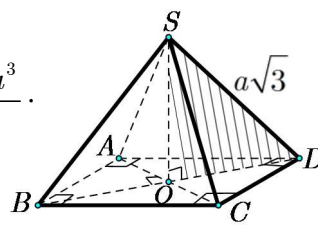
Câu 5. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{10}a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.



Câu 6. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 3. Cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{9\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , mặt bên tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{1}{3}a^3$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{1}{4}a^3$.

Phiếu 11. Thể tích khối lăng trụ

☆☆☆

————→ **Học sinh cần nhớ:**

- **Hình lăng trụ đứng:** có các mặt bên vuông góc với đáy → Chiều cao là các cạnh bên.
- **Hình lăng trụ đều:** là hình lăng trụ đứng, có đáy là đa giác đều → Chiều cao là các cạnh bên.
- **Hình lăng trụ xiên:** cần xác định chân chiều cao (hình chiếu), vẽ từ chân thẳng lên sẽ tìm được đỉnh.

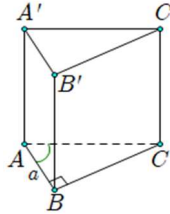
- 1) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Tính $V_{ABC.A'B'C'}$ = ?

Giải. Ta có: $\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{BC}{a}$

$$\Leftrightarrow BC = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA'$$

$$= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}.$$



- 1) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Tính $V_{ABC.A'B'C'}$ = ?

- 2) Tính thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 45° .

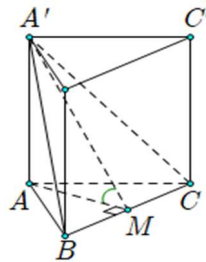
Giải. Gọi M là trung điểm của BC .

$$\Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'MA}.$$

$$\text{Khi đó } \tan 45^\circ = 1 = \frac{AA'}{AM}$$

$$\Leftrightarrow AA' = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}.$$



- 2) Tính thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60° .

- 3) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $A'A = a\sqrt{2}$. Tính V = ?

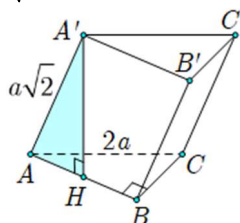
Giải. Ta có: $A'H \perp (ABC)$.

$$\bullet S_{\Delta ABC} = \frac{AC^2}{4} = a^2.$$

$$\bullet \text{ Do } \Delta ABC \text{ vuông cân tại } B \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} = 2AH.$$

$$\bullet A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = a\sqrt{6}/2.$$

$$\longrightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \times A'H = \frac{\sqrt{6}a^3}{2}.$$



- 3) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân ở A và $AB = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm H của BC và $A'A = 4a$. Tính $V_{ABC.A'B'C'}$ = ?

BÀI TẬP ÁP DỤNG

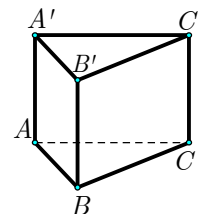
Câu 1. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy là $a\sqrt{3}$, cạnh bên là $a\sqrt{5}$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{15}a^3}{4}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{15}a^3}{4}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.



Câu 2. Thể tích khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy là $a\sqrt{3}$, cạnh bên là $a\sqrt{5}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}a^3}{3}$.

C. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $5\sqrt{3}a^3$.

D. $3\sqrt{5}a^3$.

Câu 3. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$, góc giữa thẳng AC' và (ABC) bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{9}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 4. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại A , $AB = \sqrt{3}a$, góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$.

C. $\frac{3\sqrt{6}a^3}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

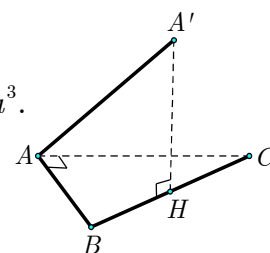
Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC và $A'A = 5a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{23}a^3}{3}$.

C. $\frac{10a^3}{3}$.

B. $2\sqrt{23}a^3$.

D. $10a^3$.



Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'A = a\sqrt{11}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{246}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{82}}{4}$.

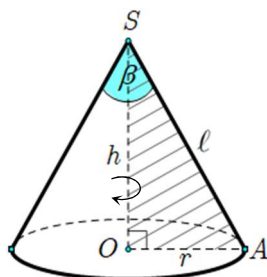
B. $\frac{a^3\sqrt{11}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{66}}{4}$.

Phiếu 12.1. Môn trụ cầu (công thức & xoay hình)

☆☆☆

1) KHỐI NÓN



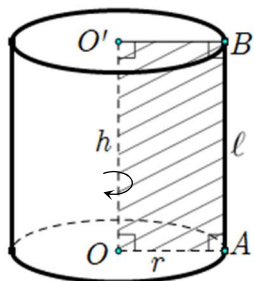
- ℓ : đường sinh.
- h : chiều cao.
- r : bán kính đáy.
- β : góc ở đỉnh.

Liên hệ: $\ell^2 = h^2 + r^2$.

- Diện tích xung quanh: $S_{xq(N)} = \pi r \ell$.
- Diện tích toàn phần: $S_{tp(N)} = \pi r \ell + \pi r^2$.
- Thể tích: $V_{(N)} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

1) KHỐI NÓN

2) KHỐI TRỤ



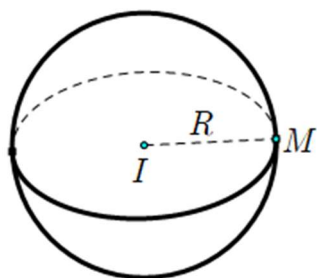
Khi quay hình chữ nhật $OO'AB$ quanh trục OO' ta thu được mặt trụ.

- $\ell = h$: chiều cao.
- r : bán kính đáy.

- Diện tích xung quanh: $S_{xq(\mathcal{C})} = 2\pi r h$.
- Diện tích toàn phần: $S_{tp(\mathcal{C})} = 2\pi r h + 2\pi r^2$.
- Thể tích: $V_{(\mathcal{C})} = \pi r^2 h$.

2) KHỐI TRỤ

3) KHỐI CẦU



Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm I cố định một khoảng R không đổi gọi là mặt cầu $(\mathbb{S})$ tâm I , bán kính R , kí hiệu là $S(I; R)$ hay $\{M \mid IM = R\}$.

- Diện tích: $S_{(\mathbb{S})} = 4\pi R^2$.
- Thể tích: $V_{(\mathbb{S})} = \frac{4\pi R^3}{3}$.

3) KHỐI CẦU

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Câu 1. (Đề tham khảo lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2020 – Câu 8) Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 16π .
C. 36π .

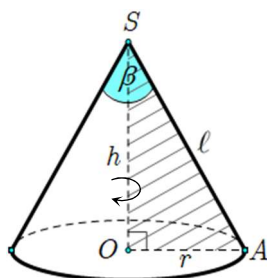
- B. 48π .
D. 4π .

- Câu 2.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 101 – Câu 3) Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 48π . B. 12π .
C. 16π . D. 24π .
- Câu 3.** (Đề tham khảo lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2020 – Câu 9) Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng
- A. 24π . B. 8π .
C. 16π . D. 4π .
- Câu 4.** (Đề thi TN THPT năm 2020 – Mã đề 101 – Câu 8) Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng
- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. $\frac{64\pi}{3}$.
C. 64π . D. 256π .
- Câu 5.** (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 104 – Câu 18) Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $\ell = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.
- A. 12π . B. $4\sqrt{3}\pi$.
C. $\sqrt{39}\pi$. D. $8\sqrt{3}\pi$.
- Câu 6.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 104 – Câu 13) Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. 45π . B. 5π .
C. 15π . D. 30π .
- Câu 7.** (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2019 – Câu 25) Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.
C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.
- Câu 8.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 102 – Câu 36) Cho hình nón có bán kính bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 50π . B. 100π .
C. $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$.
- Câu 9.** (Đề minh họa – Bộ GD & ĐT năm 2017 – Câu 39) Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Khi quay tam giác ABC quanh trục AB tạo thành hình nón có đường sinh ℓ bằng
- A. $\sqrt{3}a$. B. $\sqrt{2}a$.
C. a . D. $2a$.
- Câu 10.** (Sở GD & ĐT Cần Thơ năm 2020) Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Diện tích xung quanh của hình trụ khi quay xung quanh trục AB bằng
- A. $2\pi a^2$. B. $4\pi a^2$.
C. $2a^2$. D. $4a^2$.

Phiếu 12.2. Môn trụ cầu (công thức & xoay hình)



1) KHỐI NÓN



- ℓ :
 - h :
 - r :
 - β :
- Liên hệ:

- Diện tích xung quanh: $S_{xq(N)} =$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp(N)} =$
- Thể tích: $V_{(N)} =$

1) KHỐI NÓN

.....

.....

.....

.....

.....

.....

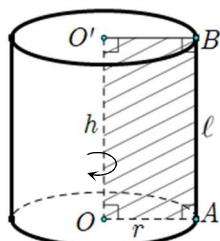
.....

.....

.....

.....

2) KHỐI TRỤ



Khi quay hình chữ nhật $OO'AB$ quanh trục OO' ta thu được mặt trụ ($\mathcal{C}$).

- $\ell = h$:
- r :

- Diện tích xung quanh: $S_{xq(\mathcal{C})} =$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp(\mathcal{C})} =$
- Thể tích: $V_{(\mathcal{C})} =$

2) KHỐI TRỤ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

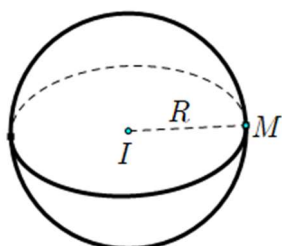
.....

.....

.....

.....

3) KHỐI CẦU



Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm I cố định một khoảng R không đổi gọi là mặt cầu ($\mathbb{S}$) tâm I , bán kính R , kí hiệu là $S(I; R)$ hay $\{M \mid IM = R\}$.

- Diện tích: $S_{(\mathbb{S})} =$
- Thể tích: $V_{(\mathbb{S})} =$

3) KHỐI CẦU

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Câu 1. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 102 – Câu 19) Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 12π .

C. $16\pi\sqrt{3}$.

B. 4π .

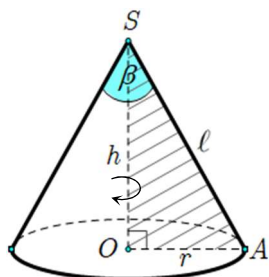
D. $\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 2.** (Đề thi TN THPT năm 2021 lần 1 – Mã đề 101 – Câu 24) Cho khối hình trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. 108π . B. 36π .
C. 18π . D. 54π .
- Câu 3.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 103 – Câu 13) Cho mặt cầu có bán kính $r = 4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng
- A. 16π . B. 64π .
C. $\frac{64\pi}{3}$. D. $\frac{256\pi}{3}$.
- Câu 4.** (Sở GD & ĐT Thanh Hóa) Cho khối cầu (S) có thể tích bằng $36\pi\text{cm}^3$. Diện tích mặt cầu bằng
- A. 12cm^2 . B. $18\pi\text{cm}^2$.
C. $36\pi\text{cm}^2$. D. $27\pi\text{cm}^2$.
- Câu 5.** (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018 – Câu 14) Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng
- A. $2\sqrt{2}a$. B. $3a$.
C. $2a$. D. $3a/2$.
- Câu 6.** (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 103 – Câu 25) Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của đường tròn đáy bằng
- A. $5\sqrt{\pi}$. B. 5 .
C. $\frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 7.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 101 – Câu 35) Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 8π . B. 16π .
C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.
- Câu 8.** (Sở GD & ĐT Hải Phòng) Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 3, chiều cao là $6\sqrt{3}$ bằng
- A. $9\pi + 36\pi\sqrt{3}$. B. $18\pi + 36\pi\sqrt{3}$.
C. $18\pi + 18\pi\sqrt{3}$. D. $6\pi + 36\pi\sqrt{3}$.
- Câu 9.** (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 103 – Câu 40) Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Thể tích khối nón khi quay tam giác quanh cạnh AC bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.
C. $\sqrt{3}\pi a^3$. D. πa^3 .
- Câu 10.** (Sở GD & ĐT Bắc Giang) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng
- A. $4\pi a^3$. B. $\frac{4\pi a^3}{3}$.
C. $2a^3$. D. a^3 .

Phiếu 12.3. Môn trụ cầu (công thức & xoay hình)

☆☆☆

1) KHỐI NÓN



- ℓ :
 - h :
 - r :
 - β :
- Liên hệ:

- Diện tích xung quanh: $S_{xq}^{(N)} =$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp}^{(N)} =$
- Thể tích: $V_{(N)} =$

1) KHỐI NÓN

.....

.....

.....

.....

.....

.....

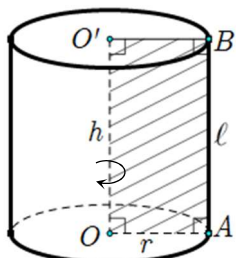
.....

.....

.....

.....

2) KHỐI TRỤ



Khi quay hình chữ nhật $OO'AB$ quanh trục OO' ta thu được mặt trụ ($\mathcal{C}$).

- $\ell = h$:
- r :

- Diện tích xung quanh: $S_{xq}^{(\mathcal{C})} =$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp}^{(\mathcal{C})} =$
- Thể tích: $V_{(\mathcal{C})} =$

2) KHỐI TRỤ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

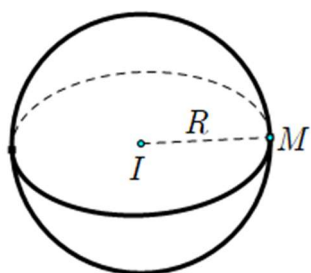
.....

.....

.....

.....

3) KHỐI CẦU



Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm I cố định một khoảng R không đổi gọi là mặt cầu ($\mathbb{S}$) tâm I , bán kính R , kí hiệu là $S(I; R)$ hay $\{M \mid IM = R\}$.

- Diện tích: $S_c =$
- Thể tích: $V_c =$

3) KHỐI CẦU

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Câu 1. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 102 – Câu 10) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 32π .

B. 8π .

C. $\frac{32\pi}{3}$.

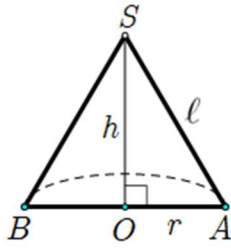
D. $\frac{8\pi}{3}$.

- Câu 2.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 102 – Câu 7) Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 24π . B. 192π .
C. 48π . D. 64π .
- Câu 3.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 104 – Câu 16) Cho mặt cầu bán kính $r = 5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng
- A. $\frac{500\pi}{3}$. B. $\frac{100\pi}{3}$.
C. 25π . D. 100π .
- Câu 4.** (Sở GD & ĐT Phú Thọ) Nếu diện tích mặt ngoài của mặt cầu bằng 36π thì thể tích của khối cầu bằng
- A. 9π . B. 36π .
C. $\frac{\pi}{9}$ D. $\frac{\pi}{3}$.
- Câu 5.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 101 – Câu 25) Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $\ell = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. $\frac{20\pi}{3}$.
C. 10π . D. 20π .
- Câu 6.** (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 101 – Câu 11) Tính thể tích của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.
- A. 128π . B. $64\sqrt{2}\pi$.
C. 32π . D. $32\sqrt{2}\pi$.
- Câu 7.** (Đề thực nghiệm – Bộ GD & ĐT năm 2017 – Câu 39) Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Thể tích của khối nón (N) bằng
- A. 12π . B. 20π .
C. 36π . D. 60π .
- Câu 8.** (Sở GD & ĐT Cần Thơ) Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy là a và đường cao là $a\sqrt{3}$ bằng
- A. $2\pi a^2(\sqrt{3} - 1)$. B. $\pi a^2\sqrt{3}$.
C. $\pi a^2(\sqrt{3} + 1)$. D. $2\pi a^2(\sqrt{3} + 1)$.
- Câu 9.** (Đề tham khảo lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2020 – Câu 32) Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng
- A. $5\pi a^2$. B. $10\pi a^2$.
C. $2\sqrt{5}\pi a^2$. D. $\sqrt{5}\pi a^2$.
- Câu 10.** (Sở GD & ĐT Hà Nội) Cho hình vuông $ABCD$ quay quanh cạnh AB tạo ra hình trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Thể tích của hình trụ này bằng
- A. $2\pi a^3$. B. $4\pi a^3$.
C. $8\pi a^3$. D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Phiếu 13.1. Môn trụ cầu (thiết diện)

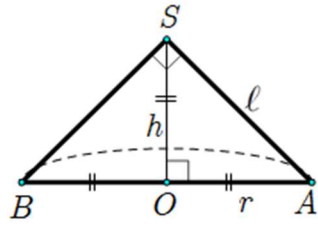


1) KHỐI NÓN KHI CẮT QUA TRỤC SO .



$\triangle SAB$ đều

$$h = r\sqrt{3} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}.$$



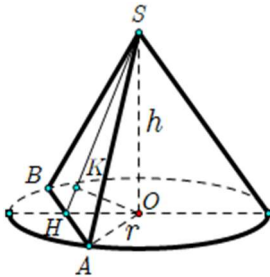
$\triangle SAB$ vuông cân ở S .

$$h = r = \frac{\ell}{\sqrt{2}}.$$

1.1. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Tính thể tích của khối nón ?

1.2. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục được thiết diện là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a$. Tính thể tích khối nón ?

2) KHỐI NÓN KHI CẮT QUA ĐỈNH S .

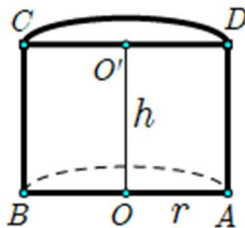


- Thiết diện: $\triangle SAB$ cân.
- H là trung điểm AB .
- $d(O, (SAB)) = OK$.
- $\widehat{((SAB); (O))} = \widehat{SHO}$.

2. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh được thiết diện là tam giác đều, diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Tính $V_{(N)}$?

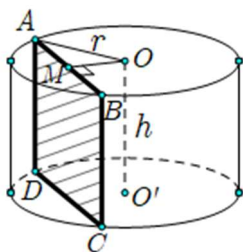
3) KHỐI TRỤ KHI CẮT QUA TRỤC OO' .

Thiết diện là hình chữ nhật (hoặc hình vuông) $ABCD$, với $h = BC = AD$ và $r = OA$.



3. Cắt một khối trụ bởi mặt phẳng qua trục, ta được thiết diện là một hình chữ nhật $ABCD$ có AB, CD thuộc hai đáy của trụ, $AB = 2a$, $BC = 3a$. Tính $V_{(T)} = ?$

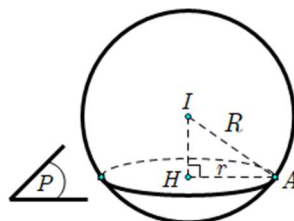
4) KHỐI TRỤ KHI CẮT SONG SONG TRỤC.



- Thiết diện: $ABCD$ là hình chữ nhật (hoặc hv)
- M là trung điểm AB .
- $d(OO', (P)) = OM$.
- Pitago $\triangle OAM \rightarrow r$.

4. Cho hình trụ có chiều cao $6a$. Cắt hình trụ song song với trục và cách trục một khoảng $3a$, thiết diện thu được là hình vuông. Tính $V_{(T)} = ?$

5) THIẾT DIỆN CỦA (P) VỚI MẶT CẦU (S) .



- Thiết diện: là đường tròn giao tuyến (H, r) .
- $d(I, (P)) = IH = d$.
- $R^2 = r^2 + d^2$.

5. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu tâm I , bán kính bằng 4 và $d(O, (P)) = 3$. Tìm bán kính cầu ?

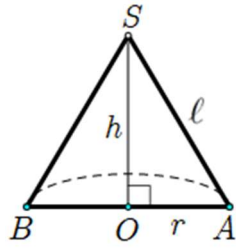
BÀI TẬP ÁP DỤNG

- Câu 1.** Cho hình nón có thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng
- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.
 C. $2\sqrt{2}\pi a^2$. D. $\sqrt{2}\pi a^2$.
- Câu 2.** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều có cạnh 8cm. Diện tích xung quanh của hình nón đó là
- A. $\frac{32}{3}\pi \text{cm}^2$. B. $16\pi \text{cm}^2$.
 C. $32\pi \text{cm}^2$. D. $64\pi \text{cm}^2$.
- Câu 3.** Cắt hình trụ có bán kính đáy bằng 5, bởi mặt phẳng qua trục thu được hình chữ nhật có chu vi bằng 32. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng
- A. 110π . B. 55π .
 C. 60π . D. 150π .
- Câu 4.** Một hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng 6cm. Bán kính đáy của hình trụ đó bằng
- A. 36cm. B. 6cm.
 C. 12cm. D. 3cm.
- Câu 5.** Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ tâm hình cầu đến (P) bằng
- A. a . B. $a\sqrt{10}$.
 C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.
- Câu 6.** Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Khoảng cách từ tâm của đáy đến (P) bằng
- A. $a\sqrt{5}$. B. a .
 C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.
- Câu 7.** Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$, Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng
- A. $216\pi a^3$. B. $150\pi a^3$.
 C. $54\pi a^3$. D. $108\pi a^3$.
- Câu 8.** Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. $10\sqrt{3}\pi$. B. $5\sqrt{39}\pi$.
 C. $20\sqrt{3}\pi$. D. $10\sqrt{39}\pi$.

Phiếu 13.2. Nón trụ cầu (thiết diện)

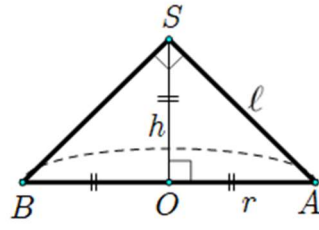


1) KHỐI NÓN KHI CẮT QUA TRỤC SO .



$\triangle SAB$ đều

$h = \dots\dots\dots$



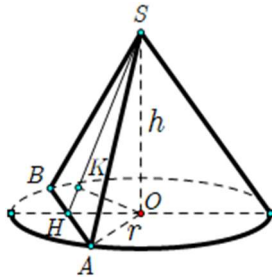
$\triangle SAB$ vuông cân ở S .

$h = \dots\dots\dots$

1.1. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Tính thể tích của khối nón ?

1.2. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục được thiết diện là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $3a$. Tính thể tích khối nón ?

2) KHỐI NÓN KHI CẮT QUA ĐỈNH S .

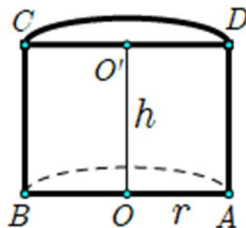


- Thiết diện: $\dots\dots\dots$
- H là trung điểm $\dots\dots\dots$
- $d(O, (SAB)) = \dots\dots\dots$
- $\widehat{((SAB); (O))} = \dots\dots\dots$

2. Cho hình nón có chiều cao bằng 2. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh được thiết diện là tam giác đều, diện tích bằng $4\sqrt{3}$. Tính $V_{(N)}$?

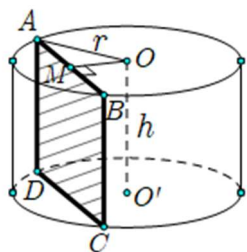
3) KHỐI TRỤ KHI CẮT QUA TRỤC OO' .

Thiết diện là hình chữ nhật (hoặc hình vuông) $ABCD$, với $h = \dots\dots\dots$ và $r = \dots\dots\dots$



3. Cắt một khối trụ bởi mặt phẳng qua trục, ta được thiết diện là một hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $4a$. Tính $V_{(T)} = ?$

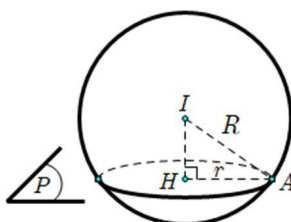
4) KHỐI TRỤ KHI CẮT SONG SONG TRỤC.



- Thiết diện: $ABCD$ là hình chữ nhật (hoặc hv)
- M là trung điểm $\dots\dots\dots$
- $d(OO', (P)) = \dots\dots\dots$
- Pitago $\triangle OAM \rightarrow r$.

4. Cho hình trụ có chiều cao $8a$. Cắt hình trụ song song với trục và cách trục một khoảng $4a$, thiết diện thu được là hình vuông. Tính $V_{(T)} = ?$

5) THIẾT DIỆN CỦA (P) VỚI MẶT CẦU (S) .



- Thiết diện: là đường tròn giao tuyến (H, r) .
- $d(I, (P)) = \dots\dots\dots$
- $R^2 = \dots\dots\dots$

5. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu tâm I , bán kính bằng 13 và $d(O, (P)) = 5$. Tìm bán kính cầu ?

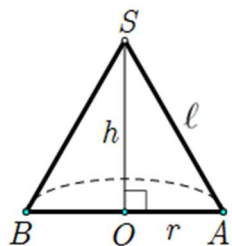
BÀI TẬP ÁP DỤNG

- Câu 1.** Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng
- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.
- Câu 2.** Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $3a$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng
- A. $\frac{27\pi a^2}{4}$. B. $\frac{9\pi a^2}{4}$.
C. $4\pi a^2$. D. $9\pi a^2$.
- Câu 3.** Cho khối trụ có đường cao gấp đôi bán kính đáy. Một mặt phẳng qua trục của khối trụ cắt khối trụ theo thiết diện là hình chữ nhật có diện tích bằng $16a^2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. $16\pi a^3$. B. $4\pi a^3$.
C. $\frac{22}{3}\pi a^3$. D. $\frac{16}{3}\pi a^3$.
- Câu 4.** Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng
- A. $\frac{49\pi}{4}$. B. $\frac{49\pi}{2}$.
C. 98π . D. 49π .
- Câu 5.** Mặt phẳng (P) cắt khối cầu tâm O theo đường tròn có bán kính bằng 4cm và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng 3cm. Bán kính R của mặt cầu bằng
- A. $3\sqrt{3}\text{cm}$. B. 5cm.
C. $3\sqrt{2}\text{cm}$. D. 6cm.
- Câu 6.** Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, bán kính, $R = 3\text{cm}$, góc ở đỉnh hình nón là 120° . Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB, trong đó A, B thuộc đường tròn đáy. Diện tích tam giác SAB bằng
- A. $3\sqrt{3}\text{cm}^2$. B. $6\sqrt{3}\text{cm}^2$.
C. 6cm^2 . D. 3cm^2 .
- Câu 7.** Một khối trụ có bán kính đáy $r = 5$, khoảng cách giữa hai đáy $h = 4$. Mặt phẳng (P) song song với trục cắt khối trụ theo một thiết diện là hình vuông. Khoảng cách từ trục đến (P) bằng
- A. 3. B. $\sqrt{41}$.
C. $\sqrt{29}$. D. $\sqrt{21}$.
- Câu 8.** Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. $24\sqrt{2}\pi$. B. $8\sqrt{2}\pi$.
C. $12\sqrt{2}\pi$. D. $16\sqrt{2}\pi$.

Phiếu 13.3. Nón trụ cầu (thiết diện)

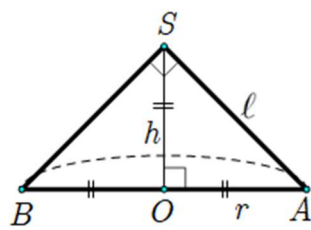
☆☆☆

1) KHỐI NÓN KHI CẮT QUA TRỤC SO .



$\triangle SAB$ đều

$h = \dots\dots\dots$



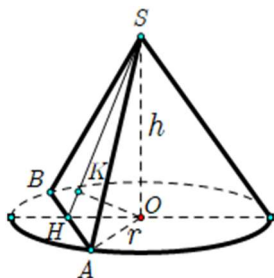
$\triangle SAB$ vuông cân ở S .

$h = \dots\dots\dots$

1.1. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục được thiết diện là tam giác đều cạnh $3a$. Tính thể tích của khối nón ?

1.2. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục được thiết diện là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $4a$. Tính thể tích khối nón ?

2) KHỐI NÓN KHI CẮT QUA ĐỈNH S .

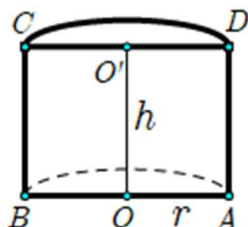


- Thiết diện: $\dots\dots\dots$
- H là trung điểm $\dots\dots\dots$
- $d(O, (SAB)) = \dots\dots\dots$
- $\overline{((SAB); (O))} = \dots\dots\dots$

2. Cho hình nón có chiều cao bằng 4. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh được thiết diện là tam giác đều, diện tích bằng $6\sqrt{3}$. Tính $V_{(N)}$?

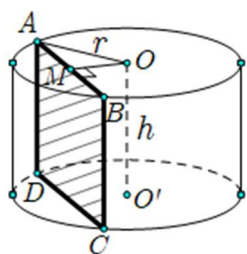
3) KHỐI TRỤ KHI CẮT QUA TRỤC OO' .

Thiết diện là hình chữ nhật (hoặc hình vuông) $ABCD$, với $h = \dots\dots\dots$ và $r = \dots\dots\dots$



3. Cắt một khối trụ bởi mặt phẳng qua trục, ta được thiết diện là một hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Tính $V_{(T)} = ?$

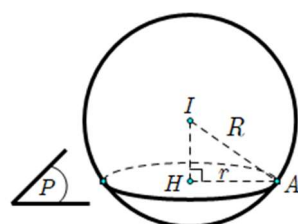
4) KHỐI TRỤ KHI CẮT SONG SONG TRỤC.



- Thiết diện: $ABCD$ là hình chữ nhật (hoặc hv) $\dots\dots\dots$
- M là trung điểm $\dots\dots\dots$
- $d(OO', (P)) = \dots\dots\dots$
- Pitago $\triangle OAM \rightarrow r$.

4. Cho hình trụ có chiều cao $4a$. Cắt hình trụ song song với trục và cách trục một khoảng $2a$, thiết diện thu được là hình vuông. Tính $V_{(T)} = ?$

5) THIẾT DIỆN CỦA (P) VỚI MẶT CẦU (S) .



- Thiết diện: là đường tròn giao tuyến (H, r) .
- $d(I, (P)) = \dots\dots\dots$
- $R^2 = \dots\dots\dots$

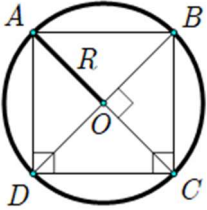
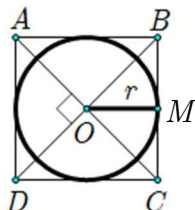
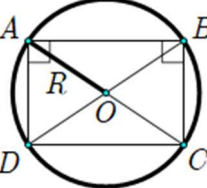
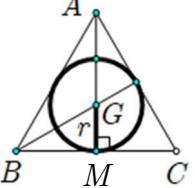
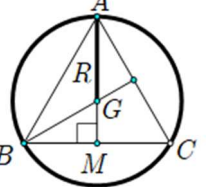
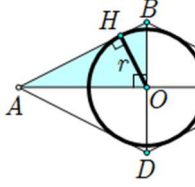
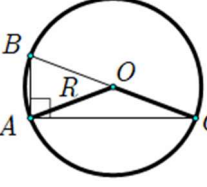
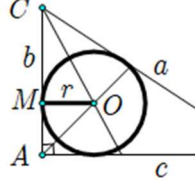
5. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu tâm I , bán kính bằng 10 và $d(O, (P)) = 6$. Tìm bán kính cầu ?

BÀI TẬP ÁP DỤNG

- Câu 1.** Cho hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có diện tích bằng 9. Khối nón sinh bởi (N) có thể tích bằng
- A. 6π . B. 3π .
C. 9π . D. π .
- Câu 2.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2cm và thiết diện qua trục của hình nón đó là một tam giác đều. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}\text{cm}^3$. B. $\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$.
C. $8\pi\sqrt{3}\text{cm}^3$. D. $16\pi\sqrt{3}\text{cm}^3$.
- Câu 3.** Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng
- A. $4\pi a^2$. B. $8\pi a^2$.
C. $16\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.
- Câu 4.** Cắt một hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó được thiết diện là hình vuông cạnh $2a$. Diện tích toàn phần của (T) bằng
- A. $2\pi a^2$. B. $4\pi a^2$.
C. $8\pi a^2$. D. $6\pi a^2$.
- Câu 5.** Cho mặt cầu (S) tâm I. Một mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 8π , biết khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) bằng 3. Diện tích của mặt cầu bằng
- A. 25π . B. 100π .
C. 75π . D. 50π .
- Câu 6.** Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{cm}$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12cm. Diện tích của thiết diện đó bằng
- A. 500cm^2 . B. 400cm^2 .
C. 300cm^2 . D. 406cm^2 .
- Câu 7.** Khi cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục của trụ một khoảng bằng $a\sqrt{3}$ ta được thiết diện là hình vuông có diện tích bằng $4a^2$. Thể tích của khối trụ bằng
- A. $7\sqrt{7}\pi a^3$. B. $\frac{7\sqrt{7}}{3}\pi a^3$.
C. $3\pi a^3$. D. $8\pi a^3$.
- Câu 8.** Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. $6\sqrt{10}\pi$. B. $6\sqrt{34}\pi$.
C. $3\sqrt{10}\pi$. D. $3\sqrt{34}\pi$.

Phiếu 14.1. Môn trụ cầu ngoại tiếp, nội tiếp khối đa diện

☆☆☆

Tâm và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp	Tâm O và bán kính r của đường tròn nội tiếp
1. Hình vuông  - Tâm: $O = AC \cap BD$. - Bán kính: $R = AO = \frac{AC}{2}$.	1. Hình vuông  - Tâm: $O = AC \cap BD$. - Bán kính: $r = OM = \frac{\text{cạnh}}{2}$.
2. Hình chữ nhật  - Tâm: $O = AC \cap BD$. - Bán kính: $R = AO = \frac{AC}{2}$.	2. Tam giác đều  - Tâm: G là trọng tâm của tam giác ABC. - Bán kính: $r = GM = \frac{AM}{3} = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{6}$.
3. Tam giác đều  - Tâm: G là trọng tâm của tam giác ABC. - Bán kính: $R = AG = \frac{2AM}{3} = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{3}$.	3. Hình thoi  - Tâm: $O = AC \cap BD$. - Bán kính: $r = OH = \frac{OA \cdot OB}{AB}$.
4. Tam giác vuông  - Tâm: O là trung điểm của cạnh huyền BC. - Bán kính: $R = AO = \frac{BC}{2} = \frac{\text{cạnh huyền}}{2}$.	4. Tam giác vuông  - Tâm: O là giao điểm của hai đường phân giác. - Bán kính: $r = \frac{b + c - a}{2}$.

BÀI TẬP ÁP DỤNG

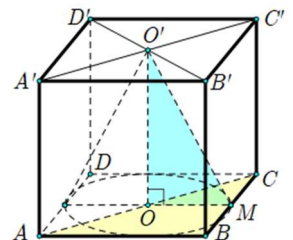
Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$.

B. $\pi a^2 \sqrt{17}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$.

D. $2\pi a^2 \sqrt{17}$.



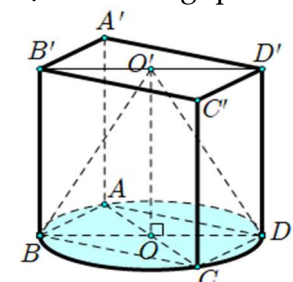
Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{6}\pi a^2}{2}$.



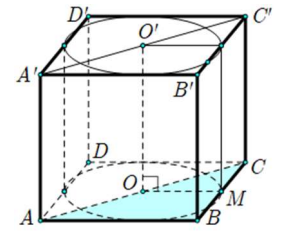
Câu 3. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh bằng 1. Thể tích của khối trụ đó bằng

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. π .

D. $\frac{\pi}{3}$.



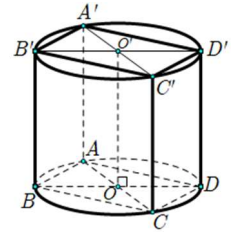
Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = 3a$ và $AA' = 4a$. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{144\pi a^3}{13}$.

B. $13\pi a^3$.

C. $24\pi a^3$.

D. $13a^3$.



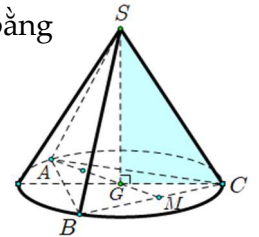
Câu 5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $SA = 2a$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{33}}{27}$.

C. πa^3 .

D. $\sqrt{2}\pi a^3$.



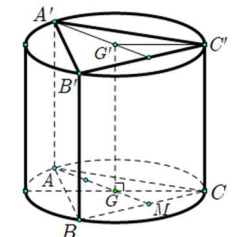
Câu 6. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , chiều cao là h . Thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ bằng

A. $\frac{\pi a^2 h}{9}$.

B. $3\pi a^2 h$.

C. $\pi a^2 h$.

D. $\frac{\pi a^2 h}{3}$.



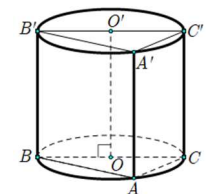
Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$ và $AA' = a\sqrt{6}$. Diện tích xung quanh hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ bằng

A. $4\pi a^2 \sqrt{6}$.

B. $4\pi a^2$.

C. $2\pi a^2 \sqrt{6}$.

D. $\pi a^2 \sqrt{6}$.



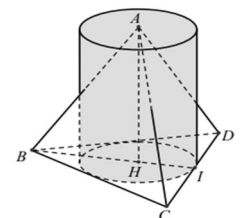
Câu 8. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện.

A. $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

B. $8\sqrt{2}\pi$.

C. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.

D. $8\sqrt{3}\pi$.



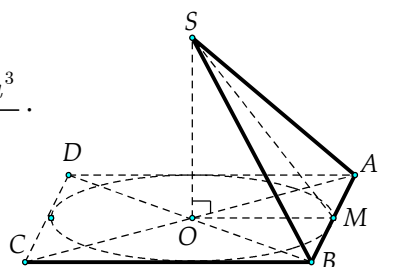
Câu 9. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

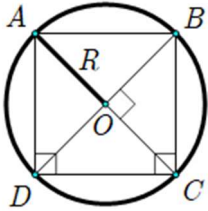
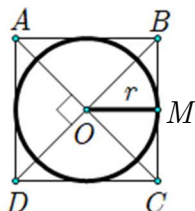
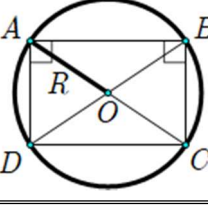
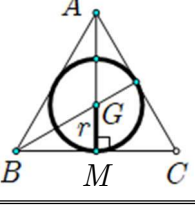
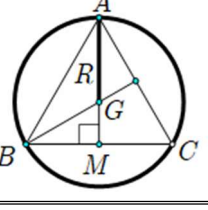
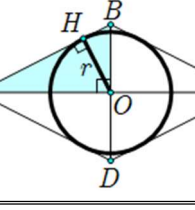
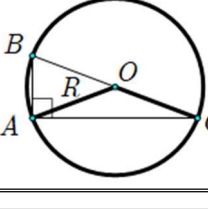
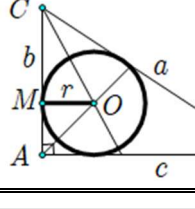
C. πa^3 .

D. $\frac{\pi a^3}{6}$.



Phiếu 14.2. Môn trụ cầu ngoại tiếp, nội tiếp khối đa diện



Tâm và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp	Tâm O và bán kính r của đường tròn nội tiếp
1. Hình vuông  - Tâm: - Bán kính:	1. Hình vuông  - Tâm: - Bán kính:
2. Hình chữ nhật  - Tâm: - Bán kính:	2. Tam giác đều  - Tâm: - Bán kính:
3. Tam giác đều  - Tâm: - Bán kính:	3. Hình thoi  - Tâm: - Bán kính:
4. Tam giác vuông  - Tâm: - Bán kính:	4. Tam giác vuông  - Tâm: - Bán kính:

BÀI TẬP ÁP DỤNG

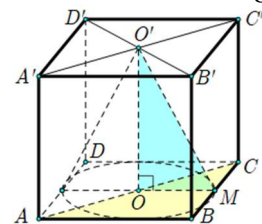
Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$. Thể tích khối nón có đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

B. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

C. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

D. $2\pi a^3$.



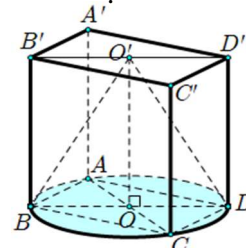
Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 6$, $AD = 8$, $AA' = 12$. Một hình nón có đỉnh là tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$. Thể tích hình khối nón tương ứng bằng

A. 125π .

B. $\frac{175\pi}{2}$.

C. 100π .

D. $\frac{225\pi}{2}$.



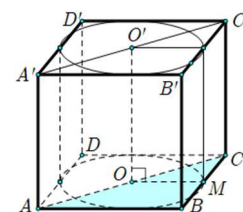
Câu 3. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối trụ đó bằng

A. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{2}$.

C. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3}{2}$.



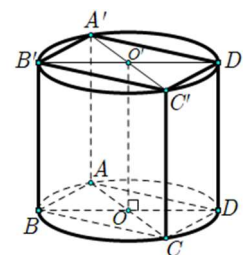
Câu 4. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh là a bằng

A. $\frac{\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{\pi a^3}{2}$.

C. πa^3 .

D. $\frac{\pi a^3}{4}$.



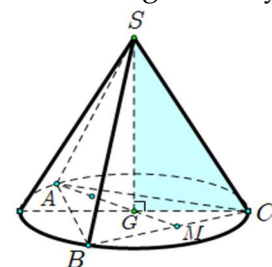
Câu 5. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.



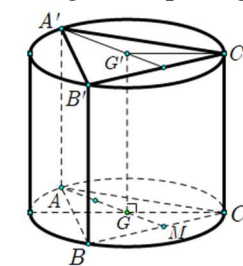
Câu 6. Cho một khối lăng trụ tam giác đều có thể tích là $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{2\pi a^3}{3}$.



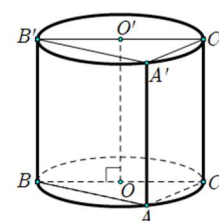
Câu 7. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = 2a$. Tam giác ABC vuông tại A có cạnh huyền $BC = 2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ này bằng

A. $\frac{13\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{16\pi a^3}{3}$.

C. $6\pi a^3$.

D. $4\pi a^3$.



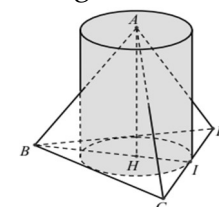
Câu 8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng 3. Diện tích xung quanh của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và chiều cao bằng chiều cao hình chóp $S.ABC$ đỉnh S bằng

A. $3\pi\sqrt{2}$.

B. $8\sqrt{3}\pi$.

C. $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

D. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.



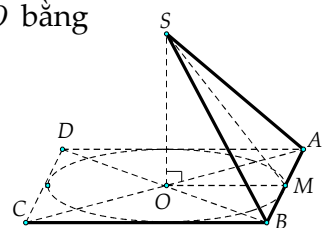
Câu 9. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là a . Tam giác SAB có diện tích là $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{4}$.

B. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

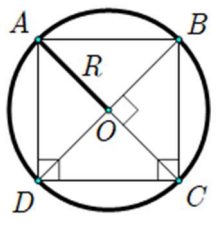
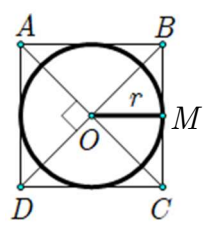
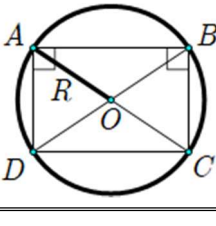
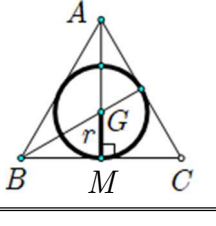
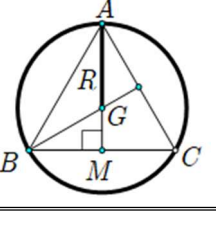
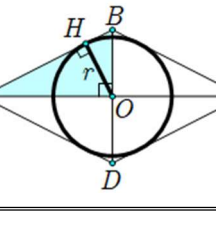
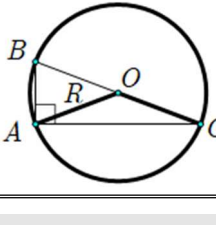
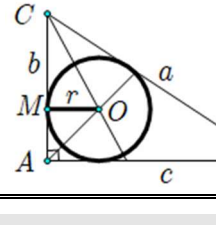
C. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{8}$.



Phiếu 14.3. Mối trụ cầu ngoại tiếp, nội tiếp khối đa diện

☆☆☆

Tâm và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp	Tâm O và bán kính r của đường tròn nội tiếp
1. Hình vuông  - Tâm: - Bán kính:	1. Hình vuông  - Tâm: - Bán kính:
2. Hình chữ nhật  - Tâm: - Bán kính:	2. Tam giác đều  - Tâm: - Bán kính:
3. Tam giác đều  - Tâm: - Bán kính:	3. Hình thoi  - Tâm: - Bán kính:
4. Tam giác vuông  - Tâm: - Bán kính:	4. Tam giác vuông  - Tâm: - Bán kính:

BÀI TẬP ÁP DỤNG

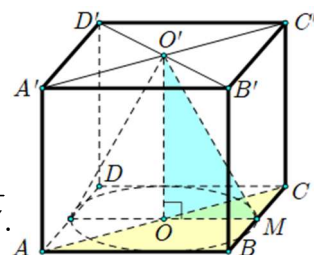
Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$.

B. $\pi a^2 \sqrt{17}$.

D. $2\pi a^2 \sqrt{17}$.



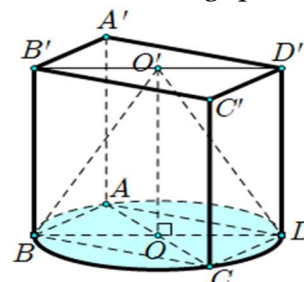
Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{6}\pi a^2}{2}$.



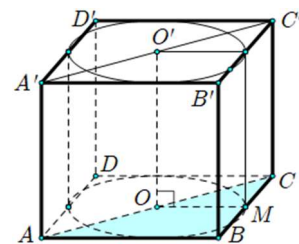
Câu 3. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh bằng 1. Thể tích của khối trụ đó bằng

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. π .

D. $\frac{\pi}{3}$.



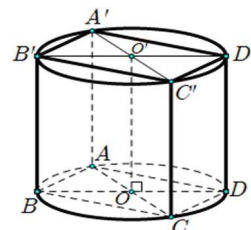
Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = 3a$ và $AA' = 4a$. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{144\pi a^3}{13}$.

B. $13\pi a^3$.

C. $24\pi a^3$.

D. $13a^3$.



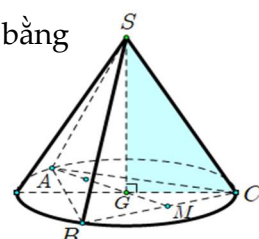
Câu 5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $SA = 2a$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{33}}{27}$.

C. πa^3 .

D. $\sqrt{2}\pi a^3$.



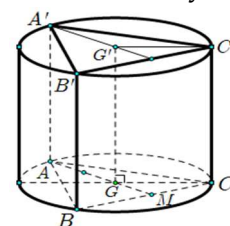
Câu 6. Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$ và có hai đáy là hai tam giác nội tiếp hai đường tròn đáy của hình trụ (T) . Khi đó $V_{(T)} = ?$

A. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

B. $3\pi a^3$.

C. πa^3 .

D. $3\sqrt{3}\pi a^3$.



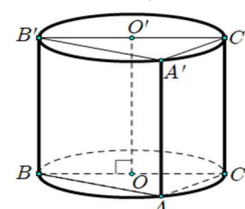
Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\triangle ABC$ vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$ và cạnh bên $BB' = a\sqrt{6}$. Diện tích xung quanh hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ bằng

A. $4\pi a^2 \sqrt{6}$.

B. $4\pi a^2$.

C. $2\pi a^2 \sqrt{6}$.

D. $\pi a^2 \sqrt{6}$.



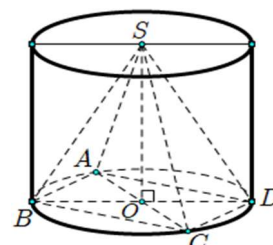
Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao hình chóp $S.ABCD$ đỉnh S .

A. $8\sqrt{2}\pi$.

B. $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

C. $16\sqrt{3}\pi$.

D. $\frac{23\sqrt{3}\pi}{3}$.



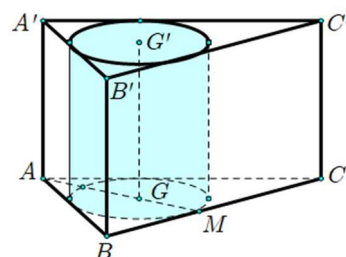
Câu 9. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của hình trụ có hai đáy nội tiếp hình lăng trụ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{18}$.

B. πa^3 .

C. $\frac{\pi a^3}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3}{6}$.



Phiếu 15.1. Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện

☆☆☆

————→ **Học sinh cần nhớ:** Mặt cầu $S(I; R)$ ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp, tức tâm I cách đều các đỉnh S, A, B, C hay $IS = IA = IB = IC = R_c$.

1. Hình chóp có cạnh bên vuông góc đáy

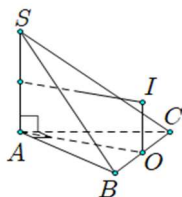
$$R_c = \sqrt{R_1^2 + \frac{(\text{chiều cao})^2}{4}}. \text{ Trong đó } R_1 \text{ là bán}$$

kính đường tròn ngoại tiếp đáy.

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$.

Giải. Ta có $R_1 = \frac{BC}{2} = a$.

$$\Rightarrow R_c = \sqrt{R_1^2 + \frac{SA^2}{4}} = a\sqrt{2}.$$



1) Hình chóp có cạnh bên vuông góc đáy

$$R_c = \dots\dots\dots$$

Trong đó:

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ đều cạnh a , $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$.

.....
.....
.....
.....

2. Hình chóp có mặt bên vuông với đáy

$$R_c = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - \frac{(\text{giao tuyến})^2}{4}}. \text{ Trong đó}$$

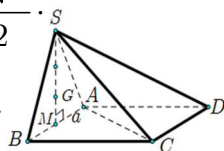
R_1, R_2 là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy và mặt bên.

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và vuông đáy.

Giải. $R_1 = R_{ABCD} = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$R_2 = \frac{2SM}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\Rightarrow R_c = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$



2) Hình chóp có mặt bên vuông với đáy

$$R_c = \dots\dots\dots$$

Trong đó:

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, với $AB = a$, $BC = 2a$, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và vuông góc với mặt đáy.

.....
.....
.....
.....

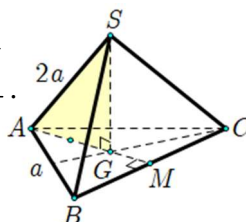
3. Hình chóp đều: $R_c = \frac{(\text{cạnh bên})^2}{2 \times \text{chiều cao}}.$

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh đáy gấp đôi cạnh đáy.

Giải. Ta có $AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$R_c = \frac{SA^2}{2.SG} = \frac{2a\sqrt{33}}{11}.$$



3) Hình chóp đều: $R_c = \dots\dots\dots$

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp đôi cạnh đáy.

.....
.....
.....
.....

4. Lăng trụ, hình hộp chữ nhật và lập phương

Tâm của mặt cầu là trung điểm của OO' với O, O' là tâm ngoại tiếp của hai đáy. Bán kính là $R = IA = IB = IC = \dots\dots\dots$

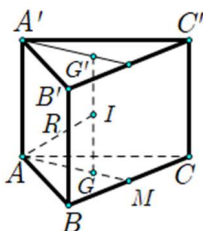
Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy a , cạnh bên $2a$.

Giải. $R_c = IA = \sqrt{IG^2 + AG^2} \quad (*)$

$$\bullet \quad IG = \frac{GG'}{2} = \frac{AA'}{2} = \frac{2a}{2} = a.$$

$$\bullet \quad AG = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\xrightarrow{(*)} R_c = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$



4) Lăng trụ, hình hộp chữ nhật và lập phương

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$ và $AA' = 3a$.

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $4a$.

B. $6a$.

C. $\frac{13a}{2}$.

D. $\frac{17a}{2}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và $AB = a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}\pi$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}\pi$.

C. $5a^3\sqrt{2}\pi$.

D. $2a^3\sqrt{2}\pi$.

Câu 3. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó bằng

A. 9π .

B. 6π .

C. 5π .

D. 27π .

Câu 4. Cho khối cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là $a, 2a, 2a$. Thể tích của khối cầu bằng

A. $36\pi a^3$.

B. $18\pi a^3$.

C. $\frac{9\pi a^2}{2}$.

D. $\frac{9\pi a^3}{2}$.

Câu 5. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ đó bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2a\sqrt{2}$.

Phiếu 15.2. Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện



→ **Học sinh cần nhớ:**

1. Hình chóp có cạnh bên vuông góc đáy

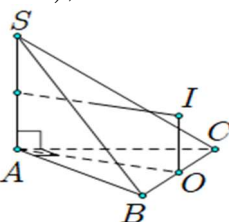
$$R_c =$$

Trong đó:

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$.

Giải. Ta có $R_1 = \frac{BC}{2} = a$.

$$\Rightarrow R_c = \sqrt{R_1^2 + \frac{SA^2}{4}} = a\sqrt{2}.$$



1) Hình chóp có cạnh bên vuông góc đáy

$$R_c =$$

Trong đó:

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$.

2. Hình chóp có mặt bên vuông với đáy

$$R_c =$$

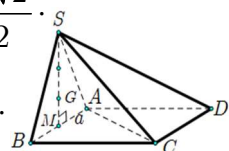
Trong đó:

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc đáy.

Giải. $R_1 = R_{ABCD} = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$R_2 = \frac{2SM}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\Rightarrow R_c = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$



2) Hình chóp có mặt bên vuông với đáy

$$R_c =$$

Trong đó:

Ví dụ. Tìm diện tích mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , mặt bên là tam giác vuông cân tại S và vuông góc đáy.

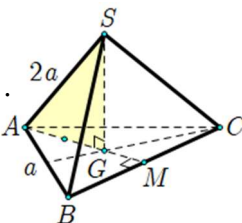
3. Hình chóp đều: $R_c =$

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh đáy gấp đôi cạnh đáy.

Giải. Ta có $AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$R_c = \frac{SA^2}{2.SG} = \frac{2a\sqrt{33}}{11}.$$



3) Hình chóp đều: $R_c =$

Ví dụ. Tìm thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, mặt bên tạo với mặt đáy một góc 45° .

4. Lăng trụ, hình hộp chữ nhật và lập phương

Tâm của mặt cầu là trung điểm của OO' với O, O' là tâm ngoại tiếp của hai đáy. Bán kính là $R = IA = IB = IC = \dots\dots\dots$

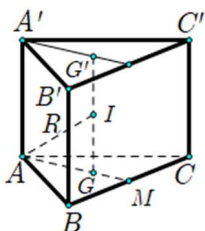
Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy a , cạnh bên $2a$.

Giải. $R_c = IA = \sqrt{IG^2 + AG^2} \quad (*)$

$$\bullet \quad IG = \frac{GG'}{2} = \frac{AA'}{2} = \frac{2a}{2} = a.$$

$$\bullet \quad AG = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\xrightarrow{(*)} R_c = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$



4) Lăng trụ, hình hộp chữ nhật và lập phương

Ví dụ. Tìm thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 2a$.

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Câu 1. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ bằng

A. $8\pi a^2$.

B. $14\pi a^2$.

C. $12\pi a^2$.

D. $10\pi a^2$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện đều cạnh a bằng

A. $\frac{3\pi a^2}{4}$.

B. $\frac{3\pi a^2}{2}$.

C. $6\pi a^2$.

D. $3\pi a^2$.

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{25a}{8}$.

D. $2a$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , biết $AB = AC = a, AA' = \sqrt{2}a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình tứ diện $AB'A'C$ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

C. πa^3 .

D. $4\pi a^3$.

Phiếu 15.3. Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện



————→ Học sinh cần nhớ:

1. Hình chóp có cạnh bên vuông góc đáy

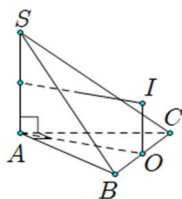
$$R_c = \dots\dots\dots$$

Trong đó:

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$.

Giải. Ta có $R_1 = \frac{BC}{2} = a$.

$$\Rightarrow R_c = \sqrt{R_1^2 + \frac{SA^2}{4}} = a\sqrt{2}.$$



1) Hình chóp có cạnh bên vuông góc đáy

$$R_c = \dots\dots\dots$$

Trong đó:

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$.

2. Hình chóp có mặt bên vuông với đáy

$$R_c = \dots\dots\dots$$

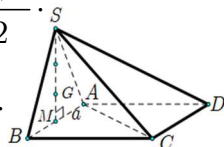
Trong đó:

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và vuông đáy.

Giải. $R_1 = R_{ABCD} = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$R_2 = \frac{2SM}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\Rightarrow R_c = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$



2) Hình chóp có mặt bên vuông với đáy

$$R_c = \dots\dots\dots$$

Trong đó:

Ví dụ. Tìm diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều và vuông đáy.

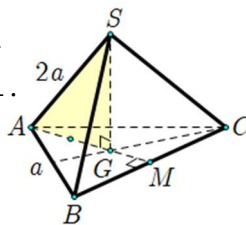
3. Hình chóp đều: $R_c =$

Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh đáy gấp đôi cạnh đáy.

Giải. Ta có $AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$R_c = \frac{SA^2}{2.SG} = \frac{2a\sqrt{33}}{11}.$$



3) Hình chóp đều: $R_c =$

Ví dụ. Tìm thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên tạo với đáy một góc 45° .

4. Lăng trụ, hình hộp chữ nhật và lập phương

Tâm của mặt cầu là trung điểm của OO' với O, O' là tâm ngoại tiếp của hai đáy. Bán kính là $R = IA = IB = IC = \dots\dots\dots$

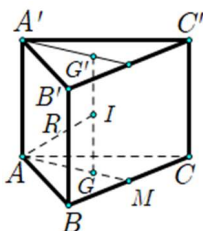
Ví dụ. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy a , cạnh bên $2a$.

Giải. $R_c = IA = \sqrt{IG^2 + AG^2} \quad (*)$

$$\bullet \quad IG = \frac{GG'}{2} = \frac{AA'}{2} = \frac{2a}{2} = a.$$

$$\bullet \quad AG = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\xrightarrow{(*)} R_c = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$



4) Lăng trụ, hình hộp chữ nhật và lập phương

Ví dụ. Tìm diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $3a$.

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có bốn đỉnh đều nằm trên một mặt cầu, ba cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = 3, SB = 3, SC = 5$. Diện tích của mặt cầu bằng

A. $43\pi^2$.

B. 43π .

C. $\frac{59\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{59}}{2}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều mà (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{7\sqrt{24}}{24}\pi a^3$.

B. $\frac{5\sqrt{30}}{27}\pi a^3$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

D. $\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$.

Câu 3. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Biết góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{5a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

B. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

D. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$.

Câu 5. Đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$ bằng

A. $6a$.

B. $2a$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $3a$.