

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Ngày thi thứ nhất: 16/9/2025

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm 01 trang, 03 câu)

Câu 1 (7,0 điểm). Cho dãy (u_n) xác định bởi: $u_1 = -2; u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^2 - 8}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

- Chứng minh rằng $-2 \leq u_n \leq -\sqrt[3]{4}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
- Chứng minh rằng dãy (u_n) tồn tại giới hạn hữu hạn khi $n \rightarrow +\infty$.

Câu 2 (7,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O) . Gọi D là trung điểm của BC và K là giao của AD với (O) . Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của CK, BK với AB, AC tương ứng.

- Gọi X là giao điểm của OD và PQ . Chứng minh rằng $XB^2 = XP.XQ$.
- Một đường thẳng qua O , vuông góc với AD và cắt (O) tại S, T (S nằm trên cung nhỏ AC). Gọi M, N lần lượt là giao điểm của TC, TQ với SB, SP tương ứng. Chứng minh rằng M, N, K thẳng hàng.

Câu 3 (6,0 điểm). Cho (a_n) là 1 dãy các số nguyên dương thỏa mãn điều kiện: với mỗi số nguyên tố p , có vô số số hạng trong dãy (a_n) chia hết cho p . Chứng minh rằng, mọi số hữu tỉ dương bé hơn 1 đều có thể biểu diễn dưới dạng $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_1 a_2} + \dots + \frac{b_n}{a_1 a_2 \dots a_n}$, với $b_1; b_2; \dots; b_n$ là các số nguyên thỏa mãn $0 \leq b_i \leq a_i - 1, i = 1; 2; \dots; n$.

----- Hết -----

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Ngày thi thứ hai: 17/9/2025

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm 01 trang, 03 câu)

Câu 4 (7,0 điểm). Cho các số thực không âm a, b, c bất kỳ. Chứng minh rằng:

$$a^3 + b^3 + c^3 + 9abc + 4(a + b + c) \geq 8(ab + bc + ca)$$

Câu 5 (7,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A , D là hình chiếu của A trên BC . Gọi E, F là tâm các đường tròn bàng tiếp đỉnh A của các tam giác ABD, ACD tương ứng. Gọi J là tâm đường tròn bàng tiếp đỉnh A của tam giác ABC .

- Chứng minh rằng $AEJF$ là hình bình hành.
- Chứng minh rằng tâm đường tròn Euler của tam giác AEF nằm trên đường thẳng AD .

Câu 6 (6,0 điểm). Xét bảng ô vuông tạo thành bởi 2025×2025 ô vuông nhỏ, và ta quy ước ô $(i; j)$ là kí hiệu cho ô vuông ở hàng thứ i , cột thứ j (tính từ dưới lên trên, từ trái sang phải). Bạn An thực hiện các thao tác như sau:

- Đặt một viên sỏi vào ô $(1; 1)$ và chọn 2 số nguyên dương $a; b$ đều nhỏ hơn 2025.
- Ở bước thứ k , nếu k lẻ thì An sẽ được di chuyển viên sỏi đến một trong hai ô $(i + a; j)$ hoặc $(i; j + a)$; nếu k chẵn thì An sẽ được di chuyển viên sỏi đến một trong hai ô $(i + b; j)$ hoặc $(i; j + b)$, ở đây tọa độ chúng ta lấy theo mod 2025.

Tính số lượng các cặp $(a; b)$ sao cho An có thể đặt viên sỏi vào tất cả các ô vuông đơn vị đúng một lần.

----- Hết -----