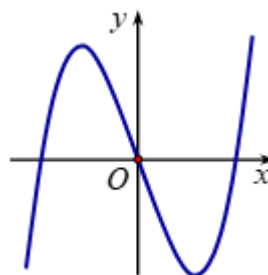


- Câu 1:** Có 30 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 2 thẻ. Xác suất để chọn được ít nhất một thẻ đánh số nguyên tố bằng
A. 0,56 **B.** 0,41 **C.** 0,46 **D.** 0,52
- Câu 2:** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng
A. $a^{\frac{3}{2}}$ **B.** $\frac{2a}{3}$ **C.** $a^{\frac{2}{3}}$ **D.** $\frac{3a}{2}$
- Câu 3:** Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4} \geq 27$ chứa bao nhiêu số nguyên
A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số
- Câu 4:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Số hạng thứ ba bằng
A. 44 **B.** 176 **C.** 19 **D.** 15
- Câu 5:** Hàm số $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2021$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây
A. $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 2021x + C$. **B.** $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2021x + C$.
C. $\frac{1}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2021x + C$. **D.** $x^2 - 4x + 1$.
- Câu 6:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$ **B.** $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$ **C.** $y = \frac{x-2}{x+1}$ **D.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + 2y - z - 3 = 0$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Tính $\cos \alpha$.
A. $-\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.
- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số là

- A.** 1 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 2
- Câu 9:** Cho hàm số $f(x) = e^x \cdot 2021^{x^2}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

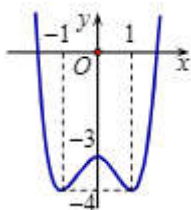
A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x + 2x \ln 2021 > 0$.

B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 \ln 2021 > 0$.

C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x + x^2 \ln 2021 > 0$.

D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow 1 + x^2 \ln 2021 > 0$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 1]$ lần lượt là

A. -3 và -4

B. 1 và -4

C. 0 và -4

D. 1 và -1

Câu 11: Phương trình $(\sqrt{5})^{x^2+4x+6} = 5$ có bao nhiêu nghiệm thực?

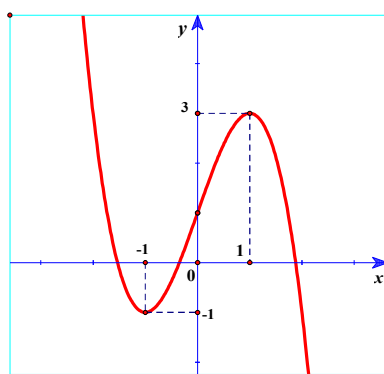
A. 1

B. 3

C. 2

D. 0

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 1$ và $y = -3$.

B. $x = 1$ và $y = 2$.

C. $x = 2$ và $y = 1$.

D. $x = -1$ và $y = 2$.

Câu 14: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $\sqrt{2}a^3$

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

Câu 15: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. $-\frac{1}{2}$

B. 1

C. -1

D. 2

Câu 16: Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-6) = 3$ là:

A. $x = 6$

B. $x = 9$

C. $x = 8$

D. $x = 7$

- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)
A. $M(0; 2; -1)$ **B.** $N(1; 1; -6)$ **C.** $P(1; -6; 1)$ **D.** $Q(0; 2; 1)$
- Câu 18:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.
A. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ **B.** $r = 5\sqrt{\pi}$ **C.** $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$ **D.** $r = 5$
- Câu 19:** Cho $\int_{-1}^2 f(t) dt = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.
A. $I = \frac{17}{2}$. **B.** $I = \frac{7}{2}$. **C.** $I = \frac{5}{2}$. **D.** $I = \frac{11}{2}$.
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 0; -2)$ bán kính $R = 2$ có phương trình
A. $(x-1)^2 + y^2 + (y+2)^2 = 2$ **B.** $(x-1)^2 + y^2 + (y+2)^2 = 4$
C. $(x+1)^2 + y^2 + (y-2)^2 = 4$ **D.** $(x+1)^2 + y^2 + (y-2)^2 = 2$
- Câu 21:** Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x + 2}$.
A. $F(x) = e^{2x} - 4\ln(e^x + 2) + C$. **B.** $F(x) = e^x + 2\ln(e^x + 2) + C$.
C. $F(x) = e^x - 2\ln(e^x + 2) + C$. **D.** $F(x) = \ln(e^x + 2) + C$.
- Câu 22:** Khối nón có bán kính đáy bằng 6, chiều cao bằng $\frac{1}{\pi}$, thể tích khối nón bằng
A. 12 **B.** 2 **C.** 6 **D.** 36
- Câu 23:** Với a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log a = 11, \log b = 13$. Khi đó $\log(ab^2)$ bằng
A. 46 **B.** 37 **C.** 180 **D.** 23
- Câu 24:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, Cho các điểm $M(1; 2; -3), N(3; 2; 4)$. Tọa độ vec tơ $\overrightarrow{MN}$ là
A. $(4; 4; 1)$ **B.** $(2; 0; 7)$ **C.** $(-2; 0; -7)$ **D.** $\left(2; 2; \frac{1}{2}\right)$
- Câu 25:** Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ một nhóm có 10 học sinh
A. 90 **B.** 20 **C.** 45 **D.** 8
- Câu 26:** Biết $F(x) = x^3 + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập số thực; Tính $I = \int_1^3 f(x) dx$
A. 23 **B.** 20 **C.** 26 **D.** 17
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$ bằng.
A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 4.
- Câu 28:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	

Điểm cực đại của hàm số là

- A.** $x = 0$ **B.** $x = -3$ **C.** $x = 1$ **D.** $x = 2$
- Câu 29:** Cho u, v là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$. Công thức nào sau đây là đúng:

A. $\int_a^b u.dv = uv \Big|_a^b + \int_a^b v.du$ **B.** $\int_a^b u.dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v.du$
C. $\int_a^b u.dv = uv \Big|_a^b$ **D.** $\int_a^b u.dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v.du$

Câu 30: Đạo hàm của hàm số $y = 3^{1-x}$ bằng

A. $\frac{3^{1-x}}{\ln 3}$ **B.** $3^{1-x} \cdot \ln 3$ **C.** $(1-x) \cdot 3^{-x}$ **D.** $3^{1-x} \cdot \ln\left(\frac{1}{3}\right)$

Câu 31: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \sin 2x$ là

A. $\ln x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$ **B.** $\ln|x| + \frac{1}{2} \cos 2x + C$
C. $-\frac{1}{x^2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$ **D.** $\ln|x| - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

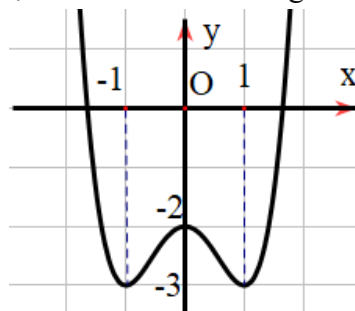
Câu 32: Nếu $\int_1^4 f(x)dx = -2$ và $\int_1^4 g(x)dx = -6$ thì $\int_1^4 [2f(x) - g(x) + 1]dx$ bằng

A. 2 **B.** -4. **C.** 5 **D.** 3

Câu 33: Khối lập phương có thể tích bằng 64 cm^3 thì cạnh của hình lập phương đó bằng

A. 4 cm **B.** 8cm **C.** 6cm **D.** 16 cm

Câu 34: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



A. $y = x^4 + 2x^2$ **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 2$

Câu 35: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(1; 2; 2) và B(0, 2, 1). Mặt cầu có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm A, B có đường kính bằng

A. $\sqrt{2}$ **B.** 3 **C.** 6 **D.** 2

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$ và $\int_0^3 f(\sqrt{x+1})dx = 8$. Tính $I = \int_1^2 x.f(x)dx$.

A. $I = 4$. **B.** $I = -4$. **C.** $I = \frac{1}{4}$. **D.** $I = -\frac{1}{4}$.

Câu 37: Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh bằng 4, SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt (SBD) bằng α . Biết $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ và tam giác SAC không cân. Thể tích khối chóp S.ABCD bằng

A. $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{128}{3}$ **C.** $\frac{16}{3}$ **D.** $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

Câu 38: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện

$$4xf(x^2) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}, \forall x \in [0;1]. \text{ Tích phân } I = \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

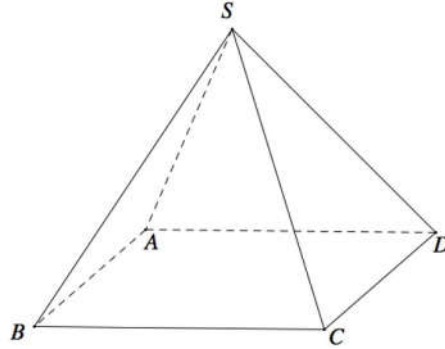
A. $I = \frac{\pi}{4}.$

B. $I = \frac{\pi}{6}.$

C. $I = \frac{\pi}{16}.$

D. $I = \frac{\pi}{20}.$

Câu 39: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 2.



Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng:

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

Câu 40: Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -12t + 24$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển bao nhiêu mét?

A. $15m.$

B. $24m.$

C. $20m.$

D. $18m.$

Câu 41: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình

$$2021^{2x^2-4x+9} - 2021^{x^2+5x+1} - (x-1)(8-x) < 0.$$

A. 7.

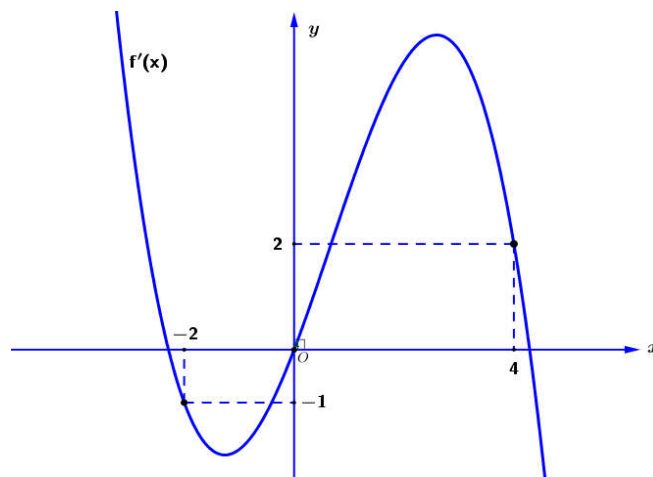
B. 5.

C. 6.

D. 8.

Câu 42: Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn. Biết $f(4) = 0$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số

$$g(x) = \left| f(x) - \frac{x^2}{4} + 1 \right| \text{ có bao nhiêu điểm cực tiểu}$$



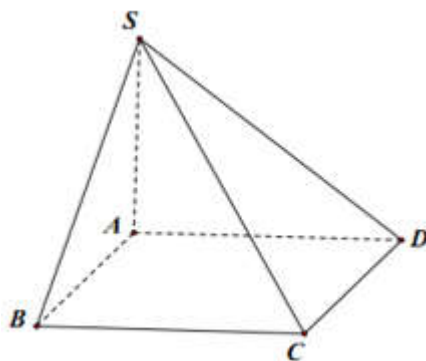
A. 2

B. 1

C. 4

D. 3

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2\sqrt{2}.$



Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

- A. 45^0 . B. 60^0 . C. 30^0 . D. 90^0 .

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_3^2 x + m \log_3 x \geq m$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.

- A. 7. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 45: Một thùng hình trụ có bán kính đáy bằng 2(m), bên trong thùng có chứa một lượng nước. Biết rằng khi để thùng nằm ngang thì phần bề mặt nước là một hình vuông và mặt nước cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\sqrt{3}$ (m). Nếu để thùng thẳng đứng thì chiều cao của nước trong thùng bằng:

- A. 10,67(cm) B. 5,77 (cm) C. 33,3 (cm) D. 8,33 (cm)

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương a để tồn tại đúng hai số thực b phân biệt, thỏa mãn điều kiện $(4 \cdot \log_2^2 b + \log_2 b - 5) \sqrt{7^b - a} = 0$

- A. 48 B. 47 C. 49 D. 46

Câu 47: Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 4x + 3} dx$ có kết quả là.

- A. $\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$. C. $-\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$. D. $\ln \frac{3}{2}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2x+1) + \frac{8}{3}x^3 + 4x^2 - \frac{5}{3}$, $x \in [-1; \frac{1}{2}]$ bằng

- A. $f(0) - 1$ B. $f(1) - \frac{5}{3}$ C. $f(-1) - \frac{1}{3}$ D. $f(2) - \frac{1}{3}$

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi y có đúng 5 số nguyên x thỏa mãn: $\log(x^2 + 2x + y) - 2 \log(2x - 1) > 0$

- A. 75 B. 26 C. 27 D. 74

Câu 50: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (P) $x - 2y + 2z + 12 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Xét hai điểm M, N lần lượt thuộc (P) và (S) sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vector $\vec{u} = (1; 1; 1)$. Giá trị nhỏ nhất của MN bằng

- A. 3 B. $9\sqrt{3} - 1$ C. $6\sqrt{3}$ D. 2

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.A	4.C	5.D	6.B	7.B	8.D	9.C	10.A
11.A	12.D	13.B	14.A	15.C	16.D	17.B	18.A	19.A	20.B
21.C	22.A	23.B	24.B	25.C	26.C	27.A	28.D	29.D	30.D
31.C	32.C	33.A	34.D	35.C	36.A	37.A	38.D	39.D	40.B
41.C	42.A	43.A	44.D	45.B	46.D	47.B	48.B	49.C	50.C

Câu 51: Có 30 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 2 thẻ. Xác suất để chọn được ít nhất một thẻ đánh số nguyên tố bằng?

- A.** 0,56. **B.** 0,41. **C.** 0,46. **D.** 0,52.

Lời giải

Chọn A

Tập hợp số số nguyên tố: $\{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29\}$

Số cách chọn 2 thẻ ngẫu nhiên: $|\Omega| = C_{30}^2 = 435$

Gọi A là biến cố chọn được ít nhất một thẻ đánh số nguyên tố

$\Rightarrow \bar{A}$ biến cố chọn được không thẻ đánh số nguyên tố: $C_{20}^2 = 190$

$$P_A = 1 - P_{\bar{A}} = 1 - \frac{190}{435} \approx 0,56$$

Câu 52: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng:

- A.** $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 53: Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4} \geq 27$ chứa bao nhiêu số nguyên

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4} \geq 27 \Leftrightarrow -x^2 + 4 \geq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$S = \{-1; 0; 1\}$$

Câu 54: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Số hạng thứ ba bằng

- A.** 44. **B.** 176. **C.** 19. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

$$u_3 = u_1 + 2d = 11 + 2.4 = 19$$

Câu 55: Hàm số $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2021$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây

A. $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 2021x + C.$

B. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2021x + C.$

C. $\frac{1}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2021x + C.$

D. $x^2 - 4x + 1.$

Lời giải

Chọn D

Câu 56: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1.$

B. $y = x^3 - x^2 + 6x - 1.$

C. $y = \frac{x-2}{x+1}.$

D. $y = x^4 + 2x^2 - 1.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$ suy ra $y' = 3x^2 - 2x + 6.$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 6 = 0$ phương trình vô nghiệm. Do đó, $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

Vậy hàm số $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}.$

Câu 57: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + 2y - z - 3 = 0.$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Tính $\cos \alpha.$

A. $-\frac{4}{9}.$

B. $\frac{4}{9}.$

C. $\frac{2}{3}.$

D. $-\frac{2}{3}.$

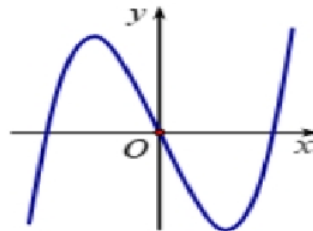
Lời giải

Chọn B

Ta có vtp $\vec{n}_P = (1; -2; 2)$ và vtp $\vec{n}_Q = (2; 2; -1).$

$$\text{Suy ra } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|1 \cdot 2 + (-2) \cdot 2 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{9}.$$

Câu 58: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Câu 59: Cho hàm số $f(x) = e^x \cdot 2021^{x^2}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x + 2x \ln 2021 > 0$.

B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 \ln 2021 > 0$.

C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x + x^2 \ln 2021 > 0$.

D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow 1 + x^2 \ln 2021 > 0$.

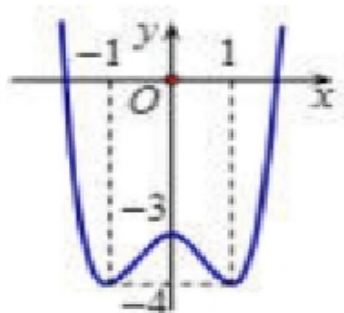
Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x) > 1 \Leftrightarrow e^x \cdot 2021^{x^2} > 1 \Leftrightarrow \ln(e^x \cdot 2021^{x^2}) > \ln 1$

$\Leftrightarrow \ln e^x + \ln 2021^{x^2} > 0 \Leftrightarrow x + x^2 \ln 2021 > 0$.

Câu 60: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 1]$ lần lượt là

A. -3 và -4.

B. 1 và -4.

C. 0 và -4.

D. 1 và -1.

Lời giải

Chọn A

Câu 61: Phương trình $(\sqrt{5})^{x^2+4x+6} = 5$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1

B. 3

C. 2

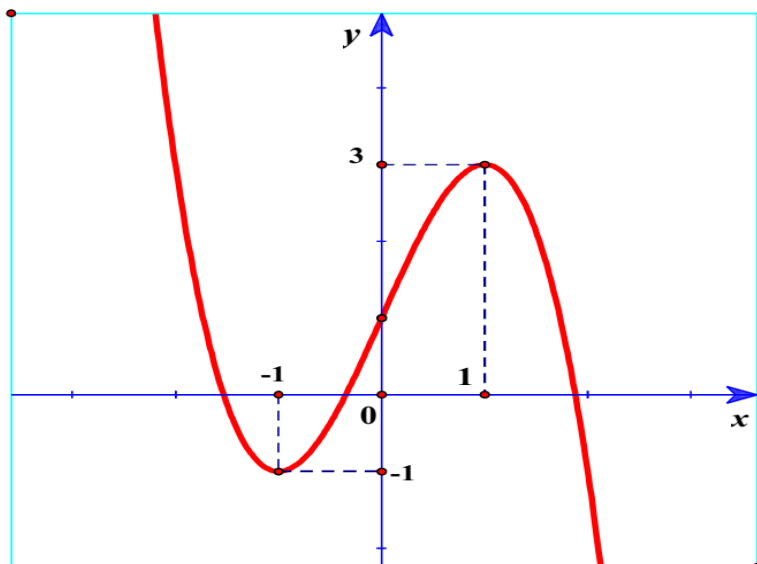
D. 0

Lời giải

Chọn A

$(\sqrt{5})^{x^2+4x+6} = 5 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 6 = 2 \Leftrightarrow x = -2$

Câu 62: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$
- D. Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$**

Lời giải

Chọn D

Câu 63: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

- A. $x=1$ và $y=-3$
- B. $x=1$ và $y=2$**
- C. $x=2$ và $y=1$
- D. $x=-1$ và $y=2$

Lời giải

Chọn B

Câu 64: Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $SABCD$

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$**
- B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$
- C. $\sqrt{2}a^3$
- D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

Lời giải

Chọn A

$$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 65: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. $-\frac{1}{2}$**
- B. 1
- C. -1
- D. 2

Lời giải

Chọn C

Cho $x=0 \Rightarrow y=-1$.

Câu 66: Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-6)=3$ là

- A. $x=6$
- B. $x=9$
- C. $x=8$
- D. $x=7$**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2(2x-6)=3 \Leftrightarrow 2x-6=2^3 \Leftrightarrow x=7$

Câu 67: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y+z-1=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $M(0;2;-1)$
- B. $N(1;1;-6)$**
- C. $P(1;-6;1)$
- D. $Q(0;2;1)$

Lời giải

Chọn B

Câu 68: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy

A. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

B. $r = 5\sqrt{\pi}$

C. $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$

D. $r = 5$

Lời giải

Chọn A

Ta có $l = 2r$

Theo đề $S_{xq} = 50\pi \Leftrightarrow 2\pi rh = 50\pi \Leftrightarrow 2\pi r \cdot 2r = 50\pi \Leftrightarrow r^2 = \frac{25}{2} \Leftrightarrow r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 69: Cho $\int_{-1}^2 f(t)dt = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$

A. $I = \frac{17}{2}$

B. $I = \frac{7}{2}$

C. $I = \frac{5}{2}$

D. $I = \frac{11}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx = \int_{-1}^2 xdx + 2\int_{-1}^2 f(x)dx - 3\int_{-1}^2 g(x)dx = \frac{3}{2} + 2 \cdot 2 - 3(-1) = \frac{17}{2}$

Câu 70: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$ bán kính $R = 2$ có phương trình

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$

Lời giải

Chọn B

Câu 71: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x + 2}$.

A. $F(x) = e^{2x} - 4\ln(e^x + 2) + C$.

B. $F(x) = e^x + 2\ln(e^x + 2) + C$.

C. $F(x) = e^x - 2\ln(e^x + 2) + C$.

D. $F(x) = \ln(e^x + 2) + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F(x) = \int f(x)dx = \int \frac{e^{2x}}{e^x + 2}dx = \int \left(1 - \frac{2}{e^x + 2}\right)e^x dx = e^x - 2\ln(e^x + 2) + C$.

Câu 72: Khối nón có bán kính đáy bằng 6, chiều cao bằng $\frac{1}{\pi}$, thể tích khối nón bằng

A. 12.

B. 2.

C. 6.

D. 36.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot \frac{1}{\pi} = 12$.

Câu 73: Với a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log a = 11, \log b = 13$. Khi đó $\log(ab^2)$ bằng

A. 46.

B. 37.

C. 180.

D. 23.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log(ab^2) = \log a + 2\log b = 11 + 2.13 = 37$.

Câu 74: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1; 2; -3)$, $N(3; 2; 4)$. Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(4; 4; 1)$.

B. $(2; 0; 7)$.

C. $(-2; 0; -7)$.

D. $(2; 2; \frac{1}{2})$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MN} = (3-1; 2-2; 4-(-3)) = (2; 0; 7).$$

Câu 75: Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ một nhóm có 10 học sinh

A. 90

B. 20

C. 45

D. 8

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ra 2 học sinh từ một nhóm có 10 học sinh là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 76: Biết $F(x) = x^3 + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập số thực. Tính $I = \int_1^3 f(x) dx$

A. 23

B. 20

C. 26

D. 17

Lời giải

Chọn C

$$I = \int_1^3 f(x) dx = x^3 \Big|_1^3 = 26.$$

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$ bằng

A. $2\sqrt{2}$

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{22}$

D. 4

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$ bằng $\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2 + 2} = 2\sqrt{2}$.

Câu 78: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-

Điểm cực đại của hàm số là

A. $x = 0$

B. $x = -3$

C. $x = 1$

D. $x = 2$

Lời giải

Chọn D

Câu 79: Cho u, v là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$. Công thức nào sau đây là đúng?

A. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b + \int_a^b v du$.

B. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b u dv$.

C. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b$.

D. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$.

Lời giải**Chọn D**

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du.$$

Câu 80: Đạo hàm của hàm số $y = 3^{1-x}$ bằng

- A.** $\frac{3^{1-x}}{\ln 3}$. **B.** $3^{1-x} \cdot \ln 3$. **C.** $(1-x) \cdot 3^{-x}$. **D.** $3^{1-x} \cdot \ln\left(\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải**Chọn D**

$$y' = (3^{1-x})' = (1-x)' \cdot 3^{1-x} \cdot \ln 3 = -3^{1-x} \cdot \ln 3 = 3^{1-x} \cdot \ln\left(\frac{1}{3}\right).$$

Câu 81: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \sin 2x$ là

- A.** $\ln x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$. **B.** $\ln|x| + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.
C. $-\frac{1}{x^2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$. **D.** $\ln|x| - \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Lời giải**Chọn C**

$$\int \left(\frac{1}{x} + \sin 2x \right) dx = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

Câu 82: Nếu $\int_1^4 f(x) dx = -2$ và $\int_1^4 g(x) dx = -6$ thì $\int_1^4 [2f(x) - g(x) + 1] dx$ bằng

- A.** 2. **B.** -4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải**Chọn C**

$$\int_1^4 [2f(x) - g(x) + 1] dx = 2 \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx + \int_1^4 1 dx = 2 \cdot (-2) + 6 + 3 = 5.$$

Câu 83: Một khối lập phương có thể tích bằng 64 cm^3 . Độ dài mỗi cạnh của khối lập phương đó bằng

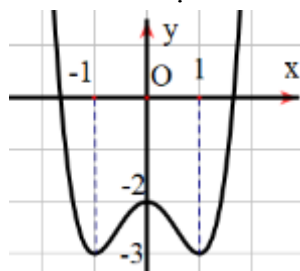
- A.** 4 cm . **B.** 8 cm . **C.** 6 cm . **D.** 16 cm .

Lời giải**Chọn A**

Giả sử khối lập phương có độ dài mỗi cạnh bằng a .

Ta có $a^3 = 64$. Suy ra $a = 4$.

Câu 84: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a > 0$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ - 2.

Câu 85: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$, $B(0; 2; 1)$. Mặt cầu có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm A, B có đường kính bằng

A. $\sqrt{2}$. B. 3. C. 6. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(a; 0; 0) \in Ox$ là tâm mặt cầu

$$IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{(a-1)^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{a^2 + 2^2 + 1^2} \Leftrightarrow a = 2$$

$$\text{Đường kính mặt cầu } d = 2.IA = 2.\sqrt{(a-1)^2 + 2^2 + 2^2} = 6$$

Câu 86: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$ và $\int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx = 8$. Tính $I = \int_1^2 x.f(x) dx$.

A. $I = 4$. B. $I = -4$. C. $I = \frac{1}{4}$. D. $I = -\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2tdt = dx$$

$$\text{Khi đó, } \int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx = 8 \Leftrightarrow \int_1^2 f(t).2tdt = 8 \Rightarrow \int_1^2 t.f(t) dt = 4.$$

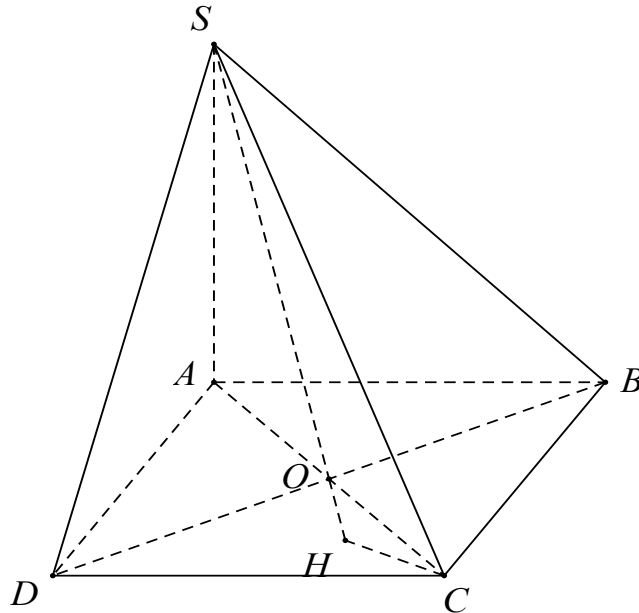
Vậy $I = 4$.

Câu 87: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4, SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt (SBD) bằng α . Biết $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ và tam giác SAC không cân. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{32\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{128}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, H là hình chiếu của C trên SO .

$$\text{Khi đó } CH \perp (SBD) \Rightarrow (\widehat{SC, (SBD)}) = \widehat{CSO} \Rightarrow \frac{SH}{SC} = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{SO+OH}{SC} &= \frac{3\sqrt{10}}{10} \\ \Rightarrow \frac{\sqrt{SA^2+AO^2}+OH}{\sqrt{SA^2+AC^2}} &= \frac{3\sqrt{10}}{10} \\ \Rightarrow \frac{\sqrt{SA^2+8}+OH}{\sqrt{SA^2+32}} &= \frac{3\sqrt{10}}{10} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Lại có } \triangle SAO \text{ đồng dạng } \triangle CHO \text{ nên } \frac{SO}{CO} = \frac{AO}{OH} \Rightarrow SO.OH = AO^2 \Rightarrow SO.OH = 8 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{\sqrt{SA^2+8} + \frac{8}{\sqrt{SA^2+8}}}{\sqrt{SA^2+32}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \Rightarrow SA^4 - 40SA^2 + 256 = 0 \Rightarrow \begin{cases} SA^2 = 8 \\ SA^2 = 32 = AC^2 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow SA = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} . SA = \frac{1}{3} . 4^2 . 2\sqrt{2} = \frac{32\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 88: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện

$$4xf(x^2) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}, \forall x \in [0;1]. \text{ Tích phân } I = \int_0^1 f(x)dx \text{ bằng}$$

A. $I = \frac{\pi}{4}.$

B. $I = \frac{\pi}{6}.$

C. $I = \frac{\pi}{16}.$

D. $I = \frac{\pi}{20}.$

Lời giải

Chọn D

$$4xf(x^2) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}, \forall x \in [0;1] \text{ nên}$$

$$\int_0^1 4xf(x^2)dx + \int_0^1 3f(1-x)dx = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

Mà

$$\int_0^1 4xf(x^2)dx = 2 \int_0^1 f(x^2)d(x^2) = 2I$$

$$\int_0^1 3f(1-x)dx = -3 \int_0^1 f(1-x)d(1-x) = 3 \int_0^1 f(t)dt = 3I, \quad (t=1-x)$$

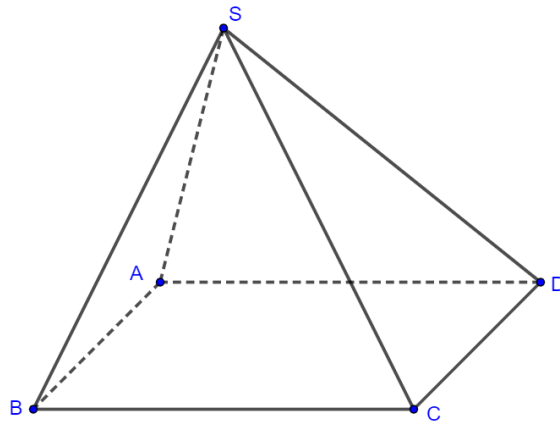
$$\text{Xét } J = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$\text{Đặt } x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt$$

$$\text{Khi đó, } J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-(\sin t)^2} \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2t}{2} dt = \left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{4}\sin 2t \right) \bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Do đó } 5I = \frac{\pi}{4} \Rightarrow I = \frac{\pi}{20}.$$

Câu 89: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 2.



Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là

A. $\sqrt{2}$.

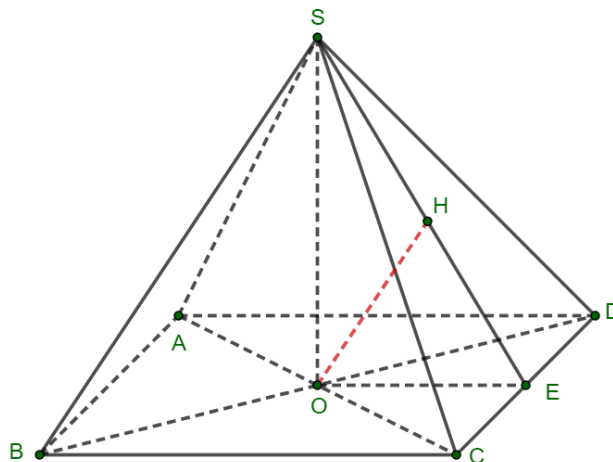
B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm của AC và BD thì $SO \perp (ABCD)$ do hình chóp có tất cả các cạnh bằng nhau nên hình chiếu từ đỉnh S xuống mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy.

$$\text{Do: } \frac{d(A, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{AC}{OC} = 2 \Rightarrow d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$$

$$\text{Hạ } OE \perp CD, OH \perp SE. \text{ Vì } \begin{cases} CD \perp OE \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOE) \Rightarrow CD \perp OH$$

$$\text{Mà } OH \perp SE \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH$$

Do $ABCD$ là hình vuông nên $OE = \frac{1}{2}CD = 1$ và E là trung điểm CD nên $CE = DE = 1$.

$$\Rightarrow SE = \sqrt{SC^2 - CE^2} = \sqrt{3}, SO = \sqrt{SE^2 - OE^2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{SO \cdot OE}{SE} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(A, (SCD)) = 2OH = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 90: Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -12t + 24$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

A. $15m$.

B. $24m$.

C. $20m$.

D. $18m$.

Lời giải

Chọn B

Thời gian từ lúc xe đạp phanh đến lúc dừng hẳn là: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -12t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 2(s)$

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được: $S = \int_0^2 (-12t + 24) dt = 24(m)$

Câu 91: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2021^{2x^2-4x+9} - 2021^{x^2+5x+1} - (x-1)(8-x) < 0$.

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } a = 2x^2 - 4x + 9, b = x^2 + 5x + 1 \Rightarrow a - b = x^2 - 9x + 8 = (x-1)(x-8)$$

$$\text{Khi đó: } 2021^a - 2021^b - (b-a) < 0 \Leftrightarrow 2021^a + a < 2021^b + b$$

$$\text{Xét hàm số: } f(x) = 2021^x + x \Rightarrow f'(x) = 2021^x \cdot \ln 2021 + 1 > 0 \forall x$$

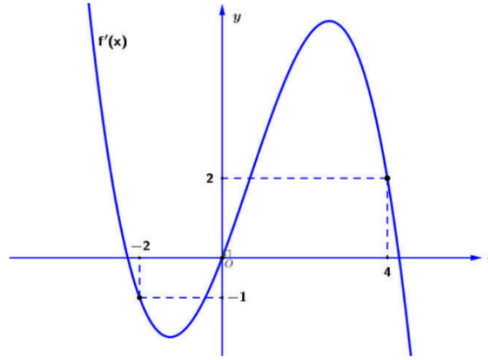
$\Rightarrow$ Hàm số đơn điệu tăng mà

$$f(a) < f(b) \Rightarrow a < b \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 9 < x^2 + 5x + 1 \Leftrightarrow (x-1)(x-8) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 8$$

Nên bất phương trình có 6 nghiệm nguyên.

Câu 92: Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn. Biết $f(4) = 0$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số

$$g(x) = \left| f(x) - \frac{x^2}{4} + 1 \right| \text{ có bao nhiêu điểm cực tiểu}$$



A. 2.

B. 1.

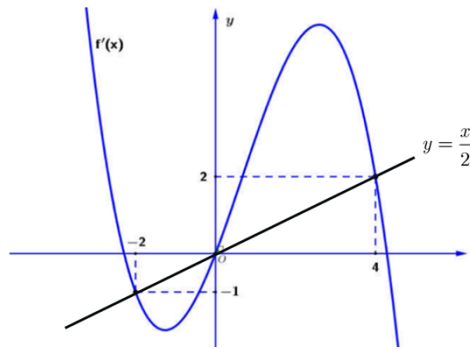
C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Gọi $h(x) = f(x) - \frac{x^2}{4} + 1$, $h'(x) = f'(x) - \frac{x}{2}$.



$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases}, h'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x) > \frac{x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 2 < x < 4 \end{cases}.$$

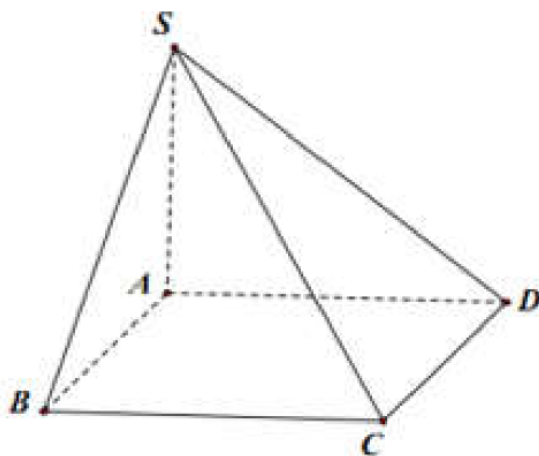
Ta có $h(4) = f(4) - \frac{4^2}{4} + 1 = -3$; $\int_{-2}^4 h'(x) dx > 0 \Leftrightarrow h(4) > h(-2)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2		0		4	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$h(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $h(-2)$ $\searrow$ $h(0)$ $\nearrow$ -3 $\searrow$ $-\infty$ $y = 0$						
$g(x)$	$+\infty$ $\searrow$ $-h(-2)$ $\nearrow$ $-h(0)$ $\searrow$ 3 $\nearrow$ $+\infty$ $y = 0$						

Dựa vào BBT ta có 2 điểm cực tiểu.

Câu 93: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2\sqrt{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A

Có $(SC; (ABCD)) = \widehat{SCA}$

Xét $\triangle SCA$, $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Câu 94: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_3^2 x + m \log_3 x \geq m$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \log_3 x$, bpt trở thành $t^2 + mt - m \geq 0, \forall t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \text{ (TM)} \\ \Delta = m^2 - 4m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 95: Một thùng hình trụ có bán kính đáy bằng $2(m)$, bên trong thùng có chứa một lượng nước. Biết rằng khi để thùng nằm ngang thì phần bề mặt nước là một hình vuông và mặt nước cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\sqrt{3}(m)$. Nếu để thùng thẳng đứng thì chiều cao của nước trong thùng bằng:

A. 10,67 (cm).

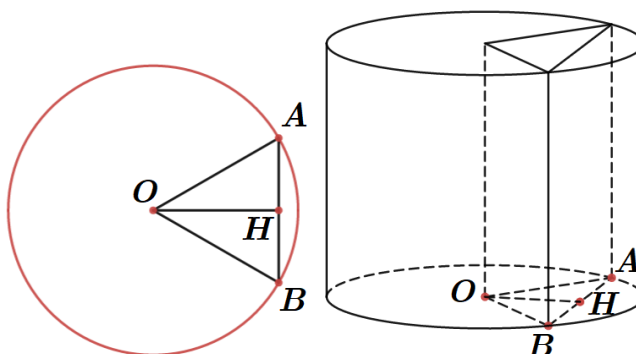
B. 5,77 (cm).

C. 33,3 (cm).

D. 8,33 (cm).

Lời giải

Chọn B



Ta $AB = 2HA = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2 \Rightarrow h = 2 \text{ (m)}.$

Ta có $OA = OB = AB$ nên tam giác AOB đều nên $\widehat{AOB} = 60^\circ$, khi đó hình viên phân giới hạn bởi dây cung AB và cung nhỏ AB có diện tích là $\frac{60}{360}\pi 2^2 - \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$.

Vậy khi để thùng thẳng đứng, chiều cao của nước trong thùng là $\frac{\left(\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}\right)2}{4\pi} \approx 0,0577 \text{ (m)}.$

Câu 96: Có bao nhiêu số nguyên dương a để tồn tại đúng hai số thực b phân biệt, thỏa mãn điều kiện $(4\log_2^2 b + \log_2 b - 5)\sqrt{7^b - a} = 0$.

A. 48.

B. 47.

C. 49.

D. 46.

Lời giải

Chọn D

$$(4\log_2^2 b + \log_2 b - 5)\sqrt{7^b - a} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0, b \geq \log_7 a \\ \log_2 b = 1 \\ \log_2 b = \frac{-5}{4} \\ 7^b = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0, b \geq \log_7 a \\ b = 2 \\ b = 2^{\frac{-5}{4}} \\ b = \log_7 a \end{cases}.$$

Để tồn tại đúng hai số thực b phân biệt $\Leftrightarrow 2^{\frac{-5}{4}} \leq \log_7 a < 2 \Leftrightarrow 7^{2^{\frac{-5}{4}}} \leq a < 49 \Rightarrow a \in \{3; 4; \dots; 48\}$.

Câu 97: Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 4x + 3} dx$ có kết quả là

A. $\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$.

D. $\ln \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 4x + 3} dx &= \int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+3)} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) dx = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x+3} \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{2} \left(\ln \frac{1}{2} - \ln \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Câu 98: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số

$y = f\left(2x+1\right) + \frac{8}{3}x^3 + 4x^2 - \frac{5}{3}, x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]$ bằng

A. $f(0) - 1$.

B. $f(1) - \frac{5}{3}$.

C. $f(-1) - \frac{1}{3}$.

D. $f(2) - \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 2f'(2x+1) + 8x^2 + 8x = 16x^2(x+1)(2x-1) + 8x(x+1)$$

$$= 8x(x+1)(4x^2 - 2x + 1)$$

Khi đó trên $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Ta có bảng biến thiên trên $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$

x	-1	0	$\frac{1}{2}$
y'	-	0	+
y	$f(-1) - \frac{1}{3}$	$f(1) - \frac{5}{3}$	$f(2) - \frac{1}{3}$

Vậy $\min_{\left[-1; \frac{1}{2}\right]} y = f(1) - \frac{5}{3}$.

Câu 99: Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi y có đúng 5 số nguyên x thỏa mãn:

$$\log(x^2 + 2x + y) - 2\log(2x - 1) > 0?$$

A. 75.

B. 26.

C. 27.

D. 74.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > \frac{1}{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log(x^2 + 2x + y) - 2\log(2x - 1) &> 0 \\ \Leftrightarrow \log(x^2 + 2x + y) &> \log(2x - 1)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x + y &> 4x^2 - 4x + 1 \\ \Leftrightarrow y &> 3x^2 - 6x + 1. \end{aligned}$$

Đặt $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$ với $x > \frac{1}{2}$, ta có $f'(x) = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Lập bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$-\frac{5}{4}$	-2	$+\infty$

Ứng với mỗi y có đúng 5 số nguyên x thỏa mãn

$$y > f(x) \Leftrightarrow f(5) < y \leq f(6) \Leftrightarrow 46 < y \leq 73.$$

Vậy có 27 số nguyên y thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 12 = 0$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Xét hai điểm M, N lần lượt thuộc (P) và (S) sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = (1; 1; 1)$. Giá trị nhỏ nhất của MN bằng

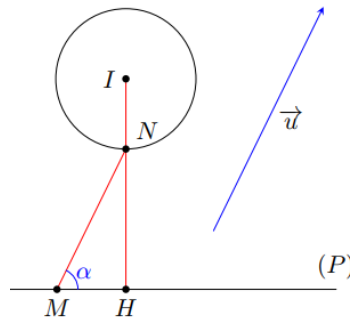
- A. 3. B. $9\sqrt{3}-1$. C. $6\sqrt{3}$. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 1$ có tâm $I(-1; 2; 1)$, bán kính $R = 1$.

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|x_I - 2y_I + 2z_I + 12|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3 > R$ nên (P) và (S) không giao nhau.



Gọi α là góc tạo bởi MN và mặt phẳng (P) .

Gọi H là hình chiếu của N lên mặt phẳng (P) .

Mặt khác $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = (1; 1; 1)$ và $\vec{n}_p = (1; -2; 2)$ suy ra

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}_p|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}_p|} = \frac{1}{3\sqrt{3}}.$$

$$\text{Khi đó } MN = \frac{NH}{\sin \alpha} \geq \frac{NH_{\min}}{\sin \alpha} = \frac{d(I, (P)) - 1}{\sin \alpha} = \frac{3 - 1}{\frac{1}{3\sqrt{3}}} = 6\sqrt{3}.$$