

**ĐỀ CHÍNH THỨC**  
(Đề có 4 trang)

**ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ 2**

**Môn Toán – Khối 12 – Năm 2024\_2025**

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ tên thí sinh: .....Số báo danh: .....

**Mã đề thi 159**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Biết hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $F(x) = x^4$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$

trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $\int_{-1}^4 f(x)dx$  bằng

- A. 257.                      B. 255.                      C. 205.                      D. 1275.

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ . Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oxy)$ ?

- A.  $\vec{n}_1 = (0;1;0)$ .                      B.  $\vec{n}_3 = (1;0;0)$ .                      C.  $\vec{n}_4 = (1;1;0)$ .                      D.  $\vec{n}_2 = (0;0;1)$ .

**Câu 3:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,5$ ;  $P(B) = 0,4$  và  $P(AB) = 0,3$ . Xác suất của biến cố  $B$  với điều kiện biến cố  $A$  đã xảy ra là

- A. 0,6.                      B. 0,25.                      C. 0,4.                      D. 0,75.

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(-4;5;-7)$  và có một vector pháp tuyến  $\vec{n} = (4;6;-11)$ .

- A.  $2x - 5y - 2z + 19 = 0$ .                      B.  $8x + y - 4z - 1 = 0$ .  
C.  $4x + 6y - 11z - 91 = 0$ .                      D.  $4x - 5y + 7z + 91 = 0$ .

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$ . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng  $d$ .

- A.  $\vec{u} = (2;-1;0)$ .                      B.  $\vec{u} = (3;-2;-1)$ .                      C.  $\vec{u} = (-2;1;0)$ .                      D.  $\vec{u} = (3;-2;1)$ .

**Câu 6:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , trong đó  $P(A) > 0, P(B) > 0$ , khẳng định nào sau đây đúng.

- A.  $P(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(A)}$ .                      B.  $P(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(B)}$ .  
C.  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ .                      D.  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ .

**Câu 7:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $0 < P(B) < 1$ , khi đó xác suất toàn phần là

- A.  $P(A) = P(B).P(A \cap B) + P(\bar{B}).P(A \cap \bar{B})$ .  
B.  $P(B) = P(B).P(A \cap B) + P(\bar{B}).P(A \cap \bar{B})$ .  
C.  $P(B) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$ .  
D.  $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$ .

**Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -3 + 5t \end{cases}$  và mặt phẳng

$(P): x + 4y - 3z - 3 = 0$ . Góc hợp bởi đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng (Kết quả làm tròn đến độ).

- A.  $46^\circ$ . B.  $44^\circ$ . C.  $60^\circ$ . D.  $45^\circ$ .

**Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(17; 12; -10), B(-7; 4; -4)$ . Mặt cầu đường kính  $AB$  có phương trình là

- A.  $(x-5)^2 + (y-8)^2 + (z+7)^2 = 676$ . B.  $(x-5)^2 + (y-8)^2 + (z+7)^2 = 169$ .  
C.  $(x-5)^2 + (y-8)^2 + (z+7)^2 = 14$ . D.  $(x+7)^2 + (y-4)^2 + (z+4)^2 = 196$ .

**Câu 10:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 5x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 2$  được tính bởi công thức nào sau đây?

- A.  $S = \pi \int_0^2 5x^2 dx$ . B.  $S = \pi \int_0^2 (5x^2)^2 dx$ . C.  $S = \int_2^0 |5x^2| dx$ . D.  $S = \int_0^2 5x^2 dx$ .

**Câu 11:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^5 + 4x^3 + 1$  là

- A.  $x^6 + 4x^4 + x + C$ . B.  $x^5 + 4x^3 + x + C$ . C.  $5x^3 + 12x + C$ . D.  $\frac{1}{6}x^6 + x^4 + x + C$ .

**Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+24)^2 + (y-25)^2 + z^2 = 81$  có tâm I và bán kính là

- A.  $I(-24; 25; 0), R = 81$ . B.  $I(24; -25; 0), R = 9$ .  
C.  $I(-24; 25; 0), R = 9$ . D.  $I(24; -25; 0), R = 81$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

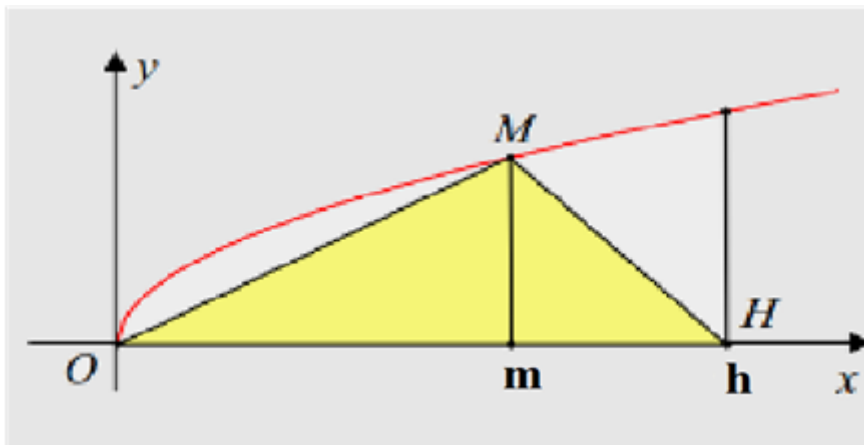
**Câu 1:** Cho hình phẳng  $(D)$  giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \frac{\sqrt{3x}}{2}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = h$  với  $h = 12$ .

a) Công thức tính diện tích hình phẳng  $(D)$  là  $\int_0^{12} \frac{\sqrt{3x}}{2} dx$ .

b) Diện tích hình phẳng  $(D)$  là 24 (đvdt).

c) Thể tích sinh bởi miền  $(D)$  quay quanh trục  $Ox$  là 54 ((đvtt).

d) Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{\sqrt{3x}}{2}$ ,  $x = 0, x = h$  và trục  $Ox$  với  $h = 12$ . Đường thẳng  $x = m (0 < m < h)$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{3x}}{2}$  tại  $M$ .



Gọi  $V_1$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác  $MOH$  quanh trục  $Ox$ . Biết rằng  $V = \frac{18}{5}V_1$ . Khi đó  $m = 6$ .

**Câu 2:** Một kho hàng có 86% sản phẩm loại I và 14% sản phẩm loại II, trong đó có 3% sản phẩm loại I bị hỏng, 95% sản phẩm loại II không bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A: "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

B: "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng".

a) Kí hiệu xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm loại I, biết rằng sản phẩm đó đã bị hỏng là  $P(A|B)$ .

b) Công thức xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm không bị hỏng là  $P(B) = P(AB) + P(\overline{AB})$ .

c) Xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm loại II và sản phẩm này bị hỏng là 0,007.

d) Xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm loại I biết sản phẩm này không bị hỏng là  $\frac{a}{b}$

(phân số tối giản) thỏa  $a + b = 9006$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(3; -7; 2), B(-2; 0; -3), C(2; 5; 4)$ .

a) Mặt phẳng (ABC) có vectơ pháp tuyến  $(74; 15; 53)$ .

b) Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm C và B là 
$$\begin{cases} x = 4t - 2 \\ z = 5t \\ y = 7t - 3 \end{cases}$$

c) Mặt cầu (S) tâm B tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình:  $(x+2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$

d) Điểm  $K(a; b; c)$  là chân đường cao kẻ từ C của tam giác ABC thỏa tổng của a, b, c bằng  $\frac{145}{33}$ .

**Câu 4:** Cho hàm  $f(x) = x - \sin x$  là hàm liên tục trên đoạn  $[a; b]$  với  $a < b$  và  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm  $f(x)$  trên  $[a; b]$ .

a)  $F(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + C$  (C là hằng số).

b)  $\int_a^b kf(x)dx = k(F(a) - F(b))$  (k là hằng số).

c) Một nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{8} - 3$ . Khi đó  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi^2}{18} - \frac{5}{2}$ .

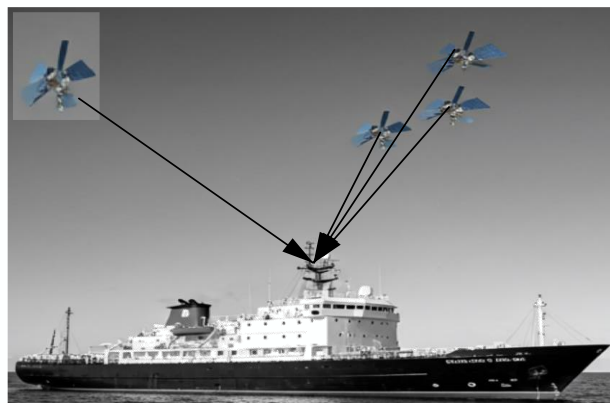
**d)** Biết  $\int_0^{\pi} [24f(x) + 25] dx = m\pi^n + c\pi + d$  (Trong đó  $n$  là số nguyên tố). Khi đó giá trị của biểu thức  $m + n + c + d = -9$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Câu lạc bộ cờ của nhà trường gồm 39 thành viên, mỗi thành viên biết chơi ít nhất một trong hai môn cờ vua hoặc cờ tướng. Biết rằng có 27 thành viên biết chơi cờ vua và 21 thành viên biết chơi cờ tướng. Chọn ngẫu nhiên một thành viên của câu lạc bộ. Tính xác suất thành viên được chọn không biết chơi cờ tướng, biết rằng thành viên đó biết chơi cờ vua. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 2:** Ký hiệu  $h(x)$  là chiều cao (tính theo m) của một cây Bạch Dương (Poplar) sau khi trồng  $x$  năm. Biết rằng sau một năm đầu tiên cây cao 2 m. Trong 20 năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ  $h'(x) = \frac{1}{x}$  (m/năm). ( $1 \leq x \leq 20$ ). Sau bao nhiêu năm cây cao 4 m. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

**Câu 3:** Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian. Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm  $M$  trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được một khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí  $M$  cần tìm tọa độ.



Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn vệ tinh được đặt tại các điểm  $A(-5; 4; 3)$ ,  $B(2; -3; 7)$ ,  $C(1; 1; -4)$ ,  $D(4; 8; 1)$ . Một con tàu đang ở vị trí điểm  $M(x; y; z)$  mà khoảng cách từ nó đến các vệ tinh lần lượt là  $MA = \sqrt{2707}$ ,  $MB = \sqrt{3173}$ ,  $MC = 7\sqrt{41}$ ,  $MD = \sqrt{2402}$ . Khi đó khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến điểm  $M$  là bao nhiêu? (Đơn vị là km).

**Câu 4:** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục, có đạo hàm trên  $[-2; 5]$ ,  $f(5) = 170$ . Biết  $\int_{-2}^5 7f'(x) dx = 1274$ . Tính  $f(-2)$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(4; 5; -2)$ ,  $B(1; -5; 2)$ ,  $C(-2; 1; 3)$ . Phương trình mặt phẳng qua  $C$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$  có dạng  $ax + by + cz + d = 0$  (Trong đó  $a$  là số nguyên tố). Tính  $a + b + c + d$ .

----- **HẾT** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

## **PHẦN LỜI GIẢI**

### **Câu 1: B**

**Lời giải:**

$$\int_{-1}^4 f(x) dx = F(4) - F(-1) = 255.$$

### **Câu 2: D**

**Lời giải:**

(Oxy):  $z = 0$  có VTPT  $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$

### **Câu 3: A**

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6.$$

### **Câu 4: C**

**Lời giải:**

$$4x + 6y - 11z - 91 = 0$$

### **Câu 5: D**

**Lời giải:**

$$\vec{u} = (3; -2; 1)$$

### **Câu 6: C**

**Lời giải:**

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ là công thức đúng.}$$

### **Câu 7: D**

**Lời giải:**

$$\text{Xác suất toàn phần là: } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}).$$

### **Câu 8: A**

**Lời giải:**

Gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$ .

$$\text{Ta có } \vec{u}_d = (2; -2; 5) \text{ và } \vec{n}_{(P)} = (1; 4; -3)$$

$$\text{Khi đó } \sin \varphi = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{7\sqrt{858}}{286} \Rightarrow \varphi \approx 46^\circ.$$

### **Câu 9: B**

**Lời giải:**

Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$  ta có  $I(5; 8; -7)$  là tâm mặt cầu.

$$\text{Bán kính } R = \frac{AB}{2} = 13.$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là } (x-5)^2 + (y-8)^2 + (z+7)^2 = 169.$$

### **Câu 10: D**

**Lời giải:**

$$S = \int_0^2 |5x^2| dx = \int_0^2 5x^2 dx$$

**Câu 11: D****Lời giải:**

Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^5 + 4x^3 + 1$  là  $\frac{1}{6}x^6 + x^4 + x + C$

**Câu 12: C****Lời giải:**

$$I(-24; 25; 0), R = 9$$

**Câu 1: DDSS****Lời giải:**

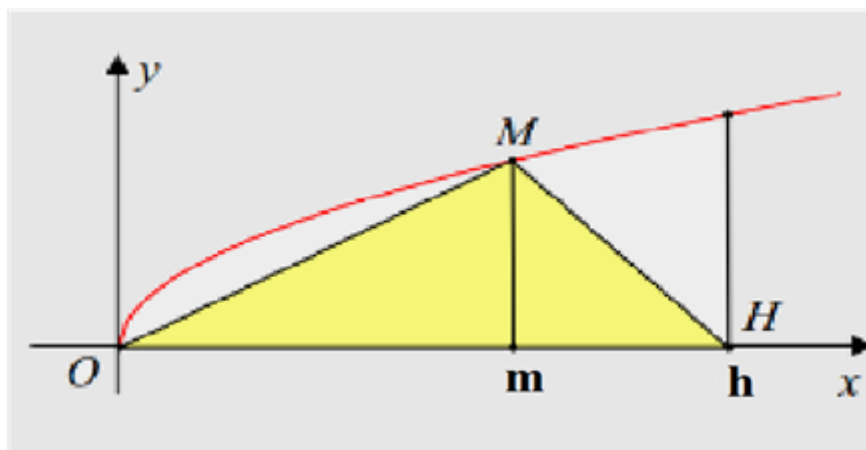
Cho hình phẳng  $(D)$  giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \frac{\sqrt{3x}}{2}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = h$  với  $h = 12$ .

a) Công thức tính diện tích hình phẳng  $(D)$  là  $\int_0^{12} \frac{\sqrt{3x}}{2} dx$ .

b) Diện tích hình phẳng  $(D)$  là 24.

c) Thể tích sinh bởi miền  $(D)$  quay quanh trục  $Ox$  là 54.

d) Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{\sqrt{3x}}{2}$ ,  $x = 0, x = h$  và trục  $Ox$  với  $h = 12$ . Đường thẳng  $x = m$  ( $0 < m < h$ ) cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{3x}}{2}$  tại  $M$ .



Gọi  $V_1$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác  $MOH$  quanh trục  $Ox$ . Biết rằng  $V = \frac{18}{5}V_1$ . Khi đó  $m = 6$ .

**Lời giải chi tiết**

Công thức tính diện tích hình phẳng  $(D)$  là  $\int_0^{12} \frac{\sqrt{3x}}{2} dx$ .

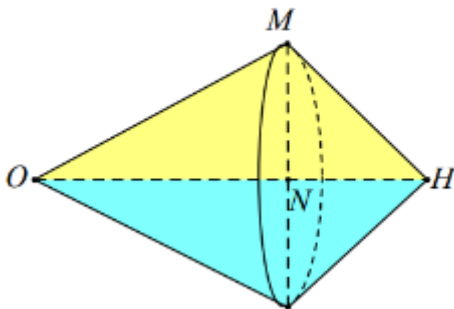
$$\int_0^{12} \frac{\sqrt{3x}}{2} dx = \frac{\sqrt{3}}{3} x \sqrt{x} \Big|_0^{12} = 24$$

Diện tích hình phẳng ( $D$ ) là 24.

$$V = \pi \int_0^{12} \left( \frac{\sqrt{3x}}{2} \right)^2 dx = 54\pi$$

Thể tích sinh bởi miền ( $D$ ) quay quanh trục  $Ox$  là  $54\pi$ .

Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{\sqrt{3x}}{2}$ ,  $x = 0$ ,  $x = h$  và trục  $Ox$  với  $h = 12$ . Đường thẳng  $x = m$  ( $0 < m < h$ ) cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{3x}}{2}$  tại  $M$ .



Gọi  $V_1$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác  $MOH$  quanh trục  $Ox$ . Biết rằng

$V = \frac{18}{5}V_1$ . Khi đó  $m$  bằng bao nhiêu.

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \frac{3}{4} m(m + (12 - m)) = 3\pi m \text{ với } 0 < m < 12$$

$$\text{mà } V = \frac{18}{5}V_1 \Leftrightarrow 54\pi = \frac{18}{5}3\pi m \Leftrightarrow m = 9$$

## Câu 2: SDDS

### Lời giải:

Một kho hàng có 86% sản phẩm loại I và 14% sản phẩm loại II, trong đó có 3% sản phẩm loại I bị hỏng, 95% sản phẩm loại II không bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau.

Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A: "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

B: "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng".

a) Ký hiệu xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm loại I, biết rằng sản phẩm đó đã bị hỏng là  $P(A|B)$ .

b) Công thức xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm không bị hỏng là  $P(B) = P(AB) + P(\overline{AB})$ .

c) Xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm loại II và sản phẩm này bị hỏng là 0,007.

d) Xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm loại I biết sản phẩm này không bị hỏng là  $\frac{a}{b}$  (phân số tối giản) thỏa  $a + b = 9006$ .

**Lời giải chi tiết**  
**Dùng sơ đồ cây**

a) Xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm loại I ,biết rằng sản phẩm đó đã bị hỏng là  $P(A|\bar{B})$

b) Xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm không bị hỏng là  $P(B) = P(AB) + P(\bar{A}\bar{B})$

c) Xác suất để khách hàng chọn được 1 sản phẩm loại II và sản phẩm này bị hỏng là

Ta có:  $P(A) = 0,86 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,14$ .

Ta có:  $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,95 = 0,05$ .

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,007$$

d) Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,86.0,97 + 0,14.0,95 = 0,9672.$$

Theo công thức Bayes, ta có:  $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,86.0,97}{0,9672} = \frac{4171}{4836} = \frac{a}{b}$

$$a + b = 9007$$

### Câu 3: DSDS

#### Lời giải:

Trong không gian Oxyz , cho tam giác ABC có  $A(3;-7;2), B(-2;0;-3), C(2;5;4)$ .

Mặt phẳng (ABC) có vector pháp tuyến  $(74;15;53)$ .

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm C và B là 
$$\begin{cases} x = 4t - 2 \\ z = 5t \\ y = 7t - 3 \end{cases}.$$

Mặt cầu (S) tâm B tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình:

$$(x+2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

Điểm  $K(a;b;c)$  là chân đường cao kẻ từ C của tam giác ABC thỏa tổng của a,b,c bằng  $\frac{145}{33}$ .

#### Lời giải chi tiết

$$\overrightarrow{AB} = (-5; 7; -5), \overrightarrow{AC} = (-1; 12; 2)$$

Mặt phẳng (ABC) có vector pháp tuyến  $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (74; 15; -53)$

Đường thẳng đi qua hai điểm B, C có một VTCP là  $\overrightarrow{BC} = (4; 5; 7)$

Suy ra ptts là 
$$\begin{cases} x = 4t - 2 \\ y = 5t \\ z = 7t - 3 \end{cases}.$$

Mặt cầu (S) tâm B tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz)

$$\text{Bán kính } R = |x_B| = 2$$

Mặt cầu (S) tâm B tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình:

$$(x+2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

PTTS của đường thẳng AB đi qua A có VTCP  $\overrightarrow{AB} = (-5; 7; -5)$

$$\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = -7 + 7t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$$

$$K \in AB \Rightarrow K(3 - 5t; -7 + 7t; 2 - 5t)$$

$$\overrightarrow{CK} = (1 - 5t; -12 + 7t; -2 - 5t)$$

$$K = hc \text{ C lên AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CK} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{79}{99} \Rightarrow K\left(-\frac{98}{99}; -\frac{140}{99}; -\frac{197}{99}\right)$$

$$a + b + c = -\frac{145}{33}$$

#### Câu 4: DSDD

##### Lời giải:

Cho hàm  $f(x) = x - \sin x$  là hàm liên tục trên đoạn  $[a; b]$  với  $a < b$  và  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm  $f(x)$  trên  $[a; b]$ .

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + C \text{ (C là hằng số).}$$

$$\int_a^b kf(x)dx = k(F(b) - F(a)) \text{ (k là hằng số).}$$

Một nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{8} - 3$ . Khi đó  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi^2}{18} - \frac{5}{2}$ .

Biết  $\int_0^\pi [24f(x) + 25]dx = m\pi^n + c\pi + d$  (Trong đó  $n$  là số nguyên tố). Giá trị của biểu thức  $m + n + c + d = -9$ .

##### Lời giải chi tiết

a)

$$F(x) = \int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \cos x + C \text{ (C là hằng số).}$$

b)

$$\int_a^b 2025f(x)dx = 2025(F(b) - F(a)).$$

c)

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + C \text{ thỏa } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{8} - 3, \text{ suy ra } C = -3$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x - 3$$

$$\text{Vậy } F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi^2}{18} - \frac{5}{2}.$$

d)

$$\text{Ta tính được } \int_0^\pi [24f(x) + 25]dx = (12x^2 + 24\cos x + 25x)\Big|_0^\pi = 12\pi^2 + 25\pi - 48$$

$$= m\pi^n + c\pi + d, \text{ suy ra } m = 12, n = 2, c = 25, d = -48$$

$$\text{Vậy } m + n + c + d = -9.$$

**Câu 1: 0,67****Lời giải:**

Câu lạc bộ cờ của nhà trường gồm 39 thành viên, mỗi thành viên biết chơi ít nhất một trong hai môn cờ vua hoặc cờ tướng. Biết rằng có 27 thành viên biết chơi cờ vua và 21 thành viên biết chơi cờ tướng. Chọn ngẫu nhiên một thành viên của câu lạc bộ. Tính xác suất thành viên được chọn không biết chơi cờ tướng, biết rằng thành viên đó biết chơi cờ vua. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải chi tiết**

Gọi  $A$  là biến cố “Thành viên được chọn không biết chơi cờ tướng” và  $B$  là biến cố “Thành viên được chọn biết chơi cờ vua”.

Số thành viên của câu lạc bộ biết chơi cả hai môn cờ là  $27 + 21 - 39 = 9$ .

Thành viên được chọn chỉ biết chơi cờ vua mà không biết chơi cờ tướng là  $27 - 9 = 18$

Thành viên được chọn biết chơi cờ vua là 27

Vậy xác suất thành viên được chọn không biết chơi cờ tướng, biết rằng thành viên đó biết chơi cờ

$$\text{vua là } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{18}{39}}{\frac{27}{39}} = \frac{2}{3} \approx 0,67.$$

**Câu 2: 7,4****Lời giải:**

Ký hiệu  $h(x)$  là chiều cao (tính theo m) của một cây Bạch Dương (Poplar) sau khi trồng  $x$  năm.

Biết rằng sau một năm đầu tiên cây cao 2 m. Trong 20 năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ

$h'(x) = \frac{1}{x}$  (m/năm). ( $1 \leq x \leq 20$ ). Sau bao nhiêu năm cây cao 4 m. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

**Lời giải**

Xác định chiều cao của cây sau  $x$  năm ( $1 \leq x \leq 20$ ).

$$\text{Ta có } h(x) = \int h'(x) dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$$

$$\text{Vì } h(1) = 2 \text{ nên } \ln 1 + C = 2 \Rightarrow C = 2.$$

Chiều cao của cây sau  $x$  năm ( $1 \leq x \leq 20$ ) là  $h(x) = \ln x + 2$ .

Sau bao nhiêu năm cây cao 4 m.

$$\text{Ta có } h(x) = 4 \Leftrightarrow \ln x + 2 = 4 \Leftrightarrow x = e^2 (\approx 7,3891) \text{ (năm)}.$$

Vậy sau 7,4 (năm) thì cây cao 4m.

**Câu 3: 49****Lời giải:**

Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian. Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm  $M$  trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được một khoảng cách từ vệ tinh đến

vị trí  $M$  cần tìm tọa độ.



Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn vệ tinh được đặt tại các điểm  $A(-5;4;3)$ ,  $B(2;-3;7)$ ,  $C(1;1;-4)$ ,  $D(4;8;1)$ . Một con tàu đang ở vị trí điểm  $M(x;y;z)$  mà khoảng cách từ nó đến các vệ tinh lần lượt là  $MA = \sqrt{2707}$ ,  $MB = \sqrt{3173}$ ,  $MC = 7\sqrt{41}$ ,  $MD = \sqrt{2402}$ . Khi đó khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến điểm  $M$  là bao nhiêu? (Đơn vị là km).

### Lời giải

Ta có:  $\overrightarrow{MA} = (-5-x; 4-y; 3-z)$ ;  $\overrightarrow{MB} = (2-x; -3-y; 7-z)$

$\overrightarrow{MC} = (1-x; 1-y; -4-z)$ ;  $\overrightarrow{MD} = (4-x; 8-y; 1-z)$

$MA = \sqrt{2707}$ ,  $MB = \sqrt{3173}$ ,  $MC = 7\sqrt{41}$ ,  $MD = \sqrt{2402}$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + 10x - 8y - 6z = 2657 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 14z = 3111 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 8z = 1991 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 16y - 2z = 2321 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \\ z = -48 \\ t = 2401 \end{cases} \text{ thỏa } (*).$$

Vậy  $OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{t} = \sqrt{2401} = 49$ .

### Câu 4: 0,73

#### Lời giải:

Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

#### Lời giải

Gọi A là biến cố “Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”.

Khi đó ta có  $P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ;  $P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$

Suy ra  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{3}$ ;  $P(B|\bar{A}) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$$

$$P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{15}$$

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A})P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55}}{\frac{7}{15}} = \frac{8}{11} \approx 0,73.$$

### **Câu 5: -12**

#### **Lời giải:**

$$\int_{-2}^5 7f'(x)dx = 1274 \Leftrightarrow \int_{-2}^5 f'(x)dx = 182 \Leftrightarrow f(x)\Big|_{-2}^5 = 182 \Leftrightarrow f(5) - f(-2) = 182$$

$$\Rightarrow f(-2) = f(5) - 182 = 170 - 182 = -12$$

### **Câu 3: 17**

#### **Lời giải:**

Mặt phẳng vuông góc với đường  $AB$  có véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (-3; -10; 4)$ .

Phương trình mặt phẳng qua  $C$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$  là  $3x + 10y - 4z + 8 = 0$ .

Vậy  $a = 3, b = 10, c = -4, d = 8 \Rightarrow a + b + c + d = 17$ .