

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 1133

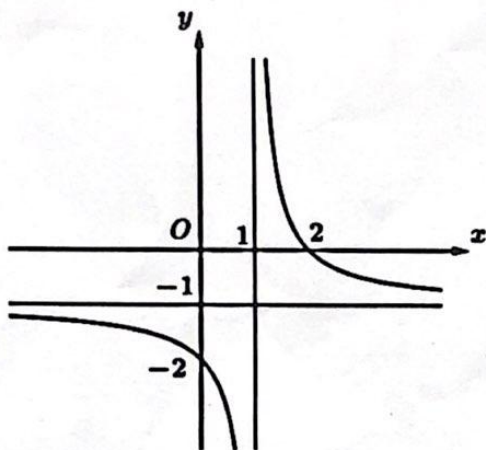
PHẦN I. (6,0 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 24. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

$$y = 2x - 1 - \frac{2}{x+1}$$
 có phương trình là

- A. $y = x + 1$. B. $y = 2x - 1$.
C. $y = -2x + 1$. D. $y = 2x$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình sau:



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $y = 1$. B. $x = 1$.
C. $x = -1$. D. $y = -1$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như dưới đây:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	-2	5	0	1

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- A. -1. B. 5. C. -2. D. 0.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-2; +\infty)$;

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 10, f(-1) = 5 \text{ và có}$$

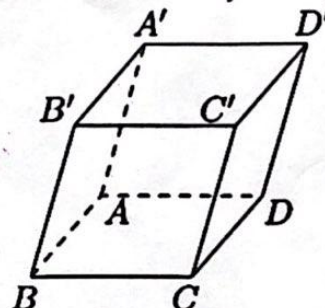
bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	-2	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\max_{(-2; +\infty)} f(x) = f(-1)$.
B. $\max_{(-2; +\infty)} f(x) = 10$.
C. $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = f(2)$.
D. Hàm số không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $\overline{AB} + \overline{CC'} = \overline{AB'}$. B. $\overline{AB} + \overline{CC'} = \overline{BC'}$.
C. $\overline{AB} + \overline{CC'} = \overline{AC'}$. D. $\overline{AB} + \overline{CC'} = \overline{AD'}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm

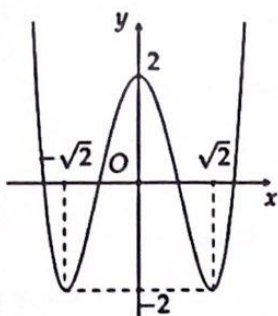
$$f'(x) = x(x-1)^2(x+2)^4 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}. \text{ Số điểm cực trị của hàm số đã cho là}$$

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+4}{x-1}$ trên nửa khoảng $[5; +\infty)$ bằng

- A. $\frac{-5}{9}$. B. $\frac{9}{4}$. C. $\frac{-5}{16}$. D. $\frac{16}{5}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\sqrt{2}; 2)$.
C. $(-\sqrt{2}; 0)$. D. $(-2; 2)$.

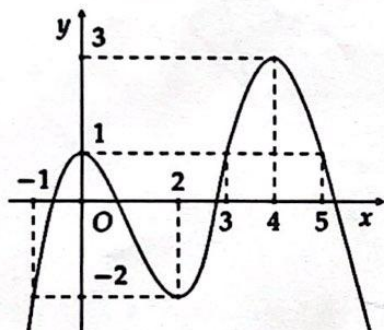
Câu 9. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+2}{x-1}$ có phương trình là

- A. $x=1$. B. $y=1$. C. $y=2$. D. $y=3$.

Câu 10. Cho hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ có $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$ và số đo góc giữa hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ bằng 60° . Tích vô hướng $(-2\vec{a}) \cdot \vec{b}$ bằng

- A. -12 . B. 12 . C. $-12\sqrt{3}$. D. -24 .

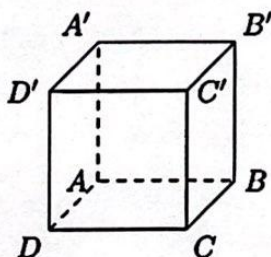
Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Gọi A , a lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 5]$. Khi đó, giá trị của biểu thức $Q = A - a$ là

- A. 5. B. 1. C. 6. D. 3.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Số đo góc giữa hai vector $\vec{AB'}$ và $\vec{CA}$ bằng

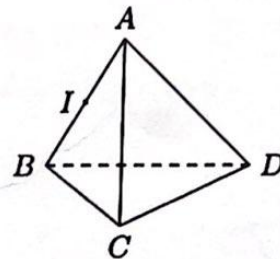


- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .

Câu 13. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - \frac{1}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

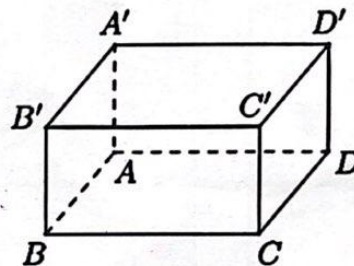
- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I là trung điểm của cạnh AB (tham khảo hình vẽ). Vector $\vec{IA}$ ngược hướng với vector nào dưới đây?



- A. $\vec{BA}$. B. $\vec{BI}$. C. $\vec{CD}$. D. $\vec{AB}$.

Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2$, $AD=4$ và $AA'=2$ (tham khảo hình vẽ). Tính $|\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}|$.



- A. $2\sqrt{5}$. B. 8. C. 24. D. $2\sqrt{6}$.

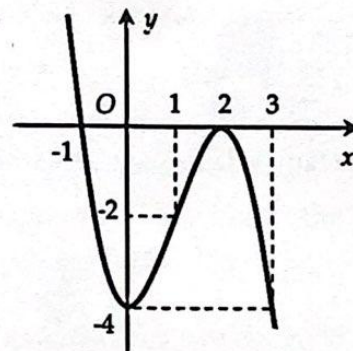
Câu 16. Cho hàm số $y = g(x)$ xác định với mọi $x \neq 4$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	4	6	$+\infty$				
y'		+	0	-	-	0	+		
y			-3		$+\infty$		1		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 6. B. 4. C. 1. D. -3 .

Câu 17. Cho hàm số $y = h(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

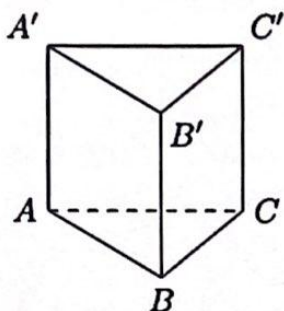


- A. $(0; -4)$.
B. $x=2$.
C. $(2; 0)$.
D. $x=0$.

Câu 18. Hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ đạt cực tiểu tại x bằng

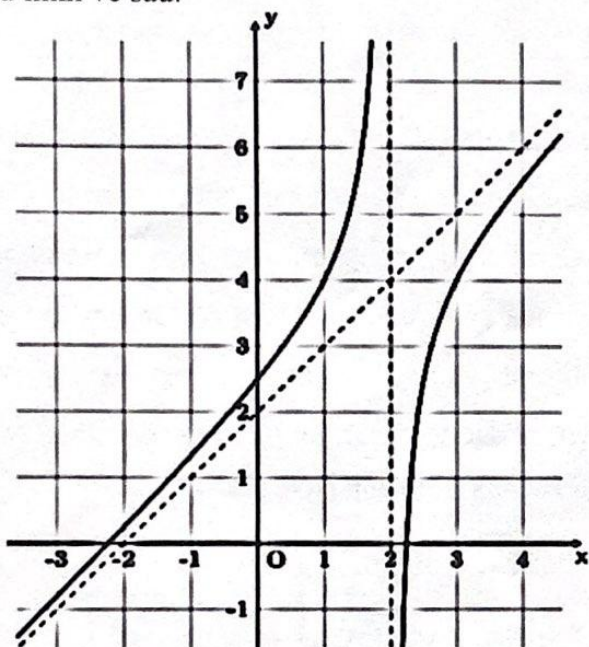
- A. 1. B. 2. C. 0. D. -1.

Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình vẽ). Vector nào dưới đây bằng vector $\overrightarrow{AA'}$?



- A. $\overrightarrow{C'C}$. B. $\overrightarrow{CC'}$. C. $\overrightarrow{AB'}$. D. $\overrightarrow{B'B}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 5}{x - 2}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 21. Hàm số $y = -x^3 + 6x^2 + 15x - 7$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-5; 1)$. B. $(-1; 5)$.
C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{1 - x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-		-	0	+

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.
B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 24. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = x^3 + 4x^2 - 28x + 23$ trên đoạn $[-2; 3]$. Khi đó, giá trị của biểu thức $T = M + m$ là

- A. 80. B. 78. C. 89. D. -7.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

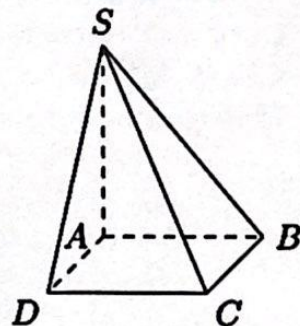
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = e^{x^3 - 3x^2}$.

- a) Hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.
b) Trên $[1; 5]$, giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ lần lượt là e^a và e^b (với $a, b \in \mathbb{Z}$). Khi đó, $a + b = 46$.
c) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực tiểu là e^{-4} .
d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là

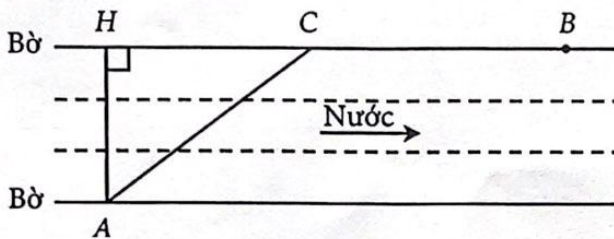
hình vuông cạnh a ,
 $SA \perp (ABCD)$; $SA = a\sqrt{2}$
(tham khảo hình vẽ).

- a) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{DC} = a^2$.
b) Số đo góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ bằng 0° .
c) $|\overrightarrow{SB}| = a\sqrt{5}$.
d) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$.



PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong một buổi tập luyện của lính đặc công, một chiến sỹ cần phối hợp bơi và chạy bộ để từ điểm A ở bờ sông bên này đến điểm B về phía hạ lưu của bờ sông bên kia (tham khảo hình vẽ bên dưới). Bờ sông thẳng, hai bờ song song và cách nhau một khoảng $AH=300m$ và $HB=900m$. Dòng nước chảy từ H về phía B với vận tốc không đổi là $1m/s$. Chiến sỹ dự định bơi thẳng từ điểm A đến một điểm thuộc đoạn HB , sau đó tiếp tục chạy bộ từ điểm đó về điểm B . Biết vận tốc bơi của chiến sỹ đối với dòng nước là $1m/s$ và vận tốc chạy trên bờ của chiến sỹ là $3m/s$. Hỏi chiến sỹ cần ít nhất bao nhiêu giây để hoàn thành kế hoạch trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 2. Công ty du lịch Hòa Bình muốn mở một tour du lịch bằng du thuyền trên biển và giám đốc công ty đang tính toán các chi phí cần thiết để vận hành du thuyền. Để tính toán chi phí, giám đốc Hòa Bình đã mô hình hóa lượng dầu diesel tiêu thụ ước tính theo hàm số $G(x) = \frac{250}{x} + \frac{x}{10}$ (lít/km), với x là vận tốc của du thuyền (giả định rằng vận tốc này duy trì không đổi trong suốt quá trình di chuyển). Biết rằng giá dầu diesel là 17,5 nghìn đồng/lít. Ngoài ra, công ty cần tuyển thuyền trưởng với mức lương 1,5 triệu đồng mỗi giờ để lái du thuyền này trong toàn bộ chuyến du lịch dài 640km. Hỏi thuyền trưởng phải duy trì vận tốc của du thuyền bằng bao nhiêu km/h để tổng chi phí của công ty là thấp nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 3. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo phương thẳng đứng và bắt đầu đốt cháy các tên lửa

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

hãm ở độ cao 250km so với bề mặt của Mặt Trăng. Giả sử trong khoảng 70 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao y của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được mô hình hóa bởi hàm số

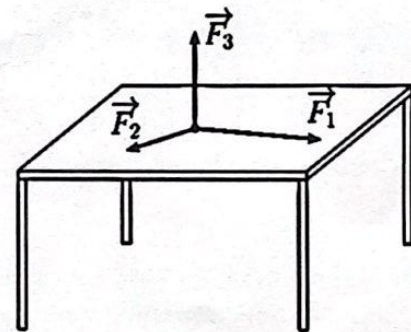
$$y = h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250,$$

trong đó t là thời gian tính bằng giây và y là độ cao tính bằng kilômét.

(Theo A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-1*, Conrnelsen 2016).

Biết rằng vận tốc tức thời $v(t) = h'(t)$ của con tàu giảm dần trên khoảng thời gian $(t_1; t_2)$ với $0 \leq t_1 < t_2 \leq 70$. Khi đó, giá trị lớn nhất của hiệu số $t_2 - t_1$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 4. Có ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một cái bàn tại cùng một điểm (tham khảo hình vẽ minh họa). Hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá cùng nằm trong mặt phẳng chứa mặt bàn và góc giữa hai vectơ $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ bằng 120° ; lực $\vec{F}_3$ có giá vuông góc với mặt phẳng chứa mặt bàn. Biết lực $\vec{F}_2$ có độ lớn 6N, lực $\vec{F}_3$ có độ lớn 8N và hợp lực của ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn 12N. Độ lớn của lực $\vec{F}_1$ bằng bao nhiêu N (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI](#) & [TOANMATH.com](#)

PHẦN I

Câu 1. Ta có $y = (2x-1) - \frac{2}{x+1}$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (2x-1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(-\frac{2}{x+1} \right) = 0$ nên tiệm cận xiên là $y = 2x-1$. Chọn B.

Câu 2. Từ đồ thị, hai nhánh đồ thị tiến sát đường thẳng $x = 1$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$. Chọn B.

Câu 3. Trên đoạn $[-1;1]$, hàm số nghịch biến, $f(-1) = 5$, $f(1) = 0$. Do đó $\min_{[-1;1]} f(x) = 0$. Chọn D.

Câu 4. Từ bảng xét dấu: hàm số đồng biến trên $(-2; -1)$, nghịch biến trên $(-1; 2)$ nên $f(x) \leq f(-1) = 5$ với mọi $x \in (-2; 2]$. Trên $(2; +\infty)$, hàm số đồng biến và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 10$ nên $f(x) < 10$ nhưng $f(x)$ nhận các giá trị gần 10 tùy ý (lớn hơn 5). Vì vậy hàm số không có giá trị lớn nhất trên $(-2; +\infty)$. Chọn D.

Câu 5. Vì $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'}$ nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AB'}$. Chọn A.

Câu 6. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1, x = -2$. Do $(x-1)^2 \geq 0$ và $(x+2)^4 \geq 0$ nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua $x = 0$. Hàm số có 1 điểm cực trị. Chọn B.

Câu 7. $f'(x) = \frac{-5}{(x-1)^2} < 0$ với mọi $x \in [5; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $[5; +\infty)$. Do đó

$\max_{[5; +\infty)} f(x) = f(5) = \frac{9}{4}$. Chọn B.

Câu 8. Từ đồ thị, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$. Chọn C.

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 + 2 = 3$ nên tiệm cận ngang là $y = 3$. Chọn D.

Câu 10. $(-2\vec{a}) \cdot \vec{b} = -2|\vec{a}| |\vec{b}| \cos 60^\circ = -2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = -12$. Chọn A.

Câu 11. Từ đồ thị, trên đoạn $[-1; 5]$ ta có $f(-1) = f(2) = -2$, $f(4) = 3$, $f(5) = 1$. Suy ra giá trị lớn nhất $A = f(4) = 3$, giá trị nhỏ nhất $a = f(-1) = f(2) = -2$. Vậy $Q = A - a = 3 - (-2) = 5$. Chọn A.

Câu 12. Ta có $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AC}$. Tam giác $AB'C$ có $AB' = B'C = CA$ (các đường chéo của các mặt hình lập phương) nên là tam giác đều, suy ra $(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AC}) = 60^\circ$. Do đó $(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{CA}) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.
Chọn D.

Câu 13. $y' = 1 + \frac{1}{x^2} > 0$ nên hàm số đồng biến trên $[2; 3]$. Do đó $\min_{[2; 3]} y = y(2) = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$. Chọn C.

Câu 14. I là trung điểm AB nên $\overrightarrow{IA}$ cùng hướng với $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BI}$ và ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$. Chọn D.

Câu 15. Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. Do đó

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \sqrt{4+16+4} = 2\sqrt{6}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 16. Từ bảng biến thiên, y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 6$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 6$, giá trị cực tiểu là $y = 1$. Chọn C.

Câu 17. Từ đồ thị, hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và $h(2) = 0$. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(2; 0)$. Chọn C.

Câu 18. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. $y' = \frac{(2x-1)(x-1) - (x^2-x+1)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. Chọn B.

Câu 19. $AA'C'C$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}$. Chọn B.

Câu 20. Ta có $y = x + 2 - \frac{1}{x-2}$. Vì $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng; vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x+2)] = 0$ nên $y = x + 2$ là tiệm cận xiên; đồ thị không có tiệm cận ngang. Vậy đồ thị có 2 đường tiệm cận. Chọn A.

Câu 21. $y' = -3x^2 + 12x + 15 = -3(x+1)(x-5)$. $y' < 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 5$. Hàm số nghịch biến trên $(5; +\infty)$. Chọn C.

Câu 22. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. $y' = \frac{2(1-x) + (2x-1)}{(1-x)^2} = \frac{1}{(1-x)^2} > 0$ với mọi $x \neq 1$. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. Chọn A.

Câu 23. Từ bảng xét dấu, $f'(x) < 0$ trên $(-3; 0)$ và $(0; 3)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$. Chọn C.

Câu 24. $g'(x) = 3x^2 + 8x - 28$. $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = -\frac{14}{3}$. Trên $[-2; 3]$ chỉ có $x = 2$. Ta có $g(-2) = 87$, $g(2) = -9$, $g(3) = 2$. Suy ra $M = 87$, $m = -9$, $T = M + m = 78$. Chọn B.

PHẦN II

Câu 1.

a) Biểu thức $e^{x^3-3x^2}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Đúng.

b) $f'(x) = (3x^2 - 6x)e^{x^3-3x^2} = 3x(x-2)e^{x^3-3x^2}$. Trên $[1; 5]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Ta có $f(1) = e^{-2}$, $f(2) = e^{-4}$, $f(5) = e^{50}$. Suy ra giá trị nhỏ nhất là e^{-4} , giá trị lớn nhất là e^{50} , nên $a = -4$, $b = 50$, $a + b = 46$. Đúng.

c) $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = 0$ và từ âm sang dương khi qua $x = 2$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, giá trị cực tiểu là $f(2) = e^{-4}$. Đúng.

d) $f'(x) < 0$ trên $(1; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$, do đó không đồng biến trên $(1; +\infty)$. Sai.

Câu 2.

a) Vì $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ nên $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} + AB^2 = 0 + a^2 = a^2$ (do $SA \perp AB$). Đúng.

b) $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$ nên hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng, góc giữa chúng bằng 180° . Sai.

c) Tam giác SAB vuông tại A nên $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$. Sai.

d) Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, O là trung điểm của AC và BD . Khi đó $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. Đúng.

PHẦN III

Câu 1. Đặt $HC = x$ ($0 < x \leq 900$), t (giây) là thời gian bơi từ A đến C . Nếu nước đứng yên và chiến sỹ giữ nguyên hướng bơi đối với nước, sau thời gian t chiến sỹ bơi được t (m) và đến điểm D trên bờ bên kia; dòng nước đẩy chiến sỹ thêm đoạn $DC = t$ (m) theo chiều dòng chảy. Khi đó

$AD = t$, $HD = |x - t|$. Tam giác AHD vuông tại H nên $(x - t)^2 + 300^2 = t^2 \Leftrightarrow t = \frac{x^2 + 90000}{2x}$. Thời

gian chạy bộ từ C đến B là $\frac{900 - x}{3}$. Tổng thời gian:

$$T(x) = \frac{x^2 + 90000}{2x} + \frac{900 - x}{3} = \frac{x}{6} + \frac{45000}{x} + 300. \quad T'(x) = \frac{1}{6} - \frac{45000}{x^2} = \frac{x^2 - 270000}{6x^2}. \quad T'(x) < 0 \text{ trên}$$

$(0; 300\sqrt{3})$ và $T'(x) > 0$ trên $(300\sqrt{3}; 900]$ nên $T(x)$ nhỏ nhất tại $x = 300\sqrt{3}$, khi đó

$$T = 100\sqrt{3} + 300 \approx 473,2. \text{ Đáp số: } 473.$$

Câu 2. Gọi $x > 0$ (km/h) là vận tốc du thuyền. Thời gian đi hết $640km$ là $\frac{640}{x}$ giờ. Chi phí dầu

(nghìn đồng): $640 \cdot \left(\frac{250}{x} + \frac{x}{10} \right) \cdot 17,5 = \frac{2800000}{x} + 1120x$. Tiền lương thuyền trưởng (nghìn đồng):

$$1500 \cdot \frac{640}{x} = \frac{960000}{x}. \text{ Tổng chi phí: } C(x) = \frac{3760000}{x} + 1120x.$$

$$C'(x) = 1120 - \frac{3760000}{x^2} = \frac{1120x^2 - 3760000}{x^2}. \text{ Đặt } x_0 = \sqrt{\frac{23500}{7}} \approx 57,94. \quad C'(x) < 0 \text{ trên } (0; x_0) \text{ và}$$

$C'(x) > 0$ trên $(x_0; +\infty)$ nên $C(x)$ nhỏ nhất tại $x = x_0 \approx 57,94$. Đáp số: $57,9$.

Câu 3. $v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$, $v'(t) = -0,06t + 2,2$. $v'(t) < 0 \Leftrightarrow t > \frac{110}{3}$. Trên $[0; 70]$, vận

tốc tăng trên $\left(0; \frac{110}{3}\right)$ và giảm dần trên $\left(\frac{110}{3}; 70\right)$. Do đó vận tốc giảm dần trên $(t_1; t_2)$ khi và chỉ

khi $\frac{110}{3} \leq t_1 < t_2 \leq 70$, suy ra $t_2 - t_1 \leq 70 - \frac{110}{3} = \frac{100}{3}$. Dấu bằng xảy ra khi $t_1 = \frac{110}{3}$, $t_2 = 70$. Vậy giá trị lớn nhất của $t_2 - t_1$ là $\frac{100}{3} \approx 33,3$. Đáp số: 33,3.

Câu 4. Đặt $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Vì $\vec{F}_3$ vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ nên $\vec{F}_3 \perp \vec{F}$. Do đó

$$|\vec{F} + \vec{F}_3|^2 = |\vec{F}|^2 + |\vec{F}_3|^2 \Rightarrow |\vec{F}|^2 = 144 - 64 = 80. \text{ Mặt khác, đặt } |\vec{F}_1| = x > 0:$$

$$|\vec{F}|^2 = x^2 + 36 + 2 \cdot x \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ = x^2 - 6x + 36. \text{ Suy ra}$$

$$x^2 - 6x + 36 = 80 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 44 = 0 \Leftrightarrow x = 3 + \sqrt{53} \text{ (vì } x > 0). \text{ Vậy } |\vec{F}_1| = 3 + \sqrt{53} \approx 10,3N. \text{ Đáp số: } 10,3.$$

----- **HẾT** -----