Câu 1: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho số thực dương $a>0$ và khác 1. Hãy rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{5}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{7}{12}}-a^{\frac{19}{12}}\right)}$.

A. $P=1+a$. **B.** $P=1$. **C.** $P=a$. **D.** $P=1-a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{5}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{7}{12}}-a^{\frac{19}{12}}\right)}=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{2}}\left(1-a^2\right)}{a^{\frac{1}{4}}\cdot a^{\frac{7}{12}}\left(1-a\right)}=\dfrac{a^{\frac{5}{6}}\left(1+a\right)}{a^{\frac{5}{6}}}=1+a$.

Câu 2: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho các số thực dương a, b với $a\neq 1$ và $\log_a b>0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\0<a<1<b\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\1<a,\ b\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}0<b<1<a\\1<a,\ b\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\0<b<1<a\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_a b>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a>1\\b>a^0=1\end{cases}\\\begin{cases}0<a<1\\0<b<a^0=1\end{cases}\end{array}\right.$. Vậy Chọn B

Câu 3: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$. Vậy tập xác định: $D=(1;+\infty)$.

Câu 4: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **C.** $y=\log_{\frac{\pi}{4}}\left(2x^2+1\right)$. **D.** $y=\left(\dfrac{2}{e}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ có TXĐ $D=(0;+\infty)$ nên không thỏa mãn.

Do $\dfrac{\pi}{3}>1$ nên hàm số $y=\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do $0<\dfrac{2}{e}<1$ nên hàm số $y=\left(\dfrac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\log_{\frac{\pi}{4}}\left(2x^2+1\right)$ có $y'=\dfrac{4x}{\left(2x^2+1\right)\ln\left(\dfrac{\pi}{4}\right)}$ đổi dấu khi x đi qua 0 nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề nào sai?

A. Hàm số $y=e^x$ không chẵn cũng không lẻ.

B. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ không chẵn cũng không lẻ.

C. Hàm số $y=e^x$ có tập giá trị là $\left(0;+\infty\right)$.

D. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có: $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow -x\in\mathbb{R}$.

$f\left(-x\right)=\ln\left(-x+\sqrt{x^2+1}\right)=\ln\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+1}=-\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=-f\left(x\right)$.

Do đó hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ là hàm số lẻ. Suy ra khẳng định B sai.

Câu 6: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho hai hàm số $y=f\left(x\right)=\log_a x$ và $y=g\left(x\right)=a^x$. Xét các mệnh đề sau:

I. Đồ thị của hai hàm số $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ luôn cắt nhau tại một điểm.

II. Hàm số $f\left(x\right)+g\left(x\right)$ đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$.

III. Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ nhận trục Oy làm tiệm cận.

IV. Chỉ có đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ có tiệm cận.

Số mệnh đề đúng là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

I. sai vì có đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=\log_2 x$ và $y=g\left(x\right)=2^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$ nhưng không cắt nhau , đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=\log_{\sqrt{2}} x$ và $y=g\left(x\right)=\sqrt{2}^x$ cắt nhau tại hai điểm $A\left(2;2\right)$ và $B\left(4;4\right)$.

II. đúng do tính chất đơn điệu của hàm số mũ và hàm số lôgarit

III. đúng do $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\log_a x=-\infty$ khi $a>1$ và $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\log_a x=+\infty$ khi $0<a<1$ nên đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ nhận trục Oy làm tiệm cận (tiệm cận đứng)

IV. sai vì đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)=a^x$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Câu 7:

(THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$ là :

A. $x>3$. **B.** $\frac{1}{3}<x<3$. **C.** $x<3$. **D.** $x>\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(3x-1)>3 \Leftrightarrow 3x-1>8 \Leftrightarrow x>3$.

Câu 8: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{2}}$ là

A. $D=[3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho xác định khi $x^3-27>0 \Leftrightarrow x>3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(3;+\infty)$.

Câu 9: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $\left(x^2-3x+2\right)^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$. **B.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$.

Giải:

Chọn B

Điều kiện xác định: $x^2-3x+2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<1 \end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 10: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Giá trị của $\log_a\frac{1}{a^3}$ với $a>0$ và $a\neq 1$ bằng:

A. 3. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** -3. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$\log_a\frac{1}{a^3}=\log_a a^{-3}=-3$.

Câu 11: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Đặt $a=\log_2 5$, $b=\log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b.

A. $\log_6 5=a+b$. **B.** $\log_6 5=a^2+b^2$. **C.** $\log_6 5=\frac{ab}{a+b}$. **D.** $\log_6 5=\frac{1}{a+b}$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_6 5=\frac{\log_2 5}{\log_2 6}=\frac{a}{\log_2 2+\log_2 3}=\frac{a}{1+\log_2 5\log_5 3}=\frac{a}{1+\frac{a}{b}}=\frac{ab}{b+a}$$

Câu 12: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Với những giá trị nào của a thì $(a-1)^{-\frac{2}{3}} > (a-1)^{-\frac{1}{3}}$?

A. $1 < a < 2$. **B.** $a > 2$. **C.** $a > 1$. **D.** $0 < a < 1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\begin{cases} \frac{-2}{3} < \frac{-1}{3} \\ (a-1)^{-\frac{2}{3}} > (a-1)^{-\frac{1}{3}} \end{cases} \Rightarrow 0 < a-1 < 1 \Leftrightarrow 1 < a < 2$.

Câu 13: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Giá trị của $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ với $(a > 0, a \neq 1)$ là

A. 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{\log_a 16} = 16$.

Câu 14: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Giá trị của $\left(\sqrt{a}\right)^{3\log_a 4}$ bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\sqrt{a}\right)^{3\log_a 4} = a^{\log_a 8} = 8$.

Câu 15: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}$ bằng:

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 16: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho $\left(\sqrt{2}-1\right)^a > \left(\sqrt{2}-1\right)^b$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a > b$. **B.** $a < b$. **C.** $a = b$. **D.** $a \geq b$.

Lời giải

Chọn B

Do $0 < \sqrt{2}-1 < 1$ nên hàm số mũ $y = \left(\sqrt{2}-1\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và ta có:

$$\left(\sqrt{2}-1\right)^a > \left(\sqrt{2}-1\right)^b \Leftrightarrow a < b$$

Câu 17: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Gọi D là tập tất cả những giá trị của x để $\log_3(2018-x)$ có nghĩa. Tìm D?

A. $D = [0;2018]$. **B.** $D = (-\infty;2018)$. **C.** $D = (-\infty;2018]$. **D.** $D = (0;2018)$.

Lời giải

Chọn B

Biểu thức đã cho có nghĩa khi $2018-x>0 \Leftrightarrow x<2018$.

Vậy $D=(-\infty;2018)$.

Câu 18: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P=a^{\frac{3}{5}}.\sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P=a^{\frac{1}{15}}$. **B.** $P=a^{\frac{2}{5}}$. **C.** $P=a^{-\frac{1}{15}}$. **D.** $P=a^{\frac{19}{15}}$.

Lời giải

Chọn D

$P=a^{\frac{3}{5}}.\sqrt[3]{a^2}=a^{\frac{3}{5}}.a^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{3}{5}+\frac{2}{3}}=a^{\frac{19}{15}}$.

Câu 19: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\left(4-3x-x^2\right)^{2017}$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-4;1)$. **C.** $(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$. **D.** $[-4;1]$.

Lời giải

Chọn A

HD: Vì α nguyên dương nên TXĐ là $\mathbb{R}$.

Câu 20: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Cho $\left(\sqrt{2}-1\right)^m<\left(\sqrt{2}-1\right)^n$. Khi đó:

A. $m>n$. **B.** $m<n$. **C.** $m=n$. **D.** $m\le n$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $0<\sqrt{2}-1<1$ nên $\left(\sqrt{2}-1\right)^m<\left(\sqrt{2}-1\right)^n \Leftrightarrow m>n$.

Câu 21: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Phương trình $4^x-2^x-3=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4^x-2^x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2} \\ 2^x=\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}\ (\text{VN}) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\log_2\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$.

Vậy phương trình có đúng 1 nghiệm.

Câu 22: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018) Hàm số $y=\left(4x^2-1\right)^{-4}$ có tập xác định là:

A. $(0;+\infty]$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số: $y=x^a$ có số mũ nguyên âm xác định khi $x\neq 0$.

Hàm số $y=\left(4x^2-1\right)^{-4}$ xác định khi $4x^2-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq \pm\frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định là: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 23: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Tìm số nghiệm của phương trình $\log_3\left(2x-1\right)=2$.

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>\frac{1}{2}$. Ta có $\log_3\left(2x-1\right)=2\Leftrightarrow 2x-1=9\Leftrightarrow x=5$. (Thỏa mãn điều kiện).

Câu 24: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{6}}.\sqrt[3]{x}$ với $x>0$.

A. $P=x^{\frac{1}{8}}$. **B.** $P=x^{\frac{2}{9}}$. **C.** $P=x^2$. **D.** $P=\sqrt{x}$.

Lời giải

Chọn D

$P=x^{\frac{1}{6}}.\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$.

Câu 25: **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm đạo hàm của hàm số $y=2x^2-\frac{1}{x}+\sin 2x+3^x+1$.

A. $y'=4x-\frac{1}{x^2}+\cos 2x+3^x\ln 3$. **B.** $y'=4x+\frac{1}{x^2}+2\cos 2x+3^x\ln 3$.

C. $y'=4x+\frac{1}{x^2}+2\cos 2x+\frac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $y'=2x+\frac{1}{x^2}+2\cos 2x+3^x$.

Lời giải

Chọn B

$y'=4x+\frac{1}{x^2}+2\cos 2x+3^x\ln 3$.

Câu 26: **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2\left(x-5\right)=4$.

A. $x=3$. **B.** $x=13$. **C.** $x=21$. **D.** $x=11$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, $\log_2\left(x-5\right)=4\Leftrightarrow x-5=16\Leftrightarrow x=21$.

Câu 27: **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\left(\sqrt{2}-1\right)^{2017}>\left(\sqrt{2}-1\right)^{2018}$. **B.** $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019}<\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

C. $\left(\sqrt{3}-1\right)^{2018}>\left(\sqrt{3}-1\right)^{2017}$. **D.** $2^{\sqrt{2}+1}>2^{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn C

Do $\begin{cases}2018>2017\\ \sqrt{3}-1>1\end{cases}$ nên $\left(\sqrt{3}-1\right)^{2018}<\left(\sqrt{3}-1\right)^{2017}$.

Câu 28: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Với các số thực $a,b,c>0$ và $a,b\neq 1$ bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a\left(b.c\right)=\log_a b+\log_a c$. **B.** $\log_{a^c} b=c\log_a b$.

C. $\log_a b.\log_b c=\log_a c$. **D.** $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$.

Lời giải

Chọn B

Vì theo lý thuyết: $\log_{a^c} b=\dfrac{1}{c}\log_a b$.

Câu 29: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018) Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $x^m.x^n=x^{m+n}$. **B.** $\left(x^m\right)^n=x^{m.n}$. **C.** $\left(x.y\right)^n=x^n.y^n$. **D.** $\left(x^m\right)^n=x^{m^n}$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án D do $\left(x^m\right)^n=x^{m.n}$ như đáp án B đã chỉ ra.

Câu 30: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018) Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. $\log x\geq 0\Leftrightarrow x\geq 1$. **B.** $\log_5 x\leq 0\Leftrightarrow 0<x\leq 1$.

C. $\log_{\frac{1}{5}} a>\log_{\frac{1}{5}} b\Leftrightarrow a>b>0$. **D.** $\log_{\frac{1}{5}} a=\log_{\frac{1}{5}} b\Leftrightarrow a=b>0$.

Lời giải

Chọn C

Khẳng định $\log_{\frac{1}{5}} a>\log_{\frac{1}{5}} b\Leftrightarrow a>b>0$ sai do $0<\dfrac{1}{5}<1$ nên $\log_{\frac{1}{5}} a>\log_{\frac{1}{5}} b\Leftrightarrow 0<a<b$.

Câu 31: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018) Điều kiện nào của a cho dưới đây làm cho hàm số $f\left(x\right)=\left(1+\ln a\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\dfrac{1}{e}<a<1$. **B.** $a>1$. **C.** $a>0$. **D.** $a>e$.

Lời giải:

Chọn B

Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $\begin{cases}a>0\\ 1+\ln a>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ a>e^0\end{cases}\Rightarrow a>1$.

Câu 32: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho các số thực a, x thỏa mãn $0<a<1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a x<1$ khi $0<x<a$.

B. Đồ thị của hàm số $y=\log_a x$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.

C. Nếu $0<x_1<x_2$ thì $\log_a x_1<\log_a x_2$.

D. $\log_a x>0$ khi $x>1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 33: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{2x+3}$.

A. $y'=2^{2x+2}\ln 4$. **B.** $y'=4^{x+2}\ln 4$. **C.** $y'=2^{2x+2}\ln 16$. **D.** $y'=2^{2x+3}\ln 2$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức đạo hàm $\left(a^u\right)'=u'.a^u.\ln a$

Ta có $y'=\left(2x+3\right)'2^{2x+3}\ln 2=2^{2x+3}\ln 4=2^{2x+2}\ln 16$.

Câu 34: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Tập nghiệm S của phương trình $\log_2\left(x+4\right)=4$ là

A. $S=\{-4,12\}$. **B.** $S=\{4\}$. **C.** $S=\{4,8\}$. **D.** $S=\{12\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_2\left(x+4\right)=4\Leftrightarrow\begin{cases}x+4>0\\x+4=2^4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-4\\x=12\end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{12\}$.

Câu 35: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^2.\sqrt[3]{a}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{4}{3}}$. **B.** $a^{\frac{7}{3}}$. **C.** $a^{\frac{5}{3}}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

$a^2.\sqrt[3]{a}=a^2.a^{\frac{1}{3}}=a^{2+\frac{1}{3}}=a^{\frac{7}{3}}$.

Câu 36: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Tập xác định của hàm số $y=\left(x-5\right)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\left(-\infty;5\right)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{5\}$. **C.** $\left[5;+\infty\right)$. **D.** $\left(5;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\sqrt{3}$ không nguyên nên hàm số $y=\left(x-5\right)^{\sqrt{3}}$ xác định $\Leftrightarrow x-5>0\Leftrightarrow x>5$.

Tập xác định của hàm số là $D=\left(5;+\infty\right)$.

Câu 37: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(x+\mathrm{e}^x\right)$.

A. $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{\left(x+\mathrm{e}^x\right)\ln 2}$. **C.** $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^x}$. **D.** $\dfrac{1}{\left(x+\mathrm{e}^x\right)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

$y'=\dfrac{\left(x+\mathrm{e}^x\right)'}{\left(x+\mathrm{e}^x\right)\ln 2}=\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{\left(x+\mathrm{e}^x\right)\ln 2}$.

Câu 38: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 5x.\cos x=\cos 4x$ là

A. $x=\dfrac{k\pi}{5}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **B.** $x=\dfrac{k\pi}{3}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **C.** $x=k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **D.** $x=\dfrac{k\pi}{7}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos 5x.\cos x=\cos 4x\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\left[\cos 4x+\cos 6x\right]=\cos 4x\Leftrightarrow\cos 6x=\cos 4x$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}6x=4x+k2\pi\\6x=-4x+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=\dfrac{k\pi}{5}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\dfrac{k\pi}{5}$

Vậy phương trình có các nghiệm là $x=\dfrac{k\pi}{5}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

----------**HẾT**----------

Câu 39: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Cho x, y là hai số thực dương khác 1 và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $\dfrac{x^m}{y^n}=\left(\dfrac{x}{y}\right)^{m-n}$. **B.** $x^m.x^n=x^{m+n}$. **C.** $\left(xy\right)^n=x^n.y^n$. **D.** $\left(x^n\right)^m=x^{n.m}$.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết: dựa vào tính chất của lũy thừa.

Câu 40: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Hàm số $y=\log_{0,5}x^2\left(x\neq 0\right)$ có đạo hàm là

A. $y'=\dfrac{1}{x^2.\ln 0,5}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{x.\ln 0,5}$. **C.** $y'=\dfrac{2}{\left|x\right|.\ln 0,5}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 0,5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{\left(x^2\right)'}{x^2.\ln 0,5}=\dfrac{2x}{x^2.\ln 0,5}=\dfrac{2}{x.\ln 0,5}$.

Câu 41: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}+\ln\left(x-1\right)$ là:

A. $D=[1;2]$. **B.** $D=(1;+\infty)$. **C.** $D=(1;2)$. **D.** $D=(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $\begin{cases}2-x>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\x>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<2.$

Câu 42: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho $\log_{12}3=a$. Tính $\log_{24}18$ theo a.

A. $\frac{3a-1}{3-a}$. **B.** $\frac{3a+1}{3-a}$. **C.** $\frac{3a+1}{3+a}$. **D.** $\frac{3a-1}{3+a}$.

Lời giải

Chọn B

- $\log_{12}3=\frac{1}{\log_3 12}=\frac{1}{\log_3 3+\log_3 4}=\frac{1}{1+2\log_3 2}=a\Rightarrow\log_3 2=\frac{1-a}{2a}$.
- $$\log_{24}18=\log_{24}9+\log_{24}2=2\log_{24}3+\log_{24}2=\frac{2}{\log_3 24}+\frac{1}{\log_2 24}$$
$$=\frac{2}{\log_3 3+\log_3 8}+\frac{1}{\log_2 8+\log_2 3}=\frac{2}{1+3\log_3 2}+\frac{1}{3+\log_2 3}=\frac{2}{1+3.\frac{1-a}{2a}}+\frac{1}{3+\frac{2a}{1-a}}=\frac{3a+1}{3-a}.$$
Bỏ nhé,vì dài quá.
- Trình bày lại:

Khi đó $\log_{24}18=\frac{\log_3 18}{\log_3 24}=\frac{2+\log_3 2}{1+3\log_3 2}=\frac{2+\frac{1-a}{2a}}{1+3\frac{1-a}{2a}}=\frac{3a+1}{3-a}$

Câu 43: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là:

A. $y'=\frac{-3^x}{\ln 3}$. **B.** $y'=3^x\ln 3$. **C.** $y'=\frac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $y'=-3^x\ln 3$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y=3^x\Rightarrow y'=3^x\ln 3$, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Câu 44: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\left(4-x^2\right)^{\frac{1}{3}}$ là:

A. $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $m=2\pm\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $4-x^2>0\Leftrightarrow -2<x<2$.

Câu 45: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số: $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$ là:

A. $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2-4x+3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>3 \end{array}\right.$.

Tập xác định của hàm số: $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 46: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(-x^2+3x+4\right)^{\frac{1}{3}}+\sqrt{2-x}$.

A. $D=(-1;2]$. **B.** $D=[-1;2]$. **C.** $D=(-\infty;2]$. **D.** $D=(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+3x+4>0 \\ 2-x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<4 \\ x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x\le 2$.

Vậy $D=(-1;2]$.

Câu 47: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y.

A. $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a (x-y)$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$. **D.** $\log_a \dfrac{x}{y}=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết.

Câu 48: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}\le 243$ là:

A. $2\le x\le 7$. **B.** $x<7$. **C.** $x\le 7$. **D.** $x\ge 7$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{x-2}\le 243 \Leftrightarrow 3^{x-2}\le 3^5 \Leftrightarrow x-2\le 5 \Leftrightarrow x\le 7$.

Câu 49: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là:

A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.**

Lời giải

Chọn B

$\log_2 x=3 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x=2^3=8 \end{cases} \Rightarrow x=8$.

Câu 50: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. Hàm số $y=\log_2\left(\sqrt{x}+1\right)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

B. Hàm số $y=\log_{0,2} x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\log_2 x$ có tập xác định $D=(0;+\infty)$ nên không đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Câu 51: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Giải bất phương trình $\log_3(x-1)>2$.

A. $x>10$. **B.** $x<10$. **C.** $0<x<10$. **D.** $x\geq 10$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>1$, ta có $\log_3(x-1)>2 \Leftrightarrow x-1>3^2 \Leftrightarrow x>10$.

Câu 52: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Giá trị của biểu thức $M=\log_2 2+\log_2 4+\log_2 8+...+\log_2 256$ bằng

A. 56. **B.** $8.\log_2 256$. **C.** 48. **D.** 36.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$M=\log_2 2+\log_2 4+\log_2 8+...+\log_2 256=\log_2 2+\log_2 2^2+\log_2 2^3+...+\log_2 2^8$

$=(1+2+3+...+8)\log_2 2=1+2+3+...+8=\frac{8}{2}(1+8)=36$.

Câu 53: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$. **B.** $\log a^3=\frac{1}{3}\log a$. **C.** $\log a^3=3\log a$. **D.** $\log(3a)=\frac{1}{3}\log a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log(3a)=\log 3+\log a$ suy ra loại A, D.

$\log a^3=3\log a$ (do $a>0$) nên chọn C.

Câu 54: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình: $2^{2x}<2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{2x}<2^{x+6} \Leftrightarrow 2x<x+6 \Leftrightarrow x<6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;6)$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định của $y=\ln\left(-x^2+5x-6\right)$ là

A. $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(2;3)$.

C. $(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$. **D.** $[2;3]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $-x^2+5x-6>0 \Leftrightarrow x\in(2;3)$.

Câu 2: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}\right)^x$. **B.** $y=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x$.

C. $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số mũ $y=a^x$ với cơ số $a>1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Do đó hàm số $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\right)^x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ vì $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}>1$.

Câu 3: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=(x+2)^{-2}$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số $x+2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -2$.

Vậy tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 4: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Hàm số $y=a^x$ $(a>1)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=a^x$ $(0<a<1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồ thị hàm số $y=a^x$ $(0<a\neq 1)$ luôn đi qua điểm có tọa độ $(a;1)$.

D. Đồ thị các hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ $(0<a\neq 1)$ đối xứng với nhau qua trục tung.

Lời giải

Chọn D

Nếu $a>1$ thì hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Vậy mệnh đề A sai.

Nếu $0<a<1$ thì hàm số $y=a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Vậy mệnh đề B sai.

Với $x=a$ thì $y=a^a\neq 1$ với mọi $0<a\neq 1$. Vậy mệnh đề C sai.

Câu 5: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là ?

A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** $a^{\frac{7}{6}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** $a^{\frac{6}{7}}$.

Lời giải

Chọn B

Với $a>0$, ta có $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 6: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{\mathrm{e}}{\pi}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{2}{\mathrm{e}}\right)^x$. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=(0,5)^x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=a^x$ đồng biến khi $a>1$ và nghịch biến khi $0<a<1$.

Suy ra hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(4x^2-1\right)^{-4}$.

A. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Do $\alpha=-4$ là số nguyên âm nên điều kiện xác định là: $4x^2-1\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-\frac{1}{2}\\ x\neq\frac{1}{2}\end{cases}$.

Vậy tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 8: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Cho các số dương $a\neq 1$ và các số thực α, β. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha+\beta}$. **B.** $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha\beta}$. **C.** $\frac{a^{\alpha}}{a^{\beta}}=a^{\alpha-\beta}$. **D.** $\left(a^{\alpha}\right)^{\beta}=a^{\alpha\beta}$.

Lời giải

Chọn B

Thấy ngay $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha\beta}$ sai.

Câu 9: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số dương x?

A. $(\log x)'=\frac{x}{\ln 10}$. **B.** $(\log x)'=\frac{\ln 10}{x}$. **C.** $(\log x)'=\frac{1}{x\ln 10}$. **D.** $(\log x)'=x\ln 10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(\log x)'=\frac{1}{x\ln 10}$.

Câu 10: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\sqrt{3}-1\right)^x$. **B.** $y=(\pi-e)^x$. **C.** $y=\pi^x$. **D.** $y=(e-2)^x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=a^x$ với $a>0$, $a\neq 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a>1$.

Ta có $\pi>1$ nên hàm số $y=\pi^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Cho số thực $a>1$ và các số thực α, β. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a^\alpha>1,\forall\alpha\in\mathbb{R}$. **B.** $a^\alpha>a^\beta\Leftrightarrow\alpha>\beta$. **C.** $\frac{1}{a^\alpha}<0,\forall\alpha\in\mathbb{R}$. **D.** $a^\alpha<1,\forall\alpha\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Với $a>1$ và $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$. Ta có: $a^\alpha>a^\beta\Leftrightarrow\alpha>\beta$.

Câu 12: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_3(3x+1)$.

A. $y'=\frac{3}{3x+1}$. **B.** $y'=\frac{1}{3x+1}$. **C.** $y'=\frac{3}{(3x+1)\ln 3}$. **D.** $y'=\frac{1}{(3x+1)\ln 3}$.

Lời giải

Chọn C

. $y=\log_3(3x+1)\Rightarrow y'=\frac{3}{(3x+1)\ln 3}$.

Câu 13: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Viết biểu thức $P=\frac{a^2a^{\frac{5}{2}}\sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}}$, $(a>0)$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P=a$. **B.** $P=a^5$. **C.** $P=a^4$. **D.** $P=a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P=\frac{a^2a^{\frac{5}{2}}\sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}}=\frac{a^2a^{\frac{5}{2}}a^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}}=a^{2+\frac{5}{2}+\frac{4}{3}-\frac{5}{6}}=a^5$.

Câu 14: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$. **B.** $y=\left(\sqrt{5}-2\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{3}{\pi}\right)^x$. **D.** $y=(0,7)^x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=a^x$ với $a>1$ luôn đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Ta có $\frac{e}{2}>1$ nên hàm số $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 15: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a b=\frac{\log_c a}{\log_c b}$.

C. $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$. **D.** $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$.

Lời giải

Chọn B

Với các số thực dương a, b, c khác 1, ta có

$\log_a \dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$ nên A đúng.

$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ nên B sai và D đúng.

$\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$ nên C đúng.

Câu 16: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\log_2(x+1)$.

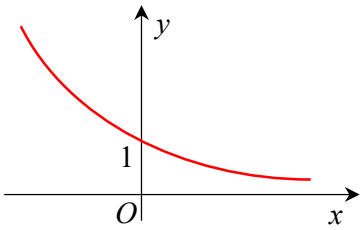
A. $f'(x)=\dfrac{1}{x+1}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{x}{(x+1)\ln 2}$. **C.** $f'(x)=0$. **D.** $f'(x)=\dfrac{1}{(x+1)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=\left[\log_2(x+1)\right]'=\dfrac{(x+1)'}{(x+1)\ln 2}=\dfrac{1}{(x+1)\ln 2}$.

Câu 17: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^2+2x+1$. **B.** $y=\log_{0,5}x$. **C.** $y=\dfrac{1}{2^x}$. **D.** $y=2^x$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào tính chất đồ thị hàm số mũ nằm trên trục hoành và hàm số giảm nên ta chọn đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2^x}$.

Câu 18: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Cho a, b là các số thực dương. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a^3.b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}.b^6}}}$ được kết quả là

A. ab^2. **B.** a^2b. **C.** ab. **D.** a^2b^2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a^3.b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}.b^6}}}=\dfrac{a^3.b^2}{\sqrt[6]{\left(a^2.b\right)^6}}=a.b$.

Câu 19: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Phương trình: $\log_3\left(3x-2\right)=3$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{29}{3}$. **B.** $x=\dfrac{11}{3}$. **C.** $x=\dfrac{25}{3}$. **D.** 87.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>\dfrac{2}{3}$.

Khi đó, phương trình tương đương $3x-2=3^3\Leftrightarrow x=\dfrac{29}{3}$.

Câu 20: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh có độ dài $2a$. Thể tích của khối nón là

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$ $y'=\mathrm{e}^x$.

Lời giải

Chọn B

Vì thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều cạnh $2a$ nên bán kính đáy $R=a$ và đường cao của khối nón bằng đường cao của tam giác đều $\Rightarrow h=a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi a^2.a\sqrt{3}=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 21: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Đạo hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^{1-2x}$ là:

A. $y'=-2\mathrm{e}^{1-2x}$. **B.** $y'=\mathrm{e}^{1-2x}$. **C.** $y'=2\mathrm{e}^{1-2x}$. **D.** $y'=\mathrm{e}^x$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\mathrm{e}^{1-2x}$. Ta có: $y'=\left(1-2x\right)'\mathrm{e}^{1-2x}=-2\mathrm{e}^{1-2x}$.

Câu 22: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3\right)^{-2}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\sqrt{3}\right\}$.

C. $D=\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho xác định khi $x^2-3\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm\sqrt{3}$.

Chú ý: Điều kiện xác định của hàm số $y=x^\alpha$ là

+ Nếu α nguyên dương thì $x\in\mathbb{R}$.

+ Nếu α nguyên âm thì $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$.

+ Nếu α không nguyên thì $x>0$.

Câu 23: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Biểu thức $T=\sqrt[5]{a\sqrt[3]{a}}$ với $a>0$. Viết biểu thức T dưới dạng luỹ thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $a^{\frac{3}{5}}$. **B.** $a^{\frac{2}{15}}$. **C.** $a^{\frac{1}{3}}$. **D.** $a^{\frac{4}{15}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $T=\sqrt[5]{a\sqrt[3]{a}}=\sqrt[5]{a.a^{\frac{1}{3}}}=\sqrt[5]{a^{\frac{4}{3}}}=a^{\frac{4}{15}}$.

Câu 24: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+2\right)\le 3$ là:

A. $S=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=\varnothing$.

C. $S=\mathbb{R}$. **D.** $P=[-5;5]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_3\left(x^2+2\right)\le 3\Leftrightarrow x^2+2\le 27\Leftrightarrow x^2\le 25\Leftrightarrow -5\le x\le 5$.

Câu 25: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2+x-2\right)^{-3}$.

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x^2+x-2\ne 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne -2\\ x\ne 1\end{cases}$. Vậy tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$.

Câu 26: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-3)$.

A. $D=(-\infty;3)$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=(3;+\infty)$. **D.** $D=[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x-3>0\Leftrightarrow x>3$.

Suy ra tập xác định là $D=(3;+\infty)$.

Câu 27: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.

A. $S=\{4\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{-2\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>1$

Ta có $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1\Leftrightarrow\log_3(2x+1)=\log_3 3(x-1)\Leftrightarrow 2x+1=3(x-1)\Leftrightarrow x=4$.

Câu 28: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

A. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$. **B.** $y=\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^{-2x+1}$. **C.** $y=\left(\frac{3}{\mathrm{e}}\right)^{x}$. **D.** $y=2017^{x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^{-2x+1} \Rightarrow y'=-2.\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^{-2x+1}.\ln\frac{\mathrm{e}}{2}<0$.

Câu 29: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\mathrm{e}^{x^2+2x}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=[0;2]$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$. **D.** $D=\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\mathrm{e}^{x^2+2x}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Câu 30: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Giải phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=-2$.

A. $x=2$. **B.** $x=\frac{5}{2}$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=-2 \Leftrightarrow x-1=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x=5$.

Câu 31: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2}<\left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S=(-\infty;2)$. **B.** $S=(-\infty;1)$. **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$5^{x+2}<\left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2}<(5)^{2x} \Leftrightarrow 2<x$.

Câu 32: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x\right)$ đồng biến trên

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

Ta có $y'=\frac{(2x-2)}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}$

Xét $y'>0 \Leftrightarrow \frac{(2x-2)}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<x<1\\x>2\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện tập xác định suy ra khoảng đồng biến của hàm số là $(2;+\infty)$

Câu 33: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left(x^2+m\right)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. mọi giá trị m. **B.** $m \neq 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn C

Để hàm số $y = \left(x^2 + m\right)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì $x^2 + m > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$

ĐK: $m > 0$.

Câu 34: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm các nghiệm của phương trình $\log_3\left(2x-3\right) = 2$.

A. $x = \dfrac{11}{2}$. **B.** $x = \dfrac{9}{2}$. **C.** $x = 6$. **D.** $x = 5$.

Lời giải

Chọn C

$\log_3\left(2x-3\right) = 2 \Leftrightarrow 2x - 3 = 9 \Leftrightarrow x = 6$.

Câu 35: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $1 \neq a > 0$, $x > 0$, $y > 0$, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a x^{\alpha} = \alpha \log_a x$. **B.** $\log_a \sqrt{x} = \dfrac{1}{2}\log_a x$.

C. $\log_a\left(xy\right) = \log_a x + \log_a y$. **D.** $\log_{\sqrt{a}} x = \dfrac{1}{2}\log_a x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\sqrt{a}} x = 2\log_a x$ nên D sai

Câu 36: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Giải bất phương trình $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\dfrac{3}{4}\right)^{x+1}$.

A. $S = \left[5;+\infty\right)$. **B.** $S = \left(-\infty;5\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $S = \left(-1;2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Bpt $\Leftrightarrow 2x - 4 < x + 1 \Leftrightarrow x < 5$ hay $x \in \left(-\infty;5\right)$.

Vậy tập nghiệm của bpt là $S = \left(-\infty;5\right)$.

Câu 37: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho a là số thực dương, khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $a^{\frac{8}{3}}$. **B.** $\sqrt[6]{a}$. **C.** $\sqrt[3]{a^2}$. **D.** $a^{\frac{3}{8}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{2}{3.4}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$.

Câu 38: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho a là số thực dương khác 1. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $\log_a 2.\log_2 a = 1$. **B.** $\log_a 1 = 0$. **C.** $\log_a 2 = \dfrac{1}{\log_a 2}$. **D.** $\log_a a = 1$.

Lời giải

Chọn C

Biến đổi đúng là $\log_a 2 = \dfrac{1}{\log_2 a}$ $(a>0,\ a\neq 1)$.

Câu 39: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\log_{2017}(2018x)=0$ là:

A. $x=\dfrac{1}{2018}$. **B.** $x=2018$. **C.** $x=2017^{2018}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{2017}(2018x)=0 \Leftrightarrow 2018x=2017^0=1 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2018}$.

Câu 40: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=(3x-x^2)^{\frac{2}{3}}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\{0;3\}$. **D.** $D=(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $3x-x^2>0 \Leftrightarrow 0<x<3$.

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow 3x-x^2>0 \Leftrightarrow 0<x<3 \Leftrightarrow x\in(0;3)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(0;3)$.

Câu 41: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Cho $0<a\neq 1$. Giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a.\sqrt[3]{a^2}\right)$ là

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P=\log_a\left(a.\sqrt[3]{a^2}\right)=\log_a\left(a.a^{\frac{2}{3}}\right)=\log_a a^{\frac{5}{3}}=\dfrac{5}{3}$.

Câu 42: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\log_3(4-x)=2$ là

A. -2. **B.** -4. **C.** -5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $4-x>0 \Leftrightarrow x<4$.

Ta có: $\log_3(4-x)=2 \Leftrightarrow 4-x=3^2 \Leftrightarrow x=-5$ (nhận).

Vậy phương trình có nghiệm $x=-5$.

Câu 43: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Cho $x\in\left(0;\dfrac{3}{\pi}\right)$ và m, n là các số thực tùy ý. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $x^m > x^n \Leftrightarrow m < n$. **B.** $x^m > x^n \Leftrightarrow m > n$. **C.** $\left(x^m\right)^n = x^{m.n}$. **D.** $x^{m+n} = x^m.x^m$.

Lời giải

Chọn B

Do $\frac{3}{\pi} < 1$ nên với $x \in \left(0;\frac{3}{\pi}\right)$ thì $x^m > x^n \Leftrightarrow m < n$.

Vậy B sai.

Câu 44: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)^x$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

B. Hàm số $y = (x-3)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

C. Hàm số $\log_{21}(x+1)$ có đạo hàm là $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 21}$.

D. Hàm số $\log_{\frac{e}{\pi}} x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = (x-3)^{\frac{1}{3}}$ có nghĩa khi $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy hàm số $y = (x-3)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định $(3;+\infty)$.

Câu 45: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Cho các số dương a, b, c, và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b+c)$. **B.** $\log_a b + \log_a c = \log_a |b-c|$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$. **D.** $\log_a b + \log_a c = \log_a (b-c)$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất logarit ta có: $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$.

Câu 46: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{-1}$ là:

A. $(2;+\infty)$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 47: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(x^2-1\right)^{-2}$.

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = (-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

C. $D = (-1;1)$. **D.** $D = \mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \left(x^2-1\right)^{-2}$ xác định khi $x^2-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$.

Câu 48: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Trong các biểu thức sau, biểu thức nào có nghĩa?

A. $(-2)^{\sqrt{2}}$. **B.** $(-3)^{-6}$. **C.** $(-5)^{-\frac{3}{4}}$. **D.** 0^{-3}.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $y=x^{\alpha}$ tùy thuộc vào α.

Với α nguyên dương, tập xác định là $\mathbb{R}$.

Với α nguyên âm hoặc bằng 0, tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Với α không nguyên, tập xác định là $(0;+\infty)$.

Ta có $(-3)^{-6}$ có $\alpha=-6$ là số nguyên âm nên cơ số $x\neq 0\Rightarrow(-3)^{-6}$ có nghĩa.

Câu 49: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{4}{\sqrt{3}+2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{\pi+3}{2\pi}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{\pi+3}{2\pi}<1$ nên hàm số $y=\left(\frac{\pi+3}{2\pi}\right)^x$ nghịch biến trên TXĐ.

Câu 50: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Với a và b là các số thực dương. Biểu thức $\log_a\left(a^2b\right)$ bằng

A. $2-\log_a b$. **B.** $2+\log_a b$. **C.** $1+2\log_a b$. **D.** $2\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_a\left(a^2b\right)=\log_a a^2+\log_a b=2+\log_a b$.

Câu 51: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Giải phương trình $2^{x^2+3x}=1$.

A. $x=0$, $x=3$. **B.** $x=1$, $x=-3$. **C.** $x=1$, $x=2$. **D.** $x=0$, $x=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $2^{x^2+3x}=1\Leftrightarrow 2^{x^2+3x}=2^0\Leftrightarrow x^2+3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-3\end{array}\right.$.

Câu 52: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=12^x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số luôn nằm bên phải trục tung.

C. Đồ thị hàm số nhận trục hoành là tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do hàm số $y=12^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên phát biểu B là sai.

Câu 53: **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(3-2x-x^2\right)$ là:

A. $D=(-1;3)$. **B.** $D=(0;1)$. **C.** $D=(-1;1)$. **D.** $D=(-3;1)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\log_2\left(3-2x-x^2\right)$ xác định khi $3-2x-x^2>0\Leftrightarrow -3<x<1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-3;1)$.

Câu 54: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1}>27$ là:

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{2x-1}>27\Leftrightarrow 2x-1>3\Leftrightarrow x>2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(2;+\infty)$.

Câu 55: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

A. $P=\sqrt{x}$. **B.** $P=x^{\frac{1}{8}}$. **C.** $P=x^{\frac{2}{9}}$. **D.** $P=x^2$.

Lời giải

Chọn A

Với $x>0$, ta có $P=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$.

Câu 56: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+3)=1$.

A. $S=\{3\}$. **B.** $S=\{-1\}$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $2x+3>0\Leftrightarrow x>-\frac{3}{2}$.

$\log_3(2x+3)=1\Leftrightarrow 2x+3=3\Leftrightarrow x=0$.

Vậy $S=\{0\}$.

Câu 57: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 3x$ là :

A. $-3\sin 3x+C$. **B.** $-\frac{1}{3}\sin 3x+C$. **C.** $-\sin 3x+C$. **D.** $\frac{1}{3}\sin 3x+C$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức nguyên hàm mở rộng, ta có: $\int\cos 3x\,dx=\frac{1}{3}\sin 3x+C$

Câu 58: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Số nào trong các số sau lớn hơn 1:

A. $\log_{0,5}\frac{1}{8}$. **B.** $\log_{0,2}125$. **C.** $\log_{\frac{1}{6}}36$. **D.** $\log_{0,5}\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$\log_{0,5}\frac{1}{8}=\log_{2^{-1}}2^{-3}=3>1$.

$\log_{0,2}125=\log_{5^{-1}}5^{3}=-3<1$.

$\log_{\frac{1}{6}}36=\log_{6^{-1}}6^{2}=-2<1$.

$\log_{0,5}\frac{1}{2}=\log_{0,5}0,5=1$.

Câu 59: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-2x+3\right)^{\sqrt{2}}$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. $D=(0;+\infty)$. **D.** $D=(-1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $x^2-2x+3>0$.

Mà $x^2-2x+3>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 60: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. $2^{30}<3^{20}$. **B.** $0,99^{\pi}>0,99^{e}$.

C. $\log_{a^2+2}\left(a^2+1\right)\geq 0$. **D.** $4^{-\sqrt{3}}<4^{-\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\pi>e$ và $0,999<1$ nên $0,99^{\pi}<0,99^{e}$, do đó đáp án B sai.

Câu 61: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+2x-2\right).5^x$

A. $y'=\left(x^2+2\right).5^x$. **B.** $y'=(2x+2).5^x$.

C. $y'=(2x+2).5^x\ln 5$. **D.** $y'=(2x+2).5^x+\left(x^2+2x-2\right).5^x\ln 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=\left(x^2+2x-2\right)'.5^x+\left(5^x\right)'.\left(x^2+2x-2\right)=(2x+2).5^x+\left(x^2+2x-2\right).5^x\ln 5$.

Câu 62: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Hàm số nào dưới đây là hàm số đồng biến?

A. $y=\left(\frac{1}{2+\sqrt{5}}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$. **C.** $y=\mathrm{e}^{-x}$. **D.** $y=\left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=a^x$ đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$.

Hàm số $y=\left(\frac{1}{2+\sqrt{5}}\right)^x$ có $a=\frac{1}{2+\sqrt{5}}$. Do $0<\frac{1}{2+\sqrt{5}}<1$ nên hàm số nghịch biến.

Hàm số $y=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ có $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$. Do $0<\frac{1}{\sqrt{2}}<1$ nên hàm số nghịch biến.

Hàm số $y=\mathrm{e}^{-x}=\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^x$ có $a=\frac{1}{\mathrm{e}}$. Do $0<\frac{1}{\mathrm{e}}<1$ nên hàm số nghịch biến.

Hàm số $y=\left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right)^x=\left(\sqrt{5}+2\right)^x$ có $a=\sqrt{5}+2>1$ nên hàm số đồng biến.

Câu 63: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_2(x-1)=2$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x>1$.

Phương trình tương đương $\log_2\left[x(x-1)\right]=2\Leftrightarrow x^2-x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1+\sqrt{17}}{2}\\ x=\frac{1-\sqrt{17}}{2}(L)\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có đúng một nghiệm.

Câu 64: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm đạo hàm của hàm số $y=x(\ln x-1)$.

A. $y'=\ln x$. **B.** $y'=1$. **C.** $y'=1-\frac{1}{x}$. **D.** $y'=\ln x-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=x'(\ln x-1)+(\ln x-1)'.x=\ln x-1+1=\ln x$.

Câu 65: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}}.3^{1+\sqrt{5}}}$.

A. 1. **B.** $6^{-\sqrt{5}}$. **C.** 18. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A=\frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}}.3^{1+\sqrt{5}}}=\frac{2^{3+\sqrt{5}}.3^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}}.3^{1+\sqrt{5}}}=2^{3+\sqrt{5}-2-\sqrt{5}}.3^{3+\sqrt{5}-1-\sqrt{5}}=2.3^2=18$.

Câu 66: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1)=2.$

A. $S=\{10\}$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{7\}$. **D.** $S=\{6\}$

Lời giải

Chọn A

$\log_3(x-1)=2 \Leftrightarrow x-1=9 \Leftrightarrow x=10$.

Câu 67: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)=\log_2(3x-1)$ với $x>\frac{1}{3}$.

A. $f'(x)=\frac{3}{(3x-1)\ln 2}$.

B. $f'(x)=\frac{1}{(3x-1)\ln 2}$.

C. $f'(x)=\frac{3}{(3x-1)}$.

D. $f'(x)=\frac{3\ln 2}{(3x-1)}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=\log_2(3x-1) \Rightarrow f'(x)=\frac{3}{(3x-1)\ln 2}$.

Câu 68: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-x}=1$ là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{x^2-x}=1 \Leftrightarrow 2^{x^2-x}=2^0 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

Câu 69: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Cho $a=\log 2$, $b=\ln 2$, hệ thức nào sau đây là đúng ?

A. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{10\mathrm{e}}$.

B. $\frac{a}{b}=\frac{\mathrm{e}}{10}$.

C. $10^a=\mathrm{e}^b$.

D. $10^b=\mathrm{e}^a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left.\begin{array}{l} a=\log 2 \Rightarrow 2=10^a \\ b=\ln 2 \Rightarrow 2=\mathrm{e}^b \end{array}\right\} \Rightarrow 10^a=\mathrm{e}^b$.

Câu 70: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của chúng

A. $y=\ln x$.

B. $y=\mathrm{e}^{-x}$.

C. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

D. $y=\log_{\frac{1}{5}} x$.

Lời giải

Chọn A

Phương án A. Tập xác định $D=(0;+\infty)$. Ta có $y'=\frac{1}{x} \Rightarrow y'>0,\ \forall x\in(0;+\infty)$. Hàm số đồng biến trên $D=(0;+\infty)$.

Phương án B. Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=-\mathrm{e}^{-x} \Rightarrow y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số nghịch biến trên $D=\mathbb{R}$.

Phương án C. Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=\left(\frac{1}{3}\right)^x \ln\frac{1}{3} \Rightarrow y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số nghịch biến trên $D=\mathbb{R}$.

Phương án D. Tập xác định $D=(0;+\infty)$. Ta có $y'=\log_{\frac{1}{5}} x=\frac{1}{x\ln\frac{1}{5}} \Rightarrow y'<0, \forall x\in(0;+\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên $D=(0;+\infty)$.

Câu 71: **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$. **B.** $\ln\frac{a}{b}=\ln b-\ln a$. **C.** $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **D.** $\ln\frac{a}{b}=\frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 72: **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm tập xác định của hàm số $y=x^{\pi}+\left(x^2-1\right)^e$.

A. $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x^2-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x^2>1\end{cases}\Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(1;+\infty)$.

Câu 73: **(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hai hàm số $y=e^x$ và $y=\ln x$. Xét các mệnh đề sau:

(I). Đồ thị hai hàm số đối xứng qua đường thẳng $y=x$.

(II). Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.

(III). Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.

(IV). Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề trên?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Hai hàm số $y=e^x$ và $y=\ln x$ là hai hàm số ngược nhau nên đồ thị của chúng đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$, nên mệnh đề (I) đúng.

Hàm số $y=\ln x$ có tập xác định là $(0;+\infty)$ nên mệnh đề (II) sai.

Đồ thị hai hàm số $y=e^x$ và $y=\ln x$ không cắt nhau, nên mệnh đề (III) sai.

Hai hàm số $y=e^x$ và $y=\ln x$ là hai hàm số đồng biến trên tập xác định của nó, nên mệnh đề (IV) đúng.

Vậy, có 2 mệnh đề sai.

Câu 74: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình: $\log_2(3-2x)=3$ là:

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-\frac{5}{2}$. **D.** $x=-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2(3-2x)=3 \Leftrightarrow \begin{cases}3-2x>0\\3-2x=8\end{cases} \Leftrightarrow x=-\frac{5}{2}$.

Câu 75: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình $25^x-20.5^{x-1}+3=0$. Khi đặt $t=5^x$, ta được phương trình nào sau đây?

A. $t^2-3=0$. **B.** $t^2-4t+3=0$. **C.** $t^2-20t+3=0$. **D.** $t-20\frac{1}{t}+3=0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $25^x-20.5^{x-1}+3=0 \Leftrightarrow 5^{2x}-4.5^x+3=0$.

Đặt $t=5^x$, $t>0$.

Khi đó, ta được phương trình $t^2-4t+3=0$.

Câu 76: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[4]{x}$, với x là số thực dương.

A. $P=x^{\frac{1}{12}}$. **B.** $P=x^{\frac{7}{12}}$. **C.** $P=x^{\frac{2}{3}}$. **D.** $P=x^{\frac{2}{7}}$.

Lời giải

Chọn B

$P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[4]{x}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{4}}=x^{\frac{7}{12}}$.

Câu 77: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x^2+x+1)$.

A. $y'=-\frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$.

C. $y'=\frac{2x+2}{(x^2+x+1)\ln 2}$. **D.** $y'=\frac{x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\frac{(x^2+x+1)'}{(x^2+x+1)\ln 2}=\frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$.

Câu 78: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Cho a, b, c với a, b là các số thực dương khác 1, $c>0$. Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

A. $\log_a b.\log_b a=1$. **B.** $\log_a c=\frac{\log_b c}{\log_b a}$.

C. $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$. **D.** $\log_a c = \log_a b.\log_b c$.

Lời giải

Chọn C

Biểu thức ở đáp án C chỉ đúng khi bổ sung thêm điều kiện $c \neq 1$.

Câu 79: **(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Với x là số thực tùy ý, xét các mệnh đề sau.

Câu 80: $x^n = \underbrace{x.x...x}_{n}$ $(n \in \mathbb{N},\ n \geq 1)$.

Câu 81: $(2x-1)^0 = 1$

Câu 82: $(4x+1)^{-2} = \dfrac{1}{(4x+1)^2}$.

Câu 83: $(x-1)^{\frac{1}{3}} + (5-x)^{\frac{1}{2}} = 2 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x-1} + \sqrt{5-x} = 2$.

Số mệnh đề đúng là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa lũy thừa ta có :

Mệnh đề 1) là đúng.

Mệnh đề 2) là sai vì thiếu điều kiện $2x-1 \neq 0$ hay $x \neq \dfrac{1}{2}$.

Mệnh đề 3) là sai vì thiếu điều kiện $4x+1 \neq 0$ hay $x \neq -\dfrac{1}{4}$.

Mệnh đề 4) là sai vì chẳng hạn $x = 1$ là nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{5-x} = 2$ nhưng không là nghiệm của phương trình $(x-1)^{\frac{1}{3}} + (5-x)^{\frac{1}{2}} = 2$.

Vậy số mệnh đề đúng là 1.

Câu 84: **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Cho b là số thực dương khác 1. Tính $P = \log_b\left(b^2.b^{\frac{1}{2}}\right)$.

A. $P = \dfrac{3}{2}$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = \dfrac{5}{2}$. **D.** $P = \dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $P = \log_b\left(b^2.b^{\frac{1}{2}}\right) = \log_b b^{\frac{5}{2}} = \dfrac{5}{2}\log_b b = \dfrac{5}{2}$.

Câu 85: **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Giải phương trình $9^{2x+1} = 81$.

A. $x = \dfrac{3}{2}$ **B.** $x = -\dfrac{1}{2}$. **C.** $x = -\dfrac{3}{2}$. **D.** $x = \dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình tương đương $9^{2x+1} = 9^2 \Leftrightarrow 2x+1 = 2 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 86: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2x-3}$.

A. $f'(x)=2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **B.** $f'(x)=-2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **C.** $f'(x)=2.\mathrm{e}^{x-3}$. **D.** $f'(x)=\mathrm{e}^{2x-3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=(2x-3)'.\mathrm{e}^{2x-3}=2.\mathrm{e}^{2x-3}$.

Câu 87: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\log_3(x^2-10x+9)=2$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=10\\x=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=9\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=10\\x=9\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

$\log_3(x^2-10x+9)=2\Leftrightarrow x^2-10x+9=9\Leftrightarrow x^2-10x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=10\\x=9\end{array}\right.$.

Câu 88: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Cho a, b, c là các số thực dương, a khác 1. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$. **B.** $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

C. $\log_a(bc)=\log_a b.\log_a c$. **D.** $\log_a(b^c)=c.\log_a b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$ nên $\log_a(bc)=\log_a b.\log_a c$ sai.

Câu 89: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=(x^2-2x+1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $\mathscr{D}=(0;+\infty)$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. **C.** $\mathscr{D}=(1;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số được xác định $\Leftrightarrow x^2-2x+1>0\Leftrightarrow x\neq 1$.

Vậy tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 90: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Tìm nghiệm của phương trình $\log_9(x+1)=\dfrac{1}{2}$.

A. $x=-4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=\dfrac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_9(x+1)=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x+1=9^{\frac{1}{2}}\Leftrightarrow x=2$.

Câu 91: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Cho $a>0$, $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là khoảng $(-\infty;+\infty)$.

B. Tập xác định của hàm số $y=a^x$ là khoảng $(0;+\infty)$.

C. Tập xác định của hàm số $y=\log_a x$ là khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Tập giá trị của hàm số $y=a^x$ là khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 92: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Cho a là số thực dương, khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y.

A. $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a (x-y)$. **B.** $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x+\log_a y$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y}=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$. **D.** $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Với mọi số dương x, y thì $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

Câu 93: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5}=1$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** Vô số nghiệm. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $2^{2x^2-7x+5}=1\Leftrightarrow 2x^2-7x+5=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{5}{2}\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Câu 94: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Thu gọn biểu thức $P=a^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{a}$ với $a>0$ thu được:

A. $P=a^2$. **B.** $P=a^9$. **C.** $P=\sqrt{a}$. **D.** $P=a^{\frac{1}{8}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$P=a^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{a}=a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{6}}=a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}$

Câu 95: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin 2x+3^x$

A. $y'=2\cos 2x+x3^{x-1}$. **B.** $y'=-\cos 2x+3^x$.

C. $y'=-2\cos 2x-3^x\ln 3$. **D.** $y'=2\cos 2x+3^x\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\sin 2x+3^x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và có đạo hàm: $y'=2\cos 2x+3^x\ln 3$.

Câu 96: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $D=(2;+\infty)$. **C.** $D=(-\infty;2)$. **D.** $D=(-\infty;2]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sqrt{3}\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $2-x>0\Leftrightarrow x<2$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=(-\infty;2)$.

Câu 97: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

A. $\log_3 5>0$.

B. $\log_{2+x^2} 2016<\log_{2+x^2} 2017$.

C. $\log_{0,3} 0,8<0$.

D. $\log_3 4>\log_4\left(\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{0,3} 0,8<0 \Leftrightarrow 0,8>0,3^0 \Leftrightarrow 0,8>1$ (sai)

Câu 98: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Cho a là số thực dương khác 4. Tính $\mathrm{I}=\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)$.

A. $I=3$.

B. $I=\frac{1}{3}$.

C. $I=-3$.

D. $I=-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\mathrm{I}=\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)=\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a}{4}\right)^3=3$.

Câu 99: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Cho x,y là hai số thực dương khác 1 và x,y là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **SAI?**

A. $x^m.x^n=x^{m+n}$.

B. $x^n y^n=(xy)^n$.

C. $\frac{x^n}{y^m}=\left(\frac{x}{y}\right)^{n-m}$.

D. $\frac{x^n}{y^n}=\left(\frac{x}{y}\right)^n$.

Lời giải

Chọn C

Câu 100: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Cho $\log_a b=2$ với $a,b>0,a$ khác 1. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a(ab)=3$.

B. $\log_a\left(a^2b\right)=4$.

C. $\log_a\left(b^2\right)=4$.

D. $\log_a\left(ab^2\right)=3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

- $\log_a(ab)=\log_a a+\log_a b=1+2=3$. Suy ra **phương án A** đúng.
- $\log_a\left(a^2b\right)=\log_a a^2+\log_a b=2+2=4$. Suy ra **phương án B** đúng.
- $\log_a\left(b^2\right)=2\log_a b=2.2=4$. Suy ra **phương án C** đúng.
- $\log_a\left(ab^2\right)=\log_a a+\log_a b^2=1+2.2=5$. Suy ra **phương án D** sai.

Câu 101: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Cho a, b, c là các số thực dương và a, $b\neq 1$. Khẳng định nào sau đây **SAI**.

A. $\log_{a^\alpha} b=\alpha\log_a b$.

B. $\log_a c=\frac{\log_b c}{\log_b a}$.

C. $\log_a c = \log_a b.\log_b c$. **D.** $\log_a b.\log_b a = 1$

Lời giải

Chọn A

$\log_{a^\alpha} b = \dfrac{1}{\alpha}\log_a b$.

Câu 102: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Tập xác định D của hàm số $y = (2x-1)^{\frac{2}{3}}$ là?

A. $D = \left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **B.** $D = \left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $D = \left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $D = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

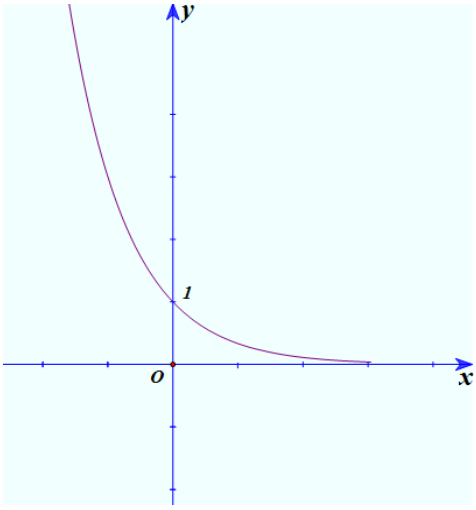
Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $2x-1>0 \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{2}$.

Tập xác định của hàm số $D = \left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 103: **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ ở dưới đây ?



A. $y = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$. **B.** $y = \left(\sqrt{2}\right)^x$. **C.** $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$. **D.** $y = 3^x$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số ở hình vẽ là đồ thị của hàm số mũ có dạng $y = a^x$. Loại đáp án A.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $0<a<1$. Loại đáp án B, D.

Vậy đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$.

Câu 104: **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2)=1$ là

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>2$.

Ta có $\log_2(x-2)=1\Leftrightarrow x-2=2\Leftrightarrow x=4$ (thoả điều kiện).

Câu 105: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

C. Hàm số $y=2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 106: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^{-4}+\log_4(x-1)$ là

A. $D=(2;+\infty)$. **B.** $D=(1;2)$.

C. $D=(1;2)\cup(2;+\infty)$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-2\neq 0\\ x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\ x>1\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(1;2)\cup(2;+\infty)$.

Câu 107: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=3^{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $y'(1)=\dfrac{9}{\ln 3}$. **B.** $y'(1)=3.\ln 3$. **C.** $y'(1)=9.\ln 3$. **D.** $y'(1)=\dfrac{3}{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3^{x+1}.\ln 3\Rightarrow y'(1)=9\ln 3$.

Câu 108: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Biểu thức $\log_2\left(2\sin\dfrac{\pi}{12}\right)+\log_2\left(\cos\dfrac{\pi}{12}\right)$ có giá trị bằng:

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\log_2\sqrt{3}-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2\left(2\sin\dfrac{\pi}{12}\right)+\log_2\left(\cos\dfrac{\pi}{12}\right)=\log_2\left(2\sin\dfrac{\pi}{12}\cos\dfrac{\pi}{12}\right)=\log_2\left(\sin\dfrac{\pi}{6}\right)=\log_2\left(\dfrac{1}{2}\right)=-1$.

Câu 109: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Cho $x>0$, $y>0$. Viết biểu thức $x^{\frac{4}{5}}.\sqrt[6]{x^5\sqrt{x}}$ về dạng x^m và biểu thức $y^{\frac{4}{5}}:\sqrt[6]{y^5\sqrt{y}}$ về dạng y^n. Tính $m-n$.

A. $\frac{11}{6}$. **B.** $-\frac{8}{5}$. **C.** $-\frac{11}{6}$. **D.** $\frac{8}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Với $x>0$, $y>0$, ta có

$$x^{\frac{4}{5}}.\sqrt[6]{x^5\sqrt{x}}=x^{\frac{4}{5}}.\left(x^5.x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{4}{5}}.x^{\frac{5}{6}}.x^{\frac{1}{12}}=x^{\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{1}{12}}\Rightarrow m=\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{1}{12}.$$

$$y^{\frac{4}{5}}:\sqrt[6]{y^5\sqrt{y}}=\frac{y^{\frac{4}{5}}}{\left(y^5.y^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{6}}}=\frac{y^{\frac{4}{5}}}{y^{\frac{5}{6}}.y^{\frac{1}{12}}}=y^{\frac{4}{5}-\frac{5}{6}-\frac{1}{12}}\Rightarrow n=\frac{4}{5}-\frac{5}{6}-\frac{1}{12}.$$

Do đó $m-n=\frac{11}{6}$.

Câu 110: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Giải phương trình $\log_2\left(x^2-2x+3\right)=1$.

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đkxđ: $x^2-2x+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Xét phương trình: $\log_2\left(x^2-2x+3\right)=1\Leftrightarrow x^2-2x+3=2\Leftrightarrow x^2-2x+1=0\Leftrightarrow x=1$.

Câu 111: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=17^{-x}$

A. $y'=17^{-x}\ln 17$. **B.** $y'=-x.17^{-x-1}$. **C.** $y'=-17^{-x}$. **D.** $y'=-17^{-x}\ln 17$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Áp dụng công thức: $\left(a^u\right)'=u'.a^u\ln a$ ta có: $y'=\left(17^{-x}\right)'=-17^{-x}.\ln 17$.

Câu 112: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(-2x^2+x+1\right)$.

A. $D=\left[-\frac{1}{2};2\right]$. **B.** $D=\left(-\frac{1}{2};1\right)$.

C. $D=\left(1;+\infty\right)$. **D.** $D=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đkxđ: $-2x^2+x+1>0\Leftrightarrow -\frac{1}{2}<x<1$. Vậy $D=\left(-\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 113: **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $a,b>0$ và $a,b\neq 1$, biểu thức $P=\log_{\sqrt{a}} b^3.\log_b a^4$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 18. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$P=\log_{\sqrt{a}} b^3.\log_b a^4=\left(6\log_a b\right).\left(4\log_b a\right)=24$.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\log_2(1+x)<2$. Tính giá trị của $P=x_1+x_2$.

A. $P=3$. **B.** $P=4$. **C.** $P=5$. **D.** $P=6$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>-1$.

Ta có: $\log_2(1+x)<2 \Leftrightarrow 0<1+x<4 \Leftrightarrow -1<x<3$.

Vậy hai nghiệm nguyên dương của bất phương trình là $x_1=1$, $x_2=2$.

Do đó $P=x_1+x_2=3$.

Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Trong các phương trình sau, phương trình nào VÔ NGHIỆM?

A. $3^x+2=0$. **B.** $5^x-1=0$. **C.** $\log_2 x=3$. **D.** $\log(x-1)=1$.

Lời giải

Chọn A

Nếu $b\le 0$ thì phương trình $a^x=b\ (a>0;a\ne 1)$ vô nghiệm.

Do đó phương trình $3^x+2=0$ vô nghiệm.

Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $4^x-4=0$. **B.** $9^x+1=0$. **C.** $\log_3(x+1)=1$. **D.** $\log(x+2)=2$.

Lời giải

Chọn B

Vì $9^x+1>1, \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow$ Phương trình $9^x+1=0$ vô nghiệm.

Câu 4: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho $a>0$; $a\ne 1$ và x; y là hai số thực dương.

Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. $\log_a(x+y)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$.

C. $\log_a(xy)=\log_a x.\log_a y$. **D.** $\log_a(x+y)=\log_a x.\log_a y$.

Lời giải

Chọn B

Ta có logarit của một tích bằng tổng hai logarit.

Câu 5: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Phương trình $\log_3(3x-1)=2$ có nghiệm là

A. $x=\frac{3}{10}$. **B.** $x=3$. **C.** $x=\frac{10}{3}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3(3x-1)=2 \Leftrightarrow 3x-1=9 \Leftrightarrow x=\frac{10}{3}$.

Câu 6: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Cho $a>0, a\ne 1$ và $b>0, b\ne 1$, x và y là hai số dương. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_b x = \log_b a.\log_a x$.

B. $\log_a \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\log_a x}$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y} = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

D. $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x + \log_a y$.

Lời giải

Chọn A

Do $a > 0, a \neq 1$, $x > 0$, theo công thức đổi cơ số với $b > 0$, $b \neq 1$ ta có:

$\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a} \Leftrightarrow \log_b a.\log_a x = \log_b x$.

Câu 7: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho a là một số dương lớn hơn 1. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$ với $x > 0$ và $y > 0$.

B. $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$

C. $\log_a x$ có nghĩa với mọi $x > 0$.

D. $\log_{a^n} x = \dfrac{1}{n}\log_a x$ với $x > 0$ và $n \in \mathbb{N}$.

Lời giải

Chọn D

Xét đáp án D ta thấy rằng $n = 0 \in \mathbb{N}$ sẽ làm biểu thức $\log_{a^n} x = \dfrac{1}{n}\log_a x$ không xác định.

Câu 8: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\left(\dfrac{3}{4}\right)^5 < \left(\dfrac{3}{4}\right)^6$. **B.** $\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-7} > \left(\dfrac{4}{3}\right)^{-6}$. **C.** $\left(\dfrac{3}{2}\right)^6 > \left(\dfrac{3}{2}\right)^7$. **D.** $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-6} > \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-5}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $0 < \dfrac{2}{3} < 1$ và $-6 < -5$ nên $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-6} > \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-5}$.

Câu 9: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\dfrac{e}{3}\right)^x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-x}$. **D.** $y = \log_5 x$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \left(\dfrac{e}{3}\right)^x$ có $0 < \dfrac{e}{3} < 1$ nên nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

Câu 10: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 2^x$. **B.** $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$. **C.** $y = \left(\sqrt{\pi}\right)^x$. **D.** $y = e^x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $0 < a < 1$.

Câu 11: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Tính giá trị của biểu thức $K=\log_a\sqrt{a\sqrt{a}}$ với $0<a\neq 1$ ta được kết quả là

A. $K=\frac{4}{3}$. **B.** $K=\frac{3}{2}$. **C.** $K=\frac{3}{4}$. **D.** $K=-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a\sqrt{a\sqrt{a}}=\log_a a^{\frac{3}{4}}=\frac{3}{4}$.

Câu 12: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

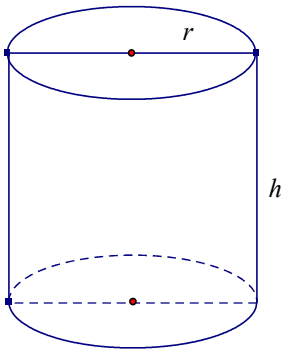
Ta có: $\log_2 x=3\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x=2^3\end{cases}\Leftrightarrow x=8$.

Câu 13: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $20\,\text{cm}^2$ và chu vi bằng $18\,\text{cm}$. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $30\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $28\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $24\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $26\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

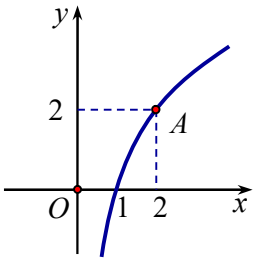
Chọn B



Gọi h và r là chiều cao và bán kính của hình trụ $h>2r$. Ta có $\begin{cases}2rh=20\\2r+h=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}h=5\\r=2\end{cases}$.

$S_{tp}=2\pi rh+2r^2\pi=20\pi+8\pi=28\pi$.

Câu 14: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Giá trị thực của a để hàm số $y=\log_a x$ $(0<a\neq 1)$ có đồ thị là hình bên dưới?



A. $a=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $a=\sqrt{2}$. **C.** $a=\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Chọn B

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;2)$ nên $\log_a 2=2\Leftrightarrow a^2=2\Leftrightarrow a=\sqrt{2}$.

Câu 15: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=2^x$

A. $y'=x.2^{x-1}$. **B.** $y'=2^x$. **C.** $y'=2^x\ln x$. **D.** $y'=2^x\ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=2^x\ln 2$.

Câu 16: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

A. Nếu $0<a<1$ và $b>0$, $c>0$ thì $\log_a b<\log_a c\Leftrightarrow b>c$.

B. Nếu $a>1$ thì $a^m<a^n\Leftrightarrow m<n$.

C. Với mọi số a, b thỏa mãn $a.b>0$ thì $\log(a.b)=\log a+\log b$.

D. Với m, n là các số tự nhiên, $m>2$ và $a>0$ thì $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log(a.b)=\log a+\log b$ chỉ đúng với mọi $a>0$, $b>0$ nên mệnh đề C sai.

Câu 17: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Trong các hàm số sau,hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\ln x$. **B.** $y=\log_{0,99}x$. **C.** $y=\left(\sqrt{\dfrac{3}{4}}\right)^x$. **D.** $y=x^{-3}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\ln x$ là hàm số logarit có cơ số $a=\mathrm{e}>1$ nên đồng biến trên $(0;+\infty)$. Chọn **A**

• Hàm số $y=\log_{0,99}x$ là hàm số logarit có cơ số bằng $a=0,99<1$ nên nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

• Hàm số $y=\left(\sqrt{\dfrac{3}{4}}\right)^x$ là hàm số mũ cơ số $a=\sqrt{\dfrac{3}{4}}<1$ nên nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

• Hàm số $y=x^{-3}$ là hàm số lũy thừa có $y'=-3.x^{-4}<0$, $\forall x\neq 0$ nên nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 18: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=(0,5)^x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=a^x$ đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$.

Vậy chỉ có $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ làm hàm số đồng biến trên tập xác định của nó là $\mathbb{R}$.

Câu 19: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(x^2+1\right)$

A. $y'=\frac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2}$. **B.** $y'=\frac{1}{x^2+1}$. **C.** $y'=\frac{2x}{x^2+1}$. **D.** $y'=\frac{1}{\left(x^2+1\right)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\log_a u\right)'=\frac{u'}{u\ln a}$. Do đó $y=\log_2\left(x^2+1\right)\Rightarrow y'=\frac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2}$.

Câu 20: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

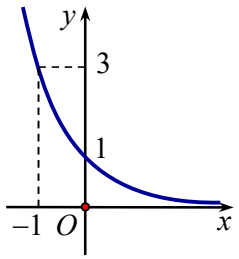
A. $(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\frac{1}{5}\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Câu 21: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y=\left(\sqrt{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, hàm số nghịch biến (loại A, C) và đi qua điểm $(-1;3)$ nên $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 22: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $2-x>0 \Leftrightarrow x<2$.

Câu 23: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(x^2+1\right)$ là

A. $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{2x\ln 2}{x^2+1}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 2}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn B

$$y'=\frac{\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)\ln 2}=\frac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2}.$$

Câu 24: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho số thực $a\left(a>0,a\neq 1\right)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Đồ thị hàm số $y=a^x$ có đường tiệm cận là $x=0$, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ có đường tiệm cận là $y=0$.

B. Hàm số $y=\log_a x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

C. Đồ thị hàm số $y=a^x$ có đường tiệm cận là $y=0$, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ có đường tiệm cận là $x=0$.

D. Đồ thị hàm số $y=a^x$ luôn cắt trục Ox.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=a^x$ có đường tiệm cận là $y=0$, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ có đường tiệm cận là $x=0$.

Câu 25: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x<0$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 x<0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x<2^0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(0;1)$.

Câu 26: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-x+7\right)>0$ là

A. $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-x+7\right)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x+7>0 \\ x^2-5x+7<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0,\forall x\in\mathbb{R} \\ x^2-5x+6<0 \end{cases} \Rightarrow x\in(2;3).$$

Câu 27: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Với mọi số thực dương a, b, x, y và a, b khác 1, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_b a.\log_a x = \log_b x$.

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_b x$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

D. $\log_a \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\log_a x}$.

Lời giải

Chọn D

D sai vì $\log_a \dfrac{1}{x} = \log_a x^{-1} = -\log_a x \neq \dfrac{1}{\log_a x}$

Câu 28: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Đạo hàm của hàm số $y = \ln\left(1-x^2\right)$ là

A. $\dfrac{2x}{x^2-1}$.

B. $\dfrac{-2x}{x^2-1}$.

C. $\dfrac{1}{x^2-1}$.

D. $\dfrac{x}{1-x^2}$.

Lời giải

Chọn A

$y' = \dfrac{\left(1-x^2\right)'}{1-x^2} = \dfrac{-2x}{1-x^2} = \dfrac{2x}{x^2-1}$.

Câu 29: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log\left(x^3\right)$.

B. $\log_3 x^2$.

C. $y = \left(\dfrac{\mathrm{e}}{4}\right)^x$.

D. $y = \left(\dfrac{2}{5}\right)^{-x}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log\left(x^3\right)$ có tập xác đinh là $(0;+\infty)$.

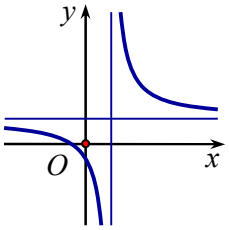
Hàm số $y = \log_3\left(x^2\right)$ có tập xác đinh là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Do đó hai hàm số đó không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$ được.

Mặt khác hàm số $y = \left(\dfrac{2}{5}\right)^{-x} = \left(\dfrac{5}{2}\right)^x$ là hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ nhưng có cơ số $\dfrac{5}{2} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\dfrac{\mathrm{e}}{4}\right)^x$ là hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ và có cơ số $\dfrac{\mathrm{e}}{4} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 30: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Cho hàm số $y = \dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a \neq 0$ và a, b, $c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a>0$, $b<0$, $c-ab<0$.

B. $a>0$, $b>0$, $c-ab<0$.

C. $a<0$, $b>0$, $c-ab<0$.

D. $a<0$, $b<0$, $c-ab>0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=b>0$, tiệm cận đứng $x=a>0$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định nên $c-ab<0$, đáp án B đúng.

Câu 31: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_2 5}=4$, $b^{\log_4 6}=16$, $c^{\log_7 3}=49$. Tính giá trị $T=a^{\log_2^2 5}+b^{\log_4^2 6}+3c^{\log_7^2 3}$.

A. $T=126$. **B.** $T=5+2\sqrt{3}$. **C.** $T=88$. **D.** $T=3-2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $T=a^{\log_2^2 5}+b^{\log_4^2 6}+3c^{\log_7^2 3}=4^{\log_2 5}+16^{\log_4 6}+3.49^{\log_7 3}=5^2+6^2+3.3^2=88$

Câu 32: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Cho $a>0$; $b>0$ và $a\neq 1$, $x\in\mathbb{R}$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\log_a a=1$. **B.** $a^{\log_a b}=b$. **C.** $\log_a b=x\Leftrightarrow a=b^x$. **D.** $\log_a 1=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_a b=x\Leftrightarrow b=a^x$.

Câu 33: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+x}=4$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{x^2+x}=4\Leftrightarrow x^2+x-2=0$. Vậy tích các nghiệm của phương trình là $x_1x_2=-2$.

Câu 34: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Cho $a>0$, $b>0$ và x, y là các số thực bất kỳ. Đẳng thức nào sau đúng?

A. $.(a+b)^x=a^x+b^x$. **B.** $\left(\frac{a}{b}\right)^x=a^x.b^{-x}$. **C.** $a^{x+y}=a^x+a^y$. **D.** $a^xb^y=(ab)^{xy}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\frac{a}{b}\right)^x=\frac{a^x}{b^x}=a^x.b^{-x}$.

Câu 35: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=x^{2018}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số lũy thừa với số mũ nguyên dương có tập xác định là $D=(-\infty;+\infty)$.

Câu 36: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $2^{2x^2+5x+4}=4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{2x^2+5x+4}=4\Leftrightarrow 2x^2+5x+4=2\Leftrightarrow 2x^2+5x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng $-\dfrac{5}{2}$.

Câu 37: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Hàm số $y=\log_3(3-2x)$ có tập xác định là

A. $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=\log_3(3-2x)$ xác định khi và chỉ khi $3-2x>0\Leftrightarrow x<\dfrac{3}{2}$

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 38: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập nghiệm S của bát phương trình $4^x<2^{x+1}$

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1)$. **C.** $S=(0;1)$. **D.** $S=(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4^x<2^{x+1}\Leftrightarrow 2^x<2\Leftrightarrow x<1$.

Câu 39: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Trong các hàm số được cho dưới đây, hàm số nào có tập xác định là $D=\mathbb{R}$?

A. $y=\ln(x^2-1)$. **B.** $y=\ln(1-x^2)$. **C.** $y=\ln(x+1)^2$. **D.** $y=\ln(x^2+1)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số $y=\ln x$ là $x>0$.

Do đó chỉ có hàm số $y=\ln(x^2+1)$ có điều kiện $x^2+1>0$ (luôn đúng).

Câu 40: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Cho x, y là các số thực tùy ý. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $e^{x+y}=e^x+e^y$. **B.** $e^{x-y}=e^x-e^y$. **C.** $e^{xy}=e^xe^y$. **D.** $\dfrac{e^x}{e^y}=e^{x-y}$.

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết.

Câu 41: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a=x$, $\log_2 b=y$. Tính $P=\log_2(a^2b^3)$.

A. $P=x^2y^3$. **B.** $P=x^2+y^3$. **C.** $P=6xy$. **D.** $P=2x+3y$.

Lời giải

Chọn D

$P=\log_2\left(a^2b^3\right)=\log_2 a^2+\log_2 b^3=2\log_2 a+3\log_2 b=2x+3y$.

Câu 42: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Cho ba số dương a, b, c ($a\neq 1$; $b\neq 1$) và số thực α khác 0. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\log_a b^\alpha=\dfrac{1}{\alpha}\log_a b$.

B. $\log_a(b.c)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

D. $\log_b c=\dfrac{\log_a c}{\log_a b}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a b^\alpha=\alpha\log_a|b|$ nên phương án A sai.

Câu 43: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\log_2\sqrt{x-3}+\log_2\sqrt{3x-7}=2$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x>3$.

Phương trình đã cho tương: $AB=4$ $AC=BD=AD=BC=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\x=\dfrac{1}{3}\quad(L)\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có một nghiệm.

Câu 44: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)>3$ là

A. $(9;+\infty)$.

B. $(4;+\infty)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(10;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>1$.

Ta có $\log_2(x-1)>3\Leftrightarrow x-1>2^3\Leftrightarrow x>9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(9;+\infty)$.

Câu 45: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm S của phương trình $(x-1)(x-2)\left(x^x+1\right)=0$

A. $S=\{1,2,-1\}$.

B. $S=\{1,-1\}$.

C. $S=\{1,2\}$.

D. $S=\{2,-1\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$.

Ta có $(x-1)(x-2)\left(x^x+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\x-2=0\\x^x+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x^x=-1(VN)\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{1,2\}$.

Câu 46: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Với hai số thực bất kì $a \neq 0, b \neq 0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\log\left(a^2b^2\right) = 2\log(ab)$.

B. $\log\left(a^2b^2\right) = 3\log\sqrt[3]{a^2b^2}$.

C. $\log\left(a^2b^2\right) = \log\left(a^4b^6\right) - \log\left(a^2b^4\right)$.

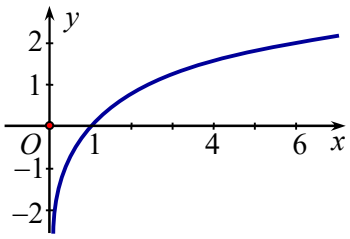
D. $\log\left(a^2b^2\right) = \log a^2 + \log b^2$.

Lời giải

Chọn A

Với điều kiện $a \neq 0, b \neq 0$ thì dấu ab chưa đảm bảo lớn hơn 0.

Câu 47: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Hàm số nào sau đây có đồ thị phù hợp với hình vẽ.



A. $y = \log_{0,6} x$.

B. $y = \log_{\sqrt{6}} x$.

C. $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$.

D. $y = 6^x$.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Đồ thị hình bên ta có $x = 1$, $y = 0$ nên là đồ thị của hàm số $y = \log_a x$

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên khi đó $a > 1$.

Suy ra hình bên là đồ thị hàm số $y = \log_{\sqrt{6}} x$.

Câu 48: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

A. $S = (1;9)$.

B. $S = (1;10)$.

C. $S = (-\infty;10)$.

D. $S = (-\infty;9)$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 9.$$

Vậy, tập nghiệm là $S = (1;9)$.

Câu 49: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Phương trình $\log_3\left(2^x - 1\right) = 4$ có nghiệm là

A. $x = \log_2 82$.

B. $x = \log_2 65$.

C. $x = \log_2 81$.

D. $x = \log_2 66$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3\left(2^x - 1\right) = 4 \Leftrightarrow 2^x - 1 = 81 \Leftrightarrow x = \log_2 82$.

Câu 50: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$.

B. $\log(10ab)^2 = 2 + 2\log(ab)$.

C. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$.

D. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$.

Lời giải

Chọn A

B đúng vì $\log(10ab)^2 = 2\log(10ab) = 2(1+\log(ab)) = 2+2\log(ab)$.

C đúng vì $\log(10ab)^2 = 2\log(10ab) = 2(1+\log a+\log b)$.

D đúng vì $\log(10ab)^2 = 2\log(10ab) = 2(1+\log(ab)) = 2+2\log(ab) = 2+\log(ab)^2$.

Câu 51: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)=\log_3(2x+1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng

A. $\frac{2}{\ln 3}$. **B.** 0. **C.** $2\ln 3$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=\frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 3}=\frac{2}{(2x+1)\ln 3}\Rightarrow f'(0)=\frac{2}{\ln 3}$.

Câu 52: **(THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Tập nào sau đây là tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}\ge\frac{1}{4}$.

A. $x>3$. **B.** $1<x\le 3$. **C.** $x\le 3$. **D.** $x\ge 3$.

Lời giải

Chọn C

$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}\ge\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}\ge\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\Leftrightarrow x-1\le 2\Leftrightarrow x\le 3$.

Câu 53: Hàm số $y=\log_7(3x+1)$ có tập xác định là

A. $\left(-\frac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left[-\frac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\log_7(3x+1)$ xác định khi $3x+1>0\Leftrightarrow x>-\frac{1}{3}$.

Tập xác định của hàm số là $\left(-\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 54: **(THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Viết công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đường tròn đáy r.

A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi r^2 l$. **D.** $S_{xq}=2\pi r^2 l$.

Lời giải

Chọn A

Công thức.

Câu 55: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Hàm số nào sau đây là hàm số mũ?

A. $y=(\sin x)^3$. **B.** $y=3^x$. **C.** $y=x^3$. **D.** $y=\sqrt[3]{x}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 56: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Tính đạo hàm của hàm số $y = \mathrm{e}^{\sin x}$.

A. $y' = \cos x.\mathrm{e}^{\sin x}$. **B.** $y' = \mathrm{e}^{\cos x}$. **C.** $y' = \sin x.\mathrm{e}^{\sin x - 1}$. **D.** $y' = \cos x.\mathrm{e}^{\sin x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = (\sin x)'.\mathrm{e}^{\sin x} = \cos x.\mathrm{e}^{\sin x}$.

Câu 57: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = \dfrac{1}{5^x}$. **B.** $y = \left(\dfrac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y = \dfrac{1}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)^x}$. **D.** $y = \left(\dfrac{\mathrm{e}}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn C

- Hàm số $y = \dfrac{1}{5^x} = \left(\dfrac{1}{5}\right)^x$ có cơ số $\dfrac{1}{5} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \left(\dfrac{\pi}{4}\right)^x$ có cơ số $\dfrac{\pi}{4} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \dfrac{1}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)^x} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}\right)^x$ có cơ số $\dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \left(\dfrac{\mathrm{e}}{3}\right)^x$ có cơ số $\dfrac{\mathrm{e}}{3} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 58: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Vì hàm số lũy thừa với số mũ hữu tỉ nên điều kiện xác định là cơ số: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Câu 59: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Tìm nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$?

A. $x = \sqrt{7}$. **B.** $x = \dfrac{7}{2}$. **C.** $x = \log_2 7$. **D.** $x = \log_7 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^x = 7$. Lấy logarit cơ số 2 cho hai vế ta được nghiệm $x = \log_2 7$.

Câu 60: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là $z = a + bi$ với a, $b \in \mathbb{R}$. Tính $a + \sqrt{3}b$.

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

$$z^2-z+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i \end{array}\right. \Rightarrow a=\frac{1}{2};b=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a+\sqrt{3}b=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2.$$

Câu 61: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x}>3^{x+6}$ là

A. $(0;64)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(0;6)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{2x}>3^{x+6} \Leftrightarrow 2x>x+6 \Leftrightarrow x>6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(6;+\infty)$.

Câu 62: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Với a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y?

A. $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$. **B.** $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x+\log_a y$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y}=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$. **D.** $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a (x-y)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

Câu 63: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_{64}(x+1)=\dfrac{1}{2}$.

A. -1. **B.** 4. **C.** 7. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x \geq -1$.

Ta có: $\log_{64}(x+1)=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x+1=8 \Leftrightarrow x=7$ (thỏa điều kiện).

Câu 64: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_3(3x+2)$.

A. $y'=\dfrac{3}{(3x+2)\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{(3x+2)\ln 3}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{(3x+2)}$. **D.** $y'=\dfrac{3}{(3x+2)}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{3}{(3x+2)\ln 3}$.

Câu 65: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}$.

A. $D=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$.

C. $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}$ xác định khi $x^2-x-2\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x\neq 2\end{cases}$.

Câu 66: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho a, b là hai số dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\ln a^b=b\ln a$. **B.** $\ln(a.b)=\ln a.\ln b$.

C. $\ln(a+b)=\ln a+\ln b$. **D.** $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$.

Câu 67: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x-1}\geq\dfrac{1}{3}$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $(0;1]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]$.

Câu 68: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho a, b là hai số dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\ln a^b=b\ln a$. **B.** $\ln(a.b)=\ln a.\ln b$. **C.** $\ln(a+b)=\ln a+\ln b$. **D.** $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải

Chọn A

Công thức cơ bản.

Câu 69: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x-1}\geq\dfrac{1}{3}$ là

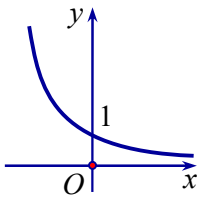
A. $(-\infty;0]$. **B.** $(0;1]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x-1}\geq\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow 2x-1\leq 1\Leftrightarrow x\leq 1$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;1]$.

Câu 70: **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



A. $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=(0,8)^x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=\log_{0,4} x$.

Lời giải

Chọn B

Hình bên là đồ thị của hàm mũ có cơ số nhỏ hơn 1.

Câu 71: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=x^2$. Giá trị của biểu thức $F'(4)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=x^2$ nên $F'(4)=y(4)=4^2=16$.

Câu 72: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho các số thực a, b. Giá trị của biểu thức $A=\log_2\frac{1}{2^a}+\log_2\frac{1}{2^b}$ bằng giá trị của biểu thức nào trong các biểu thức sau đây?

A. $-a-b$. **B.** $-ab$. **C.** $a+b$. **D.** ab.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A=\log_2\frac{1}{2^a}+\log_2\frac{1}{2^b}=\log_2\left(\frac{1}{2^a}\cdot\frac{1}{2^b}\right)=\log_2\left(2^{-(a+b)}\right)=-a-b$.

Câu 73: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}x>\log_{0,5}2$ là

A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{0,5}x>\log_{0,5}2\Leftrightarrow 0<x<2$.

Câu 74: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=(x-1)^{\frac{2}{5}}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(1;+\infty)$. **C.** $D=(-\infty;1)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Do $\frac{2}{5}\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi $x-1>0\Leftrightarrow x>1\Rightarrow D=(1;+\infty)$.

Câu 75: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{-\sqrt{5}}$ là

A. $(1;3)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x-3>0\Rightarrow x>3$.

Câu 76: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho các số thực dương a, x, y và $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a(xy)=y\log_a x$. **B.** $\log_a(xy)=\log_a x-\log_a y$.

C. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$. **D.** $\log_a(xy)=\log_a x.\log_a y$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$.

Câu 77: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Phương trình $2^{x-1}=8$ có nghiệm là

A. $x=4$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x-1}=8\Leftrightarrow x-1=3\Leftrightarrow x=4$.

Câu 78: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $4^x>2^{x+8}$ là

A. $[8;+\infty)$. **B.** $(-\infty;8)$. **C.** $(0;8)$. **D.** $(8;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$4^x>2^{x+8}\Leftrightarrow 2^{2x}>2^{x+8}\Leftrightarrow 2x>x+8\Leftrightarrow x>8$.

Câu 79: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\ln 3a=\ln 3+\ln a$. **B.** $\ln(3+a)=\ln 3+\ln a$.

C. $\ln\frac{a}{3}=\frac{1}{3}\ln a$. **D.** $\ln a^5=\frac{1}{5}\ln a$.

Lời giải

Chọn A

A đúng vì $\ln 3a=\ln 3+\ln a$.

B sai vì $\ln(3+a)\neq\ln 3+\ln a$.

C sai vì $\ln\frac{a}{3}=\ln a-\ln 3$.

D sai vì $\ln a^5=5\ln a$

Câu 80: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3\frac{3}{a^2}=3-\frac{1}{2}\log_3 a$. **B.** $\log_3\frac{3}{a^2}=3-2\log_3 a$.

C. $\log_3\frac{3}{a^2}=1-2\log_3 a$. **D.** $\log_3\frac{3}{a^2}=1+2\log_3 a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3\frac{3}{a^2}=\log_3 3-\log_3 a^2=1-2\log_3 a$.

Câu 81: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)\geq\log_{\frac{1}{2}}4$.

A. $S=(3;7]$. **B.** $S=[3;7]$.

C. $S=(-\infty;7]$. **D.** $S=[7;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \ge \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow 0 < x-3 \le 4 \Leftrightarrow 3 < x \le 7$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (3;7]$.

Câu 82: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Cho $f(x) = 5^x$ thì $f(x+2) - f(x)$ bằng.

A. 25. **B.** 24. **C.** $25f(x)$. **D.** $24f(x)$.

Lời giải

Chọn D

$f(x+2) - f(x) = 5^{x+2} - 5^x = 24.5^x = 24.f(x)$.

Câu 83: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{1-\ln x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{e\}$. **B.** $D = (0;e)$. **C.** $D = (0;+\infty)$. **D.** $D = (0;+\infty) \setminus \{e\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \dfrac{1}{1-\ln x}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \ln x \ne 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \ne e \end{cases} \Rightarrow D = (0;+\infty) \setminus \{e\}$.

Câu 84: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là

A. $[0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** (R) **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $x \ge 0$.

BPT $2^{\sqrt{x}} < 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$, kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm của BPT là $[0;1)$.

Câu 85: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018) Phương trình $4^{2x-4} = 16$ có nghiệm là:

A. $x = 4$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

$4^{2x-4} = 16 = 4^2 \Leftrightarrow 2x - 4 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 86: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\left(\sqrt{2}-1\right)^{2017} > \left(\sqrt{2}-1\right)^{2018}$. **B.** $\left(\sqrt{3}-1\right)^{2018} > \left(\sqrt{3}-1\right)^{2017}$.

C. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$. **D.** $\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$.

Lời giải

Chọn B

+) $\begin{cases} 0 < \sqrt{2}-1 < 1 \\ 2017 < 2018 \end{cases} \Rightarrow \left(\sqrt{2}-1\right)^{2017} > \left(\sqrt{2}-1\right)^{2018}$ nên A đúng.

+) $\begin{cases} 0 < \sqrt{3}-1 < 1 \\ 2018 > 2017 \end{cases} \Rightarrow \left(\sqrt{3}-1\right)^{2018} < \left(\sqrt{3}-1\right)^{2017}$ nên B sai.

+) $\begin{cases} 2>1 \\ \sqrt{2}+1>\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow 2^{\sqrt{2}+1}>2^{\sqrt{3}}$ nên C đúng.

+) $\begin{cases} 0<1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}<1 \\ 2018>2017 \end{cases} \Rightarrow \left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}<\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$ nên D đúng.

Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho các hàm số $y=\log_{2018}x$, $y=\left(\frac{\pi}{e}\right)^x$, $y=\log_{\frac{1}{2}}x$, $y=\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^x$. Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số nghịch biến trên tập xác định của hàm số đó.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ có hệ số $a=\frac{1}{2}<1$, hàm số $y=\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^x$ có hệ số $a=\frac{\sqrt{5}}{3}<1$ nên nghịch biến trên tập xác định của các hàm số đó.

Câu 2: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho các số thực $a<b<0$. Mệnh đề nào sau đây ***sai***?

A. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln|a|-\ln|b|$. **B.** $\ln\left(\sqrt{ab}\right)=\frac{1}{2}\left(\ln a+\ln b\right)$.

C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2=\ln\left(a^2\right)-\ln\left(b^2\right)$. **D.** $\ln(ab)^2=\ln\left(a^2\right)+\ln\left(b^2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a<b<0$ nên hai giá trị $\ln a$, $\ln b$ không xác định.

Câu 3: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=2^x$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=\frac{x^2}{x^2+1}$. **D.** $y=\frac{x^2-4x+3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\log_2 x$ có tiệm cận đứng là trục Ox, do đó chọn **B**.

Câu 4: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Tìm tập nghiệm D của bất phương trình $9^x<3^{x+4}$.

A. $D=(0;6)$. **B.** $D=(-\infty;4)$. **C.** $D=(0;4)$. **D.** $D=(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $9^x<3^{x+4}\Leftrightarrow 2x<x+4\Leftrightarrow x<4$. Vậy $D=(-\infty;4)$.

Câu 5: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Tập xác định D của hàm số $y=(2x-1)^{\pi}$.

A. $D=\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Câu 6: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1} < 5^{x+3}$ là:

A. $(-\infty;-5)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-5;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1} < 5^{x+3} \Leftrightarrow 5^{\frac{x-1}{3}} < 5^{x+3} \Leftrightarrow \frac{x-1}{3} < x+3 \Leftrightarrow x-1 < 3x+9 \Leftrightarrow x > -5$.

Câu 7: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hàm số $y = f(x) = \log_2\left(1+2^x\right)$. Tính giá trị $S = f'(0) + f'(1)$.

A. $S = \frac{6}{5}$. **B.** $S = \frac{7}{8}$. **C.** $S = \frac{7}{6}$. **D.** $S = \frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = \frac{\left(1+2^x\right)'}{\left(1+2^x\right).\ln 2} = \frac{2^x}{1+2^x} \Rightarrow S = f'(0) + f'(1) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$.

Câu 8: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-3) \geq -1$ là

A. $(3;5)$. **B.** $[5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $(3;5]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{0,5}(x-3) \geq -1 \Leftrightarrow 0 < x-3 \leq 0,5^{-1} \Leftrightarrow 3 < x \leq 5$. Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = (3;5]$

Câu 9: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Biết đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2};2\right)$. Giá trị của biểu thức $T = a^2 + 2b^2$ bằng.

A. $T = 15$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = 17$. **D.** $T = \frac{33}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2};2\right)$ nên ta có

$$\begin{cases} 2 = a^{\frac{1}{2}} \\ 2 = \log_b\left(\frac{1}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow T = 4^2 + 2.\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 17.$$

Câu 10: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Hàm số nào trong bốn hàm số sau đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

A. $y=\left(\dfrac{3}{2+\sin 2018}\right)^x$. **B.** $y=(\ln 2)^x$. **C.** $y=(\sin 2018)^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{2}{5}\right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên các khoảng xác định của nó $\Leftrightarrow a>1$.

Câu 11: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho các số thực dương a,b,c với $c\neq 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_c ab=\log_c b+\log_c a$. **B.** $\log_c \dfrac{a}{b}=\dfrac{\log_c a}{\log_c b}$.

C. $\log_c \sqrt{b}=\dfrac{1}{2}\log_c b$. **D.** $\log_c \dfrac{a}{b}=\log_c a-\log_c b$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\log_c \dfrac{a}{b}=\log_c a-\log_c b$ nên B sai.

Câu 12: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Đạo hàm của hàm số $y=x.2^x$ là

A. $y'=(1+x\ln 2)2^x$. **B.** $y'=(1-x\ln 2)2^x$. **C.** $y'=(1+x)2^x$. **D.** $y'=2^x+x^2 2^{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

$y'=2^x+x.2^x.\ln 2=(1+x\ln 2)2^x$.

Câu 13: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\log\left(2x-x^2\right)$ là:

A. $D=[0;2]$. **B.** $D=(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$. **D.** $D=(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $2x-x^2>0\Leftrightarrow 0<x<2$. Vậy tập xác định của hàm số là $D=(0;2)$.

Câu 14: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Cho $a=\log_2 5$, $b=\log_2 9$. Biểu diễn của $P=\log_2 \dfrac{40}{3}$ theo a và b là

A. $P=3+a-2b$. **B.** $P=3+a-\dfrac{1}{2}b$. **C.** $P=\dfrac{3a}{2b}$. **D.** $P=3+a-\sqrt{b}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P=\log_2 \dfrac{40}{3}=\log_2 40-\log_2 3=\log_2 8+\log_2 5-\dfrac{1}{2}\log_2 9=3+a-\dfrac{1}{2}b$.

Câu 15: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Với các số thực x, y dương bất kì, $y\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2\left(\dfrac{x}{y}\right)=\dfrac{\log_2 x}{\log_2 y}$. **B.** $\log_2(xy)=\log_2 x+\log_2 y$.

C. $\log_2\left(x^2-y\right)=2\log_2 x-\log_2 y$. **D.** $\log_2\left(xy\right)=\log_2 x+\log_2 y$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 16: **(SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)<3$ là:

A. $S=\left(-\infty;10\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;9\right)$. **C.** $S=\left(1;9\right)$. **D.** $S=\left(1;10\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2\left(x-1\right)<3\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\x-1<2^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x<9\end{cases}$.

Câu 17: **(Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x^2+4$.

A. $x=2$. **B.** $M\left(0;4\right)$. **C.** $x=0$. **D.** $M\left(2;0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tạp xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	8	$\searrow$	$-\infty$

Vậy $x=0$.

Câu 18: **(THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{2x-1}>243$.

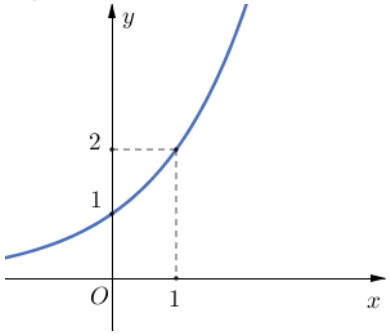
A. $S=\left(-\infty;3\right)$. **B.** $S=\left(3;+\infty\right)$. **C.** $S=\left(2;+\infty\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Cơ số $3>1$ nên bất phương trình $\Leftrightarrow 2x-1>\log_3 243\Leftrightarrow 2x-1>5\Leftrightarrow x>3$.

Câu 19: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào



A. $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=\log_2(2x)$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\frac{1}{2}x+1$.

Câu 20: Hàm số $y=\log_5\left(4x-x^2\right)$ có tập xác định là

A. $D=(0;4)$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$. **D.** $D=(0;+\infty)$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\frac{4x+6}{x}\le 0$ là

A. $S=\left[-2;-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $S=[-2;0)$. **C.** $S=(-\infty;2]$. **D.** $S=\mathbb{R}\setminus\left[-\frac{3}{2};0\right]$.

----------HẾT----------

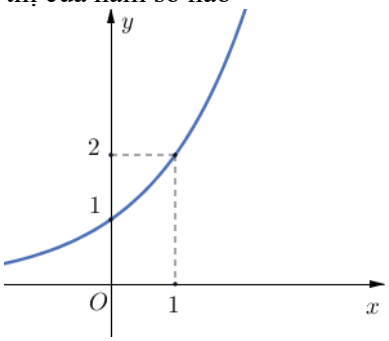
BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	A	C	C	A	D	A	A	C	C	B	B	A	D	B	A	A	C	C	D	B	A	A	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	B	C	C	C	B	C	C	A	A	D	D	D	B	D	B	C	D	C	A		B	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 22: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào



A. $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=\log_2(2x)$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\frac{1}{2}x+1$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;2)$ (loại A, B, D) $\Rightarrow y=2^x$.

Câu 23: Hàm số $y=\log_5\left(4x-x^2\right)$ có tập xác định là

A. $D=(0;4)$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$. **D.** $D=(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $4x-x^2>0\Leftrightarrow 0<x<4$.

Vậy: Tập xác định là $D=(0;4)$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\frac{4x+6}{x}\le 0$ là

A. $S=\left[-2;-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $S=[-2;0)$. **C.** $S=(-\infty;2]$. **D.** $S=\mathbb{R}\setminus\left[-\frac{3}{2};0\right]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\frac{4x+6}{x}>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-\frac{3}{2}\\x>0\end{array}\right.$.

Với điều kiện trên, bất phương trình tương đương $\frac{4x+6}{x}\le 1\Leftrightarrow\frac{3x+6}{x}\le 0\Leftrightarrow -2\le x<0$.

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm $S=\left[-2;-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 25: Tính $\log_{2^{2018}}4-\frac{1}{1009}+\ln e^{2018}$.

A. 2000. **B.** 1009. **C.** 1000. **D.** 2018.

Câu 26: Tính $\log_{2^{2018}} 4-\frac{1}{1009}+\ln \mathrm{e}^{2018}$.

A. 2000. **B.** 1009. **C.** 1000. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{2^{2018}} 4-\frac{1}{1009}+\ln \mathrm{e}^{2018}=\log_{2^{2018}} 2^2-\frac{1}{1009}+2018=\frac{2}{2018}-\frac{1}{1009}+2018=2018$.

Câu 27: Cho a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log\sqrt[3]{a}=\log\frac{1}{3}.\log a$. **B.** $\log\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{\log a}$.

C. $\log\sqrt[3]{a}=\frac{1}{3}\log a$. **D.** $\log\sqrt[3]{a}=a\log\frac{1}{3}$.

Câu 28: Cho a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log\sqrt[3]{a}=\log\frac{1}{3}.\log a$. **B.** $\log\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{\log a}$.

C. $\log\sqrt[3]{a}=\frac{1}{3}\log a$. **D.** $\log\sqrt[3]{a}=a\log\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log\sqrt[3]{a}=\frac{1}{3}\log a$.

Câu 29: Cho a, b là các số thực dương, $a\neq 1$ và $\alpha\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b$. **B.** $\log_a b^{\alpha}=\frac{1}{\alpha}\log_a b$.

C. $\log_a b^{\alpha}=\log_a^{\alpha} b$. **D.** $\log_a b^{\alpha}=(\alpha-1)\log_a b$.

Câu 30: Cho các số thực a, m, n và a dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^{m-n}=a^m-n$. **B.** $a^{m-n}=\frac{a^m}{a^n}$. **C.** $a^{m-n}=a^m-a^n$. **D.** $a^{m-n}=\frac{a^m}{n}$.

Câu 31: Cho a, b là các số thực dương, $a\neq 1$ và $\alpha\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b$. **B.** $\log_a b^{\alpha}=\frac{1}{\alpha}\log_a b$.

C. $\log_a b^{\alpha}=\log_a^{\alpha} b$. **D.** $\log_a b^{\alpha}=(\alpha-1)\log_a b$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức cơ bản của logarit ta có $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b$.

Câu 32: Cho các số thực a, m, n và a dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^{m-n}=a^m-n$. **B.** $a^{m-n}=\frac{a^m}{a^n}$. **C.** $a^{m-n}=a^m-a^n$. **D.** $a^{m-n}=\frac{a^m}{n}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $a^{m-n}=\frac{a^m}{a^n}$.

Câu 33: Xét bất phương trình $5^{2x}-3.5^{x+2}+32<0$. Nếu đặt $t=5^x$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2-3t+32<0$. **B.** $t^2-16t+32<0$. **C.** $t^2-6t+32<0$. **D.** $t^2-75t+32<0$.

Câu 34: Xét bất phương trình $5^{2x}-3.5^{x+2}+32<0$. Nếu đặt $t=5^x$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2-3t+32<0$. **B.** $t^2-16t+32<0$. **C.** $t^2-6t+32<0$. **D.** $t^2-75t+32<0$.

Lời giải

Chọn D

$5^{2x}-3.5^{x+2}+32<0 \Leftrightarrow 5^{2x}-3.5^2.5^x+32<0 \Leftrightarrow 5^{2x}-75.5^x+32<0$.

Nếu đặt $t=5^x>0$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình $t^2-75t+32<0$.

Câu 35: Với $a=\log_{30}3$ và $b=\log_{30}5$, giá trị của $\log_{30}675$ bằng:

A. a^2+b. **B.** a^2b. **C.** $3a+2b$. **D.** $2ab$.

Câu 36: Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

A. $C_{25}^5+C_{16}^5$. **B.** C_{25}^5. **C.** A_{41}^5. **D.** C_{41}^5.

Câu 37: Với $a=\log_{30}3$ và $b=\log_{30}5$, giá trị của $\log_{30}675$ bằng:

A. a^2+b. **B.** a^2b. **C.** $3a+2b$. **D.** $2ab$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{30}675=\log_{30}\left(3^3.5^2\right)=\log_{30}3^3+\log_{30}5^2=3a+2b$.

Câu 38: Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

A. $C_{25}^5+C_{16}^5$. **B.** C_{25}^5. **C.** A_{41}^5. **D.** C_{41}^5.

Lời giải

Chọn D

Chọn 5 học sinh trong lớp có 41 học sinh là số tập con có 5 phần tử chọn trong 41 phần tử nên số cách chọn là C_{41}^5.

Câu 39: Cho a là số thực dương thỏa mãn $a\neq10$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log(10.a)=1+\log a$. **B.** $-\log\left(\frac{10}{a}\right)=\log a-1$

C. $\log\left(10^a\right)=a$. **D.** $\log\left(a^{10}\right)=a$.

Câu 40: Cho a là số thực dương thỏa mãn $a\neq10$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log(10.a)=1+\log a$. **B.** $-\log\left(\frac{10}{a}\right)=\log a-1$

C. $\log\left(10^a\right)=a$. **D.** $\log\left(a^{10}\right)=a$.

Lời giải

Chọn D

$\log\left(a^{10}\right)=10\log a$.

Câu 41: Cho hai số thực a và b, với $a^{-5} > a^{-4}$ và $\log_b\left(\frac{3}{4}\right) < \log_b\left(\frac{4}{5}\right)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a>1;\ b>1$. **B.** $a>1;\ 0<b<1$. **C.** $0<a<1;\ b>1$. **D.** $0<a,b<1$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)=\ln\sqrt{1+\mathrm{e}^x}$. Tính $f'(\ln 2)$

A. 2. **B.** -2. **C.** $0,3$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 43: Cho hai số thực a và b dương khác 1, với $a^{-5} > a^{-4}$ và $\log_b\left(\frac{3}{4}\right) < \log_b\left(\frac{4}{5}\right)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a>1;\ b>1$. **B.** $a>1;\ 0<b<1$. **C.** $0<a<1;\ b>1$. **D.** $0<a,b<1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-5<-4$ mà $a^{-5} > a^{-4}$ nên $0<a<1$.

Tương tự: $\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$ và $\log_b\left(\frac{3}{4}\right) < \log_b\left(\frac{4}{5}\right)$ nên $b>1$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=\ln\sqrt{1+\mathrm{e}^x}$. Tính $f'(\ln 2)$

A. 2. **B.** -2. **C.** $0,3$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Trắc nghiệm

Bấm máy $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln\sqrt{1+\mathrm{e}^x}\right)\Big|_{\ln 2} = 0,333...$ nên chọn D.

Cách 2: Ta có $f'(x)=\frac{\left(\sqrt{1+\mathrm{e}^x}\right)'}{\sqrt{1+\mathrm{e}^x}}=\frac{\frac{\mathrm{e}^x}{2\sqrt{1+\mathrm{e}^x}}}{\sqrt{1+\mathrm{e}^x}}=\frac{\mathrm{e}^x}{2\left(1+\mathrm{e}^x\right)} \Rightarrow f'(\ln 2)=\frac{\mathrm{e}^{\ln 2}}{2\left(1+\mathrm{e}^{\ln 2}\right)}=\frac{1}{3}$.

Hoặc $f(x)=\frac{1}{2}\ln\left(1+\mathrm{e}^x\right)$ nên $f'(x)=\frac{1}{2}\frac{\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}$. Do đó $f'(\ln 2)=\frac{\mathrm{e}^{\ln 2}}{2\left(1+\mathrm{e}^{\ln 2}\right)}=\frac{1}{3}$

Câu 45: Phương trình $\log(x+1)-2=0$ có nghiệm là

A. $x=99$. **B.** $x=1025$. **C.** $x=1023$. **D.** $x=101$.

Câu 46: Phương trình $\log(x+1)-2=0$ có nghiệm là

A. $x=99$. **B.** $x=1025$. **C.** $x=1023$. **D.** $x=101$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $\log(x+1)-2=0 \Leftrightarrow \log(x+1)=2 \Leftrightarrow x+1=100 \Leftrightarrow x=99$.

Câu 47: Cho $0<a,b\neq 1;\ n\in\mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b=\frac{\log a}{\log b}$. **B.** $\log_{\sqrt[n]{a}} b=n\log_a b$. **C.** $\log_{\sqrt[n]{a}} b=\frac{1}{n}\log_a b$. **D.** $\log_a \sqrt[n]{b}=\frac{1}{n}\log_b a$.

Câu 48: Cho $0<a,b\neq 1;\ n\in\mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b = \dfrac{\log a}{\log b}$. **B.** $\log_{\sqrt[n]{a}} b = n\log_a b$. **C.** $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \dfrac{1}{n}\log_a b$. **D.** $\log_a \sqrt[n]{b} = \dfrac{1}{n}\log_b a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có:

$$\log_{\sqrt[n]{a}} b = \log_{a^{\frac{1}{n}}} b = \frac{1}{\frac{1}{n}}\log_a b = n\log_a b.$$

Câu 49: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2\left(1+\sqrt{x}\right)$ là

A. $y' = \dfrac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)\ln 2}$. **B.** $y' = \dfrac{\ln 2}{2\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)}$.

C. $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)\ln 4}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)\ln 2}$.

Câu 50: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2\left(1+\sqrt{x}\right)$ là

A. $y' = \dfrac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)\ln 2}$. **B.** $y' = \dfrac{\ln 2}{2\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)}$.

C. $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)\ln 4}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)\ln 2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$y' = \frac{\left(1+\sqrt{x}\right)'}{\left(1+\sqrt{x}\right)\ln 2} = \frac{0+\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\left(1+\sqrt{x}\right)\ln 2} = \frac{1}{2\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)\ln 2} = \frac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)2\ln 2} = \frac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)\ln 4}.$$

Câu 51: Cho $a > 0$, $a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

A. -3. **B.** $\dfrac{-1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 3.

Câu 52: Phương trình $\log_2(x-1) = 1$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{1}{2}$. **B.** $y = \dfrac{1}{3}$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Câu 53: Cho $a > 0$, $a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

A. -3. **B.** $\dfrac{-1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_{a^3} a = \dfrac{1}{3}\log_a a = \dfrac{1}{3}$.

Câu 54: Phương trình $\log_2(x-1) = 1$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{1}{2}$. **B.** $y = \dfrac{1}{3}$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>1$.

$(1) \Leftrightarrow x-1=2 \Leftrightarrow x=3(\text{tm})$.

Câu 55: Phương trình $\log_3(2x+1)=2$ có nghiệm là

A. $x=5$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$.

Câu 56: Tập nghiệm S của bất phương trình $3^{x-1}>27$ là

A. $S=[4;+\infty)$. **B.** $S=(4;+\infty)$. **C.** $S=(0;4)$. **D.** $S=(-\infty;4)$.

Câu 57: Phương trình $\log_3(2x+1)=2$ có nghiệm là

A. $x=5$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\log_3(2x+1)=2 \Leftrightarrow 2x+1=9 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 58: Tập nghiệm S của bất phương trình $3^{x-1}>27$ là

A. $S=[4;+\infty)$. **B.** $S=(4;+\infty)$. **C.** $S=(0;4)$. **D.** $S=(-\infty;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $3^{x-1}>27 \Leftrightarrow x-1>3 \Leftrightarrow x>4$.

Câu 59: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\log_{\sqrt{3}-1} x$. **C.** $y=\log_{\sqrt{5}-2} x$. **D.** $y=\log_{\sqrt{2}-1} x$.

Câu 60: Cho số dương a khác 1 và các số thực x, y. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $(a^x)^y=a^{xy}$. **B.** $\frac{a^x}{a^y}=a^{\frac{x}{y}}$. **C.** $a^x.a^y=a^{xy}$. **D.** $a^x+a^y=a^{x+y}$.

Câu 61: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\log_{\sqrt{3}-1} x$. **C.** $y=\log_{\sqrt{5}-2} x$. **D.** $y=\log_{\sqrt{2}-1} x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\log_3 x$ có cơ số $a=3>1$ nên đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 62: Cho số dương a khác 1 và các số thực x, y. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $(a^x)^y=a^{xy}$. **B.** $\frac{a^x}{a^y}=a^{\frac{x}{y}}$. **C.** $a^x.a^y=a^{xy}$. **D.** $a^x+a^y=a^{x+y}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 63: Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y,\ \forall x>0,\ y>0$.

B. $\log_a(x.y)=\log_a x+\log_a y,\ \forall x>0,\ y>0$.

C. $\log_a x^2 = \frac{1}{2}\log_a x,\ \forall x > 0$.

D. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}$.

Câu 64: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2x-1)^{\pi}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **B.** $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **C.** $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Câu 65: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. **B.** $\frac{1}{a^{2017}} < \frac{1}{a^{2018}}$. **C.** $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **D.** $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$.

Câu 66: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1} < 5^{x+3}$ là

A. $(-\infty; -5)$. **B.** $(-5; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Câu 67: Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y,\ \forall x > 0,\ y > 0$.

B. $\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y,\ \forall x > 0,\ y > 0$.

C. $\log_a x^2 = \frac{1}{2}\log_a x,\ \forall x > 0$.

D. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_a x^2 = 2\log_a x,\ \forall x > 0$.

Câu 68: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2x-1)^{\pi}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **B.** $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **C.** $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\pi \notin \mathbb{Z}$ nên điều kiện xác định của hàm số là $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 69: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. **B.** $\frac{1}{a^{2017}} < \frac{1}{a^{2018}}$. **C.** $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **D.** $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^{\sqrt{3}}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}} \Leftrightarrow a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{5}}$ luôn đúng với $a > 1$.

Câu 70: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1} < 5^{x+3}$ là

A. $(-\infty;-5)$. **B.** $(-5;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

$\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1} < 5^{x+3} \Leftrightarrow 5^{\frac{x-1}{3}} < 5^{x+3} \Leftrightarrow \frac{x-1}{3} < x+3 \Leftrightarrow x > -5$.

Câu 71: Xét a, b là các số thực thỏa mãn $ab > 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\sqrt[3]{\sqrt{ab}} = \sqrt[6]{ab}$. **B.** $\sqrt[8]{(ab)^8} = ab$. **C.** $\sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{a}.\sqrt[6]{b}$. **D.** $\sqrt[5]{ab} = (ab)^{\frac{1}{5}}$.

Câu 72: Bất phương trình $\log^2 x - 2019\log x + 2018 \le 0$ có tập nghiệm là

A. $S = \left[10;10^{2018}\right]$. **B.** $S = \left[10;10^{2018}\right)$. **C.** $S = [1;2018]$. **D.** $S = \left(10;10^{2018}\right)$.

Câu 73: Xét a, b là các số thực thỏa mãn $ab > 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\sqrt[3]{\sqrt{ab}} = \sqrt[6]{ab}$. **B.** $\sqrt[8]{(ab)^8} = ab$. **C.** $\sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{a}.\sqrt[6]{b}$. **D.** $\sqrt[5]{ab} = (ab)^{\frac{1}{5}}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $ab > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$.

Với $a < 0$, $b < 0$ thì $\sqrt[6]{a}$, $\sqrt[6]{b}$ vô nghĩa. Nên khẳng định $\sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{a}.\sqrt[6]{b}$ là sai.

Câu 74: Bất phương trình $\log^2 x - 2019\log x + 2018 \le 0$ có tập nghiệm là

A. $S = \left[10;10^{2018}\right]$. **B.** $S = \left[10;10^{2018}\right)$. **C.** $S = [1;2018]$. **D.** $S = \left(10;10^{2018}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có $\log^2 x - 2019\log x + 2018 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le \log x \le 2018 \Leftrightarrow 10 \le x \le 10^{2018}$.

Kết hợp với điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[10;10^{2018}\right]$.

Câu 75: Cho a, b, $c > 0$ và $a \ne 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. **B.** $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$. **D.** $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 76: Tập xác định của hàm số $y = (2x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $D = \left[\frac{1}{2};+\infty\right]$. **D.** $D = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 77: Cho a, b, $c > 0$ và $a \ne 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. **B.** $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$. **D.** $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải

Chọn D

Các công thức A, B, C đúng. Công thức D sai.

Câu 78: Tập xác định của hàm số $y=(2x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $D=\left[\frac{1}{2};+\infty\right]$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}\Leftrightarrow x\in\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 79: Cho các số thực dương a,x,y; a khác 1. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\log x=\frac{\log_a x}{\log_a 10}$. **B.** $\log x=\frac{\log_a x}{\log_a \mathrm{e}}$. **C.** $\log x=\frac{\log_a x}{\ln 10}$. **D.** $\log x=\frac{\log_x a}{\log a}$.

Câu 80: Cho các số thực dương a,x,y; a khác 1. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\log x=\frac{\log_a x}{\log_a 10}$. **B.** $\log x=\frac{\log_a x}{\log_a \mathrm{e}}$. **C.** $\log x=\frac{\log_a x}{\ln 10}$. **D.** $\log x=\frac{\log_x a}{\log a}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log x=\frac{\log_a x}{\log_a 10}$.

Câu 81: Hàm số $y=\log_2\left(3x-x^2\right)$ có tập xác định là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $[0;3]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 82: Hàm số $y=\log_2\left(3x-x^2\right)$ có tập xác định là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $[0;3]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện: $3x-x^2>0\Leftrightarrow 0<x<3$.

Vậy: Tập xác định của hàm số là $(0;3)$.

Câu 83: Phương trình $\log_2(x-2)=1$ có nghiệm là

A. $x=4$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 84: Cho **a** là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3(3a)=1+\log_3 a$. **B.** $\log_3(3a)=3+\log_3 a$.

C. $\log_3(3a)=1+a$. **D.** $\log_3(3a)=\log_3 a$.

Câu 85: Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x-3\log_3 x.\log_2 3+2=0$ bằng:

A. 20 **B.** 18. **C.** 6. **D.** 25.

Câu 86: Phương trình $\log_2(x-2)=1$ có nghiệm là

A. $x=4$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

$\log_2(x-2)=1 \Leftrightarrow x-2=2^1 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 87: Cho **a** là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3(3a)=1+\log_3 a$. **B.** $\log_3(3a)=3+\log_3 a$.

C. $\log_3(3a)=1+a$. **D.** $\log_3(3a)=\log_3 a$.

Lời giải

Chọn A

$\log_3(3a)=\log_3 3+\log_3 a=1+\log_3 a$.

Câu 88: Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x-3\log_3 x.\log_2 3+2=0$ bằng:

A. 20 **B.** 18. **C.** 6. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tương đương $\log_2^2 x-3\log_2 x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=4\end{array}\right.$.

Tổng bình phương các nghiệm là: $2^2+4^2=20$.

Câu 89: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log\left(x^2+2x+3\right)$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;-1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=\varnothing$. **D.** $D=(-\infty;-2)\cup(-1;+\infty)$.

Câu 90: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log\left(x^2+2x+3\right)$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;-1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=\varnothing$. **D.** $D=(-\infty;-2)\cup(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$x^2+2x+3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=\log\left(x^2+2x+3\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Câu 91: Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Nếu $0<a<b$ thì $\log_{\frac{e}{2}} a<\log_{\frac{e}{2}} b$. **B.** Nếu $0<a<b$ thì $\log a<\log b$.

C. Nếu $0<a<b$ thì $\ln a<\ln b$. **D.** Nếu $0<a<b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a<\log_{\frac{\pi}{4}} b$.

Câu 92: Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Nếu $0<a<b$ thì $\log_{\frac{e}{2}} a<\log_{\frac{e}{2}} b$. **B.** Nếu $0<a<b$ thì $\log a<\log b$.

C. Nếu $0<a<b$ thì $\ln a<\ln b$. **D.** Nếu $0<a<b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a<\log_{\frac{\pi}{4}} b$.

Lời giải

Chọn D

Nếu $0<a<b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a>\log_{\frac{\pi}{4}} b$ do $\frac{\pi}{4}<1$.

Câu 93: Cho phương trình $9^x+2.3^x-3=0$. Khi đặt $t=3^x$ ta được phương trình nào dưới đây?

A. $t^2+2t-3=0$. **B.** $12^{2x+1}-3=0$. **C.** $2t^2-3=0$. **D.** $t^2+t-3=0$.

Câu 94: Cho phương trình $9^x+2.3^x-3=0$. Khi đặt $t=3^x$ ta được phương trình nào dưới đây?

A. $t^2+2t-3=0$. **B.** $12^{2x+1}-3=0$. **C.** $2t^2-3=0$. **D.** $t^2+t-3=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khi đặt $t=3^x$, phương trình đã cho trở thành $t^2+2t-3=0$.

Câu 95: Cho hàm số $f(x)=\left(2x^2+3x-2\right)^{\frac{3}{2}}$. Khi đó giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt[3]{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $6\sqrt{6}$.

Câu 96: Để biết dung dịch có tính axit, tính bazơ, hay trung tính, người ta dùng độ pH để xác định, biết $\text{pH}=-\log\left[H_3O^+\right]$. Trong đó, pH: là hai chữ đầu của nhóm từ "potential of hydrogen" nghĩa là tiềm lực của hiđrô, $\text{pH}<7$: Dung dịch có tính axít; $\text{pH}>7$: Dung dịch có tính bazơ; $\text{pH}=7$: Dung dịch trung tính. Hỏi nếu dung dịch nước nguyên chất có nồng độ ion hiđrô $\left[H_3O^+\right]=0,0000001$ thì nước nguyên chất có tính chất gì?

A. Trung tính. **B.** Không xác định. **C.** Tính bazơ. **D.** Tính axít.

Câu 97: Cho hàm số $f(x)=\left(2x^2+3x-2\right)^{\frac{3}{2}}$. Khi đó giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt[3]{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $6\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(1)=\left(2.1^2+3.1-2\right)^{\frac{3}{2}}=3^{\frac{3}{2}}=3\sqrt{3}$.

Câu 98: Để biết dung dịch có tính axit, tính bazơ, hay trung tính, người ta dùng độ pH để xác định, biết $\text{pH}=-\log\left[H_3O^+\right]$. Trong đó, pH: là hai chữ đầu của nhóm từ "potential of hydrogen" nghĩa là tiềm lực của hiđrô, $\text{pH}<7$: Dung dịch có tính axít; $\text{pH}>7$: Dung dịch có tính bazơ; $\text{pH}=7$: Dung dịch trung tính. Hỏi nếu dung dịch nước nguyên chất có nồng độ ion hiđrô $\left[H_3O^+\right]=0,0000001$ thì nước nguyên chất có tính chất gì?

A. Trung tính. **B.** Không xác định. **C.** Tính bazơ. **D.** Tính axít.

Lời giải

Chọn A

Do $\text{pH}=-\log\left[H_3O^+\right]=-\log 0,0000001=7$ nên nước nguyên chất trung tính.

Câu 99: Cho hai số thực dương a, b và $a\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a(ab)=\log_a b$. **B.** $\log_a a^b=a^b$. **C.** $a^{\log_a b}=b$. **D.** $\log a=-\log_a 10$.

Câu 100: Cho hai số thực dương a, b và $a\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a(ab)=\log_a b$. **B.** $\log_a a^b=a^b$. **C.** $a^{\log_a b}=b$. **D.** $\log a=-\log_a 10$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào tính chất của logarit, ta có $a^{\log_a b}=b$, với mọi số thực dương a, b và $a\neq 1$.

Câu 101: Cho a và b là các số thực dương bất kì. Chọn khẳng định sai.

A. $\ln ab=\ln a+\ln b$. **B.** $\ln a^2+\ln\sqrt[3]{b}=2\ln a+\frac{1}{3}\ln b$.

C. $\log a-\log b=\log\dfrac{a}{b}$. **D.** $\log(10ab)^2=2+\log a+\log b$.

Câu 102: Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2+4x}>\dfrac{1}{32}$ có tập nghiệm là

A. $S=(-\infty;-5)\cup(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$.

C. $S=(-5;1)$. **D.** $S=(-1;5)$.

Câu 103: Cho a và b là các số thực dương bất kì. Chọn khẳng định sai.

A. $\ln ab=\ln a+\ln b$. **B.** $\ln a^2+\ln\sqrt[3]{b}=2\ln a+\dfrac{1}{3}\ln b$.

C. $\log a-\log b=\log\dfrac{a}{b}$. **D.** $\log(10ab)^2=2+\log a+\log b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log(10ab)^2=2\log(10ab)=2+2\log a+2\log b$.

Câu 104: Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2+4x}>\dfrac{1}{32}$ có tập nghiệm là

A. $S=(-\infty;-5)\cup(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$.

C. $S=(-5;1)$. **D.** $S=(-1;5)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2+4x}>\dfrac{1}{32}\Leftrightarrow x^2+4x<5\Leftrightarrow -5<x<1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-5;1)$.

Câu 105: Cho phương trình $3^{2x+5}=3^{x+2}+2$. Khi đặt $t=3^{x+1}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào trong các phương trình dưới đây

A. $81t^2-3t-2=0$. **B.** $27t^2-3t-2=0$. **C.** $27t^2+3t-2=0$. **D.** $3t^2-t-2=0$.

Câu 106: Cho phương trình $3^{2x+5}=3^{x+2}+2$. Khi đặt $t=3^{x+1}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào trong các phương trình dưới đây

A. $81t^2-3t-2=0$. **B.** $27t^2-3t-2=0$. **C.** $27t^2+3t-2=0$. **D.** $3t^2-t-2=0$.

Lời giải

Chọn B

$3^{2x+5}=3^{x+2}+2\Leftrightarrow 27.3^{2(x+1)}-3.3^{x+1}-2=0$

Đặt $t=3^{x+1}$, $t>0$

Phương trình trở thành $27t^2-3t-2=0$.

Câu 107: Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(10a)=10\log a$. **B.** $\log(10a)=\log a$.

C. $\log(10a)=10+\log a$. **D.** $\log(10a)=1+\log a$.

Câu 108: Phương trình $\log_5(x+5)=2$ có nghiệm là

A. $x=20$. **B.** $x=5$. **C.** $x=27$. **D.** $x=30$.

Câu 109: Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(10a)=10\log a$. **B.** $\log(10a)=\log a$.

C. $\log(10a)=10+\log a$. **D.** $\log(10a)=1+\log a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log(10a)=\log 10+\log a=1+\log a$.

Câu 110: Phương trình $\log_5(x+5)=2$ có nghiệm là

A. $x=20$. **B.** $x=5$. **C.** $x=27$. **D.** $x=30$.

Lời giải

Chọn A

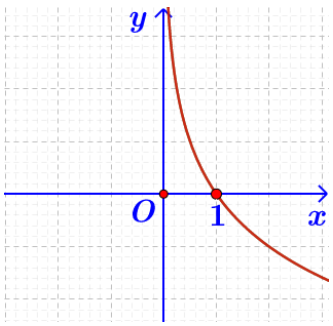
Ta có: $\log_5(x+5)=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x>-5 \\ x+5=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-5 \\ x=20 \quad (n) \end{cases} \Rightarrow S=\{20\}$.

Câu 111: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2\left(x^2+5x-6\right)$

A. $D=(-6;1)$. **B.** $D=(-\infty;-6)\cup[1;+\infty)$.

C. $D=[-6;1]$. **D.** $(-\infty;-6)\cup(1;+\infty)$.

Câu 112: Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số đã cho ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=2^x$. **C.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$.

Câu 113: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2\left(x^2+5x-6\right)$

A. $D=(-6;1)$. **B.** $D=(-\infty;-6)\cup[1;+\infty)$.

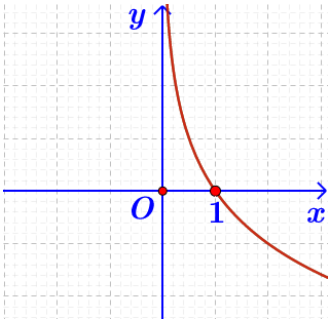
C. $D=[-6;1]$. **D.** $(-\infty;-6)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $x^2+5x-6>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-6 \\ x>1 \end{array}\right.$ $(-\infty;-6)\cup(1;+\infty)$

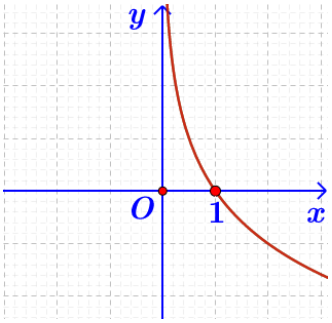
Câu 114: Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số đã cho ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=2^x$. **C.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$.

Lời giải

Chọn D



Hàm số là hàm nghịch biến có đồ thị đi qua điểm $(1;0)$ và nhận trục tung là tiệm cận đứng.

Vậy hàm số đó là $y=\log_{\frac{1}{2}} x$.

Câu 115: Cho a và b là các số thực dương bất kỳ, a khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m=\log_a b \Leftrightarrow a^b=m$. **B.** $m=\log_a b \Leftrightarrow a^m=b$.

C. $m=\log_a b \Leftrightarrow b^m=a$. **D.** $m=\log_a b \Leftrightarrow b^a=m$.

Câu 116: Cho a và b là các số thực dương bất kỳ, a khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m=\log_a b \Leftrightarrow a^b=m$. **B.** $m=\log_a b \Leftrightarrow a^m=b$.

C. $m=\log_a b \Leftrightarrow b^m=a$. **D.** $m=\log_a b \Leftrightarrow b^a=m$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $m=\log_a b \Leftrightarrow a^m=b$.

Câu 117: Cho các số dương a , b , c với $a>1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a b>\log_a c \Leftrightarrow b>c$. **B.** $\log_a b>1 \Leftrightarrow b>a$.

C. $\log_a b<0 \Leftrightarrow b<1$. **D.** $\log_a b>c \Leftrightarrow b<a^c$.

Câu 118: Cho các số dương a , b , c với $a>1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a b>\log_a c \Leftrightarrow b>c$. **B.** $\log_a b>1 \Leftrightarrow b>a$.

C. $\log_a b<0 \Leftrightarrow b<1$. **D.** $\log_a b>c \Leftrightarrow b<a^c$.

Lời giải

Chọn D

$\log_a b>c \Leftrightarrow b>a^c$.

Câu 119: Tập xác định của hàm số $y=\ln\left(1-\sqrt{x+1}\right)$ là:

A. $[-1;0)$. **B.** $[-1;0]$. **C.** $[-1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 120: Tập xác định của hàm số $y=\ln\left(1-\sqrt{x+1}\right)$ là:

A. $[-1;0)$. **B.** $[-1;0]$. **C.** $[-1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $\begin{cases}1-\sqrt{x+1}>0\\ x+1\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x+1}<1\\ x\ge -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+1<1\\ x\ge -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<0\\ x\ge -1\end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $[-1;0)$.

Câu 121: Tìm x để biểu thức $\left(x^2+x+1\right)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa là:

A. $\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** Không tồn tại x. **C.** $\forall x>1$. **D.** $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 122: Tìm x để biểu thức $\left(x^2+x+1\right)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa là:

A. $\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** Không tồn tại x. **C.** $\forall x>1$. **D.** $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

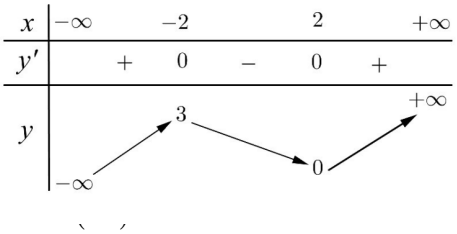
Chọn A

Biểu thức $\left(x^2+x+1\right)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa khi và chỉ khi $x^2+x+1>0$. Điều này đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 123: Cho hàm $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$.

C. $(-2;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.



Câu 124: Với a, b là các số thực dương bất kì, mệnh

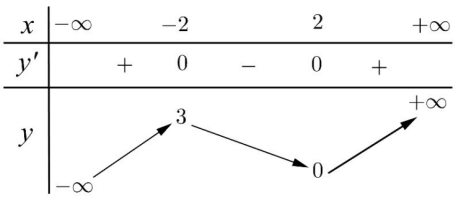
A. $\ln\left(a^b\right)=\dfrac{1}{a}\ln b$.

C. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$. **D.** $\ln\left(a^b\right)=\dfrac{1}{b}\ln a$.

Câu 125: Cho hàm $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$.

C. $(-2;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.



Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 126: Với a, b là các số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\ln\left(a^b\right)=\dfrac{1}{a}\ln b$.

B. $\ln(ab)=\ln a-\ln b$.

C. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

D. $\ln\left(a^b\right)=\dfrac{1}{b}\ln a$.

Lời giải

Chọn C

Câu 127: Cho α là một số dương. Viết $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $a^{\frac{1}{3}}$.

B. $a^{\frac{5}{3}}$.

C. $a^{\frac{7}{6}}$.

D. $a^{\frac{7}{3}}$.

Câu 128: Cho hàm số $y=x^{-\sqrt{2018}}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng về đường tiệm cận của đồ thị hàm số?

A. Không có tiệm cận.

B. Có một tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.

C. Có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

D. Không có tiệm cận ngang và có một tiệm cận đứng.

Câu 129: Cho α là một số dương. Viết $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $a^{\frac{1}{3}}$.

B. $a^{\frac{5}{3}}$.

C. $a^{\frac{7}{6}}$.

D. $a^{\frac{7}{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 130: Cho hàm số $y=x^{-\sqrt{2018}}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng về đường tiệm cận của đồ thị hàm số?

A. Không có tiệm cận.

B. Có một tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.

C. Có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

D. Không có tiệm cận ngang và có một tiệm cận đứng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y=x^{-\sqrt{2018}}=\dfrac{1}{x^{\sqrt{2018}}}$. Do đó $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^{\sqrt{2018}}}=0$ và $\lim\limits_{x\to0^+}y=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x^{\sqrt{2018}}}=+\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

Câu 1: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Với hai số thực dương a,b tùy ý và $\frac{\log_3 5\log_5 a}{1+\log_3 2}-\log_6 b=2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a=b\log_6 2$. **B.** $a=36b$. **C.** $2a+3b=0$. **D.** $a=b\log_6 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{\log_3 5\log_5 a}{1+\log_3 2}-\log_6 b=2\Leftrightarrow\frac{\log_3 a}{\log_3 6}-\log_6 b=2\Leftrightarrow\log_6 a-\log_6 b=2$

$\Leftrightarrow\log_6\frac{a}{b}=2\Leftrightarrow\frac{a}{b}=36\Leftrightarrow a=36b$.

Câu 2: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Cho hai hàm số $f(x)=\log_2 x$, $g(x)=2^x$. Xét các mệnh đề sau:

(I). Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

(II). Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.

(III). Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng 1 điểm.

(IV). Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Các mệnh đề đúng là:

(I). Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

(IV). Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 3: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=\ln^2\left(x^2-2x+4\right)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x)>0$.

A. $x\neq 1$. **B.** $x>0$. **C.** $x>1$. **D.** $\forall x$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=\frac{4x-4}{x^2-2x+4}\ln\left(x^2-2x+4\right)$.

Nhận xét : $\ln\left(x^2-2x+4\right)>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ do $x^2-2x+4>1\ \forall x\in\mathbb{R}$

Do đó $f'(x)>0\Leftrightarrow 4x-4>0\Leftrightarrow x>1$.

Câu 4: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Đặt $\ln 2=a$, $\log_5 4=b$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\ln 100=\frac{ab+2a}{b}$. **B.** $\ln 100=\frac{4ab+2a}{b}$. **C.** $\ln 100=\frac{ab+a}{b}$. **D.** $\ln 100=\frac{2ab+4a}{b}$.

Lời giải

Chọn D

Có $\log_5 4=b\Leftrightarrow\frac{2\ln 2}{\ln 5}=b\Leftrightarrow\ln 5=\frac{2a}{b}$.

Khi đó: $\ln 100 = 2\ln 10 = 2\left(\ln 2 + \ln 5\right) = 2\left(a + \frac{2a}{b}\right) = \frac{2ab + 4a}{b}$.

Câu 5: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Số nghiệm thực của phương trình $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2^x, t > 0$ ta được phương trình $t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \end{array}\right.$

Với $2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ và với $2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_2 3$.

Câu 6: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hàm số $y = \ln\left(e^x + m^2\right)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1) = \frac{1}{2}$.

A. $m = e$. **B.** $m = -e$. **C.** $m = \frac{1}{e}$. **D.** $m = \pm\sqrt{e}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \frac{e^x}{e^x + m^2} \Rightarrow y'(1) = \frac{e}{e + m^2}$.

Khi đó $y'(1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{e}{e + m^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2e = e + m^2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{e}$.

Câu 7: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log\left(x^2 - 2mx + 4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$. **B.** $m = 2$. **C.** $m < 2$. **D.** $-2 < m < 2$.

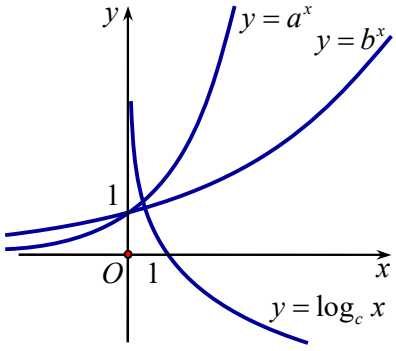
Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x^2 - 2mx + 4 > 0 \quad (*)$

Để $(*)$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $\Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 8: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.

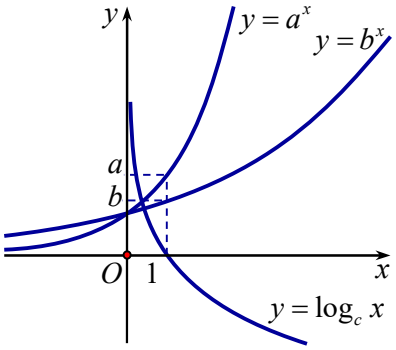


Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < b < c$. **B.** $c < b < a$. **C.** $a < c < b$. **D.** $c < a < b$.

Lời giải

Chọn B



Vì hàm số $y=\log_c x$ nghịch biến nên $0<c<1$, các hàm số $y=a^x, y=b^x$ đồng biến nên $a>1; b>1$ nên c là số nhỏ nhất trong ba số.

Đường thẳng $x=1$ cắt hai hàm số $y=a^x$, $y=b^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là a và b, dễ thấy $a>b$ (hình vẽ). Vậy $c<b<a$

Câu 9: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $2^{\sqrt{2}+1}>2^{\sqrt{3}}$.

B. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019}<\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

C. $\left(\sqrt{2}-1\right)^{2017}>\left(\sqrt{2}-1\right)^{2018}$.

D. $\left(\sqrt{3}-1\right)^{2018}>\left(\sqrt{3}-1\right)^{2017}$.

Lời giải

Chọn D

A đúng vì $2>1$ và $\sqrt{2}+1>\sqrt{3}$ nên $2^{\sqrt{2}+1}>2^{\sqrt{3}}$.

B đúng vì $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)<1$ và $2019>2018$ nên $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019}<\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

C đúng vì $\left(\sqrt{2}-1\right)<1$ và $2017<2018$ nên $\left(\sqrt{2}-1\right)^{2017}>\left(\sqrt{2}-1\right)^{2018}$.

D sai vì $\sqrt{3}-1<1$ và $2017<2018$ nên $\left(\sqrt{3}-1\right)^{2018}<\left(\sqrt{3}-1\right)^{2017}$.

Câu 10: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2-\ln(ex)}$ là.

A. $(1;+\infty)$.

B. $(0;1)$.

C. $(0;e]$.

D. $(1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}ex>0\\2-\ln(ex)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\\ln(ex)\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\1+\ln x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\le e\end{cases}$.

Vậy $0<x\le e$.

Câu 11: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số $y=e^{10x+2017}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=\log_{1,2} x$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. $a^{x+y}=a^x+a^y;\forall a>0, a\ne 1, x, y\in\mathbb{R}$.

D. $\log(a+b)=\log a+\log b;\forall a>0,b>0$.

Lời giải.

Chọn A

B sai vì cơ số $1,2>1$ nên hàm số đồng biến trên TXĐ.

C sai vì $a^{x+y}=a^x.a^y;\forall a>0,a\neq 1,x,y\in\mathbb{R}$.

D sai vì $\log(ab)=\log a+\log b;\forall a>0,b>0$

Câu 12: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{\ln^2 x}{x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào không đúng?

A. Đạo hàm của hàm số là $y'=\dfrac{\ln x(2-\ln x)}{x^2}$.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[1;e^3\right]$ là 0.

C. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

D. Tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Lướt nhanh đáp án ta thấy có hai phương án C và D xung khắc nhau. Do đó chỉ cần kiểm tra tập xác định của hàm số.

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases}x>0\\x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow x>0$.

Vậy khẳng định không đúng là **C.**

Cách khác: dùng máy tính

B1: Nhập hàm số ban đầu.

B2: dùng CALC kiểm tra giá trị của biến khác biệt trong hai phương án. Nếu máy báo lỗi thì khoảng đang xét không thuộc tập xác định.

Chú ý: đa phần các bài toán về tập xác định sẽ áp dụng được cách này, trừ bài có hàm số lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

Câu 13: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho a là một số thực dương khác 1. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

Câu 14: Hàm số $y=\log_a x$ có tập xác định là $D=(0;+\infty)$.

Câu 15: Hàm số $y=\log_a x$ là hàm đơn điệu trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y=\log_a x$ và đồ thị hàm số $y=a^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

Câu 17: Đồ thị hàm số $y=\log_a x$ nhận Ox là một tiệm cận.

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Giải:

Chọn C

Mệnh đề 1 đúng vì: hàm số $y=\log_a x$ xác định khi $x>0$ nên tập xác định là $D=(0;+\infty)$.

Mệnh đề 2 đúng vì: hàm số $y=\log_a x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi $a>1$ và nghịch biến trên $(0;+\infty)$ khi $0<a<1$.

Mệnh đề 3 đúng vì: với mọi $M\left(x_0;\log_a x_o\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\log_a x$, ta có $M'\left(\log_a x_0;x_0\right)$ đối xứng với M qua đường thẳng $y=x$. Thay tọa độ M' vào hàm số $y=a^x$, được $x_0=a^{\log_a x_0}\Leftrightarrow x_0=x_0^{\log_a a}$ (đúng với mọi $x_0>0$).

Mệnh đề 4 sai vì: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\log_a x\right)$ không tồn tại và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\log_a x\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\log_a x$ không có tiệm cận ngang. Mặt khác, $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\log_a x\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\log_a x$ chỉ có một đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$ (hay trục Oy).

Chú ý: Mệnh đề 3 cũng có thể hiểu bằng cách vẽ hai đồ thị hàm số $y=2^x$ và $y=\log_2 x$ trên cùng một hệ trục tọa độ như sau:

Câu 18: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** **Cho** $a>0$, $b>0$ và a khác 1 thỏa mãn $\log_a b=\dfrac{b}{4}$; $\log_2 a=\dfrac{16}{b}$. Tính tổng $a+b$.

A. 16. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2 a=\dfrac{16}{b}\Rightarrow a=2^{\frac{16}{b}}$; $\log_a b=\dfrac{b}{4}\Rightarrow b=a^{\frac{b}{4}}=2^{\frac{16}{b}\left(\frac{b}{4}\right)}=16\Rightarrow a=2^{\frac{16}{16}}=2\Rightarrow a+b=18$

Câu 19: **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $\log x\ge0\Leftrightarrow x\ge1$. **B.** $\log_3 x\le0\Leftrightarrow0<x\le1$.

C. $\log_{\frac{1}{3}} a>\log_{\frac{1}{3}} b\Leftrightarrow a>b>0$ **D.** $\log_{\frac{1}{3}} a=\log_{\frac{1}{3}} b\Leftrightarrow a=b>0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log x\ge0\Leftrightarrow x\le10^0$ nên $x\le1$ là khẳng định đúng.

$\log_3 x\le0\Leftrightarrow0<x\le3^0$ nên $0<x\le1$ là khẳng định đúng.

$\log_{\frac{1}{3}} a>\log_{\frac{1}{3}} b\Leftrightarrow b>a>0$ nên khẳng định C sai.

D đúng do tính đơn điệu của hàm số $y=\log_{\frac{1}{3}} x$

Câu 20: **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho $\log_5 2=m$, $\log_3 5=n$. Tính $A=\log_{25}2000+\log_9 675$ theo m, n.

A. $A=3+2m-n$. **B.** $A=3+2m+n$. **C.** $A=3-2m+n$. **D.** $A=3-2m-n$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A=\log_{25}2000+\log_9 675=\log_{5^2}\left(2^4.5^3\right)+\log_{3^2}\left(5^2.3^3\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left(4\log_5 2+3\right)+\dfrac{1}{2}\left(2\log_3 5+3\right)=\dfrac{1}{2}\left(4m+2n+6\right)$

$=3+2m+n$.

Câu 21: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2-5x+6=0$. Tính giá trị của $A=5^{x_1}+5^{x_2}$.

A. $A=125$. **B.** $A=3125$. **C.** $A=150$. **D.** $A=15625$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x^2-5x+6=0$ có hai nghiệm là $x_1=2;x_2=3$.

Do đó $A=5^{x_1}+5^{x_2}=5^2+5^3=150$.

Câu 22: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{2018} x \le \log_x 2018$ là

A. $0<x\le 2018$. **B.** $\frac{1}{2018}\le x\le 2018$. **C.** $\left[\begin{array}{l}0<x\le\frac{1}{2018}\\1<x\le 2018\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x\le\frac{1}{2018}\\1<x\le 2018\end{array}\right.$.

Lời giải:

Chọn C

Cách 1: Tự luận

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\x\ne 1\end{cases}$.

BPT $\Leftrightarrow \log_{2018} x \le \dfrac{1}{\log_{2018} x}$

Đặt $t=\log_{2018} x\ \ (t\ne 0)$.

BPT trở thành: $t\le\dfrac{1}{t}\Leftrightarrow\dfrac{t^2-1}{t}\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<t\le 1\\t\le -1\end{array}\right.$.

Khi đó: $\left[\begin{array}{l}0<\log_{2018} x\le 1\\\log_{2018} x\le -1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x\le 2018\\0<x\le\dfrac{1}{2018}\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện).

Cách 2: Trắc nghiệm

Nhập $\log_{2018} X-\log_X 2018$ vào máy tính bỏ túi.

CALC $X=\dfrac{1}{2019}$ được giá trị âm, thỏa mãn bất phương trình, loại đáp án **B.**

CALC $X=\dfrac{1}{2017}$ được giá trị dương, không thỏa mãn bất phương trình, loại đáp án **A.**

CALC $X=-1$, được Math error, không thỏa mãn bất phương trình, loại đáp án **D.**

Câu 23: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Cho hàm số $y=x^4+ax^2+b$. Biết rằng đồ thị hàm số nhận điểm $A(-1;4)$ là điểm cực tiểu. Tổng $2a+b$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=4x^3+2ax\Rightarrow y''=12x^2+2a$.

Do đó: $\begin{cases} y'(-1)=0 \\ y''(-1)>0 \\ y(-1)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4-2a=0 \\ 12+2a>0 \\ 1+a+b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ a>-6 \\ b=5 \end{cases}$.

Vậy $2a+b=-4+5=1$.

Câu 24: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x\neq 0 \\ 3 & \text{khi } x=0 \end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $-\dfrac{1}{6}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4x+1}-1}{x(ax+2a+1)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4}{(ax+2a+1)\left(\sqrt{4x+1}+1\right)}=\dfrac{2}{2a+1}$.

Hàm số liên tục tại $x=0 \Leftrightarrow \dfrac{2}{2a+1}=3 \Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{6}$.

Câu 25: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Cho $a>0, b>0$ thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\log(a+b)=\dfrac{3}{2}(\log a+\log b)$. **B.** $2(\log a+\log b)=\log(7ab)$.

C. $3\log(a+b)=\dfrac{1}{2}(\log a+\log b)$. **D.** $\log\dfrac{a+b}{3}=\dfrac{1}{2}(\log a+\log b)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $a^2+b^2=7ab \Leftrightarrow (a+b)^2=9ab \Leftrightarrow 2\log(a+b)=\log(9ab)$

$\Leftrightarrow 2\log(a+b)=2\log 3+\log a+\log b \Leftrightarrow \log(a+b)-\log 3=\dfrac{\log a+\log b}{2}$

$\Leftrightarrow \log\dfrac{a+b}{3}=\dfrac{1}{2}(\log a+\log b)$.

Câu 26: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Với giá trị nào của tham số m, hàm số $y=x^3-3mx^2+(m+2)x-m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$. **B.** $-\dfrac{2}{3}<m<1$. **C.** $-\dfrac{2}{3}\le m\le 1$. **D.** $\dfrac{2}{3}<m<1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-6mx+m+2$. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$y'\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'=9m^2-3(m+2)\le 0 \Leftrightarrow -\dfrac{2}{3}\le m\le 1$.

Câu 27: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-2x^2+3x+\dfrac{2}{3}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(-1;2)$. **B.** $\left(3;\frac{2}{3}\right)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=x^2-4x+3$. Xét $y'=0\Rightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=2\\x=3\Rightarrow y=\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	$\frac{2}{3}$	↗	$+\infty$

Vậy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;2)$.

Cách khác: Ta có: $y''=2x-4\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}y''(1)=-2<0\\y''(3)=2>0\end{array}\right.\Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

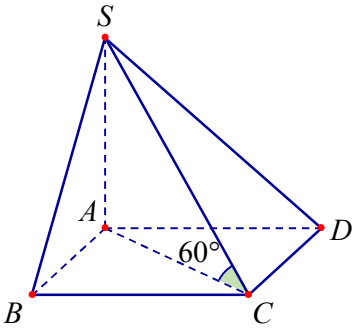
Vậy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;2)$.

Câu 28: **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông cạnh a. Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, có cạnh SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Thể tích hình chóp đã cho bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{5}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có ngay $SA\perp(ABCD)\Rightarrow\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SAC}\right)\Rightarrow\widehat{SAC}=60°$

$\Rightarrow\tan 60°=\frac{SA}{AC}=\sqrt{3}\Rightarrow SA=AC\sqrt{3}=a\sqrt{3}\Rightarrow V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{6}a^2=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 29: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>3^{x+1}$ là:

A. $\varnothing$. **B.** $\left(-\infty;\log_{\frac{2}{3}}3\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_2 3\right]$. **D.** $\left(\log_{\frac{2}{3}}3;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: $2^x>3^{x+1}\Leftrightarrow x>\log_2\left(3^{x+1}\right)\Leftrightarrow x>(x+1)\log_2 3\Leftrightarrow x(1-\log_2 3)>\log_2 3$

$\Leftrightarrow x\log_2\frac{2}{3}>\log_2 3\Leftrightarrow x<\frac{\log_2 3}{\log_2\frac{2}{3}}\Leftrightarrow x<\log_{\frac{2}{3}}3.$

Cách 2: $2^x>3^{x+1}\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^x>3\Leftrightarrow x<\log_{\frac{2}{3}}3.$

Câu 30: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{9x^2-17x+11}\geq\left(\frac{1}{2}\right)^{7-5x}$ là

A. $x=\frac{2}{3}$. **B.** $x>\frac{2}{3}$. **C.** $x\neq\frac{2}{3}$. **D.** $x\leq\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$\left(\frac{1}{2}\right)^{9x^2-17x+11}\geq\left(\frac{1}{2}\right)^{7-5x}\Leftrightarrow 9x^2-17x+11\leq 7-5x\Leftrightarrow 9x^2-12x+4\leq 0\Leftrightarrow\left(x-\frac{2}{3}\right)^2\leq 0\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}.$

Câu 31: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-5x+6}=1$ là:

A. $\{-6;-1\}$. **B.** $\{2;3\}$. **C.** $\{1;6\}$. **D.** $\{1;2\}$.

Lời giải

Chọn B

$2^{x^2-5x+6}=1\Leftrightarrow x^2-5x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm là $S=\{2;3\}$.

Câu 32: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Hệ phương trình $\begin{cases}x+y=6\\\log_2 x+\log_2 y=3\end{cases}$ có nghiệm là:

A. $(1;5)$ và $(5;1)$. **B.** $(2;4)$ và $(5;1)$. **C.** $(4;2)$ và $(2;4)$. **D.** $(3;3)$ và $(4;2)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}x>0\\y>0\end{cases}$.

Ta có $\begin{cases}x+y=6\\\log_2 x+\log_2 y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=6\\\log_2(xy)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=6\\xy=8\end{cases}$.

Suy ra x, y là hai nghiệm dương (nếu có) của phương trình $X^2-6X+8=0\Leftrightarrow X=2$, $X=4$.

Vậy hệ đã cho có hai nghiệm là $\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases},\begin{cases}x=4\\y=2\end{cases}$.

Câu 33: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Phương trình $9^{x+1}-13.6^x+4^{x+1}=0$ có 2 nghiệm x_1, x_2. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Phương trình có 2 nghiệm nguyên. **B.** Phương trình có 2 nghiệm vô tỉ.

C. Phương trình có 1 nghiệm dương. **D.** Phương trình có 2 nghiệm dương.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $9^{x+1}-13.6^x+4^{x+1}=0 \Leftrightarrow 9.9^x-13.6^x+4.4^x=0 \Leftrightarrow 9.\dfrac{9^x}{4^x}-13.\dfrac{6^x}{4^x}+4=0$

$\Leftrightarrow 9.\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x}-13.\left(\dfrac{3}{2}\right)^x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{3}{2}\right)^x=1\\ \left(\dfrac{3}{2}\right)^x=\dfrac{4}{9}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Câu 34: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1)\le\log_2(5-x)+1$ là

A. $(1;5)$. **B.** $(1;3]$. **C.** $[1;3]$. **D.** $[3;5]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}x-1>0\\5-x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>1\\x<5\end{cases} \Leftrightarrow 1<x<5$.

Bất phương trình $\Rightarrow \log_2(x-1)^2\le\log_2\left[2(5-x)\right] \Rightarrow (x-1)^2\le 10-2x$

$\Leftrightarrow x^2\le 9 \Leftrightarrow -3\le x\le 3$.

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(1;3]$.

Câu 35: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Cho các số thực x, y thỏa mãn $2^x=3$, $3^y=4$. Tính giá trị biểu thức $P=8^x+9^y$.

A. 43. **B.** 17. **C.** 24. **D.** $\log_2^3 3+\log_3^2 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P=8^x+9^y=\left(2^x\right)^3+\left(3^y\right)^2$ mà $2^x=3, 3^y=4$.

Suy ra: $P=\left(2^x\right)^3+\left(3^y\right)^2=3^3+4^2=43$.

Câu 36: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Tính tổng của tất cả các nghiệm thực của phương trình $\left(3^x-9\right)^3+\left(9^x-3\right)^3=\left(9^x+3^x-12\right)^3$.

A. 3. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** 4. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}a=3^x-9\\b=9^x-3\end{cases}$.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow a^3+b^3=(a+b)^3 \Leftrightarrow 3ab(a+b)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=0\\b=0\\a+b=0\end{array}\right.$.

- $a=0 \Leftrightarrow x=2$.
- $b=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$.

- $a+b=0 \Leftrightarrow 9^x+3^x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x=3 \\ 3^x=-4\ (VN) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=1$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình là $\frac{7}{2}$.

Câu 37: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Biết $\log\left(xy^3\right)=\log\left(x^2y\right)=1$. Tính $\log\left(xy\right)$.

A. $\log\left(xy\right)=\frac{1}{2}$. **B.** $\log\left(xy\right)=\frac{3}{5}$. **C.** $\log\left(xy\right)=1$. **D.** $\log\left(xy\right)=\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases}\log\left(xy^3\right)=1\\ \log\left(x^2y\right)=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}xy^3=10\\ x^2y=10\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=\sqrt[5]{10^2}\\ y=\frac{10}{\sqrt[5]{10^4}}\end{cases} \Rightarrow \log\left(xy\right)=\log\left(\frac{10}{\sqrt[5]{10^2}}\right)=\frac{3}{5}$.

Câu 38: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Đặt $t=\log_4\left(\frac{x}{2}\right)$ thì $x^{\log_2\sqrt{6}}$ bằng:

A. $6^{t\sqrt{6}}$. **B.** $6^t.\sqrt{6}$.

C. $4^{\sqrt{6}t}$. **D.** $2^{1+\sqrt{6}t}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $t=\log_4\left(\frac{x}{2}\right) \Leftrightarrow 2t=\log_2\left(\frac{x}{2}\right) \Leftrightarrow \log_2 x=2t-1$.

Mặt khác, $x^{\log_2\sqrt{6}}=\sqrt{6}^{\log_2 x}=\sqrt{6}^{2t+1}=6^t.\sqrt{6}$.

Câu 39: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x^2-2x}{x-1}$. **C.** $y=x^2\left(x^2+1\right)$. **D.** $y=x\left(x^2-x+3\right)$.

Lời giải

Chọn D

- Xét $y=\frac{x-2}{x+1}$:
  - ✓ TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
  - ✓ $y'=\frac{3}{\left(x+1\right)^2}>0, \forall x\in D$, suy ra hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\left(-\infty;-1\right)$, $\left(-1;+\infty\right)$. Loại **A.**
- Xét $y=\frac{x^2-2x}{x-1}$:
  - ✓ TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
  - ✓ $y'=\frac{x^2-2x+2}{\left(x-1\right)^2}>0, \forall x\in D$, suy ra hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\left(-\infty;1\right)$, $\left(1;+\infty\right)$. Loại **B.**
- Xét $y=x^2\left(x^2+1\right)=x^4+x^2$:

✓ TXĐ $D=\mathbb{R}$.

✓ $y'=4x^3+2x$, $y'=0\Leftrightarrow 4x^3+2x=0\Leftrightarrow 2x\left(2x^2+1\right)=0\Leftrightarrow x=0$, suy ra hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$. Loại **C.**

- Xét $y=x\left(x^2-x+3\right)=x^3-x^2+3x$

✓ TXĐ $D=\mathbb{R}$.

✓ $y'=3x^2-2x+3>0, \forall x\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

✍ Chú ý: Có thể loại ngay A, B vì tập xác định không phải là $\mathbb{R}$.

Câu 40: (Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018) Tìm tích số của tất cả các nghiệm thực của phương trình $7^{x^2-x+\frac{3}{2}}=49\sqrt{7}$

A. -1. **B.** 1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$7^{x^2-x+\frac{3}{2}}=49\sqrt{7}\Leftrightarrow 7^{x^2-x+\frac{3}{2}}=7^{\frac{5}{2}}\Leftrightarrow x^2-x+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}\Leftrightarrow x^2-x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\\x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

Khi đó tích các nghiệm là: $\frac{1-\sqrt{5}}{2}.\frac{1+\sqrt{5}}{2}=-1$.

Câu 41: (Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018) Cho $m>0$, $a=m\sqrt{m}$, $y=\frac{\sqrt[3]{m}}{a^2.\sqrt[4]{m}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y=\frac{1}{\sqrt[18]{a^{35}}}$. **B.** $y=\frac{1}{a^2}$. **C.** $y=\frac{1}{\sqrt[9]{a^{34}}}$. **D.** $y=\frac{1}{\sqrt[6]{a^{11}}}$.

Lời giải

Chọn A

$a=m\sqrt{m}=m^{\frac{3}{2}}\Rightarrow a^{\frac{1}{18}}=m^{\frac{3}{2}.\frac{1}{18}}=m^{\frac{1}{12}}$, $y=\frac{\sqrt[3]{m}}{a^2.\sqrt[4]{m}}=\frac{m^{\frac{1}{13}}}{a^2.m^{\frac{1}{4}}}=\frac{m^{\frac{1}{12}}}{a^2}=\frac{a^{\frac{1}{18}}}{a^2}=\frac{1}{\sqrt[18]{a^{35}}}$.

Câu 42: (Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018) Đạo hàm của hàm số $y=\log_{3x}(5x+2)$ là

A. $y'=\frac{1}{(5x+2)\ln(3x)}$. **B.** $y'=\frac{1}{(5x+2)\ln(2x)}$.

C. $y'=\frac{5x\ln(3x)-(5x+2)\ln(5x+2)}{x(5x+2)\left[\ln(3x)\right]^2}$. **D.** $y'=\frac{5x\ln(3x)-(5x+2)\ln(5x+2)}{x(5x+2)^2\left[\ln(3x)\right]^2}$.

Lời giải

Chọn C

$y=\log_{3x}(5x+2)=\frac{\ln(5x+2)}{\ln(3x)}$.

$$y' = \frac{\frac{5}{5x+2}\ln(3x) - \frac{3}{3x}\ln(5x+2)}{\left[\ln(3x)\right]^2} = \frac{5x\ln(3x) - (5x+2)\ln(5x+2)}{x(5x+2)\left[\ln(3x)\right]^2}.$$

Câu 43: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho a dương, khác 1. Tìm giá trị của $P = a^{\log_{a\sqrt{a}} 27}$

A. 9. **B.** 27. **C.** 3. **D.** 3^9.

Lời giải

Chọn A

$$P = a^{\log_{a\sqrt{a}} 27} = a^{\log_{a^{3/2}} 3^3} = a^{\frac{3.2}{3}\log_a 3} = \left(a^{\log_a 3}\right)^2 = 3^2 = 9.$$

Câu 44: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x-9) > \log_{\frac{1}{2}}(x+10)$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện của bất phương trình là $x > \frac{9}{4}$.

Khi đó bất phương trình đã cho thành $4x-9 < x+10 \Leftrightarrow x < \frac{19}{3}$. (Do $a = \frac{1}{2} < 1$).

So điều kiện ta được $\frac{9}{4} < x < \frac{19}{3}$.

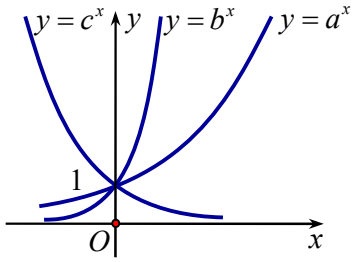
Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{3, 4, 5, 6\}$.

Câu 45: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình bên. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $1 < c < a < b$. **B.** $c < a < b < 1$. **C.** $c < 1 < b < a$. **D.** $c < 1 < a < b$.

Lời giải

Chọn **D**



Đồ thị hàm số $y = c^x$ đi xuống lên hàm số $y = c^x$ nghịch biến, suy ra $0 < c < 1$.

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ đi lên do đó hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ đồng biến, suy ra $a > 1$ và $b > 1$.

Với $x = 1$ ta thấy $b > a$. Suy ra $c < 1 < a < b$. Do đó đáp án đúng là **D.**

Câu 46: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Nhà toán học người Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra số Fermat $F_n = 2^{2^n} + 1$ với n là số nguyên không âm. Fermat dự đoán là

F_n là số nguyên tố $\forall n \in \mathbb{N}$ nhưng Euler đã chứng minh được F_5 là hợp số. Hãy tìm số chữ số khi viết số F_{17} trong hệ thập phân.

A. 39457. **B.** 39458. **C.** 29373. **D.** 29374.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F_{17} = 2^{2^{17}} + 1 \Rightarrow \log(F_{17}) = \log\left(2^{2^{17}} + 1\right)$.

Do $\log\left(2^{2^{17}}\right) < \log\left(2^{2^{17}} + 1\right) < \log\left(2^{2^{17}}.2\right) \Rightarrow 39456,60 < \log\left(2^{2^{17}} + 1\right) < 39456,91$

$\Rightarrow \left[\log\left(2^{2^{17}} + 1\right)\right] = 39456$.

Vậy số $F_{17} = 2^{2^{17}} + 1$ có 39457 chữ số.

Câu 47: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Nếu $\log_8 3 = a$ và $\log_3 5 = b$ thì $\log 5$ bằng.

A. $\frac{3a+b}{5}$. **B.** $a^2 + b^2$. **C.** $\frac{1+3ab}{a+b}$. **D.** $\frac{3ab}{1+3ab}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_8 3.\log_3 5 = \log_8 5 \Leftrightarrow \log_8 5 = ab$.

$$\log 5 = \frac{\log_8 5}{\log_8 10} = \frac{\log_8 5}{\log_8 2 + \log_8 5} = \frac{ab}{\frac{1}{3} + ab} = \frac{3ab}{1+3ab}.$$

Câu 48: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \frac{e^x}{x}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $y' + xy'' = e^x, \forall x \neq 0$. **B.** $y' + xy'' = -e^x, \forall x \neq 0$.

C. $2y' + xy'' = e^x, \forall x \neq 0$. **D.** $2y' + xy'' = -e^x, \forall x \neq 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \frac{e^x.x - e^x}{x^2}$; $y'' = \frac{\left(e^x + xe^x - e^x\right)x^2 - 2x\left(xe^x - e^x\right)}{x^4} = \frac{x^2e^x - 2xe^x + 2e^x}{x^3}$

$2y' + xy'' = \frac{2xe^x - 2e^x}{x^2} + \frac{x^2e^x - 2xe^x + 2e^x}{x^2} = e^x$.

Câu 49: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho a, b và x là các số thực dương khác 1.

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau: $\left(\log_a x\right)^2 + \left(\log_b x\right)^2 = \frac{13}{6}\log_a x.\log_b x$

A. khi và chỉ khi $a^2 = b^3$. **B.** khi và chỉ khi $b^2 = a^3$.

C. khi và chỉ khi $x = ab$. **D.** khi và chỉ khi $a^5 + b^5 = a^2b^2\left(1 + ab\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(\log_a x\right)^2 + \left(\log_b x\right)^2 = \frac{13}{6}\log_a x.\log_b x \Leftrightarrow \left(\frac{\log_a x}{\log_b x}\right)^2 + 1 = \frac{13}{6}.\frac{\log_a x}{\log_b x}$

$$\Leftrightarrow \left(\log_b a\right)^2 - \frac{13}{6}\log_b a + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_b a = \frac{2}{3} \\ \log_b a = \frac{3}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^3 = b^2 \\ a^2 = b^3 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left(a^3 - b^2\right)\left(a^2 - b^3\right) = 0 \Leftrightarrow a^5 + b^5 = a^2b^2\left(ab + 1\right)$$

Câu 50: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Cho phương trình $3^x = m + 1$. Chọn phát biểu đúng:

A. Phương trình có nghiệm dương nếu $m > 0$.

B. Phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

C. Phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_3\left(m + 1\right)$.

D. Phương trình có nghiệm với $m \geq -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^x > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên $3^x = m + 1$ có nghiệm $\Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Từ đó ta loại được đáp án B và **D.**

Xét đáp án A, phương trình có nghiệm dương thì $3^x > 3^0 = 1$ nên $m + 1 > 1 \Leftrightarrow m > 0$.

Từ đó đáp án A đúng.

Xét đáp án C, ta thấy sai vì ở đây thiếu điều kiện $m > -1$.

Câu 51: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Số nghiệm của phương trình $3^x - 3^{1-x} = 2$ là:

A. 3 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^x - 3^{1-x} = 2 \Leftrightarrow 3^x - \frac{3}{3^x} = 2 \Leftrightarrow 3^{2x} - 2.3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = -1\ (vn) \\ 3^x = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy phương trình có một nghiệm.

Câu 52: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Tích các nghiệm của phương trình $\log_x\left(125x\right)\log_{25}^2 x = 1$ bằng

A. $\frac{7}{25}$. **B.** $\frac{630}{625}$. **C.** $\frac{1}{125}$. **D.** 630 .

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $0 < x \neq 1$, ta có:

$$\log_x\left(125x\right)\log_{25}^2 x = 1 \Leftrightarrow \log_{25}^2 x + \log_{25}^2 x.\log_x 125 = 1 \Leftrightarrow \log_{25}^2 x + \frac{3}{2}\log_{25} x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_{25} x = \frac{1}{2} \\ \log_{25} x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = \frac{1}{25^2} \end{array}\right. .$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là: $\frac{1}{125}$.

Câu 53: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Phương trình $9^x-3.3^x+2=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1<x_2$. Giá trị của $2x_1+3x_2$ là:

A. $3\log_3 2$. **B.** 1. **C.** $4\log_3 2$. **D.** $2\log_2 3$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=3^x,(t>0)$. Ta được phương trình $t^2-3t+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2(n)\\t=1(n)\end{array}\right.$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l}3^x=2\\3^x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\log_3 2\\x=0\end{array}\right.$. Với $x_1<x_2$ nên $x_1=0$ và $x_2=\log_3 2$.

Suy ra $2x_1+3x_2=3\log_3 2$.

Câu 54: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Phương trình $\log_x 2+\log_2 x=\dfrac{5}{2}$

A. Có hai nghiệm dương. **B.** Vô nghiệm.

C. Có một nghiệm âm. **D.** Có một nghiệm âm và một nghiệm dương.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $0<x\neq 1$.

$$\log_x 2+\log_2 x=\frac{5}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{\log_2 x}+\log_2 x-\frac{5}{2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=2\\\log_2 x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm dương.

Câu 55: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho $\log_a x=-1$ và $\log_a y=4$. Tính $P=\log_a\left(x^2y^3\right)$.

A. $P=3$. **B.** $P=10$. **C.** $P=-14$. **D.** $P=65$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có $\log_a x=-1\Leftrightarrow x=a^{-1}$ và $\log_a y=4\Leftrightarrow y=a^4$.

Suy ra $P=\log_a\left(x^2y^3\right)=\log_a\left(\left(a^2\right)^{-1}.\left(a^4\right)^3\right)=\log_a\left(a^{-2}.a^{12}\right)=\log_a a^{10}=10$.

Cách 2: $P=\log_a\left(x^2y^3\right)=\log_a x^2+\log_a y^3=2\log_a x+3\log_a y=-2+12=10$.

Câu 56: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log x<1\Leftrightarrow 0<x<10$. **B.** $\ln x\geq 0\Leftrightarrow x\geq 1$.

C. $\log_4 x^2>\log_2 y\Leftrightarrow x>y>0$. **D.** $\log_{\frac{1}{\pi}} x<\log_{\frac{1}{\pi}} y\Leftrightarrow x>y>0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_4 x^2>\log_2 y\Leftrightarrow\log_2|x|>\log_2 y\Leftrightarrow|x|>y>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>y>0\\x<-y<0\end{array}\right.$.

Từ đó suy ra C sai.

Câu 57: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Tìm nghiệm của phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$.

A. $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} + 2.2^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 1 \\ 2^x = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 58: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$, với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{2}{9}}$. **B.** $P = x^{\frac{1}{9}}$. **C.** $P = \sqrt{x}$. **D.** $P = x^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P = x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Câu 59: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2;-2)$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 4$. **B.** $a + b = 2$. **C.** $a + b = -4$. **D.** $a + b = -2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ -4 + 4a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$.

Câu 60: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Với hai số thực dương a, b tùy ý và $\dfrac{\log_3 5.\log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a = b\log_6 2$. **B.** $a = b\log_6 3$. **C.** $a = 36b$. **D.** $2a + 3b = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\dfrac{\log_3 5.\log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \dfrac{\log_3 a}{\log_3 6} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \log_6 a - \log_6 b = 2$

$\Leftrightarrow \log_6 \dfrac{a}{b} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{a}{b} = 36 \Leftrightarrow a = 36b$.

Câu 61: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho hàm số $y = f(x) = \ln(e^x + m)$ có $f'(-\ln 2) = \dfrac{3}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (1;3)$. **B.** $m \in (0;1)$. **C.** $m \in (-2;0)$. **D.** $m \in (-5;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = \dfrac{e^x}{e^x + m}$.

Lại có: $f'(-\ln 2)=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{e^{-\ln 2}}{e^{-\ln 2}+m}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+m}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow m=-\frac{1}{6}\Rightarrow m\in(-2;0)$.

Câu 62: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+1$ có bao nhiêu tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y=-\frac{1}{2}x-\frac{7}{3}$

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=x^2-x$.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y=-\frac{1}{2}x-\frac{7}{3}$.

Ta có $f'(x_0).\left(-\frac{1}{2}\right)=-1\Leftrightarrow f'(x_0)=2\Leftrightarrow {x_0}^2-x=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-1\\x_0=2\end{array}\right.$.

Vậy có hai tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y=-\frac{1}{2}x-\frac{7}{3}$.

Câu 63: **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Biết $a=\log_{27}5$, $b=\log_8 7$, $c=\log_2 3$. Giá trị của $\log_{12}35$ bằng

A. $\frac{3b+2ac}{c+1}$. **B.** $\frac{3(b+ac)}{c+2}$. **C.** $\frac{3(b+ac)}{c+1}$. **D.** $\frac{3b+2ac}{c+2}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: PP tự luận.

Ta có $\log_{12}35=\frac{\log_2 35}{\log_2 12}=\frac{\log_2 7+\log_2 5}{2+\log_2 3}=\frac{\log_2 7+\log_2 3.\log_3 5}{2+\log_2 3}$

Mặt khác: $a=\log_{27}5\Leftrightarrow a=\frac{1}{3}\log_3 5\Leftrightarrow\log_3 5=3a$

Và $b=\log_8 7\Leftrightarrow b=\frac{1}{3}\log_2 7\Leftrightarrow\log_2 7=3b$

Suy ra: $\log_{12}35=\frac{3b+c.3a}{c+2}=\frac{3(b+ac)}{c+2}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay.

Bước 1: Nhập $\log_{27}5\xrightarrow[sto]{shift}A$, $\log_8 7\xrightarrow[sto]{shift}B$, $\log_2 3\xrightarrow[sto]{shift}C$

Bươc 2: Nhập $\log_{12}35-\frac{3B+2AC}{C+1}$ sau đó bấm "=". Kết quả bằng 0 thì nhận. Kết quả khác 0 thì sửa biểu thức thứ 2 trong từng đáp án đến khi n

Câu 64: **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $f(x)=(2x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để hàm số có nghĩa là $2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 65: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho $0<a\neq 1$. Tính giá trị của $M=\log_{a\sqrt{a}}\left(a\sqrt{a\sqrt{a}}\right)$.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{6}{7}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn D

$$M=\log_{a\sqrt{a}}\left(a\sqrt{a\sqrt{a}}\right)=\log_{a^{\frac{3}{2}}}a^{\frac{7}{4}}=\frac{\frac{7}{4}}{\frac{3}{2}}=\frac{7}{6}$$

Câu 66: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho $a,b>0$ và $a\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây không luôn đúng

A. $\log_a b=\log_a 10.\log b$. **B.** $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b$.

C. $\log_{a^{\alpha}} b=\frac{1}{\alpha}\log_a b$. **D.** $\log_a b=\frac{\log b}{\log a}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\log_{a^{\alpha}} b=\frac{1}{\alpha}\log_a b$ khi $\alpha\neq 0$

Câu 67: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho $\log_a b=\sqrt{2}$. Giá trị của $M=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\sqrt{\frac{b}{a}}$ là

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $1-\sqrt{2}$. **D.** $1+\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ $\log_a b=\sqrt{2}\Leftrightarrow b=a^{\sqrt{2}}$ thay vào ta được

Câu 68: $M=\log_{\frac{\sqrt{a^{\sqrt{2}}}}{a}}\sqrt{\frac{a^{\sqrt{2}}}{a}}=\log_{a^{\frac{\sqrt{2}}{2}-1}}a^{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}=\frac{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}-1}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 69: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x}+2^{x^2-x-2}=4^{x^2-x-1}+1$. Số phần tử của tập S là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Xét phương trình: $2^{x^2-x}+2^{x^2-x-2}=4^{x^2-x-1}+1\Leftrightarrow 2^{x^2-x}+\frac{2^{x^2-x}}{4}=4^{x^2-x-1}+1$

$\Leftrightarrow 4.2^{x^2-x}+2^{x^2-x}=4.4^{x^2-x-1}+4\Leftrightarrow 5.2^{x^2-x}=2^{2\left(x^2-x\right)}+4$

$\Leftrightarrow 2^{2\left(x^2-x\right)}-5.2^{x^2-x}+4=0$. Đặt $t=2^{x^2-x}$, $t>0$

Phương trình trở thành: $t^2-5t+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=4\end{array}\right.$

Với $t=1\Rightarrow 2^{x^2-x}=1\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Với $t=4\Rightarrow 2^{x^2-x}=2^2\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S=\{-1;0;1;2\}$ có 4 phần tử.

Câu 70: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{x+2}{9^x}$

A. $y'=\frac{1+2\left(x+2\right)\ln 3}{3^{2x}}$. **B.** $y'=\frac{1-2\left(x+2\right)\ln 3}{3^{2x}}$.

C. $y'=\frac{1+\left(x+2\right)\ln 3}{3^{2x}}$. **D.** $y'=\frac{1-\left(x+2\right)\ln 3}{3^{2x}}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\left(\frac{x+2}{9^x}\right)'=\frac{\left(x+2\right)'.9^x-\left(9^x\right)'\left(x+2\right)}{9^{2x}}=\frac{9^x-9^x\ln 9\left(x+2\right)}{9^{2x}}$

$y'=\frac{9^x-9^x\ln 9\left(x+2\right)}{9^{2x}}=\frac{1-2\left(x+2\right)\ln 3}{3^{2x}}$.

Câu 71: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Tìm tập xác định S của hàm số $y=\log_x\left(\frac{2x}{3-x}\right)$ là

A. $S=\left(0;3\right)\setminus\{1\}$. **B.** $S=\left(0;3\right)$. **C.** $S=\left(1;3\right)$. **D.** $S=\left(0;1\right)$

Lời giải

Chọn A

Đk: $\left\{\begin{array}{l}0<x\neq 1\\\frac{2x}{3-x}>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}0<x\neq 1\\3-x>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}0<x\neq 1\\x<3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}0<x<3\\x\neq 1\end{array}\right.$

Vậy $S=\left(0;3\right)\setminus\{1\}$.

Câu 72: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3)<\log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$ có tập nghiệm là $(a;b)$. Tính giá trị của $S=a+b$.

A. $S=\frac{7}{2}$. **B.** $S=\frac{9}{2}$. **C.** $S=\frac{11}{2}$. **D.** $S=\frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_{\frac{1}{2}}(2x-3)<\log_{\frac{1}{2}}(5-2x)\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3>5-2x\\5-2x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>2\\x<\frac{5}{2}\end{cases}$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(2;\frac{5}{2}\right)=(a;b)$.

Vậy $a+b=\frac{9}{2}$.

Câu 73: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Rút gọn biểu thức $K=\left(\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)$.

A. x^2+1. **B.** x^2-1. **C.** x^2-x+1. **D.** x^2+x+1.

Lời giải

Chọn D

$K=\left[\left(\sqrt{x}+1\right)^2-\sqrt{x}\right]\left(x-\sqrt{x}+1\right)=\left(x+\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)=\left[(x+1)^2-x\right]=x^2+x+1$.

Câu 74: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[3]{x^2\sqrt{x^3}}$, $(x>0)$.

A. $y'=\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$. **B.** $y'=\frac{7}{6}\sqrt[6]{x}$. **C.** $y'=\frac{6}{7\sqrt[7]{x}}$. **D.** $y'=\sqrt[9]{x}$.

Lời giải

Chọn B

Với $x>0$, ta có: $y=\left(x^{\frac{3}{2}+2}\right)^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{7}{6}}\Rightarrow y'=\frac{7}{6}.x^{\frac{1}{6}}=\frac{7}{6}\sqrt[6]{x}$.

Câu 75: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\ln\left(x^2-3x\right)$. Tập nghiệm S của phương trình $f'(x)=0$ là:

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

C. $S=\{0;3\}$. **D.** $S=(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2-3x>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\x>3\end{array}\right.$

Ta có $f'(x)=\frac{2x-3}{x^2-3x}$,

Do đó $f'(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{2x-3}{x^2-3x}=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ (loại vì không thỏa điều kiện).

Câu 76: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Cường độ của ánh sáng I khi đi qua môi trường khác với không khí, chẳng hạn như sương mù hay nước,...sẽ giảm dần tùy theo độ dày của môi trường và một hằng số μ gọi là khả năng hấp thu ánh sáng tùy theo bản chất môi trường mà ánh sáng truyền đi và được tính theo công thức $I=I_0.e^{-\mu x}$ với x là độ dày của môi trường đó và tính bằng mét, I_0 là cường độ ánh sáng tại thời điểm trên mặt nước. Biết rằng nước hồ trong suốt có $\mu=1,4$. Hỏi cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần khi truyền trong hồ đó từ độ sâu 3m xuống đến độ sâu 30m (chọn giá trị gần đúng với đáp số nhất).

A. e^{30} lần. **B.** $2,6081.10^{16}$ lần. **C.** e^{27} lần. **D.** $2,6081.10^{-16}$ lần.

Lời giải

Chọn B

Cường độ ánh sáng ở độ sâu 3m là $I_1=I_0.e^{-1,4.3}=I_0.e^{-4,2}$

Cường độ ánh sáng ở độ sâu 30m là $I_2=I_0.e^{-1,4.30}=I_0.e^{-42}$

Ta có $\dfrac{I_1}{I_2}=\dfrac{e^{-4,2}}{e^{-42}}=2,6081.10^{16}$ nên cường độ ánh sáng giảm đi $2,6081.10^{16}$ lần.

Câu 77: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Tập nghiệm S của phương trình $\left(\dfrac{4}{7}\right)^x\left(\dfrac{7}{4}\right)^{3x-1}-\dfrac{16}{49}=0$ là

A. $S=\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $\left\{\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\dfrac{1}{2};2\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\dfrac{4}{7}\right)^x\left(\dfrac{7}{4}\right)^{3x-1}-\dfrac{16}{49}=0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{4}{7}\right)^{-2x+1}=\left(\dfrac{4}{7}\right)^2 \Leftrightarrow -2x+1=2 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

Cách trắc nghiệm: Nhập VT phương trình vào máy tính, dùng nút Calc thử các nghiệm.

Câu 78: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Biết rằng $\log 7=a$; $\log_5 100=b$. Hãy biểu diễn $\log_{25}56$ theo a và b.

A. $\dfrac{ab+3b+6}{4}$. **B.** $\dfrac{ab+b-6}{4}$. **C.** $\dfrac{ab+3b-6}{4}$. **D.** $\dfrac{ab-3b-6}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_{25}56=\dfrac{1}{2}\log_5(7.8)=\dfrac{1}{2}(\log_5 7+3\log_5 2)=\dfrac{1}{2}\left[\log_5 10.\log 7+3(\log_5 10-1)\right]$

$=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\log_5 100.\log 7+\dfrac{3}{2}\log_5 100-3\right)=\dfrac{ab+3b-6}{4}$.

Câu 79: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{\ln(\ln x)}$ trên tập xác định của nó là

A. $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{\ln(\ln x)}}$.

C. $f'(x)=\dfrac{1}{2x\sqrt{\ln(\ln x)}}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{1}{2x\ln x.\sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=\dfrac{(\ln(\ln x))'}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}=\dfrac{(\ln x)'}{\ln x.2\sqrt{\ln(\ln x)}}=\dfrac{1}{2x\ln x.\sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Câu 80: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Gọi a là một nghiệm của phương trình $4.2^{2\log x}-6^{\log x}-18.3^{2\log x}=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng khi đánh giá về a.

A. $(a-10)^2=1$. **B.** $a^2+a+1=2$.

C. a cũng là nghiệm của phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\log x}=\dfrac{9}{4}$. **D.** $a=10^2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$. Chia hai vế cho $3^{2\log x}$ ta được phương trình:

$$4.\left(\frac{2}{3}\right)^{2\log x}-\left(\frac{2}{3}\right)^{\log x}-18=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\log x}=\dfrac{9}{4}\\ \left(\dfrac{2}{3}\right)^{\log x}=-2\,(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^{\log x}=\frac{9}{4}.$$

Câu 81: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Cho các số thực $a<b<0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\ln\sqrt{ab}=\dfrac{1}{2}(\ln a+\ln b)$. **B.** $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)=\ln|a|-\ln|b|$.

C. $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)^2=\ln(a^2)-\ln(b^2)$. **D.** $\ln(ab)^2=\ln(a^2)+\ln(b^2)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $a<b<0$ nên không tồn tại $\ln a,\ \ln b$.

Câu 82: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,6\%$ mỗi tháng. Biết sau 15 tháng, người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau.

A. 635.000 đồng. **B.** 645.000 đồng. **C.** 613.000 đồng. **D.** 535.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Với số tiền T gửi đều đặn mỗi tháng theo hình thức lãi kép với lãi suất $r\%$ mỗi tháng, ta có

Sau một tháng, số tiền của người đó là $A_1=T(1+r)$ đồng.

Sau hai tháng, số tiền của người đó là $A_2=\left[T(1+r)+T\right](1+r)=T\left[(1+r)^2+(1+r)\right]$ đồng.

Sau ba tháng, số tiền của người đó là

$A_3=\left\{T\left[(1+r)^2+(1+r)\right]+T\right\}(1+r)=T\left[(1+r)^3+(1+r)^2+(1+r)\right]$ đồng.

…

Sau mười lăm tháng, số tiền của người đó là

$A_{15}=T\left[(1+r)^{15}+(1+r)^{14}+...+(1+r)\right]=\frac{T}{r}(1+r)\left[(1+r)^{15}-1\right]$ đồng.

Khi đó $T=\frac{A_{15}.r}{(1+r)\left[(1+r)^{15}-1\right]}=\frac{10^7.0,006}{1,006\left(1,006^{15}-1\right)}\approx 635.000$ đồng.

Câu 83: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Cho $\log_2 6=a$, $\log_2 7=b$. Tính $\log_3 7$ theo a, b.

A. $\frac{b}{a-1}$. **B.** $\frac{a}{b-1}$. **C.** $\frac{b}{1-a}$. **D.** $\frac{a}{1-b}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_3 7=\frac{\log_2 7}{\log_2 3}$ $(*)$

Theo đề $a=\log_2 6=\log_2(2.3)=1+\log_2 3\Rightarrow \log_2 3=a-1$.

Thay vào $(*)$ ta được $\log_3 7=\frac{b}{a-1}$.

Câu 84: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+2x-8\right)\geq -4$.

A. $(-4;\,2)$. **B.** $[-6;\,4)$. **C.** $[-6;\,-4]\cup[2;\,4]$. **D.** $[-6;\,-4)\cup(2;\,4]$.

Lời giải:

Chọn D

Điều kiện $x^2+2x-8>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-4\\x>2\end{array}\right.$.

Với điều kiện trên, bất phương trình trở thành:

$x^2+2x-8\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}\Leftrightarrow x^2+2x-24\leq 0\Leftrightarrow -6\leq x\leq 4$

Kết hợp điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l}-6\leq x<-4\\2<x\leq 4\end{array}\right.$.

Câu 85: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Đạo hàm của hàm số $y=x+\ln^2 x$ là hàm số nào dưới đây?

A. $y'=1+\frac{2\ln x}{x}$. **B.** $y'=1+2\ln x$. **C.** $y'=1+\frac{2}{x\ln x}$. **D.** $y'=1+2x\ln x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=1+2\ln x.(\ln x)'=1+\frac{2\ln x}{x}$.

Câu 86: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Biết phương trình $2\log_2 x+3\log_x 2=7$ có hai nghiệm thực $x_1<x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T=(x_1)^{x_2}$

A. $T=64$. **B.** $T=32$. **C.** $T=8$. **D.** $T=16$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \end{cases}$.

Ta có: $2\log_2 x+3\log_x 2=7 \Leftrightarrow 2\log_2 x+\dfrac{3}{\log_2 x}=7$

$\Leftrightarrow 2\log_2^2 x-7\log_2 x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=3 \\ \log_2 x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=8 \\ x=\sqrt{2} \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

$\Rightarrow x_1=\sqrt{2};\ x_2=8 \Rightarrow T=(x_1)^{x_2}=\left(\sqrt{2}\right)^8=16$.

Câu 87: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-2x-3\right)^{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$.

A. $D=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$.

B. $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$.

D. $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số $x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>3 \end{array}\right.$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 88: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho phương trình $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{x^2+x-1}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phương trình có hai nghiệm không dương.

B. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.

C. Phương trình có hai nghiệm trái dấu.

D. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

Lời giải

Chọn A

Do $7+4\sqrt{3}=\left(2+\sqrt{3}\right)^2$ nên phương trình ban đầu tương đương với

$\left(2+\sqrt{3}\right)^{2\left(x^2+x-1\right)}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{x-2} \Leftrightarrow 2x^2+2x-2=x-2 \Leftrightarrow 2x^2+x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm không dương.

Câu 89: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Với $0<a\neq 1$, biểu thức nào sau đây có giá trị dương?

A. $\log_a\left[\log_2\left(2^{\frac{1}{a}}\right)\right]$.

B. $\log_a\left(\dfrac{1}{\log 10}\right)$.

C. $\log_a\left(\dfrac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)$.

D. $\log_2\left(\log_{\sqrt[4]{a}} a\right)$.

Lời giải

Chọn D

Xét A: $\log_a\left[\log_2\left(2^{\frac{1}{a}}\right)\right]=\log_a\frac{1}{a}=-1<0$.

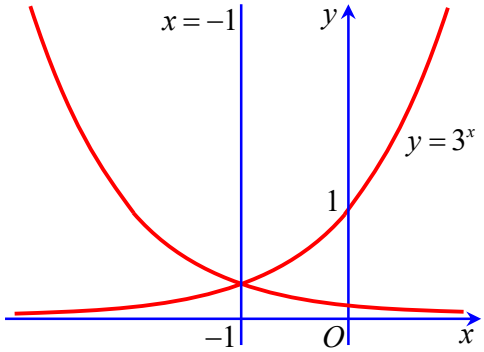
Xét B: $\log_a\left(\frac{1}{\log 10}\right)=\log_a 1=0$.

Xét C: $\log_a\left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)=\log_a a^{-\frac{1}{4}}=-\frac{1}{4}<0$

Xét D : $\log_2\left(\log_{\sqrt[4]{a}} a\right)=\log_2\left(4\log_a a\right)=\log_2 4=2>0$

Cách 2: Cho $a=2$ dùng MTCT thử đáp án.

Câu 90: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Biết hàm số $y=f(x)$ có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y=3^x$ qua đường thẳng $x=-1$.



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $f(x)=\frac{1}{3.3^x}$. **B.** $f(x)=\frac{1}{9.3^x}$. **C.** $f(x)=\frac{1}{3^x}-\frac{1}{2}$. **D.** $f(x)=-2+\frac{1}{3^x}$.

Lời giải

Chọn B

Trên đồ thị hàm số $y=3^x$ lấy $M(x_0;y_0)$ và gọi $N(x;f(x))$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $f(x)$ và đối xứng với M qua đường thẳng $x=-1$.

Khi đó $\begin{cases}\frac{x+x_0}{2}=-1\\ f(x)-y_0=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=-x-2\\ y_0=f(x)\end{cases}$.

Thay vào hàm số ban đầu ta được: $f(x)=3^{-x-2}=\frac{1}{9.3^x}$.

Câu 91: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho $a>0$, $b>0$ thỏa mãn $a^2+9b^2=10ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log(a+1)+\log b=1$. **B.** $\log\frac{a+3b}{4}=\frac{\log a+\log b}{2}$.

C. $3\log(a+3b)=\log a-\log b$. **D.** $2\log(a+3b)=2\log a+\log b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a^2+9b^2=10ab\Leftrightarrow(a+3b)^2=16ab\Leftrightarrow\left(\frac{a+3b}{4}\right)^2=ab\Leftrightarrow\log\left(\frac{a+3b}{4}\right)^2=\log(ab)$

$\Leftrightarrow 2\log\left(\frac{a+3b}{4}\right)=\log a+\log b \Leftrightarrow \log\left(\frac{a+3b}{4}\right)=\frac{\log a+\log b}{2}$.

Câu 92: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2.e^{-x}$ trên đoạn $[-1;1]$. Tính tổng $M+N$.

A. $M+N=3e$. **B.** $M+N=e$. **C.** $M+N=2e-1$. **D.** $M+N=2e+1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=2xe^{-x}-x^2e^{-x}=xe^{-x}(2-x)$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow xe^{-x}(2-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (N)\\x=2\ (L)\end{array}\right.$.

Khi đó $y(-1)=e$; $y(1)=\frac{1}{e}$; $y(0)=0$.

Do đó $m=\underset{[-1;1]}{\text{Min}}\, y=0$ tại $x=0$ và $M=\underset{[-1;1]}{\text{Max}}\, y=e$ tại $x=-1$.

Vậy $M+m=e$.

Câu 93: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\frac{\sqrt{x^2+1}-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.(x+1)}{x^2+1}=\frac{x^2+1-x^2-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}=\frac{1-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Nhận thấy $y(1)=\sqrt{2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$.

Vậy $M=\underset{(-\infty;+\infty)}{\text{Max}}\, y=\sqrt{2}$ tại $x=1$.

Câu 94: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho $a=\log_3 15$, $b=\log_3 10$. Tính $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b.

A. $\log_{\sqrt{3}} 50=2(a+b-1)$. **B.** $\log_{\sqrt{3}} 50=4(a+b+1)$.

C. $\log_{\sqrt{3}} 50=a+b-1$. **D.** $\log_{\sqrt{3}} 50=3(a+b+1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a=\log_3 15=\log_3(3.5)=\log_3 3+\log_3 5=1+\log_3 5\Rightarrow\log_3 5=a-1$.

$\log_{\sqrt{3}} 50 = 2\log_3(5.10) = 2(\log_3 5 + \log_3 10) = 2(a+b-1)$.

Câu 95: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Phương trình $3^{2x+1} - 4.3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_1 x_2 = 2$. **B.** $x_1 + 2x_2 = -1$. **C.** $2x_1 + x_2 = -1$. **D.** $x_1 + x_2 = -2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$3^{2x+1} - 4.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3.(3^x)^2 - 4.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \end{array}\right.$$

Vậy $x_1 + 2x_2 = -1$.

Câu 96: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x+1}.\ln x$ là

A. $y' = \dfrac{x\ln x + 2(x+1)}{2x\sqrt{x+1}}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{2x\sqrt{x+1}}$.

C. $y' = \dfrac{x+\sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+1}}$. **D.** $y' = \dfrac{3x+2}{2x\sqrt{x+1}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \left(\sqrt{x+1}.\ln x\right)' = \left(\sqrt{x+1}\right)'.\ln x + (\ln x)'\sqrt{x+1} = \dfrac{\ln x}{2\sqrt{x+1}} + \dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$.

$y' = \dfrac{\ln x}{2\sqrt{x+1}} x = + \dfrac{\sqrt{x+1}}{x} = \dfrac{x.\ln x + 2(x+1)}{2x\sqrt{x+1}}$.

Câu 97: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Cho hàm số $y = (x+1).e^{3x}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $y'' + 6y' + 9y = 0$. **B.** $y'' - 6y' + 9y = 0$.

C. $y'' + 6y' + 9y = 10xe^x$. **D.** $y'' - 6y' + 9y = e^x$.

Lời giải

Chọn B

$y' = e^{3x} + 3(x+1)e^{3x} = e^{3x}(3x+4)$.

$y'' = 3e^{3x} + 3(3x+4)e^{3x} = e^{3x}(9x+15)$.

$y'' - 6y' + 9y = e^{3x}(9x+15) - 6e^{3x}(3x+4) + 9e^{3x}(x+1) = e^{3x}(9x+15-18x-24+9x+9) = 0$.

Câu 98: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Gọi n là số nguyên dương sao cho $\dfrac{1}{\log_3 x} + \dfrac{1}{\log_{3^2} x} + \dfrac{1}{\log_{3^3} x} + ... + \dfrac{1}{\log_{3^n} x} = \dfrac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

A. $P = 32$. **B.** $P = 40$. **C.** $P = 43$. **D.** $P = 23$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{1}{\log_3 x}+\frac{1}{\log_{3^2} x}+\frac{1}{\log_{3^3} x}+\ldots+\frac{1}{\log_{3^n} x}=\frac{210}{\log_3 x}\Leftrightarrow\frac{1}{\log_3 x}+\frac{2}{\log_3 x}+\frac{3}{\log_3 x}+\ldots+\frac{n}{\log_3 x}=\frac{210}{\log_3 x}$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{\log_3 x}\left(1+2+3+\ldots+n\right)=\frac{210}{\log_3 x}\Leftrightarrow\frac{n\left(1+n\right)}{2}=210\Leftrightarrow n^2+n-420=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=20\\n=-21\end{array}\right.$$

Do n là số nguyên dương nên $n=20\Rightarrow P=43$.

Câu 99: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=3$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\Leftrightarrow 4^x-2m.2^x+2m=0\ (1)$

Đặt $t=2^x$, $t>0$ phương trình trở thành $t^2-2m.t+2m=0\ (2)$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=3$ điều kiện là phương trình (2) có hai nghiệm t_1, $t_2>0$ thỏa mãn $t_1.t_2=2^{x_1}.2^{x_2}=2^{x_1+x_2}=8$. Vậy điều kiện là

$$\begin{cases}\Delta'=m^2-2m>0\\-\dfrac{b}{a}=2m>0\\\dfrac{c}{a}=2m=8\end{cases}\Leftrightarrow m=4.$$

Câu 100: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a\neq 1$, $a\neq\frac{1}{b}$ và $\log_a b=\sqrt{5}$. Tính $P=\log_{\sqrt{ab}}\frac{b}{\sqrt{a}}$.

A. $P=\frac{11-3\sqrt{5}}{4}$. **B.** $P=\frac{11+3\sqrt{5}}{4}$. **C.** $P=\frac{11-2\sqrt{5}}{4}$. **D.** $P=\frac{11+3\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1

Ta có $\log_a b=\sqrt{5}\Leftrightarrow b=a^{\sqrt{5}}$. Suy ra $ab=a^{1+\sqrt{5}}$ và $\frac{b}{\sqrt{a}}=a^{\sqrt{5}-\frac{1}{2}}$.

Khi đó $P=\log_{\sqrt{ab}}\frac{b}{\sqrt{a}}=2\log_{ab}\frac{b}{\sqrt{a}}=2\log_{a^{1+\sqrt{5}}}a^{\sqrt{5}-\frac{1}{2}}=\frac{2\left(\sqrt{5}-\frac{1}{2}\right)}{1+\sqrt{5}}=\frac{11-3\sqrt{5}}{4}$.

Cách 2

$$P=\log_{\sqrt{ab}}\frac{b}{\sqrt{a}}=\frac{\log_a\left(\frac{b}{\sqrt{a}}\right)}{\log_a\sqrt{ab}}=\frac{\log_a b-\log_a\sqrt{a}}{\frac{1}{2}\left(\log_a a+\log_a b\right)}=\frac{\sqrt{5}-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)}=\frac{2\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}=\frac{11-3\sqrt{5}}{4}.$$

Câu 101: **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Cho $\log_a x=2$, $\log_b x=3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. 6. **B.** -6. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{-1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Vì a, b là các số thực lớn hơn 1 nên ta có:

$$\begin{cases}\log_a x=2\\ \log_b x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=a^2\\ x=b^3\end{cases}\Leftrightarrow a^2=b^3\Leftrightarrow a=\sqrt{b^3}\Leftrightarrow a=b^{\frac{3}{2}}.$$

$$P=\log_{\frac{a}{b^2}} x=\log_{\frac{b^{\frac{3}{2}}}{b^2}} x=\log_{b^{\frac{-1}{2}}} x=-2\log_b x=-6.$$

Câu 102: **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{\log_2\frac{x}{2}}{\log_2 x}-\frac{\log_2 x^2}{\log_2 x-1}\le 1$.

A. $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup\left(1;\sqrt{2}\right]\cup\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup\left(1;\sqrt{2}\right]$.

C. $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup\left[1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$\frac{\log_2\frac{x}{2}}{\log_2 x}-\frac{\log_2 x^2}{\log_2 x-1}\le 1$ (1). ĐK: $\begin{cases}x>0\\ \frac{x}{2}>0\\ x^2>0\\ \log_2 x\ne 0\\ \log_2 x-1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ x\ne 1\ (I)\\ x\ne 2\end{cases}$

$(1)\Leftrightarrow\frac{\log_2 x-1}{\log_2 x}-\frac{2\log_2 x}{\log_2 x-1}\le 1.$

Đặt $t=\log_2 x, t\ne 0,\ t\ne 1$

Bất phương trình trở thành: $\frac{t-1}{t}-\frac{2t}{t-1}\le 1\Leftrightarrow\frac{-2t^2-t+1}{t(t-1)}\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t>1\\ 0<t\le\frac{1}{2}\\ t\le -1\end{array}\right.$.

- $t>1 \Leftrightarrow \log_2 x>1 \Leftrightarrow x>2$.
- $0<t\le \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0<\log_2 x\le \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1<x\le \sqrt{2}$.
- $t\le -1 \Leftrightarrow \log_2 x\le -1 \Leftrightarrow 0<x\le \frac{1}{2}$.

Kết hợp với điều kiện, bất phương trình (1) có tập nghiệm $S=\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup\left(1;\sqrt{2}\right]\cup(2;+\infty)$

Câu 103: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Tập nghiệm của phương trình $9^x-4.3^x+3=0$ là

A. $\{0;1\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{0;-1\}$. **D.** $\{1;-3\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $9^x-4.3^x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3^x=1\\3^x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\{0;1\}$.

Câu 104: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Tìm tập xác định của hàm số $f(x)=\left(1+\sqrt{x-1}\right)^{\sqrt{3}}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=[1;+\infty)$. **C.** $D=(0;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn B

$f(x)$ là hàm số lũy thừa với số mũ không nguyên nên cơ số phải là số dương.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x-1\ge 0\\1+\sqrt{x-1}>0\end{cases} \Leftrightarrow x\ge 1$. Vậy tập xác định: $D=[1;+\infty)$.

Câu 105: **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Biểu thức $C=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}$ với $x>0$ được viết dưới dạng lũy thừa số mũ hữu tỉ là

A. $x^{\frac{3}{16}}$. **B.** $x^{\frac{7}{8}}$. **C.** $x^{\frac{15}{16}}$. **D.** $x^{\frac{31}{32}}$.

Lời giải

Chọn D

Với $x>0$ ta có

$C^2=x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}} \Leftrightarrow C^4=x^2.x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \Leftrightarrow C^8=x^4.x^2.x\sqrt{x\sqrt{x}} \Leftrightarrow C^{16}=x^8.x^4.x^2.x\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow C^{32}=x^{16}.x^8.x^4.x^2.x \Leftrightarrow C^{32}=x^{31} \Leftrightarrow C=x^{\frac{31}{32}}$.

Câu 106: **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $a^{\log_3 7}=27,\ b^{\log_7 11}=49,\ c^{\log_{11} 25}=\sqrt{11}.$

Tính $T=a^{(\log_3 7)^2}+b^{(\log_7 11)^2}+c^{(\log_{11} 25)^2}$.

A. $T=469.$ **B.** $T=-469.$ **C.** $T=43.$ **D.** $T=1323\sqrt{11}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $T=a^{(\log_3 7)^2}+b^{(\log_7 11)^2}+c^{(\log_{11} 25)^2}=\left[a^{(\log_3 7)}\right]^{\log_3 7}+\left[b^{(\log_7 11)}\right]^{\log_7 11}+\left[c^{(\log_{11} 25)}\right]^{\log_{11} 25}$

$=27^{\log_3 7}+49^{\log_7 11}+\left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11} 25}=3^{3\log_3 7}+7^{2\log_7 11}+11^{\frac{1}{2}\log_{11} 25}=3^{\log_3 7^3}+7^{\log_7 11^2}+11^{\log_{11} 5}$

$=7^3+11^2+5=469.$

Câu 107: **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau và $0<a,b,c\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}.\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}.\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}=2.$ **B.** $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}.\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}.\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}>1.$

C. $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}.\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}.\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}=1.$ **D.** $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}.\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}.\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}>2.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}.\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}.\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}=\left(\log_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}.\log_{\frac{c}{b}}\frac{c}{a}.\log_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}\right)^2=\left(\log_{\frac{a}{b}}\frac{b}{a}\right)^2=(-1)^2=1.$

Câu 108: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2^{2x^2+1}-5.2^{x^2+3x}+2^{6x+1}=0$ bằng

A. $4.$ **B.** $10.$ **C.** $6.$ **D.** $8.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{2x^2+1}-5.2^{x^2+3x}+2^{6x+1}=0\Leftrightarrow 2.2^{2x^2}-5.2^{x^2+3x}+2.2^{6x}=0.$

Vì $2^{6x}>0$, chia cả 2 vế của phương trình cho 2^{6x}, ta được $2.2^{2x^2-6x}-5.2^{x^2-3x}+2=0.$

Đặt $t=2^{x^2-3x}$, điều kiện $t>0.$

Ta có phương trình: $2t^2-5t+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2(N)\\t=\frac{1}{2}(N)\end{array}\right.$.

+ Với $t=2\Rightarrow 2^{x^2-3x}=2\Leftrightarrow x^2-3x-1=0\Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}.$

+ Với $t=\frac{1}{2}\Rightarrow 2^{x^2-3x}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x^2-3x=-1\Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}.$

Vậy tổng các nghiệm bằng $6.$

Câu 109: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Phương trình $27^{\frac{x-1}{x}}.2^x=72$ có một nghiệm viết dưới dạng $x=-\log_a b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính tổng $S=a+b.$

A. $S=4$. **B.** $S=5$. **C.** $S=6$. **D.** $S=8$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x\neq 0$.

Phương trình $27^{\frac{x-1}{x}}.2^x=72\Leftrightarrow 3^{3\left(\frac{x-1}{x}\right)}.2^x=3^2.2^3\Leftrightarrow \frac{3^{\frac{3x-3}{x}}}{3^2}=\frac{2^3}{2^x}\Leftrightarrow 3^{\frac{3x-3}{x}-2}=2^{3-x}$

$\Leftrightarrow 3^{\frac{x-3}{x}}=2^{3-x}\Leftrightarrow \frac{x-3}{x}=\log_3 2^{3-x}\Leftrightarrow \frac{x-3}{x}=-(x-3)\log_3 2\Leftrightarrow (x-3)\left(\frac{1}{x}+\log_3 2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ -\log_3 2=\frac{1}{x}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3(N) \\ x=-\log_2 3(N)\end{array}\right.$.

Suy ra $\begin{cases} a=2 \\ b=3\end{cases}$. Vậy tổng $S=a+b=5$.

Câu 110: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho a, b là các số hữu tỉ thoả mãn $\log_2\sqrt[6]{360}=\frac{1}{2}+a\log_2 3+b\log_2 5$. Khi đó tổng $a+b$ có giá trị là:

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{18}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2\sqrt[6]{360}=\frac{1}{6}\log_2\left(2^3.3^2.5\right)=\frac{1}{6}\left(3\log_2 2+2\log_2 3+\log_2 5\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\log_2 3+\frac{1}{6}\log_2 5$

Đồng nhất hệ số ta có: $a=\frac{1}{3}$, $b=\frac{1}{6}$.

Do đó $a+b=\frac{1}{2}$.

Câu 111: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Chọn câu khẳng định đúng trong các câu sau:

A. Hàm số $y=a^x$ đồng biến khi $0<a<1$.

B. Đồ thị hàm số $y=a^x$ luôn nằm bên phải trục tung.

C. Đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung, với $a>0;a\neq 1$.

D. Đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục hoành, với $a>0;a\neq 1$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

* Hàm số $y=a^x$ đồng biến khi $a>1$ và nghịch biến khi $0<a<1$ nên A sai.

* Hàm số $y=a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên B sai.

* Đồ thị của hai hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ đều nằm trên trục hoành suy ra không thể đối xứng nhau qua trục hoành nên D sai.

* Vậy đáp án đúng là **C.**

Cách 2:

Ta có $a^{-x}=\frac{1}{a^x}=\left(\frac{1}{a}\right)^x$, với $a>0;a\neq 1$. Suy ra đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung.

Câu 112: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $8^{\frac{2x-1}{x+1}}=0,25.\left(\sqrt{2}\right)^{7x}$ có tích các nghiệm bằng?

A. $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $8^{\frac{2x-1}{x+1}}=0,25.\left(\sqrt{2}\right)^{7x}\Leftrightarrow 2^{3.\frac{2x-1}{x+1}}=2^{-2}.2^{\frac{7x}{2}}\Leftrightarrow 2^{3.\frac{2x-1}{x+1}}=2^{-2}.2^{\frac{7x}{2}}\Leftrightarrow 2^{3.\frac{2x-1}{x+1}}=2^{\frac{7x-4}{2}}$

$\Leftrightarrow 3.\frac{2x-1}{x+1}=\frac{7x-4}{2}\Leftrightarrow 7x^2-9x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{2}{7}\end{array}\right.$.

Vậy tích các nghiệm bằng $1.\frac{2}{7}=\frac{2}{7}$.

Câu 113: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Chọn câu trả lời đúng: Phương trình $3^{2x}-4.3^{x+1}+27=0$ có tổng các nghiệm bằng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3^{2x}-4.3^{x+1}+27=0\Leftrightarrow\left(3^x\right)^2-12.3^x+27=0$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=9\\3^x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=1\end{array}\right.$.

Tổng các nghiệm là $2+1=3$.

Câu 114: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Chọn câu trả lời đúng: Phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}=7^{x-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Chọn C

$\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}=7^{x-1}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}=\left(\frac{1}{7}\right)^{-x+1}\Leftrightarrow x^2-2x-3=-x+1\Leftrightarrow x^2-x-4=0$. (1)

Phương trình (1) là phương trình bậc hai có $ac<0$ nên có hai nghiệm phân biệt.

Câu 115: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho các số thực dương a, b. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_2\frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3}=1+\frac{1}{3}\log_2 a-\frac{1}{3}\log_2 b$. **B.** $\log_2\frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3}=1+\frac{1}{3}\log_2 a+3\log_2 b$.

C. $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \frac{1}{3}\log_2 b$. **D.** $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - 3\log_2 b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = \log_2 \frac{2a^{\frac{1}{3}}}{b^3} = \log_2 2 + \log_2 a^{\frac{1}{3}} - \log_2 b^3 = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - 3\log_2 b$.

Câu 116: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $x = a\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ với $a > 0$, $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a x$.

A. $P = 0$. **B.** $P = \frac{5}{3}$. **C.** $P = \frac{2}{3}$. **D.** $P = 1$.

Lời giải:

Chọn B

Ta có $x = a\sqrt{a\sqrt[3]{a}} = a.\sqrt{a.a^{\frac{1}{3}}} = a.\left(a^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = a.a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{5}{3}}$.

$P = \log_a x = \log_a a^{\frac{5}{3}} = \frac{5}{3}$.

Phương pháp trắc nghiệm

Nhập vào máy

$\log_X \left(X.\sqrt{X.\sqrt[3]{X}}\right)$ CALC $X = 3$.

Máy tính trả kết quả $\frac{5}{3}$.

Câu 117: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Giải bất phương trình sau $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5) > \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$

A. $\frac{5}{3} < x < 3$. **B.** $-1 < x < 3$. **C.** $-1 < x < \frac{5}{3}$. **D.** $x > 3$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > \frac{5}{3}$.

Vì cơ số $a = \frac{1}{5} < 1$ nên bất phương trình trở thành $3x - 5 < x + 1 \Leftrightarrow x < 3$.

Kết hợp với điều kiện ta được $\frac{5}{3} < x < 3$.

Câu 118: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tập nghiệm của phương trình $4^{x^2} = 2^{x+1}$

A. $S = \{0; 1\}$. **B.** $S = \left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$.

C. $S = \left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$. **D.** $S = \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

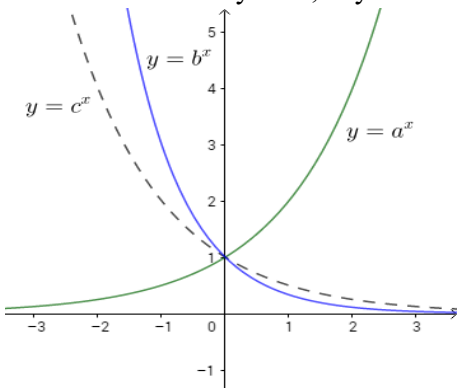
Chọn B

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $4^{x^2} = 2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{2x^2} = 2^{x+1} \Leftrightarrow 2x^2 = x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

Vậy $S = \left\{-\dfrac{1}{2}; 1\right\}$.

Câu 119: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ (a, b, c là các số thực dương khác 1 cho trước) được vẽ trong cùng một mặt phẳng tọa độ (hình bên dưới). Dựa vào các tính chất của lũy thừa, hãy so sánh ba số a, b và c.



A. $c > b > a$. **B.** $b > c > a$. **C.** $a > c > b$. **D.** $a > b > c$.

Lời giải

Chọn C

Cho $x = 1$ dựa vào đồ thị ta thấy ngay $b < c < a$. Vậy $a > c > b$.

Câu 120: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Giải bất phương trình $3^{x^2} < 2^x$.

A. $x \in (0; +\infty)$. **B.** $x \in (0; \log_2 3)$. **C.** $x \in (0; \log_3 2)$. **D.** $x \in (0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^{x^2} < 2^x \Leftrightarrow \log_3 3^{x^2} < \log_3 2^x \Leftrightarrow x^2 - x\log_3 2 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < \log_3 2$.

Câu 121: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y = \log_3(4-x)$ là

A. $(4; +\infty)$. **B.** $[4; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 4)$. **D.** $(-\infty; 4]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $4 - x > 0 \Leftrightarrow x < 4$.

Câu 122: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Xét số thực dương a khác 1, giá trị của biểu thức $N = \log_a \sqrt{a\sqrt{a}}$ bằng

A. $-\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $N=\log_a\sqrt{a\sqrt{a}}=\log_a a^{\frac{3}{4}}=\frac{3}{4}$.

Câu 123: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x^2-2x\right)$. Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{f^2(x)}$

A. $y'=\frac{x-1}{2\left(x^2-2x\right)}$.

B. $y'=\frac{-4x+4}{\left(x^2-2x\right)\ln^4\left(x^2-2x\right)}$.

C. $y'=\frac{4-4x}{\left(x^2-2x\right)\ln^3\left(x^2-2x\right)}$.

D. $y'=\frac{2x-2}{\left(x^2-2x\right)^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=\frac{1}{f^2(x)}=\frac{1}{\ln^2\left(x^2-2x\right)}$.

$$\Rightarrow f'(x)=-\frac{\left[\ln^2\left(x^2-2x\right)\right]'}{\ln^4\left(x^2-2x\right)}=-\frac{2(2x-2)\ln\left(x^2-2x\right)}{\left(x^2-2x\right)\ln^4\left(x^2-2x\right)}=-\frac{4x-4}{\left(x^2-2x\right)\ln^3\left(x^2-2x\right)}.$$

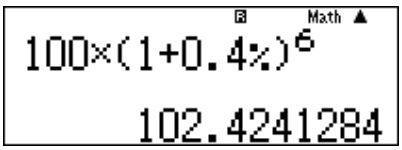
Câu 124: **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,4\%$/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng. **B.** 102.423.000 đồng. **C.** 102.016.000 đồng. **D.** 102.017.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức lãi kép ta có sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) là $P_6=P_0(1+r)^6=100(1+0,4\%)^6=102.4241284$ đồng.



Câu 125: **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x=\frac{2}{3}$ bằng

A. $\frac{82}{9}$.

B. $\frac{80}{9}$.

C. 9.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>0$.

Phương trình tương đương: $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\log_3 x.\log_3 x.\log_3 x.\log_3 x=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\left(\log_3 x\right)^4=16$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 9 \\ x = \dfrac{1}{9} \end{array}\right. .$$

Vậy tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình là $9 + \dfrac{1}{9} = \dfrac{82}{9}$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Xét các mệnh đề sau

Câu 2: $\log_2(x-1)^2+2\log_2(x+1)=6\Leftrightarrow 2\log_2(x-1)+2\log_2(x+1)=6$.

Câu 3: $\log_2(x^2+1)\geq 1+\log_2|x|;\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 4: $x^{\ln y}=y^{\ln x};\forall x>y>2$.

Câu 5: $\log_2^2(2x)-4\log_2 x-4=0\Leftrightarrow \log_2^2 x-4\log_2 x-3=0$.

Số mệnh đề đúng là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Câu 6: $\log_2(x-1)^2+2\log_2(x+1)=6\Leftrightarrow 2\log_2(x-1)+2\log_2(x+1)=6$. SAI do biến đổi $\log_2(x-1)^2=2\log_2(x-1)$; biến đổi đúng phải là $\log_2(x-1)^2=2\log_2|x-1|$.

Câu 7: Mệnh đề 2) SAI vì $\log_2|x|$ không xác định tại $x=0$.

Câu 8: Đặt $a=\ln y$, lúc đó $y=e^a$. Ta có $x^{\ln y}=x^a$; $y^{\ln x}=\left(e^a\right)^{\ln x}=\left(e^{\ln x}\right)^a=x^a$. Do đó mệnh đề 3) đúng.

Câu 9: $\log_2^2(2x)-4\log_2 x-4=0\Leftrightarrow \log_2^2 x-4\log_2 x-3=0$. SAI vì $\log_2^2(2x)-4\log_2 x-4=0\Leftrightarrow \log_2^2 x-2\log_2 x-3=0$.

Câu 10: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Đạo hàm của hàm số $y=x\ln x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\ln x$. **C.** $y'=1$. **D.** $y'=\ln x+1$.

Lời giải

Chọn D

Với mọi $x\in(0;+\infty)$ ta có: $y'=(x\ln x)'=(x)'\ln x+x(\ln x)'=1.\ln x+x.\dfrac{1}{x}=\ln x+1$.

Câu 11: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2+4x)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}x^2+4x>0\\2x+3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>0\\x<-4\end{array}\right.\\x>-\dfrac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x>0$.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_3(x^2+4x)=\log_3(2x+3)\Leftrightarrow x^2+4x=2x+3\Leftrightarrow x^2+2x-3=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta được $x=1$.

Câu 12: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của hàm số $y = x - \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; e\right]$ theo thứ tự là

A. 1 và $e-1$. **B.** $\frac{1}{2}+\ln 2$ và $e-1$. **C.** 1 và e. **D.** 1 và $\frac{1}{2}+\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = (0;+\infty)$.

Hàm số liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; e\right]$. $y' = 1 - \frac{1}{x}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; e\right]$.

Vậy $y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \ln 2$; $y(1) = 1$; $y(e) = e - 1$.

$\max\limits_{\left[\frac{1}{2};e\right]} y = e-1$; $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};e\right]} y = 1$.

Câu 13: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho $\log_{12} 27 = a$. Tính $T = \log_{36} 24$ theo a.

A. $T = \frac{9-a}{6-2a}$. **B.** $T = \frac{9-a}{6+2a}$. **C.** $T = \frac{9+a}{6+2a}$. **D.** $T = \frac{9+a}{6-2a}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{12} 27 = \frac{3}{\log_3 (2^2.3)} = a$.

Suy ra $\frac{3}{1+2\log_3 2} = a$ hay $\log_3 2 = \frac{3-a}{2a}$ ($a \neq 0$ vì $a = \log_{12} 27 > \log_{12} 1$).

Khi đó: $\log_{36} 24 = \frac{\log_3 24}{\log_3 36} = \frac{3\log_3 2 + 1}{2\log_3 2 + 2} = \frac{1 + \frac{9-3a}{2a}}{2 + \frac{6-2a}{2a}} = \frac{9-a}{6+2a}$.

Câu 14: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Đặt $a = \log_2 3, b = \log_2 5, c = \log_2 7$. Biểu thức biểu diễn $\log_{60} 1050$ theo a, b, c là.

A. $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+b+2c}{1+2a+b}$. **B.** $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+2b+c}{2+a+b}$.

C. $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+2b+c}{1+2a+b}$. **D.** $\log_{60} 1050 = \frac{1+2a+b+c}{2+a+b}$.

Lời giải

Chọn B

Có: $\log_{60} 1050 = \frac{\log_2 1050}{\log_2 60} = \frac{\log_2 (2.3.5^2.7)}{\log_2 (2^2.3.5)}$

$= \frac{\log_2 2 + \log_2 3 + \log_2 5^2 + \log_2 7}{\log_2 2^2 + \log_2 3 + \log_2 5} = \frac{1+a+2b+c}{2+a+b}$

Vậy chọn đáp án:B

Câu 15: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=4x^3+4x$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 16: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Cho $a=\log_2 5$, $b=\log_3 5$. Tính $\log_{24}600$ theo a, b.

A. $\log_{24}600=\dfrac{2ab+a-3b}{a+3b}$. **B.** $\log_{24}600=\dfrac{2ab+1}{3a+b}$.

C. $\log_{24}600=\dfrac{2+a+b}{a+b}$. **D.** $\log_{24}600=\dfrac{2ab+a+3b}{a+3b}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{24}600=\dfrac{\log_5 600}{\log_5 24}=\dfrac{\log_5 5^2.24}{\log_5 24}=\dfrac{2+\log_5 24}{\log_5 24}$.

Mà $\log_5 24=\log_5 2^3.3=3\log_5 2+\log_5 3=\dfrac{3}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{a+3b}{ab}$.

Do đó $\log_{24}600=\dfrac{2+\dfrac{a+3b}{ab}}{\dfrac{a+3b}{ab}}\Rightarrow\log_{24}600=\dfrac{2ab+a+3b}{a+3b}$.

Câu 17: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho phương trình $\log_5\left(5^x-1\right).\log_{25}\left(5^{x+1}-5\right)=1$. Khi đặt $t=\log_5\left(5^x-1\right)$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $t^2-1=0$. **B.** $t^2+t-2=0$. **C.** $t^2-2=0$. **D.** $2t^2+2t-1=0$.

Lời giải

Chọn B

$\log_5\left(5^x-1\right).\log_{25}\left(5^{x+1}-5\right)=1\ \ (1)$

TXĐ: $D=\left(0;+\infty\right)$.

Ta có $\log_{25}\left(5^{x+1}-5\right)=\log_{5^2}\left(5.5^x-5\right)=\dfrac{1}{2}\left(\log_5\left(5^x-1\right)+1\right)$.

Đặt $t=\log_5\left(5^x-1\right)\ \ (t>0)$.

Phương trình (1) trở thành $t.\dfrac{1}{2}(t+1)=1\Leftrightarrow t^2+t-2=0$.

Câu 18: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a}\neq b$, $a\neq 1$, $\log_a b=2$. Tính $T=\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}}\sqrt[3]{ba}$.

A. $T=-\frac{2}{5}$. **B.** $T=\frac{2}{5}$. **C.** $T=\frac{2}{3}$. **D.** $T=-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a b=2\Rightarrow \log_b a=\frac{1}{2}$.

$T=\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}}\sqrt[3]{ba}=\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}}\sqrt[3]{b}+\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}}\sqrt[3]{a}$.

$=\frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}}\frac{\sqrt{a}}{b}}+\frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}}\frac{\sqrt{a}}{b}}$.

$=\frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}}\sqrt{a}-\log_{\sqrt[3]{b}}b}+\frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}}\sqrt{a}-\log_{\sqrt[3]{a}}b}$.

$=\frac{1}{\frac{3}{2}\log_b a-3}+\frac{1}{\frac{3}{2}-3\log_a b}$.

$=\frac{1}{\frac{3}{2}.\frac{1}{2}-3}+\frac{1}{\frac{3}{2}-3.2}=-\frac{2}{3}$.

Câu 19: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(3x^2-1\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D=\left(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{3}}\right]\cup\left[\frac{1}{\sqrt{3}};+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\cup\left(\frac{1}{\sqrt{3}};+\infty\right)$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

* Hàm số xác định khi và chỉ khi $3x^2-1>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-\frac{1}{\sqrt{3}}\\x>\frac{1}{\sqrt{3}}\end{array}\right.$.

* Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\cup\left(\frac{1}{\sqrt{3}};+\infty\right)$.

Câu 20: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho $\log_2 m=a$ và $A=\log_m\left(8m\right)$ với $m>0,m\neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a.

A. $A=\left(3+a\right)a$. **B.** $A=\left(3-a\right)a$. **C.** $A=\frac{3+a}{a}$. **D.** $A=\frac{3-a}{a}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A=\log_m\left(8m\right)=\log_m 8+\log_m m=\frac{3}{\log_2 m}+1=\frac{3+a}{a}$.

Câu 21: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho $x>0$, $y>0$ và $K=\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(1-2\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}\right)^{-1}$. Xác định mệnh đề đúng.

A. $K=2x$. **B.** $K=x+1$. **C.** $K=x-1$. **D.** $K=x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $K=\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(1-2\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}\right)^{-1}=\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{-2}=x$.

Câu 22: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\ln\frac{1}{x+1}$. Xác định mệnh đề **đúng**

A. $xy'-1=\mathrm{e}^y$. **B.** $xy'+1=-\mathrm{e}^y$. **C.** $xy'-1=-\mathrm{e}^y$. **D.** $xy'+1=\mathrm{e}^y$.

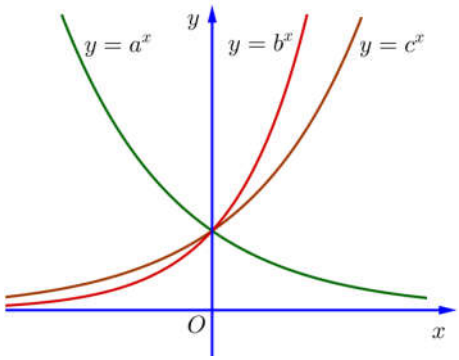
Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\left(-\ln\left(x+1\right)\right)'=-\frac{1}{x+1}\Rightarrow xy'+1=-\frac{x}{x+1}+1=\frac{1}{x+1}=\mathrm{e}^y$.

Câu 23: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho 3 số a, b, $c>0$, $a\neq1$, $b\neq1$, $c\neq1$. Đồ thị các hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$

được cho trong dưới hình vẽ dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $b<c<a$. **B.** $a<c<b$. **C.** $a<b<c$. **D.** $c<a<b$.

Lời giải

Chọn B

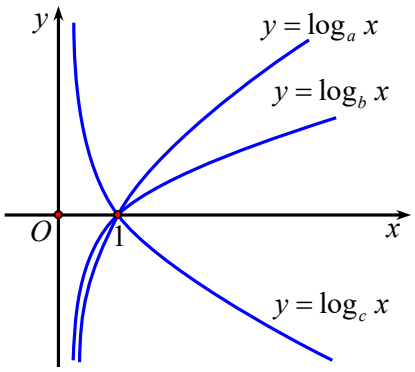
Dựa vào hình vẽ ta thấy hàm số $y=a^x$ nghịch biến nên $a<1$.

Hàm số $y=b^x$ và $y=c^x$ đồng biến nên $b>1$, $c>1$.

Xét $x=x_0>0$ ta thấy $b^{x_0}>c^{x_0}\Rightarrow b>c$.

Vậy $a<c<b$.

Câu 24: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

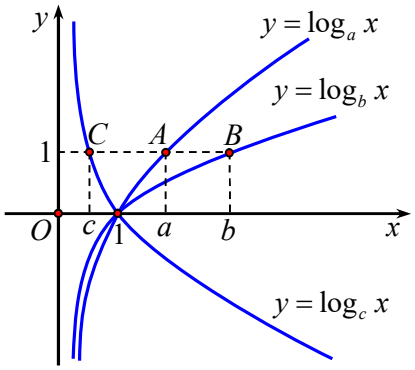


A. $a<b<c$. **B.** $c<a<b$. **C.** $c<b<a$. **D.** $b<c<a$.

Lời giải

Chọn B

* Đồ thị các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ lần lượt đi qua các điểm $A(a;1)$, $B(b;1)$, $C(c;1)$.



* Từ hình vẽ ta có: $c<a<b$.

Câu 25: **(THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Cho n là số nguyên dương và $a>0$, $a\neq 1$. Tìm n sao cho

$$\log_a 2019+\log_{\sqrt{a}} 2019+\log_{\sqrt[3]{a}} 2019+...+\log_{\sqrt[n]{a}} 2019=2033136.\log_a 2019.$$

A. $n=2017$. **B.** $n=2016$. **C.** $n=2018$. **D.** $n=2019$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a 2019+\log_{\sqrt{a}} 2019+\log_{\sqrt[3]{a}} 2019+...+\log_{\sqrt[n]{a}} 2019=2033136.\log_a 2019$

$\Leftrightarrow \log_a 2019+2.\log_a 2019+3.\log_a 2019+...+n.\log_a 2019=2033136.\log_a 2019$

$\Leftrightarrow (1+2+3+...+n).\log_a 2019=2033136.\log_a 2019$

$\Leftrightarrow \left(\frac{n(n+1)}{2}-2033136\right).\log_a 2019=0 \ (a>0,a\neq 1)$

$\Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2}=2033136 \Leftrightarrow n^2+n-4066272=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=2016 \\ n=-2017 \end{array}\right.$.

Do n là số nguyên dương nên $n=2016$.

Câu 26: **(THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Giải phương trình $(2,5)^{5x-7}=\left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$.

A. $x\geq 1$. **B.** $x=1$. **C.** $x<1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(2,5)^{5x-7}=\left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}\Leftrightarrow\left(\frac{5}{2}\right)^{5x-7}=\left(\frac{5}{2}\right)^{-x-1}\Leftrightarrow 5x-7=-x-1\Leftrightarrow x=1$.

Câu 27: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2-3x+1\right)\le 0$ là

A. $S=\left[0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};3\right]$.

B. $S=\left(0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};3\right)$.

C. $S=\left[\frac{3-\sqrt{5}}{2};\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$.

D. $S=\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2-3x+1>0\Leftrightarrow x<\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x>\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Bất phương trình tương đương $x^2-3x+1\le 1\Leftrightarrow x^2-3x\le 0\Leftrightarrow 0\le x\le 3$

Kết hợp với điều kiện ta được $x\in\left[0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};3\right]$.

Câu 28: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô nghiệm. **B.** Một nghiệm. **C.** Hai nghiệm. **D.** Ba nghiệm.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $-4<x<4$ và $x\ne -1$.

Ta có $\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3\Leftrightarrow\log_2\left(4|x+1|\right)=\log_2\left[(4-x)(4+x)\right]$

$$\Leftrightarrow 4|x+1|=16-x^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4(x+1)=16-x^2\\4(x+1)=x^2-16\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+4x-12=0\\x^2-4x-20=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-6\\x=2+2\sqrt{6}\\x=2-2\sqrt{6}\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện, phương trình đã cho có hai nghiệm $x=2$ và $x=2-2\sqrt{6}$.

Câu 29: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(2^{3-6x}-1\right)$.

A. $D=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

B. $D=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

C. $D=\mathbb{R}$.

D. $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $2^{3-6x}-1>0\Leftrightarrow 3-6x>0\Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$.

Câu 30: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho $\log 3=m$; $\log 5=n$. Khi đó $\log_9 45$ tính theo m, n là:

A. $1+\frac{n}{2m}$.

B. $1+\frac{n}{m}$.

C. $2+\frac{n}{2m}$.

D. $1-\frac{n}{2m}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_9 45=\dfrac{\log 45}{\log 9}=\dfrac{\log 5+\log 9}{\log 9}=\dfrac{\log 5+2\log 3}{2\log 3}=\dfrac{n+2m}{2m}=1+\dfrac{n}{2m}$.

Câu 31: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Đồ thị các hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$ với $0<a$, $a\neq 1$ đối xứng với nhau qua trục Oy.

B. Đồ thị hàm số $y=a^x$ với $0<a$, $a\neq 1$ luôn đi qua điểm $(a;1)$.

C. $y=a^x$ với $a>1$ là hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

D. $y=a^x$ với $0<a<1$ là hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Trên $(-\infty;+\infty)$ thì hàm số $y=a^x$ nghịch biến khi $0<a<1$ và đồng biến khi $a>1$. Do đó phương án A và C sai.

Xét hàm số $y=a^x$. Với $x=a\Rightarrow y=a^a\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=a^x$ với $0<a$, $a\neq 1$ đi qua điểm $(a;a^a)$ nên phương án B sai.

Câu 32: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\ln\dfrac{1}{1+x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $x.y'+1=\dfrac{1}{x+1}$. **B.** $y'=\dfrac{-1}{x+1}$. **C.** $x.y'+1=0$. **D.** $x.y'+1=\mathrm{e}^y$.

Lời giải

Chọn C

* Ta có $y=-\ln(1+x)\Rightarrow y'=-\dfrac{(x+1)'}{x+1}=-\dfrac{1}{1+x}$ nên B đúng

* $x.y'+1=-\dfrac{x}{x+1}+1=\dfrac{1}{x+1}$ nên A đúng

* $x.y'+1=x\cdot\left(\dfrac{-1}{1+x}\right)+1=\dfrac{-x+1+x}{1+x}=\dfrac{1}{1+x}=\mathrm{e}^y$ nên D đúng.

Vậy C sai.

Câu 33: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho $a>0$, $b>0$ và biểu thức $T=2(a+b)^{-1}.(ab)^{\frac{1}{2}}.\left[1+\dfrac{1}{4}\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}-\sqrt{\dfrac{b}{a}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$. Khi đó:

A. $T=\dfrac{2}{3}$. **B.** $T=\dfrac{1}{2}$. **C.** $T=1$. **D.** $T=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Do $a>0$, $b>0$ ta có:

$$T=2(a+b)^{-1}.(ab)^{\frac{1}{2}}.\left[1+\frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}=\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}.\sqrt{1+\frac{1}{4}\left(\frac{a}{b}-2+\frac{b}{a}\right)}=\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}.\sqrt{1+\frac{1}{4}.\frac{(a-b)^2}{ab}}$$

$$=\frac{1}{a+b}\sqrt{4ab+a^2-2ab+b^2}=\frac{\sqrt{(a+b)^2}}{a+b}=1.$$

Câu 34: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho $a>0$, $b>0$ và $a^2+b^2=7ab$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\ln(a+b)=\frac{3}{2}(\ln a+\ln b)$.

B. $3\ln(a+b)=\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)$.

C. $\ln\left(\frac{a+b}{3}\right)=\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)$.

D. $2(\ln a+\ln b)=\ln(7ab)$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết $a^2+b^2=7ab\Leftrightarrow(a+b)^2=9ab$, do $a>0$, $b>0$ suy ra $a+b=3\sqrt{ab}$.

Vậy $\ln(a+b)=\ln\left(3\sqrt{ab}\right)=\ln 3+\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)\Leftrightarrow\ln\left(\frac{a+b}{3}\right)=\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)$.

Câu 35: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=x\left[\cos(\ln x)+\sin(\ln x)\right]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x^2y''+xy'-2y=0$. **B.** $x^2y''-xy'-2y=0$. **C.** $x^2y''-xy'+2y=0$. **D.** $x^2y'-xy''+2y=0$.

Lời giải

Chọn C

$$y'=\cos(\ln x)+\sin(\ln x)+x\left[-\frac{1}{x}\sin(\ln x)+\frac{1}{x}\cos(\ln x)\right]=2\cos(\ln x).$$

$$y''=-\frac{2}{x}\sin(\ln x).$$

Vậy $x^2y''-xy'+2y=-2x\sin(\ln x)-2x\cos(\ln x)+2x\sin(\ln x)+2x\cos(\ln x)=0$.

Câu 36: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\log_2(2x^2-x-1)$. Hãy chọn phát biểu đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$, đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$, nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tập xác định của hàm số là $D=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

$y' = \dfrac{4x-1}{\left(2x^2-x-1\right)\ln 2} > 0 \Rightarrow x > \dfrac{1}{4}$, do điều kiện tập xác định suy ra $x > 1$.

Mặt khác $y' = \dfrac{4x-1}{\left(2x^2-x-1\right)\ln 2} < 0 \Rightarrow x < \dfrac{1}{4}$, do điều kiện tập xác định suy ra $x < -\dfrac{1}{2}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$, đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 37: **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không có nghĩa?

A. $\left(-\dfrac{3}{4}\right)^{0}$. **B.** $(-4)^{-\frac{1}{3}}$. **C.** $(-3)^{-4}$. **D.** $1^{-\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có điều kiện xác định của hàm số mũ $y = x^{\alpha}$ là:

$$\begin{cases} \alpha \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x \in \mathbb{R} \\ \begin{cases} \alpha \in \mathbb{Z}^- \\ \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \mathbb{R}\setminus\{0\} \\ \alpha \notin \mathbb{Z} \Rightarrow x \in (0;+\infty) \end{cases}$$

Nên biểu thức sai là. **C.**

Câu 38: **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Nếu $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1} < 7-4\sqrt{3}$ thì

A. $a < 1$. **B.** $a > 1$. **C.** $a > 0$. **D.** $a < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(7-4\sqrt{3}\right) = 1$ nên $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1} < 7-4\sqrt{3} \Leftrightarrow \left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1} < \left(7+4\sqrt{3}\right)^{-1}$

$\Leftrightarrow a-1 < -1 \Leftrightarrow a < 0$ (do $7+4\sqrt{3} > 1$).

Câu 39: **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó m, $n \in \mathbb{N}^*$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m^2 - n^2 = 25$. **B.** $m^2 + n^2 = 43$. **C.** $3m^2 - 2n = 2$. **D.** $2m^2 + n = 15$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A = \dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}} = \dfrac{a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.a^{\frac{-2}{7}}} = a^{\frac{5}{3}+\frac{7}{3}-4+\frac{2}{7}} = a^{\frac{2}{7}} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 7 \end{cases} \Rightarrow 2m^2 + n = 15$.

Câu 40: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3\left(3^x + 1\right)$.

A. $y'=\dfrac{3^x+1}{\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{3^x+1}{3^x.\ln 3}$. **C.** $y'=\dfrac{3^x}{3^x+1}$. **D.** $y'=\dfrac{3^x\ln 3}{3^x+1}$.

Lời giải

Chọn C

$y'=\dfrac{3^x\ln 3}{\left(3^x+1\right)\ln 3}=\dfrac{3^x}{3^x+1}$.

Câu 41: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}\left(x-4\right)+1>0$.

A. $\left(-\infty;\dfrac{13}{2}\right)$. **B.** $\left[\dfrac{13}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(4;+\infty\right)$. **D.** $\left(4;\dfrac{13}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$\log_{\frac{2}{5}}\left(x-4\right)+1>0\Leftrightarrow\log_{\frac{2}{5}}\left(x-4\right)>-1\Leftrightarrow 0<x-4<\dfrac{5}{2}\Leftrightarrow 4<x<\dfrac{13}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(4;\dfrac{13}{2}\right)$.

Câu 42: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $\log_c a=3$, $\log_c b=4$ $(a,b>0;0<c\neq 1)$. Chọn đẳng thức đúng:

A. $\log_c\dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{4}$. **B.** $\log_c\left(a^2b\right)=14$. **C.** $\log_c ab=12$. **D.** $\log_{c^2}\dfrac{a^4}{b}=4$.

Lời giải

Chọn D

Với $a,b>0;0<c\neq 1$, ta có $a,b>0;0<c\neq 1\ \log_{c^2}\dfrac{a^4}{b}=2\log_c a-\dfrac{1}{2}\log_c b=2.3-2=4$.

Câu 43: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x+m\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\geq 1$. **B.** $m>1$. **C.** $m\leq 1$. **D.** $m<-1$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x^2-2x+m>0$.

Để hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x+m\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-2x+m>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta=4-4m<0\Leftrightarrow m>1$.

Câu 44: **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x-1\right)+\log_3\left(11-2x\right)\geq 0$ là

A. $S=\left(1;4\right]$. **B.** $S=\left(-\infty;4\right]$. **C.** $S=\left(3;\dfrac{11}{2}\right)$. **D.** $S=\left(1;4\right)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $\Leftrightarrow\log_3\left(11-2x\right)\geq\log_3\left(x-1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\11-2x\geq x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x\leq 4\end{cases}$. Vậy $S=\left(1;4\right]$.

Câu 45: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}}-5.2^x+2=0$.

A. $S=\{-1;1\}$. **B.** $S=\{-1\}$. **C.** $S=\{1\}$. **D.** $S=(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4^{x+\frac{1}{2}}-5.2^x+2=0 \Leftrightarrow 2.2^{2x}-5.2^x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=2\\2^x=\frac{1}{2}=2^{-1}\end{array}\right. M \left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1.\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S=\{-1;1\}$.

Câu 46: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=(x-2)^2 e^x$ trên $[1;3]$ là

A. e. **B.** 0. **C.** e^3. **D.** e^4.

Lời giải

Chọn C

$y'=2(x-2)e^x+(x-2)^2 e^x=e^x(x^2-2x)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$. Ta có: $y(1)=3; y(3)=e^3; y(2)=0$.

Vậy GTLN của hàm số $y=(x-2)^2 e^x$ trên $[1;3]$ là e^3.

Câu 47: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Cho a, b, c >1. Biết rằng biểu thức $P=log_a(bc)+log_b(ac)+4log_c(ab)$ đạt giá trị nhất m khi $log_b c=n$. Tính giá trị $m+n$.

A. $m+n=12$. **B.** $m+n=\frac{25}{2}$. **C.** $m+n=14$. **D.** $m+n=10$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P=log_a b+log_a c+log_b a+log_b c+4log_c a+4log_c b \Leftrightarrow$

$P=\left(log_a b+\frac{1}{log_a b}\right)+\left(log_a c+\frac{4}{log_a c}\right)+\left(log_b c+\frac{4}{log_b c}\right) \geq 2+4+4=10 \Rightarrow m=10$.

Dấu đẳng xảy ra khi $log_a b=1$, $log_a c=2$, $log_b c=2 \Rightarrow n=2$.

Vậy $m+n=12$.

Câu 48: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\log_3(4x^2-4x-3m)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m \geq \frac{3}{4}$. **B.** $m \geq -\frac{1}{3}$. **C.** $m \leq 2$. **D.** $m<-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Để $4x^2-4x-3m>0 \ \forall x \in \mathbb{R}$

Điều kiện: $\Delta'=4+12m<0 \Leftrightarrow m<-\frac{1}{3}$.

Câu 49: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) E. coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau bao lâu, số lượng vi khuẩn E. coli là 671088640 con?

A. 48 giờ. **B.** 24 giờ. **C.** 12 giờ. **D.** 8 giờ.

Lời giải

Chọn D

Vì cứ sau 20 phút (bằng $\frac{1}{3}$ giờ) số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi nên số lượng vi khuẩn tăng theo quy luật $N_n = N_0.2^n \Leftrightarrow 671088640 = 40.2^n \Rightarrow n = 24$. Vậy sau $24.\frac{1}{3} = 8$ giờ thì số vi khuẩn đạt mức 671088640 con.

Câu 50: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Hỏi với giá trị nào của a thì hàm số $y = (3-a)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $2 < a < 3$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $a > 2$. **D.** $a < 0$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = (3-a)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 0 < 3-a < 1 \Leftrightarrow 2 < a < 3$.

Câu 51: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Biết $\log_a b = 2$. Giá trị của $\log_{a^2 b} \frac{a^4}{b\sqrt{b}}$ bằng

A. -2. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 4. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_a b = 2 \Rightarrow b = a^2$.

$\log_{a^2 b} \frac{a^4}{b\sqrt{b}} = \log_{a^4} \frac{a^4}{a^3} = \log_{a^4} a = \frac{1}{4}$.

Câu 52: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho a, b là hai số thực dương. Thu gọn biểu thức $\frac{a^{\frac{7}{6}}.b^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt[6]{ab^2}}$, kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\sqrt[3]{\frac{a^4}{b}}$. **B.** ab. **C.** $\frac{b}{a}$. **D.** $\frac{a}{b}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{a^{\frac{7}{6}}.b^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt[6]{ab^2}} = \frac{a^{\frac{7}{6}}.b^{\frac{-2}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}.b^{\frac{1}{3}}} = a^1.b^{-1} = \frac{a}{b}$.

Câu 53: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2-1)$.

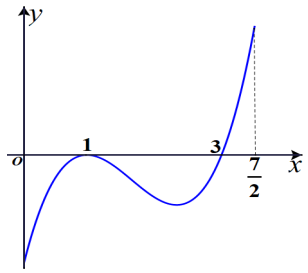
A. $y' = \frac{2x}{(x^2-1)}$. **B.** $y' = \frac{1}{(x^2-1)\ln 3}$. **C.** $y' = \frac{2x}{(x^2-1)\ln 3}$. **D.** $y' = \frac{2x \ln 3}{x^2-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left[\log_3\left(x^2-1\right)\right]'=\dfrac{\left(x^2-1\right)'}{\left(x^2-1\right)\ln 3}=\dfrac{2x}{\left(x^2-1\right)\ln 3}$.

Câu 54: **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[0;\dfrac{7}{2}\right]$, có đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;\dfrac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?



A. $x_0=0$. **B.** $x_0=1$. **C.** $x_0=3$. **D.** $x_0=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\left[0;\dfrac{7}{2}\right]$ và $f'\left(x\right)\le 0$, $\forall x\in\left[0;3\right]$;

$f'\left(x\right)>0$, $\forall x\in\left(3;\dfrac{7}{2}\right]$ suy ra hàm số $y=f\left(x\right)$ có duy nhất một cực tiểu tại điểm $x_0=3$

$\Rightarrow \min\limits_{\left[0;\frac{7}{2}\right]} f\left(x\right)=f\left(3\right)$

Câu 55: **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\sqrt{10-x^2}$ bằng.

A. $\sqrt{10}$. **B.** $-3\sqrt{10}$. **C.** -10. **D.** $3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số xác định và liên tục trên $\left[-\sqrt{10};\sqrt{10}\right]$

$y'=3-\dfrac{x}{\sqrt{10-x^2}}$

$y'=0\Leftrightarrow 3\sqrt{10-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\9\left(10-x^2\right)=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x^2=9\end{cases}\Leftrightarrow x=3$

$f\left(-\sqrt{10}\right)=-3\sqrt{10}$, $f\left(\sqrt{10}\right)=3\sqrt{10}$, $f\left(3\right)=10$.

Vậy $\min f\left(x\right)=-3\sqrt{10}$

Câu 56: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Hệ phương trình $\begin{cases} 2^{x+y}=8 \\ 2^x+2^y=5 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} 2^{x+y}=8 \\ 2^x+2^y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x.2^y=8 \\ 2^x+2^y=5 \end{cases} (1)$.

Đặt $\begin{cases} 2^x=a \\ 2^y=b \end{cases}$, ta có $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a.b=8 \\ a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(5-a)=8 \\ b=5-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a^2+5a-8=0 (vn) \\ b=5-a \end{cases}$.

Hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 57: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Một người gởi 75 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất $5,4\%$ một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi, hỏi 6 năm sau người đó nhận về số tiền là bao nhiêu kể cả gốc và lãi? (đơn vị đồng, làm tròn đến hàng nghìn)

A. $97.860.000$. **B.** $150.260.000$. **C.** $102.826.000$. **D.** $120.826.000$.

Lời giải

Chọn C

Số tiền người đó nhận về sau 6 năm là: $75000000 \times \left(1+\frac{5,4}{100}\right)^6 \approx 102826000$.

Câu 58: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

A. $\left\{0;\frac{2}{3}\right\}$. **B.** $\left\{0;\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $\{0;2\}$. **D.** $\left\{0;\frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4^{x-x^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^x \Leftrightarrow 2^{2x-2x^2}=2^{-x} \Leftrightarrow -2x^2+2x=-x \Leftrightarrow -2x^2+3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{3}{2} \end{array}\right.$.

Câu 59: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\sqrt{\log_2 \ln x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đặt cực tiểu tại $x=e$. **B.** Tập xác định của hàm số là $[1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;e)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(e;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=[e;+\infty)$.

$y'=\frac{(\log_2 \ln x)'}{2\sqrt{\log_2 \ln x}}=\frac{(\ln x)'}{\ln x.\ln 2.2\sqrt{\log_2 \ln x}}=\frac{1}{2x\ln 2.\ln x.\sqrt{\log_2 \ln x}}>0$, $\forall x \in (e;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(e;+\infty)$.

Câu 60: ----------HẾT----------**(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho hàm số $y=a^x$ với $0<a\neq 1$ có đồ thị (C). Chọn khẳng định sai?

A. Đồ thị (C) đối xứng với đồ thị hàm số $y=\log_a x$ qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

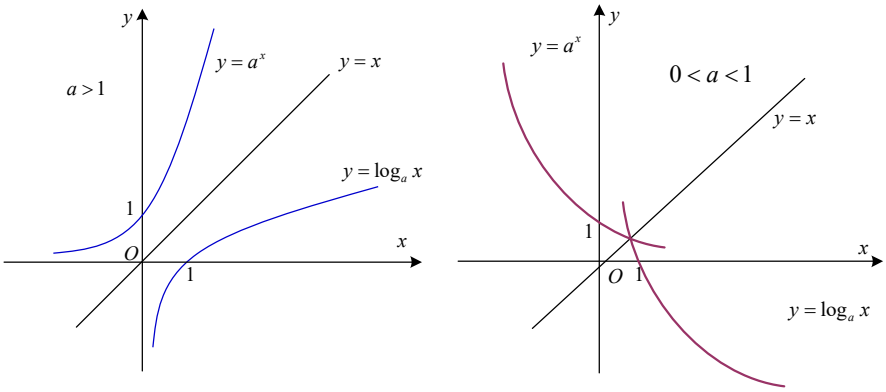
B. Đồ thị (C) không có tiệm cận.

C. Đồ thị (C) đi lên từ trái sang phải khi $a>1$.

D. Đồ thị (C) luôn đi qua điểm có tọa độ $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B



Quan sát đồ thị trong hai trường hợp $a>1$ và $0<a<1$ ta thấy đồ thị (C) đối xứng với đồ thị hàm số $y=\log_a x$ qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất, đồ thị (C) đi lên từ trái sang phải khi $a>1$, đồ thị (C) luôn đi qua điểm có tọa độ $(0;1)$, đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Câu 61: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho $\log_6 45=a+\dfrac{\log_2 5+b}{\log_2 3+c}$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b+c$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_6 45=\dfrac{\log_2 45}{\log_2 6}=\dfrac{2\log_2 3+\log_2 5}{\log_2 3+1}=2+\dfrac{\log_2 5-2}{\log_2 3+1}$ suy ra $a=2$, $b=-2$, $c=1$.

Vậy $a+b+c=1$.

Câu 62: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình sau $3^{2x+8}-4.3^{x+5}+27=0$.

A. -5. **B.** 5. **C.** $\dfrac{4}{27}$. **D.** $-\dfrac{4}{27}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x\in\mathbb{R}$.

Ta có

$$3^{2x+8}-4.3^{x+5}+27=0\Leftrightarrow\left(3^{(x+4)}\right)^2-12.3^{x+4}+27=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^{x+4}=9\\3^{x+4}=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-3\end{array}\right.$$

Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng -5.

Câu 63: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho $a>1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{a}>1$. **B.** $a^{-\sqrt{3}}>\dfrac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **C.** $a^{\frac{1}{3}}>\sqrt{a}$. **D.** $\dfrac{1}{a^{2016}}<\dfrac{1}{a^{2017}}$.

Lời giải

Chọn B

Vì cơ số $a>1$ nên ta có $a^m>a^n\Leftrightarrow m>n$.

❍ Xét phương án A: $\dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{a}=a^{\frac{2}{3}-1}=a^{\frac{-1}{3}}<a^0\Rightarrow$ phương án A sai.

❍ Xét phương án B: $\sqrt{5}-\sqrt{3}>0\Leftrightarrow a^{\sqrt{5}-\sqrt{3}}>a^0=1$ hay $a^{-\sqrt{3}}>\dfrac{1}{a^{\sqrt{5}}}\Rightarrow$ phương án B đúng.

❍ Xét phương án C: $\dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{2}\Rightarrow a^{\frac{1}{3}}<a^{\frac{1}{2}}$ hay $a^{\frac{1}{3}}<\sqrt{a}\Rightarrow$ phương án C sai.

❍ Xét phương án C: $2016<2017\Leftrightarrow a^{2016}<a^{2017}\Leftrightarrow\dfrac{1}{a^{2017}}<\dfrac{1}{a^{2016}}\Rightarrow$ phương án D sai.

Vậy phương án đúng là phương án **B.**

Câu 64: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Hỏi phương trình $\left|f(x)\right|=\dfrac{2}{e}$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left|f(x)\right|=\begin{cases}\dfrac{2}{e} & \text{khi } f(x)\ge 0\\ -\dfrac{2}{e} & \text{khi } f(x)<0\end{cases}$

Khi $f(x)\ge 0$ ta có: $f(x)=\dfrac{2}{e}$ dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình có một nghiệm.

Khi $f(x)<0$ ta có: $f(x)=-\dfrac{2}{e}$ dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình có ba nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm.

Câu 65: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Một người gửi tiết kiệm số tiền 80000000 đồng với lãi suất là $6{,}9\%$/ năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền

gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó có rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

A. 116 570 000 đồng. **B.** 107 667 000 đồng.

C. 105 370 000 đồng. **D.** 111 680 000 đồng.

Lời giải

Chọn D

Số tiền cả gốc và lãi của người đó nhận được sau 5 năm là:

$T_5 = 80000000 \times (1+0,069)^5 = 111\ 680\ 799,2$ đồng.

Câu 66: [2D2 - 2] (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Bất phương trình có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. . **B. .** **C. .** **D. .**

Lời giải

Chọn B

*** ĐKXĐ: .**

*** Ta có: **

** .**

*** Kết hợp điều kiện ta được: .**

Câu 67: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình sau có nghiệm duy nhất $\log_3 x^2 + a\sqrt{\log_3 x^3} + a + 1 = 0$.

A. $a < -1$. **B.** $a = 1$. **C.** $a < 1$. **D.** Không tồn tại a.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x \geq 1$.

Ta có $\log_3 x^2 + a\sqrt{\log_3 x^3} + a + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\log_3 x + a\sqrt{3\log_3 x} + a + 1 = 0$.

Đặt $\sqrt{3\log_3 x} = t$, $(t \geq 0) \Rightarrow \log_3 x = \dfrac{t^2}{3}$, ta có phương trình

$\dfrac{2}{3}t^2 + at + a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = -\dfrac{2t^2+1}{t+1}$. Để phương trình $\dfrac{2}{3}t^2 + at + a + 1 = 0$ có đúng một nghiệm thì đường thẳng $y = a$ cắt đồ thị $y = -\dfrac{2t^2+1}{3t+1}$ tại đúng một điểm.

Xét hàm số $y = -\dfrac{2t^2+1}{t+1}$ trên $[0;+\infty)$ ta có

$y' = -\dfrac{2t^2+4t-1}{(3t+1)^2}$. Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-2-\sqrt{6}}{2} (loai) \\ x = \dfrac{-2+\sqrt{6}}{2} (t/\mathrm{m}) \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{-2+\sqrt{6}}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	-1	↗	$4-2\sqrt{6}$	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $a<-1$.

Câu 68: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tích các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^{x}\right)=-2$ bằng

A. 5. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\log_6 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^{x}\right)=-2\Leftrightarrow 6^{x+1}-36^{x}=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}6^{x}=1\\6^{x}=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\log_6 5\end{array}\right.$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình là 0.

Câu 69: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $f(x)=x.\mathrm{e}^{-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)>0$ là

A. $\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=\mathrm{e}^{-3x}-3x.\mathrm{e}^{-3x}=(1-3x)\mathrm{e}^{-3x}$.

$f'(x)>0\Leftrightarrow(1-3x)\mathrm{e}^{-3x}>0\Leftrightarrow x<\dfrac{1}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 70: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}}>3^{-x}$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(1;2]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}}>3^{-x}\Leftrightarrow\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}}>\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x}\Leftrightarrow\sqrt{x+2}<x$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -2\\\sqrt{x+2}<x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -2\\x>0\\x^2-x-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x>2$

Câu 71: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $f(x)=2.3^{\log_{81}x}+3$. Tính $f'(1)$

A. $f'(1)=\dfrac{1}{2}$. **B.** $f'(1)=\dfrac{-1}{2}$. **C.** $f'(1)=1$. **D.** $f'(1)=1$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=(0;+\infty)$.

$f'(x)=2.3^{\log_{81}x}.\ln 3.(\log_{81}x)'=2.3^{\log_{81}x}.\ln 3.\dfrac{1}{x\ln 81}$

$f'(1)=2.3^{0}.\ln 3.\dfrac{1}{\ln 81}=2.1.\ln 3.\dfrac{1}{4\ln 3}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 72: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}\dfrac{4x+6}{x}\ge 0$ là

A. $\left[-2;\dfrac{-3}{2}\right]$. **B.** $\left(-2;\dfrac{-3}{2}\right]$. **C.** $\left(-2;\dfrac{-3}{2}\right)$. **D.** $\left[-2;\dfrac{-3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{\frac{1}{5}}\frac{4x+6}{x}\ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{4x+6}{x}>0\\ \dfrac{4x+6}{x}\le\left(\dfrac{1}{5}\right)^{0}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>0\\ x<\dfrac{-3}{2}\end{array}\right.\\ \dfrac{4x+6}{x}-1\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>0\\ x<\dfrac{-3}{2}\end{array}\right.\\ \dfrac{3x+6}{x}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>0\\ x<\dfrac{-3}{2}\end{array}\right.\\ -2\le x\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -2\le x<-\frac{3}{2}.$$

Tập nghiệm của bất phương trình $S=\left[-2;\dfrac{-3}{2}\right)$.

Câu 73: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hai số a, b thỏa mãn $\log_4 a+\log_9 b^2=5$ và $\log_4 a^2+\log_9 b=4$. Giá trị $a.b$ là:

A. 48. **B.** 256. **C.** 144. **D.** 324.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $a>0$, $b>0$.

Theo bài ra ta có hệ: $\begin{cases}\log_4 a+\log_9 b^2=5\\ \log_4 a^2+\log_9 b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_4 a+2\log_9 b=5\\ 2\log_4 a+\log_9 b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_4 a=1\\ \log_9 b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\ b=81\end{cases}$.

Vậy $a.b=324$.

Câu 74: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hình nón (N) có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích của khối nón (N) theo a.

A. $2\pi a^3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn B

Vì hình nón (N) có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân, cạnh bên bằng $2a$ nên chiều cao và bán kính đáy của hình nón là: $r=h=a\sqrt{2}$.

Khi đó thể tích của khối nón đã cho là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2.a\sqrt{2}=\frac{2\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 75: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất $8,4\%$/năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 2 lần số tiền gửi ban đầu.

A. 10 năm. **B.** 9 năm. **C.** 8 năm. **D.** 11 năm.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tiền gửi ban đầu là A và số năm tối thiểu thỏa ycbt là n.

Ta có $A\left(1+8,4\%\right)^n=2A\Leftrightarrow 1,084^n=2\Leftrightarrow n=\log_{1,084}2=8,59$.

Vậy số năm tối thiểu là 9 năm.

Câu 76: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\sqrt{\log_2\left(x^2-3x+m\right)-1}$.

Tìm m để hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

A. $m\le\frac{9}{4}$. **B.** $m\le\frac{17}{4}$. **C.** $m\ge\frac{17}{4}$. **D.** $m\ge\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\log_2\left(x^2-3x+m\right)-1\ge 0\Leftrightarrow x^2-3x+m\ge 2\Leftrightarrow x^2-3x+m-2\ge 0$.

Để hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$ thì $9-4\left(m-2\right)\le 0\Leftrightarrow m\ge\frac{17}{4}$.

Câu 77: **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{2}x^2\mathrm{e}^x$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

A. $y''-y'=\mathrm{e}^x\left(x+1\right)$. **B.** $y''-y'=\mathrm{e}^x\left(x-1\right)$.

C. $y''+y'=\mathrm{e}^x\left(x-1\right)$. **D.** $y''+y'=\mathrm{e}^x\left(-x+1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có TXĐ $D=\mathbb{R}$. Hàm số $y=\frac{1}{2}x^2\mathrm{e}^x$.

Đạo hàm $y'=x.\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}x^2\mathrm{e}^x$, $y''=\mathrm{e}^x+x.\mathrm{e}^x+x.\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}x^2\mathrm{e}^x$.

$\Rightarrow y''-y'=\mathrm{e}^x+x.\mathrm{e}^x=\mathrm{e}^x\left(x+1\right)$.

Câu 78: **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Bất phương trình $2^{x^2-3x+4}\le\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình tương đương với $2^{x^2-3x+4}\le 2^{10-2x}\Leftrightarrow x^2-3x+4\le 10-2x\Leftrightarrow x^2-x-6\le 0$

$\Leftrightarrow -2\le x\le 3$. Do $x>0$ nên $0<x\le 3$.

Mà $x\in\mathbb{Z}^+$ nên $x\in\left\{1;2;3\right\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên dương thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 79: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2-6\right)=\log_3\left(x-2\right)+1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ: $\begin{cases}x^2-6>0\\x-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in\left(-\infty;-\sqrt{6}\right)\cup\left(\sqrt{6};+\infty\right)\\x>2\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(\sqrt{6};+\infty\right)$

$\log_3\left(x^2-6\right)=\log_3\left(x-2\right)+1\Leftrightarrow\log_3\left(x^2-6\right)=\log_3\left(x-2\right)+\log_3 3$

$\Leftrightarrow\log_3\left(x^2-6\right)=\log_3\left(3x-6\right)\Leftrightarrow x^2-6=3x-6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow x=3$ (thỏa mãn ĐKXĐ).

Câu 80: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2-2\ln x$ trên $\left[\mathrm{e}^{-1};\mathrm{e}\right]$ là

A. $M=\mathrm{e}^2-2$, $m=\mathrm{e}^{-2}+2$. **B.** $M=\mathrm{e}^{-2}+2$, $m=1$.

C. $M=\mathrm{e}^{-2}+1$, $m=1$. **D.** $M=\mathrm{e}^2-2$, $m=1$.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $x>0$

$y=x^2-2\ln x\Rightarrow y'=2x-\dfrac{2}{x}=\dfrac{2x^2-2}{x}$

$y'=0\Leftrightarrow\dfrac{2x^2-2}{x}=0\Leftrightarrow 2x^2-2=0\Leftrightarrow x=\pm1\Leftrightarrow x=1\in\left[\mathrm{e}^{-1};\mathrm{e}\right]$

Ta có: $y(1)=1$, $y\left(\mathrm{e}\right)=\mathrm{e}^2-2$, $y\left(\mathrm{e}^{-1}\right)=\mathrm{e}^{-2}+2$

$\Rightarrow M=\mathrm{e}^2-2$, $m=1$.

Câu 81: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Đặt $a=\log_5 3$. Tính theo a giá trị của biểu thức $\log_9 1125$.

A. $\log_9 1125=1+\dfrac{3}{2a}$. **B.** $\log_9 1125=2+\dfrac{3}{a}$. **C.** $\log_9 1125=2+\dfrac{2}{3a}$. **D.** $\log_9 1125=1+\dfrac{3}{a}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_9 1125=\log_{3^2}\left(5^3.3^2\right)=\log_{3^2}5^3+\log_{3^2}3^2=\dfrac{3}{2}\log_3 5+1=\dfrac{3}{2}.\dfrac{1}{\log_5 3}+1=1+\dfrac{3}{2a}$.

Câu 82: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Giải phương trình $4^{x-1}=8^{3-2x}$.

A. $x=\dfrac{11}{8}$. **B.** $x=\dfrac{4}{3}$. **C.** $x=\dfrac{1}{8}$. **D.** $x=\dfrac{8}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4^{x-1}=8^{3-2x}\Leftrightarrow\dfrac{2^{2x}}{4}=\dfrac{512}{2^{6x}}\Leftrightarrow 2^{8x}=2048\Leftrightarrow 2^{8x}=2^{11}\Leftrightarrow 8x=11\Leftrightarrow x=\dfrac{11}{8}$.

Cách khác:

Ta có: $4^{x-1}=8^{3-2x}\Leftrightarrow(x-1)\log_2 4=(3-2x)\log_2 8\Leftrightarrow 2x-2=9-6x\Leftrightarrow 8x=11\Leftrightarrow x=\dfrac{11}{8}$.

Câu 83: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Cho hàm số $f\left(x\right)=\log_2\left(x^2+1\right)$, tính $f'(1)$?

A. $f'(1)=\frac{1}{2}$. **B.** $f'(1)=\frac{1}{2\ln 2}$. **C.** $f'(1)=\frac{1}{\ln 2}$. **D.** $f'(1)=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=\frac{2x}{(x^2+1)\ln 2}, \forall x\in\mathbb{R}$

Khi đó $f'(1)=\frac{1}{\ln 2}$.

Câu 84: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x-3)\le\log_3(18x+27)$.

A. $S=\left(\frac{3}{4};3\right]$. **B.** $S=\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$. **C.** $S=[3;+\infty)$. **D.** $S=\left[-\frac{3}{8};3\right]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>\frac{3}{4}$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương với $\log_3(4x-3)^2\le\log_3(18x+27)$

$\Leftrightarrow(4x-3)^2\le 18x+27\Leftrightarrow 16x^2-42x-18\le 0\Leftrightarrow -\frac{3}{8}\le x\le 3$.

Kết hợp với điều kiện nghiệm của bất phương trình là $S=\left(\frac{3}{4};3\right]$.

Câu 85: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\log_{x^2-x+2}(x+3)=\log_{x+5}(x+3)$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

- Điều kiện $x>-3$.
- Thay $x=-2$ vào phương trình thấy thỏa.
- Với $\begin{cases}x>-3\\x\ne -2\end{cases}$ thì $\log_{x^2-x+2}(x+3)=\log_{x+5}(x+3)\Leftrightarrow x^2-x+2=x+5$

$\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

- Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm.

Câu 86: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Cho phương trình $5^{x+5}=8^x$. Biết phương trình có nghiệm $x=\log_a 5^5$, trong đó $0<a\ne 1$. Tìm phần nguyên của a

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$5^{x+5}=8^x\Leftrightarrow x+5=x\log_5 8\Leftrightarrow x.\log_5\frac{8}{5}=5\Leftrightarrow x=\frac{5}{\log_5\frac{8}{5}}=\log_{\frac{8}{5}}5^5$.

$\Rightarrow a=\frac{8}{5}$. Vậy phần nguyên của a là 1.

Câu 87: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln\left(x^2-2mx+4\right)$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in[-\infty;-2]\cup[2;+\infty]$. **B.** $m\in[-2;2]$.

C. $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **D.** $m\in(-2;2)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\ln\left(x^2-2mx+4\right)$ xác địnhvới mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'<0\Leftrightarrow m^2-4<0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 88: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Tìm số nghiệm của phương trình $\log_5\left(1+x^2\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(1-x^2\right)=0$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $1-x^2>0\Leftrightarrow -1<x<1$.

$\log_5\left(1+x^2\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(1-x^2\right)=0\Leftrightarrow\log_5\left(1+x^2\right)=\log_3\left(1-x^2\right)$.

Ta có $1-x^2\le 1\Rightarrow\log_3\left(1-x^2\right)\le 0$.

$1+x^2\ge 0\Rightarrow\log_5\left(1+x^2\right)\ge 0$.

Vậy phương trình tương đương với $0=\log_3\left(1-x^2\right)=\log_5\left(1+x^2\right)\Leftrightarrow x=0$.

Câu 89: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Cho hai số thực dương a và b. Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}$.

A. $A=\sqrt[6]{ab}$. **B.** $A=\sqrt[3]{ab}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{ab}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt[6]{ab}}$.

Lời giải

Chọn A

$A=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}}+a^{\frac{1}{6}}\right)}{b^{\frac{1}{6}}+a^{\frac{1}{6}}}=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}$.

Câu 90: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)<3$ là:

A. $\left(-\infty;10\right)$. **B.** $\left(1;9\right)$. **C.** $\left(1;10\right)$. **D.** $\left(-\infty;9\right)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Ta có: $\log_2\left(x-1\right)<3\Rightarrow x-1<8\Leftrightarrow x<9$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(1;9\right)$.

Câu 91: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Hàm số $y=\log_2\left(2x+1\right)$ có đạo hàm y' bằng

A. $\dfrac{2\ln 2}{2x+1}$. **B.** $\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $\dfrac{2}{(2x+1)\log 2}$. **D.** $\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

$y=\log_2(2x+1)\Rightarrow y'=\dfrac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2}=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 92: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_{\sqrt{2}}(x^2-3x+2)$.

A. $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $D=(2;+\infty)$. **C.** $D=(-\infty;1)$. **D.** $D=(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x^2-3x+2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>2\end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 93: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{2x+1}-5.2^x+2=0$.

A. $S=\{0;1\}$ **B.** $S=\{-1;0\}$. **C.** $S=\{-1;1\}$. **D.** $S=\{1\}$.

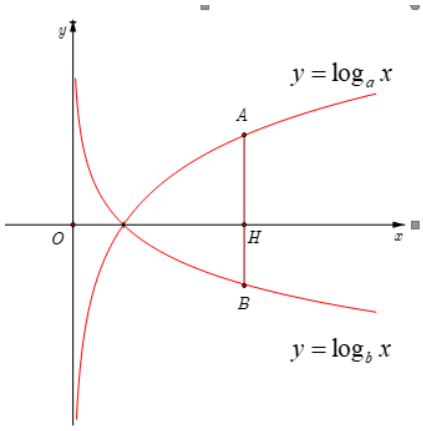
Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình tương đương $2.2^{2x}-5.2^x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x=2\\2^x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $S=\{-1;1\}$.

Câu 94: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho a và b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục tung mà cắt các đồ thị $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ và trục hoành lần lượt tại A, B và H ta đều có $2HA=3HB$ (hình vẽ bên dưới). Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a^2b^3=1$. **B.** $3a=2b$. **C.** $a^3b^2=1$. **D.** $2a=3b$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $HA=\log_a x$ và $HB=-\log_b x$.

Do đó $\Leftrightarrow 2\log_a x=-3\log_b x$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{a}} x=\log_{b^{\frac{-1}{3}}} x\Rightarrow \sqrt{a}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{b}} \Rightarrow \sqrt{a}.\sqrt[3]{b}=1\Rightarrow a^3.b^2=1$.

Câu 95: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Cho a, b là các số dương phân biệt khác 1 và thỏa mãn $ab=1$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\log_a b=1$. **B.** $\log_a(b+1)<0$. **C.** $\log_a b=-1$. **D.** $\log_a(b+1)>0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $ab=1$ nên $\log_a(ab)=0\Leftrightarrow 1+\log_a b=0\Leftrightarrow \log_a b=-1$.

Câu 96: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x+1}{2^x}$ là

A. $y'=\dfrac{1-(1+x)\ln 2}{4^x}$. **B.** $y'=\dfrac{1-(x+1)\ln 2}{2^x}$. **C.** $y'=-\dfrac{x}{4^x}$. **D.** $y'=-\dfrac{x}{2^x}$.

Lời giải

Chọn B

$y'=\left(\dfrac{x+1}{2^x}\right)'=\dfrac{2^x-(x+1)2^x\ln 2}{2^{2x}}=\dfrac{2^x\left[1-(x+1)\ln 2\right]}{2^{2x}}=\dfrac{1-(x+1)\ln 2}{2^x}$.

Câu 97: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2^x}{2^x+2}$. Khi đó tổng $f(0)+f\left(\dfrac{1}{10}\right)+...+f\left(\dfrac{19}{10}\right)$ có giá trị bằng

A. $\dfrac{59}{6}$. **B.** 10. **C.** $\dfrac{19}{2}$. **D.** $\dfrac{28}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)+f(2-x)=\dfrac{2^x}{2^x+2}+\dfrac{2^{2-x}}{2^{2-x}+2}=\dfrac{2^x}{2^x+2}+\dfrac{2}{2^x+2}=1$; $f(0)=\dfrac{1}{3}$; $f(1)=\dfrac{1}{2}$.

Áp dụng: $f(0)+f\left(\dfrac{1}{10}\right)+...+f\left(\dfrac{19}{10}\right)$

$=f(0)+\left[f\left(\dfrac{1}{10}\right)+f\left(\dfrac{19}{10}\right)\right]+...+\left[f\left(\dfrac{9}{10}\right)+f\left(\dfrac{11}{10}\right)\right]+f(1)=\dfrac{1}{3}+9.1+\dfrac{1}{2}=\dfrac{59}{6}$.

Câu 98: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Anh Nam dự định sau 8 năm (kể từ lúc gửi tiết kiệm lần đầu) sẽ có đủ 2 tỉ đồng để mua nhà. Mỗi năm anh phải gửi tiết kiệm bao nhiêu tiền (số tiền mỗi năm gửi như nhau ở thời điểm cách lần gửi trước 1 năm) ? Biết lãi suất là 8%/năm, lãi hàng năm được nhập vào vốn và sau kỳ gửi cuối cùng anh đợi đúng 1 năm để có đủ 2 tỉ đồng.

A. $2\times\dfrac{0,08}{(1,08)^9-1,08}$ tỉ đồng. **B.** $2\times\dfrac{0,08}{(1,08)^8-1,08}$ tỉ đồng.

C. $2\times\dfrac{0,08}{(1,08)^7-1}$ tỉ đồng. **D.** $2\times\dfrac{0,08}{(1,08)^8-1}$ tỉ đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi M là số tiền anh Nam phải gửi hàng năm.

Để sau 8 năm (kể từ lúc gửi tiết kiệm lần đầu) sẽ có đủ 2 tỉ đồng, tính luôn cả thời gian anh đợi để rút tiền ra thì anh gửi tất cả 8 lần.

Ta có công thức $T_n=\dfrac{M}{r}\left[(1+r)^n-1\right](1+r)$

$\Rightarrow M=\dfrac{T_n.r}{(1+r)\left[(1+r)^n-1\right]}=\dfrac{2\times 0,08}{(1.08)^9-1,08}$ tỉ đồng.

Câu 99: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Biết rằng phương trình $3\log_2^2 x-\log_2 x-1=0$ có hai nghiệm là a, b. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a+b=\dfrac{1}{3}$. **B.** $ab=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $ab=\sqrt[3]{2}$. **D.** $a+b=\sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$.

Ta có $3\log_2^2 x-\log_2 x-1=0\Leftrightarrow\log_2 x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}\Leftrightarrow x=2^{\frac{1\pm\sqrt{13}}{6}}$.

Vậy tích hai nghiệm là $\left(2^{\frac{1-\sqrt{13}}{6}}\right).\left(2^{\frac{1+\sqrt{13}}{6}}\right)=2^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{2}$.

Câu 100: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

Giá trị $f'(1)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $1+\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=\dfrac{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)'}{x+\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. Vậy $f'(1)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 101: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho $\log_{ab} b=3$ (với $a>0;b>0;ab\neq 1$). Tính $\log_{\sqrt{ab}}\left(\dfrac{a}{b^2}\right)$.

A. 5. **B.** –4. **C.** –10. **D.** –16.

Lời giải.

Chọn D

Ta có:

$\log_{\sqrt{ab}}\left(\dfrac{a}{b^2}\right)=2\left(\log_{ab} a-\log_{ab} b^2\right)=2\left(\log_{ab}\dfrac{ab}{b}-2\log_{ab} b\right)=2(1-3\log_{ab} b)=2(1-9)=-16$.

Câu 102: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị cực tiểu của hàm số $y=e^x\left(x^2-3\right)$ là:

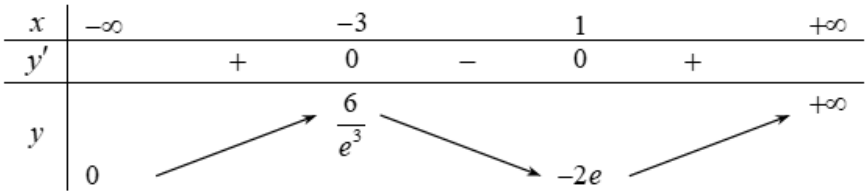
A. $\frac{6}{e}$. **B.** $\frac{6}{e^3}$. **C.** $-3e$. **D.** $-2e$.

Lời giải

Chọn D

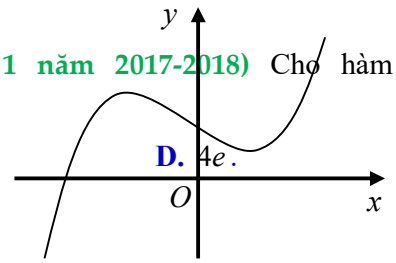
$y'=e^x\left(x^2-3\right)+2xe^x=\left(x^2+2x-3\right)e^x$.

BBT



Suy ra giá trị cực tiểu của hàm số bằng $-2e$.

Câu 103: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=e^x\left(x^2+mx\right)$. Biết $y'(0)=1$. Tính $y'(1)$.



A. $6e$. **B.** $3e$. **C.** $5e$. **D.** $4e$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=e^x\left(x^2+mx\right)+e^x\left(2x+m\right)$.

Nên $y'(0)=1\Leftrightarrow m=1$.

Do đó $y'(1)=e^1\left(1^2+1\right)+e^1\left(2.1+1\right)=5e$.

Câu 104: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x-\log_2 9.\log_3 x=3$ là:

A. 2. **B.** 8. **C.** $\frac{17}{2}$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Đkxđ: $x>0$.

Xét phương trình $\log_2^2 x-\log_2 9.\log_3 x=3\Leftrightarrow\log_2^2 x-2\log_2 x=3$

$\Leftrightarrow\log_2^2 x-2\log_2 x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=-1\\ \log_2 x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\frac{1}{2}\\ x_2=8\end{array}\right.$. Suy ra $\frac{1}{2}+8=\frac{17}{2}$.

Câu 105: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\log_2(5-x)}$.

A. $(-\infty;5)\setminus\{4\}$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $[5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là: $\begin{cases}5-x>0\\ \log_2(5-x)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<5\\ 5-x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<5\\ x\neq 4\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=(-\infty;5)\setminus\{4\}$.

Câu 106: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho $\log_2(a+1)=3$. Tính $3^{\log_4(a-3)}$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$\log_2(a+1)=3 \Leftrightarrow a+1=8 \Leftrightarrow a=7$.

$3^{\log_3(a-3)}=3^{\log_3 4}=4$.

Câu 107: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho đồ thị $(C): y=3^x$.

Tìm kết luận sai:

A. Đồ thị (C) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.

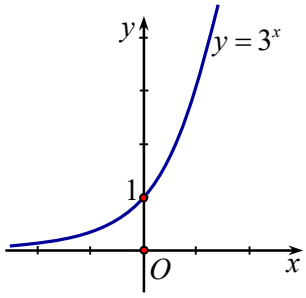
B. Đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành.

C. Đồ thị (C) đi qua điểm $(0;1)$.

D. Đồ thị (C) nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Lời giải

Chọn D



Phác họa đồ thị hàm số $y=3^x$ như hình vẽ

Dựa vào đồ thị ta thấy phương án D sai.

Câu 108: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Năm 1992, người ta đã biết số $p=2^{756839}-1$ là một số nguyên tố (số nguyên tố lớn nhất được biết cho đến lúc đó). Hãy tìm số các chữ số của p khi viết trong hệ thập phân.

A. 227830 chữ số. **B.** 227834 chữ số. **C.** 227832 chữ số. **D.** 227831 chữ số.

Lời giải

Chọn C

+) 2^{756839} có chữ số tận cùng khác 0 nên 2^{756839} và $p=2^{756839}-1$ có số các chữ số bằng nhau.

+) Số các chữ số của p khi viết trong hệ thập phân của $p=2^{756839}-1$ là: $\left[\log 2^{756839}\right]+1=[756839\log 2]+1=[227831,2409]+1=227832$

Suy ra $p=2^{756839}-1$ khi viết trong hệ thập phân là số có 227832 chữ số.

Câu 109: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\ln\left(x^2-2mx+4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\ln\left(x^2-2mx+4\right)$ xác định $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2mx+4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ m^2-4<0\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<2.$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-1;0;1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 110: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Biết tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}}\left[\log_3\left(x-2\right)\right]>0$ là khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}x-2>0\\ \log_3\left(x-2\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>2\\ x-2>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>2\\ x>3\end{cases}\Leftrightarrow x>3.$

$\log_{\frac{\pi}{6}}\left[\log_3\left(x-2\right)\right]>0\Leftrightarrow\log_3\left(x-2\right)<1\Leftrightarrow x-2<3\Leftrightarrow x<5$

So với điều kiện, tập nghiệm bất phương trình $S=(3;5)$. Do đó: $b-a=5-3=2$.

Câu 111: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\log\dfrac{2-x}{x+3}$.

A. $D=(-3;2)$. **B.** $D=[-3;2]$.

C. $D=(-\infty;-3)\cup[2;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Đk: $\dfrac{2-x}{x+3}>0\Leftrightarrow -3<x<2$ hay $x\in(-3;2)$

Vậy TXĐ: $D=(-3;2)$.

Câu 112: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

A. $P=x^2$. **B.** $P=\sqrt{x}$. **C.** $P=x^{\frac{1}{8}}$. **D.** $P=x^{\frac{2}{9}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$

Câu 113: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Cho a, $b>0$; a, $b\neq 1$ và x, y là hai số thực dương. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_b a.\log_a x=\log_b x$.

C. $\log_a \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\log_a x}$. **D.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\log_a \dfrac{1}{x} = \log_a x^{-1} = -\log_a x \neq \dfrac{1}{\log_a x}$.

Câu 114: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Cho hàm số $y = \left(\dfrac{3}{\pi}\right)^{x^2+2x+3}$. Tìm khẳng định đúng.

A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

D. Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y' = (2x+2).\left(\dfrac{3}{\pi}\right)^{x^2+2x+3}.\ln\left(\dfrac{3}{\pi}\right)$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow (2x+2).\left(\dfrac{3}{\pi}\right)^{x^2+2x+3}.\ln\left(\dfrac{3}{\pi}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	↗	$\left(\dfrac{3}{\pi}\right)^2$	↘	0

Vậy hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 115: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2\log_4(x-3) + \log_4(x-5)^2 = 0$ là:

A. 8. **B.** $8+\sqrt{2}$. **C.** $8-\sqrt{2}$. **D.** $4+\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐKXĐ: $\begin{cases} x-3>0 \\ x-5\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x\neq 5 \end{cases}$.

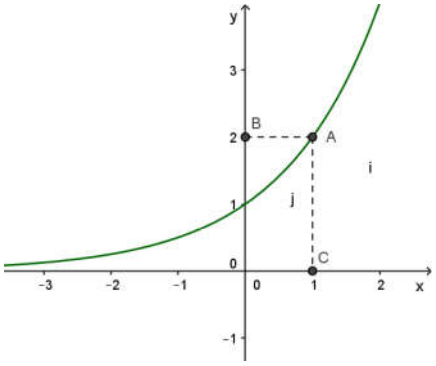
$2\log_4(x-3) + \log_4(x-5)^2 = 0 \Leftrightarrow 2\log_4\left[(x-3)(|x-5|)\right] = 0$

$$\Leftrightarrow (x-3)(|x-5|)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-3)(x-5)=1 \text{ khi } x>5\\(x-3)(5-x)=1 \text{ khi } 3<x<5\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-8x+15=1 \quad \text{khi } x>5\\-x^2+8x-15=1 \text{ khi } 3<x<5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4+\sqrt{2}\\x=4\end{array}\right.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $8+\sqrt{2}$.

Câu 116: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Biết đồ thị (C) ở hình bên là đồ thị hàm số $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$. Gọi (C') là đường đối xứng với (C) qua đường thẳng $y=x$. Hỏi (C') là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y=2^x$.

C. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y=\log_2 x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có (C') là đường đối xứng với $(C): y=a^x$ qua đường thẳng $y=x$ nên hàm số cần tìm có dạng $y=\log_a x$.

Từ hình vẽ thì $A(1;2)\in(C)\Rightarrow a^1=2\Rightarrow a=2\Rightarrow y=\log_2 x$.

Câu 117: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2-2x+2\right)\mathrm{e}^x$.

A. $y'=\left(x^2+2\right)\mathrm{e}^x$. **B.** $y'=x^2\mathrm{e}^x$. **C.** $y'=(2x-2)\mathrm{e}^x$. **D.** $y'=-2x\mathrm{e}^x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\left[\left(x^2-2x+2\right)\mathrm{e}^x\right]'=\left(x^2-2x+2\right)'\mathrm{e}^x+\left(x^2-2x+2\right)\left(\mathrm{e}^x\right)'$

$=(2x-2)\mathrm{e}^x+\left(x^2-2x+2\right)\mathrm{e}^x=x^2\mathrm{e}^x$.

Câu 118: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. **B.** $y=\left(x^2-1\right)^2-3x+2$.

C. $y=\dfrac{x}{x+1}$. **D.** $y=\tan x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ có tập xác định $\mathbb{R}$

Ta có: $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}\Rightarrow y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Dùng phương pháp loại dần:*

Hai hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ và $y=\tan x$ không xác định trên $\mathbb{R}$ nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số ở đáp án B có y' là hàm số bậc ba nên không thể có $y'\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 119: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2018^x+2018^{-x}}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(x)$ là hàm số chẵn. **B.** $f(x)$ là hàm số lẻ.

C. $f(x)$ là hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. **D.** $f(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $f(-x)=\dfrac{2018^{-x}+2018^{x}}{2}=f(x),\forall x\in D$.

Vậy hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 120: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Cho hai số a,b thỏa mãn $1<a<b$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $e^{a+b}<4ab$. **B.** $e^a.b=e^b.a$. **C.** $e^a.b>e^b.a$. **D.** $e^a.b<e^b.a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{e^t}{t}$ với $t>1$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{e^t.t-e^t}{t^2}=\dfrac{e^t(t-1)}{t^2}>0$ với $\forall t>1$.

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. Khi đó $1<a<b$ nên $f(a)<f(b)\Leftrightarrow\dfrac{e^a}{a}<\dfrac{e^b}{b}$

$\Leftrightarrow e^a.b<e^b.a$.

Câu 121: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2+b^2=8ab$?

A. $\log(a+b)=\dfrac{1}{2}(1+\log a+\log b)$. **B.** $\log(a+b)=1+\log a+\log b$.

C. $\log(a+b)=\dfrac{1}{2}(\log a+\log b)$. **D.** $\log(a+b)=\dfrac{1}{2}+\log a+\log b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $a^2+b^2=8ab$.

$\Leftrightarrow (a+b)^2=10ab$.

$\Leftrightarrow \log(a+b)^2=\log(10ab)$.

$\Leftrightarrow 2\log(a+b)=1+\log a+\log b$.

$\Leftrightarrow \log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$.

Câu 122: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Hàm số $y=\ln\left(x^2+mx+1\right)$ xác định với mọi giá trị của x khi

A. $m<2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $m<-2$ hoặc $m>2$. **D.** $m>2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số xác định với mọi x khi và chỉ khi

$x^2+mx+1>0\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta<0 \Leftrightarrow m^2-4<0 \Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 123: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm nghiệm của phương trình $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2x+1}=2-\sqrt{3}$.

A. $x=\frac{1}{4}$. **B.** $x=-1+\log_{7+4\sqrt{3}}\left(2-\sqrt{3}\right)$.

C. $x=-\frac{3}{4}$. **D.** $x=\frac{25-15\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2x+1}=2-\sqrt{3} \Leftrightarrow \left(2+2\sqrt{3}\right)^{4x+2}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1} \Leftrightarrow 4x+2=-1 \Leftrightarrow 4x=-3 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{4}$.

Câu 124: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm nghiệm của phương trình $3^x+3^{x+1}=2^{x+2}$.

A. $x=\log_2 3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\frac{2}{3}$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$\text{Pt} \Leftrightarrow 3^x+3.3^x=4.2^x \Leftrightarrow 4.3^x=4.2^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x=1 \Leftrightarrow x=0$.

Câu 125: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\left|\log_{\frac{1}{2}} x\right|$. Tìm khẳng định đúng.

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$y=\left|\log_{\frac{1}{2}} x\right|=\left|\log_2 x\right|=\sqrt{\log_2^2 x}$. TXĐ: $D=(0;+\infty)$.

$y'=\dfrac{\log_2 x}{x\ln 2.\sqrt{\log_2^2 x}}=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào BBT suy ra: hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 126: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $8,4\%/$ năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó có số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 9. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là số tiền người đó gửi vào ban đầu.

Sau n năm, người đó có số tiền cả vốn lẫn lãi là: $A\left(1+\dfrac{8,4}{100}\right)^n$.

Theo đề: $A\left(1+\dfrac{8,4}{100}\right)^n=2A\Leftrightarrow n=\log_{\left(1+\frac{8,4}{100}\right)}2\approx 8,59$.

Vậy sau 9 năm thì người đó có số tiền gấp đôi số tiền ban đầu.

Câu 127: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm S là tập hợp các nghiệm của phương trình $\log|x|=|\log x|$.

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(0;+\infty)$. **C.** $S=\{1;10\}$. **D.** $S=[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases}|x|>0\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>0\quad(*)$.

Khi đó $\log|x|=|\log x|\Leftrightarrow\log x=|\log x|\Leftrightarrow\log x\geq 0\Leftrightarrow x\geq 1\Leftrightarrow x\in[1;+\infty)$.

Kết hợp với $(*)$ ta được $x\in[1;+\infty)$ thỏa mãn.

Vậy $S=[1;+\infty)$.

Câu 128: **(THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm tập hợp nghiệm S của bất phương trình $5^{1-2x}>\dfrac{1}{125}$

A. $S=(-\infty;2)$. **B.** $S=(0;2)$. **C.** $S=(-\infty;1)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

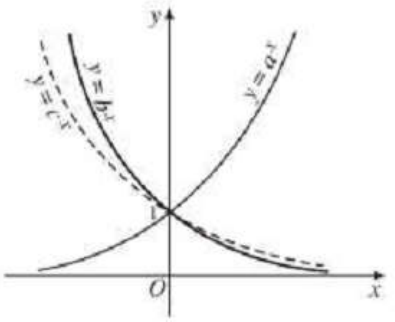
Lời giải

Chọn A

Ta có $5^{1-2x}>\frac{1}{125}\Leftrightarrow 5^{1-2x}>5^{-3}\Leftrightarrow 1-2x>-3\Leftrightarrow x<2$.

Vậy tập nghiệm $S=(-\infty;2)$

Câu 129: **(THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho ba hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$ có đồ thị trên một mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng ?

A. $b<c<a$. **B.** $a<c<b$. **C.** $c<a<b$. **D.** $c<b<a$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ba đồ thị ta thấy hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $a>1$.

Hàm số $y=b^x$ và $y=c^x$ giảm trên $\mathbb{R}$ nên $b<1$ và $c<1$ (loại B và C).

Nhìn vào đồ thị ta thấy với $x>0$ thì $c^x>b^x$ và với $x<0$ thì $b^x>c^x$, do đó $c>b$.

Vậy $b<c<a$

Câu 130: **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{5}}(2x-3)>-1$

A. $x<4$. **B.** $x>\frac{3}{2}$. **C.** $4>x>\frac{3}{2}$. **D.** $x>4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tập xác định $D=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$

Bất phương trình $\Leftrightarrow 2x-3<\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}\Leftrightarrow 2x-3<5\Leftrightarrow x<4$

Kết hợp với tập xác định ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(\frac{3}{2};4\right)$.

Câu 131: **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log\left(x^2-3x+1\right)=-9$ bằng

A. -3. **B.** 9. **C.** 10^{-9}. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tương đương với $x^2-3x+1=10^{-9} \Leftrightarrow x^2-3x+1-10^{-9}=0$.

$\Delta=5+4.10^{-9}>0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 phân biệt.

Ta có $x_1+x_2=3$.

Câu 132: **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Một người gửi tiết kiệm với số tiền gửi là A đồng với lãi suất 6% một năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính gốc cho năm tiếp theo. Sau 10 năm người đó rút ra được số tiền gốc lẫn lãi nhiều hơn số tiền ban đầu là 100 triệu đồng ? Hỏi người đó phải gửi số tiền A bằng bao nhiêu ?

A. $145037058,3$ đồng. **B.** $55839477,69$ đồng. **C.** 126446589 đồng. **D.** $111321563,5$ đồng.

Lời giải

Chọn C

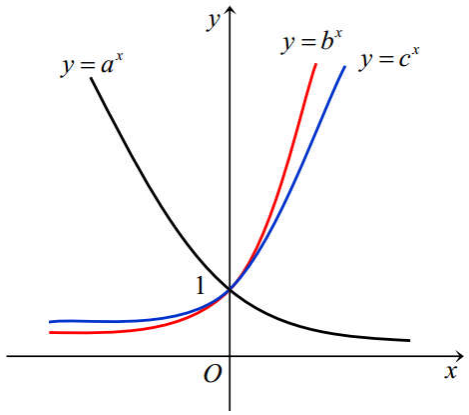
Từ công thức lãi kép ta có $A_n=A(1+r)^n$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} n=10 \\ r=0,06 \\ A_n=A+100 \end{cases} \Rightarrow 100+A=A(1+0,06)^{10} \Leftrightarrow 100=A\left(1,06^{10}-1\right) \Leftrightarrow A=\frac{100}{1.06^{10}-1}$$

$\Leftrightarrow A=126446597$ (đồng).

Câu 133: **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $a<c<b$. **B.** $c<a<b$. **C.** $b<c<a$. **D.** $a<b<c$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Hàm số $y=a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow 0<a<1$.

Các hàm số $y=b^x$ và $y=c^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên b, $c>1$.

Ta lại có $\forall x>0$ thì $b^x>c^x \Rightarrow b>c$.

Vậy $a<c<b$.

Câu 134: **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Số điểm có tọa độ là các số nguyên của đồ thị hàm số: $y=\frac{2x+3}{x-1}$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y=\dfrac{2x+3}{x-1}=2+\dfrac{5}{x-1}$ suy ra số điểm có tọa độ nguyên của đồ thị hàm số là 4 điểm tương ứng hoành độ $x\in\{0;2;-4;6\}$.

Câu 135: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số $y=x^2\sin x$ là hàm lẻ trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$.

C. Hàm số $y=\cos 2x$ là hàm tuần hoàn với chu kỳ $T=\pi$.

D. Hàm số $y=\cot x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có khẳng định **A** đúng vì hàm số $y=x^2\sin x$ có tập xác định $\mathbb{R}$ đối xứng và $y(-x)=-y(x)$.

Khẳng định **B** sai vì hàm số $y=\sin x$ có $y'=\cos x<0$ khi $x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)\subset(0;\pi)$.

Dễ thấy hai khẳng định còn lại đúng.

Câu 136: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Giả sử p, q là các số thực dương sao cho $\log_9 p=\log_{12} q=\log_{16}(p+q)$. Tìm giá trị của $\dfrac{p}{q}$.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{8}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$. **D.** $\dfrac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_9 p=\log_{12} q=\log_{16}(p+q)=t$, lúc đó $p=9^t$, $q=12^t$ và $p+q=16^t$.

Ta được phương trình $9^t+12^t=16^t\Leftrightarrow\left(\dfrac{9}{16}\right)^t+\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=1\Leftrightarrow\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2t}+\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=1$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\\ \left(\dfrac{3}{4}\right)^t=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

Do $\left(\dfrac{3}{4}\right)^t>0$ nên $\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Ta có $\dfrac{p}{q}=\dfrac{9^t}{12^t}=\left(\dfrac{3}{4}\right)^t$ nên $\dfrac{p}{q}=\dfrac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$.

Câu 137: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(4x+1)$ là

A. $y'=\dfrac{\ln 3}{4x+1}$. **B.** $y'=\dfrac{4}{(4x+1)\ln 3}$.

C. $y'=\dfrac{1}{(4x+1)\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{4\ln 3}{4x+1}$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = \frac{(4x+1)'}{(4x+1)\ln 3} = \frac{4}{(4x+1)\ln 3}.$$

Câu 138: **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm tập nghiệm của phương trình: $2^{(x-1)^2} = 4^x$.

A. $\{4+\sqrt{3};4-\sqrt{3}\}$. **B.** $\{-2+\sqrt{3};-2-\sqrt{3}\}$.

C. $\{2+\sqrt{3};2-\sqrt{3}\}$. **D.** $\{-4+\sqrt{3};-4-\sqrt{3}\}$.

Lời giải

Chọn C

$2^{(x-1)^2} = 4^x \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$.

Vậy tập nghiệm của PT là: $S = \{2+\sqrt{3};2-\sqrt{3}\}$.

Câu 139: **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$ là:

A. $S = (-\infty;3)$. **B.** $S = (1;+\infty)$.

C. $S = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$. **D.** $S = (1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x^2 - 4x > -3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow x < 1 \vee x > 3$.

Vậy $S = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$.

Câu 140: **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Dân số thế giới được dự đoán theo công thức $P(t) = ae^{bt}$, trong đó a, b là các hằng số, t là năm tính dân số. Theo số liệu thực tế, dân số thế giới năm 1950 là 2560 triệu người; dân số thế giới năm 1980 là 3040 triệu người. Hãy dự đoán dân số thế giới năm 2020?

A. 3823 triệu. **B.** 5360 triệu. **C.** 3954 triệu. **D.** 4017 triệu.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a.e^{1950b} = 2560 \ (1) \\ a.e^{1980b} = 3040 \ (2) \end{cases}$.

Chia (2) cho (1) ta được $e^{30b} = \frac{19}{16} \Leftrightarrow 30b = \ln\frac{19}{16} \Leftrightarrow b = \frac{1}{30}\ln\frac{19}{16}$.

Thay vào (1) ta được: $a = \frac{2560}{\left(\frac{19}{16}\right)^{65}}$.

Vậy $P(2020) = \frac{2560}{\left(\frac{19}{16}\right)^{65}}.e^{2020.\frac{1}{30}\ln\frac{19}{16}} \approx 3823$ (triệu)

Câu 141: **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình: $\log x + \log(x-9) = 1$.

A. $\{10\}$. **B.** $\{9\}$. **C.** $\{1;9\}$. **D.** $\{-1;10\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x>9$.

Ta có: $\log x+\log(x-9)=1 \Leftrightarrow \log\left[x(x-9)\right]=1 \Leftrightarrow x(x-9)=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=10 \end{array}\right.$.

So sánh với điều kiện xác định nên $\log x+\log(x-9)=1$ có nghiệm $x=10$.

Câu 142: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Biết $\log_6 2=a$, $\log_6 5=b$. Tính $\log_3 5$ theo a và b được kết quả:

A. $\dfrac{a}{1-b}$. **B.** $\dfrac{a-1}{b}$. **C.** $\dfrac{b-1}{a}$. **D.** $\dfrac{b}{1-a}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 143: Ta có $\log_3 5=\dfrac{\log_6 5}{\log_6 3}=\dfrac{b}{\log_6 \dfrac{6}{2}}=\dfrac{b}{\log_6 6-\log_6 2}=\dfrac{b}{1-a}$. **(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\ln x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Miền giá trị của hàm số là khoảng $(0;+\infty)$.

B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng khi $x\to 0^+$.

C. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(0;+\infty)$

Lời giải.

Chọn D

Hàm số $y=\ln x$ có tập xác định $(0;+\infty)$ và có cơ bằng $e>1 \Rightarrow$ **Chọn D**

Câu 144: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=\ln(x^2-5x)$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $f'(x)=0$.

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\left\{\dfrac{5}{2}\right\}$.

C. $S=\{0;5\}$. **D.** $S=(-\infty;0)\cup(5;+\infty)$.

Lời giải

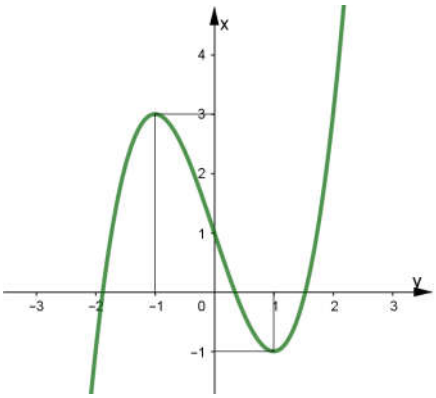
Chọn A

* Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2-5x>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>5 \end{array}\right.$.

* Ta có $f'(x)=\dfrac{2x-5}{x^2-5x}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-5=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}$ (loại).

* Vậy $S=\varnothing$.

Câu 145: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)=\log_2 m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt?



A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình $f(x)=\log_2 m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases} m>0 \\ -1<\log_2 m<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \frac{1}{2}<m<8 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}<m<8$.

Do m là số nguyên dương nên $m\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Câu 146: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $9^{x+1}-20.3^x+8=0$. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng ?

A. $x_1+x_2=\log_3\frac{8}{9}$. **B.** $x_1+x_2=\frac{20}{9}$. **C.** $x_1x_2=\log_3\frac{8}{9}$. **D.** $x_1x_2=\frac{8}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $9^{x+1}-20.3^x+8=0 \Leftrightarrow 9.9^x-20.3^x+8=0$.

Đặt $t=3^x$ với $t>0$, khi đó phương trình đã cho trở thành: $9t^2-20t+8=0$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho, ta có: $t_1=3^{x_1}$ và $t_2=3^{x_2}$.

Theo định lí Vi – ét, ta có: $t_1+t_2=3^{x_1}+3^{x_2}=\frac{20}{9}$.

Và: $t_1t_2=3^{x_1}.3^{x_2}=\frac{8}{9}\Leftrightarrow x_1+x_2=\log_3\frac{8}{9}$.

Câu 147: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Tìm tập hợp tất cả các nghiệm thực của bất phương trình $\left(\frac{9}{7}\right)^{3x-2x^2}\geq\frac{9}{7}$.

A. $x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$. **B.** $x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[1;+\infty)$.

C. $x\in\left[\frac{1}{2};1\right]$. **D.** $x\in\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{9}{7}\right)^{3x-2x^2} \ge \frac{9}{7} \Leftrightarrow 3x-2x^2 \ge 1 \Leftrightarrow -2x^2+3x-1 \ge 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le x \le 1$.

Vậy tập hợp tất cả các nghiệm thực của bất phương trình $x \in \left[\frac{1}{2};1\right]$.

Câu 148: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_2(x-6)=\log_2 7$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ x-6>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>6 \ (*)$.

Ta có $\log_2 x+\log_2(x-6)=\log_2 7 \Leftrightarrow \log_2 x(x-6)=\log_2 7 \Leftrightarrow x(x-6)=7$

$\Leftrightarrow x^2-6x-7=0$

$\Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=7$. Kết hợp điều kiện $(*)$ ta được phương trình đã cho có 1 nghiệm $x=7$.

Câu 149: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Phương trình $5^{x^2-3x+2}=3^{x-2}$ có một nghiệm dạng $x=\log_a b$ với a, b là các số nguyên dương lớn hơn 4 và nhỏ hơn 16. Khi đó $a+2b$ bằng

A. 35. **B.** 25. **C.** 40. **D.** 30.

Lời giải

Chọn A

$5^{x^2-3x+2}=3^{x-2} \Leftrightarrow (x^2-3x+2)=(x-2)\log_5 3 \Leftrightarrow (x-2)(x-1-\log_5 3)=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1+\log_5 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\log_5 15 \end{array}\right.$.

Suy ra $a=5$, $b=15$.

Vậy $a+2b=35$.

Câu 150: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=x^2.\mathrm{e}^{2x}$. Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{f'(x)}{x^2+x}$.

A. $y'=2\mathrm{e}^{2x}$. **B.** $y'=2x\mathrm{e}^{2x}-1$. **C.** $y'=4\mathrm{e}^{2x}$. **D.** $y'=4x\mathrm{e}^{2x}+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=2x.\mathrm{e}^{2x}+2x^2.\mathrm{e}^{2x}=2\mathrm{e}^{2x}(x^2+x)$.

$\Rightarrow y=\frac{f'(x)}{x^2+x}=\frac{2\mathrm{e}^{2x}(x^2+x)}{x^2+x}=2\mathrm{e}^{2x} \Rightarrow y'=4\mathrm{e}^{2x}$.

Câu 151: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{16-2^{2x+1}}$.

A. $D=\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $D=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]$. **D.** $D=\left(0;\frac{3}{2}\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $y=\sqrt{16-2^{2x+1}}$ xác định khi và chỉ khi $16-2^{2x+1}\ge 0\Leftrightarrow 2x+1\le 4\Leftrightarrow x\le\frac{3}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

Câu 152: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Biết $\log_2 x=6\log_4 a-4\log_2\sqrt{b}-\log_{\frac{1}{2}} c$. Tìm kết luận đúng.

A. $x=\frac{a^3}{b^2c}$. **B.** $x=a^3-b^2+c$. **C.** $x=\frac{a^3c}{b^2}$. **D.** $x=\frac{ac^3}{b^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\log_2 x=6\log_4 a-4\log_2\sqrt{b}-\log_{\frac{1}{2}} c\Leftrightarrow\log_2 x=\log_2 a^3-\log_2 b^2+\log_2 c$

$\Leftrightarrow\log_2 x=\log_2\frac{a^3c}{b^2}\Leftrightarrow x=\frac{a^3c}{b^2}$.

Câu 153: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Gọi x_o là nghiệm lớn nhất của phương trình $\left(3^x-2\right)\left(9^x-3^{x+2}+8\right)=0$. Tính $P=x_o-\log_3 2$.

A. $P=3\log_3 2$. **B.** $P=\log_3 6$. **C.** $P=\log_3 8$. **D.** $P=2\log_3 2$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\left(3^x-2\right)\left(9^x-3^{x+2}+8\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=2\\3^{2x}-9.3^x+8=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\log_3 2\\3^x=1\\3^x=8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\log_3 2\\x=0\\x=\log_3 8\end{array}\right.$.

Vậy nghiệm lớn nhất là $x_o=\log_3 8$ nên $P=x_o-\log_3 2=\log_3 8-\log_3 2=2\log_3 2$.

Câu 154: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $2^{x^2-3x+2}=4$ có 2 nghiệm là $x_1;\ x_2$. Hãy tính giá trị của $T=x_1^3+x_2^3$.

A. $T=9$. **B.** $T=1$. **C.** $T=3$. **D.** $T=27$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x^2-3x+2}=4\Leftrightarrow x^2-3x+2=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Vậy $T=x_1^3+x_2^3=27$.

Câu 155: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{4x^2+3x+1}$ là

A. $y'=12x+3$. **B.** $y'=\frac{1}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$.

C. $y'=\dfrac{8x+3}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$. **D.** $y'=\dfrac{8x+3}{\sqrt{4x^2+3x+1}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{\left(4x^2+3x+1\right)'}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}=\dfrac{8x+3}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$.

Câu 156: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $3^x+4^x=25$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x=2$ là một nghiệm của phương trình.

Xét hàm số $f(x)=3^x+4^x$ có $f'(x)=3^x\ln 3+4^x\ln 4>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ liên tục và đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy phương trình $f(x)=25$ có duy nhất một nghiệm.

Câu 157: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $16^x-5.4^x+4\ge 0$ là:

A. $T=(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$. **B.** $T=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

C. $T=(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **D.** $T=(-\infty;0]\cup[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=4^x$, $t>0$.

$16^x-5.4^x+4\ge 0$ trở thành $t^2-5t+4\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\ge 4\\t\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\ge 4\\0<t\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4^x\ge 4\\0<4^x\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\x\le 0\end{array}\right.$.

Vậy $T=(-\infty;0]\cup[1;+\infty)$.

Câu 158: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình $\log_2^2 x-\left(m^2-3m\right)\log_2 x+3=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2=16$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=4\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=4\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-4\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2^2 x-\left(m^2-3m\right)\log_2 x+3=0\quad(1)$.

Điều kiện $x>0$.

Đặt $\log_2 x=t$. Ta được phương trình $t^2-\left(m^2-3m\right)t+3=0\quad(2)$.

Ta có: $x_1x_2=16 \Leftrightarrow \log_2(x_1x_2)=4 \Leftrightarrow \log_2 x_1+\log_2 x_2=4$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2=16$ khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1+t_2=4$.

Vậy suy ra $m^2-3m=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Thử lại thấy thỏa mãn.

Câu 159: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Cho biểu thức $P=\sqrt{x}.\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x^5}$, $(x>0)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $P=x^{\frac{5}{2}}$. **C.** $P=x^{\frac{5}{3}}$. **D.** $P=x^{\frac{7}{3}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P=\sqrt{x}.\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x^5}=x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{5}{6}}=x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}}=x^{\frac{5}{3}}$.

Câu 160: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Biết rằng đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $M\left(\pi;\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $0<a<1$ và $0<b<1$.. **B.** $0<a<1$ và $b>1$.
C. $a>1$ và $b>1$. **D.** $a>1$ và $0<b<1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị hàm số đi qua $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $M\left(\pi;\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ nên ta có $\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{\mathrm{e}}=a^{\pi} \\ \frac{1}{\mathrm{e}}=\log_b \pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a=\mathrm{e}^{-\frac{1}{\pi}} \\ b=\mathrm{e}^{\pi} \end{array}\right.$ suy ra $0<a<1$ và $b>1$.

Câu 161: **(THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{x}}}}}$, $(x>0)$. Đạo hàm của y là:

A. $y'=\mathrm{e}^{\frac{15}{16}}.x^{-\frac{31}{32}}$. **B.** $y'=\frac{\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}}}}}{32.\sqrt[32]{x^{31}}}$. **C.** $y'=\mathrm{e}^{\frac{15}{16}}.x^{\frac{31}{32}}$. **D.** $y'=\frac{\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}}}}}{2\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y=\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}}}}.x^{\frac{1}{32}} \Rightarrow y'=\frac{1}{32}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}}}}.x^{\frac{1}{32}-1}=\frac{1}{32}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}}}}.x^{-\frac{31}{32}}$

$=\frac{\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}}}}}{32.\sqrt[32]{x^{31}}}$.

Câu 162: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x$. **B.** $y=2018^{-x}$. **C.** $y=(0,1)^{2x}$. **D.** $y=(3\pi)^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $3\pi>1$ nên hàm số $y=(3\pi)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $y=2018^{-x}=\left(\dfrac{1}{2018}\right)^x$ có $a=\dfrac{1}{2018}<1$ nên hàm số $y=2018^{-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 163: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<0$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$.

C. $S=(-\infty;0)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $S=(-\infty;1)\cup\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $0<\dfrac{2}{3}<1$ nên ta có $\log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<0$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2-x+1>0\\2x^2-x+1>1\end{cases}\Leftrightarrow 2x^2-x>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-\infty;0)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 164: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Ông An muốn sở hữu khoản tiền $20.000.000$ đồng vào ngày $10/7/2018$ ở một tài khoản với lãi suất năm $6,05\%$. Hỏi ông An đã đầu tư tối thiểu bao nhiêu tiền trên tài khoản này vào ngày $10/7/2013$ để được mục tiêu đề ra?

A. $14.059.373,18$ đồng. **B.** $15.812.018,15$ đồng.

C. $14.909.000$ đồng. **D.** $14.909.965,26$ đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi A là số tiền tối thiểu mà ông An đầu tư.

Ta có $A(1+r)^5=20.10^6\Rightarrow A=\dfrac{20.10^6}{\left(1+\dfrac{6.05}{100}\right)^5}\Rightarrow A=\dfrac{20.10^6}{\left(1+\dfrac{6,05}{100}\right)^5}\approx 14.909.65,26$

Câu 165: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Cho các số thực $a<b<0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

A. $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)^2=\ln\left(a^2\right)-\ln\left(b^2\right)$. **B.** $\ln(ab)^2=\ln\left(a^2\right)+\ln\left(b^2\right)$.

C. $\ln\sqrt{ab}=\frac{1}{2}\left(\ln a+\ln b\right)$. **D.** $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln|a|-\ln|b|$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\ln\sqrt{ab}=\frac{1}{2}\left(\ln|a|+\ln|b|\right)$.

Câu 166: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Phương trình $\log_2(x-3)+\log_2(x-1)=3$ có nghiệm là một số

A. chẵn. **B.** chia hết cho 3. **C.** chia hết cho 7. **D.** chia hết cho 5.

Lời giải

Chọn D

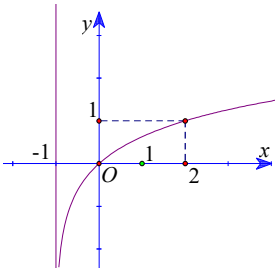
Điều kiện: $x>3$

$\log_2(x-3)+\log_2(x-1)=3\Leftrightarrow\log_2(x-3)(x-1)=3$

$\Leftrightarrow x^2-4x+3=8\Leftrightarrow x^2-4x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=5\end{array}\right.$.

So điều kiện phương trình có nghiệm $x=5$.

Câu 167: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y=\log_2 x+1$. **B.** $y=\log_2(x+1)$. **C.** $y=\log_3 x$. **D.** $y=\log_3(x+1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-1$ làm tiệm cận đứng nên loại đáp án A và C.

Lại có $A(2;1)$ thuộc đồ thị hàm số nên loại phương án B.

Câu 168: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Gọi a là một nghiệm của phương trình $4.2^{2\log x}-6^{\log x}-18.3^{2\log x}=0$. Khẳng định nào sau đây đúng khi đánh giá về a ?

A. $(a-10)^2=1$.

B. a cũng là nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{\log x}=\frac{9}{4}$.

C. $a^2+a+1=2$.

D. $a=10^2$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x>0$.

Chia cả hai vế của phương trình cho $3^{2\log x}$ ta được $4\left(\frac{3}{2}\right)^{2\log x}-\left(\frac{3}{2}\right)^{\log x}-18=0$.

Đặt $t=\left(\frac{3}{2}\right)^{\log x}$, $t>0$.

Ta có $4t^2-t-18=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{9}{4} \\ t=-2(L) \end{array}\right.$.

Với $t=\frac{9}{4} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\log x}=\frac{9}{4} \Leftrightarrow \log x=2 \Leftrightarrow x=100$.

Vậy $a=100=10^2$.

Câu 169: **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x+9.3^{-x}<10$ là

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=3^x\ (t>0)$, bất phương trình có dạng $t+\frac{9}{t}<10 \Leftrightarrow t^2-10t+9<0 \Leftrightarrow 1<t<9$.

Khi đó $1<3^x<9 \Leftrightarrow 0<x<2$. Vậy nghiệm nguyên của phương trình là $x=1$.

Câu 170: **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=\ln\left(2.\mathrm{e}^x+m\right)$ có $f'(-\ln 2)=\frac{3}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $m\in(1;3)$. **B.** $m\in(-5;-2)$. **C.** $m\in(1;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2.\mathrm{e}^x+m>0$.

Ta có $f'(x)=\frac{2\mathrm{e}^x}{2\mathrm{e}^x+m}$.

Theo đề bài ta có $f'(-\ln 2)=\frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2\mathrm{e}^{-\ln 2}}{2\mathrm{e}^{-\ln 2}+m}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{1+m}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow m=-\frac{1}{3}$.

Vậy $m\in(-\infty;3)$.

Câu 171: **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Bất phương trình $\log_4(x+7)>\log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên ?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x>-1$.

$\log_4(x+7)>\log_2(x+1) \Leftrightarrow x+7>x^2+2x+1$

$\Leftrightarrow x^2+x-6<0 \Leftrightarrow -3<x<2$.

Do điều kiện nên tập nghiệm của bất phương trình là $S=\{0,1\}$.

Câu 172: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-2x+3\right)^{-3}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$. **B.** $D=(0;+\infty)$.

C. $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\left(x^2-2x+3\right)^{-3}$ xác định khi $(x-1)^2+2\neq 0 \Leftrightarrow x^2-2x+3\neq 0$ đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định là: $D=\mathbb{R}$.

Câu 173: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3\left(x^2-2x+3\right)-\log_3(x+1)=1$.

A. $S=\{0;5\}$. **B.** $S=\{5\}$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{1;5\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>-1$.

Khi đó, $\log_3\left(x^2-2x+3\right)-\log_3(x+1)=1 \Leftrightarrow \log_3\left(x^2-2x+3\right)=\log_3\left[3(x+1)\right]$

$\Leftrightarrow x^2-2x+3=3(x+1) \Leftrightarrow x^2-5x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=5 \end{array}\right.$.

Câu 174: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Cho phương trình $4^{x^2-2x}+2^{x^2-2x+3}-3=0$. Khi đặt $t=2^{x^2-2x}$, ta được phương trình nào dưới đây ?

A. $t^2+8t-3=0$. **B.** $2t^2-3=0$. **C.** $t^2+2t-3=0$. **D.** $4t-3=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $4^{x^2-2x}+2^{x^2-2x+3}-3=0 \Leftrightarrow \left(2^{x^2-2x}\right)^2+2^3.2^{x^2-2x}-3=0$.

Kho đó, đặt $t=2^{x^2-2x}$, ta được phương trình $t^2+8t-3=0$.

Câu 175: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền ? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

A. 738.100 đồng. **B.** 726.000 đồng. **C.** 714.000 đồng. **D.** 750.300 đồng.

Lời giải

Chọn A

Số ngày bạn An để dành tiền (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016) là $31+29+31+30=121$ ngày.

Số tiền bỏ ống heo ngày đầu tiên là: $u_1=100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ hai là: $u_2=100+1.100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ ba là: $u_3=100+2.100$.

…

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ n là: $u_n=u_1+(n-1)d=100+(n-1)100=100n$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ 121 là: $u_{121}=100.121=12100$.

Sau 121 ngày thì số tiền An tích lũy được là tổng của 121 số hạng đầu của cấp số cộng có số hạng đầu $u_1=100$, công sai $d=100$.

Vậy số tiền An tích lũy được là $S_{121}=\frac{121}{2}\left(u_1+u_{121}\right)=\frac{121}{2}\left(100+12100\right)=738100$ đồng.

Câu 176: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho $x=2018!$. Tính

$$A=\frac{1}{\log_{2^{2018}}x}+\frac{1}{\log_{3^{2018}}x}+...+\frac{1}{\log_{2017^{2018}}x}+\frac{1}{\log_{2018^{2018}}x}.$$

A. $A=\frac{1}{2017}$. **B.** $A=2018$. **C.** $A=\frac{1}{2018}$. **D.** $A=2017$.

Lời giải

Chọn B

$$A=\frac{1}{\log_{2^{2018}}x}+\frac{1}{\log_{3^{2018}}x}+...+\frac{1}{\log_{2017^{2018}}x}+\frac{1}{\log_{2018^{2018}}x}$$
$$=\log_x 2^{2018}+\log_x 3^{2018}+...+\log_x 2017^{2018}+\log_x 2018^{2018}$$
$$=2018.\log_x 2+2018.\log_x 3+...+2018.\log_x 2017+2018.\log_x 2018$$
$$=2018.\left(\log_x 2+\log_x 3+...+\log_x 2017+\log_x 2018\right)=2018.\log_x\left(2.3.....2017.2018\right)$$
$$=2018.\log_{2018!}2018!=2018.$$

Câu 177: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Nếu $\log_2\left(\log_8 x\right)=\log_8\left(\log_2 x\right)$ thì $\left(\log_2 x\right)^2$ bằng:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** 3^{-1}. **C.** 27. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ \log_2 x>0\Leftrightarrow x>1\\ \log_8 x>0\end{cases}$.

$$\log_2\left(\log_8 x\right)=\log_8\left(\log_2 x\right)\Leftrightarrow\log_2\left(\frac{1}{3}\log_2 x\right)=\frac{1}{3}\log_2\left(\log_2 x\right)$$
$$\Leftrightarrow\log_2\left(\frac{1}{3}\log_2 x\right)=\log_2\left(\log_2 x\right)^{\frac{1}{3}}\Leftrightarrow\frac{1}{3}\log_2 x=\left(\log_2 x\right)^{\frac{1}{3}}\Leftrightarrow\frac{1}{27}\left(\log_2 x\right)^3=\log_2 x$$
$$\Leftrightarrow\frac{1}{27}\left(\log_2 x\right)^2=1\Leftrightarrow\left(\log_2 x\right)^2=27.$$

Câu 178: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Rút gọn biểu thức $A=\frac{\sqrt[3]{a^7}.a^{\frac{11}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a>0$ ta được kết quả $A=a^{\frac{m}{n}}$, trong đó m, $n\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $m^2-n^2=-312$. **B.** $m^2-n^2=312$. **C.** $m^2+n^2=543$. **D.** $m^2+n^2=409$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^7}.a^{\frac{11}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-5}}}=\dfrac{a^{\frac{7}{3}}.a^{\frac{11}{3}}}{a^4.a^{-\frac{5}{7}}}=a^{\frac{19}{7}}$.

Suy ra $m=19$, $n=7$ $\Rightarrow m^2-n^2=312$.

Câu 179: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_4\dfrac{2x+1}{x-1}\right)>1$.

A. $S=(-\infty;1)$. **B.** $S=(-\infty;-3)$. **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_4\dfrac{2x+1}{x-1}\right)>1\Leftrightarrow 0<\log_4\dfrac{2x+1}{x-1}<\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 1<\dfrac{2x+1}{x-1}<4^{\frac{1}{2}}$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2x+1}{x-1}-1>0\\ \dfrac{2x-1}{x-1}-2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x+2}{x-1}>0\\ \dfrac{3}{x-1}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2<0\\ x-1<0\end{cases}\Leftrightarrow x<-2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-2)$.

Câu 180: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\log_{0,3}(3-x)}$.

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;3)$. **C.** $D=[2;+\infty)$. **D.** $D=[2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow\begin{cases}3-x>0\\ \log_{0,3}(3-x)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<3\\ (3-x)\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<3\\ x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow 2\le x<3$ hay

$x\in[2;3)$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=[2;3)$.

Câu 181: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_5(x^2+2)$. Tích ab bằng.

A. $y'=\dfrac{2x}{(x^2+2)\ln 5}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{(x^2+2)}$. **C.** $y'=\dfrac{2x\ln 5}{(x^2+2)}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{(x^2+2)\ln 5}$.

Lời giải

Chọn A

Có: $y'=\dfrac{(x^2+2)'}{(x^2+2)\ln 5}=\dfrac{2x}{(x^2+2)\ln 5}$.

Câu 182: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x=\log_2(x^2-x)$ là:

A. $S=\{2\}$. **B.** $S=\{0\}$. **C.** $S=\{0;2\}$. **D.** $S=\{1;2\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>1$.

Với điều kiện trên ta có:

$$\log_2 x=\log_2\left(x^2-x\right)\Leftrightarrow x=x^2-x\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện phương trình có tập nghiệm là $S=\{2\}$.

Câu 183: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{2}{\mathrm{e}}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$. **D.** $y=2^{-x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a=\frac{\pi}{3}>1$ nên hàm số $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Các hàm số còn lại có cơ số nhỏ hơn một nên là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 184: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Bất phương trình $\log_{0,5}\left(2x-1\right)\geq 0$ có tập nghiệm là?

A. $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};1\right]$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

$\log_{0,5}\left(2x-1\right)\geq 0\Leftrightarrow 2x-1\leq 0,5^0\Leftrightarrow 2x\leq 2\Leftrightarrow x\leq 1$.

So sánh với điều kiện ta có tập nghiệp của bất phương trình là $S=\left(\frac{1}{2};1\right]$.

Câu 185: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Phương trình $\log_2\left(x^2-9x\right)=3$ có tích hai nghiệm bằng?

A. 9. **B.** 3. **C.** 27. **D.** -8.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x^2-9x>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\x>9\end{array}\right.$.

Ta có $\log_2\left(x^2-9x\right)=3\Leftrightarrow x^2-9x=8\Leftrightarrow x^2-9x-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{9-\sqrt{113}}{2}\\x=\frac{9+\sqrt{113}}{2}\end{array}\right.$

Khi đó tích hai nghiệm là $\left(\frac{9-\sqrt{113}}{2}\right)\left(\frac{9+\sqrt{113}}{2}\right)=-8$.

Câu 186: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1}>3^{3-x}$ là:

A. $x>-\frac{2}{3}$. **B.** $x<\frac{2}{3}$. **C.** $x>\frac{2}{3}$. **D.** $x>\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$3^{2x+1} > 3^{3-x} \Leftrightarrow 2x+1 > 3-x \Leftrightarrow 3x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$.

Câu 187: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Biết $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$. Tính $I = \log_3 5$ theo a, b.

A. $I = \frac{b}{1+a}$. **B.** $I = \frac{b}{1-a}$. **C.** $I = \frac{b}{a-1}$. **D.** $I = \frac{b}{a}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_3 5 = \frac{\log_6 5}{\log_6 3} = \frac{\log_6 5}{\log_6 6 - \log_6 2} = \frac{b}{1-a}$.

Câu 188: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Giá trị của m để phương trình $9^x + 3^x + m = 0$ có nghiệm là:

A. $m > 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m > 1$. **D.** $0 < m < 1$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 3^x$ với $t > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2 + t + m = 0$ (*).

Phương trình đề cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có ít nhất một nghiệm dương.

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ có $f'(t) = 2t + 1$. Xét $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $t^2 + t = -m$ có ít nhất một nghiệm dương khi và chỉ khi $-m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Câu 189: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Biết rằng m, n là các số nguyên thỏa mãn $\log_{360} 5 = 1 + m.\log_{360} 2 + n.\log_{360} 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $3m + 2n = 0$. **B.** $m^2 + n^2 = 25$. **C.** $m.n = 4$. **D.** $m + n = -5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{360} 5 - 1 = \log_{360} 5 - \log_{360} 360 = \log_{360} \frac{5}{360}$

$= -\log_{360} 72 = -\log_{360}\left(2^3.3^2\right) = -3\log_{360} 2 - 2\log_{360} 3$.

Do đó $\log_{360} 5 = 1 - 3\log_{360} 2 - 2\log_{360} 3$. Vậy $m = -3$, $n = -2$.

Câu 190: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức: $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng,

t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Để số lượng vi khuẩn ban đầu tăng gấp đôi thì thời gian tăng trưởng t gần với kết quả nào sau đây nhất:

A. 3 giờ 9 phút. **B.** 3 giờ 2 phút. **C.** 3 giờ 30 phút. **D.** 3 giờ 18 phút.

Lời giải

Chọn A

Ta có $300=100.\mathrm{e}^{5r} \Rightarrow r=\frac{1}{5}\ln 3$.

$2.A=A.\mathrm{e}^{t.\frac{1}{5}\ln 3} \Rightarrow t=5\log_3 2$ giờ.

Câu 191: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Xét các khẳng định sau:

I. Hàm số $y=\log_3 x$ đồng biến trên tập xác định.

II. Đồ thị hàm số $y=2^x$ nhận trục tung Oy làm tiệm cận đứng.

III. Đồ thị các hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ và $y=\log_{\sqrt{2}} x$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

IV. Hàm số $y=a^x$, $(a>0,a\neq 1)$ là hàm số chẵn.

V. Đồ thị các hàm số $y=3^x$ và $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ đối xứng với nhau qua trục tung Oy.

Có bao nhiêu khẳng định **sai** trong các khẳng định trên?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\log_3 x$ có cơ số $a=3>1$ nên đồng biến trên tập xác định, I đúng.

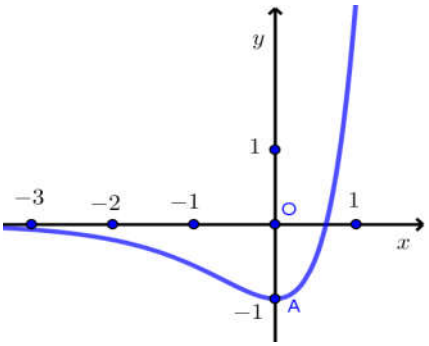
Hàm số $y=2^x$ chỉ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang, không có tiệm cận đứng, II sai.

Đồ thị các hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ và $y=\log_{\sqrt{2}} x$ cắt nhau tại hai điểm $(2;2)$ và $(4;4)$, III đúng.

Hàm số $y=a^x$, $(a>0,a\neq 1)$ có $a^{-x}\neq a^x$ nên không là hàm số chẵn, IV sai.

Hàm số $y=f(x)=3^x$ và $y=g(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ có $\left(\frac{1}{3}\right)^x=3^{-x} \Rightarrow g(x)=f(-x)$, V đúng

Câu 192: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=3^{2x}-2.3^x$ có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

(1) Đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ là $x=\log_3 2$.

(2) Bất phương trình $f(x) \ge -1$ có nghiệm duy nhất.

(3) Bất phương trình $f(x) \ge 0$ có tập nghiệm là: $(-\infty;\log_3 2)$.

(4) Đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

(1): $3^{2x}-2.3^x=0 \Leftrightarrow 3^x-2=0 \Leftrightarrow x=\log_3 2$ nên (1) đúng.

(2) Bất phương trình $f(x) \ge -1$ có nghiệm duy nhất: sai.

(3) Bất phương trình $f(x) \ge 0$ có tập nghiệm là: $(\log_3 2;+\infty)$ nên (3) sai.

(4) Đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt: sai.

Vậy có 1 mệnh đề đúng.

Câu 193: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\log_2 x+\log_2(x-1)=1$ có tập nghiệm là:

A. $\{-1;3\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2 x+\log_2(x-1)=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \log_2\left(x^2-x\right)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x^2-x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$$

Câu 194: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x^2-x}<25$ là:

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $5^{x^2-x}<25 \Leftrightarrow x^2-x<2 \Leftrightarrow -1<x<2 \Leftrightarrow x\in(-1;2)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-1;2)$.

Câu 195: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $2^x+2^{x+1}=3^x+3^{x+1}$ là.

A. $\log_{\frac{3}{4}}\frac{3}{2}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{4}$. **D.** $x=\log_{\frac{4}{3}}\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^x+2^{x+1}=3^x+3^{x+1} \Leftrightarrow 3.2^x=4.3^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x=\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{4}$.

Câu 196: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi xuất $r=0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó với tiền lãi của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu.

A. 45 tháng. **B.** 46 tháng. **C.** 47 tháng. **D.** 44 tháng.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức lãi kép số tiền có được sau n tháng là $T = T_0 \times (1+r)^n$.

Áp dụng vào ta có: $100.000.000 \times 1,005^n \geq 125.000.000 \Rightarrow n \geq 45$.

Câu 197: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Giải bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x-3) \geq 0$.

A. $x \geq 2$. **B.** $\frac{3}{2} < x \leq 2$. **C.** $x \geq \frac{5-\sqrt{3}}{2}$. **D.** $x \leq \frac{5-\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đkxđ: $x > \frac{3}{2}$.

Xét phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x-3) \geq 0 \Leftrightarrow 2x-3 \leq 1 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x \leq 2$.

Câu 198: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Một sinh viên mới ra trường được nhận vào làm việc ở tập đoàn Samsung Việt nam mới mức lương 10.000.000 VNĐ/tháng và thỏa thuận nếu hoàn thành tốt công việc thì sau một quý (3 tháng) công ty sẽ tăng cho anh thêm 500.000 VNĐ. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì lương của anh ta sẽ được 20.000.000 VNĐ/tháng nếu cứ cho rằng anh ta sẽ luôn hoàn thành tốt công việc.

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Một năm có 4 quý nên một năm người đó hoàn thành tốt công việc thì được tăng lương là

$4 \times 500.000 = 2.000.000$ VNĐ.

Gọi x là số năm để lương của anh ta sẽ được 2.000.000 VNĐ.

Ta có phương trình: $10.000.000 + 2.000.000x = 20.000.000 \Leftrightarrow x = 5$ (năm).

Câu 199: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn $x^2 - 6y^2 = xy$. Tính $M = \frac{1+\log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

A. $M = \frac{1}{4}$. **B.** $M = 1$. **C.** $M = \frac{1}{2}$. **D.** $M = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $x^2 - 6y^2 = xy \; x^2 - xy - 6y^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3y \\ x = -2y \end{array}\right.$.

Do x, y là các số thực dương lớn hơn 1 nên $x = 3y$ (1).

Mặt khác $M = \frac{1+\log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)} = \frac{\log_{12} 12xy}{\log_{12}(x+3y)^2}$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có $M = \frac{\log_{12} 36y^2}{\log_{12} 36y^2} = 1$.

Câu 200: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Ông A gửi tiết kiệm vào ngân hàng 300 triệu đồng, với loại kì hạn 3 tháng và lãi suất $12,8\%$/năm. Hỏi sau 4 năm 6 tháng thì số tiền T ông nhận được là bao nhiêu? Biết trong thời gian gửi ông không rút lãi ra khỏi ngân hàng?

A. $T=3.10^8\left(1,032\right)^{18}$ (triệu đồng). **B.** $T=3.10^8.\left(1,032\right)^{54}$ (triệu đồng).

C. $T=3.10^2(1,032)^{18}$ (triệu đồng). **D.** Đáp án khác.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Lãi suất trong một kì hạn là $r=\dfrac{12,8\%}{4}=3,2\%$ / kì hạn.

Sau 4 năm 6 tháng số kì hạn ông A đã gửi là 18 kì hạn.

Số tiền T ông nhận được là $T=M\left(1+r\right)^n=300\left(1+3,2\%\right)^{18}=3.10^2(1,032)^{18}$ (triệu đồng).

Câu 201: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{-2x^2+5x-2}+\ln\dfrac{1}{x^2-1}$ là:

A. $\left[1;2\right]$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left[1;2\right)$. **D.** $\left(1;2\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=\sqrt{-2x^2+5x-2}+\ln\dfrac{1}{x^2-1}$ xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}-2x^2+5x-2\ge0\\\dfrac{1}{x^2-1}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2x^2+5x-2\ge0\\x^2-1>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{2}\le x\le2\\x<-1\vee x>1\end{cases}\Leftrightarrow1<x\le2$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=\left(1;2\right]$.

Câu 202: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho $a,b>0$, nếu $\log_8 a+\log_4 b^2=5$ và $\log_4 a^2+\log_8 b=7$ thì giá trị của ab bằng

A. 2^9. **B.** 8. **C.** 2^{18}. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases}\log_8 a+\log_4 b^2=5\\\log_4 a^2+\log_8 b=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{3}\log_2 a+\log_2 b=5\\\log_2 a+\dfrac{1}{3}\log_2 b=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2 a=6\\\log_2 b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2^6\\b=2^3\end{cases}$.

Vậy $ab=2^9$.

Câu 203: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1+x_2=3$?

A. $m=4$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t=2^x$, $t>0$.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1+x_2=3$ khi phương trình $t^2-2m.t+2m=0$ có 2 nghiệm $t>0$ thoả mãn $t_1.t_2=2^{x_1}.2^{x_2}=2^{x_1+x_2}=8$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ t_1.t_2=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-2m>0\\ 2m=8\end{cases} \Leftrightarrow m=4$

Câu 204: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Từ phương trình $\left(3+2\sqrt{2}\right)^x-2\left(\sqrt{2}-1\right)^x=3$ đặt $t=\left(\sqrt{2}-1\right)^x$ ta thu được phương trình nào sau đây?

A. $t^3-3t-2=0$. **B.** $2t^3+3t^2-1=0$. **C.** $2t^3+3t-1=0$. **D.** $2t^2+3t-1=0$.

Lời giải

Chọn B

□ Nhận xét: $\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)=1$ và $\left(\sqrt{2}+1\right)^2=3+2\sqrt{2}$.

□ Đặt $t=\left(\sqrt{2}-1\right)^x$, $t>0$. Suy ra $\left(3+2\sqrt{2}\right)^x=\left(\sqrt{2}+1\right)^{2x}=\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}-1\right)^{2x}}=\dfrac{1}{t^2}$.

□ Phương trình đã cho được viết lại: $\dfrac{1}{t^2}-2t=3\Leftrightarrow 2t^3+3t^2-1=0$.

Câu 205: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Cho các số thực a, b thỏa mãn $\sqrt[3]{a^{14}}>\sqrt[4]{a^7}$, $\log_b\left(2\sqrt{a+1}\right)<\log_b\left(\sqrt{a}+\sqrt{a+2}\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>1$, $b>1$. **B.** $0<a<1<b$. **C.** $0<b<1<a$. **D.** $0<a<1$, $0<b<1$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $a>0$, $0<b\neq 1$.

Ta có $\sqrt[3]{a^{14}}>\sqrt[4]{a^7}\Leftrightarrow a^{\frac{14}{3}}>a^{\frac{7}{4}}$.

Mà $\dfrac{14}{3}>\dfrac{7}{4}$ nên $a>1$.

Giả sử $2\sqrt{a+1}<\sqrt{a}+\sqrt{a+2}\Leftrightarrow 4(a+1)<a+2\sqrt{a(a+2)}+a+2$

$\Leftrightarrow a+1<\sqrt{a(a+2)}\Leftrightarrow a^2+2a+1<a^2+2a\Leftrightarrow 1<0$ (vô lý).

Vậy $2\sqrt{a+1}>\sqrt{a}+\sqrt{a+2}$.

Mà $\log_b\left(2\sqrt{a+1}\right)<\log_b\left(\sqrt{a}+\sqrt{a+2}\right)$ nên $0<b<1$.

Câu 206: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Cho hai số dương a, b với $a\neq 1$. Đặt $M=\log_{\sqrt{a}}b$. Tính M theo $N=\log_a b$.

A. $M=\sqrt{N}$. **B.** $M=2N$. **C.** $M=\dfrac{1}{2}N$. **D.** $M=N^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $M=\log_{\sqrt{a}}b=2\log_a b\Rightarrow M=2N$.

Câu 207: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x>\log_2(8-x)$ là

A. $(8;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(4;8)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $0<x<8$.

Do $2>1$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$x>8-x \Leftrightarrow 2x>8 \Leftrightarrow x>4$.

Kết hợp với điều kiện $0<x<8$ ta được tập nghiệm của bất phương trình là $(4;8)$.

Câu 208: **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Với điều kiện nào sau đây của m thì phương trình $9^x-m.3^x+6=0$ có hai nghiệm phân biệt ?

A. $|m|>2\sqrt{6}$. **B.** $|m|>\sqrt{6}$. **C.** $m>\sqrt{6}$. **D.** $m>2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=3^x\ (t>0)$ thì phương trình trở thành $t^2-mt+6=0\ (1)$.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt khi (1) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-24>0\\ m>0\\ 6>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}|m|>2\sqrt{6}\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow m>2\sqrt{6}.$$

Câu 209: **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho biết sự rằng tỉ lệ tăng dân số thế giới hàng năm là $1,32\%$, nếu tỉ lệ tăng dân số không thay đổi thì đến tăng trưởng dân số được tính theo công thức tăng trưởng liên tục $S=A.e^{Nr}$ trong đó A là dân số tại thời điểm mốc, S là số dân sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2013 dân số thể giới vào khoảng 7095 triệu người. Biết năm 2020 dân số thế giới gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 7879 triệu người. **B.** 7680 triệu người. **C.** 7782 triệu người. **D.** 7777 triệu người.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $S=A.e^{Nr}$ với $A=7095$, $N=7$; $r=0.0132$ ta có

$S=7095.e^{7.0,0132}\approx 7782$ triệu người.

Câu 210: **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Giải phương trình

$\dfrac{1}{\log_2 x}+\dfrac{1}{\log_3 x}+...+\dfrac{1}{\log_{2018} x}=2018$ có nghiệm là

A. $x=2018.2018!$. **B.** $x=\sqrt[2018]{2018!}$. **C.** $x=2017!$. **D.** $x=(2018!)^{2018}$.

Lời giải

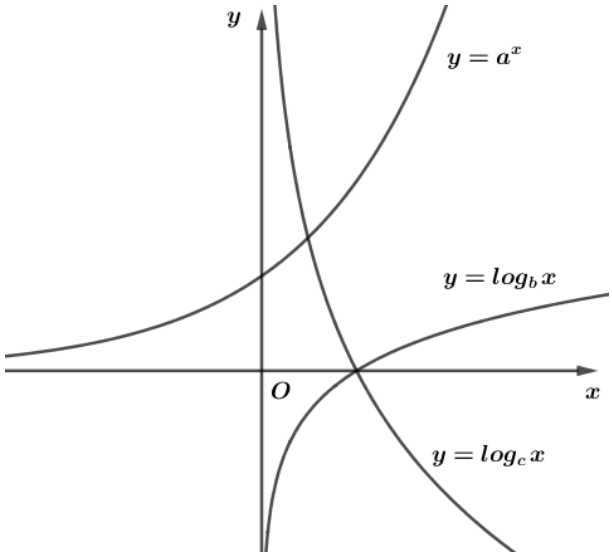
Chọn B

Điều kiện: $0<x\neq 1$.

Ta có $\dfrac{1}{\log_2 x}+\dfrac{1}{\log_3 x}+...+\dfrac{1}{\log_{2018} x}=2018 \Leftrightarrow \log_x 2+\log_x 3+...+\log_x 2018=2018$

$\Leftrightarrow \log_x(2.3...2018)=2018 \Leftrightarrow \log_x(2018!)=2018 \Leftrightarrow x^{2018}=2018! \Leftrightarrow x=\sqrt[2018]{2018!}$.

Câu 211: **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Cho các hàm số $y=a^x$; $y=\log_b x$; $y=\log_c x$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng?



A. $b < c < a$. **B.** $a < c < b$. **C.** $c < b < a$. **D.** $c < a < b$.

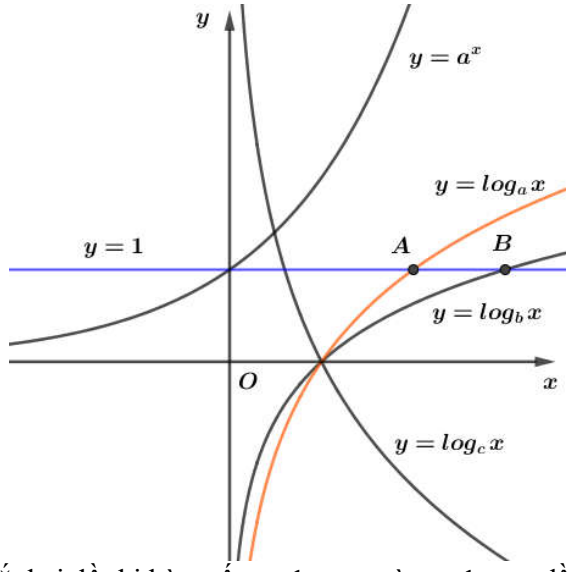
Lời giải

Chọn D

Từ các đồ thị hàm số, ta thấy $y = a^x$ và $y = \log_b x$ là các hàm số đồng biến nên $a > 1$ và $b > 1$.

Và: $y = \log_c x$ là hàm số nghịch biến nên $0 < c < 1$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = \log_a x$ bằng cách lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = a^x$ qua đường thẳng $y = x$.



Vẽ đường thẳng $y = 1$ cắt hai đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại hai điểm A và B. Khi đó: $x_A = a$ và $x_B = b$. Từ đồ thị hàm số ta thấy $x_A < x_B$. Vậy $a < b$.

Câu 212: **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Tập hợp các giá trị của x để đồ thị hàm số $y = 2.16^x - 9.4^x + 4$ nằm phía trên trục hoành có dạng $(-\infty; a) \cup (b; +\infty)$. Khi đó $a + b$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành nên $y>0 \Leftrightarrow 2.16^x-9.4^x+4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<4^x<\dfrac{1}{2} \\ 4^x>4 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-\dfrac{1}{2} \\ x>1 \end{array}\right.$.

Tập hợp các giá trị của x để đồ thị hàm số $y=2.16^x-9.4^x+4$ nằm phía trên trục hoành là $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

$\Rightarrow a=-\dfrac{1}{2},\ b=1$.

Vậy $a+b=-\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{1}{2}$.

Câu 213: **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Tập xác định của hàm số $y=\log(x-3)^2+\log_3\left(-x^2+5x-4\right)$ là

A. $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(1;4)\setminus\{3\}$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x-3\neq 0 \\ -x^2+5x-4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 3 \\ 1<x<4 \end{cases} \Rightarrow x\in(1;4)\setminus\{3\}$.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5}$, $\log_{\sqrt[3]{5}} x = \frac{15}{y}$. Tính giá trị của $P = y^2 + x^2$.

A. $P = 17$. **B.** $P = 50$. **C.** $P = 51$. **D.** $P = 40$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$\log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5} \Leftrightarrow \log_x y = \frac{y}{5}$. (1)

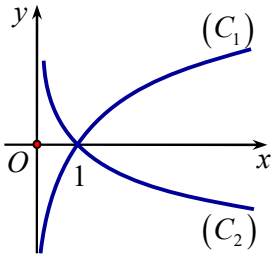
$\log_{\sqrt[3]{5}} x = \frac{15}{y} \Leftrightarrow \log_5 x = \frac{5}{y}$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\log_x y = \frac{1}{\log_5 x} \Leftrightarrow \log_x y = \log_x 5 \Leftrightarrow y = 5$.

Thay vào (2) $\Rightarrow x = 5$.

Vậy $P = y^2 + x^2 = 50$.

Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cho hai hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x$ (với a, b là hai số thực dương khác 1) có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?



A. $0 < a < 1 < b$. **B.** $0 < a < b < 1$. **C.** $0 < b < 1 < a$. **D.** $0 < b < a < 1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy $y = \log_a x$ là hàm đồng biến nên ta có $a > 1$, $y = \log_b x$ là hàm nghịch biến nên $0 < b < 1$. Vậy ta có: $0 < b < 1 < a$.

Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (1-x)^{\frac{2}{3}} + \log_2(x+1)$.

A. $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. **B.** $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $D = [-1; 1]$. **D.** $D = (-1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

- Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 1-x > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1$.
- Vậy $D = (-1; 1)$.

Câu 4: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Trong các hàm số sau, hàm số nào ĐỒNG BIẾN trên tập xác định của nó.

A. $y=\left(\frac{3}{5}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{3}{2}\right)^{-x}$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$. **D.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{1-x}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hàm số mũ $y=a^x$ và logarit $y=\log_a x$ có cùng tính đơn điệu.

Tức là chúng đồng biến khi cơ số $a>1$, nghịch biến khi cơ số $0<a<1$.

Các phương án A, B, C có cơ số lần lượt là $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$; tức là $a<1$ nên chúng nghịch biến.

Còn phương án D có cơ số $a=\frac{3}{2}>1$ nên nó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị tham số m để phương trình $9.9^{x^2-2x}-(2m+1)15^{x^2-2x+1}+(4m-2)5^{2x^2-4x+2}=0$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

A. $m>1$ hoặc $m<\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3-\sqrt{6}}{2}<m<\frac{3+\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}<m<1$. **D.** $m>\frac{3+\sqrt{6}}{2}$ hoặc $m<\frac{3-\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$9.9^{x^2-2x}-(2m+1)15^{x^2-2x+1}+(4m-2)5^{2x^2-4x+2}=0$

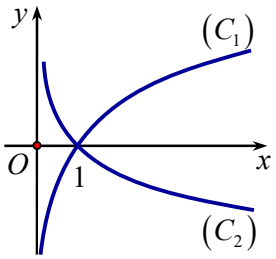
$\Leftrightarrow 9^{(x-1)^2}-(2m+1)15^{(x-1)^2}+(4m-2)25^{(x-1)^2}=0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{2(x-1)^2}-(2m+1)\left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2}+4m-2=0$.

Đặt $t=\left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2}$. Do $(x-1)^2\geq 0$ nên $0<t\leq 1$.

Phương trình có dạng: $t^2-(2m+1)t+4m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=2m-1 \end{array}\right.$. Do $0<t\leq 1$ nên $t=2m-1$.

Để phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt thì $0<2m-1<1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}<m<1$.

Câu 6: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho hai hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ với a, b là hai số thực dương, khác 1 có đồ thị lần lượt là (C_1), (C_2) như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $0<b<1$. **B.** $0<b<1<a$. **C.** $0<b<a<1$. **D.** $a>1$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị (C_1) ta thấy hàm số $y=\log_a x$ đồng biến nên $a>1$

Từ đồ thị (C_2) ta thấy hàm số $y=\log_b x$ nghịch biến nên $0<b<1$.

Vậy C là đáp án sai.

Câu 7: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên âm của bất phương trình $\log_3(x+3)<2$. Tính giá trị của $P=|x_1-x_2|$.

A. $P=3$. **B.** $P=2$. **C.** $P=1$. **D.** $P=5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3(x+3)<2 \Leftrightarrow 0<x+3<9 \Leftrightarrow -3<x<6 \Rightarrow x_1=-2; x_2=-1$.

Vậy $P=|x_1-x_2|=1$.

Câu 8: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho x, y là hai số thực dương, $x\neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt[3]{x}} y=\frac{3y}{8}$, $\log_{\sqrt{2}} x=\frac{32}{y}$. Tính giá trị của $P=x^2-y^2$.

A. $P=120$. **B.** $P=132$. **C.** $P=240$. **D.** $P=340$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\sqrt[3]{x}} y=\frac{3y}{8} \Leftrightarrow \log_x y=\frac{y}{8}$; $\log_{\sqrt{2}} x=\frac{32}{y} \Leftrightarrow \log_2 x=\frac{16}{y}$.

Mà $\log_2 y=\log_2 x.\log_x y=\frac{16}{y}.\frac{y}{8}=2 \Rightarrow y=4$.

Suy ra: $\log_2 x=4 \Leftrightarrow x=16$.

Vậy $P=x^2-y^2=16^2-4^2=240$.

Câu 9: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=(2-x)^{\frac{5}{9}}+\ln(x+2)$.

A. $D=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

C. $D=[-2;2]$. **D.** $D=(-2;2)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\begin{cases}2-x>0\\x+2>0\end{cases} \Leftrightarrow -2<x<2$.

Vậy $D=(-2;2)$.

Câu 10: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4.4^{x^2+2x}+(2m-2)6^{x^2+2x+1}-(6m+3)3^{2x^2+4x+2}=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $-1<m<\frac{-1}{2}$. **B.** $m>4+3\sqrt{2}$ hoặc $m<4-3\sqrt{2}$.

C. $4-3\sqrt{2}<m<4+3\sqrt{2}$. **D.** $m>-1$ hoặc $m<\frac{-1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Viết lại phương trình ta được: $\left(\frac{4}{9}\right)^{x^2+2x+1}+(2m-2)\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2x+1}-(6m+3)=0$.

Do $x^2+2x+1=(x+1)^2\ge 0$ nên $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2x+1}\le 1$

Đặt $t=\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2x+1}$, $0<t\le 1$. Phương trình trở thành:

$t^2+(2m-2)t-(6m+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=-2m-1 \end{array}\right.$.

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thì $0<-2m-1<1 \Leftrightarrow -1<m<-\frac{1}{2}$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $-1<m<-\frac{1}{2}$.

Câu 11: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho phương trình $4\log_{25} x+\log_x 5=3$. Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

A. $5\sqrt{5}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x<0; x\ne 1$.

Ta có: $4\log_{25} x+\log_x 5=3 \Leftrightarrow 2\log_5 x+\frac{1}{\log_5 x}=3 \Leftrightarrow 2\log_5^2 x-3\log_5 x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_5 x=1 \\ \log_5 x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=\sqrt{5} \end{array}\right.$.

Tích các nghiệm của phương trình là $5\sqrt{5}$.

Câu 12: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $0,58\%$ một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có 225 triệu đồng?

A. 30 tháng. **B.** 21 tháng. **C.** 24 tháng. **D.** 22 tháng.

Lời giải

Chọn B

Ta có $225\le 200\left(1+\frac{0,58}{100}\right)^n \Leftrightarrow n\ge \log_{1,0058}\left(\frac{9}{8}\right)\approx 20,37$

Vậy sau ít nhất 21 tháng thì người đó có 225 triệu đồng

Câu 13: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\log\left(-x^2-2x+3\right)$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $-x^2-2x+3>0 \Leftrightarrow -3<x<1$.

Câu 14: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Một bình chứa 16 viên bi, với 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen, 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất lấy được 1 viên bi trắng, 1 viên bi đen, 1 viên bi đỏ.

A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{9}{40}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{35}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{16}^{3}=560$.

Gọi $A=$"lấy được 1 viên bi trắng, 1 viên bi đen, 1 viên bi đỏ".

$\Rightarrow n(A)=C_6^1C_7^1C_3^1=126$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{126}{560}=\frac{9}{40}$.

Câu 15: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Tập tất cả các nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x)\ge -1$ là

A. $[-1;2]$. **B.** $[-1;0)\cup(1;2]$. **C.** $(-\infty;-1]\cup(2;+\infty]$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

* TXĐ: $D=(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

* Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x)\ge -1\Leftrightarrow x^2-x-2\le 0\Leftrightarrow x\in[-1;2]$.

* Kết hợp điều kiện xác định ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S=[-1;0)\cup(1;2]$.

Câu 16: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Tập xác định của hàm số $y=\frac{2017}{\log_{2016}(-x^2+2x)}$.

A. $D=[0;2]$. **B.** $D=(0;2)$. **C.** $D=[0;2]\setminus\{1\}$. **D.** $D=(0;2)\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $\begin{cases}-x^2+2x>0\\ \log_{2016}(-x^2+2x)\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<x<2\\ -x^2+2x-1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<x<2\\ x\ne 1\end{cases}$.

Vậy Txđ: $D=(0;2)\setminus\{1\}$.

Câu 17: **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Nghiệm của phương trình $9^{\sqrt{x-1}}=e^{\ln 81}$ là

A. $x=5$. **B.** $x=4$. **C.** $x=6$. **D.** $x=17$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $9^{\sqrt{x-1}}=e^{\ln 81}\Leftrightarrow 9^{\sqrt{x-1}}=9^2\Leftrightarrow x-1=4\Leftrightarrow x=5$.

Câu 18: **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

A. $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $S=(-1;2)$. **C.** $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1>2x-1 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ x>\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 19: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

A. 2022. **B.** 2020. **C.** 2025. **D.** 2026.

Lời giải

Chọn D

Từ công thức $S=A.e^{Nr} \Leftrightarrow N=\frac{1}{r}\ln\frac{S}{A}$ với $A=78685800$, $r=1,7\%=0.017$, $S=120000000$

Vậy $N=\frac{1}{0,017}\ln\frac{120000000}{78685800} \Leftrightarrow N\approx 24,83$ (năm)

Vậy sau 25 năm thì dân số nước ta ở mức 120 triệu người hay đến năm 2026 thì dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

Câu 20: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $P_n=P_0e^{n.r}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 triệu và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 100 triệu người?

A. 2018. **B.** 2017. **C.** 2015. **D.** 2016.

Lời giải

Chọn D

$P_n=P_0e^{n.r} \Leftrightarrow 100000000=78685800e^{n.1,7\%} \Leftrightarrow n=\frac{\ln\frac{1000000}{786858}}{1,7\%}\approx 14.1$.

Sau 15 năm thì dân số nước ta ở mức 100 triệu người.

Do đó năm 2016 dân số nước ta ở mức 100 triệu người.

Câu 21: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1}>3^{3-x}$ là

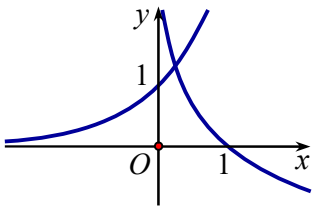
A. $x>-\frac{2}{3}$. **B.** $x>\frac{3}{2}$. **C.** $x>\frac{2}{3}$. **D.** $x<\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$3^{2x+1} > 3^{3-x} \Leftrightarrow 3^{3x-2} > 1 \Leftrightarrow 3x-2>0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$.

Câu 22: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Cho hai đồ thị $y=a^x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



A. $0<a<1;0<b<1$. **B.** $a>1;b>1$. **C.** $a>1;0<b<1$. **D.** $0<a<1;b>1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=a^x$ đi qua điểm $(0;1)$ và đồng biến nên $a>1$.

Hàm số $y=\log_b x$ đi qua điểm $(1;0)$ và nghịch biến nên $0<b<1$.

Câu 23: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\ln\left(\sqrt{x^2+x-2}-x\right)$.

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

C. $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $\begin{cases}\sqrt{x^2+x-2}-x>0\\ x^2+x-2\ge 0\end{cases}$.

$$\begin{cases}\sqrt{x^2+x-2}-x>0\\ x^2+x-2\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+x-2>x^2\\ x\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}x^2+x-2\ge 0\\ x<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>2\\ x\le -2\end{array}\right.$$

Vậy $D=(-\infty;-2]\cup(2;+\infty)$.

Câu 24: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Cho $\log_2 5=a$; $\log_5 3=b$. Tính $\log_{24}15$ theo a và b.

A. $\frac{a(1+b)}{ab+3}$. **B.** $\frac{a(1+2b)}{ab+1}$. **C.** $\frac{b(1+2a)}{ab+3}$. **D.** $\frac{a}{ab+1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2 5=a \Rightarrow \log_5 2=\frac{1}{a}$.

$$\log_{24}15=\frac{\log_5 15}{\log_5 24}=\frac{\log_5(3.5)}{\log_5(2^3.3)}=\frac{\log_3 5+1}{3\log_5 2+\log_5 3}=\frac{b+1}{3.\frac{1}{a}+b}=\frac{a(b+1)}{3+ab}.$$

Câu 25: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b=\sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}\right)$ là

A. $-\sqrt{3}$. **B.** $-\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $-2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_a b=\sqrt{3}\Rightarrow b=a^{\sqrt{3}}$.

$\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}\right)=\log_{a^{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)}}\left(a^{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}\right)}\right)=\frac{\left(2\sqrt{3}-3\right)2}{6\left(\sqrt{3}-2\right)}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 26: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho các số thực a, b thỏa mãn $1<a<b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{\log_a b}<1<\frac{1}{\log_b a}$. **B.** $\frac{1}{\log_b a}<1<\frac{1}{\log_a b}$.

C. $1<\frac{1}{\log_a b}<\frac{1}{\log_b a}$. **D.** $\frac{1}{\log_a b}<\frac{1}{\log_b a}<1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $1<a<b$ nên ta có $\log_b a<\log_b b\Leftrightarrow\log_b a<1$ và $\log_a a<\log_a b\Leftrightarrow 1<\log_a b$.

Do đó $\log_b a<1<\log_a b\Leftrightarrow\frac{1}{\log_a b}<1<\frac{1}{\log_b a}$.

Câu 27: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a\neq 1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số $y=\log_a x$ với $0<a\neq 1$ luôn đi qua điểm $(1;0)$.

C. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ là một hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $y=\log_a x$ với $a>1$ là một hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề A sai vì hàm số $y=\log_a x$ với $0<a\neq 1$ có tập xác định là $(0;+\infty)$.

Mệnh đề B đúng vì $\log_a 1=0$.

Mệnh đề C sai vì hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ là một hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Mệnh đề D sai vì hàm số $y=\log_a x$ với $a>1$ là một hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 28: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Giải bất phương trình $\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a;b)$. Hãy tính tổng $S=a+b$.

A. $S=\frac{11}{5}$. **B.** $S=\frac{31}{6}$. **C.** $S=\frac{28}{15}$. **D.** $S=\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2>6-5x\\6-5x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8x>8\\6-5x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x<\frac{6}{5}\end{cases}$.

Do đó tập nghiệm là $\left(1;\frac{6}{5}\right)$. Vậy $S=a+b=\frac{11}{5}$.

Câu 29: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\frac{1}{\log_3(2x-1)}$.

A. $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{1\}$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\begin{cases}2x-1>0\\\log_5(2x-1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1>0\\2x-1\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\x\neq 1\end{cases}$.

Vậy $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{1\}$.

Câu 30: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\left(\frac{2017}{2018}\right)^{-e^{5x}+(m+3)e^x+2}$. Biết rằng $\forall m\le a.e^b+c$ (với $a,b,c\in\mathbb{Z}$) thì hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;5)$. Tổng $S=a+b+c$.

A. $S=7$. **B.** $S=9$. **C.** $S=8$. **D.** $S=10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\ln\frac{2017}{2018}\left(-5e^{5x}+(m+3)e^x\right)\left(\frac{2017}{2018}\right)^{-e^{5x}+(m+3)e^x+2}$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;5)$ thì $y'\ge 0,\forall x\in(2;5)$

$\Leftrightarrow -5e^{5x}+(m+3)e^x\le 0,\ \forall x\in(2;5)\Leftrightarrow m\le 5e^{4x}-3,\forall x\in(2;5)\Leftrightarrow m\le 5e^8-3$

Vậy $\begin{cases}a=5\\b=8\\c=-3\end{cases}$. Suy ra $S=a+b+c=10$.

Câu 31: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Với số thực a thỏa mãn $a>0$ và $a\neq 1$ thì mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a x^n=n\log_a x\ (x\neq 0)$.

B. $\log_a\sqrt[n]{x}=n\log_a x$ ($x>0$, n là số nguyên dương lẻ).

C. $\log_{a^n}x=n\log_a x$ ($x>0$, n khác 0).

D. $\log_a x^n=n\log_a|x|$ ($x>0$, n là số nguyên dương chẵn).

Lời giải

Chọn D

$\log_a x^n=n\log_a|x|$

Câu 32: **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1)<3$ là

A. $(-\infty;14)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};5\right)$. **C.** $\left[\frac{1}{2};14\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};14\right)$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình tương đương với $\begin{cases}2x-1>0\\2x-1<27\end{cases}\Leftrightarrow\frac{1}{2}<x<14$.

Câu 33: **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Một người gửi số tiền 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $8,4\%$/năm. Cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Người đó sẽ lĩnh được số tiền cả vốn lẫn lãi là 80 triệu đồng sau n năm. Hỏi nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi thì n gần nhất với đô nào dưới đây.

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Từ công thức $A_n=A_0(1+r)^n$ ta có $n=\log_{1+r}\left(\frac{A_n}{A_0}\right)$.

Với $A_n=80$, $A_0=50$, $r=0,084\Rightarrow n=\log_{(1+0,084)}\left(\frac{80}{50}\right)\Leftrightarrow n\approx 5,827$.

Câu 34: **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Biết x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $16^x-3.4^x+2=0$. Tích $P=4^{x_1}.4^{x_2}$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $16^x-3.4^x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4^x=1\\4^x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$. Suy ra $P=4^0.4^{\frac{1}{2}}=2$.

Câu 35: **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho số phức $z\neq 0$ thỏa mãn $\frac{iz-(3i+1)\bar{z}}{1+i}=|z|^2$. Số phức $w=\frac{13}{3}iz$ có môđun bằng

A. 26. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** $\frac{3\sqrt{26}}{2}$. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$. Suy ra $\bar{z}=a-bi$.

Ta có $\frac{iz-(3i+1)\bar{z}}{1+i}=|z|^2\Leftrightarrow\frac{i(a+bi)-(3i+1)(a-bi)}{1+i}=a^2+b^2$

$\Leftrightarrow ai-b-3ai-3b-a+bi=a^2+b^2+a^2i+b^2i$

$\Leftrightarrow(a^2+b^2+2a-b)i+(a^2+b^2+4b+a)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+2a-b=0 \\ a^2+b^2+a+4b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 26b^2+9b=0 \\ a=5b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0, a=0 \\ b=\dfrac{-9}{26}, a=\dfrac{-45}{26} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=0 \\ z=\dfrac{-45}{26}i-\dfrac{9}{26} \end{cases}$$

$\Rightarrow z=\dfrac{-45}{26}i-\dfrac{9}{26}$ (Vì $z\neq 0$).

Với $z=\dfrac{-45}{26}i-\dfrac{9}{26} \Rightarrow w=\dfrac{15}{2}-\dfrac{3}{2}i \Rightarrow |w|=\dfrac{3\sqrt{26}}{2}$.

Câu 36: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Biết $1+2.2+3.2^2+4.2^3+...+2018.2^{2017}=a.2^{2018}+b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $P=a.b$.

A. $P=2017$. **B.** $P=2018$. **C.** $P=2019$. **D.** $P=2020$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2.2+3.2^2+4.2^3+...+2018.2^{2017}=(n-1).2^n$

Với $n=2018$: $1+2.2+3.2^2+4.2^3+...+2018.2^{2017}=2017.2^{2018}+1$

Suy ra $\begin{cases} a=2017 \\ b=1 \end{cases}$. Vậy $P=2017.1=2017$.

Câu 37: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập nghiệm của bất phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(\frac{4x+1}{x-1}\right)\right]<-1.$$

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $(1;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} \dfrac{4x+1}{x-1}>0 \\ \log_2\left(\dfrac{4x+1}{x-1}\right)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-\dfrac{1}{4} \end{array}\right. \\ \dfrac{4x+1}{x-1}>2^0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-\dfrac{1}{4} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-\dfrac{2}{3} \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-\dfrac{2}{3}. \end{array}\right.$

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(\dfrac{4x+1}{x-1}\right)\right]<-1 \Leftrightarrow \log_2\left(\dfrac{4x+1}{x-1}\right)>2 \Leftrightarrow \dfrac{4x+1}{x-1}>4 \Leftrightarrow \dfrac{5}{x-1}>0 \Leftrightarrow x>1.$

So sánh với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S=(1;+\infty)$.

Câu 38: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $9^x+2.3^{x+1}-7=0$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$9^x+2.3^{x+1}-7=0\Leftrightarrow 3^{2x}+6.3^x-7=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3^x=1\\3^x=-7(\text{VN})\end{array}\right.\Leftrightarrow x=0.$

Câu 39: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Bất phương trình $\log_4(x+7)>\log_2(x+1)$ có tập nghiệm là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(-3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>-1$

Với điều kiện trên, $\log_4(x+7)>\log_2(x+1)\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(x+7)>\log_2(x+1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x+1>0\\\sqrt{x+7}>x+1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x>-1\\x+7>(x+1)^2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x>-1\\x^2+x-6<0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x>-1\\-3<x<2\end{cases}\Leftrightarrow x\in(-1;2).$

Câu 40: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)}$.

A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=\left(\frac{1}{2};1\right]$. **C.** $D=[1;+\infty)$. **D.** $D=\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\begin{cases}2x-1>0\\\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{1}{2}\\2x-1\le 1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{1}{2}\\x\le 1\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(\frac{1}{2};1\right].$

Câu 41: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(x+3)+\frac{1}{2}\log_9(x-1)^4=2\log_9(4x)$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $\begin{cases}x>0\\x\ne 1\end{cases}$. $(1)\Leftrightarrow \log_3(x+3)+\log_3|x-1|=\log_3(4x)\Leftrightarrow (x+3)|x-1|=4x$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-2x-3=0\\x^2+6x-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3(N)\\x=-1(L)\\x=-3+2\sqrt{3}(N)\\x=-3-2\sqrt{3}(L)\end{array}\right.$.

Câu 42: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Số 7^{100000} có bao nhiêu chữ số?

A. 84510. **B.** 194591. **C.** 194592. **D.** 84509.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log 7^{100000} = 100000.\log 7 \approx 84509,804$.

Do đó $\log 10^{84509} < \log 7^{100000} < \log 10^{84510}$, suy ra Số 7^{100000} có 84510 chữ số

Câu 43: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4.9^x - 13.6^x + 9.4^x = 0$.

A. $T = 2$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = \frac{13}{4}$. **D.** $T = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$4.9^x - 13.6^x + 9.4^x = 0 \Leftrightarrow 4.\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13.\left(\frac{3}{2}\right)^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1\\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 0\\ x = 2\end{array}\right.$$

Vậy tổng các nghiệm bằng 2.

Câu 44: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho $0 < a \neq 1$ và $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\log_a 3 = x$, $\log_a 2 = y$. Khi đó $(x+y)\log_6 a$ là

A. $(x+y)^2$. **B.** $2(x+y)$. **C.** $x+y$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$(x+y)\log_6 a = (\log_a 3 + \log_a 2)\log_6 a = \log_6 a.\log_a 3 + \log_6 a.\log_a 2 = \log_6 3 + \log_6 2 = \log_6 6 = 1$$

Câu 45: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trên đường thẳng d_1 cho 5 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 song song với đường thẳng d_1 cho n điểm phân biệt. Biết có tất cả 175 tam giác được tạo thành mà 3 đỉnh lấy từ $(n+5)$ điểm trên. Giá trị của n là

A. $n = 10$. **B.** $n = 7$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 9$.

Lời giải

Chọn B

Để tạo thành một tam giác cần 3 điểm phân biệt

Trường hợp 1: chọn 1 điểm trên đường thẳng d_1 và 2 điểm trên đường thẳng d_2 có $C_5^1.C_n^2$

Trường hợp 2: chọn 2 điểm trên đường thẳng d_1 và 1 điểm trên đường thẳng d_2 có $C_5^2.C_n^1$

Số tam giác được tạo thành là $C_5^1.C_n^2 + C_5^2.C_n^1 = 175 \Leftrightarrow \frac{5.n!}{2!(n-2)!} + \frac{10.n!}{1!(n-1)!} = 175$

$$\Leftrightarrow \frac{5(n-1)n}{2} + 10n = 175 \Leftrightarrow 5n^2 + 15n - 350 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n = 7\\ n = -10 (l)\end{array}\right.$$

Câu 46: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Nếu phương trình $3^{2x} - 4.3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 < x_2$ thì

A. $2x_1 + x_2 = 1$. **B.** $x_1 + x_2 = 0$. **C.** $x_1 + 2x_2 = -1$. **D.** $x_1.x_2 = 1$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=3^x$, $t>0$.

Khi đó,ta có: $3^{2x}-4.3^x+1=0 \Leftrightarrow t^2-4t+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2+\sqrt{3} \ (n) \\ t=2-\sqrt{3} \ (n) \end{array}\right.$.

Với $t=2+\sqrt{3} \Leftrightarrow 3^x=2+\sqrt{3} \Leftrightarrow x=\log_3\left(2+\sqrt{3}\right)$.

$t=2-\sqrt{3} \Leftrightarrow 3^x=2-\sqrt{3} \Leftrightarrow x=\log_3\left(2-\sqrt{3}\right)$.

Do đó, ta có: $x_1+x_2=\log_3\left(2-\sqrt{3}\right)+\log_3\left(2+\sqrt{3}\right)=\log_3 1=0$.

Câu 47: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=7^{2x}-\log_2(5x)$.

A. $y'=\dfrac{2.7^{2x}}{\ln 5}7-\dfrac{\ln 2}{5x}$.

B. $y'=2.7^{2x}.\ln 7-\dfrac{1}{x\ln 5}$.

C. $y'=2.7^{2x}.\ln 7-\dfrac{1}{x\ln 2}$.

D. $y'=\dfrac{2.7^{2x}}{\ln 7}-\dfrac{\ln 2}{5x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=7^{2x}-\log_2 5-\log_2 x \Rightarrow y'=2.7^{2x}.\ln 7-\dfrac{1}{x\ln 2}$.

Câu 48: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Giải phương trình $\log_3(x-2)=211$.

A. $x=3^{211}-2$.

B. $x=211^3-2$.

C. $x=211^3+2$.

D. $x=3^{211}+2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_3(x-2)=211 \Leftrightarrow x-2=3^{211} \Leftrightarrow x=3^{211}+2$.

Câu 49: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\dfrac{2^x}{\ln 2}-2x+3$. Kết luận nào sau đây sai?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y=\dfrac{2}{\ln 2}+1$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đạt cực trị tại $x=1$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=2^x-2$, $y'=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y(1)=\dfrac{2}{\ln 2}+1$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\dfrac{2}{\ln 2}+1$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, mệnh đề sai là hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 50: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Trong các hàm số sau, hàm số nào có cùng tập xác định với hàm số $y=x^{\frac{1}{5}}$.

A. $y=\frac{1}{\sqrt[5]{x}}$. **B.** $y=\sqrt[3]{x}$. **C.** $y=x^{\pi}$. **D.** $y=\sqrt{x}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của $y=x^{\frac{1}{5}}$ là $D=(0;+\infty)$, $y=\frac{1}{\sqrt[5]{x}}$ có $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$, $y=\sqrt{x}$ có $D=[0;+\infty)$, $y=\sqrt[3]{x}$ có $D=\mathbb{R}$, $y=x^{\pi}$ có $D=(0;+\infty)$.

Câu 51: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Cho biểu thức $P=\frac{a^{\sqrt{7}+1}.a^{2-\sqrt{7}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ với $a>0$.

Rút gọn biểu thức P được kết quả

A. $P=a^5$. **B.** $P=a^4$. **C.** $P=a^3$. **D.** $P=a$.

Lời giải

Chọn A

$P=\frac{a^{\sqrt{7}+1}.a^{2-\sqrt{7}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}=\frac{a^3}{a^{-2}}=a^5$

Câu 52: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $3\log_2(x+3)-3\le\log_2(x+7)^3-\log_2(2-x)^3$ là $S=(a;\ b)$. Tính $P=b-a$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$3\log_2(x+3)-3\le\log_2(x+7)^3-\log_2(2-x)^3$

Điều kiện: $\begin{cases}x+3>0\\x+7>0\\2-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-3\\x>-7\\x<2\end{cases}\Leftrightarrow -3<x<2$

Bất phương trình đã cho tương đương với

$3\left(\log_2(x+3)-1\right)\le 3\left(\log_2(x+7)-\log_2(2-x)\right)$

$\Leftrightarrow\log_2(x+3)-1\le\log_2(x+7)-\log_2(2-x)$

$\Leftrightarrow\log_2(x+3)+\log_2(2-x)\le\log_2(x+7)+1$

$\Leftrightarrow(x+3)(2-x)\le 2(x+7)$

$\Leftrightarrow x^2+3x+8\ge 0$ (luôn đúng)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-3;\ 2)$

Suy ra $P=2-(-3)=5$.

Câu 53: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Cho a, b lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ năm của một cấp số cộng có công sai $d\neq 0$. Giá trị của $\log_2\left(\frac{b-a}{d}\right)$ bằng

A. $\log_2 5$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\log_2 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2\left(\frac{b-a}{d}\right)=\log_2\left(\frac{a+4d-a}{d}\right)=\log_2 4=2$

Câu 54: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(1;\frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

y xác định khi $\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1\ge 0\\ x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-1\le\frac{1}{2}\\ x>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<x\le\frac{3}{2}$.

Câu 55: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,6\%$/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 17 tháng. **B.** 18 tháng. **C.** 16 tháng. **D.** 15 tháng.

Lời giải

Chọn C

Công thức lãi kép $P_n=P(1+r)^n\Rightarrow P_n=100(1+0,006)^n\Rightarrow 100(1+0,006)^n>110$

$\Leftrightarrow 1,006^n>\frac{11}{10}\Leftrightarrow n>\log_{1,006}\frac{11}{10}\Rightarrow n=16$ tháng.

Câu 56: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Cho các số thực x, y thỏa mãn $\log_8 x+\log_4 y^2=5$ và $\log_4 x^2+\log_8 y=7$. Giá trị của xy bằng

A. 1024. **B.** 256. **C.** 2048. **D.** 512.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ y>0\end{cases}$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases}\log_8 x+\log_4 y^2=5\\ \log_4 x^2+\log_8 y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{3}\log_2 x+\log_2 y=5\\ \log_2 x+\frac{1}{3}\log_2 y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2 x=6\\ \log_2 y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2^6\\ y=2^3\end{cases}\Leftrightarrow xy=512.$$

Câu 57: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 8. **B.** $6+\sqrt{2}$. **C.** $4+\sqrt{2}$. **D.** $8+\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}2x-2>0\\(x-3)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x\neq 3\end{cases}$.

$2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2\Leftrightarrow\log_2(2x-2)^2+\log_2(x-3)^2=2$

$\Leftrightarrow\log_2\left[(2x-2)(x-3)\right]^2=2\Leftrightarrow 4\left[(x-1)(x-3)\right]^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-4x+3=1\\x^2-4x+3=-1\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-4x+2=0\\x^2-4x+4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2+\sqrt{2}\\x=2\end{array}\right.$ (vì $x>1$ và $x\neq 3$) $\Rightarrow S=\{2;2+\sqrt{2}\}$

Vậy tổng các phần tử của S bằng $4+\sqrt{2}$.

Câu 58: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\log_5 x$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

B. Tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là trục tung.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{1}{x\ln 5}>0,\ \forall x\in(0;+\infty)\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Vì hàm số xác định trên $D=(0;+\infty)$ nên đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung và do đó đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là trục tung.

Câu 59: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Cho các số a, b, c, d thỏa mãn $0<a<b<1<c<d$. Số lớn nhất trong 4 số $\log_a b$, $\log_b c$, $\log_c d$, $\log_d a$ là

A. $\log_b c$. **B.** $\log_d a$. **C.** $\log_a b$. **D.** $\log_c d$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases}0<b<1<c\\0<a<1<d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log_b c<\log_b 1\\\log_d a<\log_d 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log_b c<0\\\log_d a<0\end{cases}$

Và $\begin{cases}0<a<b<1\\1<c<d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log_a a>\log_a b\\\log_c c<\log_c d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1>\log_a b\\1<\log_c d\end{cases}$.

Vậy $\log_c d$ là số lớn nhất.

Cách khác: có thể dùng máy tính với $\begin{cases}a=0,2\\b=0,3\\c=2\\d=3\end{cases}$ $(0<0,2<0,3<1<2<3)$.

Câu 60: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. $\log a>\log b\Leftrightarrow a>b>0$. **B.** $\log a<\log b\Leftrightarrow 0<a<b$.

C. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$. **D.** $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Lời giải

Chọn D

$\ln x < 1 \Leftrightarrow \ln x < \ln \mathrm{e} \Leftrightarrow 0 < x < \mathrm{e}$.

Câu 61: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_2(x-3) + \log_2 x \geq 2$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1] \cup [4;+\infty)$. **D.** $(3;4]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x \geq 3$.

$\log_2(x-3) + \log_2 x \geq 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x \geq 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 4 \\ x \leq -1 \end{array}\right.$. Vậy tập nghiệm của bpt là $S = [4;+\infty)$.

Câu 62: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' > 0$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$.

Ta có $y' = \dfrac{2x-2}{-(x^2-2x)\ln 3}$, $y' > 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x-2}{-(x^2-2x)\ln 3} > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;0) \cup (1;2)$.

So điều kiện $\Rightarrow$ $x \in (-\infty;0)$.

Câu 63: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 8.2^x + 4 = 0$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$$4^x - 8.2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 4 + 2\sqrt{3} \\ 2^x = 4 - 2\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \log_2(4 + 2\sqrt{3}) \\ x = \log_2(4 - 2\sqrt{3}) \end{array}\right.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $\log_2(4+2\sqrt{3}) + \log_2(4-2\sqrt{3}) = 2$.

Câu 64: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là

A. $x = 66$. **B.** $x = 63$. **C.** $x = 68$. **D.** $x = 65$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

$\log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65$.

Câu 65: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

A. Với mọi $a > b > 1$, ta có $a^b > b^a$. **B.** Với mọi $a > b > 1$, ta có $\log_a b < \log_b a$.

C. Với mọi $a>b>1$, ta có $a^{a-b}>b^{b-a}$. **D.** Với mọi $a>b>1$, ta có $\log_a \frac{a+b}{2}<1$.

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A: $a>b>1 \Rightarrow \begin{cases} a^b>b^b \\ b^a>b^b \end{cases}$ nên không thể kết luận được, ta có thể chọn $a=5$; $b=2$ sẽ thấy mệnh đề sai.

Xét đáp án C: $a>b>1 \Rightarrow a^{a-b}>b^{a-b}>b^{b-a}$ nên C đúng.

Xét đáp án B: $a>b>1 \Rightarrow \begin{cases} \log_a b<\log_a a=1 \\ \log_b a>\log_b b=1 \end{cases} \Rightarrow \log_a b<\log_b a$ nên B đúng.

Xét đáp án D: $\log_a \frac{a+b}{2}<1 \Leftrightarrow \frac{a+b}{2}<a \Rightarrow \frac{b}{2}<\frac{a}{2}$ nên D đúng.

Câu 66: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Bất phương trình $\left(3^x-1\right)\left(x^2+3x-4\right)>0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên nhỏ hơn 6?

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

$$\left(3^x-1\right)\left(x^2+3x-4\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3^x-1>0 \\ x^2+3x-4>0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3^x-1<0 \\ x^2+3x-4<0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>0 \\ x<-4 \vee x>1 \end{cases} \\ \begin{cases} x<0 \\ -4<x<1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ -4<x<0 \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện nghiệm nguyên nhỏ hơn 6 ta thấy các giá trị thỏa là $\{-3;-2;-1;2;3;4;5\}$.

Câu 67: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y=2^{x^3-x^2+mx+1}$ đồng biến trên $[1;2]$.

A. $m>-8$. **B.** $m\geq -1$. **C.** $m\leq -8$. **D.** $m<-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\left(3x^2-2x+m\right).2^{x^3-x^2+mx+1}.\ln 2$

Để hàm số $y=2^{x^3-x^2+mx+1}$ đồng biến trên $[1;2]$ thì $y'\geq 0$ với mọi $x\in[1;2]$.

Suy ra $3x^2-2x+m\geq 0$ với mọi $x\in[1;2] \Leftrightarrow 3x^2-2x\geq -m$, $\forall x\in[1;2]$

Xét hàm số $g(x)=3x^2-2x$ ta có $g'(x)=6x-2 \Rightarrow g'(x)>0$, $\forall x\in[1;2]$

$\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} f(x)=f(1)=1$. Để $3x^2-2x+m\geq 0$ với mọi $x\in[1;2]$ thì $-m\leq 1 \Rightarrow m\geq -1$.

Câu 68: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Cho phương trình $8^{x+1}+8.(0,5)^{3x}+3.2^{x+3}=125-24.(0,5)^x$. Khi đặt $t=2^x+\frac{1}{2^x}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $8t^3-3t-12=0$. **B.** $8t^3+3t^2-t-10=0$. **C.** $8t^3-125=0$. **D.** $8t^3+t-36=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $8^{x+1}+8.(0,5)^{3x}+3.2^{x+3}=125-24.(0,5)^{x} \Leftrightarrow 8.2^{3x}+8.\frac{1}{2^{3x}}+24.2^{x}+24.\frac{1}{2^{x}}-125=0$

$\Leftrightarrow 8\left(2^{3x}+\frac{1}{2^{3x}}\right)+24\left(2^{x}+\frac{1}{2^{x}}\right)-125=0$.

Đặt $t=2^{x}+\frac{1}{2^{x}}$ $(t\geq 2)$. Khi đó ta có $2^{3x}+\frac{1}{2^{3x}}=t^{3}-3t$

Phương trình trở thành $8\left(t^{3}-3t\right)+24t-125=0 \Leftrightarrow 8t^{3}-125=0$.

Câu 69: **(THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(-3;2)$, $B(1;1)$, $C(2;-4)$. Gọi $A'(x_1;y_1)$, $B'(x_2;y_2)$, $C'(x_3;y_3)$ lần lượt là ảnh của A, B, C qua phép vị tự tâm O, tỉ số $k=\frac{-1}{3}$. Tính $S=x_1x_2x_3+y_1y_2y_3$.

A. $S=1$. **B.** $S=-6$. **C.** $S=\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{14}{27}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_{\left(O,-\frac{1}{3}\right)}: A(-3;2)\mapsto A'\left(1;-\frac{2}{3}\right)$;

$V_{\left(O,-\frac{1}{3}\right)}: B(1;1)\mapsto B'\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$; $V_{\left(O,-\frac{1}{3}\right)}: C(2;-4)\mapsto C'\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Khi đó $S=1.\left(-\frac{1}{3}\right).\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right).\left(-\frac{1}{3}\right).\frac{4}{3}=\frac{14}{27}$.

Câu 70: **(THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{\ln x-4}{\ln x-2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;e)$. Tìm số phần tử của S.

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\ln x-2m\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \frac{1}{2}\ln x$.

Do $x\in(1;e)$ nên $\ln x\in(0;1) \Rightarrow m\in(-\infty;0]\cup\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Ta có $y'=\frac{\frac{1}{x}(4-2m)}{(\ln x-2m)^{2}}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$ thì $y'>0$ với mọi $x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{x}(4-2m)}{(\ln x-2m)^{2}}>0$ $4-2m>0 \Leftrightarrow m<2$.

Do m là số nguyên dương nên $m=1$.

Câu 71: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Cho năm số a, b, c, d, e tạo thành một cấp số nhân theo thứ tự đó và các số đều khác 0, biết $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{1}{e}=10$ và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị $|S|$ với $S=abcde$.

A. $|S|=42$. **B.** $|S|=62$. **C.** $|S|=32$. **D.** $|S|=52$.

Lời giải

Chọn C

Gọi q $(q\neq 0)$ là công bội của cấp số nhân a, b, c, d, e. Khi đó $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$ là cấp số nhân có công bội $\frac{1}{q}$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} a+b+c+d+e=40 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{1}{e}=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a.\frac{1-q^5}{1-q}=40 \\ \frac{1}{a}.\frac{1-\left(\frac{1}{q}\right)^5}{1-\frac{1}{q}}=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a.\frac{1-q^5}{1-q}=40 \\ \frac{1}{a}.\frac{q^5-1}{q^4(q-1)}=10 \end{cases} \Leftrightarrow a^2q^4=4.$$

Ta có $S=abcde=a.aq.aq^2.aq^3.aq^4=a^5q^{10}$.

Nên $S^2=\left(a^5q^{10}\right)^2=\left(a^2q^4\right)^5=4^5$.

Suy ra $|S|=\sqrt{4^5}=32$.

Câu 72: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Cho a là số thực dương khác 0. Giá trị của $\log_a a\sqrt[5]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}$ là

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{13}{10}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a a\sqrt[5]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}=\log_a a.\left[\left(a.a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}.a\right]^{\frac{1}{5}}=\log_a a.\left[\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}.a\right]^{\frac{1}{5}}$

$=\log_a a.a^{\frac{3}{10}}=\log_a a^{\frac{13}{10}}=\frac{13}{10}$.

Câu 73: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\frac{9}{2^{x-2}}=\frac{10+4^{\frac{x}{2}}}{4}$ có số nghiệm là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Biến đổi phương trình trở thành $\frac{36}{2^x}=\frac{10+2^x}{4} \Leftrightarrow 4^x+10.2^x-144=0 \Rightarrow 2^x=8 \Leftrightarrow x=3$.

Vậy phương trình có một nghiệm.

Câu 74: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Một người gửi ngân hàng lần đầu 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Sau một năm, tổng số tiền gốc và lãi của người đó là bao nhiêu (làm tròn đến hàng triệu đồng)?

A. 212 triệu. **B.** 216 triệu. **C.** 221 triệu. **D.** 210 triệu.

Lời giải

Chọn A

Sau 6 tháng đầu thì người đó gửi được hai kì hạn nên tổng cả vốn và lãi lúc đó là $A=100.(1,02)^2$ triệu đồng.

Người đó gửi thêm 100 triệu thì số tiền gửi là $B=A+100$ triệu.

Vậy sau một năm thì được số tiền là $B(1,02)^2=100.(1,02)^4+100.(1,02)^2\approx 212$ triệu đồng.

Câu 75: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x-1}}<\left(\frac{1}{2}\right)^4$ là

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;0)$. **C.** $S=(0;1)$. **D.** $S=\left(1;\frac{5}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x-1}}<\left(\frac{1}{2}\right)^4\Leftrightarrow\frac{1}{x-1}>4\Leftrightarrow 1<x<\frac{5}{4}\Leftrightarrow\frac{-4x+5}{x-1}>0$.

Câu 76: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Giải phương trình $\log_2 x.\log_3 x+x.\log_3 x+3=\log_2 x+3\log_3 x+x$. Ta có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. 35. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x>0$.

$\log_2 x.\log_3 x+x.\log_3 x+3=\log_2 x+3\log_3 x+x\Leftrightarrow(\log_2 x+x-3)(\log_3 x-1)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ \log_2 x+x-3=0\end{array}\right.$.

Ta có hàm số $f(x)=\log_2 x+x$ liên tục và đồng biến trên $(0;+\infty)$ và $f(2)=3$ nên phương trình $\log_2 x+x-3=0$ có một nghiệm $x=2$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng 5.

Câu 77: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị của hàm số $y=\ln x$ có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị của hàm số $y=2^{-x}$ có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị của hàm số $y=\ln(-x)$ không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị của hàm số $y=2^x$ có tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn B

Đáp án A đúng, vì: $\lim\limits_{x\to 0^+} y = \lim\limits_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$ nên đồ thị hàm số có Oy là tiệm cận đứng.

Đáp án B sai, vì: $\lim\limits_{x\to +\infty} y = \lim\limits_{x\to +\infty} 2^{-x} = 0$ nên đồ thị hàm số chỉ có Ox là tiệm cận ngang.

Đáp án C đúng, vì: $\lim\limits_{x\to -\infty} y = \lim\limits_{x\to -\infty} \ln(-x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Đáp án D đúng, vì: $\lim\limits_{x\to -\infty} y = \lim\limits_{x\to -\infty} 2^{x} = 0$ nên đồ thị hàm số có Ox là tiệm cận ngang.

Câu 78: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định D của hàm số $y = \log_{2018}(2x-1)$ là

A. $D = (0;+\infty)$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = \left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $D = \left[\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $2x-1>0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 79: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn 1 nửa). Tính khối lượng còn lại của 40 gam poloni 210 sau 7314 ngày (khoảng 20 năm).

A. $4,34.10^{-15}(\text{gam})$. **B.** $4,44.10^{-15}(\text{gam})$. **C.** $4,06.10^{-15}(\text{gam})$. **D.** $4,6.10^{-15}(\text{gam})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có 7314 ngày tương ứng 53 chu kì.

Nên khối lượng còn lại của 40 gam poloni 210 sau 7314 ngày bằng

$40\left(\frac{1}{2}\right)^{53} = 4,44.10^{-15}(\text{gam})$.

Câu 80: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Ông A đầu tư 150 triệu đồng vào một công ti với lãi 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau 5 năm số tiền lãi ông A rút về gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này ông A không rút tiền ra và lãi không thay đổi?

A. 54.073.000 đồng. **B.** 54.074.000 đồng. **C.** 70.398.000 đồng. **D.** 70.399.000 đồng.

Lời giải

Chọn D

Sau một năm số tiền gốc lẫn lãi của ông A là $150+150.8\% = 150(1+8\%)$ triệu.

Sau hai năm số tiền gốc lẫn lãi của ông A là $150(1+8\%)(1+8\%) = 150(1+8\%)^2$ triệu.

…

Sau năm năm số tiền gốc lẫn lãi của ông A là $150(1+8\%)^5$ triệu.

Số tiền lãi ông A rút về là $150.(1+8\%)^5 - 150 \approx 70,399...$ triệu.

Vậy số tiền lãi ông A rút về sau 5 năm gần với số tiền 70.399.000 đồng.

Câu 81: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm của phương trình $iz^3-2z^2+(1-i)z+i=0$. Biết z_1 là số thuần ảo. Đặt $P=|z_2-z_3|$, hãy chọn khẳng định đúng?

A. $4<P<5$. **B.** $2<P<3$. **C.** $3<P<4$. **D.** $1<P<2$.

Lời giải

Chọn B

$$iz^3-2z^2+(1-i)z+i=0\Leftrightarrow(z+i)(iz^2-z+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=-i\\iz^2-z+1=0(1)\end{array}\right.$$

Vì z_1 là số thuần ảo nên z_2, z_3 là nghiệm của phương trình (1).

Ta có: $(z_2-z_3)^2=(z_2+z_3)^2-4.z_2.z_3=-1+4i$

$\Rightarrow\left|(z_2-z_3)^2\right|=|-1+4i|=\sqrt{17}\Rightarrow P=|z_2-z_3|=\sqrt[4]{17}$.

Câu 82: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+\sqrt{\log_2 x+1}=1$

A. $2^{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}$. **B.** 1. **C.** $2^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}x>0\\\log_2 x+1\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\geq\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x\geq\frac{1}{2}$.

Đặt $\sqrt{\log_2 x+1}=t$, $(t\geq 0)\Rightarrow\log_2 x=t^2-1$ ta có phương trình

$$(t^2-1)^2+t=1\Leftrightarrow t^4-2t^2+t=0\Leftrightarrow t(t^3-2t+1)=0\Leftrightarrow t(t-1)(t^2-2t+1)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\ (t/m)\\t=1\ (t/m)\\t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\ (t/m)\\t=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\ (loai)\end{array}\right.$$

Với $t=0$ thì $\log_2 x=-1\Leftrightarrow x=2^{-1}$.

Với $t=1$ thì $\log_2 x=0\Leftrightarrow x=2^0$.

Với $t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ thì $\log_2 x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow x=2^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}$.

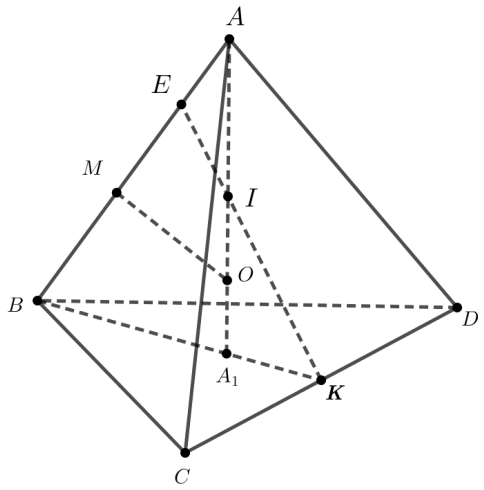
Vậy tích các nghiệm của phương trình là $2^{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}$.

Câu 83: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có một đường cao AA_1. Gọi I là trung điểm AA_1. Mặt phẳng (BCI) chia tứ diện $ABCD$ thành hai tứ diện. Tính tỉ số hai bán kính của hai mặt cầu ngoại tiếp hai tứ diện đó.

A. $\sqrt{\frac{43}{51}}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\sqrt{\frac{48}{153}}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi cạnh của tứ diện đều là a.

Gọi K là trung điểm của CD và $E = IK \cap AB$. Qua A_1 kẻ đường thẳng song song với IK cắt AB tại J.

Ta có:

$\frac{BJ}{BE} = \frac{BA_1}{BK} = \frac{2}{3}$ và $\frac{AE}{EJ} = \frac{AI}{IA_1} = 1$ nên suy ra $AE = \frac{1}{4}AB = \frac{a}{4}$ và $BE = \frac{3a}{4}$.

Gọi M là trung điểm của BE, trong mặt phẳng (ABK) dựng đường trung trực của BE cắt AA_1 tại O. Ta dễ dàng chứng minh được O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp $EBCD$.

Ta có: $BA_1 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $AA_1 = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Đặt $BE = x$.

Tam giác ABA_1 đồng dạng với tam giác AOM nên suy ra

$$\frac{AM}{AA_1} = \frac{OM}{BH} \Rightarrow OM = \frac{AM.BH}{AA_1} = \left(a - \frac{x}{2}\right)\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp $EBCD$ ta suy ra:

$$R = OB = \sqrt{OM^2 + MB^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}\left(a - \frac{x}{2}\right)^2}.$$

Với $x = \frac{3a}{4}$ ta có: $R = \sqrt{\frac{9a^2}{64} + \frac{1}{2}\left(a - \frac{3a}{8}\right)^2} = a\sqrt{\frac{43}{128}}$.

Tương tự với $x = \frac{a}{4}$ ta có bán kính R' của mặt cầu ngoại tiếp $EACD$ là

$$R' = \sqrt{\frac{a^2}{64} + \frac{1}{2}\left(a - \frac{a}{4}\right)^2} = a\sqrt{\frac{51}{128}}.$$

Do đó $\frac{R}{R'}=\sqrt{\frac{43}{51}}$.

Phương pháp trắc nghiệm:

Áp dụng công thức Crelle: Với mỗi khối tứ diện $ABCD$ đều tồn tại ít nhất một tam giác mà số đo các cạnh của nó bằng tích số đo các cặp đối của tứ diện đó. Hơn nữa nếu gọi V là thể tích, R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ thì ta có công thức: $S=6V.R$.

Câu 84: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1)>\log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là

A. $(-1;6)$. **B.** $\left(\frac{5}{2};6\right)$. **C.** $(-\infty;6)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1)>\log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>0\\2x-5>0\\x+1<2x-5\end{cases}\Leftrightarrow x>6$.

Câu 85: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Anh Bảo gửi 27 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kỳ hạn là một quý, với lãi suất $1,85\%$ một quý. Hỏi thời gian tối thiểu bao nhiêu để anh Bảo có được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi?

A. 19 quý. **B.** 15 quý. **C.** 16 quý. **D.** 20 quý.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức lãi kép $P_n=P(1+r)^n$ với $P=27$, $r=0,0185$, tìm n sao cho $P_n>36$.

Ta có $27.1,0185^n>36\Leftrightarrow n>\log_{1,0185}\frac{4}{3}\Rightarrow n=16$.

Câu 86: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $8,4\%$/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là số tiền ban đầu và sau n năm người đó thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu.

Theo công thức lãi kép ta có: $2A=A\left(1+\frac{8,4}{100}\right)^n\Leftrightarrow n=8,6$.

Vậy sau 9 năm thì người đó thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu.

Câu 87: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Với các số thực a, $b>0$ bất kì, rút gọn biểu thức $P=2\log_2 a-\log_{\frac{1}{2}}b^2$ ta được

A. $P=\log_2(2ab^2)$. **B.** $P=\log_2(ab)^2$. **C.** $P=\log_2\left(\frac{a}{b}\right)^2$. **D.** $P=\log_2\left(\frac{2a}{b^2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P=2\log_2 a-\log_{\frac{1}{2}} b^2=\log_2 a^2+\log_2 b^2=\log_2 (ab)^2$.

Câu 88: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình: $2^{2x+1}-5.2^x+2=0$ bằng

A. 0. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 1. **D.** 2

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^{2x+1}-5.2^x+2=0\Leftrightarrow 2.2^{2x}-5.2^x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=2 \\ 2^x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1\end{array}\right.$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm là $1+(-1)=0$.

Câu 89: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn **D**

Tập xác định $D=[0;2]$.

Ta có $y'=\frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$, $y'=0\Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên

x	0		1		2
y'		$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$		$\searrow$	

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 90: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x+\log_3 x\geq 1+\log_2 x.\log_3 x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình đã cho tương đương $\log_2 x(1-\log_3 x)+\log_3 x-1\geq 0$

$$\Leftrightarrow (1-\log_3 x)(\log_2 x-1)\geq 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}1-\log_3 x\geq 0\\ \log_2 x-1\geq 0\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}1-\log_3 x\leq 0\\ \log_2 x-1\leq 0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\log_3 x\leq 1\\ \log_2 x\geq 1\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}\log_3 x\geq 1\\ \log_2 x\leq 1\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}0<x\leq 3\\ x\geq 2\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}x\geq 3\\ 0<x\leq 2\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow 2\leq x\leq 3.$$

Vậy $x\in\{2,3\}$.

Câu 91: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Cho $\log 5=a$. Tính $\log 25000$ theo a.

A. $2a+3$. **B.** $5a^2$. **C.** $2a^2+1$. **D.** $5a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log 25000 = \log\left(5^2.10^3\right) = 2\log 5 + 3\log 10 = 2a+3$.

Câu 92: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $6\%/$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng bao gồm cả gốc lẫn lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 20 năm. **B.** 19 năm. **C.** 21 năm. **D.** 18 năm.

Lời giải

Chọn B

Ta có $100(1+6\%)^n \ge 300 \Rightarrow (1+6\%)^n \ge 3 \Rightarrow n \ge \log_{(1+6\%)} 3 \approx 18,85$.

Câu 93: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\log_x 4.\log_2\left(\frac{5-12x}{12x-8}\right)=2$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 0<x\neq 1 \\ \frac{5}{12}<x<\frac{2}{3} \end{cases}$.

Ta có $\log_x 4.\log_2\left(\frac{5-12x}{12x-8}\right)=2 \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{5-12x}{12x-8}\right)=\log_2 x \Leftrightarrow \frac{5-12x}{12x-8}=x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{5}{6}(l) \end{array}\right.$.

Câu 94: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{3}{\pi}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\mathrm{e}}\right)^x$.

C. $y=\log_7\left(x^4+5\right)$. **D.** $y=\left(\frac{\sqrt{2018}-\sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\left(\frac{3}{\pi}\right)^x$ là hàm số mũ có cơ số $0<\frac{3}{\pi}<1$ nên hàm số $y=\left(\frac{3}{\pi}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

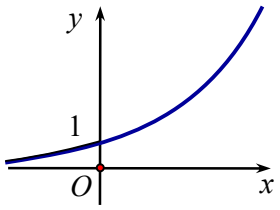
Hàm số $y=\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\mathrm{e}}\right)^x$ là hàm số mũ có cơ số $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\mathrm{e}}>1$ nên hàm số $y=\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\mathrm{e}}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\log_7\left(x^4+5\right)$ có $y'=\dfrac{4x^3}{\left(x^4+5\right)\ln 7}<0$ khi $x<0$, nên hàm số $y=\log_7\left(x^4+5\right)$ không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

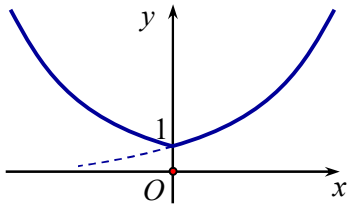
Hàm số $y=\left(\dfrac{\sqrt{2018}-\sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x=\left(10\left(\sqrt{2018}-\sqrt{2015}\right)\right)^x$ là hàm số mũ có cơ số

$0<10\left(\sqrt{2018}-\sqrt{2015}\right)<1$ nên hàm số $y=\left(\dfrac{\sqrt{2018}-\sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 95: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ có đồ thị là Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y=\left(\sqrt{2}\right)^{|x|}$. **B.** $y=-\left|\left(\sqrt{2}\right)^x\right|$. **C.** $y=\left|\left(\sqrt{2}\right)^x\right|$. **D.** $y=-\left(\sqrt{2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Nhận thấy đồ thị Hình 2 nhận được từ đồ thị Hình 1 bằng cách giữ nguyên phần đồ thị bên phải trục Oy và lấy đối xứng phần đồ thị đó qua trục Oy.

Đây là phép biến đổi từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$, do đó đồ thị Hình 2 là của hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^{|x|}$.

Cách 2. Nhận thấy đồ thị Hình 2 đối xứng qua Oy nên là đồ thị của hàm số chẵn, trong số 4 hàm số đã cho thì chỉ có hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^{|x|}$ là hàm số chẵn.

Câu 96: **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Với các số thực dương a, b bất kỳ, đặt $M=\left(\dfrac{a^{12}}{\sqrt[5]{b^3}}\right)^{-0.3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log M=-\dfrac{18}{5}\log a-\dfrac{9}{50}\log b$. **B.** $\log M=-\dfrac{18}{5}\log+\dfrac{9}{50}\log b$.

C. $\log M=\dfrac{18}{5}\log a-\dfrac{9}{50}\log b$. **D.** $\log M=\dfrac{18}{5}\log a+\dfrac{9}{50}\log b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $M=\left(\dfrac{a^{12}}{\sqrt[5]{b^3}}\right)^{-0.3}=\dfrac{a^{-\frac{18}{5}}}{b^{-\frac{9}{50}}}$.

$\log M=\log\left(\dfrac{a^{12}}{\sqrt[5]{b^3}}\right)^{-0,3}=\log a^{-\frac{18}{5}}-\log b^{-\frac{9}{50}}=-\dfrac{18}{5}\log a+\dfrac{9}{50}\log b$.

Câu 97: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Tìm số nghiệm của phương trình $27^{\frac{x-2}{x-1}}=\frac{\sqrt{3}^{7x}}{243}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x\neq 1$.

Ta có: $27^{\frac{x-2}{x-1}}=\frac{3^{\frac{7x}{2}}}{3^5}\Leftrightarrow 3^{\frac{3x-6}{x-1}}=3^{\frac{7x-10}{2}}\Leftrightarrow \frac{3x-6}{x-1}=\frac{7x-10}{2}$

$\Leftrightarrow 6x-12=(7x-10)(x-1)\Leftrightarrow 7x^2-23x+22=0$ (PT vô nghiệm)

Câu 98: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Giải bất phương trình $\sqrt{4-2^x}.\log_2(x+1)\geq 0$.

A. $x\geq 0$. **B.** $-1<x\leq 2$. **C.** $0\leq x\leq 2$. **D.** $-1\leq x\leq 2$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\sqrt{4-2^x}.\log_2(x+1)\geq 0\ (*)$

Điều kiện: $\begin{cases}x+1>0\\4-2^x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow -1<x\leq 2$.

Với điều kiện trên, ta có $(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{4-2^x}=0\\\log_2(x+1)\geq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x+1\geq 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x\geq 0\end{array}\right.$ (do $\sqrt{4-2^x}\geq 0$)

Kết hợp điều kiện ta được: $0\leq x\leq 2$.

Câu 99: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Giả sử $\log 2$ là $0,3010$. Khi viết 2^{2018} trong hệ thập phân có bao nhiêu chữ số?

A. 607. **B.** 608. **C.** 609. **D.** 606.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log 2^{2018}=2018\log 2=607,418$, suy ra $\log 10^{607}<\log 2^{2018}<\log 10^{608}$.

Do đó khi viết 2^{2018} trong hệ thập phân có 608 số.

Chú ý: Một số A^n có $[n\log A]+1$ chữ số.

Câu 100: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{2m+1-x}}+\log_3\sqrt{x-m}$ xác định trên $(2;3)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3 **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}2m+1-x>0\\x-m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<2m+1\\x>m\end{cases}$.

Để hàm số xác định trên $(2;3)$ thì $\begin{cases}m\leq 2\\2m+1\geq 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\leq 2\\m\geq 1\end{cases}\Leftrightarrow 1\leq m\leq 2$.

Do m là số tự nhiên nên $m=1;\ m=2$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 101: **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Một người gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng theo kỳ hạn 3 tháng với lãi suất $1,25\%$ một quý. Biết rằng nếu không rút tiền thì sau mỗi quý, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho quý tiếp theo. Hỏi sau đúng ba năm, người đó thu được số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) được tính theo công thức nào dưới đây? (Giả sử trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi).

A. $200\times(1+0,0125)^{13}$ (triệu đồng). **B.** $200\times(1+0,125)^{12}$ (triệu đồng).

C. $200\times(1+0,0125)^{11}$ (triệu đồng). **D.** $200\times(1+0,0125)^{12}$ (triệu đồng).

Lời giải

Chọn D

Ba năm tương ứng với 12 kỳ hạn (cũng là 12 quý). Lãi suất $1,25\%$ một quý.

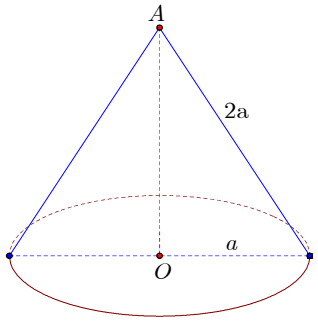
Vậy số tiền người đó nhận được sau ba năm là $200\times(1+0,0125)^{12}$ (triệu đồng).

Câu 102: **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Thể tích của khối nón có độ dài đường sinh $l=2a$ và bán kính đáy $r=a$ bằng

A. $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. Lại có $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}\pi a^2a\sqrt{3}=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 103: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Phương trình $\ln\left(x^2+1\right).\ln\left(x^2-2018\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln\left(x^2+1\right).\ln\left(x^2-2018\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x^2+1>0\\x^2-2018>0\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}\ln\left(x^2+1\right)=0\\\ln\left(x^2-2018\right)=0\end{array}\right.\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 2018 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+1=1 \\ x^2-2018=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 2018 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2019} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2019}.$$

Vậy phương trình $\ln\left(x^2+1\right).\ln\left(x^2-2018\right)=0$ có 2 nghiệm.

Câu 104: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Giải bất phương trình $2\log_3\left(4x-3\right)+\log_{\frac{1}{9}}\left(2x+3\right)^2 \le 2$.

A. $x>\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{4}<x\le 3$. **C.** Vô nghiệm. **D.** $-\frac{3}{8}\le x\le 3$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} 4x-3>0 \\ \left(2x+3\right)^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{3}{4}$ $(*)$.

Biến đổi $\log_{\frac{1}{9}}\left(2x+3\right)^2=\log_{\left(\frac{1}{3}\right)^2}\left(2x+3\right)^2=\log_{\frac{1}{3}}\left(2x+3\right)=-\log_3\left(2x+3\right)$.

Khi đó $2\log_3\left(4x-3\right)+\log_{\frac{1}{9}}\left(2x+3\right)^2 \le 2 \Leftrightarrow \log_3\left(4x-3\right)^2 \le \log_3 9+\log_3\left(2x+3\right)$

$\Leftrightarrow \log_3\left(4x-3\right)^2 \le \log_3\left[9\left(2x+3\right)\right]$.

Do đó $\left(4x-3\right)^2 \le 9\left(2x+3\right) \Leftrightarrow -\frac{3}{8}\le x\le 3$.

Kết hợp với $(*)$ ta được $\frac{3}{4}<x\le 3$.

Câu 105: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x=\log_2\frac{x}{4}+4$ $\left(x\in\mathbb{R}\right)$ là

A. $\frac{17}{4}$. **B.** 0. **C.** 4. **D.** $\frac{65}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>0$.

$$\log_2^2 x=\log_2\frac{x}{4}+4 \Leftrightarrow \log_2^2 x-\log_2 x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=-1 \\ \log_2 x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ x=4 \end{array}\right.$$

Vậy tổng bình phương các nghiệm của phương trình là $\left(\frac{1}{2}\right)^2+4^2=\frac{65}{4}$.

Câu 106: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Nếu $a=\log_2 3$, $b=\log_2 5$ thì

A. $\log_2\sqrt[6]{360}=\frac{1}{6}+\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b$. **B.** $\log_2\sqrt[6]{360}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}a+\frac{1}{6}b$.

C. $\log_2\sqrt[6]{360}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}b$. **D.** $\log_2\sqrt[6]{360}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}a+\frac{1}{3}b$.

Lời giải

Chọn C

$\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6}\log_2 360 = \frac{1}{6}\log_2\left(2^3.3^2.5\right) = \frac{1}{6}\left(3+2\log_2 3+\log_2 5\right) = \frac{1}{2}+\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}b$.

Câu 107: **(THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Số nghiệm của phương trình $4.\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2x}+25.2^x = 100+100^{\frac{x}{2}}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4.\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2x}+25.2^x = 100+100^{\frac{x}{2}}$

$\Leftrightarrow 4.5^x+25.2^x = 100+10^x \Leftrightarrow \left(4-2^x\right).\left(5^x-25\right)=0 \Leftrightarrow x=2$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 108: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Phương trình $\log_2\left(x-2\right)=3$ có nghiệm là

A. $x=5$. **B.** $x=6$. **C.** $x=10$. **D.** $x=8$.

Lời giải

Chọn C

$\log_2\left(x-2\right)=3 \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x-2=8 \end{cases} \Leftrightarrow x=10$.

Câu 109: **(THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Phương trình $\log_2\left(5-2^x\right)=2-x$ có hai ngiệm x_1, x_2. Tính $P=x_1+x_2+x_1x_2$.

A. 11. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2^x<5$

$\log_2\left(5-2^x\right)=2-x \Leftrightarrow 5-2^x=2^{2-x} \Leftrightarrow 5-2^x=\frac{4}{2^x} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=1 \\ 2^x=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

$\Rightarrow P=x_1+x_2+x_1x_2=2$.

Câu 110: **(THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\frac{2-x}{x+2}}$ là

A. $(-2;2)$. **B.** $[0;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup[0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $\begin{cases} \frac{2-x}{x+2}>0 \\ \log_{\frac{1}{2}}\frac{2-x}{x+2}\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x<2 \\ \frac{2-x}{x+2}\leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x<2 \\ \frac{-2x}{x+2}\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x<2 \\ \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ x\geq 0 \end{array}\right. \end{cases}$

$\Leftrightarrow 0 \le x < 2$.

Câu 111: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Cho a, b là hai số thực dương bất kì, $a \ne 1$ và $M = \dfrac{3}{\log_a 3}\left(1+\log_a 3 - \dfrac{\log_3 b.\log_a 3}{3}\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M = \log_3\left(\dfrac{27a^3}{b}\right)$. **B.** $M = 3\log_3 \dfrac{a}{b}$. **C.** $M = 3\left(1+\log_3 \dfrac{a}{b}\right)$. **D.** $M = 2+\log_3 \dfrac{a^3}{b}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M = \dfrac{3}{\log_a 3}\left(1+\log_a 3 - \dfrac{\log_3 b.\log_a 3}{3}\right) = \dfrac{3}{\log_a 3} + 3 - \log_3 b = 3\log_3 a + \log_3 27 - \log_3 b$

Suy ra $M = \log_3\left(\dfrac{27a^3}{b}\right)$.

Câu 112: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Tìm giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của hàm số $f(x) = 2^{x-1} + 2^{3-x}$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f(x) = 2^{x-1} + 2^{3-x} \ge 2\sqrt{2^{x-1}.2^{3-x}} = 4$.

Do đó $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x) = 4$ khi $2^{x-1} = 2^{3-x} \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 113: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\dfrac{1}{2}\right)^{4-x}$.

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\dfrac{1}{2}\right)^{4-x} \Leftrightarrow x^2 - x < 4 - x \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Câu 114: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < \log_2(3-x)$ là

A. $S = (-\infty;1)$. **B.** $S = (1;+\infty)$. **C.** $S = (1;3]$. **D.** $S = (-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình tương đương với: $\begin{cases} x+1>0 \\ x+1<3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x<1 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x<1$.

Câu 115: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Bà A gửi tiết kiệm 50 triệu đồng theo kỳ hạn 3 tháng. Sau 2 năm, bà ấy nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi là 73 triệu đồng. Hỏi lãi suất ngân hàng là bao nhiêu một tháng (làm tròn đến hàng phần nghìn)?. Biết rằng trong

các tháng của kỳ hạn, chỉ cộng thêm lãi chứ không cộng vốn và lãi tháng trước để tính lãi tháng sau, hết một kỳ hạn lãi sẽ được cộng vào vốn để tính lãi trong đủ một kỳ hạn tiếp theo.

A. $0,024$. **B.** $0,048$. **C.** $0,008$. **D.** $0,016$.

Lời giải

Chọn D

$A=50$ triệu là số tiền gửi ban đầu.

$T=73$ triệu là số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được sau 2 năm.

Số kỳ gởi là $n=8$ kỳ (2 năm).

Gọi lãi suất hàng tháng của ngân hàng là $r \Rightarrow$ lãi suất gởi kỳ hạn 3 tháng là $3r$.

Ta có: $T=A(1+3r)^n \Leftrightarrow 73=50(1+3r)^8 \Leftrightarrow (1+3r)^8=\dfrac{73}{50} \Leftrightarrow r=\dfrac{1}{3}\left(\sqrt[8]{\dfrac{73}{50}}-1\right)\approx 0,016$.

Vậy lãi suất tháng của ngân hàng là $0,16$.

Câu 116: **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng e là

A. $y=2x+3e$. **B.** $y=ex-2e$. **C.** $y=x+e$. **D.** $y=2x-e$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\ln x+1$. $y'(e)=2$, $y(e)=e$.

Phương trình tiếp tuyến là $y=2(x-e)+e \Leftrightarrow y=2x-e$.

Câu 117: **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Cho $P=\log_{a^4} b^2$ với $0<a\neq 1$ và $b<0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $P=-2\log_a(-b)$. **B.** $P=2\log_a(-b)$. **C.** $P=-\dfrac{1}{2}\log_a(-b)$. **D.** $P=\dfrac{1}{2}\log_a(-b)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P=\log_{a^4} b^2=2.\dfrac{1}{4}\log_{|a|}|b|=\dfrac{1}{2}\log_a(-b)$ (Do $0<a\neq 1$ và $b<0$).

Câu 118: **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\dfrac{\log_2 x}{\log_2(xy)+1}=\dfrac{\log_2 y}{\log_2(xy)-1}=\log_2 x+\log_2 y$. Khi đó giá trị của $x+y$ bằng.

A. $x+y=2+\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$. **B.** $x+y=2$ hoặc $x+y=\sqrt[4]{8}+\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

C. $x+y=2$. **D.** $x+y=\dfrac{1}{2}$ hoặc $x+y=2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}a=\log_2 x\\ b=\log_2 y\end{cases}$. ĐK: $a+b\neq \pm 1$. Khi đó $\dfrac{\log_2 x}{\log_2(xy)+1}=\dfrac{\log_2 y}{\log_2(xy)-1}=\log_2 x+\log_2 y$

$\Leftrightarrow \dfrac{\log_2 x}{\log_2 x+\log_2 y+1}=\dfrac{\log_2 y}{\log_2 x+\log_2 y-1}=\log_2 x+\log_2 y \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{a}{a+b+1}=\dfrac{b}{a+b-1}\\ \dfrac{a}{a+b+1}=a+b\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+ab-a=ab+b^2+b \\ a=(a+b)^2+a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)(a-b-1)=0 \ (1) \\ (a+b)^2=-b \qquad (2) \end{cases}.$$

$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-b \\ a=b+1 \end{array}\right.$.

Với $a=-b$: $(2) \Leftrightarrow a=b=0 \Rightarrow x=y=1 \Rightarrow x+y=2$.

Với $a=b+1$: $(2) \Leftrightarrow (2b+1)^2=-b \Leftrightarrow 4b^2+5b+1=0$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-1 \Rightarrow a=0 (L) \\ b=-\dfrac{1}{4} \Rightarrow a=\dfrac{3}{4} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} x=2^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{8} \\ y=2^{-\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}} \end{cases} \Rightarrow x+y=\sqrt[4]{8}+\frac{1}{\sqrt[4]{2}}.$$

Câu 119: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Hàm số nào sau đây là đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$?

A. $y'=\dfrac{1}{2(x-1)}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 2}{x-1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{2(x-1).\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Câu 120: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho a, b là 2 số thực khác 0. Biết $\left(\dfrac{1}{125}\right)^{a^2+4ab}=\left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab}$. Tính tỉ số $\dfrac{a}{b}$.

A. $\dfrac{76}{21}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{4}{21}$. **D.** $\dfrac{76}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab}=\left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab} \Leftrightarrow 5^{-3\left(a^2+4ab\right)}=5^{\frac{4}{3}\left(3a^2-10ab\right)} \Leftrightarrow 7a^2-\frac{4}{3}ab=0 \Leftrightarrow \frac{a}{b}=\frac{4}{21}.$$

Câu 121: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{2-x}{x+2}}$ là

A. $(-2;2)$. **B.** $[0;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup[0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $\begin{cases} \dfrac{2-x}{x+2}>0 \\ \log_{\frac{1}{2}}\dfrac{2-x}{x+2}\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x<2 \\ \dfrac{2-x}{x+2}\leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x<2 \\ \dfrac{-2x}{x+2}\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x<2 \\ \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ x\geq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 0\leq x<2.$

Câu 122: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Số giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018;2018]$ để hàm số $y=\ln\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 2019. **B.** 2017. **C.** 2018. **D.** 1009.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x^2-2x-m+1>0 \Leftrightarrow (x-1)^2>m \ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra $m<0$.

Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018;2018]$ là 2018 số.

Câu 123: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+\log_2 x=\frac{17}{4}$

A. $\frac{17}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 124: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+6z+13=0$ trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Tìm số phức $\omega=z_1+2z_2$.

A. $\omega=9+2i$. **B.** $\omega=-9+2i$. **C.** $\omega=-9-2i$. **D.** $\omega=9-2i$.

Câu 125: Ông V gửi tiết kiệm 200 triệu đồng vào ngân hàng với hình thức lãi kép và lãi suất 7,2% một năm. Hỏi sau 5 năm ông V thu về số tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với số nào sau đây?

A. 283.145.000 đồng. **B.** 283.155.000 đồng. **C.** 283.142.000 đồng. **D.** 283.151.000 đồng.

Câu 126: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+\log_2 x=\frac{17}{4}$

A. $\frac{17}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2^2 x+\log_2 x=\frac{17}{4}$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Khi đó:

$A=x_1x_2 \Leftrightarrow \log_2 A=\log_2 x_1+\log_2 x_2=-1 \Rightarrow A=2^{-1}=\frac{1}{2}$.

Câu 127: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+6z+13=0$ trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Tìm số phức $\omega=z_1+2z_2$.

A. $\omega=9+2i$. **B.** $\omega=-9+2i$. **C.** $\omega=-9-2i$. **D.** $\omega=9-2i$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $z^2+6z+13=0$ có hai nghiệm là $z_1=-3-2i$, $z_2=-3+2i$. Vậy $\omega=-6+2i$.

Câu 128: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Ông V gửi tiết kiệm 200 triệu đồng vào ngân hàng với hình thức lãi kép và lãi suất 7,2% một năm. Hỏi sau 5 năm ông V thu về số tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với số nào sau đây?

A. 283.145.000 đồng. **B.** 283.155.000 đồng. **C.** 283.142.000 đồng. **D.** 283.151.000 đồng.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức lãi kép ta có $P_n=P_0(1+r\%)^n$.

Vậy số tiền ông nhận được sau 5 năm là $P_n=200.000.000(1+7,2\%)^5\approx 283.142.000$.

Câu 129: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Nghiệm của phương trình $2^{\frac{1}{x}}=3$ là

A. $-\log_3 2$. **B.** $-\log_2 3$. **C.** $\log_3 2$. **D.** $\log_2 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{\frac{1}{x}}=3\Leftrightarrow\frac{1}{x}=\log_2 3\Leftrightarrow x=\log_3 2$.

Câu 130: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 5% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền lớn hơn 150% số tiền gửi ban đầu?

A. 8 năm. **B.** 9 năm. **C.** 10 năm. **D.** 11 năm.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tiền ban đầu người đó là P. Sau n năm, số tiền người đó có được là $1,5P$.

Khi đó $P.1,05^n=1,5P\Rightarrow n=\log_{1,05}1,5\approx 8,31$. Do đó cần ít nhất 9 năm.

Câu 131: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Cho a và b lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ năm của một cấp số cộng có công sai $d\neq 0$. Giá trị của $\log_2\left(\frac{b-a}{d}\right)$ bằng

A. $\log_2 5$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\log_2 9$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết ta có $b=a+4d\Leftrightarrow b-a=4d$. Khi đó $\log_2\left(\frac{b-a}{d}\right)=\log_2\left(\frac{4d}{d}\right)=\log_2 4=2$.

Câu 132: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Cho $\log_a x=2$, $\log_b x=3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{\frac{a}{b^2}}x$.

A. $P=-6$. **B.** $P=\frac{1}{6}$. **C.** $P=-\frac{1}{6}$. **D.** $P=6$.

Lời giải

Chọn A

- Cách 1: $\log_a x=2$, $\log_b x=3\Rightarrow x=a^2=b^3\Rightarrow a=b^{\frac{3}{2}}\Rightarrow\frac{a}{b^2}=\frac{b^{\frac{3}{2}}}{b^2}=b^{\frac{-1}{2}}$.

  Do đó $P=\log_{\frac{a}{b^2}}x=\log_{\frac{-1}{b^2}}x=-2\log_b x=-2.3=-6$.

- Cách 2: $\log_a x=2\Rightarrow x=a^2>1$. $\log_a x=2$, $\log_b x=3\Rightarrow\log_x a=\frac{1}{2}$, $\log_x b=\frac{1}{3}$.

  Khi đó $P=\log_{\frac{a}{b^2}}x=\frac{1}{\log_x\frac{a}{b^2}}=\frac{1}{\log_x a-2\log_x b}=\frac{1}{\frac{1}{2}-2.\frac{1}{3}}=-6$.

Câu 133: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_3(2x+1)$.

A. $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}$. **C.** $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 3}$. **D.** $y'=(2x+1).\ln 3$.

Lời giải

Chọn C

Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(2x+1)$ là $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 3}$.

Câu 134: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x}>3^{x+4}$.

A. $D=(0;4)$. **B.** $D=(-\infty;4)$. **C.** $D=(4;+\infty)$. **D.** $D=(-4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{2x}>3^{x+4}\Leftrightarrow 2x>x+4\Leftrightarrow x>4$.

Câu 135: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{e^x-e^5}}$.

A. $D=(\ln 5;+\infty)$. **B.** $D=[5;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{5\}$. **D.** $D=(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $e^x-e^5>0\Leftrightarrow e^x>e^5\Leftrightarrow x>5$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(5;+\infty)$.

Câu 136: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Với a là số thực dương bất kì và $a\neq 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{a^5} e=\dfrac{1}{5\ln a}$. **B.** $\ln a^5=\dfrac{1}{5}\ln a$. **C.** $\ln a^5=\dfrac{5}{\ln a}$. **D.** $\log_{a^5} e=5\log_a e$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{a^5} e=\dfrac{1}{5}\log_a e=\dfrac{1}{5}.\dfrac{1}{\log_e a}=\dfrac{1}{5\ln a}$.

Câu 137: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2}{2}-mx+\ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=x-m+\dfrac{1}{x-1}$.

Để hàm số $y=\dfrac{x^2}{2}-mx+\ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $y'\geq 0$ với $\forall x\in(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow x+\dfrac{1}{x-1}\geq m$ với $\forall x\in(1;+\infty)\Rightarrow m\leq \min\limits_{(1;+\infty)} f(x)$.

Xét hàm số $f(x)=x+\dfrac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ ta có

$f(x)=x-1+\dfrac{1}{x-1}+1\ge 2\sqrt{(x-1)\dfrac{1}{(x-1)}}+1\ge 3\Rightarrow \min\limits_{(1;+\infty)} f(x)=3$. Do $m\in\mathbb{Z}^+$ nên $m\in\{1;2;3\}$.

Câu 138: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Biết rằng phương trình $2\ln(x+2)+\ln 4=\ln x+4\ln 3$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Tính $P=\dfrac{x_1}{x_2}$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 64. **C.** $\dfrac{1}{64}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}x+2>0\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>0$ $(*)$.

Phương trình $\Leftrightarrow \ln(x+2)^2+\ln 4=\ln x+\ln 3^4\Leftrightarrow \ln\left[4(x+2)^2\right]=\ln(x.3^4)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x.3^4>0\\ 4(x+2)^2=81x\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=16\\ x=\dfrac{1}{4}\end{array}\right.$ thỏa mãn $(*)\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{1}{4}\\ x_2=16\end{cases}\Rightarrow P=\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{1}{64}$.

Câu 139: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)+\log_2 x=1+\log_2(3x-5)$ bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

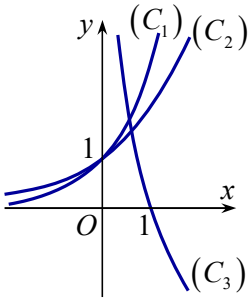
Điều kiện $x>\dfrac{5}{3}$.

Phương trình tương đương với $\log_2(x-1)x=\log_2\left(2(3x-5)\right)$

$\Leftrightarrow x^2-x=6x-10\Leftrightarrow x^2-7x+10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=5\end{array}\right.$.

Vậy tổng các nghiệm bằng 7.

Câu 140: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho ba hàm số $y=a^x$; $y=b^x$; $y=\log_c x$ lần lượt có đồ thị (C_1), (C_2), (C_3) như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>b>c$. **B.** $b>a>c$. **C.** $c>b>a$. **D.** $c>a>b$.

Lời giải

Chọn A

Do $y=a^x$ và $y=b^x$ là hai hàm số đồng biến nên a, $b>1$.

Do $y=\log_c x$ là hàm số nghịch biến nên $0<c<1$.

Lấy $x=m\ \ (m>0)$, dựa vào đồ thị ta thấy $a^m>b^m\Rightarrow a>b$. Vậy $a>b>c$.

Câu 141: **(THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Ông An gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và tiền lãi được bao nhiêu? (Biết lãi suất không thay đổi qua các năm ông gửi tiền).

A. 217,695 (triệu đồng). **B.** 231,815 (triệu đồng).

C. 197,201 (triệu đồng). **D.** 190,271 (triệu đồng).

Lời giải

Chọn A

Số tiền sau 5 năm: $60\left(1+\frac{8}{100}\right)^5+60$ (triệu đồng).

Số tiền sau 10 năm: $\left[60\left(1+\frac{8}{100}\right)^5+60\right]\left(1+\frac{8}{100}\right)^5\approx 217,695$ (triệu đồng).

Câu 142: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Đạo hàm của hàm số $y=(2x-1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y'=\frac{1}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}$. **B.** $y'=(2x-1)^{\frac{1}{3}}\cdot\ln|2x-1|$.

C. $y'=\frac{2}{3}(2x-1)^{\frac{4}{3}}$. **D.** $y'=\frac{2}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\frac{1}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}\cdot(2x-1)'=\frac{2}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}$.

Câu 143: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_{\sqrt{3}}x=2\log_{\frac{1}{3}}x+3$ bằng

A. 2. **B.** 27. **C.** $\frac{82}{3}$. **D.** $\frac{80}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$.

Ta có $\log_3^2 x-2\log_{\sqrt{3}}x=2\log_{\frac{1}{3}}x+3\Leftrightarrow\log_3^2 x-4\log_3 x=-2\log_3 x+3$

$$\Leftrightarrow\log_3^2 x-2\log_3 x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=-1\\ \log_3 x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{3}\\ x=27\end{array}\right.$$

Vậy tổng giá trị tất cả các nghiệm bằng $\frac{1}{3}+27=\frac{82}{3}$.

Câu 144: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x<\log_2(12-3x)$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2 x<\log_2(12-3x)\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\12-3x>0\\x<12-3x\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<3$.

Câu 145: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hàm số $f(x)=e^{-3x}$. Giá trị $f'(\ln 2)$ bằng

A. $f'(\ln 2)=\frac{3}{8}$. **B.** $f'(\ln 2)=\frac{1}{8}$. **C.** $f'(\ln 2)=-\frac{3}{8}$. **D.** $f'(\ln 2)=\frac{3}{8e}$.

Lời giải.

Chọn C

Ta có $f'(x)=-3e^{-3x}$. Suy ra $f'(\ln 2)=-3e^{-3\ln 2}=-3e^{\ln 2^{-3}}=-3.2^{-3}=\frac{-3}{8}$.

Câu 146: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho $\log_a b=3$, $\log_a c=-2$. Giá trị của $\log_a\left(a^3b^2\sqrt{c}\right)$ bằng

A. -8. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a\left(a^3b^2\sqrt{c}\right)=\log_a a^3+\log_a b^2+\log_a\sqrt{c}=3+2.3+\frac{1}{2}.(-2)=8$.

Câu 147: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Đặt $\log_2 5=a$, $\log_3 2=b$. Tính $\log_{15}20$ theo a và b ta được

A. $\log_{15}20=\frac{2b+a}{1+ab}$. **B.** $\log_{15}20=\frac{b+ab+1}{1+ab}$.

C. $\log_{15}20=\frac{2b+ab}{1+ab}$. **D.** $\log_{15}20=\frac{2b+1}{1+ab}$.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức đổi cơ số ta có: $\log_{15}20=\frac{\log_2 20}{\log_2 15}=\frac{\log_2 5+2\log_2 2}{\log_2 5+\log_2 3}=\frac{a+2}{a+\frac{1}{b}}=\frac{2b+ab}{1+ab}$.

Câu 148: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Tính tổng T các nghiệm của phương trình $(\log 10x)^2-3\log 100x=-5$

A. $T=11$. **B.** $T=110$. **C.** $T=10$. **D.** $T=12$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho tương đương với: $(\log 10x)^2-3(\log 10+\log 10x)=-5$

$\Leftrightarrow(\log 10x)^2-3\log 10x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log(10x)=1\\\log(10x)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=10\end{array}\right.$

Suy ra $T=1+10=11$.

Câu 149: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Số giá trị m nguyên trên $[-2;2018]$ để hàm số $y=\mathrm{e}^{x^3-x^2+mx}$ đồng biến trên $[1;2]$.

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn C

$y=\mathrm{e}^{x^3-x^2+mx} \Rightarrow y'=\left(3x^2-2x+m\right).\mathrm{e}^{x^3-x^2+mx}$

Hàm số $y=\mathrm{e}^{x^3-x^2+mx}$ đồng biến trên $[1;2]$.

$\Leftrightarrow 3x^2-2x+m\geq 0 \ \forall x\in[1;2] \Leftrightarrow m\geq -3x^2+2x \ \forall x\in[1;2] \Leftrightarrow m\geq -1$.

Mà m nhận giá trị nguyên trên $[-2;2018] \Rightarrow$ có 2020 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 150: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Số nghiệm của phương trình: $\log_4\left(\log_2 x\right)+\log_2\left(\log_4 x\right)=2$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ \log_2 x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1$.

Ta có: $\log_4\left(\log_2 x\right)+\log_2\left(\log_4 x\right)=2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2\left(\log_2 x\right)+\log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right)=2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\log_2 x\right)^{\frac{3}{2}}=4 \Leftrightarrow \log_2 x=4 \Leftrightarrow x=16$ thỏa điều kiện.

Câu 151: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x}=8^{2-x}$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho tương đương: $2^{x^2+2x}=2^{3(2-x)} \Leftrightarrow x^2+2x=6-3x \Leftrightarrow x^2+5x-6=0$.

Do đó tổng các nghiệm của phương trình là: $S=-\frac{b}{a}=-5$.

Câu 152: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Một người muốn gửi tiền vào ngân hàng để đến ngày 15/3/2020 rút được khoản tiền là 50 000 000 đồng (cả vốn ban đầu và lãi). Lãi suất ngân hàng là 0,55%/tháng, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi vào ngày 15/4/2018 người đó phải gửi ngân hàng số tiền là bao nhiêu để đáp ứng nhu cầu trên, nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền (giá trị gần đúng làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 43 593 000 đồng. **B.** 43 833 000 đồng.

C. 44 074 000 đồng. **D.** 44 316 000 đồng.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là số tiền gửi ban đầu (gửi ngày 15/4/2018)

Số tiền cả vốn lẫn lãi nhận được đến ngày 15/3/2020 là $T=A.\left(1+r\right)^n$, trong đó $T=50\,000\,000$ đồng, $r=0,55\%=0,0055$ và $n=23$

$\Rightarrow 50\,000\,000 = A.1,0055^{23} \Leftrightarrow A = \dfrac{50\,000\,000}{1,0055^{23}} \approx 44\,074\,000$ đồng.

Câu 153: **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Cho $\log_5 2 = a$, $\log_5 3 = b$. Khi đó giá trị của $\log_5 \dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$ là

A. $\dfrac{5a-b-1}{2}$. **B.** $\dfrac{5a-b+1}{2}$. **C.** $\dfrac{5a+b-1}{2}$. **D.** $\dfrac{5a+b+1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_5 \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{15}} = \log_5 \frac{2^2 2^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}.5^{\frac{1}{2}}} = \log_5 \frac{2^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}.5^{\frac{1}{2}}} = \log_5 2^{\frac{5}{2}} - \log_5 3^{\frac{1}{2}}.5^{\frac{1}{2}} = \frac{5}{2}a - \frac{1}{2}\log_5 3 - \frac{1}{2}\log_5 5$$

$$= \frac{5}{2}a - \frac{1}{2}b - \frac{1}{2} = \frac{5a-b-1}{2}.$$

Câu 154: **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số) là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Nếu $a = 0$ thì ta có bpt: $1^{2x+1} > 1$ suy ra bất phương trình vô nghiệm.

Nếu $a \neq 0$ thì $0 < \dfrac{1}{1+a^2} < 1$ nên ta có bpt: $\left(\dfrac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1 \Leftrightarrow 2x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -\dfrac{1}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 155: **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 \dfrac{5-12x}{12x-8} + \log_{\frac{1}{2}} x \le 0$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} \dfrac{5-12x}{12x-8} > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{5}{12} < x < \dfrac{2}{3}$

Do đó không có giá trị nguyên của x thoả điều kiện trên.

Câu 156: **(THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Biết nghiệm của phương trình $2^x.15^{x+1} = 3^{x+3}$ được viết dưới dạng $x = 2\log a - \log b$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 10. Tính $S = 2017a^3 - 2018b^2$.

A. $S = 4009$. **B.** $S = 2014982$. **C.** $S = 1419943$. **D.** -197791.

Lời giải

Chọn A

$2^x.15^{x+1}=3^{x+3} \Leftrightarrow 2^x.5^{x+1}=3^2 \Leftrightarrow 10^x=\frac{9}{5} \Leftrightarrow x=\log\frac{9}{5}=\log 9-\log 5 \Leftrightarrow x=2\log 3-\log 5$.

Ta có $a=3, b=5$. Vậy $S=2017.3^3-2018.5^2=4009$.

Câu 157: **(THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x+5)>\log_2(x-1)$. Hỏi trong tập S có bao nhiêu phần tử là số nguyên dương bé hơn 10?

A. 9. **B.** 15. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}2x+5>0\\x-1>0\end{cases} \Leftrightarrow x>1$.

$\log_2(2x+5)>\log_2(x-1) \Leftrightarrow 2x+5>x-1 \Leftrightarrow x>-6$.

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình: $S=(1;+\infty)$.

Vậy trong tập S có 8 phần tử là số nguyên dương bé hơn 10.

Câu 158: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=xe^x$ trên $[-2;0]$ bằng

A. 0. **B.** $-\frac{2}{e^2}$. **C.** $-e$. **D.** $-\frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=e^x+xe^x=e^x(x+1) \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

$y(-2)=-\frac{2}{e^2}; y(0)=0; y(-1)=-\frac{1}{e}$. Vậy $y_{\min}=-\frac{1}{e}$.

Câu 159: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1+\log_2 x}+\sqrt[3]{\log_2(1-x)}$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\left[\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện định của hàm số là $\begin{cases}x>0\\1+\log_2 x\ge 0\\1-x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\x\ge\frac{1}{2}\\x<1\end{cases} \Leftrightarrow x\in\left[\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 160: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(2-\sqrt{x-1}\right)^{\sqrt{3}}$.

A. $D=(-\infty;5)$. **B.** $D=[1;5)$. **C.** $D=[1;3)$. **D.** $D=[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $2-\sqrt{x-1}>0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}<2 \Leftrightarrow 1\le x<5$

TXĐ: $D=[1;5)$.

Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}{}^2 x - 5\log_3 x + 6 = 0$ .Tính T.

A. $T = 5$. **B.** $T = -3$. **C.** $T = 36$. **D.** $T = \dfrac{1}{243}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình : $\log_{\frac{1}{3}}{}^2 x - 5\log_3 x + 6 = 0$ (điều kiện $x > 0$)

$\Leftrightarrow (-\log_3 x)^2 - 5\log_3 x + 6 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x)^2 - 5\log_3 x + 6$ (1)

Đặt $t = \log_3 x \Rightarrow (1) \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = \Leftrightarrow (t-2)(t-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = 3 \end{array}\right.$

Với $t = 2 \Rightarrow \log_3 x = 2 \Rightarrow x = 9$

Với $t = 3 \Rightarrow \log_3 x = 3 \Rightarrow x = 27$.

Vậy $T = 36$.

Câu 2: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Cho hàm số $y = x^2.e^{-x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số không có điểm cực trị.

B. Hàm số chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $\mathbb{R}$.

$y' = xe^{-x}(2-x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↘	0	↗	$\dfrac{4}{e^2}$	↘	

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 3: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Cặp (a,b) thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3} = 3$ là

A. $a = -3$, $b = 0$. **B.** $a = 3$, $b = 0$.

C. $a = 0$, $b = -9$. **D.** không tồn tại cặp (a,b) thỏa mãn như vậy.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Để $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3} = 3$ thì ta phải có $x^2 + ax + b = (x-3)(x-m)$.

Khi đó $3-m=3\Leftrightarrow m=0$. Vậy $x^2+ax+b=(x-3)x=x^2-3x$.

Suy ra $a=-3$ và $b=0$.

Cách 2:

Ta có $\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=x+a+3+\dfrac{3a+b+9}{x-3}$.

Vậy để có $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=3$ thì ta phải có $\begin{cases}3a+b+9=0\\ a+6=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\ b=0\end{cases}$.

Câu 4: **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Số nguyên dương x nhỏ nhất thỏa mãn $\sqrt{x}-\sqrt{x-1}<\dfrac{1}{100}$ là

A. 2499. **B.** 2500. **C.** 2501. **D.** 2502.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x\ge 1$.

Ta có: $\sqrt{x}-\sqrt{x-1}<\dfrac{1}{100}\Leftrightarrow 100\sqrt{x}<100\sqrt{x-1}+1\Leftrightarrow 200\sqrt{x-1}>9999$

$\Leftrightarrow x>\left(\dfrac{9999}{200}\right)^2+1\approx 2500,5$.

Vậy $x=2501$.

Câu 5: **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)=x^x$ với $x>0$. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. $f'(x)=x.x^{x-1}$. **B.** $f'(1)=1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$. **D.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $\mathrm{e}^{-\frac{1}{\mathrm{e}}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=x^x\Rightarrow \ln(f(x))=x\ln x$. Lấy đạo hàm hai vế ta có

$\dfrac{f'(x)}{f(x)}=\ln x+1\Leftrightarrow f'(x)=f(x)(\ln x+1)\Leftrightarrow f'(x)=x^x(\ln x+1)$.

Ta có:

$f'(1)=1$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{e}$ và hàm số có GTNN bằng $\mathrm{e}^{-\frac{1}{\mathrm{e}}}$.

Câu 6: **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Kí hiệu A và B lần lượt là tập nghiệm của các phương trình $\log_3 x(x+2)=1$ và $\log_3(x+2)+\log_3 x=1$. Khi đó khẳng định đúng là

A. $A=B$. **B.** $A\subset B$. **C.** $B\subset A$. **D.** $A\cap B=\varnothing$.

Lời giải

Chọn C

$\log_3 x(x+2)=1\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-3\end{array}\right.\Rightarrow A=\{-3;\ 1\}$.

Với điều kiện $x>0$, phương trình $\log_3(x+2)+\log_3 x=1\Leftrightarrow\log_3 x(x+2)=1$

$\Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3(l) \end{array}\right. \Rightarrow B=\{1\}$. Vậy $B \subset A$.

Câu 7: **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2 \frac{3x-1}{x+1}\right) \le 0$

A. $(-1;3]$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)\cup[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2 \frac{3x-1}{x+1}\right) \le 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{3x-1}{x+1} \ge 1 \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x+1} \ge 2 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x+1} \ge 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \ge 3 \\ x<-1 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-1;+\infty)\cup[3;+\infty)$.

Câu 8: **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Cho $f(x)=e^{e^x}$. Giá trị $f'(1)$ bằng

A. e. **B.** e^e. **C.** e^{2e}. **D.** e^{e+1}.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)=e^{e^x} \Rightarrow f'(x)=e^x.e^{e^x}$.

Nên $f'(1)=e^{e+1}$.

Câu 9: **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hai số thực dương a, b và $a \ne 1$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **đúng**?

A. $\log_{\sqrt{a}} ab=\frac{1}{2}+\log_a \sqrt{b}$. **B.** $2018\log_a ab=1+\log_a b^{2018}$.

C. $\log_a a^{2018}b=2018+\log_a b$. **D.** $\log_a a^{2018}b=2018(1+\log_a b)$.

Lời giải

Chọn C

* Ta có: $\log_a a^{2018}b=\log_a a^{2018}+\log_a b=2018+\log_a b$.

Câu 10: **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho phương trình $\log^2_{\sqrt{2}} x+\log_2\left(x\sqrt{8}\right)-3=0$. Khi đặt $t=\log_2 x$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây? :

A. $8t^2+2t-6=0$. **B.** $4t^2+t=0$. **C.** $4t^2+t-3=0$. **D.** $8t^2+2t-3=0$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>0$.

$\log^2_{\sqrt{2}} x+\log_2\left(x\sqrt{8}\right)-3=0 \Leftrightarrow (2\log_2 x)^2+\log_2 x+\log_2\sqrt{8}-3=0$.

$\Leftrightarrow 4(\log_2 x)^2+\log_2 x-\frac{3}{2}=0 \Leftrightarrow 8(\log_2 x)^2+2\log_2 x-3=0$.

Đặt $t=\log_2 x$, phương trình đã cho trở thành $8t^2+2t-3=0$.

Câu 11: **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Hàm số $y=x^2\ln x$ đạt cực trị tại điểm

A. $x=\sqrt{e}$. **B.** $x=0$; $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=(0;+\infty)$.

Ta có: $y'=2x.\ln x+x$.

$$y'=0\Leftrightarrow 2x.\ln x+x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin(0;+\infty) \\ x=\frac{1}{\sqrt{e}} \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	0	↘	$-\frac{1}{2e}$	↗	$+\infty$

Vậy hàm số $y=x^2\ln x$ đạt cực trị tại $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 12: **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Phương trình $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ x-3>0 \end{cases}\Leftrightarrow x>3$.

Ta có $\log_2 x+\log_2(x-3)=2\Leftrightarrow \log_2(x^2-3x)=2\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\ (loai) \\ x=4\ (t/m) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=4$.

Câu 13: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Anh Nam tiết kiệm được x triệu đồng và dùng tiền đó để mua một căn nhà nhưng thực tế giá căn nhà đó là $1,6x$ triệu đồng. Anh Nam quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hang với lãi suất 7% / năm theo hình thức lãi kép và không rút tiền trước kỳ hạn. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm anh Nam có đủ số tiền cần thiết (bao gồm vốn lẫn lãi) mua căn nhà đó? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi, anh Nam không rút tiền ra và giá bán căn nhà không thay đổi.

A. 7 năm. **B.** 5 năm. **C.** 6 năm. **D.** 8 năm.

Lời giải

Chọn A

Số tiền anh Nam có sau n năm là: $T_n = x(1+0,07)^n$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} x(1+0,07)^n \geq 1,6x \\ n \in \mathbb{N}^* \end{cases} \Leftrightarrow n = 7$.

Câu 14: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho $\log_a b = 2$ với a, b là các số thực dương và a khác 1. Tính giá trị biểu thức $T = \log_{a^2} b^6 + \log_a \sqrt{b}$.

A. $T = 8$. **B.** $T = 7$. **C.** $T = 5$. **D.** $T = 6$.

Lời giải

Chọn B

$T = \log_{a^2} b^6 + \log_a \sqrt{b} = 3\log_a b + \frac{1}{2}\log_a b = \frac{7}{2}\log_a b = 7$.

Câu 15: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Tìm bộ ba số nguyên dương $(a;b;c)$ thỏa mãn $\log 1 + \log(1+3) + \log(1+3+5) + ... + \log(1+3+5+ ... +19) - 2\log 5040 = a + b\log 2 + c\log 3$

A. $(2;6;4)$. **B.** $(1;3;2)$. **C.** $(2;4;4)$. **D.** $(2;4;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$\log 1 + \log(1+3) + \log(1+3+5) + ... + \log(1+3+5+ ... +19) - 2\log 5040 = a + b\log 2 + c\log 3$

$\Leftrightarrow \log 1 + \log 2^2 + \log 3^2 + ... + \log 10^2 - 2\log 5040 = a + b\log 2 + c\log 3$

$\Leftrightarrow \log\left(1.2^2.3^2.10^2\right) - 2\log 5040 = a + b\log 2 + c\log 3$

$\Leftrightarrow \log(1.2.3.10)^2 - 2\log 5040 = a + b\log 2 + c\log 3$

$\Leftrightarrow 2\log(1.2.3.10) - 2\log 5040 = a + b\log 2 + c\log 3$

$\Leftrightarrow 2(\log 10! - \log 7!) = a + b\log 2 + c\log 3 \Leftrightarrow 2\log(8.9.10) = a + b\log 2 + c\log 3$

$\Leftrightarrow 2 + 6\log 2 + 4\log 3 = a + b\log 2 + c\log 3$.

Vậy $a = 2$, $b = 6$, $c = 4$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7 %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Để người đó lãnh được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm ? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi).

A. 12 năm. **B.** 15 năm. **C.** 14 năm. **D.** 13 năm.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính lãi kép $P_n = P(1+r)^n$ với P là số tiền ban đầu, P_n là số tiền sau n năm, r là lãi suất.

Ta có $250 = 100(1+0,07)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,07} 2,5 \Leftrightarrow n \approx 13,54$.

Vậy cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất 14 năm.

Câu 17: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (2x-3)e^x$ trên $[0;3]$ là

A. $\max\limits_{[0;3]} f(x)=e^3$. **B.** $\max\limits_{[0;3]} f(x)=5e^3$. **C.** $\max\limits_{[0;3]} f(x)=4e^3$. **D.** $\max\limits_{[0;3]} f(x)=3e^3$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $f(x)$ liên tục và xác định trên $[0;3]$.

$f'(x)=2e^x+(2x-3)e^x=(2x-1)e^x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow(2x-1)e^x=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

$f(0)=-3$, $f(3)=3e^3$, $f\left(\frac{1}{2}\right)=-2e^{\frac{1}{2}}\Rightarrow\max\limits_{[0;3]} f(x)=3e^3$.

Câu 18: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Biết khoảng nghịch biến của hàm số $y=\log_{\frac{2}{e}}\left(-x^2+6x-5\right)$ là khoảng $(a;b)$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Giá trị biểu thức $T=4a-b$ bằng.

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $-x^2+6x-5>0\Leftrightarrow 1<x<5$. Ta có $y'=\dfrac{-2x+6}{\left(-x^2+6x-5\right)\ln\frac{2}{e}}$.

phương trình $y'=0\Leftrightarrow -2x+6=0\Leftrightarrow x=3$.

Bảng biến thiên

x	1		3		5
y'		$-$	0	$+$	
y		↘		↗	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên $(1;3)$. Vậy $T=4a-b=4.1-3=1$

Câu 19: **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0$ có tích các nghiệm là:

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0\Leftrightarrow\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}+1\right)^x}+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0$.

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{2}+1\right)^{2x}-2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)^x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\sqrt{2}+1\right)^x=\sqrt{2}-1\\ \left(\sqrt{2}+1\right)^x=\sqrt{2}+1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=1\end{array}\right.$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình là -1.

Câu 20: **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2}\ge\frac{1}{9}$

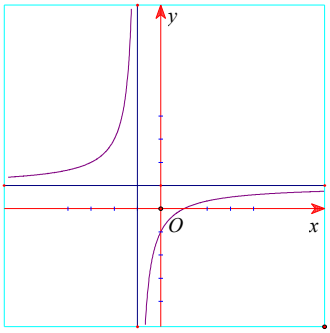
A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $[-4;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$3^{x+2} \ge \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \ge 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \ge -2 \Leftrightarrow x \ge -4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=[-4;+\infty)$.



Câu 21: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $2\log_2\frac{a+b}{3}=\log_2 a+\log_2 b$. **B.** $\log_2\frac{a+b}{3}=2\left(\log_2 a+\log_2 b\right)$.

C. $2\log_2(a+b)=\log_2 a+\log_2 b$. **D.** $4\log_2\frac{a+b}{6}=\log_2 a+\log_2 b$.

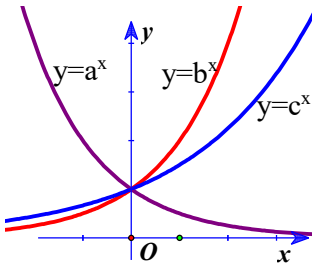
Lời giải

Chọn A

Ta có: $a^2+b^2=7ab \Leftrightarrow (a+b)^2=9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2=ab \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{a+b}{3}\right)^2=\log_2(ab)$

$\Leftrightarrow 2\log_2\left(\frac{a+b}{3}\right)=\log_2 a+\log_2 b$.

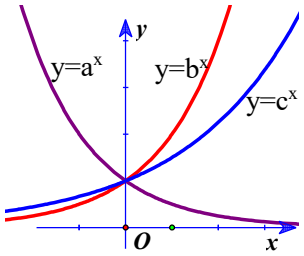
Câu 22: **(THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $1<a<c<b$. **B.** $a<1<c<b$. **C.** $a<1<b<c$. **D.** $1<a<b<c$.

Lời giải

Chọn B



Đồ thị của hàm số $y=a^x$ có hướng đi xuống nên $a<1$.

Đồ thị của các hàm số $y=b^x$ và $y=c^x$ có hướng đi lên nên $b>1$ và $c>1$. Hơn nữa đồ thị hàm số $y=b^x$ ở phía trên đồ thị hàm số $y=c^x$ nên $b>c$.

Vậy $a<1<c<b$.

Câu 23: **(THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là $5\,\text{cm}$, chiều dài lăn là 23 cm (hình dưới). Sau khi lăn trọn 15 vòng thì trục lăn tạo nên sân phẳng một diện tích là



A. $3450\pi\ \text{cm}^2$. **B.** $1725\pi\ \text{cm}^2$. **C.** $1725\ \text{cm}^2$. **D.** $862,5\pi\ \text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq}=2\pi rl=2\pi\dfrac{5}{2}.23=115\pi$.

Vậy sân phẳng có diện tích $115\pi.15=1725\pi\ \text{cm}^2$.

Câu 24: **(THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Tập nghiệm của phương trình $\log_4\left(9^{50}+5x^2\right)=\log_2\left(3^{50}+2x\right)$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left\{0;4.3^{50}\right\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\{0;1\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $3^{50}+2x>0$

$\log_4\left(9^{50}+5x^2\right)=\log_2\left(3^{50}+2x\right)\Leftrightarrow\log_4\left(9^{50}+5x^2\right)=\log_4\left(3^{50}+2x\right)^2$

$\Leftrightarrow\left(3^{50}\right)^2+5x^2=\left(3^{50}\right)^2+4.3^{50}.x+4x^2\ \Leftrightarrow x^2-4.3^{50}x=0\ \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4.3^{50}\end{array}\right.$ (thỏa điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: $\left\{0;4.3^{50}\right\}$.

Cách khác: (MTCT)

Nhập vào màn hình $\log_4\left(9^{50}+5X^2\right)-\log_2\left(3^{50}+2X\right)$

Bấm CALC $0=$ Kết quả bằng 0 nên 0 là nghiệm.
Bấm CALC 4.3^{50} $=$ Kết quả bằng 0 nên 4.3^{50} là nghiệm.

Câu 25: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Phương trình $3^{|4x-4|}=81^{m-1}$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m<0$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m<1$. **D.** $m\le 1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\Leftrightarrow 3^{4|x-1|}=3^{4(m-1)}\Leftrightarrow |x-1|=m-1$

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m-1<0\Leftrightarrow m<1$.

Câu 26: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2}<2^{6-x}$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$2^{x^2}<2^{6-x}\Leftrightarrow x^2<6-x\Leftrightarrow x^2+x-6<0\Leftrightarrow -3<x<2$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $(-3;2)$.

Câu 27: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Ông An gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên, ông An đến rút toàn bộ số tiền cả gốc và lãi thì được số tiền gần nhất với số nào dưới đây? (Biết lãi suất không thay đổi qua các năm ông gửi tiền)

A. 217695000 (đồng). **B.** 231815000 (đồng).
C. 197201000 (đồng). **D.** 190271000 (đồng).

Hướng dẫn giải

Chọn A

Sau 5 năm đầu, số tiền có được $P_5=60.10^6.(1+8\%)^5=60.10^6.1,08^5$.

Sau 10 năm, tổng số tiền có được là

$P_{10}=\left[60.10^6.(1,08)^5+60.10^6\right].(1+8\%)^5\approx 217695000$ đồng.

Câu 28: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 6. **B.** $4+\sqrt{2}$. **C.** $2+\sqrt{2}$. **D.** $8+\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐK: $\begin{cases}2x-2>0\\x-3\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x\ne 3\end{cases}$.

$2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2\Leftrightarrow\log_2\left((2x-2)|x-3|\right)=1\Leftrightarrow(2x-2)|x-3|=2$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(2x-2)(x-3)=2\\x\geq 3\end{cases}\\\begin{cases}(2x-2)(3-x)=2\\x<3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x^2-8x+4=0\\x\geq 3\end{cases}\\\begin{cases}-2x^2+8x-8=0\\x<3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=2-\sqrt{2}\,(l)\\x=2+\sqrt{2}\,(n)\end{array}\right.\\x\geq 3\\\begin{cases}x=2\,(n)\\x<3\end{cases}\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện ta có tập nghiệm: $S=\left\{2;2+\sqrt{2}\right\}$, suy ra tổng các phần tử của S là: $4+\sqrt{2}$.

Cách khác:

$2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2\Leftrightarrow\log_2(2x-2)^2+\log_2(x-3)^2=2\Leftrightarrow\left((2x-2)(x-3)\right)^2=4$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^2-8x+4=0\\2x^2-8x+8=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2+\sqrt{2};x=2-\sqrt{2}\\x=2\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện ta có tập nghiệm: $S=\left\{2;2+\sqrt{2}\right\}$, suy ra tổng các phần tử của S là: $4+\sqrt{2}$.

Câu 29: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\log_{\frac{2}{5}}x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x}\right)$. **D.** $y=e^{-x}$.

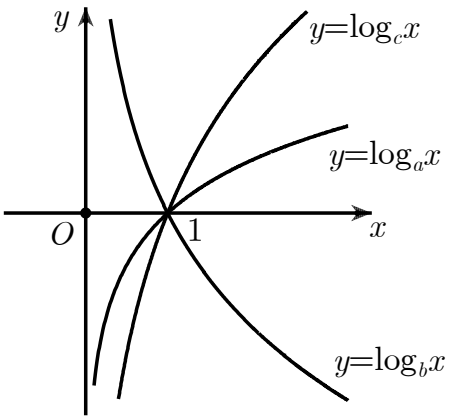
Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\log_a x$, $y=a^x$ đồng biến trên tập xác định khi cơ số $a>1$.

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x}\right)\Leftrightarrow y=\log_3 x$ nên đồng biến tập xác định.

Câu 30: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Cho a, b, c là các số thực dương và khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $b<c<a$. **B.** $c<a<b$. **C.** $a<b<c$. **D.** $b<a<c$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, hàm số $y=\log_b x$ nghịch biến nên $0<b<1$.

Hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_c x$ đồng biến biến nên $a>1$, $c>1$.

Kẻ đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $y=\log_a x$ tại điểm có hoành độ $x=a^m$, cắt đồ thị $y=\log_c x$ tại điểm có hoành độ $x=c^m$. Do $a^m>c^m \Rightarrow a>c$.

Câu 31: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x-2)-\log_2(6-5x)>0$

A. $S=\left(1;\frac{6}{5}\right)$. **B.** $S=\left(\frac{2}{3};1\right)$. **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=\left(1;\frac{6}{5}\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\log_2(3x-2)-\log_2(6-5x)>0 \Leftrightarrow \log_2(3x-2)>\log_2(6-5x) \Leftrightarrow \begin{cases}3x-2>0\\6-5x>0\\3x-2>6-5x\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{2}{3}\\x<\frac{6}{5}\\x>1\end{cases} . \Leftrightarrow 1<x<\frac{6}{5}.$$

Câu 32: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x+1$ là

A. $\frac{3^x}{\ln 3}+C$. **B.** $\frac{3^x}{\ln 3}+x+C$. **C.** 3^x+x+C. **D.** $3^x\ln x+x+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 33: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Giải phương trình $2\log_4 x+\log_2(x-3)=2$.

A. $x=16$. **B.** $x=1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $2\log_4 x+\log_2(x-3)=2 \Leftrightarrow \log_2 x+\log_2(x-3)=2 \Leftrightarrow \begin{cases}x>3\\x(x-3)=4\end{cases} \Leftrightarrow x=4$.

Câu 34: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=\frac{3^{x-2}}{7^{x^2-4}}$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai?**

A. $f(x)>1 \Leftrightarrow (x-2)\log 3-(x^2-4)\log 7>0$.

B. $f(x)>1\Leftrightarrow (x-2)\log_{0,3}3-(x^2-4)\log_{0,3}7>0$.

C. $f(x)>1\Leftrightarrow (x-2)\ln 3-(x^2-4)\ln 7>0$.

D. $f(x)>1\Leftrightarrow x-2-(x^2-4)\log_3 7>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$f(x)>1\Leftrightarrow \frac{3^{x-2}}{7^{x^2-4}}>1\Leftrightarrow \log_{0.3}\frac{3^{x-2}}{7^{x^2-4}}<\log_{0,3}1\Leftrightarrow (x-2)\log_{0,3}3-(x^2-4)\log_{0,3}7<0.$$

Câu 35: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y=\left[x^2(x+3)\right]^{\sqrt{3}}$.

A. $D=(-\infty;+\infty)$. **B.** $D=(-3;+\infty)\setminus\{0\}$. **C.** $D=(0;+\infty)$. **D.** $D=(-3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x^2(x+3)>0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x+3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x>-3\end{cases}$.

Vậy tập xác định $D=(-3;+\infty)\setminus\{0\}$.

Câu 36: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3\log a+2\log b=1$. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $a^3+b^2=1$. **B.** $3a+2b=10$. **C.** $a^3b^2=10$. **D.** $a^3+b^2=10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3\log a+2\log b=1\Leftrightarrow \log a^3+\log b^2=1\Leftrightarrow \log\left(a^3b^2\right)=1\Leftrightarrow a^3b^2=10$.

Câu 37: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Tích các nghiệm của phương trình $\log_3(3x).\log_3(9x)=4$ là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{1}{27}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có điều kiện $x>0$

$$\log_3(3x).\log_3(9x)=4\Leftrightarrow(1+\log_3 x)(2+\log_3 x)=4\Leftrightarrow(\log_3 x)^2+3\log_3 x-2=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=\frac{-3-\sqrt{17}}{2}\\ \log_3 x=\frac{-3+\sqrt{17}}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=3^{\frac{-3-\sqrt{17}}{2}}\\ x_2=3^{\frac{-3+\sqrt{17}}{2}}\end{array}\right.\text{. Suy ra } x_1x_2=\frac{1}{27}.$$

Câu 38: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_3(2x-1)=2\log_2 x$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 39: Phương trình $9^x-3.3^x+2=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Giá trị của biểu thức $A=2x_1+3x_2$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $4\log_2 3$. **D.** $3\log_3 2$.

Câu 40: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_3(2x-1)=2\log_2 x$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x>\frac{1}{2}$.

$\log_2 x.\log_3(2x-1)=2\log_2 x$

$\Leftrightarrow \log_2 x.(\log_3(2x-1)-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=0\\ \log_3(2x-1)-2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ 2x-1=9\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\ (n)\\ x=5\ (n)\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 41: Phương trình $9^x-3.3^x+2=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Giá trị của biểu thức $A=2x_1+3x_2$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $4\log_2 3$. **D.** $3\log_3 2$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=3^x$ $(t>0)$, khi đó phương trình trở thành $t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\ t=2\end{array}\right.$ (tm)

Với $t=1$ ta có $3^x=1\Leftrightarrow x=0$

Với $t=2$ ta có $3^x=2\Leftrightarrow x=\log_3 2$

Suy ra phương trình có hai nghiệm là $x_1=0$ và $x_2=\log_3 2$

Vậy $A=2x_1+3x_2=2.0+3\log_3 2=3\log_3 2$.

Câu 42: Giả sử x, y, z thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases}2^x.4^y.16^z=1\\ 4^x.16^y.2^z=2\\ 16^x.2^y.4^z=4\end{cases}$. Tìm x.

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{7}{4}$.

Câu 43: Có tất cả bao nhiêu mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề sau đây?

(I). $\log_a b>\log_a c$ với mọi số thực $a>0$, $b>0$, $c>0$, $a\neq 1$, $b>c$.

(II). $\log_a(bc)=\log_a b.\log_a c$ với mọi số thực $a>0$, $b>0$, $c>0$, $a\neq 1$.

(III). $\log_a b^n=n\log_a b$ với mọi số thực $a>0$, $a\neq 1$, $b\neq 0$, n là số tự nhiên khác 0.

(IV). $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ với mọi số thực $a>0$, $b>0$, $c>0$, $b\neq 1$.

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44: Giả sử x, y, z thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 2^x.4^y.16^z=1 \\ 4^x.16^y.2^z=2 \\ 16^x.2^y.4^z=4 \end{cases}$. Tìm x.

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} 2^x.4^y.16^z=1 \\ 4^x.16^y.2^z=2 \\ 16^x.2^y.4^z=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x.2^{2y}.2^{4z}=2^0 \\ 2^{2x}.2^{4y}.2^z=2^1 \\ 2^{4x}.2^y.2^{2z}=2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2y+4z}=2^0 \\ 2^{2x+4y+z}=2^1 \\ 2^{4x+y+2z}=2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+4z=0 \\ 2x+4y+z=1 \\ 4x+y+2z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{4}{7} \\ y=0 \\ z=\frac{-1}{7} \end{cases}$.

Vậy $x=\frac{4}{7}$.

Câu 45: Có tất cả bao nhiêu mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề sau đây?

(I). $\log_a b>\log_a c$ với mọi số thực $a>0$, $b>0$, $c>0$, $a\neq 1$, $b>c$.

(II). $\log_a(bc)=\log_a b.\log_a c$ với mọi số thực $a>0$, $b>0$, $c>0$, $a\neq 1$.

(III). $\log_a b^n=n\log_a b$ với mọi số thực $a>0$, $a\neq 1$, $b\neq 0$, n là số tự nhiên khác 0.

(IV). $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ với mọi số thực $a>0$, $b>0$, $c>0$, $b\neq 1$.

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

(I). Sai khi $a<1$.

(II). Sai vì $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$. (có thể chọn $b=1$; $a=c=2$ thì **(II).** Sai)

(III). Sai khi $b<0$ và n chẵn.

(IV). Điều kiện: $a>0$, $b>0$, $c>0$, $b\neq 1$.

Nếu $a=1$ ta có: $1=c^0$ (đúng)

Nếu $a\neq 1$ ta có: $a^{\log_b c}=a^{\log_b a.\log_a c}=\left(a^{\log_a c}\right)^{\log_b a}=c^{\log_b a}$

Vậy **(IV).** Đúng.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên $x>0$ để hàm số $y=\log_{2018}(10-x)$ xác định.

A. 10. B. 2018. C. Vô số. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi và chỉ khi $10-x>0\Leftrightarrow x<10$, mà x là số nguyên dương nên $x\in\{1;2;3;...;8;9\}$.

Vậy có 9 số nguyên thỏa đề.

Câu 47: Cho $\log_2 5=a$. Giá trị của $\log_8 25$ theo a bằng

A. $3a$. B. $2a$. C. $\frac{3}{2}a$. **D.** $\frac{2}{3}a$.

Lời giải

Chọn D

$\log_8 25 = \log_{2^3} 5^2 = \frac{2}{3}\log_2 5 = \frac{2}{3}a$.

Câu 48: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log\left(e^x + 2\right)$

A. $y' = \frac{e^x}{e^x + 2}$. **B.** $y' = \frac{e^x}{\left(e^x + 2\right)\ln 10}$. C. $y' = \frac{1}{e^x + 2}$. D. $y' = \frac{1}{\left(e^x + 2\right)\ln 10}$

Lời giải

Chọn B

$y' = \frac{\left(e^x + 2\right)'}{\left(e^x + 2\right)\ln 10} = \frac{e^x}{\left(e^x + 2\right)\ln 10}$.

Câu 49: Cho hai số thực dương a và b, với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \log_a \sqrt{ab}$. **B.** $\log_{\sqrt{a}} ab = \log_a (ab)$.

C. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = 2 + 2\log_a b$. **D.** $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 50: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{4-\sqrt{3}}(9x-5) < \log_{4-\sqrt{3}}(3x+1)$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $\left(\frac{5}{9};1\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{5}{9}\right)$.

Câu 51: Số $20172018^{20162017}$ có bao nhiêu chữ số?

A. 147278481. **B.** 147278480. **C.** 147347190. **D.** 147347191.

Câu 52: Gọi M và m là nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\frac{\left(|2x+1| - x - 2\right)\left(1 - \log_3(x+4)\right)}{5^{x^2} - 5^{|x|}} \geq 0$. Khi đó tích $M.m$ bằng

A. 6. **B.** −24. **C.** 3. **D.** −12

Câu 53: Trên một chiếc đài Radio FM có vạch chia để người dùng có thể dò sóng cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và vạch ngoài cùng bên phải tương ứng với $88\,Mhz$ và $108\,Mhz$. Hai vạch này cách nhau $10\,\text{cm}$. Biết vị trí của vạch cách vạch ngoài cùng bên trái $d\,(\text{cm})$ thì có tần số bằng $k.a^d\,(Mhz)$ với k và a là hai hằng số. Tìm vị trí tốt nhất của vạch để bắt sóng VOV_1 với tần số $102,7\,Mhz$

A. Cách vạch ngoài cùng bên phải $1,98\,\text{cm}$. **B.** Cách vạch ngoài cùng bên phải $2,46\,\text{cm}$.

C. Cách vạch ngoài cùng bên trái $7,35\,\text{cm}$. **D.** Cách vạch ngoài cùng bên trái $8,23\,\text{cm}$

Câu 54: Cho hai số thực dương a và b, với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \log_a \sqrt{ab}$. **B.** $\log_{\sqrt{a}} ab = \log_a (ab)$.

C. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = 2 + 2\log_a b$. **D.** $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} ab = 2\log_a ab = 2\left(\log_a a + \log_a b\right) = 2\left(1 + \log_a b\right)$.

Câu 55: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{4-\sqrt{3}}(9x-5) < \log_{4-\sqrt{3}}(3x+1)$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $\left(\frac{5}{9};1\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{5}{9}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}9x-5>0\\3x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{5}{9}\\x>-\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x>\frac{5}{9}$.

Ta có: $\log_{4-\sqrt{3}}(9x-5)<\log_{4-\sqrt{3}}(3x+1)\Leftrightarrow 9x-5<3x+1\Leftrightarrow x<1$.

Kết hợp với điều kiện, ta có tập nghiệm của phương trình là $S=\left(\frac{5}{9};1\right)$.

Câu 56: Số $20172018^{20162017}$ có bao nhiêu chữ số?

A. 147278481. **B.** 147278480. **C.** 147347190. **D.** 147347191.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log 20172018^{20162017}+1=20162017\log 20172018+1=147278481,5$.

Vậy số $20172018^{20162017}$ có 147278481 chữ số.

Câu 57: Gọi M và m là nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\frac{(|2x+1|-x-2)(1-\log_3(x+4))}{5^{x^2}-5^{|x|}}\geq 0$. Khi đó tích $M.m$ bằng

A. 6. **B.** -24. **C.** 3. **D.** -12

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x+4>0\\5^{x^2}-5^{|x|}\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-4\\x\neq 0\\x\neq\pm 1\end{cases}$

$|2x+1|-x-2=0\Leftrightarrow|2x+1|=x+2\Leftrightarrow\begin{cases}x+2\geq 0\\\left[\begin{array}{l}2x+1=x+2\\2x+1=-x-2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -2\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

$1-\log_3(x+4)=0\Leftrightarrow\log_3(x+4)=1\Leftrightarrow x+4=3\Leftrightarrow x=-1$

$5^{x^2}-5^{|x|}\Leftrightarrow 5^{x^2}=5^{|x|}\Leftrightarrow x^2=|x|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x^2\\x=-x^2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=0\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu: ($x=0$ là nghiệm bội 2, $x=1$ là nghiệm bội 2, $x=-1$ là nghiệm bội 3)

x	-4		-1		0		1		$+\infty$
y		$+$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	

$x\in(-4;-1)$ nên $M=-2;m=-3$ Vậy $M.m=6$

Câu 58: Trên một chiếc đài Radio FM có vạch chia để người dùng có thể dò sóng cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và vạch ngoài cùng bên phải tương ứng với $88\,Mhz$ và $108\,Mhz$. Hai vạch này

cách nhau $10\,\text{cm}$. Biết vị trí của vạch cách vạch ngoài cùng bên trái $d\,(\text{cm})$ thì có tần số bằng $k.a^d\,(Mhz)$ với k và a là hai hằng số. Tìm vị trí tốt nhất của vạch để bắt sóng VOV_1 với tần số $102,7\,Mhz$

A. Cách vạch ngoài cùng bên phải $1,98\,\text{cm}$. **B.** Cách vạch ngoài cùng bên phải $2,46\,\text{cm}$.

C. Cách vạch ngoài cùng bên trái $7,35\,\text{cm}$. **D.** Cách vạch ngoài cùng bên trái $8,23\,\text{cm}$

Lời giải

Chọn C

$d=0\Rightarrow k.a^0=88\Rightarrow k=88$

$d=10\Rightarrow k.a^{10}=108\ \Rightarrow 88.a^{10}=108\Rightarrow a^{10}=\dfrac{108}{88}\Rightarrow a=\sqrt[10]{\dfrac{108}{88}}$

Gọi d_1 là vị trí để vạch có tần số $102,7\,Mhz$ khi đó ta có

$88.\left(\sqrt[10]{\dfrac{108}{88}}\right)^{d_1}=102,7\Leftrightarrow\left(\sqrt[10]{\dfrac{108}{88}}\right)^{d_1}=\dfrac{102,7}{88}\Leftrightarrow d_1=\log_{\sqrt[10]{\frac{108}{88}}}\dfrac{102,7}{88}=7,54$

Vậy vị trí tốt nhất của vạch để bắt sóng VOV_1 với tần số $102,7\,Mhz$ là $7,35\,\text{cm}$

Câu 59: Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi kép, với lãi suất $1,85\%$ trên một quý. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu quý, người đó nhận được ít nhất 72 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 20 quý. **B.** 19 quý. **C.** 14 quý. **D.** 15 quý.

Câu 60: Số nghiệm của phương trình $\log\sqrt{x-1}+\log\sqrt{4x-15}-\sqrt{3}=0$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 61: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}}2x<\log_{\frac{e}{3}}(9-x)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(3;9)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 62: Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi kép, với lãi suất $1,85\%$ trên một quý. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu quý, người đó nhận được ít nhất 72 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 20 quý. **B.** 19 quý. **C.** 14 quý. **D.** 15 quý.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính lãi kép ngân hàng ta có: $S=A(1+r)^n$.

Biết $A=50$ triệu đồng, $r=1,85\%$.

Theo yêu cầu bài toán: $S=50(1+1,85\%)^n\ge 72\Rightarrow(1+1,85\%)^n\ge\dfrac{72}{50}$.

$\Rightarrow n\ge\log_{1+1,85\%}\dfrac{72}{50}\Rightarrow n\ge 19,89$.

Để nhận được ít nhất 72 triệu đồng thì tối thiểu phải gửi 20 quý.

Câu 63: Số nghiệm của phương trình $\log\sqrt{x-1}+\log\sqrt{4x-15}-\sqrt{3}=0$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x>\frac{15}{4}$.

$\log\sqrt{x-1}+\log\sqrt{4x-15}-\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\log\sqrt{(x-1)(4x-15)}=\sqrt{3}\Leftrightarrow 4x^2-19x+15-100^{\sqrt{3}}=0$

Ta có $\Delta=b^2-4ac=19^2-16\left(15-100^{\sqrt{3}}\right)=121+16.100^{\sqrt{3}}>0$.

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1=\frac{19+\sqrt{\Delta}}{8}>\frac{15}{4}$, $x_1=\frac{19-\sqrt{\Delta}}{8}<0$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm duy nhất.

Câu 64: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}}2x<\log_{\frac{e}{3}}(9-x)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(3;9)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_{\frac{e}{3}}2x<\log_{\frac{e}{3}}(9-x)\Leftrightarrow\begin{cases}2x>0\\9-x>0\\2x>9-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<9\\x>3\end{cases}\Leftrightarrow 3<x<9.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(3;9)$.

Câu 65: Phương trình $3.4^x-5.6^x+2.9^x=0$ đương đương với phương trình nào sau đây?

A. $3x^2-5x+2=0$. **B.** $x^2-x=0$. **C.** $2x^2-5x+3=0$. **D.** $2x^2+5x+3=0$.

Câu 66: Phương trình $3.4^x-5.6^x+2.9^x=0$ đương đương với phương trình nào sau đây?

A. $3x^2-5x+2=0$. **B.** $x^2-x=0$. **C.** $2x^2-5x+3=0$. **D.** $2x^2+5x+3=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3.4^x-5.6^x+2.9^x=0\Leftrightarrow 3.\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}-5.\left(\frac{2}{3}\right)^x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\right)^x=1\\\left(\frac{2}{3}\right)^x=\frac{2}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Pgượng trìng $x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Câu 67: Với $\log_{27}5=a$, $\log_3 7=b$ và $\log_2 3=c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$. **B.** $\frac{(3a+b)c}{1+c}$. **C.** $\frac{(3a+b)c}{1+a}$. **D.** $\frac{(3b+a)c}{1+c}$.

Câu 68: Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (1 quý), lãi suất 6% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó lại gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau 1 năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận được số tiền gần với kết quả nào nhất?

A. 238,6 triệu đồng. **B.** 224,7 triệu đồng. **C.** 243,5 triệu đồng. **D.** 236,6 triệu đồng.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	D	C	B	A	B	C	C	C	D	D	C	B	A	A	D	B	B	C	A	D	D	C	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	A	B	B	B	D	B	A	B	C	C	C	D	A	C	D	D	A	A	B	A	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 69: Với $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\dfrac{(3a+b)c}{1+b}$. **B.** $\dfrac{(3a+b)c}{1+c}$. **C.** $\dfrac{(3a+b)c}{1+a}$. **D.** $\dfrac{(3b+a)c}{1+c}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{27} 5 = a \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\log_3 5 = a \Leftrightarrow \log_3 5 = 3a$.

$$\log_6 35 = \frac{\log_3 35}{\log_3 6} = \frac{\log_3 5 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = \frac{3a+b}{\frac{1}{c}+1} = \frac{(3a+b)c}{1+c}.$$

Câu 70: Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (1 quý), lãi suất 6% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó lại gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau 1 năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận được số tiền gần với kết quả nào nhất?

A. $238,6$ triệu đồng. **B.** $224,7$ triệu đồng. **C.** $243,5$ triệu đồng. **D.** $236,6$ triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Đặt $r = 6\%$, $A = 100$

Sau 6 tháng (2 kỳ), số tiền người đó có được là $A_1 = A(1+r)^2$.

Sau 1 năm, số tiền người đó có được là $T = (A_1 + 100)(1+r)^2$

$= \left(A(1+r)^2 + 100\right)(1+r)^2 \approx 238,6$.

Câu 71: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{x^2+4x-5}\right) > \log_2(x-7)$ là

A. $S = (-\infty;1)$. **B.** $S = (-\infty;7)$. **C.** $S = (-2;+\infty)$. **D.** $S = (7;+\infty)$.

Câu 72: Tất cả giá trị của m sao cho phương trinh $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $0 < m < 1$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \le 0$.

Câu 73: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{x^2+4x-5}\right) > \log_2(x-7)$ là

A. $S = (-\infty;1)$. **B.** $S = (-\infty;7)$. **C.** $S = (-2;+\infty)$. **D.** $S = (7;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x^2+4x-5}\right) > \log_2(x-7) \Leftrightarrow \begin{cases} x-7>0 \\ x^2+4x-5 > x-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>7 \\ x^2+3x+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>7 \\ x<-2 \vee x>-1 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow x > 7$.

Câu 74: Tất cả giá trị của m sao cho phương trinh $4^{x+1}-2^{x+2}+m=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $0<m<1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2^x$ $(t>0)$, phương trình trở thành $4t^2-4t+m=0$ $(*)$.

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ S=t_1+t_2>0\\ P=t_1t_2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4-4m>0\\ \dfrac{m}{4}>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<m<1.$$

Câu 75: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}\le\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-1}$ là

A. $S=(-\infty;1]$. **B.** $S=[1;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;1)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Câu 76: Với $\log 2=a$, giá trị của $\log\sqrt[3]{\dfrac{8}{5}}$ bằng

A. $4a+1$. **B.** $4a-1$. **C.** $\dfrac{2a-1}{3}$. **D.** $\dfrac{4a-1}{3}$.

Câu 77: Cho phương trình $e^{3x}-2.e^{2x+\ln 3}+e^{x+\ln 9}+m=0$, với m là tham số thực. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất là

A. $m<0$ hoặc $m=4$. **B.** $m=0$ hoặc $m<-4$.
C. $-4\le m<0$. **D.** $m>0$ hoặc $m=-4$.

Câu 78: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}\le\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-1}$ là

A. $S=(-\infty;1]$. **B.** $S=[1;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;1)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}\le\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-1}\Leftrightarrow\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}\le\left(\sqrt{5}+2\right)^{-x+1}\Leftrightarrow x-1\le -x+1\Leftrightarrow x\le 1.$$

Vậy $S=(-\infty;1]$.

Câu 79: Với $\log 2=a$, giá trị của $\log\sqrt[3]{\dfrac{8}{5}}$ bằng

A. $4a+1$. **B.** $4a-1$. **C.** $\dfrac{2a-1}{3}$. **D.** $\dfrac{4a-1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\log\sqrt[3]{\frac{8}{5}}=\frac{1}{3}\log\frac{16}{10}=\frac{1}{3}(4\log 2-1)=\frac{4a-1}{3}.$$

Câu 80: Cho phương trình $e^{3x}-2.e^{2x+\ln 3}+e^{x+\ln 9}+m=0$, với m là tham số thực. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất là

A. $m<0$ hoặc $m=4$.
B. $m=0$ hoặc $m<-4$.
C. $-4\le m<0$.
D. $m>0$ hoặc $m=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$e^{3x}-2.e^{2x+\ln 3}+e^{x+\ln 9}+m=0 \Leftrightarrow e^{3x}-2.e^{2x}.e^{\ln 3}+e^{x}.e^{\ln 9}+m=0 \Leftrightarrow e^{3x}-6.e^{2x}+9.e^{x}+m=0$.

Đặt $t=e^{x}\ (t>0)$, phương trình tương đương với $m=-t^3+6t^2-9t$.

Xét $f(t)=-t^3+6t^2-9t$ trên $(0;+\infty)$.

$f'(t)=-3t^2+12t-9$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=3 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

t	0		1		3		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: với $m=0$ hoặc $m<-4$ thì phương trình có nghiệm duy nhất.

Chú ý:

Ta không lấy giá trị $x=0$ nên tại $m=0$ đường thẳng $y=m$ vẫn cắt đồ thị tại duy nhất một điểm (điểm tiếp xúc tại $x=3$).

Câu 81: Với $a=\log_2 5$ và $b=\log_3 5$, giá trị của $\log_6 5$ bằng

A. $\dfrac{ab}{a+b}$.
B. $\dfrac{a+b}{ab}$.
C. $\dfrac{1}{a+b}$.
D. $a+b$.

Câu 82: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(3.2^x-1\right)=2x+1$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$.
B. $\dfrac{1}{2}$.
C. -1.
D. 0.

Câu 83: Với $a=\log_2 5$ và $b=\log_3 5$, giá trị của $\log_6 5$ bằng

A. $\dfrac{ab}{a+b}$.
B. $\dfrac{a+b}{ab}$.
C. $\dfrac{1}{a+b}$.
D. $a+b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_6 5=\dfrac{1}{\log_5 6}=\dfrac{1}{\log_5 2+\log_5 3}=\dfrac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=\dfrac{1}{\log_5 2+\log_5 3}=\dfrac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=\dfrac{ab}{a+b}$.

Câu 84: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(3.2^x-1\right)=2x+1$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$.
B. $\dfrac{1}{2}$.
C. -1.
D. 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $3.2^x>1$.

Ta có $\log_2\left(3.2^x-1\right)=2x+1\Leftrightarrow 3.2^x-1=2^{2x+1}\Leftrightarrow 3.2^x-1=2.\left(2^x\right)^2$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x=1\\2^x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\end{array}\right.\Rightarrow S=-1.$

Câu 85: Phương trình $\ln\left(x-\frac{1}{2}\right).\ln\left(x+\frac{1}{2}\right).\ln\left(x+\frac{1}{4}\right).\ln\left(x+\frac{1}{8}\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 86: Cho $\log_a c=x>0$ và $\log_b c=y>0$. Khi đó giá trị của $\log_{ab} c$ là

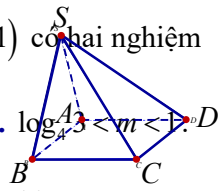
A. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$. **B.** $\frac{1}{xy}$. **C.** $\frac{xy}{x+y}$. **D.** $x+y$.

Câu 87: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+x+1\right)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y'=\dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{\left(x^2+x+1\right)^2}}$. **B.** $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{2}{3}}$.

C. $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{8}{3}}$. **D.** $y'=\dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

Câu 88: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x+2^x+4=3^m\left(2^x+1\right)$ có hai nghiệm phân biệt



A. $1<m\le\log_3 4$. **B.** $1<m<\log_3 4$. **C.** $\log_4 3\le m<1$. **D.** $\log_4 3<m<1$.

Câu 89: Phương trình $\ln\left(x-\frac{1}{2}\right).\ln\left(x+\frac{1}{2}\right).\ln\left(x+\frac{1}{4}\right).\ln\left(x+\frac{1}{8}\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l}x-\frac{1}{2}>0\\x+\frac{1}{2}>0\\x+\frac{1}{4}>0\\x+\frac{1}{8}>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x>\frac{1}{2}\\x>-\frac{1}{2}\\x>-\frac{1}{4}\\x>-\frac{1}{8}\end{array}\right.\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}.$

Khi đó:

$$\ln\left(x-\frac{1}{2}\right).\ln\left(x+\frac{1}{2}\right).\ln\left(x+\frac{1}{4}\right).\ln\left(x+\frac{1}{8}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\ln\left(x-\frac{1}{2}\right)=0\\\ln\left(x+\frac{1}{2}\right)=0\\\ln\left(x+\frac{1}{4}\right)=0\\\ln\left(x+\frac{1}{8}\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-\frac{1}{2}=1\\x+\frac{1}{2}=1\\x+\frac{1}{4}=1\\x+\frac{1}{8}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3}{2}\\x=\frac{1}{2}\\x=\frac{3}{4}\\x=\frac{7}{8}\end{array}\right.$$

So với điều kiện, ta được tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{3}{2};\frac{3}{4};\frac{7}{8}\right\}$.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 90: Cho $\log_a c=x>0$ và $\log_b c=y>0$. Khi đó giá trị của $\log_{ab} c$ là

A. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$. **B.** $\frac{1}{xy}$. **C.** $\frac{xy}{x+y}$. **D.** $x+y$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{ab} c=\frac{1}{\log_c ab}=\frac{1}{\log_c a+\log_c b}=\frac{1}{\frac{1}{\log_a c}+\frac{1}{\log_b c}}=\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=\frac{xy}{x+y}$.

Câu 91: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+x+1\right)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y'=\frac{2x+1}{3\sqrt[3]{\left(x^2+x+1\right)^2}}$. **B.** $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{2}{3}}$.

C. $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{8}{3}}$. **D.** $y'=\frac{2x+1}{3\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{1}{3}-1}\left(x^2+x+1\right)'=\frac{2x+1}{3\sqrt[3]{\left(x^2+x+1\right)^2}}$.

Câu 92: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x+2^x+4=3^m\left(2^x+1\right)$ có hai nghiệm phân biệt

A. $1<m\le\log_3 4$. **B.** $1<m<\log_3 4$. **C.** $\log_4 3\le m<1$. **D.** $\log_4 3<m<1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4^x+2^x+4=3^m\left(2^x+1\right)\Leftrightarrow 4^x+\left(1-3^m\right)2^x+4-3^m=0$.

Đặt $t=2^x>0$, $n=3^m>0$ ta tìm $n>0$ để phương trình $t^2+(1-n)t+4-n=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Do đó $\begin{cases}\Delta>0\\S>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(1-n)^2-4(4-n)>0\\n-1>0\\4-n>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n^2+2n-15>0\\n>1\\n<4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}n<-5\\n>3\end{array}\right.\\1<n<4\end{cases}\Leftrightarrow 3<n<4$

Vậy $3<3^m<4\Leftrightarrow 1<m<\log_3 4$.

Câu 93: Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}}=2^{2-x}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 94: Cho a là số thực dương. Viết biểu thức $P=\sqrt[3]{a^5}.\frac{1}{\sqrt{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả

A. $P=a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $P=a^{\frac{5}{6}}$. **C.** $P=a^{\frac{7}{6}}$. **D.** $P=a^{\frac{19}{6}}$.

Câu 95: Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}}=2^{2-x}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{\sqrt{x}}=2^{2-x}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\ \sqrt{x}=2-x\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$

Câu 96: Cho a là số thực dương. Viết biểu thức $P=\sqrt[3]{a^5}.\frac{1}{\sqrt{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả

A. $P=a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $P=a^{\frac{5}{6}}$. **C.** $P=a^{\frac{7}{6}}$. **D.** $P=a^{\frac{19}{6}}$.

Lời giải

Chọn A

$P=\sqrt[3]{a^5}.\frac{1}{\sqrt{a^3}}=a^{\frac{5}{3}}.a^{-\frac{3}{2}}=a^{\frac{1}{6}}.$

Câu 97: Chị Trang gởi 100 triệu đồng vào tài khoản ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 8%/năm. Số tiền lãi thu được sau 10 năm gần nhất với số nào sau đây (biết rằng trong thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất ngân hàng không đổi)?

A. 215 triệu đồng. **B.** 115 triệu đồng. **C.** 116 triệu đồng. **D.** 216 triệu đồng.

Câu 98: Giải bất phương trình: $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1}\leq\left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}$ ta được nghiệm là

A. $x\geq 1$. **B.** $x<1$. **C.** $x\leq 1$. **D.** $x>1$.

Câu 99: Với a, b là các số thực dương bất kỳ, a khác 1, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}b=-2\log_a b$. **B.** $\log_{\sqrt{a}}b=-\frac{1}{2}\log_a b$. **C.** $\log_{\sqrt{a}}b=\frac{1}{2}\log_a b$. **D.** $\log_{\sqrt{a}}b=2\log_a b$.

Câu 100: Chị Trang gởi 100 triệu đồng vào tài khoản ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 8%/năm. Số tiền lãi thu được sau 10 năm gần nhất với số nào sau đây (biết rằng trong thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất ngân hàng không đổi)?

A. 215 triệu đồng. **B.** 115 triệu đồng. **C.** 116 triệu đồng. **D.** 216 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

Số tiền lãi cần tìm bằng $10^8\left(1+8\%\right)^{10}-10^8=115892499,7$.

Câu 101: Giải bất phương trình: $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1}\leq\left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}$ ta được nghiệm là

A. $x\geq 1$. **B.** $x<1$. **C.** $x\leq 1$. **D.** $x>1$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình tương đương $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1}\leq\left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}\Leftrightarrow\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1}\leq\left(\frac{3}{4}\right)^{2-x}\Leftrightarrow 2x-1\geq 2-x\Leftrightarrow x\geq 1.$

Câu 102: Với a, b là các số thực dương bất kỳ, a khác 1, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}} b = -2\log_a b$. **B.** $\log_{\sqrt{a}} b = -\frac{1}{2}\log_a b$. **C.** $\log_{\sqrt{a}} b = \frac{1}{2}\log_a b$. **D.** $\log_{\sqrt{a}} b = 2\log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\sqrt{a}} b = \log_{a^{\frac{1}{2}}} b = 2\log_a b$.

Câu 103: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)>0$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 104: Với $m=\log_6 2$, $n=\log_6 5$ thì $\log_3 5$ bằng

A. $\frac{m}{n}$. **B.** $\frac{n}{m-1}$. **C.** $\frac{n}{m+1}$. **D.** $\frac{n}{1-m}$.

Câu 105: Gọi tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x}-\sqrt{15.3^x-50-9^x}=1$ là S. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. $4+\log_2 6$. **B.** $2+\log_3 6$. **C.** $1+\frac{1}{2}\log_7 5$. **D.** $\log_7\frac{1}{3}-3$.

Câu 106: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\log_2{}^2 x-4\log_2 x+1$ trên $[1;8]$ là

A. -2. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 107: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)>0$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x+7<1 \\ x^2-5x+7>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2<x<3 \\ \left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3}{3}>0 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x<3$.

Vậy bất phương trình đã cho không có nghiệm nguyên.

Câu 108: Với $m=\log_6 2$, $n=\log_6 5$ thì $\log_3 5$ bằng

A. $\frac{m}{n}$. **B.** $\frac{n}{m-1}$. **C.** $\frac{n}{m+1}$. **D.** $\frac{n}{1-m}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3 5=\frac{\log_6 5}{\log_6 3}=\frac{\log_6 5}{\log_6 6-\log_6 2}=\frac{n}{1-m}$

Câu 109: Gọi tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x}-\sqrt{15.3^x-50-9^x}=1$ là S. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. $4+\log_2 6$. **B.** $2+\log_3 6$. **C.** $1+\frac{1}{2}\log_7 5$. **D.** $\log_7\frac{1}{3}-3$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Đặt $t=3^x$ $(t>0)$. Phương trình trở thành:

$\sqrt{t-5}+\sqrt{10-t}=\sqrt{15t-50-t^2}+1$ (ĐK: $5\le t\le 10$)

$\Leftrightarrow 5+2\sqrt{(t-5)(10-t)}=-t^2+15t-49+2\sqrt{15t-50-t^2}$

$\Leftrightarrow t^2-15t+54=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=9\\t=6\end{array}\right.$.

Suy ra: $\left[\begin{array}{l}3^x=9\\3^x=6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\log_3 6\end{array}\right.$.

Vậy tổng là $2+\log_3 6$.

Cách 2: $\sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x}-\sqrt{15.3^x-50-9^x}=1\quad(1)$.

Đặt $t=\sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x}\,(t\geq 0)\Rightarrow t^2=5+2\sqrt{15.3^x-50-9^x}\Rightarrow\sqrt{15.3^x-50-9^x}=\dfrac{t^2-5}{2}$.

Phương trình trở thành $t-\dfrac{t^2-5}{2}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\t=-1\end{array}\right.$.

Do $t\geq 0$ nên $t=3$.

Do đó $3=\sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x}\Rightarrow 9=5+2\sqrt{15.3^x-50-9^x}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=9\\3^x=6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\log_3 6\end{array}\right.$.

Vậy tổng là $2+\log_3 6$.

Câu 110: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\log_2{}^2 x-4\log_2 x+1$ trên $[1;8]$ là

A. -2. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

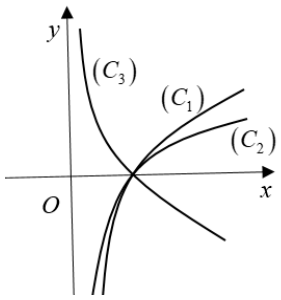
Ta có hàm số $y=\log_2{}^2 x-4\log_2 x+1$ xác định và liên tục trên $[1;8]$.

Đặt $t=\log_2 x$, với $x\in[1;8]\Rightarrow t\in[0;3]$.

Khi đó ta có: $y=t^2-4t+1=(t-2)^2-3\geq -3,\forall t\in[0;3]$.

Vậy $\min\limits_{x\in[0;8]} y=-3$.

Câu 111: Cho các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ có đồ thị lần lượt là (C_1), (C_2), (C_3) như hình vẽ dưới.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $b>c>a$. **B.** $a>c>b$. **C.** $b>a>c$. **D.** $a>b>c$.

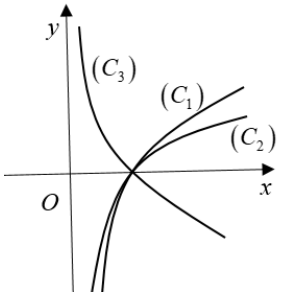
Câu 112: Cho hàm số $f(x)=2^x-x\ln 8$. Phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm là

A. $x=\log_2 3$. **B.** $x=\log_3 2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\log_2(\ln 8)$.

Câu 113: Tập xác định của hàm số $\log\left[\ln\left(x-1-\sqrt{x^2-3x-10}\right)\right]$ là.

A. $[5;14]$. **B.** $[2;14)$. **C.** $[5;14)$. **D.** $(2;14)$.

Câu 114: Cho các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ có đồ thị lần lượt là (C_1), (C_2), (C_3) như hình vẽ dưới.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $b>c>a$. **B.** $a>c>b$. **C.** $b>a>c$. **D.** $a>b>c$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị $y=\log_c x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ nên $0<c<1$.

Ta có đồ thị $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên $a,b>1$.

Khi $x>1$ thì $\log_a x>\log_b x>0\Leftrightarrow\log_x a<\log_x b\Leftrightarrow a<b$. Vậy $c<a<b$.

Câu 115: Cho hàm số $f(x)=2^x-x\ln 8$. Phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm là

A. $x=\log_2 3$. **B.** $x=\log_3 2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\log_2(\ln 8)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=2^x-x\ln 8\Rightarrow f'(x)=2^x\ln 2-\ln 8$.

Giải phương trình $f'(x)=0$

$\Leftrightarrow 2^x\ln 2-\ln 8=0\Leftrightarrow 2^x=\dfrac{\ln 8}{\ln 2}\Leftrightarrow 2^x=\log_2 8\Leftrightarrow 2^x=3\Leftrightarrow x=\log_2 3$.

Câu 116: Tập xác định của hàm số $\log\left[\ln\left(x-1-\sqrt{x^2-3x-10}\right)\right]$ là.

A. $[5;14]$. **B.** $[2;14)$. **C.** $[5;14)$. **D.** $(2;14)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện để hàm số có nghĩa: $\begin{cases} x-1-\sqrt{x^2-3x-10}>0 \\ \ln\left(x-1-\sqrt{x^2-3x-10}\right)>0 \end{cases} \Leftrightarrow x-1-\sqrt{x^2-3x-10}>1$

$\Leftrightarrow x-2>\sqrt{x^2-3x-10} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-10\ge 0 \\ x-2>0 \\ x^2-4x+4>x^2-3x-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 5 \vee x\le -2 \\ x>2 \\ x<14 \end{cases} \Leftrightarrow 5\le x<14.$

Câu 117: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2-\sqrt{3}\right)^x>\left(7-4\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+1}$ là

A. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 118: Bạn Châu được nhận học bổng Vallet 7 triệu đồng, mẹ cho bạn gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 6.8% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm thì bạn Châu nhận được cả vốn ban đầu và lãi gần nhất với 10 triệu đồng? (Giả thiết rằng, lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian bạn Châu gửi.)

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 119: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2\left(\log_4 x\right).\log_4\left(\log_2 x\right)=3$. Giá trị $\log_2 x_1 .\log_2 x_2$ bằng

A. -6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt[4]{2^{33}}$.

Câu 120: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2-\sqrt{3}\right)^x>\left(7-4\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+1}$ là

A. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\left(2-\sqrt{3}\right)^x>\left(7-4\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+1} \Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{2-x}>\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+1} \Leftrightarrow 2-x>x+1 \Leftrightarrow x<\frac{1}{2}.$

Câu 121: Bạn Châu được nhận học bổng Vallet 7 triệu đồng, mẹ cho bạn gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 6.8% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm thì bạn Châu nhận được cả vốn ban đầu và lãi gần nhất với 10 triệu đồng? (Giả thiết rằng, lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian bạn Châu gửi.)

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Áp dụng công thức lãi kép $P_n=P(1+r)^n$ với $P=7$, $r=6.8\%$, n là số năm gửi tiền.

Sau 5 năm bạn Châu có $P_5=7.10^6(1+6,8\%)^5\approx 9726449$ đồng.

Sau 6 năm bạn Châu có $P_6=7.10^6(1+6,8\%)^6\approx 10387847$ đồng.

Vậy sau 5 năm thì bạn Châu nhận được cả vốn ban đầu và lãi gần nhất với 10 triệu đồng.

Câu 122: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2(\log_4 x).\log_4(\log_2 x)=3$. Giá trị $\log_2 x_1 .\log_2 x_2$ bằng

A. -6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt[4]{2^{33}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\log_2(\log_4 x).\log_4(\log_2 x)=3 \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right).\frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)=3$

$\Leftrightarrow \left[\log_2(\log_2 x)-1\right].\frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)=3$. Đặt $t=\log_2(\log_2 x)$ thì $(t-1)t=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=-2 \end{array}\right.$

+ $t=3 \Rightarrow \log_2(\log_2 x_1)=3 \Leftrightarrow \log_2 x_1=8$

+ $t=-2 \Rightarrow \log_2(\log_2 x_2)=-2 \Leftrightarrow \log_2 x_2=\frac{1}{4}$. Vậy $\log_2 x_1 .\log_2 x_2=2$.

Câu 123: Cho $0<a\neq 1$ và x, y là các số thực âm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\frac{\log_a(-x)}{\log_a(-y)}$. **B.** $\log_a(x^4y^2)=2\left(\log_a x^2+\log_a|y|\right)$.

C. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$. **D.** $\log_a(-x^2y)=-2\log_a x+\log_a y$.

Câu 124: Tập nghiệm của phương trình $9^{x+1}=27^{2x+1}$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\left\{-\frac{1}{4};0\right\}$.

Câu 125: Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)\geq 2$ là

A. $x\leq\frac{13}{4}$. **B.** $x\geq\frac{13}{4}$. **C.** $3<x\leq\frac{13}{4}$. **D.** $3\leq x\leq\frac{13}{4}$.

Câu 126: Cho $0<a\neq 1$ và x, y là các số thực âm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\frac{\log_a(-x)}{\log_a(-y)}$. **B.** $\log_a(x^4y^2)=2\left(\log_a x^2+\log_a|y|\right)$.

C. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$. **D.** $\log_a(-x^2y)=-2\log_a x+\log_a y$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1.

Phương án **A** hiển nhiên **sai** vì $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$ đúng khi x, y là các số thực dương.

Phương án **C và D sai** vì $\log_a x$, $\log_a y$ không tồn tại khi x, y là các số thực âm.

Cách 2.

Ta có: $\log_a(x^4y^2)=\log_a x^4+\log_a y^4=2\left(\log_a x^2+\log_a|y|\right)$.

Câu 127: Tập nghiệm của phương trình $9^{x+1}=27^{2x+1}$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\left\{-\frac{1}{4};0\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $9^{x+1}=27^{2x+1}\Leftrightarrow 3^{2x+2}=3^{6x+3}\Leftrightarrow 2x+2=6x+3\Leftrightarrow x=-\frac{1}{4}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$.

Câu 128: Nghiệm của bát phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)\ge 2$ là

A. $x\le\frac{13}{4}$. **B.** $x\ge\frac{13}{4}$. **C.** $3<x\le\frac{13}{4}$. **D.** $3\le x\le\frac{13}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện $x-3>0\Leftrightarrow x>3$.

$\log_{\frac{1}{2}}(x-3)\ge 2\Leftrightarrow x-3\le\left(\frac{1}{2}\right)^2\Leftrightarrow x\le\frac{13}{4}$.

Kết hợp với điều kiện $x>3$ ta có tập nghiệm của bất phương trình là $3<x\le\frac{13}{4}$.

Câu 129: Một người gửi M triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $8,4\%/$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó có được nhiều hơn gấp đôi số tiền mang đi gửi?

A. 10 năm. **B.** 7 năm. **C.** 8 năm. **D.** 9 năm.

Câu 130: Một người gửi M triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $8,4\%/$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó có được nhiều hơn gấp đôi số tiền mang đi gửi?

A. 10 năm. **B.** 7 năm. **C.** 8 năm. **D.** 9 năm.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có $2M=M(1+r)^n=M.(1,084)^n$.

Suy ra $(1,084)^n=2\Leftrightarrow n\approx 8,59$.

Vậy sau ít nhất 9 năm thì người đó có được nhiều hơn gấp đôi số tiền gửi đi.

Câu 131: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x-2\log_2 x-3=0$ bằng

A. 2. **B.** -3. **C.** $\frac{17}{2}$. **D.** $\frac{9}{8}$.

Câu 132: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $8,4\%$/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 năm, người đó lĩnh được số tiền (cả vốn và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong thời gian đó người này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 166846000 đồng. **B.** 164246000 đồng. **C.** 160246000 đồng. **D.** 162246000 đồng.

Câu 133: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0$ bằng

A. 2. **B.** -3. **C.** $\frac{17}{2}$. **D.** $\frac{9}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x = -1\\ \log_2 x = 3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{1}{2}\\ x = 8\end{array}\right.$.

Suy ra tổng tất cả các nghiệm là $\frac{17}{2}$.

Câu 134: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $8,4\%$/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 năm, người đó lĩnh được số tiền (cả vốn và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong thời gian đó người này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. $166\,846\,000$ đồng. **B.** $164\,246\,000$ đồng. **C.** $160\,246\,000$ đồng. **D.** $162\,246\,000$ đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Lãi suất $r = 8,4\% = 0,084$ và $n = 6$.

Áp dụng công thức $P_n = P(1+r)^n = 100\,000\,000.(1+0,084)^6 = 162\,246\,000$ đồng.

Câu 135: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_4(x-1)^2 - \log_2(x+2) \le 1$ là

A. $S = [-1;1) \cup (1;+\infty)$. **B.** $S = (1;+\infty)$.

C. $S = (-2;1) \cup (1;+\infty)$. **D.** $S = [2;+\infty)$.

Câu 136: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \ln x$?

A. $y = \frac{1}{x}$. **B.** $y = x + x\ln x$. **C.** $y = \ln x$. **D.** $y = x\ln x - x$.

Câu 137: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$. **B.** $2\log_2(a+b) = \log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2\log_2 a + 2\log_2 b$. **D.** $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 138: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_4(x-1)^2 - \log_2(x+2) \le 1$ là

A. $S = [-1;1) \cup (1;+\infty)$. **B.** $S = (1;+\infty)$.

C. $S = (-2;1) \cup (1;+\infty)$. **D.** $S = [2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x > -2\\ x \ne 1\end{cases}$.

Ta có $\log_4(x-1)^2 - \log_2(x+2) \le 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(x-1)^2 \le \log_2(2x+4)$

$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 \le \log_2(2x+4)^2 \Leftrightarrow x^2-2x+1 \le 4x^2+16x+16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge -1 \\ x \le -5 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=[-1;1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 139: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y=\ln x$?

A. $y=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y=x+x\ln x$. **C.** $y=\ln x$. **D.** $y=x\ln x-x$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u=\ln x \Rightarrow \mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}v=\mathrm{d}x \Rightarrow v=x$

Vậy $\int \ln x\mathrm{d}x = x\ln x-\int 1\mathrm{d}x = x\ln x-x+C$.

Câu 140: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $2\log_2\dfrac{a+b}{3}=\log_2 a+\log_2 b$. **B.** $2\log_2(a+b)=\log_2 a+\log_2 b$.

C. $\log_2\dfrac{a+b}{3}=2\log_2 a+2\log_2 b$. **D.** $4\log_2\dfrac{a+b}{6}=\log_2 a+\log_2 b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a^2+b^2=7ab \Leftrightarrow (a+b)^2=9ab \Leftrightarrow \left(\dfrac{a+b}{3}\right)^2=ab \Leftrightarrow 2\log_2\dfrac{a+b}{3}=\log_2 a+\log_2 b$.

Câu 141: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình sau $3^{2x+8}-4.3^{x+5}+27=0$.

A. -5. **B.** 5. **C.** $\dfrac{4}{27}$. **D.** $-\dfrac{4}{27}$.

Câu 142: Phương trình $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 143: Cho $\log_6 45=a+\dfrac{\log_2 5+b}{\log_2 3+c}$, $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b+c$.

A. -4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 144: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình sau $3^{2x+8}-4.3^{x+5}+27=0$.

A. -5. **B.** 5. **C.** $\dfrac{4}{27}$. **D.** $-\dfrac{4}{27}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{2x+8}-4.3^{x+5}+27=0 \Leftrightarrow \left(3^{x+4}\right)^2-12.3^{x+4}+27=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{x+4}=9 \Rightarrow x=-2 \\ 3^{x+4}=3 \Rightarrow x=-3 \end{array}\right.$

Tổng các nghiệm bằng -5.

Câu 145: Phương trình $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\log_2 x+\log_2(x-3)=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x(x-3)=4 \end{cases} \Leftrightarrow x=4$.

Câu 146: Cho $\log_6 45=a+\dfrac{\log_2 5+b}{\log_2 3+c}$, $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b+c$.

A. -4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\log_6 45=\log_6\left(3^2.5\right)=\frac{\log_2\left(3^2 5\right)}{\log_2 6}=\frac{2\log_2 3+\log_2 5}{\log_2(2.3)}=\frac{2\log_2 3+\log_2 5}{1+\log_2 3}$$

$$=\frac{2(\log_2 3+1)+\log_2 5-2}{\log_2 3+1}=2+\frac{\log_2 5-2}{\log_2 3+1}$$

Vậy $\begin{cases} a=2 \\ b=-2 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=2-2+1=1$.

Câu 147: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-x^2+3x}<\dfrac{1}{4}$.

A. $S=(-\infty;1)$. **B.** $S=(1;2)$. **C.** $S=[1;2]$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Câu 148: Cho $a,b>0$. Rút gọn biểu thức $\log_a b^2+\log_{a^2} b^4$

A. $2\log_a b$. **B.** 0. **C.** $\log_a b$. **D.** $4\log_a b$.

Câu 149: Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $8,4\%$ / năm và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 150: Số nghiệm của phương trình $3.4^x-2.6^x=9^x$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 151: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-x^2+3x}<\dfrac{1}{4}$.

A. $S=(-\infty;1)$. **B.** $S=(1;2)$. **C.** $S=[1;2]$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-x^2+3x}<\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-x^2+3x}<\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow -x^2+3x>2 \Leftrightarrow -x^2+3x-2>0 \Leftrightarrow 1<x<2$.

Câu 152: Cho $a,b>0$. Rút gọn biểu thức $\log_a b^2+\log_{a^2} b^4$

A. $2\log_a b$. **B.** 0. **C.** $\log_a b$. **D.** $4\log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a b^2+\log_{a^2} b^4=2\log_a b+\dfrac{1}{2}.4.\log_a b=4\log_a b$.

Câu 153: Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $8,4\%$ / năm và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là số tiền người đó gửi vào ngân hàng. Gọi n là số năm gửi tiết kiệm.

Theo bài ra ta có $2A = A(1+8,4\%)^n \Leftrightarrow n = \log_{(1+8,4\%)} 2 \approx 8,59$.

Vậy sau 9 năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu.

Câu 154: Số nghiệm của phương trình $3.4^x - 2.6^x = 9^x$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

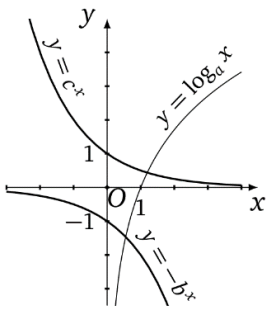
$$3.4^x - 2.6^x = 9^x \Leftrightarrow 3.\left(\frac{4}{9}\right)^x - 2.\left(\frac{2}{3}\right)^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1\\ \left(\frac{2}{3}\right)^x = -\frac{1}{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Câu 155: Phương trình $\log_3(2x+1) = 3$ có nghiệm duy nhất bằng

A. 4. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 0.

Câu 156: Xét các hàm số $y = \log_a x$, $y = -b^x$, $y = c^x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó a, b, c là các số thực dương khác 1. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\log_c(a+b) > 1 + \log_c 2$. **B.** $\log_{ab} c > 0$.

C. $\log_a \frac{b}{c} > 0$. **D.** $\log_b \frac{a}{c} < 0$.

Câu 157: Phương trình $\log_3(2x+1) = 3$ có nghiệm duy nhất bằng

A. 4. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 0.

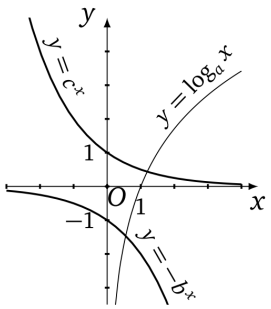
Lời giải

Chọn B

$$\log_3(2x+1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases}2x+1 > 0\\ 2x+1 = 27\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x > -\frac{1}{2}\\ x = 13\end{cases} \Leftrightarrow x = 13.$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 13$.

Câu 158: Xét các hàm số $y=\log_a x$, $y=-b^x$, $y=c^x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó a, b, c là các số thực dương khác 1. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\log_c(a+b)>1+\log_c 2$.

B. $\log_{ab} c>0$.

C. $\log_a \dfrac{b}{c}>0$.

D. $\log_b \dfrac{a}{c}<0$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra $a>1, b>1, 0<c<1$.

Suy ra $\dfrac{b}{c}>1$ và do đó $\log_a \dfrac{b}{c}>0$.

Câu 159: Cho bốn mệnh đề:

(I): $b=a^{\log_a b}$ với mọi $1\neq a>0$; $b>0$.

(II): $a^{\log_b c}=b^{\log_a c}$ với mọi $1\neq a>0$; $1\neq b>0$; $c>0$.

(III): $\log_a b^{2m}=2m\log_a b$ với mọi $1\neq a>0$; $b\neq 0$, $m\in\mathbb{Z}^+$.

(IV): $\log_{a^x} b=-x\log_a b$ với mọi $1\neq a>0$; $b>0$; $x\in\mathbb{R}$.

Tìm số mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề đã cho.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 160: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)\geq 2$.

A. $(-\infty;11)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[11;+\infty)$. **D.** $(11;+\infty)$.

Câu 161: Cho x, y là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\ln x+\ln y=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x+y$.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 162: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_2 \dfrac{2x}{1-x^2}}$ có dạng $[a;b)\cup[c;d)$. Tính $a+b+c+d$.

A. 1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -4.

Câu 163: Cho bốn mệnh đề:

(I): $b=a^{\log_a b}$ với mọi $1\neq a>0$; $b>0$.

(II): $a^{\log_b c}=b^{\log_a c}$ với mọi $1\neq a>0$; $1\neq b>0$; $c>0$.

(III): $\log_a b^{2m}=2m\log_a b$ với mọi $1\neq a>0$; $b\neq 0$, $m\in\mathbb{Z}^+$.

(IV): $\log_{a^x} b=-x\log_a b$ với mọi $1\neq a>0$; $b>0$; $x\in\mathbb{R}$.

Tìm số mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề đã cho.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

(I) đúng theo tính chất logarit.

(II) sai do $a^{\log_b c}=a^{\log_b a.\log_a c}=c^{\log_b a}$.

(III) sai do khi xét $b<0$ thì vế phải không xác định.

(IV) sai do $\log_{a^x} b=\frac{1}{x}\log_a b$ và $x\neq 0$.

Câu 164: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)\geq 2$.

A. $(-\infty;11)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[11;+\infty)$. **D.** $(11;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x-2>0\Leftrightarrow x>2$

$\log_3(x-2)\geq 2\Leftrightarrow x-2\geq 9\Leftrightarrow x\geq 11$

Kết hợp với điều kiện, ta có tập nghiệm bất phương trình là: $S=[11;+\infty)$.

Câu 165: Cho x, y là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\ln x+\ln y=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x+y$.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\ln x+\ln y=0\Leftrightarrow \ln(x.y)=0\Leftrightarrow x.y=1$

Mặt khác: $x+y\geq 2\sqrt{x.y}\Leftrightarrow x+y\geq 2\Rightarrow \min(x+y)=2$.

Câu 166: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_2\frac{2x}{1-x^2}}$ có dạng $[a;b)\cup[c;d)$. Tính $a+b+c+d$.

A. 1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi: $\begin{cases}\frac{2x}{1-x^2}>0\\ \log_2\frac{2x}{1-x^2}\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow \frac{2x}{1-x^2}\geq 1\Leftrightarrow \frac{x^2+2x-1}{1-x^2}\geq 0\Leftrightarrow \begin{bmatrix}-1-\sqrt{2}\leq x<-1\\ -1+\sqrt{2}\leq x<1\end{bmatrix}$

Vậy TXĐ: $D=\left[-1-\sqrt{2};-1\right)\cup\left[-1+\sqrt{2};1\right)$

Suy ra: $a=-1-\sqrt{2}\,;b=-1\,;c=-1+\sqrt{2}\,;d=1$

Vậy $a+b+c+d=-2$.

Câu 167: Giải bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$.

A. $x>3$. **B.** $\frac{1}{3}<x<3$. **C.** $x<3$. **D.** $x>\frac{10}{3}$.

Câu 168: Giải bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$.

A. $x>3$. **B.** $\frac{1}{3}<x<3$. **C.** $x<3$. **D.** $x>\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(3x-1)>3\Leftrightarrow 3x-1>2^3\Leftrightarrow x>3$.

Câu 169: Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 212 triệu. **B.** 216 triệu. **C.** 220 triệu. **D.** 210 triệu.

Câu 170: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=7x-\sqrt{2x^2-x-1}$. **B.** $y=\sqrt[3]{2-3x+x^2}$.

C. $y=4x-\sqrt{x^2-x+1}$. **D.** $y=\sqrt[3]{-2x+5}$.

Câu 171: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1}>3^{x+2}$.

A. $\left(-\infty;\log_{\frac{3}{2}}\frac{9}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{2}\right]$. **D.** $\left(\log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{2};+\infty\right)$.

Câu 172: Tìm tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x-2m.2^x+m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\varnothing$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 173: Phương trình $\log_3\left(x^2-6\right)=\log_3(x-2)+1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	D	D	C	D	D	B	A	A	A	B	B	C	A	A	C	A	B	C	D	D	B	D	C

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	A	D	C	B	A	A	C	B	A	A	B	D	D	D	C	B	A	C	D	B	A	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 174: Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 212 triệu. **B.** 216 triệu. **C.** 220 triệu. **D.** 210 triệu.

Lời giải

Chọn A

Sau 6 tháng gửi đầu tiên, số tiền người đó có được là : $100(1,02)^2$ triệu đồng.

Khi gửi thêm 100 triệu đồng, số tiền người đó có là: $100(1,02)^2+100$ triệu đồng.

Vậy sau 1 năm, số tiền người đó nhận được là: $\left(100(1,02)^2+100\right)(1,02)^2=212,283216\approx 212$ triệu đồng.

Câu 175: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=7x-\sqrt{2x^2-x-1}$. **B.** $y=\sqrt[3]{2-3x+x^2}$.

C. $y=4x-\sqrt{x^2-x+1}$. **D.** $y=\sqrt[3]{-2x+5}$.

Lời giải

Chọn C

$y=4x-\sqrt{x^2-x+1}$

Tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

$$y'=4-\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}=0 \Leftrightarrow \frac{8\sqrt{x^2-x+1}-2x+1}{2\sqrt{x^2-x+1}}=0$$

$$\Leftrightarrow 8\sqrt{x^2-x+1}-2x+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge\frac{1}{2} \\ 64x^2-64x+64=4x^2-4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge\frac{1}{2} \\ 60x^2-60x+63=0 \end{cases},$$

phương trình vô nghiệm.

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 176: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1}>3^{x+2}$.

A. $\left(-\infty;\log_{\frac{3}{2}}\frac{9}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{2}\right]$. **D.** $\left(\log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{x+1}>3^{x+2} \Leftrightarrow x+1>(x+2)\log_2 3 \Leftrightarrow (\log_2 3-1)x<1-2\log_2 3 \Leftrightarrow x<\frac{1-2\log_2 3}{\log_2 3-1}$

$\Leftrightarrow x<\log_{\frac{3}{2}}\frac{2}{9} \Leftrightarrow x<\log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{2}$.

Câu 177: Tìm tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 2m.2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\varnothing$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$

Phương trình $4^x - 2m.2^x + m + 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2m.t + m + 2 = 0\ (1)$

Để phương trình $4^x - 2m.2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1.x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee m > 2 \\ m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$.

Câu 178: Phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Câu 179: $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6 > 0 \\ x - 2 > 0 \\ x^2 - 6 = 3(x - 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{6} \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$. Giải phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 125^{2x}$

A. $x = -\frac{1}{4}$. **B.** $x = -\frac{1}{8}$. **C.** $x = \frac{1}{4}$. **D.** $x = 4$.

Câu 180: Cho $f(x) = \ln|\cos 2x|$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 181: Giải phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 125^{2x}$

A. $x = -\frac{1}{4}$. **B.** $x = -\frac{1}{8}$. **C.** $x = \frac{1}{4}$. **D.** $x = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 125^{2x} \Leftrightarrow 5^{-2x+2} = 5^{6x} \Leftrightarrow -2x + 2 = 6x \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$.

Câu 182: Cho $f(x) = \ln|\cos 2x|$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$f'(x)=\left(\ln|\cos 2x|\right)'=\frac{\left(|\cos 2x|\right)'}{|\cos 2x|}$$

$$f'(x)=\frac{\left(\sqrt{\cos^2 2x}\right)'}{|\cos 2x|}=\frac{\left(\cos^2 2x\right)'}{2\sqrt{\cos^2 2x}.|\cos 2x|}$$

$$f'(x)=\frac{2\cos 2x.(-2\sin 2x)}{2\left(|\cos 2x|\right)^2}=\frac{-2\sin 4x}{2\cos^2 2x}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{-2\sin\frac{\pi}{2}}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right)}=-2$$

Câu 183: Gọi a,b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\log_2(2-x)$ trên đoạn $[-2;0]$. Tổng $a+b$ bằng

A. 5. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 184: Số giá trị nguyên của m để phương trình $4^x-2^{x+3}+1=m$ có hai nghiệm phân biệt là.

A. 14. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 16.

Câu 185: Cho hàm số $y=\mathrm{e}^{-2x}.\cos x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y''-4y'+5y=0$. **B.** $y'+4y''+5y=0$. **C.** $y''+4y'+5y=0$. **D.** $y'-4y''+5y=0$.

Câu 186: Gọi a,b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\log_2(2-x)$ trên đoạn $[-2;0]$. Tổng $a+b$ bằng

A. 5. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

* Ta có: $f'(x)=2x-\frac{1}{(2-x).\ln 2}\Rightarrow f'(x)<0;\ \forall x\in[-2;0]$

* Từ đó ta có: $a=\max\limits_{[-2;0]}f(x)=f(-2)=6;\ b=\min\limits_{[-2;0]}f(x)=f(0)=1\Rightarrow a+b=7$.

Câu 187: Số giá trị nguyên của m để phương trình $4^x-2^{x+3}+1=m$ có hai nghiệm phân biệt là.

A. 14. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $4^x-2^{x+3}+1=m$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $t^2-8t+1-m=0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 16 - 1 + m > 0 \\ -\dfrac{b}{a} = 8 > 0 \\ \dfrac{c}{a} = 1 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -15 < m < 1 .$$ Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-14; -13; ...; 0\}$.

Câu 188: Cho hàm số $y = e^{-2x}.\cos x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'' - 4y' + 5y = 0$. **B.** $y' + 4y'' + 5y = 0$. **C.** $y'' + 4y' + 5y = 0$. **D.** $y' - 4y'' + 5y = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = -2e^{-2x}.\cos x - e^{-2x}.\sin x = e^{-2x}(-2\cos x - \sin x)$.

$y'' = -2e^{-2x}.(-2\cos x - \sin x) - e^{-2x}.(2\sin x - \cos x) = e^{-2x}.(3\cos x + 4\sin x)$.

Ta có $y'' + 4y' + 5y = e^{-2x}.(3\cos x + 4\sin x) - 8e^{-2x}.\cos x - 4e^{-2x}.\sin x + 5e^{-2x}.\cos x = 0$.

Câu 189: Cho $n = \log_{20} 5$. Hãy biểu diễn $\log_2 20$ theo n.

A. $\log_2 20 = \dfrac{n+2}{n}$. **B.** $\log_2 20 = \dfrac{2}{1-n}$. **C.** $\log_2 20 = \dfrac{1-n}{2}$. **D.** $\log_2 20 = \dfrac{1}{1-n}$.

Câu 190: Cho phương trình $2^{2x} - 5.2^x + 6 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Tính $P = x_1.x_2$

A. $P = 6$. **B.** $P = \log_2 3$. **C.** $P = \log_2 6$. **D.** $P = 2\log_2 3$.

Câu 191: Cho $a \geq b > 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \log_a\left(\dfrac{a^2}{b}\right) + \log_b\left(\dfrac{b^3}{a}\right)$ là

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 192: Một người gửi số tiền M triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,7\%$ / tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi thàng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau ba năm, người đó muốn lãnh được số tiền là 5 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi, thì người đó cần gửi số tiền M là

A. 3 triệu 900 ngàn đồng. **B.** 3 triệu 800 ngàn đồng.
C. 3 triệu 700 ngàn đồng. **D.** 3 triệu 600 ngàn đồng.

Câu 193: Theo thống kê của tổng cục dân số Việt Nam vào đầu năm 2003 dân số nước ta là 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là $1,47\%$. Biết rằng tỉ lệ tăng dân số là không thay đổi. Nếu tính từ năm 2003 thì thời điểm gần nhất để dân số nước ta vượt 100 triệu là

A. năm 2017. **B.** năm 2018. **C.** năm 2020. **D.** năm 2010.

Câu 194: Cho $n = \log_{20} 5$. Hãy biểu diễn $\log_2 20$ theo n.

A. $\log_2 20 = \dfrac{n+2}{n}$. **B.** $\log_2 20 = \dfrac{2}{1-n}$. **C.** $\log_2 20 = \dfrac{1-n}{2}$. **D.** $\log_2 20 = \dfrac{1}{1-n}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\log_2 20 = \frac{\log_{20} 20}{\log_{20} 2} = \frac{1}{\log_{20} 2} = \frac{1}{\frac{1}{2}\log_{20}\frac{20}{5}} = \frac{2}{1 - \log_{20} 5} = \frac{2}{1-n}.$$

Câu 195: Cho phương trình $2^{2x}-5.2^{x}+6=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$. Tính $P=x_1.x_2$

A. $P=6$. **B.** $P=\log_2 3$. **C.** $P=\log_2 6$. **D.** $P=2\log_2 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$2^{2x}-5.2^{x}+6=0$. Đặt $2^{x}=t$ ta có phương trình $t^2-5t+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=\log_2 3 \end{array}\right.$

$\Rightarrow x_1x_2=\log_2 3$.

Câu 196: Cho $a\geq b>1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S=\log_a\left(\frac{a^2}{b}\right)+\log_b\left(\frac{b^3}{a}\right)$ là

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S=2-\log_a b+3-\log_b a=5-\left(\log_a b+\log_b a\right)$

$S\leq 5-2\sqrt{\log_a b.\log_b a}=3$

Vậy $\max S=3$ khi $a=b$.

Câu 197: Một người gửi số tiền M triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,7\%/$ tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi thàng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau ba năm, người đó muốn lãnh được số tiền là 5 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi, thì người đó cần gửi số tiền M là

A. 3 triệu 900 ngàn đồng. **B.** 3 triệu 800 ngàn đồng.

C. 3 triệu 700 ngàn đồng. **D.** 3 triệu 600 ngàn đồng.

Lời giải

Chọn A

Số tiền sau ba năm, tức là 36 tháng là : $5\,000\,000=M.\left(1+0,7\%\right)^{36} \Rightarrow M\approx 3\,900\,000$.

Câu 198: Theo thống kê của tổng cục dân số Việt Nam vào đầu năm 2003 dân số nước ta là 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là $1,47\%$. Biết rằng tỉ lệ tăng dân số là không thay đổi. Nếu tính từ năm 2003 thì thời điểm gần nhất để dân số nước ta vượt 100 triệu là

A. năm 2017. **B.** năm 2018. **C.** năm 2020. **D.** năm 2010.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $P_n=P\left(1+r\right)^n$ với P là dân số năm 2003, $r=1,47\%$.

Theo đề ta có $100.10^6\geq 80902400\left(1+1,47\%\right)^n \Leftrightarrow n\leq 14,522 \Rightarrow n=15$.

Vậy kể từ năm 2003 thì thời điểm để dân số nước ta vượt 100 triệu là năm 2018.

Câu 199: Tập nghiệm của bất phương trình $\log\left(2x-1\right)\geq \log x$ là

A. $\left[1;+\infty\right)$. **B.** $\left[-1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right]$. **D.** $\left(-\infty;-1\right]$.

Câu 200: Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_3 x}+\frac{1}{\log_4 x}=1$ bằng

A. 12. **B.** 24. **C.** 18. **D.** 9.

Câu 201: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x-1)\geq \log x$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $[-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $(-\infty;-1]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}2x-1>0\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$. Khi đó $\log(2x-1)\geq \log x\Leftrightarrow 2x-1\geq x\Leftrightarrow x\geq 1$.

Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S=[1;+\infty)$.

Câu 202: Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_3 x}+\frac{1}{\log_4 x}=1$ bằng

A. 12. **B.** 24. **C.** 18. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>0$, $x\neq 1$.

Ta có, phương trình tương đương với $\log_x 2+\log_x 3+\log_x 4=1\Leftrightarrow \log_x 24=1\Leftrightarrow x=24$.

Phương trình có nghiệm duy nhất $x=24$ nên tổng các nghiệm bằng 24.

Câu 203: Tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x+1|=2$?

A. $\{3\}$. **B.** $\{-10;2\}$. **C.** $\{-4;2\}$. **D.** $\{-3;2\}$.

Câu 204: Tập xác định D của hàm số $y=\log_3(2x+1)$.

A. $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $D=\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 205: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x\geq 2$ là.

A. $(-\infty;-1]$. **B.** $[-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 206: Một người gửi số tiền M triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,7\%$/tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Sau ba năm, người đó muốn lãnh được số tiền là 5 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất ngân hàng không đổi, thì thì người đó cần gửi số tiền M là:

A. 3 triệu 900 ngàn đồng. **B.** 3 triệu 800 ngàn đồng.
C. 3 triệu 700 ngàn đồng. **D.** 3 triệu 600 ngàn đồng.

Câu 207: Tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x+1|=2$?

A. $\{3\}$. **B.** $\{-10;2\}$. **C.** $\{-4;2\}$. **D.** $\{-3;2\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện $x\neq -1$

$$\log_{\sqrt{3}}|x+1|=2 \Leftrightarrow |x+1|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=3 \\ x+1=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-4 \end{array}\right.$$

Câu 208: Tập xác định D của hàm số $y=\log_3(2x+1)$.

A. $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $D=\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện : $2x+1>0 \Leftrightarrow x>-\frac{1}{2}$. Vậy $D=\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 209: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là.

A. $(-\infty;-1]$. **B.** $[-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có : $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2 \Leftrightarrow 2^{-x} \geq 2 \Leftrightarrow x \leq -1$.

Câu 210: Một người gửi số tiền M triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,7\%$/tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Sau ba năm, người đó muốn lãnh được số tiền là 5 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất ngân hàng không đổi, thì thì người đó cần gửi số tiền M là:

A. 3 triệu 900 ngàn đồng. **B.** 3 triệu 800 ngàn đồng.
C. 3 triệu 700 ngàn đồng. **D.** 3 triệu 600 ngàn đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Áp dụng công thức : $T=M(1+r)^n$ nên ta có : $M=\frac{T}{(1+r)^n}=\frac{5.000.000}{(1+0,7\%)^{36}} \approx 3.900.000$ đồng.

Câu 211: Tập các số x thỏa mãn $\log_{0,4}(x-3)+1 \geq 0$ là

A. $\left(3;\frac{11}{2}\right]$. **B.** $\left[\frac{11}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{11}{2}\right]$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 212: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{2x+2}-4.3^{x+1}+3=0$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 213: Các loại cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây nào đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, nó chuyển thành nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong

một bộ phận của cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t)=100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}(\%)$. Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thu được lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 50%. Hỏi niên đại của công trình kiến trúc là bao nhiêu năm? (làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 5750 năm. **B.** 5751 năm.

C. 5752 năm **D.** 5753 năm.

Câu 214: Tập các số x thỏa mãn $\log_{0,4}(x-3)+1\ge 0$ là

A. $\left(3;\frac{11}{2}\right]$. **B.** $\left[\frac{11}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{11}{2}\right]$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{0,4}(x-3)+1\ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ \log_{0,4}(x-3)\ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x-3\le \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x\le \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 3<x\le \frac{11}{2}$.

Câu 215: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{2x+2}-4.3^{x+1}+3=0$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$3^{2x+2}-4.3^{x+1}+3=0 \Leftrightarrow 3^{2(x+1)}-4.3^{x+1}+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{x+1}=1 \\ 3^{x+1}=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \end{array}\right.$.

Vậy tổng các nghiệm bằng -1.

Câu 216: Các loại cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây nào đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, nó chuyển thành nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t)=100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}(\%)$. Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thu được lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 50%. Hỏi niên đại của công trình kiến trúc là bao nhiêu năm? (làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 5750 năm. **B.** 5751 năm. **C.** 5752 năm **D.** 5753 năm.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}=50 \Leftrightarrow 0,5^{\frac{t}{5750}}=0,5 \Leftrightarrow \frac{t}{5750}=1 \Leftrightarrow t=5750$.

Vậy niên đại của công trình là 5750 năm.

Câu 217: Tìm số nghiệm thực của phương trình $\log_2^2 x^2-\log_4(4x^2)-5=0$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 218: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3\frac{x+1}{x-3}$.

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;-1)$. **D.** $D=(-1;3)$.

Câu 219: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng theo kì hạn 3 tháng với lãi suất 1,5% một quý (mỗi quý là 3 tháng). Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu quý người đó nhận được số tiền nhiều hơn 130 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 19 quý. **B.** 16 quý. **C.** 18 quý. **D.** 17 quý.

Câu 220: Tìm số nghiệm thực của phương trình $\log_2^2 x^2-\log_4\left(4x^2\right)-5=0$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x\neq 0$.

Phương trình $\log_2^2 x^2-\log_4\left(4x^2\right)-5=0 \Leftrightarrow \log_2^2 x^2-\frac{1}{2}\log_2 x^2-6=0$

$\Leftrightarrow \log_2 x^2=\frac{1+\sqrt{97}}{4} \vee \log_2 x^2=\frac{1-\sqrt{97}}{4}$. Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 221: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3\frac{x+1}{x-3}$.

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;-1)$. **D.** $D=(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\frac{x+1}{x-3}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>3 \end{array}\right.$.

Vậy tập xác định $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 222: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng theo kì hạn 3 tháng với lãi suất 1,5% một quý (mỗi quý là 3 tháng). Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu quý người đó nhận được số tiền nhiều hơn 130 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 19 quý. **B.** 16 quý. **C.** 18 quý. **D.** 17 quý.

Lời giải

Chọn C

Để số tiền người đó nhận được nhiều hơn 130 triệu đồng bao gồm gốc và lãi thì:

$130\ 000\ 000<100\ 000\ 000(1+1,5\%)^n \Leftrightarrow n>\log_{1,015}1,3\approx 17,6$.

Vậy sau ít nhất 18 quý người đó nhận được số tiền nhiều hơn 130 triệu đồng bao gồm gốc và lãi.

Câu 223: Cho a là một số thực dương khác 1. Chọn mệnh đề **sai**.

A. Tập giá trị của hàm số $y=a^x$ là $(0;+\infty)$.

B. Tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là $(0;+\infty)$.

C. Tập xác định của hàm số $y=\log_a x$ là $(0;+\infty)$.

D. Tập xác định của hàm số $y=a^x$ là $(-\infty;+\infty)$.

Câu 224: Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $2.4^{x+2018}-\frac{5}{2}.2^{x+2019}+2=0$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 0. **C.** -4036. **D.** 4037.

Câu 225: Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất $1,65\%$ một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

A. 4 năm 2 quý. **B.** 4 năm 3 quý. **C.** 5 năm. **D.** 4 năm 1 quý.

Câu 226: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $4\log_2^2\sqrt{x}-2\log_2 x+3m-2<0$ có nghiệm thực?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 227: Cho a là một số thực dương khác 1. Chọn mệnh đề **sai**.

A. Tập giá trị của hàm số $y=a^x$ là $(0;+\infty)$.

B. Tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là $(0;+\infty)$.

C. Tập xác định của hàm số $y=\log_a x$ là $(0;+\infty)$.

D. Tập xác định của hàm số $y=a^x$ là $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=a^x$ có tập xác định là $(-\infty;+\infty)$, tập giá trị là $(0;+\infty)$.

Hàm số $y=\log_a x$ có tập xác định là $(0;+\infty)$, tập giá trị là $(-\infty;+\infty)$.

Vậy B là đáp án sai.

Câu 228: Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $2.4^{x+2018}-\frac{5}{2}.2^{x+2019}+2=0$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 0. **C.** -4036. **D.** 4037.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$2.4^{x+2018}-\frac{5}{2}.2^{x+2019}+2=0 \Leftrightarrow 2.2^{2(x+2018)}-5.2^{x+2018}+2=0$

Đặt $t=2^{x+2018}\,(t>0)$. Ta được $2.t^2-5.t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{2} \\ t=2 \end{array}\right.$

Với $t=\frac{1}{2} \Rightarrow 2^{x+2018}=2^{-1} \Rightarrow x+2018=-1 \Rightarrow x=-2019$

Với $t=2 \Rightarrow 2^{x+2018}=2^1 \Rightarrow x+2018=1 \Rightarrow x=-2017$

Vậy tổng hai nghiệm là -4036.

Câu 229: Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất $1,65\%$ một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

A. 4 năm 2 quý. **B.** 4 năm 3 quý. **C.** 5 năm. **D.** 4 năm 1 quý.

Lời giải

Chọn A

Giả sử sau n quý người đó có được ít nhất 20 triệu đồng.

Khi đó: $15.(1+0,0165)^n = 20 \Rightarrow n = \log_{1,0165}\frac{4}{3} \approx 17,58$.

Do đó cần 4 năm 2 quý.

Câu 230: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $4\log^2_2\sqrt{x} - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm thực?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có $4\log^2_2\sqrt{x} - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0 \Leftrightarrow \log^2_2 x - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$.

Đặt $t = \log_2 x$ ta có bất phương trình: $t^2 - 2t + 3m - 2 < 0 \Leftrightarrow 3m < -t^2 + 2t + 2$.

Xét hàm số: $f(t) = -t^2 + 2t + 2 = -(t-1)^2 + 3 \le 3$. Do đó: $3m < 3 \Leftrightarrow m < 1$ mà $m > 0$ nên không có giá trị m nguyên dương thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 231: Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất $0,7\%$ mỗi tháng. Biết không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 100 triệu đồng? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và anh A không rút tiền ra.

A. 29 tháng. **B.** 33 tháng. **C.** 28 tháng. **D.** 30 tháng.

Câu 232: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a\left(\frac{b^2}{c^3}\right)$ bằng:

A. 36. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** -5. **D.** 13.

Câu 233: Biết rằng tập nghiệm S của bất phương trình $\log\left(-x^2 + 100x - 2400\right) < 2$ có dạng $S = (a;b)\setminus\{x_0\}$. Giá trị của $a + b - x_0$ bằng:

A. 150. **B.** 100. **C.** 30. **D.** 50

Câu 234: Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất $0,7\%$ mỗi tháng. Biết không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 100 triệu đồng? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và anh A không rút tiền ra.

A. 29 tháng. **B.** 33 tháng. **C.** 28 tháng. **D.** 30 tháng.

Lời giải

Chọn D

Gọi P_0, P_n (triệu đồng) là số tiền ban đầu và số tiền sau n tháng của anh A.

Cuối tháng thứ nhất, người đó có số tiền $P_1 = P_0 + P_0.r = P_0(1+r)$.

Đầu tháng thứ hai, người đó có số tiền là:

$$P_0(1+r)+P_0 = P_0\left[(1+r)+1\right] = \frac{P_0}{\left[(1+r)-1\right]}.\left[(1+r)^2-1\right] = \frac{P_0}{r}\left[(1+r)^2-1\right]$$

Cuối tháng thứ hai, người đó có số tiền

$$P_2 = \frac{P_0}{r}\left[(1+r)^2-1\right]+\frac{P_0}{r}\left[(1+r)^2-1\right].r = \frac{P_0}{r}\left[(1+r)^2-1\right](1+r)$$

.....

.....

Cuối tháng thứ n, người đó có số tiền là: $P_n = \frac{P_0}{r}\left[(1+r)^n-1\right](1+r)$.

Do đó, để được số tiền hơn 100 triệu đồng thì số tháng cần gửi là

$$n = \frac{\ln\left(\frac{P_n.r}{P_0}+1+r\right)}{\ln(1+r)}-1 \approx 29{,}88 \text{ (tháng).}$$

Câu 235: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a\left(\frac{b^2}{c^3}\right)$ bằng:

A. 36. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** -5. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P = \log_a\left(\frac{b^2}{c^3}\right) \Leftrightarrow P = 2\log_a b - 3\log_a c \Leftrightarrow P = 2.2-3.3 = -5$.

Câu 236: Biết rằng tập nghiệm S của bất phương trình $\log\left(-x^2+100x-2400\right)<2$ có dạng $S=(a;b)\setminus\{x_0\}$. Giá trị của $a+b-x_0$ bằng:

A. 150. **B.** 100. **C.** 30. **D.** 50

Lời giải

Chọn D

$$\log\left(-x^2+100x-2400\right)<2 \Leftrightarrow \begin{cases}-x^2+100x-2400>0\\-x^2+100x-2400<100\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}40<x<60\\x\neq 50\end{cases}.$$

Do đó $a=40, b=60, x_0=50 \Rightarrow a+b-x_0=50$.

Câu 237: Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc

ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 12 phút. **B.** 7 phút. **C.** 19 phút. **D.** 48 phút.

Câu 238: Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 12 phút. **B.** 7 phút. **C.** 19 phút . **D.** 48 phút.

Lời giải

Chọn B

Vì sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con

$\Rightarrow 625.000=s(0).2^3 \Rightarrow s(0)=78.125.$

Để số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con thì $10^7=78125.2^t \Rightarrow t=7.$

Câu 239: Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)=\log_5(2x+3)$.

A. $f'(x)=\dfrac{1}{2(2x+3)\ln 5}$. B. $f'(x)=\dfrac{2}{(2x+3)\ln 5}$.

C. $f'(x)=\dfrac{2}{2x+3}$. D. $f'(x)=\dfrac{2\ln 5}{(2x+3)}$.

Câu 240: Biết phương trình $27^{\frac{x-1}{x}}.2^x=72$ có một nghiệm viết dưới dạng $x=-\log_a b$, với a,b là các số nguyên dương nhỏ hơn 8. Khi đó tính tổng $S=a^2+b^2$.

A. $S=29$. **B.** $S=25$. **C.** $S=13$. **D.** $S=34$.

Câu 241: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2^2 x-8\log_2\sqrt{x}+3<0$

A. 5. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 242: Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)=\log_5(2x+3)$.

A. $f'(x)=\dfrac{1}{2(2x+3)\ln 5}$. B. $f'(x)=\dfrac{2}{(2x+3)\ln 5}$.

C. $f'(x)=\dfrac{2}{2x+3}$. D. $f'(x)=\dfrac{2\ln 5}{(2x+3)}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=\dfrac{(2x+3)'}{(2x+3)\ln 5}=\dfrac{2}{(2x+3)\ln 5}$.

Câu 243: Biết phương trình $27^{\frac{x-1}{x}}.2^x=72$ có một nghiệm viết dưới dạng $x=-\log_a b$, với a,b là các số nguyên dương nhỏ hơn 8. Khi đó tính tổng $S=a^2+b^2$.

A. $S=29$. **B.** $S=25$. **C.** $S=13$. **D.** $S=34$.

Lời giải

Chọn C

$27^{\frac{x-1}{x}}.2^x=72 \Leftrightarrow 3^{\frac{3x-3}{x}}.2^x=2^3.3^2 \Leftrightarrow 3^{\frac{3x-3}{x}-2}.2^{x-3}=1 \Leftrightarrow 3^{\frac{x-3}{x}}.2^{x-3}=1 \Leftrightarrow \log_3 3^{\frac{x-3}{x}}+\log_3 2^{x-3}=0$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{x}+(x-3)\log_3 2=0 \Leftrightarrow (x-3)\left(\frac{1}{x}+\log_3 2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-\dfrac{1}{\log_3 2}=-\log_2 3 \end{array}\right.$$

Khi đó $a=2$, $b=3$ nên $S=13$.

Câu 244: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2^2 x-8\log_2\sqrt{x}+3<0$

A. 5. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>0$.

$\log_2^2 x-8\log_2\sqrt{x}+3<0 \Leftrightarrow \log_2^2 x-8\log_2 x^{\frac{1}{2}}+3<0 \Leftrightarrow \log_2^2 x-4\log_2 x+3<0$

$\Leftrightarrow 1<\log_2 x<3 \Leftrightarrow 2<x<8$. So với điều kiện ta được $2<x<8$.

Câu 245: Tập nghiệm của bất phương trình $3.9^x-10.3^x+3\le 0$ có dạng $S=[a;b]$ trong đó a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $5b-2a$ bằng

A. 7. **B.** $\frac{43}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 246: Một người gửi vào ngân hàng 300 triệu đồng với lãi suất 6,8%/năm. Biết rằng nếu không rút lãi khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền, người đó nhận được số tiền lãi gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 342187000 triệu đồng. **B.** 40080000 triệu đồng.

C. 18252000 triệu đồng. **D.** 42187000 triệu đồng.

Câu 247: Tập nghiệm của bất phương trình $3.9^x-10.3^x+3\le 0$ có dạng $S=[a;b]$ trong đó a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $5b-2a$ bằng

A. 7. **B.** $\frac{43}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3.9^x-10.3^x+3\le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\le 3^x\le 3 \Leftrightarrow -1\le x\le 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=[-1;1]$. Do đó $\begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$ suy ra $5b-2a=7$.

Câu 248: Một người gửi vào ngân hàng 300 triệu đồng với lãi suất 6,8%/năm. Biết rằng nếu không rút lãi khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền, người đó nhận được số tiền lãi gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 342187000 triệu đồng. **B.** 40080000 triệu đồng.

C. 18252000 triệu đồng. **D.** 42187000 triệu đồng.

Lời giải

Chọn D

Số tiền người đó gửi ngân hàng là $A = 300$ triệu đồng và lãi suất $r = 6,8\%$.

Sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền, người đó nhận được số tiền lãi là $A(1+r)^2 - A = 42.187.200$ triệu đồng.

Câu 249: Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x-1} = \frac{1}{8}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 250: Cho phương trình $2\log_3(x^3+1) = \log_3(2x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(x+1)$. Tổng các nghiệm của phương trình là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 251: Một người gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu và lãi suất không đổi trong các năm gửi. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi gần với số nào nhất?

A. $70,128$ triệu. **B.** $53,5$ triệu. **C.** $20,128$ triệu. **D.** $50,7$ triệu.

Câu 252: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{1-2x}$.

A. $y' = -2.2^{1-2x}$. **B.** $y' = 2^{1-2x}\ln 2$. **C.** $y' = -2^{2-2x}\ln 2$. **D.** $y' = (1-2x).2^{-2x}$.

Câu 253: Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x-1} = \frac{1}{8}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$$2^{2x^2-5x-1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2x^2-5x-1 = -3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Câu 254: Cho phương trình $2\log_3(x^3+1) = \log_3(2x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(x+1)$. Tổng các nghiệm của phương trình là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x^3+1>0 \\ (2x-1)^2>0 \\ x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

Ta có: $2\log_3(x^3+1) = \log_3(2x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(x+1)$

$\Leftrightarrow 2\log_3(x^3+1) = 2\log_3|2x-1| + 2\log_3(x+1) \Leftrightarrow \log_3(x^3+1) = \log_3|2x-1|(x+1)$

$\Leftrightarrow x^3+1 = |2x-1|(x+1)$

Trường hợp 1: $x > \frac{1}{2}$. Ta có: $x^3+1 = |2x-1|(x+1) \Leftrightarrow x^3+1 = (2x-1)(x+1)$

$\Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2 \vee x = 1$. So sánh điều kiện nên $x = 2 \vee x = 1$.

Trường hợp 2: $x<\frac{1}{2}$. Ta có: $x^3+1=|2x-1|(x+1) \Leftrightarrow x^3+1=(1-2x)(x+1)$

$\Leftrightarrow x^3+2x^2+x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$. So sánh điều kiện nên $x=0$.

Kết luận: Tổng các nghiệm của phương trình là $0+1+2=3$.

Câu 255: Một người gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu và lãi suất không đổi trong các năm gửi. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi gần với số nào nhất?

A. $70,128$ triệu. **B.** $53,5$ triệu. **C.** $20,128$ triệu. **D.** $50,7$ triệu.

Lời giải

Chọn C

Số tiền thu được sau 5 năm là $50.(1+0,07)^5$.

Số tiền lãi là $50.(1+0,07)^5-50 \approx 20,128$ triệu.

Câu 256: Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{1-2x}$.

A. $y'=-2.2^{1-2x}$. **B.** $y'=2^{1-2x}\ln 2$. **C.** $y'=-2^{2-2x}\ln 2$. **D.** $y'=(1-2x).2^{-2x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-2.2^{1-2x}\ln 2=-2^{2-2x}\ln 2$.

Câu 257: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\ln\left(x^2-2x+1\right)-x$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. -2. **B.** $2\ln 3-4$. **C.** -3. **D.** $2\ln 2-3$.

Câu 258: Phương trình $\log_x 4.\log_2 \frac{5-2x}{12x-8}=2$ có bao nhiêu nghiệm thực?.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 259: Tập các giá trị thực của tham số m để phương trình $4\left(\sqrt{2}+1\right)^x+\left(\sqrt{2}-1\right)^x-m=0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là một khoảng có dạng $(a;b)$. Giá trị $a+b$ là:

A. 8. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 260: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\ln\left(x^2-2x+1\right)-x$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. -2. **B.** $2\ln 3-4$. **C.** -3. **D.** $2\ln 2-3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=2\ln(x-1)-x$ liên tục và xác định trên đoạn $[2;4]$

$y'=\frac{2}{x-1}-1=\frac{3-x}{x-1}$; $y'=0 \Leftrightarrow x=3$.

$y(2)=-2$; $y(3)=2\ln 2-3$; $y(4)=2\ln 3-4$.

Vậy $\min\limits_{[2;4]} y=-2$.

Câu 261: Phương trình $\log_x 4.\log_2 \frac{5-2x}{12x-8}=2$ có bao nhiêu nghiệm thực?.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} \frac{2}{3} < x < \frac{5}{2} \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Với điều kiện đã cho, phương trình tương đương với $\log_2 \frac{5-2x}{12x-8} = 2\log_4 x$

$\Leftrightarrow \log_2 \frac{5-2x}{12x-8} = \log_2 x \Leftrightarrow \frac{5-2x}{12x-8} = x$

$\Leftrightarrow 12x^2 - 6x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3-\sqrt{69}}{12} \\ x = \frac{3+\sqrt{69}}{12} \end{array} \right.$

Đối chiếu điều kiện ta được: $x = \frac{3+\sqrt{69}}{12}$

Vậy phương trình có duy nhất một nghiệm.

Câu 262: Tập các giá trị thực của tham số m để phương trình $4\left(\sqrt{2}+1\right)^x + \left(\sqrt{2}-1\right)^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là một khoảng có dạng $(a;b)$. Giá trị $a+b$ là:

A. 8. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

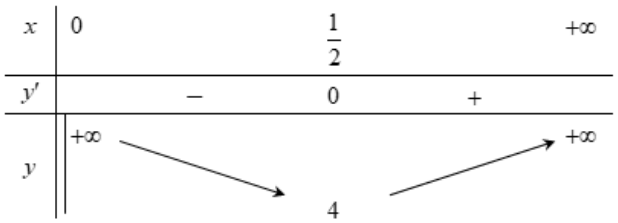
$4\left(\sqrt{2}+1\right)^x + \left(\sqrt{2}-1\right)^x - m = 0$. Đặt $t = \left(\sqrt{2}+1\right)^x \ (t>0)$.

Ta được phương trình $4t + \frac{1}{t} - m = 0 \Leftrightarrow m = 4t + \frac{1}{t} \quad (2)$.

Với $x < 0 \Rightarrow 0 < t < 1$ và với một giá trị $t \in (0;1)$ thì có đúng một giá trị x thỏa mãn. Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (2)$ có đúng hai nghiệm $t \in (0;1)$.

Đặt $f(t) = 4t + \frac{1}{t}$. Ta có $f'(t) = 4 - \frac{1}{t^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

BBT



Ta có $f(1) = 5$ do đó ycbt $\Leftrightarrow 4 < m < 5$. Vậy $a+b = 9$.

Câu 263: Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $xy' + 1 = e^y$. **B.** $xy' - 1 = -e^y$. **C.** $xy' + 1 = -e^y$. **D.** $xy' - 1 = e^y$.

Câu 264: [2D2- 3] Bất phương trình có bao nhiêu nghiệm nguyên dương nhỏ hơn .

A. . **B. .** **C. .** **D. .**

Câu 265: Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $xy'+1=e^y$. **B.** $xy'-1=-e^y$.

C. $xy'+1=-e^y$. **D.** $xy'-1=e^y$.

Lời giải

Chọn B

$$y=\ln\frac{1}{x+1}\Rightarrow y'=\left(\ln\frac{1}{x+1}\right)'=\frac{1}{x+1}$$

Khi đó $xy'-1=-e^y\Leftrightarrow x.\frac{1}{x+1}-1=-\frac{1}{x+1}\Leftrightarrow-\frac{1}{x+1}=-\frac{1}{x+1}$

Vậy phương án B đúng.

Câu 266: [2D2- 3] Bất phương trình có bao nhiêu nghiệm nguyên dương nhỏ hơn .

A. . B. . C. . D. .

Lời giải

Chọn A

**Điều kiện của bất phương trình là . Khi đó **

**Đặt . Ta có   **

**Trả lại ẩn ta có **

Kết hợp với điều kiện ta có hoặc hoặc .

Khi đó bất phương trình có nghiệm nguyên dương nhỏ hơn .

Câu 267: Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 5 năm người đó mới rút lãi thì số tiền lãi người đó nhận được gần nhất với số tiền nào dưới đây? Nếu trong khoảng thời gian này người này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi.

A. 20,128 triệu đồng. **B.** 17,5 triệu đồng. **C.** 70,128 triệu đồng. **D.** 67,5 triệu đồng.

Câu 268: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<1$ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 269: Biết phương trình $2^x.3^{x^2-1}=5$ có hai nghiệm a, b. Giá trị của biểu thức $a+b-ab$ bằng.

A. $S=1+\log_3\frac{5}{2}$. **B.** $S=1+\log_3\frac{2}{5}$. **C.** $S=1+\ln\frac{2}{5}$. **D.** $S=1+\ln\frac{5}{2}$.

Câu 270: Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 5 năm người đó mới rút lãi thì số tiền lãi người đó nhận được gần nhất với số tiền nào dưới đây? Nếu trong khoảng thời gian này người này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi.

A. 20,128 triệu đồng. **B.** 17,5 triệu đồng. **C.** 70,128 triệu đồng. **D.** 67,5 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Tổng tiền người đó nhận sau 5 năm là: $50.10^6(1+7\%)^5\simeq 70127586$ đồng.

Vậy số tiền lãi người đó nhận là: $70127586-50.10^6=20127586$ đồng.

Câu 271: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<1$ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

$\log_2(x+1)<1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1>0 \\ x+1<2 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x<1.$

Câu 272: Biết phương trình $2^x.3^{x^2-1}=5$ có hai nghiệm a, b. Giá trị của biểu thức $a+b-ab$ bằng.

A. $S=1+\log_3\frac{5}{2}$. **B.** $S=1+\log_3\frac{2}{5}$. **C.** $S=1+\ln\frac{2}{5}$. **D.** $S=1+\ln\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$2^x.3^{x^2-1}=5 \Leftrightarrow 2^x.3^{x^2}=15 \Leftrightarrow \log_3\left(2^x.3^{x^2}\right)=\log_3 15 \Leftrightarrow \log_3 2^x+\log_3 3^{x^2}=\log_3 15$

$\Leftrightarrow x\log_3 2+x^2=\log_3 15 \Leftrightarrow x^2+x\log_3 2-\log_3 15=0$.

Phương trình luôn có hai nghiệm là a, b.

Ta có $a+b-ab=-\log_3 2-\left(-\log_3 15\right)=-\log_3 2+\log_3 3.5=1+\log_3\frac{5}{2}$.

Câu 273: Đạo hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^{x^2+x}$ là

A. $\left(x^2+x\right)\mathrm{e}^{2x+1}$. **B.** $(2x+1)\mathrm{e}^{2x+1}$. **C.** $(2x+1)\mathrm{e}^{x^2+x}$. **D.** $(2x+1)\mathrm{e}^x$.

Câu 274: Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1)\le\log_2(5-x)+1$ là?

A. $[3;5]$. **B.** $(1;3]$. **C.** $[-3;3]$. **D.** $(1;5)$.

Câu 275: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{3-x}{x-1}}>\left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 276: Cho $a>0$, $b>0$ và $a^2+b^2=7ab$. Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $\log_7\frac{a+b}{2}=\frac{1}{3}\left(\log_7 a+\log_7 b\right)$. **B.** $\log_3\frac{a+b}{7}=\frac{1}{2}\left(\log_3 a+\log_3 b\right)$.

C. $\log_3\frac{a+b}{2}=\frac{1}{7}\left(\log_3 a+\log_3 b\right)$. **D.** $\log_7\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}\left(\log_7 a+\log_7 b\right)$.

Câu 277: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2=27$.

A. $m=\frac{4}{3}$. **B.** $m=\frac{28}{3}$. **C.** $m=25$. **D.** $m=1$.

Câu 278: Đạo hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^{x^2+x}$ là

A. $\left(x^2+x\right)\mathrm{e}^{2x+1}$. **B.** $(2x+1)\mathrm{e}^{2x+1}$. **C.** $(2x+1)\mathrm{e}^{x^2+x}$. **D.** $(2x+1)\mathrm{e}^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=\left(x^2+x\right)'.\mathrm{e}^{x^2+x} \Leftrightarrow y'=(2x+1).\mathrm{e}^{x^2+x}$.

Câu 279: Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1)\le\log_2(5-x)+1$ là?

A. $[3;5]$. **B.** $(1;3]$. **C.** $[-3;3]$. **D.** $(1;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $1<x<5$.

$2\log_2(x-1)\le\log_2(5-x)+1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2\le\log_2(10-2x)$

$\Leftrightarrow x^2-9\le 0 \Leftrightarrow -3\le x\le 3$.

Kết hợp điều kiện ta được $1<x\le 3$.

Câu 280: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{3-x}{x-1}}>\left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{3-x}{x-1}}>\left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x+1}{x+3}} \Leftrightarrow \left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x-3}{x-1}}>\left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x+1}{x+3}} \Leftrightarrow \frac{x-3}{x-1}>\frac{x+1}{x+3}$

$\Leftrightarrow \frac{x-3}{x-1}-\frac{x+1}{x+3}>0 \Leftrightarrow \frac{x^2-9-\left(x^2-1\right)}{(x-1)(x+3)}>0 \Leftrightarrow \frac{-8}{(x-1)(x+3)}>0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+3)<0 \Leftrightarrow -3<x<1$.

Vậy bất phương trình có ba nghiệm nguyên.

Câu 281: Cho $a>0$, $b>0$ và $a^2+b^2=7ab$. Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $\log_7\frac{a+b}{2}=\frac{1}{3}\left(\log_7 a+\log_7 b\right)$. **B.** $\log_3\frac{a+b}{7}=\frac{1}{2}\left(\log_3 a+\log_3 b\right)$.

C. $\log_3\frac{a+b}{2}=\frac{1}{7}\left(\log_3 a+\log_3 b\right)$. **D.** $\log_7\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}\left(\log_7 a+\log_7 b\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $a^2+b^2=7ab \Leftrightarrow (a+b)^2=9ab$.

Lấy logarit cơ số 7 hai vế ta được

$2\log_7(a+b)=2\log_7 3+\log_7 a+\log_7 b \Leftrightarrow \log_7\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}\left(\log_7 a+\log_7 b\right)$.

Câu 282: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2=27$.

A. $m=\frac{4}{3}$. **B.** $m=\frac{28}{3}$. **C.** $m=25$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $x>0$.

Đặt $t=\log_3 x$ $(t\in\mathbb{R})$, khi đó phương trình ban đầu trở thành $t^2-(m+2)t+3m-1=0$ (2).

Ta có $x_1.x_2=27 \Leftrightarrow \log_3 x_1+\log_3 x_2=3$.

Vậy để (1) có hai nghiệm thỏa mãn đề bài thì (2) có hai nghiệm $t_1,\ t_2$ thỏa mãn $t_1+t_2=3$.

Điều này xảy ra khi $\begin{cases}\Delta\geq 0\\ m+2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-8m+8\geq 0\\ m=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m\leq 4-2\sqrt{2}\\ m\geq 4+2\sqrt{2}\end{array}\right.\\ m=1\end{cases}\Leftrightarrow m=1$.

Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên A có bốn chữ số. Gọi N là số thỏa mãn $3^N = A$. Xác suất để N là số tự nhiên bằng:

A. $\frac{1}{4500}$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2500}$. **D.** $\frac{1}{3000}$.

Lời giải

Chọn A

Ký hiệu B là biến cố lấy được số tự nhiên A thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có: $3^N = A \Leftrightarrow N = \log_3 A$.

Để N là số tự nhiên thì $A = 3^m \ (\mathrm{m} \in \mathbb{N})$.

Những số A dạng có 4 chữ số gồm $3^7 = 2187$ và $3^8 = 6561$

$n(\Omega) = 9000; \ n(B) = 2$

Suy ra: $P(B) = \frac{1}{4500}$.

Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Trong thời gian liên tục 25 năm, một người lao động luôn gửi đúng 4.000.000 đồng vào một ngày cố định của tháng ở ngân hàng M với lại suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi tiền là $0,6\%$ tháng. Gọi A đồng là số tiền người đó có được sau 25 năm. Hỏi mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $3.500.000.000 < A < 3.550.000.000$. **B.** $3.400.000.000 < A < 3.450.000.000$.

C. $3.350.000.000 < A < 3.400.000.000$. **D.** $3.450.000.000 < A < 3.500.000.000$.

Lời giải

Chọn C

Sau tháng thứ 1 người lao động có: $4(1+0,6\%)$ triệu

Sau tháng thứ 2 người lao động có:

$$\left(4(1+0,6\%)+4\right)(1+0,6\%) = 4\left[(1+0,6\%)^2 + (1+0,6\%)\right] \text{ triệu}$$

...

Sau tháng thứ 300 người lao động có:

$$4\left[(1+0,6\%)^{300} + (1+0,6\%)^{299} ... + (1+0,6\%)\right] = 4(1+0,6\%)\frac{(1+0,6\%)^{300}-1}{(1+0,6\%)-1} \approx 3364,866$$

($\approx 3.364.866.000$ đồng).

Câu 3: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x) = 5^x.8^{2x^3}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $f(x) \le 1 \Leftrightarrow x\log_2 5 + 2.x^3 \le 0$. **B.** $f(x) \le 1 \Leftrightarrow x + 6x^3 \log_5 2 \le 0$.

C. $f(x) \le 1 \Leftrightarrow x\log_2 5 + 3x^3 \le 0$. **D.** $f(x) \le 1 \Leftrightarrow x\log_2 \sqrt{5} + 3x^3 \le 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x\log_2 5 + 2x^3 \le 0 \Leftrightarrow \log_2 5^x + \log_2 2^{2x^3} \le 0 \Leftrightarrow \log_2\left(5^x.2^{2x^3}\right) \le 0 \Leftrightarrow 5^x.2^{2x^3} \le 1$.

Vậy A sai.

Các đáp án còn lại có thể kiểm tra tính đúng đắn bằng cách lôgarit hóa hai vế của bất đẳng thức $f(x) \le 1$ theo các cơ số 2 hoặc 5.

Câu 4: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a+\sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a+b$.

A. $a+b=6$. **B.** $a+b=11$. **C.** $a+b=4$. **D.** $a+b=8$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_9 x = t$

Theo đề ra có $\begin{cases} \log_9 x = \log_6 y = t \\ \log_9 x = \log_4 (x+y) = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t & (1) \\ y = 6^t & (2) \\ x+y = 4^t & (3) \\ \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t & (4) \end{cases}$

Từ (1), (2), và (3) ta có

$$9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow \left(3^t\right)^2 + (3.2)^t - 4^t = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} & (TM) \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} & (L) \end{array}\right.$$

Thế vào (4) ta được $\frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = \frac{-a+\sqrt{b}}{2} \Rightarrow a = 1; b = 5$

Thử lại ta thấy $a = 1; b = 5$ thỏa mãn dữ kiện bài toán. Suy ra $a+b=6$.

Câu 5: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right) > \log_{0,02} m$ có nghiệm với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

A. $m > 9$. **B.** $m < 2$. **C.** $0 < m < 1$. **D.** $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn D

$\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right) > \log_{0,02} m$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

ĐK tham số m: $m > 0$

Ta có: $\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right) > \log_{0,02} m \Leftrightarrow \log_2\left(3^x+1\right) < m$

Xét hàm số $f(x) = \log_2\left(3^x+1\right)$, $\forall x \in (-\infty; 0)$ có $f' = \frac{3^x.\ln 3}{\left(3^x+1\right)\ln 2} > 0$, $\forall x \in (-\infty; 0)$

Bảng biến thiên $f(x)$:

x	$-\infty$		0
f'		$+$	
f	0	$\nearrow$	1

Khi đó với yêu cầu bài toán thì $m \geq 1$.

Câu 6: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải.

Chọn A

$\log_{\sqrt{2}}(x-1)=\log_2(mx-8)\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\(x-1)^2=mx-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x^2-(m+2)x+9=0\end{cases}$.

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thực lớn hơn 1 thì điều kiện sau thỏa mãn.

$$\begin{cases}\Delta>0\\1<x_1<x_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+4m-32>0\\(x_1-1)+(x_2-1)>0\\(x_1-1)(x_2-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-8\\m>4\end{array}\right.\\m>0\\8-m>0\end{cases}\Leftrightarrow 4<m<8$$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{5,6,7\}$.

Câu 7: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Đặt $a=\log_2 3$ và $b=\log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

A. $\log_6 45=\dfrac{a+2ab}{ab+b}$. **B.** $\log_6 45=\dfrac{2a^2-2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45=\dfrac{a+2ab}{ab}$. **D.** $\log_6 45=\dfrac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_6 45=\frac{\log_3(5.3^2)}{\log_3(2.3)}=\frac{\log_3 5+2}{\log_3 2+1}=\frac{\dfrac{1}{b}+2}{\dfrac{1}{a}+1}=\frac{a+2ab}{ab+b}.$$

Câu 8: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{m\ln x-2}{\ln x-m-1}$ nghịch biến trên $(e^2;+\infty)$.

A. $m\le -2$ hoặc $m=1$. **B.** $m<-2$ hoặc $m=1$.

C. $m<-2$. **D.** $m<-2$ hoặc $m>1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=(0;+\infty)\setminus\{e^{m+1}\}$.

Cách 1: $y'=\dfrac{-m^2-m+2}{x(\ln x-m-1)^2}$

Vậy yêu cầu bài toán tương đương $\begin{cases}-m^2-m+2<0\\e^{m+1}\notin(e^2;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>1\\m<-2\end{array}\right.\\m+1\le 2\end{cases}\Leftrightarrow m<-2$

Cách 2: Đặt $t=\ln x$, ta biết rằng hàm số $f(x)=\ln x$ đồng biến trên $(e^2;+\infty)$.

Xét hàm số $g(t)=\dfrac{mt-2}{t-m-1}$ với $t\in(2;+\infty)$, ta có $g'(t)=\dfrac{-m^2-m+2}{(t-m-1)^2}$.

Vậy hàm số ban đầu nghịch biến trên $\left(e^2;+\infty\right)$ $\Leftrightarrow$ hàm số g nghịch biến trên

$$\left(2;+\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases} g'(t)<0 \\ m+1 \notin \left(2;+\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2-m+2<0 \\ m+1 \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-2 \end{array}\right. \\ m+1 \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-2 \end{array}\right. \\ m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m<-2$$

Câu 9: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho hàm số $y=x^3-x^2+2x+5$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất, thì hệ số góc của tiếp tuyến đó là

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-2x+2$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $M\left(x_0;y_0\right)$ là:

$$f'\left(x_0\right)=3x_0{}^2-2x_0+2=3\left(x_0-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{5}{3}\ge\frac{5}{3}.$$

Hệ số góc nhỏ nhất của tiếp tuyến là $\frac{5}{3}$, đạt tại $x_0=\frac{1}{3}$.

Câu 10: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Tính giá trị của biểu thức $P=\log\left(\tan 1°\right)+\log\left(\tan 2°\right)+\log\left(\tan 3°\right)+...+\log\left(\tan 89°\right)$.

A. $P=0$. **B.** $P=2$. **C.** $P=\frac{1}{2}$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P=\log\left(\tan 1°.\tan 2°.\tan 3°...\tan 89°\right)$

$=\log\left(\left(\tan 1°.\tan 89°\right).\left(\tan 2°.\tan 88°\right)...\left(\tan 44°.\tan 46°\right).\tan 45°\right)$

Áp dụng công thức $\tan\alpha.\tan\left(90°-\alpha\right)=\tan\alpha.\cot\alpha=1$

Khi đó $P=\log 1=0$.

Câu 11: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Cơ số x bằng bao nhiêu để $\log_x \sqrt[10]{3}=-0,1$.

A. $x=-3$. **B.** $x=-\frac{1}{3}$. **C.** $x=\frac{1}{3}$. **D.** $x=3$.

Lời giải.

Chọn C

Điều kiện: $0<x\ne 1$.

$$\log_x \sqrt[10]{3}=-0,1 \Leftrightarrow x^{-0,1}=\sqrt[10]{3} \Leftrightarrow x^{-\frac{1}{10}}=3^{\frac{1}{10}} \Leftrightarrow x^{-1}=3 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}.$$

Câu 12: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Gọi a là một nghiệm của phương trình $\left(26+15\sqrt{3}\right)^x+2\left(7+4\sqrt{3}\right)^x-2\left(2-\sqrt{3}\right)^x=1$. Khi đó giá trị của biểu thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2+a=2$. **B.** $\sin^2 a+\cos a=1$. **C.** $2+\cos a=2$. **D.** $3^a+2a=5$.

Lời giải.

Chọn B

Ta có $\left(26+15\sqrt{3}\right)^x+2\left(7+4\sqrt{3}\right)^x-2\left(2-\sqrt{3}\right)^x=1.$

$\Leftrightarrow\left(2+\sqrt{3}\right)^{3x}+2\left(2+\sqrt{3}\right)^{2x}-2\left(2+\sqrt{3}\right)^{-x}=1$

$\Leftrightarrow\left(2+\sqrt{3}\right)^{4x}+2\left(2+\sqrt{3}\right)^{3x}-\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}-2=0$

$\Leftrightarrow\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^{3x}-1\right]\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}+2\right]=0$

$\Leftrightarrow\left(2+\sqrt{3}\right)^x=1\Leftrightarrow x=0.\Rightarrow a=0\Rightarrow\sin^2 a+\cos a=1.$

Câu 13: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\ln\left(x-2-\sqrt{x^2-3x-10}\right)$ là

A. $5\le x\le 14.$ **B.** $2<x<14.$ **C.** $2\le x<14.$ **D.** $5\le x<14.$

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x-2-\sqrt{x^2-3x-10}>0\Leftrightarrow\sqrt{x^2-3x-10}<x-2$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x-2>0\\x^2-3x-10\ge 0\\x^2-3x-10<x^2-4x+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>2\\x\le -2\vee x\ge 5\\x<14\end{cases}.$

$\Leftrightarrow 5\le x<14.$

Câu 14: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Gọi x, y là các số thực dương thoả mãn điều kiện $\log_9 x=\log_6 y=\log_4\left(x+y\right)$ và $\frac{x}{y}=\frac{-a+\sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a.b$.

A. $a.b=5.$ **B.** $a.b=1.$ **C.** $a.b=8.$ **D.** $a.b=4.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\log_9 x$. Theo đề ta có: $\begin{cases}\log_9 x=t\\\log_6 y=t\\\log_4\left(x+y\right)=t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9^t & (1)\\y=6^t & (2)\\x+y=4^t & (3)\end{cases}.$

Thay $(1),(2)$ vào (3) ta được: $9^t+6^t=4^t\Leftrightarrow\left(\frac{3}{2}\right)^{2t}+\left(\frac{3}{2}\right)^t=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{2}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\\\left(\frac{3}{2}\right)^t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\left(KTM\right)\end{array}\right.$.

Lấy (1) chia (2) vế theo vế ta được: $\frac{x}{y}=\left(\frac{3}{2}\right)^t\Leftrightarrow\frac{x}{y}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=5\end{cases}\Rightarrow ab=5.$

Câu 15: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho biết năm 2003, Việt Nam có 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47%. Hỏi năm 2018 Việt Nam sẽ có bao nhiêu người, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm là không đổi?

A. 100861000. **B.** 102354624. **C.** 100699267. **D.** 100861016.

Lời giải

Chọn C

Đặt $T=80902400$ và $r=1,47\%$.

Dân số Việt Nam sau 1 năm là: $T_1=T+Tr=T(1+r)$.

Dân số Việt Nam sau 2 năm là: $T_2=T(1+r)+T(1+r)r=T(1+r)^2$.

.....

Dân số Việt Nam sau n năm là: $T_n=T(1+r)^n$.

Vậy năm 2018 Việt Nam có: $T_{15}=T(1+r)^{15}=80902400.\left(1+\frac{1,47}{100}\right)^{15}=100699267,4$.

Câu 16: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Tính $S=\log_2 2016$ theo a và b biết $\log_2 7=a$, $\log_3 7=b$.

A. $S=\frac{2a+5b+ab}{b}$. **B.** $S=\frac{2b+5a+ab}{a}$. **C.** $S=\frac{5a+2b+ab}{b}$. **D.** $S=\frac{2a+5b+ab}{a}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có: $S=\log_2 2016=\log_2 32.9.7=5+2\log_2 3+\log_2 7$.

$$=5+a+2\log_2 7\log_7 3=5+a+2\frac{a}{b}.$$

$$=\frac{5b+ab+2a}{b}.$$

Cách 2: Bấm máy tính CASIO

Nhập $\log_2 2016$ trên máy và lưu: bấm SHIFT STO C (lưu vào C).

Nhập $\log_2 7$ trên máy và lưu: bấm SHIFT STO A (lưu vào A).

Nhập $\log_3 7$ trên máy và lưu: bấm SHIFT STO B (lưu vào B).

Sau đó bấm ALPHA C – các đáp án, được đáp án **A.**

Câu 17: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $2018^x+x^2=\sqrt{2016+\sqrt[3]{2017+\sqrt[5]{2018}}}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=2018^x+x^2-\sqrt{2016+\sqrt[3]{2017+\sqrt[5]{2018}}}$, $D=\mathbb{R}$.

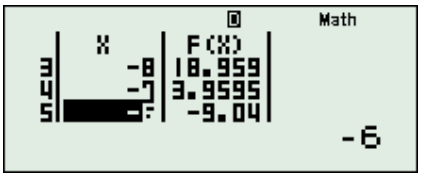
Suy ra $f'(x)=2018^x.\ln 2018+2x$

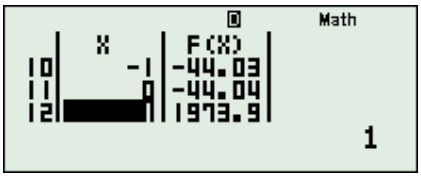
M, A, B liên tục trên $\mathbb{R}$.

$f'(x)=2018^x.\ln 2018+2x$

$f''(x)=2018^x.\ln^2 2018+2>0,\ \forall x$

Từ đó $f'(x)$ đồng biến trên D mà $f'(-1).f'(0)<0$ nên $f'(x)=0$ có nghiệm duy nhất trong khoảng $(-1;0)$ suy ra phương trình $f(x)=0$ có nhiều nhất hai nghiệm, mặt khác nhập hàm số vào TABLE của casio (START -10 END 10 STEP 1), ta được:





Dựa vào TABLE ta được $\begin{cases} f(-7).f(-6)<0 \\ f(0).f(1)<0 \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho chỉ có hai nghiệm trên hai khoảng $(-7;-6)$ và $(0;1)$.

Chú ý: Máy tính hiển thị "Insufficient MEM" thì tiến hành cài đặt để không xuất hiện $g(x)$ bằng cách bấm SHIFT MODE mũi tên xuống, 5, 1.

Câu 18: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Cho hai số thực a, b đều lớn hơn 1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\dfrac{1}{\log_{ab} a}+\dfrac{1}{\log_{\sqrt[4]{ab}} b}$ bằng

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $S=\dfrac{1}{\log_{ab} a}+\dfrac{1}{\log_{\sqrt[4]{ab}} b}=\log_a(ab)+\log_b \sqrt[4]{ab}$

$=1+\log_a b+\dfrac{1}{4}(\log_b a+1)=\log_a b+\dfrac{1}{4\log_a b}+\dfrac{5}{4}$.

Đặt $x=\log_a b$. Do a, $b>1$ nên $x>0$.

Khi đó $S=x+\dfrac{1}{4x}+\dfrac{5}{4}\ge 2\sqrt{x.\dfrac{1}{4x}}+\dfrac{5}{4}=\dfrac{9}{4}$ (Áp dụng BĐT Cauchy cho hai số dương x và $\dfrac{1}{4}x$).

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{4x} \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm\dfrac{1}{2} \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$.

Vậy $\min S=\dfrac{9}{4}$ tại $\log_a b=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow b=\sqrt{a}$.

Câu 19: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Với tham số thực k thuộc tập S nào dưới đây để phương trình $\log_2(x+3)+\log_2 x^2=k$ có một nghiệm duy nhất?

A. $S=(-\infty;0)$. **B.** $S=(2;+\infty)$. **C.** $S=(4;+\infty)$. **D.** $S=(0;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

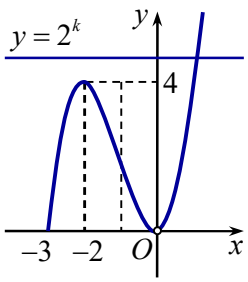
ĐK: $\begin{cases} x+3>0 \\ x^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x\neq 0 \end{cases} \quad (*)$

Khi đó: $\log_2(x+3)+\log_2 x^2 = k \Leftrightarrow \log_2\left[x^2(x+3)\right] = k \Leftrightarrow x^3+3x^2 = 2^k \quad (1)$

(1) là phương trình hoành độ giao điểm của $(C): y = x^3+3x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2^k$.

Do đó phương trình có nghiệm duy nhất khi (C) cắt (d) chỉ tại 1 điểm thỏa ĐK $(*)$.

Khảo sát hàm số $y = x^3+3x^2$ trên $(-3;+\infty)\setminus\{0\}$ ta được



Dựa vào đồ thị hàm số: (ycbt) $\Leftrightarrow 2^k > 4 \Leftrightarrow k > 2$ hay $k \in (2;+\infty)$.

Câu 20: **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Cho $n>1$ là một số nguyên. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{\log_2 n!}+\frac{1}{\log_3 n!}+....+\frac{1}{\log_n n!}$ bằng

A. 0. **B.** n. **C.** $n!$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$n>1, n\in\mathbb{Z} \Rightarrow \frac{1}{\log_2 n!}+\frac{1}{\log_3 n!}+\frac{1}{\log_4 n}+....+\frac{1}{\log_n n!} = \log_{n!}2+\log_{n!}3+\log_{n!}4+....+\log_{n!}n$

$= \log_{n!}(2.3.4...n) = \log_{n!} n! = 1$

Câu 21: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x - m\log_2 x + 2m - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 = 16$.

A. $m=-4$. **B.** $m=11$. **C.** $m=4$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x>0$. Đặt $t = \log_2 x$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - mt + 2m - 6 = 0 \quad (*)$.

Chú ý rằng $x_1x_2 = 16 \Leftrightarrow \log_2(x_1x_2) = 4 \Leftrightarrow \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 4$.

Do đó phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 = 16$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1+t_2 = 4$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2-8m+24 \geq 0 \\ m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$.

Vậy $m=4$ là giá trị cần tìm.

Câu 22: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt là

A. $\{3\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2^{x^2}$. Do $x^2\ge 0\Rightarrow t\ge 1$.

Ta có phương trình $t^2-4t+6-m=0\ (1)$.

Do với mỗi $t>1$ thì có hai nghiệm $x=\pm\sqrt{\log_2 t}$, còn với $t=1$ chỉ có một nghiệm $x=0$. Nên để phương trình ban đầu có đúng 3 nghiệm thì phương trình (1) có một nghiệm $t_1=1$ và một nghiệm $t_2>1$.

Phương trình (1) có nghiệm $t=1$ khi $1-4+6-m=0\Leftrightarrow m=3$.

Thay $m=3$ vào (1), ta có: $t^2-4t+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=3\end{array}\right.$. Vậy $m=3$ thỏa mãn.

Câu 23: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Cho ba số thực dương a, b, c đều khác 1 thỏa mãn $\log_a b=2\log_b c=4\log_c a$ và $a+2b+3c=48$. Khi đó $P=abc$ bằng bao nhiêu?

A. 324. **B.** 243. **C.** 521. **D.** 512.

Lời giải

Chọn B

Do a, b, c đều khác 1 nên $\log_a b$, $\log_b c$ và $\log_c a$ đều khác 0.

Ta có $\log_a b=2\log_b c\Leftrightarrow \log_a c.\log_c b=2\log_b c\Leftrightarrow \log_a c=2\log_b^2 c$

và $\log_a b=4\log_c a\Leftrightarrow \log_a c.\log_c b=4\log_c a\Leftrightarrow \log_c b=4\log_c^2 a$.

Suy ra $\log_a c.\log_c b=8\log_b^2 c.\log_c^2 a\Leftrightarrow \log_a b=2$.

Do đó $b=a^2$ và $\log_a b=2\log_b c=2\Rightarrow b=c$.

Theo giả thiết $a+2b+3c=48\Leftrightarrow 5a^2+a-48=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-\dfrac{16}{5}\\a=3\end{array}\right.$.

Do các số a, b, c dương nên $a=3\Rightarrow b=c=9$, vậy $P=abc=243$.

Câu 24: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Cho x thỏa mãn phương trình $\log_2\left(\dfrac{5.2^x-8}{2^x+2}\right)=3-x$. Giá trị của biểu thức $P=x^{\log_2 4x}$ là:

A. $P=4$. **B.** $P=8$. **C.** $P=2$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn **B**

$\log_2\left(\dfrac{5.2^x-8}{2^x+2}\right)=3-x\Leftrightarrow\dfrac{5.2^x-8}{2^x+2}=2^{3-x}\Leftrightarrow\dfrac{5.2^x-8}{2^x+2}=\dfrac{8}{2^x}$

Đặt: $t=2^x;t>0$.

Ta được phương trình: $\dfrac{5t-8}{t+2}=\dfrac{8}{t}\Leftrightarrow 5t^2-16t-16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=4\quad(\text{nhËn})\\t=-\dfrac{4}{5}\quad(\text{lo¹i})\end{array}\right.\Leftrightarrow 2^x=4\Leftrightarrow x=2$.

Vậy: $P=2^{\log_2(4.2)}=8$.

Câu 25: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(\sqrt{3x+1}+6\right)-1\ge\log_2\left(7-\sqrt{10-x}\right)$ là

A. $1 \le x \le \dfrac{369}{49}$. **B.** $x \ge \dfrac{369}{49}$. **C.** $x \le 1$. **D.** $x \le \dfrac{369}{49}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $-\dfrac{1}{3} \le x \le 10$. $(*)$

Ta có $\log_2\left(\sqrt{3x+1}+6\right)-1 \ge \log_2\left(7-\sqrt{10-x}\right) \Leftrightarrow \sqrt{3x+1}+6 \ge 14-2\sqrt{10-x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} \ge 8-2\sqrt{10-x} \Leftrightarrow 3x+1 \ge 64-32\sqrt{10-x}+4(10-x)$ (Do $(*)$)

$\Leftrightarrow 32\sqrt{10-x} \ge 103-7x \overset{(*)}{\Leftrightarrow} 1024(10-x) \ge 10609+49x^2-1442x$

$\Leftrightarrow 49x^2-418x+369 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le \dfrac{369}{49}$.

Câu 26: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$:
$1+\log_6\left(x^2+1\right) \ge \log_6\left(mx^2+2x+m\right)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $mx^2+2x+m>0$.

Ta có $1+\log_6\left(x^2+1\right) \ge \log_6\left(mx^2+2x+m\right) \Leftrightarrow \log_6\left[6\left(x^2+1\right)\right] \ge \log_6\left(mx^2+2x+m\right)$

$\Leftrightarrow 6\left(x^2+1\right) \ge mx^2+2x+m \Leftrightarrow (m-6)x^2+2x+m-6 \le 0$.

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2+2x+m>0, \forall x \in \mathbb{R} & (1) \\ (m-6)x^2+2x+m-6 \le 0, \forall x \in \mathbb{R} & (2) \end{cases}$

◆ Giải (1): Do $m=0$ không thỏa (1) nên $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \Delta' = 1-m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m>1$.

◆ Giải (2): Do $m=6$ không thỏa (2) nên:

$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} m<6 \\ \Delta' = 1-(m-6)^2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<6 \\ -m^2+12m-35 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<6 \\ \left[\begin{array}{l} m \le 5 \\ m \ge 7 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \le 5$.

Suy ra $1<m \le 5$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m.

Câu 27: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Ba anh em Hai, Mười, Tám cùng vay tiền ở một ngân hàng với lãi suất $0,7\%/$ tháng với tổng số tiền vay là 1 tỉ đồng. Giả sử mỗi tháng ba người đều trả cho ngân hàng một số tiền như nhau để trừ vào tiền gốc và lãi. Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì Hai cần 10 tháng, Mười cần 15 tháng và Tám cần 25 tháng. Hỏi tổng số tiền mà ba anh em trả ở tháng thứ nhất cho ngân hàng là bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị)?

A. 63271317 đồng. **B.** 64268158 đồng. **C.** 45672181 đồng. **D.** 46712413 đồng.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $A=\dfrac{N(1+r)^n.r}{(1+r)^n-1}$ với A: số tiền trả mỗi tháng để sau n tháng hết nợ, r: lãi suất một tháng, N: số tiền ban đầu vay.

Gọi N_{Hai}, N_{Muoi}, N_{Tam} lần lượt là số tiền mà Hai, Mười, Tám vay ngân hàng ban đầu. Vì mỗi tháng cả ba người đều trả số tiền như nhau là A để trừ vào cả gốc lẫn lãi. $r=0,7\%$

Theo bài ra ta có:

$$A=\frac{N_{Hai}(1+0,007)^{10}.0,007}{(1+0,007)^{10}-1}=\frac{N_{Muoi}(1+0,007)^{15}.0,007}{(1+0,007)^{15}-1}=\frac{N_{Tam}(1+0,007)^{25}.0,007}{(1+0,007)^{25}-1}$$

$$N_{Hai}=A.\frac{(1+0,007)^{10}-1}{(1+0,007)^{10}.0,007};\ N_{Muoi}=A.\frac{(1+0,007)^{15}-1}{(1+0,007)^{15}.0,007};\ N_{Tam}=A.\frac{(1+0,007)^{25}-1}{(1+0,007)^{25}.0,007}.$$

Mặt khác:

$N_{Hai}+N_{Muoi}+N_{Tam}=10^9\Rightarrow$

$$A=\frac{10^9}{\dfrac{(1+0,007)^{10}-1}{(1+0,007)^{10}.0,007}+\dfrac{(1+0,007)^{15}-1}{(1+0,007)^{15}.0,007}+\dfrac{(1+0,007)^{25}-1}{(1+0,007)^{25}.0,007}}$$

$\Rightarrow 3A=64268158$ là tổng số tiền mà ba anh em trả ở tháng thứ nhất cho ngân hàng.

Câu 28: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\log_2 x)^2-\log_2(x^2)+3-m=0$ có nghiệm $x\in[1;8]$.

A. $6\le m\le 9$. **B.** $3\le m\le 6$. **C.** $2\le m\le 3$. **D.** $2\le m\le 6$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\log_2 x$. Vì $x\in[1;8]$ nên $t\in[0;3]$. Phương trình $(\log_2 x)^2-\log_2(x^2)+3-m=0$ trở thành $t^2-2t+3-m=0\Leftrightarrow m=t^2-2t+3$, $t\in[0;3]$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $m=t^2-2t+3$:

t	0		1		3
m'		$-$	0	$+$	
m	3	↘	2	↗	6

nên $m\in[2;6]$. Vậy **Chọn D**

Câu 29: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho a, b, c là các số thực thỏa $c>b>a>1$ và $6\log_a^2 b-\log_b^2 c=\log_a\dfrac{c}{b}-2\log_b\dfrac{c}{b}-1$. Đặt $T=\log_b c-2\log_a b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $T\in(-3;-1)$. **B.** $T\in(-1;2)$. **C.** $T\in(2;5)$. **D.** $T\in(5;7)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $6\log_a^2 b-\log_b^2 c=\log_a \frac{c}{b}-2\log_b \frac{c}{b}-1 \Leftrightarrow 6\log_a^2 b-\log_b^2 c=\log_a c-log_a b-2\log_b c+1$

$\Leftrightarrow 6\log_a^2 b-\log_b^2 c=\log_a b\cdot\log_b c-log_a b-2\log_b c+1$

Đặt $x=\log_a b$, $y=\log_b c$.

Ta có: $6x^2-y^2=xy-x-2y+1 \Leftrightarrow 6x^2+(1-y)x-y^2+2y-1=0$

Ta có: $\Delta=(1-y)^2-24(-y^2+2y-1)=25y^2-50y+25=25(y-1)^2$

Suy ra: $\left[\begin{array}{l} x=\frac{y-1-5(y-1)}{12} \\ x=\frac{y-1+5(y-1)}{12} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{y-1-5(y-1)}{12}=\frac{1-y}{3} \\ x=\frac{y-1+5(y-1)}{12}=\frac{y-1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+y=1 \\ y-2x=1 \end{array}\right.$

Vì $c>b>a>1$ nên $x=\log_a b>\log_a a=1$, $y=\log_b c>\log_b b=1$.

Suy ra: $3x+y>1$ nên nhận $y-2x=1 \Leftrightarrow \log_b c-2\log_a b=1$.

Câu 30: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2-x-6)+x=\log(x+2)+4$ là:

A. $\{1\}$. **B.** $\{4\}$. **C.** $\{3\}$. **D.** $\{2\}$.

Lời giải.

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-x-6>0 \\ x+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>3.$

Phương trình đã cho tương đương với

$\log(x+2)(x-3)+x=\log(x+2)+4 \Leftrightarrow \log(x-3)=4-x(*).$

Vế trái của phương trình cuối là hàm tăng, còn vế phải là hàm giảm nên nghiệm của phương trình(nếu có) là duy nhất.

Bằng cách nhẩm nghiệm ta chọn kết quả $x=4$.

Câu 31: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Gọi $(x;y)$ là nghiệm nguyên của hệ phương trình: $\begin{cases} y^{5x^2-51x+10}=1 \\ xy=15 \end{cases}$. Khi đó $x+y$ bằng

A. 16. **B.** 75. **C.** $\frac{23}{2}$. **D.** -14.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases} y^{5x^2-51x+10}=1 \quad (1) \\ xy=15 \qquad (2) \end{cases}$. Từ $(1) \Rightarrow y=1$ hoặc $5x^2-51x+10=0 \Rightarrow y=1$ hoặc $\left[\begin{array}{l} x=10 \\ x=\frac{1}{5} \end{array}\right.$.

Vì $x,y\in\mathbb{Z}$ nên $x=\frac{1}{5}$ loại.

TH1: $y=1 \Rightarrow x=15 \Rightarrow x+y=16$.

TH2: $x=10 \Rightarrow y=\frac{3}{2}$ loại vì $x,y\in\mathbb{Z}$.

Câu 32: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018) Phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^x+\left(2-\sqrt{3}\right)^x=m$ có nghiệm khi:

A. $m\in(-\infty;5)$. **B.** $m\in(2;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;5]$. **D.** $m\in[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\left(2+\sqrt{3}\right)^x=t$, $(t>0)$ phương trình trở thành $t+\frac{1}{t}=m$.

Vì $t>0$ nên ta có $m=t+\frac{1}{t}\overset{\text{Cosi}}{\geq}2$ nên $m\geq 2$ thì phương trình có nghiệm.

Câu 33: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018) Số tiền mà An để dành hàng ngày là x (đơn vị nghìn đồng, với $Q(-2;3;5)$, $x\in\mathbb{Z}$) biết x là nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2)+\log_3(x-4)^2=0$. Tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là:

A. 7. **B.** 21. **C.** 24. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases}x>2\\x\neq 4\\x\in\mathbb{Z}\end{cases}$. Phương trình đã cho tương đương với:

$$2\log_3(x-2)+2\log_3|x-4|=0\Leftrightarrow\log_3\left[(x-2)|x-4|\right]=0\Leftrightarrow(x-2)|x-4|=1$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-2)(x-4)=1\\x>4\end{cases}\\\begin{cases}(x-2)(x-4)=-1\\2<x<4\end{cases}\end{array}\right.\quad P(3;-2;5)\quad\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-6x+7=0\\x>4\end{cases}\\\begin{cases}x^2-6x+9=0\\2<x<4\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=3\pm\sqrt{2}\\x>4\end{cases}\\\begin{cases}x=3\\2<x<4\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3+\sqrt{2}\\x=3\end{array}\right.$$

Do $x\in\mathbb{Z}$ nên $x=3$.

Vậy tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là 21 (nghìn đồng).

Câu 34: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018) Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=2x+y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** 9.

Lời giải

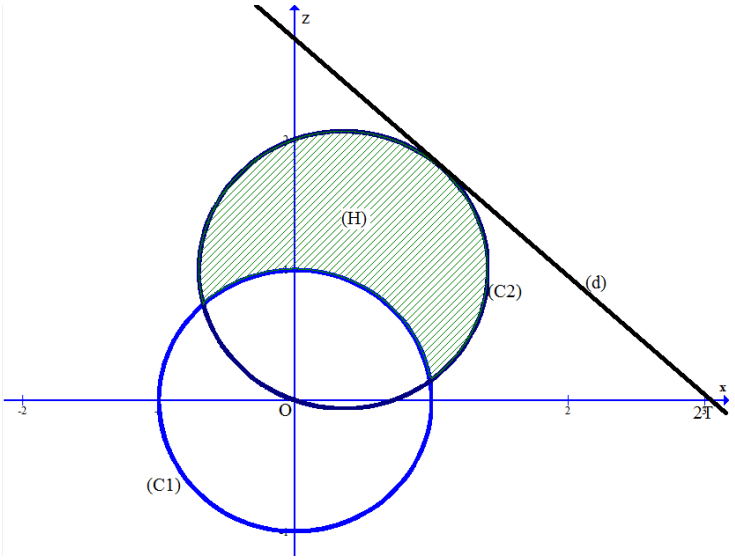
Chọn B

Trường hợp 1: $x^2+2y^2>1$. Đặt $\sqrt{2}y=z$. Suy ra $\Leftrightarrow x^2+z^2>1$ (1)

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1\Leftrightarrow 2x+y\geq x^2+2y^2\Leftrightarrow 2x+\frac{z}{\sqrt{2}}\geq x^2+z^2$$

$$\Leftrightarrow(x-1)^2+\left(z-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2\leq\frac{9}{8}\quad(2)$$

Tập hợp các điểm $M(x;z)$ là miền (H) bao gồm miền ngoài của hình tròn $(C_1):x^2+z^2=1$ và miền trong của hình tròn $(C_2):(x-1)^2+\left(z-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2=\frac{9}{8}$.



Hệ $\begin{cases} T=2x+\dfrac{z}{\sqrt{2}} \\ (x-1)^2+\left(z-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \le \dfrac{9}{8} \\ x^2+z^2>1 \end{cases}$ có nghiệm khi đường thẳng $d:2x+\dfrac{z}{\sqrt{2}}-T=0$ có điểm chung với miền (H).

Để T đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng $d:2x+\dfrac{z}{\sqrt{2}}-T=0$ tiếp xúc với đường tròn (C_2)

$\Leftrightarrow d(I;d)=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$ với $I\left(1;\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ là tâm của đường tròn (C_2).

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2+\frac{1}{4}-T\right|}{\sqrt{4+\frac{1}{2}}}=\frac{3}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left|T-\frac{9}{4}\right|=\frac{9}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} T=0 \ (l) \\ T=\dfrac{9}{2} \end{array}\right.$$

Trường hợp 2: $0<x^2+2y^2<1$.

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\ge 1 \Leftrightarrow 2x+y\le x^2+2y^2 \Leftrightarrow T=2x+y<1 \text{ (loại).}$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $T=2x+y$ là $\max T=\dfrac{9}{2}$.

Câu 35: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x-3.2^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2<2$.

A. $m<9$. **B.** $0<m<4$. **C.** $0<m<2$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2^x$, $(t>0)$. Phương trình trở thành $t^2-6t+m=0\ (1)$.

Yêu cầu bài toán trở thành: Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm t_1, t_2 dương thỏa mãn $\log_2 t_1+\log_2 t_2<2 \Leftrightarrow t_1t_2<4$.

Ta được $\begin{cases}\Delta' \ge 0\\ S>0\\ P>0\\ P<4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta' = 9-m \ge 0\\ 3>0\\ m>0\\ m<4\end{cases} \Leftrightarrow 0<m<4$.

Câu 36: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log_{2017}\left(mx-m+2\right)$ xác định trên $\left[1;+\infty\right)$.

A. $m\ge 0$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định trên $\left[1;+\infty\right)$ khi $mx-m+2>0$ với mọi $x\in\left[1;+\infty\right)$.

Xét bất phương trình $mx-m+2>0 \Leftrightarrow mx>m-2 \ (1)$.

Nếu $m=0$ thì $(1)\Leftrightarrow 0.x>-2$ (luôn đúng với mọi $x\in\left[1;+\infty\right)$).

Nếu $m>0$ thì $(1)\Leftrightarrow x>\dfrac{m-2}{m}=1-\dfrac{2}{m}$.

Khi đó (1) thỏa mãn với mọi $x\ge 1$ vì $1-\dfrac{2}{m}<1$ khi $m>0$.

Nếu $m<0$ thì $(1)\Leftrightarrow x<\dfrac{m-2}{m}$. Khi đó (1) không thỏa mãn với mọi $x\ge 1$. Vậy $m<0$ không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Vậy với $m\ge 0$ thì hàm số $y=\log_{2017}\left(mx-m+2\right)$ xác định trên $\left[1;+\infty\right)$.

Câu 37: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x=\log_6 y=\log_4\left(x+y\right)$ và $\dfrac{x}{y}=\dfrac{-a+\sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T=a+b$.

A. $T=4$. **B.** $T=8$. **C.** $T=11$. **D.** $T=6$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\log_9 x=\log_6 y=\log_4\left(x+y\right)\to\begin{cases}x=9^t\\ y=6^t\\ x+y=4^t\end{cases}$.

Suy ra $x+y=4^t\Leftrightarrow 9^t+6^t=4^t\Leftrightarrow\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2t}+\left(\dfrac{3}{2}\right)^{t}=1\Leftrightarrow\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2t}+\left(\dfrac{3}{2}\right)^{t}-1=0$.

$$\Leftrightarrow\left(\frac{3}{2}\right)^{t}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Mặt khác $\dfrac{x}{y}=\dfrac{9^t}{6^t}=\left(\dfrac{9}{6}\right)^t=\left(\dfrac{3}{2}\right)^t=\dfrac{-a+\sqrt{b}}{2}$ suy ra $\dfrac{-a+\sqrt{b}}{2}=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\to\begin{cases}a=1\\ b=5\end{cases}$.

Vậy $T=a+b=6$.

Câu 38: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{x+1}(-2x)>2$.

A. $S=\left(\sqrt{3}-2;0\right)$. **B.** $S=(-1;0)$. **C.** $S=(-\infty;0)$. **D.** $S=\left(\sqrt{3}-2;+\infty\right)$.

Lời giải:

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}-2x>0\\ x+1>0\Leftrightarrow -1<x<0\\ x+1\neq 1\end{cases}$

Với điều kiện đó ta có $x+1<1$.

Bất phương trình tương đương: $-2x<(x+1)^2\Leftrightarrow x^2+4x+1>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>-2+\sqrt{3}\\ x<-2-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện: $S=\left(\sqrt{3}-2;0\right)$.

Câu 39: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=\ln^2\left(x^2-2x+5\right)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x)>0$.

A. $x>0$. **B.** $x\neq 1$. **C.** $x\in\mathbb{R}$. **D.** $x>1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=2\ln\left(x^2-2x+5\right).\left(\ln\left(x^2-2x+5\right)\right)'=2\ln\left(x^2-2x+5\right).\dfrac{2x-2}{x^2-2x+5}$.

Do đó $f'(x)>0\Leftrightarrow\ln\left(x^2-2x+5\right).\dfrac{x-1}{(x-1)^2+4}>0$

$\Leftrightarrow(x-1).\ln\left((x-1)^2+4\right)>0$

Mặt khác $(x-1)^2+4\geq 4\Rightarrow\ln\left((x-1)^2+4\right)\geq\ln 4>0$ nên $f'(x)>0\Leftrightarrow x>1$.

Câu 40: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Lãi suất tiền gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác *Mạnh* gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất $0,7\%/$ tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên $0,9\%/$ tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống $0,6\%/$ tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác *Mạnh* không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (ta gọi đó là lãi kép). Sau một năm gửi tiền, bác *Mạnh* rút được số tiền là bao nhiêu? (biết trong khoảng thời gian này bác *Mạnh* không rút tiền ra)

A. 5452771,729 đồng. **B.** 5452733,453 đồng.

C. 5436566,169 đồng. **D.** 5436521,164 đồng.

Lời giải

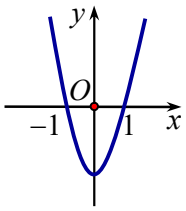
Chọn B

Gọi T_1 là tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà bác *Mạnh* nhận được sau sáu tháng với lãi suất $0,7\%/$ tháng lúc đó $T_1=5000000.(1+0,7\%)^6$. Nếu tiếp tục gửi số tiền T_1 đó vào ba tháng tiếp theo nhưng với lãi suất $0,9\%/$ tháng thì sau ba tháng với lãi suất điều chỉnh đó bác Mạnh lại

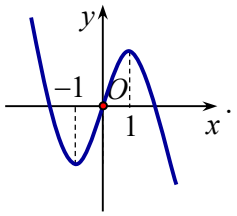
thu được cả vốn lẫn lãi là $T_2 = T_1.(1+0,9\%)^3$. Lại tiếp tục gửi số tiền T_2 đó thêm ba tháng nữa nhưng với lãi suất giảm còn $0,6\%/$ tháng và giữ ổn định thì bác *Mạnh* thu được cả vốn lẫn lãi là $T_3 = T_2.(1+0,6\%)^3$.

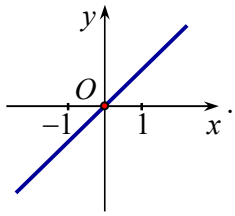
Vậy sau một năm (tức sau 12 tháng) bác *Mạnh* thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là $T = T_3 = 5000000.1,007^6.1,009^3.1,006^3 = 5452733,453$ đồng.

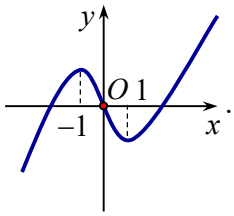
Câu 41: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.

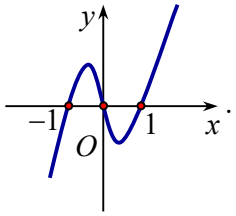


Hỏi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là hình nào sau đây?

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta thấy, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$; nghịch biến trên $(-1;1)$.

Chỉ có đáp án C thỏa mãn nhận xét trên.

Câu 42: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $9^x - 4.3^x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m < 6$. **B.** $2 < m < 6$. **C.** $3 < m < 6$. **D.** $0 < m < 6$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 3^x, t > 0$, ta được phương trình $t^2 - 4t + m - 2 = 0 (*)$.

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt, điều đó tương đương

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m + 2 > 0 \\ 4 > 0 \\ m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 6.$$

Câu 43: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^x \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{8}{x}}} = \frac{9}{16}$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Tổng $S = x_1 + x_2$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Đk: $x \neq 0$

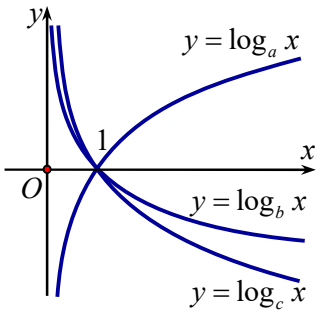
Xét phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^x \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{8}{x}}} = \frac{9}{16} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{4}{x}} = \frac{9}{16}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{4}{x}} = \frac{9}{16} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{x-\frac{4}{x}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Leftrightarrow x - \frac{4}{x} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 = 0 \ (1)$

Vì $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình (1) và $1.(-4) < 0$ nên

Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = 2$. Vậy $S = 2$.

Câu 44: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Cho a, b, c dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ như hình vẽ



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a > c > b$. **B.** $a > b > c$. **C.** $c > b > a$. **D.** $b > c > a$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên tập xác định nên $a > 1$

Đồ thị hàm số $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ nghịch biến trên tập xác định nên $0 < b < 1$, $0 < c < 1$

Suy ra $a > b$ và $a > c$

Mặt khác với $x > 1$ ta có $\log_b x > \log_c x \Rightarrow b < c$. Vậy $a > c > b$.

Câu 45: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Cho x, y là các số thực thỏa $\log_2 x = 3\log_6 y = 3\log(x+y)$. Tìm giá trị $T = x - y$.

A. $T = 28$. **B.** $T = 22$. **C.** $T = 34$. **D.** $T = 30$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_2 x = 3\log_6 y = 3\log(x+y) = 3t \Rightarrow \begin{cases} x = 8^t \\ y = 6^t \\ x + y = 10^t \end{cases} \Rightarrow 8^t + 6^t = 10^t \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^t + \left(\frac{3}{5}\right)^t = 1 \ (1)$.

Nhận xét: $t=2$ là nghiệm của phương trình (1).

Với $t>2$: $\left(\frac{4}{5}\right)^t+\left(\frac{3}{5}\right)^t<\left(\frac{4}{5}\right)^2+\left(\frac{3}{5}\right)^2=1$. Vậy $t>2$ không là nghiệm của phương trình (1).

Với $t<2$: $\left(\frac{4}{5}\right)^t+\left(\frac{3}{5}\right)^t>\left(\frac{4}{5}\right)^2+\left(\frac{3}{5}\right)^2=1$. Vậy $t<2$ không là nghiệm của phương trình (1).

Vậy $t=2$ là nghiệm duy nhất của (1).

Khi đó, ta có $\begin{cases}x=8^2=64\\y=6^2=36\end{cases}\Rightarrow T=x-y=28$.

Câu 46: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=\frac{2x^3}{3}+\ln x$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=\frac{1}{x}f'(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Giá trị khác.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=(0;+\infty)$

$f'(x)=x^2+\frac{1}{x}$.

$g(x)=\frac{1}{x}f'(x)=x+\frac{1}{x^2}\Rightarrow g'(x)=1-\frac{2}{x^3}=0\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{2}$

Bảng biến thiên:

x	0		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		↘	$\sqrt[3]{2}+\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$	↗	

Câu 47: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Cho biểu thức $f(x)=\frac{1}{2018^x+\sqrt{2018}}$. Tính tổng sau

$S=\sqrt{2018}\left[f(-2017)+f(-2016)+...+f(0)+f(1)+...+f(2018)\right]$

A. $S=2018$. **B.** $S=\frac{1}{2018}$. **C.** $S=\sqrt{2018}$. **D.** $S=\frac{1}{\sqrt{2018}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)+f(1-x)=\frac{1}{2018^x+\sqrt{2018}}+\frac{1}{2018^{1-x}+\sqrt{2018}}$

$=\frac{1}{2018^x+\sqrt{2018}}+\frac{2018^x}{2018+2018^x.\sqrt{2018}}$

$=\frac{2018^x+\sqrt{2018}}{2018+2018^x.\sqrt{2018}}=\frac{1}{\sqrt{2018}}$

Khi đó, ta có $S=\sqrt{2018}\left[f(-2017)+f(-2016)+...+f(0)+f(1)+...+f(2018)\right]$

$$= \sqrt{2018}\left[\left(f(-2017)+f(2018)\right)+\left(f(-2016)+f(2017)\right)+\ldots+\left(f(0)+f(1)\right)\right]$$
$$= \sqrt{2018}\left(\frac{1}{\sqrt{2018}}+\frac{1}{\sqrt{2018}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2018}}\right)$$
$$= \sqrt{2018}\left(\frac{2018}{\sqrt{2018}}\right)=2018.$$

Câu 48: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)**

Đề nghị sửa đề bài: Trên thực tế lãi suất 12% /năm khác với lãi suất 1% /tháng

Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 12% /năm, theo thỏa thuận cứ mỗi tháng ông A phải trả cho ngân hàng a triệu đồng. Hỏi a bằng bao nhiêu để ông A trả hết nợ ngân hàng sau đúng ba tháng. Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ, a tính theo đơn vị triệu đồng.

Sửa lại :

Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1% /tháng, theo thỏa thuận cứ mỗi tháng ông A phải trả cho ngân hàng a triệu đồng. Hỏi a bằng bao nhiêu để ông A trả hết nợ ngân hàng sau đúng ba tháng. Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ, a tính theo đơn vị triệu đồng.

A. $a=\dfrac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng).

B. $a=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$ (triệu đồng).

C. $a=\dfrac{100.(1,03)^3}{3}$ (triệu đồng).

D. $a=\dfrac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3-1}$ (triệu đồng).

Lời giải

Chọn B

Gọi B là số vốn vay ban đầu, r là lãi suất theo tháng.

Cuối tháng thứ nhất, số tiền ông A còn nợ là $N_1=B(1+r)-a$ (triệu đồng).

Cuối tháng thứ hai, số tiền ông a còn nợ là

$$N_2=N_1(1+r)-a=B(1+r)^2-a(1+r)-a \text{ (triệu đồng).}$$

Cuối tháng thứ n, số tiền ông A còn nợ là

$$N_n=B(1+r)^n-a\left[1+(1+r)+\cdots+(1+r)^{n-1}\right]=B(1+r)^n-a\cdot\frac{(1+r)^n-1}{r} \text{ (triệu đồng).}$$

Để sau n tháng, ông A tra hết nợ thì

$$N_n=0\Leftrightarrow B(1+r)^n-a\cdot\frac{(1+r)^n-1}{r}=0\Leftrightarrow a=\frac{B(1+r)^n.r}{(1+r)^n-1}\ (1).$$

Với $B=100$ (triệu đồng), $r=1\%$ /tháng và $n=3$, ta có

$$a=\frac{B(1+r)^n.r}{(1+r)^n-1}=\frac{100.(1,01)^3.0,01}{(1,01)^3-1}=\frac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1} \text{ (triệu đồng).}$$

Câu 49: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Một người gửi 75 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $5,4\%$ /năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau

mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả định suốt trong thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 7 năm. **B.** 4 năm. **C.** 6 năm. **D.** 5 năm.

Lời giải:

Chọn C

Gọi n là số năm cần tìm, điều kiện $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó n là nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình:

$$75.(1+0,054)^n > 100 \Leftrightarrow 1,054^n > \frac{4}{3} \Leftrightarrow n > \log_{1,054}\frac{4}{3} = 5,470026055.$$

Vậy giá trị của n thỏa đề bài là $n = 6$.

Câu 50: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực $x_1; x_2$ thỏa mãn $(x_1+3)(x_2+3) = 72$.

A. $m = \frac{61}{2}$. **B.** $m = 3$. **C.** không tồn tại. **D.** $m = \frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0\ (1)$

Điều kiện: $x > 0$

Đặt $t = \log_3 x \Leftrightarrow x = 3^t$ thì phương trình tương đương $t^2 - 3t + 2m - 7 = 0$

(1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có 2 nghiệm phân biệt.

Giả sử (2) có 2 nghiệm $t_1 = \log_3 x_1, t_2 = \log_3 x_2$ khi đó $x_1 x_2 = 3^{(t_1+t_2)} = 27$.

Suy ra $(x_1+3)(x_2+3) = 72 \Leftrightarrow x_1x_2 + 3(x_1+x_2) = 63 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 12$

Vậy x_1, x_2 là 2 nghiệm phương trình $x^2 - 12x + 27 = 0 \Leftrightarrow x = 9 \vee x = 3$

$x = 9$ suy ra $\log_3^2 9 - 3\log_3 9 + 2m - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$.

$x = 3$ suy ra $\log_3^2 3 - 3\log_3 3 + 2m - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$.

Vậy $m = \frac{9}{2}$.

Câu 51: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Một người gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng. Lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định $0,55\%$/tháng. Lần đầu tiên người đó gửi $2.000.000$ đồng. Cứ sau mỗi tháng người đó gửi nhiều hơn số tiền đã gửi tháng trước đó là 200.000 đồng. Hỏi sau 5 năm (kể từ lần gửi đầu tiên) người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

A. 618.051.620 đồng. **B.** 484.692.514 đồng. **C.** 597.618.514 đồng. **D.** 539.447.312 đồng.

Lời giải

Chọn D

Xét $A = 2000000,\ 1 + r = 1,0055$.

Cuối tháng 1 có số tiền là $T_1 = A(1+r) = 2011000$

Cuối tháng thứ 2 có số tiền là $T_2=\left[T_1+2000000+1.200000\right].(1+r)$

Cuối tháng thứ 3 có số tiền là $T_3=\left[T_2+2000000+2.200000\right].(1+r)$

Cuối tháng thứ 4 có số tiền là $T_4=\left[T_3+2000000+3.200000\right].(1+r)$

Quy luật: Cuối tháng thứ n có số tiền là $T_n=\left[T_{n-1}+2000000+(n-1).200000\right].(1+r)$

Bấm máy tính Casio theo quy trình:

$$X=X+1:B=\left[B+2000000+(X-1)200000\right].1.0055$$

Ấn CALC, gán $X=1,\ B=2011000$. Ấn $=$ liên tiếp cho đến khi $X=59$ (nghĩa là $X+1=60$) ta được kết quả $539.447.312$.

Câu 52: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Tìm tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2018}}(x-2)=\log_{2018}(mx)$ có nghiệm thực duy nhất.

A. $1<m<2$. **B.** $m>1$. **C.** $m>0$. **D.** $m<2$.

Lời giải.

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}x-2>0\\mx>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>2\\m>0\end{cases}$.

Khi đó ta có:

$\log_{\sqrt{2018}}(x-2)=\log_{2018}(mx)$

$\Leftrightarrow(x-2)^2=mx\Leftrightarrow x^2-4x+4=mx$

$\Leftrightarrow x^2-(4+m)x+4=0(*)$

$\Delta=(4+m)^2-16=m^2+8m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow(*)$ có nghiệm kép lớn hơn 2 hoặc có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<2<x_2$.

Trường hợp 1:

$\begin{cases}m^2+8m=0\\\dfrac{4+m}{2}>2\end{cases}\Leftrightarrow m=0$ (loại).

Trường hợp 2:

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\ m^2+8m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-8\\m>0\end{array}\right.$.

Theo hệ thức Vi-et, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=4+m\\x_1.x_2=4\end{cases}$

Khi đó $x_1<2<x_2\Leftrightarrow x_1-2<0<x_2-2$

$\Leftrightarrow(x_1-2)(x_2-2)<0\Leftrightarrow x_1x_2-2(x_1+x_2)+4<0$

$\Leftrightarrow 4-2(4+m)+4<0\Leftrightarrow m>0$ (nhận).

Vậy $m>0$ là giá trị cần tìm.

Câu 53: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Một cô giáo dạy Văn gửi 200 triệu đồng loại kỳ hạn sáu tháng vào một ngân hàng với lãi suất $\frac{69}{20}\%$ một kì. Hỏi sau 6 năm 9 tháng cô giáo nhận được số tiền cả gốc và lãi là bao nhiêu biết cô giáo không rút lãi ở tất cả các kì hạn trước và nếu rút trước ngân hàng sẽ trả lãi suất theo loại lãi suất không kì hạn $0,002\%$ trên ngày?

A. 302088933 đ. **B.** 471688328 đ. **C.** 311392503 đ. **D.** 321556228 đ.

Đề bài gốc là: Lãi suất $6,9\%$ một năm thì không thể tương đương với lãi suất $\frac{6,9}{2}\%$ một kì (6 tháng) được.Do đó cần chỉnh lại đề bài ạ.

Lời giải

Chọn C

Gọi A, r, n, S lần lượt là số tiền gửi ban đầu, lãi suất kỳ hạn sáu tháng, tổng số tiền cả gốc và lãi nhận được sau sáu năm sáu tháng.

Khi đó $S=A(1+r)^n=200000000.\left(1+\frac{0,069}{2}\right)^{13}$.

Gọi T, r_1, m lần lượt là tổng số tiền cô giáo nhận được sau 6 năm 9 tháng, lãi suất không kì hạn và số ngày ngân hàng sẽ trả lãi suất theo loại không kì hạn.

$T=S.(1+r_1)^m=S.(1+0,00002)^{90}\simeq 311392503$ đ.

Câu 54: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m bất phương trình $4^{x-1}-m\left(2^x+1\right)>0$ có nghiệm $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in(-\infty;0]$. **B.** $m\in(0;+\infty)$.

C. $m\in(0;1)$. **D.** $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4^{x-1}-m\left(2^x+1\right)>0\Leftrightarrow m<\frac{4^{x-1}}{2^x+1}\Leftrightarrow m<\frac{4^x}{4\left(2^x+1\right)}$.

Đặt $t=2^x, t>0$. Yêu cầu bài toán tương đương với $m<\frac{t^2}{4(t+1)}, \forall t\in(0;+\infty)$.

Đặt $f(t)=\frac{t^2}{4(t+1)}, t>0$, $f'(t)=\frac{1}{4}\left(\frac{2t(t+1)-t^2}{(t+1)^2}\right)=\frac{1}{4}.\frac{t^2+2t}{(t+1)^2}$.

$f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên (Bổ sung các đầu mũi tên trong bbt là $\pm\infty$ vào nhé)

t	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(t)$		↗		↘	‖	↘		↗	
							0		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên có $m \le 0$.

Câu 55: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $3^x = 5^y = 15^{\frac{2017}{x+y}-z}$. Gọi $S = xy + yz + zx$. Khẳng định nào đúng?

A. $S \in (1;2016)$. **B.** $S \in (0;2017)$. **C.** $S \in (0;2018)$. **D.** $S \in (2016;2017)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } u = 3^x = 5^y = 15^{\frac{2017}{x+y}-z} \Rightarrow \begin{cases} u = 3^x \\ u = 5^y \\ u = 15^{\frac{2017}{x+y}-z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \log_3 u \\ y = \log_5 u \\ \left(\frac{2017}{x+y} - z\right) = \log_{15} u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{\log_u 3} \\ y = \dfrac{1}{\log_u 5} \\ z = \dfrac{2017}{x+y} - \log_{15} u \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{\log_u 3} \\ y = \dfrac{1}{\log_u 5} \\ z = \dfrac{2017}{\log_3 u + \log_5 u} - \log_{15} u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = \dfrac{1}{\log_u 3}.\dfrac{1}{\log_u 5} \\ yz = \dfrac{1}{\log_u 5}\left(\dfrac{2017}{\log_3 u + \log_5 u} - \log_{15} u\right). \\ zx = \dfrac{1}{\log_u 3}\left(\dfrac{2017}{\log_3 u + \log_5 u} - \log_{15} u\right) \end{cases}$$

Khi đó: $S = xy + yz + zx$

$$= \frac{1}{\log_u 3}.\frac{1}{\log_u 5} + \frac{1}{\log_u 5}\left(\frac{2017}{\log_3 u + \log_5 u} - \log_{15} u\right) + \frac{1}{\log_u 3}\left(\frac{2017}{\log_3 u + \log_5 u} - \log_{15} u\right) = 2017.$$

Vậy $S = 2017 \in (0;2018)$.

[PHƯƠNG PHÁP TRẮC NGHIỆM]

Chọn $x = 1$. Do đó từ $3^x = 5^y = 15^{\frac{2017}{x+y}-z} \Rightarrow \begin{cases} y = \log_5 3 \\ z = \dfrac{2017}{1+\log_5 3} - \log_{15} 3 \end{cases}$

Do đó $S = xy + yz + zx = 1.\log_5 3 + \log_5 3.\left(\dfrac{2017}{1+\log_5 3} - \log_{15} 3\right) + \left(\dfrac{2017}{1+\log_5 3} - \log_{15} 3\right).1 = 2017$

Câu 56: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho a, b là các số thực và $f(x) = a\ln^{2017}\left(\sqrt{x^2+1} + x\right) + bx\sin^{2018} x + 2$. Biết $f\left(5^{\log_c 6}\right) = 6$, tính giá trị của biểu thức $P = f\left(-6^{\log_c 5}\right)$ với $0 < c \ne 1$.

A. $P = -2$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 2$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 5^{\log_c 6} = 6^{\log_c 5}$.

$f(t) = 6$ và cần tính $P = f(-t)$.

$f(t) = a.\ln^{2017}\left(\sqrt{t^2+1} + t\right) + bt\sin^{2018} t + 2 = 6$.

Ta có: $a.\ln^{2017}\left(\sqrt{t^2+1}+t\right)+bt\sin^{2018}t=4$.

Do đó: $P=f\left(-t\right)=a.\ln^{2017}\left(\sqrt{t^2+1}-t\right)-bt\sin^{2018}t+2$

$=a.\ln^{2017}\left(\dfrac{1}{\sqrt{t^2+1}+t}\right)-bt\sin^{2018}t+2$

$=-\left[a.\ln^{2017}\left(\sqrt{t^2+1}+t\right)+bt\sin^{2018}t\right]+2$

$=-4+2=-2$. Vậy $P=-2$.

Câu 57: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{16}\left(x+y\right)=\log_9 x=\log_{12} y$. Giá trị của biểu thức $P=1+\dfrac{x}{y}+\left(\dfrac{x}{y}\right)^2$ bằng

A. $P=2$. **B.** $P=16$. **C.** $P=3+\sqrt{5}$. **D.** $P=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_{16}\left(x+y\right)=\log_9 x=\log_{12} y=t\Leftrightarrow\begin{cases}x=9^t\\y=12^t\\x+y=16^t\end{cases}$.

Khi đó $x+y=16^t\Leftrightarrow 9^t+12^t=16^t\Leftrightarrow\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2t}+\left(\dfrac{3}{4}\right)^t-1=0$ (vì $16^t>0$)

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}(N)\\\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}(L)\end{array}\right.$.

Vậy $\dfrac{x}{y}=\dfrac{9^t}{12^t}=\left(\dfrac{3}{4}\right)^t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Khi đó $P=1+\dfrac{x}{y}+\left(\dfrac{x}{y}\right)^2=1+\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}+\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^2=2$.

Câu 58: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin 4x=m.\tan x$ có nghiệm $x\neq k\pi$.

A. $-\dfrac{1}{2}\le m\le 4$. **B.** $-1<m<4$. **C.** $-\dfrac{1}{2}<m<4$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\le m<4$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Vì $x\neq k\pi$ nên phương trình $\sin 4x=m.\tan x\Leftrightarrow 4\sin x\cos x\cos 2x=m\dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 x.\cos 2x-m=0$ với $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$

$\Leftrightarrow 2\left(1+\cos 2x\right)\cos 2x-m=0\Leftrightarrow 2\cos^2 2x+2\cos 2x=m\ \ (1)$

Đặt $f\left(t\right)=2t^2+2t$ với $t=\cos 2x$, $t\in\left(-1;1\right)$.

(Do $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ và $x\neq k\pi$ nên $2x\neq k\pi$, suy ra $t\neq\pm 1$)

Khi đó $f'\left(t\right)=4t+2$, $f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2}\in\left(-1;1\right)$

t	-1		$-\frac{1}{2}$		1
$f'(t)$	||	$-$	0	$+$	||
$f(t)$	||	0 ↘	$-\frac{1}{2}$	↗ 4	||

Phương trình (1) có nghiệm $x\neq k\pi$ khi $-\dfrac{1}{2}\leq m<4$.

Câu 59: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x-2.12^x+\left(m-2\right)9^x=0$ có nghiệm dương?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $16^x-2.12^x+\left(m-2\right)9^x=0\Leftrightarrow\left(\dfrac{4}{3}\right)^{2x}-2.\left(\dfrac{4}{3}\right)^x+m-2=0\ \ (1)$.

Đặt: $t=\left(\dfrac{4}{3}\right)^x>0$.

Phương trình $(1)\Leftrightarrow t^2-2t=2-m\ \ (2)$.

Phương trình (1) có nghiệm dương $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm $t>1$.

Số nghiệm phương trình (2) là số giao điểm của đồ thị hàm số $f\left(t\right)=t^2-2t$, $t\in\left(1;+\infty\right)$ và đường thẳng $d:y=2-m$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=t^2-2t$, $t\in\left(1;+\infty\right)$.

$f'\left(t\right)=2\left(t-1\right)>0$, $\forall t\in\left(1;+\infty\right)$.

Suy ra, hàm số f luôn đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

Bảng biến thiên:

t	1		$+\infty$
$f'(t)$	||	$+$	
$f(t)$	|| -1	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ycbt $\Leftrightarrow 2-m>-1\Leftrightarrow m<3$.

Vậy có 2 giá trị m dương thoả mãn là $m\in\left\{1;2\right\}$.

Câu 60: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị nhỏ nhất để $u_n>5^{100}$ bằng

A. 247. **B.** 248. **C.** 229. **D.** 290.

Lời giải

Chọn B

Vì $u_{n+1}=2u_n$ nên dễ thấy dãy số (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=2$.

Ta có: $u_{10}=u_1.q^9=2^9.u_1$

Xét $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$

$\Leftrightarrow \log u_1-2\log\left(2^9.u_1\right)+\sqrt{2+\log u_1-2\log\left(2^9.u_1\right)}=0$

$\Leftrightarrow \log u_1-18\log 2-2\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-18\log 2-2\log u_1}=0$

$\Leftrightarrow -\log u_1-18\log 2+\sqrt{2-\log u_1-18\log 2}=0$

Đặt $\sqrt{2-\log u_1-18\log 2}=t\ \ (t\geq 0)$.

Phương trình trên trở thành $t^2-2+t=0\Leftrightarrow t^2+t-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-2(L)\end{array}\right.$

Với $t=1\Leftrightarrow \sqrt{2-\log u_1-18\log 2}=1\Leftrightarrow 2-\log u_1-18\log 2=1\Leftrightarrow u_1=\dfrac{5}{2^{17}}$

Trong trường hợp này ta có: $u_n=\dfrac{5}{2^{17}}.2^{n-1}>5^{100}\Leftrightarrow 2^{n-18}>5^{99}\Leftrightarrow n>99\log_2 5+18$

Mà $n\in\mathbb{N}^*$ nên giá trị nhỏ nhất trong trường hợp này là $n=248$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Tập các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ có nghiệm trên đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$ là

A. $m\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$. **B.** $m\in[0;2]$.

C. $m\in(0;2)$. **D.** $m\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ trên $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$.

Đặt $\log_3^2 x=t$. Khi đó $x\in\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$ nên $t\in[0;3]$.

Phương trình đã cho trở thành: $t+\sqrt{t+1}=2m+1$.

Đặt $f(t)=t+\sqrt{t+1}$, để phương trình có nghiệm trên $[0;3]$ ta có:

$\min\limits_{[0;3]} f(t)\le 2m+1\le \max\limits_{[0;3]} f(t)$ $(*)$

Ta có $f'(t)=1+\dfrac{1}{2\sqrt{t+1}}>0$, $\forall t\ge 0$. Do đó $f(t)$ đồng biến trên $[0;3]$

Vậy $(*)\Leftrightarrow f(0)\le 2m+1\le f(3)\Leftrightarrow 1\le 2m+1\le 5\Leftrightarrow 0\le m\le 2$.

Câu 2: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho hai đường cong $(C_1):y=3^x\left(3^x-m+2\right)+m^2-3m$ và $(C_2):y=3^x+1$. Để (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau thì giá trị của tham số m bằng

A. $m=\dfrac{5-2\sqrt{10}}{3}$. **B.** $m=\dfrac{5+3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $m=\dfrac{5+2\sqrt{10}}{3}$. **D.** $m=\dfrac{5-3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=3^x$ $(t>0)$ suy ra $(C_1):y=3^x\left(3^x-m+2\right)+m^2-3m=t^2+(2-m)t+m^2-3m$

và $(C_2):y=3^x+1=t+1$.

Để (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau thì hệ $\begin{cases}t^2+(2-m)t+m^2-3m=t+1\\2t+2-m=1\end{cases}$ có nghiệm $t>0$.

$\begin{cases}t^2+(2-m)t+m^2-3m=t+1\\2t+2-m=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2t+1\\3t^2-2t-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2t+1\\t=\dfrac{1\pm\sqrt{10}}{3}\end{cases}$.

Do nghiệm $t>0$ nên $t=\dfrac{1+\sqrt{10}}{3}\Rightarrow m=\dfrac{5+2\sqrt{10}}{3}$.

Câu 3: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Giá trị của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1+x_2=3$ là

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=2^x$, $t>0$. Phương trình trở thành: $t^2-2mt+2m=0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=3$ khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt thỏa mãn $t_1.t_2=2^{x_1}.2^{x_2}=2^{x_1+x_2}=2^3=8$.

Khi đó phương trình (1) có: $\begin{cases}\Delta'=m^2-2m>0\\ S=2m>0\\ P=2m>0\\ P=2m=8\end{cases}\Leftrightarrow m=4$.

Câu 4: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Bà Hoa gửi 100 triệu đồng vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất 8%/năm. Sau 5 năm bà rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại bà tiếp tục gửi vào ngân hàng. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

A. 81,413 triệu. **B.** (C_1) triệu. **C.** 34,480 triệu. **D.** 46,933 triệu.

Lời giải

Chọn A

Năm năm đầu bà Hoa thu được số tiền là

$A_1=100.(1+0.08)^5\approx 146,9328$ (triệu)

Năm năm sau bà Hoa thu được số tiền là

$A_2=\frac{A_1}{2}.(1+0.08)^5\approx 107,94625$ (triệu)

Số tiền lãi thu được sau 10 năm của bà Hoa là

$\Delta A=(146,9328-100)+(107,94625-73,4664)\approx 81,41265$ (triệu).

Câu 5: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=(x^2-2x+2)\mathrm{e}^x$. Chọn mệnh đề **sai?**

A. Hàm số có 1 điểm cực trị.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

D. $f(-1)=\frac{5}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm: $f'(x)=\mathrm{e}^x(2x-2+x^2-2x+2)=\mathrm{e}^x x^2$.

Phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow \mathrm{e}^x x^2=0$ có nghiệm kép $x=0$ và $f'(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

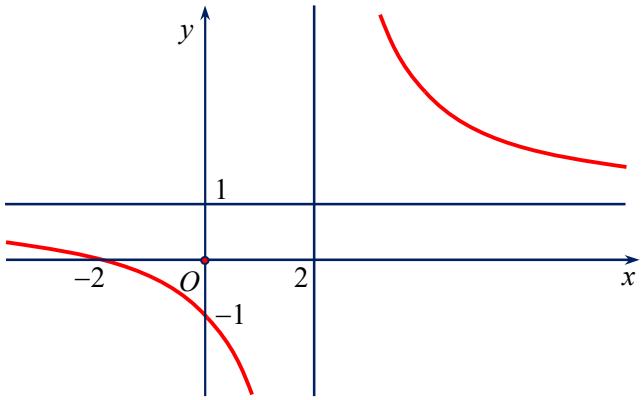
Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ và không có cực trị.

Vậy A sai và B đúng.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ nên hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất. Vậy C đúng.

Ta có: $f(-1)=\left[(-1)^2-2.(-1)+2\right]\mathrm{e}^{-1}=\frac{5}{\mathrm{e}}$. Vậy D đúng.

Câu 6: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y=\frac{ax+2}{cx+b}$ với a, b, c là các số thực.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a=2;\ b=2;\ c=-1$. **B.** $a=1;\ b=-2;\ c=1$.

C. $a=1;\ b=2;\ c=1$. **D.** $a=1;\ b=1;\ c=-1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(-2;0)$ nên ta có:

$\frac{-2a+2}{-2c+b}=0\Rightarrow a=1$. Vậy loại A

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1\Rightarrow\frac{a}{c}=1\Rightarrow c=a=1$. Vậy loại D

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2\Rightarrow-\frac{b}{c}=2\Rightarrow b=-2c=-2$.

Câu 7: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}}>3^{2-x}$. Tìm số phần tử của S.

A. 11. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}}>3^{2-x}\Leftrightarrow 3^{-\sqrt{x^2-3x-10}}>3^{2-x}\Leftrightarrow-\sqrt{x^2-3x-10}>2-x\Leftrightarrow\sqrt{x^2-3x-10}<x-2$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-3x-10\ge 0\\ x-2>0\\ x^2-3x-10<x^2-4x+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le -2\\ x\ge 5\end{array}\right.\\ 14>x>2\end{cases}\Leftrightarrow 5\le x<14.$$

Do đó $S=\{5;6;7;8;9;10;11;12;13\}$ nên số phần tử của S là 9.

Câu 8: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho $9^x+9^{-x}=14;\ \frac{6+3\left(3^x+3^{-x}\right)}{2-3^{x+1}-3^{1-x}}=\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $P=a.b$.

A. $P=10$. **B.** $P=-10$. **C.** $P=-45$. **D.** $P=45$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $9^x+9^{-x}=14\Leftrightarrow\left(3^x+3^{-x}\right)^2=16\Leftrightarrow 3^x+3^{-x}=4$

$$\Rightarrow \frac{6+3\left(3^x+3^{-x}\right)}{2-3^{x+1}-3^{1-x}}=\frac{6+3\left(3^x+3^{-x}\right)}{2-3.\left(3^x+3^{-x}\right)}=\frac{6+3.4}{2-3.4}=-\frac{9}{5} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=-9\\b=5\end{cases}\\\begin{cases}a=9\\b=-5\end{cases}\end{array}\right.$$

$\Rightarrow P=a.b=-45$.

Câu 9: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Phương trình $2^{\sin^2 x}+3^{\cos^2 x}=4.3^{\sin^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2017;2017]$.

A. 1284. **B.** 4034. **C.** 1285. **D.** 4035.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $2^{\sin^2 x}+3^{\cos^2 x}=4.3^{\sin^2 x} \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x}+3^{1-\sin^2 x}=4.3^{\sin^2 x}$

Đặt $\sin^2 x=t$ với $t\in[0;1]$, ta có phương trình

$2^t+\frac{3}{3^t}=4.3^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t+3.\left(\frac{1}{9}\right)^t=4$. Vì hàm số $f(t)=\left(\frac{2}{3}\right)^t+3.\left(\frac{1}{9}\right)^t$ nghịch biến với $t\in[0;1]$ nên phương trình có nghiệm duy nhất $t=0$. Do đó $\sin x=0 \Leftrightarrow x=k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Vì $x\in[-2017;2017]$ nên ta có $-2017\le k\pi\le 2017 \Leftrightarrow \frac{-2017}{\pi}\le k\le\frac{2017}{\pi}$ nên có 1285 giá trị nguyên của k thỏa mãn. Vậy có 1285 nghiệm.

Câu 10: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Tìm số nguyên dương n thỏa mãn

$$\log_a 2017+\frac{1}{2^2}\log_{\sqrt{a}} 2017+\frac{1}{2^4}\log_{\sqrt[4]{a}} 2017+\frac{1}{2^6}\log_{\sqrt[8]{a}} 2017...+\frac{1}{2^{2n}}\log_{2\sqrt[n]{a}} 2017$$

$$=\log_a 2017^2-\frac{\log_a 2017}{2^{2018}}, \text{ với } 0<a\ne 1.$$

A. $n=2016$. **B.** $n=2018$. **C.** $n=2017$. **D.** $n=2019$.

Lời giải

Chọn D

Gọi vế trái và vế phải của hệ thức đề bài cho lần lượt là A và B.

Ta có $\frac{1}{2^{2n}}\log_{2\sqrt[n]{a}} 2017=\frac{1}{2^{2n}}\log_a 2017^{2n}=\frac{2n}{2^{2n}}.\log_a 2017$.

Do đó $A=\log_a 2017+\frac{2}{2^2}\log_a 2017+\frac{4}{2^4}\log_a 2017+\frac{8}{2^6}\log_a 2017+\frac{2n}{2^{2n}}.\log_a 2017$

$$=\left(1+\frac{2}{2^2}+\frac{4}{2^4}+\frac{8}{2^6}+...+\frac{2n}{2^{2n}}\right)\log_a 2017.$$

Dãy số $1+\frac{2}{2^2}+\frac{4}{2^4}+\frac{8}{2^6}+...+\frac{2n}{2^{2n}}$ lập thành một cấp số nhân với công bội $q=\frac{2}{2^2}=\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow 1+\frac{2}{2^2}+\frac{4}{2^4}+\frac{8}{2^6}+...+\frac{2n}{2^{2n}}=u_1.\frac{1-q^n}{1-q}=1.\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}=2-\frac{2}{2^n}.$$

Như vậy $A=\left(2-\frac{2}{2^n}\right)\log_a 2017=B=\log_a 2017^2-\frac{\log_a 2017}{2^{2018}}=2\log_a 2017-\frac{1}{2^{2018}}\log_a 2017$

$$\Rightarrow 2-\frac{2}{2^n}=2-\frac{1}{2^{2018}} \Rightarrow n=2019.$$

Câu 11: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho a, $b>0$, $a\neq 1$, $b\neq 1$, $n\in\mathbb{N}^*$. Một học sinh đã tính giá trị của biểu thức $P=\frac{1}{\log_a b}+\frac{1}{\log_{a^2} b}+\frac{1}{\log_{a^3} b}+...+\frac{1}{\log_{a^n} b}$ như sau:

Bước 1: $P=\log_b a+\log_b a^2+\log_b a^3+...+\log_b a^n$.

Bước 2: $P=\log_b\left(a.a^2.a^3...a^n\right)$.

Bước 3: $P=\log_b a^{1+2+3+...+n}$.

Bước 4: $P=n(n-1)\log_b\sqrt{a}$.

Hỏi bạn học sinh đó đã giải ***sai*** từ bước nào ?

A. Bước 1. **B.** Bước 2. **C.** Bước 3. **D.** Bước 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

Do đó: $P=\log_b a^{1+2+3+...+n}=\log_b a^{\frac{n(n+1)}{2}}=n(n+1)\log_b\sqrt{a}$.

Vậy bạn học sinh đó đã giải sai từ bước 4.

Câu 12: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Để người đó lãnh được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm ? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi).

A. 12 năm. **B.** 13 năm. **C.** 14 năm. **D.** 15 năm.

Lời giải

Chọn C

Ta có công thức tính $A=a(1+r)^n$ với A là số tiền gởi sau n tháng, a là số tiền gởi ban đầu, r là lãi suất.

$250.10^6=100.10^6(1+0,07)^n\Leftrightarrow 1,07^n=2,5\Leftrightarrow n=\log_{1,07}2,5=13,542$.

Câu 13: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a $(a>0)$ thỏa mãn $\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)^{2017}\leq\left(2^{2017}+\frac{1}{2^{2017}}\right)^a$.

A. $0<a<1$. **B.** $1<a<2017$. **C.** $a\geq 2017$. **D.** $0<a\leq 2017$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)^{2017}\leq\left(2^{2017}+\frac{1}{2^{2017}}\right)^a$

$\Rightarrow 2017\log_2\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)\leq a\log_2\left(2^{2017}+\frac{1}{2^{2017}}\right)$

$$\Rightarrow \frac{\log_2\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)}{a} \le \frac{\log_2\left(2^{2017}+\frac{1}{2^{2017}}\right)}{2017}.$$

Xét hàm số $y=f(x)=\dfrac{\log_2\left(2^x+\frac{1}{2^x}\right)}{x}=\dfrac{\log_2\left(4^x+1\right)-x}{x}=\dfrac{\log_2\left(4^x+1\right)}{x}-1$.

Ta có $y'=\dfrac{1}{\ln 2}\left[\dfrac{\frac{\left(4^x+1\right)'}{4^x+1}.x-\ln\left(4^x+1\right)}{x^2}\right]=\dfrac{1}{\ln 2}\left[\dfrac{4^x.\ln 4.x-\left(4^x+1\right)\ln\left(4^x+1\right)}{x^2\left(4^x+1\right)}\right]<0$

$$y'=\frac{1}{\ln 2}\left[\frac{4^x.\ln 4^x-\left(4^x+1\right)\ln\left(4^x+1\right)}{x^2\left(4^x+1\right)}\right]<0,\ \forall x>0.$$

Nên $y=f(x)$ là hàm giảm trên $(0;+\infty)$.

Do đó $f(a)\le f(2017),(a>0)$ khi $0<a\le 2017$.

Câu 14: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Cho hệ $\begin{cases}9x^2-4y^2=5\\ \log_m(3x+2y)-\log_3(3x-2y)=1\end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $3x+2y\le 5$. Khi đó giá trị lớn nhất của m là

A. -5. **B.** $\log_3 5$. **C.** 5. **D.** $\log_5 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases}9x^2-4y^2=5 \quad (1)\\ \log_m(3x+2y)-\log_3(3x-2y)=1 \quad (2)\end{cases}$

Từ (1) ta có: $(3x-2y)(3x+2y)=5\ne 0$ nên $(3x-2y)=\dfrac{5}{3x+2y}$.

Từ (2) ta có: $\log_m 3.\log_3(3x+2y)-\log_3\left(\dfrac{5}{3x+2y}\right)=1$

$\Leftrightarrow \log_m 3.\log_3(3x+2y)-\left[\log_3 5-\log_3(3x+2y)\right]=1$

$\Leftrightarrow \log_3(3x+2y).\left[\log_m 3+1\right]=1+\log_3 5\ne 0$

$\Leftrightarrow \log_3(3x+2y)=\dfrac{1+\log_3 5}{1+\log_m 3}\le \log_3 5$ do $3x+2y\le 5$.

Suy ra $\dfrac{1+\log_3 5}{1+\log_m 3}\le \log_3 5 \Leftrightarrow \dfrac{1+\log_3 5-\log_3 5-\log_m 3.\log_3 5}{1+\log_m 3}\le 0 \Leftrightarrow \dfrac{1-\log_m 5}{1+\log_m 3}\le 0$

Giải bất phương trình theo m ta có: $\Leftrightarrow m\in\left(\dfrac{1}{3};5\right]\setminus\{1\}$.

Khi đó, hệ phương trình ban đầu có dạng $\begin{cases}(3x+2y)(3x-2y)=5\\ 3x+2y=3^{\frac{1+\log_3 5}{1+\log_m 3}}\end{cases}\begin{cases}3x-2y=\dfrac{5}{M}\\ 3x+2y=M\end{cases}$ nên luôn có nghiệm.

Vậy giá trị lớn nhất của m để hệ có nghiệm là $m=5$.

Câu 15: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Cho $f(x)=\dfrac{2018^x}{2018^x+\sqrt{2018}}$. Giá trị của $S=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+...+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)$ là

A. 2017. **B.** 1008. **C.** $\sqrt{2016}$. **D.** 1006.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=\dfrac{2018^x}{2018^x+\sqrt{2018}}=1-\sqrt{2018}.\dfrac{1}{2018^x+\sqrt{2018}}$.

Xét $f(x)+f(1-x)=1-\sqrt{2018}.\dfrac{1}{2018^x+\sqrt{2018}}+1-\sqrt{2018}.\dfrac{1}{2018^{1-x}+\sqrt{2018}}$

$=2-\sqrt{2018}\left(\dfrac{1}{2018^x+\sqrt{2018}}+\dfrac{1}{2018^{1-x}+\sqrt{2018}}\right)$

$=2-\sqrt{2018}.\left(\dfrac{1}{2018^x+\sqrt{2018}}+\dfrac{2018^x}{2018+2018^x.\sqrt{2018}}\right)=2-\dfrac{2018^x+\sqrt{2018}}{\sqrt{2018}+2018^x}=1$.

Do đó $S=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+...+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)$

$=\left[f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)\right]+\left[f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2015}{2017}\right)\right]+...+\left[f\left(\dfrac{1008}{2017}\right)+f\left(\dfrac{1009}{2017}\right)\right]$

$=\left[f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(1-\dfrac{1}{2017}\right)\right]+\left[f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+f\left(1-\dfrac{2}{2017}\right)\right]+...+\left[f\left(\dfrac{1008}{2017}\right)+f\left(1-\dfrac{1008}{2017}\right)\right]$

$=1008$.

Câu 16: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $9^x-2(x+5).3^x+9(2x+1)\ge 0$ là

A. $[0;1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **C.** $[1;2]$. **D.** $(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $3^x=t$, $t>0$.

Xét phương trình: $t^2-2(x+5)t+9(2x+1)=0$ (1).

Ta có $\Delta'=(x+5)^2-9(2x+1)=x^2-8x+16=(x-4)^2$ nên phương trình (1) luôn có nghiệm.

Nếu $x=4\Rightarrow\Delta'=0$ thì phương trình (1) có nghiệm kép $t=x+5$.

Do đó bất phương trình đã cho trở thành $3^x\ge x+5$ (luôn đúng khi $x=4$).

Nếu $x\ne 4\Rightarrow\Delta'>0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}t=2x+1\\t=9\end{array}\right.$.

Xét các phương trình $3^x=9\Leftrightarrow x=2$ (1) và $3^x=2x+1\Leftrightarrow 3^x-2x-1=0$ (2).

Đặt $f(x)=3^x-2x-1$; ta có $f'(x)=3^x\ln 3-2$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lại có $f(0)=f(1)=0$ và $f'(0)<0$, $f'(1)>0$ nên $f'(x)$ đổi dấu một lần duy nhất trong khoảng $[0;1]$.

Vậy phương trình (2) có đúng hai nghiệm $x=0$, $x=1$.

Lập bảng xét dấu cho (1) và (2) ta được tập nghiệm của bất phương trình là: $S=[0;1]\cup[2;+\infty)$.

Câu 17: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $25^x-2.10^x+m^2.4^x=0$ có hai nghiệm trái dấu khi:

A. $m\in(-1;0)\cup(0;1)$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m<-1$ hoặc $m>1$. **D.** $m\ge -1$.

Lời giải

Chọn A

Chia hai vế của phương trình cho 4^x ta được: $\left(\frac{5}{2}\right)^{2x}-2.\left(\frac{5}{2}\right)^x+m^2=0.$ (1)

Đặt $t=\left(\frac{5}{2}\right)^x>0$ khi đó phương trình (1) trở thành $t^2-2t+m^2=0$ (2)

Để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu $x_1<0<x_2$

thì phương trình (2) có hai nghiệm thỏa $0<t_1<1<t_2$ vì $0<\left(\frac{5}{2}\right)^{x_1}<\left(\frac{5}{2}\right)^0<\left(\frac{5}{2}\right)^{x_2}$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ t_1+t_2>0\\ t_1.t_2>0\\ (t_1-1).(t_2-1)<0\end{cases}.\Leftrightarrow\begin{cases}1-m^2>0\\ 2>0\\ m^2>0\\ m^2-1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<1\\ m\ne 0\end{cases}.$$

Câu 18: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Tìm số nghiệm của phương trình $2^x+3^x+4^x+...+2017^x+2018^x=2017-x$.

A. 1. **B.** 2016. **C.** 2017. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=2^x+3^x+4^x+...+2017^x+2018^x$

Ta có $f'(x)=2^x\ln 2+3^x\ln 3+...+2018^x\ln 2018>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y=2^x+3^x+4^x+...+2017^x+2018^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $g(x)=2017-x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác $f(0)=g(0)=2017$.

Do đó, phương trình $f(x)=g(x)$ có nghiệm duy nhất $x=0$.

Câu 19: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Tính đạo hàm cấp 2018 của hàm số $y=\mathrm{e}^{2x}$.

A. $y^{(2018)}=2^{2017}.\mathrm{e}^{2x}$. **B.** $y^{(2018)}=2^{2018}.\mathrm{e}^{2x}$. **C.** $y^{(2018)}=\mathrm{e}^{2x}$. **D.** $y^{(2018)}=2^{2018}.x.\mathrm{e}^{2x}$.

Lời giải

Chọn B

$y'=2.\mathrm{e}^{2x}$;

$y''=2^2.\mathrm{e}^{2x}$;

$y^{(3)}=2^3.\mathrm{e}^{2x}$;

….

$y^{(n)} = 2^n.e^{2x}$ $(*)$.

Thật vậy

Với $n=1$ công thức $(*)$ đúng.

Giả sử $(*)$ đúng với $n=k$, tức là ta có $y^{(k)} = 2^k.e^{2x}$.

Khi đó $y^{(k+1)} = 2^k.2.e^{2x} = 2^{k+1}.e^{2x}$.

Vậy $(*)$ đúng với mọi $n \in \mathbb{N}$.

Vậy $y^{(2018)} = 2^{2018}.e^{2x}$.

Câu 20: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là $0,6\%$ mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi.

A. 31 tháng. **B.** 35 tháng. **C.** 30 tháng. **D.** 40 tháng.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức: $T_n = \frac{a}{r}\left[(1+r)^n - 1\right](1+r)$.

Để anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệuthì ta có:

$T_n > 100 \Leftrightarrow \frac{3}{0,6\%}\left[(1+0,6\%)^n - 1\right](1+0,6\%) > 100 \Leftrightarrow n > \log_{1,006}\frac{603}{503} \approx 30,3$.

Vậy sau ít nhất 31 tháng thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi.

Câu 21: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Hàm số nào sau đây đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y = \left(\sqrt{2}-1\right)^x$. **B.** $y = \log_2\left(x^2+1\right)$.

C. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 3$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

- Xét hàm số $y = \left(\sqrt{2}-1\right)^x$ có cơ số $a = \sqrt{2}-1 \in (0;1)$ nên hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.Vậy A sai.
- Xét hàm số $y = \log_2\left(x^2+1\right)$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$

  $y' = \frac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2}$ không mang dấu dương tren tờn miền xác định nên không thể đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.Vậy B sai
- Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có $y' = 4x\left(x^2-1\right) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{array}\right.$ nên hàm số không đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.Vậy D sai.
- Xét hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 3$

  $y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0$ (Dấu "=" xảy ra tại $x=1$)

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 22: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Một người gửi số tiền 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6% /năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (lãi kép). Hỏi sau 3 năm, số tiền trong ngân hàng của người đó gần bằng bao nhiêu, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi (kết quả làm tròn đến triệu đồng).

A. 337 triệu đồng. **B.** 360 triệu đồng. **C.** $357,3$ triệu đồng. **D.** 350 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

Số tiền của người đó sau năm thứ nhất là $A_1 = 300.10^6\left(1+\frac{6}{100}\right)$

Số tiền của người đó sau năm thứ hai là $A_2 = A_1\left(1+\frac{6}{100}\right) = 300.10^6\left(1+\frac{6}{100}\right)^2$

Số tiền của người đó sau năm thứ ba là $A_3 = A_2\left(1+\frac{6}{100}\right) = 300.10^6\left(1+\frac{6}{100}\right)^3 = 357304800$.

Câu 23: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $9^x - 2.6^x + m.4^x = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m \le 1$. **B.** $m < -1$ hoặc $m > 1$.

C. $0 < m < 1$. **D.** $m \ge -1$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình: $9^x - 2.6^x + m.4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{9}{4}\right)^x - 2.\left(\frac{6}{4}\right)^x + m = 0$

Cách 1: Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$, điều kiện $t > 0$ ta được phương trình $t^2 - 2.t + m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t = -m\ (2)$

Để phương trình có hai nghiệm trái dấu thì phương trình (2) có hai nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t$ trên $(0;+\infty)$ ta có $f'(t) = 2t - 2 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

BBT:

t	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$			0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $-1 < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Cách 2: Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t, t > 0$ ta được phương trình $g(t) = t^2 - 2.t + m = 0\ (2)$

Ta thấy: $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow 0 < \left(\frac{3}{2}\right)^{x_1} < 1 < \left(\frac{3}{2}\right)^{x_2} \Rightarrow 0 < t_1 < 1 < t_2$

Do đó cần tìm m để pt (2) có hai nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$.

ĐK: $\begin{cases}\Delta' = 1-m > 0\\ t_1+t_2 = 2 > 0\\ t_1+t_2 = m > 0\\ (t_1-1)(t_2-1) = m-2+1 < 0\end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$

Câu 24: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình: $1+\log_5\left(x^2+1\right) \ge \log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $-1 < m \le 0$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $2 < m \le 3$. **D.** $2 < m < 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$1+\log_5\left(x^2+1\right) \ge \log_5\left(mx^2+4x+m\right) \Leftrightarrow \log_5\left(5x^2+5\right) \ge \log_5\left(mx^2+4x+m\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2+4x+m > 0\\ 5x^2+5 \ge mx^2+4x+m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2+4x+m > 0 \ (1)\\ (m-5)x^2+4x+(m-5) \le 0 \ (2)\end{cases}$$

Để bất phương trình đã cho thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$ điều kiện là cả (1) và (2) đều thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điều kiện là $\begin{cases} 0 < m < 5\\ 4-m^2 < 0\\ 4-(m-5)^2 \le 0\end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \le 3.$

Câu 25: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho x, y là các số dương thỏa mãn $xy \le 4y-1$. Giá trị nhỏ nhất của: $P = \dfrac{6(2x+y)}{x} + \ln\dfrac{x+2y}{y}$ là $a+\ln b$. Giá trị của tích ab là

A. $ab = 18$. **B.** $ab = 81$. **C.** $ab = 28$. **D.** $ab = 82$.

Lời giải

Chọn B

Với $x > 0, y > 0$ ta có

$$xy \le 4y-1 \Leftrightarrow \frac{x}{y} < -\frac{1}{y^2}+\frac{4}{y} \Leftrightarrow \frac{x}{y} < -\left(\frac{1}{y^2}-2.2.\frac{1}{y}+4\right)+4 \Leftrightarrow \frac{x}{y} < 4-\left(\frac{1}{y}-2\right)^2 \Rightarrow \frac{x}{y} \le 4.$$

Vậy $0 < \dfrac{x}{y} \le 4$.

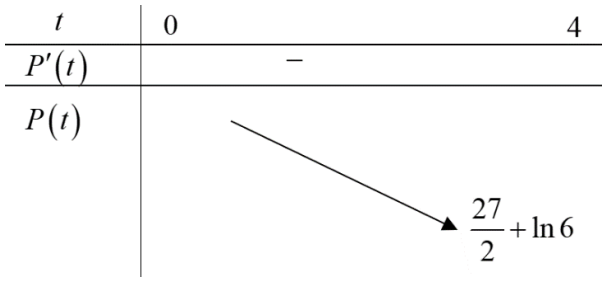
$$P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln\frac{x+2y}{y} = 12+6.\frac{y}{x}+\ln\left(\frac{x}{y}+2\right).$$

Đặt $t = \dfrac{x}{y} \Rightarrow 0 < t \le 4$.

$$P(t) = 12+6\frac{1}{t}+\ln(t+2) \Rightarrow P'(t) = -\frac{6}{t^2}+\frac{1}{t+2} = \frac{t^2-6t-12}{t^2(t+2)}.$$

$$P'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2-6t-12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3-\sqrt{21}\,(L)\\ t = 3+\sqrt{21}\,(TM)\end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên



Vậy $a.b=81$.

Câu 26: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hàm số $y=f(x)=2018\ln\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{2018}}+\sqrt{\mathrm{e}}\right)$. Tính giá trị biểu thức

$$T=f'(1)+f'(2)+...+f'(2017).$$

A. $T=\dfrac{2019}{2}$. **B.** $T=1009$. **C.** $T=\dfrac{2017}{2}$. **D.** $T=1008$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(t)=\dfrac{\mathrm{e}^t}{\mathrm{e}^t+\sqrt{\mathrm{e}}}$ ta có $g(1-t)=\dfrac{\mathrm{e}^{1-t}}{\mathrm{e}^{1-t}+\sqrt{\mathrm{e}}}=\dfrac{\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}^t}}{\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}^t}+\sqrt{\mathrm{e}}}=\dfrac{\sqrt{\mathrm{e}}}{\sqrt{\mathrm{e}}+\mathrm{e}^t}$.

Khi đó $g(t)+g(1-t)=\dfrac{\mathrm{e}^t}{\mathrm{e}^t+\sqrt{\mathrm{e}}}+\dfrac{\sqrt{\mathrm{e}}}{\sqrt{\mathrm{e}}+\mathrm{e}^t}=1$. (*)

Xét hàm số $y=f(x)=2018\ln\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{2018}}+\sqrt{\mathrm{e}}\right)$ ta có $y'=f'(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{x}{2018}}}{\mathrm{e}^{\frac{x}{2018}}+\sqrt{\mathrm{e}}}$.

Do $\dfrac{1}{2018}+\dfrac{2017}{2018}=1$ nên theo (*) ta có $f'(1)+f'(2017)=f'\left(\dfrac{1}{2018}\right)+f'\left(\dfrac{2017}{2018}\right)=1$.

Khi đó ta có $T=f'(1)+f'(2)+...+f'(2017)$

$=\left[f'(1)+f'(2017)\right]+\left[f'(2)+f'(2016)\right]+...+\left[f'(1008)+f'(1010)\right]+f'(1009)$

$=1+1+...+1+\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{1009}{2018}}}{\mathrm{e}^{\frac{1009}{2018}}+\sqrt{\mathrm{e}}}=1008+\dfrac{1}{2}=\dfrac{2017}{2}$

Câu 27: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m+1).16^x-2(2m-3).4^x+6m+5=0$ có 2 nghiệm trái dấu là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=4^x$, $t>0$, khi đó phương trình trở thành: $(m+1)t^2-2(2m-3)t+6m+5=0$. (*)

Theo ycbt: $x_1<0<x_2\Rightarrow 0<4^{x_1}<1<4^{x_2}\Rightarrow 0<t_1<1<t_2$ trong đó $\begin{cases}t_1+t_2=\dfrac{2(2m-3)}{m+1}\\ t_1t_2=\dfrac{6m+5}{m+1}\end{cases}$

Cần có: $\begin{cases}\Delta' = (2m-3)^2 - (m+1)(6m+5) > 0 \\ t_1 + t_2 = \dfrac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ t_1 t_2 = \dfrac{(6m+5)}{m+1} \\ (t_1-1)(t_2-1) = \dfrac{(6m+5)}{m+1} - \dfrac{2(2m-3)}{m+1} + 1 < 0\end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < -1$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3;-2\}$.

Câu 28: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho 4 số thực dương a, b, x, y thỏa mãn: $a \neq 1$, $b \neq 1$ và $x^2 + y^2 = 1$. Biết rằng: $\log_a(x+y) > 0$; $\log_b(xy) < 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $0 < a < 1;\ b > 1$. **B.** $a > 1;\ b > 1$. **C.** $0 < a < 1;\ 0 < b < 1$. **D.** $a > 1;\ 0 < b < 1$.

Lời giải

Chọn B

Vì x, $y > 0$ và $x^2 + y^2 = 1$ nên ta đặt được $x = \sin\alpha$, $y = \cos\alpha$ với $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$.

Khi đó: $x + y = \sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Vì $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow \dfrac{\pi}{4} < \alpha + \dfrac{\pi}{4} < \dfrac{3\pi}{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{2}\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right) < \sqrt{2}$ hay $1 < x + y < \sqrt{2}$.

Khi đó ta có: $\begin{cases}\log_a(x+y) > 0 \\ x + y > 1\end{cases} \Rightarrow a > 1$

Lại có: $xy = \sin\alpha.\cos\alpha = \dfrac{1}{2}\sin 2\alpha$. Mà $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \dfrac{1}{2}\sin 2\alpha < \dfrac{1}{2}$ hay $0 < xy < \dfrac{1}{2}$.

Vậy: $\begin{cases}\log_b(xy) < 0 \\ 0 < xy < \dfrac{1}{2}\end{cases} \Rightarrow b > 1$.

Câu 29: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho các số $m > 0$, $n > 0$, $p > 0$ thỏa mãn $4^m = 10^n = 25^p$. Tính giá trị biểu thức $T = \dfrac{n}{2m} + \dfrac{n}{2p}$.

A. $T = 1$. **B.** $T = \dfrac{5}{2}$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = \dfrac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $4^m = 10^n \Rightarrow n = m\log 4 \Rightarrow \dfrac{n}{2m} = \dfrac{\log 4}{2} = \log 2$.

Vì $10^n = 25^p \Rightarrow n = p\log 25 \Rightarrow \dfrac{n}{2p} = \dfrac{\log 25}{2} = \log 5$.

Suy ra $T = \dfrac{n}{2m} + \dfrac{n}{2p} = \log 2 + \log 5 = \log 10 = 1$.

Câu 30: **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Trong thời gian liên tục 25 năm, một người lao động luôn gửi đúng 4.000.000 đồng vào một ngày cố định của tháng ở ngân hàng A với lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi tiền là 0.6%/ tháng. Gọi A đồng là số tiền người đó có được sau 25 năm. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $3.450.000.000 < A < 3.500.000.000$.
B. $3.400.000.000 < A < 3.450.000.000$.
C. $3.350.000.000 < A < 3.400.000.000$.
D. $3.500.000.000 < A < 3.550.000.000$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử tiền gửi vào đầu mỗi tháng.

Gọi a (đồng) là số tiền hàng tháng người lao động gửi vào ngân hàng, $r\%$ là lãi suất ngân hàng mỗi tháng, T_n (đồng) là số tiền cả gốc lẫn lãi người lao động nhận được vào n (tháng).

Cuối tháng thứ nhất, người đó có số tiền là: $T_1 = a + a.r = a(1+r)$.

Đầu tháng thứ hai, người đó có số tiền là: $T_2 = a(1+r) + a = a\left[(1+r)+1\right]$

$= \dfrac{a}{\left[(1+r)-1\right]}\left[(1+r)^2 - 1\right] = \dfrac{a}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right]$.

Cuối tháng thứ hai, người đó có số tiền là:

$T_3 = \dfrac{a}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right] + \dfrac{a}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right].r = \dfrac{a}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right](1+r)$.

Tương tự, lập luận như trên ta cũng có công thức tính số tiền nhận được vào cuối tháng thứ n, người đó có số tiền cả gốc lẫn lãi là: $T_n = \dfrac{a}{r}\left[(1+r)^n - 1\right](1+r)$.

Tóm tắt dữ liệu bài toán: $\begin{cases} a = 4.10^6 \text{ ñoàng} \\ r = 0.6\% = 0.006 \\ n = 25 \text{ naêm} = 300 \text{ thaùng} \end{cases}$.

$\Rightarrow T_{25} = \dfrac{4.10^6}{0.006}\left[(1+0.006)^{300} - 1\right](1+0.006) = 3.364.866.655$.

Khi đó: $3.350.000.000 < 3.364.866.655 < 3.400.000.000$. Thỏa mãn đáp án **C.**

Câu 31: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho a là số thực dương khác 1. Biểu thức $P = \log_a 2018 + \log_{\sqrt{a}} 2018 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2018 + ... + \log_{\sqrt[2018]{a}} 2018$ bằng:

A. $1009.2019.\log_a 2018$.
B. $2018.2019.\log_a 2018$.
C. $2018.\log_a 2018$.
D. $2019.\log_a 2018$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P = \log_a 2018 + \log_{\sqrt{a}} 2018 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2018 + ... + \log_{\sqrt[2018]{a}} 2018$.

$= \log_a 2018 + 2.\log_a 2018 + 3.\log_a 2018 + ... + 2018.\log_a 2018$.

$= (1+2+3+...+2018).\log_a 2018$.

$= \dfrac{2018}{2}(1+2018).\log_a 2018 = 1009.2019.\log_a 2018$.

Câu 32: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho phương trình $4^x - m.2^{x+1} + m + 2 = 0$, m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho phương trình trên có hai nghiệm dương phân biệt. Biết S là một khoảng có dạng $(a;b)$, tính $b-a$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4^x - m.2^{x+1} + m + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(2^x\right)^2 - 2m.2^x + m + 2 = 0$.

Đặt $t = 2^x > 0$, ta được $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$ (1)

YCBT $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm t_1, t_2 lớn hơn 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - (m+2) > 0 \\ (t_1 - 1) + (t_2 - 1) > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ t_1 + t_2 > 2 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 > 0 \end{cases}.$$

Theo hệ thức Viet ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 2m \\ t_1 t_2 = m + 2 \end{cases}$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 2 \\ m + 2 - 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -1 \end{array}\right. \\ m > 1 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (2;3) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow b - a = 1.$$

Câu 33: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5\left(\dfrac{4a+2b+5}{a+b}\right) = a + 3b - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$$\log_5\left(\frac{4a+2b+5}{a+b}\right) = a + 3b - 4 \Leftrightarrow \log_5(4a+2b+5) - \log_5 5(a+b) = 5(a+b) - (4a+2b+5)$$

$$\Leftrightarrow \log_5(4a+2b+5) + (4a+2b+5) = \log_5 5(a+b) + 5(a+b) \ (*)$$

Hàm số $f(t) = \log_5 t + t (t > 0)$ có $f'(t) = \dfrac{1}{t \ln 5} + 1 > 0$

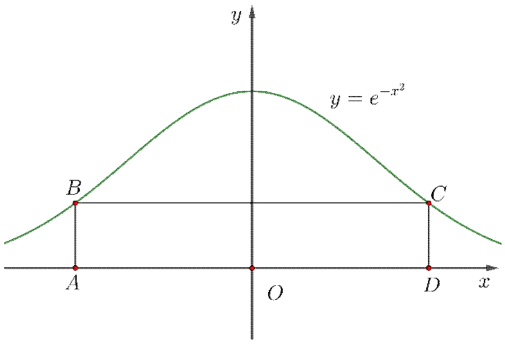
$f(t)$ đồng biến nên $(*) \Leftrightarrow f(4a+2b+5) = f(5(a+b)) \Leftrightarrow 4a+2b+5 = 5(a+b)$.

$4a+2b+5 = 5(a+b) \Leftrightarrow a = 5 - 3b$

$$T = a^2 + b^2 \Rightarrow T = (5-3b)^2 + b^2 = 10b^2 - 30b + 25 = 10\left(b - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} \geq \frac{5}{2}.$$

Vậy GTNN $T = \dfrac{5}{2}$.

Câu 34: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm số $y = \mathrm{e}^{-x^2}$ như hình vẽ. $ABCD$ là hình chữ nhật thay đổi sao cho B và C luôn thuộc đồ thị hàm số đã cho. AD nằm trên trục hoành. Giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là



A. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$. **B.** $\frac{2}{e}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{e}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{e}}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử điểm $C\left(x;e^{-x^2}\right)$ với $x>0$.

Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là $f(x)=2x.e^{-x^2}$.

Ta có $f'(x)=2e^{-x^2}-4x^2e^{-x^2}=2e^{-x^2}\left(1-2x^2\right)$.

$f'(x)=0 \Rightarrow x=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$	↘	

Vậy $\max S=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$.

Câu 35: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\log_3\left(-x^2+mx+2m+1\right)$ xác định với mọi $x\in(1;2)$

A. $m\ge-\frac{1}{3}$. **B.** $m\ge\frac{3}{4}$. **C.** $m>\frac{3}{4}$. **D.** $m<-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Hàm số xác định với mọi $x\in(1;2)$ khi $-x^2+mx+2m+1>0$, $\forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow f(x)=x^2-mx-2m-1<0$, $\forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow f(x)=0$ có hai nghiệm thỏa $x_1\le1<2\le x_2$

$\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)\le0\\f(2)\le0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3m\le0\\3-4m\le0\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\frac{3}{4}$.

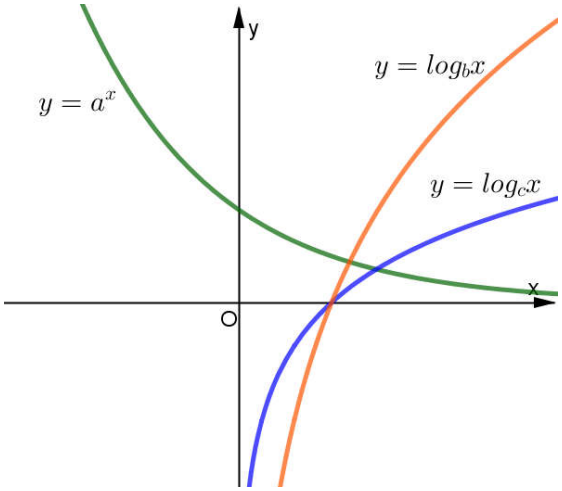
Cách 2: $-x^2+mx+2m+1>0,\ \forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow m>\dfrac{x^2-1}{x+2}=f(x)\ (*)\ ,\forall x\in(1;2)$

Ta có : $f'(x)=\dfrac{x^2-4x+1}{(x+2)^2}>0\ ,\ \forall x\in(1;2).$

Do đó để $(*)$ xảy ra thì : $m\geq f(2)=\dfrac{3}{4}$.

Câu 36: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho các hàm số $y=a^x$, $y=\log_b x, y=\log_c x$ có đồ thị như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng.

A. $c>b>a$. **B.** $b>a>c$. **C.** $a>b>c$. **D.** $b>c>a$.

Lời giải:

Chọn A

Hàm số $y=a^x$ đồ thị có dáng đi xuống từ trái sang phải nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$ do đó $0<a<1$ (1).

Hai hàm số $y=\log_b x$ và $y=\log_c x$ đồ thị có dáng đi lên từ trái sang phải nên đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ do đó $b>1>a,\ c>1>a$ (2).

Quan sát đồ thị ta thấy với $0<x<1$ thì $\log_b x<\log_c x$, suy ra $c>b$.

Quan sát đồ thị ta thấy với $x>1$ thì $\log_b x>\log_c x$, suy ra $c>b$.

Suy ra $1<b<c$ (3)

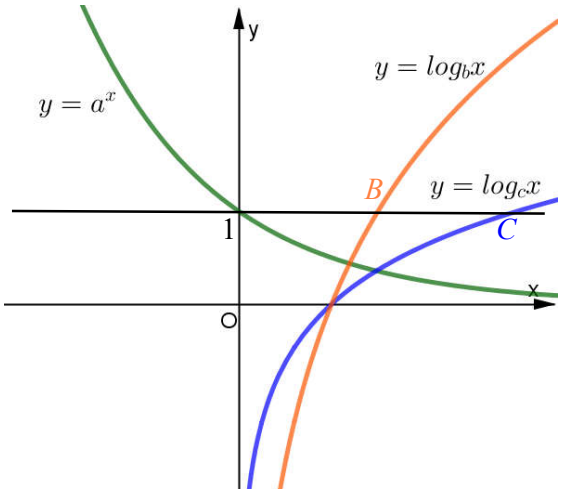
Từ (1), (2), (3) suy ra $c>b>a$.

Cách khác:

Dễ thấy $a<1$, $b>1$, $c>1$. Nên a là số nhỏ nhất.

Xét đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hai hàm số $y=\log_b x$ và $y=\log_c x$ lần lượt tại các điểm $B(b;1)$ và $C(c;1)$ (hình vẽ).

Dễ thấy $c>b$ vậy $c>b>a$.



Câu 37: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln\left(x^2+1\right) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left[-1;1\right]$. **D.** $\left(-\infty;-1\right]$.

Lời giải:

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = \dfrac{2x}{x^2+1} - m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$ khi và chỉ khi

$y' = \dfrac{2x}{x^2+1} - m \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{2x}{x^2+1} \ge m, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số $y = \dfrac{2x}{x^2+1}$ ta có $y' = \dfrac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	↘	-1	↗	1	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m \le -1$ thỏa điều kiện đề bài.

Câu 38: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $f\left(x\right) = \dfrac{1}{2}.5^{2x+1}$; $g\left(x\right) = 5^x + 4x.\ln 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'\left(x\right) > g'\left(x\right)$ là

A. $x < 0$. **B.** $x > 1$. **C.** $0 < x < 1$. **D.** $x > 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'\left(x\right) = \dfrac{1}{2}.5^{2x+1}.\left(2x+1\right)'.\ln 5 = 5^{2x+1}.\ln 5$.

Và: $g'\left(x\right) = 5^x.\ln 5 + 4\ln 5 = \left(5^x + 4\right)\ln 5$.

Do đó: $f'\left(x\right) > g'\left(x\right) \Leftrightarrow 5^{2x+1}.\ln 5 > \left(5^x+4\right)\ln 5 \Leftrightarrow 5^{2x+1} > 5^x + 4 \Leftrightarrow 5.5^{2x} - 5^x - 4 > 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5^x < -\dfrac{4}{5}\left(VN\right) \\ 5^x > 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow 5^x > 1 \Leftrightarrow x > 0$.

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là $x>0$.

Câu 39: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình $\frac{a}{3^x+3^{-x}}=3^x-3^{-x}$ có nghiệm duy nhất.

A. $a\in\mathbb{R}$. **B.** $-1<a<0$. **C.** $a>0$. **D.** không tồn tại a.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{a}{3^x+3^{-x}}=3^x-3^{-x}\Leftrightarrow a=\left(3^x+3^{-x}\right)\left(3^x-3^{-x}\right)\Leftrightarrow a=3^{2x}-3^{-2x}\ (1)$.

Xét hàm số $f(x)=3^{2x}-3^{-2x}$.

Có $f'(x)=2.3^{2x}+2.3^{-2x}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó, hàm số $y=f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra với mọi giá trị của a thì (1) luôn có nghiệm duy nhất.

Câu 40: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\log_{100}a=\log_{40}b=\log_{16}\frac{a-4b}{12}$. Giá trị $\frac{a}{b}$ bằng

A. 4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\log_{100}a=\log_{40}b=\log_{16}\frac{a-4b}{12}=t$. Ta có $a=100^t$, $b=40^t$, $\frac{a-4b}{12}=16^t$.

Suy ra $100^t-4.40^t=12.16^t\Leftrightarrow 12.\left(\frac{4}{25}\right)^t+4.\left(\frac{2}{5}\right)^t-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{5}\right)^t=\frac{1}{6}\\ \left(\frac{2}{5}\right)^t=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Do đó $\left(\frac{2}{5}\right)^t=\frac{1}{6}\Rightarrow\frac{a}{b}=\left(\frac{100}{40}\right)^t=\left(\frac{5}{2}\right)^t=6$.

Câu 41: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau mà số đó nhất thiết phải có mặt các chữ số 1, 2, 5?

A. 684. **B.** 648. **C.** 846. **D.** 864.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tạo thành là $n=\overline{abcde}$.

- Trường hợp 1: a bất kỳ.

  Chọn 3 vị trí để đặt số 1, 2, 5 có $A_5^3=60$ cách.

  Chọn hai số còn lại có $A_4^2=12$.

  Theo quy tắc nhân ta có: $60.12=720$ số.

- Trường hợp 2: $a=0$.

  Chọn 3 vị trí để đặt số 1, 2, 5 có $A_4^3=24$ cách.

  Chọn một số còn lại có $A_3^1=3$.

  Theo quy tắc nhân ta có: $24.3=72$ số.

Số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là $720-72=648$ số.

Câu 42: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a=\log_6 b=\log_9(a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\log_4 a=\log_6 b=\log_9(a+b)=k \Rightarrow \begin{cases} a=4^k \\ b=6^k \\ a+b=9^k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b}=\left(\frac{2}{3}\right)^k>0 \ (1) \\ 4^k+6^k=9^k \ (2) \end{cases}$.

Có $(2) \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2k}+\left(\frac{2}{3}\right)^k-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{2}{3}\right)^k=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}(TM) \\ \left(\frac{2}{3}\right)^k=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}(L) \end{array}\right.$. Do đó $\frac{a}{b}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 43: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Tìm giá trị m để phương trình $2^{2|x-1|+1}+2^{|x-1|}+m=0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=3$. **B.** $m=\frac{1}{8}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=2^{|x-1|}$ $(t\geq 1)$.

Khi đó ta được phương trình $2t^2+t+m=0 \ (1)$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi (1) có nghiệm kép $t=1$ hoặc có một nghiệm $t=1$ và một nghiệm $t<1$.

Phương trình (1) có nghiệm $t=1 \Rightarrow 2+1+m=0 \Leftrightarrow m=-3$.

Thử lại: Với $m=-3$ ta được: $2t^2+t-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-\frac{3}{2} \end{array}\right.$.

Suy ra $m=-3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức: $N(t)=100.(0,5)^{\frac{t}{A}}(\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3574 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 63%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

A. 3784. **B.** 3833. **C.** 3834. **D.** 3843.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết ta có: $A=\frac{3574}{\log_{0,5}(0,65)}$.

Vậy tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó là $t = A.\log_{0,5}(0,63) \approx 3833$.

Câu 45: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Tập các giá trị của m để phương trình $4.\left(\sqrt{5}+2\right)^x + \left(\sqrt{5}-2\right)^x - m + 3 = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

A. $(-\infty;-1)\cup(7;+\infty)$. **B.** $(7;8)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(7;9)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \left(\sqrt{5}+2\right)^x$, $t > 0$, khi đó $x = \log_{\sqrt{5}+2} t$ và mỗi $t \in (0;1)$ cho ta đúng một nghiệm $x < 0$.

Phương trình đã cho được viết lại $4t + \frac{1}{t} + 3 = m\ (*)$. Suy ra bài toán trở thành tìm m để phương trình $(*)$ có đúng hai nghiệm $t \in (0;1)$.

Xét hàm số $f(t) = 4t + \frac{1}{t} + 3$ với $t \in (0;1)$.

Có $f'(t) = 4 - \frac{1}{t^2} = \frac{4t^2-1}{t^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{1}{2} \in (0;1) \\ t = -\frac{1}{2} \notin (0;1) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{1}{2}$		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	7	$\nearrow$	8

Dựa vào bảng biến thiên ta có $7 < m < 8$.

Câu 46: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Ông An gửi triệu đồng vào 320 ngân hàng ACB và VietinBank theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi vào ngân hàng ACB với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi vào ngân hàng VietinBank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Biết tổng số tiền lãi ông An nhận được ở hai ngân hàng là 26670725,95 đồng. Hỏi số tiền ông An lần lượt ở hai ngân hàng ACB và VietinBank là bao nhiêu (số tiền được làm tròn tới hàng đơn vị)?

A. 180 triệu đồng và 140 triệu đồng. **B.** 120 triệu đồng và 200 triệu đồng.

C. 200 triệu đồng và 120 triệu đồng. **D.** 140 triệu đồng và 180 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tiền ông An gửi ở ngân hàng ACB là x (triệu đồng).

Số tiền ông An gửi ở ngân hàng VietinBank là $320 - x$ (triệu đồng).

Khi gửi ở ngân hàng ACB với lãi suất 2,1% một quý thì số tiền cả vốn và lãi ông An nhận được khi gửi ở ngân hàng ACB sau 15 tháng là $x(1+0,021)^5 = 1,021^5.x$ (triệu đồng).

Số tiền lãi ông An nhận được khi gửi ở ngân hàng ACB sau 15 tháng là: $\left(1,021^5-1\right).x$ (triệu đồng).

Khi gửi ở ngân hàng VietinBank với lãi suất $0,73\%$ một tháng trong thời gian 9 tháng thì số tiền cả vốn và lãi ông An nhận được là: $(320-x)(1+0.0073)^9=1.0073^9(320-x)$ (triệu đồng).

Số tiền lãi ông An nhận được khi gửi ở ngân hàng VietinBank với lãi suất $0,73\%$ một tháng trong thời gian 9 tháng là $\left(1.0073^9-1\right).(320-x)$ (triệu đồng)

Tổng số lãi lãi ông An nhận được ở hai ngân hàng là $26670725,95$ đồng nên ta có phương trình $\left(1,021^5-1\right).x+\left(1.0073^9-1\right).(320-x)=26,67072595$.

Giải phương trình ta tìm được $x=120$.

Vậy ông An gửi ở ngân hàng ACB là 120 (triệu đồng) và ngân hàng VietinBank 200 (triệu đồng).

Câu 47: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Gọi A là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho tập nghiệm của phương trình $x.2^x=x(x-m+1)+m\left(2^x-1\right)$ có hai phần tử. Tìm số phần tử của A.

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $x.2^x=x(x-m+1)+m\left(2^x-1\right)$

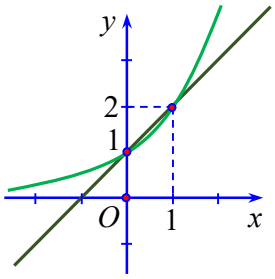
$$\Leftrightarrow (x-m)\left(2^x-x-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ 2^x=x+1 \end{array}\right.$$

Mà phương trình $2^x=x+1$ có hai nghiệm là $x=0$; $x=1$.

Thật vậy: dựa vào hình vẽ

❍ Với $x\le 0$ hoặc $x\ge 1$ thì $2^x\ge x+1$, đẳng thức xảy ra khi $x=0$ hoặc $x=1$.

❍ Với $0<x<1$ thì $2^x<x+1 \Rightarrow$ phương trình $2^x=x+1$ vô nghiệm.



Do đó tập A có hai phần tử khi $m=0$ hoặc $m=1$.

Câu 48: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho biểu thức $A=\log\left(2017+\log\left(2016+\log\left(2015+\log\left(...+\log(3+\log 2)...\right)\right)\right)\right)$. Biểu thức A có giá trị thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(\log 2017;\ \log 2018)$. **B.** $(\log 2019;\ \log 2020)$.

C. $(\log 2018;\ \log 2019)$. **D.** $(\log 2020;\ \log 2021)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2017+\log\left(2016+\log\left(2015+\log\left(...+\log(3+\log 2)...\right)\right)\right)>2017+\log 2016$

$>2017+3=2020$.

$\Rightarrow A>\log 2020$.

Câu 49: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m^2-5=0$ có hai nghiệm phân biệt ?

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4^x-m.2^{x+1}+2m^2-5=0\Leftrightarrow 4^x-2m.2^x+2m^2-5=0$.

Đặt $t=2^x$, $t>0$, ta được phương trình: $t^2-2mt+2m^2-5=0\ (1)$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\S>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+5>0\\2m>0\\2m^2-5>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{5}<m<\sqrt{5}\\\left[\begin{array}{l}m<-\dfrac{\sqrt{10}}{2}\\m>\dfrac{\sqrt{10}}{2}\end{array}\right.\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{10}}{2}<m<\sqrt{5}.$$

Vậy $m=2$ là giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Câu 50: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+3m-3=0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $4^x-m.2^{x+1}+3m-3=0(1)\Leftrightarrow 4^x-2m.2^x+3m-3=0$.

Đặt $t=2^x$, $(t>0)$ ta có phương trình $t^2-2mt+3m-3=0(2)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm t_1,t_2 thỏa mãn $0<t_1<1<t_2\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-3m+3>0\\3m-3>0\\m>0\\(t_1-1)(t_2-1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\t_1.t_2-(t_1+t_2)+1<0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\3m-3-2m+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\m<2\end{cases}\Leftrightarrow m\in(1;2).$$

Câu 51: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Hàm số $y=\log_2\left(4^x-2^x+m\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m<\frac{1}{4}$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ge\frac{1}{4}$. **D.** $m>\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $4^x - 2^x + m > 0$.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $4^x - 2^x + m > 0 \ (1) \ \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = 2^x \ (t > 0)$, khi đó bất phương trình (1) trở thành: $t^2 - t + m > 0 \ \forall t > 0$.

Cách 1:

Xét hàm số $f(t) = t^2 - t$, $\forall t > 0$. Ta có $f'(t) = 2t - 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Lập bảng biến thiên ta tìm được $\min\limits_{(0;+\infty)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

Để bất phương trình $t^2 - t + m > 0$, $\forall t > 0$ thì $-m < -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Cách 2:

TH1: $\Delta = 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$, ta có $t^2 - t + m > 0 \ \forall t \in \mathbb{R}$ (thỏa yêu cầu bài toán)

TH2: $\Delta = 1 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$, ta có $t^2 - t + \frac{1}{4} > 0 \ \forall t \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

TH3: $\Delta = 1 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$. Ta có $t^2 - t + m = 0 \ (2)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Khi đó $x_1 + x_2 = 1 > 0$ nên phương trình (2) không thể có hai nghiệm âm.

Suy ra $t^2 - t + m$ không thể luôn dương với mọi $t > 0$.

Vậy $m > \frac{1}{4}$.

Câu 52: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $4 \le m \le 3\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2} \le m \le 5$. **C.** $0 < m \le 5$. **D.** $4 \le m \le 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + 2^{2-\sin^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + \frac{4}{2^{\sin^2 x}} = m \ (*)$.

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$, $t \in [1;2]$, $(*)$ trở thành $t + \frac{4}{t} = m$.

Xét hàm số $f(t) = t + \frac{4}{t}$ với $t \in [1;2]$. Ta có $f'(t) = 1 - \frac{4}{t^2} = \frac{t^2 - 4}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \notin (1;2) \\ t = -2 \notin (1;2) \end{array}\right.$.

Khi đó $f(1) = 5$; $f(2) = 4$. Do đó $\min\limits_{[1;2]} f(t) = 4$ và $\max\limits_{[1;2]} f(t) = 5$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm $t \in [1;2]$

$\Leftrightarrow \min\limits_{[1;2]} f(t) \le m \le \max\limits_{[1;2]} f(t) \Leftrightarrow 4 \le m \le 5$.

Vậy: $4 \le m \le 5$.

Câu 53: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Bất phương trình $\ln(2x^2+3) > \ln(x^2+ax+1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x khi:

A. $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$. **B.** $0 < a < 2\sqrt{2}$. **C.** $0 < a < 2$. **D.** $-2 < a < 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln(2x^2+3) > \ln(x^2+ax+1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+ax+1>0 \\ 2x^2+3>x^2+ax+1 \end{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+ax+1>0 \\ x^2-ax+2>0 \end{cases} \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2-4<0 \\ a^2-8<0 \end{cases} \Leftrightarrow a^2-4<0 \Leftrightarrow -2<a<2$.

Câu 54: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Ông A vay ngân hàng 96 triệu đồng với lãi suất 1% tháng theo hình thức mỗi tháng trả góp số tiền giống nhau sao cho sau đúng 2 năm thì hết nợ. Hỏi số tiền ông phải trả hàng tháng là bao nhiêu? (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)

A. 4,53 triệu đồng. **B.** 4,54 triệu đồng. **C.** 4,51 triệu đồng. **D.** 4,52 triệu đồng.

Lời giải

Chọn D

Gọi số tiền hàng tháng ông A phải trả là a triệu đồng. Số tiền ông A nợ ban đầu là $A = 96$ triệu đồng.

Hết tháng thứ 1 ông A còn nợ số tiền là $T_1 = A(1+r) - a$.

Hết tháng thứ 2 ông A còn nợ số tiền là

$T_2 = (A(1+r)-a)(1+r) - a = A(1+r)^2 - a(1+r) - a$ Hết tháng thứ 3 ông A còn nợ số tiền là

$T_3 = A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r) - a$.

Cứ như vậy hết tháng thứ 24 ông A còn nợ số tiền là

$T_{24} = A(1+r)^{24} - a(1+r)^{23} - a(1+r)^{22} - ... - a(1+r) - a$.

Theo bài ra ta có:

$A(1+r)^{24} - a(1+r)^{23} - a(1+r)^{22} - ... - a(1+r) - a = 0$.

$\Leftrightarrow A(1+r)^{24} = a\left[(1+r)^{23} + (1+r)^{22} + ... + (1+r) + 1\right]$.

$\Leftrightarrow A(1+r)^{24} = a\dfrac{(1+r)^{24}-1}{1+r-1} \Leftrightarrow a = \dfrac{A.(1+r)^{24}.r}{(1+r)^{24}-1} \Leftrightarrow a \approx 4{,}519$ triệu đồng.

Câu 55: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Tích $(2017)!\left(1+\dfrac{1}{1}\right)^1\left(1+\dfrac{1}{2}\right)^2 ...\left(1+\dfrac{1}{2017}\right)^{2017}$ được viết dưới dạng a^b, khi đó $(a;\ b)$ là cặp nào trong các cặp sau ?

A. $(2018;\ 2017)$. **B.** $(2019;\ 2018)$. **C.** $(2015;\ 2014)$. **D.** $(2016;\ 2015)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(2017)!\left(1+\frac{1}{1}\right)^1\left(1+\frac{1}{2}\right)^2...\left(1+\frac{1}{2017}\right)^{2017}=(2017)!\left(\frac{2}{1}\right)^1\left(\frac{3}{2}\right)^2...\left(\frac{2017}{2016}\right)^{2016}\left(\frac{2018}{2017}\right)^{2017}$

$=(2017)!\frac{1}{1}.\frac{1}{2}.\frac{1}{3}...\frac{1}{2016}.\frac{2018^{2017}}{2017}=2018^{2017}$.

Vậy $a=2018;\ b=2017$.

Câu 56: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép (tức là tiền lãi được cộng vào vốn của kỳ kế tiếp). Ban đầu người đó gửi với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất $2,1\%$/kỳ hạn, sau 2 năm người đó thay đổi phương thức gửi, chuyển thành kỳ hạn 1 tháng với lãi suất $0,65\%$/tháng. Tính tổng số tiền lãi nhận được (làm tròn đến nghìn đồng) sau 5 năm.

A. 98217000 (đồng). **B.** 98215000 (đồng).

C. 98562000 (đồng). **D.** 98560000 (đồng).

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét 2 năm đầu tiên, số tiền lãi nhận được là

$$L_1=200.10^6\left(1+2,1\%\right)^{\frac{2.12}{3}}-200.10^6 \text{ (đồng).}$$

Xét 3 năm tiếp theo, số tiền lãi nhận được là

$$L_2=\left(200.10^6+L_1\right)\left(1+0,65\%\right)^{3.12}-\left(200.10^6+L_1\right) \text{ (đồng).}$$

Tổng số tiền lãi nhận được sau 5 năm là $L_1+L_2=98216716,73$ (đồng).

Câu 57: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\ln\left(\cos x+2\right)-mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right]$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$. **C.** $\left[-\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left[-\frac{1}{\sqrt{3}};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=\frac{-\sin x}{\cos x+2}-m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\frac{-\sin x}{\cos x+2}-m\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow -\sin x-m\cos x\ge 2m,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\sin\left(x+\alpha\right)\le\frac{-2m}{\sqrt{m^2+1}},\forall x\in\mathbb{R}$ (với $\sin\alpha=\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$)

$\Leftrightarrow\frac{-2m}{\sqrt{m^2+1}}\ge 1\Leftrightarrow -2m\ge\sqrt{m^2+1}\Leftrightarrow\begin{cases}-2m\ge 0\\4m^2\ge m^2+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 0\\m\in\left(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{3}}\right]\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$.

Câu 58: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Tìm tập các giá trị thực của tham số m để phương trình $4\left(\sqrt{2}+1\right)^x+\left(\sqrt{2}-1\right)^x-m=0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt.

A. $(2;4)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(4;5)$. **D.** $(5;6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4\left(\sqrt{2}+1\right)^x+\left(\sqrt{2}-1\right)^x-m=0\Leftrightarrow 4\left(\sqrt{2}+1\right)^x+\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}+1\right)^x}-m=0$ (1)

Đặt $\left(\sqrt{2}+1\right)^x=t$, $(t>0)$ ta có phương trình $4t+\dfrac{1}{t}-m=0$ (2).

Phương trình (1) có đúng hai nghiệm âm $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có đúng hai nghiệm t thỏa mãn $0<t<1$.

Xét hàm số $f(t)=4t+\dfrac{1}{t}$ trên khoảng $0<t<1$ ta có

$f'(t)=4-\dfrac{1}{t^2}$; giải phương trình $f'(t)=0\Leftrightarrow 4-\dfrac{1}{t^2}=0\Rightarrow t=\dfrac{1}{2}$.

Ta có bảng biến thiên

t	0		$\frac{1}{2}$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0
$f(t)$	$+\infty$	↘	4	↗	5

Từ bảng biến thiên ta có $4<m<5$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 59: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=e^{10x+20}$. Tìm $f^{(2018)}(x)$.

A. $f^{(2018)}(x)=200.e^{10x+20}$. **B.** $f^{(2018)}(x)=10^{2018}.20^{1009}.e^{10x+20}$.

C. $f^{(2018)}(x)=10!.e^{10x+20}$. **D.** $f^{(2018)}(x)=10^{2018}.e^{10x+20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có

$f'(x)=\left(e^{10x+20}\right)'=(10x+20)'e^{10x+20}=10e^{10x+20}$;

$f''(x)=\left[f'(x)\right]'=\left(10e^{10x+20}\right)'=10^2e^{10x+20}$;

$f'''(x)=\left[f''(x)\right]'=\left(10^2e^{10x+20}\right)'=10^3e^{10x+20}$;

.....

$f^{(2018)}(x)=10^{2018}e^{10x+20}$

Câu 60: **(THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Chu kì bán rã của chất phóng xạ Plutolium Pu^{239} là 24360 năm (tức là một lượng chất Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy còn một nửa). Sự

phân hủy này được tính theo công thức $S = Ae^{-rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm, t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t. Hỏi 20 gam Pu^{239} sau ít nhất bao nhiêu năm thì phân hủy còn 4 gam ?

A. 56563 năm. **B.** 56562 năm. **C.** 56561 năm. **D.** 56564 năm.

Lời giải

Chọn A

Vì Pu^{239} có chu kì bán rã là 24360 năm nên với 20 gam Pu^{239} ta có :

$10 = 20.e^{-r.24360} \Leftrightarrow -r.24360 = \ln\frac{1}{2} \Leftrightarrow r = \frac{\ln 2}{24360}$.

Theo bài ra ta có phương trình $4 = 20.e^{-rt} \Leftrightarrow -rt = \ln\frac{1}{5} \Leftrightarrow rt = \ln 5 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 5}{r}$.

Suy ra $t \approx 56562,2$.

Vậy sau ít nhất 56563 năm thì 20 gam Pu^{239} sẽ phân hủy còn 4 gam.

Câu 61: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho phương trình $4^{\sqrt{1-x^2}} - (m-2).2^{\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10;20]$ để phương trình có nghiệm ?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x \in [-1;1]$.

Với $\forall x \in [-1;1]$ thì $0 \le \sqrt{1-x^2} \le 1$, do đó, $2^0 \le 2^{\sqrt{1-x^2}} \le 2^1$ hay $1 \le 2^{\sqrt{1-x^2}} \le 2$.

Đặt $t = 2^{\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow t \in [1;2]$. Phương trình trở thành: $t^2 - (m-2)t + 2m + 1 = 0$

$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 1 = m(t-2) \Leftrightarrow \frac{t^2+2t+1}{t-2} = m$ (do $t = 2$ không là nghiệm của phương trình).

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2+2t+1}{t-2}$ trên $[1;2)$.

Có $f'(x) = \frac{t^2-4t-5}{(t-2)^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \notin [1;2) \\ x = 5 \notin [1;2) \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		1		2	$+\infty$
y'			$-$			
y			-4	$\searrow$	$-\infty$	

Do đó, để phương trình đã cho có nghiệm thì $m \le -4$.

Suy ra, giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10;20]$ để phương trình có nghiệm là $m \in \{-10;-9;-8;-7;-6;-5;-4\}$.

Vậy có 7 giá trị cần tìm của m.

Câu 62: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{3}}^2(x+1)^2+4(m-5)\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{x+1}+4m-4=0$ (1). Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên âm để phương trình (1) có nghiệm thực trong đoạn $\left[-\frac{2}{3};2\right]$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Trên đoạn $\left[-\frac{2}{3};2\right]$ thì phương trình luôn xác định.

Với m nguyên âm ta có $m\neq 1$, do đó

$(1)\Leftrightarrow 4(m-1)\log_{\frac{1}{3}}^2(x+1)-4(m-5)\log_{\frac{1}{3}}(x+1)+4m-4=0$

$\Leftrightarrow (m-1)\log_{\frac{1}{3}}^2(x+1)-(m-5)\log_{\frac{1}{3}}(x+1)+m-1=0$

Đặt $t=\log_{\frac{1}{3}}(x+1)$, với $x\in\left[-\frac{2}{3};2\right]$ thì $-1\le t\le 1$. Ta có phương trình:

$(m-1)t^2-(m-5)t+m-1=0\Leftrightarrow m(t^2-t+1)=t^2-5t+1$

$\Leftrightarrow m=\frac{t^2-5t+1}{t^2-t+1}$ (2)

Xét hàm số $f(t)=\frac{t^2-5t+1}{t^2-t+1}$ với $-1\le t\le 1$.

Ta có $f'(t)=\frac{4t^2-4}{(t^2-t+1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-1\end{array}\right.$.

$f(-1)=\frac{7}{3}$, $f(1)=-3$

Do đó $\min\limits_{[-1;1]}f(t)=-3$ và $\max\limits_{[-1;1]}f(t)=\frac{7}{3}$.

Phương trình đã cho có nghiệm thực trong đoạn $\left[-\frac{2}{3};2\right]$ khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm $t\in[-1;1]\Leftrightarrow\min\limits_{[-1;1]}f(t)\le m\le\max\limits_{[-1;1]}f(t)\Leftrightarrow -3\le m\le\frac{7}{3}$.

Như vậy, các giá trị nguyên âm m để phương trình (1) có nghiệm thực trong đoạn $\left[-\frac{2}{3};2\right]$ là $\{-3;-2;-1\}$.

Câu 63: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x=\log_{12} y=\log_{16}(x+y)$ và $\frac{x}{y}=\frac{-a+\sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $P=a.b$.

A. $P=6$. **B.** $P=5$. **C.** $P=8$. **D.** $P=4$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\log_9 x=\log_{12} y=\log_{16}(x+y)$.

$\Rightarrow x=9^t,\ y=12^t,\ x+y=16^t$.

$$\Rightarrow 9^t+12^t=16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t}+\left(\frac{3}{4}\right)^t=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{4}\right)^t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\ \text{(loại)}\\ \left(\frac{3}{4}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

Vậy $\frac{x}{y}=\left(\frac{3}{4}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\ b=5\end{cases}\Rightarrow a.b=5$.

Câu 64: **(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Để tiết kiệm năng lượng, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân với theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ 11 đến số 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30,…. Bậc 1 có giá là 800 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ $n+1$ tăng so với giá của mỗi số ở bậc thứ n là 2,5%. Gia đình ông A sử dụng hết 347 số trong tháng 1, hỏi tháng 1 ông A phải đóngbao nhiêu tiền ? (đơn vị là đồng, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $x\approx 415481,84$. **B.** $x\approx 402832,28$. **C.** $x\approx 402903,08$. **D.** $x\approx 433868,89$.

Lời giải

Chọn D

Gọi u_1 là số tiền phải trả cho 10 số điện đầu tiên. u_1=10. 800= 8000 (đồng)

u_2 là số tiền phải trả cho các số điện từ 11 đến 20: $u_2=u_1(1+0,025)$

u_{34} là số tiền phải trả cho các số điện từ 331 đến 340: $u_{34}=u_1(1+0,025)^{33}$

Số tiền phải trả cho 340 số điện đầu tiên là: $S_1=u_1.\frac{1-(1+0,025)^{34}}{1-(1+0,025)}=420903,08$

Số tiền phỉ trả cho các số điện từ 341 đến 347 là: $S_2=7.800(1+0,025)^{34}=12965,80$

Vậy tháng 1 gia đình ông A phải trả số tiền là: $S=S_1+S_2=433868,89$ (đồng).

Câu 65: **(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** n là số rự nhiên thỏa mãn phương trình $3^x-3^{-x}=2\cos nx$ có 2018 nghiệm. Tìm số nghiệm của phương trình $9^x+9^{-x}=4+2\cos 2nx$.

A. 4036. **B.** 2018. **C.** 4035. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn A

$9^x+9^{-x}=4+2\cos 2nx \Leftrightarrow 9^x+9^{-x}-2.3^x.3^{-x}=2+2\cos 2nx$

$$\Leftrightarrow \left(3^x-3^{-x}\right)^2=4\cos^2 nx \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3^x-3^{-x}=2\cos nx\ (1)\\ 3^x-3^{-x}=-2\cos nx\ (2)\end{array}\right.$$

Khi đó nếu (1) và (2) có nghiệm chung thì $3^x-3^{-x}=3^{-x}-3^x\Leftrightarrow 3^x=3^{-x}\Leftrightarrow x=0$

Thay $x=0$ vào (1) ta được $3^0-3^0=2\cos 0\Leftrightarrow 0=2$, tức là (1) và (2) không có nghiệm chung.

Mặt khác ta thấy nếu x_0 là nghiệm của (1) thì $-x_0$ sẽ là nghiệm của (2)

Mà (1) có 2018 nghiệm nên (2) cũng có 2018 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4036 nghiệm.

Câu 66: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Sự gia tăng dân số hàng năm (của một khu vực dân cư) được tính theo công thức tăng trưởng mũ: $S = A.\mathrm{e}^{n.r}$ trong đó A là số dân của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau n năm và r là tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm. Đầu năm 2010, dân số nước ta vào khoảng 86900000 người với tỉ lệ gia tăng dân số là $1,7\%$; biết sự gia tăng dân số được tính theo công thức tăng trưởng mũ. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm bao nhiêu, dân số nước ta ở mức 100 triệu người?

A. 2016. **B.** 2017. **C.** 2019. **D.** 2018.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo công thức tăng trưởng mũ: $S = A.\mathrm{e}^{n.r}$ ta có $n = \frac{1}{r}\ln\frac{S}{A}$.

Thay $S = 100$ triệu người, $A = 86900000$ người và $r = 1,7\%$ ta được: $n \approx 8,25$.

Vậy sau 9 năm dân số nước ta ở mức 100 triệu người.

Câu 67: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^{\sqrt{4x-x^2}} - 4.3^{\sqrt{4x-x^2}} + 2m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. 27. **B.** 25. **C.** 23. **D.** 21.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $4x - x^2 \ge 0 \Leftrightarrow 0 \le x \le 4$.

Xét $u = \sqrt{4x - x^2}$ với $0 \le x \le 4$.

Trên $(0;4)$, ta có: $u' = \frac{2-x}{\sqrt{4x-x^2}}$; $u' = 0 \Leftrightarrow x = 2$; $u(0) = 0$, $u(2) = 2$.

Vậy $0 \le u \le 2$.

Đặt $t = 3^{\sqrt{4x-x^2}}$. Khi $u \in [0;2]$ ta có miền giá trị của t là: $[1;9]$.

Phương trình $9^{\sqrt{4x-x^2}} - 4.3^{\sqrt{4x-x^2}} + 2m - 1 = 0(*)$ trở thành: $t^2 - 4t + 2m - 1 = 0(1)$

Phương trình $(*)$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm thuộc $[1;9]$.

$(1) \Leftrightarrow t^2 - 4t + 2m - 1 = 0$. Xét hàm số $f(t) = t^2 - 4t - 1, t \in [1,9]$, $f'(t) = 2t - 4$,

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Suy ra $\min\limits_{[1,9]} f(t) = f(2) = -5$, $\max\limits_{[1,9]} f(t) = f(9) = 44$.

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán $-5 \le -2m \le 44 \Leftrightarrow -22 \le m \le \frac{5}{2}$. Vậy có 25 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 68: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Bất phương trình $\log_2 \frac{x^2 - 6x + 8}{4x - 1} \ge 0$ có tập nghiệm là $T = \left(\frac{1}{4}; a\right] \cup [b; +\infty)$. Hỏi $M = a + b$ bằng

A. $M = 12$. **B.** $M = 8$. **C.** $M = 9$. **D.** $M = 10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2 \dfrac{x^2-6x+8}{4x-1} \ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-6x+8}{4x-1} \ge 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-10x+9}{4x-1} \ge 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{cases} x^2-10x+9 \ge 0 \\ 4x-1>0 \end{cases} \begin{cases} x^2-10x+9 \le 0 \\ 4x-1<0 \end{cases}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{4} < x \le 1 \\ x \ge 9 \end{array}\right.$.

Nên $T = \left(\dfrac{1}{4};1\right] \cup [9;+\infty) \Rightarrow M = a+b = 1+9 = 10$.

Câu 69: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Biết $S=[a;b]$ là tập nghiệm của bất phương trình $3.9^x - 10.3^x + 3 \le 0$. Tìm $T = b-a$.

A. $T = \dfrac{8}{3}$. **B.** $T = 1$. **C.** $T = \dfrac{10}{3}$. **D.** $T = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3.9^x - 10.3^x + 3 \le 0 \Leftrightarrow 3.\left(3^x\right)^2 - 10.3^x + 3 \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3} \le 3^x \le 3 \Leftrightarrow \log_3 \dfrac{1}{3} \le x \le \log_3 3$

$\Leftrightarrow -1 \le x \le 1$. Khi đó bất phương trình có tập nghiệm là $S=[-1;1]$, do vậy $T = 1-(-1) = 2$.

Câu 70: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m.3^{x^2-7x+12} + 3^{2x-x^2} = 9.3^{10-5x} + m$ có ba nghiệm thực phân biệt. Tìm số phần tử của S.

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$m.3^{x^2-7x+12} + 3^{2x-x^2} = 9.3^{10-5x} + m \Leftrightarrow m\left(3^{x^2-7x+12}-1\right) - 3^{2x-x^2}\left(3^{x^2-7x+12}-1\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left(3^{x^2-7x+12}-1\right)\left(m-3^{2x-x^2}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{x^2-7x+12}-1=0 \\ m-3^{2x-x^2}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=4 \\ 2x-x^2-\log_3 m = 0 (*) \end{array}\right.$.

Phương trình đã cho có ba nghiệm thực phân biệt, ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $(*)$ có một nghiệm $x=3$ và nghiệm còn lại khác 3 và 4.

Thay $x=3$ vào $(*)$ ta được $\log_3 m = -3 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{27}$. Khi đó $(*)$ trở thành

$-x^2+2x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$ (Thỏa yêu cầu).

Trường hợp 2: $(*)$ có một nghiệm $x=4$ và nghiệm còn lại khác 3 và 4.

Thay $x=4$ vào $(*)$ ta được $\log_3 m = -8 \Leftrightarrow m = 3^{-8}$.

Khi đó $(*)$ trở thành $-x^2+2x+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-2 \end{array}\right.$ (Thỏa yêu cầu).

Trường hợp 3: $(*)$ có nghiệm kép khác 3 và $4 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - \log_3 m = 0 \\ \log_3 m \neq -3 \\ \log_3 m \neq -8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 71: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Cho biểu thức $f(x) = \dfrac{1}{2018^x + \sqrt{2018}}$.

Tính tổng sau

$$S = \sqrt{2018}\left[f(-2017) + f(-2016) + ... + f(0) + f(1) + ... + f(2018)\right].$$

A. $S = \sqrt{2018}$. **B.** $S = \dfrac{1}{2018}$. **C.** $S = 2018$. **D.** $S = \dfrac{1}{\sqrt{2018}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(1-x) = \dfrac{1}{2018^{1-x} + \sqrt{2018}} = \dfrac{2018^x}{2018 + 2018^x\sqrt{2018}} = \dfrac{2018^x}{\sqrt{2018}\left(2018^x + \sqrt{2018}\right)}$.

$\Rightarrow f(x) + f(1-x) = \dfrac{1}{2018^x + \sqrt{2018}} + \dfrac{2018^x}{\sqrt{2018}\left(2018^x + \sqrt{2018}\right)} = \dfrac{1}{\sqrt{2018}}$.

Do $1 - 2018 = -2017$ nên $f(-2017) + f(2018) = \dfrac{1}{\sqrt{2018}}$.

$f(-2016) + f(2017) = \dfrac{1}{\sqrt{2018}}$,, $f(0) + f(1) = \dfrac{1}{\sqrt{2018}}$.

$\Rightarrow f(-2017) + f(-2016) + ... + f(0) + f(1) + ... + f(2018) = \sqrt{2018}$.

Vậy $S = 2018$.

Câu 72: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Cho phương trình $\log_2\left(x - \sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x + \sqrt{x^2-1}\right) = \log_6\left|x - \sqrt{x^2-1}\right|$. Biết phương trình có một nghiệm là 1 và một nghiệm còn lại có dạng $x = \dfrac{1}{2}\left(a^{\log_b c} + a^{-\log_b c}\right)$ (với a, c là các số nguyên tố và $a > c$).

Khi đó giá trị của $a^2 - 2b + 3c$ bằng:

A. 0. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ x - \sqrt{x^2-1} > 0 \end{cases}$ $(*)$

$\log_2\left(x - \sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x + \sqrt{x^2-1}\right) = \log_6\left|x - \sqrt{x^2-1}\right|$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x - \sqrt{x^2-1}\right).\log_3 \dfrac{1}{\left(x - \sqrt{x^2-1}\right)} = \log_6\left(x - \sqrt{x^2-1}\right)$

$\Leftrightarrow -\log_2\left(x - \sqrt{x^2-1}\right).\log_3 6.\log_6\left(x - \sqrt{x^2-1}\right) = \log_6\left(x - \sqrt{x^2-1}\right)$

$\Leftrightarrow \log_6\left(x - \sqrt{x^2-1}\right)\left[\log_3 6.\log_2\left(x - \sqrt{x^2-1}\right) + 1\right] = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0 & (1) \\ \log_3 6.\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)+1=0 & (2) \end{array}\right.$$

$(1) \Leftrightarrow x-\sqrt{x^2-1}=1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-1}=x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 1 \\ x^2-1=(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$

$(2) \Leftrightarrow \log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3 6=-1 \Leftrightarrow \log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6 3$

$\Leftrightarrow x-\sqrt{x^2-1}=2^{\log_6 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 2^{\log_6 3} \\ x^2-1=\left(2^{\log_6 3}-x\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\left(2^{\log_6 3}+2^{-\log_6 3}\right).$

$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\left(3^{\log_6 2}+3^{-\log_6 2}\right)$. (thỏa mãn $(*)$)

Như vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x=1$, $x=\frac{1}{2}\left(3^{\log_6 2}+3^{-\log_6 2}\right)$.

Khi đó $a=3$, $b=6$, $c=2$. Vậy $a^2-2b+3c=3$.

Câu 73: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_5^2 x-m\log_5 x+m+1=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2=625$.

A. Không có giá trị nào của m. **B.** $m=4$.

C. $m=-4$. **D.** $m=44$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình: $\log_5^2 x-m\log_5 x+m+1=0$ (1).

Điều kiện: $x>0$.

Đặt $t=\log_5 x$.

Phương trình trở thành: $t^2-mt+m+1=0$ (2).

Phương trình (1) có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2=625$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm thực t_1, t_2 thỏa mãn $t_1+t_2=4$

(vì $x_1x_2=5^{t_1}.5^{t_2}=5^{t_1+t_2}=625$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ S=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4m-4>0 \\ m=4 \end{cases} \Leftrightarrow m\notin\varnothing.$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa đề.

Câu 74: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=2^{2018}x^3+3.2^{2018}x^2-2018$ có đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3. Tính giá trị biểu thức: $P=\frac{1}{f'(x_1)}+\frac{1}{f'(x_2)}+\frac{1}{f'(x_3)}$

A. $P=3.2^{2018}-1$. **B.** $P=2^{2018}$. **C.** $P=0$. **D.** $P=-2018$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=3.2^{2018}\left(x^2+2x\right)$.

Do đồ thị hàm số $y=f(x)=2^{2018}x^3+3.2^{2018}x^2-2018$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 nên theo định lý vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-3 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=0 \\ x_1x_1x_3=\dfrac{2018}{2^{2018}} \end{cases}$ (1).

Ta có $f'(x_1)f'(x_2)=\left(3.2^{2018}\right)^2\left[(x_1x_2)^2+2x_1x_2(x_1+x_2)+4x_1x_2\right]$.

$f'(x_2)f'(x_3)=\left(3.2^{2018}\right)^2\left[(x_2x_3)^2+2x_2x_3(x_2+x_3)+4x_2x_3\right]$

$f'(x_1)f'(x_3)=\left(3.2^{2018}\right)^2\left[(x_1x_3)^2+2x_1x_3(x_1+x_3)+4x_1x_3\right]$

$\Rightarrow f'(x_1)f'(x_2)+f'(x_2)f'(x_3)+f'(x_3)f'(x_1)$

$=\left(3.2^{2018}\right)^2\left[(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_2)^2+4(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)\right]$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có $f'(x_1)f'(x_2)+f'(x_2)f'(x_3)+f'(x_3)f'(x_1)=0$ (3).

Mặt khác $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}=\dfrac{f'(x_1)f'(x_2)+f'(x_2)f'(x_3)+f'(x_3)f'(x_1)}{f'(x_1)f'(x_2)f'(x_2)}$ (4).

Thay (3) vào (4) ta có $P=0$.

Câu 75: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Để đóng học phí học đại học, bạn An vay ngân hàng số tiền 9.000.000 đồng, lãi suất 3% /năm trong thời hạn 4 năm với thể thức cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào nợ gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Sau 4 năm đến thời hạn trả nợ, hai bên thỏa thuận hình thức trả nợ như sau: "lãi suất cho vay được điều chỉnh thành $0,25\%$ /tháng, đồng thời hàng tháng bạn An phải trả nợ cho ngân hàng số tiền T không đổi và cứ sau mỗi tháng, số tiền T sẽ được trừ vào tiền nợ gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo". Hỏi muốn trả hết nợ ngân hàng trong 5 năm thì hàng tháng bạn An phải trả cho ngân hàng số tiền T là bao nhiêu ? (T được làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 182017 đồng. **B.** 182018 đồng. **C.** 182016 đồng. **D.** 182015 đồng.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức $T_n=A(1+r)^n$

Ta có số tiền cả gốc lẫn lãi bạn An vay ngân hàng sau 4 năm là:

$T_4=9000000(1+3\%)^4=10129579,29$ Sai ở đây: chưa làm tròn. Để kết quả cuối cùng mới làm tròn.

Gọi T là số tiền phải trả hàng tháng.

- Cuối tháng thứ 1 bạn An nợ: $A(1+r)$ và đã trả T đồng nên còn nợ $A(1+r)-T$

- Cuối tháng thứ 2 bạn An còn nợ: $\left[A(1+r)-T\right](1+r)-T=A(1+r)^2-T(1+r)-T$

- Cuối tháng thứ 3 bạn An còn nợ:

$\left[A(1+r)^2-T(1+r)-T\right](1+r)-T=A(1+r)^3-T(1+r)^2-T(1+r)-T$

.....

- Cuối tháng thứ n bạn An còn nợ:

$A(1+r)^n-T(1+r)^{n-1}-T(1+r)^{n-2}-...-T=A(1+r)^n-T\dfrac{(1+r)^n-1}{r}$

- Để bạn An trả hết nợ sau n tháng thì số tiền phải trả hàng tháng: $T=\dfrac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n-1}$

Số tiền này được trả sau 5 năm với lãi suất hàng tháng là $0,25\%$, nên bạn An mỗi tháng phải trả cho ngân hàng số tiền là: $T=\dfrac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n-1}=\dfrac{10145952,29.0,25\%.(1+0,25\%)^{5.12}}{(1+0,25\%)^{5.12}-1}=182015$.

Câu 76: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Ông Tú dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất $6,5\%$ một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x\in\mathbb{N}$) ông Tú gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy giá trị 30 triệu đồng.

A. 145 triệu đồng. **B.** 154 triệu đồng. **C.** 150 triệu đồng. **D.** 140 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức lãi kép, số tiền lãi ông Tú nhận được sau 3 năm là:

$y=x\left(1+\dfrac{6,5}{100}\right)^3-x=\left[(1,065)^3-1\right]x$.

Ta có: $\left[(1,065)^3-1\right]x=30\Leftrightarrow x=\dfrac{30}{(1,065)^3-1}\approx 144,27$ triệu.

Vậy ông Tú cần gửi ít nhất 145 triệu để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy giá trị 30 triệu đồng.

Câu 77: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Cho hai số thực dương *x,y* thỏa mãn $2^x+2^y=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=(2x^2+y)(2y^2+x)+9xy$ là:

A. 18. **B.** 12. **C.** 16. **D.** 21.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $4=2^x+2^y\ge 2\sqrt{2^x.2^y}\Leftrightarrow\sqrt{2^{x+y}}\le 2\Leftrightarrow x+y\le 2$.

Lại có: $xy\le\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2\le 1$.

Khi đó:

$P=\left(2x^2+y\right)\left(2y^2+x\right)+9xy=2\left(x^3+y^3\right)+4x^2y^2+10xy$

$=2(x+y)\left[(x+y)^2-3xy\right]+4(xy)^2+10xy$

$\le 4(4-3xy)+4(xy)^2+10xy=16+2(xy)^2+2xy(xy-1)\le 18$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 18 khi $x=y=1$.

Câu 78: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Đầu năm 2018. Ông A đầu tư 500 triệu vốn vào kinh doanh. Cứ sau mỗi năm thì số tiền của Ông tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên Ông A có số vốn lớn hơn 1 tỷ đồng.

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2024. **D.** 2025.

Lời giải

Chọn A

Ông A đầu tư 500 triệu vốn vào kinh doanh trong x năm.

Khi đó Ông A thu được cả vốn lẫn lãi sau x năm là $500.10^6(1+0,15)^x$ (Vì cứ sau mỗi năm thì số tiền của Ông tăng thêm 15% so với năm trước).

Ông A có số vốn lớn hơn 1 tỷ đồng thì $500.10^6(1+0,15)^x > 1000.10^6 \Leftrightarrow x > \log_{1,15} 2 \approx 4,96$.

Vậy sau 5 năm Ông A có số vốn lớn hơn 1 tỷ đồng. Tức là từ năm 2023 trở đi Ông A có số vốn lớn hơn 1 tỷ đồng.

Câu 79: **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Số nghiệm của phương trình $\frac{x^2}{2}+x-\ln\left(x^2-2\right)=2018$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=\frac{x^2}{2}+x-\ln\left(x^2-2\right)$ với $x\in\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Ta có $f'(x)=x+1-\frac{2x}{x^2-2}$; $f''(x)=1+\frac{2x^2+4}{\left(x^2-2\right)^2}>0, \forall x\in\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Nên suy ra hàm số $f'(x)=x+1-\frac{2x}{x^2-2}$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$ và $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Mặt khác $f'(2).f'\left(\sqrt{3}\right)=1.\left(1-\sqrt{3}\right)<0$ và $f'(-3).f'(-2)=-\frac{8}{7}.1<0$ nên $f'(x)$ có đúng một nghiệm $a\in\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$ và đúng một nghiệm $b\in\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		b		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$				$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(a)$	$\nearrow$	$+\infty$		$+\infty$	$\searrow$	$f(b)$	$\nearrow$	$+\infty$

Ta có $f(a)<f\left(-\sqrt{3}\right)=\frac{3}{2}-\sqrt{3}<2018$ và $f(b)<f\left(\sqrt{3}\right)=\frac{3}{2}+\sqrt{3}<2018$

Câu 80: Nên từ bảng biến thiên suy ra phương trình $\frac{x^2}{2}+x-\ln\left(x^2-2\right)=2018$ có 4 nghiệm.**(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\left(x^2-1\right)\right)\le -1$ là:

A. $S=\left[1;\sqrt{5}\right]$. **B.** $S=\left(-\infty;-\sqrt{5}\right]\cup\left[\sqrt{5};+\infty\right)$.

C. $S=\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$. **D.** $S=\left[-\sqrt{5};-1\right)\cup\left(1;\sqrt{5}\right]$.

Lời giải

Chọn B

* ĐKXĐ: $\begin{cases}\log_2\left(x^2-1\right)>0\\ x^2-1>0\end{cases}\Leftrightarrow x^2-1>1\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right).$

Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\left(x^2-1\right)\right)\le -1\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-1\right)\ge\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=2\Leftrightarrow\left(x^2-1\right)\ge 4$

$\Leftrightarrow x^2\ge 5\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\sqrt{5}\right]\cup\left[\sqrt{5};+\infty\right).$

* Kết hợp điều kiện ta được: $x\in\left(-\infty;-\sqrt{5}\right]\cup\left[\sqrt{5};+\infty\right).$

Câu 81: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Chị Lan có 400 triệu đồng mang đi gửi tiết kiệm ở hai loại kì hạn khác nhau đều theo thể thức lãi kép. Chị gửi 200 triệu đồng theo kì hạn quý với lãi suất $2,1\%$ một quý, 200 triệu đồng còn lại chị gửi theo kì hạn tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Sau khi gửi được đúng 1 năm, chị rút ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được tất cả bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 79760000. **B.** 74813000. **C.** 65393000. **D.** 70656000.

Lời giải

Chọn B

Giai đoạn 1: Sau đúng một năm, số tiền thu được của mỗi hình thức.

Gởi theo hình thức tháng thu được số tiền là $S_1=200.10^6\left(1+0,73\%\right)^{12}=218.240.829,2$ đồng.

Gởi theo hình thức quý thu được số tiền là $P_1=200.10^6\left(1+2,1\%\right)^4=217.336.647,7$ đồng.

Giai đoạn 2: Sau đúng hai năm, số tiền thu được của mỗi hình thức.

Gởi theo hình thức tháng thu được số tiền là $S_2=\left(S_1+\frac{P_1}{2}\right)\left(1+0,73\%\right)^{12}$

$=356.724.623,2$ đồng.

Gởi theo hình thức quý thu được số tiền là $P_2=\frac{P_1}{2}\left(1+2,1\%\right)^4=118.088.046,1$ đồng.

Vậy số tiền lãi sau hai năm thu được là $S_2+P_2-400.10^6=74.812.669,4$ đồng.

Câu 82: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-\left(m+2\right)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2=27$

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$ **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$.

Đặt $\log_3 x=t$ ta có phương trình $t^2-\left(m+2\right)t+3m-1=0$.

Phương trình $\log_3^2 x-\left(m+2\right)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2=27\Leftrightarrow$ $t^2-\left(m+2\right)t+3m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn

$t_1+t_2=3\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ t_1+t_2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-8m+8>0\\ m+2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<4-2\sqrt{2}\\ m>4+2\sqrt{2}\end{array}\right.\\ m=1\end{cases}\Leftrightarrow m=1.$

Câu 83: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Tìm số thực a để phương trình: $9^x+9=a3^x\cos\left(\pi x\right)$, chỉ có duy nhất một nghiệm thực

A. $a=-6$. **B.** $a=6$. **C.** $a=-3$. **D.** $a=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử x_0 là nghiệm của phương trình. Ta có $9^{x_0}+9=a.3^{x_0}\cos(\pi x_0)$.

Khi đó $2-x_0$ cũng là nghiệm của phương trình.

Thật vậy $9^{2-x_0}+9=a3^{2-x_0}\cos\left[\pi\left(2-x_0\right)\right]\Leftrightarrow\frac{81}{9^{x_0}}+9=a\frac{9}{3^{x_0}}\cos\left(\pi x_0\right)$

$\Leftrightarrow 9^{x_0}+9=a.3^{x_0}\cos\left(\pi x_0\right)$.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $x_0=2-x_0\Leftrightarrow x_0=1$.

Với $x_0=1\Rightarrow a=-6$.

Ngược lại, với $a=-6$, phương trình $9^x+9=-6.3^x\cos\left(\pi x\right)\Leftrightarrow 3^x+\frac{9}{3^x}=-6\cos\left(\pi x\right)$.

+ $3^x+\frac{9}{3^x}\geq 6$

+ $-6\cos\left(\pi x\right)\leq 6$

Khi đó dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}3^x+\frac{9}{3^x}=6\\ \cos\pi x=-1\end{cases}\Leftrightarrow x=1$.

Vậy $9^{x_0}+9=a.3^{x_0}\cos(\pi x_0)$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $a=-6$.

Câu 84: **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) theo công thức $P=P_0.e^{kx}\ \left(\text{mmHg}\right)$,trong đó x là độ cao (đo bằng mét), $P_0=760\ \left(\text{mmHg}\right)$ là áp suất không khí ở mức nước biển $\left(x=0\right)$, k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là $672,71\ \left(\text{mmHg}\right)$. Tính áp suất của không khí ở độ cao 3000 m.

A. $527,06\ \left(\text{mmHg}\right)$. **B.** $530,23\ \left(\text{mmHg}\right)$. **C.** $530,73\ \left(\text{mmHg}\right)$. **D.** $545,01\ \left(\text{mmHg}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ở độ cao 1000 m áp suất không khí là $672,71\ \left(\text{mmHg}\right)$.

Nên ta có: $672,71=760e^{1000k}\Leftrightarrow e^{1000k}=\frac{672,71}{760}\Leftrightarrow k=\frac{1}{1000}\ln\frac{672,71}{760}$.

Áp suất ở độ cao 3000 m là $P=760e^{3000k}=760e^{3000.\frac{1}{1000}\ln\frac{672,71}{760}}\approx 527,06\ \left(\text{mmHg}\right)$.

Câu 85: **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\frac{x-1}{\ln x} & \text{khi}\quad x>1\\ m.\text{e}^{x-1}+1-2mx^2 & \text{khi}\quad x\leq 1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $f\left(1\right)=1-m$.

Ta thấy hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x-1}{\ln x}=1$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\left(m.\mathrm{e}^{x-1}+1-2mx^2\right)=1-m$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=f(1) \Leftrightarrow 1-m=1\Leftrightarrow m=0$.

Câu 86: **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $81^{2x-\sqrt{x}}=m$ có nghiệm.

A. $m\ge\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\ge-\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

* Đặt $t=\sqrt{x}$ $(t\ge 0)\Rightarrow t^2=x$. PT trở thành $81^{2t^2-t}=m$.

Ta có PT $81^{2x-\sqrt{x}}=m$ có nghiệm khi và chỉ khi PT $81^{2t^2-t}=m$ có nghiệm $t\ge 0$.

+ Khảo sát $f(t)=81^{2t^2-t}$ (với $t\ge 0$) ta có: $f'(t)=81^{2t^2-t}.(4t-1)$.

Lập bảng biến thiên ta được:

t	0		$\dfrac{1}{4}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	1	↘	$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	↗	$+\infty$

* KL: PT $81^{2t^2-t}=m$ có nghiệm $t\ge 0$ khi và chỉ khi $m\ge\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 87: **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên không dương của m để phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+m)+\log_5(2-x)=0$ có nghiệm. Tập S có bao nhiêu tập con?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{5}}(x+m)+\log_5(2-x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}2-x>0\\x+m>0\\\log_5(2-x)=\log_5(x+m)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\x>-m\\2-x=x+m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\x>-m\\x=\dfrac{2-m}{2}\end{cases}.$$

Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases}\dfrac{2-m}{2}<2\\ \dfrac{2-m}{2}>-m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-2\\ m>-2\end{cases}\Leftrightarrow m>-2$.

Mà m là số nguyên không dương nên $m\in\{-1;0\}$. Suy ra $S=\{-1;0\}$.

Vậy số tập con của S bằng $2^2=4$.

Chú ý:

- Các tập con của S là: $\varnothing$, $\{-1\}$, $\{0\}$, S.
- Một tập hợp có n phần tử thì số tập con của nó là n^2.

Câu 88: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Tính đạo hàm cấp n $\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$ của hàm số $y=\ln|2x-3|$.

A. $y^{(n)}=(-1)^{n-1}(n-1)!\left(\dfrac{2}{2x-3}\right)^n$.

B. $y^{(n)}=(n-1)!\left(\dfrac{2}{2x-3}\right)^n$.

C. $y^{(n)}=(-1)^n(n-1)!\left(\dfrac{2}{2x-3}\right)^n$.

D. $y^{(n)}=(-1)^{n-1}(n-1)!\left(\dfrac{1}{2x-3}\right)^n$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=\ln|2x-3|\Rightarrow y'=\dfrac{2}{2x-3}\Rightarrow y''=2^2.\dfrac{(-1).1}{(2x-3)^2}$.

$\Rightarrow y'''=2^3.(-1)^2.\dfrac{1.2}{(2x-3)^3}=(-1)^{n-1}(n-1)!\left(\dfrac{2}{2x-3}\right)^n$ với $n=3$.

Giả sử $y^{(n)}=(-1)^{n-1}.(n-1)!\left(\dfrac{2}{2x-3}\right)^n$ (1). Ta chứng minh công thức (1) đúng. Thật vậy:

Với $n=1$ ta có: $y'=\dfrac{2}{2x-3}$.

Giả sử (1) đúng đến $n=k$, $1\le k\in\mathbb{N}^*$ tức là $y^{(k)}=(-1)^{k-1}.(k-1)!\left(\dfrac{2}{2x-3}\right)^k$.

Ta phải chứng minh (1) đúng đến $n=k+1$, tức là chứng minh $y^{(k+1)}=(-1)^k.k!\left(\dfrac{2}{2x-3}\right)^{k+1}$.

Ta có: $y^{(k+1)}=\left[y^{(k)}\right]'=(-1)^{k-1}.(k-1)!\left[\left(\dfrac{2}{2x-3}\right)^k\right]'=(-1)^{k-1}.(k-1)!.2^k.\dfrac{(-1)2k(2x-3)^{k-1}}{(2x-3)^{2k}}$

$=(-1)^k.k!.\dfrac{2^{k+1}}{(2x-3)^{k+1}}=(-1)^k.k!\left(\dfrac{2}{2x-3}\right)^{k+1}$.

Vậy $y^{(n)}=(-1)^{n-1}.(n-1)!\left(\dfrac{2}{2x-3}\right)^n$.

Câu 89: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho $P=\sqrt{x^2+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{y^2+\sqrt[3]{x^2y^4}}$ và $Q=2\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)^3}$, với x, y là các số thực khác 0. So sánh P và Q ta có

A. $P<Q$. **B.** $P=Q$. **C.** $P=-Q$. **D.** $P>Q$.

Lời giải

Chọn A

Ta có x^2, y^2, $\sqrt[3]{x^4y^2}$, $\sqrt[3]{x^2y^4}$ là những số thực dương.

$$Q=2\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)^3}=2\sqrt{x^2+3\sqrt[3]{x^4y^2}+3\sqrt[3]{x^2y^4}+y^2}$$

$$=\sqrt{x^2+3\sqrt[3]{x^4y^2}+3\sqrt[3]{x^2y^4}+y^2}+\sqrt{x^2+3\sqrt[3]{x^4y^2}+3\sqrt[3]{x^2y^4}+y^2}$$

$$>\sqrt{x^2+3\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{3\sqrt[3]{x^2y^4}+y^2}$$

$$>\sqrt{x^2+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{\sqrt[3]{x^2y^4}+y^2}=P$$

Vậy $P<Q$.

Câu 90: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Số giá trị nguyên âm của m để phương trình $\log_{\sqrt{5}}(x-1)=\log_5(mx+4x)$ có nghiệm.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** Lớn hơn 4.

Lời giải

Chọn B

$$\log_{\sqrt{5}}(x-1)=\log_5(mx+4x).\Leftrightarrow\log_5(x-1)^2=\log_5(mx+4x)\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\(x-1)^2=mx+4x\end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\x^2-6x+1=mx\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x-6+\dfrac{1}{x}=m\end{cases}.$$

Đặt $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-6$. Ta có: $f'(x)=1-\dfrac{1}{x^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow1-\dfrac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x=\pm1$

Bảng biến thiên:

x	1		$+\infty$
$f'(x)$	0	$+$	
$f(x)$	-4	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình có nghiệm khi $m>-4$.

$m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=-1;\ m=-2;\ m=-3$.

Vậy có 3 giá trị nguyên âm của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2-3x+m\right)<\log_{\frac{1}{3}}\left(x-1\right)$ có tập nghiệm chứa khoảng $\left(1;+\infty\right)$. Tìm tập S.

A. $S=\left(3;+\infty\right)$. **B.** $S=\left[2;+\infty\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;0\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;1\right]$.

Lời giải

Chọn A

BPT tương đương với $\begin{cases}x>1\\x^2-3x+m>x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x^2-4x+m+1>0\end{cases}\quad(1)$.

Cách 1: Yêu cầu bài toán tương đương với (1) có tập nghiệm chứa khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

TH1: $\Delta'<0\Leftrightarrow 4-m-1<0\Leftrightarrow 3<m$.

TH2: Nghiệm "lớn" của tam thức bé hơn 1.

Tương đương với $2+\sqrt{3-m}<1$ (vô nghiệm).

Cách 2: $(1)\Leftrightarrow m+1>4x-x^2=f\left(x\right)$, $x>1$.

ĐK: $m>\max\limits_{x\in(1;+\infty)}f\left(x\right)\Rightarrow m+1>f\left(2\right)=4\Rightarrow m>3$.

Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tồn tại cặp số $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $\mathrm{e}^{2x+y+1}-\mathrm{e}^{3x+2y}=x+y-1$, đồng thời thỏa mãn $\log_2^2\left(2x+y-1\right)-\left(m+4\right)\log_2 x+m^2+4=0$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\mathrm{e}^{2x+y+1}-\mathrm{e}^{3x+2y}=x+y-1\Leftrightarrow\mathrm{e}^{2x+y+1}+\left(2x+y+1\right)=\mathrm{e}^{3x+2y}+\left(3x+2y\right)$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=\mathrm{e}^t+t$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'\left(t\right)=\mathrm{e}^t+1>0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó phương trình có dạng: $f\left(2x+y+1\right)=f\left(3x+2y\right)\Leftrightarrow 2x+y+1=3x+2y\Leftrightarrow y=1-x$.

Thế vào phương trình còn lại ta được: $\log_2^2 x-\left(m+4\right)\log_2 x+m^2+4=0$.

Đặt $t=\log_2 x$, phương trình có dạng: $t^2-\left(m+4\right)t+m^2+4=0$.

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta\geq 0\Leftrightarrow -3m^2+8m\geq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq\frac{8}{3}$.

Do đó có 3 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tồn tại cặp số $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $\mathrm{e}^{3x+5y}-\mathrm{e}^{x+3y+1}=1-2x-2y$, đồng thời thỏa mãn $\log_3^2\left(3x+2y-1\right)-\left(m+6\right)\log_3 x+m^2+9=0$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\mathrm{e}^{3x+5y}-\mathrm{e}^{x+3y+1}=1-2x-2y\Leftrightarrow\mathrm{e}^{3x+5y}+\left(3x+5y\right)=\mathrm{e}^{x+3y+1}+\left(x+3y+1\right)$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=\mathrm{e}^t+t$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'\left(t\right)=\mathrm{e}^t+1>0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó phương trình có dạng: $f\left(3x+5y\right)=f\left(x+3y+1\right)\Leftrightarrow 3x+5y=x+3y+1\Leftrightarrow 2y=1-2x$.

Thế vào phương trình còn lại ta được: $\log_3^2 x-(m+6)\log_3 x+m^2+9=0$.

Đặt $t=\log_3 x$, phương trình có dạng: $t^2-(m+6)t+m^2+9=0$.

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta\ge 0\Leftrightarrow -3m^2+12m\ge 0\Leftrightarrow 0\le m\le 4$.

Do đó có 5 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 4: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Ông Hoàng vay ngân hàng 700 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 60 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định $0,6\%$/tháng. Mỗi tháng ông Hoàng phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 60 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi mà ông Hoàn phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là bao nhiêu?

A. 145.500.000 đồng. **B.** 123.900.000 đồng.

C. 128.100.000 đồng. **D.** 132.370.000 đồng.

Lời giải

Chọn C

Số tiền gốc còn lại trong tháng thứ n là $700.\dfrac{60-n+1}{60}$ triệu.

Số tiền lãi ông Hoàng phải trả trong trong tháng thứ n là

$$700.\frac{60-n+1}{60}.0,6\%=\frac{7}{100}(60-n+1) \text{ triệu.}$$

Tổng số tiền lãi mà ông Hoàn phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là

$$\sum_{n=1}^{60}\frac{7}{100}(60-n+1)=128.1 \text{ triệu.}$$

Câu 5: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Có bao giá trị nguyên dương của m để phương trình $4^x-m.2^x+2m-5=0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2^x>0$.

Do phương trình có hai nghiệm trái dấu $x_1<0<x_2\Rightarrow 2^{x_1}<2^0<2^{x_2}\Rightarrow 0<t_1<1<t_2$.

Suy ra phương trình trở thành $t^2-mt+2m-5=0$ có hai nghiệm $0<t_1<1<t_2$

Suy ra $t_1-1<0<t_2-1\Rightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ S>0;P>0\\ P-S+1<0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-8m+20>0\\ m>0\\ 2m-5>0\\ 2m-5-m+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{5}{2}<m<4$, do m nguyên dương, suy ra $m=3$.

Câu 6: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(x^2+2012\right)\sqrt[7]{1-2x}-2012}{x}=\dfrac{a}{b}$, với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a là số nguyên âm. Tổng $a+b$ bằng

A. -4017. **B.** -4018. **C.** -4015. **D.** -4016.

Lời giải

Chọn A

* Ta có:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(x^2+2012)\sqrt[7]{1-2x}-2012}{x}=\lim_{x\to 0}\left(x\sqrt[7]{1-2x}\right)+2012.\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt[7]{1-2x}-1)}{x}=2012.\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[7]{1-2x}-1}{x}$$

* Xét hàm số $y=f(x)=\sqrt[7]{1-2x}$ ta có $f(0)=1$. Theo định nghĩa đạo hàm ta có:

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[7]{1-2x}-1}{x}$$

$$f'(x)=-\frac{2}{7\left(\sqrt[7]{1-2x}\right)^6}\Rightarrow f'(0)=-\frac{2}{7}\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[7]{1-2x}-1}{x}=-\frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{(x^2+2012)\sqrt[7]{1-2x}-2012}{x}=-\frac{4024}{7}\Rightarrow\begin{cases}a=-4024\\ b=7\end{cases}\Rightarrow a+b=-4017.$$

Câu 7: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Bất phương trình $\log_2\left(\log_{\frac{1}{3}}\frac{3x-7}{x+3}\right)\ge 0$ có tập nghiệm là $(a;b]$. Tính giá trị $P=3a-b$.

A. $P=5$. **B.** $P=4$. **C.** $P=10$. **D.** $P=7$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2\left(\log_{\frac{1}{3}}\frac{3x-7}{x+3}\right)\ge 0\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3x-7}{x+3}>0\\ \log_{\frac{1}{3}}\frac{3x-7}{x+3}>0\\ \log_{\frac{1}{3}}\frac{3x-7}{x+3}\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3x-7}{x+3}>0\\ \frac{3x-7}{x+3}<1\\ \frac{3x-7}{x+3}\le\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3x-7}{x+3}>0\\ \frac{3x-7}{x+3}\le\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3x-7}{x+3}>0\\ \frac{8(x-3)}{3(x+3)}\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;-3)\cup\left(\frac{7}{3};+\infty\right)\\ \frac{8(x-3)}{3(x+3)}<0 x\in[-3;3]\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(\frac{7}{3};3\right].$$

Suy ra $a=\frac{7}{3}$; $b=3$. Vậy $P=3a-b=3.\frac{7}{3}-3=4$.

Câu 8: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\log_{2018}\left(\frac{1}{x}\right)$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C_2). Biết (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua gốc tọa độ. Hỏi hàm số $y=|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(C_1): y=\log_{2018}\left(\frac{1}{x}\right)=-\log_{2018}x$.

Gọi (C) là đồ thị đối xứng của (C_1) qua trục $Ox\Rightarrow(C)$ là đồ thị của hàm số $y=\log_{2018}x$.

Nhận thấy (C_2) đối xứng với (C) qua trục $Oy \Rightarrow (C_2)$ là đồ thị của hàm số $y=\log_{2018}(-x)$, hay $f(x)=\log_{2018}(-x)$, với $x<0$.

Do đó: $g(x)=|f(x)|=|\log_{2018}(-x)|=\sqrt{[\log_{2018}(-x)]^2}$

$$\Rightarrow g'(x)=\left(\sqrt{[\log_{2018}(-x)]^2}\right)'=\frac{2\log_{2018}(-x).\frac{-1}{-x.\ln 2018}}{|\log_{2018}(-x)|}=\frac{2.\log_{2018}(-x)}{x.\ln 2018.|\log_{2018}(-x)|}$$

$\Rightarrow g'(x)<0, \forall x<-1$ hay hàm số $y=|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 9: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_4 a=\log_{25} b=\log\frac{4b-a}{2}$. Tính giá trị $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{a}{b}=6-2\sqrt{5}$. **B.** $\frac{a}{b}=\frac{3+\sqrt{5}}{8}$. **C.** $\frac{a}{b}=6+2\sqrt{5}$. **D.** $\frac{a}{b}=\frac{3-\sqrt{5}}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_4 a=\log_{25} b=\log\frac{4b-a}{2}=t$

Ta có $\begin{cases} a=4^t \\ b=25^t \\ \frac{4b-a}{2}=10^t \end{cases} \Rightarrow 4.25^t-4^t=2.10^t \Leftrightarrow 4-\left(\frac{4}{25}\right)^t=2.\left(\frac{10}{25}\right)^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2t}+2.\left(\frac{2}{5}\right)^t-4=0$

Đặt $\left(\frac{2}{5}\right)^t=y>0$, ta có $y^2+2y-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1-\sqrt{5} \\ y=-1+\sqrt{5} \end{array}\right. \Leftrightarrow y=-1+\sqrt{5}$.

Từ đó $\left(\frac{2}{5}\right)^t=-1+\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{4^t}{25^t}=\left(\sqrt{5}-1\right)^2 \Rightarrow \frac{a}{b}=6-2\sqrt{5}$.

Câu 10: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Một người lần đầu gửi ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 4%/quý và lãi từng quý sẽ được nhập vào vốn. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 150 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi tổng số tiền người đó nhận được sau hai năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai là bao nhiêu?

A. 480,05 triệu đồng. **B.** 463,51 triệu đồng. **C.** 501,33 triệu đồng. **D.** 521,39 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

Sau 6 tháng (2 quý) gửi 200 triệu đồng thì người này sẽ nhận được số tiền cả góc lẫn lãi là $200(1+4\%)^2$ triệu đồng.

Người đó lại gửi thêm 150 triệu đồng nên lúc này sẽ có $200(1+4\%)^2+150$ triệu đồng.

Số tiền người đó nhận được sau 2 năm tương ứng 8 quý kể từ khi gửi thêm tiền lần hai là $\left(200(1+4\%)^2+150\right)(1+4\%)^8 \approx 501,33$ triệu đồng.

Câu 11: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Tìm giá trị của a để phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^x+(1-a)\left(2-\sqrt{3}\right)^x-4=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3$, ta có a thuộc khoảng:

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình: $\left(2+\sqrt{3}\right)^x + (1-a)\left(2-\sqrt{3}\right)^x - 4 = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\right)^x + (1-a) - \frac{4}{\left(2-\sqrt{3}\right)^x} = 0 \Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{2x} - 4.\left(2+\sqrt{3}\right)^x + 1 - a = 0. \ (2)$$

Đặt $\left(2+\sqrt{3}\right)^x = t$; $t>0$. Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 4-1+a>0 \Leftrightarrow a>-3$. Khi đó:

$\begin{cases} x_1 = \log_{2+\sqrt{3}} t_1 \\ x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} t_2 \end{cases}$ suy ra $(Q) \Leftrightarrow \log_{2+\sqrt{3}} t_1 - \log_{2+\sqrt{3}} t_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3 \Leftrightarrow \frac{t_1}{t_2} = 3 \Leftrightarrow t_1 = 3t_2$.

Mặt khác theo Viet ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 4 \\ t_1.t_2 = 1-a \end{cases}$ nên $\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \end{cases}$ suy ra $a=-2$ thoả mãn.

Câu 12: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính tỉ số $T = \frac{a}{b}$.

A. $0<T<\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}<T<\frac{2}{3}$. **C.** $-2<T<0$. **D.** $1<T<2$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3} = x$, ta có:

$$\begin{cases} a = 16^x \\ b = 20^x \\ \frac{2a-b}{3} = 25^x \end{cases} \Rightarrow 2.16^x - 20^x = 3.25^x \Leftrightarrow 2.\left(\frac{16}{25}\right)^x - \left(\frac{20}{25}\right)^x = 3$$

$$\Leftrightarrow 2.\left(\frac{4}{5}\right)^{2x} - \left(\frac{4}{5}\right)^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{4}{5}\right)^x = -1 \\ \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2}.$$

Từ đó $T = \frac{a}{b} = \frac{16^x}{20^x} = \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2} \in (1;2)$.

Hay $1<T<2$.

Câu 13: **(THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Cho bất phương trình: $1+\log_5\left(x^2+1\right) \ge \log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) được nghiệm đúng với mọi số thực x:

A. $2 \le m \le 3$. **B.** $2<m\le 3$. **C.** $-3 \le m \le 7$. **D.** $m \le 3$; $m \ge 7$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $mx^2+4x+m>0$.

Ta có $1+\log_5\left(x^2+1\right)\ge\log_5\left(mx^2+4x+m\right)\Leftrightarrow\log_5 5\left(x^2+1\right)\ge\log_5\left(mx^2+4x+m\right)$

$\Leftrightarrow 5\left(x^2+1\right)\ge mx^2+4x+m\Leftrightarrow\left(5-m\right)x^2-4x+5-m\ge 0$.

(1) nghiệm đúng với mọi số thực $x\Leftrightarrow\begin{cases}mx^2+4x+m>0,\ \forall x\\left(5-m\right)x^2-4x+5-m\ge 0,\ \forall x\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\begin{cases}m>0\\4-m^2<0\end{cases}\\\begin{cases}5-m>0\\4-\left(5-m\right)^2\le 0\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow 2<m\le 3$$

Câu 14: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\ln\left(x-1\right)=\dfrac{1}{x-2}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $f\left(x\right)=\ln\left(x-1\right)$ luôn đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ và có miền giá trị là $\mathbb{R}$.

Hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{1}{x-2}$ có $g'\left(x\right)=-\dfrac{1}{\left(x-2\right)^2}<0,\ \forall x\ne 2$ nên $g\left(x\right)$ luôn nghịch biến trên khoảng $\left(1;2\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm.

Câu 15: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho $P=9\log_{\frac{1}{3}}^3\sqrt[3]{a}+\log_{\frac{1}{3}}^2 a-\log_{\frac{1}{3}}a^3+1$ với $a\in\left[\dfrac{1}{27};3\right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P. Tính $S=3m+4M$.

A. $S=\dfrac{83}{2}$. **B.** $S=\dfrac{109}{9}$. **C.** $S=42$. **D.** $S=38$.

Lời giải

Chọn D

$P=\dfrac{1}{3}\log_{\frac{1}{3}}^3 a+\log_{\frac{1}{3}}^2 a-3\log_{\frac{1}{3}}a+1$

Đặt $\log_{\frac{1}{3}}a=t$, $t\in\left[-1;3\right]$

$P=\dfrac{1}{3}t^3+t^2-3t+1$, $P'=t^2+2t-3$ với $t\in\left[-1;3\right]$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-3		1		$+\infty$
P'			$-$			
P			10	$\searrow$	$-\dfrac{2}{3}$	

Ta thấy $m=\min\limits_{[-1;3]}P=-\dfrac{2}{3}, M=\max\limits_{[-1;3]}P=10$

Suy ra $S=3m+4M=3.\left(-\dfrac{2}{3}\right)+4.10=38$.

Câu 16: **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Biết $(a;b)$ là khoảng chứa tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\left(7-3\sqrt{5}\right)^{x^2}+m\left(7+3\sqrt{5}\right)^{x^2}=2^{x^2-1}$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt. Tính $M=a+b$.

A. $M=\dfrac{1}{8}$. **B.** $M=\dfrac{1}{16}$. **C.** $M=\dfrac{-7}{16}$. **D.** $M=\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(7-3\sqrt{5}\right)^{x^2}+m\left(7+3\sqrt{5}\right)^{x^2}=2^{x^2-1}\Leftrightarrow\left(\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}+m\left(\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}=\dfrac{1}{2}$.

Vì $\left(\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}.\left(\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}=1$ nên đặt $t=\left(\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}$, $0<t\le 1$ phương trình trở thành:

$t+\dfrac{m}{t}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 2t^2-t+2m=0\Leftrightarrow 2m=-2t^2+t(*)$.

Xét hàm số $f(t)=-2t^2+t$, $0<t\le 1$.

$\Rightarrow f'(t)=-4t+1$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{4}$ ta có bảng biến thiên:

x	0		$\dfrac{1}{4}$		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$\dfrac{1}{16}$	↘	-1

Để phương trình đã cho có đúng bốn nghiệm thực phân biệt thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $0<t<1$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $0<2m<\dfrac{1}{8}$

$\Leftrightarrow 0<m<\dfrac{1}{16}\Rightarrow M=0+\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{16}$.

Câu 17: **(THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Ngày mùng $3/03/2015$ anh A vay ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất kép là $0,6\%$/ tháng theo thể thức như sau: đúng ngày mùng 3 hàng tháng kể từ một tháng sau khi vay, ngân hàng sẽ tính số tiền nợ của anh bằng số tiền nợ tháng trước cộng với tiền lãi của số tiền nợ đó. Sau khi vay anh A trả nợ như sau: đúng ngày mùng 3 hàng tháng kể từ một tháng sau khi vay anh A đều đến trả ngân hàng 3 triệu đồng. Tính số tháng mà anh A trả được hết nợ ngân hàng, kể từ một tháng sau khi vay. Biết rằng lãi suất không đổi trong suốt quá trình vay.

A. 15 tháng. **B.** 19 tháng. **C.** 16 tháng. **D.** 18 tháng.

Lời giải

Chọn D

Gọi số tiền vay ban đầu là N, lãi suất là x, n là số tháng phải trả, A là số tiền trả vào hàng tháng để sau n tháng là hết nợ.

Ta có

Số tiền gốc cuối tháng 1: $N+Nx-A=N(x+1)-A$

Cuối tháng 2: $\left[N(x+1)-A\right]+\left[N(x+1)-A\right]x-A=N(x+1)^2-A\left[(x+1)+1\right]$

Cuối tháng 3: $\left[N(x+1)^2-A\left[(x+1)+1\right]\right](1+x)-A=N(x+1)^3-A\left[(x+1)^2+(x+1)+1\right]$

.....

Cuối tháng n:. $N(x+1)^n-A\left[(x+1)^{n-1}+(x+1)^{n-2}+...+(x+1)+1\right]$..

Trả hết nợ thì sau n tháng, số tiền sẽ bằng 0.

$\Leftrightarrow N(x+1)^n-A\left[(x+1)^{n-1}+(x+1)^{n-2}+...+(x+1)+1\right]=0$

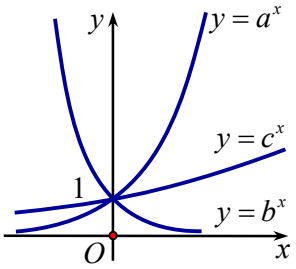
$\Leftrightarrow N(x+1)^n=A\left[(x+1)^{n-1}+(x+1)^{n-2}+...+(x+1)+1\right]$

Đặt $y=x+1=1,006$ ta được:

$$N.y^n=A\left(y^{n-1}+y^{n-2}+...+y+1\right)\Leftrightarrow N.y^n=A.\frac{1\left(1-y^n\right)}{1-y}\Leftrightarrow N.x.y^n=A.\left(y^n-1\right)$$

$$\Leftrightarrow 50.\frac{0,6}{100}.y^n=3.\left(y^n-1\right)\Leftrightarrow y^n=\frac{10}{9}\Leftrightarrow n=\log_y\frac{10}{9}\Rightarrow n=18.$$

Câu 18: **(THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Hình vẽ dưới đây vẽ đồ thị của 3 hàm số mũ.



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a>b>c$. **B.** $a>c>1>b$. **C.** $b>c>1>a$. **D.** $b>a>c$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ở hình 5 ta thấy đồ thị của hàm số $y=b^x$ là nghịch biến nên $0<b<1$.

Vẽ đường thẳng $x=1$ ta có đường thẳng $x=1$ cắt đồ thị hàm số $y=a^x$ tại điểm có tung độ $y=a$ và cắt đồ thị hàm số $y=c^x$ tại điểm có tung độ là $y=c$. Khi đó điểm giao với $y=a^x$ nằm trên điểm giao với $y=c^x$ nên $a>c>1$. Vậy $a>c>1>b$.

Câu 19: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Một người vay ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất là $0,5\%$ trên một tháng. Theo thỏa thuận cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 10 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng.

A. 58. **B.** 69. **C.** 56. **D.** 57.

Lời giải

Chọn A

Người đó vay ngân hàng 500 triệu đồng nên sau n tháng tổng số tiền phải trả cho ngân hàng là $500.(1+0,005)^n$ (triệu đồng).

Mỗi tháng người đó nộp vào ngân hàng 10 triệu đồng nên ta coi người đó gửi góp vào ngân hàng mỗi tháng 10 triệu đồng trong n tháng.

10 triệu đồng của tháng đầu tiên sau n tháng người đó sẽ có $10.(1+0,005)^n$ (triệu đồng).

10 triệu đồng của tháng thứ hai sau $n-1$ tháng người đó sẽ có $10.(1+0,005)^{n-1}$ (triệu đồng).

10 triệu đồng của tháng thứ ba sau $n-2$ tháng người đó sẽ có $10.(1+0,005)^{n-2}$ (triệu đồng).

….

10 triệu đồng của tháng thứ $n-1$ sau 1 tháng người đó sẽ có $10.(1+0,005)$ (triệu đồng).

Như vậy sau n tháng người đó có số tiền (không kể tháng cuối cùng) là

$$10.(1+0,005)^n + 10.(1+0,005)^{n-1} + 10.(1+0,005)^{n-2} + \ldots + 10.(1+0,005)$$

$$= 10.1,005.\frac{1,005^n - 1}{1,005 - 1} = 2010\left(1,005^n - 1\right).$$

Để trả hết nợ thì: $500.(1,005)^n = 2010\left(1,005^n - 1\right) \Leftrightarrow 1,005^n = \frac{201}{151}$ $n = \log_{1,005}\frac{201}{151} \approx 57,35$

Như vậy người đó phải trả 58 tháng mới hết nợ. (tháng cuối cùng chỉ phải trả khoảng $3,5$ triệu đồng).

Câu 20: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Cho $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x+3y)$.

Tính giá trị $\frac{x}{y}$.

A. $\frac{\sqrt{13}-3}{2}$. **B.** $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. **D.** $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x+3y) = t \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 12^t \\ x+3y = 16^t \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{4}\right)^t$

Theo đề bài ta có phương trình

$$9^t + 3.12^t = 16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t + 3 = \left(\frac{4}{3}\right)^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + 3\left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{\sqrt{13}-3}{2} \ (n) \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-\sqrt{13}-3}{2} \ (l) \end{array}\right.$$

Vậy $\frac{x}{y}=\frac{\sqrt{13}-3}{2}$.

Câu 21: **(THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Tính tích phân $\int_0^3 \max\left\{4,x^2\right\}\mathrm{d}x$.

A. 12. **B.** 21. **C.** $\frac{43}{3}$. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Xét hiệu: $A=4-x^2$ trên $[0;3]$ ta có:

$A>0 \Leftrightarrow \forall x\in(-2;2) \Rightarrow \max\limits_{[0;2]}\left\{4,x^2\right\}=4$ và $A<0$, $\forall x\in(2;+\infty)$ thì $\max\limits_{[2;3]}\left\{4,x^2\right\}=x^2$.

Khi đó ta có: $\int_0^3 \max\left\{4,x^2\right\}\mathrm{d}x=\int_0^2 4\mathrm{d}x+\int_2^3 x^2\mathrm{d}x=8+\frac{19}{3}=\frac{43}{3}$.

Câu 22: **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4\left(\log_2\sqrt{x}\right)^2+\log_2 x+m\ge 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị $x\in(1;64)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4\left(\log_2\sqrt{x}\right)^2+\log_2 x+m\ge 0 \Leftrightarrow \left(\log_2 x\right)^2+\log_2 x+m\ge 0$.

Đặt $\log_2 x=t$, khi $x\in(1;64)$ thì $t\in(0;6)$.

Khi đó, ta có $t^2+t+m\ge 0 \Leftrightarrow m\ge -t^2-t$ $(*)$.

Xét hàm số $f(t)=-t^2-t$ với $t\in(0;6)$.

Ta có $f'(t)=-2t-1<0, \forall t\in(0;6)$.

Ta có bảng biến thiên:

t	0		6
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	0	$\searrow$	-42

Bất phương trình đã cho đúng với mọi $x\in(1;64)$ khi và chỉ khi bất phương trình $(*)$ đúng với mọi $t\in(0;6) \Leftrightarrow m\ge 0$.

Câu 23: **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Một sinh viên muốn mua một cái laptop có giá $12,5$ triệu đồng nên mỗi tháng gửi tiết kiệm vào ngân hàng 750.000 đồng theo hình thức lãi suất kép với lãi suất $0,72\%$ một tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng sinh viên đó có thể dùng số tiền gửi tiết kiệm để mua được laptop?

A. 16 tháng. **B.** 14 tháng. **C.** 15 tháng. **D.** 17 tháng.

Lời giải

Chọn A

Đặt $A=0,75$ (triệu đồng).

Số tiền gửi tiết kiệm của sinh viên đó sau n tháng là

$T = A.1,0072^n + A.1,0072^{n-1} + A.1,0072^{n-2} + ... + A.1,0072$

$T = A.\left(1,0072^n + 1,0072^{n-1} + 1,0072^{n-2} + ... + 1,0072\right)$

$T = A.\dfrac{1,0072.\left(1-1,0072^n\right)}{1-1,0072}$

Để sinh viên đó mua được một cái laptop có giá $12,5$ triệu đồng thì

$T = 0,75.\dfrac{1,0072.\left(1-1,0072^n\right)}{1-1,0072} \ge 12,5 \Leftrightarrow 1-1,0072^n \le -0,12$

$\Leftrightarrow 1,0072^n \ge 1,12 \Leftrightarrow n \ge \log_{1,0072} 1,12 \approx 15,8$.

Như vậy, phải ít nhất 16 tháng tháng sinh viên đó có thể dùng số tiền gửi tiết kiệm để mua được laptop.

Câu 24: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tổng $S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + ... + 2018^2 \log_{\sqrt[2018]{2}} 2$ dưới đây:

A. $1008^2.2018^2$. **B.** $1009^2.2019^2$. **C.** $1009^2.2018^2$. **D.** 2019^2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \dfrac{\left(n\left(n+1\right)\right)^2}{4}$.

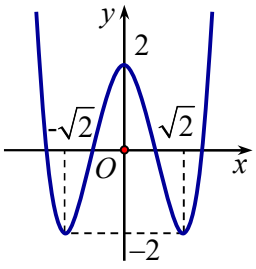
Mặt khác

$S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + ... + 2018^2 \log_{\sqrt[2018]{2}} 2$

$= 1 + 2^2 \log_{\frac{1}{2^2}} 2 + 3^2 \log_{\frac{1}{2^3}} 2 + ... + 2018^2 \log_{\frac{1}{2^{2018}}} 2 = 1 + 2^3 \log_2 2 + 3^3 \log_2 2 + ... + 2018^3 \log_2 2$

$= 1 + 2^3 + 3^3 + ... + 2018^3 = \left[\dfrac{2018\left(2018+1\right)}{2}\right]^2 = 1009^2.2019^2$.

Câu 25: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y = f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = 3^{f(x)} + 2^{f(x)}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $f'\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên $f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $y' = f'\left(x\right).3^{f(x)} + f'\left(x\right).2^{f(x)} = f'\left(x\right)\left[3^{f(x)} + 2^{f(x)}\right]$.

Xét $y'=0 \Leftrightarrow f'(x)=0$ (do $3^{f(x)}+2^{f(x)}>0$, $\forall x \in \mathbb{R}$).

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $f'(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt. Vậy $y'=0$ có 4 điểm cực trị.

Câu 26: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Số các giá trị nguyên của tham số a để phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1)-\log_3(ax-8)=0$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

$\log_{\sqrt{3}}(x-1)-\log_3(ax-8)=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ (x-1)^2=ax-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ f(x)=x^2-(a+2)x+9=0 (*) \end{cases}$.

$YCBT \Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=a^2+4a-32>0 \\ f(1)=-a+8>0 \\ \dfrac{S}{2}=\dfrac{a+2}{2}>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a>4 \\ a<-8 \end{array}\right. \\ a<8 \\ a>0 \end{cases} \Leftrightarrow 4<a<8.$

Vậy: $a \in \{5,6,7\}$.

Câu 27: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2^x+2^{2-x}$ bằng 4.

B. Hàm số $y=2^{3-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y=\log_2(x^2+1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2+1)$ đạt cực đại tại $x=0$.

Lời giải

Chọn C

B đúng do $y=8.\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Xét $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2+1)$ có $y'=\dfrac{2x}{(x^2+1)\ln\dfrac{1}{2}}$, $y'=0 \Leftrightarrow x=0$.

Vẽ BBT ta thấy hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2+1)$ đạt cực đại tại $x=0$ nên D đúng.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Xét $y=2^x+2^{2-x}$, ta có $y'=2^x.\ln 2-2^{2-x}.\ln 2$, $y'=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có BBT

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho có GTNN bằng 4 nên A đúng.

Xét $y=\log_2\left(x^2+1\right)$ có $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2}$, $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Ta có BBT

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$ nên C sai.

Câu 28: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Nghiệm của phương trình $25^x-2\left(3-x\right)5^x+2x-7=0$ nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(5;10\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=5^x$, $t>0$.

Phương trình trở thành: $t^2-2\left(3-x\right)t+2x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\left(L\right)\\t=-2x+7\end{array}\right.$.

Với $t=-2x+7$ ta có: $5^x=-2x+7\Leftrightarrow 5^x+2x-7=0$.

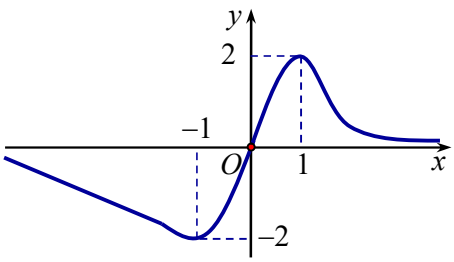
Phương trình có một nghiệm $x=1$.

Với $x>1$: $5^x+2x-7>5+2-7\Leftrightarrow 5^x+2x-7>0\Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

Với $x<1$: $5^x+2x-7<5+2-7\Leftrightarrow 5^x+2x-7<0\Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất $x=1\in\left(0;2\right)$.

Câu 29: **(THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới. Biết rằng trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x\right)=4^{m+2\log_4\sqrt{2}}$ có hai nghiệm phân biệt dương



A. $m>1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m<0$. **D.** $0<m<2$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $f(x)=4^{m+2\log_4\sqrt{2}}$ có hai nghiệm phân biệt dương khi và chỉ khi:

$0<4^{m+2\log_4\sqrt{2}}<2\Leftrightarrow 2\left(m+2\log_4\sqrt{2}\right)<1\Leftrightarrow m<0$ có hai nghiệm phân biệt dương

Câu 30: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $2.7^{x+2}+7.2^{x+2}\le 351.\sqrt{14^x}$ có dạng là đoạn $S=[a;b]$. Giá trị $b-2a$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(3;\sqrt{10}\right)$. **B.** $(-4;2)$. **C.** $\left(\sqrt{7};4\sqrt{10}\right)$. **D.** $\left(\frac{2}{9};\frac{49}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$2.7^{x+2}+7.2^{x+2}\le 351.\sqrt{14^x}\Leftrightarrow 49.7^x+28.2^x\le 351.\sqrt{14^x}\Leftrightarrow 49.\sqrt{\frac{7^{2x}}{14^x}}+28.\sqrt{\frac{2^{2x}}{14^x}}\le 351$

$\Leftrightarrow 49.\sqrt{\frac{7^x}{2^x}}+28.\sqrt{\frac{2^x}{7^x}}\le 351$. Đặt $t=\sqrt{\frac{7^x}{2^x}},t>0$ thì bpt trở thành $49t+\frac{28}{t}\le 351$

$\Leftrightarrow \frac{4}{49}\le t\le\frac{7}{2}\Rightarrow\frac{4}{49}\le\sqrt{\frac{7^x}{2^x}}\le\frac{7}{2}\Leftrightarrow -4\le x\le 2$, khi đó $S=[-4;2]$.

Giá trị $b-2a=10\in\left(\sqrt{7};4\sqrt{10}\right)$.

Câu 31: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x+1=m\sqrt{2x^2+1}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}<m<\frac{\sqrt{6}}{6}$. **B.** $m<\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $m>\frac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}<m<\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x+1=m\sqrt{2x^2+1}\Leftrightarrow m=\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}$.

Đặt $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}$, $f'(x)=\frac{1-2x}{\left(2x^2+1\right)\sqrt{2x^2+1}}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ta có BBT

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\searrow$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $\frac{\sqrt{2}}{2}<m<\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 32: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Gọi $x_0=\dfrac{a+b\sqrt{3}}{c}$ là một nghiệm lớn hơn 1 của phương trình $2x\left[\left(\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{x}}-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{1-x}+1\right]=2x^2-1$. Giá trị của $P=a+b+c$ là

A. $P=6$. **B.** $P=0$. **C.** $P=2$. **D.** $P=4$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x\neq 0$.

$2x\left[\left(\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{x}}-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{1-x}+1\right]=2x^2-1\Leftrightarrow 3^{\frac{1}{2x}}-3^{x-1}+1=x-\dfrac{1}{2x}$

$\Leftrightarrow 3^{\frac{1}{2x}}+\dfrac{1}{2x}=3^{x-1}+x-1\,(1)$. Xét hàm số $f(t)=3^t+t\ (t\neq 0)$, $f'(t)=3^t.\ln 3+1>0$

$(1)\Leftrightarrow f\left(\dfrac{1}{2x}\right)=f(x-1)\Leftrightarrow \dfrac{1}{2x}=x-1\Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}\Rightarrow a=1,\ b=1,\ c=2$. Vậy $P=4$.

Câu 33: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\sin 2x-\cos x=1+\log_2(\sin x)$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Vì $\sin x>0$ và $\cos x>0$, $\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ nên phương trình đã cho tương đương

$\sin 2x-\cos x+\log_2(\cos x)=1+\log_2(\sin x)+\log_2(\cos x)$

$\Leftrightarrow \log_2(\cos x)-\cos x=\log_2(\sin 2x)-\sin 2x\quad(*)$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t-t$, với $t\in(0;1)$ ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}-1>0,\ \forall t\in(0;1)$.

Do đó, hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Từ phương trình $(*)$, ta có $f(\cos x)=f(\sin 2x)\Leftrightarrow\cos x=\sin 2x\Leftrightarrow\sin x=\dfrac{1}{2}$ hay $x=\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 34: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\log_{49}x^2+\dfrac{1}{2}\log_7(x-1)^2=\log_7\left(\log_{\sqrt{3}}3\right)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}x\neq 0\\ x\neq 1\end{cases}$.

$\log_{49}x^2+\dfrac{1}{2}\log_7(x-1)^2=\log_7\left(\log_{\sqrt{3}}3\right)\Leftrightarrow\log_7|x|+\log_7|x-1|=\log_7 2$

$\Leftrightarrow\log_7|x(x-1)|=\log_7 2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x(x-1)=2\\ x(x-1)=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-x-2=0\\ x^2-x+2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-1\end{array}\right.$.

Câu 35: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho bất phương trình $\log_7\left(x^2+2x+2\right)+1>\log_7\left(x^2+6x+5+m\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập ngiệm chứa khoảng $(1;3)$?

A. 35. **B.** 36. **C.** 34. **D.** 33.

Lời giải

Chọn C

$$bpt \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+6x+5+m>0 \\ \log_7\left[7\left(x^2+2x+2\right)\right]>\log_7\left(x^2+6x+5+m\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-x^2-6x-5 \\ 6x^2+8x+9>m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m>\max\limits_{(1;3)} f(x) \\ m<\min\limits_{(1;3)} g(x) \end{cases}, \text{ với } f(x)=-x^2-6x-5;\ g(x)=6x^2+8x+9$$

Xét sự biến thiên của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$

❍ $f'(x)=-2x-6<0, \forall x\in(1;3) \Rightarrow f(x)$ luôn nghịch biến trên khoảng $(1;3)$

$\Rightarrow \max\limits_{(1;3)} f(x)=f(1)=-12$

❍ $g'(x)=12x+8>0, \forall x\in(1;3) \Rightarrow g(x)$ luôn đồng biến trên khoảng $(1;3)$

$\Rightarrow \min\limits_{(1;3)} g(x)=g(1)=23$

Khi đó $-12<m<23$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-11;-10;...;22\}$

Vậy có tất cả 34 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 36: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\dfrac{\log_5(mx)}{\log_5(x+1)}=2$ có nghiệm duy nhất?

A. 1. **B.** 3. **C.** Vố số. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tương đương với: $\begin{cases} x+1>0 \\ x+1\neq 1 \\ mx=(x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x\neq 0 \\ m=\dfrac{(x+1)^2}{x} \end{cases}$.

Xét hàm số $y=\dfrac{(x+1)^2}{x}$, với $x\in(-1;+\infty)\setminus\{0\}$.

Có $y'=1-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x^2-1}{x^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x=1$ (do $x\in(-1;+\infty)\setminus\{0\}$).

Bảng biến thiên:

x	-1		0		1		$+\infty$
y'	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0	↘	‖	↘	4	↗	$+\infty$
			$-\infty$				

Từ bảng biến thiên suy ra để hàm số có nghiệm duy nhất thì $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Vậy có vô số giá trị nguyên để phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 37: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Cho phương trình $(m-3)9^x+2(m+1)3^x-m-1=0\ (1)$. Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a;b)$. Tổng $S=a+b$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=3^x\ (t>0)$.

Khi đó phương trình (1) trở thành $(m-3)t^2+2(m+1)t-m-1=0\ (*)$.

Phương trình (1) có 2 nghiệm x phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có 2 nghiệm t dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3\neq 0 \\ 2m^2-2>0 \\ \dfrac{-2(m+1)}{m-3}>0 \\ \dfrac{-(m+1)}{m-3}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 3 \\ \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right. \\ -1<m<3 \end{cases} \Leftrightarrow 1<m<3.$$

Khi đó, $\begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow S=4$.

Câu 38: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Biết rằng phương trình $\log_{\sqrt{3}}^2 x-m\log_{\sqrt{3}} x+1=0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1. Hỏi m thuộc đoạn nào dưới đây?

A. $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$. **B.** $[-2;0]$. **C.** $[3;5]$. **D.** $\left[-4;-\dfrac{5}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x>0$

Do phương trình có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1 nên ta có $0<x<1$.

Đặt $t=\log_{\sqrt{3}} x$. Do $0<x<1$ suy ra $t<0$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2-mt+1=0 \Leftrightarrow m=t+\dfrac{1}{t}\quad (*)$

Đặt $f(t)=t+\dfrac{1}{t}$ với $t\in(-\infty;0)$, $f'(t)=1-\dfrac{1}{t^2}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow f(-1)=-2$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		-1		0
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$

Nhận xét: Phương trình đề bài có nghiệm duy nhất $x<1$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $t<0$.

Do đó dựa vào bảng biến thiên, phương trình có nghiệm duy nhất khi $m=-2$.

Câu 39: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Cho x, y là các số thực dương thoả mãn $\ln x+\ln y\ge \ln\left(x^2+y\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x+y$.

A. $P=6$. **B.** $P=2+3\sqrt{2}$. **C.** $P=3+2\sqrt{2}$. **D.** $P=\sqrt{17}+\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\ln x+\ln y\ge \ln\left(x^2+y\right)\Leftrightarrow \ln xy\ge \ln\left(x^2+y\right)\Leftrightarrow xy\ge x^2+y\Leftrightarrow y\left(x-1\right)\ge x^2>0$

Mà $x>0$, $y>0$ nên $x>1$ và $y\ge \dfrac{x^2}{x-1}$. Suy ra $x+y\ge \dfrac{x^2}{x-1}+x$.

Xét hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2}{x-1}+x=2x+1+\dfrac{1}{x-1}$, $x>1$.

Ta có: $f'\left(x\right)=2-\dfrac{1}{\left(x-1\right)^2}=0\Leftrightarrow x=1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (Do $x>1$) $\Rightarrow f\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=3+2\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên

x	1		$1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$3+2\sqrt{2}$	↗	$+\infty$

Vậy $\min P=3+2\sqrt{2}$.

Chú ý: Ta có tìm minh của $f\left(x\right)$ như sau:

$$f\left(x\right)=2x+1+\frac{1}{x-1}=2\left(x-1\right)+\frac{1}{x-1}+3\ge 2\sqrt{2\left(x-1\right)\frac{1}{x-1}}+3=2\sqrt{2}+3.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $2\left(x-1\right)=\dfrac{1}{x-1}=\sqrt{2}\Leftrightarrow x=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, $\overrightarrow{AB}$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng $y=0$. Các điểm A, B, C lần lượt nằm trên đồ thị hàm số $y=\log_a x$; $y=2\log_a x$; $y=3\log_a x$. Tìm a.

A. $a=\sqrt[6]{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $a=\sqrt[3]{6}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

Do diện tích hình vuông là $36 \Rightarrow$ cạnh bằng 6

Gọi $A\left(m;\log_a m\right)\in y=\log_a x \Rightarrow B\left(m-6;\log_a m\right)$ và $C\left(m-6;6+\log_a m\right)$

Vì $B\left(m-6;\log_a m\right)\in y=2\log_a x \Rightarrow \log_a m=2\log_a\left(m-6\right)$ (1)

Vì $C\left(m-6;6+\log_a m\right)\in y=3\log_a x \Rightarrow 6+\log_a m=3\log_a\left(m-6\right)$ (2)

Giải $(1)\Rightarrow m=9$ Thay vào $(2)\Rightarrow a=\sqrt[6]{3}$

Câu 41: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(3x-2\right)>\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}\left(22-5x\right)^2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. Nhiều hơn 2 và ít hơn 10 nghiệm. **B.** Nhiều hơn 10 nghiệm.

C. 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>\frac{2}{3}$; $x\neq\frac{22}{5}$

Với điều kiện trên, $\log_{\frac{1}{2}}\left(3x-2\right)>\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}\left(22-5x\right)^2 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(3x-2\right)^2>\log_{\frac{1}{2}}\left(22-5x\right)^2$

$\Leftrightarrow \left(3x-2\right)^2<\left(22-5x\right)^2 \Leftrightarrow x<3$ hoặc $x>10$. Kết hợp điều kiện: $\frac{2}{3}<x<3$.

Kết luận: Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên có 2 giá trị thỏa mãn là $x=1$, $x=2$.

Câu 42: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $16^x-2\left(m-3\right)4^x+3m+1=0$ có nghiệm là

A. $\left(-\infty;1\right]\cup\left[8;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup\left[8;+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right]\cup\left[8;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup\left(8;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

$16^x-2\left(m-3\right)4^x+3m+1=0$ (1). Đặt $t=4^x>0$.

Phương trình trở thành: $t^2-2\left(m-3\right)t+3m+1=0\Leftrightarrow t^2+6t+1=\left(2t-3\right)m$ (2).

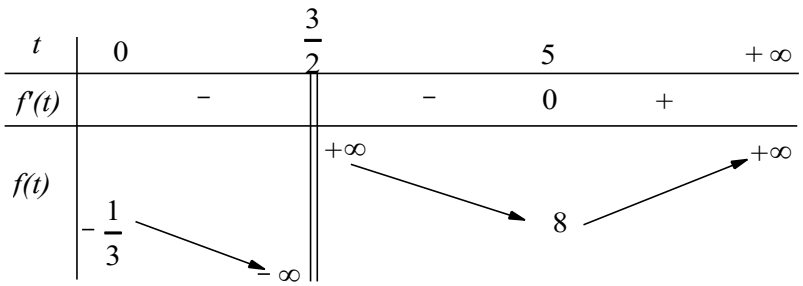
Với $t=\frac{3}{2}$: $(2)\Leftrightarrow\frac{49}{4}=0$ (vô lí)

Với $0<t\neq\frac{3}{2}$: $(2)\Leftrightarrow\frac{t^2+6t+1}{2t-3}=m$.

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm thuộc $\left(0;+\infty\right)\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Xét $f\left(t\right)=\frac{t^2+6t+1}{2t-3}$. $f'\left(t\right)=\frac{2t^2-6t-20}{\left(2t-3\right)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=5\ \ (N)\\ t=-2(L)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Số nghiệm phương trình (2) là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(t)=\dfrac{t^2+6t+1}{2t-3}$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào BBT, ycbt $\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup[8;+\infty)$.

Câu 43: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình $(\log_3 x)^2+3m\log_3(3x)+2m^2-2m-1=0$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên m mà phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1+x_2>\dfrac{10}{3}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. 6. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$.

PT: $(\log_3 x)^2+3m\log_3(3x)+2m^2-2m-1=0\Leftrightarrow(\log_3 x)^2+3m\log_3 x+2m^2+m-1=0.(1)$

Đặt $t=\log_3 x$. Khi đó phương trình trở thành $t^2+3mt+2m^2+m-1=0$ (2)

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1+x_2>\dfrac{10}{3}$ khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $3^{t_1}+3^{t_2}>\dfrac{10}{3}$.

- (2) có hai nghiệm phân biệt: $\Delta=9m^2-4(2m^2+m-1)>0\Leftrightarrow m^2-4m+4>0\Leftrightarrow m\neq 2$.
- Khi đó (2) có hai nghiệm phân biệt $t_1=-m-1$ và $t_2=-2m+1$. Khi đó ta có:

$$3^{t_1}+3^{t_2}>\frac{10}{3}\Leftrightarrow 3^{-m-1}+3^{-2m+1}>\frac{10}{3}\Leftrightarrow\frac{1}{3.3^m}+\frac{3}{3^{2m}}>\frac{10}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{1}{3}\right)^m<-\dfrac{10}{9}\\ \left(\dfrac{1}{3}\right)^m>1\end{array}\right.\Leftrightarrow m<0.$$

Mà $m\in\mathbb{N}$ nên không tồn tại m.

Câu 44: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m+1)4^x+2.9^x-5.6^x=0$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(m+1)4^x+2.9^x-5.6^x=0\Leftrightarrow 2.\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x}-5.\left(\dfrac{3}{2}\right)^x+m+1=0$ (*).

Đặt $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x$, $t>0$. Viết lại (*): $2t^2-5t+m+1=0$ (**).

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ (**) có hai nghiệm thực dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=25-4.2.(m+1)>0\\ S=\frac{5}{2}>0\\ P=\frac{m+1}{2}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\frac{17}{8}\\ m>-1\end{cases}.$$

Do m nguyên nên $m\in\{0;1;2\}$.

Câu 45: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Biết a là số thực dương bất kì để bất phương trình $a^x\geq 9x+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a\in\left(10^3;10^4\right]$. **B.** $a\in\left(10^2;10^3\right]$. **C.** $a\in\left(0;10^2\right]$. **D.** $\left(10^4;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $a^x\geq 9x+1$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì nó phải đúng với $x=1\Rightarrow a>10$.

Do $a>1$ nên hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$; Đồ thị hàm số $y=a^x$ có bề lõm quay lên trên. (hay hàm số là hàm số lõm trên $\mathbb{R}$)

Do hai đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=9x+1$ luôn đi qua điểm $A(0;1)$ nên bất phương trình $a^x\geq 9x+1$ nghiệm đúng với mọi khi đường thẳng $y=9x+1$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(0;1)\Leftrightarrow y'(0)=9$, với $y'=a^x\ln a\Leftrightarrow\ln a=9\Leftrightarrow a=\mathrm{e}^9$.

Vậy $a\in\left(10^3;10^4\right]$.

Câu 46: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô mầu sẫm như hình vẽ bên).

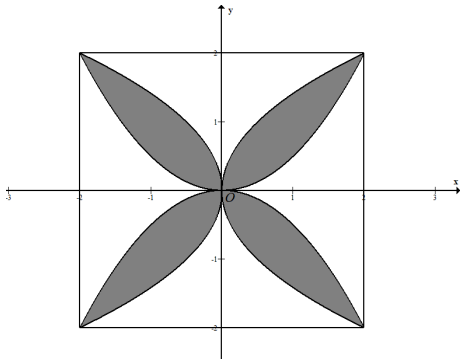


Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

A. $800\,\text{cm}^2$. **B.** $\frac{800}{3}\,\text{cm}^2$. **C.** $\frac{400}{3}\,\text{cm}^2$. **D.** $250\,\text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn C



Oxy

Cách 1: Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Gọi S là diện tích một cách hoa. Ta xé cánh hoa ở góc phần tư thứ nhất.

Ta có: $S=2S'$, với S' là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P):y=ax^2$ và đường thẳng $(d):y=x$.

Ta có: (P) qua điểm.$(20;20)$. nên $20=20^2a\Leftrightarrow a=\dfrac{1}{20}$. Suy ra: $(P):y=\dfrac{1}{20}x^2$.

Khi đó: $S=2S'=2\int_0^{20}\left(x-\dfrac{1}{20}x^2\right)\mathrm{d}x=2\cdot\dfrac{200}{3}=\dfrac{400}{3}\left(\mathrm{cm}^2\right)$.

Cách 2: Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng $10\,\mathrm{cm}=1\,\mathrm{dm}$), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình $y=\dfrac{x^2}{2}$, $y=-\dfrac{x^2}{2}$, $x=-\dfrac{y^2}{2}$, $x=\dfrac{y^2}{2}$.

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{2}$, $y=\sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$.

Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2\left(\sqrt{2x}-\frac{x^2}{2}\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\sqrt{(2x)^3}-\frac{x^3}{6}\right)\Bigg|_0^2=\frac{4}{3}\left(\mathrm{dm}^2\right)=\frac{400}{3}\left(\mathrm{cm}^2\right).$$

Câu 47: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Để thực hiện kế hoạch kinh doanh, ông A cần chuẩn bị một số vốn ngay từ bây giờ. Ông có số tiền là 500 triệu đồng gửi tiết kiệm với lãi suất $0,4\%$/tháng theo hình thức lãi kép. Sau 10 tháng, ông A gửi thêm vào 300 triệu nhưng lãi suất các tháng sau có thay đổi là $0,5\%$ tháng. Hỏi sau 2 năm kể từ lúc gửi số tiền ban đầu, số tiền ông A nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? (Không tính phần thập phân).

A. 879693600. **B.** 880438640. **C.** 879693510. **D.** 901727821.

Lời giải

Chọn C

Đặt $m_1=500000000$, $m_2=300000000$, $r_1=0,4\%$, $r_2=0,5\%$.

Số tiền cả vốn lẫn lãi ông A có được sau 10 tháng là $m_1\times(1+r)^{10}$.

Số tiền cả vốn lẫn lãi ông A có được sau 14 tháng tiếp theo là $\left[m_1\times(1+r_1)^{10}+m_2\right](1+r_2)^{14}$.

Thay số vào ta được số tiền ông A nhận được cả gốc lẫn lãi sau 2 năm kể từ lúc gửi số tiền ban đầu bằng 879693510 đồng (không tính phần thập phân).

Câu 48: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{a-3a^{\frac{1}{3}}+2}{\sqrt[3]{a}-1}+\dfrac{\sqrt{a}-a^{\frac{5}{6}}+\sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{a}}$.

A. $2\sqrt{a}-1$. **B.** $A=2a-1$. **C.** $A=2\sqrt[6]{a}-1$. **D.** $A=2\sqrt[3]{a}-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A=\dfrac{a-3a^{\frac{1}{3}}+2}{\sqrt[3]{a}-1}+\dfrac{\sqrt{a}-a^{\frac{5}{6}}+\sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{a}}=\dfrac{(a-1)-3\left(a^{\frac{1}{3}}-1\right)}{a^{\frac{1}{3}}-1}+a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{2}{3}}+1$

$=a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}+1-3+a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{2}{3}}+1\ =2a^{\frac{1}{3}}-1=2\sqrt[3]{a}-1$

Câu 49: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Tập nghiệm S của bất phương trình: $\log_2(2x-3)-\log_4\left(x-\dfrac{1}{2}\right)>\dfrac{1}{2}$ là

A. $S=\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $S=\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2}\right)$.

C. $S=\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $S=(-\infty;1)\cup\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>\dfrac{3}{2}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với: $\log_2(2x-3)>\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$

$\Leftrightarrow\log_2(2x-3)^2>\log_2 2+\log_2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)\Leftrightarrow\log_2(2x-3)^2>\log_2(2x-1)$

$d=\dfrac{a}{\sqrt{5}}\Leftrightarrow 4x^2-14x+10>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;1)\cup\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Đối chiếu điều kiện bất phương trình có tập nghiệm $S=\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 50: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

A. $m\ge -2$. **B.** $m\le -3$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=3x^2+6x-m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\ \forall x<0$

$\Leftrightarrow 3x^2+6x-m\ge 0,\ \forall x<0$.

Cách 1: $3x^2+6x-m\ge 0,\ \forall x<0\Leftrightarrow 3x^2+6x\ge m,\ \forall x<0$.

Xét hàm số $f(x)=3x^2+6x$ trên khoảng $(-\infty;0)$, ta có:

$f'(x)=6x+6$. Xét $f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x+6=0 \Leftrightarrow x=-1$. Ta có $f(-1)=-3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $m \le -3$.

Cách 2: Ta có $\Delta' = 9+3m$.

Nếu $\Delta' \le 0 \Leftrightarrow m \le -3$ thì $y' \ge 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y' \ge 0\ \forall x < 0$.

Nếu $\Delta' > 0$ thì y' có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Khi đó để $y' \ge 0\ \forall x < 0$ thì ta phải có $0 \le x_1 < x_2$. Điều này không thể xảy ra vì $S = x_1 + x_2 = -2 < 0$.

Vậy $m \le -3$.

Cách 3: Phương án B: Với $m=-3$ ta có $y = x^3+3x^2+3x+1 = (x+1)^3$. Khi đó $y' = 3(x+1)^2 \ge 0\ \forall x$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. Vậy B là đáp án đúng.

Câu 51: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Tìm số nguyên m nhỏ nhất để bất phương trình $\log_3(x^2+x+1)+2x^3 \le 3x^2+\log_3 x+m-1$ (ẩn x) có ít nhất hai nghiệm phân biệt.

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3(x^2+x+1)+2x^3 \le 3x^2+\log_3 x+m-1 \quad (1)$

Điều kiện $x>0$.

$(1) \Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x^2+x+1}{x}\right)+2x^3-3x^2 \le m-1 \Leftrightarrow \log_3\left(1+x+\frac{1}{x}\right)+2x^3-3x^2 \le m-1$.

Xét $f(x)=\log_3\left(1+x+\frac{1}{x}\right)+2x^3-3x^2$, với $x>0$.

$f'(x)=\frac{1-\frac{1}{x^2}}{\left(1+x+\frac{1}{x}\right)\ln 3}+6x^2-6x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Với $x \in (0;1) \Rightarrow f'(x)<0$; với $x \in (1;+\infty) \Rightarrow f'(x)>0$.

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy bất phương trình có ít nhất hai nghiệm $\Leftrightarrow m-1>0 \Leftrightarrow m>1$. Vậy $m=2$.

Câu 52: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Điểm cực đại của hàm số $y=(2x+1)e^{1-x}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=(2x+1)'\,\mathrm{e}^{1-x}+(2x+1)\left(\mathrm{e}^{1-x}\right)'=2\mathrm{e}^{1-x}-(2x+1)\mathrm{e}^{1-x}=(1-2x)\mathrm{e}^{1-x}$.

$y'=0\Leftrightarrow(1-2x)\mathrm{e}^{1-x}=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

Ta thấy y' đổi dấu từ dương sang âm khi x qua $\frac{1}{2}$, nên hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x=\frac{1}{2}$.

Câu 53: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là $0,7\%$ một tháng theo thỏa thuận cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng.

A. 24. **B.** 23. **C.** 22. **D.** 21.

Lời giải

Chọn D

Giả sử người đó trả nợ hết trong n tháng.

Ta tính số tiền lãi do 100 triệu sinh ra trong n tháng: $S=100\times(1,007)^n$ (triệu đồng).

Do mỗi tháng người đó gửi vào 5 triệu đồng nên sau n tháng có được (tháng thứ $n+1$ gửi vào đầu tháng):

$S_2=5+5\times1,007+5\times1,007^2+\ldots+5\times1,007^n=5\times\frac{1-1,007^{n+1}}{1-1,007}$ (triệu đồng).

Xét phương trình $S=S_2$ suy ra $n=21$.

Câu 54: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4\left(\log_2\sqrt{x}\right)^2-\log_{\frac{1}{2}}x+m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$

A. $m\in\left(0;\frac{1}{4}\right]$. **B.** $m\in\left(-\infty;\frac{1}{4}\right]$. **C.** $m\in(-\infty;0]$. **D.** $\left[\frac{1}{4};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Điều kiện: $x>0$.

$4\left(\log_2\sqrt{x}\right)^2-\log_{\frac{1}{2}}x+m=0\Leftrightarrow\left(\log_2x\right)^2+\log_2x+m=0$.

Đặt $t=\log_2x$, do $x\in(0;1)\Rightarrow t\in(-\infty;0)$.

Phương trình trở thành $t^2+t+m=0\Leftrightarrow m=-t^2-t=f(t)$

$f'(t)=-2t-1$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}\Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$, $f(0)=0$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	0

Ycbt $\Leftrightarrow m \le \frac{1}{4}$.

Cách 2: Điều kiện: $x > 0$.

$4\left(\log_2 \sqrt{x}\right)^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0 \Leftrightarrow \left(\log_2 x\right)^2 + \log_2 x + m = 0 \ (1)$.

Đặt $t = \log_2 x$. Phương trình trở thành $t^2 + t + m = 0 \ (2)$.

Phương trình (1) có nghiệm $x \in (0;1) \Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm $t < 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a.c < 0 \\ \begin{cases} \Delta \ge 0 \\ S < 0 \\ P \ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ \begin{cases} 1 - 4m \ge 0 \\ -1 < 0 \\ m \ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ 0 \le m \le \frac{1}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow m \le \frac{1}{4}.$$

Câu 55: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho phương trình $25^x - (m+2)5^x + 2m + 1 = 0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [0;2018]$ để phương trình có nghiệm?

A. 2015. **B.** 2016. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 5^x$, $t > 0$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - (m+2)t + 2m + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (t-2)m = t^2 - 2t + 1 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 2t + 1}{t - 2} \ (*)$ (vì $t = 2$ không thỏa phương trình).

Đặt $f(t) = \frac{t^2 - 2t + 1}{t - 2}$, $f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 3}{(t-2)^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

t	0		1		2		3		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{-1}{2}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình đã cho có nghiệm khi $(*)$ có nghiệm $t > 0$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 4 \end{array}\right.$.

Vì $m \in [0;2018]$, m nguyên nên $m \in \{0;4;5;...;2018\}$, có 2016 giá trị thỏa mãn.

Câu 56: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}$ luôn đồng biến trên khoảng $(1;3)$ là

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \left(x^3-6x^2+mx+2\right)'\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}\ln\frac{1}{2} = \left(3x^2-12x+m\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}\ln\frac{1}{2}$.

Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}$ luôn đồng biến trên khoảng $(1;3)$ khi và chỉ khi

$y' \ge 0\ \forall x \in (1;3) \Leftrightarrow 3x^2-12x+m \le 0\ \forall x \in (1;3)$.

Cách 1:

Ta có $\Delta' = 36-3m$.

Nếu $\Delta' \le 0 \Leftrightarrow m \ge 12$ thì $3x^2-12x+m \ge 0\ \forall x$ (loại).

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 12$ thì $3x^2-12x+m \le 0\ \forall x \in (1;3)$ khi và chỉ khi tam thức bậc hai $3x^3-12x+m$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ $(x_1 < x_2)$ thỏa mãn

$$x_1 \le 1 < 3 \le x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3.\left(3.1^2-12.1+m\right) \le 0 \\ 3.\left(3.3^2-12.3+m\right) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \le 9.$$

Khi đó số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}$ luôn đồng biến trên khoảng $(1;3)$ là 9.

Cách 2:

$3x^2-12x+m \le 0\ \forall x \in (1;3)$.

$\Leftrightarrow m \le -3x^2+12x = f(x)\ \forall x \in (1;3)$.

ĐK: $m \le f(1) = f(3) = 9$

Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}$ luôn đồng biến trên khoảng $(1;3)$ là 9.

Câu 57: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Phương trình $\log_3(x+2)+\frac{1}{2}\log_3(x-5)^2+\log_{\frac{1}{3}}8=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} x > 2 \\ x \ne 5 \end{cases}$

Với điều kiện trên $\log_3(x+2)+\frac{1}{2}\log_3(x-5)^2+\log_{\frac{1}{3}}8=0 \Leftrightarrow \log_9(x+2)^2(x-5)^2=\log_9 64$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2(x-5)^2=64 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x-18=0 \\ x^2-3x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=3 \\ x=\dfrac{3+\sqrt{17}}{2} \\ x=\dfrac{3-\sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$$

So điều kiện nhận các nghiệm $x=6$, $x=3$; $x=\frac{3+\sqrt{17}}{2}$.

Câu 58: **(THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln^2 u_6-\ln u_8=\ln u_4-1$ và $u_{n+1}=u_n.\mathrm{e}$ với mọi $n\geq 1$. Tìm u_1.

A. e. **B.** e^2. **C.** e^{-3}. **D.** e^{-4}.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết suy ra dãy số (u_n) là cấp số nhân với công bội e và $u_n>0$ với mọi $n\geq 1$. Ta có $u_6=u_1.\mathrm{e}^5$; $u_8=u_1.\mathrm{e}^7$; $u_4=u_1.\mathrm{e}^3$.

Do đó: $\ln^2 u_6-\ln u_8=\ln u_4-1 \Leftrightarrow \ln^2(u_1.\mathrm{e}^5)-\ln(u_1.\mathrm{e}^7)=\ln(u_1.\mathrm{e}^3)-1$

$\Leftrightarrow (\ln u_1+5)^2-(\ln u_1+7)=(\ln u_1+3)-1 \Leftrightarrow (\ln u_1)^2+8(\ln u_1)+16=0 \Leftrightarrow \ln u_1=-4 \Leftrightarrow u_1=\mathrm{e}^{-4}$.

Câu 59: **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Một người vay ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất $1,2\%$ tháng để mua xe ô tô. Nếu mỗi tháng người đó trả ngân hàng 10 triệu đồng và thời điểm bắt đầu trả cách thời điểm vay là đúng một tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó trả hết nợ? Biết rằng lãi suất không thay đổi.

A. 70 tháng. **B.** 80 tháng. **C.** 85 tháng. **D.** 77 tháng.

Lời giải

Chọn D

Đặt $P=500$ triệu đồng và $a=1,012$.

Tháng 1 người đó nợ aP, đã trả 10 triệu đồng nên còn nợ $aP-10$.

Tháng 2 người đó nợ a^2P-10a, đã trả 10 triệu đồng nên còn nợ $a^2P-10a-10$.

…

Sau tháng n người đó còn nợ $a^nP-10a^{n-1}-\ldots-10a-10$.

Giả sử người đó trả hết nợ sau n tháng. Khi đó:

$$a^nP-10a^{n-1}-\ldots-10a-10=0 \Leftrightarrow a^nP=10.\frac{a^n-1}{a-1} \Leftrightarrow a^n=\frac{5}{2} \Leftrightarrow n=\log_{1,012}\frac{5}{2}.$$

Do đó cần ít nhất 77 tháng người đó trả hết nợ.

Câu 60: **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Cho phương trình $\log_{0,5}(m+6x)+\log_2(3-2x-x^2)=0$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm thực?

A. 17. **B.** 18. **C.** 23. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} m+6x>0 \\ 3-2x-x^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3<x<1 \\ m+6x>0 \end{cases}$.

Khi đó, $\log_{0,5}(m+6x)+\log_2(3-2x-x^2)=0 \Leftrightarrow \log_2(3-2x-x^2)=\log_2(m+6x)$

$\Leftrightarrow 3-2x-x^2=m+6x \Leftrightarrow 3-8x-x^2=m \ (*)$.

Xét hàm số $f(x)=-x^2-8x+3$ trên $(-3;1)$, ta có $f'(x)=-2x-8$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-4$.

Bảng biến thiên

x	-4		-3		1
$f'(x)$			$-$		
$f(x)$			18	$\searrow$	-6

Từ BBT suy ra phương trình $(*)$ có nghiệm trên $(-3;1) \Leftrightarrow -6<m<18$.

Do m nguyên dương nên $m \in \{1;2;...;17\}$.

Câu 61: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 10 để phương trình $\sqrt{m+\sqrt{m+e^x}}=e^x$ có nghiệm thực?

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} m+e^x \ge 0 \\ m+\sqrt{m+e^x} \ge 0 \end{cases}$.

Đặt $t=\sqrt{m+e^x}$ $(t \ge 0)$ ta suy ra: $\begin{cases} m+t=e^{2x} \\ t^2=m+e^x \end{cases}$

$\Rightarrow e^{2x}-t^2=t-e^x \Leftrightarrow (e^x-t)(e^x+t+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} e^x-t=0 \quad (1) \\ e^x+t+1=0 \quad (2) \end{array}\right.$.

Phương trình (2) vô nghiệm vì $e^x+t+1>0$.

Phương trình (1) tương đương với $e^x=t \Leftrightarrow e^x=\sqrt{m+e^x} \Leftrightarrow m=e^{2x}-e^x \ (3)$

Phương trình $\sqrt{m+\sqrt{m+e^x}}=e^x \ (*)$ có nghiệm thực khi phương trình (3) có nghiệm thực.

Xét hàm số $f(x)=e^{2x}-e^x$ với $x \in \mathbb{R}$, ta có: $f'(x)=2e^{2x}-e^x=0 \Leftrightarrow e^x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=-\ln 2$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) \Leftrightarrow e^{2x}-e^x$ là

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của (3) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)=e^{2x}-e^x$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (3) có nghiệm khi $m \ge -\frac{1}{4}$.

Kết hợp với giả thiết m là số nguyên nhỏ hơn 10 ta suy ra $m \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

Vậy có 10 giá trị thỏa mãn.

Câu 62: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Cho hàm số $f(x)=(a^2+1)\ln^{2017}\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)+bx\sin^{2018}x+2$ với a, b là các số thực và $f\left(7^{\log 5}\right)=6$. Tính $f\left(-5^{\log 7}\right)$.

A. $f\left(-5^{\log 7}\right)=2$. **B.** $f\left(-5^{\log 7}\right)=4$. **C.** $f\left(-5^{\log 7}\right)=-2$. **D.** $f\left(-5^{\log 7}\right)=6$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x)=(a^2+1)\ln^{2017}\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)+bx\sin^{2018}x$ có tập xác định $\mathbb{R}$ là tập đối xứng.

Ta có với mọi $x\in\mathbb{R}$, $g(-x)=(a^2+1)\ln^{2017}\left(-x+\sqrt{1+x^2}\right)-bx\sin^{2018}(-x)$

$=(a^2+1)\ln^{2017}\left(\dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}\right)-bx\sin^{2018}(x)$

$=-(a^2+1)\ln^{2017}\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)-bx\sin^{2018}(x)=-g(x)$.

Suy ra $g(x)$ là hàm số lẻ, mặt khác $7^{\log 5}=5^{\log 7}$ nên $g\left(-5^{\log 7}\right)=-g\left(5^{\log 7}\right)=-g\left(7^{\log 5}\right)$.

Theo giả thiết ta có $f\left(7^{\log 5}\right)=g\left(7^{\log 5}\right)+2\Rightarrow g\left(7^{\log 5}\right)=4$.

Do đó $f\left(-5^{\log 7}\right)=g\left(-5^{\log 7}\right)+2=-g\left(7^{\log 5}\right)+2=-4+2=-2$.

Câu 63: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho bất phương trình $m.3^{x+1}+(3m+2)\left(4-\sqrt{7}\right)^x+\left(4+\sqrt{7}\right)^x>0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in(-\infty;0)$.

A. $m>\dfrac{2+2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $m>\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $m\ge\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $m\ge-\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$m.3^{x+1}+(3m+2)\left(4-\sqrt{7}\right)^x+\left(4+\sqrt{7}\right)^x>0\Leftrightarrow 3m+(3m+2).\left(\dfrac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x+\left(\dfrac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x>0$

Đặt $t=\left(\dfrac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$

Khi $x<0$ thì $0<t<1$

BPT trở thành $3m+\dfrac{3m+2}{t}+t>0,\ \forall t\in(0;1)\Leftrightarrow 3m>\dfrac{-t^2-2}{t+1},\ \forall t\in(0;1)$

Xét $f(t)=\dfrac{-t^2-2}{t+1},\ \forall t\in(0;1)$

$f'(t)=\dfrac{-t^2-2t+2}{t+1}=0\Leftrightarrow t=\sqrt{3}-1$

t	0		$\sqrt{3}-1$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-2	$\nearrow$	$2-2\sqrt{3}$	$\searrow$	$-\frac{3}{2}$

Vậy ycbt $\Leftrightarrow 3m > 2-2\sqrt{3} \Leftrightarrow m > \dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 64: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiết theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

A. 47. **B.** 45. **C.** 44. **D.** 46.

Lời giải

Chọn D

Gọi n là số tuần anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình

Số tiền anh ta tiết kiệm được sau n tuần đó là $S = 42+8n$

Theo bài ra $S = 42+8n \geq 400 \Leftrightarrow n \geq 44.75 \Rightarrow n = 45$

Vậy kể cả tuần đầu thì tuần thứ 46 anh ta có đủ tiền để mua cây guitar đó

Câu 65: **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho phương trình $4^{|x|}-(m+1)2^{|x|}+m=0$. Điều kiện của m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt là

A. $m \geq 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m > 0$ và $m \neq 1$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4^{|x|}-(m+1)2^{|x|}+m=0 \Leftrightarrow \left(2^{|x|}-1\right)\left(2^{|x|}-m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{|x|}=1 \\ 2^{|x|}=m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2^{|x|}=m \ (1) \end{array}\right.$

Phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Câu 66: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\ln\left(m+\ln(m+x)\right)=x$ có nhiều nghiệm nhất.

A. $m \geq 0$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \mathrm{e}$. **D.** $m \geq -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\ln\left(m+\ln(m+x)\right)=x \quad (1)$.

Điều kiện $x > \mathrm{e}^{-m}-m$.

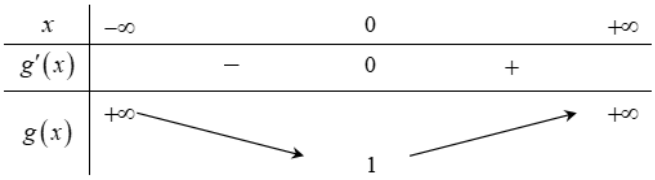
Đặt $\ln(m+x)=y$ ta được $\mathrm{e}^y-m=x$. Thay vào (1) ta được $\ln(m+y)=x \Leftrightarrow \mathrm{e}^x-m=y$.

Ta có hệ $\begin{cases} \mathrm{e}^x-m=y \\ \mathrm{e}^y-m=x \end{cases} \Rightarrow \mathrm{e}^x-\mathrm{e}^y=y-x \Rightarrow \mathrm{e}^x+x=\mathrm{e}^y+y$. Do hàm số $f(t)=\mathrm{e}^t+t$ đồng biến

trên $\mathbb{R}$ nên suy ra $x=y \Rightarrow x=\ln(x+m) \Leftrightarrow \mathrm{e}^x-x=m$.

Xét hàm số $g(x)=\mathrm{e}^x-x$; $g'(x)=\mathrm{e}^x-1$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$.

BBT



Suy ra phương trình có nhiều nhất là hai nghiệm $\Leftrightarrow m>1$. (chú ý nghiệm luôn thỏa điều kiện).

Câu 67: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau đây 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu phần trăm diện tích hiện nay?

A. $(1-x)^4$. **B.** $1-\dfrac{4x}{100}$. **C.** $1-\left(\dfrac{x}{100}\right)^4$. **D.** $\left(1-\dfrac{x}{100}\right)^4$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử diện tích rừng hiện có là M.

Hết năm thứ nhất diện tích rừng còn lại $M\left(1-\dfrac{x}{100}\right)$.

Hết năm thứ hai diện tích rừng còn lại là $M\left(1-\dfrac{x}{100}\right)-M\left(1-\dfrac{x}{100}\right)\dfrac{x}{100}=M\left(1-\dfrac{x}{100}\right)^2$.

.

Hết năm thứ tư diện tích rừng còn lại là $M\left(1-\dfrac{x}{100}\right)^4$.

Câu 68: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên không dương của m để phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+m)+\log_3(3-x)=0$ có nghiệm. Tập S có bao nhiêu tập con?

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $-m<x<3$.

$\log_{\frac{1}{3}}(x+m)+\log_3(3-x)=0\Leftrightarrow\log_3(x+m)=\log_3(3-x)\Leftrightarrow x+m=3-x\Leftrightarrow x=\dfrac{3-m}{2}$.

Phương trình có nghiệm khi $-m<\dfrac{3-m}{2}<3\Leftrightarrow -3<m$.

Do m nguyên không dương nên $S=\{-2;-1;0\}$. S có 3 phần tử nên số tập con là $2^3=8$.

Câu 69: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho phương trình $e^{m\cos x-\sin x}-e^{2(1-\sin x)}=2-\sin x-m\cos x$ với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Khi đó S có dạng $(-\infty;a]\cup[b;+\infty)$. Tính $T=10a+20b$.

A. $T=10\sqrt{3}$. **B.** $T=0$. **C.** $T=1$. **D.** $T=3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $e^{m\cos x-\sin x}-e^{2(1-\sin x)}=2-\sin x-m\cos x$

$\Leftrightarrow e^{m\cos x-\sin x}+m\cos x-\sin x=e^{2(1-\sin x)}+2(1-\sin x)$

Xét hàm số $f(t)=e^t+t\ (t\in\mathbb{R})$, $f'(t)=e^t+1>0\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $e^{m\cos x-\sin x}+m\cos x-\sin x=e^{2(1-\sin x)}+2(1-\sin x)\Leftrightarrow m\cos x-\sin x=2(1-\sin x)$

$\Leftrightarrow m\cos x+\sin x=2$. Phương trình có nghiệm khi $m^2+1\ge 4\Leftrightarrow m^2\ge 3$.

$\Rightarrow S=(-\infty;-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3};+\infty)$. Vậy $T=10a+20b=10\sqrt{3}$.

Câu 70: **(THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $e^{u_{18}}+5\sqrt{e^{u_{18}}-e^{4u_1}}=e^{4u_1}$ và $u_{n+1}=u_n+3$ với mọi $n\ge 1$. Giá trị lớn nhất của n để $\log_3 u_n<\ln 2018$ bằng

A. 1419. **B.** 1418. **C.** 1420. **D.** 1417.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{n+1}=u_n+3$ với mọi $n\ge 1$ nên u_n là cấp số cộng có công sai $d=3$

$e^{u_{18}}+5\sqrt{e^{u_{18}}-e^{4u_1}}=e^{4u_1}\Leftrightarrow 5\sqrt{e^{u_{18}}-e^{4u_1}}=e^{4u_1}-e^{u_{18}}\ (1)$

Đặt $t=e^{u_{18}}-e^{4u_1}\ (t\ge 0)$

Phương trình (1) trở thành $5\sqrt{t}=-t\Leftrightarrow\begin{cases}t\le 0\\25t=t^2\end{cases}\Leftrightarrow t=0$

$5\sqrt{t}=-t\Leftrightarrow t+5\sqrt{t}=0\Leftrightarrow\sqrt{t}(\sqrt{t}+5)=0\Leftrightarrow\sqrt{t=0}\Leftrightarrow t=0$

Với $t=0$ ta có: $e^{u_{18}}=e^{4u_1}\Leftrightarrow u_{18}=4u_1\Leftrightarrow u_1+51=4u_1\Leftrightarrow u_1=17$

Vậy $u_n=u_1+(n-1)d=17+(n-1)3=3n+14$

Có: $\log_3 u_n<\ln 2018\Leftrightarrow u_n<3^{\ln 2018}\Leftrightarrow 3n+14<3^{\ln 2018}\Leftrightarrow n<\dfrac{3^{\ln 2018}-14}{3}\approx 1419{,}98$

Vậy giá trị lớn nhất của n là 1419.

Câu 71: **(THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $9^x+3^{x+1}-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. 11. **B.** 12. **C.** 13. **D.** 14.

Lời giải

Chọn C

Ta có $9^x+3^{x+1}-m=0\Leftrightarrow 9^x+3.3^x=m$.

Xét hàm số $y=9^x+3.3^x$. Ta có: $y'=9^x.\ln 9+3.3^x.\ln 3>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

Bảng biến thiên:

x	0		1
y'		+	
y	4		18

YCBT $\Leftrightarrow 4<m<18$, $m\in\mathbb{Z}$. Vậy có 13 giá trị nguyên của m thỏa YCBT.

Câu 72: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên khoảng $(-2018;2018)$ để phương trình $6.2^{2x-1}-(7m-48).2^x+2m^2-16m=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2\geq 15$?

A. 2017. **B.** 0. **C.** 1994. **D.** 1993.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=2^x$ $(t>0)$. Phương trình đã cho trở thành $3t^2-(7m-48)t+2m^2-16m=0$ $(*)$.

$\Delta'=(7m-8)^2-12(2m^2-16m)=(5m-48)^2\geq 0$ $\forall m$.

Suy ra phương trình $(*)$ có hai nghiệm $t_1=2m-16$, $t_2=\dfrac{m}{3}$.

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thì ta phải có $\begin{cases}2m-16>0\\ \dfrac{m}{3}>0\end{cases}\Leftrightarrow m>8$.

Vì $m>8$ và m nguyên nên suy ra $m\geq 9$.

Khi đó ta có $x_1=\log_2(2m-16), x_2=\log_2\dfrac{m}{3}$; $x_1.x_2\geq 15\Leftrightarrow \log_2(2m-16).\log_2\dfrac{m}{3}\geq 15$.

Xét hàm số $f(m)=\log_2(2m-16).\log_2\dfrac{m}{3}$ với $m\geq 9$.

Ta có: với $m\geq 9$ thì $\log_2(2m-16)>0;\log_2\dfrac{m}{3}>0$. Mặt khác các hàm số $g(m)=\log_2(2m-16)$ và $h(m)=\log_2\dfrac{m}{3}$ là các hàm số đồng biến với $m\geq 9$.

Suy ra $f(m)$ đồng biến với $m\geq 9$. Lại có: $f(24)=15$. Vậy $f(m)\geq 15\Leftrightarrow m\geq 24$.

Suy ra có $2017-24+1=1994$ giá trị nguyên của tham số m trên khoảng $(-2018;2018)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 73: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Biết điều kiện cần và đủ của m để phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2+4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2}-8m-4=0$$

có nghiệm thuộc $\left[\dfrac{5}{2};4\right]$ là $m\in[a;b]$. Tính $T=a+b$.

A. $T=\dfrac{10}{3}$. **B.** $T=4$. **C.** $T=-4$. **D.** $T=\dfrac{-10}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>2$.

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2+4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2}-8m-4=4\log_2^2(x-2)+4(m-5)\log_2(x-2)-8m-4=0\ (1)$$

Đặt $\log_2(x-2)=t$ với $x\in\left[\frac{5}{2};4\right]\Rightarrow t\in[-1;1]$.

Khi đó (1) trở thành $4t^2+4(m-5)t-8m-4=0\Leftrightarrow m=\frac{t^2-5t-1}{2-t}=f(t)$.

Ta có: $f'(t)=\frac{-t^2+4t-11}{(2-t)^2}<0$, với mọi $t\in[-1;1]$.

t	-1		1
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	$\frac{5}{3}$	$\searrow$	-5

Từ bảng biến thiên, phương trình $\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2+4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2}-8m-4=0$ có nghiệm thuộc $\left[\frac{5}{2};4\right]$ khi và chỉ khi $-5\le m\le\frac{5}{3}$. Do đó: $\begin{cases}a=-5\\b=\frac{5}{3}\end{cases}$.

Vậy $a+b=-\frac{10}{3}$.

Câu 74: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình

$$\log_2\frac{3x^2+3x+m+1}{2x^2-x+1}=x^2-5x+2-m$$

Có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $3x^2+3x+m+1>0$.

Ta có:

$$\log_2\frac{3x^2+3x+m+1}{2x^2-x+1}=x^2-5x+2-m\Leftrightarrow\log_2\left(\frac{3x^2+3x+m+1}{2x^2-x+1}\right)-1=x^2-5x+1-m$$

$$\Leftrightarrow\log_2\frac{3x^2+3x+m+1}{4x^2-2x+2}=x^2-5x+1-m$$

$$\Leftrightarrow\log_2(3x^2+3x+m+1)-\log_2(4x^2-2x+2)=(4x^2-2x+2)-(3x^2+3x+m+1)$$

$$\Leftrightarrow\log_2(3x^2+3x+m+1)+(3x^2+3x+m+1)=\log_2(4x^2-2x+2)+(4x^2-2x+2)\qquad(1)$$

Xét hàm số: $f(t)=t+\log_2 t$ trên $(0;+\infty)$, ta có $f'(t)=1+\frac{1}{t.\ln 2}>0$, $\forall t\in(0;+\infty)$.

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Suy ra: $(1)\Leftrightarrow f(4x^2-2x+2)=f(3x^2+3x+m+1)$

$\Leftrightarrow 4x^2-2x+2=3x^2+3x+m+1 \Leftrightarrow x^2-5x=m-1\ (2)$. Điều này đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Xét hàm số: $g(x)=x^2-5x$ trên $\mathbb{R}$, ta có $g'(x)=2x-5=0\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	-4	$\searrow$	$-\frac{25}{4}$	$\nearrow$	

- Theo bảng biến thiên ta thấy: phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 khi và chỉ khi $-\frac{25}{4}<m-1<-4\Leftrightarrow -\frac{21}{4}<m<-3$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-5;-4\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 75: Thầy Châu vay ngân hàng ba trăm triệu đồng theo phương thức trả góp để mua xe. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất thầy Châu trả 5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là $0,65\%$ mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu thầy Châu trả hết số tiền trên?

A. 78 tháng. **B.** 76 tháng. **C.** 75 tháng. **D.** 77 tháng.

Lời giải

Chọn D

Gọi: A đồng là số tiền thầy Châu vay ngân hàng với lãi suất $r\%$/tháng; X đồng là số tiền thầy Châu trả nợ cho ngân hàng vào cuối mỗi tháng.

Khi đó: Số tiền thầy Châu đó còn nợ ngân hàng sau n tháng là $T_n=A(1+r)^n-X\frac{(1+r)^n-1}{r}$.

Thầy Châu trả hết số tiền trên khi

$T_n=0\Leftrightarrow A(1+r)^n-X\frac{(1+r)^n-1}{r}.=0\Leftrightarrow 300(1,0065)^n-5\frac{1,0065^n-1}{0,0065}=0\Leftrightarrow n\approx 76,29.$

Vậy: sau 77 tháng thầy Châu trả hết số tiền trên.

Câu 76: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Các giá trị của m để phương trình $\left(\sqrt{5}-1\right)^{x^2}+m\left(\sqrt{5}+1\right)^{x^2}=2^{x^2-2}$ có đúng bốn nghiệm phân biệt là khoảng $(a;b)$. Giá trị $b-a$ là

A. $\frac{1}{16}$. **B.** $\frac{49}{64}$. **C.** $\frac{1}{64}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$\left(\sqrt{5}-1\right)^{x^2}+m\left(\sqrt{5}+1\right)^{x^2}=2^{x^2-2}\ (1)\Leftrightarrow\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{x^2}+m\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{x^2}=\frac{1}{4}.$

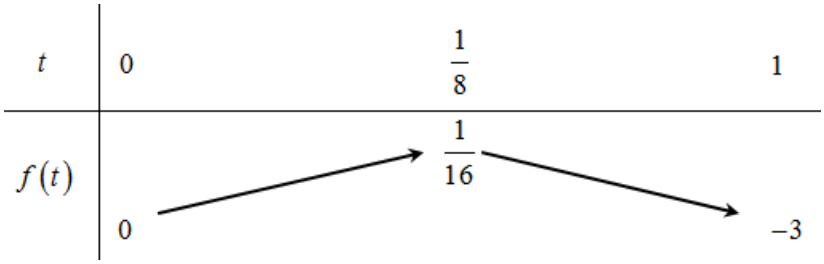
Vì $\frac{\sqrt{5}-1}{2}.\frac{\sqrt{5}+1}{2}=1$ nên đặt $t=\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{x^2}\Rightarrow 0<t\le 1$ và $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{x^2}=\frac{1}{t}$.

Ta có phương trình $t+m.\frac{1}{t}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow 4m=-4t^2+t\ (2)$.

Ứng với một nghiệm $t\in(0;1)$ của phương trình (2) ta có 2 nghiệm x phân biệt của phương trình (1).

Do đó, phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0;1)\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=4m$ cắt phần đồ thị của hàm số $f(t)=-4t^2+t$ với $t\in(0;1)$ tại 2 điểm phân biệt.

Bảng biến thiên của hàm $f(t)=-4t^2+t$ với $t\in(0;1)$



Từ bảng biến thiên suy ra $0<4m<\dfrac{1}{16}\Leftrightarrow 0<m<\dfrac{1}{64}$. Vậy $a=0;b=\dfrac{1}{64}\Rightarrow b-a=\dfrac{1}{64}$.

Câu 77: **(SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2(m+3)3^x+6m-3=0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m<1$. **B.** $m<\dfrac{1}{2}$. **C.** $m>\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}<m<1$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $3^x=t$, $(t>0)$ ta được phương trình $t^2-2(m+1)t+6m-3=0$.

Để $9^x-2(m+3)3^x+6m-3=0$ có hai nghiệm trái dấu thì phương trình $t^2-2(m+1)t+6m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn

$$0<t_1<1<t_2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ t_1+t_2>0\\ t_1t_2>0\\ (t_1-1)(t_2-1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+1)^2-(6m-3)>0\\ m+1>0\\ 6m-3>0\\ 6m-3-2(m+1)+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4m+4>0\\ m>-1\\ m>\dfrac{1}{2}\\ 4m<4\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}<m<1.$$

Câu 78: **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x+(4m-1).2^x+3m^2-1=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=3$ là

A. $m=\sqrt{3}$. **B.** $m=-\sqrt{3}$. **C.** $m=\pm\sqrt{3}$. **D.** $m<-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2^x>0$, ta được $t^2+(4m-1)t+3m^2-1=0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực $\Leftrightarrow(1)$ có hai nghiệm dương t_1, t_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (4m-1)^2 - 4(3m^2-1) \ge 0 \\ t_1 t_2 = 3m^2 - 1 > 0 \\ t_1 + t_2 = 1 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 8m + 5 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} m > \dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ m < -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{array} \right. \\ m < \dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(m-1)^2 + 1 \ge 0 \\ m < -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Khi đó $x_1 = \log_2 t_1$, $x_2 = \log_2 t_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_2 t_1 + \log_2 t_2 = \log_2 (t_1 t_2)$.

Mà $t_1 t_2 = 3m^2 - 1$ và $x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow \log_2 (3m^2 - 1) = 3 \Leftrightarrow 3m^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$.

Kết hợp với $m < -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ta được $m = -\sqrt{3}$ thỏa mãn.

Câu 79: **(THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+3)3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$ có nghiệm thực?

A. 5. **B.** 7. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $-1 \le x \le 1$.

Đặt $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}}$. Ta có $x \in [-1;1]$ nên $t \in [3;9]$ (do $0 \le \sqrt{1-x^2} \le 1$).

Phương trình trở thành: $t^2 - (m+3)t + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m(t-2) = t^2 - 3t + 1 \Leftrightarrow m = \dfrac{t^2 - 3t + 1}{t-2}$ (do $t - 2 \ne 0, \forall t \in [3;9]$) (1).

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t^2 - 3t + 1}{t-2}$, $t \in [3;9]$; $f'(t) = \dfrac{t^2 - 4t + 7}{(t-2)^2} > 0, \forall t \in [3;9]$.

Vậy $f(3) \le f(t) \le f(9)$ hay $1 \le f(t) \le \dfrac{55}{7}$, $\forall t \in [3;9]$.

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm $t \in [3;9] \Leftrightarrow 1 \le m \le \dfrac{55}{7}$.

Vậy $m \in \{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Câu 80: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Sau một tháng thi công công trình xây dựng Nhà học thể dục của Trường X đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, công ty xây dựng quyết định từ tháng thứ 2, mỗi tháng tăng 4% khối lượng công việc so với tháng kề trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công?

A. 19. **B.** 18. **C.** 17. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Dự kiến hoàn thành công việc trong 24 tháng $\Rightarrow$ tháng đầu tiên công ty hoàn thành $A = \dfrac{1}{24}$ công việc.

Đặt $r = 0,04$; $m = 1 + r$.

Khối lượng công việc hoàn thành ở:

- Tháng thứ nhất: $T_1 = A$
- Tháng thứ hai: $T_2 = T_1 + T_1 r = Am$
- Tháng thứ ba: $T_3 = T_2 + T_2 r = Am^2$
- Tháng thứ tư: $T_4 = T_3 + T_3 r = Am^3$

…

- Tháng thứ n: $T_n = Am^{n-1}$

Để hoàn thành xong công trình thì:

$$T_1 + T_2 + T_3 + ... + T_n = 1 \Leftrightarrow A\left(1 + m + m^2 + ... + m^{n-1}\right) = 1. \Leftrightarrow \frac{1-m^n}{1-m} = 24 \Leftrightarrow 1{,}04^n = 1{,}96.$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1{,}04} 1{,}96 \approx 17{,}2$$

Câu 81: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f(2) + f(3) + ... + f(2018) = \ln a - \ln b + \ln c - \ln d$ với a, b, c, d là các số nguyên dương, trong đó a, c, d là các số nguyên tố và $a < b < c < d$. Tính $P = a + b + c + d$.

A. 1986. **B.** 1698. **C.** 1689. **D.** 1968.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = \ln\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) = \ln(x-1) + \ln(x+1) - 2\ln x$, với $x \geq 2$.

Khi đó

$f(2) = \ln 1 + \ln 3 - 2\ln 2$

$f(3) = \ln 2 + \ln 4 - 2\ln 3$

$f(4) = \ln 3 + \ln 5 - 2\ln 4$

…

$f(2016) = \ln 2015 + \ln 2017 - 2\ln 2016$

$f(2017) = \ln 2016 + \ln 2018 - 2\ln 2017$

$f(2018) = \ln 2017 + \ln 2019 - 2\ln 2018$

Suy ra $f(2) + f(3) + ... + f(2018) = \ln 1 - \ln 2 + \ln 2019 - \ln 2018$

$= 0 - \ln 2 + (\ln 3 + \ln 673) - (\ln 2 + \ln 1009)$

$= \ln 3 - 2\ln 2 + \ln 673 - \ln 1009$

$= \ln 3 - \ln 4 + \ln 673 - \ln 1009$

Do đó $P = a + b + c + d = 3 + 4 + 673 + 1009 = 1689$.

Câu 82: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho phương trình $\log_2\left(x - \sqrt{x^2-1}\right).\log_5\left(x - \sqrt{x^2-1}\right) = \log_m\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương khác 1 của m sao cho phương trình đã cho có nghiệm x lớn hơn 2?

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x > \sqrt{x^2-1} \Leftrightarrow x \geq 1$.

Đặt $t=\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$ thì $t'=\dfrac{1-\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}}{x-\sqrt{x^2-1}}.\dfrac{1}{\ln 2}=\dfrac{\sqrt{x^2-1}-x}{\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)\sqrt{x^2-1}}.\dfrac{1}{\ln 2}$

$=\dfrac{-1}{\sqrt{x^2-1}\ln 2}<0$

BBT:

x	1		$+\infty$
t'		$-$	
t	0	$\searrow$	$-\infty$

Do $x>2\Rightarrow t<\log_2\left(2-\sqrt{3}\right)$.

Phương trình trở thành $t.\log_5 2^t=\log_m\dfrac{1}{2^t}\Leftrightarrow t.\log_5 2=-\log_m 2\Leftrightarrow \log_5 m=-\dfrac{1}{t}$

Ycbt $\log_5 m<-\dfrac{1}{\log_2\left(2-\sqrt{3}\right)}\Leftrightarrow m<5^{-\frac{1}{\log_2\left(2-\sqrt{3}\right)}}$. Do $m\in\mathbb{N}^*$ và $m\neq 1$ nên $m=2$.

Câu 83: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Ông A muốn sau 5 năm có 1.000.000.000 đồng để mua ô tô Camry. Hỏi rằng ông A phải gởi ngân hàng mỗi tháng số tiền gần nhất với số tiền nào sau đây? Biết lãi suất hàng tháng là $0,5\%$, tiền lãi sinh ra hàng tháng được nhập vào tiền vốn số tiền gửi hàng tháng là như nhau.

A. 14.261.000 (đồng). **B.** 14.260.500 (đồng).

C. 14.260.000 (đồng). **D.** 14.261.500 (đồng).

Lời giải

Chọn D

Gọi M (đồng) là số tiền hàng tháng ông A phải gởi vào ngân hàng, sau n tháng số tiền cả gốc lẫn lãi là:

$T_n=\dfrac{a}{r}\left[\left(1+r\right)^n-1\right]\left(1+r\right)$

Suy ra $a=\dfrac{T_n.r}{\left(1+r\right)\left[\left(1+r\right)^n-1\right]}=\dfrac{1.000.000.000\text{x}0,5\%}{\left(1+0,5\%\right)\left[\left(1+0,5\%\right)^{60}-1\right]}\approx 14.261.494$ (đồng).

Câu 84: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình $1+\log_5\left(x^2+1\right)=\log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\left(3;7\right)\setminus\left\{5\right\}$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{5\right\}$. **D.** $m\in\left(3;7\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $1+\log_5\left(x^2+1\right)=\log_5\left(mx^2+4x+m\right)\Leftrightarrow\log_5 5\left(x^2+1\right)=\log_5\left(mx^2+4x+m\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+1>0\left(Đúng\ \forall x\in\mathbb{R}\right)\\5\left(x^2+1\right)=mx^2+4x+m\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{5x^2-4x+5}{x^2+1}=m$.

Đặt $f\left(x\right)=\dfrac{5x^2-4x+5}{x^2+1}$. Ta có: $f'\left(x\right)=\dfrac{4x^2-4}{\left(x^2+1\right)^2}$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 4x^2-4=0\Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	5	↗	7	↘	3	↗	5

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m \in (3;7) \setminus \{5\}$.

Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn theo công thức hàm số mũ $m(t)=m_0e^{-\lambda t}$, $\lambda=\dfrac{\ln 2}{T}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (tại thời điểm $t=0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t, T là chu kỳ bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Khi phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc cổ, các nhà khoa học thấy rằng khối lượng cacbon phóng xạ ${}^{14}_{6}C$ trong mẫu gỗ đó đã mất 45% so với lượng ${}^{14}_{6}C$ ban đầu của nó. Hỏi công trình kiến trúc đó có niên đại khoảng bao nhiêu năm? Cho biết chu kỳ bán rã của ${}^{14}_{6}C$ là khoảng 5730 năm.

A. 5157 (năm). **B.** 3561 (năm). **C.** 6601 (năm). **D.** 4942 (năm).

Lời giải

Chọn D

Từ công thức $m(t)=m_0e^{-\lambda t}$, $\lambda=\dfrac{\ln 2}{T}$ và $m(t)=0,55m_0$

ta suy ra $0,55=e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}\Leftrightarrow 0,55=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}\Rightarrow t=5730.\log_{\frac{1}{2}}0,55\approx 4942$ (năm).

Câu 2: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[0;10]$ để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+3\log_{\frac{1}{2}}x^2-7}<m\left(\log_4 x^2-7\right)$ chứa khoảng $(256;+\infty)$.

A. 7. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ \log_2^2 x+3\log_{\frac{1}{2}}x^2-7\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \log_2^2 x-6\log_2 x-7\ge 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \left[\begin{array}{l}\log_2 x<-1\\ \log_2 x>7\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \left[\begin{array}{l}x\le\dfrac{1}{2}\\ x\ge 128\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<x\le\dfrac{1}{2}\\ x\ge 128\end{array}\right.$

Với điều kiện trên bất phương trình trở thành $\sqrt{\log_2^2 x-6\log_6 x-7}<m\left(\log_2 x-7\right)$ $(*)$

Đặt $t=\log_2 x$ thì $t>8$ vì $x\in(256;+\infty)$

$(*)\Leftrightarrow\sqrt{(t+1)(t-7)}<m(t-7)\Leftrightarrow\sqrt{\dfrac{t+1}{t-7}}<m,\forall t>8$. Đặt $f(t)=\sqrt{\dfrac{t+1}{t-7}}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m\ge\max\limits_{(8;+\infty)}f(t)$

Xét hàm số $f(t)=\sqrt{\dfrac{t+1}{t-7}}$ trên khoảng $(8;+\infty)$

Ta có $f'(t)=\dfrac{-4}{(t-7)^2}.\sqrt{\dfrac{t-7}{t+1}}<0,\forall t>8\Rightarrow f(t)$ luôn nghịch biến trên khoảng $(8;+\infty)$

Do đó $\max\limits_{(8;+\infty)} f(t) = f(8) = 3 \Rightarrow m \ge 3$.

Mà $m \in [0;10]$ nên $m \in \{3;4;...;10\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Phương trình $(4x)^{\log_8 x} + x^{\log_8(4x)} = 4$ có tập nghiệm là

A. $\{2;8\}$. **B.** $\left\{\frac{1}{2};8\right\}$. **C.** $\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{8}\right\}$. **D.** $\left\{2;\frac{1}{8}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 0$.

$(4x)^{\log_8 x} + x^{\log_8(4x)} = 4 \Leftrightarrow (4x)^{\log_8 x} + (4x)^{\log_8 x} = 4 \Leftrightarrow (4x)^{\log_8 x} = 2$

$\Leftrightarrow \log_8 x.\log_8(4x) = \log_8 2 \Leftrightarrow \log_8 x\left(\frac{2}{3} + \log_8 x\right) = \frac{1}{3}$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_8 x = \frac{1}{3} \\ \log_8 x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \frac{1}{8} \end{array}\right.$ (nhận)

Vậy tập nghiệm là $\left\{2;\frac{1}{8}\right\}$.

Câu 4: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 8.3^x + 3 = m$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(\log_3 2;\log_3 8)$.

A. $-13 < m < -9$. **B.** $-9 < m < 3$. **C.** $3 < m < 9$. **D.** $-13 < m < 3$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $3^x = t$, do $x \in (\log_3 2;\log_3 8)$ nên $t \in (2;8)$, ta có phương trình $t^2 - 8t + 3 = m$.

Phương trình $9^x - 8.3^x + 3 = m$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(\log_3 2;\log_3 8)$ khi và chỉ khi phương trình $t^2 - 8t + 3 = m$ có đúng hai nghiệm $t \in (2;8)$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 3$ với $t \in (2;8)$.

Ta có $f'(t) = 2t - 8$; giải phương trình $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Bảng biến thiên

t	2		4		8
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-9	↘	-13	↗	3

Từ bảng biến thiên ta có $-13 < m < -9$.

Câu 5: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0;2018)$ để có $\lim\sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \le \frac{1}{2187}$?

A. 2011. **B.** 2016. **C.** 2019. **D.** 2009.

Lời giải

Chọn A

Do $\dfrac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}>0$ với $\forall n$ nên $\lim\sqrt{\dfrac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}}=\sqrt{\lim\dfrac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}}=\sqrt{\lim\dfrac{1+3.\left(\dfrac{1}{3}\right)^n}{\left(\dfrac{5}{9}\right)^n+9^a}}=\sqrt{\dfrac{1}{9^a}}=\dfrac{1}{3^a}$.

Theo đề bài ta có $\lim\sqrt{\dfrac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}}\le\dfrac{1}{2187}\Leftrightarrow\dfrac{1}{3^a}\le\dfrac{1}{2187}\Leftrightarrow a\ge 7$. Do a là số nguyên thuộc khoảng $(0;2018)$ nên có $a\in\{7;8;9;...;2017\}\Rightarrow$ có 2011 giá trị của a.

Câu 6: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho phương trình $4^x-(m+1)2^{x+1}+8=0$. Biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1)=6$. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

A. Không có m. **B.** $1<m<3$. **C.** $m>3$. **D.** $m<2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2^x\ (t>0)$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2-2(m+1)t+8=0\ (1)$.

Điều kiện để phương trình có hai nghiệm x_1, $x_2\Leftrightarrow(1)$ có hai nghiệm dương phân biệt t_1, t_2

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\S>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+2m-7>0\\2(m+1)>0\\8>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-1-2\sqrt{2}\\m>-1+2\sqrt{2}\end{array}\right.\\m>-1\end{cases}\Leftrightarrow m>-1+2\sqrt{2}.$$

Khi đó $t_1=m+1+\sqrt{m^2+2m-7}=2^{x_1}$, $t_2=m+1-\sqrt{m^2+2m-7}=2^{x_2}$

Ta có $t_1.t_2=2^{x_1+x_2}=8\Rightarrow x_1+x_2=3$, $(x_1+1)(x_2+1)=6\Leftrightarrow x_1x_2=2$

$$\Leftrightarrow\log_2\left(m+1+\sqrt{m^2+2m-7}\right).\log_2\left(m+1-\sqrt{m^2+2m-7}\right)=2$$

$$\Leftrightarrow\log_2\left(m+1+\sqrt{m^2+2m-7}\right)\log_2\frac{8}{m+1+\sqrt{m^2+2m-7}}=2$$

$$\Leftrightarrow\log_2\left(m+1+\sqrt{m^2+2m-7}\right)\left[3-\log_2\left(m+1+\sqrt{m^2+2m-7}\right)\right]=2\ (1)$$

Đặt $u=\log_2\left(m+1+\sqrt{m^2+2m-7}\right)$ thì (1) trở thành $3u-u^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=1\\u=2\end{array}\right.$.

+ $u=1\Rightarrow m+1+\sqrt{m^2+2m-7}=2\Leftrightarrow\sqrt{m^2+2m-7}=1-m$: ptvn do $m>-1+2\sqrt{2}$.

+ $u=2\Rightarrow m+1+\sqrt{m^2+2m-7}=4\Leftrightarrow\sqrt{m^2+2m-7}=3-m\Leftrightarrow m=2$ (nhận).

Vậy $m=2$ thỏa ycbt.

Câu 7: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\left(\dfrac{1}{9}\right)^x-m\left(\dfrac{1}{3}\right)^x+2m+1=0$ có nghiệm. Tập $\mathbb{R}\setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 4. **B.** 9. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $\left(\frac{1}{3}\right)^x = t$, với $t > 0$ ta có phương trình $t^2 - mt + 2m + 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{t^2+1}{t-2}$ $(*)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2+1}{t-2}$ trên $(0;+\infty)\setminus\{2\}$ ta có $f'(t) = \frac{t^2-4t-1}{(t-2)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2+\sqrt{5}$.

Bảng biến thiên:

t	0		2		$2+\sqrt{5}$		$+\infty$
f'		$-$		$-$	0	$+$	
f	$-\frac{1}{2}$	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	$4+2\sqrt{5}$	↗	$+\infty$

Vậy $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[4+2\sqrt{5}; +\infty\right)$.

Do đó $\mathbb{R}\setminus S = \left[-\frac{1}{2}; 4+2\sqrt{5}\right)$ có 9 giá trị nguyên là 0, 1, ..., 8.

Câu 8: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $e^{3x} - 2e^{2x+\ln 3} + e^{x+\ln 9} + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $(-\ln 2; +\infty)$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $e^{3x} - 2e^{2x+\ln 3} + e^{x+\ln 9} + m = 0 \Leftrightarrow e^{3x} - 6e^{2x} + 9e^x + m = 0$.

Đặt $t = e^x$ với $t > 0$. Do $y = e^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên với $x > -\ln 2$ thì $t = e^x > e^{-\ln 2} = \frac{1}{2}$.

Xét $f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t > \frac{1}{2}$ có $f'(t) = 3t^2 - 12t + 9$.

Xét $f'(t) = 0 \Rightarrow 3t^2 - 12t + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \Rightarrow f(1) = 4 \\ t = 3 \Rightarrow f(3) = 0 \end{array}\right.$. Và: $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{8}$.

Bảng biến thiên:

t	$\frac{1}{2}$		1		3		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{25}{8}$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Phương trình $e^{3x}-2e^{2x+\ln 3}+e^{x+\ln 9}+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $(-\ln 2;+\infty)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t)=-m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. (Mỗi nghiệm $x\in(-\ln 2;+\infty)$ cho ta đúng một nghiệm $t\in\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$).

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\frac{25}{8}<-m<4\Leftrightarrow -4<m<-\frac{25}{8}=-3{,}125$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=-3$. Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 9: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{3}}x+\log_{\frac{1}{3}}y\le\log_{\frac{1}{3}}(x+y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=2x+3y$.

A. $P_{\min}=7-2\sqrt{10}$. **B.** $P_{\min}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$. **C.** $P_{\min}=7+3\sqrt{2}$. **D.** $P_{\min}=7+2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

$\log_{\frac{1}{3}}x+\log_{\frac{1}{3}}y\le\log_{\frac{1}{3}}(x+y^2)\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{3}}xy\le\log_{\frac{1}{3}}(x+y^2)\Leftrightarrow xy\ge x+y^2\Leftrightarrow x(y-1)\ge y^2$

$\Leftrightarrow x\ge\frac{y^2}{y-1}$(vì $0<y\le 1$ không thỏa mãn bất phương trình).

$P=2x+3y\ge\frac{2y^2}{y-1}+3y$

Xét hàm số $f(y)=\frac{2y^2}{y-1}+3y$ với $y>1$

$$f'(y)=\frac{5y^2-10y+3}{(y-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=\frac{5+\sqrt{10}}{5}\\ y=\frac{5-\sqrt{10}}{5}<1\end{array}\right.$$

y	1		$\frac{5+\sqrt{10}}{5}$		$+\infty$
$f'(y)$		$-$	0	$+$	
$f(y)$		↘	$7+2\sqrt{10}$	↗	

Vậy $P\ge f(y)\ge f\left(\frac{5+\sqrt{10}}{5}\right)\Rightarrow P\ge 7+2\sqrt{10}$.

Câu 10: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $4^{x+1}+4^{1-x}=(m-1)\left(2^{2+x}+2^{2-x}\right)+16-8m$ có nghiệm thuộc đoạn $[2;3]$?

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4^{x+1}+4^{1-x}=(m-1)\left(2^{2+x}+2^{2-x}\right)+16-8m \Leftrightarrow 4^{x+1}+4^{1-x}=2(m-1)\left(2^{1+x}+2^{1-x}\right)+16-8m$

Đặt $t=2^{x+1}+2^{1-x} \Rightarrow t^2=4^{x+1}+4^{1-x}+8$ khi đó ta được phương trình

$t^2-8=2(m-1)t+16-8m \Leftrightarrow t^2-8=2(m-1)t+16-8m \Leftrightarrow t^2-16=2(m-1)(t-4)$.

Vì $x\in[2;3]$ nên $t=2^{x+1}+2^{1-x}\in\left[\frac{17}{2};\frac{65}{4}\right]$. Do vậy

$t^2-16=2(m-1)(t-4) \Leftrightarrow t+4=2(m-1) \Leftrightarrow \frac{1}{2}.t+3=m$. Phương trình $\frac{1}{2}t+3=m$ có nghiệm thuộc $\left[\frac{17}{2};\frac{65}{4}\right]$ khi và chỉ khi $\frac{1}{2}.\frac{17}{2}+3\le m\le\frac{1}{2}.\frac{65}{4}+3 \Leftrightarrow \frac{29}{4}\le m\le\frac{89}{8}$, mà m nguyên nên có tất cả bốn giá trị m thỏa đó là $m=8$; $m=9$; $m=10$; $m=11$.

Câu 11: **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Tích tất cả các giá trị của x thỏa mãn phương trình $\left(3^x-3\right)^2-\left(4^x-4\right)^2=\left(3^x+4^x-7\right)^2$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $\Leftrightarrow\left(3^x+4^x-7\right)\left(3^x-4^x+1\right)=\left(3^x+4^x-7\right)^2$

$\Leftrightarrow\left(3^x+4^x-7\right)\left(2.4^x-8\right)=0 \Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}2.4^x=8 & (1)\\ 3^x+4^x-7=0 & (2)\end{array}\right.$

Xét phương trình (1): $(1)\Leftrightarrow 4^x=4\Leftrightarrow x=1$.

Xét phương trình (2): Xét hàm $f(x)=3^x+4^x-7$ trên $\mathbb{R}$.

Hàm $f(x)$ liên tục và $f'(x)=3^x.\ln 3+4^x.\ln 4>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$

Khi đó, $(2)\Leftrightarrow f(x)=f(1)\Leftrightarrow x=1$. Vậy tích các nghiệm của phương trình bằng1.

Câu 12: **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$2^{(x-1)^2}.\log_2\left(x^2-2x+3\right)=4^{|x-m|}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là

A. $S=\left\{\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right\}$. **B.** $S=\left\{\frac{1}{2};-1;\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $S=\left\{-\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{\frac{1}{2};1;-\frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(t)=2^t.\log_2(t+2)$, $f'(t)=2^t.\ln 2.\log_2(t+2)+2^t.\frac{1}{(t+2)\ln 2}>0$, $\forall t\ge 0$.

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Ta có $2^{(x-1)^2}.\log_2\left(x^2-2x+3\right)=4^{|x-m|}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)$

$\Leftrightarrow 2^{(x-1)^2}.\log_2\left((x-1)^2+2\right)=2^{2|x-m|}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)\Leftrightarrow f\left[(x-1)^2\right]=f\left[2|x-m|\right]$

$\Leftrightarrow (x-1)^2=2|x-m|$ (1)

Khi $x\ge m$, (1) $\Leftrightarrow x^2-4x+1+2m=0$ (2)

Khi $x<m$, (1) $\Leftrightarrow x^2=2m-1$ (3)

TH1: (2) có nghiệm kép x_0, (3) có hai nghiệm phân biệt khác x_0.

Khi đó $m=\frac{3}{2}$ thì (2) có nghiệm $x=2\ge\frac{3}{2}$, (3) có hai nghiệm phân biệt $x=\pm\sqrt{2}<\frac{3}{2}$.

TH2: (3) có nghiệm kép x_0, (2) có hai nghiệm phân biệt khác x_0.

Khi đó $m=\frac{1}{2}$ thì (3) có nghiệm $x=0<\frac{1}{2}$, (2) có hai nghiệm $x=2\pm\sqrt{2}\ge\frac{1}{2}$.

TH3: (2) và (3) có chung một nghiệm x_0, khi đó $x_0=m\Rightarrow m=1$, thử lại $m=1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy $S=\left\{\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 13: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Cho số thực a, b thỏa mãn $a>b>1$ và $\frac{1}{\log_b a}+\frac{1}{\log_a b}=\sqrt{2018}$. Giá trị biểu thức $P=\frac{1}{\log_{ab} b}-\frac{1}{\log_{ab} a}$ bằng:

A. $P=\sqrt{2020}$. **B.** $P=\sqrt{2018}$. **C.** $P=\sqrt{2016}$. **D.** $P=\sqrt{2014}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\frac{1}{\log_b a}+\frac{1}{\log_a b}=\sqrt{2018}\Leftrightarrow \log_a b+\log_b a=\sqrt{2018}\quad(1)$

$P=\frac{1}{\log_{ab} b}-\frac{1}{\log_{ab} a}=\log_b(ab)-\log_a(ab)=(\log_b a+1)-(\log_a b+1)=\log_b a-\log_a b.\quad(2)$

Từ (1) suy ra $\log_a^2 b+\log_b^2 a+2\log_a b.\log_b a=2018\Leftrightarrow \log_a^2 b+\log_b^2 a=2016$.

Từ (2) suy ra $P^2=\log_a^2 b+\log_b^2 a-2\log_a b.\log_b a=2016-2=2014$.

Do $a>b>1$ nên $\log_a b<1$ và $\log_b a>1$ nên $P>0$.

Vậy $P=\sqrt{2014}$.

Câu 14: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Giá trị nguyên dương nhỏ nhất của tham số m để bất phương trình $4^x-2018m.2^{x-1}+3-1009m\le 0$ có nghiệm là

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t=2^x, t>0$.

Khi đó bất phương trình trở thành $t^2-1009mt+3-1009m\le 0$

$\Leftrightarrow 1009m\ge\frac{t^2+3}{t+1}$ (do $t>0$).

Xét $f(t)=\frac{t^2+3}{t+1}$, ta có $f'(t)=\frac{t^2+2t-3}{(t+1)^2}$

$f'(t)=0\Leftrightarrow t^2+2t-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-3\end{array}\right.\overset{t>0}{\Rightarrow}t=1$

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		3 ↘	2	↗	$+\infty$

ycbt $\Leftrightarrow 1009m\ge\min\limits_{t>0} f(t)=2\Leftrightarrow m\ge\frac{2}{1009}$.

Vậy $m=1$ là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 15: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Gọi S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log x^2+\log(x+10)=2-\log 4$. Tính S?

A. $S=-10$. **B.** $S=-15$. **C.** $S=-10+5\sqrt{2}$. **D.** $S=8-5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $\begin{cases}x^2>0\\x+10>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\x>-10\end{cases}$.

Ta có: $\frac{1}{2}\log x^2+\log(x+10)=2-\log 4$.

$\Leftrightarrow \log|x|+\log(x+10)=\log 25$.

$\Leftrightarrow \log\left(|x|.(x+10)\right)=\log 25$. (*)

+ Với $x>0$ thì (*) $\Leftrightarrow x^2+10x-25=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-5+5\sqrt{2}(n)\\x=-5-5\sqrt{2}(l)\end{array}\right.$.

+ Với $-10<x<0$ thì (*) $\Leftrightarrow -x^2-10x-25=0\Leftrightarrow x=-5$ (nhận).

Vậy $S=-10+5\sqrt{2}$.

Câu 16: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $b>1$ và $\sqrt{a}\le b<a$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_{\frac{a}{b}}a+2\log_{\sqrt{b}}\left(\frac{a}{b}\right)$ bằng:

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\log_a b$, vì $b>1$ và $\sqrt{a}\le b<a$ nên $\frac{1}{2}\le t<1$.

Ta có $P=\log_{\frac{a}{b}}a+2\log_{\sqrt{b}}\left(\frac{a}{b}\right)=\frac{1}{1-t}+\frac{4}{t}-4=f(t)$.

Xét hàm số $f(t)=\frac{1}{1-t}+\frac{4}{t}-4$ trên nửa khoảng $\left[\frac{1}{2};1\right)$, ta có

$f'(t)=\frac{1}{(1-t)^2}-\frac{4}{t^2}=\frac{(3t-2)(2-t)}{t^2.(1-t)^2}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=2\notin\left[\frac{1}{2};1\right)$ hoặc $t=\frac{2}{3}\in\left[\frac{1}{2};1\right)$.

Bảng biến thiên:

t	$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	6	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right)} f(t)=5$ khi $t=\dfrac{2}{3}$.

Vậy $\min P=5$ khi $\log_a b=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow b=\sqrt[3]{a^2}$.

Câu 17: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Tính đạo hàm của hàm số $y=8^{x^2+1}$.

A. $y'=2x.8^{x^2}$. **B.** $y'=2x.\left(x^2+1\right).8^{x^2}.\ln 8$.

C. $y'=\left(x^2+1\right).8^{x^2}$. **D.** $y'=6x.8^{x^2+1}.\ln 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $\left(8^{x^2+1}\right)'=2x.8^{x^2+1}.\ln 8=2x.8^{x^2+1}.3.\ln 2=6x.8^{x^2+1}.\ln 2$.

Câu 18: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=\ln\dfrac{2018x}{x+1}$.

Tính tổng $S=f'(1)+f'(2)+...+f'(2018)$.

A. $S=\dfrac{2018}{2019}$. **B.** $S=1$. **C.** $S=\ln 2018$. **D.** $S=2018$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có : $f'(x)=\left(\dfrac{2018x}{x+1}\right)'.\dfrac{x+1}{2018x}=\dfrac{2018}{(x+1)^2}.\dfrac{x+1}{2018x}=\dfrac{1}{x(x+1)}$.

Khi đó : $f'(1)=\dfrac{1}{1.2}$; $f'(2)=\dfrac{1}{2.3}$; ….; $f'(2018)=\dfrac{1}{2018.2019}$.

$S=\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+...+\dfrac{1}{2018.2019}=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+....+\dfrac{1}{2018}-\dfrac{1}{2019}=1-\dfrac{1}{2019}=\dfrac{2018}{2019}$.

Câu 19: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Số nghiệm thực của phương trình $2018^x+\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{1}{x-2018}=2018$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2018. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $x\neq 1$, $x\neq 2018$.

Xét hàm số $f(x)=2018^x+\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{1}{x-2018}-2018$ với $x\in(-\infty;1)$ có

$f'(x)=2018^x\ln 2018+\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{(x-2018)^2}>0,\ \forall x\in x\in(-\infty;1)$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$.

Do đó trên $(-\infty;1)$ phương trình $f(x)=0$ nếu có nghiệm thì sẽ có nghiệm duy nhất.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	-2018	$\nearrow$	$+\infty$

Đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại đúng một điểm nên $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất trên $(-\infty;1)$.

Do đó phương trình đã cho có nghiệm duy nhất trên $(-\infty;1)$.

Tương tự, trên $(1;2018)$ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Trên $(2018;+\infty)$ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm thực.

Câu 20: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Có bao nhiêu số nguyên $m\in(0;2018)$ để phương trình $m+10x=m.\mathrm{e}^x$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 9. **B.** 2017. **C.** 2016. **D.** 2007.

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy phương trình $m+10x=m.\mathrm{e}^x$ có nghiệm $x=0$ với mọi m.

Khi $x\neq 0$ ta có $m+10x=m.\mathrm{e}^x \Leftrightarrow \dfrac{\mathrm{e}^x-1}{x}=\dfrac{10}{m}$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x-1}{x}$, $x\neq 0$ ta có $f'(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x(x-1)+1}{x^2}$.

Đặt $g(x)=\mathrm{e}^x(x-1)+1\Rightarrow g'(x)=x\mathrm{e}^x$. Giải phương trình $g'(x)=0\Leftrightarrow x=0$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)>0$, $\forall x\neq 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$

y'	+	+
y	0 → 1	$+\infty$ → 1

Từ bảng biến thiên ta có thấy phương trình $m+10x=m.\mathrm{e}^x$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \dfrac{10}{m}\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\neq 10$.

Do $m\in(0;2018)$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên có 2016 giá trị.

Câu 21: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2(2m+1).3^x+3(4m-1)=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+2)(x_2+2)=12$ thuộc khoảng nào sau đây

A. $(3;9)$. **B.** $(9;+\infty)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{4};3\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=3^x$ $(t>0)$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2-2(2m+1)t+3(4m-1)=0$ (1).

(1) có hai nghiệm dương phân biệt khi $\begin{cases} \Delta'>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+1)^2-3(4m-1)>0 \\ 2m+1>0 \\ 4m-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m>\dfrac{1}{4} \end{cases}$.

Khi đó $\left[\begin{array}{l} t=4m-1 \\ t=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{x_1}=4m-1 \\ 3^{x_2}=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\log_3(4m-1) \\ x_2=1 \end{array}\right.$.

Ta có $(x_1+2)(x_2+2)=12 \Leftrightarrow \log_3(4m-1)=2 \Leftrightarrow m=\dfrac{5}{2}$ (thỏa điều kiện).

Câu 22: Một người đem 100000000 (đồng) đi gửi tiết kiệm với lãi suất 7% tháng, sau mỗi tháng số tiền lãi được nhập vào vốn. Hỏi sau khi hết kì hạn 6 tháng, người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền?

A. $10^8.(1,07)^6$ (đồng). **B.** $10^8.(1,07)^7$ (đồng). **C.** $10^8.(1,07)^5$ (đồng). **D.** $10^8.(0,07)^6$ (đồng).

Câu 23: Một người đem 100000000 (đồng) đi gửi tiết kiệm với lãi suất 7% tháng, sau mỗi tháng số tiền lãi được nhập vào vốn. Hỏi sau khi hết kì hạn 6 tháng, người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền?

A. $10^8.(1,07)^6$ (đồng). **B.** $10^8.(1,07)^7$ (đồng). **C.** $10^8.(1,07)^5$ (đồng). **D.** $10^8.(0,07)^6$ (đồng).

Lời giải

Chọn A

Sau tháng thứ 1 số tiền người đó nhận được: $100000000(1+0,7\%)$.

Sau tháng thứ 2 số tiền người đó nhận được: $100000000(1+0,7\%)(1+0,7\%)$.

...

Sau tháng thứ 6 số tiền người đó nhận được: $100000000(1+0,7\%)^6$.

Câu 24: Tập hợp tất cả các số thực x **không** thỏa mãn bất phương trình $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right)5^{x+1}\ge 1$ là một khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 25: Tập hợp tất cả các số thực x **không** thỏa mãn bất phương trình $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right)5^{x+1}\ge 1$ là một khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của bất phương trình: $x\in\mathbb{R}$.

Do đó để giải bài toán ta chỉ cần giải bất phương trình: $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right)5^{x+1}<1$

Nếu: $x^2-9\ge 0$ ta có: $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right)5^{x+1}\ge 3^0+0=1$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right)5^{x+1}<1\Rightarrow x^2-9<0\Leftrightarrow -3<x<3$.

Ngược lại nếu $-3<x<3$ thì ta có: $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right)5^{x+1}<3^0=1$. (vì $5^{x+1}>0$ và $x^2-9<0$)

Vậy $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right)5^{x+1}-1<0\Leftrightarrow -3<x<3\Leftrightarrow x\in(-3;3)$. Do đó $b-a=3-(-3)=6$.

Câu 26: Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép (tức là tiền lãi được cộng vào vốn kỳ tiếp theo). Ban đầu người đó gửi với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% / kỳ hạn, sau hai năm người đó thay đổi phương thức gửi, chuyển thành kỳ hạn một tháng với lãi suất $0,6\%$ / tháng. Tính tổng số tiền lãi và gốc nhận được sau 5 năm (kết quả làm tròn tới đơn vị nghìn đồng).

A. $290.640.000$. **B.** $290.642.000$. C. $290.646.000$. D. $290.644.000$.

Lời giải

Chọn B

Sau 2 năm đầu tiên người đó có số tiền cả gốc lẫn lãi là $S_1=200(1+2\%)^8$.

Sau 5 năm người đó có số tiền cả gốc lẫn lãi là

$S=S_1(1+0,6\%)^{36}=200(1+2\%)^8(1+0,6\%)^{36}=290.642.000$ đồng.

Câu 27: Có bao nhiêu số nguyên dương m trong đoạn $[-2018;2018]$ sao cho bất phương trình $(10x)^{m+\frac{\log x}{10}}\ge 10^{\frac{11}{10}\log x}$ đúng với mọi $x\in(1;100)$.

A. 2018. **B.** 4026.
C. 2013. **D.** 4036.

Câu 28: Có bao nhiêu số nguyên dương m trong đoạn $[-2018;2018]$ sao cho bất phương trình sau đúng với mọi $x\in(1;100)$: $(10x)^{m+\frac{\log x}{10}}\ge 10^{\frac{11}{10}\log x}$.

A. 2018. **B.** 4026. **C.** 2013. **D.** 4036.

Lời giải

Chọn A

$(10x)^{m+\frac{\log x}{10}} \ge 10^{\frac{11}{10}\log x} \Leftrightarrow \left(m+\frac{\log x}{10}\right)(\log x+1) \ge \frac{11}{10}\log x \Leftrightarrow (\log x+10m)(\log x+1)-11\log x \ge 0$

$\Leftrightarrow 10m(\log x+1)+\log^2 x-10\log x \ge 0$.

Do $x \in (1;100) \Rightarrow \log x \in (0;2)$. Do đó

$10m(\log x+1)+\log^2 x-10\log x \ge 0 \Leftrightarrow 10m \ge \frac{10\log x-\log^2 x}{\log x+1}$.

Đặt $t=\log x$, $t \in (0;2)$, xét hàm số $f(t)=\frac{10t-t^2}{t+1}$. Ta có: $f'(t)=\frac{10-2t-t^2}{(t+1)^2}>0 \ \forall t \in (0;2)$.

Do đó $f(0)<f(t)<f(2) \Leftrightarrow 0<f(t)<\frac{16}{3}$.

Để $10m \ge \frac{10\log x-\log^2 x}{\log x+1}$ đúng với mọi $x \in (1;100)$ thì $10m \ge \frac{16}{3} \Rightarrow m \ge \frac{8}{15}$.

Do đó $m \in \left[\frac{8}{15};2018\right]$ hay có 2018 số thỏa mãn.

Câu 29: Cho dãy số (u_n) có số hạng đầu $u_1 \ne 1$ thỏa mãn $\log_2^2(5u_1)+\log_2^2(7u_1)=\log_2^2 5+\log_2^2 7$ và $u_{n+1}=7u_n$ với mọi $n \ge 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>1111111$ bằng

A. 11. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m-5)9^x+(2m-2)6^x+(1-m)4^x=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A 2. **B** 4. **C** 3. **D.** 1.

Câu 31: Cho dãy số (u_n) có số hạng đầu $u_1 \ne 1$ thỏa mãn $\log_2^2(5u_1)+\log_2^2(7u_1)=\log_2^2 5+\log_2^2 7$ và $u_{n+1}=7u_n$ với mọi $n \ge 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>1111111$ bằng

A. 11. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Vì $u_{n+1}=7u_n$ nên dễ thấy dãy số (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=7$.

Ta có:

$\log_2^2(5u_1)+\log_2^2(7u_1)=\log_2^2 5+\log_2^2 7 \Leftrightarrow (\log_2 5+\log_2 u_1)^2+(\log_2 7+\log_2 u_1)^2=\log_2^2 5+\log_2^2 7$

$\Leftrightarrow 2\log_2 5.\log_2 u_1+2\log_2^2 u_1+2\log_2 7.\log_2 u_1=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 u_1=0\\ 2\log_2 5+2\log_2 u_1+2\log_2 7=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}u_1=1 \quad (L)\\ \log_2 35u_1=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow u_1=\frac{1}{35}$.

Ta có:

$u_n=u_1.7^{n-1}.u_n>1111111 \Leftrightarrow \frac{1}{35}.7^{n-1}>1111111 \Leftrightarrow 7^{n-1}>35.1111111$

$\Leftrightarrow n>\log_7(35.1111111)+1$.

Mà $n \in \mathbb{N}^*$ nên giá trị nhỏ nhất trong trương hợp này là $n = 10$.

Câu 32: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m-5)9^x + (2m-2)6^x + (1-m)4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A 2. **B** 4. **C** 3. **D** 1.

Lời giải

Chọn D

$$(m-5)9^x + (2m-2)6^x + (1-m)4^x = 0 \Leftrightarrow (m-5)\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + (2m-2)\left(\frac{3}{2}\right)^x + (1-m) = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x > 0$. Phương trình (1) trở thành $(m-5)t^2 + (2m-2)t + (1-m) = 0 \quad (2)$

(1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 8m + 6 > 0 \\ \dfrac{-2m+2}{m-5} > 0 \\ \dfrac{1-m}{m-5} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 5.$$

Mặt khác $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 4$.

Câu 33: Bất phương trình $3\log_8(x+1) - \log_2(2-x) \geq 1$ có tập nghiệm $S = [a;b)$. Tính $P = 2a^2 - ab + b^2$.

A. $P = 8$. **B.** $P = 9$. **C.** $P = 11$. **D.** $P = 4$.

Câu 34: Giải phương trình $\log_2(x^4 - 14x^3 + 100x^2 - 12x + 25) = 4\log_{16}(39x^2 + 70x + 3)$ được bốn nghiệm $a < b < c < d$. Tính $P = b^2 + d^2$.

A. $P = 72$. **B.** $P = 42$. **C.** $P = 32$. **D.** $P = 52$.

Câu 35: Bất phương trình $3\log_8(x+1) - \log_2(2-x) \geq 1$ có tập nghiệm $S = [a;b)$. Tính $P = 2a^2 - ab + b^2$.

A. $P = 8$. **B.** $P = 9$. **C.** $P = 11$. **D.** $P = 4$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $3\log_8(x+1) - \log_2(2-x) \geq 1 \Leftrightarrow \log_2(x+1) \geq 1 + \log_2(2-x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 2(2-x) \\ 2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x < 2.$$

Khi đó $a = 1,\ b = 2$.

Vậy $P = 2a^2 - ab + b^2 = 4$.

Câu 36: Giải phương trình $\log_2(x^4 - 14x^3 + 100x^2 - 12x + 25) = 4\log_{16}(39x^2 + 70x + 3)$ được bốn nghiệm $a < b < c < d$. Tính $P = b^2 + d^2$.

A. $P = 72$. **B.** $P = 42$. **C.** $P = 32$. **D.** $P = 52$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x^4 - 14x^3 + 100x^2 - 12x + 25 > 0 \\ 39x^2 + 70x + 3 > 0 \end{cases} (1)$

Với điều kiện (1), ta có: $\log_2\left(x^4-14x^3+100x^2-12x+25\right)=4\log_{16}\left(39x^2+70x+3\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^4-14x^3+100x^2-12x+25\right)=\log_2\left(39x^2+70x+3\right)$

$\Leftrightarrow x^4-14x^3+100x^2-12x+25=39x^2+70x+3$

$\Leftrightarrow x^4-14x^3+61x^2-82x+22=0$

$\Leftrightarrow \left(x^2-6x+2\right)\left(x^2-8x+11\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3\pm\sqrt{7} \\ x=4\pm\sqrt{5} \end{array}\right.$ (thỏa (1))

Vậy $b=4-\sqrt{5}$, $d=4+\sqrt{5} \Rightarrow P=b^2+d^2=42$.

Câu 37: Tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)2^{2\left(x^2+1\right)}-(m+1).2^{x^2+2}+2m=6$ có nghiệm là

A. $m\le 9$. **B.** $2\le m\le 9$. **C.** $2<m\le 9$. **D.** $2\le m<11$.

Câu 38: Biết đường thẳng $d: y=2x+m$ (m là tham số thực) cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt M và N. Giá trị của m sao cho độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất là

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 39: Tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)2^{2\left(x^2+1\right)}-(m+1).2^{x^2+2}+2m=6$ có nghiệm là

A. $m\le 9$. **B.** $2\le m\le 9$. **C.** $2<m\le 9$. **D.** $2\le m<11$.

Lời giải

Chọn C

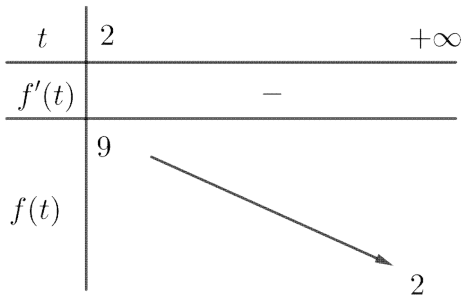
Đặt $t=2^{x^2+1}$, do $x^2+1\ge 1$ nên $t\ge 2$.

Ta có phương trình $(m-2)t^2-2(m+1)t+2m-6=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{2t^2+2t+6}{t^2-2t+2}$.

Để phương trình có nghiệm thì đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $f(t)=\dfrac{2t^2+2t+6}{t^2-2t+2}$ với $t\ge 2$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{-\left(6t^2+4t-16\right)}{\left(t^2-2t+2\right)^2}$; $f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{4}{3} \\ t=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Phương trình có nghiệm khi $2 < m \le 9$.

Câu 40: Biết đường thẳng $d: y = 2x + m$ (m là tham số thực) cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt M và N. Giá trị của m sao cho độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất là

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Xét phương trình $2x + m = \dfrac{x+3}{x+1} \Leftrightarrow 2x^2 + (m+1)x + m - 3 = 0 \quad (1)$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x \ne -1$ khi $\begin{cases} \Delta = (m+1)^2 - 8(m-3) > 0 \\ 2 - m - 1 + m - 3 = -2 \ne 0 \end{cases}$

$\Rightarrow m^2 - 6m + 25 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1) thì $M(x_1; 2x_1 + m)$, $N(x_2; 2x_2 + m)$

Khi đó $MN^2 = (x_1 - x_2)^2 + 4(x_1 - x_2)^2 = 5\left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2\right] = \dfrac{5}{4}\left[(m-3)^2 + 16\right] \ge 20$.

Vậy $MN_{\min} = 2\sqrt{5}$ khi $m = 3$.

Câu 41: Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (một quý), lãi suất 6% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó lại gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau một năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận số tiền gần với kết quả nào nhất?

A. 238,6 triệu đồng. **B.** 224,7 triệu đồng. **C.** 243,5 triệu đồng. **D.** 236,2 triệu đồng.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	D	D	B	A	A	D	D	B	D	D	B	C	D	B	B	C	A	A	C	B	A	C	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	D	B	B	A	C	A	D	D	C	C	A	A	B	A	B	B	C	A	B	A	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 42: Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (một quý), lãi suất 6% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó lại gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau một năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận số tiền gần với kết quả nào nhất?

A. 238,6 triệu đồng. **B.** 224,7 triệu đồng. **C.** 243,5 triệu đồng. **D.** 236,2 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Sau đúng 6 tháng người đó thu được số tiền cả vốn và lãi là $S_1 = 100(1+6\%)^2$ triệu đồng.

Câu 43: Sau một năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó thu được số tiền cả vốn và lãi là $S_2 = (100 + S_1)(1+6\%)^2 = 238,6$ triệu đồng.Ông Bình mua một chiếc xe máy với giá 60 triệu đồng tại một cửa hàng theo hình thức trả góp với lãi suất 8% một năm. Biết rằng lãi suất được chia đều cho 12 tháng và không thay đổi trong suốt thời gian ông Bình trả nợ. Theo quy định của cửa hàng, mỗi tháng ông Bình phải trả một số tiền cố định là 2 triệu đồng (bao gồm tiền nợ gốc và tiền lãi). Hỏi ông Bình trả hết nợ ít nhất là trong bao nhiêu tháng?

A. 35. **B.** 34. **C.** 33. **D.** 32.

Câu 44: Ông Bình mua một chiếc xe máy với giá 60 triệu đồng tại một cửa hàng theo hình thức trả góp với lãi suất 8% một năm. Biết rằng lãi suất được chia đều cho 12 tháng và không thay đổi trong suốt thời gian ông Bình trả nợ. Theo quy định của cửa hàng, mỗi tháng ông Bình phải trả một số tiền cố định là 2 triệu đồng (bao gồm tiền nợ gốc và tiền lãi). Hỏi ông Bình trả hết nợ ít nhất là trong bao nhiêu tháng?

A. 35. **B.** 34. **C.** 33. **D.** 32.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Lãi suất 8% một năm $\Leftrightarrow \frac{2}{3}\% = \frac{2}{300} = n$ (lãi suất một tháng)

- Cuối tháng 1, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ: $S_1 = 60(1+n) - 2$
- Cuối tháng 2, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ:

$$S_2 = \left[60(1+n) - 2\right](1+n) - 2 = 60(1+n)^2 - 2\left[(1+n)+1\right]$$

- Cuối tháng 3, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ

$$S_3 = \left\{60(1+n)^2 - 2\left[(1+n)+1\right]\right\}(1+n) - 2 = 60(1+n)^3 - 2\left[(1+n)^2 + (1+n) + 1\right]$$

…

- Cuối tháng m, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ 0 đồng

$$0 = 60(1+n)^m - 2\left[(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \cdots + (n+1) + 1\right]$$

Ta có $(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \cdots + (n+1) + 1$ là tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có $u_1 = 1$ và công bội $q = n+1$ gồm m số hạng

$$(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \cdots + (n+1) + 1 = 1.\frac{(n+1)^m - 1}{n+1-1} = \frac{(n+1)^m - 1}{n}$$

$$\Leftrightarrow 0 = 60(1+n)^m - 2\frac{(1+n)^m - 1}{n} \Leftrightarrow 2 = \frac{60(1+n)^m .n}{(1+n)^m - 1}$$

Ta có $2 = \dfrac{60\left(1+\frac{2}{300}\right)^m . \frac{2}{300}}{\left(1+\frac{2}{300}\right)^m - 1} \Leftrightarrow m \approx 33,58$.

Vậy ông Bình trả hết nợ sau 34 tháng.

Câu 45: Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm là

A. $m \ge 4$. **B.** $m > 4$. **C.** $m < 0$ và $m \ge 4$. **D.** $m < 0$.

Câu 46: Ông An mua một chiếc điện thoại di động tại một cửa hàng với giá 18 500 000 đồng và đã trả trước 5 000 000 đồng ngay khi nhận điện thoại. Mỗi tháng, ông An phải trả góp cho cửa hàng trên số tiền không đổi là m đồng. Biết rằng lãi suất tính trên số tiền nợ còn lại là $3,4\%$/tháng và ông An trả đúng 12 tháng thì hết nợ. Số tiền m là

A. 1 350 203 đồng. **B.** 1 903 203 đồng. **C.** 1 388 824 đồng. **D.** 1 680 347 đồng.

Câu 47: Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm là

A. $m \ge 4$. **B.** $m > 4$. **C.** $m < 0$ và $m \ge 4$. **D.** $m < 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x = 0$ không là nghiệm của phương trình

Với $x \ne 0$: $\log(mx) = 2\log(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1>0 \\ mx = (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ m = x+2+\dfrac{1}{x} \end{cases}$.

Xét hàm số $f(x) = x+2+\dfrac{1}{x}$ với $x \in (-1;+\infty)\setminus\{0\}$.

$f'(x) = 1-\dfrac{1}{x^2} = \dfrac{x^2-1}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (do $x \in (-1;+\infty)\setminus\{0\}$).

Bảng biến thiên :

x	-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$
		$-\infty$					

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m < 0 \vee m \ge 4$ là giá trị cần tìm.

Câu 48: Ông An mua một chiếc điện thoại di động tại một cửa hàng với giá 18 500 000 đồng và đã trả trước 5 000 000 đồng ngay khi nhận điện thoại. Mỗi tháng, ông An phải trả góp cho cửa hàng trên số tiền không đổi là m đồng. Biết rằng lãi suất tính trên số tiền nợ còn lại là $3,4\%$/tháng và ông An trả đúng 12 tháng thì hết nợ. Số tiền m là

A. 1 350 203 đồng. **B.** 1 903 203 đồng. **C.** 1 388 824 đồng. **D.** 1 680 347 đồng.

Lời giải

Chọn C

Đặt $r = 3,4\%$ là lãi suất hàng tháng và $a = 1+r$

Số tiền vay là $A = 13\,500\,000$.

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 1: $T_1 = A + Ar - m = A(1+r) - m = Aa - m$

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 2: $T_2 = T_1 + T_1 r - m = T_1 a - m = Aa^2 - m(a+1)$

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 3: $T_3 = T_2 + T_2 r - m = T_2 a - m = Aa^3 - m(a^2+a+1)$

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 12:

$T_{12} = T_{11} + T_{11} r - m = T_{11} a - m = Aa^{12} - m(a^{11}+a^{10}+\ldots+a+1) = Aa^{12} - m\dfrac{a^{12}-1}{a-1}$.

Ông An trả đúng 12 tháng thì hết nợ nên: $T_{12}=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{Aa^{12}(a-1)}{a^{12}-1}=1\,388\,823$

Câu 49: Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n)=\dfrac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4)...(\log_3 n)}{9^n}$, với $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$. Có bao nhiêu số n để $f(n)=a$?

A. 2. **B.** vô số. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 50: Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n)=\dfrac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4)...(\log_3 n)}{9^n}$, với $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$. Có bao nhiêu số n để $f(n)=a$?

A. 2. **B.** vô số. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(n+1)=f(n).\dfrac{\log_3(n+1)}{9}$, $f(n)=f(n-1).\dfrac{\log_3 n}{9}$

Do a là giá trị nhỏ nhất của $f(n)$ nên $f(n)=a \Leftrightarrow \begin{cases} f(n)\leq f(n+1) \\ f(n)\leq f(n-1) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f(n)\leq f(n).\dfrac{\log_3(n+1)}{9} \\ f(n-1).\dfrac{\log_3 n}{9}\leq f(n-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(n+1)\geq 9 \\ \log_3 n\leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow 3^9-1\leq n\leq 3^9.$

Vậy có 2 giá trị của n thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 51: Biết phương trình $\log_3(3^x-1).\left[1+\log_3(3^x-1)\right]=6$ có hai nghiệm là $x_1<x_2$ và tỉ số $\dfrac{x_1}{x_2}=\log\dfrac{a}{b}$ trong đó $a,b\in\mathbb{N}^*$ và a, b có ước chung lớn nhất bằng 1. Tính $a+b$.

A. $a+b=38$. **B.** $a+b=37$. **C.** $a+b=56$. **D.** $a+b=55$.

Câu 52: Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^2+\ln(x+m+2)$ đồng biến trên tập xác định của nó. Biết $S=\left(-\infty;a+\sqrt{b}\right]$. Tính tổng $K=a+b$ là

A. $K=-5$. **B.** $K=5$. **C.** $K=0$. **D.** $K=2$.

Câu 53: Biết phương trình $\log_3(3^x-1).\left[1+\log_3(3^x-1)\right]=6$ có hai nghiệm là $x_1<x_2$ và tỉ số $\dfrac{x_1}{x_2}=\log\dfrac{a}{b}$ trong đó $a,b\in\mathbb{N}^*$ và a, b có ước chung lớn nhất bằng 1. Tính $a+b$.

A. $a+b=38$. **B.** $a+b=37$. **C.** $a+b=56$. **D.** $a+b=55$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(3^x-1).\left[1+\log_3(3^x-1)\right]=6 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \log_3(3^x-1)=-3 \\ \log_3(3^x-1)=2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_1=\log_3\dfrac{28}{27} \\ x_2=\log_3 10 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \dfrac{x_1}{x_2}=\log\dfrac{28}{27} \Rightarrow a=28,\ b=27 \Rightarrow a+b=55.$

Câu 54: Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^2+\ln\left(x+m+2\right)$ đồng biến trên tập xác định của nó. Biết $S=\left(-\infty;a+\sqrt{b}\right]$. Tính tổng $K=a+b$ là

A. $K=-5$. **B.** $K=5$. **C.** $K=0$. **D.** $K=2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x>-m-2$.

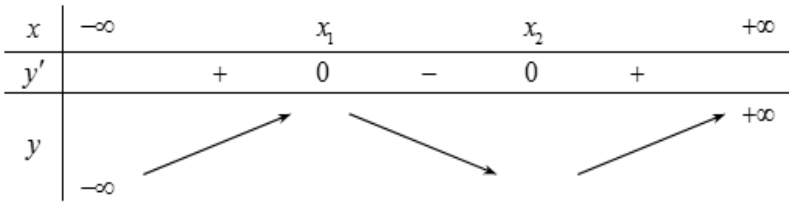
Cách 1: Ta có $y'=2x+\dfrac{1}{x+m+2}=\dfrac{2x^2+2\left(m+2\right)x+1}{x+m+2}$, $y'=0\Leftrightarrow 2x^2+2\left(m+2\right)x+1=0$

TH1: $\Delta'=m^2+4m+2\le 0\Leftrightarrow -2-\sqrt{2}\le m\le -2+\sqrt{2}$, khi đó $y'\ge 0\ \forall x\in\left(-m-2;+\infty\right)$.

TH2: $\Delta'>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-2-\sqrt{2}\\m>-2+\sqrt{2}\end{array}\right.$, khi đó $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$x_1=\dfrac{-\left(m+2\right)-\sqrt{m^2+4m+2}}{2}$, $x_2=\dfrac{-\left(m+2\right)+\sqrt{m^2+4m+2}}{2}$

BBT:



$y'\ge 0\ \forall x\in\left(-m-2;+\infty\right)\Leftrightarrow x_2\le -m-2\Leftrightarrow\dfrac{-\left(m+2\right)+\sqrt{m^2+4m+2}}{2}\le -m-2$

$\Leftrightarrow\sqrt{m^2+4m+2}\le -m-2\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+4m+2\le m^2+4m+4\\m\le -2\\m^2+4m+2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -2\\\left[\begin{array}{l}m\le -2-\sqrt{2}\\m\ge -2+\sqrt{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\le -2-\sqrt{2}$.

Vậy $S=\left(-\infty;-2+\sqrt{2}\right]\Rightarrow a=-2$, $b=2$ nên $K=a+b=0$.

Cách 2: Ta có $y'=2x+\dfrac{1}{x+m+2}=\dfrac{2x^2+2\left(m+2\right)x+1}{x+m+2}$, $y'=0\Leftrightarrow 2x^2+2\left(m+2\right)x+1=0$

TH1: $\Delta'=m^2+4m+2\le 0\Leftrightarrow -2-\sqrt{2}\le m\le -2+\sqrt{2}$, khi đó $y'\ge 0\ \forall x\in\left(-m-2;+\infty\right)$.

TH2: $\Delta'>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-2-\sqrt{2}\\m>-2+\sqrt{2}\end{array}\right.$, $(*)$. Khi đó $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Theo Viet: $\begin{cases}x_1+x_2=-\left(m+2\right)\\x_1+x_2=\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;x_1\right)$ và $\left(x_2;+\infty\right)$.Để $y'\ge 0\ \forall x\in\left(-m-2;+\infty\right)$ cần có: $x_1<x_2\le -\left(m+2\right)$.

Suy ra: $\begin{cases}x_1+x_2+2\left(m+2\right)<0\\\left(x_1+m+2\right)\left(x_2+m+2\right)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+2<0\\\dfrac{1}{2}>0\end{cases}\Rightarrow m<-2\ \ (**)$.

Kết hợp $(*)$ và $(**)$ có $m<-2-\sqrt{2}$.

Hợp hai trường hợp có các giá trị cần tìm của m là $-2+\sqrt{2}$.

Vậy $S=\left(-\infty;-2+\sqrt{2}\right]\Rightarrow a=-2$, $b=2$ nên $K=a+b=0$.

Câu 55: Tìm m để phương trình $4^{x^2}-2^{x^2+2}+6=m$ có đúng 3 nghiệm.

A. $m>3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $2<m<3$.

Câu 56: Biết rằng trong tất cả các cặp $(x;y)$ thỏa mãn $\log_2\left(x^2+y^2+2\right)\le 2+\log_2(x+y-1)$. Chỉ có duy nhất một cặp $(x;y)$ thỏa mãn: $3x+4y-m=0$. Khi đó hãy tính tổng tất cả các giá trị m tìm được?

A. 20. **B.** 46. **C.** 28. **D.** 14.

Câu 57: Tìm m để phương trình $4^{x^2}-2^{x^2+2}+6=m$ có đúng 3 nghiệm.

A. $m>3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $2<m<3$.

Lời giải

Chọn B

$4^{x^2}-2^{x^2+2}+6=m\quad(1)$.

Đặt $t=2^{x^2}$ suy ra $t\ge 1$ và $t=1$ thì có 1 nghiệm x; $t>1$ thì có 2 nghiệm x thỏa $2^{x^2}=t$.

Ta được phương trình: $t^2-4t+6-m=0\quad(2)$. Yêu cầu bài toán $\Rightarrow(2)$ có nghiệm $t=1$.

Suy ra $m=3$. Khi đó $(2)\Leftrightarrow t^2-4t+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=3\end{array}\right.$.

Suy ra (1) có 3 nghiệm. Vậy $m=3$.

Câu 58: Biết rằng trong tất cả các cặp $(x;y)$ thỏa mãn $\log_2\left(x^2+y^2+2\right)\le 2+\log_2(x+y-1)$. Chỉ có duy nhất một cặp $(x;y)$ thỏa mãn: $3x+4y-m=0$. Khi đó hãy tính tổng tất cả các giá trị m tìm được?

A. 20. **B.** 46. **C.** 28. **D.** 14.

Lời giải

Chọn C

$\log_2\left(x^2+y^2+2\right)\le 2+\log_2(x+y-1)\Leftrightarrow x^2+y^2+2\le 4(x+y-1)\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-2)^2\le 2$.

Do chỉ có duy nhất cặp $(x;y)$ thỏa mãn hệ $\begin{cases}3x+4y-m=0\\(x-2)^2+(y-2)^2\le 2\end{cases}$ nên đường thẳng $3x+4y-m=0$ là tiếp tuyến của đường tròn $(x-2)^2+(y-2)^2=2$.

Suy ra $\dfrac{|3.2+4.2-m|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=14-5\sqrt{2}\\m=14+5\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Câu 59: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_2\left(7x^2+7\right)\ge\log_2\left(mx^2+4x+m\right)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S là

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 60: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_2\left(7x^2+7\right)\geq\log_2\left(mx^2+4x+m\right)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S là

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: BPT có tập nghiệm $\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}mx^2+4x+m>0\\7x^2+7\geq mx^2+4x+m\end{cases},\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}mx^2+4x+m>0\ \ (1)\\(7-m)x^2-4x+7-m\geq\ \ (2)\end{cases},\ \forall x\in\mathbb{R}.$

Ta có: $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}a=m>0\\\Delta_1'=4-m^2<0\end{cases}\Leftrightarrow m>2.$

Ta có: $(2)\Leftrightarrow\begin{cases}a=7-m>0\\\Delta_2'=4-(7-m)^2\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow 7-m\geq 2\Leftrightarrow m\leq 5.$

Do đó $\begin{cases}m>2\\m\leq 5\end{cases}\Leftrightarrow 2<m\leq 5$, mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=\{3;4;5\}$.

Vậy $S=3+4+5=12$.

Chú ý: Cho biểu thức là $f(x)=ax^2+bx+c$. Nếu $b\neq 0$ thì ta không cần xét $a=0$ và

- $ax^2+bx+c\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\\Delta\leq 0\end{cases}.$ $ax^2+bx+c\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\\Delta\leq 0\end{cases}.$
- $ax^2+bx+c>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\\Delta<0\end{cases}.$ $ax^2+bx+c<0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\\Delta<0\end{cases}.$

(Để ý của Δ)

Cách 2:

BPT có tập nghiệm $\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}mx^2+4x+m>0 & (1)\\7x^2+7\geq mx^2+4x+m & (2)\end{cases},\ \forall x\in\mathbb{R}$

Từ $(1)\Leftrightarrow m>\dfrac{-4x}{x^2+1}$. Xét hàm số $f(x)=\dfrac{-4x}{x^2+1},\ \forall x\in\mathbb{R}$

Ta có $f'(x)=\dfrac{4x^2-4}{\left(x^2+1\right)^2}=0\Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

YCBT $\Leftrightarrow m>2\ \ (3)$

Từ $(2)\Leftrightarrow m\leq\dfrac{7x^2-4x+7}{x^2+1}$. Xét hàm số $g(x)=\dfrac{7x^2-4x+7}{x^2+1},\ \forall x\in\mathbb{R}$

Ta có $g'(x)=\dfrac{4x^2-4}{\left(x^2+1\right)^2}=0\Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	9	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

YCBT $\Leftrightarrow$ $m \le 5$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra: $2 < m \le 5$. Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \{3;4;5\}$.

Vậy $S = 3+4+5 = 12$.

Câu 61: Số các giá trị nguyên của m để phương trình $4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)\left(2^{2+x} - 2^{2-x}\right) + 16 - 8m$ có nghiệm trên đoạn $[0;1]$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** vô số.

Câu 62: Số các giá trị nguyên của m để phương trình $4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)\left(2^{2+x} - 2^{2-x}\right) + 16 - 8m$ có nghiệm trên đoạn $[0;1]$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có $4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)\left(2^{2+x} - 2^{2-x}\right) + 16 - 8m \Leftrightarrow 4^x + \frac{1}{4^x} = (m+1)\left(2^x - \frac{1}{2^x}\right) + 4 - 2m$.

Đặt $t = 2^x - \frac{1}{2^x}$, $t \in \left[0;\frac{3}{2}\right]$, $t^2 = 4^x + \frac{1}{4^x} - 2$.

Phương trình viết lại:

$$t^2 + 2 = (m+1)t + 4 - 2m \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = mt - 2m \Leftrightarrow (t-2)(t+1-m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \notin \left[0;\frac{3}{2}\right] \\ t = m-1 \end{array}\right.$$

Do đó để phương trình có nghiệm $x \in [0;1]$ thì $m-1 \in \left[0;\frac{3}{2}\right] \Leftrightarrow m \in \left[1;\frac{5}{2}\right]$, có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 63: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2017^{\sin^2 x} + 2018^{\cos^2 x} = m.2019^{\cos^2 x}$ có nghiệm?

A. 2016. **B.** 2017. **C.** 2018. **D.** 2019.

Câu 64: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2017^{\sin^2 x} + 2018^{\cos^2 x} = m.2019^{\cos^2 x}$ có nghiệm?

A. 2016. **B.** 2017. **C.** 2018. **D.** 2019.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình tương đương: $2017\left(\frac{1}{2017.2019}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} = m$.

Đặt $t = \cos^2 x$ với $t \in [0;1]$ ta được $2017\left(\frac{1}{2017.2019}\right)^{t} + \left(\frac{2018}{2019}\right)^{t} = m$.

Xét $f(t)=2017\left(\frac{1}{2017.2019}\right)^t+\left(\frac{2018}{2019}\right)^t$ với $t\in[0;1]$.

Hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $D=[0;1]$.

$\underset{D}{\text{Max}}\, f(t)=f(0)=2018$ và $\underset{D}{\text{Min}}\, f(t)=f(1)=1$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \underset{D}{\text{Min}}\, f(t)\le m\le \underset{D}{\text{Max}}\, f(t)$ hay $m\in[1;2018]$.

Vậy có 2018 giá trị nguyên m để phương trình có nghiệm.

Câu 65: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[0;2018]$ sao cho ba số

$$5^{x+1}+5^{1-x};\ \frac{a}{2};\ 25^x+25^{-x},$$

theo thứ tự đó, lập thành một cấp số cộng?

A. 2008. **B.** 2006. **C.** 2018. **D.** 2007.

Câu 66: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[0;2018]$ sao cho ba số

$$5^{x+1}+5^{1-x};\ \frac{a}{2};\ 25^x+25^{-x},$$

theo thứ tự đó, lập thành một cấp số cộng?

A. 2008. **B.** 2006. **C.** 2018. **D.** 2007.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ba số $5^{x+1}+5^{1-x};\ \frac{a}{2};\ 25^x+25^{-x}$, theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$$a=\left(5^{x+1}+5^{1-x}\right)+\left(25^x+25^{-x}\right)\ge 2\sqrt{5^{x+1}\cdot 5^{1-x}}+2\sqrt{25^x\cdot 25^{-x}}=12.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}5^{x+1}=5^{1-x}\\25^x=25^{-x}\end{cases}\Leftrightarrow x=0$.

Như vậy nếu xét $a\in[0;2018]$ thì ta nhận $a\in[12;2018]$. Có 2007 số a thoả đề.

Câu 67: Có bao nhiêu giá trị dương của tham số thực m để bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x^2-3}\ge m^2\left(\log_4 x^2-3\right)$ có nghiệm duy nhất thuộc $[32;+\infty)$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 68: Biết bất phương trình $\log_5\left(5^x-1\right).\log_{25}\left(5^{x+1}-5\right)\le 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a;b]$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $-2+\log_5 156$. **B.** $2+\log_5 156$.

C. $-2+\log_5 26$. **D.** $-1+\log_5 156$.

Câu 69: Có bao nhiêu giá trị dương của tham số thực m để bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x^2-3}\ge m^2\left(\log_4 x^2-3\right)$ có nghiệm duy nhất thuộc $[32;+\infty)$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x>0\\ \log_2^2 x-2\log_2 x-3\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<x\le\frac{1}{2}\\ x\ge 8\end{cases}$.

Hàm số xác định trên $[32;+\infty)$.

$\sqrt{\log_2^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x^2-3}\ge m^2\left(\log_4 x^2-3\right)\Leftrightarrow\sqrt{\log_2^2 x-2\log_2 x-3}\ge m^2\left(\log_2 x-3\right)$.

Đặt $t=\log_2 x$. Khi $x\ge 32$, ta có miền giá trị của t là $[5;+\infty)$.

Bất phương trình có dạng: $\sqrt{t^2-2t-3}\ge m^2(t-3)\Leftrightarrow m^2\le\dfrac{\sqrt{t^2-2t-3}}{t-3}\Leftrightarrow m^2\le\sqrt{\dfrac{t+1}{t-3}}$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t+1}{t-3}$ trên $[5;+\infty)$ có $f'(t)=\dfrac{-4}{(t-3)^2}$ nên hàm số nghịch biến trên $[5;+\infty)$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(t)=1$ và $f(5)=3$ nên ta có $1<f(t)\le 3$.

Do với mỗi t có duy nhất một giá trị x nên để bất phương trình đãcho có nghiệm duy nhất thuộc $[32;+\infty)$ khi và chỉ bất phương trình $m^2\le\sqrt{f(t)}$ có nghiệm duy nhất trên $[5;+\infty)$.

Khi đó: $m^2=\sqrt{3}\Leftrightarrow m=\sqrt[4]{3}$. Do đó không có số nguyên dương m thỏa mãn.

Câu 70: Biết bất phương trình $\log_5\left(5^x-1\right).\log_{25}\left(5^{x+1}-5\right)\le 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a;b]$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $-2+\log_5 156$. **B.** $2+\log_5 156$. **C.** $-2+\log_5 26$. **D.** $-1+\log_5 156$.

Lời giải

Chọn A

$\log_5\left(5^x-1\right).\log_{25}\left(5^{x+1}-5\right)\le 1\Leftrightarrow\log_5\left(5^x-1\right).\left(1+\log_5\left(5^x-1\right)\right)-2\le 0$

$\Leftrightarrow\log_5^2\left(5^x-1\right)+\log_5\left(5^x-1\right)-2\le 0\Leftrightarrow -2\le\log_5\left(5^x-1\right)\le 1\Leftrightarrow\dfrac{1}{25}\le 5^x-1\le 5$

$\Leftrightarrow\log_5\dfrac{26}{25}\le x\le\log_5 6$.

Ta có $a+b=\log_5\dfrac{26}{25}+\log_5 6=\log_5\left(\dfrac{156}{25}.6\right).=-2+\log_5 15$

Câu 71: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_5-2\log u_2=2\left(1+\sqrt{\log u_5-2\log u_2+1}\right)$ và $u_n=3u_{n-1},\ \forall n\ge 2$.

Giá trị lớn nhất của n để $u_n<7^{100}$ là

A. 191. **B.** 192. **C.** 176. **D.** 177.

Câu 72: Phương trình $2^{\sin^2 x}+2^{\cos^2 x}=m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $1\le m\le\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}\le m\le 2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}\le m\le 3$. **D.** $3\le m\le 4$.

Câu 73: Số giá trị nguyên của $m \in (-10;10)$ để phương trình $\left(\sqrt{10}+1\right)^{x^2}+m\left(\sqrt{10}-1\right)^{x^2}=2.3^{x^2+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt là

A. 14. **B.** 15. **C.** 16 **D.** 17.

Câu 74: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_5-2\log u_2=2\left(1+\sqrt{\log u_5-2\log u_2+1}\right)$ và $u_n=3u_{n-1},\ \forall n\geq 2$.

Giá trị lớn nhất của n để $u_n<7^{100}$ là

A. 191. **B.** 192. **C.** 176. **D.** 177.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=\log u_5-2\log u_2$

Ta có $t=2\left(1+\sqrt{t+1}\right)\Leftrightarrow t-2=2\sqrt{t+1}\Leftrightarrow\begin{cases}t\geq 2\\ t^2-8t=0\end{cases}\Leftrightarrow t=8$

Ta có $\log u_5-2\log u_2=8\Leftrightarrow\frac{u_5}{u_2^2}=10^8$, mà $u_5=3^3u_2$ suy ra $u_2=\frac{27}{10^8}$

Ta lại có $u_n=3^{n-2}.u_2=3^{n-2}.\frac{27}{10^8}$. Theo giả thiết ta có

$u_n<7^{100}\Leftrightarrow 3^{n-2}.\frac{27}{10^8}<7^{100}\Leftrightarrow\log_3\frac{27}{10^8}+n-2<100\log_3 7\Leftrightarrow n<192.89$

Vậy giá trị lớn nhất của n để $u_n<7^{100}$ là 192.

Câu 75: Phương trình $2^{\sin^2 x}+2^{\cos^2 x}=m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $1\leq m\leq\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}\leq m\leq 2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}\leq m\leq 3$. **D.** $3\leq m\leq 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $t=2^{\sin^2 x}$ (đk: $1\leq t\leq 2$). Phương trình có dạng $t+\frac{2}{t}=m$.

Xét hàm số $f(t)=t+\frac{2}{t}$ với $1\leq t\leq 2$, có: $f'(t)=1-\frac{2}{t^2}$; $f'(t)=0\Rightarrow t=\sqrt{2}$.

$f(1)=3$, $f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$, $f(2)=3$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\leq m\leq 3$.

Câu 76: Số giá trị nguyên của $m \in (-10;10)$ để phương trình $\left(\sqrt{10}+1\right)^{x^2}+m\left(\sqrt{10}-1\right)^{x^2}=2.3^{x^2+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt là

A. 14. **B.** 15. **C.** 16 **D.** 17.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\left(\sqrt{10}+1\right)^{x^2}+m\left(\sqrt{10}-1\right)^{x^2}=2.3^{x^2+1}$ (1)

$\Leftrightarrow\left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{x^2}+m\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{x^2}=6.$

Ta thấy: $\left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{x^2}.\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{x^2}=1$. Đặt $t=\left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{x^2}$ (đk: $t\geq 1$).

Phương trình trở thành: $t+\frac{m}{t}=6 \Leftrightarrow t^2-6t+m=0$ (2); $\Delta'=9-m$.

Phương trình (1) đúng hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ (2) có một nghiệm kép lớn hơn 1, hoặc có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<1<x_2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta'=0\\ \begin{cases}\Delta'>0\\ 1-6+m<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=9\\ m<5\end{array}\right. (*).$$

Kết hợp với $m\in(-10;10)\cap\mathbb{Z}$ và (*) suy ra $m\in\{-9,-8,-7,...,4,9\}$.

Vậy có 15 giá trị của m.

Câu 77: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $9^{\sqrt{x^2-3x+m}}+2.3^{\sqrt{x^2-3x+m}-2+x}<3^{2x-3}$ có nghiệm?

A. 6. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 78: Ông An đầu tư vào thị trường nông sản số tiền là x, lợi nhuận của ông được xác định bởi hàm số $y=(2e-x)\log x$. Gọi x_0 là số tiền ông cần đầu tư để lợi nhuận thu được là lớn nhất. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_2\frac{\sqrt[3]{e.x_0}}{x_0+1}+\log_2(e+1)$.

A. $P=\frac{3}{2\ln 3}$. **B.** $P=\frac{3}{2\ln 2}$. **C.** $P=\frac{2}{3\ln 3}$. **D.** $P=\frac{2}{3\ln 2}$.

Câu 79: Cho hai số thực a, b $(a>1,b>1)$. Phương trình $a^x+b^x=b+ax$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 80: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $9^{\sqrt{x^2-3x+m}}+2.3^{\sqrt{x^2-3x+m}-2+x}<3^{2x-3}$ có nghiệm?

A. 6. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x^2-3x+m\ge 0$ (*)

$$9^{\sqrt{x^2-3x+m}}+2.3^{\sqrt{x^2-3x+m}-2+x}<3^{2x-3} \Leftrightarrow 3^{2\left(\sqrt{x^2-3x+m}-x\right)}+\frac{2}{9}.3^{\sqrt{x^2-3x+m}-x}-\frac{1}{27}<0$$

$$\Leftrightarrow 0<3^{\sqrt{x^2-3x+m}-x}<3^{-2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x+m}-x<-2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x+m}<x-2.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x^2-3x+m\ge 0\\ x-2>0\\ x^2-3x+m<x^2-4x+4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2-3x+m\ge 0\\ x>2\\ x<4-m\end{cases} \Rightarrow 4-m>2 \Leftrightarrow m<2.$$

Do m nguyên dương nên $m=1$ thỏa mãn (*).

Câu 81: Ông An đầu tư vào thị trường nông sản số tiền là x, lợi nhuận của ông được xác định bởi hàm số $y=(2e-x)\log x$. Gọi x_0 là số tiền ông cần đầu tư để lợi nhuận thu được là lớn nhất. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_2\frac{\sqrt[3]{e.x_0}}{x_0+1}+\log_2(e+1)$.

A. $P=\frac{3}{2\ln 3}$. **B.** $P=\frac{3}{2\ln 2}$. **C.** $P=\frac{2}{3\ln 3}$. **D.** $P=\frac{2}{3\ln 2}$.

Lời giải

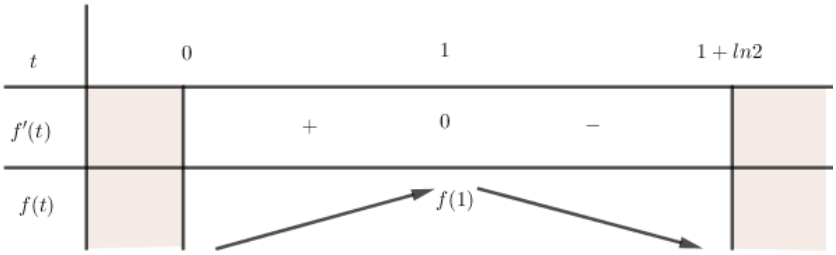
Chọn D

Để ông An đầu tư có lợi, nghĩa là $y>0 \Leftrightarrow (2\mathrm{e}-x)\log x>0 \Leftrightarrow 1<x<2\mathrm{e}$.

Đổi biến $x=\mathrm{e}^t \Rightarrow t\in(0;1+\ln 2)$, xét hàm số $f(t)=(2\mathrm{e}-\mathrm{e}^t)t$ trên khoảng $(0;1+\ln 2)$.

Ta có $f'(t)=-\mathrm{e}^t(t+1)+2\mathrm{e}$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=1$.

Ta có bảng biến thiên



Suy ra lợi nhuận lớn nhất khi $t=1 \Leftrightarrow x_0=\mathrm{e}$, khi đó

$P=\log_2\dfrac{\sqrt[3]{\mathrm{e}.\mathrm{e}}}{\mathrm{e}+1}+\log_2(\mathrm{e}+1)=\dfrac{2}{3}\log_2\mathrm{e}=\dfrac{2}{3\ln 2}$.

Câu 82: Cho hai số thực a, b $(a>1,b>1)$. Phương trình $a^x+b^x=b+ax$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=a^x+b^x-b-ax$.

Ta có $f'(x)=a^x\ln a+b^x\ln b-a$.

Do $f''(x)=a^x\ln^2 a+b^x\ln^2 b>0$ nên hàm số đã cho có tối đa một cực trị.

Do đó phương trình đã cho có tối đa hai nghiệm.

Ta sẽ chọn các số để phương trình trên có 2 nghiệm như sau:

Chọn $a=b=\mathrm{e}$ ta có $f'(x)=2\mathrm{e}^x-\mathrm{e}$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\ln\dfrac{\mathrm{e}}{2}$.

$f\left(\ln\dfrac{\mathrm{e}}{2}\right)=-\mathrm{e}\ln\dfrac{\mathrm{e}}{2}<0$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=+\infty$.

Vì vậy phương trình đã cho có tối đa 2 nghiệm.

Câu 83: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge m$ có nghiệm với mọi $x\ge 1$.

A. $m\ge 6$. **B.** $m>6$. **C.** $m\le 6$. **D.** $m<6$.

Câu 84: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\left(\dfrac{2}{\mathrm{e}}\right)^{x^2+2mx+1}\le\left(\dfrac{\mathrm{e}}{2}\right)^{2x-3m}$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in(-5;0)$. **B.** $m\in[-5;0]$.

C. $m\in(-\infty;-5)\cup(0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-5]\cup[0;+\infty)$.

Câu 85: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge m$ có nghiệm với mọi $x\ge 1$.

A. $m\ge 6$. **B.** $m>6$. **C.** $m\le 6$. **D.** $m<6$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện của bất phương trình: $x>0$.

Ta có $\log_2\left(5^x-1\right).\log_2\left(2.5^x-2\right)\ge m \Leftrightarrow \log_2\left(5^x-1\right).\left[1+\log_2\left(5^x-1\right)\right]\ge m \ (1)$.

Đặt $t=\log_2\left(5^x-1\right)$, với $x\ge 1$ ta có $t\ge 2$. Khi đó (1) trở thành $m\le t^2+t \ (2)$.

Xét hàm số $f(t)=t^2+t$ trên $[2;+\infty)$ ta có $f'(t)=2t+1>0,\ \forall t\in[2;+\infty)$.

Do đó để bất phương trình đã cho có nghiệm với mọi $t\ge 2$ thì $m\le \min\limits_{[2;+\infty)} f(t)$ hay $m\le 6$.

Câu 86: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\left(\frac{2}{\mathrm{e}}\right)^{x^2+2mx+1}\le\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^{2x-3m}$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in(-5;0)$. **B.** $m\in[-5;0]$.

C. $m\in(-\infty;-5)\cup(0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-5]\cup[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$\left(\frac{2}{\mathrm{e}}\right)^{x^2+2mx+1}\le\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^{2x-3m},\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{\mathrm{e}}\right)^{x^2+2mx+1}\le\left(\frac{2}{\mathrm{e}}\right)^{-2x+3m},\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2+2mx+1\ge -2x+3m,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2+2(m+1)x+1-3m\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\ (*)$.

$\Leftrightarrow \Delta'=m^2+5m\le 0 \Leftrightarrow -5\le m\le 0$.

Câu 87: Giá trị của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thoả mãn $x_1+x_2=3$ là

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=1$.

Câu 88: Một khu rừng ban đầu có trữ lượng gỗ là 4.10^5 mét khối gỗ. Gọi tốc độ sinh trưởng mỗi năm của khu rừng đó là $a\%$. Biết sau năm năm thì sản lượng gỗ là xấp xỉ $4,8666.10^5$ mét khối. Giá trị của a xấp xỉ:

A. $3,5\%$. **B.** 4%. **C.** $4,5\%$. **D.** 5%.

Câu 89: Giá trị của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thoả mãn $x_1+x_2=3$ là

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $2^x=t$, phương trình đã cho với ẩn số t là $t^2-2mt+2m=0$.

Điều kiện $x_1+x_2=3 \Rightarrow 2m=2^{x_1}.2^{x_2}=2^{x_1+x_2}=2^3=8\Rightarrow m=4$.

Câu 90: Một khu rừng ban đầu có trữ lượng gỗ là 4.10^5 mét khối gỗ. Gọi tốc độ sinh trưởng mỗi năm của khu rừng đó là $a\%$. Biết sau năm năm thì sản lượng gỗ là xấp xỉ $4,8666.10^5$ mét khối. Giá trị của a xấp xỉ:

A. $3,5\%$. **B.** 4%. **C.** $4,5\%$. **D.** 5%.

Lời giải

Chọn B

Trữ lượng gỗ sau một năm của khu rừng là: $N=4.10^5+4.10^5.a\%=4.10^5(1+a\%)$

Trữ lượng gỗ sau năm thứ hai của khu rừng là: $N=4.10^5(1+a\%)^2$

…

Trữ lượng gỗ sau năm năm của khu rừng là: $N = 4.10^5\left(1+a\%\right)^5 = 4{,}8666.10^5 \Rightarrow a \approx 4\%$.

Câu 91: Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-\cos x}{\sin x}$:

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0

Câu 92: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=x^x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y=4x-4$. **B.** $y=\left(4\ln 2\right)x-8\ln 2+4$.

C. $y=4\left(1+\ln 2\right)x-8\ln 2-4$. **D.** $y=2x$.

Câu 93: Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^x-\cos x}{\sin x}$:

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^x-\cos x}{\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^x-1+2\sin^2\dfrac{x}{2}}{\sin x}$

$$x\to 0\Rightarrow\begin{cases}e^x-1\sim x\\ 2\sin^2\dfrac{x}{2}\sim 2\left(\dfrac{x}{2}\right)^2\sim\dfrac{x^2}{2}\\ \sin x\sim x\end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1+2\sin^2\frac{x}{2}}{\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{x-\frac{x^2}{2}}{x}=\lim_{x\to 0}\left(1-\frac{x}{2}\right)=1$$

Câu 94: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=x^x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y=4x-4$. **B.** $y=\left(4\ln 2\right)x-8\ln 2+4$.

C. $y=4\left(1+\ln 2\right)x-8\ln 2-4$. **D.** $y=2x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=f\left(x\right)=x^x$ xác định trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Ta có $y=f\left(x\right)=x^x\Rightarrow\ln f\left(x\right)=\ln x^x\Rightarrow\ln f\left(x\right)=x\ln x$.

Lấy đạo hàm hai vế, ta có

$\dfrac{f'\left(x\right)}{f\left(x\right)}=1+\ln x\Rightarrow f'\left(x\right)=f\left(x\right)\left(1+\ln x\right)$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=x^x\left(1+\ln x\right)\Rightarrow f'\left(2\right)=2^2\left(1+\ln 2\right)=4\left(1+\ln 2\right)$.

Ta có $f\left(2\right)=2^2=4$.

Vậy, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ bằng 2 là

$y=f'\left(2\right)\left(x-2\right)+f\left(2\right)$ hay $y=4\left(1+\ln 2\right)x-8\ln 2-4$.

Câu 95: Cho phương trình $4^{x^2}-2^{x^2+2}+6=m$. Biết tập tất cả giá trị m để phương trình có đúng 4 nghiệm phân biệt là khoảng $(a;b)$. Khi đó $b-a$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 96: Cho $P=9\log_{\frac{1}{3}}^3\sqrt[3]{a}+\log_{\frac{1}{3}}^2 a-\log_{\frac{1}{3}} a^3+1$ với $a\in\left[\frac{1}{27};3\right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P. Tính $S=4M-3m$.

A. 42. **B.** 38. **C.** $\frac{109}{9}$. **D.** $\frac{83}{2}$.

Câu 97: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n<5^{100}$ bằng:

A. 248. **B.** 246. **C.** 247. **D.** 290.

Câu 98: Cho phương trình $4^{x^2}-2^{x^2+2}+6=m$. Biết tập tất cả giá trị m để phương trình có đúng 4 nghiệm phân biệt là khoảng $(a;b)$. Khi đó $b-a$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=2^{x^2}$ $(t\geq 1)$, phương trình đã cho trở thành $t^2-4t+6-m=0$ (1)

Yêu cầu bài toán khi (1) có 2 nghiệm $t_1>t_2>1\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ af(1)>0\\ S>2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-2>0\\ m<3\\ 4>2\end{cases}\Leftrightarrow 2<m<3$.

Vậy $b-a=1$.

Câu 99: Cho $P=9\log_{\frac{1}{3}}^3\sqrt[3]{a}+\log_{\frac{1}{3}}^2 a-\log_{\frac{1}{3}} a^3+1$ với $a\in\left[\frac{1}{27};3\right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P. Tính $S=4M-3m$.

A. 42. **B.** 38. **C.** $\frac{109}{9}$. **D.** $\frac{83}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $P=-\frac{1}{3}\log_3^3 a+\log_3^2 a+3\log_3 a+1$.

Đặt $t=\log_3 a$. Do $a\in\left[\frac{1}{27};3\right]$ nên $t\in[-3;1]$.

Khi đó: $P=-\frac{1}{3}t^3+t^2+3t+1$ với $t\in[-3;1]$.

$P'(t)=-t^2+2t+3$. $P'(t)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}t=3\,(L)\\ t=-1\,(N)\end{bmatrix}$

Ta có $P(-3)=10$, $P(-1)=-\frac{2}{3}$, $P(1)=\frac{14}{3}\Rightarrow M=10$, $m=-\frac{2}{3}$.

Vậy $S = 4M - 3m = 42$.

Câu 100: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2\log u_{10}} = 2\log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$.

Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 5^{100}$ bằng:

A. 248. **B.** 246. **C.** 247. **D.** 290.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: (u_n) là một cấp số nhân có công bội $q = 2 \Rightarrow u_n = u_1.2^{n-1} \ \forall n \geq 1 \Rightarrow u_{10} = u_1.2^9$.

$\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2\log u_{10}} = 2\log u_{10} \Leftrightarrow (2 + \log u_1 - 2\log u_{10}) + \sqrt{2 + \log u_1 - 2\log u_{10}} - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2 + \log u_1 - 2\log u_{10}} = 1 \\ \sqrt{2 + \log u_1 - 2\log u_{10}} = -2 \ (L) \end{array}\right. \Leftrightarrow 1 + \log u_1 - 2\log u_{10} = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 > 0 \\ 10u_1 = (u_1.2^9)^2 \end{cases} \Leftrightarrow u_1 = \dfrac{10}{2^{18}} \Rightarrow u_n = 5.2^{n-18}$.

$u_n < 5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-18} < 5^{99} \Leftrightarrow n < 99\log_2 5 + 18 \Rightarrow n \leq 247$.

Vậy giá trị lớn nhất của n để $u_n < 5^{100}$ bằng 247.

Câu 101: Ngày 20/5/2018, ngày con trai đầu lòng chào đời, chú Tuấn quyết định mở một tài khoản tiết kiệm ở ngân hàng cho con với lãi suất $0,5\%$/tháng. Kể từ đó, cứ vào ngày 21 hàng tháng, chú sẽ gửi vào tài khoản một triệu đồng. Sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi vào ngày 22/5/2036, số tiền trong tài khoản tiết kiệm đó là bao nhiêu? (làm tròn đến triệu đồng)

A. 387 (triệu đồng). **B.** 391 (triệu đồng). **C.** 388 (triệu đồng). **D.** 390 (triệu đồng).

Câu 102: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của phương trình $\left(7 + 3\sqrt{5}\right)^x + m\left(7 - 3\sqrt{5}\right)^x = 2^{x+3}$ có đúng một phần tử?

A. vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 103: Ngày 20/5/2018, ngày con trai đầu lòng chào đời, chú Tuấn quyết định mở một tài khoản tiết kiệm ở ngân hàng cho con với lãi suất $0,5\%$/tháng. Kể từ đó, cứ vào ngày 21 hàng tháng, chú sẽ gửi vào tài khoản một triệu đồng. Sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi vào ngày 22/5/2036, số tiền trong tài khoản tiết kiệm đó là bao nhiêu? (làm tròn đến triệu đồng)

A. 387 (triệu đồng). **B.** 391 (triệu đồng). **C.** 388 (triệu đồng). **D.** 390 (triệu đồng).

Lời giải

Chọn D

Sau 1 tháng số tiền trong sổ tiết kiệm là $S_1 = (1,0005)^1 + 1$.

Sau 2 tháng số tiền trong sổ tiết kiệm là $S_2 = (1,0005)^2 + (1,0005)^1 + 1$.

Sau 3 tháng số tiền trong sổ tiết kiệm là $S_3 = (1,0005)^3 + (1,0005)^2 + (1,0005)^1 + 1$.

...

Sau n tháng số tiền trong sổ tiết kiệm là:

$S_n = (1,0005)^n + (1,0005)^{n-1} + ... + (1,0005)^1 + 1 = \dfrac{(1,0005)^{n+1} - 1}{0,005}$.

Vào ngày 22/5/2036 (sau $18 \times 12 = 216$ tháng), số tiền trong tài khoản tiết kiệm đó là

$S_{216} == \dfrac{(1,0005)^{217} - 1}{0,005} \approx 390$ (triệu đồng).

Câu 104: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của phương trình $\left(7+3\sqrt{5}\right)^x+m\left(7-3\sqrt{5}\right)^x=2^{x+3}$ có đúng một phần tử?

A. vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(7+3\sqrt{5}\right)^x+m\left(7-3\sqrt{5}\right)^x=2^{x+3}\Leftrightarrow\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x+m\left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^x-8=0.$

Đặt $t=\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x$, $t>0$. Ta có phương trình $t+\frac{m}{t}-8=0\Leftrightarrow t^2-8t+m=0\ (1).$

Để tập nghiệm của phương trình $\left(7+3\sqrt{5}\right)^x+m\left(7-3\sqrt{5}\right)^x=2^{x+3}$ có đúng một phần tử thì phương trình (1) chỉ có một nghiệm dương

Trường hợp 1: $m<0$ phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.

Trường hợp 2: $\Delta'=0\Leftrightarrow 16-m=0\Leftrightarrow m=16$ khi đó $t=2$ (nhận).

Vậy chỉ có một giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 105: Tìm m để phương trình $4^x-2m.2^x-2m+3=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m<-3$ hoặc $m>1$. **B.** $1<m<\frac{3}{2}$.

C. $m>0$. **D.** $m>1$.

Câu 106: Cho phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình có nghiệm thuộc đoạn $\left[1;\log_5 9\right]$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 107: Tìm m để phương trình $4^x-2m.2^x-2m+3=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m<-3$ hoặc $m>1$. **B.** $1<m<\frac{3}{2}$. **C.** $m>0$. **D.** $m>1$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2^x, t>0$.

Thay vào phương trình: $t^2-2mt-2m+3\qquad(1)$.

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow(1)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ S=-\frac{b}{a}>0\\ P=\frac{c}{a}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+2m-3>0\\ 2m>0\\ -2m+3>0\end{cases}\Leftrightarrow 1<m<\frac{3}{2}.$$

Câu 108: Cho phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình có nghiệm thuộc đoạn $\left[1;\log_5 9\right]$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>0$.

$\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m \Leftrightarrow \log_2\left(5^x-1\right)\left[\frac{1}{2}\log_2\left(5^x-1\right)+\frac{1}{2}\right]=m \ (1)$.

Đặt $t=\log_2\left(5^x-1\right)$.

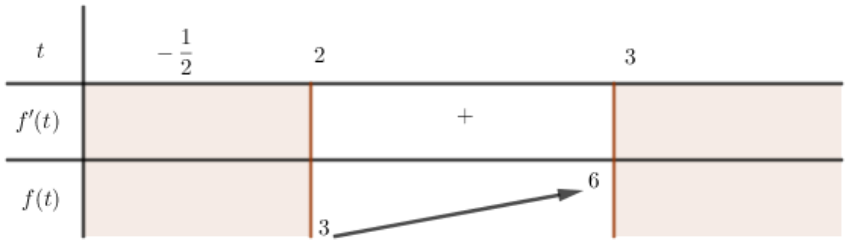
Ta có phương trình $\frac{1}{2}\left(t^2+t\right)=m \ (2)$.

Để phương trình (1) có nghiệm trên đoạn $[1;\log_5 9]$ thì phương trình (2) có nghiệm trên đoạn $[2;3]$.

Xét hàm số $f(t)=\frac{1}{2}\left(t^2+t\right)$ trên đoạn $[2;3]$.

Ta có $f'(t)=t+\frac{1}{2} \Rightarrow f'(t)=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên



Suy ra phương trình (2) có nghiệm trên đoạn $[2;3]$ khi $3\le m\le 6$.

Vật có 4 giá trị nguyên m để phương trình (1) có nghiệm thuộc đoạn $[1;\log_5 9]$.

Câu 109: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases}3^{2x+\sqrt{x+1}}-3^{2+\sqrt{x+1}}+2017x\le 2017\\ x^2-(m+2)x+2m+3\ge 0\end{cases}$ có nghiệm.

A. $m\ge -3$. **B.** $m\ge -2$. **C.** $m>-3$. **D.** $m\le -2$.

Câu 110: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases}3^{2x+\sqrt{x+1}}-3^{2+\sqrt{x+1}}+2017x\le 2017\\ x^2-(m+2)x+2m+3\ge 0\end{cases}$ có nghiệm.

A. $m\ge -3$. **B.** $m\ge -2$. **C.** $m>-3$. **D.** $m\le -2$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x\ge -1$.

Ta có $3^{2x+\sqrt{x+1}}-3^{2+\sqrt{x+1}}+2017x\le 2017 \Leftrightarrow 3^{\sqrt{x+1}}\left(3^{2x}-3^2\right)\le 2017(1-x)$ (*).

Khi $x>1$ thì $\begin{cases}3^{\sqrt{x+1}}\left(3^{2x}-3^2\right)>0\\ 2017(1-x)<0\end{cases} \Rightarrow \forall x>1$ không là nghiệm của (*).

Khi $x \le 1$ thì $\begin{cases} 3^{\sqrt{x+1}}\left(3^{2x}-3^2\right) \le 0 \\ 2017(1-x) \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \forall x \le 1$ là nghiệm của (*).

Kết hợp với điều kiện $x \ge -1$ ta có nghiệm của bất phương trình (*) là $[-1;1]$

Hệ phương trình $\begin{cases} 3^{2x+\sqrt{x+1}} - 3^{2+\sqrt{x+1}} + 2017x \le 2017 \\ x^2 - (m+2)x + 2m + 3 \ge 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 2m + 3 \ge 0$ có nghiệm $x \in [-1;1]$ với $\forall m \Leftrightarrow m \ge \dfrac{x^2-2x+3}{x-2}$ với $x \in [-1;1] \Leftrightarrow m \ge \min\limits_{[-1;1]} f(x)$ với $f(x) = \dfrac{x^2-2x+3}{x-2}$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x^2-2x+3}{x-2}$ trên $[-1;1]$ ta có

$f'(x) = \dfrac{x^2-4x+1}{(x-2)^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2+\sqrt{3} \notin [-1;1] \\ x = 2-\sqrt{3} \in [-1;1] \end{array}\right.$.

Do $f(-1) = -2$; $f(1) = -2$; $f\left(2-\sqrt{3}\right) = 2-2\sqrt{3}$ nên $\min\limits_{[-1;1]} f(x) = -2$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm khi $m \ge -2$.

Câu 111: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x - 3^{x+2} + 2 = m$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 20. **B.** 18.
C. 21. **D.** 19.

Câu 112: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x - 3^{x+2} + 2 = m$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 20. **B.** 18.
C. 21. **D.** 19.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có: $9^x - 3^{x+2} + 2 = m \Leftrightarrow \left(3^x\right)^2 - 9.3^x + 2 - m = 0$.

+ Đặt $3^x = t > 0$ ta được phương trình: $t^2 - 9t + 2 - m = 0$ $(*)$.

+ Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9^2 - 4.1.(2-m) > 0 \\ P = \dfrac{2-m}{1} > 0 \\ S = \dfrac{9}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 81 - 8 + 4m > 0 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{73}{4} \\ m < 2 \end{cases}.$$

+ Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên suy ra có 20 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 113: Tính tổng các giá trị nguyên dương m sao cho phương trình $9^x - 3^x(2x+m+1) + 2mx + m = 0$ có đúng hai nghiệm.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 114: Tính tổng các giá trị nguyên dương m sao cho phương trình $9^x - 3^x(2x+m+1) + 2mx + m = 0$ có đúng hai nghiệm.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $9^x - 3^x(2x+m+1) + 2mx + m = 0 \Leftrightarrow (2x+1-3^x)(3^x - m) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 3^x - 2x - 1 = 0 & (1) \\ 3^x = m & (2) \end{array}\right.\cdot$$

Dễ chứng minh được phương trình (1) có đúng hai nghiệm là $x = 0; x = 1$.

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình (2) vô nghiệm hoặc có nghiệm trùng với phương trình (1) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m = 1 \\ m = 3 \end{array}\right.$.

Vậy tổng các giá trị nguyên dương của m là 4.

Câu 115: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là $T = (a;b)$, trong đó a, b là các số nguyên hoặc phân số tối giản. Tính $M = a + b$.

A. $\dfrac{33}{6}$. **B.** $\dfrac{17}{3}$. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{41}{4}$.

Câu 116: Bất phương trình $\log_{125}(x+3)^3 + \log_{\frac{1}{5}}\sqrt{x+4} \le 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 12.

Câu 117: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là $T = (a;b)$, trong đó a, b là các số nguyên hoặc phân số tối giản. Tính $M = a + b$.

A. $\frac{33}{6}$. **B.** $\frac{17}{3}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{41}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $1-x^2>0 \Leftrightarrow -1<x<1$.

$pt \Leftrightarrow \log_3\left(1-x^2\right)=\log_3\left(x+m-4\right) \Leftrightarrow m=-x^2-x+5$.

Xét hàm số $f(x)=-x^2-x+5$ trên khoảng $(-1;1)$.

Ta có $f'(x)=-2x-1$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	-1		$-\frac{1}{2}$		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	5	↗	$\frac{21}{4}$	↘	3

Dựa vào BBT, ta thấy phương trình có hai nghiệm khi $m\in\left(5;\frac{9}{4}\right) \Rightarrow a=5$; $b=\frac{21}{4}$.

Khi đó $T=a+b=\frac{41}{4}$.

Câu 118: Bất phương trình $\log_{125}(x+3)^3+\log_{\frac{1}{5}}\sqrt{x+4}\le 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x>-3$.

$\log_{125}(x+3)^3+\log_{\frac{1}{5}}\sqrt{x+4}\le 0 \Leftrightarrow \log_5(x+3)\le\log_5\sqrt{x+4}$

$\begin{cases}x+3\le\sqrt{x+4}\\x+3>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-3\\x^2+5x+5\le 0\end{cases} \Leftrightarrow -3<x\le\frac{-5+\sqrt{5}}{2}$.

Do $x\in\mathbb{Z}$ nên bất phương trình có một nghiệm nguyên là $x=-2$.

Câu 119: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2-15x+100}-2^{x^2+10x-50}+x^2-25x+150<0$

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 120: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2-15x+100}-2^{x^2+10x-50}+x^2-25x+150<0$

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $a=2x^2-15x+100$; $b=x^2+10x-50$ ta có bất phương trình:

$2^a-2^b+a-b<0 \Leftrightarrow 2^a+a<2^b+b \Leftrightarrow a<b$

(do hàm số $y=2^x+x$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$)

Với $a<b \Leftrightarrow 2x^2-15x+100<x^2+10x-50 \Leftrightarrow x^2-25x+150<0$

$\Leftrightarrow x\in(10;15)$. Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên.

Câu 121: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m\left(2x^2+x+3\right)\le\log_m\left(3x^2-x\right)$ với m là tham số thực dương khác 1, biết $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

A. $S=(-2;0)\cup\left(\frac{1}{3};3\right]$.

B. $S=[-1;0]\cup\left(\frac{1}{3};3\right]$.

C. $S=(-1;0)\cup(1;3]$.

D. $S=[-1;0)\cup\left(\frac{1}{3};3\right]$.

Câu 122: Bố Nam gửi 15000 USD vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,73\%$ / tháng để dành cho Nam đi đại học. Nếu cuối mỗi tháng kể từ ngày gửi Nam rút đều đặn 300 USD thì sau bao nhiêu tháng Nam hết tiền ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 65 tháng. **B.** 62 tháng. **C.** 71 tháng. **D.** 75 tháng.

Câu 123: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m\left(2x^2+x+3\right)\le\log_m\left(3x^2-x\right)$ với m là tham số thực dương khác 1, biết $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

A. $S=(-2;0)\cup\left(\frac{1}{3};3\right]$.

B. $S=[-1;0]\cup\left(\frac{1}{3};3\right]$.

C. $S=(-1;0)\cup(1;3]$.

D. $S=[-1;0)\cup\left(\frac{1}{3};3\right]$.

Lời giải

Chọn D

Do $x=1$ là nghiệm nên ta có $\log_m 6\le\log_m 2 \Rightarrow 0<m<1$.

Bất phương trình tương đương với $\begin{cases}2x^2+x+3\ge 3x^2-x\\3x^2-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x-3\le 0\\3x^2-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le x\le 3\\x<0;x>\frac{1}{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1\le x<0\\\frac{1}{3}<x\le 3\end{array}\right.$.

Vậy $S=[-1;0)\cup\left(\frac{1}{3};3\right]$.

Câu 124: Bố Nam gửi 15000 USD vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,73\%$ / tháng để dành cho Nam đi đại học. Nếu cuối mỗi tháng kể từ ngày gửi Nam rút đều đặn 300 USD thì sau bao nhiêu tháng Nam hết tiền ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 65 tháng. **B.** 62 tháng. **C.** 71 tháng. **D.** 75 tháng.

Lời giải

Chọn B

Gọi n là số tháng cần tìm. N là số tiền gửi của bố Nam. A là số tiền Nam rút mỗi tháng.

Đến cuối tháng 1 (sau khi Nam rút tiền) số tiền ở ngân hàng là: $N-A$.

Đến cuối tháng 2 (sau khi Nam rút tiền) số tiền ở ngân hàng là:

$(N-A).1,0073-A=N.1,0073-A-A.1,0073$.

……

Đến cuối tháng thứ n (sau khi Nam rút tiền) số tiền ở ngân hàng là:

$T=N.1,0073^{n-1}-\left(A+A.1,0073+...+A.1,0073^{n-1}\right)$.

Do đó: $N.1,0073^{n-1}=A\dfrac{1-1,0073^{n}}{1-1,0073}\Leftrightarrow n\approx 62$ (tháng).

Câu 125: Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức $\log_2 a+\log_3 a+\log_6 a=\log_2 a.\log_3 a.\log_6 a$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 126: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình $m.4^x+(m-1).2^{x+2}+m-1>0$ nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$?

A. $m\le 3$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $-1\le m\le 4$. **D.** $m\ge 0$.

Câu 127: Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $\log_3(x+y+2)=1+\log_3\left(\dfrac{x-1}{y}+\dfrac{y-1}{x}\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N},(a,b)=1$. Hỏi $a+b$ bằng bao nhiêu.

A. 2. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 128: Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức $\log_2 a+\log_3 a+\log_6 a=\log_2 a.\log_3 a.\log_6 a$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$\log_2 a+\log_3 a+\log_6 a=\log_2 a.\log_3 a.\log_6 a$

$\Leftrightarrow \dfrac{\ln a}{\ln 2}+\dfrac{\ln a}{\ln 3}+\dfrac{\ln a}{\ln 6}=\dfrac{\ln a}{\ln 2}.\dfrac{\ln a}{\ln 3}.\dfrac{\ln a}{\ln 6}$

$\Leftrightarrow \ln a\left(\dfrac{1}{\ln 2}+\dfrac{1}{\ln 3}+\dfrac{1}{\ln 6}-\dfrac{\ln^2 a}{\ln 2.\ln 3.\ln 6}\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\ln a=0\\ \ln^2 a=\ln 3.\ln 6+\ln 6.\ln 2+\ln 2.\ln 3\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\ \ln a=\pm C\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\ a=\mathrm{e}^{C}\\ a=\mathrm{e}^{-C}\end{array}\right.$ (với $C=\sqrt{\ln 3.\ln 6+\ln 6.\ln 2+\ln 2.\ln 3}$).

Vậy có tất cả 3 số dương a thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 129: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình $m.4^x+(m-1).2^{x+2}+m-1>0$ nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$?

A. $m\le 3$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $-1\le m\le 4$. **D.** $m\ge 0$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình

$\Leftrightarrow m.4^x+4(m-1).2^x+m-1>0\Leftrightarrow m\left(4^x+4.2^x+1\right)>1+4.2^x\Leftrightarrow m>\dfrac{1+4.2^x}{4^x+4.2^x+1}$

Đặt $2^x=t$ (Điều kiện $t>0$). Khi đó $m>\dfrac{4t+1}{t^2+4t+1}$. Để bất phương trình ban đầu nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$ thì bất phương trình $m>\dfrac{4t+1}{t^2+4t+1}$ nghiệm đúng $\forall t>0$.

Đặt $f(t)=\dfrac{4t+1}{t^2+4t+1}\Rightarrow f'(t)=-\dfrac{4t^2+2t}{\left(t^2+4t+1\right)^2}<0,\forall t>0$.

Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$. Khi đó $m>\dfrac{4t+1}{t^2+4t+1}\ \forall t>0$ khi và chỉ khi $m\ge f(0)=1$

Câu 130: Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $\log_3(x+y+2)=1+\log_3\left(\dfrac{x-1}{y}+\dfrac{y-1}{x}\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N},(a,b)=1$. Hỏi $a+b$ bằng bao nhiêu.

A. 2. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 13

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(x+y+2)=1+\log_3\left(\dfrac{x-1}{y}+\dfrac{y-1}{x}\right)\Leftrightarrow\log_3\dfrac{x+y+2}{3}=\log_3\left(\dfrac{x^2+y^2}{xy}-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}\right)$

$\Leftrightarrow\dfrac{x+y+2}{3}=\dfrac{x^2+y^2-(x+y)}{xy}$. Gọi $m>0$ là giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{x^2+y^2}{xy}$ khi đó m là số dương nhỏ nhất để hệ $\begin{cases}\dfrac{x+y+2}{3}+\dfrac{x+y}{xy}=m\\ \dfrac{x^2+y^2}{xy}=m\end{cases}$ có nghiệm.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{x+y+2}{3}+\dfrac{x+y}{xy}=m\\ \dfrac{x^2+y^2}{xy}=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{(x+y)^2}{xy}-2=m\\ \dfrac{x+y+2}{3}+\dfrac{x+y}{xy}=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2=(m+2)xy\\ \dfrac{x+y+2}{3}+\dfrac{m+2}{x+y}=m\end{cases}$

Từ $(x+y)^2=(m+2)xy\Rightarrow(m+2)xy\ge4xy\Rightarrow m\ge2$.

Đặt $t=x+y>0\Rightarrow\dfrac{x+y+2}{3}+\dfrac{m+2}{x+y}=m\Leftrightarrow t^2+(2-3m)t+6+3m=0$ (*). Ta đi tìm $m\ge2$ để (*) có nghiệm dương $\Leftrightarrow\Delta=9m^2-24m-20\ge0\ \Leftrightarrow m\ge\dfrac{10}{3}$. Do đó $\dfrac{x^2+y^2}{xy}\ge\dfrac{10}{3}$, dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}x+y=4\\ xy=3\end{cases}\Rightarrow(x;y)=(1;3)$. Vậy $a+b=13$.

Câu 131: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình: $8^x-m2^{2x+1}+(2m^2-1)2^x+m-m^3=0$ có ba nghiệm thực phân biệt là khoảng $(a;b)$. Tính $S=ab$.

A. $S=\dfrac{4}{3}$. **B.** $S=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. **C.** $S=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 132: Cho dãy số (a_n) thỏa mãn $a_1=1$ và $5^{a_{n+1}-a_n}-1=\dfrac{3}{3n+2}$, với mọi $n\ge1$. Tìm số nguyên dương $n>1$ nhỏ nhất để a_n là một số nguyên.

A. $n=123$. **B.** $n=41$. **C.** $n=39$. **D.** $n=49$

Câu 133: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình: $8^x - m2^{2x+1} + (2m^2-1)2^x + m - m^3 = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt là khoảng $(a;b)$. Tính $S = ab$.

A. $S = \frac{4}{3}$. **B.** $S = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. **C.** $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2^x > 0$.

Phương trình đã cho trở thành: $t^3 - 2mt^2 + (2m^2-1)t + m - m^3 = 0$.

$$\Leftrightarrow (t-m)\left(t^2 - mt + m^2 - 1\right) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = m \\ t^2 - mt + m^2 - 1 = 0 \quad (1) \end{array}\right.$$

Để phương trình đề bài cho có 3 nghiệm phân biệt thì $m > 0$ và phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt khác m $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta = m^2 - 4m^2 + 4 > 0 \\ S = m > 0 \\ P = m^2 - 1 > 0 \\ m \neq \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{2}{\sqrt{3}}$. Suy ra $\begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$.

Vậy $S = ab = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 134: Cho dãy số (a_n) thỏa mãn $a_1 = 1$ và $5^{a_{n+1} - a_n} - 1 = \frac{3}{3n+2}$, với mọi $n \geq 1$. Tìm số nguyên dương $n > 1$ nhỏ nhất để a_n là một số nguyên.

A. $n = 123$. **B.** $n = 41$. **C.** $n = 39$. **D.** $n = 49$

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $5^{a_{n+1} - a_n} - 1 = \frac{3}{3n+2} \Leftrightarrow 5^{a_{n+1} - a_n} = \frac{3n+5}{3n+2} \Leftrightarrow a_{n+1} = a_n + \log_5 \frac{3n+5}{3n+2}$.

+) Từ đó

$$a_n = a_{n-1} + \log_5 \frac{3n+2}{3n-1}$$

$$= a_{n-2} + \log_5 \frac{3n-1}{3n-4} + \log_5 \frac{3n+2}{3n-1}$$

$$\vdots$$

$$= a_1 + \log_5 \frac{8}{5} + \log_5 \frac{11}{8} + \ldots + \log_5 \frac{3n-1}{3n-4} + \log_5 \frac{3n+2}{3n-1}$$

$$= 1 + \log_5 \left(\frac{8}{5} . \frac{11}{8} \ldots \frac{3n-1}{3n-4} . \frac{3n+2}{3n-1} \right)$$

$$= 1 + \log_5 \frac{3n+2}{5}$$

$= \log_5(3n+2)$.

Do đó $a_n = \log_5(3n+2)$.

+) Vì $n > 1$ nên $a_n = \log_5(3n+2) > \log_5 5 = 1$, đồng thời dễ thấy (a_n) là dãy tăng.

+) Lại có $a_n = \log_5(3n+2) \Leftrightarrow n = \dfrac{5^{a_n} - 2}{3}$.

Lần lượt thử các giá trị $a_n = 2;3;4;...$ ta có $a_n = 3$ là giá trị nguyên, lớn hơn 1, nhỏ nhất, cho giá trị tương ứng $n = 41$.

Vậy $n = 41$.

Câu 1: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7\left(\frac{4x^2-4x+1}{2x}\right)+4x^2+1=6x$ và $x_1+2x_2=\frac{1}{4}\left(a+\sqrt{b}\right)$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a+b$.

A. $a+b=16$. **B.** $a+b=11$. **C.** $a+b=14$. **D.** $a+b=13$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}x>0\\ x\neq\frac{1}{2}\end{cases}$

Ta có $\log_7\left(\frac{4x^2-4x+1}{2x}\right)+4x^2+1=6x\Leftrightarrow\log_7\left(\frac{(2x-1)^2}{2x}\right)+4x^2-4x+1=2x$

$\Leftrightarrow\log_7(2x-1)^2+(2x-1)^2=\log_7 2x+2x\,(1)$

Xét hàm số $f(t)=\log_7 t+t\Leftrightarrow f'(t)=\frac{1}{t\ln 7}+1>0$ với $t>0$

Vậy hàm số đồng biến

Phương trình (1) trở thành $f\left((2x-1)^2\right)=f(2x)\Leftrightarrow(2x-1)^2=2x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3+\sqrt{5}}{4}\\ x=\frac{3-\sqrt{5}}{4}\end{array}\right.$

Vậy $x_1+2x_2=\left[\begin{array}{ll}\frac{9-\sqrt{5}}{4} & (l)\\ \frac{9+\sqrt{5}}{4} & (tm)\end{array}\right.\Rightarrow a=9;b=5\Rightarrow a+b=9+5=14.$

Câu 2: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right)+2^{\left(x+\frac{1}{2x}\right)}=5$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>0$.

PT: $\Leftrightarrow\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right)+2^{\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right)}=5\quad(1)$.

Đặt $t=\frac{2x^2+1}{2x}=x+\frac{1}{2x}\geq 2\sqrt{x.\frac{1}{2x}}=\sqrt{2}$

PT trở thành $\log_2 t+2^t=5\qquad(2)$.

Xét hàm $f(t)=\log_2 t+2^t\ \left(t\geq\sqrt{2}\right)$ là hàm đồng biến nên:

$(2)\Leftrightarrow f(t)=f(2)\Leftrightarrow t=2$ (t/m).

Với $t=2$ thì $\frac{2x^2+1}{2x}=2\Leftrightarrow 2x^2-4x+1=0$ (t/m). Vậy $x_1x_2=\frac{1}{2}$ (theo Viet).

Câu 3: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho a, b, c là các số thực thuộc đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $\log_2^3 a+\log_2^3 b+\log_2^3 c\le 1$. Khi biểu thức $P=a^3+b^3+c^3-3\left(\log_2 a^a+\log_2 b^b+\log_2 c^c\right)$ đạt giá trị lớn nhất thì giá trị của tổng. $a+b+c$ là

A. 3. **B.** $3.2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}$. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải.

Chọn C

Đặt $x=\log_2 a; y=\log_2 b; z=\log_2 c$. Vì $a,b,c\in[1;2]$ nên $x,\ y,\ z\in[0;1]$.

$$\begin{aligned}P&=a^3+b^3+c^3-3\left(\log_2 a^a+\log_2 b^b+\log_2 c^c\right)\\&=a^3+b^3+c^3-3\left(a\log_2 a+b\log_2 b+c\log_2 c\right).\\&=a^3+b^3+c^3-3\left(ax+by+cz\right).\end{aligned}$$

Ta chứng minh $a^3-3ax\le x^3+1$. Thật vậy:

Xét hàm số $f(a)=a-\log_2 a, a\in[1;\ 2]\Rightarrow f'(a)=1-\frac{1}{a\ln 2}\Rightarrow f'(a)=0\Leftrightarrow a=\frac{1}{\ln 2}$.

Trên đoạn $[1;2]$ ta có $f(a)\le \text{Max}\left\{f(1),f(2),f\left(\frac{1}{\ln 2}\right)\right\}=1\Rightarrow a-\log_2 a\le 1$.

hay $a-x\le 1\Leftrightarrow a-x-1\le 0$. Do đó.

Xét: $a^3-3ax-x^3-1=(a-x-1)\left(a^2+x^2+1+a+ax-x\right)\le 0$.

(Vì theo trên ta có $a-x-1\le 0$ và $a^2+\left(x^2-x+1\right)+a+ax>0,\ \forall a\in[1;\ 2],\ \forall x\in[0;\ 1]$).

Vậy $a^3-3ax-x^3-1\le 0\Leftrightarrow a^3-3ax\le x^3+1$. Tương tự $b^3-3by\le y^3+1; c^3-3cz\le z^3+1$.

Do đó $P=a^3+b^3+c^3-3\left(ax+by+cz\right)\le x^3+y^3+z^3+3\le 1+3=4$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y=0, z=1$ và các hoán vị, tức là $a=b=1, c=2$ và các hoán vị. Khi đó $a+b+c=4$.

Câu 4: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $4^{x+1}+4^{1-x}=(m+1)\left(2^{2+x}-2^{2-x}\right)+16-8m$ có nghiệm trên $[0;1]$?

A. 2 . **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$4^{x+1}+4^{1-x}=(m+1)\left(2^{2+x}-2^{2-x}\right)+16-8m\Leftrightarrow 4\left(4^x+4^{-x}\right)=4(m+1)\left(2^x-2^{-x}\right)+16-8m$

Đặt $t=u(x)=2^x-2^{-x},\ x\in[0;1]$

$u'(x)=2^x+2^{-x}>0\ \ \forall x[0;1]$. Suy ra $u(0)\le t\le u(1)$ hay $t\in\left[0;\ \frac{3}{2}\right]$

$\Rightarrow t^2=4^x+4^{-x}-2.2^x.2^{-x}\Rightarrow 4^x+4^{-x}=t^2+2$

Phương trình trở thành :

$$4\left(t^2+2\right)=4t\left(m+1\right)+16-8m \Leftrightarrow t^2+2=t\left(m+1\right)+4-2m$$
$$\Leftrightarrow t^2-t\left(m+1\right)+2m-2=0$$
$$\Leftrightarrow m\left(t-2\right)=t^2-t-2$$
$$\Leftrightarrow m\left(t-2\right)=\left(t-2\right)\left(t+1\right)$$
$$\Leftrightarrow m=t+1 \quad \left(t\in\left[0;\ \frac{3}{2}\right]\right)$$
$$\Leftrightarrow t=m-1$$

Để phương trình đã cho có nghiệm trên $[0;1]$ thì phương trình $t=m-1$ phải có nghiệm $t\in\left[0;\ \frac{3}{2}\right]$. Suy ra $m-1\in\left[0;\frac{3}{2}\right]$, hay $m\in\left[1;\ \frac{5}{2}\right]$.

Câu 5: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Xét bất phương trình $\log_2^2 2x-2\left(m+1\right)\log_2 x-2<0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

A. $m\in\left(0;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-\frac{3}{4};0\right)$. **C.** $m\in\left(-\frac{3}{4};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;0\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$

$\log_2^2 2x-2\left(m+1\right)\log_2 x-2<0$

$\Leftrightarrow\left(1+\log_2 x\right)^2-2\left(m+1\right)\log_2 x-2<0 \quad (1)$.

Đặt $t=\log_2 x$. Vì $x>\sqrt{2}$ nên $\log_2 x>\log_2\sqrt{2}=\frac{1}{2}$. Do đó $t\in\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$

(1) thành $\left(1+t\right)^2-2\left(m+1\right)t-2<0\Leftrightarrow t^2-2mt-1<0 \ (2)$

Cách 1: Yêu cầu bài toán tương đương tìm m để bpt (2) có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Xét bất phương trình (2) có: $\Delta'=m^2+1>0,\ \forall m\in\mathbb{R}$.

$f\left(t\right)=t^2-2mt-1=0$ có $ac<0$ nên (2) luôn có 2 nghiệm phân biệt $t_1<0<t_2$.

Khi đó cần $\frac{1}{2}<t_2\Leftrightarrow m+\sqrt{m^2+1}>\frac{1}{2}\Leftrightarrow m>-\frac{3}{4}$.

Cách 2: $t^2-2mt-1<0 \ \Leftrightarrow f\left(t\right)=\frac{t^2-1}{2t}<\mathrm{m}\ \left(t>\frac{1}{2}\right)$

Khảo sát hàm số $f\left(t\right)$ trong $\left(0;+\infty\right)$ ta được $m\in\left(-\frac{3}{4};+\infty\right)$.

Câu 6: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho hàm số $y=\frac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

A. $\begin{cases}m\neq 0\\ m\neq -1\\ m<\frac{1}{5}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m\neq 0\\ m\neq -1\\ m<\frac{1}{3}\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}m\neq 0\\ m<\frac{1}{3}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}m\neq 0\\ m<\frac{1}{5}\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

- $m=0$: Đồ thị có hai tiệm cận nên loại.
- $m\neq 0\Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$: đồ thị có một tiệm cận ngang.

Bài toán trở thành : Tìm m để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng.

$\Leftrightarrow mx^2-2x+3=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=1-3m>0\\ m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m<\dfrac{1}{3}\\ m\neq -1\end{cases}$.

Câu 7: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Một người tham gia chương trình bảo hiểm An sinh xã hội của công ty Bảo Việt với thể lệ như sau: Cứ đến tháng 9 hàng năm người đó đóng vào công ty là 12 triệu đồng với lãi suất hàng năm không đổi là 6% / năm. Hỏi sau đúng 18 năm kể từ ngày đóng, người đó thu về được tất cả bao nhiêu tiền? Kết quả làm tròn đến hai chữ số phần thập phân.

A. $403,32$ (triệu đồng). **B.** $293,32$ (triệu đồng).

C. $412,23$ (triệu đồng). **D.** $393,12$ (triệu đồng).

Lời giải

Chọn D

Gọi số tiền đóng hàng năm là $A=12$ (triệu đồng), lãi suất là $r=6\%=0,06$.

Sau 1 năm, nếu người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là $A_1=A(1+r)$. (nhưng người đó không rút mà lại đóng thêm A triệu đồng nữa, nên số tiền gốc để tính lãi năm sau là A_1+A).

Sau 2 năm, nếu người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là:

$A_2=(A_1+A)(1+r)=\left[A(1+r)+A\right](1+r)=A(1+r)^2+A(1+r)$.

Sau 3 năm, nếu người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là:

$A_3=(A_2+A)(1+r)=\left[A(1+r)^2+A(1+r)+A\right](1+r)=A(1+r)^3+A(1+r)^2+A(1+r)$.

…

Sau 18 năm, người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là:

$A_{18}=A(1+r)^{18}+A(1+r)^{17}+\ldots+A(1+r)^2+A(1+r)$.

Tính: $A_{18}=A\left[(1+r)^{18}+(1+r)^{17}+\ldots+(1+r)^2+(1+r)+1-1\right]$.

$\Rightarrow A_{18}=A\left[\dfrac{(1+r)^{19}-1}{(1+r)-1}-1\right]=A\left[\dfrac{(1+r)^{19}-1}{r}-1\right]=12\left[\dfrac{(1+0,06)^{19}-1}{0,06}-1\right]\approx 393,12$.

Câu 8: (Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018) Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a>b>\dfrac{4}{3}$ và biểu thức $P=16\log_a\left(\dfrac{a^3}{12b-16}\right)+3\log_{\frac{a}{b}}^2 a$ có giá trị nhỏ nhất. Tính $a+b$.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{11}{2}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P=48\log_a\left(\frac{a}{\sqrt[3]{12b-16}}\right)+3\log_{\frac{a}{b}}^2 a$. Vì số hạng thứ hai chứa $\log_{\frac{a}{b}} a$ nên ta cố gắng đưa $\log_a\left(\frac{a}{\sqrt[3]{12b-16}}\right)$ về $\log_a\frac{a}{b}$. Điều này buộc ta cần đánh giá $\sqrt[3]{12b-16}\le b$. Thật vậy:

Ta có: $\sqrt[3]{12b-16}\le b\Leftrightarrow (b-2)^2(b+4)\ge 0$ (Đúng). Suy ra: $\frac{a}{\sqrt[3]{12b-16}}\ge\frac{a}{b}>1$.

Suy ra: $\log_a\left(\frac{a}{\sqrt[3]{12b-16}}\right)\ge\log_a\frac{a}{b}>\log_a 1=0$ (do $a>1$).

Do đó:

$$P=48\log_a\left(\frac{a}{\sqrt[3]{12b-16}}\right)+3\log_{\frac{a}{b}}^2 a\ge 48\log_a\frac{a}{b}+3\log_{\frac{a}{b}}^2 a=3\left(8\log_a\frac{a}{b}+8\log_a\frac{a}{b}+\log_{\frac{a}{b}}^2 a\right).$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương $8\log_a\frac{a}{b}$, $8\log_a\frac{a}{b}$, $\log_{\frac{a}{b}}^2 a$ ta được:

$$P\ge 3\cdot 3\cdot\sqrt[3]{\left(8\log_a\frac{a}{b}\cdot 8\log_a\frac{a}{b}\cdot\log_{\frac{a}{b}}^2 a\right)}=9\sqrt[3]{64}=36.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases}b=2\\ 8\log_a\frac{a}{b}=\log_{\frac{a}{b}}^2 a=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\ \log_a\frac{a}{b}=\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\ \log_a 2=\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\ a=4\end{cases}.$$

Vậy $a+b=6$.

Chú ý:

+ Đánh giá $\sqrt[3]{12b-16}\le b$, ta có thể dùng bất đẳng thức Cauchy:

$$b^3+16=b^3+8+8\ge 3\sqrt[3]{64b^3}=12b\Leftrightarrow\sqrt[3]{12b-16}\le b.$$

+ Sau khi có $P\ge 48\log_a\frac{a}{b}+3\log_{\frac{a}{b}}^2 a$, ta có thể đặt $t=\log_a\frac{a}{b}$. Vì $\log_a\frac{a}{b}>\log_a 1=0$ nên $t>0$.

Khi đó: $P\ge 48t+\frac{3}{t^2}=f(t)$, với $t>0$. Khảo sát hàm $f(t)$ ta được $\min\limits_{(0;+\infty)} f(t)=36$ khi $t=\frac{1}{2}$

(Hoặc dùng Cauchy như trên).

Câu 9: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018) Giá trị nào của m để phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$.

A. $1\le m\le 16$. **B.** $4\le m\le 8$. **C.** $3\le m\le 8$. **D.** $0\le m\le 2$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x>0$. Đặt $t=\sqrt{\log_3^2 x+1}\ge 1$, ta được phương trình $t^2+t-2m-2=0$ $(*)$.

Ta có $x\in\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]\Leftrightarrow 0\le\log_3 x\le\sqrt{3}\Leftrightarrow 1\le t=\sqrt{\log_3^2 x+1}\le 2$.

Phương trình đã cho có nghiệm thuộc $x\in\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]\Leftrightarrow(*)$ có nghiệm $t\in[1;2]$.

Đặt $f(t)=t^2+t$, với $t\in[1;2]$.

Hàm số $f(t)$ là hàm đồng biến trên đoạn $[1;2]$. Ta có $f(1)=2$ và $f(2)=6$.

Phương trình $t^2+t=2m+2\Leftrightarrow f(t)=2m+2$ có nghiệm $t\in[1;2]\Leftrightarrow f(1)\le 2m+2\le f(2)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \le 2m+2 \\ 2m+2 \le f(2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \le 2m+2 \\ 2m+2 \le 6 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m \le 2$.

Câu 10: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x;y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \ge 1$

và $x^2+y^2+2x-2y+2-m=0$.

A. $\left(\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)^2$.

B. $\sqrt{10}-\sqrt{2}$ và $\sqrt{10}+\sqrt{2}$.

C. $\left(\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)^2$ và $\left(\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)^2$.

D. $\sqrt{10}-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $4x+4y-4 \ge 0$

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \ge 1 \Leftrightarrow 4x+4y-4 \ge x^2+y^2+2 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2 \le 2 \quad (C_1)$.

Miền nghiệm của bất phương trình là hình tròn (cả bờ) (C_1) có tâm $I_1(2;2)$ bán kính $R_1=\sqrt{2}$

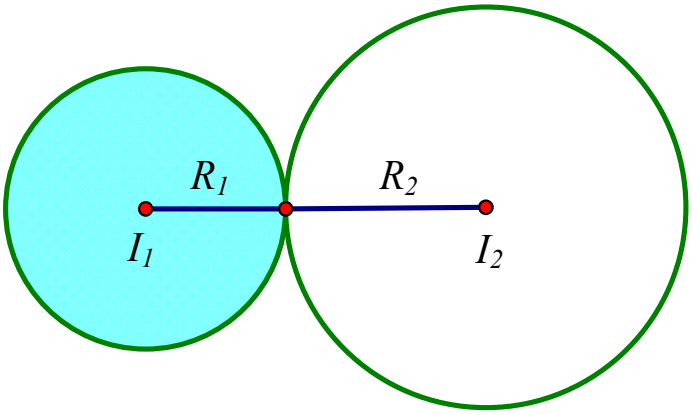
Mặt khác: $x^2+y^2+2x-2y+2-m=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-1)^2=m \quad (*)$

Với $m=0 \Rightarrow x=-1;\ y=1$ không thỏa mãn: $(x-2)^2+(y-2)^2 \le 2$.

Với $m>0$ thì $(*)$ là đường tròn (C_2) có tâm $I_2(-1;1)$ bán kính $R_2=\sqrt{m}$.

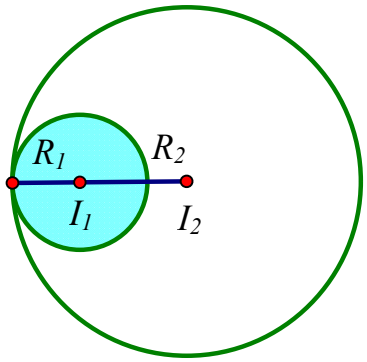
Để để tồn tại duy nhất cặp $(x;y)$ thì (C_1) và (C_2) tiếp xúc với nhau.

Trường hợp 1: (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài.



Khi đó: $R_1+R_2=I_1I_2 \ \sqrt{m}+\sqrt{2}=\sqrt{10} \Leftrightarrow m=\left(\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)^2$.

Trường hợp 2: (C_1) nằm trong (C_2) và hai đường tròn tiếp xúc trong.



Khi đó: $R_2 - R_1 = I_1I_2 \Leftrightarrow \sqrt{m} - \sqrt{2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m = \left(\sqrt{10} + \sqrt{2}\right)^2$.

Vậy $m = \left(\sqrt{10} - \sqrt{2}\right)^2$ và $m = \left(\sqrt{10} + \sqrt{2}\right)^2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

----------**HẾT**----------

Câu 11: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của m để hệ sau có nghiệm

$$\begin{cases} 3^{2x+\sqrt{x+1}} - 3^{2+\sqrt{x+1}} + 2017x \le 2017 \\ x^2 - (m+2)x + 2m + 3 \ge 0 \end{cases}.$$

A. $m \ge -3$. **B.** $m > -3$. **C.** $m \ge -2$. **D.** $m \le -2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x \ge -1$.

• Xét $3^{2x+\sqrt{x+1}} - 3^{2+\sqrt{x+1}} + 2017x \le 2017 \Leftrightarrow 3^{2x}.3^{\sqrt{x+1}} - 3^2.3^{\sqrt{x+1}} \le 2017 - 2017x$

$\Leftrightarrow \left(9^x - 9\right)3^{\sqrt{x+1}} \le 2017(1-x)$. Dễ thấy $x = 1$ là một nghiệm.

Nếu $x > 1$ thì $VT = \left(9^x - 9\right)3^{\sqrt{x+1}} > 0$, $VP = 2017(1-x) < 0$

Suy ra $\left(9^x - 9\right)3^{\sqrt{x+1}} \le 2017(1-x)$ vô nghiệm.

Nếu $-1 \le x < 1$ thì $VT = \left(9^x - 9\right)3^{\sqrt{x+1}} < 0$, $VP = 2017(1-x) > 0$

Suy ra $\left(9^x - 9\right)3^{\sqrt{x+1}} \le 2017(1-x)$ có nghiệm với $-1 \le x < 1$.

Vậy bpt $3^{2x+\sqrt{x+1}} - 3^{2+\sqrt{x+1}} + 2017x \le 2017$ có nghiệm với $-1 \le x \le 1$.

Cách 1:

• Xét: $f(x) = x^2 - (m+2)x + 2m + 3 \ge 0$. Ta có $\Delta = m^2 - 4m - 8$, để bpt có nghiệm $-1 \le x \le 1$ thì:

TH1: $\Delta \le 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{3} + 2 \le m \le 2\sqrt{3} + 2$, bpt có nghiệm $-1 \le x \le 1$ (1)

TH2: $\Delta > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2\sqrt{3} + 2 \\ m < -2\sqrt{3} + 2 \end{array}\right.$, nghiệm của bpt là $(-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$.

Ta có $(-1;1) \subset (x_1; x_2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(-1) < 0 \\ f(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 6 < 0 \\ m + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2$.

Do đó BPT có nghiệm $-1 \le x \le 1$ khi $m \ge -2$

Kết hợp điều kiện ta được $m > 2\sqrt{3} + 2$ và $-2 \le m < -2\sqrt{3} + 2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra hệ đã cho có nghiệm khi $m \ge -2$.

Cách 2: Bài toán trở thành tìm m để bpt $x^2-(m+2)x+2m+3\ge 0$ có nghiệm $-1\le x\le 1$

BPT $\Leftrightarrow m(x-2)\le x^2-2x+3 \Leftrightarrow m\ge \dfrac{x^2-2x+3}{x-2}=f(x)$ (*) (Do $-1\le x\le 1$)

$f'(x)=\dfrac{x^2-4x+1}{(x-2)^2}$.Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow x=2-\sqrt{3}\in[-1;1]$

Để bpt (*) có nghiệm thì $m\ge \min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)$. Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $[-1;1]$ ta có $m\ge f(1)=f(-1)=-2$ .Vậy $m\ge -2$.

Câu 12: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Biết x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-3x+2}+2\right)+5^{x^2-3x+1}=2$ và $x_1+2x_2=\dfrac{1}{2}\left(a+\sqrt{b}\right)$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a+b$.

A. $a+b=13$. **B.** $a+b=11$. **C.** $a+b=14$. **D.** $a+b=16$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x\in(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$.

Đặt $\sqrt{x^2-3x+2}=t$ với $t\ge 0$. Ta có $x^2-3x+1=t^2-1$.

Phương trình đã cho trở thành $\log_3(t+2)+5^{t^2-1}=2$ (*).

Xét hàm số $f(t)=\log_3(t+2)+5^{t^2-1}$ trên $[0;+\infty)$.

Có $f'(t)=\dfrac{1}{(t+2)\ln 3}+5^{t^2-1}.2t.\ln 5>0$ với $t\ge 0$. Do đó hàm số đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Mặt khác $f(1)=2$. Phương trình (*) có dạng: $f(t)=f(1)\Rightarrow t=1$.

Với $t=1\Rightarrow\sqrt{x^2-3x+2}=1\Leftrightarrow x^2-3x+2=1\Rightarrow x_1=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$, $x_2=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Vậy $x_1+2x_2=\dfrac{1}{2}\left(9+\sqrt{5}\right)\Rightarrow\begin{cases}a=9\\b=5\end{cases}\Rightarrow a+b=14$.

Câu 13: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Biết rằng $2^{x+\frac{1}{x}}=\log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]$ trong đó $x>0$.

Tính giá trị của biểu thức $P=x^2+y^2-xy+1$.

A. 3. **B.** 1 **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $x+\dfrac{1}{x}\ge 2\Rightarrow 2^{x+\frac{1}{x}}\ge 4$.

Lại có $14-(y-2)\sqrt{y+1}=14-(y+1)\sqrt{y+1}+3\sqrt{y+1}$.

Đặt $t=\sqrt{y+1}\ge 0$. Xét hàm số $f(t)=-t^3+3t+14$ trên $(0;+\infty)$, ta có

$f'(t)=-3t^2+3$. Do đó $f'(t)=0\Leftrightarrow -3t^2+3=0\Leftrightarrow t=1$ vì $t\in(0;+\infty)$.

Từ đó ta có $\max\limits_{(0;+\infty)} f(t)=f(1)=16$.

Vậy $14-(y-2)\sqrt{y+1}\le 16\Rightarrow \log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]\le 4$. Khi đó

$2^{x+\frac{1}{x}}=\log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=0.\end{cases}\Rightarrow P=2.$

Câu 14: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Cho x, y là các số thực thỏa $\log_{3x+y}\left(x^2+y^2\right)\le 1$. Khi $3x+y$ đạt giá trị lớn nhất, thì giá trị $k=\frac{x}{y}$ là

A. $k=1$. **B.** $k=\frac{1}{2}$. **C.** $k=3$. **D.** $k=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Xét trường hợp $3x+y>1$.

$\log_{3x+y}\left(x^2+y^2\right)\le 1\Leftrightarrow x^2+y^2\le 3x+y\ \ (1)$.

Đặt $P=3x+y\Rightarrow y=P-3x$.

$(1)\Leftrightarrow x^2+(P-3x)^2-P\le 0\Leftrightarrow 10x^2-6Px+P^2-P\le 0\ (2)$.

$\Delta=9P^2-10\left(P^2-2\right)=-P^2+10P$

Nếu $\Delta<0$ thì (2) vô nghiệm. Do đó $\Delta\ge 0\Leftrightarrow 0\le P\le 10$.

Vậy $P_{\max}=10$. Khi đó $(2)\Leftrightarrow x=\frac{6P}{20}=3\Rightarrow y=1\Rightarrow k=\frac{x}{y}=3$.

Câu 15: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Gọi S là tập nghiệm của phương trình $(2-x)\left(2+4^x\right)=6$. Khi đó số phần tử của tập S là bao nhiêu

A. $|S|=2$. **B.** $|S|=3$. **C.** $|S|=4$. **D.** $|S|=5$.

Lời giải

Chọn B

Định lí Rolle: Nếu $f(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$, có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ và $f(a)=f(b)$ thì tồn tại $c\in(a;b)$ sao cho $f'(c)=0$.

Hệ quả: Nếu $f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$ và $f'(x)$ có nhiều nhất n nghiệm (n là số nguyên dương) trên $(a;b)$ thì $f(x)$ có nhiều nhất $n+1$ nghiệm trên $(a;b)$.

Cách 1: $(2-x)\left(2+4^x\right)=6\Leftrightarrow(2-x)\left(2+4^x\right)-6=0$. Xét hàm số $f(x)=(2-x)\left(2+4^x\right)-6$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$. Dễ thấy $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Theo định lý Rolle:

Trên đoạn $\left[0;\frac{1}{2}\right]$ ta có $f(0)=f\left(\frac{1}{2}\right)=0$ nên $\exists c_1\in\left(0;\frac{1}{2}\right):\ f'(c_1)=0$.

Trên đoạn $\left[\frac{1}{2};1\right]$ ta có $f(1)=f\left(\frac{1}{2}\right)=0$ nên $\exists c_2\in\left(\frac{1}{2};1\right):\ f'(c_2)=0$.

Do đó $f'(x)=0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt c_1, c_2.

Mặt khác ta xét $f'(x)=-\left(2+4^x\right)+4^x\ln 4(2-x)$,

$f''(x)=-4^x\ln 4+4^x\ln^2 4(2-x)-4^x\ln 4=4^x\left(-2\ln 4+2\ln^2 4-x\ln^2 4\right)=0$

$\Rightarrow x=\dfrac{2-2\ln 4}{\ln 4}$.

Vậy $f''(x)=0$ có nghiệm duy nhất suy ra $f'(x)=0$ có nhiều nhất hai nghiệm suy ra $f(x)=0$ có nhiều nhất là ba nghiệm nên $|S|=3$.

Cách 2: $(2-x)(2+4^x)=6\Leftrightarrow 4^x=\dfrac{2x+2}{2-x}\ (x\neq 2)$.

Ta vẽ đồ thị hai hàm số $y=4^x$ và $y=\dfrac{2x+2}{2-x}$ trên cùng một hệ trục Oxy và xác định được số giao điểm là 3 nên $|S|=3$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $5^{x+2y}+\dfrac{3}{3^{xy}}+x+1=\dfrac{5^{xy}}{5}+3^{-x-2y}+y(x-2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x+y$.

A. $T_{\min}=2+3\sqrt{2}$. **B.** $T_{\min}=3+2\sqrt{3}$. **C.** $T_{\min}=1+\sqrt{5}$. **D.** $T_{\min}=5+3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Theo đề ra ta có

$5^{x+2y}+\dfrac{3}{3^{xy}}+x+1=\dfrac{5^{xy}}{5}+3^{-x-2y}+y(x-2)$

$\Leftrightarrow 5^{x+2y}-\dfrac{1}{3^{x+2y}}+x+2y=5^{xy-1}-\dfrac{1}{3^{xy-1}}+xy-1$

Xét $f(t)=5^t-\dfrac{1}{3^t}+t.\Rightarrow f'(t)=5^t\ln 5+3^{-t}\ln 3+1>0$

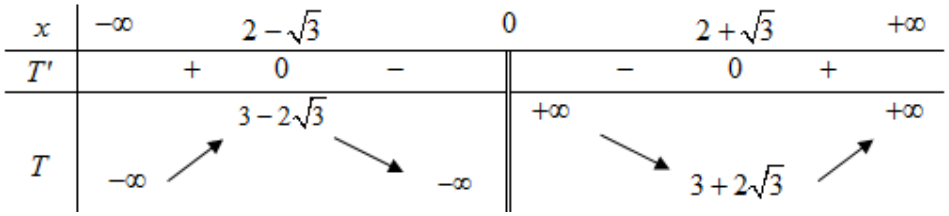
$\Rightarrow x+2y=xy-1\Rightarrow y=\dfrac{x+1}{x-2}$.Do $y>0,x>0\Rightarrow\dfrac{x+1}{x+2}>0\Rightarrow x>2$

Ta có: $T=x+y=x+\dfrac{x+1}{x-2}=\dfrac{x^2-x+1}{x-2}$

$T'=\dfrac{x^2-4x+1}{(x-2)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2+\sqrt{3}\in(2;+\infty)\\x=2-\sqrt{3}\notin(2;+\infty)\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

Chỉnh lại bbt cho em,chỉ xét với $x>2$ nhé,kết quả không thay đổi.



Từ bảng biến thiên ta thấy $T_{\min}=3+2\sqrt{3}$ tại $x=2+\sqrt{3}$.

Câu 17: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Có bao nhiêu số nguyên dương a (a là tham số) để phương trình

$$\left(3a^2+12a+15\right)\log_{27}\left(2x-x^2\right)+\left(\frac{9}{2}a^2-3a+1\right)\log_{\sqrt{11}}\left(1-\frac{x^2}{2}\right)=2\log_9\left(2x-x^2\right)+\log_{11}\left(\frac{2-x^2}{2}\right)$$

có nghiệm duy nhất?

A. 2. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $0<x<\sqrt{2}$.

$$PT\Leftrightarrow\left(a^2+4a+5\right)\log_3\left(2x-x^2\right)+\left(9a^2-6a+2\right)\log_{11}\left(\frac{2-x^2}{2}\right)=\log_3\left(2x-x^2\right)+\log_{11}\left(\frac{2-x^2}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(a^2+4a+4\right)\log_3\left(2x-x^2\right)+\left(9a^2-6a+1\right)\log_{11}\left(\frac{2-x^2}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left(a+2\right)^2\log_3\left(2x-x^2\right)+\left(3a-1\right)^2\log_{11}\left(\frac{2-x^2}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{3a-1}{a+2}\right)^2=\frac{\log_3\left(2x-x^2\right)}{\log_{11}\left(\frac{2}{2-x^2}\right)}\quad(*)$$

Mà vế trái của $(*)$ luôn dương với mọi a nguyên dương

Vì $0<x<\sqrt{2}$ nên $2-x^2<2\Rightarrow\frac{2}{2-x^2}>1\Rightarrow\log_{11}\left(\frac{2}{2-x^2}\right)>0$

Do đó từ $(*)$ suy ra $\log_3\left(2x-x^2\right)>0\Leftrightarrow 2x-x^2>1\Leftrightarrow x^2-2x+1<0\Rightarrow$ không tồn tại x.

Vậy không có giá trị a thỏa yêu cầu.

Câu 18: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x\left(x-3\right)+y\left(y-3\right)+xy$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P=\frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\log_{\sqrt{3}}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x\left(x-3\right)+y\left(y-3\right)+xy$$

$$\Leftrightarrow\log_{\sqrt{3}}3\left(x+y\right)+3\left(x+y\right)=\log_{\sqrt{3}}\left(x^2+y^2+xy+2\right)+x^2+y^2+xy+2.$$

Xét hàm số $f(t)=\log_{\sqrt{3}}t+t$, $t>0$ có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln\sqrt{3}}+1>0,\ \forall t>0$. Vậy hàm số $f(t)$ luôn đồng biến và liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do đó: $f\left(3(x+y)\right)=f\left(x^2+y^2+xy+2\right)\Leftrightarrow 3(x+y)=x^2+y^2+xy+2 \qquad (1)$

Cách 1: Từ $(1)\ \Leftrightarrow xy=(x+y)^2-3(x+y)+2$.

Ta có $x=x+xy-xy=x(y+1)-xy\le\left(\dfrac{x+y+1}{2}\right)^2-xy$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y+1$.

Do đó từ (1), suy ra: $x\le\dfrac{(x+y+1)^2}{4}-(x+y)^2+3(x+y)-2$.

Đặt $t=x+y$, $t>0$.

Suy ra: $P=\dfrac{2(x+y)+1+x}{x+y+6}\le\dfrac{2t+1+\dfrac{(t+1)^2}{4}-t^2+3t-2}{t+6}=\dfrac{-3t^2+22t-3}{4(t+6)}=f(t)$.

Ta có: $f'(t)=\dfrac{-3t^2-36t+135}{4(t+6)^2}=0\Leftrightarrow t=3$ (nhận)

Bảng biến thiên

t	0		3		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$		↗		↘	

Dựa vào BBT, ta có $\max P=\max\limits_{(0;+\infty)}f(t)=f(3)=1$ khi và chỉ khi $\begin{cases}x=y+1\\x+y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$.

Cách 2: (Trắc nghiệm)

Ta có: $P=2+\dfrac{x-11}{x+y+6}$.

Trong (1) coi y là ẩn, x là tham số. Ta có $y^2+(x-3)y+x^2-3x+2=0$ có nghiệm khi

$$\Delta=(x-3)^2-4\left(x^2-3x+2\right)\ge 0\Leftrightarrow\frac{3-2\sqrt{3}}{3}\le x\le\frac{3+2\sqrt{3}}{3}<3 \text{ nên } x-11<0$$

Vậy $P<2$ nên trong 4 phương án thì $P_{\max}=1$ khi đó $x=2$, $y=1$.

Cách 3: (Trắc nghiệm)

Ta có: $P=3-\dfrac{y+17}{x+y+6}<3$ với x, $y>0$.

+ Nếu $P=2$ thì $\dfrac{3x+2y+1}{x+y+6}=2\Leftrightarrow x=11$. Thay vào (1) ta được: $y^2+3y+90=0$ (vô lý).

+ Nếu $P=1$ thì $\dfrac{3x+2y+1}{x+y+6}=1\Leftrightarrow 2x+y=5\Leftrightarrow y=5-2x$. Thay vào (1), ta được:

$$3(x+5-2x)=x^2+(5-2x)^2+x(5-2x)+2\Leftrightarrow 3x^2-12x+12=0\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=1.$$

Vậy $P_{\max}=1$.

Câu 19: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $10m \in \mathbb{Z}$ và phương trình $2\log_{mx-5}\left(2x^2-5x+4\right)=\log_{\sqrt{mx-5}}\left(x^2+2x-6\right)$ có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của S.

A. 15. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2x^2-5x+4>0$ với mọi x nên phương trình $2\log_{mx-5}\left(2x^2-5x+4\right)=\log_{\sqrt{mx-5}}\left(x^2+2x-6\right)$ tương đương với

$$\begin{cases} mx-5>0 \\ mx-5\neq 1 \\ 2x^2-5x+4>0 \\ 2x^2-5x+4=x^2+2x-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx>5 \\ mx\neq 6 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=5 \end{array}\right. \end{cases}$$

Phương trình có nghiệm duy nhất tương đương với ta nhận nghiệm $x=2$ và loại $x=5$ hoặc nhận nghiệm $x=5$ và loại $x=2$.

+ Trường hợp 1: Nhận nghiệm $x=2$ và loại $x=5$.

Điều này tương đương với $\begin{cases} 2m>5 \\ 2m\neq 6 \\ \left[\begin{array}{l} 5m\leq 5 \\ 5m=6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\dfrac{5}{2} \\ m\neq 3 \\ \left[\begin{array}{l} m\leq 1 \\ m=\dfrac{6}{5} \end{array}\right. \end{cases}$ (vô lí).

+ Trường hợp 2: Nhận nghiệm $x=5$ và loại $x=2$.

Điều này tương đương với $\begin{cases} 5m>5 \\ 5m\neq 6 \\ \left[\begin{array}{l} 2m\leq 5 \\ 2m=6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ m\neq \dfrac{6}{5} \\ \left[\begin{array}{l} m\leq \dfrac{5}{2} \\ m=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ \begin{cases} 1<m\leq \dfrac{5}{2} \\ m\neq \dfrac{6}{5} \end{cases} \end{array}\right.$.

Suy ra: $\left[\begin{array}{l} 10m=30 \\ \begin{cases} 10<10m\leq 25 \\ m\neq 12 \end{cases} \end{array}\right.$.

Vì $10m\in\mathbb{Z}$ nên $10m\in\{11;13;14...;25\}\cup\{30\}$.

Trong tập hợp này có 15 phần tử nên tập hợp S cũng có 15 phần tử.

Chú ý: $m\in\left\{\dfrac{11}{10};\dfrac{13}{10};\dfrac{14}{10}...;\dfrac{25}{10}\right\}\cup\left\{\dfrac{30}{10}\right\}$.

Câu 20: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{3}<b<a<1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a\left(\frac{3b-1}{4}\right)+12\log_{\frac{b}{a}}^2 a-3$.

A. $\min P=13$. **B.** $\min P=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **C.** $\min P=9$. **D.** $\min P=\sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$P=\log_a\left(\frac{3b-1}{4}\right)+12\left(\log_{\frac{b}{a}} a\right)^2-3=\log_a\left(\frac{3b-1}{4}\right)+12\left(\frac{1}{\log_a\frac{a}{b}}\right)^2-3$$

$$=\log_a\left(\frac{3b-1}{4}\right)+12\left(\frac{1}{1-\log_a b}\right)^2-3=\log_a\left(\frac{3b-1}{4}\right)+\frac{12}{\left(\log_a b-1\right)^2}-3.$$

Ta có: $\frac{3b-1}{4}\le b^3\Leftrightarrow 3b-1\le 4b^3\Leftrightarrow 4b^3-3b+1\ge 0\Leftrightarrow (b+1)\left(4b^2-4b+1\right)\ge 0$

$\Leftrightarrow (b+1)(2b-1)^2\ge 0$ (luôn đúng với $\frac{1}{3}<b<1$).

$\Rightarrow \log_a\left(\frac{3b-1}{4}\right)\ge \log_a b^3$ (vì $a<1$) $\Rightarrow \log_a\left(\frac{3b-1}{4}\right)\ge 3\log_a b$.

Do đó $P\ge 3\log_a b+\frac{12}{\left(\log_a b-1\right)^2}-3\Leftrightarrow P\ge 3\left(\log_a b-1\right)+\frac{12}{\left(\log_a b-1\right)^2}$ $(*)$.

Vì $\frac{1}{3}<b<a<1$ nên $\log_a b>1$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương: $\frac{3}{2}\left(\log_a b-1\right)$, $\frac{3}{2}\left(\log_a b-1\right)$, $\frac{12}{\left(\log_a b-1\right)^2}$

$$\frac{3}{2}\left(\log_a b-1\right)+\frac{3}{2}\left(\log_a b-1\right)+\frac{12}{\left(\log_a b-1\right)^2}\ge 3.\sqrt[3]{\frac{3}{2}\left(\log_a b-1\right).\frac{3}{2}\left(\log_a b-1\right).\frac{12}{\left(\log_a b-1\right)^2}}$$

$\Leftrightarrow 3\left(\log_a b-1\right)+\frac{12}{\left(\log_a b-1\right)^2}\ge 9$ $(**)$.

Từ $(*)$ và $(**)$ ta có $P\ge 9$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} b=\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2}\left(\log_a b-1\right)=\frac{12}{\left(\log_a b-1\right)^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} b=\frac{1}{2} \\ \left(\log_a b-1\right)^3=8\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} b=\frac{1}{2} \\ \log_a b-1=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} b=\frac{1}{2} \\ \log_a b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} b=\frac{1}{2} \\ b=a^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} b=\frac{1}{2} \\ a=\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\end{cases}$.

Vậy $\min P=9$.

Câu 21: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Một người mỗi đầu tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,6\%$ mỗi tháng. Biết đến cuối tháng thứ 15 thì người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

A. 635.000. **B.** 535.000. **C.** 613.000. **D.** 643.000.

Lời giải

Chọn A

Gọi A_k là số tiền người đó cuối tháng thứ k, đặt $r=0,6\%$.

Ta có $A_1=T(1+r)$.

$A_2=(A_1+T)(1+r)=T(1+r)^2+T(1+r)$.

$A_3=(A_2+T)(1+r)=T(1+r)^3+T(1+r)^2+T(1+r)=T(1+r).\dfrac{(1+r)^3-1}{r}$.

$A_{15}=T(1+r).\dfrac{(1+r)^{15}-1}{r}$

$\Rightarrow T=\dfrac{A_{15}.r}{(1+r)\left[(1+r)^{15}-1\right]}=\dfrac{10\times10^6\times0,6\%}{1,006\times(1,006^{15}-1)}\approx635.301$ đồng

Câu 22: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho $0\le x;y\le1$ thỏa mãn $2017^{1-x-y}=\dfrac{x^2+2018}{y^2-2y+2019}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=(4x^2+3y)(4y^2+3x)+25xy$. Khi đó $M+m$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{136}{3}$. **B.** $\dfrac{391}{16}$. **C.** $\dfrac{383}{16}$. **D.** $\dfrac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2017^{1-x-y}=\dfrac{x^2+2018}{y^2-2y+2019}\Leftrightarrow\dfrac{2017^{1-y}}{2017^x}=\dfrac{x^2+2018}{(1-y)^2+2018}$

$\Leftrightarrow 2017^{1-y}\left[(1-y)^2+2018\right]=2017^x\left(x^2+2018\right)$

Xét hàm số $f(t)=2017^t\left(t^2+2018\right)$, với $0\le t\le1$.

$\Rightarrow f'(t)=\left(t^2+2018\right).2017^t.\ln2017+2t.2017^t=2017^t\left[\left(t^2+2018\right).\ln2017+2t\right]>0$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $0\le t\le1$

$\Rightarrow 1-y=x\Leftrightarrow y=1-x$

Cách 1:

Theo giả thiết $S=(4x^2+3y)(4y^2+3x)+25xy$

$=\left[4x^2+3(1-x)\right].\left[4(1-x)^2+3x\right]+25x(1-x)$

$=(4x^2-3x+3)(4x^2-5x+4)+25x(1-x)$

$=16x^4-20x^3+16x^2-12x^3+15x^2-12x+12x^2-15x+12+25x-25x^2$

$=16x^4-32x^3+18x^2-2x+12$

Xét hàm số $S(x)=16x^4-32x^3+18x^2-2x+12$, với $0\le x\le 1$.

$\Rightarrow S'(x)=64x^3-96x^2+36x-2$. Cho $S'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{2\pm\sqrt{3}}{4} \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{2-\sqrt{3}}{4}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{2+\sqrt{3}}{4}$		1
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	12	↘	$\frac{191}{16}$	↗	$\frac{25}{2}$	↘	$\frac{191}{16}$	↗	12

Từ bảng biến thiên, ta có $\begin{cases} M=\max\limits_{[0;1]} S(x)=\dfrac{25}{2} \\ m=\min\limits_{[0;1]} S(x)=\dfrac{191}{16} \end{cases}$.

Vậy $M+m=\dfrac{25}{2}+\dfrac{191}{16}=\dfrac{391}{16}$.

Cách 2:

Từ $0\le x;y\le 1$ và $x+y=1$ suy ra $0\le xy\le\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$.

Viết lại $S=16x^2y^2+12\left(x^3+y^3\right)+34xy$

$S=16x^2y^2+12\left[(x+y)^3-3xy(x+y)\right]+34xy$

$S=16x^2y^2-2xy+12$

Đặt $t=xy,\ t\in\left[0;\dfrac{1}{4}\right]$ thì $S=f(t)=16t^2-2t+12$.

Khảo sát hàm $f(t)$ ta được $\min\limits_{t\in\left[0;\frac{1}{4}\right]} f(t)=f\left(\dfrac{1}{8}\right)=\dfrac{191}{16}$, $\max\limits_{t\in\left[0;\frac{1}{4}\right]} f(t)=f\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{25}{12}$.

Vậy $M+m=\dfrac{25}{2}+\dfrac{191}{16}=\dfrac{391}{16}$

----------HẾT----------

Câu 1: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Ông A vay ngân hàng 300 triệu đồng để mua nhà theo phương thức trả góp với lãi suất $0,5\%$ mỗi tháng. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất sau khi vay, ông hoàn nợ cho ngân hàng số tiền cố định $5,6$ triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả. Hỏi sau khoảng bao nhiêu tháng ông A sẽ trả hết số tiền đã vay?

A. 60 tháng. **B.** 36 tháng. **C.** 64 tháng. **D.** 63 tháng.

Lời giải

Chọn D

Sau tháng thứ nhất số tiền còn nợ (đơn vị triệu đồng) là $T_1 = 300\left(1+\frac{0,5}{100}\right)-5,6$.

Sau tháng thứ hai số tiền còn nợ là

$$T_2 = \left(300\left(1+\frac{0,5}{100}\right)-5,6\right)\left(1+\frac{0,5}{100}\right)-5,6 = 300\left(1+\frac{0,5}{100}\right)^2-5,6\left(1+\frac{0,5}{100}\right)-5,6.$$

Ký hiệu $t = 1+\frac{0,5}{100}$ thì số tiền còn lại ở tháng thứ n là:

$$T_n = 300t^n - 5,6\left[t^{n-1}+t^{n-2}+...+1\right] = 300t^n - 5,6\frac{t^n-1}{t-1} = 300t^n - 1120t^n + 1120 = -820t^n + 1120.$$

Như vậy để trả hết nợ thì số tháng là $n = \log_{1+\frac{0,5}{100}}\frac{1120}{820} \approx 62,5$.

Câu 2: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Một người mua một căn hộ chung cư với giá 500 triệu đồng. Người đó trả trước số tiền là 100 triệu đồng. Số tiền còn lại người đó thanh toán theo hình thức trả góp với lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ là $0,5\%$ mỗi tháng. Kể từ ngày mua, sau đúng mỗi tháng người đó trả số tiền cố định là 4 triệu đồng (cả gốc lẫn lãi). Thời gian (làm tròn đến hàng đơn vị) để người đó trả hết nợ là

A. 136 tháng. **B.** 140 tháng. **C.** 139 tháng. **D.** 133 tháng.

Lời giải

Chọn C

Tổng số tiền người đó còn nợ là $A_0 = 400$ triệu đồng.

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ nhất là: $A_1 = A_0 + 0,5\%A_0 - 4 = 1,005A_0 - 4$.

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ hai là: $A_2 = A_1 + 0,5\%A_1 - 4 = 1,005A_1 - 4$

$= 1,005\left(1,005A_0 - 4\right) - 4 = \left(1,005\right)^2 A_0 - 4\left(1,005+1\right)$.

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ ba là: $A_3 = A_2 + 0,5\%A_2 - 4 = 1,005A_2 - 4$

$= 1,005\left[\left(1,005\right)^2 A_0 - 4\left(1,005+1\right)\right] - 4 = \left(1,005\right)^3 A_0 - 4\left[\left(1,005\right)^2 + 1,005 + 1\right]$.

...

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ n là:

$A_n = \left(1,005\right)^n A_0 - 4\left[\left(1,005\right)^{n-1} + \left(1,005\right)^{n-2} + ... + 1\right]$.

Ta có: $1 + 1,005 + \left(1,005\right)^2 + ... + \left(1,005\right)^{n-2} + \left(1,005\right)^{n-1}$ là tổng n số hạng của một cấp số nhân có số hạng $u_1 = 1$ và $q = 1,005$, do đó: $S_n = \frac{1\left[1-\left(1,005\right)^n\right]}{1-1,005} = 200\left[\left(1,005\right)^n - 1\right]$.

Người đó trả hết nợ khi $A_n = 0 \Rightarrow \left(1,005\right)^n A_0 - 800\left[\left(1,005\right)^n - 1\right] = 0$

$\Leftrightarrow 400.(1,005)^n = 800 \Leftrightarrow (1,005)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,005} 2 \approx 138,98$ tháng.

Vậy người đó trả hết nợ sau 139 tháng.

Câu 3: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Ngân hàng BIDV Việt Nam đang áp dụng hình thức lãi kép với mức lãi suất: không kỳ hạn là $0,2\%$/năm, kỳ hạn 3 tháng là $4,8\%$/năm. Ông A đến ngân hàng BIDV để gửi tiết kiệm với số tiền ban đầu là 300 triệu đồng. Nếu gửi không kỳ hạn mà ông A muốn thu về cả vốn và lãi bằng hoặc vượt quá 305 triệu đồng thì ông A phải gửi ít nhất n tháng $\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$. Hỏi nếu cùng số tiền ban đầu và cũng số tháng đó, ông A gửi tiết kiệm có kỳ hạn 3 tháng thì ông A sẽ nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử rằng trong suốt thời gian đó lãi suất ngân hàng không đổi và nếu chưa đến kỳ hạn mà rút tiền thì số tháng dư so với kỳ hạn sẽ được tính theo lãi suất không kỳ hạn)

A. 444.785.421 đồng. **B.** 446.490.147 đồng. **C.** 444.711.302 đồng. **D.** 447.190.465 đồng.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức lãi kép: $T_n = a(1+r)^n$

Với $T_n \geq 305$ triệu đồng là số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn.

$a = 300$ triệu đồng là số tiền gửi ban đầu, n là số kỳ hạn tính lãi, $r\ (\%)$ là lãi suất định kỳ.

Ta được $300\left(1+\dfrac{0,2\%}{12}\right)^n \geq 305 \Leftrightarrow n \geq \log_{\left(1+\frac{0,2\%}{12}\right)}\left(\dfrac{305}{300}\right) \simeq 99,18$.

Như vậy, khi gửi không kỳ hạn để được số tiền gồm cả vốn lẫn lãi lớn hơn hoặc bằng 305 triệu đồng thì ông A phải gửi tối thiểu là 100 tháng.

Với $a = 300$ triệu đồng và số tháng là 100 tháng thì khi gửi tiết kiệm với kỳ hạn 3 tháng thì ông A sẽ gửi được 33 định kỳ và 1 tháng cuối là gửi không kỳ hạn.

Nên số tiền ông A có được sau 33 định kỳ là: $T = 300.\left(1+\dfrac{4,8\%}{4}\right)^{33}$ triệu đồng.

Vậy số tiền ông A có được sau 100 tháng là $S = T\left(1+\dfrac{0,2\%}{12}\right) = 444.785.421$ đồng.

Câu 4: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Một sinh viên ra trường đi làm vào ngày 1/ 1/ 2018 với mức lương khởi điểm là a đồng/ 1 tháng và cứ sau 2 năm lại được tăng thêm 10% và chi tiêu hàng tháng của anh ta là 40% lương. Anh ta dự định mua một căn nhà có giá trị tại thời điểm 1/1/2018 là 1 tỉ đồng và cũng sau 2 năm thì giá trị căn nhà tăng thêm 5%. Với a bằng bao nhiêu thì sau đúng 10 năm anh ta mua được ngôi nhà đó, biết rằng mức lương và mức tăng giá trị ngôi nhà là không đổi (kết quả quy tròn đến hàng nghìn đồng)

A. 21.776.000 đồng. **B.** 55.033.000 đồng. **C.** 14.517.000 đồng. **D.** 11.487.000 đồng.

Lời giải

Chọn C

Mức lương 2 năm đầu sau khi chi tiêu là $24a(1-0,4)$ đồng.

Mức lương 2 năm tiếp theo sau khi chi tiêu là:

$$24\left[a(1+0,1)-0,4a(1+0,1)\right] = 24a(1+0,1)(1-0,4) \text{ đồng.}$$

Mức lương 2 năm tiếp theo sau khi chi tiêu là:

$$24\left[a(1+0,1)^2-0,4a(1+0,1)^2\right] = 24a(1+0,1)^2(1-0,4) \text{ đồng.}$$

Mức lương 2 năm tiếp theo sau khi chi tiêu là:

$$24\left[a(1+0,1)^3-0,4a(1+0,1)^3\right] = 24a(1+0,1)^3(1-0,4) \text{đồng.}$$

……

Tổng tiền lương sau 10 năm sau khi chi tiêu là:

$$S_1 = 24a(1-0,4)\left[1+(1+0,1)+(1+0,1)^2+(1+0,1)^3+(1+0,1)^4\right]$$

$$= 24.\frac{a(1-r_1)\left[1-(1+r)^5\right]}{1-(1+r)} = 87,91344a.$$

Tổng giá trị căn nhà sau 10 năm là $S_2 = 10^9.(1+0,05)^5$

Để anh sinh viên đó mua được nhà thì:

$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow 87.91344a = 1,05^5.10^9 \Leftrightarrow a \approx 14.517.000 \text{ đồng.}$$

Câu 5: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Tính đến đầu năm 2011, dân số toàn thành phố A đạt xấp xỉ 905.300 người. Mỗi năm dân số thành phố tăng thêm 1,37%. Để thành phố A thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi đều vào lớp 1 thì đến năm học 2024 – 2025 số phòng học cần chuẩn bị cho học sinh lớp 1 (mỗi phòng 35 học sinh) gần nhất với số nào sau đây; biết rằng sự di cư đến, đi khỏi thành phố và số trẻ tử vong trước 6 tuổi đều không đáng kể, ngoài ra trong năm sinh của lứa học sinh lớp 1 đó toàn thành phố có 2400 người chết?

A. 459. **B.** 322. **C.** 458. **D.** 321.

Lời giải

Chọn C

Năm học 2024 – 2025 trẻ vào lớp 1 nên trẻ phải sinh vào năm 2018.

Dân số năm 2018 tính từ mốc đầu năm 2011 là $S_8 = 905300\left(1+\frac{1,37}{100}\right)^8 = 1009411.$

Dân số năm 2017 tính từ mốc đầu năm 2011 là $S_7 = 905300\left(1+\frac{1,37}{100}\right)^7 = 995769.$

Vậy số trẻ vào lớp 1 là $1009411-(995769-2400)=16042.$

Số phòng học cần chuẩn bị là $16042:35 = 458,342$. (458 phòng)

Câu 6: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Tìm giá trị gần đúng tổng các nghiệm của bất phương trình sau:

$$\left(\sqrt{2\log_x^2\frac{22}{3}-2\log_x\frac{22}{3}+5}-\sqrt{13}+\sqrt{\frac{2}{\log^2_{\frac{22}{3}}x}-\frac{4}{\log_{\frac{22}{3}}x}+4}\right)\left(24x^6-2x^5+27x^4-2x^3+1997x^2+2016\right)\le 0$$

A. 12,3. **B.** 12. **C.** 12,1. **D.** 12,2.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $0<x\neq 1$.

Ta có $24x^6-2x^5+27x^4-2x^3+1997x^2+2016$

$=\left(x^3-x^2\right)^2+\left(x^3-1\right)^2+22x^6+26x^4+1997x^2+2015>0,\ \forall x.$

Do đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$\left(\sqrt{2\log_x^2\frac{22}{3}-2\log_x\frac{22}{3}+5}-\sqrt{13}+\sqrt{\frac{2}{\log_{\frac{22}{3}}^2 x}-\frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x}+4}\right)\le 0.$$

Đặt $t=\log_x\frac{22}{3}$, ta có bất phương trình

$$\sqrt{2t^2-2t+5}+\sqrt{2t^2-4t+4}\le\sqrt{13}$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}+\sqrt{(1-t)^2+1^2}\le\sqrt{\frac{13}{2}}.$$

Đặt $\vec{u}=\left(t-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ và $\vec{v}=(1-t;1)$. Ta có $|\vec{u}|+|\vec{v}|\ge|\vec{u}+\vec{v}|=\sqrt{\frac{13}{2}}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{t-\frac{1}{2}}{1-t}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow 2t-1=3-3t\Leftrightarrow t=\frac{4}{5}\Rightarrow x=\left(\frac{22}{3}\right)^{\frac{5}{4}}=12,06$.

Nghiệm trên thỏa điều kiện nên ta Chọn **C**

Câu 7: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Cho $m=\log_a\left(\sqrt[3]{ab}\right)$ với $a>1$, $b>1$ và $P=\log_a^2 b+16\log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=4$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết ta có $m=\frac{1}{3}\log_a(ab)=\frac{1}{3}(1+\log_a b)\Rightarrow\log_a b=3m-1$.

Suy ra $P=\log_a^2 b+\frac{16}{\log_a b}\Leftrightarrow P=(3m-1)^2+\frac{16}{3m-1}\Leftrightarrow P=(3m-1)^2+\frac{8}{3m-1}+\frac{8}{3m-1}$.

Vì $a>1$, $b>1$ nên $\log_a b=3m-1>0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho ba số dương ta có:

$$\Leftrightarrow P=(3m-1)^2+\frac{8}{3m-1}+\frac{8}{3m-1}\ge 3\sqrt[3]{(3m-1)^2.\frac{64}{(3m-1)^2}}\Leftrightarrow P\ge 12.$$

Dấu bằng xảy ra khi $(3m-1)^2=\frac{8}{3m-1}\Leftrightarrow m=1$.

Câu 8: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$\log\frac{x^3+3x^2-3x-5}{x^2+1}+(x+1)^3=x^2+6x+7$$

A. $-2+\sqrt{3}$. **B.** -2. **C.** 0. **D.** $-2-\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện:

$\frac{x^3+3x^2-3x-5}{x^2+1}>0 \Leftrightarrow x^3+3x^2-3x-5>0 \Leftrightarrow x^3+3x^2+3x+1-6x-6>0$

$\Leftrightarrow (x+1)^3-6(x+1)>0 \Leftrightarrow (x+1)\left(x^2+2x-5\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1-\sqrt{6}<x<-1 \\ -1+\sqrt{6}<x \end{array}\right.$.

$\log\frac{x^3+3x^2-3x-5}{x^2+1}+(x+1)^3=x^2+6x+7$.

$\Leftrightarrow \log\left(x^3+3x^2-3x-5\right)-\log\left(x^2+1\right)=x^2+6x+7-(x+1)^3$.

$\Leftrightarrow \log\left(x^3+3x^2-3x-5\right)+x^3+3x^2-3x-5=\log\left(x^2+1\right)+x^2+1(*)$.

Xét hàm đặc trưng $f(t)=\log t+t\ (t>0)$.

Ta có: $f'(t)=\frac{1}{t\ln 10}+1$.

Với $t>0 \Rightarrow f'(t)>0$.

Vậy hàm $f(t)=\log t+t$ đồng biến với $t>0$.

Phương trình (*) có nghiệm khi và chỉ khi

$x^3+3x^2-3x-5=x^2+1$.

$\Leftrightarrow x^3+8+2x^2-3x-14=0$.

$\Leftrightarrow (x+2)\left(x^2-2x+4\right)+(x+2)(2x-7)=0$.

$\Leftrightarrow (x+2)\left(x^2-3\right)=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-\sqrt{3} \\ x=\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện suy ra phương trình có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Vậy tổng hai nghiệm của phương trình bằng 0.

Câu 9: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Cho x, y là các số thực thỏa mãn $1<x<\sqrt{y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left(\log_x y-1\right)^2+8\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2$.

A. 18. **B.** 9. **C.** 27. **D.** 30

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=\frac{1}{2}\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\frac{y}{x}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{\log_x y-1}{\frac{1}{2}\log_x y-1}=\frac{\log_x y-1}{\log_x y-2}=\frac{2\log_x\sqrt{y}-1}{2\log_x\sqrt{y}-2}$.

Suy ra $P=\left(2\log_x\sqrt{y}-1\right)^2+8\left(\frac{2\log_x\sqrt{y}-1}{2\log_x\sqrt{y}-2}\right)^2$.

Đặt $t=2\log_x\sqrt{y}$, do $1<x<\sqrt{y} \Leftrightarrow \log_x 1<\log_x x<\log_x\sqrt{y} \Rightarrow t>2$.

Ta có hàm số $f(t)=(t-1)^2+8.\left(\frac{t-1}{t-2}\right)^2$ với $t>2$.

$f'(t)=\dfrac{2(t-1)(t-4)(t^2-2t+4)}{(t-2)^3}$; $f'(t)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=4\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên trên $(2;+\infty)$ ta được

t	2		4		$+\infty$
$f'(t)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(t)$	‖ $+\infty$	↘	27	↗	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(\log_x y-1)^2+8\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2$ là 27 đạt được khi $t=4\Leftrightarrow 2\log_x\sqrt{y}=4\Leftrightarrow\sqrt{y}=x^2\Leftrightarrow y=x^4$.

Câu 10: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Cho phương trình $\dfrac{1}{2}\log_2(x+2)+x+3=\log_2\dfrac{2x+1}{x}+\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^2+2\sqrt{x+2}$, gọi S là tổng tất cả các nghiệm của nó. Khi đó, giá trị của S là

A. $S=-2$. **B.** $S=\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}$. **C.** $S=2$. **D.** $S=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\left[\begin{array}{l}-2<x<-\dfrac{1}{2}\\x>0\end{array}\right.$.

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+(t-1)^2$, $t>0$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+2(t-1)=\dfrac{2\ln 2.t^2-2\ln 2.t+1}{t.\ln 2}>0$, $\forall t>0$, do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Mặt khác ta có:

$\dfrac{1}{2}\log_2(x+2)+x+3=\log_2\dfrac{2x+1}{x}+\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^2+2\sqrt{x+2}$

$\Leftrightarrow\log_2\sqrt{x+2}+\left(\sqrt{x+2}-1\right)^2=\log_2\left(2+\dfrac{1}{x}\right)+\left[\left(2+\dfrac{1}{x}\right)-1\right]^2$

$\Leftrightarrow f\left(\sqrt{x+2}\right)=f\left(2+\dfrac{1}{x}\right)$

$\Rightarrow\sqrt{x+2}=2+\dfrac{1}{x}$

$\Leftrightarrow x^3-2x^2-4x-1=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{3-\sqrt{13}}{2} \\ x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$. Vậy $S=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$.

Câu 11: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Cho x, $y>0$ thỏa mãn $\log(x+2y)=\log(x)+\log(y)$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{x^2}{1+2y}+\dfrac{4y^2}{1+x}$ là:

A. 6. **B.** $\dfrac{32}{5}$. **C.** $\dfrac{31}{5}$. **D.** $\dfrac{29}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta sử dụng bất đăng thức phụ sau:

$$\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}\geq\frac{(x+y)^2}{a+b}$$

$\log(x+2y)=\log(x)+\log(y)\Rightarrow\log(x+2y)=\log(x.y)\Rightarrow x+2y=x.y$ ĐK $x;y>0$

Áp dụng bất đẳng thức cô si ta có:

$\Rightarrow x+2y\geq 2\sqrt{x.2y}\Rightarrow x+2y\geq 8$

$$P=\frac{x^2}{1+2y}+\frac{4y^2}{1+x}\geq\frac{(x+2y)^2}{2+x+2y}$$

Đặt $t=x+2y(t\geq 8)$

Xét $f(t)=\dfrac{t^2}{2+t}(t\geq 8)$ có $f'(t)=\dfrac{4t+t^2}{(2+t)^2}=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=-4 \end{array}\right.$

x	8		$+\infty$
y'		$+$	
y	$\dfrac{32}{5}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa trên bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên $[8;+\infty]$ nên $\min f(t)=f(8)=\dfrac{32}{5}\Rightarrow P\geq\dfrac{32}{5}$.

Câu 12: **(THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho các số a, $b>1$ thỏa mãn $\log_2 a+\log_3 b=1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\sqrt{\log_3 a}+\sqrt{\log_2 b}$ bằng:

A. $\sqrt{\log_2 3+\log_3 2}$. **B.** $\sqrt{\log_3 2}+\sqrt{\log_2 3}$.

C. $\dfrac{1}{2}(\log_2 3+\log_3 2)$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{\log_2 3+\log_3 2}}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $x=\log_2 a$; $y=\log_3 b$. Ta có: $a=2^x$; $b=3^y$ và $\begin{cases} x,\ y>0 \\ x+y=1 \end{cases}$.

Khi đó: $P=\sqrt{\log_3 2^x}+\sqrt{\log_2 3^y}=\sqrt{x\log_3 2}+\sqrt{y\log_2 3}=\sqrt{x}\sqrt{\log_3 2}+\sqrt{y}\sqrt{\log_2 3}$.

Ta lại có: $P^2=\left(\sqrt{x}\sqrt{\log_3 2}+\sqrt{y}\sqrt{\log_2 3}\right)^2\le (x+y)\left(\log_3 2+\log_2 3\right)=\log_3 2+\log_2 3$.

Vậy $P_{\max}=\sqrt{\log_3 2+\log_2 3}$.

Câu 13: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho các số thực dương x và y thỏa mãn $4+9.3^{x^2-2y}=\left(4+9^{x^2-2y}\right).7^{2y-x^2+2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{x+2y+18}{x}$.

A. $P=9$. **B.** $P=\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}$.

C. $P=1+9\sqrt{2}$. **D.** Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ giả thiết ta đặt $t=x^2-2y$, $t\in\mathbb{R}$.

Phương trình $4+9.3^{x^2-2y}=\left(4+9^{x^2-2y}\right).7^{2y-x^2+2}$ trở thành

$$4+9.3^t=\left(4+9^t\right).\frac{49}{7^t}\Leftrightarrow 4\left(7^t-49\right)+9^t\left[9.\left(\frac{7}{3}\right)^t-49\right]=0.$$

Nhận thấy $t=2$ là nghiệm phương trình.

Ta chứng minh $t=2$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

☑ Xét $t>2$: $7^t>49$ và $9.\left(\dfrac{7}{3}\right)^t>49$ nên vế trái phương trình luôn dương, nên phương trình vô nghiệm.

☑ Xét $t<2$: $7^t<49$ và $9.\left(\dfrac{7}{3}\right)^t<49$ nên vế trái phương trình luôn âm, nên phương trình vô nghiệm.

Vậy $t=x^2-2y=2\Leftrightarrow y=\dfrac{x^2-2}{2}$ thay vào $P=\dfrac{x+2y+18}{x}=\dfrac{x^2+x+16}{x}$

$=x+\dfrac{16}{x}+1\ge 2\sqrt{x.\dfrac{16}{x}}+1=9$. Dấu bằng đạt được khi $x=\dfrac{16}{x}\Rightarrow x=4$.

Câu 14: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên chẵn $(x;y)$ thỏa mãn $2^x-3^y=55$?

A. 8. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

+) Do $2^x=3^y+55$ nên $x\ge 2$, suy ra 2^x-55 là số nguyên nên $y\ge 2$.

Do x,y chẵn nên $x=2m$, $y=2n$ với m, $n\in N^*$

Khi đó ta có $(2^m)^2-(3^n)^2=55\Leftrightarrow (2^m-3^n)(2^m+3^n)=55$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^m - 3^n = 1 \\ 2^m + 3^n = 55 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2^m - 3^n = 5 \\ 2^m + 3^n = 11 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^m = 28 \\ 3^n = 27 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2^m = 8 \\ 3^n = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \log_2 28 \\ n = 3 \end{cases}$ (loại) hoặc $\begin{cases} m = 3 \\ n = 1 \end{cases}$

Vậy $(x;y) = (6;2)$, do đó phương trình trên có một nghiệm thỏa mãn đề bài.

Câu 15: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Gọi S là tập các cặp số thực (x, y) sao cho $x \in [-1;1]$ và $\ln(x-y)^x - 2017x = \ln(x-y)^y - 2017y + e^{2018}$. Biết rằng giá trị lớn nhất của biểu thức $P = e^{2018x}(y+1) - 2018x^2$ với $(x, y) \in S$ đạt được tại $(x_0; y_0)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $x_0 \in (-1;0)$. **B.** $x_0 = -1$. **C.** $x_0 = 1$. **D.** $x_0 \in [0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x - y > 0$

Ta có $\ln(x-y)^x - 2017x = \ln(x-y)^y - 2017y + e^{2018}$

$\Leftrightarrow (x-y)\ln(x-y) - 2017(x-y) = e^{2018} \Leftrightarrow \ln(x-y) - 2017 - \dfrac{e^{2018}}{x-y} = 0$ (*)

Xét hàm $f(t) = \ln t - 2017 - \dfrac{e^{2018}}{t}$, có $f'(t) = \dfrac{1}{t} + \dfrac{e^{2018}}{t^2} > 0$ với $\forall t > 0$

Do đó $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$,

suy ra (*) $\Leftrightarrow f(x-y) = 0 = f(e^{2018}) \Leftrightarrow x - y = e^{2018} \Leftrightarrow y = x - e^{2018}$

Khi đó $P = e^{2018x}(1 + x - e^{2018}) - 2018x^2 = g(x)$

$g'(x) = e^{2018x}(2019 + 2018x - 2018e^{2018}) - 4036x$

$g''(x) = e^{2018x}(2018.2020 + 2018^2 x - 2018^2 e^{2018}) - 4036$

$\le e^{2018x}(2018.2020 + 2018^2 - 2018^2 e^{2018}) - 4036 < 0$ với $\forall x \in [-1;1]$

Nên $g'(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-1;1]$,

mà $g'(-1) = e^{-2018} + 2018 > 0$, $g'(0) = 2019 - 2018e^{2018} < 0$ nên tồn tại $x_0 \in (-1;0)$ sao cho $g(x_0) = 0$ và khi đó $\max\limits_{[-1;1]} g(x) = g(x_0)$

Vậy P lớn nhất tại $x_0 \in (-1;0)$.

Câu 16: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Có tất cả bao nhiêu bộ ba số thực (x, y, z) thỏa mãn đồng thời các điều kiện dưới đây

$2^{\sqrt[3]{x^2}} . 4^{\sqrt[3]{y^2}} . 16^{\sqrt[3]{z^2}} = 128$ và $(xy^2 + z^4)^2 = 4 + (xy^2 - z^4)^2$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{\sqrt[3]{x^2}} . 4^{\sqrt[3]{y^2}} . 16^{\sqrt[3]{z^2}} = 128 \Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{y^2} + 4\sqrt[3]{z^2}} = 2^7 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{y^2} + 4\sqrt[3]{z^2} = 7$ (1),

$\left(xy^2+z^4\right)^2=4+\left(xy^2-z^4\right)^2 \Leftrightarrow xy^2z^4=1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x}\sqrt[3]{y^2}\sqrt[3]{z^4}=1$ (2).

Đặt $a=\sqrt[3]{x}>0$ (theo (2)), $b=\sqrt[3]{y}$, $c=\sqrt[3]{z}$

Theo bất đẳng thức AM-GM ta có $7=a^2+2b^2+4c^2=a^2+b^2+b^2+c^2+c^2+c^2+c^2\geq 7\sqrt[7]{a^2b^4c^8}=7$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a^2=b^2=c^2$, hay $\sqrt[3]{x^2}=\sqrt[3]{y^2}=\sqrt[3]{z^2}$. Thay vào (1) ta được $\sqrt[3]{x^2}=\sqrt[3]{y^2}=\sqrt[3]{z^2}=1$. Vì $x>0$ nên có 4 bộ số thỏa mãn là $(x,y,z)=(1;1;1)$; $(x,y,z)=(1;-1;1);(x,y,z)=(1;1;-1);(x,y,z)=(1;-1;-1)$.

Câu 17: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Cho tham số thực a. Biết phương trình $e^x-e^{-x}=2\cos ax$ có 5 nghiệm thực phân biệt. Hỏi phương trình $e^x+e^{-x}=2\cos ax+4$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

A. 5. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 11.

Hướng dẫn giải

Chọn C

*/ Phương trình $e^x-e^{-x}=2\cos ax$ có đúng 5 nghiệm

Suy ra phương trình $e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}=2\cos a\frac{x}{2}$ có đúng 5 nghiệm. (*)

$$e^x+e^{-x}=2\cos ax+4 \Leftrightarrow e^x+e^{-x}-2=2(\cos ax+1) \Leftrightarrow \left(e^{\frac{x}{2}}-e^{\frac{-x}{2}}\right)^2=4\cos^2\frac{ax}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} e^{\frac{x}{2}}-e^{\frac{-x}{2}}=2\cos\frac{ax}{2} & (1)\\ e^{\frac{x}{2}}-e^{\frac{-x}{2}}=-2\cos\frac{ax}{2} & (2)\end{array}\right.$$

*/ Phương trình (1) và phương trình (2) nếu có nghiệm chung x_0 thì $\cos\frac{ax_0}{2}=0$ và $e^{\frac{x_0}{2}}=e^{\frac{-x_0}{2}}$

$\Rightarrow \begin{cases} x_0=0\\ \cos 0=0\end{cases}$ (vô lý). Vậy (1) và (2) có nghiệm khác nhau.

*/ Phương trình (1) có 5 nghiệm (theo (*)).

Nếu x_0 là 1 nghiệm của (1) thì $x_0\neq 0$ và $e^{\frac{x_0}{2}}-e^{\frac{-x_0}{2}}=2\cos\frac{ax_0}{2} \Rightarrow e^{\frac{-x_0}{2}}-e^{\frac{x_0}{2}}=-2\cos a\left(-\frac{x_0}{2}\right)$

Khi đó $-x_0$ là 1 nghiệm của (2). Vậy phương trình (2) có 5 nghiệm phân biệt (và khác 5 nghiệm của phương trình (1)).

Kết luận: Phương trình đã cho có đúng 10 nghiệm.

Câu 18: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Số nghiệm của phương trình $2x^2+2x-9=\left(x^2-x-3\right).8^{x^2+3x-6}+\left(x^2+3x-6\right).8^{x^2-x-3}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

+ Đặt $x^2-x-3=u$, $x^2+3x-6=v$. Khi đó phương trình có dạng:

$u+v=u.8^v+v.8^u\ (*)$.

+ Khi $u=0$, phương trình $(*)$ có dạng $v=v$ (đúng). Khi đó phương trình $x^2+3x-6=0$ có hai nghiệm x phân biệt.

+ Khi $v=0$, phương trình $(*)$ có dạng $u=u$ (đúng). Khi đó phương trình $x^2-x-3=0$ có hai nghiệm x phân biệt.

+ Khi $uv\neq 0$, không mất tính tổng quát, giả sử $u\geq v$.

Trường hợp 1: $u>v>0$.

Có $\begin{cases}8^v>1\\8^u>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u.8^v>u\\v.8^u>v\end{cases}\Rightarrow u+v<u.8^v+v.8^u$.

Trường hợp 2: $u>0>v$.

Có $\begin{cases}8^v<1\\8^u>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u.8^v<u\\v.8^v<v\end{cases}\Rightarrow u.8^v+v.8^u<u+v$.

Trường hợp 3: $u<v<0$.

Có $\begin{cases}8^u<1\\8^v<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v.8^u>v\\u.8^v>u\end{cases}\Rightarrow v.8^u+u.8^v>u+v$.

Từ ba trường hợp trên suy ra $u=v$, phương trình $(*)$ có dạng : $u=u.8^u$

$\Leftrightarrow u=0=v\Leftrightarrow u=0=v$ (loại vì phương trình đã cho không có nghiệm x chung.

Vậy phương trình $(*)$ có nghiệm khi $u=0$ hoặc $v=0$, hay phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 19: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $x^2-5x-2=\left(x^2-8x+3\right).8^{3x-5}+\left(3x-5\right).8^{x^2-8x+3}$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $u=x^2-8x+3$, $v=3x-5$, phương trình đã cho viết lại là

$$u+v=u.8^v+v.8^u\Leftrightarrow u\left(1-8^v\right)=v\left(8^u-1\right)\ (*)$$

Ta thấy $u=0$ hoặc $v=0$ thỏa mãn phương trình $(*)$.

Với $u\neq 0$ và $v\neq 0$ ta có $(*)\Leftrightarrow\dfrac{1-8^v}{v}=\dfrac{8^u-1}{u}\ (**)$

Ta thấy:

- Nếu $u>0$ thì $\dfrac{8^u-1}{u}>0$ và nếu $u<0$ thì $\dfrac{8^u-1}{u}>0$. Do đó $VP(**)>0,\forall u\neq 0$.
- Nếu $v>0$ thì $\dfrac{1-8^v}{v}<0$ và nếu $v<0$ thì $\dfrac{1-8^v}{v}<0$. Do đó $VT(**)<0,\forall v\neq 0$.

Từ đó suy ra $(**)$ vô nghiệm.

Như vậy, phương trình đã cho tương đương với

$$\left[\begin{array}{l} u=0 \\ v=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-8x+3=0 \\ 3x-5=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4+\sqrt{13} \\ x=4-\sqrt{13} \\ x=\dfrac{5}{3} \end{array}\right.$$

Vậy, phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 20: **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Cho hai số thực dương a,b thỏa mãn hệ thức: $2\log_2 a-\log_2 b\le \log_2(a+6b)$. Tìm giá trị lớn nhất P_{Max} của biểu thức $P=\dfrac{ab-b^2}{a^2-2ab+2b^2}$.

A. $P_{Max}=\dfrac{2}{3}$. **B.** $P_{Max}=0$. **C.** $P_{Max}=\dfrac{1}{2}$. **D.** $P_{Max}=\dfrac{2}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $2\log_2 a-\log_2 b\le \log_2(a+6b)\Leftrightarrow \log_2 a^2\le \log_2(ab+6b^2)\Leftrightarrow a^2\le ab+6b^2$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{a}{b}\right)^2-\dfrac{a}{b}-6\le 0\Leftrightarrow -3\le \dfrac{a}{b}\le 2$.

Do a,b dương nên $0<\dfrac{a}{b}\le 2$.

Đặt $t=\dfrac{a}{b}, 0<t\le 2$.

Khi đó: $P=\dfrac{ab-b^2}{a^2-2ab+2b^2}=\dfrac{t-1}{t^2-2t+2}$

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t-1}{t^2-2t+2}$ với $0<t\le 2$.

Ta có: $f'(t)=\dfrac{-t^2+2t}{\left(t^2-2t+2\right)^2}\ge 0, \forall t\in(0;2]$.

Suy ra $f(t)\le f(2)=\dfrac{1}{2}$. Vậy $\underset{(0;2]}{Max}\, f(t)=\dfrac{1}{2}$ khi $t=2$.

Do đó $P_{Max}=\dfrac{1}{2}$.

----------**HẾT**----------

Câu 21: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2018^{2\left(x^2-y+1\right)}=\dfrac{2x+y}{(x+1)^2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=2y-3x$.

A. $P_{\min}=\dfrac{1}{2}$. **B.** $P_{\min}=\dfrac{7}{8}$. **C.** $P_{\min}=\dfrac{3}{4}$. **D.** $P_{\min}=\dfrac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có $2018^{2\left(x^2-y+1\right)}=\dfrac{2x+y}{\left(x+1\right)^2}\Leftrightarrow 2\left(x^2-y+1\right)=\log_{2018}\dfrac{2x+y}{\left(x+1\right)^2}$

$\Leftrightarrow 2\left(x+1\right)^2-2\left(2x+y\right)=\log_{2018}\left(2x+y\right)-\log_{2018}\left(x+1\right)^2$

$\Leftrightarrow 2\left(x+1\right)^2+\log_{2018}\left(x+1\right)^2=2\left(2x+y\right)+\log_{2018}\left(2x+y\right)$

Có dạng $f\left[\left(x+1\right)^2\right]=f\left(2x+y\right)$ với $f\left(t\right)=2t+\log_{2018}t,\ \left(\forall t>0\right)$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=2t+\log_{2018}t,\ \left(\forall t>0\right)$, ta có $f'\left(t\right)=2+\dfrac{1}{t.\ln 2018}>0\ \ \left(\forall t>0\right)$ nên hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$. Khi đó $f\left[\left(x+1\right)^2\right]=f\left(2x+y\right)\Leftrightarrow\left(x+1\right)^2=2x+y$

$\Leftrightarrow y=x^2+1$.

Ta có $P=2y-3x=2\left(x^2+1\right)-3x=2x^2-3x+2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\dfrac{3}{4}$		$+\infty$
P	$+\infty$	$\searrow$	$\dfrac{7}{8}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $P_{\min}=\dfrac{7}{8}$ khi $x=\dfrac{3}{4}$.

Cách 2: Ta có $2018^{2\left(x^2-y+1\right)}=\dfrac{2x+y}{\left(x+1\right)^2}\Leftrightarrow 2018^{2\left(x^2+2x+1-2x-y\right)}=\dfrac{2x+y}{\left(x+1\right)^2}$

$\Leftrightarrow\dfrac{2018^{2\left(x^2+2x+1\right)}}{2018^{2(2x+y)}}=\dfrac{2x+y}{\left(x+1\right)^2}\Leftrightarrow\dfrac{2018^{2\left(x+1\right)^2}}{2018^{2(2x+y)}}=\dfrac{2x+y}{\left(x+1\right)^2}$.

Đặt $u=\left(x+1\right)^2$, $v=2x+y$ với u, $v>0$. Phương trình trên có dạng: $\dfrac{2018^{2u}}{2018^{2v}}=\dfrac{v}{u}$

$\Leftrightarrow u.2018^{2u}=v.2018^{2v}\ \ (1)$ với u, $v>0$.

Xét hàm đặc trưng $f\left(t\right)=t.2018^t$ có $f'\left(t\right)=2018^t+t.2018^t.\ln 2018>0$ với $\left(\forall t>0\right)$, suy ra hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$. Do đó phương trình (1) có dạng $f\left(u\right)=f\left(v\right)\Leftrightarrow u=u$

$\Leftrightarrow\left(x+1\right)^2=2x+y\ \Leftrightarrow y=x^2+1$. Khi đó $P=2y-3x=2\left(x^2+1\right)-3x=2x^2-3x+2$ có đồ thị là một đường cong Parabol, đỉnh là điểm thấp nhất có tọa độ $I\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{7}{8}\right)$. Do vậy, $P_{\min}=\dfrac{7}{8}$ khi $x=\dfrac{3}{4}$.

Câu 22: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Xét các số thực x, y $\left(x\ge 0\right)$ thỏa mãn

$$2018^{x+3y}+2018^{xy+1}+x+1=2018^{-xy-1}+\frac{1}{2018^{x+3y}}-y\left(x+3\right).$$

Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x+2y$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $m\in\left(0;1\right)$. **B.** $m\in\left(1;2\right)$. **C.** $m\in\left(2;3\right)$. **D.** $m\in\left(-1;0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2018^{x+3y}+2018^{xy+1}+x+1=2018^{-xy-1}+\dfrac{1}{2018^{x+3y}}-y(x+3)$

$\Leftrightarrow 2018^{x+3y}-2018^{-x-3y}+x+3y=2018^{-xy-1}-2018^{xy+1}-xy-1$

$\Leftrightarrow f(x+3y)=f(-xy-1)\qquad (1)$

Xét hàm số $f(t)=2018^t-2018^{-t}+t$, với $t\in\mathbb{R}$ ta có

$f'(t)=2018^t\ln 2018+2018^{-t}\ln 2018+1>0$, $\forall t\in\mathbb{R}$.

Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $(1)\Leftrightarrow x+3y=-xy-1$

$\Leftrightarrow y(x+3)=-x-1\Rightarrow y=-\dfrac{x+1}{x+3}\Rightarrow T=x-\dfrac{2(x+1)}{x+3}$.

Xét hàm số $f(x)=x-\dfrac{2(x+1)}{x+3}$, với $x\in[0;+\infty)$ có

$f'(x)=1-\dfrac{4}{(x+3)^2}=\dfrac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}>0$, $\forall x\in(0;+\infty)$.

Do đó $f(x)$ đồng biến trên $[0;+\infty)\Rightarrow f(x)\ge f(0)=-\dfrac{2}{3}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=0\Rightarrow m=-\dfrac{2}{3}$.

Câu 23: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Tính giá trị của biểu thức $P=x^2+y^2-xy+1$ biết rằng $4^{x^2+\frac{1}{x^2}-1}=\log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]$ với $x\ne 0$ và $-1\le y\le\dfrac{13}{2}$.

A. $P=4$. **B.** $P=2$. **C.** $P=1$. **D.** $P=3$.

Lời giải

Chọn B

Xét $4^{x^2+\frac{1}{x^2}-1}=\log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]$.

Ta có $4^{x^2+\frac{1}{x^2}-1}\ge 4^{2\sqrt{x^2\cdot\frac{1}{x^2}}-1}=4$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=\pm 1$, (1).

Mặt khác $14-(y-2)\sqrt{y+1}=14+3\sqrt{y+1}-\left(\sqrt{y+1}\right)^3$.

Đặt $t=\sqrt{y+1}$ ta có $0\le t\le\dfrac{\sqrt{30}}{2}$. Xét hàm số $f(t)=-t^3+3t+14$. Ta tìm GTLN – GTNN của hàm số trên đoạn $\left[0;\dfrac{\sqrt{30}}{2}\right]$ được $\min\limits_{\left[0;\frac{\sqrt{30}}{2}\right]}f(t)=f\left(\dfrac{\sqrt{30}}{2}\right)=\dfrac{56-9\sqrt{30}}{4}$; $\max\limits_{\left[0;\frac{\sqrt{30}}{2}\right]}f(t)=f(1)=16$.

Suy ra $\log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]\le\log_2 16=4$, (2).

Từ (1) và (2) suy ra ta có $\begin{cases}x=\pm 1\\ t=\sqrt{y+1}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm 1\\ y=0\end{cases}$. Thay vào $P=2$.

Câu 24: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=\dfrac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{\sqrt{3}}\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y)+3(x+y)+2=\log_{\sqrt{3}}\left(x^2+y^2+xy+2\right)+\left(x^2+y^2+xy+2\right)$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y)+3(x+y)+\log_{\sqrt{3}}3=\log_{\sqrt{3}}\left(x^2+y^2+xy+2\right)+\left(x^2+y^2+xy+2\right)$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}\left[3(x+y)\right]+3(x+y)=\log_{\sqrt{3}}\left(x^2+y^2+xy+2\right)+\left(x^2+y^2+xy+2\right)\ (*)$.

Xét hàm số $f(t)=\log_{\sqrt{3}}t+t$, với $t>0$.

có $f'(t)=\dfrac{1}{t.\ln\sqrt{3}}+1>0$, $\forall t>0$.

Vậy hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do đó: $f\left(3(x+y)\right)=f\left(x^2+y^2+xy+2\right)\Leftrightarrow 3(x+y)=x^2+y^2+xy+2\ (1)$.

Từ $(1)\Leftrightarrow xy=(x+y)^2-3(x+y)+2$.

Ta có $x=x+xy-xy=x(y+1)-xy\le\left(\dfrac{x+y+1}{2}\right)^2-xy$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y+1$.

Do đó từ (1), suy ra: $x\le\dfrac{(x+y+1)^2}{4}-(x+y)^2+3(x+y)-2$.

Đặt $t=x+y$, $t>0$.

Suy ra: $P=\dfrac{2(x+y)+1+x}{x+y+6}\le\dfrac{2t+1+\dfrac{(t+1)^2}{4}-t^2+3t-2}{t+6}=\dfrac{-3t^2+22t-3}{4(t+6)}=f(t)$.

Ta có: $f'(t)=\dfrac{-3t^2-36t+135}{4(t+6)^2}=0\Leftrightarrow t=3$ (nhận).

Bảng biến thiên

t	0		3		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$		↗		↘	

Dựa vào BBT, ta có $\max P=\max\limits_{(0;+\infty)}f(t)=f(3)=1$ khi và chỉ khi $\begin{cases}x=y+1\\x+y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$.

Câu 25: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Cho bất phương trình $m.3^{x+1}+(3m+2).\left(4-\sqrt{7}\right)^x+\left(4+\sqrt{7}\right)^x>0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in(-\infty;0]$.

A. $m>\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $m>\dfrac{2+2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $m\ge\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $m\ge-\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $m.3^{x+1}+(3m+2).\left(4-\sqrt{7}\right)^x+\left(4+\sqrt{7}\right)^x>0$

$\Leftrightarrow\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x+(3m+2)\left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x+3m>0$. Đặt $t=\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$, do $x\le 0$ nên $0<t\le 1$.

Tìm tham số m sao cho $t^2+3mt+3m+2>0$, đúng với mọi $0<t\le 1$.

$m>\frac{-t^2-2}{3t+3}\Leftrightarrow m>\max\limits_{(0;1]}\frac{-t^2-2}{3t+3}$. Ta tìm GTLN của hàm số $f(t)=-\frac{t^2+2}{3t+2}$ trên $0<t\le 1$.

Ta có $f'(t)=-\frac{1}{3}.\frac{t^2+2t-2}{(t+1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1-\sqrt{3}\\t=-1+\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên ta được

t	0		$-1+\sqrt{3}$		1
$f'(t)$	‖	$+$	0	$-$	
f	‖ $-\frac{2}{3}$	↗	$\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$	↘	$-\frac{1}{2}$

Vậy $\max\limits_{(0;1]}\frac{-t^2-2}{3t+3}=f\left(-1+\sqrt{3}\right)=\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26: [2D2 -4](THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Cho $f(n)=\left(n^2+n+1\right)^2+1\ \forall n\in N^*$. Đặt $u_n=\frac{f(1).f(3)...f(2n-1)}{f(2).f(4)...f(2n)}$.

Tìm số n nguyên dương nhỏ nhất sao cho u_n thỏa mãn điều kiện $\log_2 u_n+u_n<\frac{-10239}{1024}$.

A. $n=23$. **B.** $n=29$. **C.** $n=21$. **D.** $n=33$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(n)=\left(n^2+n+1\right)^2+1=\left(n^2+1\right)\left[(n+1)^2+1\right]$.

Khi đó ta có

$u_n=\frac{\left(1^2+1\right)\left(2^2+1\right)\left(3^2+1\right)\left(4^2+1\right)...\left[(2n-1)^2+1\right]\left[4n^2+1\right]}{\left(2^2+1\right)\left(3^2+1\right)\left(4^2+1\right)\left(5^2+1\right)...\left[4n^2+1\right]\left[(2n+1)^2+1\right]}=\frac{2}{(2n+1)^2+1}=\frac{1}{2n^2+2n+1}$.

Theo đề bài ta có $\log_2 u_n+u_n<\frac{-10239}{1024}\Leftrightarrow-\log_2\left(2n^2+2n+1\right)+\frac{1}{2n^2+2n+1}+\frac{10239}{1024}<0$.

Xét hàm số $g(n)=-\log_2\left(2n^2+2n+1\right)+\frac{1}{2n^2+2n+1}+\frac{10239}{1024}$ với $n\ge 1$.

Ta có $g'(n)=-\frac{4n+2}{\left(2n^2+2n+1\right)\ln 2}-\frac{4n+2}{\left(2n^2+2n+1\right)^2}<0$ với $n\ge 1\Rightarrow g(n)$ nghịch biến.

Mà $g\left(\frac{-1+\sqrt{2047}}{2}\right)=0$ nên $-\log_2\left(2n^2+2n+1\right)+\frac{1}{2n^2+2n+1}+\frac{10239}{1024}<0$

$\Leftrightarrow n>\frac{-1+\sqrt{2047}}{2}$. Do n nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn nên $n=23$

Câu 27: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+\left(x^3-6x^2+9x+m\right)2^{x-2}=2^{x+1}+1$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m\in(a;b)$ đặt $T=b^2-a^2$ thì:

A. $T=36$. **B.** $T=48$. **C.** $T=64$. **D.** $T=72$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+\left(x^3-6x^2+9x+m\right)2^{x-2}=2^{x+1}+1\Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{m-3x}}+\left(x-2\right)^3+8+m-3x=2^3+2^{2-x}$

$\Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{m-3x}}+m-3x=2^{2-x}+\left(2-x\right)^3$.

Xét hàm $f\left(t\right)=2^t+t^3$ trên $\mathbb{R}$.

có $f'\left(t\right)=2^t.\ln 2+3t^2>0,\forall t\in\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục và đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó từ (1) suy ra $m-3x=\left(2-x\right)^3\Leftrightarrow m=8-9x+6x^2-x^3$.

Xét hàm số $f\left(x\right)=-x^3+6x^2-9x+8$ trên $\mathbb{R}$.

có $f'\left(x\right)=-3x^2+12x-9$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	8	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có, phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $4<m<8$.

Suy ra $a=4;\ b=8\ \Rightarrow T=b^2-a^2=48$.

----------HẾT----------

Câu 28: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $\left(xy-1\right).2^{2xy-1}=\left(x^2+y\right).2^{x^2+y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của y.

A. $y_{\min}=3$. **B.** $y_{\min}=2$. **C.** $y_{\min}=1$. **D.** $y_{\min}=\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(xy-1\right)2^{2xy-1}=\left(x^2+y\right)2^{x^2+y}\Leftrightarrow\left(2xy-1-1\right)2^{2xy-1}=\left(x^2+y\right)2^{x^2+y+1}\left(1\right)$

Xét hàm $f\left(t\right)=\left(t-1\right).2^t$ với $t\ge 1$.

Khi đó $f'\left(t\right)=2^t+\left(t-1\right).2^t.\ln 2>0$ với $\forall t\ge 1$.

Từ $\left(1\right)\Leftrightarrow 2xy-1=x^2+y+1\Leftrightarrow y=\dfrac{x^2+2}{2x-1}$

$y'=\dfrac{2x^2-2x-4}{\left(2x-1\right)^2}=0\Leftrightarrow 2x^2-2x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right.$

Loại $x=-1$ vì điều kiện của t nên $f\left(2\right)=2$.

Câu 29: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Một người lập kế hoạnh gửi tiết kiệm ngân hàng như sau: Đầu tháng 1 năm 2018, người đó gửi 10 triệu đồng; sau mỗi đầu tháng tiếp theo, người đó gửi số tiền nhiều hơn 10% so với số tiền đã gửi ở tháng liền trước đó. Biết rằng lãi suất ngân hàng không đổi là 0,5% mỗi tháng và được tính theo hình thức lãi kép. Với kế hoạnh như vậy, đến hết tháng 12 năm 2019, số tiền của người đó trong tài khoản tiết kiệm là bao nhiêu ? (Làm tròn đến hàng nghìn)

A. 922 756 000 đồng. **B.** 832 765 000 đồng. **C.** 918 165 000 đồng. **D.** 926 281 000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Với $A=10$ triệu, $a=0,1$, $r=0,005$.

Đầu tháng 2: $A(1+r)+A(1+a)$.

Đầu tháng 3: $A(1+r)^2+A(1+a)(1+r)+A(1+a)^2$.

Đầu tháng 4: $A(1+r)^3+A(1+a)(1+r)^2+A(1+a)^2(1+r)+A(1+a)^3$

…

Đầu tháng n: $A\left[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}(1+a)+...+(1+r)(1+a)^{n-2}+(1+a)^{n-1}\right]$

Hết tháng n: $A\left[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}(1+a)+...+(1+r)(1+a)^{n-2}+(1+a)^{n-1}\right](1+r)$

Gọi B là số tiền của người đó trong tài khoản tiết kiệm đến hết tháng 12 năm 2019

Khi đó $n=24$.

Ta có $B=A.\dfrac{(1+a)^n-(1+r)^n}{a-r}(1+r)=922756396,2$.

Câu 30: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho a và b là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $8(\log_a x)(\log_b x)-7\log_a x-6\log_b x-2018=0$. Khi P là một số nguyên, tìm tổng $a+b$ để P nhận giá trị nhỏ nhất?

A. $a+b=48$. **B.** $a+b=12$. **C.** $a+b=24$. **D.** $a+b=20$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $8(\log_a x)(\log_b x)-7\log_a x-6\log_b x-2018=0$

$\Leftrightarrow 8\log_b a.(\log_a x)^2-\log_a x.(7+6\log_b a)-2018=0$. Điều kiện $x>0$, suy ra $P\in\mathbb{N}^*$.

Từ giả thiết a và b là các số nguyên dương khác 1, suy ra $a,b>1\Rightarrow\log_b a>0$.

Ta suy ra $\dfrac{a}{c}=-\dfrac{2018}{8\log_b a}<0$. Nên phương trình trên sẽ có hai nghiệm phân biệt

$\left[\begin{array}{l}t_1=\log_a x_1\\t_2=\log_a x_2\end{array}\right.$. Suy ra tổng hai nghiệm là $t_1+t_2=\dfrac{7+6\log_b a}{8\log_b a}=\log_a(P)$.

Suy ra $7+6\log_b a=8\log_b P\Leftrightarrow P^8=b^7.a^6$, (1).

Tiếp tục ta được $ba^2=\left(\dfrac{ab}{P}\right)^8$, do giả thiết $a,b,P\in\mathbb{N}^*\Rightarrow ab\vdots P\Rightarrow ab=c.P$ với $c\in\mathbb{N}^*,c>1$.

Thay vào ta được $a^2b=c^8$, (2).

Để P nhận giá trị nhỏ nhất, theo (1) ta phải có a và b nhỏ nhất. Từ (2), suy ra c nhỏ nhất, mà $c>1$ chọn $c=2 \Rightarrow a^2b=2^8=2^2.64=4^2.16=8^2.4$.

Suy ra $(a,b)\in\{(2,64);(4,16);(8,4)\} \Rightarrow P\in\{64;32;16\}$.

Vậy $P_{\min}=16$ khi $a=8$, $b=4$.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_3\left(x^2-5x+m\right)>\log_3\left(x-2\right)$ có tập nghiệm chứa khoảng $\left(2;+\infty\right)$. Tìm khẳng định đúng.

A. $S=\left(7;+\infty\right)$. **B.** $S=\left[6;+\infty\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;4\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;5\right]$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_3\left(x^2-5x+m\right)>\log_3\left(x-2\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x-2>0\\x^2-5x+m>x-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>2\\m>-x^2+6x-2\end{cases}.$$

Bất phương trình $\log_3\left(x^2-5x+m\right)>\log_3\left(x-2\right)$ có tập nghiệm chứa khoảng $\left(2;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow m>-x^2+6x-2$ có nghiệm với mọi $x\in\left(2;+\infty\right)$.

Xét hàm số $f(x)=-x^2+6x-2$ trên $\left(2;+\infty\right)$

Ta có $f'(x)=-2x+6$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=3$

Bảng biến thiên

x	2		3		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
$f(x)$	6	↗	7	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$m>-x^2+6x-2$ có nghiệm với mọi $x\in\left(2;+\infty\right)\Leftrightarrow m>7$.

Câu 2: ----------HẾT----------(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Cho $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f\left(1\right).f\left(2\right).f\left(3\right)...f\left(2017\right)=\mathrm{e}^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m-n^2$.

A. $m-n^2=-1$. **B.** $m-n^2=1$. **C.** $m-n^2=2018$. **D.** $m-n^2=-2018$.

Lời giải

Chọn A

$$1+\frac{1}{x^2}\frac{1}{\left(x+1\right)^2}=\frac{x^2\left(x+1\right)^2+\left(x+1\right)^2+x^2}{x^2\left(x+1\right)^2}=\frac{\left(x^2+x+1\right)^2}{x^2\left(x+1\right)^2}.$$

$$f\left(x\right)=\mathrm{e}^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}=\mathrm{e}^{\frac{x(x+1)+1}{x(x+1)}},\ \forall x>0.$$

Xét dãy số $\left(u_k\right)$: $u_k=\frac{k\left(k+1\right)+1}{k\left(k+1\right)}=1+\frac{1}{k\left(k+1\right)}=1+\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}$, $\left(k\in\mathbb{N}^*\right)$.

Ta có $u_1=1+\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$, $u_2=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$, $u_3=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$, …, $u_{2017}=1+\frac{1}{2017}-\frac{1}{2018}$.

$f\left(1\right).f\left(2\right).f\left(3\right)...f\left(2017\right)=\mathrm{e}^{u_1+u_2+u_3+...+u_{2017}}$.

$$u_1+u_2+u_3+...+u_{2017}=2017+\frac{1}{1}-\frac{1}{2018}=\frac{2018^2-1}{2018}=\frac{m}{n}.$$

Vậy $m-n^2=-1$.

Câu 3: **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Cho cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(\log_2(b_2)) + 2 = f(\log_2(b_1))$. Giá trị nhỏ nhất của n để $b_n > 5^{100}$ bằng

A. 234. **B.** 229. **C.** 333. **D.** 292.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x$.

Có $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	0	↘	-2	↗	$+\infty$

Mặt khác, ta có $b_1 > b_2 \geq 1$.

Đặt $a = \log_2 b_2 > \log_2 b_1 = b \geq 0$.

Ta có: $a^3 - 3a + 2 = b^3 - 3b \ (1)$.

Nếu $b > 1 \Rightarrow a > b > 1 \Rightarrow a^3 - 3a > b^3 - 3b \Rightarrow (1)$ vô nghiệm.

Nếu $0 \leq b \leq 1 \Rightarrow -2 < b^3 - 3b \leq 0 \Rightarrow a^3 - 3a + 2 \leq 0 \Rightarrow (a-1)^2(a+2) \leq 0$.

Suy ra $a = 1 \Rightarrow b = 0$.

Khi đó $\begin{cases} b_1 = 2^0 = 1 \\ b_2 = 2^1 = 2 \end{cases} \Rightarrow b_n = 2^{n-1} > 5^{100} \Leftrightarrow n - 1 > 100\log_2 5 \Rightarrow n \geq 234$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 234.

Câu 4: **(THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $b^2 = 3ab + 4a^2$ và $a \in [4; 2^{32}]$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{b}{8}} 4a + \frac{3}{4}\log_2 \frac{b}{4}$. Tính tổng $T = M + m$.

A. $T = \frac{1897}{62}$. **B.** $T = \frac{3701}{124}$. **C.** $T = \frac{2957}{124}$. **D.** $T = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $b^2 = 3ab + 4a^2 \Leftrightarrow b^2 - a^2 = 3a(b+a) \Leftrightarrow (a+b)(b-4a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -b \\ b = 4a \end{array}\right.$

Vì a, b dương nên $b = 4a$, ta thay vào P ta được

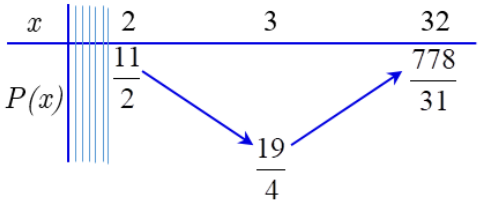
$$P = \log_{\frac{a}{2}} 4a + \frac{3}{4}\log_2 a = \frac{\log_2 4a}{\log_2 \frac{a}{2}} + \frac{3}{4}\log_2 a = \frac{\log_2 a + 2}{\log_2 a - 1} + \frac{3\log_2 a}{4}$$

Đặt $\log_2 a = x$ vì $a \in [4; 2^{32}]$ nên $x \in [2; 32]$

Xét hàm số $P(x)=\dfrac{x+2}{x-1}+\dfrac{3}{4}x$

$P'(x)=\dfrac{-3}{(x-1)^2}+\dfrac{3}{4}\Rightarrow P'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\ (l)\\x=3\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên



Vậy $M=\dfrac{778}{32};m=\dfrac{19}{4}\Rightarrow T=M+m=\dfrac{3701}{124}$.

Câu 5: ----------**HẾT**----------**(THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0\le x\le\dfrac{1}{2}$, $0\le y\le\dfrac{1}{2}$ và $\log(11-2x-y)=2y+4x-1$. Xét biểu thức $P=16yx^2-2x(3y+2)-y+5$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của P. Khi đó giá trị của $T=(4m+M)$ bằng bao nhiêu?

A. 16. **B.** 18. **C.** 17. **D.** 19.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$\log(11-2x-y)=2y+4x-1\Leftrightarrow 2(2x+y)-\log(11-(2x+y))-1=0$

Đặt $t=2x+y$, $0<t<11$. Phương trình trở thành: $2t-\log(11-t)-1=0$. (1)

Xét hàm số $f(t)=2t-\log(11-t)-1$ trên khoảng $(0;11)$.

Có $y'=2+\dfrac{1}{11-t}>0$, $\forall t\in(0;11)$. Do đó hàm số $f(t)$ luôn đồng biến.

Dễ thấy (1) có nghiệm $t=1$. Do đó $t=1$ là nghiệm duy nhất của (1).

Suy ra $2x=1-y$. Khi đó $P=16y\dfrac{(1-y)^2}{4}-(1-y)(3y+2)-y+5=4y^3-5y^2+2y+3$.

Xét hàm số $g(y)=4y^3-5y^2+2y+3$ trên $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$, có

$g'(y)=12y^2-10y+2>0$, $\forall y\in\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Do đó, $\min\limits_{\left[0;\frac{1}{2}\right]} g(y)=g(0)=3$, $\max\limits_{\left[0;\frac{1}{2}\right]} g(y)=g(1)=4$.

Suy ra $m=3$, $m=4$.

Vậy $T=4.3+4=16$.

Câu 6: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình (ẩn x): $3^{\log_2 x^2}-2(m+3).3^{\log_2 x}+m^2+3=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1x_2>2$.

A. $(-1;+\infty)\setminus\{0\}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus[-1;1]$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

- ĐK: $x>0$.

- Ta có: $3^{\log_2 x^2}-2(m+3).3^{\log_2 x}+m^2+3=0 \Leftrightarrow 3^{2\log_2 x}-2(m+3).3^{\log_2 x}+m^2+3=0$ (1).

- Đặt $t=3^{\log_2 x}$, $t>0$. Ta được bất phương trình: $t^2-2(m+3)t+m^2+3=0$ (2).

Nhận thấy: (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ t_1+t_2=2(m+3)>0\\ t_1t_2=m^2+3>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m+3)^2-(m^2+3)>0\\ m+3>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6m+6>0\\ m+3>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>-1\\ m>-3\end{cases} \Leftrightarrow m>-1 \ (*)$$

Khi đó: (2) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn:

$t_1.t_2=m^2+3 \Leftrightarrow 3^{\log_2 x_1}.3^{\log_2 x_x}=m^2+3 \Leftrightarrow 3^{\log_2 x_1+\log_2 x_2}=m^2+3 \Leftrightarrow 3^{\log_2(x_1x_2)}=m^2+3$.

Từ $x_1x_2>2 \Rightarrow \log_2(x_1x_2)>1 \Rightarrow 3^{\log_2(x_1x_2)}>3 \Rightarrow m^2+3>3 \Leftrightarrow m^2>0 \Leftrightarrow m\neq 0$.

Kết hợp điều kiện (*) ta được: $m\in(-1;+\infty)\setminus\{0\}$.

Câu 7: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=2^{\frac{mx+1}{x+m}}$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $m\in(-1;1)$. **B.** $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $m\in\left[\frac{1}{2};1\right]$. **D.** $m\in\left[-\frac{1}{2};1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=2^{\frac{mx+1}{x+m}}$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ khi và chỉ khi hàm số $y=\frac{mx+1}{x+m}$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Xét hàm số $y=\frac{mx+1}{x+m}$, ta có: $y'=\frac{m^2-1}{(x+m)^2}$.

Hàm số $y=\frac{mx+1}{x+m}$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2};+\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-1<0\\ -m\le\frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-1<m<1\\ m\ge-\frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le m<1$.

Câu 8: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $2\log_3(\cot x)=\log_2(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;2018\pi)$?

A. 2018 nghiệm. **B.** 1008 nghiệm. **C.** 2017 nghiệm. **D.** 1009 nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Đk: $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}$.

$2\log_3(\cot x)=\log_2(\cos x)\Leftrightarrow \log_3(\cot x)^2=\log_2(\cos x)$

$\Leftrightarrow \log_3\cos^2 x-\log_3\sin^2 x=\log_2(\cos x)$

$\Leftrightarrow \log_3\cos^2 x-\log_3(1-\cos^2 x)=\log_2(\cos x)$

Đặt $t=\log_2\cos x\Rightarrow \cos x=2^t$.

Phương trình trở thành $\Leftrightarrow \log_3\dfrac{2^{2t}}{1-2^{2t}}=t\Leftrightarrow 4^t=3^t-12^t$ hay $\left(\dfrac{4}{3}\right)^t+4^t=1$

Hàm số $f(t)=\left(\dfrac{4}{3}\right)^t+4^t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Mặt khác $f(-1)=1$ nên $x=-1$ là nghiệm của phương trình.

Do đó phương trình có nghiệm duy nhất $t=-1$.

$\log_2\cos x=-1\Leftrightarrow \cos x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k.2\pi$.

$x\in(0;2018\pi)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}-\dfrac{1}{6}<k<\dfrac{6053}{6}\\ \dfrac{1}{6}<k<\dfrac{6055}{6}\end{array}\right.$.

Vậy trong khoảng $(0;2018\pi)$ có $1009.2=2018$ nghiệm.

Câu 9: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho các số thực x, y với $x\ge 0$ thỏa mãn $5^{x+3y}+5^{xy+1}+x(y+1)+1=5^{-xy-1}+\dfrac{1}{5^{x+3y}}-3y$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x+2y+1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m\in(0;1)$. **B.** $m\in(1;2)$. **C.** $m\in(2;3)$. **D.** $m\in(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $5^{x+3y}+5^{xy+1}+x(y+1)+1=5^{-xy-1}+\dfrac{1}{5^{x+3y}}-3y$

$\Leftrightarrow 5^{x+3y}-5^{-x-3y}+x+3y=5^{-xy-1}-5^{xy+1}-xy-1$.

Xét hàm số $f(t)=5^t-5^{-t}+t$ có $f'(t)=5^t\ln 5+5^{-t}\ln 5+1>0$, $\forall t\in\mathbb{R}$.

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow f(x+3y)=f(-xy-1)\Leftrightarrow x+3y=-xy-1$

$\Leftrightarrow y(3+x)=-x-1\Leftrightarrow y=\dfrac{-x-1}{3+x}$ (do $x\ge 0$ nên $x+3\ne 0$) $\Leftrightarrow x+2y+1=x+\dfrac{-2x-2}{x+3}+1$

$=\dfrac{x^2+2x+1}{x+3}$.

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{x+3}$ với $x\ge 0$ có $g'(x)=\dfrac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}>0,\ \forall x\ge 0$.

Do đó: $g(x)\ge g(0)=\dfrac{1}{3},\ \forall x\ge 0$ hay $x+2y+1\ge\dfrac{1}{3},\ \forall x\ge 0$. Vậy $m=\dfrac{1}{3}\in(0;1)$.

Câu 10: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{(x+y)}\left(x^2+y^2\right)\le 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $A=48(x+y)^3-156(x+y)^2+133(x+y)+4$ là

A. 29. **B.** $\dfrac{1369}{36}$. **C.** 30. **D.** $\dfrac{505}{36}$.

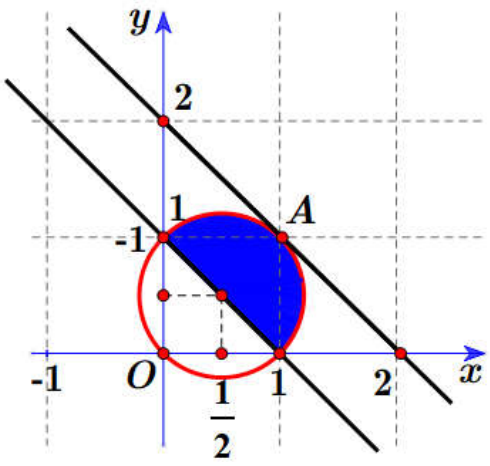
Lời giải

Chọn C

TH1: $\log_{(x+y)}\left(x^2+y^2\right)\le 1\Leftrightarrow\begin{cases}x+y>1\\ x^2+y^2\le x+y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y>1\\ \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2\le\dfrac{1}{2}(*)\end{cases}(1)$.

Tập nghiệm của BPT (*) là tọa độ tất cả các điểm thuộc hình tròn tâm $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ bán kính $R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Miền nghiệm của hệ (1) là phần tô màu như hình vẽ.

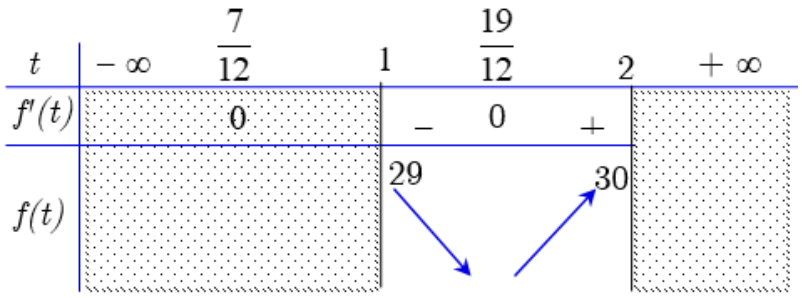


Đặt $t=x+y\Rightarrow 1<t\le 2$

Khi đó $f(t)=48t^3-156t^2+133t+4$

$f'(t)=144t^2-312t+133;\ f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{19}{12}\\ t=\dfrac{7}{12}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên



Do đó, $\max\limits_{1<t\le 2} f(t)=30 \Rightarrow t=2 \Rightarrow x+y=2$.

TH2: $\log_{(x+y)}\left(x^2+y^2\right)\le 1 \Leftrightarrow \begin{cases}0<x+y<1\\ x^2+y^2\ge x+y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<x+y<1\\ \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2\ge\frac{1}{2}\end{cases}$ (2).

(2) không thỏa điều kiện $x>0$, $y>0$.

Câu 11: ----------**HẾT**----------**(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=g(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y=a^x\ (a>0,a\ne 1)$ qua điểm $I(1;1)$. Giá trị của biểu thức $g\left(2+\log_a\frac{1}{2018}\right)$ bằng

A. 2016. **B.** –2020. **C.** 2020. **D.** –2016.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x;y)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y=a^x\ (a>0,a\ne 1)$ và $M'(x';y')$ là ảnh của $M(x;y)$ qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$. Khi đó ta có $\begin{cases}x+x'=2\\ y+y'=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2-x'\\ y=2-y'\end{cases}$.

Vì $M(x;y)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y=a^x\ (a>0,a\ne 1)$ nên ta có

$2-y'=a^{2-x'} \Leftrightarrow y'=2-a^{2-x'}$.

Vậy $y=g(x)=2-a^{2-x}$ suy ra $g\left(2+\log_a\frac{1}{2018}\right)=2-a^{2-\left(2+\log_a\frac{1}{2018}\right)}=-2016$.

Câu 12: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Cho các số thực không âm a,b,c thỏa mãn $2^a+4^b+8^c=4$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=a+2b+3c$. Giá trị của biểu thức $4^M+\log_M m$ bằng

A. $\frac{2809}{500}$. **B.** $\frac{281}{50}$. **C.** $\frac{4096}{729}$. **D.** $\frac{14}{25}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $a=\log_2 x$, $2b=\log_2 y$, $3c=\log_2 z$. Ta có $S=\log_2(xyz)$.

- $4=x+y+z\ge 3\sqrt[3]{xyz} \Rightarrow xyz\le\left(\frac{4}{3}\right)^3 \Leftrightarrow S\le 3\log_2\left(\frac{4}{3}\right)$

  $\max S=M=3\log_2\left(\frac{4}{3}\right)$, *khi* $x=y=z=\frac{4}{3}$

- Gọi $z=\min(x,y,z) \Rightarrow 1\le z\le\frac{4}{3}$.

Do $(x-1)(y-1)\ge 0\Rightarrow xy\ge x+y+1=3-z\ \Rightarrow xyz\ge z(3-z)\ge 2$ (vì $z\in\left[1;\frac{4}{3}\right]$

Suy ra $S\ge 1$, do đó $m=\min S=1$ khi $x=z=1, y=2$

$4^M+\log_M m=4^{3\log_2\left(\frac{4}{3}\right)}+\log_{3\log_2\left(\frac{4}{3}\right)}1=\frac{4096}{729}$.

Câu 13: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2018 của tham số m để phương trình $\log_6(2018x+m)=\log_4(1009x)$ có nghiệm là

A. 2020. **B.** 2017. **C.** 2019. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_6(2018x+m)=\log_4(1009x)=t\Rightarrow\begin{cases}2018x+m=6^t\\1009x=4^t\end{cases}\Rightarrow 2.4^t+m=6^t\Leftrightarrow m=-2.4^t+6^t$.

Đặt $f(t)=-2.4^t+6^t$. Ta có: $f'(t)=6^t\ln 6-2.4^t.\ln 4$.

Xét $f'(t)=0\Rightarrow\left(\frac{3}{2}\right)^t=\frac{2\ln 4}{\ln 6}=\log_6 16\Leftrightarrow t=\log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		$\log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		↘	$f\left(\log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)\right)$	↗	

Phương trình $f(t)=m$ có nghiệm khi và chỉ khi $m\ge f\left(\log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)\right)\approx -2,01$.

Mà $\begin{cases}m<2018\\m\in\mathbb{Z}\end{cases}$ nên ta có: $\begin{cases}-2\le m\le 2017\\m\in\mathbb{Z}\end{cases}$. Vậy có 2020 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 14: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $4^x-2(m+1).2^x+3m-8=0$ có hai nghiệm trái dấu khi $m\in(a;b)$. Giá trị của $P=b-a$ là

A. $P=\frac{8}{3}$. **B.** $P=\frac{19}{3}$. **C.** $P=\frac{15}{3}$. **D.** $P=\frac{35}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2^x$, ta có phương trình $t^2-2(m+1)t+3m-8=0\ (1)$.

Với $x_1<0<x_2$ thì $0<2^{x_1}<1<2^{x_2}$, nên phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm $0<t_1<1<t_2$.

Ta có $(1)\Leftrightarrow t^2-2t-8=m(2t-3)\ (2)$.

Vì $t=\frac{3}{2}$ không là nghiệm phương trình (2) nên: $(2)\Leftrightarrow\frac{t^2-2t-8}{2t-3}=m\ \ (3)$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2-2t-8}{2t-3}$, với $0<t\neq\dfrac{3}{2}$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{2t^2-6t+22}{(2t-3)^2}>0$ với $0<t\neq\dfrac{3}{2}$.

Bảng biến thiên:

t	0		1		$\dfrac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(t)$		$+$		$+$	‖	$+$	
$f(t)$	$\dfrac{8}{3}$	↗	9	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

Phương trình (1) có hai nghiệm $0<t_1<1<t_2$ khi và chỉ khi phương trình (3) có hai nghiệm $0<t_1<1<t_2$. Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cần tìm của m là $\dfrac{8}{3}<m<9$.

Như vậy $a=\dfrac{8}{3}$, $b=9$. Do đó $P=b-a=9-\dfrac{8}{3}=\dfrac{19}{3}$.

Câu 15: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng (a_n), cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2>a_1\geq 0$ và $b_2>b_1\geq 1$; và hàm số $f(x)=x^3-3x$ sao cho $f(a_2)+2=f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2)+2=f(\log_2 b_1)$. Số nguyên dương n nhỏ nhất và lớn hơn 1 sao cho $b_n>2018a_n$ là

A. 16. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)=x^3-3x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Theo giả thiết $\begin{cases}f(a_2)+2=f(a_1)\\ a_2>a_1\geq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f(a_2)<f(a_1)\\ a_2>a_1\geq 0\end{cases}$.

Từ đó suy ra $\left[\begin{array}{l}0\leq a_1<a_2\leq 1\\ 0\leq a_1\leq 1<a_2\end{array}\right.$, hơn nữa $f(x)+2\geq 0\,\forall x\geq 0$. Ta xét các trường hợp:

□ Nếu $0\leq a_1<a_2\leq 1$ thì $\begin{cases}f(a_2)+2\geq 0\\ f(a_1)\leq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f(a_2)=-2\\ f(a_1)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_2=1\\ a_1=0\end{cases}$.

□ Nếu $0\leq a_1\leq 1<a_2$ thì $\begin{cases}f(a_2)+2>0\\ f(a_1)\leq 0\end{cases}$ điều này là không thể.

Do đó chỉ xảy ra trường hợp $a_1=0;a_2=1$.

Từ đó suy ra $a_n=n-1(n\geq 1)$.

Tương tự vì $b_2 > b_1 \ge 1$ nên $\log_2 b_2 > \log_2 b_1 \ge 0$, suy ra

$\begin{cases} \log_2 b_2 = 1 \\ \log_2 a_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_2 = 1 \\ b_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow b_n = 2^{n-1} (n \ge 1)$.

Xét hàm số $g(x) = 2^x - 2018x$ trên nữa khoảng $[0; +\infty)$, ta có bảng biến thiên

x	0		$log_2 \frac{2018}{\ln 2}$		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	
g	1	$\searrow$	$g(log_2 \frac{2018}{\ln 2})$	$\nearrow$	$+\infty$

Ta có $\begin{cases} g\left(\log_2 \dfrac{2018}{\ln 2}\right) < 0 \\ \log_2 \dfrac{2018}{\ln 2} > 11 \\ g(12) = -20120 \\ g(13) = -18042 \\ g(14) = -11868 \\ g(15) = 2498 > 0 \end{cases}$ nên số nguyên dương nhỏ nhất n thỏa $g(n-1) > 0$ là $n - 1 = 15 \Leftrightarrow n = 16$.

Ta chọn đáp án **A.**

Câu 16: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Cho các số thực $x \ne 0$, $y \ne 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\dfrac{x}{y} = \log_2 3$. **B.** $xy > 0$. **C.** $4^x = 6^y$. **D.** $2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}}$.

Lời giải

Chọn C

Với các số thực $x \ne 0$, $y \ne 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y$, ta có

□ $\dfrac{x}{y} = \log_2 3 \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{y}} = 3 \Leftrightarrow \left(2^{\frac{x}{y}}\right)^y = 3^y \Leftrightarrow 2^x = 3^y$, nên mệnh đề: "$\dfrac{x}{y} = \log_2 3$" đúng.

□ Từ $2^x = 3^y \Rightarrow \left(2^x\right)^y = 3^{y^2} > 1, \forall y \ne 0 \Rightarrow 2^{xy} > 1 \Rightarrow xy > 0$, nên mệnh đề: "$xy > 0$" đúng.

□ $2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \left(2^{\frac{1}{y}}\right)^{xy} = \left(3^{\frac{1}{x}}\right)^{xy} \Leftrightarrow 2^x = 3^y$, nên mệnh đề: "$2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}}$" đúng/

□ Từ $2^x = 3^y$, ta có $4^x = 6^y \Leftrightarrow \left(3^y\right)^2 = 3^y.2^y \Leftrightarrow 3^y = 2^y \Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^y = 1 \Leftrightarrow y = 0$, trái giả thiết, nên mệnh đề "$4^x = 6^y$" sai.

Câu 17: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Cho a, x là các số thực dương, $a \ne 1$ thỏa mãn $\log_a x = \log\left(a^x\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của a.

A. 1. **B.** $\log\left(2^{\mathrm{e}}-1\right)$. **C.** $\mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln 10}{\mathrm{e}}}}$. **D.** $10^{\sqrt{\frac{\log \mathrm{e}}{\mathrm{e}}}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a x=\log\left(a^x\right)\Leftrightarrow \log_a x=x\log a\Leftrightarrow \dfrac{\log x}{\log a}=x\log a\Leftrightarrow \dfrac{\log x}{x}=\left(\log a\right)^2$.

Giá trị của a lớn nhất khi và chỉ khi $\log a$ lớn nhất.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{\log x}{x}$ với $x>0$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2\ln 10}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\mathrm{e}$.

Ta có bảng biến thiên

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$\dfrac{\log \mathrm{e}}{\mathrm{e}}$	↘	

Từ bảng biến thiên suy ra $\left(\log a\right)^2$ lớn nhất là bằng $\dfrac{\log \mathrm{e}}{\mathrm{e}}$.

Khi đó $\left(\log a\right)^2=\dfrac{\log \mathrm{e}}{\mathrm{e}}\Rightarrow \log a=\sqrt{\dfrac{\log \mathrm{e}}{\mathrm{e}}}\Rightarrow a=10^{\sqrt{\frac{\log \mathrm{e}}{\mathrm{e}}}}$.

Câu 18: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết $f(1).f(2).f(3)...f(2017)=\mathrm{e}^{\frac{m}{n}}$ $(m,n\in\mathbb{N})$ với $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $P=m-n^2$.

A. -2018. **B.** 2018. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$f(x)=\mathrm{e}^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}=\mathrm{e}^{\sqrt{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)^2+\frac{2}{x(x+1)}+1}}=\mathrm{e}^{\sqrt{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)^2+2\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)+1}}=\mathrm{e}^{\sqrt{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}+1\right)^2}}=\mathrm{e}^{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}+1}=\mathrm{e}.\mathrm{e}^{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}$.

Do đó

$f(1)=\mathrm{e}.\mathrm{e}^{1-\frac{1}{2}}; f(2)=\mathrm{e}.\mathrm{e}^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}; f(3)=\mathrm{e}.\mathrm{e}^{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}};\ldots; f(2016)=\mathrm{e}.\mathrm{e}^{\frac{1}{2016}-\frac{1}{2017}}; f(2017)=\mathrm{e}.\mathrm{e}^{\frac{1}{2017}-\frac{1}{2018}}$.

$\Rightarrow f(1).f(2).f(3)...f(2017)=\mathrm{e}^{2017}.\mathrm{e}^{1-\frac{1}{2018}}=\mathrm{e}^{\frac{2017}{2018}+2017}=\mathrm{e}^{\frac{2018^2-1}{2018}}$

$\Rightarrow m=2018^2-1$, $n=2018$. Vậy $P=-1$.

Câu 19: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $\log_2\left(\dfrac{\sqrt{2x^2+mx+1}}{x+2}\right)+\sqrt{2x^2+mx+1}=x+2$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x+2>0 \\ 2x^2+mx+1>0 \end{cases}$.

Ta có $\log_2\left(\dfrac{\sqrt{2x^2+mx+1}}{x+2}\right)+\sqrt{2x^2+mx+1}=x+2$

$\Leftrightarrow \log_2\sqrt{2x^2+mx+1}+\sqrt{2x^2+mx+1}=\log_2(x+2)+x+2$

$\Leftrightarrow f\left(\sqrt{2x^2+mx+1}\right)=f(x+2) \quad (1)$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t$ với $t\in(0;+\infty)$ có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+1>0$, $\forall t\in(0;+\infty)$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên $(1)\Leftrightarrow\sqrt{2x^2+mx+1}=x+2$.

Từ đó $\begin{cases} x>-2 \\ 2x^2+mx+1=(x+2)^2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x>-2 \\ x^2+(m-4)x-3=0 \end{cases} \quad (2)$.

YCBT $\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn -2

$\Leftrightarrow\begin{cases} \Delta=(m-4)^2+12>0 \\ (x_1+2)+(x_2+2)>0 \\ (x_1+2)(x_2+2)>0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\in\mathbb{R} \\ x_1+x_2+4>0 \\ x_1x_2+2(x_1+x_2)+4>0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\in\mathbb{R} \\ 4-m+4>0 \\ -3+2(4-m)+4>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} m<8 \\ m<\dfrac{9}{2} \end{cases}\Leftrightarrow m<\dfrac{9}{2}$ mà $m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow m\in\{1;2;3;4\}$.

Câu 20: **----------HẾT----------.** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thoả mãn $\log(x+y)=z$ và $\log(x^2+y^2)=z+1$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $\dfrac{31}{2}$. **B.** $\dfrac{29}{2}$. **C.** $-\dfrac{31}{2}$. **D.** $-\dfrac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=10^z$. Khi đó $x^3+y^3=a.t^3+b.t^2$.

Ta có $\begin{cases} \log(x+y)=z \\ \log(x^2+y^2)=z+1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x+y=10^z=t \\ x^2+y^2=10.10^z=10t \end{cases}\Rightarrow xy=\dfrac{t^2-10.t}{2}$.

Khi đó $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=t^3-\dfrac{3t(t^2-10t)}{2}=-\dfrac{1}{2}t^3+15t^2$.

Suy ra $a=-\dfrac{1}{2}$, $b=15$.

Vậy $a+b=\dfrac{29}{2}$.

Câu 21: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2-x+2+a\ln(x^2-x+1)\ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a\in(2;3]$. **B.** $a\in(8;+\infty)$. **C.** $a\in(6;7]$. **D.** $a\in(-6;-5]$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$ suy ra $t\ge\frac{3}{4}$

Bất phương trình $x^2-x+2+a\ln\left(x^2-x+1\right)\ge 0\Leftrightarrow t+a\ln t+1\ge 0\Leftrightarrow a\ln t\ge -t-1$

Trường hợp 1: $t=1$ khi đó $a\ln t\ge -t-1$ luôn đúng với mọi a.

Trường hợp 2: $\frac{3}{4}\le t<1$

Ta có $a\ln t\ge -t-1,\ \forall t\in\left[\frac{3}{4};1\right)\Leftrightarrow a\le\frac{-t-1}{\ln t},\forall t\in\left[\frac{3}{4};1\right)$

Xét hàm số $f(t)=\frac{-t-1}{\ln t}\Rightarrow f'(t)=-\frac{\ln t-1-\frac{1}{t}}{\ln^2 t}\ge 0,\forall t\in\left[\frac{3}{4};1\right)$ do đó

$a\le\frac{-t-1}{\ln t},\forall t\in\left[\frac{3}{4};1\right)\Leftrightarrow a\le\frac{-7}{4\ln\frac{3}{4}}$

Trường hợp 3: $t>1$

Ta có $a\ln t\ge -t-1,\ \forall t\in(1;+\infty)\Leftrightarrow a\ge\frac{-t-1}{\ln t},\forall t\in(1;+\infty)$

Xét hàm số $f(t)=\frac{-t-1}{\ln t}\Rightarrow f'(t)=-\frac{\ln t-1-\frac{1}{t}}{\ln^2 t},\ \forall t\in(1;+\infty)$.

Xét hàm số $g(t)=\ln t-1-\frac{1}{t}\Leftrightarrow g'(t)=\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2}>0$

Vậy $g(t)=0$ có tối đa một nghiệm.

Vì $g(1)=-2;\lim\limits_{t\to+\infty}g(t)=+\infty$ vậy $g(t)=0$ có duy nhất một nghiệm trên $(1;+\infty)$

Do đó $f'(t)=0$ có duy nhất một nghiệm là t_0. Khi đó $\ln t_0=\frac{t_0+1}{t_0}$ suy ra $f(t_0)=-t_0$

Bảng biến thiên

t	1		t_0		$+\infty$
f'	$\|\|$	$+$	0	$-$	
f	$\|\|$	$-\infty\nearrow$	$-t_0$	$\searrow$	$-\infty$

Vậy $a\ge\frac{-t-1}{\ln t},\forall t\in(1;+\infty)\Leftrightarrow a\ge -t_0$.

Vậy $-t_0\le a\le\frac{-7}{4\ln\frac{3}{4}}$.

Vậy số thực a thỏa mãn yêu cầu bài toán là $a\in(6;7]$.

Cách 2: Đặt $t = x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ suy ra $t \ge \frac{3}{4}$.

Bất phương trình thành $t + a\ln t + 1 \ge 0$, $t \ge \frac{3}{4}$

Cần tìm $a_{\max}$ để $f(t) = t + a\ln t + 1 \ge 0$, $t \ge \frac{3}{4}$.

Do cần tìm $a_{\max}$ nên ta chỉ xét $a > 0$

Có $f'(t) = 1 + \frac{a}{t} > 0 \ \forall t \ge \frac{3}{4} \Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên $\left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

$\Rightarrow f(t) \ge f\left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow \frac{7}{4} + a\ln\frac{3}{4} \ge 0 \Leftrightarrow a \le \frac{-7}{4\ln\frac{3}{4}} \approx 6.08$.

Vậy số thực a thỏa mãn yêu cầu bài toán là $a \in (6;7]$.

Câu 22: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình: $\ln\left(\frac{5^x + 3^x}{6x+2}\right) + 5^{x+1} + 5.3^x - 30x - 10 = 0$.

A. $S = 1$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = 3$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > -\frac{1}{3}$.

Phương trình tương đương

$\ln\left(5^x + 3^x\right) - \ln(6x+2) + 5\left(5^x + 3^x\right) - 5(6x+2) = 0$

$\Leftrightarrow \ln\left(5^x + 3^x\right) + 5\left(5^x + 3^x\right) = \ln(6x+2) + 5(6x+2)$ (1).

Xét hàm số $f(t) = \ln t + 5t, t > 0$. Có $f'(t) = \frac{1}{t} + 5 > 0$, $\forall t > 0$ nên $f(t)$ đồng biến. Từ (1) suy ra $f\left(5^x + 3^x\right) = f(6x+2) \Leftrightarrow 5^x + 3^x = 6x + 2 \Leftrightarrow 5^x + 3^x - 6x - 2 = 0$

Xét $g(x) = 5^x + 3^x - 6x - 2$, $g'(x) = 5^x\ln 5 + 3^x\ln 3 - 6$

$g''(x) = 5^x(\ln 5)^2 + 3^x(\ln 3)^2 > 0 \ \forall x > -\frac{1}{3}$.

Nên $g'(x) = 0$ có không quá 1 nghiệm suy ra $g(x) = 0$ có không quá 2 nghiệm trên $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Mà $g(0) = g(1) = 0$. Vậy phương trình có hai nghiệm 0; 1. Do đó $S = 1$.

Câu 23: ----------HẾT----------**(THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong đoạn $[-5\pi; 2017\pi]$?

A. 2017. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $2 - \cos^2 x \ge 0 \Leftrightarrow 1 + \sin^2 x \ge 0$ (*).

Phương trình $\Leftrightarrow 2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{1+\sin^2 x}$ (1).

Đặt $\sin x=t$, $t\in[-1;1]$ thì (1) thành $2017^t=t+\sqrt{1+t^2}$ (2).

Ta có $2017^t>0$, $\forall t\in[-1;1]$ và $t+\sqrt{1+t^2}>t+\sqrt{t^2}=t+|t|\geq 0$, $\forall t\in[-1;1]$.

Do đó $(2)\Leftrightarrow t=\log_{2017}\left(t+\sqrt{1+t^2}\right)\Leftrightarrow \log_{2017}\left(t+\sqrt{1+t^2}\right)-t=0$ (3).

Xét hàm số $=\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$, với $t\in[-1;1]$ có

$$f'(t)=\frac{1}{\left(t+\sqrt{1+t^2}\right)\ln 2017}.\left(1+\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\right)-1=\frac{1}{\sqrt{t^2+1}.\ln 2017}-1$$

$$=\frac{1-\sqrt{t^2+1}.\ln 2017}{\sqrt{t^2+1}.\ln 2017}<0,\ \forall t\in(-1;1)\Rightarrow f(t)$$ nghịch biến trên $[-1;1]$.

Do đó trên $[-1;1]$, phương trình $f(t)=0$ nếu có nghiệm thì sẽ có nghiệm duy nhất.

Mặt khác $f(0)=0$ nên $f(t)=0\Leftrightarrow t=0$.

Khi đó $(3)\Leftrightarrow t=0$ hay $\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Bài ra $x\in[-5\pi;2017\pi]\Rightarrow k\pi\in[-5\pi;2017\pi]\Rightarrow k\in[-5;2017]$.

Mà $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{-5;-4;-3;...;2017\}$.

Vậy phương trình đã cho có 2023 nghiệm thực trong đoạn $[-5\pi;2017\pi]$.

Câu 24: ----------HẾT---------- $S=(a;b)$ là tập các giá trị của m để phương trình $\log_2\left(mx-6x^3\right)+\log_{\frac{1}{2}}\left(-14x^2+29x-2\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt. Khi đó hiệu $H=b-a$ bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{\sin^2 x}+3^{\cos^2 x}=m.3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 26: Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\left|e^{2x}-4e^x+m\right|$ trên đoạn $[0;\ln 4]$ bằng 6?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 27: Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có hai quyển Toán T1 và Toán T2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và Toán T2 luôn được xếp cạnh nhau.

A. $\dfrac{1}{210}$. **B.** $\dfrac{1}{600}$. **C.** $\dfrac{1}{300}$. **D.** $\dfrac{1}{450}$.

Câu 28: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** $S=(a;b)$ là tập các giá trị của m để phương trình $\log_2\left(mx-6x^3\right)+\log_{\frac{1}{2}}\left(-14x^2+29x-2\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt. Khi đó hiệu $H=b-a$ bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2\left(mx-6x^3\right)+\log_{\frac{1}{2}}\left(-14x^2+29x-2\right)=0$

$\Leftrightarrow \log_2\left(mx-6x^3\right)=\log_2\left(-14x^2+29x-2\right)\Leftrightarrow\begin{cases}-14x^2+29x-2>0\\ mx-6x^3=-14x^2+29x-2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{14}<x<2\\ m=\frac{6x^3-14x^2+29x-2}{x}=6x^2-14x+29-\frac{2}{x}\end{cases}$

Xét hàm số $f(x)=6x^2-14x+29-\frac{2}{x}$, với $\frac{1}{14}<x<2$

Ta có $f(x)$ xác định và liên tục trên $\left(\frac{1}{14};2\right)$ và $f'(x)=12x-14+\frac{2}{x^2}=\frac{12x^3-14x^2+2}{x^2}$

Suy ra $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{3}\notin\left(\frac{1}{14};2\right)\\ x=1\\ x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{14}$		$\frac{1}{2}$		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\frac{3}{98}$	↗	$\frac{39}{2}$	↘	19	↗	24

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi $19<m<\frac{39}{2}$. Suy ra $\begin{cases}a=19\\ b=\frac{39}{2}\end{cases}\Rightarrow H=b-a=\frac{1}{2}$.

Câu 29: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{\sin^2 x}+3^{\cos^2 x}=m.3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{\sin^2 x}+3^{\cos^2 x}=m.3^{\sin^2 x}\Leftrightarrow 2^{\sin^2 x}+3^{1-\sin^2 x}=m.3^{\sin^2 x}$.

Đặt $t=\sin^2 x$, $t\in[0;1]$. Phương trình đã cho trở thành: $2^t+3^{1-t}=m.3^t\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^t+3^{1-2t}=m$.

Xét hàm số $f(t)=\left(\frac{2}{3}\right)^t+3^{1-2t}$, với $t\in[0;1]$. Ta có $f'(t)=\left(\frac{2}{3}\right)^t.\ln\frac{2}{3}-2.3^{1-2t}.\ln 3$

$f''(t)=\left(\frac{2}{3}\right)^t.\left(\ln\frac{2}{3}\right)^2+4.3^{1-2t}.(\ln 3)^2>0\ \ \forall t\in[0;1]$.

$\Rightarrow f'(t)$ liên tục và đồng biến trên $[0;1]$ nên $f'(t) \le f'(1) = \frac{2}{3}\ln\frac{2}{9} < 0 \ \ \forall t \in [0;1]$.

$\Rightarrow f(t)$ liên tục và nghịch biến trên $[0;1]$ nên $f(1) \le f(t) \le f(0) \ \ \forall t \in [0;1]$

Suy ra $1 \le m \le 4$.

Câu 30: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \left|e^{2x} - 4e^x + m\right|$ trên đoạn $[0;\ln 4]$ bằng 6 ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét $x \in [0;\ln 4]$. Đặt $t = e^x \Rightarrow t \in [1;4]$. Đặt $g(t) = t^2 - 4t + m$ với $t \in [1;4]$.

Đạo hàm: $g'(t) = 2t - 4$. Xét $g'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Ta có: $g(1) = m - 3$; $g(2) = m - 4$; $g(4) = m$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của $f(x) = \left|e^{2x} - 4e^x + m\right|$ trên $[0;\ln 4]$ sẽ thuộc $A = \{|m-3|;|m-4|;|m|\}$.

➢ Xét $|m-4| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 10 \Rightarrow A = \{7;6;10\} \\ m = -2 \Rightarrow A = \{5;6;2\} \end{array}\right.$.

Ta thấy $m = 10$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\min f(x) = 6$.

➢ Xét $|m-3| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 9 \Rightarrow A = \{5;6;9\} \\ m = -3 \Rightarrow A = \{7;6;3\} \end{array}\right.$ (không thỏa mãn).

➢ Xét $|m| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6 \Rightarrow A = \{2;3;6\} \\ m = -6 \Rightarrow A = \{10;9;6\} \end{array}\right.$.

Ta thấy $m = -6$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\min f(x) = 6$.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 31: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có hai quyển Toán T1 và Toán T2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và Toán T2 luôn được xếp cạnh nhau.

A. $\frac{1}{210}$. **B.** $\frac{1}{600}$. **C.** $\frac{1}{300}$. **D.** $\frac{1}{450}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách xếp 10 quyển sách tham khảo thành một hàng ngang trên giá sách là $n(\Omega) = 10!$.

Ta ghép hai quyển Toán T1 và Toán T2 thành một quyển Toán đặc biệt. Bây giờ ta đếm số cách xếp sách để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và Toán T2 luôn được xếp cạnh nhau. Ta xếp 1 quyển sách Văn và 5 quyển sách Toán trước (trong đó có quyển sách Toán đặc biệt).

□ Quyển sách Văn được xếp đầu hàng và các quyển sách Toán xếp như sau: V.T.T.T.T.T, khi đó có A_4^3 cách xếp 3 quyển sách tiếng Anh ở để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán. Trường hợp này có $5!2!A_4^3$ cách xếp sách thỏa mãn yêu cầu.

□ Quyển sách Văn được xếp cuối hàng và các quyển sách Toán xếp như sau: T.T.T.T.T.V, tương tự như trên ta có $5!2!A_4^3$ cách xếp sách thỏa mãn yêu cầu.

□ Quyển sách Văn được không xếp đầu hàng và các quyển sách Toán xếp như sau: T.V.T.T.T.T, T.T.V.T.T.T, T. T.T.V.T.T, T. T.T.T.V.T, khi đó mỗi khả năng ta có 3! cách xếp 3 quyển sách tiếng Anh ở để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán. Trường hợp này có $4.5!2!3!$ cách xếp sách thỏa mãn yêu cầu.

Bởi vậy, số khả năng xếp sách thỏa mãn yêu cầu là $n(A)=5!2!A_4^3+4.5!2!3!$.

Xác suất cần tìm là $P=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2.5!2!A_4^3+4.5!2!3!}{10!}=\dfrac{1}{210}$.

Câu 32: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Cho các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0<b<a<1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a\dfrac{4(3b-1)}{9}+8\log_{\frac{b}{a}}^2 a-1$.

A. 6. **B.** $3\sqrt[3]{2}$. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $9b^2-12b+4\ge 0\Leftrightarrow\dfrac{4(3b-1)}{9}\le b^2$.

Suy ra $P\ge\log_a b^2+8\log_{\frac{b}{a}}^2 a-1\Leftrightarrow P\ge 2\log_a\dfrac{b}{a}+8\log_{\frac{b}{a}}^2 a+1$

$\Leftrightarrow P\ge 3\sqrt[3]{\log_a\dfrac{b}{a}.\log_a\dfrac{b}{a}.8\log_{\frac{b}{a}}^2 a}+1=7$.

Vậy GTNN của $P=\log_a\dfrac{4(3b-1)}{9}+8\log_{\frac{b}{a}}^2 a-1$ là 7.

Câu 33: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 8%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút tiền ra để mua ô tô trị giá 500 triệu đồng. Hỏi số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng để có đủ tiền mua ô tô (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là bao nhiêu?

A. 395 triệu đồng. **B.** 394 triệu đồng. **C.** 397 triệu đồng. **D.** 396 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

Gọi số tiền người đó gửi vào là A (triệu đồng), lãi suất $r=8\%=0,08$.

Sau năm thứ nhất số tiền người đó có là $S_1=A+A\times r=A(r+1)$ (triệu đồng).

Sau năm thứ hai số tiền người đó có là $S_2=S_1(1+r)=A(1+r)^2$ (triệu đồng).

...

Sau năm thứ N, số tiền người đó nhận được là $S_N=A(1+r)^N$ (triệu đồng).

Chú ý: Ở trên là xây dựng công thức tổng quát cho N kỳ hạn, các em học sinh có thể làm tiếp kỳ hạn thứ 3 ở bài trên.

Thay dữ kiện bài toán $\begin{cases} S_N = 500 \\ r = 0,08 \\ N = 3 \end{cases} \Leftrightarrow A = \dfrac{500}{(1+0,08)^3} = 396,91 \approx 397$ (triệu đồng).

Câu 34: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-9;9)$ của tham số m để bất phương trình $3\log x \le 2\log\left(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x}\right)$ có nghiệm thực?

A. 6. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ m\sqrt{x} - (1-x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ m > \dfrac{(1-x)}{\sqrt{x}} > 0 \end{cases}$.

Bất phương trình đã cho tương đương

$\log x^3 \le \log\left(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x}\right)^2$

$\Leftrightarrow x^3 \le \left(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x}\right)^2$

$\Leftrightarrow x\sqrt{x} \le \left(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x}\right)$

$\Leftrightarrow m \ge \dfrac{x\sqrt{x} + (1-x)\sqrt{1-x}}{\sqrt{x-x^2}} = \dfrac{x}{\sqrt{1-x}} + \dfrac{1-x}{\sqrt{x}}$.

Áp dụng bất đẳng thức cô si ta có

$\left(\dfrac{x}{\sqrt{1-x}} + \sqrt{1-x}\right) + \left(\dfrac{1-x}{\sqrt{x}} + \sqrt{x}\right) \ge 2\sqrt{x} + 2\sqrt{1-x}$.

Vì vậy $m \ge \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$.

Khảo sát hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$ trên $(0;1)$ ta được $f(x) \ge \sqrt{2} \approx 1,414$.

Vậy m có thể nhận được các giá trị $2,3,4,5,6,7,8$.

Câu 1: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Cho 2 số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3\left[(x+1)(y+1)\right]^{y+1} = 9-(x-1)(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x+2y$ là

A. $P_{\min} = \frac{11}{2}$. **B.** $P_{\min} = \frac{27}{5}$. **C.** $P_{\min} = -5+6\sqrt{3}$. **D.** $P_{\min} = -3+6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3\left[(x+1)(y+1)\right]^{y+1} = 9-(x-1)(y+1)$

$\Leftrightarrow (y+1)\left[\log_3(x+1)+\log_3(y+1)\right]+(x-1)(y+1)=9.$

$\Leftrightarrow (y+1)\left[\log_3(x+1)+\log_3(y+1)+x-1\right]=9$

$\Leftrightarrow \log_3(x+1)+x-1=\frac{9}{y+1}-\log_3(y+1)$

$\Leftrightarrow \log_3(x+1)+x+1-2=\frac{9}{y+1}-2+\log_3\frac{9}{y+1}$ **(*).**

Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t-2$ với $t>0$ có $f'(t)=\frac{1}{t\ln 3}+1>0$ với mọi $t>0$ nên hàm số $f(t)$ luôn đồng biến và liên tục trên $(0;+\infty)$.

Từ (*) suy ra $x+1=\frac{9}{y+1} \Leftrightarrow x=\frac{9}{y+1}-1=\frac{8-y}{y+1}$, do $x>0$ nên $y\in(0;8)$.

Vậy $P=x+2y=\frac{8-y}{y+1}+2y=2y-1+\frac{9}{y+1}=2(y+1)+\frac{9}{y+1}-3\ge -3+6\sqrt{2}$.

Vậy $P_{\min}=-3+6\sqrt{2}$ khi $2(y+1)=\frac{9}{y+1}\Leftrightarrow y=\frac{3}{\sqrt{2}}-1$.

Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho a, b, c là các số thực lớn hơn 1. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức:

$$P=\frac{4}{\log_{\sqrt{bc}} a}+\frac{1}{\log_{ac}\sqrt{b}}+\frac{8}{3\log_{ab}\sqrt[3]{c}}.$$

A. $P_{\min}=20$. **B.** $P_{\min}=10$. **C.** $P_{\min}=18$. **D.** $P_{\min}=12$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P=\frac{4}{2\log_{bc} a}+\frac{1}{\frac{1}{2}\log_{ac} b}+\frac{8}{\log_{ab} c}=2\log_a bc+2\log_b ac+8\log_c ab$

$=2\log_a b+2\log_a c+2\log_b a+2\log_b c+8\log_c a+8\log_c b$

$=(2\log_a b+2\log_b a)+(2\log_a c+8\log_c a)+(2\log_b c+8\log_c b).$

Vì a, b, c là các số thực lớn hơn 1 nên: $\log_a b, \log_b a, \log_a c, \log_c a, \log_b c, \log_c b>0$. Do đó áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có:

$P\ge 2\sqrt{2\log_a b.2\log_b a}+2\sqrt{2\log_a c.8\log_c a}+2\sqrt{2\log_b c.8\log_c b}=4+8+8=20.$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}\log_a b=\log_b a\\ \log_a c=4\log_c a\\ \log_b c=4\log_c b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\ c=a^2\\ c=b^2\end{cases}\Leftrightarrow a=b=\sqrt{c}>1$.

Vậy $P_{\min}=20$.

Câu 3: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $e^{3m}+e^m=2\left(x+\sqrt{1-x^2}\right)\left(1+x\sqrt{1-x^2}\right)$ có nghiệm là

A. $\left(0;\frac{1}{2}\ln 2\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\ln 2\right]$. **C.** $\left(0;\frac{1}{e}\right)$. **D.** $\left[\frac{1}{2}\ln 2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=x+\sqrt{1-x^2}\Rightarrow\begin{cases}-1\le t\le\sqrt{2}\\ t^2-1=2x\sqrt{1-x^2}\end{cases}$. Khi đó: $\mathrm{e}^{3m}+\mathrm{e}^m=t\left(t^2+1\right)\Leftrightarrow\mathrm{e}^{3m}+\mathrm{e}^m=t^3+t$.

Xét hàm $f(u)=u^3+u\Rightarrow f'(u)=3u^2+1$. Hàm số luôn đồng biến.

$\Rightarrow\mathrm{e}^{3m}+\mathrm{e}^m=t^3+t\Leftrightarrow\mathrm{e}^m=t$. Phương trình có nghiệm: $\mathrm{e}^m\le\sqrt{2}\Leftrightarrow m\le\frac{1}{2}\ln 2$.

Câu 4: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log_3(2u_5-63)=2\log_4(u_n-8n+8)$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$ Đặt $S_n=u_1+u_2+...+u_n$. Tìm số nguyên dương lớn nhất n thỏa mãn $\frac{u_n.S_{2n}}{u_{2n}.S_n}<\frac{148}{75}$.

A. 18. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 19.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $\log_3(2u_5-63)=2\log_4(u_n-8n+8)\Leftrightarrow\log_3(2u_5-63)=\log_2(u_n-8n+8)$.

Đặt $t=\log_3(2u_5-63)$

$\Rightarrow\begin{cases}2u_5-63=3^t\\ u_n-8n+8=2^t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2u_5-63=3^t\\ u_5-32=2^t\end{cases}\Rightarrow 1=3^t-2.2^t\Rightarrow t=2\Rightarrow u_n=8n-4$

$\Rightarrow S_n=u_1+u_2+...+u_n=4n^2$.

Do đó $\frac{u_n.S_{2n}}{u_{2n}.S_n}=\frac{(8n-4).16n^2}{(16n-4).4n^2}<\frac{148}{75}\Rightarrow n<19$.

Câu 5: Cho các số thực x,y thỏa mãn $0\le x,y\le 1$ và $\log_3\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)+(x+1)(y+1)-2=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P với $P=2x+y$.

A. $\frac{1}{2}$. B. 2. **C.** 1. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện:

$\begin{cases} 0 \le x, y \le 1 \\ \dfrac{x+y}{1-xy} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x, y \le 1 \\ x+y > 0;\ 1-xy > 0 \end{cases}$.

Khi đó

$\log_3\left(\dfrac{x+y}{1-xy}\right)+(x+1)(y+1)-2=0$

$\Leftrightarrow \log_3(x+y)-\log_3(1-xy)+x+y+xy-1=0$

$\Leftrightarrow \log_3(x+y)+(x+y)=\log_3(1-xy)+(1-xy) \quad (*)$

Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t$ với $t>0$, ta thấy $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 3}+1>0, \forall t>0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Do đó $(*) \Leftrightarrow x+y=1-xy$.

Suy ra $P=2x+y=x+x+y=x+1-xy=1+x(1-y)\ge 1$.

Đẳng thức xảy ra khi $x=0$, $y=1$ (thỏa các điều kiện của đề bài).

Vậy $P_{\min}=1$.

✍ Chú ý:

Từ $(*) \Leftrightarrow x+y=1-xy \Leftrightarrow y(x+1)=1-x \Leftrightarrow y=\dfrac{1-x}{x+1}$. Thay vào $P=2x+y$ ta được:

$P=2x+\dfrac{1-x}{x+1}$. Khảo sát hàm số này với điều kiện $0\le x\le 1$ ta cũng được $P_{\min}=1$.

Câu 6: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1|+|z^2-z+1|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. $\dfrac{13\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{13\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 7: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1|+|z^2-z+1|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. $\dfrac{13\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{13\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=|z+1|\le |z|+1=2$ nên $t\in[0;2]$.

Do $|z|=1$ nên $z.\overline{z}=1 \Rightarrow P=|z+1|+|z^2-z+z.\overline{z}|=|z+1|+|z+\overline{z}-1|$.

Ta có $t^2=|z+1|^2=(z+1)(\overline{z}+1)=z.\overline{z}+(z+\overline{z})+1=2+(z+\overline{z})$ nên $z+\overline{z}=t^2-2$.

Vậy $P=f(t)=t+|t^2-3|$, với $t\in[0;2]$.

Khi đó, $f(t)=\begin{cases} t^2+t-3 & \text{khi } \sqrt{3}\le t\le 2 \\ -t^2+t+3 & \text{khi } 0\le t<\sqrt{3} \end{cases}$ nên $f'(t)=\begin{cases} 2t+1 & \text{khi } \sqrt{3}<t\le 2 \\ -2t+1 & \text{khi } 0\le t<\sqrt{3} \end{cases}$.

$f'(t)=0 \Rightarrow t=\dfrac{1}{2}$.

$f(0)=3;\ f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{13}{4};\ f\left(\sqrt{3}\right)=\sqrt{3};\ f(2)=3.$

Vậy $M=\frac{13}{4};\ m=\sqrt{3}$ nên $M.m=\frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Câu 8: Biết rằng a là số thực dương sao cho bất đẳng thức $3^x+a^x\ge 6^x+9^x$ đúng với mọi số thực x. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a\in(12;14]$. **B.** $a\in(10;12]$. **C.** $a\in(14;16]$. **D.** $a\in(16;18]$.

Câu 9: Biết rằng a là số thực dương sao cho bất đẳng thức $3^x+a^x\ge 6^x+9^x$ đúng với mọi số thực x. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a\in(12;14]$. **B.** $a\in(10;12]$. **C.** $a\in(14;16]$. **D.** $a\in(16;18]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$3^x+a^x\ge 6^x+9^x$

$\Leftrightarrow a^x-18^x\ge 6^x+9^x-3^x-18^x$

$\Leftrightarrow a^x-18^x\ge 3^x\left(2^x-1\right)-9^x\left(2^x-1\right)$

$\Leftrightarrow a^x-18^x\ge -3^x\left(2^x-1\right)\left(3^x-1\right)\ (*)$.

Ta thấy $\left(2^x-1\right)\left(3^x-1\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow -3^x\left(2^x-1\right)\left(3^x-1\right)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó, $(*)$ đúng với mọi số thực x

$\Leftrightarrow a^x-18^x\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

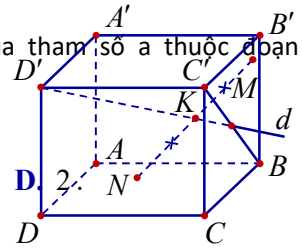
$\Leftrightarrow\left(\frac{a}{18}\right)^x\ge 1,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\frac{a}{18}=1\Leftrightarrow a=18\in(16;18]$.

Câu 10: Cho phương trình $3^x=\sqrt{a.3^x\cos(\pi x)-9}$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số a thuộc đoạn $[-2018;2018]$ để phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực?

A. 1. **B.** 2018. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 11: Cho phương trình $3^x=\sqrt{a.3^x\cos(\pi x)-9}$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số a thuộc đoạn $[-2018;2018]$ để phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực?



A. 1. **B.** 2018. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^x=\sqrt{a.3^x\cos(\pi x)-9}\Leftrightarrow 9^x=a.3^x\cos(\pi x)-9$ (vì $3^x>0$) $\Leftrightarrow 3^x+3^{2-x}=a.\cos(\pi x)(*)$

Điều kiện cần: Nếu phương trình (*) có nghiệm duy nhất x_0 thì ta thấy rằng $2-x_0$ cũng là nghiệm của (*) do đó $x_0=2-x_0\ \Leftrightarrow x_0=1$. Thay vào (*) ta được $a=-6$.

Điều kiện đủ: Ngược lại nếu $a=-6$ thì phương trình (*) trở thành $3^x+3^{2-x}=-6.\cos(\pi x)$

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có: $3^x+3^{2-x}\ge 2.\sqrt{3^x.3^{2-x}}=6$ mà $-6.\cos(\pi x)\le 6$ do đó

$3^x+3^{2-x}=-6.\cos(\pi x)\Leftrightarrow\begin{cases}3^x+3^{2-x}=6\\-6\cos(\pi x)=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3^x=3^{2-x}\\\cos(\pi x)=-1\end{cases}\Leftrightarrow x=1$

Vậy có duy nhất $a=-6$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 12: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2^{2u_1+1}+2^{3-u_2}=\dfrac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2-4u_1+4\right)}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $S_n=u_1+u_2+...+u_n>5^{100}$ bằng

A. 230. **B.** 231. **C.** 233. **D.** 234.

Câu 13: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2^{2u_1+1}+2^{3-u_2}=\dfrac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2-4u_1+4\right)}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $S_n=u_1+u_2+...+u_n>5^{100}$ bằng

A. 230. **B.** 231. **C.** 233. **D.** 234.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết, $u_{n+1}=2u_n$ nên (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q=2$. Suy ra $u_n=u_1.2^{n-1}$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$, $n\geq 2$.

Ta lại có $2^{2u_1+1}+2^{3-u_2}=\dfrac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2-4u_1+4\right)}\Leftrightarrow 2.4^{u_1}+\dfrac{8}{4^{u_1}}=\dfrac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2-u_3+4\right)}\ (1)$.

Mà $2.4^{u_1}+\dfrac{8}{4^{u_1}}\geq 8$ và $\dfrac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2-u_3+4\right)}=\dfrac{8}{\log_3\left[\left(\frac{1}{2}u_3-1\right)^2+3\right]}\leq 8$ nên (1) tương đương

$2.4^{u_1}+\dfrac{8}{4^{u_1}}=8$ và $\dfrac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2-u_3+4\right)}=8$ hay $u_1=\dfrac{1}{2}$.

Khi đó $S_n=u_1+u_2+...+u_n=u_1\dfrac{1-2^n}{1-2}=\dfrac{2^n-1}{2}$.

Do đó, $S_n>5^{100}\Leftrightarrow\dfrac{2^n-1}{2}>5^{100}\Leftrightarrow\log_5\dfrac{2^n-1}{2}>100\Leftrightarrow n>233$.

Câu 14: Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn $\log_a b=\dfrac{3}{2}$, $\log_c d=\dfrac{5}{4}$. Nếu $a-c=9$, thì $b-d$ nhận giá trị nào

A. 93. **B.** 85. **C.** 71. **D.** 76.

Câu 15: Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn $\log_a b=\dfrac{3}{2}$, $\log_c d=\dfrac{5}{4}$. Nếu $a-c=9$, thì $b-d$ nhận giá trị nào

A. 93. **B.** 85. **C.** 71. **D.** 76.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện: $a\neq 1$ và $c\neq 1$.

Từ giả thiết ta có: $a^3 = b^2$ và $c^5 = d^4$

Đặt: $a = m^2$ với $m \in \mathbb{Z}$ và $m \geq 2$.

Đặt: $c = n^4$ với $n \in \mathbb{Z}$ và $n \geq 2$.

Ta có: $a - c = 9 \Leftrightarrow m^2 - n^4 = 9 \Leftrightarrow \left(m - n^2\right)\left(m + n^2\right) = 9 \Rightarrow \begin{cases} m - n^2 = 1 \\ m + n^2 = 9 \end{cases}$

(vì $m, n \in \mathbb{Z}$ và $m, n \geq 2$)

Suy ra $m = 5$ và $n = 2$ do đó $b - d = m^3 - n^5 = 93$.

Câu 16: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right) = 2x - 4y + 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{\left(x+y\right)^3}$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{16}{9}$. **D.** $\dfrac{25}{9}$.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ 183

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	D	C	C	B	C	D	C	C	C	D	B	D	A	A	A	C	B	A	B	C	D	B	C

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	A	B	A	C	D	D	C	B	B	B	A	C	D	D	D	A	D	B	A	B	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 17: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{(x+y)^3}$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{16}{9}$. **D.** $\dfrac{25}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\dfrac{x+4y}{x+y}>0$

$\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1\Leftrightarrow\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)-1=2x-4y\Leftrightarrow\log_2\left(\dfrac{x+4y}{2x+2y}\right)=2x-4y$

$\Leftrightarrow\log_2\left(\dfrac{x+4y}{2x+2y}\right)=2(2x+2y)-2(x+4y)$

$\Leftrightarrow\log_2(x+4y)+2(x+4y)=\log_2(2x+2y)+2(2x+2y)$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+2t$ với $t\in(0;+\infty)$

$f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+2>0$ với $t\in(0;+\infty)$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $t\in(0;+\infty)$.

Nên $x+4y=2x+2y\Leftrightarrow x=2y$.

$P=\dfrac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{(x+y)^3}=\dfrac{8}{9}y+\dfrac{8}{9y}\geq 2\sqrt{\dfrac{8}{9}y.\dfrac{8}{9y}}=\dfrac{16}{9}$.

Câu 18: ----------**HẾT**----------Số nghiệm của phương trình $e^x=2+x+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+...+\dfrac{x^{2018}}{2018!}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là:

A. Vô hạn. **B.** 2018. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 19: Số nghiệm của phương trình $e^x=2+x+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+...+\dfrac{x^{2018}}{2018!}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là:

A. Vô hạn. **B.** 2018. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$e^x=2+x+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+...+\dfrac{x^{2018}}{2018!}\ (*)\Leftrightarrow 2+x+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+...+\dfrac{x^{2018}}{2018!}-e^x=0$

Xét $f(x)=2+x+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+...+\dfrac{x^{2018}}{2018!}-e^x$

Ta có $f'(x)=1+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+...+\dfrac{x^{2017}}{2017!}-e^x$. Thế $(*)$ vào ta có

$$f'(x)=1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+...+\frac{x^{2017}}{2017!}-\left(2+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+...+\frac{x^{2018}}{2018!}\right)=-1-x-\frac{x^{2018}}{2018!}$$

Vậy $f'(x)<0\ \ \forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Bảng biến thiên

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	1	↘	$-\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=0$ có một nghiệm trên $(0;+\infty)$.

Câu 20: Tìm tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2(2\sin x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(\cos 2x+m)=0$ có nghiệm:

A. $\left[-\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left[-\frac{1}{2};2\right]$. **C.** $\left(-\frac{1}{2}+\infty\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};2\right]$

Câu 21: Số nghiệm của phương trình $e^x=2+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+...+\frac{x^{2018}}{2018!}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là:

A. Vô hạn. **B.** 2018. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 22: Để chào mừng 20 năm thành lập thành phố A, Ban tổ chức quyết định trang trí cho cổng chào có hai hình trụ. Các kỹ thuật viên đưa ra phương án quấn xoắn từ chân cột lên đỉnh cột đúng 20 vòng đèn Led cho mỗi cột, biết bán kính hình trụ cổng là 30 cm và chiều cao cổng là 5π m. Tính chiều dài dây đèn Led tối thiểu để trang trí hai cột cổng.

A. 24π m. **B.** 20π m. **C.** 30π m. **D.** 26π m.

Câu 23: Tìm tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2(2\sin x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(\cos 2x+m)=0$ có nghiệm:

A. $\left[-\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left[-\frac{1}{2};2\right]$. **C.** $\left(-\frac{1}{2}+\infty\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};2\right]$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}2\sin x-1>0\\ \cos 2x+m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{\pi}{6}+k2\pi<x<\frac{5\pi}{6}+k2\pi\\ m>-\frac{1}{2}\end{cases}$

Phương trình tương đương

$$\log_2(2\sin x-1)=\log_2(\cos 2x+m)\Leftrightarrow 2\sin x-1=\cos 2x+m$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x+2\sin x-2=m\ (1)$$

Xét hàm số $y=2t^2+2t-2\left(t=\sin x\right);\dfrac{1}{2}<t\le 1$ có đồ thị là parabol

Ta có bảng biến thiên:

t	$-\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	1
y	$\searrow$ $-\dfrac{5}{2}$ $\nearrow$	$-\dfrac{1}{2}$ $\nearrow$	2

Phương trình $\left(1\right)$ có nghiệm thì $m\in\left(-\dfrac{1}{2};2\right]$

Số nghiệm của phương trình $e^x=2+x+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+...+\dfrac{x^{2018}}{2018!}$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ là:

A. Vô hạn. **B.** 2018. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f\left(x\right)=2+x+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+...+\dfrac{x^{2018}}{2018!}-e^x$, trên $\left(0;+\infty\right)$.

Ta có $f^{(2018)}\left(x\right)=1-e^x<0$, với mọi $x>0$, Suy ra $f^{(2017)}\left(x\right)<f^{(2017)}\left(0\right)=0$.

Nên ta có $f\left(x\right)$ hàm số nghịch biến trên $\left(0;+\infty\right)$ mà $f\left(0\right)=1$.

Vậy phương trình có duy nhất 1 nghiệm.

Câu 24: Để chào mừng 20 năm thành lập thành phố A, Ban tổ chức quyết định trang trí cho cổng chào có hai hình trụ. Các kỹ thuật viên đưa ra phương án quấn xoắn từ chân cột lên đỉnh cột đúng 20 vòng đèn Led cho mỗi cột, biết bán kính hình trụ cổng là 30 cm và chiều cao cổng là 5π m. Tính chiều dài dây đèn Led tối thiểu để trang trí hai cột cổng.

A. 24π m. **B.** 20π m. **C.** 30π m. **D.** 26π m.

Lời giải

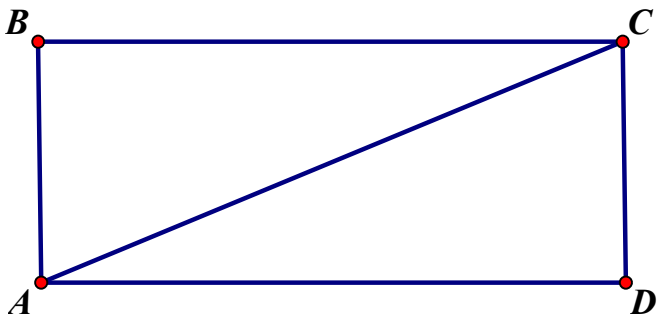
Chọn D

Cắt hình trụ theo đường sinh của nó rồi trải liên tiếp trên mặt phẳng 20 lần ta được hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=5\pi$ m và $BC=20.2\pi r=20.2\pi.0,3=12\pi$ m.

Độ dài dây đèn Led ngắn nhất trang trí 1 cột là

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{\left(5\pi\right)^2+\left(12\pi\right)^2}=13\pi\left(\text{m}\right)$.

Chiều dài dây đèn Led tối thiểu để trang trí hai cột cổng là: $2.13\pi=26\pi\left(\text{m}\right)$.



Câu 25: Số giá trị nguyên của $m \in (-200;200)$ để $3.a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m.\sqrt{\log_a b} + 2$ với mọi a, $b \in (1;+\infty)$ là:

A. 200. **B.** 199. **C.** 2199. **D.** 2002.

Câu 26: Số giá trị nguyên của $m \in (-200;200)$ để $3.a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m.\sqrt{\log_a b} + 2$ với mọi a, $b \in (1;+\infty)$ là:

A. 200. **B.** 199. **C.** 2199. **D.** 2002.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\sqrt{\log_a b} = x$, $x > 0$.

Suy ra $b = a^{x^2}$.

Khi đó $3.a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m.\sqrt{\log_a b} + 2 \Leftrightarrow 3.a^x - \left(a^{x^2}\right)^{\frac{1}{x}} > m.x + 2 \Leftrightarrow \dfrac{2.a^x - 2}{x} > m$.

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{2.a^x - 2}{x}$, với $x > 0$.

có $f'(x) = \dfrac{2a^x(x.\ln a + 2)}{x^2} > 0$, $\forall x \in (0;+\infty)$ nên $f(x)$ liên tục và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Bảng biến thiên

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$		↗	$+\infty$
		$2\ln a$	

Dựa vào BBT ta thấy $m < f(x) \Leftrightarrow m < 2\ln a$.

Vì $\ln a > 0, \forall a > 1$, do đó $3.a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m.\sqrt{\log_a b} + 2$ với mọi a, $b \in (1;+\infty)$ thì $m \le 0$.

Và $m \in (-200;200)$ nguyên nên có 200 số nguyên m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 27: Cho tập hợp $A = \left\{2^k \mid k = \overline{1,...,10}\right\}$ có 10 phần tử là các lũy thừa của 2. Chọn ngẫu nhiên từ tập A hai số khác nhau theo thứ tự a và b. Xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên bằng

A. $\dfrac{17}{90}$. **B.** $\dfrac{3}{10}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{19}{90}$.

Câu 28: Cho tập hợp $A = \left\{2^k \mid k = \overline{1,...,10}\right\}$ có 10 phần tử là các lũy thừa của 2. Chọn ngẫu nhiên từ tập A hai số khác nhau theo thứ tự a và b. Xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên bằng

A. $\dfrac{17}{90}$. **B.** $\dfrac{3}{10}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{19}{90}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)=A_{10}^2=90$.

Giả sử $a=2^m$, $b=2^n$, khi đó $\log_a b=\log_{2^m}2^n=\dfrac{n}{m}$ là một số nguyên thì m là ước của n.

+ $m=1$ thì có 9 cách chọn n, $n\in\{2;3;...;10\}$.

+ $m=2$ thì có 4 cách chọn n, $n\in\{4;6;8;10\}$.

+ $m=3$ thì có 2 cách chọn n, $n\in\{6;9\}$.

+ $m=4$ thì có 1 cách chọn n, $n=8$.

+ $m=5$ thì có 1 cách chọn n, $n=10$.

+ $m\in\{6;7;8;9;10\}$: không xảy ra.

Suy ra số phần tử của biến cố $\log_a b$ là một số nguyên là $9+4+2+1+1=17$.

Xác suất cần tìm là $\dfrac{17}{90}$.

Câu 29: Xét các số thực x, y thỏa mãn $x^2+y^2>1$ và $\log_{x^2+y^2}(2x+3y)\ge 1$. Giá trị lớn nhất P_{max} của biểu thức $P=2x+y$ bằng

A. $P_{max}=\dfrac{19+\sqrt{19}}{2}$. **B.** $P_{max}=\dfrac{7+\sqrt{65}}{2}$. **C.** $P_{max}=\dfrac{11+10\sqrt{2}}{3}$. **D.** $P_{max}=\dfrac{7-\sqrt{10}}{2}$.

$x^2+y^2>1$)

Câu 30: Xét các số thực x, y thỏa mãn $x^2+y^2>1$ và $\log_{x^2+y^2}(2x+3y)\ge 1$. Giá trị lớn nhất P_{max} của biểu thức $P=2x+y$ bằng

A. $P_{max}=\dfrac{19+\sqrt{19}}{2}$. **B.** $P_{max}=\dfrac{7+\sqrt{65}}{2}$. **C.** $P_{max}=\dfrac{11+10\sqrt{2}}{3}$. **D.** $P_{max}=\dfrac{7-\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{x^2+y^2}(2x+3y)\ge 1\Leftrightarrow 2x+3y\ge x^2+y^2\Leftrightarrow x^2-2x+y^2-3y\le 0$.

$\Delta_x'=1-\left(y^2-3y\right)=-y^2+3y+1$.

Để tồn tại x, y thì $\Delta_x'\ge 0\Leftrightarrow y\in\left[\dfrac{3-\sqrt{13}}{2};\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right]$.

Khi đó $x=1\pm\sqrt{-y^2+3y+1}$.

Ta có: $P=2x+y\le 2\left(1+\sqrt{-y^2+3y+1}\right)+y=f(y)$.

$f'(y)=\dfrac{-2y+3}{\sqrt{-y^2+3y+1}}+1$.

$f'(y)=0\Leftrightarrow\sqrt{-y^2+3y+1}=2y-3\Leftrightarrow -y^2+3y+1=4y^2-12y+9$, $\left(\forall y\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right)\right)$.

$\Leftrightarrow y=\dfrac{15+\sqrt{65}}{10}$.

Bảng biến thiên.

y	$\frac{3-\sqrt{13}}{2}$		$\frac{15+\sqrt{65}}{10}$		$\frac{3+\sqrt{13}}{2}$
$f'(y)$		$+$	0	$-$	
$f(y)$		↗	$\frac{7+\sqrt{65}}{2}$	↘	

Do đó $P=x+2y\le\dfrac{7+\sqrt{65}}{2}$

Vậy $P_{Max}=\dfrac{7+\sqrt{65}}{2}$ khi $\begin{cases}y=\dfrac{15+\sqrt{65}}{10}\\ x=1+\sqrt{-y^2+3y+1}=\dfrac{5+\sqrt{65}}{5}\end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2>1$)

Câu 31: Xét x,y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{(x+y)^3}$ bằng

A. $\dfrac{25}{9}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{16}{9}$.

Câu 32: Xét x,y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{(x+y)^3}$ bằng

A. $\dfrac{25}{9}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{16}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1\Leftrightarrow\log_2\left(\dfrac{x+4y}{2x+2y}\right)=2x-4y$

$\Leftrightarrow\log_2(x+4y)+2(x+4y)=\log_2(2x+2y)+2(2x+2y)$

Xét hàm số $f(t)=\ln t+2t$ trên $(0;+\infty)$ ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+2>0;\ \forall t\in(0;+\infty)$ nên ta có:

$$x+4y=2x+2y\Leftrightarrow x=2y$$

Thay vào P ta được $P=\dfrac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{(x+y)^3}=\dfrac{24}{27}\left(y+\dfrac{1}{y}\right)\ge\dfrac{16}{9}$.

Dấu bằng xảy ra khi $x=2;y=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\min P=\dfrac{16}{9}$.

Chú ý:

Với $\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1$, cho $y=100$ solve ta được $x=200$ nên dự đoán được $x=2y$.

Câu 33: Cho phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_{2017}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(1;2018)$ của tham số a sao cho phương trình đã cho có nghiệm lớn hơn 3?

A. 20. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 17.

Câu 34: Cho phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_{2017}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(1;2018)$ của tham số a sao cho phương trình đã cho có nghiệm lớn hơn 3?

A. 20. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 17.

Lời giải

Chọn C

- Nhận thấy: với $x>3$ thì $\sqrt{x^2-1}<\sqrt{x^2}=x\Rightarrow x-\sqrt{x^2-1}>0$ và $x+\sqrt{x^2-1}>0$.

Ta có: $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_{2017}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right).\log_{2017}\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a 2.\log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$

$\Leftrightarrow \log_{2017}\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a 2\ \ (1)$ (vì $\log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)>0,\ \forall x>3$).

- Xét hàm số $f(x)=\log_{2017}\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ trên khoảng $(3;+\infty)$.

Có: $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}.\ln 2017}\Rightarrow f'(x)>0,\ \forall x>3$.

BBT:

x	3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$f(3)$	$\nearrow$	$+\infty$

- Từ BBT ta thấy : phương trình (1) có nghiệm lớn hơn 3 $\Leftrightarrow \log_2 a>f(3)$

$\Leftrightarrow \log_2 a>\log_{2017}\left(3+2\sqrt{2}\right)\Leftrightarrow \log_2 a<\log_{3+2\sqrt{2}}2017$ (do $a>1$)

$\Leftrightarrow a<2^{\log_{3+2\sqrt{2}}2017}\approx 19{,}9$. Lại do a nguyên thuộc khoảng $(1;2018)$ nên $a\in\{2;3;...;19\}$.

Vậy có 18 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $5^{\sin^2 x}+6^{\cos^2 x}=7^{\cos^2 x}.\log_2 m$ có nghiệm?

A. 63. **B.** 64. **C.** 6. **D.** 62.

Câu 36: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $5^{\sin^2 x}+6^{\cos^2 x}=7^{\cos^2 x}.\log_2 m$ có nghiệm?

A. 63. **B.** 64. **C.** 6. **D.** 62.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$5^{\sin^2 x}+6^{\cos^2 x}=7^{\cos^2 x}.\log_2 m \Leftrightarrow \log_2 m=\dfrac{5^{1-\cos^2 x}}{7^{\cos^2 x}}+\left(\dfrac{6}{7}\right)^{\cos^2 x} \Leftrightarrow \log_2 m=5.\left(\dfrac{1}{35}\right)^{\cos^2 x}+\left(\dfrac{6}{7}\right)^{\cos^2 x}\ (1).$

Đặt $t=\cos^2 x$, với $0\le t\le 1$ ta có $f(t)=5.\left(\dfrac{1}{35}\right)^{t}+\left(\dfrac{6}{7}\right)^{t}$ nghịch biến trên đoạn $[0;1]$ nên

$f(1)\le f(t)\le f(0),\ \forall t\in[0;1]$ hay $1\le f(t)\le 6,\ \forall t\in[0;1]$.

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow 1\le \log_2 m\le 6 \Leftrightarrow 2\le m\le 64$.

Vậy có tất cả 63 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 37: Giả sử tồn tại số thực a sao cho phương trình $e^x+e^{-x}=2\cos ax+4$ có 10 nghiệm thực phân biệt. Số nghiệm (phân biệt) của phương trình $e^x-e^{-x}=2\cos ax$ là:

A. 5. **B.** 20. **C.** 10. **D.** 4.

Câu 38: Giả sử tồn tại số thực a sao cho phương trình $e^x+e^{-x}=2\cos ax+4$ có 10 nghiệm thực phân biệt. Số nghiệm (phân biệt) của phương trình $e^x-e^{-x}=2\cos ax$ là:

A. 5. **B.** 20. **C.** 10. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $e^x+e^{-x}=2\cos ax+4 \Leftrightarrow \left(e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}\right)^2=2\cos ax+2 \Leftrightarrow \left(e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}\right)^2=\left(2\cos\dfrac{ax}{2}\right)^2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}=2\cos\dfrac{ax}{2} \quad (1)\\ e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}=-2\cos\dfrac{ax}{2} \quad (2)\end{array}\right.$

Nhận thấy $x=0$ không là nghiệm của phương trình đã cho.

Nếu $x=x_0$ là nghiệm của (1) thì $x=-x_0$ là nghiệm của (2).

Do đó số nghiệm của (1) và (2) bằng nhau và đồng thời khác nhau đôi một.

$\Rightarrow (1)$ có đúng 5 nghiệm $x_1;\ x_2;\ x_3;\ x_4;\ x_5$.

Vậy phương trình $e^x-e^{-x}=2\cos ax$ có đúng 5 nghiệm phân biệt là $\dfrac{x_1}{2}$, $\dfrac{x_2}{2}$; $\dfrac{x_3}{2}$; $\dfrac{x_4}{2}$; $\dfrac{x_5}{2}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\ln\left(m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)\right)=\sin x$ có nghiệm thực?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\ln\left(m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)\right)=\sin x$ có nghiệm thực?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)>0\\ m+3\sin x>0\end{cases}$.

Phương trình đã cho tương đương: $m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)=e^{\sin x}$.

$\Leftrightarrow m+3\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)=e^{\sin x}+\sin x$.

$\Leftrightarrow e^{\ln\left(m+3\sin x\right)}+\ln\left(m+3\sin x\right)=e^{\sin x}+\sin x,\ (1)$.

Xét $f\left(t\right)=e^{t}+t,\ t\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'\left(t\right)=e^{t}+1>0,\ \forall t\in\mathbb{R}$. Nên hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy $(1)\Leftrightarrow f\left[\ln\left(m+3\sin x\right)\right]=f\left(\sin x\right)\Leftrightarrow\ln\left(m+3\sin x\right)=\sin x$.

Đặt $a=\sin x,\ a\in\left[-1;1\right]$. Phương trình trở thành: $\ln\left(m+3a\right)=a\Leftrightarrow m=e^{a}-3a$.

Xét $g\left(a\right)=e^{a}-3a,\ a\in\left[-1;1\right],\ g'\left(a\right)=e^{a}-3<0,\ \forall a\in\left[-1;1\right]$.

Vậy để phương trình có nghiệm thực thì $g\left(1\right)\le m\le g\left(-1\right)\Leftrightarrow e-3\le m\le\frac{1}{e}+3$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m là: $0;1;2;3$.

Câu 41: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $xy\le4y-1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{6\left(2x+y\right)}{x}+\ln\frac{x+2y}{y}$ là $a+\ln b$. Giá trị của tích $a.b$ là

A. 45. **B.** 81. **C.** 115. **D.** 108.

Câu 42: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $xy\le4y-1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{6\left(2x+y\right)}{x}+\ln\frac{x+2y}{y}$ là $a+\ln b$. Giá trị của tích $a.b$ là

A. 45. **B.** 81. **C.** 115. **D.** 108.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ giả thiết, ta có $xy\le4y-1$ nên $\frac{x}{y}\le\frac{4}{y}-\frac{1}{y^{2}}$.

Đặt $t=\frac{x}{y}$, ta có $0<t\le4$ (vì $\frac{4}{y}-\frac{1}{y^{2}}\le4,\ \forall y>0$).

Ta có $P=12+\frac{6}{t}+\ln\left(t+2\right);\ P'\left(t\right)=-\frac{6}{t^{2}}+\frac{1}{t+2}<0$, với mọi $0<t\le4$.

Do đó $P_{\min}=P\left(4\right)=\frac{27}{2}+\ln6$. Suy ra $a=\frac{27}{2},\ b=6$ nên $a.b=81$.